UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

NÚBIA DE OLIVEIRA MACIEL

AS RELAÇÕES CONTRATUAIS E SEUS EFEITOS NA PASSAGEM DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU PARA SISTEMAS LINEARES

CARUARU
2020

NÚBIA DE OLIVEIRA MACIEL

AS RELAÇÕES CONTRATUAIS E SEUS EFEITOS NA PASSAGEM DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU PARA SISTEMAS LINEARES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Fernando Emílio Leite de Almeida

CARUARU

2020

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva - CRB/4 - 1223

M152r Maciel, Núbia de Oliveira.
As relações contratuais e seus efeitos na passagem da equação do 1º grau para sistemas lineares. / Núbia de Oliveira Maciel. – 2020.
193 f.; il.: 30 cm.

Orientador: Fernando Emílio Leite de Almeida.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Educação em Ciências e Matemática, 2020.
Inclui Referências.

1. Análise de interação na educação. 2. Didática. 3. Sistemas lineares. 4. Quebra de contrato - Pesqueira (PE). 5. Efeitos do contexto (Psicologia) - Pesqueira (PE). 6. Equações. I. Almeida, Fernando Emílio Leite de (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2020-187)

NÚBIA DE OLIVEIRA MACIEL

AS RELAÇÕES CONTRATUAIS E SEUS EFEITOS NA PASSAGEM DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU PARA SISTEMAS LINEARES

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em: 27/11/2020.

BANCA EXAMINADORA

____
Prof. Dr. Fernando Emílio Leite de Almeida (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

____
Prof. Dr. Edelweis Jose Tavares Barbosa (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

____
Prof. Dr. Rochelande Felipe Rodrigues (Examinador Externo)
Universidade Federal do Cariri

AGRADECIMENTOS

Inicio os meus agradecimentos agradecendo a Deus, que mesmo em meus momentos de oscilação de fé, tem sido uma presença fundamental em minha vida.

Agradeço aos meus familiares, em especial a minha mãe Verônica Oliveira, ao meu pai Nivaldo Maciel e a minha irmã Natália Maciel, por sempre acreditarem em mim e pelo incentivo dado as minhas escolhas acadêmicas e profissionais.

Ao meu orientador, professor Dr. Fernando Emílio, pela dedicação, paciência e serenidade e por todo aprendizado que me oportunizou.

Aos professores da Banca Examinadora, pela disposição e pelas ricas considerações que foram dadas durante a qualificação.

A todos os professores que contribuíram com minha formação desde o ensino básico e superior no IFPE – *Campus* Pesqueira, até a pós-graduação na UFPE – CAA.

Aos meus antigos colegas de graduação do IFPE – Campus Pesqueira, que incentivaram e apoiaram o meu ingresso no mestrado.

A gestão da EREM Cristo Rei, por ter oportunizado as condições para que eu cursasse as disciplinas do mestrado.

Aos meus alunos, que me motivam a ir em busca de ser uma profissional cada vez melhor.

Ao professor João Paulo, pelas correções textuais e abstract.

A todos vocês, minha sincera gratidão.

Não desças os degraus do sonho
Para não despertar os monstros.
Não subas aos sótãos - onde
Os deuses, por trás das suas máscaras,
Ocultam o próprio enigma.
Não desças, não subas, fica.
O mistério está é na tua vida!
E é um sonho louco este nosso mundo...
(QUINTANA, 2014, p. 92)

RESUMO

Este estudo procurou analisar como ocorrem as negociações, rupturas, renegociações e efeitos de contrato, que surgem nas relações didáticas durante a passagem da equação do primeiro grau para os sistemas de equações lineares com duas incógnitas. Para isto, elegemos como campo teórico a noção de Contrato Didático que foi teorizado por Guy Brousseau e, posteriormente, por seus colaboradores. Essa noção fornece subsídios para compreender as interações que ocorrem na relação professor, aluno e saber dentro de um sistema didático. Elegemos como sujeitos da pesquisa um professor do Ensino Fundamental e seus alunos, o campo de pesquisa pertence a rede estadual. Optamos por uma abordagem qualitativa, baseada em um estudo de caso, por permitir uma maior aproximação com o cotidiano escolar. Utilizamos como recurso a videografia, o que permitiu uma análise adequada do tema investigado. Dentre os resultados, identificamos diferentes regras contratuais na resolução da equação do primeiro grau, bem como nos sistemas lineares. Constatamos, também, um tipo de reorganização contratual, como forma de manutenção das negociações, em detrimento da ruptura de contrato. Os resultados também indicam a existência de rupturas brandas de contrato, baseadas mais marcadamente na percepção da professora em aspectos visuais, como o gestual e a expressão facial de seus alunos.

Palavras-chave: Contrato didático. Sistema de equações lineares. Rupturas de contrato. Efeitos de contrato.

ABSTRACT

This study intended to analyze how negotiations, disruptions, renegotiations and contract effects occur, that come up in didactic relations during the transition from the first degree equation to the systems of linear equations with two unknowns. Therefore, we chose as a theoretical field the notion of Didactic Contract that was theorized by Guy Brousseau and, later, by his collaborators. This notion provides subsidies to understand the interactions that happen in the relationship between teacher, student and knowledge within a didactic system. We elected a teacher and his students from elemetary school as subjects to our research, the research field belongs to the state education network. We opted for a qualitative approach, based on a case study, because it allows a closer relationship with the school routine. We used videography as a resource, which allowed a proper analysis of the investigated theme. Among the results, we identified different contractual rules in solving the first degree equation, as well as in the linear systems. We also found a kind of contractual reorganization, as a way of maintaining negotiations, instead of breaking the contract. The results also indicate the existence of small breaches of contract, based more markedly on the teacher's perception of visual aspects, such as the gestures and facial expressions of her students.

Keywords: Didactic contract. System of linear equations. Breaches of contract. contract effects.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Durante minha formação inicial na licenciatura em matemática foi possível participar de vários momentos relacionados ao ensino de matemática, mais fortemente através das atividades no laboratório de matemática, na prática no estágio supervisionado e, nas participações em projetos de pesquisa e de extensão. Esses momentos, oportunizaram a construção de recursos didáticos, bem como a utilização desses através de diferentes metodologias. Mas sobretudo, foram através dos projetos que tive meus primeiros contatos com a pesquisa acadêmica.

Dessa forma, foi possível compreender que o papel do professor vai muito além de tentar reproduzir os modelos educacionais os quais ele mesmo já foi submetido enquanto aluno. Além disso, também foi possível compreender que o trabalho do professor não se deve estagnar, por mais que um conhecimento, uma técnica, ou uma prática, pareçam confortavelmente prontos.

Nessa perspectiva, entendemos que a docência está longe de ser programável, de ter algoritmo, não há uma instrução descrita ou formação acadêmica capaz de entregar um professor pronto a sociedade. Saber disso gera uma inquietação, mas, em contrapartida, viabiliza autoconhecimento e autorreflexão sobre as nossas práticas. Um aspecto oportuno, é saber que a literatura disponível não é capaz de responder todos os nossos porquês, e que por isso é fundamental partir em busca de responder alguns deles.

Alguns pesquisadores apontam que o ato de ensinar não gera imediatamente o efeito de aprender, há algo dentro deste processo que é importante ser investigado. Há algo que surge dentro do jogo didático[1], na sala de aula, que se sobrepõe nas relações entre sujeitos e saberes, e parece propício buscar compreender o que é, dentro deste próprio meio (BROUSSEAU, 1996, 2008). Diante disto, após ter os primeiros contatos com a noção de Contrato Didático durante a graduação, comecei a me interessar por esta temática. Essa noção, pode proporcionar algumas respostas satisfatórias quando passamos a observar determinados fenômenos didáticos sob sua ótica.

As pesquisas que tratam dessa noção surgiram a partir dos estudos na Didática da Matemática, próximo a década de 80. Brousseau e seus colaboradores

[1] Abordaremos o conceito de jogo didático no capítulo a seguir.

identificaram e elaboraram estudos acerca de um fenômeno que ficou conhecido como Contrato Didático. Essa noção reflete os acordos mútuos estabelecidos, e marcadamente implícitos, que ocorrem entre os sujeitos que compõem o ambiente escolar. Caracterizando-se mais pelo não dito, o contrato didático reflete-se nas ações dos professores e seus alunos e impacta o ensino e a aprendizagem (BROUSSEAU, 2008).

Pesquisas recentes têm contribuído para o aprofundamento teórico da dinâmica do cenário didático diante os saberes matemáticos, na perspectiva do Contrato Didático, evidenciando assim o quão fecunda é esta discussão.

Desse modo, consideramos importante enunciar algumas destas pesquisas, que tenham aportes teóricos afins ao nosso estudo, de forma a estabelecer um caminho de comunicação entre o que já foi discutido e as contribuições que ainda podem ser trazidas.

Assim, Santos (2005) investigou as possíveis relações entre a abordagem da área do paralelogramo em uma coleção de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental e os procedimentos adotados pelos alunos na resolução de problemas relativos a esse tema, numa turma 8ª série. A pesquisadora destacou que algumas regras de contrato didático estão instaladas tanto no livro didático como nos procedimentos dos alunos e que quando essas regras eram rompidas no livro didático os alunos apresentavam dificuldades de resolução do problema.

Já Almeida (2009), analisou como se estabelece o contrato didático na relação entre dois professores e seus respectivos alunos do 8º ano do ensino fundamental, no momento que acontecem a passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução da equação. Em sua pesquisa foi observado que durante a passagem da linguagem natural para linguagem algébrica, os professores rotineiramente renunciavam ao diálogo com os alunos e assumiam uma postura mais expositiva, sem uma participação ativa por parte dos alunos.

Nesse sentido, Oliveira (2010) estudou as diferenças na negociação do contrato didático entre dois professores e seus respectivos alunos no 7º ano do Ensino Fundamental, durante o processo de ensino e aprendizagem da equação do 1º grau. O pesquisador ressaltou que havia diferenças na forma dos professores estabelecerem o contrato didático em relação aos alunos, o chamado contrato diferencial. Os resultados do estudo apontam que as negociações dos saberes não são estabelecidas da mesma maneira com diferentes alunos ou grupos de alunos.

Nessa mesma linha, Souza (2011) buscou investigar como uma professora negocia os saberes matemáticos com alunos do 2º ano do Ensino Médio, na aplicação de uma sequência didática previamente elaborada para o ensino de Progressão Aritmética (P.A.). A sequência didática foi idealizada pela pesquisadora de forma a contemplar a tipologia das situações didáticas proposta por Brousseau (ação, formulação, validação e institucionalização). A pesquisadora observou que durante a aplicação da sequência didática houve conflitos com as regras predeterminadas, evidenciando as chamadas rupturas de contrato, como por exemplo, as orientações dadas pela professora na realização das atividades apesar de ter sido acordado preliminarmente que as mesmas deveriam ser realizadas sem o seu auxílio. Constatando assim, que tais rupturas ocorreram predominantemente por marcas de contratos didáticos anteriores.

Em relação aos efeitos de contrato, Silva (2016) analisou como eles estabeleciam-se em uma sala de aula de matemática do 8º ano do Ensino Fundamental, no conteúdo de geometria circunferências e círculos. Dentre os resultados, o pesquisador observou que quando as dificuldades dos alunos emergiam, o surgimento dos efeitos do contrato era predominante na prática docente.

Para mais, Eloi (2019) investigou as relações entre o contrato didático potencial presente na abordagem do livro didático e o contrato didático estabelecido entre um professor de matemática e seus alunos numa turma do 1º ano do Ensino Médio no estudo da Função Afim. A pesquisadora considera que no livro didático há intenções de negociações e consequentemente possíveis elementos de contrato didático e que o livro didático exerce influência na dinâmica das relações da sala de aula.

A pesquisadora, Lins Lessa (2005) buscou analisar os procedimentos de manutenção e mudança de Contrato Didático e as contribuições de uma sequência didática, elaborada em colaboração com uma professora de matemática de uma sexta série do ensino fundamental, na aprendizagem de alguns aspectos centrais do campo conceitual da álgebra. A pesquisadora buscou também analisar como essa sequência didática foi negociada, pelo professor de matemática participante da pesquisa, com os alunos em sala de aula. A pesquisa aponta para existência de uma ruptura epistemológica que ocorre na transição da aritmética para álgebra e considera que o aluno precisa se apropriar e dominar novos objetos matemáticos reformulando suas concepções prévias.

Nessa direção, Brito Menezes (2006) estudou as relações entre o Contrato Didático e transposição didática no ensino de álgebra elementar, desde sua introdução até a iniciação dos alunos no trabalho com equações. Para isto, foi aplicada uma sequência didática numa turma de sexta série do Ensino Fundamental. Brito Menezes (2006) destaca a importância das relações de Ensino e Aprendizagem serem pensadas de forma triangular (professor-aluno-saber matemático), conforme proposto pela didática da matemática de influência francesa. Salientando também a relevância do saber ser tratado como um polo e não um objeto a ser transmitido por um indivíduo e apropriado por outro.

Na mesma linha, Bessa de Menezes (2010) buscou refletir sobre as semelhanças e diferenças nas práticas do professor e alunos no trabalho com equações de segundo grau. Os sujeitos da pesquisa foram um professor de nono ano do ensino fundamental e seus alunos. A pesquisa foi realizada sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático (TAD), proposta por Yves Chevallard. No estudo buscou-se caracterizar, analisar e comparar as praxeologias elaboradas na sala de aula, a do professor e aluno, a luz da TAD. O estudo concluiu que os estudantes utilizam técnicas e subtécnicas particulares, as quais têm mais afinidades, diferentes das utilizadas pelo professor no processo de resolução da equação do segundo grau.

Corroborando com a discussão, Almeida (2016) analisou as relações entre o contrato didático e as organizações matemáticas e didáticas, no ensino da equação quadrática. Para isto, ele buscou caracterizar, no ensino de equações do segundo grau de dois professores, as organizações matemáticas, seus tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias e as teorias, bem como identificar as organizações didáticas, com os seis momentos didáticos que são discutidos teoria antropológica do didático. Também procurou-se identificar as negociações, as rupturas e as renegociações que ocorrem nas relações didáticas. Desta forma a pesquisa foi ancorada em dois campos teóricos o do Contrato Didático e o da teoria antropológica do didático, trazendo dados relevantes sobre os tipos de tarefas e as técnicas mais frequente entre os professores.

Em linhas afins, L. Araújo (2009) buscou analisar a relação entre Contrato Didático e metacognição[2] na resolução de problemas em álgebra, para isso foram investigadas as relações em sala de aula de um professor de oitavo ano e seus alunos. Dentre as conclusões deste estudo, com base nos resultados da pesquisa, mostrou-se que, apesar da tentativa do professor em promover estratégias metacognitivas, elas só apareciam implicitamente, trazidas por alguns alunos, uma vez que não houve mudança real das regras de contrato.

Acerca das equações do primeiro grau, A. Araújo (2009) buscou comparar as transposições didáticas realizadas na França e no Brasil que ocorrem no estudo da resolução algébrica de equações do 1º grau com uma incógnita. Em vista disso, realizaram-se estudos teóricos e didáticos sobre o ensino de resolução de equações do 1º grau, os quais permitiram identificar e caracterizar as organizações matemáticas pontuais existentes em torno desse objeto de conhecimento. Com este estudo, chegou-se à conclusão que tanto os alunos brasileiros quanto os franceses possuem dificuldades consideráveis na resolução da equação de primeiro grau e que a maneira que este saber é ensinado, pode não conduzir o aluno a ter uma boa relação com o mesmo.

Já Borba (2018), propôs uma tipologia de Contrato Didático, considerando elementos da Didática, da Psicanálise e da Relação ao Saber do Professor de Matemática, no contexto da sala de aula de Matemática do Ensino Superior. A pesquisa foi dividida em três momentos, no primeiro foi feita a fundamentação das bases teóricas para o esboço de modelização da Tipologia de Contrato Didático. No segundo momento foi proposto o esboço de uma modelização da tipologia de Contrato Didático, e no terceiro momento, foi realizado um estudo clínico com uma professora de Matemática de um curso de licenciatura Pedagogia. Tais momentos propiciaram a observação diferentes tipos de contrato em sala de aula, subordinados à relação ao saber do professor, às representações dos alunos, evidenciando a subjetividade do jogo didático.

Com base na revisão da literatura realizada, podemos observar que a compreensão de como se estabelece o Contrato Didático em diferentes contextos é uma temática atual, que permite investigar uma gama de fenômenos de um cenário didático. Já as equações constituem a cerne dos saberes algébricos a serem

[2] “Metacognição é o conhecimento sobre como percebemos, lembramos, pensamos e agimos” (Araújo, L., 2009)

trabalhados no ensino fundamental, o que justifica a atenção de alguns pesquisadores, como Lins Lessa (2005), Brito Menezes (2006), Almeida (2008), Araújo (2009), Oliveira (2010), Bessa de Menezes (2010), em observá-las a luz do contrato didático.

Diante disso, em nosso estudo procurar-se-á discorrer sobre as negociações, os efeitos de contrato, as regras contratuais, as rupturas e as renegociações que acontecem na relação triangular professor, aluno e saber, em uma sala de aula do oitavo ano do Ensino Fundamental, durante o estudo dos conceitos algébricos equações do primeiro grau e sistemas lineares. Pretendemos assim, trazer contribuições acerca de como ocorre a articulação entre estes dois conceitos algébricos complementares, sob a ótica do Contrato Didático.

A opção da passagem equações do primeiro grau para sistemas lineares justifica-se pela relevância da álgebra no campo matemático, e pela carência de estudos que contemplem como acontece essa articulação, quais negociações existem na passagem desses campos, quais regras emergem.

Além disso, documentos oficiais como Brasil (1998, p. 121), ressaltam que "é importante que os alunos percebam que as equações, sistemas e inequações facilitam muito as resoluções de problemas difíceis do ponto de vista aritmético''. Cabe destacar, que segundo Rocha Falcão (2008), há uma ruptura significativa na mudança da representação aritmética para algébrica e esta mudança de linguagens é estabelecida mais marcantemente nos anos finais do Ensino Fundamental. Reforçamos que nestes anos são introduzidas a utilização de fórmulas matemáticas, as equações de primeiro e segundo grau e os sistemas de equações.

De modo análogo, temos uma ruptura importante na transição da equação do primeiro grau para o sistema de equação do primeiro grau. Aqui há a inserção de outra incógnita, e as técnicas utilizadas para resolver a equação de primeiro grau já não são suficientes para resolver as novas situações apresentadas. É necessário agora relacionar essa equação com outra que possui as mesmas incógnitas, e com isso novas estratégias precisam ser estabelecidas. Contudo, embora haja estudos consideráveis que analisem a álgebra na perspectiva das relações contratuais, contemplando as equações do primeiro grau, inclusive, notamos que existe uma carência de trabalhos que visem caracterizar esta ruptura.

Nessa perspectiva, podemos perguntar *como se comporta o professor e seus alunos em relação a passagem da equação do primeiro grau para os sistemas* *lineares, sob o ponto de vista do Contrato Didático? Quais efeitos de contrato emergem num cenário didático em que ocorrem a passagem da equação do primeiro grau para sistemas lineares?* Esses questionamentos, servem como elementos norteadores para nossa pesquisa. A seguir apresentamos os objetivos de nossa pesquisa.

1.1 Objetivo geral

Analisar como se estabelece o Contrato Didático na relação entre o professor, seus alunos e o saber algébrico, na passagem das equações de primeiro grau para os sistemas lineares com duas incógnitas.

1.2 Objetivos específicos

- Identificar as negociações na relação triangular, professor, alunos e o saber algébrico, no momento em que acontece a passagem da equação do primeiro grau para sistemas lineares;
- Identificar as regras contratuais, as rupturas e as renegociações que surgem na passagem da equação do primeiro grau para sistemas lineares;
- Observar os possíveis efeitos de contrato que estão emergindo nas relações didáticas.

1.3 Apresentação da dissertação

Além da introdução aqui apresentada, iniciamos nossa dissertação trazendo considerações sobre a nossa escolha teórica, o Contrato Didático (Capítulo 2).

O capítulo 3 aborda a álgebra dentro do seu contexto histórico e educacional. Nele, também são tecidas considerações sobre a álgebra escolar e sobre algumas passagens relevantes que ocorrem no campo algébrico. Além disso, neste capítulo, articulamos considerações sobre os sistemas lineares, na perspectiva de documentos oficiais, bem como traremos sua discussão matemática.

Seguimos, no Capítulo 4, trazendo o desenho metodológico de nosso trabalho. Assim, apresentaremos o nosso tipo de pesquisa, sua organização, os instrumentos de coleta de dados utilizados, bem como a caracterização dos colaboradores da pesquisa.

No capítulo 5, apresentamos a análise e a discussão dos resultados obtidos através da coleta de dados.

Por fim, no capítulo 6, prosseguiremos com as considerações finais sobre os desdobramentos do nosso estudo. Assim, traremos algumas reflexões acerca do material produzido, propondo algumas novas possibilidades.

2 ESCOLHA TEÓRICA: O CONTRATO DIDÁTICO

> As cláusulas não podem ser escritas, as sanções em caso de quebra não podem ser previstas etc. Contudo, a ilusão de que existe um contrato é indispensável para que a relação [didática] aconteça e seja, eventualmente, bem-sucedida. (BROUSSEAU, 2008, p. 74)

Há algumas ideias, termos e conceitos que estão fortemente ligados à concepção de Contrato Didático, tornando-se impossível tratar-se do tema sem vinculá-los. Neste capítulo, apresentaremos uma discussão acerca da ideia de Contrato Didático e sobre outros conceitos o compõe, como as negociações, rupturas, renegociações, efeitos, entre outros que se tonam indispensáveis no aprofundamento teórico deste conceito.

2.1 A ideia de contrato didático

O conceito de Contrato Didático foi desenvolvido em meados da década de 80, por Guy Brousseau e aprofundado posteriormente por diversos colaboradores. O Contrato Didático é um fenômeno que emerge a partir das interações que ocorrem na sala de aula, refletindo os acordos mútuos estabelecidos, e marcadamente implícitos, dos atores que compõem as situações de Ensino e Aprendizagem.

Segundo Brousseau (2008) dois estudos contribuíram efetivamente para a elaboração do conceito de Contrato Didático. Buscando-se compreender o fenômeno do fracasso eletivo na Matemática, Brousseau e seus colaboradores depararam-se com um caso que lhes permitiram investigar a ocorrência de outro fenômeno. Gael, um estudante de oito anos, respondia aos problemas matemáticos, os quais lhe eram apresentados, de maneira aleatória. As respostas apresentadas as situações propostas não advinham de uma tentativa genuína de resolução de tais problemas, mas da necessidade situacional de expressar uma resposta às atividades propostas.

Em um segundo estudo desenvolvido na mesma época, pesquisadores do Irem, da Universidade Joseph Fourier, em Grenoble, na França, fizeram um estudo envolvendo alunos com idades entre 7 e 8 anos, nele foi proposta uma série de problemas que ficaram conhecidos pela alcunha genérica de “A idade do capitão”. As perguntas feitas aos estudantes eram do tipo "Em um navio há 18 cabras e 26 ovelhas. Qual é a idade do capitão?". Curiosamente, embora os enunciados das questões não oferecessem subsídios que permitissem resolvê-las, a maior parte dos estudantes respondeu à pergunta afirmando que a idade do capitão seria 44 anos. Os demais problemas, similares a este, eram respondidos de forma análoga, embora os alunos percebessem que não haveria relação direta entre os dados fornecidos nos problemas e o questionamento feito. No exemplo aqui exposto, alguns dos estudantes afirmaram que o número de animais não estaria correlacionado a idade do capitão, mas quando questionados sobre o porquê de terem respondido mesmo assim, eles declararam: “Porque o professor perguntou”. (BROUSSEAU, 2008, p. 79).

O Contrato Didático regula indiretamente as ações dos sujeitos que compõem sistema didático. O professor ao planejar, elaborar e implementar suas práticas, tenta prever como poderá ser desenvolvida as atividades propostas ao aluno, o aluno por sua vez, tenta interpretar o que se é esperado que seja por ele apresentado, nessa relação didática. Este fenômeno acaba influenciando diretamente as ações dos atores que compõem as situações formais de ensino, e como sendo inerentes das mesmas, está presente em todas as relações de Ensino e Aprendizagem. Todavia, embora certos desdobramentos e ações sejam esperados, as incertezas permeiam esse processo:

> O contrato didático é necessariamente incerto. Se o professor tivesse certeza de que todos os alunos resolvem sem erros as situações e exercícios que apresenta, essa atividade perderia seu conteúdo didático e ele não a proporia mais. Nem o professor nem os alunos aceitariam tamanha ”perda de tempo" (BROUSSEAU, 2008, p. 76).

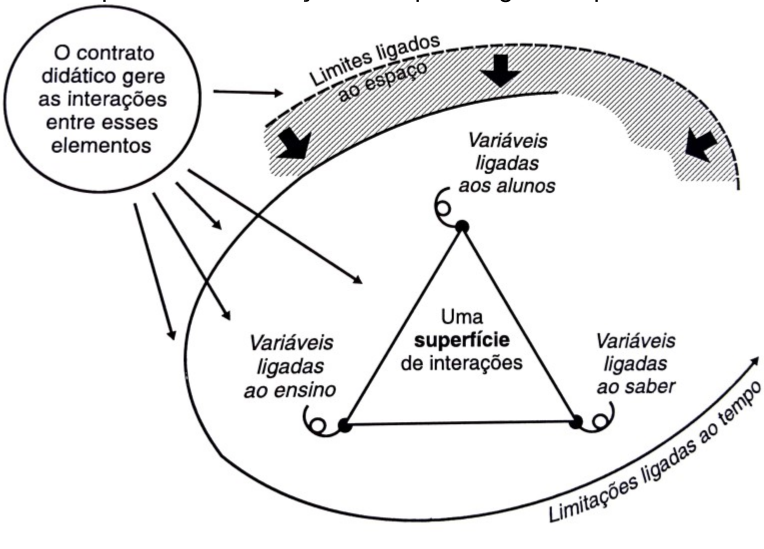
O Contrato Didático abrange as relações que ocorrem no processo de Ensino e Aprendizagem de determinados conceitos. Fenômeno este que não é restrito a sala de aula, podendo transpassar os demais níveis da educação escolar, todavia no contexto da sala de aula ele pode ser observado mais fortemente. É o que o professor espera do aluno e vice-versa. São as regras e acordos que regem as responsabilidades entre o professor e seus alunos, no processo de aquisição e construção de saberes. Estas regras são marcadamente implícitas, por vezes explícitas, e podem ser rompidas. Mais precisamente:

> [...] uma relação que determina – explicitamente em pequena parte, mas sobretudo implicitamente – aquilo que cada parceiro, professor e aluno, tem a responsabilidade de gerir e pelo qual será, de uma parte ou de outra, responsável perante o outro (BROUSSEAU, 1996 p. 51).

Por sua vez, Brousseau (2008, p. 75) ainda destaca que “não é possível pactuar um Contrato Didático entre o professor e aquele que é ensinado. ” Sem dúvidas, o mais genuíno aspecto que o caracteriza é a ausência de cláusulas de quebras e de sanções, uma vez que “não podem ser objeto de um acordo entre os dois protagonistas, pois só a aventura da aquisição do saber permite conhecer o sentido e as condições. ” (BROUSSEAU, 2008, p. 75).

Um Contrato didático só pode existir em meio a uma relação didática, essa por sua vez, surge da interação entre os polos professor aluno e saber. O esquema a seguir representa a localização do contrato didático na relação didática considerando a superfície de interações geridas pelo mesmo. Cada um dos vértices do triângulo representa uma das variáveis ligadas aos três parceiros presentes nas relações didáticas.

Figura 1 - Uma superfície de interações complexas geridas pelo contrato didático



Fonte: Jonnaert e Borght, 2002.

Jonnaert e Borght (2002, p. 178) destacam que há três elementos essenciais dentro do conceito de contrato didático. O primeiro deles é a ideia de compartilhar responsabilidades, ou seja, que a relação didática não está exclusivamente sob controle do professor, o aluno também tem que aceitar realizar seu ofício.

O segundo elemento é o implícito, os acordos não formalmente expressos. “O contrato didático se inquieta com esses ‘não-ditos’ e, mais do que isso, atribui-lhe um valor tão importante quanto as regras formuladas explicitamente e pelas quais o professor e os alunos estão ligados” (JONNAERT e BORGHT, 2002, p. 178).

O terceiro elemento descrito por Jonnaert e Borght (2002, p. 178) é a relação com saber. O contrato didático considera a relação e a assimetria que os sujeitos tem com o saber em jogo.

Ainda acerca da relação com o saber, Brito Menezes (2006, p. 52) acrescenta que ele "tem significações diferentes, dependendo do lugar a partir do qual ele é olhado". Considerando a subjetividade humana, seria impossível desatar-se da mesma para construção de um conceito universal de saber o qual desconsiderasse a visão particular de cada sujeito. Brito Menezes (2006, p. 52) salienta também que o saber é visto como algo a ser ensinado, na visão do professor, e como algo novo a ser aprendido e provado, na visão do aluno. Da mesma forma, o professor e o aluno se veem de forma diferente se "reconhecendo mutuamente e aceitando os direitos e as obrigações que o lugar que cada um ocupa pressupõe realizar. "

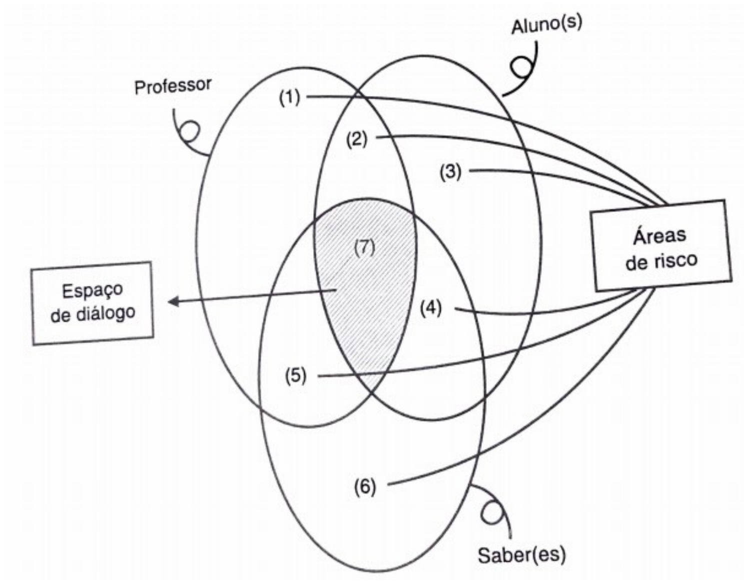
2.2 As funções do contrato didático

O contrato didático também pode ser caracterizado por suas funções. Assim, Jonnaert e Borght (2002) enfatizam que o dinamismo presente no contrato didático é oriundo dos funcionamentos contraditórios da relação didática, em que a relação do aluno com o saber estaria sempre em mudança. Os autores apresentam objetivamente três das funções do contrato didático:

> - a primeira função do contrato didático é criar ou ampliar espaços de diálogo entre os parceiros em questão;
> - a segunda função do contrato didático é estabelecer um vínculo entre os costumes da aula e o professor;
> -a terceira função do contrato didático é gerir um sistema de regras. (JONNAERT E BORGHT, 2002, p. 179)

Segundo os autores, na ausência dessa primeira função, a de criar ou ampliar espaços de diálogo entre os parceiros da relação didática, nada poderia ocorrer e cada um dos parceiros se isolaria em sua própria bolha. Por isso, torna-se necessária a ampliação das áreas de diálogos entre as três famílias de variáveis da relação didática (as variáveis ligadas ao aluno, àquelas ligadas ao professor e aquelas ligadas ao saber). Ilustrando essa discussão, Jonnaert e Borght (2002) propõem o esquema a seguir:

Figura 2 - Uma das funções do contrato didático: ampliar o espaço de diálogo - reduzir áreas de risco



Fonte: Jonnaert e Borght, 2002.

Ainda segundo os autores, a função do contrato didático seria a de ampliar a área 7, que é a que abriga as três famílias de variáveis e, consequentemente, o espaço de diálogo. As áreas 1, 3 e 6, seriam áreas de risco, pois é onde os parceiros da relação didática se encontram sós, não havendo a interação didática.

Sobre a segunda função, que diz que a função do contrato didático é estabelecer um vínculo entre os costumes da aula e o professor, Jonnaert e Borght, (2002, p. 182) salientam que é o costume da aula que dita as regras do funcionamento do grupo. Mas o que seria o costume da aula? O costume da aula é o modo de agir que já foi estabelecido, um comportamento que já se é esperado, “a capa sob a qual se refugia o implícito”.

Assim, a terceira função do contrato didático é gerir um sistema de regras. Jonnaert e Borght, (2002) ressaltam que o professor, ao gerir a aula, deve aceitar que ele apenas pode explicitar e compreender uma parte implícito que “o contrato didático não será jamais o esgotamento do implícito” (2002, p. 182). Por outro lado, os alunos também devem aceitar que só conhecerão uma parte das regras que o professor conduz implicitamente. Para compreendermos melhor essa terceira função do contrato didático, traremos considerações sobre o sistema de regras contratuais no tópico a seguir.

2.3 Sobre o sistema de regras contratuais

Um Contrato Didático é vivenciado fundamentalmente através de regras. O professor e seus alunos interagem entre si por meio de regras e convenções que delineiam suas responsabilidades na relação didática. Desse modo, Brousseau (1996, p. 50) propõe que o contrato didático é a “regra do jogo e a estratégia da situação didática”.

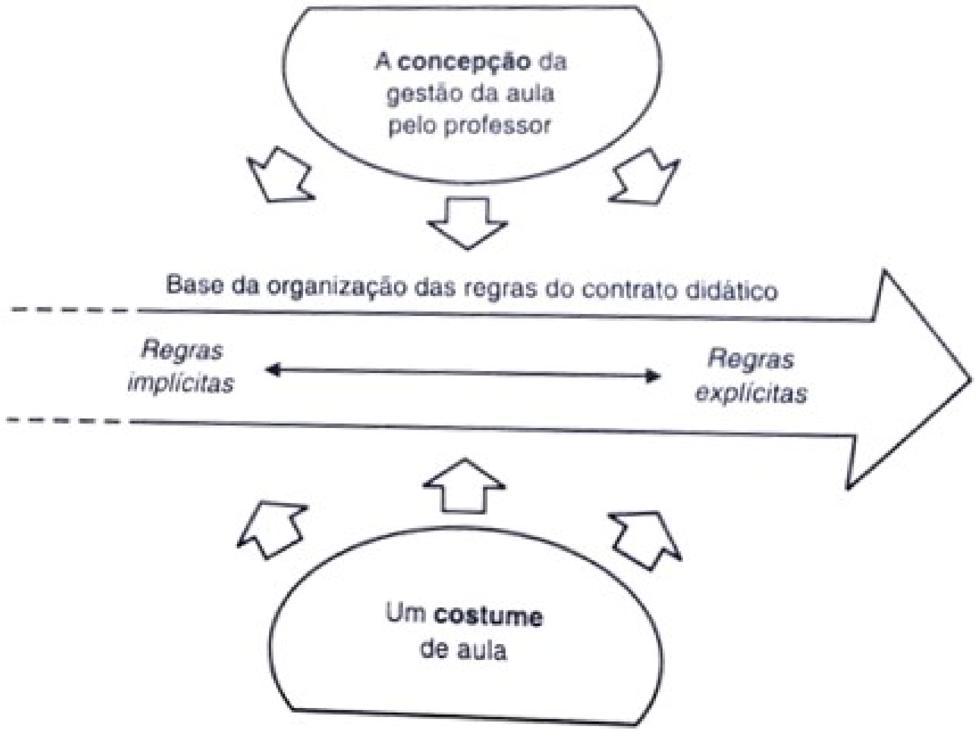
Neste sentido, uma das definições de jogo didático dada por Brousseau (1996, p. 77), diz respeito a organização de uma atividade, sob um sistema de regras, que definem um êxito ou um fracasso. Mas, se o jogo diz respeito fundamentalmente às regras, como seriam essas regras? Jonnaert e Borght (2002, p. 185), categorizam alguns tipos de regras que regem o funcionamento da aula:

> - regras explícitas e formuladas: essas regras são claras, são expressas sem ambiguidade pelas partes em questão; [...]
> - regras tácitas, mas convencionais: essas regras não são formuladas, mas são evidentes e aceitas por todos: por exemplo, o professor se compromete a corrigir os trabalhos que seus alunos lhes enviam; os alunos se comprometem a parar de jogar cartas quando a aula começar;
> - regras tácitas e não-convencionais: regras com as quais, em princípio, nenhuma das duas partes manifesta estar de acordo, instalam-se e gerem implicitamente uma parte das interações da relação didática; [...]
> - regras implícitas e inconscientes: modos de operar individuais, características da personalidade de uns e de outro fazem com que, inconscientemente, um dos parceiros da relação didática adote uma atitude que é implícita e geralmente inconsciente; [...]

Com isso, podemos observar que tais regras não forçam ou impõem uma obediência, e estão longe de serem normas norteadoras de condutas. “Se o contrato apenas diz respeito às regras de comportamento do professor ou do aluno, o seu respeito escrupuloso condenará a relação didática ao fracasso”. (Brousseau, 1996, p. 50). De fato, não há regras ou procedimentos que garantam o êxito a atividade docente, contudo essas são uma forma conduzir tais atividades de forma a alcançar os resultados esperados. No contexto da aprendizagem, por vezes, as rupturas das regras contratuais são mais importantes pois geram as inquietações que podem ocasionar a aquisição de saberes.

Assim, Jonnaert e Borght (2002, p. 182), ressaltam que há duas dimensões que incidem sobre o sistema de regras numa sala de aula, a concepção que o professor tem da gestão da aula e o costume da aula. Entende-se que a concepção que o professor tem da gestão da aula é o que estrutura a organização das regras, dentro do seu modo de operar. O esquema a seguir ilustra o sistema de regras da sala de aula:

Figura 3 - Regras implícitas e regras explícitas



Fonte: Jonnaert e Borght, 2002.

2.4 Das rupturas às renegociações

Por vezes, as regras implícitas de contrato contrapõem-se com as regras explícitas. Retomemos o problema da *Idade do Capitão* apresentada no início do capítulo. Há uma tendência histórica de os problemas matemáticos só fornecerem uma parcela de informações que sejam úteis para resolvê-los. Isso aponta que pode haver uma cláusula de contrato que dite que todas as informações apresentadas no problema devam ser utilizadas, e ainda que todos os problemas terão solução, possivelmente uma única e verdadeira.

Quando os dados fornecidos não são suficientes para se obter uma resposta satisfatória, ou quando os dados fornecidos são irrelevantes para a chegada numa solução para o problema, os alunos ainda tentam responder o problema apresentado, fazendo operações com as informações dadas. Almouloud (2007, p. 92) ressalta que esse tipo de situação, em que o professor troca o tipo de problema utilizado, pode ser considerado como uma ruptura no contrato didático.

Contudo, as rupturas são necessárias para que novos saberes sejam mobilizados. É necessária desconstrução dos saberes em jogo, que o professor promova meios que objetivem a aquisição de saberes pelos alunos, assumindo assim o seu papel na relação didática.

> Em particular, as cláusulas de ruptura e enquadramento do contrato não podem ser descritas antecipadamente. O conhecimento será precisamente aquilo que resolverá as crises resultantes dessas rupturas, que não podem ser predefinidas. Contudo, no momento em que se dão, tudo se passa como se um contrato implícito ligasse o professor ao aluno: surpresa do aluno que não sabe resolver o problema e que se insurge contra o fato de o professor não ter sabido torná-lo capaz de o fazer, surpresa do professor que considerava razoavelmente suficientes as suas prestações... revolta, negociação, procura de um novo contrato que depende do novo <<estados>> dos saberes... adquiridos e visados. (Brousseau, 1996, p. 50)

Portanto, a ruptura pode revelar uma intencionalidade do professor de mobilizar os saberes dos alunos diante novas situações, para isso é necessário que haja renegociações das cláusulas quando estas são rompidas. O papel do professor é criar condições que visem garantir a devida apropriação dos saberes em questão.

Neste sentido, Almouloud (2007, p. 91) relata que no ensino francês, do início fundamental até a 5ª série (6º ano), os problemas matemáticos são apenas numéricos ou geométricos e que a partir da 6ª série (7º ano) começa-se a se trabalhar com letras e números, o que pode ser identificado como uma quebra no contrato didático e gerador de dificuldade nestes anos. Apontamos aqui certa similaridade com o nosso sistema educacional, em que a organização curricular ocorre de maneira semelhante, o que pode evidenciar a ocorrência de rupturas desse tipo. Almouloud (2007, p. 91) salienta também que a ruptura de contrato didático e a sua renegociação pode evidenciar fatores positivos ou negativos para a aprendizagem durante as interações aluno- saber- professor.

Ademais, Jonnaert e Borght (2002, p.166) trazem que o contrato didático gere as relações didáticas, sem cristalizá-las em regras definitivas, colocando-as em tensão por meio de uma série de rupturas. Os autores ainda acrescentam que tais rupturas são necessárias para cada um dos parceiros da relação didática modifiquem sua relação com o saber em jogo. “A aprendizagem escolar é sempre tributária dessas rupturas! ”

2.5 Núcleo duro de contrato

Segundo Almeida (2016), há uma relação entre as regras de contrato e as técnicas matemáticas relativas a um saber que esteja em jogo. De forma que estas técnicas e regras tendem a se cristalizar gradualmente ao longo das aulas. Em decorrência disso, o núcleo duro de contrato surge como uma espécie de passo a passo a ser seguido, em todas as situações que possuam um mesmo tipo de natureza. Nos aprofundaremos mais sobre o conceito no item 5.2.

2.6 Efeitos de contrato

Com esse processo contínuo de cumprimento e ruptura de regras, negociações e renegociações é possível observar alguns fenômenos decorrentes dos mesmos, os chamados efeitos de contrato. As regras estabelecidas, as negociações e as expectativas geradas nas relações didáticas podem produzir alguns efeitos decorrentes das mesmas. Caracterizaremos aqui os principais efeitos de contrato, também chamado de efeitos perversos de contratos, descritos na literatura.

2.6.1 Efeito Pigmaleão ou fenômeno das expectativas

Segundo Almouloud (2007), o efeito Pigmaleão é o efeito das expectativas na percepção do professor sobre os alunos, o que pode inclusive conduzir os acordos em sala de aula. Este fenômeno está diretamente ligado ao Contrato Didático, uma vez que o grande viés do Contrato Didático são as expectativas mútuas dos atores que compõem o processo de Ensino e Aprendizagem, não sendo, portanto, algo negativo. A imagem que o professor faz dos alunos afeta o seu nível de exigência em relação aos mesmos.

2.6.2 Efeito Topaze e o controle da incerteza

Brousseau (1996, p. 76), apresenta o conceito retratando uma peça de teatro a qual um professor chamado Topaze, daí a nomenclatura dada ao fenômeno, ao realizar um ditado, tenta fazer com que os alunos escrevam corretamente as palavras enfatizando a letra “s”, que indica os plurais. O professor Topaze, acaba induzindo assim que os alunos escrevam as palavras da maneira por ele esperada.

Para evitar possíveis dificuldades dos alunos, o professor pode utilizar-se de estratégias que visem de antemão buscar dissipar os prováveis obstáculos que venham a existir. Tal procedimento ficou conhecido como efeito “Topaze”. O professor busca conduzir os alunos às respostas já previstas, tirando parte das responsabilidades que deveriam ser deles. Em geral, as atividades são escolhidas de modo a adequar-se a um modelo trabalhado, ou de modo a produzir uma resposta já esperada.

2.6.3 Efeito Jourdain ou mal-entendido fundamental

É uma espécie derivação do efeito Topaze. Através do emprego de estratégias de ensino, o professor interpreta como manifestações do saber sábio, comportamentos ou respostas banais dos alunos. O professor, precipitadamente, reconhece que o aluno desenvolveu determinado conhecimento, a partir de uma resposta apresentada, que pode não ser fruto de uma reflexão real acerca do novo conteúdo.

Em busca de um resultado satisfatório, por vezes o professor acaba apresentando situações alegóricas, pouco correlacionadas com o objeto de estudo, que induzem uma resposta prática, mas que podem não gerar uma associação eficaz ao objeto estudado. Almouloud (2007).

