



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA

ALUSKA DIAS RAMOS DE MACEDO SILVA

CONTRIBUIÇÕES DA *JUGYOU KENKYUU* E DA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA
A FORMAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES
DE MATEMÁTICA NO ÂMBITO DO ESTÁGIO CURRICULAR
SUPERVISIONADO

Recife – PE

2020

Aluska Dias Ramos de Macedo Silva

**CONTRIBUIÇÕES DA *JUGYOU KENKYUU* E DA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA
A FORMAÇÃO E O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES
DE MATEMÁTICA NO ÂMBITO DO ESTÁGIO CURRICULAR
SUPERVISIONADO**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para obtenção do título de Doutora.

Linha de pesquisa: Didática da Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

Recife – PE

2020

Catálogo na fonte
Bibliotecária Natalia Nascimento, CRB-4/1543

S586c Silva, Aluska Dias Ramos de Macedo.

Contribuições da *Jugyou Kenkyuu* e da engenharia didática para a formação e o desenvolvimento profissional de professores de matemática no âmbito do estágio curricular supervisionado. / Aluska Dias Ramos de Macedo Silva. – Recife, 2020.

260 f.

Orientadora: Paula Moreira Baltar Bellemain.

Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.

Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2020.

Inclui Referências e Apêndices

1. Matemática - Formação de Professores. 2. Didática da Matemática. 3. Matemática – Grandezas e Medidas. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Bellemain, Paula Moreira Baltar. (Orientadora). II. Título.

370 (23 ed.)

UFPE (CE2021-020)

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e orientadora

Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

Universidade Federal de Pernambuco

Examinador externo

Prof. Dr. José Luiz Magalhães de Freitas

Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Examinadora externa

Profa. Dra. Maria Auxiliadora Vilela Paiva

Instituto Federal do Espírito Santo

Examinadora interna

Profa. Dra. Iranete Maria da Silva Lima

Universidade Federal de Pernambuco

Examinadora interna

Profa. Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles

Universidade Federal de Pernambuco

DEDICATÓRIA

Dedico a todos os (futuros) professores de Matemática, especialmente estagiários, supervisores e formadores de professores que buscam formação e desenvolvimento profissional.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por toda sabedoria e força que me dá a cada momento; por ter permitido que eu realizasse esse grande sonho.

À minha família, esposo – Paulo Júnior –, pais – Deusamar e Evandro –, irmãos –, Marina e Evandro Filho –, que sempre estão comigo, sendo suporte para que eu supere todas as dificuldades, compreendendo os momentos em que estive ausente, sendo pacientes com a minha impaciência e sempre celebrando com amor e alegria todas as minhas conquistas. À minha filha – Maria Júlia – que está por vir para engrandecer ainda mais a nossa família e nos ensinar sobre o amor.

À minha orientadora – Profa. Dra. Paula M. B. Bellemain –, por todo o empenho e contribuição para a minha formação e para o meu desenvolvimento profissional enquanto formadora de professores e pesquisadora. Agradeço também pela amizade edificada ao longo desses anos, por toda sinceridade e carinho.

Ao meu orientador do doutorado sanduíche – Prof. Dr. Carl Winsløw –, por toda dedicação, orientação e paciência, antes, durante e após os sete meses, e pelo acolhimento “abrasileirado” que superaram minhas expectativas.

Aos professores da banca – Profa. Dra. Iranete Lima, Prof. Dr. Paulo Figueiredo, Profa. Dra. Rosinalda Teles, Prof. Dr. José Luiz Freitas e Profa. Dra. Auxiliadora Paiva – por terem aceitado o convite e por todos os aportes para que a pesquisa prosseguisse e finalizasse, colaborando com todos os participantes da pesquisa e com os que irão lê-la.

Aos demais familiares, tias, tios, sogros, cunhados e cunhada, primos, primas, também aos que não estão mais presentes – meus avós – e que sempre torceram pela minha realização profissional, especialmente a minha avó – Marina –, quem foi inspiração como professora para várias netas.

Às minhas amigas – Thalyssa, Giuly e Claudinha –, que me acolheram em suas casas enquanto estava em Recife. Aos amigos do colégio para a vida – Rodolfo, Giuly, Rômulo, Talitta, Juliana, Faela e todos os agregados – com quem, desde os 9 anos de idade, compartilhamos nossas realizações. Aos amigos de profissão – José Roberto e José Luiz – e do EDUMATEC – Michela, Robson, Clóvis, Marcel, Larisse, Lúcia e Anderson –, que estão sempre contribuindo para o meu avanço e juntos superamos os desafios, alcançando muitas vitórias. Aos amigos que fiz em Copenhague – Mariana, Katia, Queralt, Isabel, Daniel, Guillermo e Bertold –, tornando a distância da família mais amena e vivenciando momentos

inesquecíveis. Aos amigos e alunos da UAFM – CES – UFCG – em especial Jaqueline e Leonardo –, por terem dado total suporte ao meu crescimento enquanto formadora e, também, aos meus alunos durante o tempo em que me afastei.

Ao grupo de pesquisa Pró-Grandezas, que foi e é muito especial para todos os que por ali passam, cooperando com o aprofundamento e a construção do conhecimento sobre Grandezas e Medidas, em todos os aspectos.

Aos professores que compõem o EDUMATEC, por todos os ensinamentos que servem e servirão de alicerce na minha prática profissional. Aos funcionários do programa – especialmente Mário e Clara –, que tanto se dedicam para o funcionamento administrativo do mestrado e do doutorado.

Aos participantes da pesquisa, por aceitarem e acreditarem que podiam crescer juntos em um trabalho colaborativo dentro do Estágio Curricular Supervisionado. Ainda, por todo o empenho e a disponibilidade para a realização do estudo.

Termino o doutorado cheia de ideias e inspirações, mas o mais importante é o que levo no coração e devo isso a todos vocês! Meu muito obrigada a cada um que fez desse doutorado um momento inesquecível em minha vida.

RESUMO

O objetivo geral desta tese é analisar contribuições de elementos da *Jugyou Kenkyuu* (JK) e da Engenharia Didática (ED) para fomentar o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática matriculados no Estágio Curricular Supervisionado. A JK envolve de três a quatro fases: o planejamento da aula, a observação da aula, a reflexão pós-aula e, em alguns casos, a reaplicação dessa aula pós-reflexão, podendo ser utilizada por professores em exercício e/ou formadores de professores e/ou futuros professores. A ED fundamenta a elaboração, experimentação e análise dos resultados de sequências didáticas, ancorada em produções teóricas e sobre o papel do professor, estabelecendo uma forte relação entre teoria e prática. Mesclando elementos dessas duas abordagens, investigamos seus possíveis impactos sobre os estagiários quanto a refletir, estudar, pesquisar e compreender o conhecimento matemático, didático-pedagógico e alguns dos fenômenos que envolvem as práticas de ensino escolares. O Estágio Curricular Supervisionado é o momento que o futuro professor entra em contato com o ambiente de trabalho para compreender as tarefas a serem realizadas, tendo consciência de quais são estas e a complexidade que as envolve. Foi realizado um estudo experimental, no primeiro semestre de 2018, visando compreender a inserção da JK e da ED no contexto brasileiro. Os instrumentos utilizados para a coleta de dados foram: gravação em áudio e vídeo das reuniões presenciais e aulas; planos de aulas individuais; entrevistas individuais ao final; e-mail; grupo em aplicativo; e observação participante. Contou com a participação de um professor supervisor da escola X, um professor formador de estágio de uma universidade pública pernambucana e quatro estagiários de regência. Os procedimentos metodológicos foram baseados no processo formativo com os elementos da JK e da ED. Os conteúdos trabalhados foram as grandezas comprimento e área em uma turma de 7º ano da mesma escola. Dentre as contribuições encontradas estão: o aprofundamento do conhecimento dos estagiários sobre o campo das grandezas e medidas; seu processo de ensino e de aprendizagem; a dissociação de perímetro e área, de grandeza, medida e objeto, como pontos essenciais para a formação didático-pedagógica dos estagiários; a participação dos professores (supervisor e formador) também contribuiu para a promoção do desenvolvimento profissional dos licenciandos com as trocas de experiências e conhecimentos, estudos, discussões e reflexões; etc. O percurso teórico-metodológico nos conduziu a defender a seguinte tese: A JK e a ED estruturam diferentes modos de relação entre teoria e prática, com aportes e limitações, e a consideração de elementos complementares dessas duas perspectivas, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado, traz contribuições para o desenvolvimento profissional dos licenciandos em matemática. Sugerimos como continuidade dessa pesquisa investigar os aportes da JK e da ED para a formação e a promoção do desenvolvimento profissional dos supervisores e dos formadores, bem como o impacto das sequências didáticas elaboradas sobre a aprendizagem dos alunos participantes.

Palavras-chave: *Lesson Study*; *Ingénierie Didactique*; Formação de Professores de Matemática; Grandezas e Medidas.

ABSTRACT

The main goal of this thesis is to analyse contributions from elements of Jugyou Kenkyuu (JK) and Didactic Engineering (ED) to promote the professional development of Mathematics graduates enrolled in the Supervised Curricular Internship. JK involves three to four phases: class planning, class observation, post-class reflection and, in some cases, the reapplication of that post-reflection class, which can be used by current teachers and/or practicing teachers and/or training instructors, and/or future teachers. ED models the elaboration, experimentation and analysis of the results of didactic sequences, anchored in theoretical productions and on the role of the teacher, establishing a strong relationship between theory and practice. Merging elements of these two approaches, we investigate their possible impacts on the trainees, the trainer and the internship supervisor as to reflect, study, research and understand mathematical, didactic-pedagogical knowledge, and some of the phenomena that involve school teaching practices. The Supervised Curricular Internship is an important moment in the training of the future teacher for entering the field to understand the tasks to be performed, being aware of what these are, and the complexity that involves them. An experimental study was carried out in the first half of 2018, aiming to understand the insertion of JK and ED in the Brazilian context. The instruments used for data collection were: audio and video recording of face-to-face meetings and classes; individual lesson plans; individual interviews at the end; email; group in application; and participant observation. It counted with the participation of a supervising professor at school X, a professor who trained as a trainee at a public university in Pernambuco and four conducting interns. The methodological procedures were based on the training process with elements from JK and ED. The contents worked on were length and area magnitudes in a 7th grade class at the same school. Among the contributions found are: the deepening of the interns' knowledge about the field of magnitudes and measures; its teaching and learning process; the dissociation of perimeter and area, of size, measure and object, as essential points for the didactic-pedagogical training of the interns; the participation of teachers (supervisor and teacher educator) also contributed to promoting the professional development of undergraduate students through the exchange of experiences and knowledge, studies, discussions and reflections; etc. The theoretical-methodological path led us to defend the following thesis: JK and ED structure different ways of relating theory and practice, with contributions and limitations, and the consideration of complementary elements from these two perspectives, within the scope of the Supervised Curricular Internship, brings contributions to the professional development of undergraduate mathematics students. We suggest as a continuation of this research to investigate the contributions of JK and ED for the training and promotion of the professional development of supervisors and trainers, as well as the impact of the didactic sequences elaborated on the learning of the participating students.

Keywords: Lesson Study; Didactical Engineering; Mathematics Teacher Education; Magnitudes and Measures.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Diagrama sobre o processo de JK.....	57
Figura 2: Fases da ED.....	64
Figura 3: Etapas do processo formativo do estudo piloto	73
Figura 4: Primeira resolução do problema 1	83
Figura 5: Resolução do problema 2 por um aluno.....	84
Figura 6: Resolução do problema 2 por outro aluno	84
Figura 7: Explicação sobre Sistemas lineares equivalentes e sistema escalonado	85
Figura 8: Resoluções do exercício R9	86
Figura 9: Processo de escalonamento do problema.....	87
Figura 10: Imagem do sistema.....	87
Figura 11: Sistema escalonado	88
Figura 12: Fusão de elementos da JK e da ED	95
Figura 13: Três tipos de objetos	105
Figura 14: Três domínios das grandezas geométricas	105
Figura 15: Sumário do livro didático adotado na escola X	113
Figura 16: Plano individual de aula de E1	119
Figura 17: Livros didáticos analisados	123
Figura 18: Representação ilustrativa do exemplo dado por S no quadro	124
Figura 19: Exemplos de Grandezas e Medidas em notícias de jornais	126
Figura 20: Exemplo do livro Praticando Matemática.....	127
Figura 21: Esboço do primeiro encontro	129
Figura 22: Esboço da segunda parte do primeiro encontro	130
Figura 23: Imagens mostrando unidades de medidas não convencionais	136
Figura 24: Metodologia do plano do 1º encontro	136
Figura 25: Continuação do plano de aula com primeira atividade	140
Figura 26: Discussão dos resultados da atividade sobre comprimento com unidades de medida não convencionais.....	141
Figura 27: Reflexão da primeira atividade e introdução da segunda	143
Figura 28: Atividade do livro “Aribabá” sobre unidades de medida	143
Figura 29: Continuação do plano escrito do 1º encontro.....	144
Figura 30: Esboço dos cinco temas dos encontros	155
Figura 31: Slides da primeira parte do 1º encontro sobre medição e comprimento	162

Figura 32: Continuação dos slides do 1º encontro	163
Figura 33: Slides da primeira parte do 2º encontro sobre perímetro	165
Figura 34: Continuação dos slides para o 2º encontro sobre perímetro	166
Figura 35: Exemplo de como os alunos poderiam desenhar os 3 quadrados	167
Figura 36: Slides da primeira parte do 2º encontro	168
Figura 37: Continuação dos slides para o 2º encontro.....	169
Figura 38: Continuação dos slides com as investigações para o 2º encontro	170
Figura 39: Continuação dos slides com outras investigações para o 2º encontro	172
Figura 40: Slides da primeira parte do 3º encontro	173
Figura 41: Slides da segunda parte do 3º encontro.....	174
Figura 42: Slides da terceira parte do 3º encontro	175
Figura 43: Slides da quarta parte do 3º encontro.....	176
Figura 44: Slides da primeira parte do 4º encontro	177
Figura 45: Último problema proposto no 4º encontro.....	178
Figura 46: Slides com questões do 5º encontro	178
Figura 47: Continuação dos slides para o 5º encontro.....	179
Figura 48: Curiosidades para introdução das fórmulas de área do 5º encontro.....	180
Figura 49: Curiosidades sobre a fórmula do perímetro da circunferência e área do círculo	181
Figura 50: Questão para trabalhar com a fórmula do perímetro da circunferência.....	182
Figura 51: Medindo a altura da mesa com um caderno e convertendo para mm usando as medidas da parte traseira do objeto	190
Figura 52: Investigação 1 do 3º encontro – continuação do 2º.....	194
Figura 53: Foto do quadro com os resultados da investigação 4.....	195
Figura 54: Primeira investigação do 4º encontro.....	196
Figura 55: Foto do desenho do aluno 1 explicando no quadro.....	197
Figura 56: Fotos do desenho de S explicando a área do triângulo azul.....	198
Figura 57: Representação ilustrativa do exemplo dado por S no quadro	201
Figura 58: Problema 1 do 3º encontro – continuação do 2º	203
Figura 59: Foto do desenho do aluno 3	205
Figura 60: Problema 3 do 2º encontro sobre perímetro.....	212

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Proximidades entre JK e ED	66
Quadro 2: Distanciamentos entre JK e ED	68
Quadro 3: Reuniões e tarefas do Estudo Piloto	77
Quadro 4: Possível planejamento do calendário	80
Quadro 5: Desenvolvimento da primeira etapa da pesquisa.....	99
Quadro 6: Desenvolvimento das segunda e terceira etapas da pesquisa	100
Quadro 7: Expectativa das Grandezas e Medidas de acordo com o ano de escolaridade	104
Quadro 8: Objetos de conhecimento e habilidades	107

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC – Base Nacional Comum Curricular

ED – Engenharia Didática

EDDF – Engenharia Didática do Desenvolvimento e Formação

LDB – Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional

JK – *Jugyou Kenkyuu*

LS – *Lesson Study*

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

PCPE - Parâmetros Curriculares para a Educação Básica do Estado de Pernambuco

RP – Resolução de Problemas

TSD – Teoria das Situações Didáticas

TSM – Teoria das Situações Matemáticas

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	15
2. FORMAÇÃO DOCENTE PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	20
2.1 ESTÁGIO CURRICULAR SUPERVISIONADO	31
3. <i>JUGYOU KENKYUU</i> E ENGENHARIA DIDÁTICA: PERCURSOS E PROCESSOS	38
3.1 <i>JUGYOU KENKYUU</i> : UM BREVE HISTÓRICO E SEUS SIGNIFICADOS	39
3.2 CARACTERÍSTICAS DA JK E POSSÍVEIS CONTRIBUIÇÕES PARA A FORMAÇÃO DE PROFESSORES	41
3.3 ENGENHARIA DIDÁTICA E SUAS EVOLUÇÕES	60
3.4 JK E ED: PROXIMIDADES E DISTANCIAMENTOS	66
4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E ANÁLISE DE RESULTADOS DO ESTUDO PILOTO	71
4.1 SUJEITOS PARTICIPANTES	71
4.2 ETAPAS DA PESQUISA	72
4.3 PRODUÇÃO DOS DADOS	75
4.4 ORGANIZAÇÃO DOS DADOS DO ESTUDO PILOTO	75
4.5 RESULTADOS E ANÁLISE DO ESTUDO PILOTO	76
4.5.1 Estudo e Planejamento	78
4.5.2 Implementação do planejamento	82