2.6.4 O deslize metacognitivo

Sobrevém quando há um deslocamento do saber a ser estudado, dando ênfase à determinada técnica útil na resolução das atividades. Almouloud (2007) cita alguns exemplos como a utilização de diagramas de flechas, no estudo da teoria dos conjuntos e a utilização da árvore de possibilidades, para resolver problemas de contagem. Ocorre quando o professor enfatiza determinados procedimentos, convenientes na solução de determinados problemas, preterindo os reais saberes que deveriam ser desenvolvidos.

2.6.5 O uso abusivo da analogia

Por vezes, torna-se útil a utilização de analogias para facilitar o entendimento de um dado assunto. Contudo, Brousseau (2008) ressalta que a analogia pode ser a principal geradora de efeitos Topaze. Quando há um fracasso recorrente na aprendizagem do aluno, o professor eventualmente replica problemas já trabalhados, de forma a trabalhar as similaridades das situações apresentadas, visando promover a aceitação de determinados algoritmos.

O aluno pode apropriar-se da estratégia procedimental, mas as repetições, em geral, só produzem memorizações. O professor empenha-se de tal forma a viabilizar a familiaridade do aluno com o saber, que acaba por facilitar demasiadamente a tarefa que seria de responsabilidade do aluno. Desse modo, as respostas provocadas podem ser pouco aprofundadas e a eficácia da aprendizagem pode ser comprometida.

2.6.6 O envelhecimento das situações de ensino

Mesmo que já tenha lecionado determinado conteúdo, o professor pode sentir certa dificuldade de trabalhá-lo com um novo grupo. Cada aula possui uma unicidade de tal forma que é impossível prever com exatidão o que irá decorrer da relação do professor com o sistema aluno, meio e saber.

A eficácia de determinado método, em um dado momento não é garantia de êxito em uma tentativa de reprodução, com outro grupo de alunos. Com isso, o desejo de inovação parece comum por parte dos professores, ao menos de pequenas alterações, sejam na forma de exposição do tema trabalhado ou nos exemplos dados. Contudo, Brosseau (2007, p. 85) pontua que as aulas em que há uma exposição da temática seguida de exercícios ou uma rápida instrução seguida de situação de aprendizagem em que não ocorrem intervenções consideráveis por parte dos professores, envelhecem de modo mais lento.

Há dispositivos que visam controlar as práticas educacionais, os programas, currículos e demais documentos governamentais, que inclusive conduzem e delineiam o entendimento de inovação. Nota-se que há desejo constante de renovação na conjuntura do sistema educacional, porém o retorno dado por estes dispositivos são alterações pouco expressivas. Brousseau (2008, p. 87) ressalta que o sistema educacional tende a fazer com que as renovações tenham pouca relação com fatores realmente relevantes sobre o objeto de ensino, e que "as modificações de programas obedecem a processos semelhantes aos da moda em relação à roupa".

Para fins práticos a nossa pesquisa, apresentamos no quadro a seguir um resumo de cada um dos efeitos de contrato discutidos neste tópico.

Quadro 1 - Resumo dos efeitos de contrato didático

EFEITOS	RESUMOS
TOPAZE	Quando um aluno encontra uma dificuldade, o efeito topázio consiste, de uma maneira ou de outra, a superar essa dificuldade em seu lugar.
JOURDAIN	Um comportamento banal do aluno é considerado como a manifestação de um grande conhecimento.
ESCORREGAMENTO METACOGNITIVO	Tomar uma técnica, acreditando como útil para resolver um problema, como objeto de estudo e perder de vista o verdadeiro conhecimento a ser desenvolvido.
USO ABUSIVO DE ANALOGIAS	Substituir o estudo de uma noção complexa pelo estudo de uma analogia.

Fonte: Almeida, 2009.

2. 7 Outros tipos de contrato

A literatura pressupõe a existência de outros tipos de contratos. Embora o tema que norteia a nossa pesquisa seja o Contrato Didático, consideramos importante tecer comentários acerca de outros contratos, a saber o contrato pedagógico, o contrato experimental e o contrato diferencial.

2.7.1 O contrato pedagógico

A ideia de contrato pedagógico, comumente se confunde com a de contrato didático, por isso é relevante traçar suas diferenças. Há “um nível de relação entre professor e aluno, que não envolve, necessariamente, o saber. A este tipo de relação, os estudiosos da Didática da Matemática chamaram de contrato pedagógico.” (BRITO MENEZES, 2006, p. 53).

Acerca do contrato pedagógico ressaltamos que há relações de poder em todas as instâncias e conjunturas sociais e a sala de aula não é um ambiente isolado. Por vezes, o professor precisa fazer uso de sua autoridade para manter o controle e bom funcionamento do ambiente compartilhado por ele e seus alunos, contudo a sala de aula não é deveras um ambiente tirânico, para tanto, alguns acordos são realizados.

Algumas regras são negociadas por ambas as partes, sendo, portanto, marcadamente explícitas e são compostas principalmente de compromissos a serem assumidos pelos docentes e discentes. “Ressalta-se que o contrato pedagógico é um compromisso assumido pelo aluno de realizar uma tarefa e um compromisso assumido pelo professor de oferecer-lhe todos os recursos de que ele necessita para realizar essa tarefa” (JONNAERT E BORGHT, 2002, p. 182).

2.7.2 O contrato experimental

No âmbito das pesquisas em sala de aula, quando as situações experimentais são realizadas há uma mudança significativa na configuração do ambiente didático. Embora haja ligações entre o contrato pedagógico e o experimental “ as respostas dos estudantes ao experimentador, mais ainda se o tema da pesquisa não é um assunto comum da aula, parecem mais ligadas a cláusulas de um contrato experimental e não de um contrato didático” (D’AMORE, 2007, p. 121).

Neste sentido, Brito Menezes (2006 p. 53) enfatiza que “enquanto que no contrato didático o lugar do conhecimento é o do ensino (e da aprendizagem), no contrato experimental o lugar do conhecimento é o da investigação científica. ” A pesquisadora acrescenta ainda que a cerne de ambos contratos é a mesma.

Desse modo, consideramos que em algum momento, no processo de ensino e aprendizagem, o professor e seus alunos retomam o seu papel habitual na relação didática com o saber, e é nesse campo que a investigação deve atuar. Em especial, quando o professor não é o pesquisador, há uma tendência do mesmo e seus alunos a reproduzirem as regras de contrato as quais já têm experiência.

2.7.3 O contrato diferencial

Torna-se relevante apresentar na nossa pesquisa mais um conceito de contrato, que está intimamente atrelado a ideia de contrato didático, o contrato diferencial. Um professor não pactua um mesmo contrato em grupos de alunos distintos, ou até mesmo essa diferenciação pode se estabelecer entre alunos de um mesmo grupo. Resultados de pesquisa nesse tema têm mostrado que o professor, de certa forma, ‘elege’ determinados alunos que ele supõe que terão sucesso em sua disciplina, e em detrimento disso, aqueles que são fadados ao fracasso (BRITO MENEZES, 2006, p. 54).

O motor da relação didática é a relação que cada um dos outros parceiros, professor e seus alunos, mantém com o saber (JONNAERT e BORGHT, 2002). Por isso, em nosso estudo, torna-se imprescindível evidenciar algumas características do saber que está em jogo. Desse modo, optamos por tratar a álgebra em seu sentido amplo, para podermos situarmos os sistemas lineares dentro de sua conjuntura. Assim, no capítulo a seguir, apresentaremos uma discussão sobre a álgebra escolar dentro do seu contexto histórico e educacional.

3 ÁLGEBRA: CONTEXTOS HISTÓRICOS E EDUCACIONAIS

O sistema linear é um tema do campo do saber algébrico que consegue englobar boa parte das discussões desse campo de conhecimento. Assim, neste capítulo, pretendemos trazer uma discussão acerca da álgebra, evidenciando alguns aspectos que nos permitam compreender melhor seu funcionamento dentro do contexto escolar, de modo a contribuir com nosso objetivo de pesquisa.

Desse modo, inicialmente, iremos discorrer de forma cronológica, sobre alguns dos principais aspectos que caracterizam o percurso do desenvolvimento da álgebra. Na sequência iremos apresentar algumas das principais concepções dadas à álgebra, com base em publicações que discutem a temática. Finalizaremos o nosso capítulo, lançando o olhar para o recorte da álgebra que está no cerne de nosso trabalho, os sistemas de equações lineares.

3.1 Contexto histórico

É importante ressaltarmos como foi longa a trajetória do processo de construção do que conhecemos hoje como álgebra. Não se trata de um saber intuitivo e imediato, o que pode refletir de forma substancial nos obstáculos encontrados no seu processo de Ensino e Aprendizagem, em especial no ensino das equações de primeiro grau e na sua posterior articulação com os sistemas lineares. Não consideramos que a introdução de novos caracteres ou notações especiais caracterizam fundamentalmente o desenvolvimento de um saber mais relevante no campo algébrico. Contudo, consideramos que essa organização favorece em alguns pontos a apresentação do contexto histórico, portanto, discorreremos deste modo.

Tradicionalmente, alguns autores como Roque (2012), Eves (2011) e Boyer (1996), dividem a história da álgebra em três fases: a retórica, a sincopada e a simbólica. No período da álgebra chamado de retórico os conhecimentos eram puramente verbais, o passo a passo para resolução dos problemas também eram dados desta forma.

Na fase sincopada da álgebra houve a introdução de abreviações de palavras e de alguns símbolos. Na fase atual da álgebra, a simbólica, houve um mergulho maior na abstração e na utilização de notações.

Embora as atuais simbologias empregadas pela álgebra sejam encaradas com certa naturalidade, nas publicações voltadas ao ensino e aprendizagem da mesma, houve um longo processo de transição do estágio verbal até o desenvolvimento dos simbolismos utilizados atualmente. Roque (2012) e Boyer (1996) consideram que a gênese do que entendemos hoje como álgebra, foi desenvolvida por volta de 1700 A.C. na Babilônia. Nesse período, instruções procedimentais eram gravadas em tabletes que detalhavam técnicas a serem utilizadas na resolução de determinados problemas.

Os problemas encontrados nas placas babilônicas seriam usualmente resolvidos hoje por meio de equações. Contudo, Roque (2012, p. 47) traz que seria anacrônico considerar que os babilônios soubessem resolver Equações, pois, mesmo constando-se algum nível de generalidade nos algoritmos usados na solução dos exercícios, não haveria uma regra geral para problemas de mesma natureza que pudesse ser aplicada a casos particulares. “A generalidade dos algoritmos babilônicos é distinta, pois eles constroem uma lista de exemplos típicos, interpolando-os, em seguida, para resolver novos problemas”. (ROQUE, 2012, p.48). Durante esse período, a Matemática era puramente retórica, os problemas eram descritos e resolvidos de forma verbal.

Deste período, até outra contribuição notável no campo algébrico, passariam quase dois milênios. Foi com o grego Diofanto (cerca de 250 d.C.), em seu livro Aritmética, que foi introduzida à notação de um símbolo para expressar uma incógnita, o que possibilitou os demais refinamentos posteriores. Aqui já eram utilizadas algumas abreviações e um símbolo especial para representar o sinal da igualdade, o que aproxima um pouco mais da escrita utilizada nos dias atuais.

Assim, Diofanto é constantemente mencionado como o pai da álgebra. Contudo, Boyer (1996, p. 136) ressalta que há ressalvas neste título, uma vez que sua obra não é o que forma a base da álgebra elementar moderna. Porém a matemática de Diofanto é o marco do período da álgebra caracterizado como sincopado, no qual há alternância entre palavras, abreviações de palavras e símbolos.

Os árabes fizeram contribuições relevantes para a Matemática, em especial na álgebra. Atribui-se a origem do termo “álgebra” a um dos livros do matemático árabe Mohammed ibn Musa al-Khwarizmi, que por volta do ano de 830, escreveu um tratado de álgebra intitulado *Hisab al-jabr w'al-muqabala*. A palavra álgebra seria derivada da *al-jabr* que, segundo Roque (2012, p. 196), pode ser traduzido como “restauração”, uma das operações usadas na resolução de equações, que consistia em adicionar termos iguais a ambos os membros da equação. Já a palavra *muqabala,* significa “balanceamento”, sendo outra etapa na resolução de equações.

Nesta linha, Roque (2012, p.96) destaca que a álgebra de Al-Khwarizmi era puramente retórica, havendo um vocabulário padrão para se referir aos objetos que surgiam dos problemas. Mesmo não empregando simbolismos, Boyer (1996, p. 167) aponta que *al-jabr* está mais perto da álgebra elementar contemporânea do que a obra de Diofanto. Assim, o título de pai da álgebra seria mais legitimamente atribuído a Al-Khwarizmi, pois o seu tratado de álgebra “não se ocupa de problemas difíceis de análise indeterminada, mas contém uma exposição direta e elementar da resolução de equações”.

Assim, saltaremos agora para os séculos XIX e XX, nos quais tivemos o desenvolvimento da notação algébrica moderna, com a criação de estruturas mais puramente abstratas. Neste período, o simbolismo já estaria estabelecido. Ocorreu aqui um maior aprofundamento do “cálculo com letras”, que permitiu generalizações de modelos e manipulações mais sofisticadas (ROQUE, 2012).

Entre os principais nomes deste período, matemáticos responsáveis por grandes contribuições, estão Galois (1811-1832) e Bourbaki (a partir de 1935), pseudônimo utilizado por um grupo de matemáticos franceses. Galois pesquisou quando as equações polinomiais são resolúveis por radicais, dando grandes contribuições a noções abstratas. Bourbaki propôs uma reorganização da Matemática por intermédio da Teoria dos Conjuntos, articulando a Aritmética, Análise, Álgebra e a Geometria, áreas que historicamente haviam se desenvolvido de maneira dissociada (BOYER, 1996).

Seguiremos apresentando algumas concepções relativas a álgebra.

3.2 Das concepções da álgebra

É uma tarefa árdua tentar definir a álgebra. Houve um longo processo de construção do que conhecemos hoje por álgebra, e ela inclusive se redesenha ao longo da trajetória acadêmica. Entendemos que é uma temática muito complexa, que possibilitaria uma grande variedade de discussões e por isso alguns recortes precisam ser lançados. Desse modo, fundamentaremos nossos recortes, mais amplamente, nas concepções de Lins e Gimenez (2006) e Usiskin (1995).

A álgebra é um dos principais campos da Matemática, no qual se estudam importantes manipulações de estruturas algébricas, entre elas, as equações e os sistemas lineares. Não há uma definição consensual entre os autores sobre o conceito de Álgebra, contudo há uma tendência constante em caracterizá-la (LINS e GIMENEZ, 2006; USISKIN, 1995) como o ramo da Matemática que estuda as generalizações aritméticas, por meio da utilização de símbolos para expressar as grandezas ou incógnitas.

Nota-se a relevância atribuída à utilização e manipulação de símbolos para expressar e identificar algum signo desconhecido, o que, por si só, poderia ser uma visão reducionista de uma temática demasiadamente complexa. Todavia, Lins e Gimenez (2006, p.137) parecem apresentar uma síntese satisfatória quando afirmam que “a álgebra consiste em um conjunto de afirmações para as quais é possível produzir significado em termos números e operações aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade”.

Nesta linha, Usiskin (1995, p. 13) caracteriza quatro das principais concepções dadas à álgebra, sendo as três primeiras pertinentes à nossa pesquisa, por estarem mais voltadas à álgebra da escola básica. A primeira delas é a da álgebra vista como a aritmética generalizada, em que as variáveis são vistas como generalização de modelos. “Dentro dessa concepção de álgebra, as instruções chave para o aluno são traduzir e generalizar”. Segundo Usiskin (1995, p. 13), essa é uma visão bem difundida no meio acadêmico, é a que permite, por exemplo, generalizar a expressão $3 + 5 . 7 = 5 . 7 + 3$ como $a + b = b + a$.

Neste sentido, Rocha Falcão (1997, p. 104) discute que no núcleo epistemológico da álgebra, enquanto campo conceitual, há uma ruptura de procedimento que a álgebra exerce em relação à aritmética. Contudo, o autor ainda traz que também haveria uma continuidade que não pode ser desprezada, uma vez que muitos dos problemas enfrentados em didática da álgebra são originários da álgebra.

Destacamos aqui que o fato de alguns estudantes, por vezes, utilizarem exaustivamente métodos aritméticos onde métodos algébricos seriam mais eficazes, pode estar relacionado à dificuldade de compreensão desta concepção da álgebra como aritmética generalizadora (USISKIN, 1995).

A segunda concepção apontada por Usiskin (1995, p. 13) é *a da álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*. Nesta concepção, as variáveis são incógnitas ou constantes e os procedimentos instruem como simplificar e resolver problemas. “Neste caso, as instruções-chave são simplificar e resolver”. A exemplo, vamos considerar o sistema de equações a seguir:

$$\begin{cases} 2x + y = 12 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

Um procedimento possível seria multiplicar a equação por -1 e depois somar as equações. Em seguida, outros procedimentos devem ser adotados, a depender do professor e seus alunos, até chegar o resultado x = 5 e y = 2.

Na terceira concepção apresentada, a álgebra seria vista como estudo das relações entre as grandezas, no qual se teria um maior apelo à ideia que as variáveis de fato variam, sobretudo no trabalho com funções e fórmulas.

Na quarta abordagem caracterizada por Usiskin (1995), a álgebra seria vista como o estudo das estruturas, como grupos e anéis, por exemplo. Essa concepção é mais voltada a cursos superiores, tendo um maior apelo à manipulação sem dar muita relevância às referências numéricas.

A concepção dada ou adotada da álgebra pode refletir diretamente nas práticas que ocorrem em situações formais de ensino, bem como na organização didática de livros escolares. Dado isto, discutiremos no tópico a seguir alguns aspectos acerca da álgebra escolar.

3.3 A álgebra na escola básica

Atualmente, no Brasil, os conhecimentos algébricos somam uma boa parte do currículo da educação básica. Segundo Miorim et al (1992, p. 40), a álgebra foi incorporada ao currículo brasileiro no século XIX, juntando-se, assim, a outras cadeiras já existentes como a Aritmética, a Geometria e a Trigonometria. Contudo, a partir de 1931, com a reforma Francisco Campos, essas cadeiras passariam ter uma denominação comum: Matemática. Na época, o ensino da álgebra possuía um aspecto mais instrumental, eram apresentados algoritmos a serem memorizados e reproduzidos pelos estudantes.

Miorim et al (1992, p. 40) aponta que houve uma grande carência de estudos no Brasil acerca da álgebra no período que compreende as décadas de 70 e 80. Em contrapartida, vemos nas últimas décadas, um aumento notável das publicações voltadas a esta temática.

Ainda que, nas publicações voltadas a seu Ensino e Aprendizagem, haja algum consenso em definir certos temas como pertencentes à álgebra, ainda há alguns impasses em fazê-lo. Lins e Gimenez (2006, p. 89) salientam que construir um consenso sobre a álgebra tomando-se em conta apenas os conteúdos pertencentes a ela pode ocasionar dois desenlaces pouco positivos: o primeiro deles seria a dificuldade em definir se outros tópicos deveriam ou não estar compreendidos na álgebra; o segundo impasse seria saber de que forma organizar um currículo para uma educação algébrica e, desta forma, saber se os tópicos pertencentes ao currículo são relevantes ou baseados fundamentalmente em tradicionalismos.

Embora a recomendação dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco acerca da álgebra dos Anos Finais do Ensino Fundamental seja “com o surgimento das ‘letras’, é importante que o estudante construa a noção de variável e reconheça uma expressão algébrica como a interpretação de uma relação entre duas grandezas.” (PCPE, 2012, p.101). Alguns autores como Almeida (2016, p. 39) discutem que “a álgebra se revela muito mais na maneira do sujeito pensar, em detrimento da linguagem utilizada para expressar esse pensamento”.

Nesta linha, defende-se que não é a utilização de letras que caracterizariam essencialmente o pensamento algébrico, mas, sim, a leitura dada, o raciocínio elaborado na resolução de um dado problema. A exemplo, Almeida (2016, p. 39) questiona se a expressão 7 + 5 = 12 é de domínio algébrico ou aritmético. Para os "letristas" (elucidaremos o termo mais adiante), como não há nenhuma incógnita na expressão dada, ela seria de domínio aritmético. Todavia, se o sujeito compreende que o sinal de igualdade simboliza uma equivalência entre os termos situados antes e depois do sinal, estaríamos diante de um pensamento algébrico.

Lins e Gimenez (2006) evidenciam duas abordagens dadas à álgebra, as "letristas" e as "facilitadoras". As abordagens letristas utilizam como parâmetro da atividade algébrica a utilização de letras. Os docentes alicerçados nessa concepção recorreriam, presumivelmente, a prática de algoritmos seguidos de exercícios, num formato já herdado aritmético e cuja eficiência vem demonstrando pouco sucesso. Um dos principais problemas relacionados a essa prática seria o fato de que a mesma "não se baseia em investigação ou reflexão de qualquer natureza ou profundidade, apenas em uma tradição, tradição essa que estudos e projetos de todos os tipos, e por todo o mundo já mostraram ser ineficaz e mesmo perniciosa à aprendizagem." (LINS e GIMENEZ, 2006, p.106).

Numa abordagem facilitadora, espera-se que as abstrações sejam desenvolvidas a partir de uma situação concreta. A exemplo, a clássica situação à qual um docente propõe a ideia de equilíbrio numa balança, no ensino das equações. Lins e Gimenez (2006, p. 107) relatam um estudo realizado pelas pesquisadoras inglesas K. Hart e A. Sinkinson, que buscou investigar o que ocorria quando as crianças passavam pela transição de atividades concretas para abstratas dentro de um mesmo conteúdo, a saber, as equações. No estudo em questão, as crianças não conseguiam relacionar o que haviam feito no concreto do que haviam feito no formal. Para Lins e Gimenez (2006), os resultados deste estudo apontam que a atividade concreta e a formal tratam de saberes de naturezas diferentes. Em outras palavras, um bom desempenho em uma dada atividade concreta não garante que houve um desenvolvimento formal.

Embora a abordagem facilitadora a princípio pareça ter efeitos um pouco menos perversos, Lins e Gimenez (2006) destacam que as duas abordagens apresentam equívocos. Na letrista, por desconsiderar que o cálculo com letras não carrega em si nenhum significado. Na facilitadora, por pressupor que um saber obtido através da manipulação de algo concreto pode resultar automaticamente na construção de um saber formal, abstrato.

Se definir álgebra já provoca grandes possibilidades de abordagens, caracterizar o pensamento algébrico é igualmente complexo. Para Brito Menezes (2006, p. 117) “construir uma noção clara do que vêm a ser variáveis e/ou incógnitas é um dos aspectos mais importantes no desenvolvimento do pensamento algébrico”. Notamos que há um alinhamento, podendo ser interpretado como uma espécie de recorte, com os elementos que Miorim et al (1993) consideram como caracterizadores do pensamento algébrico, a saber: “percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização” (MIORIM et al, 1993, p. 87).

Por sua vez, Lins e Gimenez (2006, p. 151) trazem que o pensamento algébrico tem três características essenciais. São elas:

> 1. Produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmeticismo);
> 2. Considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso internalismo);
> 3. Operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade) (LINS e GIMENEZ, 2006).

Considerando o exposto acima, vemos que tradicionalmente os professores tendem a valorizar a manipulação algébrica, apresentando uma série de algoritmos a serem repetidos e memorizados, o que pode não contribuir com o desenvolvimento do pensamento algébrico. Pensar algebricamente é uma atividade que vai muito além do habitual cálculo com letras.

Contudo, torna-se necessário considerar que há normatizações em documentos oficiais que regulamentam a educação básica e que impactam diretamente a prática do professor em sala de aula e, consequentemente, na percepção dos conceitos pelos alunos. Logo, é necessário refletir acerca destes documentos de forma a compreender melhor os seus reflexos na educação. Discutiremos acerca do tratamento dado à álgebra na perspectiva dos documentos oficiais no tópico 2.5. Salientamos que o enfoque será dado a um recorte da álgebra escolar, os sistemas lineares.

3.4 Algumas passagens relevantes no campo algébrico

Acredita-se ser uma ruptura relevante à passagem da aritmética para álgebra, uma vez que, nessa mudança de conhecimento matemático os alunos precisam se adaptar a um novo saber, rearranjando e adequando-os a saberes já existentes. Essa transição entre aritmética e álgebra se acentua nos Anos Finais do Ensino Fundamental, sendo um solo fértil para pesquisas que visam a compreender a dinâmica deste processo. A exemplo, no Brasil, os estudos de Brito Menezes (2006) e Almeida (2009), que discutem a temática do ponto de vista do Contrato Didático. Internacionalmente, temos Booth (1995) e Usiskin (1995), que discutem sobre as concepções da álgebra, comentando a referida passagem.

Neste sentido, Booth (1995) discute a passagem da aritmética para álgebra do ponto de vista das dificuldades encontradas pelos alunos nesse processo. Através de uma pesquisa realizada com estudantes do oitavo ano, por intermédio de entrevistas, o autor categorizou quatro dos principais aspectos que poderiam dar origem aos erros cometidos pelos alunos. São eles: o foco da atividade algébrica e a natureza das respostas; o uso da notação e da convenção em álgebra; o significado das letras e das variáveis e os tipos de relações e métodos usados em aritmética.

Quanto ao foco da atividade algébrica e a natureza das respostas, Booth (1995, p. 24) ressalta que a álgebra trata de generalidades, o que contrasta com o foco da atividade aritmética, que seria de encontrar respostas numéricas particulares. Muitos dos estudantes, ao se depararem com expressões puramente algébricas, buscam apresentar uma solução numérica, mesmo que a mesma não seja a adequada para o problema.

Neste sentido, como já colocado, há uma ruptura importante na passagem da aritmética para álgebra, devido à natureza intrínseca de cada um destes campos do conhecimento. Contudo, essa transição não caracteriza um abandono da aritmética, e mais, para Booth (1995, p. 33), as dificuldades que os alunos têm em álgebra podem não ser oriundas da álgebra propriamente dita, mas de procedimentos aritméticos que podem não ter sido aprendidos de maneira satisfatória dentro do próprio contexto aritmético.

Nesta perspectiva, dentro do próprio campo algébrico há outras transições que são igualmente consideráveis. Uma delas diz respeito à passagem da linguagem materna à algébrica. Neste sentido, Almeida (2008) estudou o Contrato Didático na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução de equações, numa turma de sétima série do Ensino Fundamental.

No estudo, Almeida (2008) identificou que havia uma tendência, por parte da professora observada, a se trabalhar primeiramente as manipulações algébricas para posteriormente ser trabalhada a transição da linguagem verbal para algébrica. Outra inclinação por parte da docente era o ato de repetir várias vezes algumas palavras, durante a leitura dos problemas propostos, para as quais era necessário haver a tradução para linguagem algébrica. Entendemos que possa ter havido aqui um efeito similar ao que Brousseau (2008) caracterizou como Topaze, em que a professora prevendo as possíveis dificuldades dos alunos em transitar pela linguagem verbal e algébrica buscou conduzir indiretamente as respostas que esperava que fossem apresentadas pelos alunos.

Nos tópicos anteriores, vimos que, na história do conhecimento algébrico, milênios se passaram no percurso entre os estágios verbal, sincopado e simbólico. Todavia, há uma tendência acadêmica demasiada ao se tentar abreviar a etapa de transição do verbal para o simbólico, no processo de construção dos conhecimentos dos alunos.

Por vezes, também as manipulações algébricas são trabalhadas exaustivamente para que depois se venha a trabalhar o conhecimento na linguagem natural. Usiskin (1995, p. 21) considera que no passado havia mais sentido a relevância dada ao domínio de técnicas para resolver problemas e no estudo de outras relações. Todavia, atualmente com o desenvolvimento tecnológico, em que computadores são capazes de resolver e simplificar expressões, manter-se essa exaltação da técnica é considerar a álgebra como uma estrutura, como o estudo das relações arbitrárias entre símbolos.

Ainda sobre o campo algébrico, Bessa de Menezes (2010) considera que dentro da própria álgebra pode haver outra ruptura de igual relevância, a passagem das equações de primeiro grau para as equações de segundo grau. Para o pesquisador, enquanto no primeiro tipo de equações o aluno elege o procedimento de resolução (a exemplo, a transposição de um membro para outro da igualdade, realizando a operação inversa), nas equações de 2º grau ele precisa lançar mão de outros procedimentos, como fatorar a equação ou mesmo utilizar a fórmula de Bhaskara.

No contexto da transição das equações do primeiro grau para as equações de segundo grau, consideramos que pode haver uma tendência por parte dos professores em fazer uma retomada de conceitos, que em tese já estariam estabelecidos, antes de introduzir os novos conceitos. Na pesquisa de Almeida (2016), o professor observado utilizou-se do conceito de equação do primeiro grau para apresentar o conceito de equações quadráticas, por entender que existiam conceitos comuns entre as equações.

Almeida (2016, p. 246) considera que iniciar com a equação do primeiro grau, para depois introduzir a equação do segundo grau, aponta para uma regra implícita de contrato na relação dos sujeitos de sua pesquisa. A regra em questão estabelece que o ensino das equações do segundo grau deve acontecer não a partir de uma ruptura com os conceitos da equação do primeiro grau, mas através de uma continuidade desses conceitos.

Nesta perspectiva, acreditamos que possa haver uma ruptura importante na transição da equação do primeiro grau para o sistema de equação do primeiro grau. Aqui há a inserção de outra incógnita, e as técnicas utilizadas para resolver a equação de primeiro grau já não são suficientes para resolver as novas situações apresentadas. É necessário agora relacionar essa equação com outra que possui as mesmas incógnitas, e com isso novas estratégias precisam ser estabelecidas. Também é necessário encontrar os valores que satisfaçam simultaneamente todas as equações.

Não basta agora transpor termos e realizar operações inversas, é preciso relacionar pares de equações, e ainda há o acréscimo de incógnitas onde até então só existia uma tradicionalmente representada pela letra "*x*". Apesar disso, as habilidades trabalhadas no processo de Ensino e Aprendizagem da equação do primeiro grau precisarão ser constantemente revisitadas.

Neste processo, na contramão do que é antes trabalhado, nem sempre uma solução será possível ou determinada. Também devem ser apresentados novos procedimentos e transitar entre a linguagem materna e algébrica pode acarretar em mais dificuldades para os alunos.

Os sistemas de equações lineares são uma ferramenta importante para resolução de problemas práticos. Contudo, como já dito, há uma carência de estudos que contemplem essa passagem entre os saberes algébricos, equação de primeiro grau e sistemas de equação lineares. Portanto, pretendemos aqui lançar as nossas contribuições.

3.5 Os sistemas lineares na perspectiva de documentos oficiais

Em geral, os documentos oficiais que orientam a Educação Básica propõem que a álgebra seja especialmente mais trabalhada nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Salientamos que nos anos finais do ensino fundamental os alunos se deparam com conceitos matemáticos de maior complexidade, é onde há, como já mencionado, a transição da aritmética para a álgebra, o que pode causar dificuldades consideráveis aos estudantes.

Neste sentido, é importante discutirmos, inicialmente, o que é apresentado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A saber, a BNCC é um documento normativo, para todas as esferas de ensino, sendo a referência na elaboração dos novos currículos a partir do ano de 2017.

A BNCC traz que o principal objetivo da unidade temática álgebra é o desenvolvimento do pensamento algébrico. Ela caracteriza-o como essencial na utilização de "modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos" (BRASIL, 2017, p. 270).

É no oitavo ano do ensino fundamental que surgem como objetos de conhecimento da BNCC a associação de uma equação linear de 1º grau a uma reta no plano cartesiano e a associação de uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. Também surgem como objetos de conhecimento os sistemas de equações polinomiais de 1º grau, com sua resolução algébrica e sua representação no plano cartesiano.

Neste sentindo, há uma preocupação na BNCC para que as equações e suas técnicas de resolução não sejam objetos de estudo por si só, mas como uma forma de resolver determinadas situações. Da mesma forma, recomenda-se que os sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas sejam articulados a outros saberes. A exemplo, ser trabalhado junto ao plano cartesiano, preferencialmente utilizando o contexto próprio do aluno.

A partir do ano de 2019, o Currículo de Pernambuco passou a orientar o trabalho pedagógico das escolas da educação básica no Estado, nos anos iniciais e no ensino fundamental. O Currículo de Pernambuco tem por base os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (PCPE, 2012) e a BNCC. Consideramos importante destacar alguns aspectos que se estabeleceram com a sua implantação, em relação a nossa temática.

Os Parâmetros Curriculares de Pernambuco traziam que a expectativa de aprendizagem, no oitavo ano, era que o aluno fosse capaz de “Resolver e elaborar problemas envolvendo um sistema de duas equações e duas incógnitas identificando o método adequado” (PCPE, 2012, p. 103). Só no nono ano do Ensino Fundamental que tínhamos como expectativa de aprendizagem que o aluno fosse capaz de “resolver problemas envolvendo sistemas de equações de primeiro grau com duas incógnitas pelos métodos de adição, substituição e comparação, e representar sua solução no plano cartesiano fazendo uso das representações simbólicas” (PCPE, 2012, p. 106). Assim, as representações algébricas e gráficas dos sistemas lineares deveriam ser, segundo os Parâmetros, trabalhadas de maneira dissociada, em anos diferentes do ensino fundamental.

No entanto, com a implementação do Currículo de Pernambuco alinhado à BNCC, passamos a ter como habilidades a serem trabalhadas ambas as representações, algébrica e gráfica. No oitavo ano do ensino fundamental, a habilidade esperada é que o aluno seja capaz de

> Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano e tecnologias digitais como recursos. (PERNAMBUCO, 2019, p. 129)

Observamos aqui que há uma atenção dada entre as representações desse conteúdo. Salientamos que a maneira do docente conduzir tais representações pode ser crucial no estabelecimento de conexões e no entendimento do aluno.

Embora não haja uma unanimidade em se definir uma álgebra escolar, notamos que há uma tendência nestes documentos em tratar a álgebra como ferramenta de resolução de problemas. Desse modo, ressaltamos que os documentos que norteiam a Educação Básica sugerem que a álgebra e os temas pertencentes à mesma, como equações e sistemas de equações, sejam utilizados na criação de modelos que representem determinada porção da realidade ou situações apresentadas. Possibilitando, assim, definir estratégias para que soluções oportunas a essas situações sejam encontradas.

Por fim, os documentos oficiais apontam caminhos que devem ser percorridos durante a trajetória do aluno no Ensino Fundamental. Por isso, é importante buscar compreender como são tratados os temas, para que possamos entender seus reflexos nas práticas dos professores.

3.6 Os sistemas lineares 2x2: discussão matemática

Conforme a BNCC (2017), os sistemas de equações lineares de primeiro grau com duas incógnitas são estudados a partir dos anos finais do Ensino Fundamental, através da resolução algébrica e gráfica, podendo ser provenientes de situações-problema, sejam elas matemáticas ou não. Para exemplificar esse conceito, consideremos a situação a seguir: “Para complementar sua renda, Maria vende doces gourmet. A unidade do brigadeiro custa R$ 2,00, e a unidade do bolo de pote custa R$ 4,00. Sabendo que determinada encomenda de 25 doces, entre brigadeiros e bolos de pote, custou R$ 64,00, quantas foram as unidades de brigadeiro vendidas?”.

Analisando o problema acima, podemos representar por x o número de brigadeiros e por y o número de bolos de pote, obtendo as seguintes equações:

- $x + y = 25$, em que x representa a quantidade de brigadeiros, e y a quantidade de bolos de pote;
- $2x + 4y = 64$, em que 2x é o custo dos brigadeiros, e 4y o custo dos bolos de pote.

Essas equações acima são equações lineares do primeiro grau com duas incógnitas, veremos este conceito no tópico a seguir.

3.6.1 Equações lineares

De modo geral, uma equação linear nas incógnitas x_1, x_2, x_3,..., x_n é toda equação que pode ser escrita na forma geral:

$a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + \cdots + a_nx_n = b$

Em que:

- b é o termo independente;
- x_1, x_2, x_3,..., x_n são incógnitas;
- a_1, a_2, a_3,..., a_n são coeficientes reais.

No entanto, no ensino fundamental, são estudadas apenas as equações lineares com duas incógnitas. Essas incógnitas geralmente aparecem como x e y. Assim, a representação da equação linear mais comum é a do tipo:

$ax + by = c$

Em que **a** e **b** são incógnitas e não simultaneamente nulas.

3.6.2 Resolução de um sistema linear 2x2

Denomina-se sistema linear 2x2 o sistema linear formado por duas equações e duas incógnitas. Assim, o sistema formado pelas equações obtidas do problema que foi apresentado é:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 2x + 4y = 64 \end{cases}$$

Resolver esse sistema significa encontrar um par de números que sejam solução de ambas as equações. Existem vários métodos de resolver um sistema linear do tipo 2x2. Vamos resolver este sistema proposto utilizando dois métodos algébricos, os métodos da substituição e da adição, e um método gráfico. Estes são os métodos estudados nos anos finais do ensino fundamental. Por isso, deteremos nossa discussão somente a eles.

3.6.3 Método da substituição

Este método consiste em isolar uma das incógnitas em uma das equações e substituir o valor encontrado na outra equação. Assim, vamos isolar o valor de x na nossa primeira equação:

- $x + y = 25 \rightarrow x = 25 - y$

Agora, substituiremos, na segunda equação, o x pelo valor encontrando, obtendo:

- $2x + 4y = 64 \rightarrow 2.(25 - y) + 4y = 64 \rightarrow 50 - 2y + 4y = 64 \rightarrow 2y = 14 \rightarrow y = 7$

Como $y = 7$, temos que $x = 25 - y \rightarrow x = 25 - 7 \rightarrow$ x =18. Logo, a solução do sistema é x = 18 e y = 7.

3.6.4 Método da adição

Este método consiste em adicionar as duas equações de forma a obter uma equação resultante com somente uma incógnita. Retomando o nosso sistema, para eliminarmos a incógnita x, iremos multiplicar os dois membros da primeira equação por (-2), não alterando a igualdade. Feito isso, somaremos as expressões, obtendo:

$$\begin{cases} x + y = 25 & .(-2) \\ 2x + 4y = 64 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x - 2y = -50 \\ 2x + 4y = 64 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} -2x - 2y = -50 \\ 2x + 4y = 64 \end{cases} + \text{(Adicionando os termos correspondentes)}$$

$$0 + 2y = 14$$
$$y = 7$$

Substituindo o valor de y por 7 em $x + y = 25$, temos que $x + 7 = 25 \rightarrow x = 18$

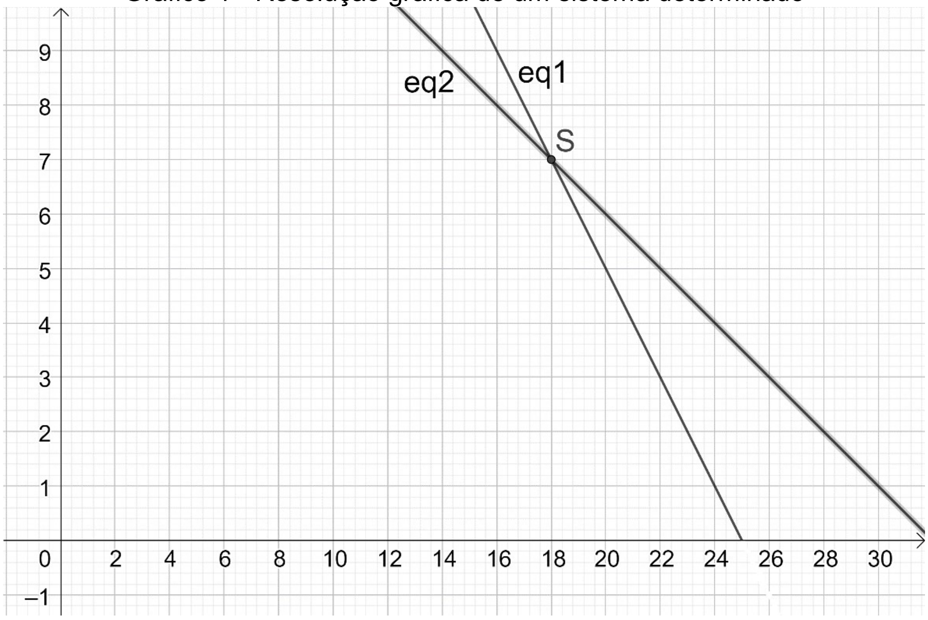
3.6.5 Interpretação geométrica e classificação dos sistemas lineares

Uma outra forma de resolver um sistema 2x2, além dos processos algébricos, é por meio de uma representação gráfica. Neste caso, resolver o sistema significa encontrar os pontos que são comuns às retas que representam as equações do sistema. Este método é oportuno de ser trabalhado através de softwares de geometria dinâmica, uma vez que, manualmente, pode tornar-se mais prático encontrar a representação gráfica a partir de uma solução algébrica. Retornando ao nosso sistema:

$$\begin{cases} x + y = 25 \quad \text{equação 1 (eq1)} \\ 2x + 4y = 64 \ \text{equação 2 (eq2)} \end{cases}$$

Temos a seguinte representação gráfica:

Gráfico 1 - Resolução gráfica de um sistema determinado



Fonte: A Autora, 2020.

O ponto S, de coordenada (18,7), satisfaz simultaneamente ambas as equações, portanto, é a solução do sistema. O ponto S está localizado na intersecção das retas, assim, o par de números (18,7) verifica simultaneamente as duas equações. Quando isso ocorre, dizemos que o sistema linear é **possível e determinado.**

No entanto, nem todo sistema linear é possível e determinado. Vejamos outros exemplos.

a. Seja o sistema $\begin{cases} x + y = 10 \\ -x - y = 5 \end{cases}$

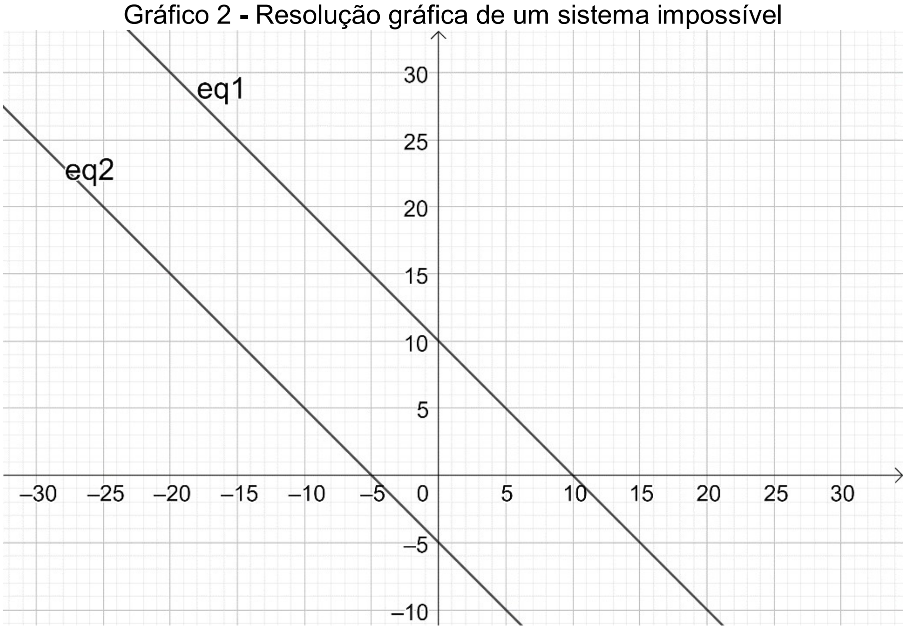
Resolvendo-o pelo método da adição, temos:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ -x - y = 5 \end{cases} +$$
$$0x + 0y = 15$$

Neste caso, não há valores de x e y que satisfaçam a igualdade acima. Assim, dizemos que **o sistema é impossível.** Em um sistema impossível, as retas que o representam não têm ponto comum, ou seja, são paralelas.

Seu conjunto solução é S = Ø. Representando graficamente o sistema acima, teremos a figura a seguir:

Gráfico 2 - Resolução gráfica de um sistema impossível



Fonte: A Autora, 2020.

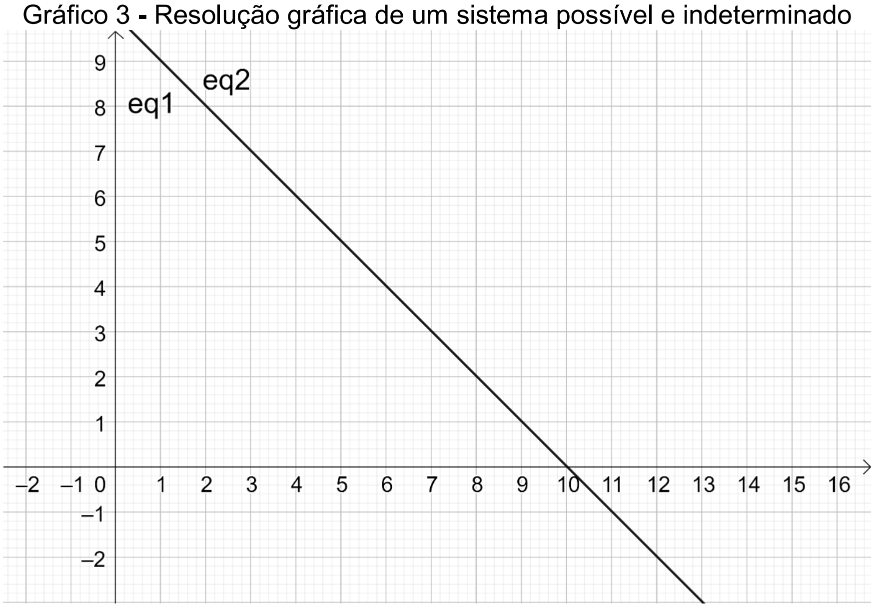
b. Seja o sistema $\begin{cases} x + y = 10 \\ 2x + 2y = 20 \end{cases}$

Resolvendo-o pelo método da adição, temos:

$$\begin{cases} x + y = 10 \ (.2) \\ 2x + 2y = 20 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + 2y = 20 \\ -2x - 2y = 20 \end{cases} +$$
$$0x + 0y = 0 \ (0=0)$$

Observe que, para quaisquer valores atribuídos a x e y, a sentença 0x+ 0y = 0 é verdadeira. Desse modo, o sistema apresenta infinitas soluções, por exemplo, os pares (2, -1), (1/2, 2/7) e (-14, 8). Quando isso ocorre, dizemos que o sistema é **possível e indeterminado.** Na representação gráfica desse tipo de sistema, as retas que correspondem às equações ficam sobrepostas, tendo, assim, infinitos pontos em comum, conforme a figura a seguir:

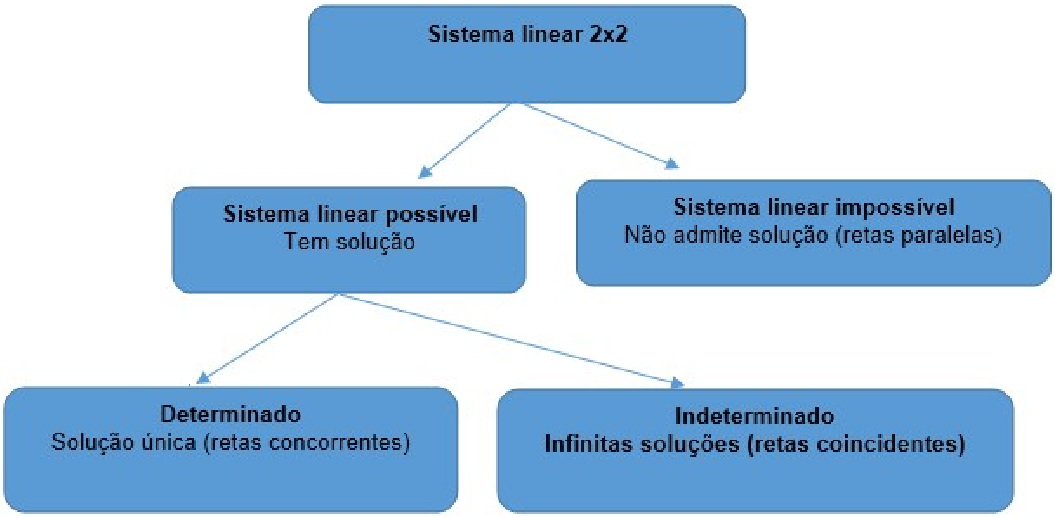
Gráfico 3 - Resolução gráfica de um sistema possível e indeterminado



Fonte: A Autora, 2020.

Assim, um sistema linear 2x2 pode ser classificado, de acordo com o número de soluções, da seguinte maneira:

Figura 4 - Classificação de um sistema 2x2



Fonte: A Autora, 2020.

As considerações tecidas aqui e nos capítulos anteriores foram fundamentais paras as escolhas realizadas na construção da nossa metodologia. Desse modo, prosseguiremos apresentando a metodologia utilizada em nossa pesquisa.

4 ABORDAGEM METODOLÓGICA

Apresentamos aqui a estrutura metodológica de nossa pesquisa. Situaremos os sujeitos que participaram da pesquisa, campo de pesquisa, bem como os instrumentos utilizados e as ações que realizadas durante o seu desenvolvimento, justificando as escolhas efetuadas.

4.1 Desenho da pesquisa

Como já mencionado, o objetivo deste trabalho é analisar como se estabelece o Contrato Didático na relação entre o professor, seus alunos e o saber algébrico equação do primeiro grau, em especial na passagem para os sistemas lineares. Por esse motivo, considerando as subjetividades envoltas da temática e visando-se a analisar e compreender os fatores que caracterizam o nosso objeto de pesquisa, optou-se pela realização de uma pesquisa qualitativa, a qual, conforme Minayo (2009), trabalha com o meio das crenças, significados, motivos e valores. Assim, realizamos um estudo de caso, buscando-se descobrir o que há de mais substancial e próprio do objeto estudado.

Adotou-se o estudo de caso por ele permitir uma aproximação mais profunda da realidade escolar, contemplando aspectos mais difíceis de ser captados e observados num estudo que envolva um grupo amostral demasiadamente amplo. Segundo Yin (2015, p. 2):

> Pesquisa de estudo de caso seria um método preferencial em comparação aos outros em situações nas quais (1) as principais questões de pesquisa são “como?” ou “por quê”; um pesquisador tem pouco ou nenhum controle sobre os eventos comportamentais; e (3) o foco do estudo é um fenômeno contemporâneo (em vez de um fenômeno completamente histórico).

O estudo de caso propicia também a observação das unicidades de algumas situações que ocorrem espontaneamente no cotidiano escolar, possibilitando compreender melhor estes fenômenos. Neste sentido, Duarte (2009) salienta que: “certos processos e situações correm risco de passar despercebidos em estudos de maior dimensão ao passo que, a análise de casos, mesmo de casos pouco habituais, pode ser ilustrativa de circunstâncias cruciais para os sistemas e organizações” (p.114).

Quanto à escolha da temática, consideramos uma passagem importante na representação entre saberes algébricos a transição de equação do primeiro grau para sistemas lineares, uma vez que os sistemas lineares requerem uma abstração mais refinada, ao mesmo tempo em que absorvem o processo de resolução da equação do primeiro grau, utilizando-se de técnicas similares, porém com um grau de complexidade um pouco mais elaborado. Entendemos que o conceito de equação do primeiro grau pode ser ressignificado diante da necessidade de um novo uso, daí a importância de ser estudado esse fenômeno sob o ponto de vista do Contrato Didático.

Ainda quanto à escolha do tema da pesquisa, consideramos que os estudantes se deparam com conteúdos algébricos por boa parte da trajetória acadêmica, a partir dos Anos Finais do Ensino Fundamental. Dentro destes conteúdos, há consideráveis passagens entre diferentes abordagens de um mesmo tema, e, também, consideráveis transições entre temas afins. Podemos citar entre elas a passagem da linguagem natural para a algébrica e as passagens das equações do primeiro grau para segundo grau, discutidas por autores como Bessa (2010) e Almeida (2009).

Tendo isso em vista, ressaltamos que, dentro do campo algébrico, os sistemas lineares são um tema relevante uma vez que, por exemplo, podem ser utilizados para modelar situações reais inclusive na otimização de processos, contudo, notamos que há carência de estudos que contemplem a passagem da equação do primeiro grau para o saber aqui referido. Isto posto, destacamos a relevância de buscar-se compreender a dinâmica das passagens que englobam esses saberes algébricos.

Como benefício, buscamos através desta pesquisa evidenciar cenários que possibilitem compreender como se estabelece a passagem da equação do primeiro grau para sistemas lineares na perspectiva do Contrato Didático, uma vez que o Contrato Didático possui elementos importantes relacionados a uma influência considerável nas ações dos sujeitos que compõem o ambiente escolar e impacta o processo de Ensino e Aprendizagem. Entendemos que a análise e a reflexão deste fenômeno podem possibilitar contribuições positivas nas práticas dos docentes que tenham interesse em se apropriar do conhecimento aqui estudado e, consequentemente, na aprendizagem dos discentes.

4.2 Sobre os sujeitos da pesquisa

Participaram da pesquisa uma professora de matemática do oitavo ano do Ensino Fundamental e seus alunos. A turma observada é composta por 30 alunos com idades entre 12 e 14 anos. Estes colaboradores pertencem ao quadro de uma escola estadual situada no centro da zona urbana da cidade de Pesqueira-PE. A escola possui um público heterogêneo formado por moradores das zonas urbana e rural da cidade, tendo boa parte deles cursado os anos anteriores em escolas da rede pública de ensino. Assim, foram observadas e filmadas um total de seis aulas, totalizando quatro encontros.

Tendo em vista que o objetivo da pesquisa é analisar as relações contratuais e seus efeitos na passagem da equação de primeiro grau para sistemas de equação do primeiro grau com duas incógnitas, em uma sala de aula regular em que o conteúdo esteja sendo trabalhado, consideraram-se algumas características para delimitar o perfil dos participantes. Escolheu-se uma turma de oitavo ano, uma vez que é nesse ano letivo em que Currículo de Matemática para o Ensino Fundamental de Pernambuco recomenda que sejam estudados os sistemas lineares com duas incógnitas

Quanto ao critério de escolha dos sujeitos, cabe ressaltar que o objeto aqui estudado pode ser observado em qualquer turma do oitavo ano do Ensino Fundamental, em que o conteúdo esteja sendo trabalhado, considerando-se assim todas as esferas da educação. Portanto, para inclusão dos sujeitos considerou-se a disponibilidade dos indivíduos em contribuir com a pesquisa.

Utilizamos como critério de exclusão, para o campo e sujeitos de pesquisa, as escolas do referido município que não possuíam o Ensino Fundamental e os professores que não se disponibilizaram a participar da pesquisa. A cidade possui sessenta e uma escolas municipais, quarenta e três estaduais, dezessete privadas e uma federal.

4.3 Instrumentos de coleta de dados

Os instrumentos utilizados no processo de produção e coleta de dados foram um celular, para gravação de áudio e registros fotográficos, filmadora e diário de pesquisa. Entendemos que estes instrumentos nos auxiliaram a captar uma maior gama de informações relevantes para a posterior análise de dados que foi realizada.

A professora utilizou um microfone para proporcionar uma maior nitidez aos registros de áudio. Nos dois primeiros dias foi utilizada apenas uma filmadora fixa, posicionada no final da sala, além dos equipamentos já citados. No entanto, notamos ser conveniente ter mais uma filmadora móvel durante o processo de realização das atividades pelos alunos. Portanto, nos últimos dois dias, além de uma câmera fixa, passamos a registrar os momentos com uma câmera móvel.

O diário de pesquisa foi utilizado para registrar as primeiras impressões da pesquisadora, no momento dos registros realizados. Essas observações serviram de suporte no processo de análise dos dados coletados.

Para minimizar os possíveis constrangimentos ou incômodos que poderiam ocorrer durante a coleta dos dados por meio da observação e videografia realizada no ambiente escolar, uma vez que os estudantes não estavam habituados com esses elementos, iniciamos as observações em sala de aula antes de dar início à coleta dos dados, a fim de que os sujeitos se acostumassem com a presença da pesquisadora e posteriormente com os instrumentos de coleta dos dados. Durante a realização dos registros, os sujeitos da pesquisa mostraram-se familiarizados com a pesquisadora e com os registros realizados.

Ressaltamos que os sujeitos da pesquisa e seus responsáveis, quando necessário, assinaram termos de consentimento antes da realização da coleta de dados, estando cientes de como ocorreria todo esse processo. Reiteramos ainda que os registros da videografia realizada durante a pesquisa foram utilizados exclusivamente para análise dos pesquisadores, não sendo reproduzidos em partes ou integralmente em nenhum veículo.

4.4 Etapas da pesquisa

A pesquisa foi realizada em quatro etapas. Na primeira, foi dado o aprofundamento teórico do tema que norteia a pesquisa: como se estabelece o Contrato Didático quando se é trabalhado o saber escolar equação do primeiro grau em sua passagem para sistemas lineares. Dessa forma, foi criado um acervo que nos permitiu traçar os critérios de análise e os métodos mais adequados para a produção dos dados. Consideramos, assim, pertinente a realização de uma videografia no nosso campo de pesquisa, e como critérios de análise as estruturas que estão atreladas ao conceito de Contrato Didático, cujos resumos encontram-se nos quadros 1 e 2.

Na segunda etapa da pesquisa foi realizada a videografia, registrando as seis aulas ministradas pela professora e sua interação com seus alunos. A utilização da videografia pode inicialmente acarretar algum impacto sobre a dinâmica da sala de aula, contudo, vimos que com o decorrer do tempo houve uma naturalização do recurso por parte dos envolvidos. Entendemos como primordial o registro do áudio e das imagens para uma posterior análise mais minuciosa, pois seria impossível captar toda a complexidade das situações que envolveram esse processo através de uma simples observação.

A elaboração e a metodologia a ser utilizada nas aulas ficaram a critério da professora de matemática que colaborou com a nossa pesquisa. Buscamos não interferir neste processo, uma vez que não pretendíamos neste estudo a elaboração de algum material didático ou testar alguma metodologia, mas, sim, a investigação sobre como se comporta o professor e seus alunos numa situação formal de Ensino e Aprendizagem envolvendo o saber algébrico na perspectiva do Contrato Didático.

Na terceira etapa foi realizada a transcrição da videografia. Durante esse processo, foram sinalizados alguns recortes que poderiam ser oportunos para uma posterior análise mais minuciosa.

Na quarta etapa, após as transcrições das videografias serem realizadas, os dados construídos foram analisados. Como já mencionado, procuramos identificar as negociações que ocorrem na relação triangular, professor, alunos e o saber algébrico estudado; analisar as regras contratuais, as rupturas e as renegociações e os possíveis efeitos de contrato que emergiram em meio a esse processo.

4.5 Critérios de analise

Após a conclusão das etapas já descritas, do procedimento de produção e coleta de dados, iniciamos o processo de análise e interpretação dos dados, sob a perspectiva do Contrato Didático, considerando-se a relação triangular professor, aluno e saber, descrita por Brousseau (2008). A nossa análise se estabeleceu com base nos elementos que compõem o Contrato Didático. Para isso, utilizaremos as definições apresentadas por Almeida (2016), conforme exposto na tabela a seguir:

Quadro 2 - Critérios de análises do Contrato Didático

CRITÉRIOS DE ANÁLISE DO CONTRATO DIDÁTICO	
Expectativas	O que o professor espera do aluno, e o aluno espera do professor, em relação ao trabalho na sala de aula (relativo ao saber específico que está em cena)
Negociação	É a convenção de uma ou mais pessoas, a qual implica na aceitação de certos papéis e obrigações a cumprir por cada uma das partes envolvidas, acordo entre parceiros. Diz respeito, também, a como o professor negocia o saber com os alunos numa situação didática.
Ruptura de contrato	A ruptura do contrato didático pode ser percebida, por exemplo, quando os alunos não atuam da forma esperada pelo professor – frente ao saber – ou quando o professor não atua da forma esperada pelos alunos. De forma que pode existir uma reclamação por algumas das partes.
Renegociação do contrato	Quando há alguma ruptura no Contrato Didático e, em seguida, uma nova regra (explícita ou implícita) é negociada. Quando, embora não havendo claramente uma ruptura, é estabelecido um redirecionamento do jogo didático.
Efeitos de contrato	Efeitos relacionados ao Contrato Didático, como aqueles tratados na literatura, particularmente por Guy Brousseau.[3]
Regras Explícitas e Implícitas	As regras explícitas são claras, expressas sem ambiguidade pelas partes em questão; encontramos no momento em que o saber encontra-se em jogo pelo professor ou o aluno. As regras implícitas são aquelas que não são explicitamente formuladas por um dos parceiros (quase sempre, o professor), mas que são construídas de forma mais subliminar e, embora implícitas, são fundamentais para a condução da relação didática e para fazer valer o contrato didático negociado.

Fonte: ALMEIDA, 2016.

Achamos importante trazer, além dos elementos descritos acima, outros parâmetros para a nossa análise. Ressaltaremos assim a ideia de reorganização contratual proposta por Almeida (2016) e da possível existência de níveis de rupturas de contrato.

Segundo Almeida (2016) a reorganização contratual estaria atrelada a um tipo particular de ruptura, uma ruptura mais leve, o que ele denominou de ruptura branda de contrato. Assim, a reorganização surgiria do esforço do professor para a

[3] Ver quadro 1.

manutenção das regras de contrato quando se é percebido algum nível de abalo em relação às mesmas.

Assim sendo, entendemos que possam existir níveis de rupturas contratuais: as rupturas brandas, rupturas médias e as rupturas fortes de contrato. Dessa forma, enquanto as rupturas mais fortes de contrato demandariam renegociações, uma ruptura branda demandaria apenas uma reorganização contratual. Essa reorganização teria por objetivo a reafirmação das regras de contratos vigentes, ou o ajuste das mesmas.

Salientamos que os critérios de análise, descritos acima, dialogam com os elementos discutidos no capítulo sobre o contrato didático. Os tipos de regras de contratos serão tratados conforme discutidos e categorizados no item 1.3.

Prosseguimos, no capítulo a seguir, apresentando as análises e discussões dos resultados de nossa pesquisa.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DE RESULTADOS

Neste capítulo, traremos as análises e as discussões, desenvolvidas a partir da coleta de dados, sobre aspectos relevantes à nossa pesquisa. Assim, inicialmente, será apresentada uma seção, cujas ênfases serão as negociações, rupturas, renegociações e alguns efeitos de contrato que surgem nas relações didáticas durante a passagem da equação do primeiro grau para os sistemas de equações com duas incógnitas.

Optamos por observar as aulas dentro de sua conjuntura, desconsiderando a divisão que é gerada pela estruturação dos horários curriculares feitas pela escola. Consideramos que a composição adotada favorece a observação do fenômeno como o todo. As análises serão realizadas através de recortes, os quais serão destacados em quadros, antecedidos e/ou sucedidos dos comentários referentes aos mesmos.

Assim, após analisar os momentos, que foram vivenciados durante a construção dos dados, prosseguiremos enfatizando os pontos relevantes à passagem da equação do primeiro grau para sistemas lineares. Buscaremos, assim, estabelecer um diálogo entre as relações contratuais observadas e os fatores pertinentes à referida passagem.

Optamos por identificar a professora pela letra P e pelo pseudônimo de Helena, para que a sua identidade seja preservada. Os alunos serão designados por A1, A2, A3, e assim sucessivamente, à medida em que surgirem dentro do contexto das aulas videografadas.

A seguir, apresentamos alguns recortes dos momentos vivenciados e suas respectivas análises.

5.1 Negociações, rupturas, renegociações e alguns efeitos de contrato

Como já mencionado, a videografia realizada teve duração de seis aulas, e para uma melhor compreensão do objeto estudado, optamos por observá-las dentro de sua conjuntura. Assim, nesta seção, voltaremos nosso olhar para as negociações, rupturas, renegociações e alguns efeitos do Contrato didático que surgiram na sala de aula observada.

A professora, inicialmente, buscou sondar os conhecimentos prévios dos alunos para a partir de aí iniciar a negociação de algumas regras. Neste sentido, Jonnaert e Borght (2002, p. 102) trazem que a primeira relação com o saber dos alunos é uma relação "conhecimento/saber". É através dos próprios conhecimentos, das concepções que já têm na cabeça, que eles irão inter-relacionar-se com o saber que está sendo objeto da relação didática.

No mais, Jonnaert e Borght (2002, p. 100) trazem que o professor deve procurar referências "especialmente no âmbito dos conhecimentos prévios de seus alunos para definir os caminhos possíveis para as aprendizagens". Assim observamos que a professora pode considerar importante retomar alguns conceitos, que foram trabalhados durante o estudo das equações de primeiro grau, antes que os sistemas lineares comecem a ser trabalhados, como visto no quadro a seguir.

Quadro 3 – Regras referentes à equação do primeiro grau

P: Boa tarde, pessoal! Então, como nós comentamos em aulas anteriores, hoje nós estamos começando assunto de sistema de equações, mas antes de entrar no conteúdo de sistema de equação vamos relembrar algumas coisas sobre o estudo de equações. Então prestem atenção aqui. Vamos relembrar algumas coisas sobre equações que vocês estudaram, iniciaram o estudo no passado e em outras questões que vocês utilizam equações para resolver.
P: Quem sabe me dizer aí o que é que compõe uma equação? Quem for falar fala bem alto.
A1: Letras e números.
P: Letras e números, o que mais?
A2: Igualdade.
P: Igualdade.
A3: Sinais.
P: Sinais.
P: Ok, então. Vamos aqui, vejamos um exemplo da equação unindo o que vocês disseram. Digamos que eu tenha essa equação aqui, uma bem simples 2x = 6, uma equação bem simples. Essa equação é do primeiro grau. Aí, aqui nós temos o que vocês mencionaram, nós temos a igualdade, nós temos letras que são aqui as incógnitas, que nesse caso nós temos uma, e nós temos também os números.

Fonte: Dados da Pesquisa.

No quadro acima, observamos que a professora iniciou as primeiras negociações referentes ao saber que será futuramente trabalhado tentando resgatar saberes que já deveriam estar estabelecidos. Implicitamente, procura colocar os alunos no jogo didático através de perguntas e respostas. Entendemos que esse momento pode ser determinante para a relação didática.

Nessa perspectiva, ela apresenta logo um questionamento sobre o que seria equação, com intuito de negociar sua estrutura. Implicitamente, a professora negocia com os alunos uma regra que diz respeito às "letras que são incógnitas". Assim, quando os alunos observarem as letras que compõem as equações, eles deverão estar cientes que se tratam de incógnitas. Com base no que foi dialogado com os alunos, ela também estabelece uma outra regra explicitada pela professora que caracteriza as equações: as equações precisam ter a igualdade, letras e números.

Dando continuidade, a professora considera haver equações que são “mais simples”. A ênfase dada à existência de tais equações mais simples sinaliza implicitamente que podem existir equações que não são tão simples quanto a utilizada no exemplo por ela apresentado. Uma outra regra que começa a ser negociada implicitamente é a que “pode existir equações com mais de uma incógnita”, ideia que fica subentendida quando a professora sublinha o fato da equação apresentada no exemplo só ter uma única incógnita. Neste sentido, D’Amore (2007, p. 118) discute que o contrato didático pode ser pensado como um conjunto de regras, com verdadeiras e próprias cláusulas, na maioria das vezes, não explícitas, que organizam as relações entre o conteúdo ensinado, os alunos, o professor e as expectativas (gerais ou específicas) no interior da classe, nas aulas de Matemática.

Assim sendo, a professora prossegue buscando envolver os alunos no jogo didático, trazendo mais negociações sobre o saber em questão. Salientamos que os aspectos que ela acha convenientes de serem destacados podem evidenciar os conhecimentos que são considerados imprescindíveis na aquisição do saber vindouro, como mostrado no quadro a seguir:

Quadro 4 – Significado da igualdade e objetivo de uma equação

P: Quem sabe o que fica aqui antes da igualdade? O que é isso? Como é que a gente chama? A parte que está antes da igualdade? Quem sabe dizer?
A1: Primeiro membro.
P: Primeiro membro, certo. E após a igualdade nós temos?
As: Segundo membro.
P: Segundo membro, ok. Então objetivo de uma equação é o quê? Quem sabe dizer?
A1: Descobrir o valor da incógnita.
P: Descobrir o valor da incógnita. A letra recebe este nome justamente porque nós não sabemos inicialmente seu valor. Logicamente, numa equação tão simples assim, por dedução, nós conseguimos perceber o seu valor. Mas, de um modo geral, nós procuramos encontrar o valor daquela letra que não conhecemos, por isso que é incógnita.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Desse modo, a educadora pode considerar que a equação do primeiro grau dialoga com os sistemas, a partir de características que serão preservadas em meio à transição destes saberes, como a existência de primeiro e segundo membro e em relação ao seu objetivo de “encontrar o valor da incógnita”.

Como exposto no quadro acima, a professora ressalta, através de uma negociação que na equação de primeiro grau não é sempre que é necessária a manipulação algébrica. Por vezes, é possível encontrar a solução através de dedução. Apontamos que essa pode ser uma característica que ela considere importante de ser preservada no trabalho com sistemas lineares.

Por conseguinte, há a retomada de negociações sobre o significado da expressão incógnita. Explicitamente, a regra que está sendo negociada é que “a letra só possui o status de incógnita quando o seu valor é desconhecido”. Com efeito, posteriormente, após ela apresentar a resolução do exercício no quadro, ela sinaliza que quando o valor da letra é descoberto ela perde o seu status de incógnita, como visto em:

Quadro 5 – Procedimentos para a resolução de uma equação

P: E nesse caso aqui, para resolução dessa equação do primeiro grau, qual é o procedimento? O que é que a gente faz para descobrir este valor de x?
A1: Repete o x.
P: X igual...
As: Seis dividido por dois.
P: Por que nesse caso é dividido por 2?
A1: Porque tá multiplicando e passa dividindo.
P: Isso, olha, estava multiplicando e ele disse aqui passou dividindo. E porque, então, da multiplicação nós vamos ter uma divisão?
A4: Porque faz a operação inversa.
P: Porque faz a operação inversa, certo. Ano passado vocês receberam várias justificativas dos motivos que levariam a isso, e uma destas justificativas é que a operação inversa se encaixa bem aí. Para finalizar essa equação x é igual, seis dividido por 2?
As: Três.
P: Então o valor da minha incógnita, nesse caso não é mais incógnita, então, eu descobri o valor é…
As: Três.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Conforme os quadros destacados em nossa seção indicam, embora não seja o foco da nossa pesquisa, apontamos que há indícios que uma característica marcante da educadora observada, é seu constante processo de institucionalização[4]. À medida que o conteúdo vai sendo desenvolvido, ela busca constantemente checar a relação do aluno com o saber, buscando verificar o que eles já conhecem e o que aprenderam. Ela também busca oficializar os saberes que estão em jogo, enfatizando os procedimentos que poderão ser utilizados como referência. Enfatizamos que o Contrato Didático é o pilar da Teoria das Situações Didáticas[5] de Brousseau.

Salientamos que a característica acima observada também pode refletir o costume que rege as relações didáticas entre a professora, o aluno e o saber. Segundo Jonnaert e Borght (2002, p. 183), “toda atividade de aula implica a existência de comportamentos esperados pelo grupo, dos quais os alunos em geral se distanciam poucas vezes”.

Portanto, o costume da aula pode determinar as regras, constantemente implícitas, do seu funcionamento. Assim, institucionalizar os saberes com tal frequência pode ser uma regra implícita, constantemente retomada nas aulas. Desse modo, a maneira que as regras são organizadas nas aulas pode ser reflexo de uma estrutura que já esteja estabelecida. Nessa perspectiva, uma das funções do Contrato Didático descrita por Jonnaert e Borght (2002) é a de, justamente, levar em consideração o costume da aula[6].

No quadro anterior, é possível observar que a professora procura criar um costume na ação didática, que a resolução da equação do primeiro grau pode ter uma quantidade de procedimentos (regras contratuais) que levam o aluno a determinar o valor de “x”. A relação didática segue através de perguntas e respostas.

Com base nessa acepção, apresentamos a seguir a estrutura matemática trabalhada pela docente, durante o diálogo exposto no quadro 4. A figura é uma imagem da lousa, indicando a técnica de resolução de equação de primeiro grau adotada. Frisamos que essa organização pode ter se estabelecido em meio aos hábitos decorrentes às atividades de outras aulas.

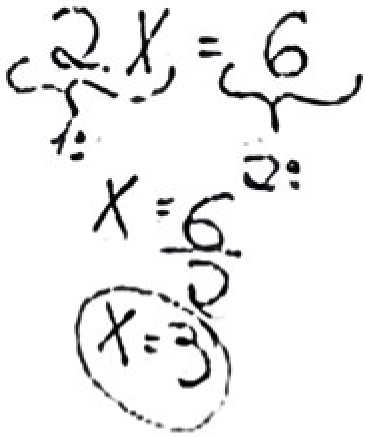
---

[4] A institucionalização acontece tanto em uma situação de ação - quando se reconhece o valor de um procedimento que se tornará um meio de referência - como em uma formulação. Há formulações que vão permanecer (“isso se diz assim”, “vale a pena manter essas”). Nas situações de prova também: deve-se identificar, dentre as propriedades encontradas, quais serão mantidas. (BROUSSEAU, 2008, p. 102)

[5] Para aprofundamento sobre a Teoria das Situações Didáticas sugerimos como leitura: BROUSSEAU, G. Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didáticas: Conteúdos e Métodos de Ensino. São Paulo: Ática, 2008.

[6] Ver Figura 03.

Figura 5 - Registro da resolução da equação na lousa



Fonte: Dados da pesquisa.

Após a resolução da equação, a professora começa a negociar um método de validação da solução encontrada. A solução só é válida se o valor encontrado, ao substituir o valor da incógnita na equação dada, gerar uma igualdade que seja verdadeira. Essa negociação apresenta indícios que essa substituição pode ser oportuna em processos futuros, conforme visto no recorte a seguir.

Quadro 6 – Validação do resultado de uma equação por substituição

P: Três, certo. O que eu posso fazer para comprovar se essa minha hipótese é verdadeira ou não? Se de fato o valor que nós estamos procurando ali é o 3? A1: Substituir o X pelo 3. P: Certo, substituir o X pelo 3. Outra pessoa estava dizendo outra coisa… A5: 3 vezes 2 é igual a 6 P: Isso. Unindo aqui o que A1 e A5 disseram, se nós ou mentalmente ou efetuando algum cálculo, substituíssemos esse X por um 3, nós iríamos ter aqui 2 vezes 3… As: Seis. P: Que é justamente o que nós temos após a igualdade. Ou seja, numa é equação o que nós temos no primeiro membro é equivalente ao que nós temos no segundo membro. Ou seja, eu tenho ali uma equivalência, vale a mesma coisa o que eu tenho de um lado com relação ao outro. Inclusive, né? Com a antiga professora de vocês, vocês devem ter estudado situações que apareciam equações, que precisavam ser resolvidas, que apareceu instrumento, que é utilizado no dia a dia, que dizia lá quando tá equilibrado é uma equação. A1: É uma balança. P: Estudaram? Fizeram questões assim? Então ano passado vocês também aprenderam que uma equação representa, uma de suas representações, é uma balança equilibrada que quer mostrar que o que está de um lado, equivale ao que está do outro lado. Mesmo que essas coisas sejam diferentes, o valor, o que tem de um lado, é igual ao outro. Então, por mais que eu tenha aqui, 2x=6, de um lado eu tenho 2x, do outro eu tenho 6. Mas uma igualdade me mostra que o que eu tenho no primeiro membro corresponde, equivale à mesma coisa que está no segundo membro.

Fonte: Dados da pesquisa.

De forma análoga, a docente também negocia o significado de equivalência na igualdade, através da analogia a uma balança em equilíbrio. Bem como, através do registro na lousa. Neste sentido, a docente expressa um alinhamento à BNCC, que considera importante a compreensão de que o sinal de igualdade não é apenas a indicação de uma operação a ser feita (BRASIL, 2017). Helena também demonstra uma opção por estratégias de resolução mentais, antes já assinaladas como importantes.

Na sequência, a docente começa a introduzir o novo saber, os sistemas lineares, a partir da situação-problema trabalhada de forma oral, exposta no trecho a seguir:

Quadro 7 – Introdução aos sistemas lineares

P: Certo. Então, agora, essa parte de sistema é a parte que é nova para vocês. É conteúdo do oitavo ano, e vocês começam a ver agora. Vamos imaginar uma situação, imaginemos aqui que eu diga assim, imaginem a situação: Eu tenho uma determinada quantidade de meninas, que somada com uma quantidade de meninos, resultam em oito. Quem pode me dizer algumas possibilidades disto? Tipo quantas meninas e quantos meninos eu teria que ter para que eu obtivesse 8 alunos?

Fonte: Dados da pesquisa.

No momento destacado, a professora já apresenta um dos reflexos das negociações realizadas, enquanto a ênfase da aula era a equação do primeiro grau. Implicitamente fica sublinhado que os alunos têm que pensar sobre substituir valores, o que é trabalhado agora através da tentativa e erro das hipóteses formuladas. Essa retomada ao conceito de igualdade e a estratégia de substituição pode evidenciar que esses aspectos são tidos como relevantes, tanto na equação do primeiro grau, quanto para sistemas.

Dessa forma, os estudantes adentram no jogo didático, utilizando estratégias mentais e, marcadamente, aritméticas. Nesse sentido, a BNCC (2017) destaca que a passagem da aritmética para álgebra, não é caracterizada como um abandono da aritmética, uma vez que os estudantes, sistemicamente, recorrem a procedimentos aritméticos sempre que os mesmos forem possíveis. Assim, os estudantes apresentam as seguintes possibilidades:[7]

[7] Dado o pouco espaço, optamos por preservar o quadro completo na próxima página, para tornar a leitura mais fluída. Recorreremos a este recurso quando necessário.

Quadro 8 – Resolução de equação através de métodos aritméticos

A6: Quatro meninas e quatro meninos.
P: Quatro meninas e quatro meninos.
A5: Cinco meninas e três meninos, não foi isso? Mais o quê?
A1: Dois e seis.
P: Dois e seis, duas meninas e seis meninos. Pode ser seis meninas e dois meninos? Muda ou não? É a mesma coisa? Sim ou não?
As: Sim.
P: Olha o colega aqui disse que era a mesma coisa, vamos pensar um pouquinho. Se eu digo que eu tenho duas meninas e seis meninos é a mesma coisa que dizer que eu tenho seis meninas e dois meninos?
As: Não.
P: Não, é diferente, né? É diferente. Vocês mencionaram algumas possibilidades de adição entre meninos e meninas para resultar em oito, não foi? Então vejam que nós temos aí várias possibilidades, se nós fôssemos ficar pensando nós encontraríamos outras. Por exemplo, se eu disser que eu tenho uma menina nesse exemplo que eu dei, quantos são os meninos?
As: Sete.
P: Sete. Se eu disser que tenho duas meninas, quantos serão os meninos?
As: Seis.
P: Seis, e assim por diante porque eu sei que a soma vai dar 8.

Fonte: Dados da pesquisa.

Até então, as técnicas utilizadas serviam apenas para reforçar o sentido da igualdade, à possibilidade de serem utilizados meios alternativos às manipulações algébricas através do cálculo mental, e à validação dos resultados através da substituição. No entanto, através das negociações acima, a professora começa a trabalhar, implicitamente, a introdução de uma nova incógnita.

Desse modo, inicialmente fica implícito que estudantes podem encontrar situações, as quais uma incógnita pode não ser suficiente para representar as situações. Assim, haveria a necessidade de serem introduzidas mais incógnitas. Em relação às essas incógnitas, uma outra negociação feita é sobre sua representação, há maneiras mais convenientes de escolher o símbolo utilizado, como escolher a primeira letra das grandezas, que elas estão representando, como visto no diálogo do próximo quadro.

Quadro 9 – A introdução de uma nova incógnita

P: Então perceba que nesse caso aqui eu tenho meninas e meninos, e se eu fosse representar isso algebricamente então eu teria algumas variáveis, algumas incógnitas. Como eu posso representar isso algebricamente?
A1: X mais Y é igual a 8?
P: Certo, X mais Y igual a 8, ok. Eu poderia usar também h para homens e m para mulheres, não poderia?
As: Sim.
P: Eu poderia também usar m para moça e r para rapazes, isso. E assim não necessariamente a gente tem que usar o “x” e o “y", mas de fato é o que mais aparece nos livros. Mas poderemos utilizar a incógnita que for mais apropriada para a situação e que facilitar as nossas vidas, ou aquela incógnita que vocês queiram.
P: Então como A1 disse, x vai ser uma quantidade de meninos ou meninas e y uma quantidade de meninos ou de meninas, só que não pode ser a mesma. Por que que nesse caso eu não poderia representar assim X + x = 8? Ou por que não posso representar assim y + y = 8? Porque que tem que ser desse modo que A1 disse?
A1: Porque se não o X pode ser dois, três.
P: Ok, mais o quê?
A3: Porque eles são iguais, aí daria resultados diferentes.
P: Olha, A3 disse aqui porque eles são iguais aí daria resultados diferentes. Quem mais quer falar? Por que eu represento assim, com duas letras diferentes? E não com letras iguais?
A7: Porque pode se confundir.
P: O que eu vou confundir o quê?
A7: Qual é o número das meninas e dos meninos.
P: Isso, aqui eu tenho duas coisas, minha gente. Eu tenho meninas, sexo feminino, e tenho meninos então não posso usar ó, “x” e “x”, porque aí que eu vou tá dizendo que só tem meninos ou só meninas, porque a incógnita é mesma, a variável é a mesma.
P: Ou seja, eu estou dizendo aqui que eu tenho uma quantidade de meninos mais uma quantidade de meninas que resulta em 8. O que eu tenho uma quantidade de meninos mais uma quantidade de meninos que resulta em 8. E nessa situação nós temos meninas e meninos, ou seja, são diferentes, não são?
P: Se são diferentes eu preciso representar com letras diferentes. Aí, vejam só, nas equações que vocês estavam acostumados a resolver, nas equações desse tipo, equações de primeiro grau , as equações que vocês resolveram desde que aprenderam, apareciam dois tipos duas letras diferentes? Ou só uma letra?
P: A mesma letra, né? Por mais… Lembra de alguma equação que resolveu com mais de duas letras diferentes? Eu sei que tem aquelas equações que vocês consideram bem grandes gigantescas, mas até aquelas que vocês faziam gigantescas eram só com uma variável, ou tudo com x, ou tudo com y, ou tudo com t, e assim vai. E agora, nós percebemos que nessa representação algébrica que vocês fizeram, nessa representação algébrica que o colega sugeriu, nós temos que ter letras suficientes. E aí, o que nós temos sobre equação não é suficiente para responder os nossos questionamentos. Por isso, nós precisamos dos sistemas de equações, que vão nos fornecer ferramentas, para que nós possamos identificar, corretamente, tanto o valor de x, quanto o valor de y, que nesse caso aqui é a quantidade de meninas e de meninos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ressaltamos alguns dos aspectos principais das negociações aqui realizadas. O primeiro deles é que a professora, já no início dessa negociação, destaca que os alunos irão deparar-se, não só com uma, mas com “algumas incógnitas”. Consideramos que essa fala pode encaminhar a negociação para o ápice da passagem de equações para sistemas. Assim, quando a docente questiona sobre como expressar algebricamente a situação em questão, um dos alunos, que indicamos por A1, imediatamente verbaliza a expressão “X mais Y igual a 8” (x + y = 8).

Nessa perspectiva, uma característica da professora observada é buscar antecipar-se aos possíveis conflitos, observando o gestual dos alunos, expressões faciais ou alguma outra particularidade deles, que possa indicar alguma negação. Ao observar que a escolha das letras X e Y ou que a própria utilização de mais uma incógnita poderiam gerar algum conflito com os demais estudantes, a professora prossegue negociando com o restante da sala a utilização de mais uma incógnita e a sua representação.

Assim, a professora Helena, ao negociar os símbolos utilizados para representar as incógnitas, afirma que os alunos “podem utilizar a incógnita que for mais apropriada para a situação e que facilitar suas vidas, ou aquela incógnita que eles queiram”. Reforçando a necessidade de mais uma incógnita, como verbalizado em “aqui eu tenho duas coisas, minha gente”, e na regra explícita formulada em “se são diferentes, eu preciso representar com letras diferentes”. Destacamos que a professora pode considerar importante a utilização da primeira letra da palavra para representar a incógnita, uma vez que essa negociação é retomada em outros momentos.

Desta forma, A professora Helena utiliza-se frequentemente de estratégias que estimulam as devolutivas dos alunos, buscando mantê-los no jogo didático. Uma destas estratégias é buscar com que eles assumam o seu papel dentro da relação didática, através de questionamentos. A exemplo, finalizando, frequentemente suas colocações com a expressão “o quê?”, vistos nos quadros 8 e 9, e em outros momentos no decorrer da aula, nos quais ela tenta estabelecer uma divisão de responsabilidades. Segundo Brousseau (2008), a divisão de responsabilidades é um aspecto fundamental de uma relação didática, uma vez que a ela não se baseia em um controle exclusivo do professor, mas, sim, num processo de interação em que ambos os pares assumem o seu papel.

Cabe destacar que os desfechos das negociações são imprevisíveis, assim como o tempo didático que o professor leva para estabelecê-las. O professor pode destinar um tempo demasiado a um tema dado, para que o aluno aprenda esse saber, e em outro tema destinar um tempo mais abreviado. Nas negociações, o tempo didático do professor é mutável, muitas vezes sendo alongado em certas questões e restringidos em outras, sendo isso intrínseco às próprias negociações.

Ressaltamos que, desde o início, a professora vinha trabalhando a passagem acima em seu sentido macro, elencando os temas que ela considerava importante que fossem retomados para que a mesma ocorresse. Todas as negociações realizadas até o momento começam a ser aglutinadas, sendo o ápice o trecho relatado acima.

A partir do momento em que se introduziu uma nova incógnita, evidencia-se que a técnica utilizada por eles, para a resolução da equação do primeiro grau, pode não ser mais suficiente. Então começam-se a ser estabelecidas novas negociações, como visto no trecho do diálogo a seguir:

Quadro 10 – Introdução de mais uma equação

P: Agora assim, essa primeira equação que tem $x + y = 8$, ela tá um pouco vaga essa informação, é como se ela tivesse incompleta, e a gente não tivesse dados suficientes para garantir que nós teremos exatamente a resposta que está sendo esperado ali nesse questionamento. Então seria necessário acrescentar um outro dado. E se eu dissesse assim, digamos que x vai ser meninas, vou botar aqui m de mulheres, e Y eu vou botar aqui h de homem. Pronto, aí a informação aqui vai ficar um pouco vaga, porque como vocês disseram tem muitas possibilidades, né? 1 e 7, 2 e 6, e assim por diante, tem várias possibilidades.

Fonte: Dados da pesquisa.

Cabe ressaltar que a divisão de responsabilidade, estabelecida pela docente, por vezes, é concentrada em alguns alunos, não englobando todo sistema didático da sala de aula, apresentando indícios de estar atrelada a uma espécie de contrato diferencial em relação a alguns alunos, em especial, ao aluno A1. No mais, o aluno A1, também busca mais prontamente responder às solicitações da professora, como mostrado no próximo quadro. Sublinhamos que analisaremos este mesmo momento sobre uma outra perspectiva no item 5.2.

Quadro 11 - Sobre as expectativas existente nas relações didáticas.

P: Se eu quiser deixar isso bem amarradinho, para ter uma certeza de quem de fato é x e de quem de fato é y, eu preciso dar uma outra informação. Digamos assim: o número de meninas é o triplo do número de meninos, como eu poderia representar isso algebricamente? Deixa eu repetir, o número de meninas é igual ao triplo do número de meninos, como eu posso representar isso algebricamente? A1: 3x = Y P: Vamos pensar. Olha ele disse ali 3x = Y, não foi? Quem eu disse que eram as meninas aqui? As: X P: E os meninos? As: Y P: Se eu fizer o que A1 disse 3x, eu vou tá dizendo o triplo de meninas, não é? Vai ser igual ao total de homens. Na frase que eu afirmei foi assim ó "O número de meninas é igual ao triplo de meninos", o que A1 disse, tá certo? Tá correto? Ou alguém quer acrescentar alguma coisa? A3: X é igual a 3y P: A3 disse que x = 3y. Vamos pensar, vocês concordam com A1, que disse que 3x = Y, não foi isso? Ou com A3, que disse que x = 3y?