4.5.3	Reflexão – última etapa do estudo	88
4.5.4	Considerações sobre o Estudo Piloto	91
5.	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DO ESTUDO EXPERIMENTAL... 94	
5.1	ETAPAS DO PROCESSO FORMATIVO.....	94
5.2	SUJEITOS PARTICIPANTES E O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	97
5.3	COLETA E PRODUÇÃO DOS DADOS	102
5.3.1	CONSIDERAÇÕES SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE GRANDEZAS E MEDIDAS... 103	
5.3.2	Comprimento e área	106
6.	RESULTADOS RELATIVOS AO PLANEJAMENTO E À SEQUÊNCIA DIDÁTICA IMPLEMENTADA	113
6.1	ESTUDO E PLANEJAMENTO– ANÁLISES PRELIMINARES, CONCEPÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA E ANÁLISE <i>A PRIORI</i> DAS ATIVIDADES A SEREM VIVENCIADAS	113
6.2	SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PLANEJADAS E IMPLEMENTADAS NO 7º B.....	161
7.	CONTRIBUIÇÕES DE ELEMENTOS DA JK E DA ED PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS ESTAGIÁRIOS.....	184
7.1	MEDIÇÃO CONCRETA E ABSTRATA, UNIDADES DE MEDIDA CONVENCIONAIS E NÃO CONVENCIONAIS	184
7.2	DISSOCIAÇÃO ENTRE PERÍMETRO E ÁREA	200
7.3	FORMAÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA E RECURSOS UTILIZADOS	206
7.4	O QUE PENSAM OS PARTICIPANTES SOBRE O IMPACTO DO PROCESSO FORMATIVO SOBRE SUA FORMAÇÃO PROFISSIONAL PARA A DOCÊNCIA?.....	217
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	222

REFERÊNCIAS	233
APÊNDICES:.....	242
APÊNDICE A - TRAJETÓRIA ACADÊMICA E PROFISSIONAL.....	242
APÊNDICE B – CITAÇÕES ORIGINAIS DAS TRADUÇÕES USADAS NO TEXTO 247	
APÊNDICE C – TERMOS DE CONSENTIMENTO LIVRE ESCLARECIDO	249
APÊNDICE D – GUIA DE QUESTÕES PARA A CONSTRUÇÃO DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA	251
APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO FINAL DO ESTUDO PILOTO.....	253
APÊNDICE F – ENTREVISTAS DOS PARTICIPANTES.....	254
APÊNDICE G – FORMULÁRIO DOS PARTICIPANTES	259

1. INTRODUÇÃO

A possibilidade de vivenciar o que está sendo trabalhado nos componentes curriculares da Licenciatura Plena em Matemática nas escolas é de suma importância para romper com o mito de que “na prática a teoria é outra” (PIMENTA; LIMA, 2005/2006, p. 6), assim como preparar oficinas para os próprios professores nas escolas e na universidade com o intuito destes compartilharem experiências e aprofundarem seus conhecimentos sobre determinados conteúdos, sem esquecer que para essa prática é necessária a teoria, sendo cada uma, complemento da outra (IMBERNÓN, 2011).

A importância em inserir o licenciando em seu futuro ambiente de trabalho para experimentar situações, sejam elas de ensino, ou de observação, ou ainda de outros tipos, está expressa nas diretrizes curriculares para cursos de licenciatura. Essa inserção deve ocorrer de vários modos e em diversos momentos da formação inicial (BRASIL, 2001; BRASIL, 2015), como é o caso, por exemplo, da participação de licenciandos em atividades de programas de iniciação científica e de iniciação à docência. Um momento de grande relevância nessa conexão entre a formação dos professores e o seu ambiente de exercício profissional é o Estágio Curricular Supervisionado, de caráter obrigatório, no qual o futuro professor entra em campo para compreender as tarefas a serem realizadas, tendo consciência de quais são estas e a complexidade que as envolve. Como apontam Sakai e Pereira (2017) e Dauanny (2015), o estágio não tem sido vivenciado de maneira satisfatória, pois existem muitos limites sociais, políticos, afetivos e cognitivos. Além de uma forte dicotomia entre teoria e prática que permeia todo o curso da graduação, especialmente, esse momento do estágio. Assim, emerge o questionamento inicial desta tese: de que maneira o Estágio Curricular Supervisionado no curso de licenciatura em Matemática poderia ser conduzido para alcançar resultados positivos para todos os sujeitos participantes? Esta era a intenção até meados da pesquisa, mas veremos que ao longo do trabalho não foi possível ir a fundo na consideração dos três sujeitos (estagiários, supervisores e formadores), por isso o foco passou a ser os estagiários.

Nesta intenção de buscar possibilidades de processos que favoreçam a interação, a troca de experiência e a produção de conhecimentos de maneira colaborativa no âmbito do

Estágio Curricular Supervisionado, foram especificamente utilizados elementos de um processo formativo japonês chamado *Jugyou Kenkyuu* (JK) e de uma metodologia de pesquisa e de desenvolvimento de sequências didáticas francesa, a Engenharia Didática (ED) – *Ingénierie Didactique*.

A JK originou-se no Japão e vem alcançando resultados significativos em diversos países. A tradução de *Jugyou* (授業) é “aula(s)” ou “instruções para sala de aula”, enquanto a tradução de *Kenkyuu* (研究) é “pesquisa” ou “estudo”¹ (ELIPANE, 2012). No ocidente, é frequentemente designada pela expressão em inglês *Lesson Study*² (LS) (STIGLER; HIEBERT, 1999; HILL et al., 2008; LEWIS et al., 2004).

A JK envolve de três a quatro fases: o planejamento da aula, a observação da aula, a reflexão pós-aula e, em alguns casos, a reaplicação dessa aula pós-reflexão (BAPTISTA et al., 2012b), embora essa reaplicação não seja algo comum no Japão (TAKAHASHI; MCDOUGAL, 2016). Ela pode ser utilizada por professores em exercício e/ou formadores de professores e/ou futuros professores. Nas aulas planejadas, a resolução de problemas tem um lugar central. O foco está na aprendizagem dos alunos e no desenvolvimento profissional dos professores de qualquer área de ensino.

Como se dá a relação entre teoria e prática e o que é considerado teoria e prática? Para a JK, a teoria está voltada para os conhecimentos matemático, didático e pedagógico que os participantes possuem, para os materiais didáticos utilizados em sala de aula, sendo a prática a implementação do planejamento feito a partir dessa teoria. A reflexão sobre a prática tem maior atenção dos participantes do que a teórica. Para que haja um aprofundamento de conhecimento científico e didático de determinado conteúdo, é necessário ir além do que já se sabe e conhece, ou seja, ter um aporte teórico.

Em busca desse suporte teórico, uma das linhas da Educação Matemática que estuda as relações entre o ensino e a aprendizagem dos alunos, a teoria e a prática, é a Didática da

¹ Vale ressaltar que, por esse motivo, alguns pesquisadores denominam a metodologia japonesa como sendo de pesquisa, porém, no nosso entendimento, trata-se de uma metodologia de *design* de sequências didáticas, voltada ao desenvolvimento profissional dos professores envolvidos.

² Optamos por utilizar o termo *Jugyou Kenkyuu*, ou sua abreviação (JK), no decorrer da tese por estarem em sua língua original.

Matemática, que surgiu na França na década de 70 do século XX. Segundo Abdelli (2015-2016, p. 24), a Didática da Matemática:

pretende descrever e explicar os fenômenos relativos às contribuições entre ensino e aprendizagem. A didática da matemática não se reduz a encontrar um bom caminho para ensinar uma noção fixa³.

A citação traz um elemento fundamental da teorização didática, a afirmação de que não se trata de reduzir a pesquisa nesse campo à busca de *uma boa maneira de ensinar*, isto é, o estudo dos processos de aprendizagem e ensino deve extrapolar a busca de respostas imediatas e compreender mais a fundo os processos para poder transformá-los. A Engenharia Didática, suporte teórico-metodológico essencial para o desenvolvimento da Didática da Matemática Francesa (ARTIGUE, 1988, 2011), se debruça sobre a relação entre teoria e prática, uma vez que fundamenta a elaboração, a experimentação e a análise dos resultados de sequências didáticas, ancorada em produções teóricas. Mais recentemente, os estudos sobre Engenharia Didática também têm voltado seu olhar para o professor, como no caso dos trabalhos sobre a Engenharia Didática para o Desenvolvimento e a Formação (PERRIN-GLORIAN, 2011).

A ideia inicial em utilizar apenas a JK foi transformada pela preciosidade de poder levar os futuros professores a refletirem, estudarem, pesquisarem e compreenderem o conhecimento matemático, didático-pedagógico e os fenômenos que envolvem uma sala de aula. Logo, a ED se tornou fundamental para nossa pesquisa, com elementos que contribuem para as construções teóricas.

Diante do exposto, a questão norteadora desta tese é a seguinte:

- Quais contribuições a incorporação, no estágio supervisionado, de elementos da *Jugyou Kenkyuu* e da Engenharia Didática traz para a formação e o desenvolvimento profissional de futuros professores de matemática?

Observamos que tanto a *Jugyou Kenkyuu* quanto a Engenharia Didática foram desenvolvidas em contextos educacionais distintos do brasileiro e, também, dentre elas (no

³ As traduções de citações em língua estrangeira foram feitas pela doutora e os textos originais encontram-se no Apêndice B.

Japão e na França, respectivamente). A JK é vivenciada em todas as escolas públicas do Japão, ou seja, foi institucionalizada pelo governo há mais de um século. Essas perspectivas têm em comum o fato de tratarem do planejamento de aulas e especificidades que são discutidas mais a fundo nesta tese. Formulamos a hipótese de que a ED e a JK estruturam diferentes modos de relação entre teoria e prática, com aportes e limitações, e que a consideração de elementos complementares dessas duas perspectivas pode trazer contribuições para a pesquisa sobre o desenvolvimento profissional de futuros professores matriculados no Estágio Curricular Supervisionado.

Assim, o objetivo geral da tese é analisar contribuições de elementos da JK e da ED para fomentar o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática matriculados no Estágio Curricular Supervisionado.

Uma pesquisa de doutorado, frequentemente, além das motivações científicas, encontra eco na história de vida do pesquisador. Por isso, o Apêndice A traz um pouco da trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora, a fim de refletir sobre como a jornada de licencianda e, conseqüentemente, estagiária, professora da educação básica, investigadora e formadora de professores – assim como as aprendizagens associadas a essas múltiplas experiências – a conduziram aos questionamentos que deram origem à elaboração desta tese.

O texto da tese está dividido em oito capítulos. Este primeiro capítulo, Introdução, apresenta brevemente o tema investigado. Para embasar cada elemento da pesquisa, o segundo capítulo corresponde a uma discussão sobre a formação inicial e continuada do professor de Matemática, focando a relação entre teoria e prática; destaca ainda o contexto do Estágio Curricular Supervisionado, visando um possível desenvolvimento profissional dos envolvidos. Para melhor conhecer os elementos da JK e da ED, o terceiro capítulo apresenta um breve histórico da JK, as etapas do seu processo e algumas pesquisas que a utilizam, assim como a ED e suas implicações para a formação do professor; por fim, faz-se um levantamento das aproximações e diferenças entre as duas abordagens, que serve de base teórica para fundamentar a nossa tese. O quarto capítulo contém os procedimentos metodológicos e a análise dos resultados do estudo piloto, que teve como foco compreender algumas adaptações exigidas pela inserção de elementos da JK e da ED no contexto brasileiro, com os estagiários em observação e o professor supervisor. No quinto capítulo são discutidos os procedimentos metodológicos para o estudo experimental que envolveu

elementos da JK e da ED no ensino de comprimento e área. O sexto capítulo traz as análises relativas à primeira etapa do estudo e à sequência didática planejada e implementada. No sétimo capítulo, abordam-se alguns aspectos do estudo, destacando contribuições do processo formativo para o desenvolvimento profissional dos estagiários. E, finalmente, no capítulo 8, são expostas as considerações finais sobre os resultados da pesquisa.

2. FORMAÇÃO DOCENTE PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Refletindo sobre a formação de professores e como essa vem se constituindo com o decorrer dos anos, Richit (2011) destaca a desvalorização da profissão docente na década de 1980 devido às condições precárias de trabalho e aos salários que seguiam caindo. Em 1990, foi aprovada a *Declaração Mundial de Educação para Todos* em um evento na Tailândia, dando início a um novo momento na educação brasileira. A partir de 1996 passou a vigorar a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9394/1996 (LDB) e em 2001 foi aprovado o Plano Nacional de Educação (PNE) documentos que norteiam as políticas públicas do campo educacional, direcionam a formação continuada em todos os níveis de ensino, o que contribui para a valorização da profissão do professor. A formação inicial é o foco desta pesquisa, entretanto, neste capítulo olhamos para a formação como um todo que ocorre em várias fases do (futuro) professor. Além disso, os participantes – professor formador e professor supervisor – fazem parte de outro grupo que não dos estagiários, sendo esse outro fator de envolver a formação continuada neste capítulo. Logo, concordamos com Richit e com o pesquisador português António Nóvoa (2017), que defende ter havido uma evolução no campo da formação de professores nos últimos 50 anos, sendo visível nos textos publicados sobre este tema.

Além do avanço, estamos de acordo com outros dois elementos que Nóvoa discute em seu artigo, sobre o fato de que algumas políticas não contribuem para essa formação, como é o caso dos ataques às instituições universitárias de formação docente, o que conduz a um processo que o autor chama de desprofissionalização (NÓVOA, 2017). A falta de incentivo profissional e financeiro corrobora em uma educação sem estrutura e sem *feedback* satisfatório. Essa desprofissionalização pode ocorrer devido a alguns sinais, como os citados por Richit (2011) e outros mais: a carga horária de trabalho intensa, as acusações relacionadas aos resultados dos alunos em exames que não avaliam a profissão docente e “o regresso de ideologias que afirmam a possibilidade de atribuir funções docentes a pessoas que tenham “notório saber” de uma dada matéria, como se isso bastasse, também contribui para o desprestígio da profissão” (NÓVOA, 2017, p. 1109). Atentamos que isso remete à falta de interesse em investir na educação como um todo, como foi destacado pelos pesquisadores.

A formação e profissão docente ainda desconsideram os aspectos social, cultural e político (NÓVOA, 2017). O pesquisador enfatiza a necessidade de repensar a formação de professores, especialmente a formação profissional do professor, ou seja, olhar para e formar o professor como profissional. Para romper com essa desprofissionalização, Nóvoa (2017, p. 1113) defende a importância de construir modelos que valorizem “a preparação, a entrada e o desenvolvimento profissional docente”. Primeiro, apreciando a continuidade da profissão desde a formação inicial, compreendendo os candidatos que ingressam no curso, seus motivos, apresentando o que é a profissão e integrando a formação e a profissão. Em segundo lugar, Nóvoa (2017) se refere à importância de enxergar as outras profissões universitárias para entender melhor e influenciar na profissão docente. Por fim, refere-se à necessidade de definir o que é formar um profissional docente, tendo consciência de que é uma profissão que lida com pessoas, conseqüentemente, com a incerteza e a imprevisibilidade. De que maneira isso rebate sobre o Estágio Curricular Supervisionado? Essa profissionalização ao longo de toda a formação acadêmica do professor e na vivência da prática docente remete aos questionamentos da introdução sobre estágio e que também podem ser expandidos para toda a formação inicial: como está sendo desenvolvida? Valoriza a profissão docente? Há troca de experiência e conhecimento entre professores (universitários e da educação básica) e futuro professor?

Para valorizar e progredir com essa formação é preciso trabalhar a relação entre universidades e escolas, criando modelos de formação que envolvam toda a comunidade educacional. Logo, construindo “um lugar de diálogo que reforce a presença da universidade no espaço da profissão e a presença da profissão no espaço da formação [...] não num sentido técnico ou aplicado, mas na projeção da docência como profissão baseada no conhecimento” (NÓVOA, 2017, p. 1116). Esse conhecimento, indissociável da formação de professores e da profissão docente, envolve “a compreensão da disciplina, da sua história, dos seus dilemas e, acima de tudo, das suas potencialidades para a formação de um ser humano” (NÓVOA, 2017, p. 1116). Reconhecemos que a ida da universidade até a escola é de extrema importância para que haja interação entre ambas, superando uma visão que consideramos equivocada, segundo a qual uma delas é superior à outra. Ademais, identificamo-nos com o alicerce do conhecimento na profissão de professor e na construção desta a partir da aproximação entre os dois ambientes de formação (escola e universidade).

Em conformidade com Nóvoa, uma formação profissional dessa natureza deve abranger realidades culturais diversas e envolver a colaboração entre os professores da educação básica e do Ensino Superior, nivelando-os em um só patamar para que se tornem formadores e aprendizes, ao mesmo tempo em que fornece inspiração aos futuros professores que trabalharão em conjunto. Isso está atrelado ao modelo que se deve ter no Estágio Curricular Supervisionado e que será discutido no final deste capítulo. No coração dessa temática estão os diferentes modos de relação entre as dimensões teórica e prática da formação dos futuros professores. Como essas dimensões se colocam dentro da ED e da JK? Em que sentido, juntas, podem contribuir para a profissão docente?