Fonte: Dados da pesquisa.

Neste sentido, Almouloud (2007, p. 93) destaca que "contrato didático depende das expectativas do professor em relação aos alunos ou de um aluno em particular". É o chamado fenômeno das expectativas, caracterizado por Brousseau (1996), ao mencionar o efeito Pigmaleão[8].

Portanto, na perspectiva de um Contrato Didático, o professor pode utilizar como parâmetro a imagem que construiu de seus alunos tendo por base seus desempenhos em sala de aula. Além disto, boa parte das regras geridas pelo contrato didático é implícita, assim, "permanentemente, alunos e professor decodificam essas regras, buscam compreender as expectativas uns dos outros, tentam agir no sentido de sua percepção da expectativa do outro." (JONNAERT e BORGHT, 2002, p. 188).

No mais, no momento no qual a docente tenta estabelecer um posicionamento da turma, sobre qual equação linear apresentada pelos alunos está correta, pode não ser demonstrada uma intenção de ser observado o pensamento algébrico em si, mas, sim, a intuição, motivada pela quebra de expectativa em relação a A1, que não apresentou uma resposta satisfatória.

Posteriormente, há ainda mais negociações referentes à utilização das letras para representar a incógnita, reforçando a mesma ideia que é mais oportuno escolher a primeira letra das palavras que representam os valores desconhecidos.

[8] Ver item 2.5.

Quadro 12 – Negociações sobre a representação dos valores desconhecidos

P: Olha, se eu uso X e Y, eu posso até me confundir. Para facilitar esse raciocínio de vocês vamos usar m para mulheres e h para homens. Vocês vão ver como vai facilitar. Vamos fazer o seguinte, m para mulheres e h para homens. Vamos montar a primeira situação, a primeira equação. Eu disse o seguinte: um número, um determinado número de mulheres adicionado, somado com a quantidade de homens, eu estava usando meninas e meninos, mas como tudo é com "m" eu vou dizer mulheres e homens, ok? Corresponde a 8, dá oito alunos, como é que eu monto algebricamente essa situação? As: M P: M de mulheres As: Mais H P: H de quê? As: De homens. P: é igual? As: A 8. [...] P: Então essa primeira equação foi montada. Ok. A segunda informação que eu tenho é justamente aquela que eu disse assim, o número de mulheres, usando agora mulheres e homens, o número de mulheres é igual ou corresponde ao triplo de homens. Como é que eu monto isso? Ó, o número de mulheres é igual ao triplo de homens. As: M= 3H

Fonte: Dados da pesquisa

Em seguida, a ênfase inicialmente dada ao cálculo mental, quando o assunto em pauta eram as equações, é retomada. Mostrando que a professora também pode considerar importante a utilização do cálculo mental na resolução dos sistemas de equações lineares. Ou seja, mostrando que é possível resolver os sistemas através de outros artifícios, como a lógica.

Quadro 13 – Negociação para a utilização de cálculos mentais

P: Vamos fazer mentalmente. Então, mentalmente, quem pode me dizer aí qual é o número de homens? Mentalmente.

Fonte: Dados da pesquisa.

Dessa maneira, os estudantes chegam a duas possíveis soluções para o sistema, reproduzidas na lousa pela professora, trazidas a seguir. Neste momento, implicitamente, há a negociação de uma regra que diz que é possível atribuir valores para as incógnitas por dedução, no entanto, os valores devem atender ambas as equações. Assim, a professora ressalta a necessidade de substituir os valores e verificar para que as respostas sejam validadas. Como se a equação pudesse ser resolvida por tentativa e erro.

Figura 6 – Resolução dos sistemas por dedução

M + H = 8   P = 6M e 2H
M = 3H   L = 6H e 2M

Fonte: Dados da pesquisa.

Após esse momento, ambas as hipóteses são testadas para determinar qual satisfaz ambas as equações simultaneamente, chegando-se à solução, M = 6 e H = 2. Na sequência, é explicitada a regra que diz que “resolver o sistema é encontrar os valores de “x” e “y”, que são soluções para ambas as equações”, a regra que antes já havia sido trabalhada implicitamente é trazida mais uma vez, como visto a seguir:

Quadro 14 – Negociação para resolução de problema através de estratégias mentais

P: [...] resolver o sistema é encontrar os valores de “x” e “y”, que são soluções para ambas as equações. Quando encontramos ali o número de mulheres e de homens, esses números foram as soluções para as duas equações? Sim ou não? A2: Sim. P: Vocês estão na dúvida? Sim ou não? P: Quando nós substituímos os valores que A5 falou, seis mulheres e 2 homens, deu certo tanto na primeira quanto na segunda equação? As: Sim.

Fonte: Dados da pesquisa.

As negociações realizadas até aqui, serviram de aporte para serem estabelecidas algumas generalizações sobre técnicas específicas que deverão ser utilizadas para a resolução de sistemas. Assim, na negociação a seguir a professora apresenta os dois métodos que serão utilizados na resolução de sistemas de equações lineares, reforçando que seus alunos terão independência para escolher o que julgarem mais conveniente.

Quadro 15 – Introdução às técnicas para resolver sistemas

P: Então quer dizer que nós resolvemos aquele sistema de equações. Só que nós resolvemos mentalmente, mas existem algumas técnicas que facilitam esse trabalho. Então, eu vou colocar agora um exemplo, nós vamos montar algebricamente uma situação, e eu vou apresentar para vocês dois métodos de resolução: método da adição e o método da substituição. Então nós vamos ver agora dois métodos, não é obrigatório que vocês façam opção por usar método da adição, método da substituição, pode ser aquele que for conveniente para vocês. Só que existem situações que ficam mais fácil usar um método, e situações que ficam mais fácil usar o outro método. Por isso que é importante que vocês aprendam os dois métodos.

Fonte: Dados da pesquisa.

Salientamos que a negociação estabelecida acima, assim como outras negociações realizadas pela professora, têm uma característica muito forte de divisão de responsabilidade. Ela pode considerar que nas relações com o saber há um papel que é próprio dos alunos, e assim constantemente verbaliza que deva haver certa autonomia deles durante esse processo. Contudo, para eles escolherem o método mais adequado torna-se necessário aprender ambas as técnicas. Por outro lado, por vezes, ela também dá indicações sobre que escolha é mais oportuna, influenciando as escolhas dos alunos.

Por conseguinte, a professora Helena começa a apresentar as técnicas para resolução de sistemas, através de um exemplo trabalhado oralmente que, embora já não trouxesse a estrutura algébrica escrita de um sistema, também não o apresentava de maneira contextualizada, tendo por intuito principal trabalhar a manipulação de técnicas. Logo, é feita a passagem da linguagem falada para a algébrica, para que se seja primeiramente abordado o método da adição.

Em relação ao método da adição, de início já é explicitado que ele “consiste em adicionar de forma análoga aos monômios”, em que só é possível estabelecer uma soma entre os termos de mesma incógnita. Apesar disso, durante a explicação desse método, quando a professora questiona se é possível somar +y com -y, surge o conflito a seguir:

Quadro 16 – Negociações método da adição

P: [...] Nós estamos adicionando. É possível somar +y com -y?
Als: Não.
P: Por quê? É impossível? Eles não são semelhantes? São ou não são?
Als: São.
P: São semelhantes, né? Então é possível, agora quanto é que dá?
Als: Zero.
P: Zero? Então, vamos pensar... uma coisa menos ela mesma, quanto é que dá?
Als: Zero.
P: Zero, então posso inclusive cortar, ok. É igual a… Estamos adicionando, não é isso? 36 + 20?

Fonte: Dados da pesquisa.

Embora tenha ocorrido um leve conflito na situação relatada acima, em que os alunos verbalizaram que não era possível realizar a soma em questão, nota-se que a professora busca exercer o controle da negociação, sempre que surge algum elemento inesperado, a fim de preservá-la. Assim, as regras pertinentes a conteúdos vistos anteriormente são constantemente reforçadas, de forma a contornar os conflitos que se possam fazer presentes.

Quadro 17 – Validação das respostas através da substituição

P: 28. Minha gente, já achei o valor de x, e a minha afirmação diz, o valor de X mais o valor de y vai dar 36. Se o meu x é igual a 28, quanto será o meu Y?
Als: 8.
P: Vamos ver aqui se essa hipótese está correta. Nós precisamos conferir nas duas situações. Naquela definiçãozinha que nós lemos, no final dizia assim, resolver um sistema para encontrar os valores de “x” e de “y”, que são as soluções das duas equações. Não é suficiente ser solução só de uma das equações, tem que ser das duas. Vamos verificar isso. Se eu tiver aqui no lugar do X, 28, o meu y será 8, quanto é que dá 28 + 8?
Als: 36.
P: Então a primeira equação está o quê?
Als: Certa.
P: Está atendida, está certa, ok. As respostas que nós encontramos estão certas de acordo com a primeira equação. Mas eu ainda preciso testar em qual?
A1: Na segunda.
P: Na segunda, vamos fazer isso. Se meu x for 28 e meu Y for 8, 28 - 8, vai dar quanto?
Als: 20.
P: 20. Deu certo nessa equação?
Als: Sim.

Fonte: Dados da pesquisa.

Além das regras relatadas anteriormente, a regra explícita que diz que resolver um sistema é encontrar os valores de “x” e de “y” que são as soluções das duas equações é reforçada. Apesar do exemplo referente ao método da adição ser finalizado, não é feito na lousa o registro da substituição dos valores, realizada para encontrar o valor de y, sendo esta feita exclusivamente através de estratégias mentais. Esse fato pode ter ocasionado a falta de compreensão por parte de uma das estudantes, tendo como consequência um nível de ruptura contratual, que relataremos adiante. A imagem a seguir ilustra o processo de resolução na lousa, em que não são registrados os cálculos relativos à obtenção do valor de y.

Figura 7 - Registro na lousa da resolução do sistema pelo método da adição

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 36 \\ x - \cancel{y} = 20 \end{cases}$$

$$2x = 56$$

$$x = \frac{56}{2}$$

$$x = 28 \qquad y = 8$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Após finalizar o exemplo utilizando a técnica da adição, Helena questiona a turma se ainda há alguma dúvida, a fim de prosseguir para a explicação sobre a técnica da substituição. Ao observar o gesto de negação feito pela aluna A3, ela decide repetir a explicação, reforçando as negociações e regras já feitas. À vista disso, ela começa a reforçar os aspectos das negociações que possam ter sido a fonte do desentendimento, enfatizando-as, como visto no quadro a seguir:

Quadro 18 – Uma ruptura branda de contrato

P: [...] Quem entendeu?
A4: Eu.
P: Querem fazer alguma pergunta?
Als: Não.
P: Nenhuma?
Als: Não.
P: Podemos ir para o método da substituição? Depois fazemos outros exemplos.
(A professora observa A3)
P: Porque tu gostou desse, né? Aí tá com medo do outro?
(A3 balança a cabeça, fazendo sinal de negação)
P: Não entendeu, não? Então vamos repetir. Vamos repetir. Do início, viu? Vou fazer do início.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ressaltamos que a retomada das negociações e das regras de contrato, relatadas a partir do recorte indicado no quadro 18, foram decorrentes de um tipo de ruptura de contrato. A ruptura em questão foi tão sutil, que não chegou a ser verbalizada, ocorrendo através de uma objeção gestual e facial feita pela aluna. Chamamos a atenção para este tipo peculiar de ruptura de contrato, em que não há reclamação verbal por parte dos alunos, mas é possível de ser observada através de outros elementos como expressões faciais e gestuais. A professora, ao perceber essa objeção, começou a repetir as negociações já realizadas, como forma de mantê-las asseguradas.

Nesta perspectiva, Almeida (2016) propõe a existência de uma reorganização contratual como alternativa à ideia de renegociação. Enquanto as renegociações seriam estabelecidas diante das rupturas de contrato, ou da não aceitação das cláusulas contratuais, a reorganização seria produto de uma manutenção do contrato didático, uma resposta a uma ruptura mais sutil, o que ele chamou de ruptura branda de contrato. “Podemos pensar que a reorganização contratual que surge na relação didática pode, de alguma forma, estar relacionada a algum tipo de sistema de defesa do próprio contrato didático, que impede de imediato uma ruptura ou a minimiza” (ALMEIDA, 2016, p. 205).

Assim, entendemos que possa existir níveis de rupturas contratuais, enquanto as rupturas mais fortes de contrato demandariam renegociações, uma ruptura branda demandaria apenas uma reorganização contratual. Desta forma, a reorganização contratual surge como uma forma de o professor não perder toda uma negociação realizada.

Desse modo, constantemente, quando a professora percebe que está prestes a romper alguma das negociações que tentou estabelecer, ela reorganiza-as, sublinhando os aspectos que considera terem sido a fonte dos conflitos. Contudo, essas objeções são, por vezes, sinalizadas de maneira sutil, captadas intuitivamente pela professora. O quadro a seguir exemplifica a reorganização contratual do método da adição.

Quadro 19 – Retomada das negociações do método da adição

P: [...] Como é que a gente representa algebricamente, utilizando “x” e “y”, a seguinte situação? A soma de dois números resulta ou é igual a 36? Como é que a gente monta isso?
Als: X + y =36.
P: X + y = 36. Até aí alguém tem alguma dúvida?
Als: Não.
P: Ok. A segunda afirmação diz o seguinte, a diferença entre esses números é 20. Como é que a gente representa?
Als: X - y= 20
P: Por que foi que, nesse caso, ficou aqui no sinal de menos?
A2: Porque é diferença.
P: Porque é diferença, certo. Então aqui, só seguindo a orientação que tem ali vou colocar o sinal de chave. Não é isso? Até aqui tudo bem? Como é que se chama esse método?
Als: Adição.
P: Adição. Adição a gente faz continha de quê? Adição, nós, literalmente, somamos. Então, eu vou passar o traço como uma continha tradicional, de adição e vamos somar. Um x mais um x?
Als: 2x.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ainda no recorte anterior, a ênfase dada na expressão “um x”, ao invés de ser dito apenas “x”, pode indicar tacitamente que há algo que a professora julgue requerer mais atenção. Assim, pode haver uma regra implícita que diz que a incógnita tem um coeficiente numérico, mesmo quando ele está oculto, e que ele deve ser considerado dentro de uma soma. Além desta, pode haver mais uma outra regra implícita que diz que os elementos relativos ao saber que está sendo trabalhado, que estão sendo mais enfatizados pela docente durante a explicação, podem demandar uma maior atenção.

Por conseguinte, é possível observar regras explícitas que podem ter sido estabelecidas em outros momentos, o que pode revelar marcas de contratos anteriores, como visto no quadro a seguir:

Quadro 20 – Marcas de contratos anteriores

P: [...] Agora aqui, mais Y menos y? Als: Zero. P: Por que é que é zero? Qual a regra aqui? A3: Sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior... A2: Porque mais com menos é menos, y menos y… P: Será que é aquela regra a lei que A3 tá dizendo? Ou essa, que A2 disse? P: A3 disse o seguinte… P: A2 disse o seguinte: porque mais com menos é menos, e A3 disse "porque sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior". E aí? Qual é a regra? A3: Como deu zero, dá no mesmo. P: É a mesma... vamos representar isso aqui do lado, + Y -Y. Eu sei, A3 disse assim que como deu zero, qualquer uma, né? Ela disse o seguinte, disse isso. Mas, se fossem outras situações, só iria dar certo uma das regras. Olha, aquela situação é a mesma dessa. Nesse caso, na adição e na subtração, nós utilizamos que regra? A que A2 disse, ou a que A3 disse? A11: A que A3 disse. P: Qual é a regra? A11: Sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior. P: Todos. Als: Sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior.

Fonte: Dados da pesquisa.

O quadro acima reforça, como já discutido, que a institucionalização é uma característica recorrente dentro das relações didáticas na sala de aula em questão. Desse modo, a professora propõe que, ora essa institucionalização seja estabelecida pela mesma, e que ora a institucionalização seja estabelecida pelos alunos individual ou coletivamente. Ou seja, o questionamento é devolvido para o aluno, ou para o grupo de alunos, para que eles assumam parte das responsabilidades surgidas na relação didática. Neste sentido, ressaltamos que uma das funções do contrato didático é a de definir um espaço de diálogo entre os diferentes parceiros da relação didática (JONNAERT e BORGHT, 2002). Assim, a interação entre os parceiros é fundamental para que haja as mudanças em relação ao saber.

No mais, observamos que a professora tenta negociar os métodos de resolução dos sistemas lineares de maneira fragmentada, buscando isolar as características próprias do método da adição, de forma a evitar as substituições. Para isto, ela utiliza o artifício de fazer as substituições mentalmente, para o cálculo da segunda incógnita. Embora este fato tenha gerado a ruptura que discutimos nas linhas anteriores, e que haja um reconhecimento por parte da docente da reclamação feita pelo estudante, ela busca estabelecer esta mesma essência nas negociações, como trazido a seguir:

Quadro 21 – Predominância de estratégias mentais no método da adição

P: Até aqui, alguma dúvida? Foi na compreensão do Y, não foi? P: Nós podemos, para descobrir o y, fazer o que nós fizemos, mentalmente, pensar que número é esse. Ou nós podemos substituir, pegar uma dessas equações e substituir. Eu fiz mentalmente já que nós vamos treinar a substituição já, já, mas no método da adição nós também podemos usar a substituição. Mas vamos tentar fazer isso mentalmente, A3. P: Veja só, o meu X deu 28, não foi? Afirmação de que eu tenho que pegar esse 28 e somar com outro valor que eu não sei qual é ainda e tem que dar 36. Só a colega, deixa ela pensar. Vinte e oito mais quanto, para que eu obtenha 36? A3: Oito. P: Oito. Ela disse aqui 8, então vamos testar para ver se tá certo. Então, na hipótese da colega o meu Y iria valer 8, não é isso? Vamos testar. Se eu pegar o 28, que é o valor de x, que vocês disseram que não tiveram dúvidas em relação a esse valor, e somar com o valor aqui que a colega sugeriu aqui. 28 no lugar do x, mais 8, no lugar do y, tem que dar quanto? Als: 36.

Fonte: Dados da pesquisa.

Ressaltamos que, mais uma vez, a docente não faz o registro escrito da substituição, sendo este similar ao da figura 10. Assim, pode estar sendo negociado de maneira oculta que, no método da adição, este registro seja desnecessário. Ademais, no quadro acima, vemos que há uma renegociação específica com a estudante, a qual havia ocasionado a ruptura contratual, como visto em expressões como “só a colega, deixa ela pensar”. Enfatizamos que tais renegociações visam à manutenção da regra do não registro da substituição, durante a utilização do método da adição.

Durante a renegociação realizada, Helena busca estabelecer um contato visual mais frequente com a aluna A3, para verificar a aceitação das renegociações. Neste momento, a percepção do gestual e troca de olhares são mais frequentes, o que revela a importância de tais aspectos dentro de uma relação didática. Outrossim, também evidencia a relevância do não dito entre os parceiros de tal relação didática, conforme discutido por Brousseau (1996).

Além disso, nos sistemas apresentados, era recorrente a prevalência de determinadas organizações. Como exemplos, a permanência das incógnitas no primeiro membro e a manutenção da mesma ordem de apresentação das incógnitas nas duas equações. O fato gerou a reclamação vista no quadro a seguir, feita pelo aluno A11.

Quadro 22 – Organização das incógnitas nos sistemas de equações

P: Alguma pergunta sobre este método? Pode dizer.
A11: Se o y estivesse no lugar de x, e o x no lugar do Y…
P: Como assim? Caso x estivesse no lugar...
A12: X no lugar do Y.
P: Ah… aqui não tem problema não, a ordem aqui não vai importar não. Se tipo Y estivesse aqui e X aqui? Não tinha problema. Do mesmo jeito se fosse y positivo no caso, e y negativo embaixo cortaria, e depois, x mais x, 2x.
A7: Mas se só na parte de baixo colocar o x embaixo do y?
P: Só na parte de baixo? Ah… eu entendi. No caso aqui, o x aqui, por exemplo, e o y aqui? O y aqui e x aqui? Não é isso? Aí eu precisaria mudar a ordem, para deixar algo que fosse conveniente. Por exemplo, se isso daqui tá assim, x + y = 36, eu posso deixar assim, y + x = 36? Essa situação é igual a essa? Sim ou não?
A12: Depende.
P: Vamos ver, vamos pensar no seguinte, aqui eu tenho um número que adicionado com o outro, esses dois números são o quê? Positivos ou negativos?
A1: Positivos.
P: E aqui embaixo, esses dois números são o quê?
A12: Positivos.
P: Eu tô modificando com alguma coisa?
Als: Não.
P: Então, A7, se você quiser, se for necessário, se não estiver um abaixo do outro. Sendo que você já montou você montou da forma conveniente, mas se vier uma questão prontinha que não está na ordem, você pode fazer isso. Agora, muito cuidado com essa situação. Aqui quem é positivo?

Fonte: Dados da pesquisa.

O acontecimento acima pode estar relacionado a um certo tipo de ruptura. A ruptura seria alusiva a existência de um modelo de sistema diferente do sistema ideal, que vinha sendo trabalhado sob determinados parâmetros convencionados implicitamente. Portanto, em decorrência da reclamação por parte do aluno, foram demandadas renegociações para abranger outras organizações dentro de um sistema de equações.

Posteriormente, inicia-se a apresentação do método da substituição. As primeiras negociações são alusivas a necessidade de isolar-se uma incógnita, a fim de substituí-la na outra equação. Assim, a professora enfatiza que num sistema de equação com duas incógnitas temos duas equações, e a equação a ser escolhida, para ser isolada a incógnita, deve ser a concebida como mais conveniente. Deste modo, evidencia-se que o primeiro aspecto relevante no método da substituição é o de isolar a incógnita.

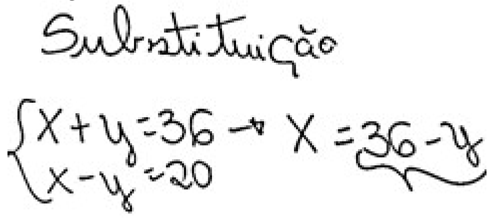
À vista disso, o exemplo anterior é resgatado, visto agora na perspectiva do novo método a ser estudado. Durante a explicação deste segundo método, ao ser isolado o valor de x na segunda equação, são feitos o questionamento e o registro na lousa, que traremos a seguir.

Quadro 23 – Isolamento da incógnita no método da substituição

P: Por que eu estou dizendo que meu x vale quanto, por enquanto? A1: 36 - y. P: O que é que meu X vale? Als: 36 - y.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 8 - Registro na lousa do isolamento da incógnita x



Fonte: Dados da pesquisa.

Durante o diálogo indicado no quadro 23, ao questionar os alunos sobre qual o valor do x “por enquanto”, a professora já sinaliza a resposta no quadro, sublinhando a expressão “36 – y”, como visto na imagem acima. Após isto, os alunos verbalizam a expressão “36 – y”. Frisamos que esse fenômeno pode indicar a ocorrência de um efeito de contrato, que, especificamente, está diretamente relacionado ao registro das resoluções, uma vez que a professora expõe na lousa a resposta que espera dos alunos.

Desta forma, apontamos que a ocorrência desse efeito de contrato, que está relacionado ao registro da resolução da atividade, apresenta similaridades com o efeito Topaze, uma vez que, de modo pouco usual, a professora conduziu os alunos a apresentarem uma resposta que era esperada por ela. Entretanto, a utilização de recursos, como a gesticulação e o registro realizado no quadro, não é recorrente na literatura que discute este fenômeno.

Dentre as negociações mais significativas, relacionadas ao método da substituição, está a da regra explícita que diz que “sempre que se mexer em uma equação, a substituição será feita na outra”. Neste sentido, também é implicitamente negociado que os fatores que são mais relevantes, durante o processo de resolução, serão enfatizados por expressões tipo “o quê? ”, para que se haja uma repetição dos mesmos, como exemplificado a seguir.

Quadro 24 – Algumas negociações

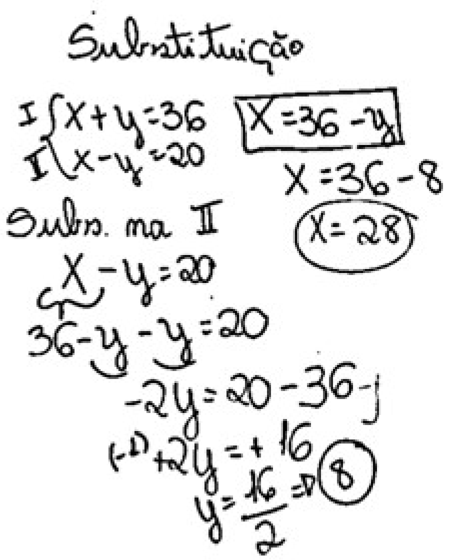
P: Certo. Então, vamos agora, nós não mexemos na equação 1, não foi? Então, nós vamos substituir na equação, o quê? Als: Dois. [...] P: Menos o quê?

Fonte: Dados da pesquisa.

Na sequência, é enfatizada a existência de situações em que o método da adição é mais oportuno, e de situações em que o método da substituição torna-se mais oportuno, embora nos exemplos sejam trabalhados ambos os métodos. Essa preferência pode ter ligação com o tempo didático da professora, em que certas escolhas são necessárias para que o mesmo seja otimizado, de forma a contemplar os aspectos que ela julga serem mais importantes.

Enquanto que, no método da adição, não eram efetuados os registros na lousa das substituições, enfatizando-se a utilização de estratégias mentais, no método da substituição o processo dá-se de outra forma. Agora os registros de todas as manipulações algébricas são efetuados na lousa, como visto na imagem abaixo.

Figura 9 - Registro na lousa da resolução pelo método da substituição



Fonte: Dados da pesquisa.

Constantemente, a professora também retoma a importância de reduzir as equações de duas incógnitas a uma nova equação do primeiro grau com uma única incógnita, uma vez que já estão acostumados a fazer manipulações com este tipo de equação. Após o exemplo mostrado acima ser concluído, um novo sistema de equações é trabalhado.

No novo exemplo, são trazidas algumas características diferentes das recorrentes nos exemplos anteriores, a fim de que novas negociações possam ser realizadas. Nele, não há simetria entre as incógnitas, ou seja, ao optar-se pelo método da adição, não será possível eliminar uma delas se não forem efetuadas algumas alterações. Assim, são feitas novas negociações sobre a necessidade de pensar-se em artifícios para adequar o coeficiente das incógnitas, preservando-se a igualdade.

Lembramos que já no início da aula, quando o saber em jogo eram as equações de primeiro grau, o sentido da equivalência dentro da igualdade já havia sido negociado. Desta forma, ele é retomado mais uma vez implicitamente. Podemos observar alguns dos aspectos discutidos no próximo diálogo.

Quadro 25 – Alterações nos coeficientes das incógnitas

P: Se eu deixar o “x” e o “y”, não dá para resolver com equação do primeiro grau. Tá certo, então vocês querem o da adição. Observem aqui. Se eu fizer 1x + 2x, vai dar quanto?
Als: 3x.
P: Ok. E se eu fizer y + y?
Als: 2y.
P: Vai ficar só uma incógnita?
Als: Não.
P: Não. E aí?
A1: Multiplica a de baixo por -1.
P: Pode ser, pode ser. A1 sugeriu o seguinte, eu posso multiplicar a de baixo por -1. Eu poderia também multiplicar a de cima. Vejam só, o que foi isso que A1 disse, quando eu quero utilizar o método da adição, e não dá para cortar inicialmente do modo que as equações estão, aí a gente vai pensar o que fazer, para que possa resolver pelo método da adição, desse jeito aqui.
P: Pensem no seguinte, esse com esse, eu vou somar, vai dar 3x. Esse com esse, eu iria somar também, 2y. Então, eu acabo que não posso cortar nenhuma das incógnitas aqui. Não é isso? Se eu não posso cortar, eu vou continuar com duas. Então, o que A1 disse foi o seguinte, ele pensou em encontrar uma equação equivalente. Quando nós modificamos um lado da equação, da igualdade e modificamos o outro, nós temos uma equação equivalente, que corresponde à mesma coisa. Então, nós podemos fazer isso que A1 disse. Porque, por exemplo, seria mais simples aqui cortar o “x” ou o “y”?

Fonte: Dados da pesquisa.

Posteriormente, percebendo a tensão que poderia ser ocasionada pela escolha do método da adição, que pode ter sido julgado menos adequado para resolução do sistema em questão, surgem mais algumas reorganizações contratuais. A professora percebeu algum tipo de gesto ou de expressão, que a levou a uma sensibilização para a necessidade de uma reorganização, como forma de não perder as negociações realizadas. Esse fenômeno fica mais evidente na videografia realizada, em que é possível observar que houve algum nível de reclamação dos alunos, dadas as suas reações, como suas expressões e a troca de olhares com a docente.

Dessa forma, mais uma vez há indícios de uma ruptura gestual de contrato, uma ruptura branda que, conforme Almeida (2016), demandaria uma reorganização contratual para que as negociações fossem preservadas. Ressaltamos que esse tipo de fenômeno também ocorreu em outros momentos das aulas observadas[9]. Em decorrência disto, são reforçadas as negociações já firmadas em outras ocasiões, conforme mostrado no quadro 26.

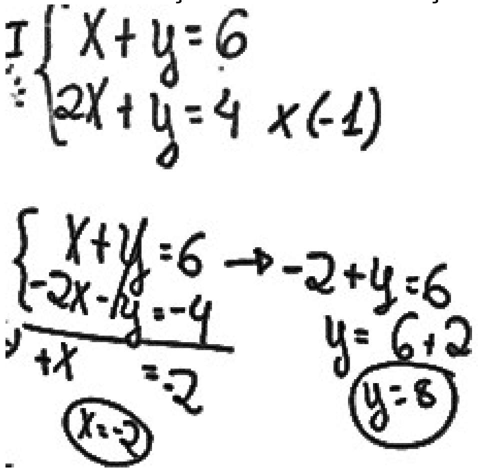
Quadro 26 – Reorganizações de contrato

P: [...] Essa já teve que mexer um pouquinho, aí já muda, não é? Percebam que é pelo método da adição, só que do jeito que estava não dava para eliminar nada. Por isso, teve que mexer. Então, em situações desse tipo, tem gente que prefere o método da substituição. Eu, particularmente, quando tenho que modificar uma das equações, eu faço logo pelo método da substituição, mas é questão de costume. É simples fazer isso, mas é questão de costume.

Fonte: Dados da pesquisa.

No início das negociações acerca do método da adição, os registros das substituições não eram realizados, numa tentativa de isolar este método do da substituição. Em um segundo momento, embora seja verbalizado que o registro não será realizado, sendo o cálculo feito mentalmente, o registro da substituição é feito no quadro, como observado adiante.

Figura 10 - Substituição no método da adição



Fonte: Dados da pesquisa.

[9] Conforme discutido na página 76.

Ressaltamos que o registro da substituição dentro do método da adição, feito acima, pode ter sido feito para evitar possíveis tensões ou rupturas como as ocorridas anteriormente em decorrência da falta dele. Posteriormente, o sistema é resolvido também pelo método da substituição, sendo feito de modo similar ao do primeiro exemplo.

Nas aulas subsequentes foram trabalhados mais alguns exemplos, no sentido de “treinar”, conforme o termo utilizado pela docente, a tradução da linguagem materna para a algébrica. Desse modo, foi possível observar o resgate de negociações que já haviam sido trabalhadas. Dentre elas, a mais recorrente foi a utilização das iniciais das palavras para representar as incógnitas, como reforçado no momento expresso a seguir.

Quadro 27 – Retomada de algumas negociações

P: Então, nós vamos relembrar agora, esclarecer. Eu sei que alguns de vocês ficaram com dúvida, não é? Então, nós vamos responder outros exemplos hoje. Neste conteúdo, nós estamos treinando não só a resolução, como também, nós estamos treinando a tradução para a linguagem algébrica, certo?
P: Então, vamos relembrar aqui algumas coisas. Vamos treinar primeiro algebricamente. Eu vou fazer o seguinte, eu vou ler uma situação, e vocês vão me dizer como representar isso algebricamente, certo? Depois, eu vou chamar alguns ali no quadro.
[...]
P: Vamos montar esse sistema de equações. Eu vou ler aqui com calma, e vocês vão me dizer como representar isso algebricamente. Vamos lá. Diz assim, Lucas comprou três canetas e dois lápis. Vamos usar c de caneta e l de lápis, como é que fica isso? Lucas comprou três canetas e dois lápis.

Fonte: Dados da pesquisa.

Em outro momento, são trabalhados mais exemplos, sendo o aluno A1, chamado para expressar algebricamente um outro sistema no quadro. Como já discutido, há alguns indícios de um contrato diferencial em relação a este estudante, sendo este, um deles. Deste modo, espera-se que o estudante em questão apresente uma resposta que seja satisfatória.

Dessa forma, quando o estudante brevemente hesita em escrever a solução no quadro, a professora incentiva que os demais estudantes deem dicas, a fim de que sua expectativa seja atendida. Ressaltamos que este momento apresenta indícios de um efeito de contrato, o Pigmaleão, uma vez que a professora parece eleger que este estudante irá obter êxito, assim como em outros momentos ela espera que determinados alunos não o obtenham. Em decorrência disso, a professora relembra que já ocorreram situações similares e enfatiza as palavras que indicam as grandezas desconhecidas. No entanto, embora implicitamente seja esperado que ele escolha as iniciais das palavras para expressar as grandezas, ele escolhe as letras mais tradicionais, X e Y, o que indica uma ruptura de contrato.

Ressaltamos que um outro estudante, quando chamado ao quadro, e embora também se tenha havido uma ênfase à utilização da primeira letra das palavras como incógnitas, também optou pelas letras X e Y. Esses fatos sugerem a existência de marca de contratos anteriores, onde mais frequentemente estas letras eram utilizadas nas representações de incógnitas.

Em decorrência dessas rupturas de contrato, a professora apenas reorganizou suas negociações afirmando que também “pode ser com x e y”, uma vez que se tratou de uma ruptura sutil, de uma intensidade baixa, não demandou novas renegociações. O que, mais uma vez, reforça a ideia de diferentes níveis de rupturas de contrato. Ao reorganizar o contrato, ela consegue assegurar que os estudantes apresentem as resoluções esperadas que, no caso, eram as representações algébricas dos exemplos propostos.

Todavia, essas rupturas sistêmicas em relação às escolhas das incógnitas que representavam os valores desconhecidos sensibiliza a docente para necessidade de reforçar mais uma vez a negociação em torno das mesmas, como visto a seguir.

Quadro 28 – Sobre as escolhas das incógnitas

P: [...] Vamos fazer o seguinte, vamos treinar aqui a resolução de algumas delas. Então, aqui, a dica é que podem utilizar as informações, as iniciais das letras que vocês têm. Se vocês acharem que fica mais fácil. Por que, já imaginou, você montar assim, aí no final você não sabe quem é x e não sabe quem é y? E aí, você pode assinalar a alternativa que está com os valores trocados, porque você se confundiu quem era x e quem era y. Por isso que vocês podem utilizar as letras iniciais das situações que vocês quiserem. [...] P: Então, vamos montar essa situação aqui. Como é que fica mais fácil do que “x” e “y”? Quais as letras que nós podemos utilizar para esta situação que A1 montou? Que há 44 alunos entre meninos e meninas? A gente pode usar o quê?

Fonte: Dados da pesquisa.

Os exemplos, assim como os exercícios posteriormente realizados, obedeciam a uma estrutura padrão. Helena optou por problemas que não geravam desconfortos para os alunos, como a utilização frações ou coeficientes numéricos diferentes acompanhando a mesma incógnita do sistema, como o exemplificado na próxima figura.

Figura 11 - Exemplo da estrutura dos sistemas trabalhados

$$\begin{cases} H + M = 44 \\ H - M = 10 \end{cases}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Como já mencionamos, o contrato está diretamente ligado às expectativas dos parceiros da relação didática, de modo que a docente pode ter uma expectativa de que os alunos só obtenham êxito em problemas de uma mesma natureza. Por isso, não é feita a opção por problemas de uma natureza diversa da padrão. Em contrapartida, com isso, os estudantes podem ficar limitados a sentirem-se confortáveis apenas com um mesmo tipo de problema, de forma que um diverso deste traga dificuldades mais acentuadas.

Posteriormente, durante as explicações, as negociações são em torno da existência de dois tipos de problemas, os que são apontados como mais fáceis de serem resolvidos pela adição e os que são apontados como mais fáceis de serem resolvidos pela substituição. Na figura 14, temos um exemplo da estrutura de um sistema que deve ser preferencialmente trabalhado pelo método da adição e, na figura abaixo, um que deve ser resolvido preferencialmente pela substituição.

Figura 12 - Estrutura de um sistema a ser resolvido preferencialmente pelo método da substituição

$$\begin{cases} J + P = 28 \\ P = 3J \end{cases}$$

Fonte: Dados da pesquisa.

Assim, durante a resolução dos exemplos e das atividades, as negociações acima são constantemente reafirmadas. Quando a professora percebe que possa ocorrer algum conflito em relação à negociação de algum saber, ela busca blindar as negociações através de táticas como a repetição das regras, sinalizando no quadro as respostas já apresentadas, e, menos frequentemente, respondendo ela mesma os questionamentos que por ela levantados. Esta característica presente dentro do jogo didático tem por objetivo desvencilhar de possíveis rupturas de contrato.

Deste modo, na aula em que foi proposto um problema com uma organização diferente dos problemas habituais, surgiram algumas situações particulares. No problema em questão, os alunos deveriam determinar a quantidade de carros e de motos observando a relação entre a quantidade de rodas dos veículos, para montar uma das equações. No entanto, em decorrência da regra fortemente trabalhada, em que a primeira letra da palavra deveria simbolizar as incógnitas, os estudantes insistiam em inserir uma incógnita R, além das duas outras já existentes na primeira expressão do sistema já montada, como exposto adiante.

Quadro 29 – Surge uma terceira incógnita

P: [...] Levem em consideração as rodas que a gente pensou. [...] A8: Ô, professora! P: Diga. A8: R é igual a 40? P: R é igual a 40...Rodas é igual a 40, é isso que você quer dizer, não é? P: Se nós colocássemos outra letra aqui, nós vamos ter o C, o M, e o R. Alguma estratégia dessas, que vocês conhecem até o momento, é suficiente para resolver com três letras? Als: Não. P: Não. Então vamos pensar em outra alternativa que tenha C de carro e M de moto, que são as letras que são iguais ali. Vamos pensar, pera aí, fala aí. Tenha vergonha, não. [...] A6: X é igual a 4R.

Fonte: Dados da pesquisa.

Consequentemente, ao observar que os alunos poderiam não chegar a uma resposta adequada, a professora começa a dar dicas. Apontamos que, a partir daí, surgiram de maneira mais assídua alguns efeitos de contrato, sendo os mais recorrentes o Topaze e o seu derivado, o Jourdain.

Quadro 30 – Efeito de contrato

A7: C é igual a 4. P: Olha, o 4c tá chegando. A5: É 2M? P: 4C + 2M é igual a quanto? A5: 40. P: Muito bem, muito bem. Olha, 4C + 2M é igual a? Als: 40.

Fonte: Dados da pesquisa.

No recorte acima a professora considerou como um saber relevante a afirmação do aluno que “C é igual a 4”. No entanto, o aluno pode não ter interpretado o 4 como o coeficiente de C, fato que originou a expressão 4C, vista no quadro 30. Dessa forma, apontamos a existência do efeito Jourdain, ou mal-entendido fundamental, onde respostas banais dos alunos são tratadas como manifestações de um saber sábio (ALMOULOUD, 2007). Eventualmente, fenômenos semelhantes puderam ser observados em outros momentos.

Além disso, posteriormente, um problema semelhante ao relatado nos dois últimos quadros foi trabalhado, o que traz evidências que a docente sinta a necessidade de trazer problemas similares, para que haja reafirmação de regras contratuais e de técnicas. Frisamos que esses tais problemas não apresentavam uma variação acentuada em relação aos demais já trabalhados.

Desta mesma forma, não eram trabalhados sistemas cujos resultados eram expressos em frações, estando os resultados frequentemente dentro do campo dos números naturais. O que ocasionou o indício de ruptura, expresso no próximo quadro.

Quadro 31 – Indícios de rupturas contratuais

P: [...] Você queria perguntar alguma coisa? A15: Tem como deixar em fração? P: Sim. A15 tá perguntando se tem como deixar em fração. Tem, dependendo do problema. Digamos que a fração deu 1/2, e tá perguntando na situação, no sistemazinho que tem um probleminha, perguntando quantos filhos A15 tem. Aí, aparece lá um sobre dois. Um meio corresponde a quanto, minha gente? Als: 0,5. P: Aí, tem como ter a metade de um filho? A7: A metade de um filho… (Risos). P: Ou tem, ou não tem, não é? (Risos) Als: Não. P: Aí, nesses casos de probleminhas assim, geralmente aparecem soluções exatas, nesse tipo de problema do dia a dia, de quantidade de coisas que nós queremos encontrar. Mas se for só assim, encontre o valor, determine o valor de “x” e de “y”, aí costuma aparecer, sim, pode aparecer fração. Certo?

Fonte: Dados da pesquisa.

Como expresso na situação acima, a professora pode ter frequentemente recorrido a problemas, aos quais achasse que os estudantes se sentiriam mais confortáveis em resolvê-los, para assim atender a sua expectativa de obter êxito nas atividades. Diante do princípio de ruptura expresso acima, mais uma vez, a reorganização contratual surge com a finalidade de assegurar as negociações realizadas em torno do saber em questão.

Nas aulas finais, onde o principal foco foi a realização de exercícios, os quais seguiram os moldes dos exemplos explanados durante a explicação do conteúdo, houve recorrentemente a manifestação do efeito Topaze. A professora constantemente dava dicas ou ajudava em parte da resolução para que os estudantes conseguissem efetivar as atividades que eram propostas. Exemplificamos a seguir uma destas situações, ressaltamos que verbalmente houve a ênfase nos coeficientes das incógnitas X e Y que estavam ocultos, como já ocorrido em outros momentos.

Quadro 32 – Indícios de efeitos de contrato

P: [...] Comece pelo método da adição. Comece do início, aqui, esse com esse, dá quanto? A12: Não sei. P: Um x mais um x? A12: 2x. P: Isso aí. Vamos ver. Um y menos um y? A12: Nada. P: Aí como eliminou esse, não é menos não, porque o zero não é positivo nem negativo. A12: (Silêncio) P: Soma aqui também, porque se você somou aqui, tem que somar aqui e aqui também. Isso, sabe terminar a partir daí?

Fonte: Dados da pesquisa.

Em síntese, destacamos mais uma vez, que em um contrato didático reina o implícito. Desse modo, algumas características apontadas em nossa análise são mais observáveis na videografia, não se acentuando fortemente nos diálogos. Há uma presença marcante de gestos, expressões e trocas de olhares, que demandaram interpretações e análises mais meticulosas, pois influenciaram diretamente as relações didáticas da sala de aula observada.

Desse modo, as negociações caracterizaram-se por apresentar rupturas mais sutis de contrato, em que nem sempre ocorria uma reclamação, por parte dos parceiros da relação didática, de maneira verbalizada. Analogamente, os efeitos de contrato surgiram atenuadamente, visando à permanência dos estudantes dentro do jogo didático e assegurando a continuidade das negociações.

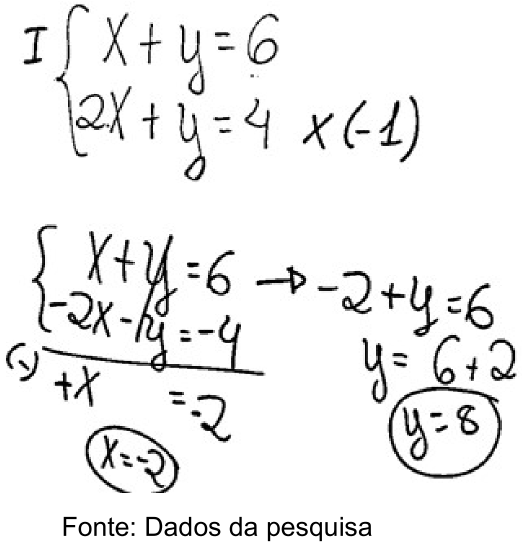
Durante o processo de resolução dos exemplos e das atividades, surgiram algumas estruturas e técnicas, bastante recorrentes neste processo. Em decorrência disto, sentimos a necessidade de discorrer sobre um outro conceito, o núcleo duro de contrato. Teceremos considerações sobre esse tema no tópico a seguir.