Voltando um pouco no tempo, no Brasil, a criação das Faculdades de Filosofia, Ciências e Letras, na década de 1930, foi o início das licenciaturas numa perspectiva de formação de professores. Com o Decreto-Lei nº 1.190 de 04/04/1939 (BRASIL, 1939), a Faculdade Nacional de Educação passou a ter o curso de bacharelado em Pedagogia, com duração de três anos. Com mais um ano de Didática, um bacharel adquiria também o título de licenciado, consentindo-lhe o exercício do magistério. Desse modo, o surgimento das licenciaturas no conhecido modelo 3+1 (GOMES, 2016), isto é, para a licenciatura em Matemática o modelo se aplicava com os três primeiros anos de bacharelado em Matemática mais um ano de Didática. Diferentemente da Didática da Matemática, à qual nossa tese se refere, esta era voltada para uma formação pedagógica na qual a especificidade dos conhecimentos não tinha lugar de destaque, composta por Didática Geral, Didática Especial, Psicologia Educacional, Administração Escolar, Fundamentos Biológicos da Educação e Fundamentos Sociológicos da Educação.

Em 1955, o Instituto Nacional de Ensino e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) apresentou uma proposta que visava um maior equilíbrio entre teoria e prática nos cursos de preparação para o ensino, “que a prática antecipe muitas das dificuldades do jovem professor; que as aulas de prática sejam complementadas com debates antes e depois” (PIMENTA, 2012, p. 48), com o intuito de promover capacidades nos futuros professores para exercerem a profissão, ao invés de gerar ansiedade. Nota-se que as duas dimensões estão presentes na formação há muitas décadas, embora haja insatisfações quanto ao modo como se relacionam.

Como alegam Pimenta e Lima (2010), as dimensões teórica e prática se organizam em aglomerados de disciplinas isoladas entre si. Ou seja, os elementos teóricos não dialogam entre si e, tampouco, com os da prática. É necessário sair da “teoria vazia” das universidades, apontada por Nóvoa (2017), e a ressignificar com e para a prática. Em meu trabalho de conclusão de curso de licenciatura em Matemática (MACEDO, 2009) questioneei essa falta de formação nos componentes curriculares do curso, especialmente quando se esperava dos docentes a utilização de diversas metodologias de ensino, de atividades que levassem à construção do conhecimento, ao invés de apenas passar listas de exercícios, leitura de textos e discussões sobre como se portar numa sala de aula ou transmitir algo.

Na formação inicial, existe a dicotomia entre teoria e prática, além da tricotomia entre formação didático-pedagógica, formação matemática e a prática escolar, sendo as duas últimas desenvolvidas sem apoio da primeira, gerando uma incoerência no sentido geral do curso (FIORENTINI; CRECCI, 2015). Concordamos ainda com Pimenta e Lima (2010, p. 33) quando explicam que “o curso nem fundamenta teoricamente a atuação do futuro profissional nem toma a prática como referência para a fundamentação teórica”. Consideramos que nem todos os cursos tenham o mesmo nível de distanciamento e dicotomia e/ou tricotomia, mas frequentemente as pesquisas identificam muitas insatisfações na formação inicial dos professores quanto a dar um sentido a tudo que se aprende nos diversos componentes curriculares no intuito de (re)significar a teoria discutida e aprendida com o olhar na sala de aula, na escola, nos ambientes de trabalho do professor.

Sobre o conhecimento dessas dimensões teórica e prática, Nóvoa (2017, p. 1125) ressalta que:

é importante assinalar dois pontos para bem compreender a sua função numa formação profissional. Por um lado, um professor precisa ter um conhecimento mais orgânico, historicizado, contextualizado e compreensivo da disciplina que vai ensinar do que o especialista dessa mesma disciplina. Não se trata, pois, de formar um matemático que, depois, se formará como professor. Trata-se, isso sim, de formar um professor que, para ser capaz de ensinar Matemática, precisa de um conhecimento profundo da matéria, mas um conhecimento diferente daquele que necessita um especialista. Por outro lado, a formação de professores não pode deixar de acompanhar a evolução da ciência e das suas modalidades de convergência. Em tempos do digital, a visão enciclopédica das disciplinas vem sendo naturalmente substituída por formas mais exigentes e problematizadoras de aquisição do conhecimento.

Nóvoa traz a diferença entre um professor de Matemática e um matemático, focando na necessidade que o primeiro tem em conhecer a disciplina, mas que deve ir além disso com estudo da história, os possíveis contextos para cada conteúdo, isto é, um conhecimento que vai além da Matemática. Além da necessidade de ter conhecimento sobre os aspectos didáticos, cognitivos e curriculares. Concordamos também que é preciso acompanhar o avanço desta para trabalhar nas formações dos professores, conseqüentemente, em suas salas de aula. Mais uma vez, a teoria e a prática se revelam como dimensões que nutrem uma à outra.

Além dessa diferença que Nóvoa expõe, observamos que trabalhar com a formação universitária e pesquisa didática exige um grau de liberdade entre um professor e um pesquisador. Este elemento implica diretamente na forma como as dimensões podem ser vivenciadas em diversos campos e como também pode haver confusões no que envolve e significa a teoria e a prática. Muitas vezes, os professores se sentem especialistas de uma pedagogia confundida por eles com a didática, e se restringem a seus conhecimentos, conseqüentemente, limitando o dos futuros professores. Chevallard (2011, p. 17) afirma que essa “‘pedagogia universitária’, que é o correlato, não facilita a tarefa do didático”. Dentre os professores universitários existe um grupo conhecedor de formação que pode contribuir com a “renovação pedagógica” do curso de graduação.

Como esses professores universitários – formadores de professores de Matemática que ensinam nas licenciaturas em Matemática – são formados e se desenvolvem profissionalmente? Gonçalves e Fiorentini (2005) questionam-se e refletem sobre isso. Embora não seja o foco de nossa pesquisa, tem influência sobre os modos por meio dos quais se estrutura a relação entre teoria e prática na formação inicial de professores de Matemática. Os depoimentos dos formadores que participaram da pesquisa apresentada por esses autores mostram que as formações recebidas na graduação e pós-graduação não têm contribuído efetivamente para suas práticas docentes como formadores de professores da educação básica. Os autores complementam que a falta de uma formação acadêmica, envolvendo as dimensões teórica e prática, a partir desta pesquisa realizada com esses formadores, justifica de algum modo que seus saberes da prática docente tenham sido edificados a partir de suas experiências. Nóvoa (2017, p. 1111) comenta que:

existem, hoje, muitas iniciativas e experiências que buscam um caminho novo para a formação de professores. As mais interessantes centram-se numa formação profissional dos professores, isto é, numa ideia que parece simples, mas que define um rumo claro: a formação docente deve ter como matriz a formação para uma profissão.

Reconhecemos que ainda se revela essa necessidade de olhar para a formação, buscando a constituição de um profissional e de um alicerce para exercer essa profissão, além de que teoria e prática devem estar articuladas em todos os momentos de formação e de prática docente.

Isso remete, também, a pensar na formação continuada. Sendo uma das vertentes da formação, é possível vê-la desvinculada da prática, ou seja, as formações continuadas estão muitas vezes relacionadas apenas com a dimensão teórica. Todavia, não convém que essa formação seja totalmente informativa, o professor precisa analisar e decidir sobre as implicações para o seu fazer pedagógico (NOGUEIRA; PAVANELLO, 2013), ou seja, colocar em prática a partir do conhecimento adquirido, de suas reflexões e experiências próprias, tornando-se assim teórica e prática. Do mesmo modo que na formação inicial é necessário articular teoria e prática, na formação continuada também. Nogueira e Pavanello (2013, p. 29) afirmam que “as diretrizes do CNE propõem que a pesquisa seja contemplada de modo a garantir ao futuro professor tanto a compreensão do processo de desenvolvimento e aprendizagem dos alunos quanto à produção do conhecimento pedagógico”. Acrescentamos ainda a indispensabilidade do conhecimento didático que difere dos aspectos pedagógicos mais gerais, como Chevallard (2011) explicou, pois ambos são extremamente importantes para a interação das dimensões teórica e prática.

Nesse viés, “a formação continuada constitui-se na via principal do desenvolvimento profissional docente e da educação como um todo, ao mesmo tempo em que contribui para a valorização do professor em sua prática social no âmbito da escola e da comunidade” (RICHIT, 2011, p. 72). O argumento de Richit resgata a primordialidade da profissionalização que trazemos no início do capítulo pela fala de Nóvoa, embora ainda iremos discutir que é possível o professor se desenvolver sem formação. O pesquisador introduz que o desenvolvimento profissional do professor como uma consequência da formação continuada (NÓVOA, 2017).

Matos et al. (2009) explanam que, há 50 anos, o desenvolvimento profissional era voltado apenas para os cursos oferecidos nas universidades ou pelo sistema educacional do governo. Contudo, há mais de 10 anos que, além dessas atividades, os professores podem observar as aulas uns dos outros, discutir sobre determinados problemas e sobre as respostas dos alunos a estes, reunir-se após as aulas para conversar e argumentar sobre planejamento de aula ou novos materiais didáticos, dentre outras. Os autores complementam que:

há um apelo para ancorar as discussões sobre desenvolvimento profissional nas atividades diárias de ensino de Matemática [...] nos diferentes aspectos do conhecimento que são específicos para o trabalho de ensinar Matemática [...] Espera-se aumentar a consciência dos professores sobre sua prática, permitindo-lhes tomar decisões ponderadas no imediatismo do trabalho em sala de aula (MATOS et al., 2009, p. 169)⁴.

O desenvolvimento profissional do professor lida, essencialmente, com a aprendizagem sobre docência, sendo este sinal de mudança/ampliação/avanço do conhecimento, e essa aprendizagem deve ser o foco quando se analisa o desenvolvimento profissional do professor (MATOS et al., 2009; FERREIRA, 2009).

A formação continuada não é apenas para ensinar o professor a transformar o seu modo de ensinar determinado conteúdo, é ir além, reconhecendo que a partir de uma formação é possível pensar o ser professor para fomentar um exercício pleno de cidadania com criticidade para questionar e participar do mundo. Quando uma formação leva o professor a interrogar a si mesmo e modificar-se, logo passa a se desenvolver profissionalmente (IMBERNÓN, 2011). Concordamos juntamente a Richit, Matos et al., Ferreira e Imbernón, que essa mudança/avanço na prática profissional do professor a partir de uma formação está diretamente relacionada com o desenvolvimento profissional e com o reconhecimento do ser professor.

De modo semelhante à formação inicial, visando a teoria como os saberes/conhecimentos, o conceito de (re)significação para Rocha e Fiorentini (2005, p. 4) “diz respeito às reflexões e à produção de novos significados sobre os nossos saberes/conhecimentos produzidos e mobilizados na ação docente, sobre as experiências

⁴ Apêndice B.

vivenciadas pelos professores em sua prática cotidiana”. Os autores complementam que é a partir desse processo que se constitui o professor. Inferimos que esse conceito é mais um elemento da profissionalização que influencia na ampliação do conhecimento do professor, articulando teoria e prática.

Oliveira e Scherer (2015, p. 2) alegam que “imaginar que a formação do professor acontece somente durante a formação inicial, deixando de lado a formação continuada – aquela que acontece durante a vida profissional –, é negar a importância de seu desenvolvimento profissional”. Ambas as formações têm seus valores de modo particular e objetivam o crescimento profissional para o progresso do ensino e da aprendizagem. Destacamos ainda a importância de discutir a formação continuada uma vez que, embora não seja foco da investigação, o processo formativo vivenciado na parte empírica da pesquisa abrange o professor supervisor da educação básica, o professor formador do estágio e o futuro professor.

No contexto anglo-saxônico, especialmente nos Estados Unidos, a formação continuada e o desenvolvimento profissional são vistos como semelhantes, supondo que só há desenvolvimento profissional se houver formação e isso restringe o sentido de o que é esse desenvolvimento (IMBERNÓN, 2011). Outra definição para o desenvolvimento profissional que Imbernón (2011) considera perigosa é o caráter de funcionalidade, um processo de aprimorar habilidades, significados e atitudes.

O pesquisador complementa que “o desenvolvimento profissional é um conjunto de fatores que possibilitam ou impedem que o professor avance em sua vida profissional”⁵ (IMBERNÓN, 2011, p. 76). Entre esses fatores estão condições e restrições relativas a: formação, salário, níveis de decisões, estrutura, clima de trabalho e legislação laboral. Conclui-se que a formação, inicial e/ou continuada, pode colaborar para o desenvolvimento profissional, mas não é o único elemento. Nesta pesquisa, consideramos que a formação é um fator-chave para esse desenvolvimento profissional do professor, por isso trabalharemos com a *Jugyou Kenkyuu* e a Engenharia Didática no Estágio, buscando romper com a dicotomia teoria e prática.

⁵ Apêndice B.

Destacamos quatro eixos de atuação da formação como parte do desenvolvimento profissional do professor que Imbernón (2011, p. 78-79) traz em seu artigo:

- a reflexão teórico-prática sobre a prática propriamente dita, através da análise da realidade, da compreensão, do corpo docente para gerar conhecimento pedagógico através da prática educativa;
- a troca de experiências entre iguais para permitir a atualização em todos os campos da intervenção educacional e aumentar a comunicação entre os professores;
- a união de formação a um projeto de trabalho;
- o desenvolvimento profissional do centro educacional por meio de trabalho colaborativo para transformar essa prática. Permitir a passagem da experiência de inovação (isolada e celular) para a inovação institucional.

O segundo eixo com a troca de experiência entre iguais conduz para o sentido de que todos os profissionais da educação devem assumir um papel de humildade para serem formadores no momento de formar e formandos no momento de escutar o outro. Não é pelo fato do formador ser professor universitário que ele tem mais conhecimento do que o professor da escola, mas ambos podem contribuir para a construção de novos conhecimentos. Acrescentamos que essa reflexão teórico-prática pode ser também em relação à teoria através da análise de livro didático, dos saberes necessários sobre e do ensino para gerar não apenas conhecimento pedagógico, mas didático. A formação junto a um projeto reflete na interação das dimensões teoria e prática, como vem sendo abordada ao longo do capítulo. Por fim, é um trabalho colaborativo que está inserido no nosso contexto de pesquisa como eixo relevante para a formação e o desenvolvimento profissional, ou seja, incluindo a teoria ao que Imbernón traz apenas sobre a prática nessa fala.

Saraiva e Ponte (2003) discutem que o desenvolvimento profissional do professor de Matemática se inicia a partir da compreensão, reflexão e, em alguns casos, repetição da prática dos outros em nossa própria prática, da teoria para a prática ou da prática para a teoria. A reflexão da prática dos outros professores acontece desde a educação básica. Quantos professores não marcaram positiva ou negativamente a vida dos alunos? Entretanto, é na formação inicial que se começa a analisar essa prática criticamente para aprimorá-la ou não levar em consideração para sua missão como professor.

Desse modo, o desenvolvimento profissional, segundo Ferreira (2009, p. 149-150), é:

um processo que se dá ao longo de toda a experiência profissional com o ensino e aprendizagem da Matemática, que não possui uma duração preestabelecida e nem acontece de forma linear. Esse processo – influenciado por fatores pessoais, motivacionais, sociais, cognitivos e afetivos – envolve a formação inicial e a continuada, bem como a história pessoal como aluno e professor. As características do indivíduo, sua vida atual, sua personalidade, sua motivação para mudar, os estímulos ou pressões que sofre socialmente e sua cognição e afeto – crenças, valores, metas etc. – possuem importante impacto sobre esse processo.

Essa definição de Ferreira evidencia o que Imbernón destaca dos elementos participantes do desenvolvimento profissional e acrescenta que este compreende toda a formação educacional do professor, incluindo a formação inicial. O tempo todo o ser humano está se moldando em algum aspecto, desde os primeiros anos de vida, que influenciam o seu lado profissional de alguma maneira, encaminhando-o para um desenvolvimento ou não.

Matos et al. (2009) acrescentam que é esperado que os professores em desenvolvimento profissional tenham oportunidades de participar e refletir sobre seus trabalhos, assim como almejam um crescimento profissional. Além disso, aprender sobre aspectos específicos do ensino da Matemática, estendendo a consciência de cada um sobre sua própria prática e permitindo a tomada de decisões ponderadas nos momentos em sala de aula.

Jaworski (2006, p. 189) afirma que “a teoria não pode nos mostrar o que o ensino deve envolver, mas os professores e educadores podem procurar entendimentos mais claros do que o ensino pode envolver; assim nós aprendemos sobre o ensino com a possibilidade de desenvolver o ensino”⁶. Essa exposição dentro de seu artigo infere que a teoria sem prática ou a prática sem teoria é inexistente. Para complementar, Matos et al. (2009, p. 172) afirmam que “[a] noção de prática foge da ideia de só ‘fazer algo’. O que está envolvido na prática é vasto e mais dinâmico, algo que por sua natureza social intervém na definição de

⁶ Apêndice B.

comunidades sociais de vários tipos”⁷. Concordamos com Jaworski e Matos et al. no sentido dessa indissociabilidade entre teoria e prática que será destaque nos detalhes do experimento.

Richit (2011, p. 79) agrega essa noção de prática ao papel do professor no processo de desenvolvimento profissional, afirmando que o próprio “constitui-se professor em um processo histórico e dinâmico, na sua interação com o mundo, na sua prática social e nas interlocuções que estabelece com outros sujeitos sociais, a partir de aspectos internos e externos”.