5.2 O núcleo duro do contrato didático

Como já mencionamos no item 5.2, há uma relação entre as regras de contrato e as técnicas matemáticas relativas a um saber que esteja em jogo. De forma que estas técnicas e regras tendem a se cristalizar gradualmente ao longo das aulas. Em decorrência disso, o núcleo duro de contrato surge como uma espécie de passo a passo a ser seguido, em todas as situações que possuam um mesmo tipo de natureza. (AlMEIDA, 2016)

À vista disso, as recorrências de determinadas estruturas no processo de resolução das atividades, relacionadas aos sistemas de equações lineares com duas incógnitas, nos fizeram supor a existência de um núcleo duro de contrato. Abaixo apresentamos o registro realizado pela professora durante a resolução de um sistema de equações pelo método da adição, este registro ilustra o tipo de organização usual deste método.

Figura 13 - Registro matemático da professora no método da adição



Fonte: Dados da pesquisa

No registro acima, podemos observar uma estrutura procedimental recorrente ao longo das resoluções dos sistemas de equações pelo método da adição. As negociações realizadas, durante as efetivações destes registros, evidenciavam um caminho de resolução que apresentava poucas alterações. De forma que podemos observar que o contrato didático, na perspectiva das técnicas de resolução do método da adição, estabelecia-se, resumidamente, da seguinte maneira:

Quadro 33 – Regra de contrato universal particular do professor sobre o método da adição

1º passo: Observar se as incógnitas são simétricas, ou se possuem os mesmos valores nos coeficientes para que durante a soma eles possam ser cancelados, imediatamente ou fazendo apenas adequação do sinal (positivar).
2º passo: "Cortar" as incógnitas, ou seja, somar os termos que são semelhantes para assim ser obtida uma única equação de uma incógnita.
3º passo: Manipular a equação obtida, a fim de se obter o valor da primeira incógnita. As técnicas consistiam em utilizar as inversas das operações dadas e transpor os termos de um membro para outro.
4º passo: Substituir o valor encontrado no passo anterior em alguma das equações, para assim ser encontrado o valor da incógnita. Preferencialmente, substituir esses valores mentalmente.
5º passo: Verificar mentalmente se os valores encontrados são soluções das duas equações.

Fonte: Dados da pesquisa.

Inicialmente, os registros das substituições que ocorriam dentro do método da adição eram evitados pela professora, o que ocasionou a ruptura de contrato relatada no tópico anterior, a partir de então, tais registros passaram a ser efetuados. Apesar disso, todas as vezes que esse método estava em uso foi sugerido que os estudantes "substituíssem pelo pensamento", optando assim por estratégias mentais para encontrar a segunda incógnita.

No mais, a professora Helena possuía uma caraterística de resolver um mesmo sistema por ambos os métodos, adição e substituição, durante o processo de apresentação e explicação do conteúdo. Dessa forma, também podemos observar o sistema proposto na figura 16, na perspectiva das técnicas de resolução do método da substituição.

Figura 14 - Registro matemático da professora no método da substituição

$$\begin{cases} x + y = 6 \rightarrow y = 6 - x \\ 2x + y = 4 \end{cases}$$

$y = 6 - (-2)$

$y = 6 + 2$

$y = 8$

Subs.

$2x + 6 - x = 4$

$x = 4 - 6$

$x = -2$

Fonte: Dados da pesquisa.

As negociações relativas ao método da substituição habitualmente envolviam a reafirmação das técnicas descritas resumidamente no próximo quadro.

Quadro 34 – Regra de contrato universal particular do professor sobre o método da substituição

1º passo: Isolar uma das incógnitas, na equação percebida como a mais conveniente de realizar-se esse procedimento. 2º passo: Substituir a expressão encontrada na outra equação, de forma a obter-se uma equação com apenas uma incógnita. Aplicar a propriedade distributiva, quando necessária. 3º passo: Manipular a equação obtida, a fim de se obter o valor da primeira incógnita. As técnicas consistiam em utilizar as inversas das operações dadas e transpor os termos de um membro para outro. 4º passo: Substituir o valor encontrado na outra equação, para assim ser encontrado o valor da segunda incógnita. 5º passo: Verificar mentalmente se os valores encontrados são soluções das duas equações

Fonte: Dados da pesquisa.

Ressaltamos que no método da substituição todos os registros relativos ao cálculo das duas incógnitas eram realizados, de forma que não ocorria a opção por cálculos puramente mentais no processo de determinação das incógnitas. Estes ocorriam apenas na validação dos valores encontrados.

Diante da nossa análise, observamos que há uma identidade, que é característica da professora, que pode ser observada diante sua relação com o saber e em sua maneira de efetuar as negociações relativas a ele, dentro do jogo didático, conforme exemplificado nos quadros e figuras anteriores. Assim sendo, segundo Almeida (2016), a utilização recorrente de determinados tipos de técnicas, para resolver determinados tipos de tarefas, é o bojo do núcleo duro de contrato, uma vez que as regras tendem a se cristalizar ao longo das aulas.

Tendo em vista os aspectos observados, salientamos que não é possível estimar até que ponto o núcleo duro de contrato, que foi consolidado pela docente durante as aulas, tenha a ver com um outro tipo de núcleo duro. Assim, o mesmo pode ter relações com núcleos alheios, como um expresso em um livro didático, ou um decorrente da formação acadêmica da professora.

No tópico seguinte traremos algumas considerações pertinentes à passagem da equação do primeiro grau para os sistemas de equações lineares com duas incógnitas.

5.3 A Passagem da equação do primeiro grau para sistemas de equações lineares com duas incógnitas

Nas seções anteriores deste capítulo, apresentamos alguns dos aspectos que são relevantes à passagem da equação de primeiro grau para os sistemas de equações lineares com duas incógnitas, mais marcadamente, sob a ótica das relações contratuais. No entanto, observamos a necessidade de enfatizar tais aspectos, além de trazê-los na perspectiva das outras passagens que ocorrem dentro do campo do saber algébrico.

Dessa forma, salientamos que os sistemas de equações lineares com duas incógnitas conseguem englobar boa parte das discussões relativas à álgebra. Entre elas estão as passagens que ocorrem dentro do campo do saber algébrico, conforme discutido no tópico 4 do nosso terceiro capítulo.

Nesta perspectiva, das passagens que ocorrem no meio algébrico, retomemos um trecho de uma situação já relatada, sob uma outra ótica, no quadro 11 da seção 5.1. No momento em questão, foi solicitado a um estudante que fizesse a tradução da linguagem falada para a linguagem algébrica.

Quadro 35 – A passagem de um sistema linear expresso na linguagem verbal para a linguagem matemática

P: [...] Digamos assim: o número de meninas é o triplo do número de meninos, como eu poderia representar isso algebricamente? Deixa eu repetir, o número de meninas é igual ao triplo do número de meninos, como eu posso representar isso algebricamente? A1: 3x= Y P: Vamos pensar. Olha, ele disse ali 3x= Y, não foi? Quem eu disse que eram as meninas aqui? As: X P: E os meninos? As: Y P: Se eu fizer o que A1 disse 3x, eu vou tá dizendo o triplo de meninas, não é? [...]

Fonte: Dados da pesquisa.

Segundo Lochead e Mestre (1995), uma boa parcela dos estudantes tem dificuldades em problemas que envolvem a passagem referida acima, em que são necessários expressar algebricamente problemas que estejam na linguagem corrente. Em especial, essas dificuldades acentuam-se em problemas em que são solicitados que os alunos leiam uma sentença relacionando duas variáveis, para depois escrever uma equação que represente esta relação. Assim, frequentemente, eles escrevem o contrário do que pretendem, fenômeno que podemos observar acima.

No mais, conforme Lochead e Mestre (1995), em problemas como os do quadro anterior, os alunos têm uma forte tendência a fazer uma associação das incógnitas com a ordem em que as palavras são apresentadas, o que pode ser uma fonte de erros. Não obstante, no problema relatado acima, que diz “o número de meninas é igual ao triplo do número de meninos”, os alunos apresentaram o mesmo tipo de dificuldade, ainda que a sentença apresentasse a mesma ordem de sua representação algébrica. Conforme Lochead e Mestre (1995), problemas que envolvem relação entre duas variáveis causam este tipo particular de confusão.

Por outro lado, ainda foi possível observar que, embora o foco das aulas tenha sido a utilização de estratégias algébricas na resolução de problemas relacionados aos sistemas lineares, as estratégias aritméticas ainda surgiam. Assim, no processo de resolução de uma atividade, um estudante propôs a seguinte tática de resolução.

Quadro 36 – A continuidade de estratégias aritméticas nos sistemas de equações

A10: Conta no palitinho.
P: Ele disse para contar no palitinho. Supondo, não é? Testando. Dá certo também, iria demorar muito, mas dá certo. Ele poderia, sim, testar…

Fonte: Dados da pesquisa.

Neste sentido, Rocha Falcão (1997) e a própria BNCC (2017) trazem a ideia que haja uma continuidade procedimental da aritmética em relação à álgebra. Isto posto, vimos que os estudantes, de fato, ainda recorriam a procedimentos aritméticos, quando o saber em questão eram os sistemas de equações lineares. Em suma, podemos perceber que algumas das discussões relativas à álgebra se fazem muito presente nos sistemas de equações.

Observaremos agora a passagem das equações do primeiro grau para sistemas lineares da perspectiva das relações contratuais e das negociações realizadas, conforme já discutidas no item 5.1. Inicialmente, a professora observada pode ter considerado importante a retomada de algumas noções relativas à equação de primeiro grau, antes de introduzir a noção de sistema de equações.

Dessa forma, a docente optou por introduzir o conteúdo de sistemas lineares, através da retomada de conceitos relativos às equações de primeiro grau. Para isto, foi trabalhada a equação 2x = 6, em que foram enfatizados alguns conceitos, como a existência de primeiro e segundo membro dentro de uma igualdade, a presença de incógnitas, a propriedade da operação inversa, a transposição de termos e a ideia de equivalência.

Quadro 37 – Regras referentes às equações de primeiro grau

P: Quem sabe o que fica aqui antes igualdade? O que é isso? Como é que a gente chama? A parte que está antes da igualdade? Quem sabe dizer?
A1: Primeiro membro.
P: Primeiro membro, certo. E após a igualdade nós temos?
As: Segundo membro.
P: Segundo membro, ok. Então objetivo de uma equação é o quê? Quem sabe dizer?
A1: Descobrir o valor da incógnita.
P: Descobrir o valor da incógnita. A letra recebe este nome justamente porque nós não sabemos inicialmente seu valor. Logicamente, numa equação tão simples assim, por dedução, nós conseguimos perceber o seu valor. Mas, de um modo geral, nós procuramos encontrar o valor daquela letra que não conhecemos, por isso que é incógnita.
P: E nesse caso aqui, para resolução dessa equação do primeiro grau qual é o procedimento? O que é que a gente faz para descobrir este valor de "x"?
A1: Repete o "x".
P: X é igual...
As: Seis dividido por dois.
P: Por que nesse caso é dividido por 2?
A1: Porque tá multiplicando e passa dividindo.
P: Isso, olha, estava multiplicando, e ele disse que aqui passou dividindo. E por que então da multiplicação nós vamos ter uma divisão?
A4: Porque faz a operação inversa.
P: Porque faz a operação inversa, certo. Ano passado vocês receberam várias justificativas dos motivos que levariam a isso, e uma destas justificativas é que a operação inversa se encaixa bem aí. Para finalizar essa equação, "x" é igual, seis dividido por 2?
As: Três.
P: Então o valor da minha incógnita, nesse caso, não é mais incógnita, então eu descobri, o valor é…
As: Três.

Fonte: Dados da pesquisa.

Os aspectos anteriormente citados evidenciam a presença de uma estrutura, que englobava os procedimentos, as técnicas e as regras contratuais, que ainda seria muito presente no saber que, até o momento acima, estava começando a ser negociado. Inclusive, a própria forma de efetuar os registros posteriormente seguiria uma mesma estrutura, conforme os registros que apresentaremos adiante.

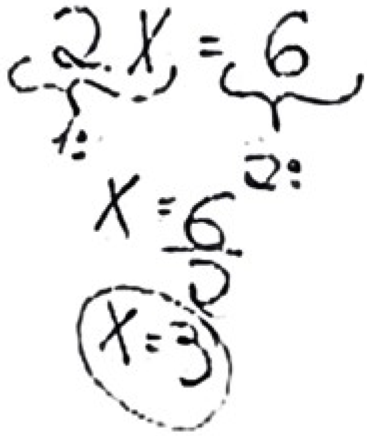
Assim, ainda durante a retomada do conceito de equação do primeiro grau com uma incógnita, foi possível perceber outras negociações que enfatizavam a noção de dedução de valores, além da opção por estratégias mentais, como forma de encontrar os valores desconhecidos. No mais, a ideia de substituição já se fazia presente, como veremos no trecho a seguir, acompanhado do registro matemático.

Quadro 38 – A ideia de substituir valores

[...]
P: Então o valor da minha incógnita, nesse caso, não é mais incógnita então, eu descobri, o valor é…
As: Três.
P: Três, certo. O que eu posso fazer para comprovar se essa minha hipótese é verdadeira ou não? Se, de fato, o valor que nós estamos procurando ali é o 3?
A1: Substituir o X pelo 3.
P: Certo, substituir o X pelo 3. Outra pessoa estava dizendo outra coisa…
A5: 3 vezes 2 é igual a 6
P: Isso. Unindo aqui o que A1 e A5 disseram, se nós ou mentalmente ou efetuando algum cálculo, substituíssemos esse X por um 3, nós iríamos ter aqui 2 vezes 3…
As: Seis.
P: Que é justamente o que nós temos após a igualdade. Ou seja, numa é equação, o que nós temos no primeiro membro é equivalente ao que nós temos no segundo membro. Ou seja, eu tenho ali uma equivalência, vale a mesma coisa, o que eu tenho de um lado com relação ao outro. Inclusive, né? Com a antiga professora de vocês, vocês devem ter estudado situações que apareciam equações, que precisavam ser resolvidas, que apareceu um instrumento, que é utilizado no dia a dia, que dizia lá quando tá equilibrado é uma equação.
A1: É uma balança.

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 15 - Registro da resolução da equação na lousa



Fonte: Dados da pesquisa.

Portanto, podemos observar que nas negociações que visavam a introduzir o conceito de sistemas de equações, a característica principal era a manutenção de regras, procedimentos e estratégias que deveriam ser preservadas. Por outro lado, a retomada do conceito de equação também teve por objetivo introduzir a ideia de equações com duas incógnitas.

Quadro 39 – A ideia de equações com duas incógnitas

P: Certo. Então, agora, essa parte de sistema é a parte que é nova para vocês. É conteúdo do oitavo ano e vocês começam a ver agora. Vamos imaginar uma situação, imaginemos aqui que eu diga assim, imaginem a situação: Eu tenho uma determinada quantidade de meninas, que somada com uma quantidade de meninos, resulta em oito. Quem pode me dizer algumas possibilidades disto? Tipo quantas meninas e quantos meninos eu teria que ter para que eu obtivesse 8 alunos?
A6: Quatro meninas e quatro meninos.
P: Quatro meninas e quatro meninos.
A5: Cinco meninas e três meninos, não foi isso? Mais o quê?
A1: Dois e seis.
P: Dois e seis, duas meninas e seis meninos. Pode ser seis meninas e dois meninos? Muda ou não? É a mesma coisa? Sim ou não?
As: Sim.
[...]
P: Então perceba que nesse caso aqui eu tenho meninas e meninos, e se eu fosse representar isso algebricamente então eu teria algumas variáveis, algumas incógnitas. Como eu posso representar isso algebricamente?
A1: X mais Y é igual a 8?
[...]
P: Agora assim, essa primeira equação que tem $x + y = 8$, ela tá um pouco vaga essa informação, é como se ela tivesse incompleta, e a gente não tivesse dados suficientes para garantir que nós teremos exatamente a resposta que está sendo esperado ali nesse questionamento. Então seria necessário acrescentar um outro dado. E se eu dissesse assim, digamos que x vai ser meninas, vou botar aqui m de mulheres, e Y eu vou botar aqui h de homem. Pronto, aí a informação aqui vai ficar um pouco vaga, porque como vocês disseram tem muitas possibilidades, né? 1 e 7, 2 e 6, e assim por diante, tem várias possibilidades.

Fonte: Dados da pesquisa.

Assim, a princípio, a professora colocava que era possível resolver as equações por tentativa e erro, utilizando a intuição e substituindo valores. No entanto, no decorrer das aulas, passou a haver uma generalização mais voltada aos métodos e as técnicas matemáticas, tendo uma ênfase maior nas manipulações algébricas. Deste modo, durante as observações destes momentos, evidenciamos que nas relações didáticas referentes ao saber em questão, ocorreu um tipo de passagem importante, a de um pensamento algébrico particular para um pensamento algébrico mais generalista.

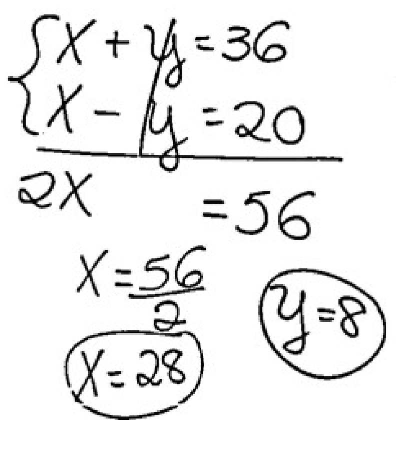
No mais, por vezes a professora implicitamente evidenciava que as técnicas de manipulação dos sistemas lineares objetivavam a obtenção de uma única equação do primeiro grau, com apenas uma incógnita. A obtenção desta equação era vista como primordial para a obtenção dos resultados do sistema, como podemos observar no exposto no próximo quadro, e no registro que foi realizado no momento em questão.

Quadro 40 – Equação do primeiro grau com uma incógnita em meio a um sistema de equações

P: Então, vamos aqui, imaginem a seguinte situação, como é que a gente representa algebricamente isso utilizando X e Y. A soma de dois números é igual a 36. Como é que nós podemos montar isso?
As: X + y = 36.
P: Certo, então a gente tem a primeira equação aqui x + y = 36. E se eu disser assim, a soma de dois números é igual a 36, ok? Usei aqui x + y = 36. Mas se eu disser assim, a diferença entre esses números é 20, como é que eu monto isso?
As: X – y = 20.
P: X - y = 20. Todos concordam que estas equações utilizando X e Y ficam assim organizadas?
[...]
P: Olhem isso aqui, 2x= 56, isso é o quê?
Als: 56 dividido por 2.
Als: O valor de x.
P: Deixa eu ser mais clara, que conteúdo é esse que nós estamos trabalhando aqui? Só nessa parte aqui, 2x = 56?
Als: Equação.
P: Equação, e vocês já sabem resolver uma equação. Como é que fica essa resolução então?
A3: 28.
P: Do início.
Als: x =56/2.
P: x = 56/2. X é igual a?
Als: 28.
[...]
P: 28. Minha gente, já achei o valor de x, e a minha afirmação diz, o valor de X mais o valor de y vai dar 36. Se o meu x é igual a 28, quanto será o meu Y?
Als: 8.
Als: 36. P: Vamos ver aqui se essa hipótese está correta. Nós precisamos conferir nas duas situações. Naquela definiçãozinha que nós lemos, no final, dizia assim, resolver um sistema para encontrar os valores de x e de y que são as soluções das duas equações. Não é suficiente ser solução só de uma das equações, tem que ser das duas. Vamos verificar isso. Se eu tiver aqui no lugar do X, 28, o meu y será 8, quanto é que dá?

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 16 - Registro da resolução do sistema



Fonte: Dados da pesquisa.

Dessa forma, ressurgiram mais uma vez as estruturas inicialmente trabalhadas dentro das equações do primeiro grau, como as inversas das operações e as substituições, que foram reavidas dentro da resolução dos sistemas de equações. Como exposto no quadro anteriormente, observamos que as equações foram interpretadas como o bojo dos sistemas de equações lineares. Nesta acepção, durante a resolução de um sistema de equação, inicialmente, haveria uma estrutura que é própria dos sistemas de equações e, posteriormente, uma estrutura que é própria das equações.

Neste sentido, entendemos que embora haja algum nível de ruptura em relação a um tipo de pensamento, uma vez que se sai de uma estrutura matemática em que há apenas uma incógnita para uma estrutura em que há mais incógnitas, existe também uma continuidade, visto que a equação de primeiro grau é interpretada como uma espécie de núcleo dos sistemas lineares. Dessa forma, existe um tipo de pensamento que é próprio dos sistemas lineares, mas que não pode ser pensado de modo isolado da equação do primeiro grau.

Em síntese, diante das discussões realizadas ao longo deste capítulo, observamos que as equações do primeiro grau eram vistas como um fragmento de um pensamento matemático maior, os sistemas lineares. Embora inicialmente elas tenham sido utilizadas como um parâmetro introdutório para o conceito de sistemas de equações lineares, posteriormente elas ressurgiram como o núcleo deste conceito, necessárias para um equilíbrio dinâmico entre as incógnitas do sistema, e para a obtenção dos valores das mesmas.

No próximo capítulo, prosseguiremos apresentando as considerações finais da nossa pesquisa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo procurou investigar como se estabelece o contrato didático na relação entre o professor, seus alunos e o saber algébrico na passagem das equações de primeiro grau para os sistemas lineares com duas incógnitas. Para tanto, procuramos identificar as negociações na relação triangular, professor, alunos e o saber algébrico, bem como identificar as regras contratuais, as rupturas e as renegociações que surgem no momento em que acontece a passagem da equação do primeiro grau para sistemas lineares. Além disto, também procuramos observar os possíveis efeitos de contrato que emergiram destas relações didáticas.

Diante dos objetivos expostos, buscamos colocar em prática as etapas que foram apresentadas em nossa abordagem metodológica. Para tanto, os sujeitos de nossa pesquisa foram uma professora de matemática de oitavo ano do ensino fundamental e seus alunos.

Entendemos que contrato didático é um fenômeno que é inerente às relações didáticas da sala de aula, de modo que não tem como ser evitado. No entanto, os fenômenos decorrentes do mesmo são particulares. Em outros termos, estes não ocorrerão do mesmo modo ainda que sejam observados dentro de um mesmo grupo, uma vez que as interações serão distintas.

Dessa forma, dentro da perspectiva das negociações que foram realizadas nas relações didáticas em questão, destacamos que uma característica da professora observada era buscar antecipar-se aos possíveis conflitos, observando o gestual dos alunos, expressões faciais ou alguma outra particularidade relativa aos mesmos.

Uma outra característica da docente era a retomada de conceitos visando à consolidação das técnicas e regras negociadas. Diante dessa retomada de conceitos, durantes as explicações, havia recorrências de determinadas estruturas no processo de resolução das atividades. Estas estruturas apontaram a possível existência de um núcleo duro de contrato, uma vez que as mesmas pouco sofriam alterações no decorrer das atividades.

Em relação às rupturas de contrato, estas foram recorrentemente brandas, uma vez que havia uma tendência de a professora recorrer às estratégias que visavam a preservar as negociações realizadas. Tais rupturas brandas ocorriam a partir de aspectos como a objeção gestual e facial, feitas pelos estudantes e percebidas pela professora. Estas rupturas demandavam apenas uma reorganização contratual, ideia proposta por Almeida (2016) como alternativa à ideia de renegociação, o que reforça a existência de níveis de rupturas contratuais.

Um aspecto recorrente nas negociações foi quanto às letras escolhidas para representar as incógnitas. Frequentemente era solicitado aos estudantes que utilizassem como referência a primeira letra das palavras que se referiam aos valores desconhecidos. No entanto, houve relutância a não utilização das letras X e Y para representar os valores desconhecidos, o que pode sinalizar marca de contratos anteriores.

Em relação aos efeitos de contrato, embora estes tenham sido observados, os mesmos não ocorreram de maneira muito acentuada. No entanto, observou-se a existência de um efeito que surgiu sob um diferente aspecto. A docente, por vezes, indicava a resposta esperada, diante do registro realizado no quadro. Interpretamos que este fenômeno possa estar relacionado ao efeito Topaze, embora essa abordagem gestual não seja dada na literatura. Ocasionalmente, os efeitos de contrato também surgiram como estratégia para assegurar as negociações realizadas, e no desenvolvimento das atividades, sendo o mais recorrente o efeito Topaze.

Na perspectiva da passagem das equações para os sistemas de equações lineares com duas incógnitas, observamos que as equações foram trabalhadas sob duas perspectivas. Inicialmente, as negociações relativas às equações do primeiro grau visavam a evidenciar as regras, procedimentos e técnicas que seriam pertinentes aos sistemas lineares. Em um outro momento, as equações passaram a ser vistas como o bojo dos sistemas lineares.

Neste sentido, observamos que as relações contratuais entre a tríade professor, aluno e saber foram fortemente marcadas pelo processo de institucionalização. Desse modo, as regras e técnicas que posteriormente serviriam de referência, eram mais enfatizadas e retomadas mais constantemente.

Por outro lado, outra característica das relações didáticas em questão era a constante divisão de responsabilidades. Assim sendo, algumas vezes, ela acontecia de maneira distinta por parte da docente em relação a alguns alunos, o que parecia também indicar a existência de um contrato diferencial em relação aos alunos mais ativos.

Perante a isto, ressaltamos que as análises realizadas foram feitas sob o ponto de vista teórico dos elementos que compõem o contrato didático. No entanto, numa pesquisa qualitativa, outros olhares podem observar a existência de outros fenômenos, além de observar os fenômenos já descritos numa outra perspectiva. Diante disso, consideramos que atingimos satisfatoriamente o objetivo proposto na pesquisa. Desta forma, esperamos com esse estudo trazer algumas contribuições acerca de como ocorre a passagem entre saberes dentro campo algébrico, mais precisamente a passagem das equações de primeiro grau para sistemas de equações lineares, sob a perspectiva do contrato didático.

Por fim, em vista dos fenômenos observados, consideramos que o nosso trabalho evidenciou cenários oportunos para novas discussões. Assim, propomos como objeto de uma futura pesquisa investigar as relações entre a divisão de responsabilidades e o contrato diferencial. Também propomos que em outros estudos sejam aprofundadas as discussões sobre o núcleo duro de contrato e sua influência sobre as negociações realizadas em sala de aula, bem como as relações entre o núcleo duro do contrato didático e a formação acadêmica dos docentes.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, F.E.L. **O Contrato Didático e as organizações matemáticas e didáticas**: analisando suas relações no ensino da equação do segundo grau a uma incógnita. 2016. 304 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2016.

ALMEIDA. F.E.L. **O Contrato Didático na passagem da linguagem natural para a linguagem algébrica e na resolução da equação na 7º série do Ensino Fundamenta**l. 2009. 171 f. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

ALMOULOUD, S. A. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Editora UFPR, 2010.

ARAÚJO, A. J. **O Ensino de álgebra no Brasil e na França:** estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2009.

ARAÚJO, L. F. **Rompendo o Contrato Didático:** a utilização de estratégias metacognitivas na resolução de problemas algébricos. Tese (doutorado) Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2009.

BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do Professor e do Aluno:** uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau. Tese de Doutorado, UFPE, 2010.

BORBA, V. M. L. **A sala de aula como espaço psíquico: articulações entre a didática, a psicanálise e a relação ao saber na proposição de uma tipologia de contrato didático.** Tese (Doutorado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2018.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 2º edição – tradução: Elza F. Gomide, Editora: Editora Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC).** Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf >. Acesso em: 02 fev. 2019.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRITO MENEZES, A. P. A. **Contrato Didático e Transposição Didática:** Inter-Relações entre os Fenômenos Didáticos na Iniciação á Álgebra na 6º Série do Ensino Fundamental. Tese de Doutorado, UFPE, 2006.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao Estudo da Teoria das Situações Didáticas: Conteúdos e Métodos de Ensino.** Apresentação de Benedito Antônio da Silva. Consultoria Técnica de José Carlos Miguel. Tradução Camila Bogea. São Paulo: Ática, 2008.

BROUSSEAU, G. **Fundamentos e Métodos da Didática da Matemática**. In: Didáctica das Matemáticas /Brun, J... [et al]; Direção: Jean Brun. Trad: Maria José Figueredo, Lisboa: Instituto Piaget, 1996b.

D'AMORE, B. **Elementos de didática da matemática**. Editora Livraria da Fisica, 2007.

DUARTE, J. B. **Estudos de caso em educação:** Investigação em profundidade com recursos reduzidos e outro modo de generalização. Revista Lusófona de Educação, [S.l.], v. 11, n. 11, july 2009. ISSN 1646-401X. Disponível em: <http://revistas.ulusofona.pt/index.php/rleducacao/article/view/575>. Acesso em: 27 oct. 2018.

ELOI, Q. C. **Relações entre o contrato didático potencial (cdp) proposto na abordagem do livro didático e o contrato didático estabelecido entre professor e alunos quando se tem o saber função afim em cena em uma turma de 1º ano do ensino médio.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2019.

EVES, H. W. **Introdução à história da matemática**. Unicamp, 1995.

LINS LESSA, M.M. **Aprender álgebra em sala de aula**: contribuição de uma sequência didática. 2005. 227 f. Tese (Doutorado em Psicologia Cognitiva)- Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.

LINS, R.C. ; GIMENEZ, J. **Perspectiva em Aritmética e Àlgebra para o Século XXI.** Campinas, SP: Papirus, 1997.

LOCHHEAD. J; MESTRE. J. P.. **Das Palavras à Álgebra: corrigindvo concepções erradas.** In: As ideias da álgebra. Organizadores: F. Coxford. Alberto P. Shulte: Traduzido Por Hygino H. Domingues, - São Paulo: Atual, 1995.

OLIVEIRA, M. M. **O contrato didático: análise de contratos diferenciais dos professores de matemática em turmas de 7º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2010.

PERNAMBUCO. **Parâmetros Curriculares para a Educação Básica** do Estado de Pernambuco – Concepções. 2012.

QUINTANA, M. **Baú de espantos.** Alfaguara, 2014.

ROCHA FALCÃO, J.T. **Psicologia da Educação Matemática: uma introdução**. Autêntica Editora, 2008.

ROCHA FALCÃO, J.T. **A álgebra como ferramenta de representação e resolução de problemas.** In: Schliemann, A.D. e outros. Estudos em Psicologia da Educação Matemática. Recife: Ed. Universitária da UFPE, 1997. p. 85- 107.

ROQUE, T. **História da Matemática** – Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas Rio de Janeiro: Jorge Zahar, 2012.

SANTOS. M. R. **Resolução de problemas envolvendo área de paralelogramo: um estudo sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas**. Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2005.

SILVA, T. R. F. **Investigando os efeitos do contrato didático em uma sala de aula de matemática: o caso da circunferência e do círculo.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2016.

SOUZA, C. M. P. **Contrato didático: negociações, rupturas e renegociações a partir de uma sequência didática sobre progressão aritmética.** Dissertação (Mestrado em Ensino das Ciências) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2011.

USISKIN, Z. **Concepções sobre a álgebra da escola média e utilização das variáveis.** In: As Idéias da Álgebra. Organizadores: F. Coxford. Alberto P. Shulte: traduzido por Hygino H. Domingues - São Paulo: Atual, 1995.

YIN, R. K. **Estudo de Caso: Planejamento e Métodos**. 5. ed. Porto Alegre: Bookman Editora, 2015.

ANEXO A - CARTA DE ANUÊNCIA

ESCOLA CACILDA ALMEIDA
Rua Anísio Galvão, 16 – Pesqueira – PE
Ato de Funcionamento Nº 9.288 Diário Oficial: 28/04/84
Cadastro Escolar: E – 508.007

CARTA DE ANUÊNCIA

Declaramos para os devidos fins, que aceitaremos a pesquisadora Núbia de Oliveira Maciel, a desenvolver o seu projeto de pesquisa AS RELAÇÕES CONTRATUAIS E SEUS EFEITOS NA PASSAGEM DA EQUAÇÃO DO 1º GRAU PARA SISTEMAS LINEARES, que está sob a orientação do Prof. Dr. Fernando Emílio Leite Almeida cujo objetivo é analisar como se estabelece o contrato didático na relação entre o professor, seus alunos e o saber algébrico equação do primeiro grau, em especial na passagem para os sistemas lineares na Escola Estadual Cacilda Almeida.

Esta autorização está condicionada ao cumprimento da pesquisadora aos requisitos das Resoluções do Conselho Nacional de Saúde e suas complementares, comprometendo-se utilizar os dados pessoais dos participantes da pesquisa, exclusivamente para os fins científicos, mantendo o sigilo e garantindo a não utilização das informações em prejuízo das pessoas e/ou das comunidades.

Antes de iniciar a coleta de dados o/a pesquisador/a deverá apresentar a esta Instituição o Parecer Consubstanciado devidamente aprovado, emitido por Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos, credenciado ao Sistema CEP/CONEP.

Pesqueira, 05 de setembro de 2019.

Geralda Adriana Alves da Silva

Geralda Adriana Alves da Silva

Gestora

Geralda Adriana Alves da Silva
Gestora-Mat. 255922-8
SEE N-2350 D.O 15/06/2017

ANEXO B - TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA OS ALUNOS DO OITAVO ANO)

OBS: Este Termo de Assentimento para o menor de 7 a 18 anos não elimina a necessidade da elaboração de um Termo de Consentimento Livre e Esclarecido que deve ser assinado pelo responsável ou representante legal do menor.

Convidamos você ______________________________________, após autorização dos seus pais [ou dos responsáveis legais] para participar como voluntário (a) da pesquisa: **As Relações Contratuais e Seus Efeitos Na Passagem Da Equação Do 1º Grau Para Sistemas Lineares**. Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora Núbia de Oliveira Maciel, endereço: Rua Garanhuns Nº 54, COHAB 1, Pesqueira- PE, CEP: 55200-00, Telefone: (87) 991142549, e-mail: nubiamaciel@ymail.com; e está sob a orientação de Prof. Dr. Fernando Emilio Leite de Almeida. Telefone: (87) 99106-5153, e-mail: fernandoemilioleite@yahoo.com.br.

Você será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via deste termo lhe será entregue para que seus pais ou responsável possam guardá-la e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu. Para participar deste estudo, um responsável por você deverá autorizar e assinar um Termo de Consentimento, podendo retirar esse consentimento ou interromper a sua participação em qualquer fase da pesquisa, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Esta pesquisa tem por objetivo analisar os acordos e as regras estabelecidas, entre o professor e seus alunos, durante o estudo do conteúdo escolar sistemas lineares. Em especial, a pesquisa será focada no momento da transição entre o conteúdo escolar equação do primeiro grau para o conteúdo escolar sistemas de equação de primeiro grau, numa turma do oitavo ano do ensino fundamental na Escola Estadual Cacilda Almeida.

A coleta de dados será realizada através de observação e gravações de áudio e vídeo das aulas de matemática, ministradas pelo professor da turma, não havendo interferência da pesquisadora durante a elaboração e execução da aula, nem interação entre a pesquisadora com o professor e seus alunos durante a coleta. A coleta será pré-agendada, tendo um total de seis aulas, e será realizada dentro do horário das aulas de matemática dos participantes. A pesquisa ocorrerá na Escola Estadual Cacilda Almeida situada Rua Anísio Galvão, nº 16, Centro, Pesqueira – PE.

O risco apresentado nesta pesquisa é de um possível constrangimento, ou incômodo durante a coleta dos dados, por meio da observação e gravação de áudio e vídeo realizada no ambiente escolar. Para minimizar esses riscos iniciaremos as observações em sala de aula antes de dar início à coleta dos dados, afim de que os sujeitos se acostumem com a presença do pesquisador e posteriormente com os instrumentos de coleta dos dados. Caso alguma destas situações de risco venham a ocorrer, interromperemos o nosso trabalho e aguardaremos um posterior momento oportuno.

Como benefício desta pesquisa, buscaremos através dela compreender como se estabelece a passagem dos conteúdos escolares equação do primeiro grau para sistemas lineares, considerando-se a influência que os acordos e as regras estabelecidas, entre o professor e seus alunos, exercem sobre processo de ensino e aprendizagem. Entendemos que a compreensão deste fenômeno pode possibilitar contribuições positivas nas práticas dos professores e consequentemente, na aprendizagem dos alunos.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (gravações de áudio e vídeos), ficarão armazenados em (pastas de arquivo e no computador pessoal), sob a responsabilidade da pesquisadora Núbia de Oliveira Maciel, no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos, após o término da pesquisa.

Nem você e nem seus pais [ou responsáveis legais] pagarão nada para você participar desta pesquisa, também não receberão nenhum pagamento para a sua participação, pois é voluntária. Se houver necessidade, as despesas (deslocamento e alimentação) para a sua participação e de seus pais serão assumidas ou ressarcidas pelos pesquisadores. Fica também garantida indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da sua participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial.

Este documento passou pela aprovação do Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE que está no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cepccs@ufpe.br).**

____

Assinatura do pesquisador (a)

ASSENTIMENTO DO (DA) MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, _______________________________________, portador (a) do documento de Identidade _____________________ (se já tiver documento), abaixo assinado, concordo em participar do estudo **As Relações Contratuais E Seus Efeitos Na Passagem Da Equação Do 1º Grau Para Sistemas Lineares**, como voluntário (a). Fui informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, o que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precise pagar nada.

Pesqueira, em _____/ _____/ ___________.

____

Assinatura do (da) menor

Presenciamos a solicitação de assentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do/a voluntário/a em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

ANEXO C - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA PROFESSOR DO OITAVO ANO)

Convidamos o (a) Sr. (a) da para participar como voluntário (a) da pesquisa: As Relações Contratuais E Seus Efeitos Na Passagem Da Equação Do 1º Grau Para Sistemas Lineares. Esta pesquisa é da responsabilidade do (a) pesquisador (a) Núbia de Oliveira Maciel, endereço: Rua Garanhuns Nº 54, COHAB 1, Pesqueira PE CEP: 55200-00. Telefone: (87) 991142549, e-mail: nubiamaciel@ymail.com, e está sob a orientação de Prof. Dr. Fernando Emilio Leite de Almeida. Telefone: (87) 99106-5153, e-mail: fernandoemilioleite@yahoo.com.br.

Todas as suas dúvidas podem ser esclarecidas com o responsável por esta pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e você concorde com a realização do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Você estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Esta pesquisa tem por objetivo analisar como se estabelece o contrato didático na relação entre o professor, seus alunos e o saber algébrico equação do primeiro grau, em especial, na passagem para os sistemas lineares, em uma turma do oitavo ano do ensino fundamental na Escola Estadual Cacilda Almeida. A saber, o contrato didático são as regras e acordos estabelecidos implicitamente entre o professor e seus alunos, no processo de ensino e aprendizagem.

A coleta de dados será realizada através de observação e gravações de áudio e vídeo (videografia) das aulas de matemática, ministradas pelo professor da turma, não havendo interferência da pesquisadora durante a elaboração e execução da aula, nem interação entre a pesquisadora com o professor e seus alunos durante a coleta. A coleta será pré-agendada, tendo um total de seis aulas, e será realizada dentro do horário das aulas de matemática dos participantes. A pesquisa ocorrerá na Escola Estadual Cacilda Almeida situada Rua Anísio Galvão, nº 16, Centro, Pesqueira – PE.

Os riscos apresentados nesta pesquisa são de um possível constrangimento, ou um possível incômodo durante a coleta dos dados por meio da observação e videografia realizada no ambiente escolar. Para minimizar esses riscos iniciaremos as observações em sala de aula antes de dar início à coleta dos dados, afim de que os sujeitos se acostumem com a presença do pesquisador e posteriormente com os instrumentos de coleta dos dados. Caso alguma destas situações de risco venham a ocorrer, interromperemos o nosso trabalho e aguardaremos um posterior momento oportuno.

Como benefício desta pesquisa, buscaremos através dela compreender como se estabelece a passagem da equação do primeiro grau para sistemas lineares na perspectiva do contrato didático, uma vez que o contrato didático possui uma influência considerável nas ações dos sujeitos que compõem o ambiente escolar, o que, por sua vez, influencia o processo de ensino e aprendizagem. Entendemos que a compreensão deste fenômeno pode possibilitar contribuições positivas nas práticas dos professores e consequentemente, na aprendizagem dos alunos.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (gravações de áudio e vídeos), ficarão armazenados em (pastas de arquivo e no computador pessoal), sob a responsabilidade da pesquisadora Núbia de Oliveira Maciel, no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos, após o término da pesquisa.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extra-judicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cepccs@ufpe.br).**

____

(assinatura do pesquisador)

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, ____________________________________, CPF ________________, abaixo assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo As Relações Contratuais E Seus Efeitos Na Passagem Da Equação Do 1º Grau Para Sistemas Lineares, como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo(a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Local e data: __________________

Assinatura do participante: __________________________

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e o aceite do voluntário em participar. **(**02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

ANEXO D - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO
(PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS)

Solicitamos a sua autorização para convidar o(a) seu/sua filho(a) ____ {ou menor que está sob sua responsabilidade} para participar, como voluntário (a), da pesquisa **As Relações Contratuais E Seus Efeitos Na Passagem Da Equação Do 1º Grau Para Sistemas Lineares**.

Esta pesquisa é da responsabilidade do (a) pesquisador (a) Núbia de Oliveira Maciel, endereço: Rua Garanhuns Nº 54, COHAB 1, Pesqueira PE CEP: 55200-00. Telefone: (87) 991142549, e-mail: nubiamaciel@ymail.com. E está sob a orientação de Prof. Dr. Fernando Emilio Leite de Almeida. Telefone: (87) 99106-5153, e-mail: fernandoemilioleite@yahoo.com.br.

O/a Senhor/a será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida a respeito da participação dele/a na pesquisa. Apenas quando todos os esclarecimentos forem dados e o/a Senhor/a concordar que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias.

Uma via deste termo de consentimento lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável. O/a Senhor/a estará livre para decidir que ele/a participe ou não desta pesquisa. Caso não aceite que ele/a participe, não haverá nenhum problema, pois desistir que seu filho/a participe é um direito seu. Caso não concorde, não haverá penalização para ele/a, bem como será possível retirar o consentimento em qualquer fase da pesquisa, também sem nenhuma penalidade.

.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Esta pesquisa tem por objetivo analisar os acordos e as regras estabelecidas, entre o professor e seus alunos, durante o estudo do conteúdo escolar sistemas lineares. Em especial, a pesquisa será focada no momento da transição entre o conteúdo escolar equação do primeiro grau para o conteúdo escolar sistemas de equação de primeiro grau, numa turma do oitavo ano do ensino fundamental na Escola Estadual Cacilda Almeida.

A coleta de dados será realizada através de observação e gravações de áudio e vídeo das aulas de matemática, ministradas pelo professor da turma, não havendo interferência da pesquisadora durante a elaboração e execução da aula, nem interação entre a pesquisadora com o professor e seus alunos durante a coleta. A coleta será pré-agendada, tendo um total de seis aulas, e será realizada dentro do horário das aulas de matemática dos participantes. A pesquisa ocorrerá na Escola Estadual Cacilda Almeida situada Rua Anísio Galvão, nº 16, Centro, Pesqueira – PE.

O risco apresentado nesta pesquisa é de um possível constrangimento, ou incômodo durante a coleta dos dados, por meio da observação e gravação de áudio e vídeo realizada no ambiente escolar. Para minimizar esses riscos iniciaremos as observações em sala de aula antes de dar início à coleta dos dados, afim de que os sujeitos se acostumem com a presença do pesquisador e posteriormente com os instrumentos de coleta dos dados. Caso alguma destas situações de risco venham a ocorrer, interromperemos o nosso trabalho e aguardaremos um posterior momento oportuno.