Nóvoa (2017, p. 1122-1123) completa essa ideia afirmando que:

não é possível formar professores sem a presença de outros professores e sem a vivência das instituições escolares. [...] Claro que há professores nas escolas, mas nem sempre se reconhece devidamente o seu papel e a sua função formadora. Assim, apesar de presentes, acabam por estar ausentes, o que impede uma ligação forte entre profissionais e licenciandos (futuros profissionais).

Diante do exposto, defendemos nesta pesquisa que o caminho mais adequado é que a teoria e a prática sejam indissociáveis em um processo formativo que visa o desenvolvimento profissional dos professores de Matemática. Tanto a formação quanto o desenvolvimento profissional envolvem elementos sociais, motivacionais, pessoais, cognitivos e afetivos. Além disso, cremos que esse desenvolvimento se dá ao longo da formação acadêmica e que envolve modificação na atuação como profissional.

Nesta pesquisa, nosso interesse se volta para as relações entre teoria e prática no Estágio Curricular Supervisionado, no âmbito do curso de licenciatura em Matemática.

⁷ Apêndice B.

2.1 Estágio Curricular Supervisionado

Os futuros professores que estão no estágio supervisionado têm a oportunidade de unir a teoria e a prática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática (PIMENTA; LIMA, 2010) por estarem em seu futuro ambiente de trabalho com uma carga horária maior para as atividades do mesmo. Para compreender melhor o conceito de teoria e prática é necessário partir do conceito de práxis, “que aponta para o desenvolvimento do estágio como uma atitude investigativa, que envolve a reflexão e a intervenção na vida da escola, dos professores, dos alunos e da sociedade” (PIMENTA; LIMA, 2005/2006, p. 7).

É exatamente nessa atitude investigativa em que esta tese está voltada para o Estágio Supervisionado, o que pode contribuir para argumentar com o que Nóvoa, Richit e os autores citados anteriormente defendem sobre a profissionalização do professor, tendo em vista que o estágio deve trabalhar a teoria e a prática indissociavelmente. Logo, o professor de Matemática da educação básica que recebe os futuros professores na escola pode ser uma fonte de conhecimento sobre este elo, procurando buscar o aprimoramento dos processos de ensino e de aprendizagem.

Como era e é visto o estágio no Brasil? Antes da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional 9.394/96, a Resolução do Conselho Federal de Educação 1/72 fixava a duração das licenciaturas entre 3 e 7 anos, com 2200h a 2500h, sendo 180 dias letivos por ano, estágio e prática de ensino. Com a LDB 9.394/96, as diferentes licenciaturas passaram a ter 200 dias letivos por ano, o estágio, as práticas de ensino, as atividades acadêmico-científicas obrigatórias e a monitoria opcional (BRASIL, 2001).

A Lei 6.494/77, modificada pela Medida Provisória 1.709/98, e o seu Decreto regulamentador 87.497/82 ao serem recebidos pela Lei 9.394/96 exigem, para o estágio supervisionado de ensino, um mínimo de 1 (um) semestre letivo, ou seja, 100 dias letivos (BRASIL, 2001, p. 7).

Assim, o estágio acontecia em um semestre, de acordo com a exigência mínima da LDB. O Conselho Nacional de Educação buscou valorizar o estágio como espaço de

aprendizagem profissional para o futuro professor, tentando romper a dicotomia entre teoria e prática:

[...] estágio curricular supervisionado de ensino entendido como o tempo de aprendizagem que, através de um período de permanência, alguém se demora em algum lugar ou ofício para aprender a prática do mesmo e depois poder exercer uma profissão ou ofício. Assim o estágio curricular supervisionado supõe uma relação pedagógica entre alguém que já é um profissional reconhecido em um ambiente institucional de trabalho e um aluno estagiário. Por isso é que este momento se chama estágio curricular *supervisionado* (BRASIL, 2001, p. 10).

O professor supervisor tem o dever de acompanhar o estagiário, procurando auxiliá-lo em seu desenvolvimento profissional. Nóvoa (2017, p. 1124) ressalta a importância do papel do supervisor, dizendo que:

é necessário atribuir aos professores da educação básica um papel de formadores, a par com os professores universitários, e não transformar as escolas num mero “campo de aplicação”. A construção de uma parceria exige uma compreensão clara das distintas funções, mas sempre com igual dignidade entre todos e uma capacidade real de participação, isto é, de decisão.

É neste entrelaçamento que reside o segredo da formação inicial dos professores, bem como da construção de processos de indução profissional (residência docente) que assegurem a transição entre a formação e a profissão e, mais tarde, de modelos adequados de formação continuada.

Seu papel é intervir de maneira construtiva, mostrando estratégias de ensino, a postura na sala de aula, corrigir a parte do conteúdo quando necessário, a organização do quadro, entre outros fatores (MAZIERO; CARVALHO, 2012). Ou seja, há uma complementaridade nas funções do supervisor, tornando-o um formador no momento em que atua na observação dos estagiários regentes. Essa abertura se dá com a presença da universidade na escola. E, ainda:

[...] os docentes em atuação nesta escola poderão receber alguma modalidade de formação continuada a partir da instituição formadora. Assim, nada impede que, no seu projeto pedagógico, em elaboração ou em revisão, a própria unidade escolar possa combinar com uma instituição formadora uma participação de caráter recíproco no campo do estágio curricular supervisionado (BRASIL, 2001, p. 11).

Diante da recomendação de que a universidade traga benefícios para a escola e vice versa, será que a partir dessa colaboração entre universidade e escola existe a possibilidade de uma formação e que esta promova o desenvolvimento profissional? Se houver, a tendência é o processo de ensino e aprendizagem progredir cada vez mais de modo que todos os sujeitos, supervisores, formadores, estagiários e, conseqüente e especialmente, os alunos, aprimorem seus conhecimentos. Assim:

[...] **1800 horas** serão dedicadas às atividades de ensino/aprendizagem e as demais **200 horas** para outras formas de atividades de enriquecimento didático, curricular, científico e cultural. Estas 2000 horas de **trabalho para execução de atividades científico-acadêmicas** somadas às 400 horas da **prática como componente curricular** e às 400 horas de **estágio curricular supervisionado** são o campo da duração formativa em cujo terreno se plantará a organização do projeto pedagógico planejado para um **total mínimo** de 2800 horas. Este **total não poderá ser realizado em tempo inferior a 3 anos de formação** para todos os cursos de licenciatura inclusive o curso normal superior (BRASIL, 2001, p. 13, grifos no original).

A mais recente Resolução nº 2, de 1º de julho de 2015, em seu Art. 13, preconiza que os cursos de formação inicial de professores:

[...] terão, no mínimo, 3.200 (três mil e duzentas) horas de efetivo trabalho acadêmico, em cursos com duração de, no mínimo, 8 (oito) semestres ou 4 (quatro) anos, compreendendo:

I - 400 (quatrocentas) horas de prática como componente curricular, distribuídas ao longo do processo formativo;

II - 400 (quatrocentas) horas dedicadas ao estágio supervisionado, na área de formação e atuação na educação básica, contemplando também outras áreas específicas, se for o caso, conforme o projeto de curso da instituição;

III - pelo menos 2.200 (duas mil e duzentas) horas dedicadas às atividades formativas estruturadas pelos núcleos definidos nos incisos I e II do artigo 12 desta Resolução, conforme o projeto de curso da instituição;

IV - 200 (duzentas) horas de atividades teórico-práticas de aprofundamento em áreas específicas de interesse dos estudantes, conforme núcleo definido no inciso III do artigo 12 desta Resolução, por meio da iniciação científica, da iniciação à docência, da extensão e da monitoria, entre outras, consoante o projeto de curso da instituição [...].

§ 3º Deverá ser garantida, ao longo do processo, efetiva e concomitante relação entre teoria e prática, ambas fornecendo elementos básicos para o desenvolvimento dos conhecimentos e habilidades necessários à docência [...].

§ 6º O estágio curricular supervisionado é componente obrigatório da organização curricular das licenciaturas, sendo uma atividade específica intrinsecamente articulada com a prática e com as demais atividades de trabalho acadêmico (BRASIL, 2015, p. 11).

Analisando essa distribuição, percebe-se que o estágio é de extrema relevância nos cursos de licenciatura. Como componente obrigatório se faz presente no intuito de aproximar o futuro professor do seu campo de trabalho. As dimensões teórica e prática permeiam todo o curso, culminando com o estágio no final, além das atividades extras, como projetos, grupos de estudo e pesquisa que também buscam romper com a distância entre essas.

As pesquisas sobre Estágio Curricular Supervisionado em Matemática têm se tornado mais frequentes nos últimos anos, como mostra o estado da arte com base nas dissertações e teses brasileiras nos anos de 2001 a 2012 (LOPES et al., 2017): dentre os 20 trabalhos selecionados, 10 foram desenvolvidos a partir de 2010. Apesar de serem distintas, as pesquisas convergem em alguns pontos, como o fato de olharem além da interação entre teoria e prática apenas pela presença do estagiário na sala de aula: “a compreensão do espaço de aprendizagem da docência que pode ser constituído nesse momento de graduação; o movimento de reflexão e construção de saberes docentes para futuros professores de Matemática” (LOPES et al., 2017, p. 89). A interação entre o professor supervisor e o formador é proeminente para que o estágio seja um espaço de formação, aprendizagem e desenvolvimento profissional.

Nessa mesma perspectiva, há outro levantamento de dissertações e teses nos anos de 2005 a 2012 nas regiões Norte, Nordeste e Centro-Oeste (SAKAI; PEREIRA, 2017), ou seja, as pesquisas encontradas estão dentro do estado da arte citado anteriormente. A diferença é que as pesquisadoras buscaram responder a quais modalidades de práticas de estágio foram identificadas nessas pesquisas. Assim, elegeram quatro modalidades de práticas como categorias de análise da revisão sistemática: “colaborativas”; “reflexivas”; “como experiência”; e “promotoras de desenvolvimento profissional”. A maioria dos oito trabalhos

selecionados visa à colaboração e reflexão que induzem à formação e ao desenvolvimento do futuro professor diante das experiências vivenciadas.

Embora o futuro professor não esteja na sala de aula antes de iniciar o estágio para conhecer melhor os alunos, saber de suas dificuldades e o processo de aprendizagem, a presença do professor supervisor nas reuniões de planejamento contribui para que esses limites sejam vencidos. Ou seja, favorece essa colaboração e reflexão discutidas nas pesquisas estudadas por Sakai e Pereira (2017). Isso não implica que todos os participantes de estágio terão os mesmos benefícios e colaborarão da mesma forma. De todo modo, alguns fatores dificultam as práticas colaborativas em um estágio, como: a distância entre a universidade e a escola, seja física ou relacional. Ademais:

[...] O tempo relativamente limitado e fragmentado do estágio; falta de consciência do professor de que pode ser um sujeito colaborativo; falta do reconhecimento, por parte do professor escolar e dos professores das disciplinas do curso de Licenciatura em Matemática de seu papel na formação e das influências que podem exercer na constituição da identidade docente do aluno estagiário; a resistência de algumas escolas, direção e professores em receber os estudantes estagiários (SAKAI; PEREIRA, 2017, p. 113).

Dauanny (2015, p. 269), em sua pesquisa de doutorado sobre o Estágio Curricular Supervisionado, conclui que ainda é perceptível “a dicotomia entre teoria e prática, com uma perspectiva burocrática do estágio, e o entendimento do curso como tendo duas partes separadas: uma denominada de teórica, e outra, de prática, sendo que esta última ainda possui estatuto de menor importância”. E acrescenta que:

embora não tenha sido observada a antiga e restrita postura nos estágios de se tomar a prática como imitação de modelos, de copiar o que os professores das escolas fazem, observou-se um “vazio” nos estágios, ao não se proporcionar uma análise crítica da situação observada, ao não se problematizar as práticas, experiências, relatos, vivências, posturas em relação à docência, em relação ao ensino, que vez por outra chegam à universidade (DAUANNY, 2015, p. 269).

Outro ponto importante destacado pela pesquisadora é a situação do professor formador que não tem condições de conciliar os horários de suas disciplinas na universidade

e os horários que deveria estar dando assistência ao estágio, refletindo sobre as atividades a serem realizadas e após essa realização (DAUANNY, 2015).

Não obstante, vê-se a dimensão do Estágio Curricular Supervisionado e o quanto necessita de um olhar mais cauteloso para os sujeitos envolvidos, de forma que não seja um processo formativo sem formação e sem desenvolvimento.

Diante do exposto, percebemos como a formação inicial pode estar relacionada com a continuada no âmbito do Estágio pela relação entre os três tipos de sujeitos que deve acontecer, mesmo que seja apenas a partir das conversas com os estagiários. Com isso, algumas mudanças podem ocorrer na vida dos futuros professores – participantes da nossa pesquisa – que os levem a um desenvolvimento profissional.

Destacamos também alguns aspectos discutidos ao longo deste capítulo como:

- a profissionalização docente se assenta em diversos fatores, tais como condições salariais, legislação laboral, autonomia pedagógica, etc. dentre os quais destacamos a formação docente (RICHIT, 2011; NÓVOA, 2017);
- tanto a legislação como as pesquisas anteriores sobre formação de professores colocam em evidência a importância de fortalecer as conexões entre teoria e prática e entre formações didática, pedagógica e de conteúdos disciplinares (no nosso caso matemáticos) na formação (inicial e continuada) dos professores visando ao desenvolvimento profissional docente (BRASIL, 2001; BRASIL, 2015; JAWORSKI, 2006; MACEDO, 2009; FERREIRA, 2009; MATOS et al., 2009; IMBERNÓN, 2011; FIORENTINI; CRECCI, 2015);
- o estágio curricular supervisionado é um lugar privilegiado na formação inicial de professores para fortalecer essas conexões (PIMENTA; LIMA, 2010; MAZIERO; CARVALHO, 2012; NÓVOA, 2017);
- o interesse das pesquisas no campo da formação de professores sobre o Estágio Curricular Supervisionado tem crescido nos últimos anos, embora sejam apontadas muitas insatisfações, condições e restrições acerca da vivência desses componentes curriculares (PIMENTA; LIMA, 2010;

MAZIERO; CARVALHO, 2012; DAUANNY, 2015; SAKAI; PEREIRA, 2017);

- entre os questionamentos feitos em pesquisas anteriores sobre o Estágio Curricular Supervisionado, estão o papel e as contribuições dos supervisores (professores da educação básica) e dos formadores (professores do ensino superior responsáveis pelas disciplinas de Estágio): alguns autores defendem a importância da parceria entre supervisores e formadores e a valorização da participação dos supervisores no processo formativo dos licenciandos (SAKAI; PEREIRA, 2017; LOPES et al., 2017; NÓVOA, 2017);
- o estágio curricular supervisionado é também um espaço importante dentro do curso de licenciatura em matemática para aproximar as universidades e as escolas da educação básica (lócus de atuação profissional docente) (PIMENTA; LIMA, 2010; MAZIERO; CARVALHO, 2012; DAUANNY, 2015; SAKAI; PEREIRA, 2017; LOPES et al., 2017; NÓVOA, 2017).

Assim, pensamos que a escolha da JK e da ED são potencialmente adequadas para fortalecer o Estágio Curricular Supervisionado na perspectiva do desenvolvimento profissional, por ambas tratarem do planejamento e mediação de situações de ensino e aprendizagem, articulando teoria e prática, de modo, mais ou menos, explícito com escolhas didáticas relativas aos conteúdos matemáticos estudados e suas abordagens em sala de aula.

No capítulo seguinte nosso interesse se volta para a JK e a ED, buscando primeiro compreendê-las individualmente e, em seguida, as semelhanças e diferenças existentes. Com isso, busca-se discutir as possíveis contribuições da JK e da ED para a formação docente e para o desenvolvimento profissional dos futuros professores envolvidos no Estágio.

3. *JUGYOU KENKYUU* E ENGENHARIA DIDÁTICA: PERCURSOS E PROCESSOS

No intuito de romper com a desprofissionalização do professor (NÓVOA, 2017), buscamos abordagens que pudessem contribuir com a formação dos diversos sujeitos envolvidos no Estágio Curricular Supervisionado e que, ao mesmo tempo, fomentassem a ajuda mútua e o compartilhamento de conhecimentos e experiências entre esses sujeitos. Além disso, percebemos a necessidade de aprofundamento desses conhecimentos, a partir do estudo dos saberes para e do ensino de determinado conteúdo e, como pronunciou Nóvoa (2017), a compreensão deste, a história e as potencialidades para a formação docente. Com isso, admitimos que a JK e a ED se encaixam nesse perfil com a possibilidade de um desenvolvimento profissional do professor formador, do supervisor e do futuro professor.

A colaboração entre professores da educação básica e do ensino superior, envolvendo diversas realidades culturais (NÓVOA, 2017) está relacionada à JK, embora no Japão essa colaboração seja entre professores da educação básica, podendo incluir várias escolas. Pensando no estágio, isso contribui para aprenderem a trabalhar em grupo e a partilhar conhecimentos uns com os outros, tornando-os formandos e formadores no mesmo estudo. Matos et al. (2009) apontam as possibilidades de benefícios da observação de aulas, assim como é feito na JK, discussão de determinados problemas e, logo, podemos acrescentar situações didáticas ou uma sequência didática para nos referir a ED também, sobre o raciocínio dos alunos para resolver cada uma delas e, ainda, antecipar as respostas dos alunos. Tudo isso e outras características que serão discutidas mais à frente estão presentes, seja direta ou indiretamente, nas abordagens destacadas nesta pesquisa.