Como benefício desta pesquisa, buscaremos através dela compreender como se estabelece a passagem dos conteúdos escolares equação do primeiro grau para sistemas lineares, considerando-se a influência que os acordos e as regras estabelecidas, entre o professor e seus alunos, exercem sobre processo de ensino e aprendizagem. Entendemos que a compreensão deste fenômeno pode possibilitar contribuições positivas nas práticas dos professores e consequentemente, na aprendizagem dos alunos.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa (gravações de áudio e vídeos), ficarão armazenados em (pastas de arquivo e no computador pessoal), sob a responsabilidade da pesquisadora Núbia de Oliveira Maciel, no endereço acima informado, pelo período de mínimo 5 anos, após o término da pesquisa.

O (a) senhor (a) não pagará nada e nem receberá nenhum pagamento para ele/ela participar desta pesquisa, pois deve ser de forma voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação dele/a na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento com transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – Prédio do CCS - 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cepccs@ufpe.br).**

____

Assinatura do pesquisador (a)

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu, ____, CPF_________________, abaixo assinado, responsável por _________________________________, autorizo a sua participação no estudo **As Relações Contratuais E Seus Efeitos Na Passagem Da Equação Do 1º Grau Para Sistemas Lineares**, como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo (a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade para mim ou para o (a) menor em questão.

Pesqueira, em _____/ _____/ __________.

____

Assinatura do (da) menor

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa e aceite do voluntário em participar. 02 testemunhas (não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

ANEXO E - TERMO DE COMPROMISSO E CONFIDENCIALIDADE

TERMO DE COMPROMISSO E CONFIDENCIALIDADE

Título do projeto: As Relações Contratuais E Seus Efeitos Na Passagem Da Equação Do 1º Grau Para Sistemas Lineares.
Pesquisador responsável: Núbia de Oliveira Maciel
Instituição/Departamento de origem do pesquisador: Universidade Federal de Pernambuco- Centro Acadêmico do Agreste
Telefone para contato: (87) 991142549/ (87) 38354425
E-mail: nubiamaciel@ymail.com

O pesquisador do projeto acima identificado assume o compromisso de:

- Garantir que a pesquisa só será iniciada após a avaliação e aprovação do Comitê de Ética e Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da Universidade Federal de Pernambuco – CEP/UFPE e que os dados coletados serão armazenados pelo período mínimo de 5 anos após o termino da pesquisa;
- Preservar o sigilo e a privacidade dos voluntários cujos dados serão estudados e divulgados apenas em eventos ou publicações científicas, de forma anônima, não sendo usadas iniciais ou quaisquer outras indicações que possam identificá-los;
- Garantir o sigilo relativo às propriedades intelectuais e patentes industriais, além do devido respeito à dignidade humana;
- Garantir que os benefícios resultantes do projeto retornem aos participantes da pesquisa, seja em termos de retorno social, acesso aos procedimentos, produtos ou agentes da pesquisa;
- Assegurar que os resultados da pesquisa serão anexados na Plataforma Brasil, sob a forma de Relatório Final da pesquisa;

Recife, ...07.... de ..Outubro...... de 2019.

Núbia de Oliveira Maciel
Assinatura Pesquisador Responsável

ANEXO F - TRANSCRIÇÃO DAS AULAS

Legendas e Símbolos:

P - Professora

A - Aluno

As - Alunos

Reticências (...) - Quando os sujeitos não encontram palavras para continuar a fala ou são interrompidos por alguém.

1º e 2º aulas referentes ao conteúdo de sistemas lineares

P: Boa tarde, pessoal! Então, como nós comentamos em aulas anteriores, hoje nós estamos começando assunto de sistema de equações, mas antes de entrar no conteúdo de sistema de equação vamos relembrar algumas coisas sobre o estudo de equações. Então prestem atenção aqui. Vamos relembrar algumas coisas sobre equações que vocês estudaram, iniciaram o estudo no passado e em outras questões que vocês utilizam equações para resolver.

P: Quem sabe me dizer aí o que é que compõe uma equação? Quem for falar fala bem alto.

A1: Letras e números.

P: Letras e números, o que mais?

A2: Igualdade.

P: Igualdade.

A3: Sinais.

P: Sinais.

P: Ok, então. Vamos aqui, vejamos um exemplo da equação unindo o que vocês disseram. Digamos que eu tenha essa equação aqui, uma bem simples 2x = 6, uma equação bem simples. Essa equação é do primeiro grau. Aí, aqui nós temos o que vocês mencionaram, nós temos a igualdade, nós temos letras que são aqui as incógnitas, que nesse caso nós temos uma, e nós temos também os números.

P: Quem sabe o que fica aqui antes igualdade? O que é isso? Como é que a gente chama? A parte que está antes da igualdade? Quem sabe dizer?

A1: Primeiro membro.

P: Primeiro membro, certo. E após a igualdade nós temos?

As: Segundo membro.

P: Segundo membro, ok. Então objetivo de uma equação é o quê? Quem sabe dizer?

A1: Descobrir o valor da incógnita.

P: Descobrir o valor da incógnita. A letra recebe este nome justamente porque nós não sabemos inicialmente seu valor. Logicamente, numa equação tão simples assim, por dedução, nós conseguimos perceber o seu valor. Mas, de um modo geral, nós procuramos encontrar o valor daquela letra que não conhecemos, por isso que é incógnita.

P: E nesse caso aqui, para resolução dessa equação do primeiro grau qual é o procedimento? O que é que a gente faz para descobrir este valor de x?

A1: Repete o x.

P: X é igual...

As: Seis dividido por dois.

P: Por que nesse caso é dividido por 2?

A1: Porque tá multiplicando e passa dividindo.

P: Isso, olha, estava multiplicando e ele disse aqui passou dividindo. E porque então da multiplicação nós vamos ter uma divisão?

A4: Porque faz a operação inversa.

P: Porque faz a operação inversa, certo. Ano passado vocês receberam várias justificativas dos motivos que levariam isso, e uma destas justificativas é que a operação inversa se encaixa bem aí. Para finalizar essa equação x é igual, seis dividido por 2?

As: Três.

P: Então o valor da minha incógnita, nesse caso não é mais incógnita então, eu descobri o valor é…

As: Três.

P: Três, certo. O que eu posso fazer para comprovar se essa minha hipótese é verdadeira ou não? Se de fato o valor que nós estamos procurando ali é o 3?

A1: Substituir o X pelo 3.

P: Certo, substituir o X pelo 3. Outra pessoa estava dizendo outra coisa…

A5: 3 vezes 2 é igual a 6

P: Isso. Unindo aqui o que A e A5 disseram, se nós ou mentalmente ou efetuando algum cálculo, substituíssemos esse X por um 3, nós iríamos ter aqui 2 vezes 3…

As: Seis.

P: Que é justamente o que nós temos após a igualdade. Ou seja, numa é equação o que nós temos no primeiro membro é equivalente ao que nós temos no segundo membro. Ou seja, eu tenho ali uma equivalência, vale a mesma coisa o que eu tenho de um lado com relação ao outro. Inclusive, né? Com a antiga professora de vocês, vocês devem ter estudado situações que apareciam equações, que precisavam ser resolvidas, que apareceu instrumento, que é utilizado no dia a dia que dizia lá quando tá equilibrado é uma equação.

A1: É uma balança.

P: Estudaram? Fizeram questões assim? Então ano passado vocês também aprenderam que uma equação representa, uma de suas representações, é uma balança equilibrada que quer mostrar que o que está de um lado, equivale ao que está do outro lado. Mesmo que essas coisas sejam diferentes, o valor, o que tem de um lado, é igual ao outro. Então, por mais que eu tenha aqui, $2x=6$, de um lado eu tenho $2x$, do outro eu tenho 6. Mas uma igualdade me mostra que o que eu tenho no primeiro membro corresponde, equivale a mesma coisa que está no segundo membro.

P: Certo? Então nós relembramos aqui uma equação. Sobre equação do 1º grau alguém quer fazer alguma pergunta? Acrescentar alguma coisa?

As: Não.

P: Podemos ir para sistemas?

As: Pode sim.

P: Certo. Então, agora, essa parte de sistema é a parte que é nova para vocês. É conteúdo do oitavo ano e vocês começam a ver agora. Vamos imaginar uma situação, imaginemos aqui que eu diga assim, imaginem a situação: Eu tenho uma determinada quantidade de meninas, que somada com uma quantidade de meninos, resultam em oito. Quem pode me dizer algumas possibilidades disto? Tipo quantas meninas e quantos meninos eu teria que ter para que eu obtivesse 8 alunos?

A6: Quatro meninas e quatro meninos.

P: Quatro meninas e quatro meninos.

A5: Cinco meninas e três meninos, não foi isso? Mais o quê?

A1: Dois e seis.

P: Dois e seis, duas meninas e seis meninos. Pode ser seis meninas e dois meninos? Muda ou não? É a mesma coisa? Sim ou não?

As: Sim.

P: Olha o colega aqui disse que era a mesma coisa, vamos pensar um pouquinho. Se eu digo que eu tenho duas meninas e seis meninos é a mesma coisa que dizer que eu tenho seis meninas e dois meninos?

As: Não.

P: Não, é diferente, né? É diferente. Vocês mencionaram algumas possibilidades de adição entre meninos e meninas para resultar em oito, não foi? Então vejam que nós temos aí várias possibilidades, se nós fôssemos ficar pensando nós encontraríamos outras. Por exemplo, se eu disser que eu tenho uma menina nesse exemplo que eu dei, quantos são os meninos?

As: Sete.

P: Sete. Se eu disser que tenho duas meninas, quantos serão os meninos?

As: Seis.

P: Seis, e assim por diante porque eu sei que a soma vai dar 8. Então perceba que nesse caso aqui eu tenho meninas e meninos, e se eu fosse representar isso algebricamente então eu teria algumas variáveis, algumas incógnitas. Como eu posso representar isso algebricamente?

A1: X mais Y igual a 8?

P: Certo, X mais Y igual a 8, ok. Eu poderia usar também h para homens e m para mulheres, não poderia?

As: Sim

P: Eu poderia também usar m para moça e r para rapazes, isso. E assim não necessariamente a gente tem que usar o x e o y, mas de fato é o que mais aparece nos livros. Mas poderemos utilizar a incógnita que for mais apropriada para a situação e que facilitar as nossas vidas, ou aquela incógnita que vocês queiram.

P: Então como A1 disse, x vai ser uma quantidade de meninos ou meninas e y uma quantidade de meninos ou de meninas, só que não pode ser a mesma. Por que que nesse caso eu não poderia representar assim X + x = 8? Ou por que não posso representar assim y + y = 8? Porque que tem que ser desse modo que A1 disse?

A1: Porque se não o X pode ser dois, três.

P: Ok, mais o quê?

A3: Porque eles são iguais aí daria resultados diferentes.

P: Olha, A3 disse aqui porque eles são iguais aí daria resultado diferentes. Quem mais quer falar? Por que eu represento assim, com duas letras diferentes? E não com letras iguais?
A7: Porque pode se confundir.
P: O que eu vou confundir o quê?
A7: Qual é o número das meninas e dos meninos.
P: Isso, aqui eu tenho duas coisas minha gente. Eu tenho meninas, sexo feminino, e tenho meninos então não posso usar ó, x e x, porque aí que eu vou tá dizendo que só tem meninos ou só meninas, porque a incógnita é mesma, a variável é a mesma.
P: Ou seja, eu estou dizendo aqui que eu tenho uma quantidade de meninas mais uma quantidade de meninas que resulta em 8. O que eu tenho uma quantidade de meninos mais uma quantidade de meninos que resulta em 8. E nessa situação nós temos meninas e meninos, ou seja, são diferentes, não são?
P: Se são diferentes eu preciso representar com letras diferentes. Aí vejam só, nas equações que vocês estavam acostumados a resolver, nas equações desse tipo, equações de primeiro grau, as equações que vocês resolveram desde que aprenderam, apareciam dois tipos duas letras diferentes? Ou só uma letra?
P: A mesma letra, né? Por mais… Lembra de alguma equação que resolveu com mais de duas letras diferentes? Eu sei que tem aquelas equações que vocês consideram bem grandes gigantescas, mas até aquelas que vocês faziam gigantescas eram só com uma variável, ou tudo com x, ou tudo com y, ou tudo com t, e assim vai. E agora, nós percebemos que nessa representação algébrica que vocês fizeram, nessa representação algébrica que o colega sugeriu, nós temos que ter letras suficientes. E aí, o que nós temos sobre equação não é suficiente, para responder os nossos questionamentos. Por isso, nós precisamos dos sistemas de equações, que vai nos fornecer ferramentas, para que nós possamos identificar, corretamente, tanto o valor de x, quanto o valor de y, que nesse caso aqui é a quantidade de meninas e de meninos.
P: Agora assim, essa primeira equação que tem x + y =8, ela tá um pouco vaga essa informação, é como se ela tivesse incompleta, e a gente não tivesse dados suficientes para garantir que nós teremos exatamente a resposta que está sendo esperando ali nesse questionamento. Então seria necessário acrescentar um outro dado. E se eu dissesse assim, digamos que x vai ser meninas, vou botar aqui m de mulheres, e Y eu vou botar aqui h de homem. Pronto, aí a informação aqui vai ficar

um pouco vaga, porque como vocês disseram tem muitas possibilidades né? 1 e 7, 2 e 6, e assim por diante, tem várias possibilidades.

P: Se eu quiser deixar isso bem amarradinho, para ter uma certeza de quem de fato é x e de quem de fato é y, eu preciso dar uma outra informação. Digamos assim: o número de menina é o triplo do número de meninos, como eu poderia representar isso algebricamente? Deixa eu repetir o número de meninas é igual ao triplo do número de meninos como eu posso representar isso algebricamente?

A1: 3x= Y

P: Vamos pensar. Olha ele disse ali 3x= Y, não foi? Quem eu disse que eram as meninas aqui?

As: X

P: E os meninos?

As: Y

P: Se eu fizer o que A1 disse 3x, eu vou tá dizendo o triplo de meninas, não é? Vai ser igual ao total de homens. Na frase que eu afirmei foi assim ó "O número de meninas é igual ao triplo de meninos", o que A1 disse, tá certo? Tá correto? Ou alguém quer acrescentar alguma coisa?

A3: X é igual a 3y

P: A3 disse que x = 3y. Vamos pensar, vocês concordam com A1 que disse que 3x = Y, não foi isso? Ou com A3, que disse que x = 3 y?

A8: Repete a frase.

P: A frase foi a seguinte: " O número de meninas é igual o corresponde ao número de meninos". E aí, quem tá com A1 levanta a mão.

P: (Risos). Pensem. Vocês vão ter que ficar de um lado, viu? Ou então vão ter que dar outra sugestão. E aí? Quem tá do lado de A1 levanta a mão. Duas pessoas, três.

P: Então, quem está do lado de A3, levanta a mão.

P: Quem não levantou a mão, tá de que lado?

P: Olha, se eu uso X e Y, eu posso até me confundir. Para facilitar esse raciocínio de vocês vamos usar m para mulheres e h para homens. Vocês vão ver como vai facilitar. Vamos fazer o seguinte m para mulheres e h para homens. Vamos montar a primeira situação, a primeira equação. Eu disse o seguinte: um número, um determinado número de mulheres adicionado, somado com a quantidade de homens, eu tava usando meninas e meninos mas como tudo é com m eu vou dizer mulheres e homens, ok? Corresponde a 8, dá oito alunos, como é que eu monto algebricamente essa situação?

As: M

P: M de mulheres

As: Mais H

P: H de quê?

As: De homens.

P: é igual?

As: A 8.

P: Sobre essa equação alguém tem alguma dúvida?

As: Não.

P: Então essa primeira equação foi montada. Ok. A segunda informação que eu tenho é justamente aquela que eu disse assim, o número de mulheres, usando agora mulheres e homens, o número de mulheres é igual ou corresponde ao triplo de homens. Como é que eu monto isso? Ó o número de mulheres é igual ao triplo de homens.

As: M= 3H

P: M= 3H. Naquele momento que vocês estavam usando x e y, A1 disse assim 3H.… não foi 3M, que no caso ele usou 3 x = y, foi isso? E A3 disse o quê?

As: X=3y

P: Levando em consideração aqui que o X é o número de mulheres e que y é o número de homens, quem acertou, naquela situação? O que A1 disse ou o que A3, disse?

As: A3.

P: Vocês acham que tem alguma diferença do que A1 disse para o que A3 disse? Nessa situação aqui [aponta para lousa onde tem M = 3 h], tô dizendo que o meu total de mulheres é igual ao triplo do número de homens, afirmando isso, ou seja, tem uma quantidade de mulheres que é igual ao triplo do número de homens. Na situação que A1 disse, eu estava dizendo que a quantidade de homens é igual ao triplo da quantidade de mulheres, então é diferente, não é isso? Um vai ter mais e o outro vai ter menos.

P: Foi importante isso daí para a gente perceber que nos sistemas de equações, nas equações aqui que nós utilizamos para representar é importante. E que aí não é só acertar o triplo, você tem que acertar exatamente o que a questão, o que o enunciado pede, neste que eu criei diz que o número de mulheres é igual ao triplo do de homens. Então os dois estão de parabéns pelas contribuições.

P: Vamos fazer mentalmente, então mentalmente quem pode me dizer aí qual é o número de homens? Mentalmente.

A5: 6 mulheres e 2 homens.

P: Vamos lá, vamos ver se vocês concordam. Ele disse seis mulheres e dois homens. A3 pensa diferente, diga aí.

A3: 6 homens e duas mulheres.

P: 6 homens e duas mulheres. Vamos analisar primeiro o que A5 disse. Ele disse 6 homens e duas mulheres, não foi isso? Vamos pensar, se eu pensar o seguinte, mulheres vai ser…

A4: Professora…

P: Oi, pode dizer

A4: Ele disse 6 mulheres e 2 homens.

P: Eu tô trocando tudo, né? Então ele falou seis, A5 falou 6 mulheres e 2 homens, foi isso? E A3 falou o quê?

P: 6 homens e duas mulheres, tá correto? Foi isso que vocês disseram? tá correto?

As: Não.

P: Falo correto assim, se foi isso que vocês disseram? Foi isso?

As: Sim.

P: Vamos analisar aqui essa situação. Nas duas situações se eu somar a quantidade de homens e de mulheres da oito, não é isso? Então isso aqui essa primeira situação tá atendida, não tá? Uma quantidade de homens mais uma quantidade de mulheres vai dar 8, não é isso?

P: Vamos ver se a segunda equação também é atendida. Quando nós fazemos daquela, daquele jeito ali vamos pensar no que A5 disse, ele disse o seguinte: seis mulheres e dois homens. Vamos pensar, mulheres é o triplo de homens, a gente já concordou que isso aqui é a correta, mulheres é igual ao triplo de homens. Então quer dizer que eu vou ter uma quantidade, uma quantidade determinada de mulheres que vai ser igual, nesse caso ó, quantidade de mulheres que vai ser o triplo de homens. E aí? Vamos pensar.

A9: As mulheres são seis.

P: As mulheres são seis, ele disse aqui. Então todos concordam que A5 tá correto? Vamos testar, vamos verificar. A5 disse o seguinte 6 mulheres e 2 homens, não é isso? Seis mulheres mais dois homens dá oito pessoas?
As: Sim.
P: Primeira situação então está atendida, né isso? Se eu colocar aqui ó, 6 mulheres é igual ao triplo de homens que nessa situação aí ele disse que foram dois, então 6 mulheres é igual a 3 vezes 2? Sim ou não?
As: Sim.
P: Então, nessa situação, o que A5 disse está correto. Seis mulheres e dois homens.
P: Então, nessa situação aqui nós fizemos por dedução, mentalmente vocês conseguiram resolver isso. Existem questões mais complexas e que aí a gente tem que pensar um pouquinho mais para resolver. E os elementos que nós temos para resolução de sistema de equações nos permitem resolver essas situações sem ter que, digamos assim, pensar em várias possibilidades.
P: Então, peguem os livros de vocês para gente ler um pouco sobre isso e abram na página 146. Página 146.
P: Pronto? Página 146. Por favor, leia em voz alta, esse retângulo que tem aí laranja, A3.
A3: Essas duas equações formam um sistema de equações cujas incógnitas são X e Y. Observe que as equações são escritas uma embaixo da outra em uma chave. Resolver o sistema encontrar os valores de x e de Y que são as soluções de ambas as equações. O sistema pode ter duas ou mais equações, duas ou mais incógnitas.
P: Baseado nisso daí que A3 leu, vamos pensar em algumas coisas. Primeira coisa, esse conteúdo que nós estamos vendo, estamos falando, se chama o quê?
As: Sistemas de equações.
P: Sistema de equações, ok. Aí vem dizendo aí que essa parte, esse sistema de equações nesse caso, nesse exemplo do livro, foi representado por x e por y mas nós podemos representar por outras letras, não foi isso que a gente comentou? Por aquilo que for conveniente. Aí continua dizendo que essas equações de um modo tradicional são escritas uma debaixo da outra, como nós escrevemos aqui x + y = 8, e como nós escrevemos aqui x = 3y. Ou como a gente escreveu daquele modo com m e h. Isso daqui com m com H ficaria escrito como, diga aí?
As: M+h=8.
P: M+h=8, e a outra?

As: M=3h.

P: M = 3 h, até aqui tudo bem? Aí também nós temos a seguinte informação que isso também é escrito colocando em chaves. Então agente representa assim geralmente só desse lado aqui [sinalizando o lado esquerdo do sistema de equações escrito na lousa].

P: Então continua dizendo o seguinte que resolver o sistema é encontrar os valores de x e y que são soluções para ambas as equações. Quando encontramos ali do número de mulheres e de homem, esses números foram as soluções para as duas equações? Sim ou não?

A2: Sim.

P: Vocês estão na dúvida? Sim ou não?

P: Quando nós substituímos os valores que A5 falou, seis mulheres e 2 homens, deu certo tanto na primeira quanto na segunda equação?

As: Sim.

P: Então quer dizer que nós resolvemos aquele sistema de equações. Só que nós resolvemos mentalmente mas existem algumas técnicas que facilitam esse trabalho. Então, eu vou colocar agora um exemplo, nós vamos montar algebricamente uma situação e eu vou apresentar para vocês dois métodos de resolução método da adição e o método da substituição. Então nós vamos ver agora dois métodos, não é obrigatório que vocês façam opção por usar método da adição, método da substituição, pode ser aquele que for conveniente para vocês. Só que existem situações que ficam mais fácil usar um método, e situações que ficam mais fácil usar o outro método. Por isso que é importante que vocês aprendam os dois métodos.

P: Então, vamos aqui, imaginem a seguinte situação, como é que a gente representa algebricamente isso utilizando X e Y. A soma de dois números é igual a 36. Como é que nós podemos montar isso?

As: X + y = 36.

P: Certo, então a gente tem a primeira equação aqui x + y = 36. E se eu disser assim a soma de dois números é igual a 36, ok? Usei aqui x + y = 36. Mas se eu disser assim a diferença entre esses números é 20, como é que eu monto isso?

As: X - y = 20.

P: X - y = 20. Todos concordam que estas equações utilizando X e Y ficam assim organizadas?

P: Certo. Então, levando em consideração o que nós vimos ali, vamos colocar a chave ali do lado. Não é isso?

P: Eu disse para vocês que eu vou apresentar dois métodos, existem outros métodos de resolução, mas eu vou apresentar para vocês, os métodos que vocês irão aprender, serão os métodos da adição e da substituição, ok?

P: Então vamos fazer isso daqui, utilizando o método da adição. Eu sei que nós poderíamos ficar aqui pensando “Quais são os dois números que somados dão 36? ” Quais os números que subtraídos, os mesmos números no caso, dão 20. Mas aí nós levaríamos muito tempo. Lógico, tem gente que pensa rápido, eu sei que tem gente aí que pensa isso rapidamente, mas em situações mais difíceis será necessário utilizar o cálculo. Então, por isso que eu tenho que apresentar para vocês.

P: Então, vamos aprender primeiro o método da adição. O método da adição, ele consiste, como próprio nome diz, em fazer uma adição, em adicionar algo. Só que nós só podemos, a gente aprendeu lá nos monômios, nós só podemos somar ou subtrair os termos que são o quê?

Als: Semelhantes.

P: Semelhantes, certo. Então aqui ó vamos fazer uma continha de adição mesmo, uma continha daquela tradicional de mais, sempre somando ou subtraindo aquilo que é semelhante. Para ser semelhante, tem que ter o quê?

A9: A parte literal igual.

P: A parte literal igual, muito bem. Então vamos pensar o seguinte, é possível somar 1x mais 1x?

Als: Sim.

P: Dá quanto?

Als: 2x.

P: 2x, certo. Nós estamos adicionando. É possível somar +y com -y?

Als: Não.

P: Por quê? É impossível? eles não são semelhantes? São ou não são?

Als: São.

P: São semelhantes, né? Então é possível, agora quanto é que dá?

Als: Zero.

P: Zero? Então, vamos pensar... uma coisa menos ela mesma, quanto é que dá?

Als: Zero.

P: Zero, então posso inclusive cortar, ok. É igual a… Estamos adicionando, não é isso? 36 + 20?

Als: 56.

P: 56. Olhem isso aqui, 2x= 56, isso é o quê?

Als: 56 dividido por 2.

Als: O valor de x.

P: Deixa eu ser mais clara, que conteúdo é esse que nós estamos trabalhando aqui? Só nessa parte aqui, 2 x = 56?

Als: Equação.

P: Equação, e vocês já sabem resolver uma equação. Como é que fica essa resolução então?

A3: 28.

P: Do início.

Als: x=56/2.

P: x= 56/2. X é igual a?

Als: 28.

P: 28. Minha gente, já achei o valor de x, e a minha afirmação diz, o valor de X mais o valor de y vai dar 36. Se o meu x é igual a 28, quanto será o meu Y?

Als: 8.

P: Vamos ver aqui se essa hipótese está correta. Nós precisamos conferir nas duas situações. Naquela definiçãozinha que nós lemos, no final dizia assim, resolver um sistema para encontrar os valores de x e de y que são as soluções das duas equações. Não é suficiente ser solução só de uma das equações, tem que ser das duas. Vamos verificar isso. Se eu tiver aqui no lugar do X, 28, o meu y será 8, quanto é que dá 28 + 8?

Als: 36.

P: Então a primeira equação está o quê?

Als: Certa.

P: Está atendida, está certa, ok. As respostas que nós encontramos E estão certas de acordo com a primeira equação. Mas eu ainda preciso testar em qual?

A1: Na segunda.

P: Na segunda, vamos fazer isso. Se meu x for 28 e meu Y for 8, 28 - 8, vai dar quanto?

Als: 20.

P: 20. Deu certo nessa equação?

Als: Sim.

P: Então nós encontramos aqui as soluções desse sistema de equações. Ou seja, encontramos o valor de x e o valor de y. Quem entendeu?

A4: Eu.

P: Querem fazer alguma pergunta?

Als: Não.

P: Nenhuma?

Als: Não.

P: Podemos ir para o método da substituição? Depois fazemos outros exemplos.

[A professora observa A3]

P: Por que tu gostou desse, né? Aí tá com medo do outro?

[A3 balança a cabeça, fazendo sinal de negação]

P: Não entendeu não? Então vamos repetir. Vamos repetir. Do início, viu? Vou fazer do início. Ó, vamos lá. Primeiro vamos representar algebricamente. Algumas questões já vêm com o sistema de equação pronto pra você resolver, encontrar os valores da incógnita, certo? Outras situações, você precisa representar algebricamente, utilizar as letras pra então encontrar e obter os valores. Ok?

P: Imaginem a seguinte situação, vou repetir. Como é que a gente representar algebricamente utilizando x e y a seguinte situação? A soma de dois números resulta ou é igual a 36? Como é que a gente monta isso?

Als: X+y=36.

P: X+y=36. Até aí alguém tem alguma dúvida?

Als: Não.

P: Ok. A segunda afirmação diz o seguinte, a diferença entre esses números é 20. Como é que a gente representa?

Als: X-y= 20

P: Por que foi que nesse caso ficou aqui no sinal de menos?

A2: Porque é diferença.

P: Porque é diferença, certo. Então aqui, só seguindo a orientação que tem ali vou colocar o sinal de chave. Não é isso? Até que tudo bem? Como é que se chama esse método?

Als: Adição.

P: Adição. Adição a gente faz continha de quê? Adição, nós literalmente somamos. Então, eu vou passar o traço como uma continha tradicional, de adição e vamos somar. Um x mais um x?

Als: 2x.

P: 2x. Agora aqui, mais Y menos y?

Als: Zero.

P: Por que é que é zero? Qual a regra aqui?

A3: Sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior...

A2: Porque mais com menos é menos, y menos y…

P: Será que é aquela regra a lei que A3 tá dizendo? Ou essa, que A2 disse?

P: A3 disse o seguinte…

P: A2 disse o seguinte: porque mais com menos é menos, e A3 disse “porque sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior”. E aí? Qual é a regra?

A3: Como deu zero, dá no mesmo.

P: É a mesma... vamos representar isso aqui do lado, + Y -Y. Eu sei, A3 disse assim que como deu zero, qualquer uma, né? Ela disse o seguinte, disse isso. Mas, se fossem outras situações, só iria dá certo uma das regras. Olha, aquela situação é a mesma dessa. Nesse caso, na adição e na subtração, nós utilizamos que regra? A que A2 disse, ou a que A3 disse?

A11: A que A3 disse.

P: Qual é a regra?

A11: Sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior.

P: Todos.

Als: Sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior.

P: Misericórdia, não ficou legível aí o negócio… Sinais diferentes?

Als: Subtrai, e dá o sinal do número maior.

P: Então, eu vou subtrair. Quanto é Y menos y?

Als: Zero.

P: E esse zero vai ser positivo ou negativo?

A1: É neutro.

P: É neutro. Então, podemos logo cortar, né? Não preciso me preocupar, já está… já que deu zero. Igual… 36 mais 20?

Als: 56.

P: 56. Até aqui tudo bem? Entenderam até aqui?

A3: Sim.
P: Pronto, então aqui eu tenho… Eu sei que está afastadinho, eu poderia aproximar aqui, mas eu tenho uma equação, 2x=56, eu tenho uma equação do primeiro grau, que vocês já sabem. Para resolver essa equação, eu faço o quê? Do início, bem organizado.
Als: X é igual a 56 dividido por 2, x = 28?
P: Até aqui, alguma dúvida? Foi na compreensão do Y, não foi?
P: Nós podemos, para descobrir o y, fazer o que nós fizemos, mentalmente, pensar que número é esse. Ou nós podemos substituir, pegar uma dessas equações e substituir. Eu fiz mentalmente já que nós vamos treinar a substituição já já, mas no método da adição Nós também podemos usar a substituição. Mas, vamos tentar fazer isso mentalmente, A3.
P: Veja só, o meu X deu 28, não foi? Afirmação de que eu tenho que pegar esse 28 e somar com outro valor que eu não sei qual é ainda e tem que dá 36. Só a colega, deixa ela pensar. Vinte e oito mais quanto, para que eu obtenha 36?
A3: Oito.
P: Oito. Ela disse aqui 8, então vamos testar para ver se tá certo. Então, na hipótese da colega o meu Y iria valer 8, não é isso? Vamos testar. Se eu pegar o 28, que é o valor de x, que vocês disseram que não tiveram dúvidas em relação a esse valor, e somar com o valor aqui que a colega sugeriu aqui. 28 no lugar do x, mais 8, no lugar do y, tem que dá quanto?
Als: 36.
P: E tinha que dá quanto?
Als: 36.
P: Então, tá atendido, né? Mas, nós temos que testar na segunda equação também. Vamos testar aqui, 28, que vocês disseram que não tinham dúvida em relação esse valor, menos 8 que a gente tá supondo aqui que é o valor de y. 28 menos 8, dá quanto?
Als: 20.
P: E tinha que dá quanto?
Als: 20.
P: Então, quer dizer que de fato os dois números, que se eu substituísse nas equações, seriam soluções. Ou seja, iriam dá exatamente os resultados que nós queremos, são justamente esses dois números, o 28 e o 8, entendeu?

A3: Sim.

P: Alguma pergunta sobre este método? Pode dizer.

A11: Se o y estivesse no lugar de x, e o x no lugar do Y…

P: Como assim? Caso x estivesse no lugar...

A12: X no lugar do Y.

P: Ah… aqui não tem problema não, a ordem aqui não vai importar não. Se tipo Y estivesse aqui e X aqui? Não tinha problema. Do mesmo jeito se fosse y positivo no caso, e y negativo embaixo cortaria, e depois, x mais x, 2x.

A7: Mas se só na parte de baixo colocar o x embaixo do y?

P: Só na parte de baixo? Ah… eu entendi. No caso aqui, o x aqui, por exemplo, e o y aqui? O y aqui e x aqui? Não é isso? Aí eu precisaria mudar a ordem, para deixar algo que fosse conveniente. Por exemplo, se isso daqui tá assim, $x + y = 36$, eu posso deixar assim, $y + x = 36$? Essa situação é igual a essa? Sim ou não?

A12: Depende.

P: Vamos ver, vamos pensar no seguinte, aqui eu tenho um número que adicionado com o outro, esses dois números são o quê? Positivos ou negativos?

A1: Positivos.

P: E aqui embaixo, esses dois números são o quê?

A12: Positivos.

P: Eu tô modificando com alguma coisa?

Als: Não.

P: Então, A7, se você quiser, se for necessário, se não estiver um abaixo do outro, Sendo que você já montou você montou da forma conveniente, mas se vier uma questão prontinha que não está na ordem, você pode fazer isso. Agora, muito cuidado com essa situação. Aqui quem é positivo?

Als: X.

P: E quem é o negativo?

Als: Y.

P: Então isso daqui $X - y = 20$, aquela ali, vocês me disseram que o x é positivo e o y negativo, não é?

Als: Uhum.

P: Eu posso escrever assim $y - x = 20$?

Als: Não.

P: Isso daqui é a mesma coisa?

Als: Não.

P: Por que aqui quem é positivo?

Als: O x.

P: Nessa situação? [Aponta para a equação y - x = 20]

P: E quem é que é negativo?

Als: O x.

P: Eu mudei, não foi? Então isso aqui não é verdadeiro. Mas se eu escrevesse assim -y + x = 20, vamos verificar se isso daqui é equivalente a isso daqui [x - y = 20]. Nesse caso aqui, o X é positivo ou negativo?

Als: Positivo.

P: E aqui?

Als: Positivo.

P: Nesse caso [x - y = 20], o y é positivo ou negativo?

Als: Negativo.

P: E aqui?

Als: Negativo.

P: Então, se você seguir os critérios corretos e não mudar o sinal de nenhum, você pode alterar ali, somente isso não vai ter problema. Certo? Aí, você muda porque vai ser conveniente deixar os semelhantes juntos, porque a gente aprendeu que só pode somar e subtrair os que são semelhantes. Então, sempre que houver necessidade, você modifica. Agora quando você for montar, você pode montar do jeito que for mais fácil para você posteriormente. Certo?

P: Mais alguém tem alguma pergunta sobre isso?

Als: Não.

P: Não, vamos para o método da substituição.

A13: Muita coisa.

P: Muita coisa, né? Não é A13? Bora.

P: Nós vamos fazer com método da substituição, nós vamos resolver a mesma questão aqui. Então nós vamos montar, só que o método de resolução será outro.

P: Diz A7. Que foi A13, olhe para aqui.

P: Nós vamos montar a mesma situação, só que nós vamos resolver de outro modo. Já já eu deixo vocês copiarem, ninguém copia agora, viu? Nós vamos resolver de outro modo para que vocês conheçam o método da substituição. Então, substituição.

Vamos montar a situação: a soma de dois números resulta em 36, como é que fica isso?

Als: X + y = 36.

P: Todos, a diferença entre esses dois números é igual a 20.

Als: X - y = 20.

P: Ok, coloquei aqui a chave, não é isso? Agora, como é o nome desse método que eu tô querendo mostrar?

Als: Substituição.

P: Então, como o próprio nome diz, nós vamos substituir.

A6: Mas, substitui o quê?

P: Substituir o quê? Nós vamos ver agora. Para que eu possa substituir, veja, o objetivo ao resolver um sistema de equações, é resolver o que for conveniente para que nós tenhamos só uma incógnita. Porque com uma incógnita a gente sabe que utilizando equação do primeiro grau a gente consegue resolver. Não é isso?

P: Vejam, aqui ficou só o x, e depois eu procurei Y. Então, o objetivo aqui também é mexer de forma que eu obtenha só uma equação, que apareça são uma letra, para depois eu mexer na outra. Então, como o nome diz o método é da substituição. Aí, consiste no seguinte, eu pego uma das equações, mexo naquela que for mais simples. Lógico, posso mexer em qualquer uma, mas é melhor mexer naquela que é mais simples. Olhando para aqui.

P: Então vejam só, nesse caso aqui, nós vamos iniciar isolando uma das letras. Isolar, deixar sozinho. Eu quero apenas uma letra no primeiro membro, e o resto eu quero um segundo membro. Então olhem para aqui, a gente pode mexer na primeira ou na segunda, vocês acham que é mais fácil mexer na segunda equação ou na primeira?

Als: Na primeira.

P: Na primeira, por quê?

Als: Positivo.

P: Tudo positivo, né? Então ok. Então nesse caso aqui vamos escolher qual é a letra que vocês querem isolar, deixar sozinha no primeiro membro?

A1: X.

P: Pronto, OK. Então, como é que fica, isso daqui escrito de outra forma? O x ficando no caso isolado?

A1: X é igual a 36 - y?

P: X é igual a 36, o quê?

Als: Menos Y.

P: Menos y. Logicamente, isso também poderia ser escrito 36 - y = x, mesma coisa. Certo, então percebam o seguinte, eu tinha essa equação aqui, a equação 1 (a equação x + y = 36), e escrevi ela de outra forma. Porque eu estou dizendo que meu x vale quanto, por enquanto?

A1: 36 - y.

P: O que é que meu X vale?

Als: 36 - y.

P: Este método, é o método da?

Als: Substituição.

P: Então, eu tenho que fazer o quê?

Als: Substituir.

P: Vejam, eu tenho aqui que, por enquanto, o meu X vale 36 - y. Quem tem alguma ideia, do que nós podemos fazer aqui, nessa segunda equação, para substituir?

A1: Substituir o x por 36 - y.

P: Certo. Substituir aqui, nessa segunda equação, por 36 - Y. Por que por 36 - y?

A5: Porque é o valor de x.

P: Isso, porque é o valor de x, correto. Então, essa é a equação 1 [x + y = 36], essa é a equação 2 [x - y = 20]. Vamos agora substituir isso que encontramos na 2. Olha, substituir a equação 2. É importante lembrar o seguinte, se você mexeu, isolou, na primeira equação substitua na segunda. Se você mexeu na segunda, substitua na? Primeira, sempre na outra. Diga.

A6: Se o x é 36 - y, aí vai ser só 36 - y é igual a 20, não vai ter que colocar mais o y não, né?

P: Não, eu vou ter que colocar tudo. Eu vou olhar exatamente para a equação, e só vou trocar o x pelo 36 - y. O resto todinho eu tenho que repetir.

P: Do início, olhem para aqui. Do início x, só que meu x é quem, por enquanto?

Als: 36 - y.

P: 36 - y, não foi? E isso tudo aqui é só o valor de quem?

A1: X.

P: O que é que eu tenho aqui então depois de x?

Als: - Y= 20.

P: - Y = 20. Deixa eu repetir, olhando para aqui. Eu sei que vocês gostaram mais desse aqui [aponta para o método da adição], não é? Mas, tem situações que vocês vão preferir esse [método da substituição]. Então vocês têm que prestar atenção nesse também.

P: Deixa eu repetir. Nós montamos aqui as equações, e o objetivo é substituir. Para substituir eu isolei o x. Ou seja, eu disse o seguinte por enquanto o meu X vale 36 - y. Isso aqui, todo mundo entendeu?

Als: Sim.

P: Certo. Como o método é da substituição na equação 2, eu vou substituir, o que é isso?

P: A3 não está entendendo nada, né?

A3: Não.

P: Deixa eu repetir.

A6: Ô professora, mas como é que eu vou saber se eu vou usar esse ou aquele?

P: Você vai escolher, a não ser que a questão exija. Você vai escolher, só que não hoje. Mas nós vamos treinar ao longo da semana, amanhã eu faço com vocês outro exemplo…

Als: Quarta.

P: Amanhã, não. Quarta. Quarta eu faço com vocês outro exemplo, eu resolvo ali. Aí vocês vão me dizer qual é a situação que fica mais simples, se é esse da adição ou da substituição. Eu, particularmente, não vou exigir de vocês, usem tal método, utilizem tal método. No livro de vocês tem algumas questões que exigem, utilize o método da adição, utilize o método da substituição. Mas já que por qualquer método vocês conseguem encontrar a resposta, podem utilizar o que quiserem, o que vocês preferirem, certo?

A14: Professora, posso beber água?

P: Não, você já sabe que não.

P: Então veja o só, aqui, olhando para aqui. Sobre isso aqui, equação 1 e a equação 2, tá tudo bem, né? Nós montamos, representamos algebricamente, não foi? Vamos isolar uma das letras. Vocês optaram por isolar quem? Isolar é o quê, deixar?

Als: Só.

P: Sozinho, certo. Então vocês optaram por isolar quem?

Als: X.

Als: Y.

P: Não, se for seguir o mesmo de antes, você optaram por isolar quem?

Als: O x.

P: O x. Então, x é igual, tá isolado, tá em um só membro. A3, só A3. Observe aqui A3. Eu quero escrever essa mesma equação, só que isolando o x agora, como é que fica?

A3: 36 - Y?

P: Certo.

A3: Está negativo porque ele passa... troca de sinal, porque troca de lugar com a igualdade, não é?

P: Porque é a operação inversa. Ou porque, a justificativa disso vocês viram ano passado com a outra professora, aí varia como ela explicou, né? Mas, nós optamos por ficar falando assim, operação inversa.

P: Certo, então por enquanto o meu x vale isso, tá ok isso daí?

Als: Tá.

P: Certo. Então, vamos agora, nós não mexemos na equação 1, não foi? Então, nós vamos substituir na equação, o quê?

Als: Dois.

P: Dois. Sempre que mexer em uma, substitui na outra. Não na mesma, certo? Substitui na outra. Ok. Então observem a equação 2, eu vou colocar ela aqui, para fazer o passo a passo. X - y é igual a?

Als: 20.

P: 20, só copiei ela, certo? Só copiei. Agora a gente vai trocar, vamos substituir aquilo que é X, aquele que é o valor de x, pelo que vale x, por enquanto. Olha para cá.

P: X, no lugar de x, eu vou colocar quem, A3?

A3: 36 - y.

P: 36 - y. Isso aqui foi só o valor de x, não foi?

A3: Foi.

P: Todos agora. Aí, eu continuo repetindo o quê? Que é...

Als: Menos y = 20.

P: 36 - y - y = 20. Tudo bem até aí?

Als: Sim.

P: Pronto, nós só tínhamos chegado até aí, não foi? Nós chegamos aí, anteriormente, só aí. Tá tudo ok até aí?

Als: Ok.

P: Agora, vamos fazer o que vocês já sabem. - Y - y?

Als: - 2y.

P: - 2y é igual?

A1: 20 menos 36.

P: Certo. - 2y = 20 - 36. Quanto é que dá isso aqui?

Als: - 16.

P: Menos o quê?

Als: - 16.

A4: E cadê aquele negocinho?

P: Que negocinho é esse? Como é que chama isso?

A4: Eu não sei não, eu aprendi, mas não sei não.

A7: Positivar.

P: É tem o nome bonitinho o que é positivar, mas é isso aí mesmo. Tá certo, positivar. O que é por -1, ou simplesmente, por menos, não é? Que eu vou multiplicar tudo por menos um. Vamos fazer já aqui mesmo. -1 vezes -2? Resumindo, o que nós estamos fazendo, menos com menos?

Als: Mais.

P: Mais, esse ficou positivo. Agora, o que eu faço de um lado da Igualdade eu tenho que fazer?

Als: Do outro.

P: Do outro. Então aqui, menos com menos?

Als: Mais.

P: Mais. Esse 1 não alterou porque se multiplicar por 1, vai manter a mesma coisa, não é?

P: Então, para finalizarmos o valor de y, nós vamos fazer o que aqui?

Als: Y é igual a 16 dividido por 2.

P: Que dá?

Als: 8.

P: Qual é o meu valor de y?

Als: 8.

P: 8, achei o meu valor de y. Falta achar o valor de quem?

Als: Do x.