Diante das dimensões teórica e prática que envolvem a JK e a ED, de que forma elas se complementam e auxiliam na formação dos professores? E quais as possibilidades de haver desenvolvimento profissional ao utilizá-las no estágio? Como menciona Nóvoa (2017), o professor necessita de um conhecimento profundo da Matemática, diferente do que o especialista precisa e que este deve acompanhar o avanço da ciência, trabalhando também a história do conteúdo, os diversos contextos, para que haja compreensão por parte de todos, professores e alunos.

Ademais, o estágio é um momento chave da formação inicial de professores, uma vez que além de aproximar teoria e prática, universidade e educação básica, também permite fortalecer as conexões entre a formação matemática e a formação pedagógica e didática. Assim, retomamos a questão norteadora desta tese, já exposta na introdução:

- Que elementos da *Jugyou Kenkyuu* (JK) e da Engenharia Didática contribuem para a formação e o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática matriculados no Estágio Curricular Supervisionado?

Discutindo sobre o desenvolvimento profissional do professor, relembramos o que Saraiva e Ponte (2003) destacaram sobre a reflexão, a compreensão e, algumas vezes, a repetição da prática dos professores que participaram da vida deste desde o início da escolaridade. E, ainda, concordamos também com Ferreira (2009), que afirma que o processo de desenvolvimento profissional não acontece de forma linear e é influenciado por diversos fatores, inclusive pela história pessoal como aluno e professor. Quais aspectos estão presentes na JK e na ED? No capítulo anterior, foram comentadas algumas questões sobre a formação e o desenvolvimento profissional de professores, incluindo o estágio. Neste capítulo, apresentam-se características da JK e da ED, a fim de inferir possíveis contribuições dessas perspectivas teórico-metodológicas para investigar a formação e o desenvolvimento profissional no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado.

3.1 *Jugyou Kenkyuu*: um breve histórico e seus significados

O funcionamento da educação escolar surgiu no período feudal japonês, que vigorou de 1603 a 1868 (chamado Edo), quando apareceram diversos estabelecimentos educacionais no Japão para as classes sociais mais altas. Ao longo desses anos, nos templos budistas surgiu a *Terakoya*, um tipo de estabelecimento educacional aberto ao povo. O professor japonês se sentava junto aos alunos para ensinar individualmente e, em uma mesma turma, havia alunos de várias idades e níveis de aprendizado. Felix (2010) esclarece que, nesse período, o Japão viveu de forma isolada sem influências educacionais do ocidente, os professores ensinavam

mais de uma disciplina numa mesma aula e o percentual de alfabetizados era excelente para a época.

Ao fim do Edo e início da Era Meiji (1868-1912), os japoneses passaram a ter acesso aos sistemas educacionais ocidentais. O governo japonês criou em 1872 a escola normal voltada para a formação de professores a partir do Código de Educação. Assim, empregou professores para ensinar disciplinas da cultura ocidental e incorporou metodologias de ensino, como a aula expositiva. Logo, os alunos começaram a assistir aula como no ocidente e muitas escolas foram se espalhando pelo país, utilizando essa mesma metodologia.

Desde a Segunda Guerra Mundial, o sistema educacional experimentou mais uma mudança. Antes a prática de ensino era “ensinar como anúncio”, ou seja, estava voltada apenas para a exposição dos conteúdos. A educação japonesa passou a valorizar a explicação dos conteúdos e sua discussão com os alunos a fim de que construíssem seu próprio conhecimento, ou seja, o foco passou a ser “ensinar para compreender” (LEWIS; TSUCHIDA, 1997). As autoras comentam que no começo das investigações sobre essas inovações metodológicas no ensino, especialmente das ciências, muitos japoneses e ocidentais disseram que não havia nada para ser modificado no processo de ensino. O que ocorria era que, a partir de qualquer mudança no currículo e nos livros didáticos, os professores se sentiam “obrigados” a mudar e inovar o ensino, como a mudança da prática citada anteriormente. Em outros países, ainda hoje, a prática de “ensinar para compreender” não é inferida.

Ao longo de décadas, o Ministério da Educação, Ciência e Cultura do Japão articulou e motivou metas no ensino, como, por exemplo, a autonomia e iniciativa dos alunos e a capacidade de resolução de problemas (LEWIS; TSUCHIDA, 1997). Em 1960, o currículo japonês voltado para a educação infantil apontava para a necessidade de utilizar métodos que encorajassem as crianças a serem mais ativas na construção de seus conhecimentos, independentes em suas atitudes para aprender, sendo mais importante ter cuidado para não suprimir a capacidade de descobrir das crianças. Esse é um dos exemplos das inovações que o sistema educacional japonês adotou.

Outra inovação que surgiu no início do século XX foi o fato de os professores começarem a assistir às aulas uns dos outros para refletirem e discutirem entre eles o que

poderia ser melhorado. Essa abordagem se espalhou em todo o país, a pedidos do governo, e ficou conhecida como a *Jugyou Kenkyuu* ou *Lesson Study* (STIGLER; HIEBERT, 1999).

Stigler e Hiebert (1999, p. 158) afirmam que:

Lesson Study é um novo conceito para os professores que iniciam sua carreira. Se os métodos dos cursos de graduação fossem reestruturados para introduzir os alunos em um planejamento e experiências de aulas, novos professores estariam preparados para assumirem seus papéis mais rapidamente.

Essa afirmação nos leva a refletir sobre a formação de professores, inicial e continuada, incluindo o Estágio que é objeto do nosso estudo, e as possibilidades de aprender mais a respeito do ensino e da aprendizagem do aluno, considerando o papel do (futuro) professor no planejamento, em sala de aula e após esta.

Nos últimos anos, esse trabalho colaborativo tem sido expandido em vários países, como, por exemplo, nos Estados Unidos, na Suíça, em Portugal, na Dinamarca, na Suécia e no Brasil. As nomenclaturas também são diversas: *Lesson Study*, termo comum a todos os países; *Étude Collective de Leçon* (CLIVAZ, 2015) na Suíça; e, Estudo de Aula (PONTE et al., 2016) em Portugal. Yuriko Baldin (2009), a primeira investigadora a trabalhar a JK no contexto brasileiro, considera-a uma metodologia de ensino, a qual traduz para Pesquisa de Aula (PA). A pesquisadora possui algumas pesquisas publicadas e outras em andamento sobre a introdução dessa metodologia no Brasil, especificamente nos cursos de formação de professores de Matemática.

3.2 Características da JK e possíveis contribuições para a formação de professores

Lewis e Hurd (2011, p. 3) argumentam que a abordagem japonesa (*Jugyou Kenkyuu*) é uma “ideia simples. Se você quer aprimorar o ensino, o que poderia ser mais óbvio do que

colaborar com os colegas professores para planejar uma aula e analisar seu impacto nos alunos? Embora a ideia possa ser simples, JK é um processo complexo”⁸.

Takahashi e McDougal (2016) descrevem as etapas: a primeira de estudo e planejamento pode envolver um suporte profissional de um professor que tem experiência com a JK, o qual é chamado de *Kouchi* (講師), a leitura e discussão de pesquisas e materiais curriculares para o ensino (*kyouzai kenkyuu* - 教材研究), a escolha de um tema pelos participantes, geralmente, algo desafiador para os alunos e o planejamento da aula (*kenkyuu jugyou* - 研究授業). Após a aula, tem-se a reflexão e discussão (*kenkyuu kyougikai* - 研究協議会), focando as respostas dos alunos na resolução dos problemas para obter informações sobre o processo de ensino e aprendizagem.

Takahashi e Yoshida (2004) especificam elementos do *kyouzai kenkyuu*, além dos materiais curriculares, como livros, materiais manipuláveis, currículo, planilhas, inclui metodologias de ensino, o processo de aprendizagem dos alunos – antecipação de respostas e erros para os problemas – e a reação que os professores podem ter a estes.

A resolução de problemas no Japão teve vários significados após a Segunda Guerra Mundial, pois nos anos de 1945-1954 o termo remete às aulas com experiências de vida, em seguida (1955-1964) a um problema de palavras e, depois, a métodos de instrução (1965-1974) (FUJII, 2015). Atualmente, a resolução de problemas está baseada no ensino da Matemática em que os alunos aprendem resolvendo sozinhos. Para Fujii (2015), um bom problema deve despertar o interesse dos alunos, estar de acordo com o nível de conhecimento destes e os objetivos da aula, pode ser resolvido de várias formas e ter um potencial para construir um conhecimento mais aprofundado. Doig, Groves e Fujii (2011) esclarecem que na JK existem quatro tipos de tarefas: a primeira está diretamente ligada ao conceito; a segunda desenvolve processos matemáticos; a terceira é baseada em uma análise rigorosa do conteúdo pelos livros, programas e da sequência; e, a quarta, é a que se dirige a um equívoco comum. Esses tipos fazem parte da primeira etapa. Geralmente, é proposto um problema por aula.

⁸ Apêndice B.

Na segunda etapa, a aula (*kenkyuu jugyou* ou *research lesson*), isto é, o ensino, a observação e a coleta de dados. Miyakawa e Winsløw (2009a) apresentam a estrutura da aula:

- Apresentação do problema (*Hatsumom*): o professor introduz um problema aberto (com várias soluções);
- Observação e instrução nas mesas (*Kikan-shido*): o professor observa a resolução dos alunos em cada mesa, identificando os métodos utilizados e esclarece algumas questões;
- Conduzindo a discussão (*Takuto*): o professor pede que os alunos apresentem suas soluções para toda a turma;
- Elaboração (*Neriage*): discussão da validade e pertinência das ideias propostas, principalmente com base na contribuição dos alunos;
- Resumo (*Matome*): o professor recorda as principais ideias da aula apresentando ou reformulando os melhores ou novas estratégias encontradas.

Takahashi e McDougal (2016) acrescentam elementos importantes para o processo formativo:

1. Os participantes se envolvem na JK para desenvolver conhecimentos e aprender algo novo, não para refinar uma aula.
2. Faz parte de um processo altamente estruturado, em toda a escola ou, às vezes, em todo o distrito.
3. Inclui tempo significativo gasto no *kyouzai kenkyuu*.
4. É feito ao longo de várias semanas, em vez de algumas horas.
5. Outras pessoas com conhecimento contribuem com insights durante a discussão pós-aula e, também, durante o planejamento (TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016, p. 515-516).

Na reflexão pós-aula (*kenkyuu kyougikai*), são discutidos os objetivos, as reações e as reflexões da aula de forma crítica para consolidar o que foi planejado, executado e observado. Elipane (2012) aponta que essa troca de experiências a partir das observações leva os participantes a pensarem em suas práticas e perspectivas, contribuindo para seu conhecimento profissional. A pesquisadora acrescenta que “a prática da *Lesson Study*

fornece uma infraestrutura coerente para a formação de professores (futuros e em exercício), que tem implicações no aprendizado contínuo, cumulativo e recursivo” (ELIPANE, 2012, p. 60)⁹.

A JK surgiu para auxiliar o professor a compreender as dificuldades dos alunos frente aos problemas e a desenvolver sua prática profissional no intuito de melhorar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Ressalta-se que a JK não é exclusiva da Matemática, mas para todas as outras disciplinas.

A formação inicial dos professores japoneses se dá por volta de quatro anos e, em seguida, no início de sua carreira, a carga horária é reduzida para que outros professores assistam às suas aulas e todos participem em grupos de *Jugyou Kenkyuu* (FERNANDEZ, 2002). Com isso, formulamos a hipótese, dentro do estudo experimental, de que a oportunidade de ter carga horária reduzida, de ser observado por professores experientes e de poder discutir coletivamente as situações enfrentadas na sala de aula contribui para uma formação profissional mais robusta.

A pesquisadora Levi Elipane (2012, p. 344) estudou a JK no Japão e descobriu que:

o entendimento mais profundo e o aprendizado continuamente recursivo do conteúdo de Matemática e das normas sócio Matemáticas da sala de aula também foram reforçados através da facilitação da criação de teorias locais no processo colaborativo de preparação, execução e reflexão de cada aula.¹⁰

Assim como em outros países, pesquisas com a JK têm apontado para uma potencialidade para desenvolver, de modo aprofundado, o conhecimento dos participantes sobre os conteúdos que ensinam, tanto na formação inicial (RASMUSSEN, 2016) quanto na formação continuada (NÍ SHÚILLEABHÁIN, 2015; BAHN, 2018).

No Japão, houve políticas públicas que permitiram a instalação dessa cultura profissional. Mesmo não sendo o caso do Brasil, nossa conjectura é a de que a vivência de

⁹ Apêndice B.

¹⁰ Apêndice B.

um processo formativo que contemple esse tipo de relação entre professores experientes e iniciantes é enriquecedora para ambos.

A pesquisa de Burroughs e Luebeck (2010), realizada nos Estados Unidos, é bastante relevante para nossa proposta de investigação por utilizar a JK na licenciatura. Após uma revisão de literatura, as autoras não encontraram nenhum resultado de trabalho sobre os efeitos da JK com futuros professores na época desta pesquisa. Assim, pesquisaram sobre a eficiência de engajar futuros professores de Matemática nesse processo e propuseram desafios e benefícios aos que aceitaram a proposta dessa prática profissional.

Uma maneira de motivar os futuros professores para participarem foi mostrar que eles iriam ter oportunidade de experimentar autênticas e ricas pesquisas sobre o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Pois na universidade que as investigadoras ensinavam, os alunos tinham que buscar desenvolver essas experiências de maneira independente.

Para avaliar a eficácia de envolver os futuros professores na JK, foram colocadas algumas questões (BURROUGHS; LUEBECK, 2010, p. 392):

1. Quais são as conclusões em envolver futuros professores e professores em exercício numa experiência colaborativa de JK?
 - a. O que os futuros professores compreendem como benefícios sobre a experiência?
 - b. O que os futuros professores veem como desafio nesta experiência?
 - c. Que outras conclusões podem ser identificadas?
2. De que maneira os resultados dessa experiência indicam futuras mudanças no processo de JK que incluem futuros professores e professores em exercício?¹¹

Esta pesquisa qualitativa utilizou uma perspectiva fenomenológica¹². A coleta de dados se deu em um curso obrigatório para todos os futuros professores, chamado Metodologia de Ensino, correspondente a 15 créditos e voltado para o nível equivalente ao ensino fundamental brasileiro. Foram realizadas entrevistas e algumas gravações de áudio e

¹¹ Apêndice B.

¹² Busca explicitar o sentido do fenômeno interrogado, neste caso, compreender a experiência da JK como percebida pelos futuros professores.

vídeos. Esse curso foi oferecido por quase 20 anos, mas, geralmente, não era em conjunto com uma pesquisa de campo e antes nunca havia sido realizado em um formato de investigação. Todos os 24 futuros professores foram sujeitos da pesquisa, sendo oito do ensino fundamental II e dezesseis do I. E as autoras estavam presentes na pesquisa como coordenadoras, pesquisadoras e participantes, sendo uma delas a instrutora do curso. Além disso, as duas trabalham em projetos com futuros professores e professores em exercício, o que proporcionou familiaridade e confiança para realizar essa pesquisa.

Ao longo das semanas do curso, os futuros professores foram contribuindo com suas críticas e reflexões diante de suas atividades na investigação. Esses dados vieram de quatro fontes distintas:

- 4.1 Os artigos pesquisados e utilizados pelos futuros professores como uma de suas atribuições;
- 4.2 As respostas escritas às perguntas abertas entregues aos futuros professores ao longo do curso;
- 4.3 As transcrições feitas durante as sessões de JK que foram filmadas;
- 4.4 Os comentários orais e escritos do *workshop* no final do semestre com a participação dos futuros professores e professores em exercício.

Os futuros professores passaram 20 horas no trabalho colaborativo, separados em grupos de 4 a 7 membros para completarem todo um ciclo de JK por grupo. Os ciclos foram conduzidos por cinco professores de duas escolas do ensino fundamental, sendo um do 6º ano e outro do 8º da primeira escola, outro do 7º e os últimos dois do 8º da segunda escola. É importante ressaltar que as duas escolas adotavam o mesmo currículo. Os professores eram relativamente experientes, com pelo menos 14 anos de sala de aula, mas eram novos em relação a JK. Antes de dar início aos ciclos de JK, os grupos tiveram algumas horas de observação em duas ou três salas de aula dos professores, pois o tempo era limitado. Buscaram proporcionar uma experiência realista aos futuros professores, embora o tempo tenha sido um limite para a realização de todos os ciclos. Assim, a solução encontrada foi reunir os futuros professores e os professores das escolas três vezes no final da tarde para complementar os espaços entre os dados escritos e os vídeos gravados.

Todos os futuros professores participaram em conjunto da primeira etapa da JK, na qual os professores das escolas avaliaram suas metas e escolheram o tópico de um conteúdo pertencente ao calendário escolar. O tópico escolhido foi “declive de retas”, por meio do qual puderam trabalhar com o contexto de retas paralelas e perpendiculares, mesmo para os alunos que não iriam estudar naquela unidade. Para quem não tinha tido experiência com pesquisa de campo anteriormente, os futuros professores estavam trabalhando de modo profissional, escutando os professores das escolas, questionando, compreendendo e pesquisando (BURROUGHS; LUEBECK, 2010). A instrutora do curso sugeriu que os futuros professores formassem pares dentro dos grupos para investigarem aspectos específicos do tópico matemático escolhido, os conhecimentos prévios e possíveis equívocos relacionados ao tópico. Cada par escreveu uma página resumindo o que havia pesquisado e fizeram apresentações orais para os cinco professores na segunda reunião. Na terceira reunião, os professores utilizaram essas informações para aperfeiçoar o conteúdo e o foco da aula.

Devido às limitações de tempo e espaço, apenas dois futuros professores participaram da aula e da sessão subsequente de reflexão com os professores. Esta foi uma escolha logística devido à incompatibilidade de horários entre os cinco professores em serviço e os 24 futuros professores. Os professores preencheram um documento do planejamento que permitia aos futuros professores fazerem um registro sobre as tarefas propostas na aula, os procedimentos, as questões das tarefas junto com as possíveis respostas dos alunos e algumas observações dos professores. Em seguida, os futuros professores compartilharam os acontecimentos e os vídeos com seus colegas, enriquecendo suas experiências, momento também que tiveram para criticar a aula e a sessão subsequente. Alguns dias depois, todos se encontraram em um *workshop* para discutir o vídeo de uma reavaliação da aula depois de refletida, além de uma reflexão de todo o processo de JK.

As autoras comentam que o ganho com a JK influenciou de forma direta na aprendizagem dos futuros professores. O trabalho colaborativo com professores em exercício ajudou muito na compreensão da realidade da prática profissional, na reflexão diante do conhecimento matemático e pedagógico, no planejamento da aula e percepção dos limites e objetivos de cada tarefa, na relação dos métodos estudados durante o curso com a sala de aula. Burroughs e Luebeck (2010) finalizam a pesquisa com a certeza de que esperam continuar com essas experiências enriquecedoras de JK.

Ainda nos EUA, Haydar e Zolkower (2010) apresentam uma pesquisa feita nos anos finais com oito professores iniciantes na carreira, em uma escola de nível socioeconômico baixo, para trabalhar com problemas matemáticos fora de rotina sobre área. Diferentemente de outras pesquisas, os formadores não tiveram acesso às aulas, apenas pelas narrativas dos professores e pelas gravações, apesar de terem encontros semanais de três horas cada, o que foi insuficiente no estudo. Os desafios de trabalhar com problemas fora de rotina foram muitos, todavia, no final os professores admiraram suas estratégias e criatividade nas resoluções, assim como as dos alunos.

Clea Fernandez possui várias pesquisas no âmbito desta proposta de investigação, uma delas está voltada para a viabilidade de JK nos Estados Unidos (FERNANDEZ, 2002), o que vamos tentar fazer no Brasil – uma adaptação. O objetivo era perceber os desafios para a prática de JK, com especial atenção às dificuldades enfrentadas pelos professores americanos em adotar a pesquisa. A autora exprime claramente que esta experiência abriu os olhos dos professores participantes para uma reflexão de suas próprias práticas através do planejamento da aula e das partilhas dos colegas, enriquecendo ainda mais o processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Em Portugal, *Jugyou Kenkyuu* passou a se chamar Estudo de Aula (BAPTISTA et al., 2014). Ao longo de cinco anos, alguns trabalhos de Estudo de Aula foram feitos no país. Um destes foi realizado no âmbito de um projeto chamado de Mais Sucesso Escolar, que trabalha com escolas de tipologia Híbrida (BAPTISTA et al., 2012b). Essas escolas receberam um desafio de realizar um Estudo de Aula, portanto, será apresentada uma experiência sucedida com professores do 7º ano de escolaridade, no período de 31 de outubro de 2011 a 25 de janeiro de 2012, no trabalho do conceito de proporcionalidade direta. Essa pesquisa teve como objetivo principal “analisar as aprendizagens profissionais dos professores envolvidos neste processo, dando especial atenção à atividade realizada nas sessões de preparação e reflexão” (BAPTISTA et al., 2012b, p. 494).

A metodologia de investigação foi qualitativa e interpretativa, tendo uma observação participativa. Ocorreu em uma escola secundária dos arredores de Lisboa, com cinco professores de Matemática envolvidos, sendo quatro os titulares das turmas e um assessor de todas. Os investigadores participaram dando assistência e conduzindo a experiência inovadora. Antes de iniciarem, reuniram-se três vezes com a coordenadora do projeto MSE

da escola, que esteve envolvida em todo o processo desse Estudo de Aula. A coleta de dados foi feita em três seguimentos: notas das observações realizadas nas reuniões e em uma das aulas; gravação de vídeo das reuniões e da aula observada; reflexões escritas pelos professores. A análise de dados procurou identificar fatores significativos da aprendizagem profissional dos professores.

A primeira etapa foi pedir autorização à coordenadora do projeto para realizar a experiência e, em seguida, convidar os professores que também aceitaram o desafio. Logo, uma proposta de calendário foi discutida e reformulada contemplando três fases: preparação da aula, observação da aula e reflexão pós-aula. A primeira fase se deu em cinco sessões, cada uma durou cerca de uma hora. As duas primeiras sessões foram realizadas apenas com os professores participantes, a pedido dos mesmos. Nestas, os professores decidiram que fariam o Estudo de Aula em uma turma do 7º ano, com 29 alunos, e começaram por fazer um levantamento sobre o tópico de proporcionalidade direta nos livros didáticos e no currículo. Logo depois, partiram para a seleção de tarefas, refletindo a respeito de possíveis dificuldades que os alunos teriam na resolução de determinada tarefa.

Na terceira sessão, o grupo de investigadores esteve presente, discutindo com os professores os objetivos da aula associados à aprendizagem dos alunos sobre o tópico. Em seguida, discutiram um artigo sugerido pelos investigadores sobre tarefas de exploração e investigação em Matemática (PONTE; QUARESMA; BRANCO, 2011). A partir das discussões e reflexões, houve a preparação de uma tarefa de diagnóstico acerca dos conhecimentos prévios dos alunos sobre o conceito de proporcionalidade direta, a qual seria aplicada nas turmas das professoras no final do 1º período.

A quarta sessão se iniciou com uma discussão sobre os resultados da tarefa de diagnóstico, na qual os professores constataram que os alunos não responderam a duas questões, por não saberem os conceitos de ‘diretamente proporcional’ e ‘constante de proporcionalidade’. Os investigadores promoveram uma reflexão através de questões colocadas sobre as dificuldades que os alunos poderiam sentir na aula observada, assim, estes tiveram a oportunidade de planejarem a aula antecedente ao Estudo de Aula e a tarefa a ser proposta nesta.

Na quinta sessão, os investigadores discutiram sobre a tarefa e, através de seus questionamentos, os professores decidiram modificar algumas questões da tarefa. Ainda, os professores decidiram que os sete observadores iriam permanecer no fundo da sala de aula e, durante a resolução das questões, um deles observaria dois pares de alunos.

Ao finalizar a experiência de Estudo de Aula, foi constatado que os professores estavam mais atentos aos processos de raciocínio, às dificuldades dos alunos e à escolha do tipo de tarefas a serem propostas aos alunos. Os momentos de discussão na sala de aula foram de extrema importância, pois os professores perceberam qual é o verdadeiro papel e o modo como devem ser preparados e conduzidos. Por fim, “para os professores envolvidos, a *Lesson Study* constituiu um processo de formação que promoveu o desenvolvimento profissional” (BAPTISTA et al., 2012b, p. 502).

Os mesmos investigadores realizaram outras pesquisas (BAPTISTA et al., 2012a), com Estudo de Aula em Portugal em anos de escolaridade diferentes, como, por exemplo, na formação de professores do 1º ciclo do Ensino Básico, em que trabalharam na mesma perspectiva desta última experiência descrita, porém, desenvolvida no 4º ano com o conceito de ângulo, tendo como objetivo identificar as aprendizagens profissionais realizadas pelos professores envolvidos. Os resultados foram bastante semelhantes aos explicitados anteriormente, havendo uma avaliação positiva, motivando os professores participantes da pesquisa.

Duas pesquisas realizadas nos anos finais com os mesmos pesquisadores, uma com enfoque no desenvolvimento profissional de uma professora, participante de um Estudo de Aula com cinco professoras (QUARESMA; PONTE, 2015), e outra de um grupo de professoras (PONTE et al., 2016). Ambas consistiram em 12 sessões de trabalho. Apesar de duas autoras do último não estarem no primeiro, elas estiveram como dinamizadora das sessões e observadora, respectivamente.

O caso da professora foi analisado em alguns aspectos, comunicação, tarefas e raciocínio em relação aos alunos com o conteúdo de números racionais. Quanto à comunicação, notou-se que passou a apreciar mais as falas de seus alunos e a abordagem exploratória que influencia diretamente na participação dos alunos, além de dar mais importância aos momentos de discussão em conjunto. Quanto às tarefas e raciocínio,

“reconhece a importância de promover a generalização e a justificação como aspetos nucleares do raciocínio matemático, e a necessidade de propor tarefas suscetíveis de promover estes processos de raciocínio” (QUARESMA; PONTE, 2015, p. 306).

A outra pesquisa com o mesmo número de professoras foca nas tarefas de frações a partir de uma análise, discutindo sobre a natureza, os objetivos, as dificuldades dos alunos que possam surgir durante a aula, entre outros aspectos. Inicialmente, as professoras tinham a intuição de que estariam perdendo tempo em trabalhar com um conteúdo ao longo de várias sessões, em vez de trabalharem vários. A observação das aulas pelas outras professoras e os formadores gerou certa insegurança na professora que ia lecionar. Contudo, na reflexão final, uma professora destacou:

[...] acho que todos os professores deviam fazer um Estudo de Aula. Uma vez na vida deviam ter a oportunidade de preparar uma aula desta maneira, porque realmente é uma experiência diferente e deixa muitas coisas pequeninas que a gente vai retirando de uma sessão, de outra sessão, de outra sessão. E depois, outra coisa destas sessões, é ouvir outras pessoas [...]. Este contato com pessoas eu gosto. Portanto, um estudo de aula para todos os professores! (PONTE et al., 2016, p. 885).

O acesso a outros tipos de tarefas frequentemente não utilizadas pelas professoras e o fato de realizarem as tarefas e as discutirem ficou como lacuna no trabalho dos anos iniciais, pois discutiram sobre, mas não jogaram o dominó para ter mais intimidade com a proposta sobre as possíveis dificuldades e estratégias dos alunos, além das concretas após a aplicação. Conclui-se que “a realização de um estudo de aula com sucesso requer uma efetiva disponibilidade dos professores participantes e um planejamento e condução cuidadosos por parte da equipe formadora” (PONTE et al., 2016, p. 888). O planejamento mais uma vez é ressaltado, o cuidado dos formadores e a disponibilidade são aspectos indispensáveis.

No Brasil, Magalhães (2008), em sua pesquisa de mestrado, faz uma adaptação do método de Estudo e Planejamento de Lições, amoldado da *Lesson Study* – em algumas pesquisas – dos Estados Unidos para o contexto brasileiro. Esse método de promoção de desenvolvimento profissional tem como etapas:

- Planejamento inicial composto de entrevista/questionário individual preliminar para levantar as demandas sobre a aprendizagem de um tópico específico de Matemática e as disponibilidades de professores em exercício

ou futuros professores para participarem do Estudo e Planejamento de Lições.

- Seleção e exploração de materiais pedagógicos, didáticos escolhidos pelos professores ou futuros professores e leituras propostas pela pesquisadora (ou agente externo) ou sugeridas pelos participantes.
- Planejamento individual da lição sobre o tópico de Matemática escolhido em comum.
- Planejamento em grupo da lição.
- Apresentação das lições pelos grupos de professores ou futuros professores, discussão e reflexão sobre as lições.
- (Re)elaboração em grupo e por escrito da lição após as intervenções, contribuições, sugestões dos outros grupos.
- Aplicação da lição em sala de aula.
- Compartilhamento da experiência em sala de aula. (MAGALHÃES, 2008, p. 43-44)

A pesquisa se deu em dois contextos: escola e universidade. Na escola, sete professoras se disponibilizaram a participar; na universidade, a pesquisadora estava como professora da disciplina Metodologia e Conteúdos Básicos de Matemática I, do curso Pedagogia, com 45 futuras professoras, a qual teve sua ementa desenvolvida junto à pesquisa inserida no decorrer das aulas. O campo de ensino escolhido foi Geometria, por ter sido sugerido por professores da Rede Municipal em programas de formação, considerado um campo pouco ou não trabalhado nos anos iniciais de escolarização.

Dois casos foram apresentados e o conteúdo de formas geométricas planas e espaciais foi escolhido pelos participantes dos dois tipos de grupo. O método no primeiro caso da escola foi realizado por completo. Foram utilizados livros didáticos, paradidáticos, livros de Educação Matemática que estavam na biblioteca da escola, materiais manipuláveis disponíveis na escola e outros acervos que os professores utilizavam para prepararem suas aulas.

O segundo caso, com as futuras professoras, não teve a aplicação da aula, conseqüentemente, o compartilhamento dessa experiência ficou em falta, devido à escassez de tempo por ter chegado ao final do semestre. Além de livros didáticos e artigos, as futuras professoras também acessaram documentos curriculares por fazerem parte da disciplina e que geraram bastantes questionamentos e discussões.

Os resultados apontam que o planejamento coletivo das lições com o propósito de aplicar na prática docente com a investigação e reflexão em todos os momentos promoveu

desenvolvimento profissional nas professoras e futuras professoras, ampliando os saberes docentes em relação ao conteúdo trabalhado (MAGALHÃES, 2008). As professoras continuaram realizando esse método com outros campos da Matemática, buscando a superação de reprodutoras de saberes para colaboradoras na construção dos saberes de seus alunos. Assim, é possível utilizar esse método com outros campos da Matemática.

Yuriko Baldin (2009, p. 2) sugere que a adaptação dessa metodologia para as “salas de aula brasileiras pode contribuir para estimular os alunos e os professores, de modo a potencializar suas capacidades, e assim promover melhorias na qualidade de aprendizagem”. Assim, buscou divulgar e discutir como a PA pode contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

As etapas da Pesquisa de Aula adaptadas para o contexto brasileiro, no caso de Baldin (2009) para São Paulo, seriam:

- a) planejamento de aulas sobre conteúdos selecionados dentro do Currículo proposto pela Secretaria de Estado da Educação do Estado de São Paulo, abrangendo as reflexões das metodologias adotadas, o material didático escolhido, a construção dos objetivos e o desenvolvimento das atividades, além de conter expectativas sobre o comportamento e as respostas dos alunos à atividade proposta;
- b) desempenho da aula empregando a metodologia de Resolução de Problemas, com participação ativa dos alunos em cada etapa da resolução;
- c) reflexão após a aula, baseada na observação das atitudes e ações dos alunos e de si próprio durante a aula, anotadas como diário de bordo e, também nas notas registradas por eventuais observadores.

Algumas dissertações, como as orientadas por Baldin (FELIX, 2010; PIMENTEL, 2010; CARRIJO NETO, 2014), foram realizadas com a utilização da Pesquisa de Aula nos 6º, 7º e 8º anos de escolaridade de escolas públicas e privadas, trabalhando com conceitos de geometria, números decimais, representações geométricas, de teoremas geométricos de desigualdade triangular, soma de ângulos internos de um triângulo, dificuldade de abstração na aquisição da linguagem algébrica, na transição da fase elementar de aritmética das quatro operações com números para a álgebra simbólica, entre outros tópicos.

Baldin (2009, p. 5) finaliza com uma reflexão diante dos trabalhos realizados com a Pesquisa de Aula:

É necessário divulgar mais esta metodologia, e obter a compreensão e o apoio dos órgãos governamentais de educação em considerar que o professor da sala de aula pode e deve ser pesquisador da sua prática, o que contribuiria para mudar a situação atual do conhecimento insuficiente dos estudantes brasileiros.

Bezerra (2017) defendeu a primeira tese de doutorado brasileira utilizando a JK. Em seu trabalho, ela apresenta dois ciclos vivenciados com dezessete professores dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola municipal de Foz do Iguaçu que se disponibilizaram a participar. Teve como objetivo geral “compreender como professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental aprendem e quais os indícios de desenvolvimento profissional, no contexto da *Lesson Study*” (BEZERRA, 2017, p. 25).

No primeiro semestre de 2016, foram realizados 10 encontros e os professores decidiram trabalhar o conteúdo de divisão em uma turma de 5º ano. Em seguida, houve 9 encontros no segundo semestre com o conteúdo de multiplicação em uma turma de 4º ano.

Bezerra (2017) expõe alguns limites, como a apreensão em ganhar a confiança do grupo e motivar a composição de um grupo colaborativo, uma reação negativa por parte dos professores para leitura de textos, entre outros elementos. Tomando essa postura contrária à proposta, a pesquisadora buscou “provocar nos professores o encantamento pela prática, de tal modo que a teoria fosse sentida como algo necessário, que ajudasse a compreender a prática” (BEZERRA, 2017, p. 172). E acrescentou que a JK propõe que esse “contexto formativo que parta das dificuldades práticas do professor passe pela teoria e volte para a prática” (BEZERRA, 2017, p. 172).