P: Do x. Já achamos o valor de y, vamos achar o de x. Ok. Aí, eu tenho a opção agora, eu posso substituir, na equação 1, na equação 2, na equação 3, que foi aquela que eu mexi e coloquei assim, foi o resultado da 1. Qual é a que vocês acham que fica mais fácil, substituir?
A1: Na 1.
P: Já que a gente quer achar o valor de x?
Als: A 1.
P: Qual?
A4: Essa daí.
P: Tanto faz, mas é melhor nessa, olha. Tanto faz, só que nessa daqui [equação 3, x = 36 - y], nós já temos x é igual a outra coisa. Como nós queremos encontrar o valor de x, é mais simples fazer ali, não é? Mas vai dar o mesmo resultado em qualquer uma. Só que a gente tem que facilitar o processo, não é?
P: Olhando para aqui. Então, vai ficar substituindo nessa agora, só para encontrar o valor de x, agora. X, que eu não tenho ainda, não é? Igual, me digam.
Als: 36 - y.
P: Isso, mas quem é Y?
Als: 8.
P: 8, x é igual a? 36 menos 8?
Als: 28.
P: 28. Vamos conferir aqui. X deu 28 e o y deu 8. X deu 28 e o y deu 8, mesma coisa, não foi? Então, eu sei... confessem, podem dizer. Quem preferiu o método da adição, levanta a mão.
P: Quem preferiu o método da substituição? Só A1 e A8.
P: Ok. Só que assim, nesse exemplo fica realmente mais fácil assim, só que em outras situações fica mais fácil daquele jeito. Ok? Copiem esses exemplos, vocês vão precisar.
A10: Qual é o nome desse assunto?
P: Sistemas de equações.
A1: Professora, tem que ter isso anotado, para a senhora ajudar?
P: Sim, sim.
A12: Vai ter atividade depois disso aí?
P: Sim, vai ter atividade. Vou ver se dá tempo, eu ainda quero mostrar um exemplo. Enquanto vocês copiam eu vou fazer a chamada.

P: Terminaram?

A5: Não, professora.

A1: Eu ainda estou no começo.

P: Aqui pode apagar?

Als: Não.

A1: Eu tô no começo.

A3: Como é o nome do assunto?

P: Sistema de equações.

P: Posso apagar aqui?

Als: Não.

P: Eita.

Als: Pode, pode.

A1: É muito?

P: Não, só uns dois exemplos.

A5: Pode apagar o lado esquerdo.

A13: Ô professora, o nome é sistema de equações é?

P: Sim.

A1: A senhora vai passar exercícios?

P: Hoje não, só quarta-feira.

P: Posso? Aqui, posso? Todos terminaram?

Als: Não.

A4: Tem que fazer bonitinho.

P: Bora? Nós vamos fazer esse exemplo aqui pelos dois métodos. Vocês querem começar pelo da adição ou pelo o da substituição?

Als: Adição.

P: Adição. Ok, então olhem para aqui, vejam. O objetivo é deixar só uma incógnita, não é isso?

A1: Sim.

P: Se eu deixar o x e o y, não dá para resolver com equação do primeiro grau. Tá certo, então vocês querem o da adição. Observem aqui. Se eu fizer 1x mais 2x, vai dar quanto?

Als: 3x.

P: Ok. E se eu fizer y + y?

Als: 2y.

P: Vai ficar só uma incógnita?

Als: Não.

P: Não. E aí?

A1: Multiplica a de baixo por -1.

P: Pode ser, pode ser. A1 sugeriu o seguinte, eu posso multiplicar a de baixo por -1. Eu poderia também multiplicar a de cima. Vejam só, o que foi isso que A1 disse, quando eu quero utilizar o método da adição, e não dá para cortar inicialmente do modo que as equações estão, aí a gente vai pensar o que fazer, para que possa resolver pelo método da adição, desse jeito aqui.

P: Pensem no seguinte, esse com esse eu vou somar vai dar 3x. Esse com esse eu iria tomar também, 2y. Então, eu acabo que não posso cortar nenhuma das incógnitas aqui. Não é isso? Se eu não posso cortar, eu vou continuar com duas. Então, o que A1 disse foi o seguinte, ele pensou em encontrar uma equação equivalente. Quando nós modificamos um lado da equação, da igualdade e modificamos o outro, nós temos uma equação equivalente, que corresponde a mesma coisa. Então, nós podemos fazer isso que A1 disse. Porque, por exemplo seria mais simples aqui cortar o x ou o y?

Als: O y.

P: O y, não é? Por que eu só precisaria ter o que diferente aí?

A1: O sinal.

P: O sinal. Então, só precisaria ter o sinal. Eu posso fazer o que A1 disse, multiplicar a segunda equação, ou eu posso também multiplicar a primeira, tanto faz. Vamos fazer o que ele sugeriu de multiplicar a segunda. Então, vejam que eu não vou poder resolver agora, eu vou ter que fazer isso o que ele disse. Sugeriu que multiplicássemos por quanto?

A1: -1.

P: -1. Então vejam só, nós vamos encontrar agora uma equação equivalente. Vou primeiro repetir essa equação 1 [x + y = 6], porque eu não preciso mexer nela. Só repetir a equação 1, ok? Olhando para aqui. Agora vamos fazer o que A1 sugeriu, multiplicar isso aqui por -1, mas eu tenho que multiplicar todos os termos, tanto do primeiro membro, como no segundo, para que eu obtenha um equivalente. Então vejam, quanto é 2x vezes -1?

Als: -2x.

P: - 2x, não é isso? Agora aqui, quanto é + y vezes -1?

Als: -y.

P: - y igual. Quanto é 4 vezes -1?

Als: -4.

P: -4. Vamos ver se agora já dá para eliminar uma dessas incógnitas.

A1: O y.

P: Vamos ver aqui x menos 2x?

A1: 1x.

A5: 3.

A1: -1x.

P: 1x ou -1x?

Als: -x.

P: Porque sinais diferentes…

Als: Subtrai e dá o sinal do número maior.

P: Então, x menos 2x?

Als: - x.

P: -x, ok. E y - y?

Als: Corta.

P: Posso até cortar, né? Dá zero. Igual a, 6 - 4?

A1: + 2.

P: Ok. O que eu posso fazer para finalizar isso daqui?

A9: Multiplica por -1.

P: Certo, vamos positivar. Menos com menos?

Als: Mais.

P: Menos com mais?

Als: Menos.

P: Então, resumindo, o meu X é quanto?

Als: -2.

P: -2. Nessa situação o meu x é -2. Essa já teve que mexer um pouquinho aí já muda, não é? Percebam é pelo método da adição, só que do jeito que estava não dava para eliminar nada. Por isso, teve que mexer. Então, em situações desse tipo, tem gente que prefere o método da substituição. Eu, particularmente, quando tenho que modificar uma das equações, eu faço logo pelo método da substituição, mas é questão de costume. É simples fazer isso, mas é questão de costume.

P: Achamos o valor de x, agora temos que achar o valor de quem?

Als: y.

P: Aí, ou eu faço substituindo, ou eu faço mentalmente mesmo. Que também é substituindo, só que mentalmente. Vamos tentar fazer isso aqui mentalmente. É mais fácil substituir aqui, vamos observar nessa, é mais fácil substituir na equação 1 ou na 2?

Als: Na 1.

P: Na 1, não é? Eu poderia substituir em qualquer uma, mas é mais fácil, é mais simples aqui. Então, vamos substituir aqui. O meu x foi -2, não foi?

P: Então, essa daqui como é negativa, vamos fazer o passo a passo. Vamos substituir aqui. No lugar de X eu coloco quem?

Als: -2.

P: No lugar de X eu coloco quem?

Als: -2.

P: Vão me dizendo aqui o resto.

Als: - 2 + y…

P: É igual a?

Als: 6.

P: E agora? Para finalizar isso aqui, e encontrar o valor de y?

Als: Y = 6 + 2.

P: Ok, y é igual a?

Als: 8.

P: 8. Então, nós encontramos os valores de x e de y. Caso eu queira conferir, o que eu faço?

A1: Substitui na fórmula da equação.

P: Substitui nas duas. Porque esses valores precisam ser soluções das duas equações, tem que dar certo tanto na primeira quanto na segunda. Nós não vamos substituir agora por conta do tempo, não vai dar tempo. Mas, aí vocês podem ir treinando, treinar isso em casa. Só que eu queria, rapidamente resolver essa daqui pelo método da substituição, daí a gente encerra.

P: Eu vou apagar aqui no meio. Vamos fazer essa daqui rapidinho, antes que toque. Da substituição agora, certo? Nessa situação, é mais fácil mexer na equação 1 ou na equação 2?

Als: Na 1.

P: Ela é mais simples, não é? Vamos mexer na 1. Vamos mexer deixando que letra isolada dessa vez?

Als: X.

Als: Y.

P: Pode ser. Y é igual…

Als: 6 - x.

P: Ok, então por enquanto o meu Y vale o quê?

A1: 6 - x.

P: Ok, por enquanto é isso. Agora, nós vamos substituir…

A1: Na segunda!

P: Certo, por que na segunda?

A6: Porque já mexeu na primeira.

P: Isso, porque já mexeu na primeira, certo. Então, vai ser assim, olha, 2x + y. Quem é Y?

Als: 6 - x.

P: 6 - x. Então, no lugar de y, eu coloquei quem?

Als: 6 - x.

P: Igual a?

Als: 4.

P: Então, vamos juntar os termos semelhantes. 2x - x?

Als: X.

P: X, igual a? E aí, como é que fica isso?

A1: 4 - 6.

P: 4 - 6. X é igual a?

Als: -2.

P: -2. Ok, já achei o valor de x. Foi melhor agora, não foi? Percebam, que nesse caso o método da substituição ficou até mais simples, por isso que é importante aprender os dois.

P: Para encerrar essa questão, achamos o valor de x, falta encontrar o valor de quem?

Als: De y.

P: É mais fácil mexer, nessa, nessa, ou nessa última?

Als: Na última.

P: Na última, não é? Tá mais simples. Y então é igual…

Als: 6 menos -2.

P: Eu posso botar assim 6 - -2?

Als: Não.

P: Falta o quê?

Als: Os parênteses.

P: Os parênteses, o menos que já estava aqui, nesta equação, e o -2, que é o valor de x. Não é? Y é igual, o que é que eu faço agora?

A14: Aplicar a distributiva.

A3: Só o sinal?

P: Propriedade distributiva é quando é a multiplicação, não é?

A1: Repete o sinal.

P: Só o sinal. Então, eu vou repetir o 6. Menos com menos?

Als: Mais.

P: O quê?

Als: 2.

P: Y igual a?

Als: 8.

P: Percebam. X é - 2 e y é 8.

A3: Tá no parênteses, por isso que fica mais?

P: Isso.

P: Ok, quem quiser, não é obrigatório já que copiaram os primeiros exemplos, quem quiser pode copiar. E podem guardar o material.

P: Então, quarta-feira nós vamos continuar. Aí eu passo atividade, viu?

A7: Professora, é modo de adição e modo de substituição?

P: É Método.

(Fim da segunda aula)

3ª aula referentes ao conteúdo de sistemas de equações

P: Boa tarde, pessoal!

Als: Boa tarde!

P: Segunda-feira, nós começamos a estudar um novo assunto, que se chama o quê?

Als: Substituição.

Als: Sistemas de equações.

P: Substituição é um dos métodos de resolução, qual é o assunto?

Als: Sistemas de equações.

P: Sistemas de equações. Então, nós vimos que um sistema de equações é formado por pelo menos duas equações, e essas equações, elas possuem mais de uma variável. Não é isso?

A1: É.

P: Então, nós vamos relembrar agora, esclarecer. Eu sei que alguns de vocês ficaram com dúvida, não é? Então, nós vamos responder outros exemplos hoje. Neste conteúdo, nós estamos treinando não só a resolução, como também, nós estamos treinando a tradução para a linguagem algébrica, certo?

P: Então, vamos relembrar aqui algumas coisas. Vamos treinar primeiro algebricamente. Eu vou fazer o seguinte, eu vou ler uma situação, e vocês vão me dizer como representar isso algebricamente, certo? Depois, eu vou chamar alguns ali no quadro. Vou fazer essa primeira com vocês. Vocês vão me dizendo E nós vamos montar. Diz o seguinte:

P: Lucas comprou três canetas e dois lápis, pagando R$ 7,20. Danilo Comprou duas canetas e um lápis pagando R$ 4,40. O sistema de equações do primeiro grau que melhor representa a situação é?

P: Vamos montar esse sistema de equações. Eu vou ler aqui com calma e vocês vão me dizer como representar isso algebricamente. Vamos lá. Diz assim, Lucas comprou três canetas e dois lápis. Vamos usar c de caneta e l de lápis, como é que fica isso? Lucas comprou três canetas e dois lápis.

Als: 3c…

P: 3c

Als: Mais 2l.

P: Certo, 3c + 2l. 3c de caneta mais 2l de lápis, ok. E ele pagou R$ 7,20?

Als: Igual R$ 7,20.

P: Certo, igual R$ 7,20. Ok até aí?

P: Ok até aí?

Als: Ok.

P: Então, nós só representamos algebricamente, que é uma parte muito importante, não só no estudo do sistema de equações, mas de equações é importante decorações ler e interpretar. Então, essa situação aqui foi interpretada. Mas aí o enunciado continua dizendo o seguinte: Danilo Comprou duas canetas e um lápis pagando R$ 4,40. Como é que eu poderia representar isso?

P: Deixa eu repetir, Danilo Comprou duas canetas e um lápis pagando R$ 4,40. E aí?

A1: 2c + l = 4,40.

P: Falem todos. 2c mais?

Als: L = 4,40.

P: Por que é que nesse caso o 1 não está aparecendo?

A6: Porque dá no mesmo.

P: Isso. Quando nós colocamos l, nós já sabemos que tem o 1 ali. Então, vejam a situação foi montada. No sistema de equações, como nós vimos além da definição, colocamos ali uma chave. Ok?

A15: Mas, se colocar o 1 ali, não tem problema não?

P: Não. Não é muito usado, mas se colocar no está errado não, tá correto. Eu vou convidar uma pessoa para vir para o quadro. Uma pessoa vai montar uma aqui, e outra pessoa vai montar outra aqui. É só para montar. Só montar, não precisa resolver, só representar algebricamente a situação que eu vou ler, certo?

P: Eu vou convidar primeiro A1. Vá ali. Eu vou ler e você vai representar. Os demais, só se ele precisar de ajuda que vocês falam. Prestem atenção também para verificar se ele está montando certinho.

P: A situação diz assim, "na sétima série há 44 alunos entre meninos e meninas", dá para montar essa parte já, "há 44 alunos entre meninos e meninas". Pode utilizar as letras que você preferir.

A1: Pode ler de novo, professora?

P: Na sétima série há 44 alunos entre meninos e meninas. Vocês podem ajudar.

A12: Meninas e meninos?

P: Como? Traduzindo, falando isso de outra forma, nós não poderíamos escrever assim? Numa sala de aula, tem meninos e meninas, num total de 44. Ficou mais fácil assim?

A1: Sim.

P: Olha, numa sala de aula tem meninos e meninas, num total de 44 alunos. E aí?

[A1 escreve no quadro x + y = 44]

P: X + y = 44. Acertou, pessoal? Sim ou não?

Als: Sim.

P: Sim. Certo, falta a outra parte. Então a ordem aqui não importa não. Se eu escrever x + y = 44, ou 44 = x + y, tá correto, é a mesma coisa. O que está de um lado da Igualdade não corresponde ao que está do outro?

Als: Sim.

A7: Não.

P: Sim ou não?

Als: Sim.

P: Sim. Aí, a situação continua dizendo o seguinte, a situação continua dizendo o seguinte. Vou repetir o que ele já representou. “Na sétima série há 44 alunos entre meninos e meninas, a diferença entre o número de meninos e o de meninas é 10. ” A diferença entre o número de meninos e o de meninas é 10.

[A1 escreve no quadro x - y = 40]

P: Verifique aí, minha gente. Tá ok?

Als: Tá.

P: Tá certo? Muito bem, uma salva de palmas para A1.

P: Então, ele representou o seguinte. Numa sala de aula tem meninos e meninas, num total de 44. Ele representou aqui uma equação, utilizando isso. Depois ele montou, representou algebricamente, outra equação que dizia que a diferença entre esses números era 10. Então, diferença foi representada aqui por…

Als: Menos.

P: Menos, ok.

[A professora desenhou a chave nas equações que foram escritas por A1]

P: Vou chamar outra pessoa aqui. Vai ser A6.

A16: Não professora.

P: Não fica nervoso não, nós ajudamos se for necessário. Fique calmo.

P: “ João e Pedro foram a um restaurante almoçar e a conta deles foi de R$ 28,00.” Até aí, eu vou repetir, João e Pedro foram a um restaurante almoçar e a conta deles foi de R$ 28,00. Como é que você pode representar isso daí?

A16: Pode ser com x e y?

P: Pode, vamos ajudar minha gente. Pode ser com x e y.

A16: Deu quanto a conta? Quanto comeram?

P: 28 reais.

A16: X mais y é igual a 28?

P: Certo, certo. Fale alto.

[A16 escreve na lousa x + y = 28]

P: Aí, diz o seguinte, olha. “A conta de Pedro foi o triplo do valor do seu companheiro”. A conta de Pedro foi o triplo do valor do companheiro. Como é que a gente representa isso?

P: A16 estava na última aula?

Als: Tava.

P: Tava. Então, possivelmente ele vai lembrar.

A16: Aí, é quanto mesmo? O x e o y?

P: Vou repetir. A conta de Pedro foi o triplo do valor do seu companheiro.

A16: 3x, né?

P: Pode ser.

A16: 3x é igual o valor do… igual a y.

[A16 escreve no quadro 3x = y]

P: Vamos pensar, pessoal, se está correto. Ele disse que a conta dos dois, ele disse o seguinte, João e Pedro foram a um restaurante almoçar e a conta deles foi de R$ 28,00. Essa primeira equação aqui, está certa?

Als: Está.

P: Aí depois, continua dizendo assim, a conta de Pedro foi o triplo do valor do seu companheiro. Então, ele colocou aqui, o triplo de um deles foi igual ao valor do outro. Tá certo ou não tá?

Als: Tá.

P: Tá ou não tá?

Als: Tá.

P: Se ele tivesse escrito isso assim, me empresta aqui. Se ele tivesse escrito isso y = 3x, vocês concordariam que estaria certo? Sim ou não?

Als: Não.

Als: Sim.

P: Sim ou não? Qual a diferença de isso para isso?

A16: Esse é Pedro e esse é o outro.

P: Olha, vamos pensar, para ver se ele acertou. Vire para frente, rapaz. Sem timidez.

P: Olha, ele acertou, vamos aplaudi-lo.

P: Agora, assim. A gente tem que estabelecer quem é cada um aqui para que isto dê certo. Como dizia aqui que João e Pedro foram a um restaurante almoçar e a conta deles foi de R$ 28,00, então tudo bem aqui.

[Aponta no quadro para equação x + y = 28]

P: João e Pedro, João mais Pedro é igual a 28. Nessa daqui tá ok. Agora, nessa daqui (3x = y), tem que ter um pouco de cuidado. Porque diz assim, a conta de Pedro foi o triplo do valor do seu companheiro. Então, a conta de Pedro foi o triplo do valor do seu companheiro. Então, quem é Pedro? É o y ou é o x?

Als: X.

P: É o y, ou é o x?

A5: Y?

P: É o y. Porque ele diz assim, a conta de Pedro foi o triplo do valor do seu companheiro. Por isso que nessas situações ficaria ainda mais fácil, ao invés de utilizar x e y, usar o quê?

A4: J e P.

P: J e P. Porque ia ficar claro na sua mente a quem era que aquela informação estava fazendo referência. Se era João ou se era a Pedro. E aqui, usando x e y, lógico, é muito usado. Inclusive aqui na minha apostila foi com x e y, mas vocês podem usar as letras que ficarem mais fácil a compreensão de vocês.

A16: Faz outra, professora.

P: Não. Vamos fazer o seguinte, vamos treinar aqui a resolução de algumas delas. Então aqui, a dica é podem utilizar as informações, as iniciais das letras que vocês têm. Se vocês acharem que fica mais fácil. Porque já imaginou, você montar assim, aí no final você não sabe quem é x e quem é não sabe quem é y? E aí, você pode assinalar a alternativa que está com os valores trocados, porque você se confundiu quero x e quem era y. Por isso que vocês podem utilizar as letras iniciais das situações que vocês quiserem.

P: Então, nós vamos fazer agora utilizando as letras iniciais dessas situações, dessas duas situações aqui. Para a gente descobrir o valor. Nessas daqui nós só treinamos a tradução para essa representação algébrica. Certo?

A8: Professora, ensina na aula de hoje a gente ver a hora no relógio de ponteiro?

P: Hoje não, mas outro dia a gente faz isso.

P: Então, vamos montar essa situação aqui. Como é que fica mais fácil do que x e y? Quais as letras que nós podemos utilizar para esta situação que A1 montou? Que há 44 alunos entre meninos e meninas? A gente pode usar o quê?

A11: M e m.

P: Mas m e m, vai ficar tudo m, e meninos são diferentes de meninas.

A6: H e m.

P: H e m. Por que representa o quê?

A1: Homens e mulheres.

P: Homens e mulheres. São meninos e meninas, não são crescidos ainda, mas são homens e mulheres. Então vamos usar isso. Olha, há 44 pessoas entre homens e mulheres, utilizando o que vocês disseram como é que fica isso?

Als: H.

P: H.

Als: Mais m.

P: Mais m.

Als: É igual a 44.

P: H + m = 44. Tudo bem até aí?

P: Aí, continua dizendo, a diferença entre o número de meninos e meninas é 10, utilizando isso aqui?

A1: H - m = 10.

P: Certo. Usando isso aqui, nós iríamos ler a diferença entre o número de homens e mulheres é 10. Então, homens e mulheres é 10.

(A professora escreve no quadro a expressão h - m = 10, colocando as duas equações escritas na lousa entre um sinal de chave)

P: Diferença aqui, subtração, não é isso?

P: Agora, observem essa situação, eu vou dar uma dica para vocês. Nós aprendemos dois métodos na semana passada, de resolução, o método da adição e o método da substituição. Vocês podem escolher, vocês podem optar, pelo que vocês mais gostarem. Só que existem situações em que um método fica mais fácil que o outro. E essa é uma situação em que o método da adição fica bem fácil, porque nós já conseguimos inicialmente eliminar uma das letras. Então, se conseguimos eliminar inicialmente, do jeito que tá, uma das letras, É é bem simples de fazer pelo o da adição. Então, nesses casos fica mais fácil. Quem quiser fazer pelo da substituição, lógico, é simples também. Mas aqui se eu for adicionar eu já vou eliminar uma das incógnitas. Então vai ser bem rápido.

P: Nesse caso aqui, nós vamos fazer pelo da adição, para treinar. Quem lembra como é que começa?

Als: Soma h mais h.

P: Certo. Então, quanto é h + h?

Als: 2h.

P: 2h, certo. Agora aqui, m - m?

A1: Corta.

P: Então corta, é zero. Igual a, 44 + 10?

Als: 54.

P: 54. Até aqui, alguém tem alguma dúvida?

Als: Não.

P: E agora?

Als: H…

P: H…

Als: É igual a 54 dividido por 2. H = 27.

P: H = 54/2, H = 27. Então, quantos homens nós temos esta situação?

Als: 27.

P: 27. Então vejam, se eu tenho 27 homens e um total de pessoas que dá 44, eu posso pensar mentalmente ou eu posso substituir. Se achar necessário. Vocês conseguem dizer, mentalmente, se eu tenho 27 homens quantas são as mulheres, se o total é 44?

A1: 17.

P: Vamos conferir aqui essa hipótese. Então, homens seriam 27, e as mulheres seriam quantas?

Als: 27.

Als: 17.

P: Pronto, vamos ver se isso daqui dá certo. Se eu pegar 27 homens e somar com 17 mulheres vai dar 44 pessoas?

Als: Sim.

P: Se eu pegar 27 homens e subtrair 17 mulheres, vai dar 10 pessoas?

Als: Vai.

P: Vai. Então, nesse caso nós resolvemos o nosso sistema de equações, nós encontramos a quantidade de homens e a quantidade de mulheres. Que método nós utilizamos aqui?

Als: O da adição.

P: O da adição, certo. Alguém quer fazer alguma pergunta aqui?

Als: Não.

P: Nesse tipo de situação, alguém tem alguma dúvida? Deu para entender?

Als: Deu.

P: Sim?

Als: Sim.

P: Ok. Vamos ver o outro, para ver qual método seria mais interessante de usar. O outro foi o que A16, montou aqui, que ele usou x e y, e a gente vai utilizar o nome deles de fato. João e Pedro, então j e p. João e Pedro foram a um restaurante almoçar e a conta deles foi de R$ 28,00?

Als: J + P = 28.

P: Ok, J + P = 28. Então, j de João mais P de Pedro e a conta deles deu 28 reais. Aí, continua dizendo, a conta de Pedro, então eu coloco o quê?

Als:P.

P: P. A conta de Pedro foi, eu estou dizendo que a conta de Pedro?

Als: É igual.

P: É igual, certo. A o quê? Ao triplo do valor do seu companheiro.

Als: 3j.

P: 3j. Foi o triplo de João. Naquele momento A16 tinha colocado o triplo de x é igual a y, era uma forma diferente de representação, mas se ele tivesse em mente quem era João e quem era Pedro, iria dar certo. Ok? Só não poderia se confundir no final e não saber quem era João e quem era Pedro.

P: Olhem aqui, eu tenho aqui esse sistema. Eu tenho aqui dizendo que o meu p vale 3j. Não é isso que eu tenho aqui?

Als: É.

P: Aqui, eu tenho dizendo o seguinte J + p = 28. E aqui eu estou dizendo o meu p é igual 3j. Então, eu estou dizendo que o meu p vale 3j. Então, nesse caso aqui, qual seria o método mais fácil? O da substituição, por quê? Eu já tenho o valor de P, eu não vou precisar isolar ele. Eu não vou precisar isolar nenhuma letra nessa situação. Nem na equação 1, nem na equação 2, eu já tenho o meu p isolado. O meu p, por enquanto, vale quanto?

Als: 3j.

P: 3j. Então, nesses casos aqui fica bem mais simples utilizar o método da substituição. Fazer isso daí pela adição daria muito mais trabalho. Então, a procura o mais rápido, que dê a resposta certa, lógico. Então, quem tem alguma sugestão? Se aqui eu estou dizendo que p = 3j, e o método da substituição? O que eu posso fazer?

Als: Trocar o p na primeira equação.

P: Pelo o quê?

Als: 3j.

P: Então, como os meninos aqui sugeriram, eu posso fazer o seguinte, já que meu p vale 3j, na primeira equação eu posso tirar o meu p e colocar o quê?

Als: 3j.

P:Então vamos fazer isso daqui. Nós vamos substituir. O que é que nós vamos substituir?

Als: O p.

P: O p por 3j. Certo. Eu vou copiar essa equação aqui. Só repetir, ok? Agora, nós vamos substituir o que for conveniente. Eu vou substituir o J?

Als: Não.

P: Então eu vou repetir, não é isso? J mais p, eu vou substituir o p?

A5: Por 3j.

P: O p eu vou substituir por quem?

Als: 3j.

P: 3j, igual a?

Als: 28.

P: Percebam que agora eu só fiquei com j, não foi? Então, eu tenho o que aí?

Als: Uma equação do primeiro grau.

P: Isso, eu tenho uma equação do primeiro grau cujas incógnitas são iguais. Ou seja, eu tenho termos semelhantes, e eu posso resolver com estratégias que vocês já conhecem. Como é que fica aqui, a resolução de isso?

Als: 4j = 28.

P: 4j é igual a?

Als: 28.

P: 28 e agora?

Als: J é igual 28 dividido por 4.

Als: J = 7.

P: J é igual a?

Als: Sete.

P: J de quê? Nessa situação?

Als: De joão.

P: De quê?

Als: De João.

P: Então, nessa situação, se fosse para a gente analisar quem pagou cada coisa, tinha João e Pedro nessa situação. João pagou quanto?

Als: 7.

P: Agora, para descobrir o valor de p, o que é que eu faço?

A12: Tirar 7 de 8.

P: Tirar 7 de 8?

A12: de 28.

P: Pronto. É uma estratégia. Porque, se aqui nós temos que a conta de João mas a conta de Pedro dá 28, aí eu posso fazer isso que ele sugeriu. Eu tiro os sete de João e o que sobrar é a conta dele. Certíssimo. Quanto é que deu isso?

Als: 21.

P: Nós também podemos fazer substituindo. Digamos que eita, eu estou com dificuldade de fazer isso de cabeça, eu posso substituir. Fica mais fácil substituir na equação 1 ou na equação 2?

Als: Na 2.

P: Na 2 porque é mais curtinha, e eu já tem o p que é o que quero encontrar. Então, pode ser aqui, p = 3… aqui eu tenho qual operação?

A1: Multiplicação.

P: Então 3 vezes o quê?

Als: 7.

P: P é igual a?

Als: 21.

P: Vamos comprovar, mentalmente mesmo, se a nossa hipótese está correta. Olha, um deu 7 e o outro 21. Se eu somar 7 + 21, vai dar 28?

Als: Vai.

P: E se eu disser que Pedro é 21 aqui, não foi o valor de Pedro? É verdade que o valor de Pedro foi o triplo do valor de João?

Als: Sim.

P: Sim, porque 3 vezes 7…

Als: 21.

P: 21. Então nossa hipótese está comprovada. Verificamos aí que Pedro gastou 21 reais e João gastou 7. Essa divisão aí tá justa?
Als: Não.
P: Ninguém sabe o que eles pediram, não é? Porque aí o consumo de quem deve ter sido maior?
Als: De Pedro.
P: De Pedro, não é? Se for baseado no consumo, Pedro não deve ter só almoçado, deve ter comido uma sobremesazinha, uma coisinha, porque olha, foi uma diferença. Mas tá ok, não é? Alguém quer fazer alguma pergunta?
P: Agora, vocês vão responder, o que não der tempo aqui vocês fazem em casa. Mas eu vou passar poucas questões aqui para vocês fazerem. Só duas questõezinhas, peguem o livro.
P: Peguem o livro, abram na página 149. Vocês vão responder as questões 3 e 4. Só, porque nós temos só 10 minutos.
A1: Professora, nessa letra a coloca tudo no sistema ou não?
P: Aqui você só vai utilizar números mesmo só números. Não precisa utilizar representação algébrica. Então, diz assim, indique a quantidade correta de carros e motos. Quando diz assim 6 carros e 6 motos. Vamos ler de lá de cima, questão 3. Num estacionamento há carros e motos num total de 12 veículos e 40 rodas, então pode representar algebricamente ou fazer por suposição. Uma dessas aqui, qual é a opção que iria dar certo aqui, nessa situação aqui. Se vocês não conseguirem, aí a gente tenta, a gente faz ali.
P: Deixa eu dar um auxílio aqui para vocês. Por favor, leia em voz alta essa questão 3, A7.
A7: Num estacionamento há carros e motos num total de 12 veículos e 40 rodas.
P: Vamos pensar um pouquinho, há carros e motos, não é isso? Aí, diz aí, num total de 12 veículos e 40 rodas. Vamos pensar primeiramente nos veículos, vamos pensar nos veículos. Tem uma quantidade de carros e uma quantidade de motos, não é isso? Num total de 12 veículos. Como é que eu poderia representar isso? Vamos usar c de carro e m de moto.
A9: C + m = 12.
P: Certo. C + m = 12. Ok. A9 deu uma sugestão aqui. Carros mais motos 12 veículos. Tá ok até aí? Agora, vamos pensar nas rodas. Um carro tem quantas rodas, sem contar com o estepe?

Als:4.

P: 4, certo. E uma moto tem quantas rodas?

Als: Duas.

P: Então, diz aqui que são 44 rodas no total no estacionamento.

Als: 40.

P: Perdão, são 40 rodas neste estacionamento. Levando em consideração que um carro tem quatro rodas e uma moto tem duas rodas e que o total de rodas é 40. Como é que a gente pode montar essa situação, quem pode dar uma sugestão?

A13: C + m = 40.

P:Mas olha, se eu disser que ser de carro é igual a m de moto e é igual a 40, eu estou dizendo o seguinte, que tem uma quantidade de carros mais uma quantidade de motos que vai dar 40. É isso que a gente tem aí? Levem em consideração as rodas que a gente pensou.

A13: C + p + m.

A8: Ô professora.

P: Diga.

A8: R é igual a 40?

P: R é igual a 40...Rodas é igual a 40, é isso que você quer dizer, não é?

P: Se nós colocássemos outra letra aqui, nós vamos ter o c, o m, e o r. Alguma estratégia dessas, que vocês conhecem até o momento, é suficiente para resolver com três letras?

Als: Não.

P: Não. Então vamos pensar em outra alternativa que tenha c de carro e m de moto, que são as letras que são iguais ali. Vamos pensar, pera aí, fala aí. Tenho vergonha não.

A10: Conta no palitinho.

P: Ele disse para contar no palitinho. Supondo, não é? Testando. Dá certo também, iria demorar muito, mas dá certo. Ele poderia sim, testar…

A9: Professora…

P: Eu não vou ler isso aí riscado na banca não, fale.

P: Minha gente levem em consideração o número de rodas, um carro tem quantas rodas?

Als: 4.

P: E uma moto?

Als: Duas.

P: Então, essas informações precisam estar presentes na essa segunda equação.

A6: Quatro.

P: Olha tá saindo.

A6: X = 4r.

A1: An?

A7: C = 4.

P: Olha, o 4c tá chegando.

A5: 2m?

P: 4c + 2m é igual a quanto?

A5: 40.

P: Muito bem, muito bem. Olha, 4c + 2m é igual a?

Als: 40.

P: Vamos analisar, se chega uma pessoa aqui e só sabe que c significa carro e m significa moto, ele vai olhar e vai pensar o seguinte, tem carro e tem moto e o total dá 12. E ele vai dizer aqui, cada carro tem quatro rodas e cada moto tem duas, num total de 40. Agora sim, tentem resolver esse sistema de equações pelo método que vocês acharem mais conveniente.

A13: É o da substituição, professora.

P: O da substituição é legal aí.

A6: Professora, tem que usar o da adição ou o da substituição nesse aí?

P: Os dois estão fáceis. Mas, levando em consideração que não dá para cortar inicialmente nenhum, poderia ser utilizado o da substituição. Mas, o da adição também pode ser utilizado aqui. Eu vou até mostrar isso, então aproveitem, olhem para aqui, temos 5 minutos.

P: Vamos fazer uma situação dessas onde a resposta não é imediata pelo método da adição, vá que vocês gostam, queiram ficar fazendo assim. Vamos lá, vocês querem eliminar inicialmente c de carro ou de moto?

Als: C.

Als: M.

P: M, vamos eliminar aqui m. Para que eu pudesse eliminar o que era que tinha que ter aqui?

A6: Tinha que ter um negativo com positivo.

P: Com os mesmos valores, não é isso? Então se aqui tem dois m, e eu quero eliminar o m, o que deveria ter aqui?

A13: -2m.

P: -2m. Se aqui tem dois m, para que eu pudesse cortar, aqui teria que ter -2m. Não é isso? Um positivo e um negativo? Vamos fazer isso, olhem para aqui. Então, levando em consideração o que A6 disse, que nós vamos eliminar as motos, e levando em consideração o que vocês disseram que aqui tem que ter -2m, por quanto eu teria que multiplicar essa primeira equação para que eu obtivesse aqui -2m. Pensem aí.

A13: 2.

P: Como?

A13: 2.

P: Ele disse 2. Dois aqui vai dar 2m + 2m, aí vai dar 4m.

A13: -2.

P: -2. Vamos testar. Vezes -2. Vamos testar. Agora, eu não posso só multiplicar essa parte, o que eu fizer de um lado da igualdade, eu vou ter que fazer do outro também, para manter equilibrado, certo? Então vamos resolver, olha, essa daqui é a equação 1 (a equação c + m = 12), e essa daqui é a equação 2 (a equação 4c + 2m = 40). Eu quero aqui o resultado dessa 1. Nós vamos fazer -2 vezes c, - 2 vezes m, e também -2 vezes 12, para encontrar uma outra equação que seja equivalente. Quanto é que é -2 vezes c?

Als: -2c.

P: -2c, agora mais com menos?

Als: Menos.

P: Duas vezes m?

Als: 2m.

P: Certo. Igual a 12 vezes -2?

Als: -24.

P: -24. Para fazer o da adição de um trabalho aqui, não foi, inicialmente?

Als: Foi.

P: Por isso que algumas pessoas preferem, nestas situações onde não dá para cortar inicialmente, fazer pelo método da substituição. Mas também dá certo assim. Então, eu multipliquei tudo por -2 e obtive uma equação equivalente. Agora, eu vou repetir a de baixo como está, porque, nesse caso, já é suficiente o que eu tenho aqui para eliminar uma delas. Olhem para aqui. A equação 2 eu apenas repeti e a equação 1 eu obtive uma equivalente, multiplicando tudo por -2. Vamos ver se já dá para aplicar o método da adição. -2c mais 4c?

Als: 2c.

Als: -2c.

P: 2c ou -2c?

Als: 2c.

P: 2c. Sinais diferentes?

Als: Subtrai e dá o sinal do número maior.

P: Agora aqui, -2m + 2m?

Als: Corta.

P: Ok. -24 + 40?

Als: 16.

P: Positivo ou negativo?

Als: Positivo.

P: Para finalizar isso daqui?

Als: 2c = 16, c = 16/ 2, c = 8.

P: Então, quantos carros tem lá no estacionamento?

Als: 8.

P: Se são 8 carros e tem um total de 12 veículos, quantas são as motos?

Als: 4.

P: Vamos deixar isso, m de moto é igual a 4. 8 carros mais 4 motos dos 12 veículos?

Als: Dá.

P: Quatro rodas, de cada um dos oito carros, se eu fosse fazer mentalmente mesmo, 8 vezes 4?

Als: 32.

P: Guardem essa informação na mente. 32 rodas só dos carros, não é isso?

Als: Sim.

P: 2 vezes m, quantas motos?

Als: 4.

P: Aí, 2 vezes 4?

Als: 8.

P: 32, que deu aqui, mais 8?

Als: 40.

P: 40 rodas, então quer dizer que nesse caso aqui foi descoberto. Agora eu dava para fazer isso, quando o colega disse assim, eu faria nos palitinhos, iria demorar muito, mas estava para ir supondo. Tipo fazendo assim o teste, se tiver dois carros quantas são as motos, aí testa nas rodas. Se eu tiver quatro carros, quantas são as motos, mas perde muito tempo, não é isso?

Als: É.

P: Então, é melhor fazer isso aqui.

A1: Professora, minha resposta deu -4.

P: Mas aqui tem -8 /2, o que seria - 4. Não pode ter uma quantidade negativa. Então, aconteceu alguma coisa por aqui, vamos ver. Tu fez o da substituição, não foi?

A1: Foi.

P: C = 12 - m, ok. Foi aqui, onde tem aqui, quando você fez a distributiva. Então, nesse caso aqui você fez -48, aqui era +48, colocou -48, não foi? Ok, mas aqui onde tinha -4m + 2m?

A1: Eu esqueci de botar o menos?

P: Isso, só isso. Pronto.

P: Pessoal, a aula de hoje acabou, foi rápido, não foi?

A8: Ainda bem.

P: E vocês vão só terminar em casa, a questão 3 já fizemos, e vão fazer em casa só a questão 4, tentem. Se não conseguirem, amanhã nós fazemos. Então até amanhã.

Als: Tem a letra b.

P: Tem a letra b também, não é?

(Fim da terceira aula)

4ª e 5ª aula referentes ao conteúdo de sistemas de equações

P: Boa tarde, pessoal!

Als: Boa tarde!

P: Na aula de ontem, nós começamos a resolver a questão 3 da página 149, não é isso?

Als: Foi.

P: Respondemos a letra a. Descobrimos a quantidade de carros e de motos que havia neste estacionamento. Quem conseguiu fazer em casa a letra b e a questão 4, levanta a mão.

Als: Eu.

A1: Mais ou menos.

P: Alguns mais ou menos, não é? Certo, então nós vamos fazer ali e vocês vão participando, à medida que tiverem feito isso daí, em casa. Se der para respondermos alguns oralmente para ver se vocês acertaram ou não, vamos fazer isso.

A2: Professora, a senhora vai dar o visto?

P: Não, só depois, porque eu ainda vou passar mais.

P: Olha, letra b diz assim, estamos na página 149 questões 3, deixa eu recapitular e ler novamente o enunciado. Diz assim, em um estacionamento há carros e motos, num total de 12 veículos e 40 rodas. Letra b, porque a letra A já fizemos ontem. Imagine agora, que nesse estacionamento haja 11 veículos, e no total 42 rodas. Quantos carros há no estacionamento, quem conseguiu?

A1: Eu. Dez.

A3: 10 carros.

P: 10 carros, muito bem. A questão só pergunta quantos carros há, mas aí, se eu tenho 10 carros no estacionamento, quer dizer que só temos uma moto, porque no total dá 11 veículos. Muito bem, é necessário fazer essa no quadro?

Als: Sim.

Als: Não.

P: É bem parecido com a letra a, não é isso? Porque tá mudando a quantidade de veículos e consequentemente a quantidade de rodas. Ok então, letra b 10 carros. Alguma pergunta?

Als: Não.

P: Questão 4, conseguiram?

Als: Sim.

Als: Não.

P: Diz assim. Ouvi um não por aí, não foi isso? A gente faz no quadro essa. Diz assim, dos pares de valores de x e y dados, indique os que satisfazem a equação $2x + y = 3$. Me digam a equação que nós temos aí.

Als: $2x + y = 3$.

P: $2x + y = 3$. Aí, nós temos aí letras a, b, c e d. Em todas elas, nós encontramos valores diferentes. X vale alguma coisa, e y valeu outra coisa. Nós precisamos identificar quem é dessas alternativas que têm os valores corretos de x e de y.

Als: Letra a.

P: Vocês já viram que é letra a mas vamos testar aqui.

A4: E a c também.

P: A c também? Vamos testar. Disseram aqui que nós temos a letra a e a letra c. Identificaram mais alguma?

Als: Não.

P: Fora a A e a C, tem mais alguma que esteja correta?

Als: Não.

P: Vamos testar. Qual é o valor de x na letra a?

Als: 1.

P: 1, e o valor de y ainda na letra a?

Als: 1.

P: Qual o valor, na letra c, de x?

Als: 2.

P: E o de y?

Als: -1.

P: Nós estamos fazendo essas porque vocês me indicaram essas como sendo as corretas. Mas, para identificar as corretas, vocês teriam que fazer as letras a, b, c e d, não é isso?

Als: É.

P: Mas vamos fazer para ver se o que vocês colocaram como hipótese está correto. Vamos testar com a letra a. Quem tem alguma sugestão? O que eu posso fazer para identificar?

Als: Substituir.

P: Certo, eu substituir. Então vamos fazer aqui, vou repetir a equação. $2x + y = 3$. Quem é meu X? Vale quanto na letra a?

Als: 1.

P: Então, o que é que eu coloco? Daqui para aqui eu tenho qual operação?

A1: Multiplicação.

P: Então, 2 vezes?

Als: 1.

P: 1, mais o valor de y. O y vale quem? Nós estamos olhando para aqui.

Als: 1.

P: Vamos ver se isso de fato vai dar 3. 2 vezes 1?

Als: 2.

P: Mais 1?

Als: 3.

P: É verdade que 3 = 3?

Als: Sim.

P: Então, na letra a, nós temos uma solução para essa equação. Nós sabemos que o x vale 1, e que o y vale 1. De fato, está confirmada a hipótese. Sobre a letra a alguma pergunta?

Als: Não.

P: Então, em casa vocês deveriam ter feito também a letra b. Aí fazendo, vocês iriam verificar que não é solução, não é isso?

Als: É.

P: Vamos testar a letra c, vou colocar aqui do lado. Vou repetir a mesma equação, agora me digam, qual é o valor de x na letra c?

Als: 2.

P: Então vai ficar 2?

Als: Vezes 2.

P: Mais y, quem é Y?

Als: -1.

P: Menos 1, igual a?

Als: 3.

P: 2 vezes 2?