A pesquisa apontou que esse processo formativo da JK foi promissor, tangendo ao desenvolvimento profissional e que seria extremamente relevante se fosse adotado no Brasil, como no Japão, “até porque o investimento é pequeno e o resultado é positivo na aprendizagem do professor e, conseqüentemente, do aluno” (BEZERRA, 2017, p. 173).

Merichelli e Curi (2016) trazem um recorte de uma pesquisa de doutorado em andamento, a qual utiliza o Estudo de Aula com seis professoras do 3º ano do ensino fundamental em um curso de extensão de 180 horas. No primeiro momento, ocorreu uma discussão de uma atividade do material deste ano de ensino, que tratava sobre um dominó com adições de números naturais. Para nortear essa discussão, o pesquisador-formador-observador colocou as seguintes questões:

- O que queremos que os alunos aprendam?
- O que os alunos precisam saber para realizarem a atividade?
- Qual a proposta de organização da turma e por quê?
- Que dúvidas os alunos poderiam ter e por quê?
- Quais encaminhamentos podemos antecipar?
- Quais parâmetros de avaliação podemos considerar? (MERICHELLI; CURI, 2016, p. 21)

É importante a presença e a participação do formador nesses momentos de reflexão e discussão, seja de uma tarefa ou de um texto, pois tem o papel de mediar para que as conversas tenham um sentido na formação dos professores presentes. Após esse momento, uma professora se propôs a aplicar a atividade em sua sala, os resultados não foram os esperados, pois a forma como ela explicou o jogo não ficou clara e os alunos não conseguiram concluir. Logo, teve uma reunião para avaliarem os pontos positivos e negativos. Inicialmente, a aula foi narrada para todos, pois só o formador e outras duas professoras estavam presentes na sala.

Após essa reunião, outra professora se ofereceu para aplicar na sua turma. Com uma abordagem diferente da primeira professora e pensando nos pontos negativos que foram levantados por todos, a turma conseguiu realizar a atividade com mais calma. Por fim, o grupo passou a entender então que no planejamentourgia a necessidade de detalhar mais os procedimentos que seriam realizados em sala de aula. O grupo percebeu que a leitura do material do professor durante a etapa do planejamento consistia em um valioso procedimento capaz de fomentar a discussão da aula. Em especial, ficou evidente a necessidade de executar durante o planejamento as atividades propostas aos alunos.

[...] Embora tenhamos conseguido despertar nas professoras o entendimento de que um bom planejamento inicial é uma peça fundamental no estudo e execução de uma aula, ficaram algumas dúvidas sobre como construir esses planejamentos iniciais de forma mais consistente (MERICHELLI; CURI, 2016, p. 24-25).

É perceptível que o Estudo de Aula deu um suporte à formação das professoras e do formador, embora algumas lacunas tenham ficado para outra oportunidade de formação, como é o caso da construção dos planejamentos.

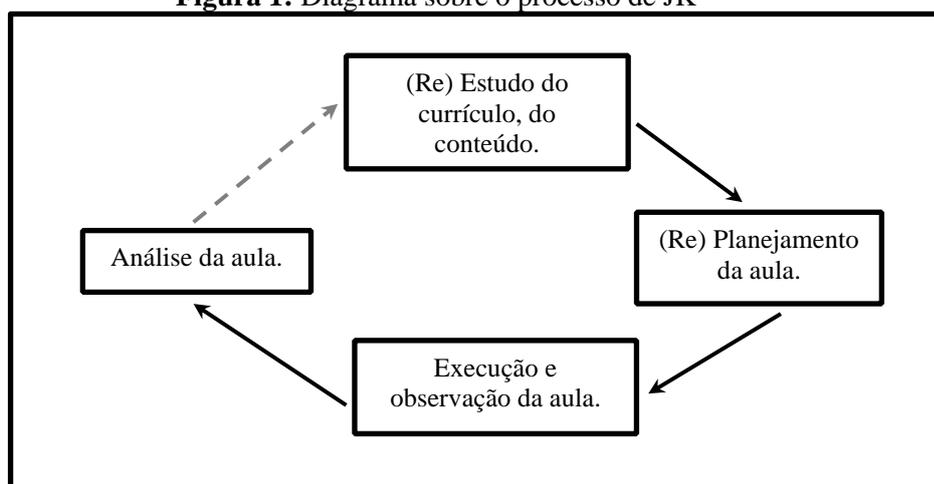
Não temos conhecimento de experiências dessa natureza, em grande escala no nosso país e nenhuma das pesquisas apresentadas voltou-se para a parceria entre licenciandos, professores supervisores e formadores de professores ao mesmo tempo. Além de amplamente difundido no Japão, as pesquisas no Brasil e em outros países indicam que experiências da JK contribuem para o aprimoramento do ensino e aprendizagem da Matemática. Essa constatação reforçou nosso interesse expresso nesta tese de investigar contribuições da JK para enriquecer o trabalho desenvolvido no Estágio Curricular Supervisionado.

As partes teóricas desenvolvidas em uma JK podem estar, muitas vezes, incoerentes entre si e com o conhecimento didático e matemático dos estudados nas formações de professores, pelo fato de se basear na prática e conhecimento que os participantes possuem. Dessa forma, Winsløw et al. (2009) explanam que as curtas experiências de JK não são suficientes para amenizar os lapsos na formação de professores que os futuros professores experienciam entre as disciplinas de Matemática e de Educação Matemática, e entre esses dois grupos e a prática profissional. O conhecimento recebido pelos professores em uma experiência de JK poderia ser aperfeiçoado com organizações mais “firmes” no planejamento e execução de uma aula, supõe Rasmussen (2016). Para o estudo experimental, levantamos outra hipótese de que trabalhar no planejamento e na realização de uma sequência de aulas, em vez de apenas aulas isoladas, pode facilitar e aprofundar o trabalho com conteúdos matemáticos. Bahn (2018) apresenta um modelo que procura associar as etapas da Teoria das Situações Didáticas: devolução, ação, formulação, validação e institucionalização com as da JK. Algumas semelhanças com a Didática da Matemática francesa serão discutidas mais adiante.

O *Étude Collective de Leçon* (ECL), como é conhecida a JK na Suíça, desempenha algumas semelhanças com a Engenharia Didática, segundo Miyakawa e Winsløw (2009b), como veremos no último tópico deste capítulo.

Stéphane Clivaz (2015) apresenta o início de uma experiência de formação contínua com LSM – *Lesson Study en Mathématiques* –, realizada pelo laboratório chamado *Laboratoire Laussanois Lesson Study* (3LS), da escola de professores *Haute École Pédagogique* na Suíça. Um grupo composto por oito professores, correspondentes ao nosso ensino fundamental II do 6º ano, participaram da pesquisa de setembro de 2013 a junho de 2015. O grupo trabalhou em quatro ciclos de aulas de Matemática sobre números decimais, transformações geométricas e resolução de problemas. O processo de *Lesson Study* se deu nos quatro ciclos de acordo com o diagrama abaixo baseado no de Lewis e Hurd (Figura 1):

Figura 1: Diagrama sobre o processo de JK



Fonte: Adaptação do diagrama de Lewis e Hurd (2011, p. 2).

Para iniciar o processo de JK, conforme o diagrama, os dois conteúdos matemáticos e uma abordagem metodológica (números decimais, transformações geométricas e resolução de problemas) foram escolhidos, baseados em algumas questões, como: Quais são os conteúdos em que os alunos têm mais dificuldade? Qual deles é considerado mais útil quando trabalhado detalhadamente? Para responder a essas questões, os professores buscaram compreender melhor seus alunos, ler artigos e partilhar informações uns com os outros. Durante uma ou duas sessões de 90 minutos, os professores discutiram sobre algumas dificuldades dos alunos, de forma ilustrativa, perante o ensino e a aprendizagem desses conteúdos. Tais discussões foram essenciais para que os professores preparassem a aula.

Vale ressaltar que a seta pontilhada significa que o ciclo nem sempre fecha, ou seja, o processo termina com a análise da aula.

Clivaz (2015) ressalta em seu artigo a importância da formação dos professores do grupo, pois no final do primeiro ciclo, com o planejamento da aula, um dos professores comentou: “O que realmente mudou foi o meu olhar para a tarefa que é não apenas "tac tac tac". Percebo agora que o que eu realmente procuro são questionamentos. O que está mais por trás da tarefa?” (CLIVAZ, 2015, p. 5)¹³.

O segundo ciclo foi a aplicação do plano de aula por um dos professores e a observação da mesma pelos outros participantes do grupo. O foco do grupo esteve voltado para a relação existente entre a prática profissional, o conhecimento e a aprendizagem dos alunos. Este foco acompanhou um questionamento dos professores sobre as intervenções durante a resolução de problemas. Esta passou a ser o centro do terceiro ciclo, mas continuou alinhada às intervenções dos professores e à aprendizagem dos alunos. Aos poucos, a resolução de problemas deixou de ser o centro, embora seja primordial no processo de ensino e aprendizagem.

Este trabalho de Clivaz (2015) mostra, brevemente, que o processo de *Lesson Study* é um “exercício” de desenvolvimento profissional. Este processo oferece oportunidades de formação, mas também uma representação do conhecimento profissional através de situações profissionais em que atua para restaurar o sentido desse conhecimento. Neste processo, a JK dá sentido tanto para o conhecimento do conteúdo, quanto para o conhecimento didático e conhecimento pedagógico. Assim, Clivaz (2015, p. 6) conclui que “o processo de JK permite aos professores construir um sentido para o “exercício” realizando, de forma extraordinária, o ato mais comum da prática docente: preparar e dar uma aula”¹⁴.

Olhando para estas pesquisas, vê-se que todos trabalham com tarefas e resolução de problemas, pois a JK surgiu para auxiliar o professor a compreender as dificuldades dos alunos frente aos problemas e a desenvolver sua prática profissional no intuito de melhorar

¹³ Apêndice B.

¹⁴ Apêndice B.

o ensino e a aprendizagem da Matemática. Além disso, alguns questionamentos foram levantados sobre os benefícios e os desafios de uma experiência com a JK e de que maneira os resultados indicam mudanças no processo de ensino e de aprendizagem dos participantes. Outras características vistas nas pesquisas apresentadas foram em relação ao estudo de livros, currículo, artigos, materiais manipuláveis, os conhecimentos prévios para ensinar determinado tópico, a importância do papel dos investigadores, formadores e facilitadores por mediar o processo e auxiliarem na reflexão sobre as dificuldades e que os alunos podiam sentir, os erros e possíveis respostas para os problemas parte do *kyouzai kenkyuu*.

Outro fator destacado foi a escrita do plano de aula como primordial para detalhar as estratégias e os procedimentos que devem ser utilizados em sala de aula, na observação e avaliação dos alunos. Ainda, essa observação, muitas vezes, gera insegurança por parte de quem está sendo observado enquanto professor, isso leva à falta de confiança no grupo como um todo e que é extremamente relevante para que o processo flua naturalmente como no Japão. O que está por trás de cada atividade também é um ponto chave para o planejamento, resolvê-las para perceber possíveis estratégias e desafios para os alunos foi algo indicado por participantes das pesquisas após terem dificuldades no processo de ensino e de aprendizagem. Não obstante, a falta de leitura dos textos indicados pelos formadores é vista como uma dificuldade por estes para o andamento da JK, assim como a disponibilidade para a presença nas reuniões e o espaço para a observação, que nem sempre é suficiente e muitos ficam sem observar. A reflexão é realizada a partir das anotações dos que puderam estar presentes e/ou das gravações.

Como pontos pertinentes, destacam-se a admiração dos participantes nas estratégias novas utilizadas em salas de aula e a criatividade dos alunos nas resoluções e a reflexão sobre suas práticas, possibilitando o desenvolvimento profissional. Embora haja muitas contribuições, ainda falta uma clareza sobre o lugar da teoria nesta abordagem, apontando para a necessidade de uma complementaridade com essa dimensão teórica para alicerçar o conhecimento didático e científico do conteúdo. Como mencionado, a cultura japonesa está voltada para a realização da JK como algo do cotidiano dos professores, diferentemente dos outros países que procuram adaptar e ultrapassar os desafios acima descritos.

No próximo tópico, estudaremos sobre a ED e suas evoluções, em busca de concluirmos com uma parte teórica sobre as semelhanças e diferenças entre esta e a JK.

3.3 Engenharia Didática e suas Evoluções

No início da década de 1980, surgiu o termo Engenharia Didática (ED) para nomear um tipo de pesquisa que influenciou e influencia o desenvolvimento da Didática da Matemática francesa e está na essência da Teoria das Situações Didáticas (TSD) de Guy Brousseau, da Dialética Ferramenta-Objeto de Régine Douady e de outros quadros teóricos (ARTIGUE, 2011). Em 1982, na segunda escola de verão de Didática da Matemática, Brousseau apresentou a ED como objeto de estudo do curso. Na quinta escola de verão, em 1989, Michèle Artigue ministrou um curso sobre a ED e, na décima quinta, em 2009, a ED foi tomada como tema único (MARGOLINAS et al., 2011). No Brasil, em 2016, tivemos no I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática, uma conferência (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019) e duas oficinas sobre a teoria das situações didáticas e a Engenharia Didática.

A ED é utilizada na França e por pesquisadores de outros países. No Brasil, Bittar (2017) apresenta dois exemplos de trabalhos orientados por ela com o uso da ED e da TSD, e outro com a ED e a Teoria de Registros de Representação Semiótica. Comparada ao trabalho de um engenheiro, no qual é necessário ancorar-se nos conhecimentos científicos, acolhe as regras desses conhecimentos, no entanto, concomitantemente, vê-se forçado a resolver problemas além dos objetos científicos, requer um estudo de forma prática que a ciência (ainda) não é capaz de solucionar ou não busca compreender naquele momento (ARTIGUE, 1988). Ela tem duas funções: em uma sequência de investigações designa produções para o ensino com situações didáticas, ou seja, uma engenharia para o uso; e de metodologia de pesquisa, uma engenharia para o conhecimento.

A Engenharia Didática faz a interligação entre a teoria e a prática de ensino em Matemática, sendo “um esquema experimental baseado em ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, na concepção, na realização, na observação e na análise de uma sequência de ensino” (ARTIGUE, 1988, p. 285).

Como metodologia de pesquisa, é dividida em quatro fases: análises preliminares/prévias; concepção e análise *a priori*; experimentação de uma sequência didática; e análise *a posteriori* e validação (ARTIGUE, 1988). A ED não se caracteriza, como outras metodologias de investigação, por validar suas experimentações em sala de aula, comparando seus trabalhos com outros externos/de outros grupos, mas faz sua validação a partir da confrontação entre a análise *a priori* e *a posteriori*.

As análises preliminares/prévias envolvem a fase de concepção, que é o quadro teórico didático geral e os conhecimentos previamente adquiridos no campo de estudo, e os pontos mais frequentes são: análise epistemológica dos conteúdos contemplados pelo ensino, das concepções dos alunos, das dificuldades e dos obstáculos que marcam sua evolução; e das condições e fatores do campo da pesquisa dos quais depende a construção didática efetiva. Vale ressaltar que tudo é realizado com o foco nos objetivos específicos da pesquisa (ARTIGUE, 1988).

Na concepção e análise *a priori*, o pesquisador decide agir em algumas das variáveis de comando do sistema, as quais determinam a organização global e local da engenharia. Os dois tipos de variáveis de comando são: macro-didáticas, variáveis de organização global; micro-didáticas, variáveis locais que organizam uma sessão ou fase. Essas últimas podem ser variáveis de ordem geral ou dependentes do conteúdo didático de acordo com o tópico escolhido. Essa fase, segundo Perrin-Glorian e Bellemain (2019, p. 22):

comporta dois aspectos não independentes: de uma parte, o lado da TSM¹⁵, a pesquisa da sequência de situações Matemáticas com uso didático conectado com uma situação fundamental que compreende as hipóteses epistemológicas e cognitivas relativas ao conceito visado; de outra parte, a prática/a execução dessas situações que supõe a organização de um meio em um possível contrato didático.¹⁶

Em relação ao lado da TSM, os estudos preliminares consentem esclarecer condições sobre a(s) situação(ões) fundamental(is) para a que está sendo vista, tendo uma situação fundamental como objeto importante que deve congrega, pela escolha das variáveis

¹⁵ Teoria das Situações Matemáticas.

¹⁶ Apêndice B.

didáticas, distintas situações que representam os conhecimentos interligados por essa situação (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019). Assim, o sujeito constrói um conhecimento por meio de uma adaptação do saber para solucionar um problema proposto, utilizando conhecimentos prévios, sem empregar algo quase que automático.

Do lado da TSD, a análise *a priori* deve “organizar o meio num contrato didático possível e para isso escolher os valores para as variáveis didáticas levando em conta as concepções dos alunos, os obstáculos a transpor” (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019, p. 61).

É nesta fase que começa o processo de validação através da análise *a priori* das situações didáticas e da concepção da ED. Na TSD, considera-se uma situação como um modelo de interação de um sujeito com um meio determinado (BROUSSEAU, 2008). As situações didáticas, no começo da década de 1970, serviam para o processo de ensino sem valorizar o papel do professor. O conceito de meio, na TSD não tem o sentido do senso comum. Trata-se de um subsistema independente – antagonista ao sujeito –, estudado e produzido pela ED com o intuito de criar condições favoráveis à construção do conhecimento visado, desafiando o aluno a resolver situações-problema. Posteriormente, a situação didática passou a ser todo o contexto que cerca o aluno, incluindo o professor e o sistema educacional. Entretanto, o professor está pouco presente na análise *a priori*, o foco está mais no aluno e no meio.