Als: 4.

P: Mais, aliás faltou parênteses aqui, mais com menos?

Als: Menos.

P: Então quanto?

Als: 4 - 1.

P: Igual a?

Als: 3.

P: É verdade que 3 = 3?

Als: Sim.

P: É verdade, então a letra c também é solução nessa situação. E aí, vocês verificaram que a letra d não é solução, não é isso?

A1: É.

P: Ok, então a letra a e a letra c são as soluções. Nós vamos fazer agora no caderno, alguém quer fazer alguma pergunta sobre o assunto?

Als: Não.

P: Então vamos treinar. Nós temos duas aulas, e nessas duas aulas, nós teremos atividades. E aí, eu vou passar verificando o que vocês estão fazendo, viu? Então peguem os cadernos, quem tiver alguma dúvida é só me chamar ou vir aqui.

P: Posso apagar isso? Alguém quer anotar?

Als: Não.

P: Acertaram, né?

(Atividade escrita na lousa)

(Passado algum tempo)

P: Por enquanto eram essas, me mostrem essas que depois eu passo as outras. Esses aqui são para treinar e depois nós resolvemos outros probleminhas. Probleminhas daqueles que vocês têm que representar algebricamente, que nós fizemos nas outras aulas.

A5: Professora, o que são algébricas?

P: São aqueles tipos, o dobro de um número, o triplo de outro.

(Passado algum tempo)

A3: Professora,

P: Oi.

A3: Naquela ali é melhor utilizar o método da adição ou da substituição? A senhora colocou... essa 2 aí no quadro, disse na aula que era melhor utilizar esse de substituir, porque era complicado o negócio do 2x.

P: Mas dá, o da adição dá ali.

A5: Professora, como é aquele ali?

P: Resolva primeiro, encontre os valores de x e de y, leia as quatro alternativas para marcar a opção. Você só pode marcar depois que tiver a certeza do valor de x e de Y. Você já respondeu? Já encontrou os valores de x e de Y?

A5: Já.

P: Qual é a alternativa que você acha que foi?

A5: (Silêncio)

A6: Professora, faz mais uma.

A7: Professora x vai dar 2?

P: Teu x deu quanto?

A7: 2.

P: E y?

A7: 1.

P: Agora leia as alternativas. É esse daqui, não é? Aí, você tem que verificar quanto é que dá o x ao quadrado.

A7: 4.

P: Guarda aí, anote. Quanto é que dá o y ao quadrado?

A7: 1.

P: Então, quanto é que dá essa operação? Aí, você vem agora qual é... Oxente... Tá tudo errado mesmo essas alternativas, não é? Estão erradas, se você respondeu certo. Deixa eu responder aqui. Vão fazendo outras, se for é só as alternativas. O colega disse ali que estava errado, deixa eu verificar.

P: Você errou, verifique novamente o valor de x e de Y.

A8: Aí, quer dizer que não tem nada errado não?

P: Tem não.

A8: Ainda bem.

P: É que, como o resultado dele deu diferente, não se encaixou em nenhuma das alternativas. Tá certíssima a questão, podem continuar fazendo.

A3: Professora, eu olhei ali e não tem.

P: Será que eu copiei errado? Pera aí.

P: Não, ele tá misturando, ele tá misturando. Eu fiz essa, essa tá certa. Veja a alternativa que se encaixa.

A1: Ô professora…

P: Não, ela tá certa, é que ele tava falando em dobro. Minha gente…

A9: Tá errado?

P: Eu copiei errado. Dá para consertar, esse tá ok, esse tá ok. A questão 2... foi aqui, a que eu errei aqui, tá igual. Talvez, por vocês me chamarem tanto, não é? É só aqui que tá errado, o valor de x, passa corretivo.

A10: Que corretivo?

P: Arruma emprestado. Pronto é só o x.

A10: Graças a Deus.

P: Pode até não ter sido, mas pode ter sido pelo fato de você me chamarem tanto.

A11: Ô professora, tem que fazer sozinho?

P: Não, pode perguntar.

A11: É só para saber se o terceiro está correto.

P: E aí, deu o quê?

A11: $x = 2$ e $y = 2$.

P: Então qual é a alternativa?

A11: A única alternativa que eu encontrei foi a letra a.

P: Não é esse terceiro?

A11: $x = y$?

P: Certo. Muito bem. Eu vou passar observando o que vocês estão fazendo, viu?

A3: Professora, o que passou na sua cabeça para dar sistema essa semana?

P: Tá perto da semana de prova, não é?

P: A1 ainda está pensando nessa questão, não é possível que eu tenho copiado errado também. Não, copiei não.

A1: Mas se o x for igual a 4 então Y?

P: Vamos ver se tem alguma coisa errada aí... é o sistema, não é? Você fez que método?

A1: Eu usei o da substituição.

P: Ok. Aí você substituiu nesse aqui de cima, 4 - y, ok. 4 - y, mas é porque você substituiu na mesma, olha. Se você mexeu na primeira substitua a segunda, foi isso, você mexeu na primeira e substituiu na primeira.

(Algum tempo depois)

A12: Pode ser pelo método da adição?

P: Pode ser. Certo. Comece pelo método da adição. Comece do início aqui esse com esse dá quanto?

A12: Não sei.

P: Um x mais um x?

A12: 2x.

P: Isso aí. Vamos ver. Um y menos um y?

A12: Nada.

P: Aí como eliminou esse, não é menos não, porque o zero não é positivo nem negativo.

A12: (Silêncio)

P: Soma aqui também, porque se você somou aqui, tem que somar aqui e aqui também. Isso, sabe terminar a partir daí? 2x = 26?

A12: Uhum.

A1: Professora, o meu tá dando zero.

P: Aí então 4y = 0, então no final vai dar o quê?

A1: Zero dividido por quatro. Aí não existe.

P: Existe sim, vai dar quanto? O zero em cima existe, não existe zero em baixo. Quanto é zero dividido por 4?

A1: Zero.

P: Então, olhe as alternativas e veja qual é a certa para você me dizer.

(Algum tempo depois)

P: Tu já fizeste todos?

A13: Quase todos, falta só o segundo.

P: Ah, tá.

P: E aí? Tá conseguindo?

A14: Eu não tô conseguindo entender essas perguntas para saber o que se faz. Esse primeiro aqui, eu resolvi isso daqui.

P: Vamos ver se os valores estão corretos. Você utilizou que método aqui, de resolução?

A14: Eu usei o da adição.

P: X + x = 2x, não foi?

A14: Foi.

P: Y - y, você botou igual a? De onde veio isso?

A14: É que eu esqueci essa parte, eu simplesmente pulei ela.

P: Ah… E de onde veio esse 6 e esse 17?

A: Esse 6 e esse 17?

P: Sim.

A14: Vem disso daqui.

P: Esqueceu, não é?

A14: Eu dividi isso daqui, eu supus que o y seria 17. O outro foi porque 17 + 3 seria 20.

P: Mas você já entendeu o que foi agora? Então ajeite isso que eu já venho ver.

A1: Professora!

P: Terminou? Só um minutinho… vamos lá… Questão 1 deu que letra?

A1: C.

P: Ok, vamos ver o que foi, tá diferente aqui. Qual foi o seu valor de X na questão 1?

A1: Na questão 1? Treze.

P: Ok. E o valor de y?

A: Y eu não fiz, eu transformei logo um sistema para descobrir o x.

P: Mas, você precisa descobrir o valor de y também porque aqui pede x ao quadrado menos y ao quadrado. Então você achou o 13 e encontre o valor de y. Ah, tá aqui. Aí agora o que foi que você fez?

A1: Eu resolvi o sistema, aí aqui o valor…

P: Mas treze ao quadrado não dá 149. No início, refaça isso. Pode fazer 13 ao quadrado mesmo, 13 vezes 13, para você não ter que fazer isso daqui.

A1: Mas e o resto?

P: Porque tu quis usar um produto notável aqui, não foi?

A1: É, porque fica mais fácil.

P: O quadrado do primeiro, mais duas vezes o primeiro, vezes o segundo, mais o quadrado do segundo. Olha, mas aí dá certo do jeito que você fez. 144 + 24?

A1: 148, não?

P: Não, 144 + 24?

A1: 168.

P: 168 + 1?

A1: 169.

P: 169, então tá certo. Dá mais trabalho, mas fica certo. Tá certíssimo, produto notável ele usou aqui. Só se confundiu aqui na subtração, reveja isso.

A2: Professora.

P: Ok, vai subtrair, não é? Tá certíssimo.

P: E aí A15, terminou?

A15: Professora, eu não fiz a letra a porque o x deu 4 e o y deu isso daqui, e não pode ser números primos, nem pares nem múltiplos de 3.

P: É a questão 4 que tu tá é?

A15: É.

P: Vamos ver se isso daí está certo. 2x, cortou, isso é 7 e 1, não é?

A15: É.

P: 8, x é 4, ok. Aí você substituiu em qual?

A15: Na primeira.

P: Agora esse 7 veio de onde?

A15: É 3 aqui, foi que eu apaguei, porque eu botei sete vezes isso.

P: Mas é 3?

A15: Uhum.

P: Por quê? Ah, nesse daqui?

A15: Não, porque menos 3 aqui vai dar 1, porque 4 - 3 vai dar 1. E 4 + 3 vai dá 7.

P: Certo, agora leia e veja a alternativa que você vai marcar baseado nisso.

A10: Professora!

A1: Professora!

P: Já, já eu vejo, espera só um minutinho.

P: Como é começa esse daqui? Vão pensando os dois juntos. Qual é o método que é melhor de usar nesse? O que ficaria mais fácil?

A10: Deixa eu olhar aqui.

P: Nas anotações, não é? Esse é o da adição e esse é o da substituição, qual o melhor para utilizar nessa situação aqui?

A10: Substituição.

P: Pode ser também, pode ser.

A10: Não, mas a adição é melhor.

P: Olha o da substituição também vai dar certo. Vai demorar um pouquinho mais, mas vai dar certo.

A10: Adição mesmo.

P: Adição? Então no método da adição a gente vai adicionar como o nome diz, não é mesmo? Então vamos começar por aqui. X + x?

A10: 2x?

P: Certo, bota aí. Quanto é que vai dar aqui, y - y?

A10: - 2y?

P: E aí A11? Está certo o que ele pensou, - 2y? Concorda?

A11: Não.

P: Sinais diferentes?

A11: Subtrai e dá o sinal do número maior.

P: Concorda? Sinais diferentes?

A10: Subtrai.

P: Então quando eu vou subtrair uma coisa menos ela mesma dá o quê?

Als: (Silêncio)

P: Vamos fazer com números para facilitar. Se eu fizer +4 -4?

A10: Dá 4.

P: Sinais diferentes faz o quê?

Als: Subtrai.

P: Se eu for subtrair, é continha de quê?

A10: De menos?

P: Sim. E quanto é 4 - 4?

A10: Zero.

P: Então quanto é y - y?

A10: Zero.

P: Então a gente pode inclusive aqui cortar o y. Aí igual, não é? Igual a 20 + 6?

A10: 26.

P: Peraí. Já sabem terminar essa equação aí?

A10: É um zero aqui, não é?

P: Não este daqui é um o mesmo. É da escrita do enunciado mesmo, não faz parte do sistema não. Para finalizar isso…

P: É divisão porque é a operação inversa, muito bem. Veja quanto é que dá, está indo certo. Aí, quando você efetuar essa divisão você vai obter o valor de x.

A10: Dá 13.

P: Então bote igual a treze.

A10: Mas aqui não tem.

P: Certo, mas quer dizer que essa já é a resposta? Leia o que o enunciado diz. Olha, o par x e y é solução desse sistema o valor de x^2-y^2 é? Falta achar o valor de alguém aí?

A10: Sim.

P: De quem?

A10: Y.

P: Isso. Vão pensar que eu já venho ver, pense no valor de y como é que eu posso encontrar esse valor.

P: Vamos olhar se A1 já terminou, assim ele vai ajudando os outros colegas. Quanto é que deu o primeiro?

A1: Letra A.

P: Certo. Questão 2?

A1: Letra D.

P: Certo. Três?

A1: Letra D.

P: Aqui tá dizendo que tá diferente, mas vamos ver.

A1: X é maior que y também.

P: Vamos ver. Que método tu utilizou aqui? Substituição foi?

A1: Da adição.

P: Da adição?

A1: Ah não, esse foi o da substituição e esse que foi da adição.

P: Certo. Então ficou x = 4 - y, ok. Aí substituiu na segunda agora, não é? 4 - y - 3y = -4, aqui -4y menos 4. Verifique isso daqui. 4 positivo, 4 positivo, verifique isso. Teve uma confusãozinha aí.

A7: Professora, tá certo aqui?

P: Certíssimo, mas é porque será que essa é a resposta final? Leia o enunciado aqui.

A7: O par x e y é a solução do sistema, esse negócio aqui. O valor de x^2-y^2 é?

P: Então o que essa questão quer no final? O valor de?

A7: X menos esse negócio aqui?

P: O valor de x^2-y^2, você encontrou o quê?

A7: O valor de x.

P: Falta encontrar o quê?

A7: O valor de y.

A8: Professora!

P: Oi, terminou? Vamos ver. Questão 1 deu que letra?

A8: (Aponta no papel).

P: Certo. Questão dois?

A8: C.

P: Vamos ver aqui o que essa questão diz. Tu utilizou que método aqui?

A8: Adição.

P: Adição. Vamos ver. Quanto foi que deu o valor de x aqui?

A8: (Aponta no caderno).

P: E o valor de y?

A8: - 3.

P: Qual dos dois é menor?

A8: O -3?

P: Certo. Aí aqui falou o quê? Que o valor de x?

A8: É menor que o valor de y.

P: O valor de x é menor que o de y?

A8: Não.

P: Então leia as alternativas. O cálculo está correto. Leia as alternativas e veja qual é a que se encaixa

P: E aí A12? Certo. Esse y não é esse valor não.

A12: Agora tá certo.

P: Certo. Agora pense como terminar essa.

(Algum tempo depois)

A13: O y é esse?

P: Certíssimo. Agora vão pensar o que vão fazer pra resolver isso. Muito bem.

A13: Agora isso a gente não entendeu muito não.

P: X ao quadrado, você tem o valor de x aí tem que saber quanto é x. Você tem x, e você tem y, tem que saber quanto é x^2 e quanto é y^2. Pense nisso, eu já venho.

A10: Professora.

P: Oi.

A10: Eu fiz isso.

P: Deu 13, ok. Não coloque esse ao quadrado agora não. Deixe para colocar já, já, certo?

A10: Deu 13.

P: Aí o seu x deu 13, falta achar o valor de quem?

A10: De y. Aí substitui né?

P: Isso, isso, escolha uma delas

A8: Professora.

P: Deixa eu ver, questão 1 conseguiu? Deu que letra?

A8: Letra A.

P: Ah… tu já terminou todas, foi? Vamos conferir. Questão 2?

A8: Letra b.

P: Certo, questão 3?

A8: Letra A.

P: Certo. Questão 4?

A8: Letra D.

P: Muito bem, vou dar o visto. Você vai ajudar alguém viu?

A4: Professora, achei.

P: Achou? Deu quanto?

A4: Um treze e um sete.

P: Certo. Agora, falta fazer o que nessa questão? Leia o enunciado. Aí, o valor de quê?

A4: Ah, já sei!

P: Já sabe?

A4: 13 ao quadrado menos 7 ao quadrado.

P: Ok.

A4: Aí tem que resolver primeiro a subtração?

P: Primeiro, resolva a subtração nesse caso?

A4: Não, a potência.

P: A potência.

A6: Professora.

P: É para verificar? Certo. Vou dar o visto. Ajude alguém. Quem for terminando me mostra para ir ajudar o colega. Ajudar não é dar resposta, não é?

P: Deixa eu ver o de A7. Certo. Vá ajudar um colega.

A9: Professora!

P: Foi tu que me chamou não foi?

A9: Me ajuda com o terceiro.

P: O terceiro.

A9: Porque eu não sei fazer essa substituição.

P: Tu copiou esse certo?

A9: Copiei.

P: Certo. Vamos fazer o método da substituição. É mais fácil mexer em qual equação?

A9: Nessa aqui?

P: Isso. Você quer isolar o x ou o y?
A9: O y.
P: O y é negativo.
A9: O x?
P: É dava, mas tinha que positivar.
A9: Eu achei que se eu escolhesse esse eu teria que isolar na outra.
P: Não. Se você escolher essa então isola uma letra nela e substitui na outra. Isole x nesse.
A9: Aí vira positivo, né?
P: Vamos ver ficou x = 4, ok, certo. Agora substitua na segunda, no lugar de x.
P: Quem for terminando me chama para ir ajudando o colega.
P: Já dá pra desenrolar aí, né?
P: A1, ajuda os dois ali no final. Ver se eles estão acertando.
A13: Professora, eu não tava entendendo essa mas depois eu consegui.
P: Conseguiu? Vamos conferir. Questão 1 deu o quê?
A13: A.
P: Certo, questão 2?
A13: C.
P: Questão 3?
A13: Letra A.
P: Ok. Questão 4?
A13: C.
P: Certíssimo, vá ajudar alguém não seja tímida.
A14: Eu já terminei.
P: Terminou? Questão 1 deu o quê?
A14: 120.
P: Certo. Dois?
A14: Letra C.
P: Vamos ver o que aconteceu aqui. Que valor é esse?
A14: 3.
P: Tem certeza que é um 3?
A14: -3.
P: -3. Aí, você marcou aqui que o x é menor do que o y, 2 é menor do que -3?
A14: Não.

P: Então releia as alternativas.

P: Deixa eu ver o teu.

A2: Eu não fiz nada, professora.

P: Começa tentando, copia aqui a questão 1 que eu te ajudo.

A5: Professora, aqui.

P: Muito bem, parabéns! Questão 2 deu o que letra?

A5: D.

P: Muito bem, parabéns! Vocês estão arrasando.

A2: Professora!

P: Copie esse pedaço aí que a gente responde esse.

A9: Ô tia.

P: Vamos ver! Pera aí, você isolou, substituiu, ok.

A9: Aí deu…

P: Y menos 3y?

A9: Tem que fazer aquele negócio de positivar.

P: Certo, mas resolva isso antes. Antes de positivar resolva isso antes.

A9: Ah, dá 8!

P: -8, não é?

P: Sinais iguais, repita esse.

A9: Igual a 8. Aí, y = 4.

P: Vá verificar isso.

A3: Professora, aqui eu descobri só que não tem nas alternativas.

P: Porque você não terminou ainda. O que você tá querendo encontrar, o valor de quem?

A3: Do x.

P: Só que você precisa encontrar o valor de quem?

A3: Do y, só que cortou aqui.

P: Cortou, mas você cortou para resolver, só que no final você precisa encontrá-lo. Mesmo que corte, você cortou para resolver. Aí, no final, você substitui uma dessas para encontrar.

A8: Olha aqui eu fiz tudo e aqui deu três e aqui deu um zero.

P: Qual questão é essa? 1, 2…

P: Tem alguma coisa errada. Deixa eu ver... cortou, ok! Aí na hora de substituir…

A8: Substituí duas vezes, as duas erradas, mas tudo bem.

P: Olhe, se aqui é +3, vem -3, substituindo, não multiplicando. Você não pode somar 3 mais y e dizer que é 3y. Entendeu? Não pode dizer, 3 + y não é 3y. Eles são semelhantes?

A8: Não sei.

P: Sabe sim. O que é que são semelhantes?

A8: Quando a parte literal é igual.

P: Certo, e aqui são semelhantes? Não. Não é. Essa resolução aqui tá errada, na questão 2.

P: Vocês me chamaram aqui, não foi? Questão 3 deu que letra?

P: Não, deixa eu ver o que foi. Vocês fizeram por qual método?

A5: O da adição.

P: O da adição? Vamos ver, x + x = 2x. Vocês fizeram o quê com esse?

A5: Cortou. Ah… é porque não é igual.

P: Isso, porque cortou se não é igual? Só pode cortar se for a mesma com sinais trocados. Então o da adição, desse jeito, não dá certo aqui.

A5: Vai fazer substituição é?

P: Dá para fazer pelo o da adição só que vai dar mais trabalho. Aí é melhor fazer o da substituição aqui.

P: Vocês

A16: No caso aqui, quando chegar aqui, bota ele ao quadrado?

P: É. O valor de x é só 13, aí x ao quadrado é que é 13 ao quadrado. Deixa só o 13 por enquanto, apague esse quadradinho aqui. Repete aqui x = 13. Já, já você encontra o ao quadrado, vá encontrar agora o valor de y. Aí, depois você realmente usa o ao quadrado, vai realmente usar, mas deixe para daqui a pouco.

A5: Ô professora!

P: Diga.

A5: Esse 4?

A6: Ele tava dizendo que era do mesmo jeito, pia!

P: Não, mas também não dá esses valores não. Vamos ver o que foi. Certo, certo, o x está certo. Agora o y, tu substituiu onde?

A5: Nessa aqui.

P: Então, qual é o número que menos 3 dá 1, é 7?

A5: Não. Ah…

P: Vá fazer.

(Algum tempo depois)

P: Pessoal todos já terminaram? Vou deixar um exercício para vocês fazerem em casa. (O exercício é escrito na lousa)
(Fim da quinta aula)

6ª aula referente ao conteúdo sistemas de equações do primeiro grau

P: Boa Tarde!
Als: Boa tarde!
P: Nós chegamos até aqui, nós vamos concluir esse estudo. Lógico que, em outras situações, ao longo da vida vocês verão o conteúdo novamente. Em outros conteúdos, vai ser necessário utilizar o sistema de equações e nós vamos continuar treinando. Mas assim, a explicação desse conteúdo, nós estamos finalizando hoje. Então nós vamos corrigir essas duas questões aí, depois eu dou visto no caderno de vocês e confiro direitinho o que falta pontuar. Mas nós vamos corrigir essas duas questões que vocês fizeram e a gente só vai relembrando algumas coisinhas.
P: Então nós vamos corrigir aqui essas duas questões, esses dois probleminhas que vocês ficaram de fazer em casa que foram questões simples, conseguiram?
Als: Sim.
P: Alguns não, não foi?
Als: Foi.
P: A questão 1, conseguiram?
Als: Sim.
Als: Não.
P: Não? Conseguiram ou não?
Als: Sim.
Als: Não.
P: Um por vez, você conseguiu?
A1: Não.
P: Então nós vamos fazer. A questão diz assim: “Num quintal existem perus e coelhos, num total de 62 cabeças e 148 pés. Quantos são os perus e quantos são os coelhos? ”. Vamos primeiro montar essa situação aqui. Ao ver essa situação aqui,

eu me lembrei daquela questão do estacionamento, que nós levamos em consideração não só a quantidade de veículos no estacionamento, mas também a quantidade de quê?

Als: De rodas.

P: De rodas. Nessa situação nós vamos levar em consideração a quantidade de animais que estão lá presentes, mas também levaremos em consideração a quantidade de quê?

Als: De pés.

P: De pés. Vamos montar aqui uma equação que diz respeito a quantidade de animais aqui presentes, que tal? Como a gente pode fazer isso?

Als: P + C = 62.

P: Certo, P vocês usaram, não foi? Mais o quê?

Als: C.

P: Igual a?

Als: 62.

P: Como é que vocês sabiam que era 62 ali?

A2: Porque eram as cabeças.

Als: As cabeças.

P: Então, cabeça cada animal só tem uma, não é? Pelo menos esses. (Risos)

Als: (Risos).

P: Então, P de peru mais C de coelho é igual a 62. Ok! E depois o textinho aí, o enunciado da questão, faz referência aos pés. Um peru tem quantos pés?

Als: Dois pés.

P: Então, como é que a gente monta aqui?

Als: 2P.

P: 2P mais coelho?

Als: 4C.

P: Que até foi o questionamento, não é? Que é melhor pé do que pata. Porque a pata para o peru não ia dá certo, por isso que são pés. Igual a?

Als: 148.

P: Cento e quarenta e?

Als: Oito.

P: Até aqui, vocês conseguiram?

Als: Sim.

A2: Não.

P: Eu estou sentindo que vocês precisam treinar um pouquinho mais. Que vocês precisam… vocês, individual. Precisam dar mais uma treinadinha em casa, né? Respondam novamente as questões, leiam o capítulo do livro para que possam compreender melhor. Vocês têm que estudar além do que eu passo aqui. Então vejam, porque essa situação aqui… certo, lá aquela questão do estacionamento foi nova para vocês pensar na quantidade de rodas e tal, mas essa situação depois que nós fizemos a do estacionamento, não ficava mais tão difícil, não é isso? Então tem que desenvolver isso, e isso é desenvolvido a partir da leitura. Resolvam problemas em casa, leiam, treinem a linguagem algébrica que aí vão sentir uma maior facilidade.

P: Aí, vejam só. Nós aprendemos dois métodos de resolução, quais foram eles?

Als: Substituição e adição.

P: Certo, substituição e adição. Existem outros métodos, eu apresentei para vocês dois. O livro de vocês traz esses dois, mas existem outros métodos de resolução. Eu apresentei para vocês esses dois, e vocês podem optar por um desses dois, ou por outro que tenham aprendido em casa. Mas, enfim, existem outros. Agora nesse caso aqui dos métodos que eu sugeri, qual seria mais fácil para nós utilizarmos?

Als: Substituição!

P: O da substituição. Também dava para fazer pelo da adição, mas o da substituição aqui será bem viável. Vejam se nós quisermos isolar aqui, por exemplo, o P, como é que vai ficar essa equação escrita com o P isolado?

Als: P = 62 - C.

P: Certo. Então, por enquanto, o meu P vale o quê?

Als: 62 - C.

P: Qual o nome desse método de resolução que nós estamos utilizando?

Als: Substituição.

P: Então nós vamos?

Als: Substituir.

P: Onde é que eu vou substituir 62 - C?

Als: No 2P.

P: Certo, então nós vamos substituir nessa segunda, não é? E agora? Dois?

Als: 62 - C.

P: Assim ó “ 2 . 62 - C”, fica certo?

Als: Não, parênteses!

P: Parênteses, porque eu tenho mais de dois termos aqui, tenho o 62 e tenho o C, tenho que colocar os parênteses. Agora?

Als: Mais 4C = 148.

P: Eu ouvi poucas pessoas falando, os demais ficaram com dúvida?

Als: Não.

P: Bom, 2, olhem para aqui, 2 vezes P, no lugar de P, 62 - C. Mais, repeti, + 4C = 148. Temos aqui uma equação do primeiro grau com uma única incógnita. O que é que eu começo fazendo aqui?

A3: Aplica a propriedade distributiva.

P: Isso! Aplica a propriedade distributiva. 2 vezes 62?

A4: 124.

P: 124, mais, que tá aqui só que não aparece, com menos?

Als: Menos.

P: 2 vezes C?

Als: 2C.

P: e agora?

Als: + 4C = 148.

P: E agora?

A5: Junta os semelhantes.

P: Vamos juntar os semelhantes, não é? Quanto é que dá aqui?

Als: 2C.

P: 2C, eu vou repetir aqui 124 - 2C, foi o resultado disso, não é? Igual a 148. E agora?

A6: -2C = 148 - 124.

P: Tem coisa errada aí.

Als: É menos.

Als: É mais.

P: Mais onde?

Als: Onde tem esse C.

A6: É mais, não tem que botar o sinal do número maior?

P: Mais onde?

Als: No C.

P: Mas como é que vai dar o negativo aqui? É a quantidade de coelhos, no final. Porque 148 - 124. Mais com menos? Tem alguma coisinha errada aqui vamos verificar o que foi.

A7: É porque tá 4C.

A8: É porque o 4C é maior do que o 2C.

P: Mais com mais, mais. Mais com menos?

A9: Mas não é igual a 2c?

P: Ah… ok, ok!

P: E eu deixei até agora e vocês só me disseram agora?

A9: Mas a gente disse.

P: Agora, agora só.

A10: Eu nem tinha nem percebido.

P: Então percebam, percebam. Agora vai dar certo. Então 2C é igual a?

Als: 24.

P: Finalizando c é igual a?

Als: 24 dividido por 2.

P: Que dá?

Als: 12.

P: Então quantos coelhos nós temos?

Als: 12 coelhos.

P: Só que o enunciado pergunta quantos são os coelhos e quantos são os perus, não é isso? Achamos só os coelhos. Se os coelhos são 12, quantos são os perus?

A10: 50.

P: Como é que nós sabemos que são 50?

A8: Substituindo.

A11: 62 - 12 = 50.

P: 62 - 12 = 50, certo. Ou substituindo como A8 tá sugerindo aqui. P de peru é igual a 62 menos, no lugar de C eu ponho o quê?

Als: 12.

P: 12 (escreve P = 62 - 50 no quadro). P de peru é igual a?

Als: 50.

P: 50 perus e 12 coelhos. Se nós fizermos a verificação aqui ó, 12 + 50 vai dar 62?

Als: Vai.

P: Se nós fizermos a verificação em relação aos pés também, 2 vezes p, ali deu 50, 2 vezes 50?

Als: 100.

P: 100, grava aí, guarda na mente. Mais 4 vezes C, quem foi C?

Als: 12.

P: 4 x 12?

Als: 48.

P: 100, que deu aqui, mais 48?

Als: 148.

P: Então de fato nós encontramos as soluções, porque para ser solução precisa dá correto tanto na equação 1, como na equação 2. Entendeu? Entenderam ou não?

Als: Sim.

A11: Não.

P: Tá com dúvida A11?

A11: Não, não.

P: Só é falta de treino, não é? Só tem que treinar mais.

A12: Agora eu tô com uma dúvida.

P: Especifique a dúvida.

A12: Tudo.

P: Tudo, tudo? Então a dúvida vende antes, não é do conteúdo, não é? Se é tudo, tudo. A gente vai dar uma revisão aqui, mas quer dizer que você vai ter que olhar o conteúdo de equação do 1º grau em casa. Porque minha gente, olhem para aqui, o novo, o que nós estamos aprendendo agora, é o sistema de equações, mas a resolução de uma equação vocês estudam desde o ano passado, não é?

P: Então quando existe uma dúvida aqui, a dúvida na realidade não é no conteúdo que nós estamos aprendendo agora, a dúvida é equações, ou em outras operações. Aí, eu vou recapitular aqui, vou tentar recapitular mas para perceber que se a dúvida é geral é porque a dúvida é equação, aí precisa dar uma treinada em casa nesses conteúdos.

P: Vejam só, tem esse sistema aqui de equações. Aí nós optamos por utilizar o método da substituição. No método da substituição, para utilizá-lo nós isolamos uma letra. Então a gente escreveu, essa daqui essa equação 1, nós escrevemos de uma outra forma. É a mesma que, só que nós escrevemos agora que P equivale a 62 menos C. Então, por enquanto, o nosso p é esse. Até aí tudo bem?

Als: Uhum.

P: Como método é o da substituição, nós vamos substituir. Só que a gente vai substituir isso no lugar de quem? Pode falar, no lugar de quê?

Als: (Silêncio)

P: Qual letra tem aqui?

A11: P.

P: Então nós vamos substituir na equação 2, já que eu já mexi na equação 1. Na equação 2, onde tiver P, eu vou tirar o P e vou colocar o que ele vale por enquanto, 62 - C. Então eu vou repetir tudo. Olha, 2 repeti, aqui eu tenho uma multiplicação, só que no lugar do P, eu vou colocar agora o que ele vale, 62 - C. Só que eu coloquei aqui, entre parênteses, para mostrar que o meu 2 serve para o 62 e para o - 2C. Aí, eu repeti o +4C e repeti o 148. E então eu resolvi a equação do primeiro grau. Aí, nós precisamos dar uma treinadinha maior nisso. Você pode treinar em casa e trazer as suas dúvidas, que eu posso dá uma treinada com você. Mas na realidade, minha gente, vários conteúdos que nós trabalhamos, nós treinamos a equação do primeiro grau, não é?

P: Por exemplo, em produtos notáveis, quando nós estudamos, o assunto não era equações. Mas, muitos produtos notáveis resultavam em equações, não foi? Quando a gente viu?

Als: Foi.

P: Então a gente acaba treinando isso, mas treinem um pouquinho mais e aí vocês podem me trazer as dúvidas aqui, as dúvidas para a gente treinar. Então foi resolvido, nós resolvemos as equações de primeiro grau. 2 vezes 62 é 124, mais com menos, menos. 2 vezes C, 2C. Aí, repeti esse e repeti esse. Pronto, tenho uma equação. Aí, aqui na equação eu uni os semelhantes, resolvendo a operação que fosse necessária. Resolvi logo aqui, sinais diferentes subtrai e dá o sinal do número maior, deu aqui nossa resposta, repeti o 124 e repeti o 148. E aí, eu utilizei o procedimento, 2C = 148 - 124, que é esse daqui. E aí, vocês aprenderam isso ano passado de um modo, eu costumo falar que na operação inversa, vocês aprenderam com outro professor o ano passado e ele explicou os motivos por que isso acontecia, não era mágica. E aqui, olha, 2C = 148 - 124, 2C = 24, C = 12, achamos.

P: Pronto, isso daqui, esse pedaço inteiro, esse conteúdo é equação, e isso daqui é que é de sistema. Aí, novamente para sistemas, nós pegamos essa que tínhamos utilizado, e onde tinha C nós substituímos pelo valor encontrado.

A13: Professora!

P: Oi.

A13: Isso é conteúdo para essa unidade?

P: Para avaliação? Sim.

P: Então 62 menos, aí no lugar de C, eu coloquei o valor que eu encontrei, que foi C = 12. P é igual 62 menos 12, cinquenta. Achei então os meus valores, a quantidade de perus e coelhos. Agora assim, eu sei que alguns de vocês têm algumas dificuldades maiores, que vieram de anos anteriores, e a gente sempre tenta aqui sanar, mas vocês são muitos. E aí para que essas dificuldades sejam sanadas vocês precisam contribuir comigo, vocês precisam estudar em casa e trazer a dúvida para aqui. Porque, apesar de estudarmos outros conteúdos, a gente sempre volta. Para eu colaborar com vocês, vocês precisam colaborar comigo tem que estudar em casa. Vocês precisam dar umas treinadinhas nos anos anteriores, inclusive, joguinho de sinais, não é? Que alguns se confundem justamente por causa do joguinho de sinais. São assuntos essenciais, na matemática um conteúdo tem dependência do outro, não é possível aprender sistema de equações, se eu tiver dificuldades em assuntos anteriores. Então eu preciso saber o assunto anterior, e assim vai. Ano que vem nós vamos estudar equações do segundo grau, então nós vamos precisar de vários conhecimentos também, do estudo de equações, de sinais e tudo mais. Vocês precisam treinar isso.

P: Vamos tentar fazer aqui rapidinho, por conta do tempo, a questão 8.

A13: Questão 8?

P: É que é o 8 no meu, no de vocês é questão 2, perdão. (Risos).

A8: É 62.

P: É 62, muito bem. Porque ele pergunta quantos picolés cobertos de chocolate, não é? Certíssimo. A questão diz assim “uma sorveteria vende picolé simples a R$ 4,00 e coberto por chocolate a R$ 5,50, cada um. No dia que vendeu 200 picolés recebeu R$ 893,00. Quantos picolés cobertos por chocolate foram vendidos? ”. Vamos montar isso daqui rapidinho. Questão 2, como é que fica isso? Vamos usar X e Y.

A14: Não pode usar S e C não?

P: S e C? Pode.

A14: S de simples e C de com chocolate.

P: Pode ser, S e C então. E aí, como é que eu monto usando S e C?

Als: S + C = 200.

P: S + C = 200. A14 sugeriu S e C, porque ele disse que era S de simples e C de cobertura de chocolate. É legal quando nós utilizamos as letras que tem no enunciado, porque fica mais fácil realmente. Ok, montei a primeira equação e a segunda? Como é que fica?

Als: 4S…

P: Certo 4S mais?

Als: 5,50C = 893

P: 4S + 5,50C = 893.

A15: Professora, e se colocar só 5,5C, fica certo?

P: Sim, sim. O colega perguntou que se colocasse só 5,5C se ficaria certo, também fica.

P: Sobre essa montagem, porque por conta do tempo não vai dar para ficar repetindo no final. Sobre isso daqui alguém tem alguma dúvida agora?

Als: Não.

P: Melhor agora do que no final, não é?

Als: É.

P: Alguma dúvida sobre aqui essa parte?

Als: Não.

P: Ninguém?

Als: Não.

P: Pronto, qual o método que nós podemos utilizar aqui?

Als: Substituição.

P: Certo. Na realidade, nós podemos utilizar qualquer um, não é? Mas o que seria mais simples seria esse. Nós vamos isolar qual?

Als: C.

P: Pode ser. Agora percebam o seguinte, se eu isolar o C, eu vou substituir aqui, não é?

Als: É.

P: Tem um número com vírgula. Então vai dar mais um pouquinho de trabalho do que substituir aqui. Aqui nós podemos fazer de cabeça, aqui alguns terão mais dificuldade. Então, nesse caso vamos substituir no S, por conta do tempo. Vamos isolar o S, mas é lógico que dá o mesmo resultado. Só que por conta do tempo, só temos 10 minutos, vamos isolar o S. Ok? Pode ser?

Als: Pode.

P: S é igual, digam aí como é que fica.

Als: 200 - C.

P: S = 200 - C. Então, por enquanto, meu S vale o quê?

Als: 200 - C.

P: Como é o método da substituição, nós vamos…

Als: Substituir.

P: Onde tem o quê?

Als: O S.

P: Então vai ficar 4… pega na segunda, não é? 4 vezes…

A8: 4 vezes 200 - C.

P: 200 - C ficou no lugar de S, não foi?

Als: Foi.

P: Aí, olha, mais… vão dizendo.

Als: 5,50C é igual a 893.

[A professora escreve no quadro 4(200 - C) + 5,50C = 893]

P: O que é que eu faço agora?

A8: Faz a distributiva.

Als: Distributiva.

P: 4 vezes 200?

Als: 800.

P: 800. Na realidade a gente tá fazendo para tudo porque aqui eu tô seguindo, mais com mais?

Als: Mais.

P: Aí agora com esses, mais com menos?

Als: Menos.

P: 4 vezes C?

Als: 4C.

P: Vou repetir o restante não é? Mais 5,50C é igual a?

Als: 893.

[A professora escreve no quadro 800 - 4C + 5,50C = 893]

P: E agora?

A14: Corta os semelhantes.

P: Ok! Vamos juntar o que tá no primeiro membro, o que nós temos de semelhantes no primeiro membro?

Als: O -4C + 5,50C.

A15: 1,50!

P: 1,50, o quê?

Als: C.

P: Para adiantar, vamos dizer logo como é que fica. É igual?

Als: 893 - 800.

[A professora escreve no quadro a expressão 1,50C = 893]

P: Ok! Até aqui, tudo bem?

Als: Sim!

P: Então 1,50C é igual a?

A15: 62, dá 62.

Als: 93.

P: Quanto é que dá aqui?

Als: 93.

P: 93, não é? Para finalizar C é igual?

Als: 93 dividido por 1,50.

P: 93 dividido por 1,50.

[A professora escreve no quadro a expressão C = 93/1,50]

A10: Tem que escrever assim?

P: Não, nós poderíamos efetuar a divisão mesmo, considerando as casas decimais, lembra que a gente aprendeu no início do ano?

A10: Uhum.

P: Efetuando essa divisão, nós não vamos fazer agora por conta do tempo, mas essa divisão vai dar o quê?

Als: 62.

P: Foi pedido para nós encontrarmos, no caso, o valor de quê?

A8: Dos picolés com cobertura.

P: O valor não. A quantidade, não é? De que tipo de picolé?

Als: Com cobertura.

P: Esse, não é? Então já concluímos, foi até melhor então substituirmos logo no S, porque nós já encontramos o C. Nós já isolamos o S e a gente já encontrou o C. Se nós tivéssemos isolado o C, nós teríamos encontrado o S e depois o C. Nesse caso a nossa pergunta já está resolvida, quantos picolés desse tipo foram pedidos?
Als: 62.
P: 62. Aí eu queria dizer para vocês o seguinte, só para a gente encerrar. Vejam só, eu vou repetir, existem outros métodos de resolução. Caso vocês tenham interesse de aprender outros, vocês podem assistir vídeo-aulas, dá uma pesquisada, vocês podem responder isso por outros métodos, não tem que ser só por esses que eu ensinei. Outra coisa, ao longo da vida de vocês, resolvendo sistemas, vocês vão ver que nem todos os sistemas têm soluções assim, como nós encontramos. Existem outros tipos de sistemas que não é possível encontrar essas soluções que nós encontramos. Quando a gente quer uma solução, geralmente, mesmo que mentalmente, nós não substituímos aqui para verificar se tá certo? Não é isso?
Als: É.
P: Então, por conta do tempo, eu não vou fazer outros exemplos. Mas existirão sistemas que vocês irão resolver, ao longo da vida, que não apresentarão uma solução. Porque digamos que apareça no final assim, olha, vocês vão resolver uma situação, aí aparece lá 0 = 90, isso é verdade?
Als: Não.
P: Se um sistema destes aparecer para você encontrou isso, 0 = 90, então quer dizer que este sistema é impossível. Caso isso apareça, como isso é falso, você vai colocar sistema impossível, porque ele não tem aqui uma solução como nós encontramos. Existem também, alguns sistemas que tem infinitas soluções, que tem uma grande quantidade de soluções, que nós não conseguimos determinar aqui soluções exatas, como nós pensamos aqui, 62, 12,50. E nesse caso, esses sistemas terão infinitas soluções. Mas ao longo dos estudos de vocês, vocês verão isso. Então, por enquanto, nós aprendemos esses métodos, mas existem outros e vocês podem pesquisar outros. Então, eu sugiro que vocês leiam o capítulo todo desse assunto. Você queria perguntar alguma coisa?
A15: Tem como deixar em fração?
P: Sim. A15 tá perguntando se tem como deixar em fração. Tem, dependendo do problema. Digamos que a fração deu ½, e tá perguntando na situação... no

sistemazinho que tem um probleminha perguntando quantos filhos A15 tem. Aí, aparece lá ½, um sobre dois. Um meio corresponde a quanto, minha gente?
Als: 0,5.
P: Aí, tem como ter a metade de um filho?
A7: A metade de um filho… (Risos).
P: Ou tem, ou não tem, não é? (Risos)
Als: Não.
P: Aí, nesses casos de probleminhas assim, geralmente aparecem soluções exatas, nesse tipo de problema do dia a dia de quantidade de coisas que nós queremos encontrar. Mas se for só assim, encontre o valor, determine o valor de x e de y, aí costuma aparecer sim, pode aparecer fração. Certo?
A8: Professora, dá pra colocar assim, a letra S para ficar arrumadinho? (O aluno faz o gesto do símbolo das chaves com a mão).
P: De solução para a gente dar uma arrumadinha, não é? Olha, A8 deu aqui uma solução, tá estudando muito, não é? Muito, muito bem, estudem também. Ele disse assim, para ficar arrumadinho no final, nesse exemplo aqui mesmo, nós podemos colocar S de solução, não é isso que você tá dizendo? Aí, um par ordenado. Aí, primeiro, nós colocamos o valor de x, e depois colocamos o valor de y. Nesse caso, nós não temos X e Y, é um probleminha. Aí, nós vamos colocar aqui, por exemplo, 12, ponto e vírgula ou vírgula, e o outro, 50. Fecha aqui e fecha aqui. [A professora escreve no quadro a expressão S= {(12, 50)}. Então, a nossa solução do nosso sistema é essa. Inclusive, em outras séries, vocês vão estudar o plano cartesiano onde isso aqui vai ser necessário.
A6: O que é chave?
P: É um método de organização.
A6: Só para ficar organizado mesmo?
P: É. Agora assim, quando vocês forem estudarem plano cartesiano, por exemplo, vocês vão ver a importância dessa ordem aqui de X e Y, mas aí, este ano não.
A6: Em que série a gente vai ver isso?
P: Ano que vem.
A6: Mas já, professora?
P: Então nós temos aqui 4 minutos, vamos encerrar.
A11: Hoje vamos ter exercício para casa?

P: Hoje não, hoje vocês terão uma folga. Vamos encerrar, e uma salva de palmas para vocês porque até que se comportaram, não é?

(Aplausos)

A14: Vou estudar para ganhar uma bolsa de estudos.

P: Muito bem!

(Fim da sexta aula)