O objetivo dessa fase é “determinar de que forma as escolhas efetuadas permitem controlar os comportamentos dos alunos e os sentidos desses comportamentos” (ARTIGUE, 1988, p. 294). Para isso, é necessário elaborar hipóteses e a validação dessas hipóteses representa essa confrontação com a quarta fase da ED.

Em seguida, temos a experimentação, que é a parte prática da engenharia, a realização de uma sequência didática com alguma população estudantil. É nessa fase que ocorrem as observações das aulas, das produções dos alunos dentro e fora da sala de aula. Essas observações e a coleta de dados dependem da amplitude da ED e da questão norteadora da pesquisa. Depreende-se que:

As observações devem permitir analisar as interações dos alunos com o meio, seus efeitos sobre a evolução dos conhecimentos dos alunos como

também as ações de devolução e de institucionalização dos professores com relação à organização do meio e sua evolução ¹⁷ (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019, p. 63).

O processo de elaboração de uma sequência didática, baseada no esquema experimental da Engenharia Didática, envolve uma construção teórica cuidadosa, uma análise minuciosa de possibilidades, uma argumentação fina de escolhas didáticas, que supostamente favorecem a aprendizagem. A experimentação de uma sequência didática construída dessa maneira deve confirmar ou não a pertinência das escolhas feitas, as quais se baseiam fortemente no estudo sistemático do conhecimento teórico acumulado:

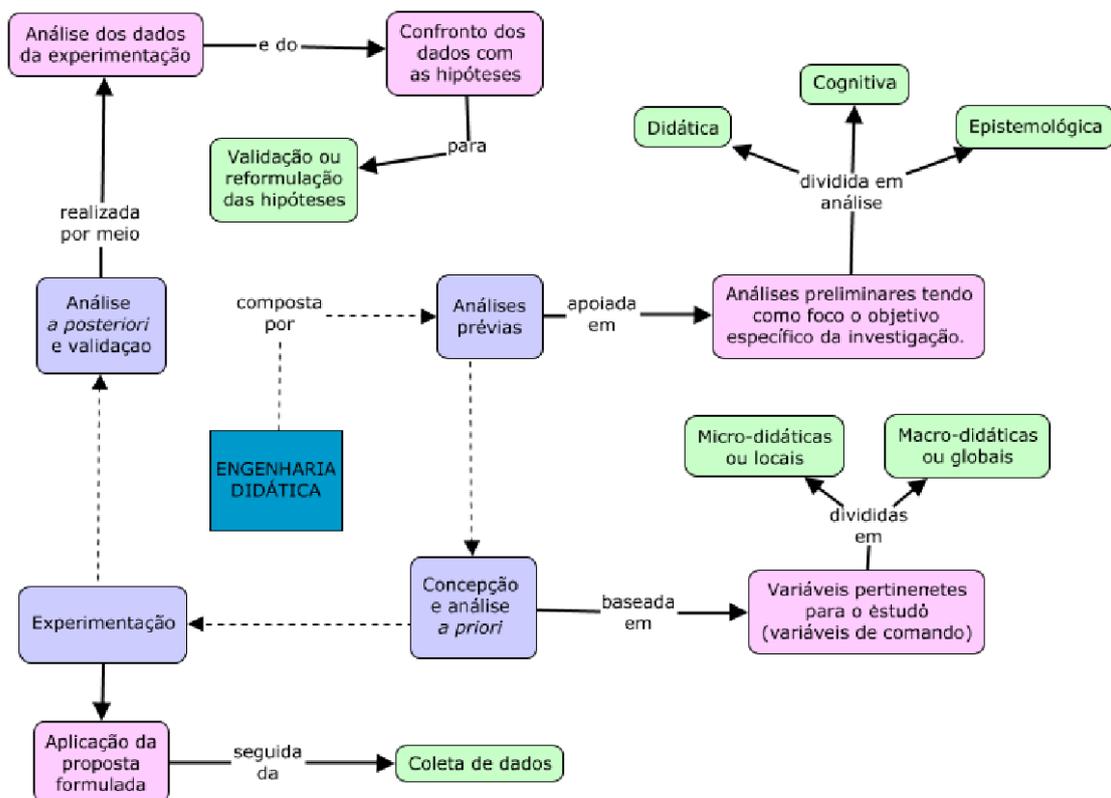
A teoria e as hipóteses da pesquisa conduziram para organizar uma situação ou uma sequência de situações, isso é um meio e uma sequência de perguntas relativas a este meio da qual a análise *a priori* permitiu prever que o conhecimento novo visado pudesse ser produzido pelos alunos a partir de seus conhecimentos anteriores e de sua interpretação das retroações do meio consequentes de ações deles sobre este meio ¹⁸ (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019, p. 64)

Na análise *a posteriori* é possível verificar se o meio cumpriu com o seu papel, mostrando as diferenças entre o que foi esperado e o que foi observado, assim explicando essas diferenças. A confrontação com a análise *a priori* permite verificar se as escolhas didáticas realizadas em relação ao meio provocaram a interação esperada entre os alunos e o meio, e possibilita, na teoria, analisar a pertinência das hipóteses que nortearam essas escolhas. O esquema de Denardi (2019) apresenta bem as fases da ED resumindo cada uma com seus aspectos principais, como a divisão inicial das análises preliminares em análise didática, cognitiva e epistemológica; as variáveis pertinentes para o estudo na concepção e análise *a priori*; a produção de dados após aplicação da proposta na experimentação; por fim, a confrontação dos dados com as hipóteses a partir da análise dos dados validando ou reformulando as hipóteses:

¹⁷ Apêndice B.

¹⁸ Apêndice B.

Figura 2: Fases da ED



Fonte: Denardi (2019, p. 121).

Olhando para o ensino regular, a ED subsidia a elaboração de situações e utiliza instrumentos para serem testados em salas de aulas comuns com a ação didática do professor, atuando como um dispositivo de ensino e aprendizagem. Assim, dá possibilidade ao professor de tomar decisões e, conseqüentemente, ao pesquisador de compreender melhor os problemas do ensino para buscar soluções e auxiliar os professores em suas aulas. Esse é objetivo da TSD e ED (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019).

Nas primeiras pesquisas de Engenharia Didática, o lugar do professor não era estudado e problematizado. É a partir dos anos 1990 que o papel do professor e suas práticas no ensino de Matemática começam a ser tomados como objeto de estudo de maneira sistemática na TSD.

Desde o início, a perspectiva da ED é a de considerar a complexidade do ensino em sala de aula. Entretanto, de modo geral, a propagação das sequências didáticas produzidas

em salas de aula típicas não se fazia facilmente. Com a intenção de considerar o funcionamento real das aulas e as necessidades dos professores a fim de trazer contribuições da pesquisa para o ensino e a formação de professores, tem surgido na última década pesquisas vinculadas à Engenharia Didática e voltadas à produção de recursos para serem utilizados pelos professores em suas salas de aulas (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019).

A Engenharia Didática de segunda geração, conhecida por Engenharia Didática para o Desenvolvimento e a Formação (a abreviação utilizada em francês é IDD, contudo optamos por utilizar uma abreviação “aportuguesada” – EDDF), desenvolve pesquisas voltadas para a produção de recursos, aprofundando a investigação sobre o papel do professor e sua formação (PERRIN-GLORIAN, 2011). É chamada de segunda geração por se espelhar na primeira, mas ampliando questionamentos.

O desenvolvimento de pesquisas com a EDDF conduz a questionamentos complexos sobre a adaptação de situações originalmente concebidas no âmbito de pesquisas com um grau relativamente alto de controle das escolhas e as situações do dia-a-dia da sala de aula: como otimizar o uso dos aportes da pesquisa e ao mesmo tempo adequar às condições concretas, aos objetivos de aprendizagem traçados pelo professor? Como comunicar ao professor os elementos essenciais das situações didáticas, de modo que ele possa mediar da melhor forma possível os ajustes a serem feitos? Como transferir a responsabilidade das escolhas didáticas ao professor, preservando o que é central na análise epistemológica e didática dos objetos de saber a serem estudados? São questões pertinentes e, ao mesmo tempo, complexas para responder.

No caso desta pesquisa, nosso interesse se volta para o uso de elementos da Engenharia Didática no âmbito da formação inicial de professores de Matemática e seus possíveis aportes para a formação profissional dos licenciandos do Estágio Curricular Supervisionado. Alguns aspectos da EDDF poderão ser considerados, mas trata-se essencialmente da ED.

3.4 JK e ED: proximidades e distanciamentos

Discutindo proximidades e distanciamentos entre a ED e a JK, Miyakawa e Winsløw (2009a) analisam e comparam dois projetos didáticos para a introdução de alunos do ensino fundamental ao raciocínio proporcional no contexto de polígonos planos. Estes utilizaram uma Abordagem Aberta, sendo uma ED e o outro um processo de JK. Com isso, os pesquisadores afirmam que existem afinidades entre ambas, como:

a interação social e o pensamento independente dos alunos. Ambos os formatos para elaboração dos projetos exigem tipos bastante semelhantes de análise, incluindo a antecipação das estratégias dos alunos e a revisão do projeto em um ciclo experimental. (MIYAKAWA; WINSLØW, 2009a, p. 18)¹⁹

A partir dessa citação, elaboramos o quadro 1 para destacar cada uma das proximidades, acrescentando a resolução de problemas não citada, mas identificada nas pesquisas sobre JK e ED.

Quadro 1: Proximidades entre JK e ED

Estrutura
Interação social
Resolução de Problemas
Pensamento independente dos alunos
Antecipação das estratégias dos alunos
Revisão do projeto em um ciclo experimental

Fonte: Construído a partir dos dados de Miyakawa e Winsløw (2009a).

A estrutura da JK pode ser cíclica quando se constrói um novo planejamento a partir da reflexão pós aula iniciando um novo processo, como na pesquisa de Merichelli e Curi (2016); assim como, na maioria das ações, inclusive no Japão, a JK termina com a reflexão

¹⁹ Apêndice B.

(TAKAHASHI; MCDOUGAL, 2016). Em relação a ED, as realizações didáticas em sala de aula com a concepção, realização, observação e análise de uma sequência de ensino (ARTIGUE, 1988) mostra a semelhança com JK.

Embora seja mais forte na JK, a interação social acontece em ambas com a construção de uma sequência didática (ARTIGUE, 1988) e análise a posteriori na ED; e, o estudo e o planejamento de uma aula na JK finalizando com uma reflexão pós aula (TAKAHASHI; MCDOUGAL, 2016). Percebemos que esse ponto é crucial para o processo das duas abordagens, porém é difícil de ser concretizado, inicialmente, pela falta de confiança dos participantes nos formadores/mediadores para trabalhar colaborativamente e, de motivação e disponibilidade para se fazer presente nas reuniões.

Na pesquisa de Haydar e Zolkower (2010), os formadores não puderam observar as aulas; em Baptista et al. (2012) os professores pediram para se reunirem a sós antes da reunião com os formadores, uma forma de gerar confiança na participação do processo. Este ponto deverá ser considerado como relevante para a pesquisa com os estagiários. Bezerra (2017) apresentou dificuldade para obter confiança dos professores e motivá-los com a ideia do grupo colaborativo. Essa interação influencia nas etapas da ED quando realizada em grupo; no estudo e planejamento de uma aula da JK, podendo este ser individual algumas vezes (MAGALHÃES, 2008) – ponto a ser levado em consideração para avaliar o nível de planejamento dos estagiários – discutido em grupo, ou pode ser construído em conjunto.

A resolução de problemas se faz presente na ED e na JK como ponto chave para direcionar o planejamento e a própria aula. A ideia é selecionar/elaborar problemas que levem os alunos a refletirem e construírem seus próprios conhecimentos. Em alguns casos, na JK, as pesquisas utilizam de uma tarefa diagnóstico acerca dos conhecimentos prévios dos alunos (BAPTISTA et al., 2012b), algo não comum no Japão. Estudam como os professores devem intervir durante a resolução dos problemas (CLIVAZ, 2015). Na ED, há a organização de um meio em um possível contrato didático a partir das situações-problema a partir dos conhecimentos prévios (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019). A ED realiza produções para o ensino com situações didáticas (ARTIGUE, 1988), sendo um contexto que envolve o aluno, professor e o sistema educacional. Dessa forma, ambas trabalham com o pensamento independente dos alunos, deixando-os à vontade para se

familiarizarem com o problema e, compartilharem seus conhecimentos com os colegas para construção de novos na resolução.

Desse modo, na preparação/escolha desses problemas é necessário antecipar as possíveis estratégias e dificuldades dos alunos. Esta antecipação na ED ocorre na análise *a priori* de modo mais intenso do que na JK, pois se baseia nas análises preliminares que além do que envolve a JK – estudo do currículo, dos conhecimentos prévios, artigos e pesquisas (ARTIGUE, 1988; BALDIN, 2009), a ED estuda a história do conteúdo, o que levou a construção deste e qual seu papel na Matemática e em outras disciplinas.

Entretanto, eles afirmam também que as diferenças são mais pertinentes do que as semelhanças, tanto em relação aos objetivos, quanto aos princípios para “boas” aulas:

As atividades na JK são orientadas a desenvolver e melhorar uma aula a partir da perspectiva das pessoas que participam dela. Neste processo, os professores se desenvolvem profissionalmente. Ao contrário da JK, a Engenharia Didática (baseada na TSD) visa estabelecer conhecimento científico: a aula é realizada para confirmar as condições de aprendizado que são antecipadas na análise *a priori* do conhecimento alvo e experiência anterior. Em suma, a ED propõe uma abordagem sistêmica para a pesquisa sobre as condições para a aprendizagem de Matemática, enquanto a JK propõe uma abordagem sistemática para desenvolver a prática de ensino de Matemática (MIYAKAWA; WINSLØW, 2009a, p. 19)²⁰.

Para sintetizar melhor essas informações, montamos outro quadro apontando esses distanciamentos:

Quadro 2: Distanciamentos entre JK e ED

JK	ED
<u>Planejar uma aula - perspectiva dos participantes</u>	Planejar sequência/situação didática - estabelecer conhecimento científico
<u>Abordagem sistemática para desenvolver a prática de ensino de Matemática</u>	Abordagem <u>sistêmica</u> para a pesquisa visando o conhecimento científico
<u>Foca na metodologia para cumprir ações que alcance um objetivo</u>	Sistema que <u>inicia com o conhecimento de um ou vários conceitos e suas características</u>

²⁰ Apêndice B.

<p>Aprendizagem dos alunos – suporte da metodologia, <u>conhecimentos novos dos participantes</u></p>	<p>Aprendizagem de todos - de modo <u>mais científico a partir das situações didáticas</u> propostas</p>
<p>Busca as <u>diferenças para analisar a aprendizagem dos alunos e, também o desenvolvimento profissional do professor no sentido didático-pedagógico considerando sua experiência e prática docente</u></p>	<p>Busca <u>validar ou refutar as hipóteses</u> confrontando com a análise <i>a priori</i>, percebendo as <u>diferenças do que foi esperado e o que realmente aconteceu</u> focando nos <u>conhecimentos do conteúdo construídos</u></p>

Fonte: Construído a partir dos dados de Miyakawa e Winsløw (2009a).

Além da perspectiva dos participantes, há o estudo do currículo, pesquisas, artigos, livros didáticos que é o primeiro momento da JK. As análises preliminares e análise a priori da ED busca também tem como objetivo o estabelecimento de um conhecimento científico (BROUSSEAU, 2008).

Para esclarecer melhor a terceira linha do quadro, afirmamos que a abordagem sistêmica se refere a um sistema que se inicia com o conhecimento de um ou vários conceitos e suas características; e, a sistemática foca na metodologia para cumprir ações que alcancem um objetivo, identificando relações entre fatos particulares do sistema como um todo. Ou seja, no momento de estudar e planejar a aula, embora exista o estudo de materiais curriculares e pesquisas, a JK se debruça mais sobre a metodologia de ensino e a ED sobre o conhecimento científico e a didática do conteúdo. Na experimentação e observação, a JK visa a aprendizagem dos alunos, o quanto a metodologia deu suporte a isso e que conhecimentos novos o professor e participantes construíram no sentido mais metodológico. Nesta mesma etapa, a ED também foca na aprendizagem de todos, de modo mais científico a partir das situações didáticas propostas. Na análise *a posteriori* e reflexão, a ED busca validar ou refutar as hipóteses, confrontando com a análise *a priori*, percebendo as diferenças do que foi esperado e o que realmente aconteceu, focando nos conhecimentos do conteúdo construídos. A JK busca pelas diferenças para analisar a aprendizagem dos alunos e também o desenvolvimento profissional do professor no sentido didático-pedagógico, considerando sua experiência e prática em sala de aula.

Nossa tese busca romper com essa ideia de que os distanciamentos sobrepõem as proximidades, conforme mencionam Miyakawa e Winsløw (2009a), isto é visível em nossa hipótese - a ED e a JK estruturam diferentes modos de relação entre teoria e prática, com

aportes e limitações e que a consideração de elementos complementares dessas duas perspectivas traz contribuições para a pesquisa sobre o desenvolvimento profissional de estagiários, formadores e professores de educação básica e supervisores do Estágio Curricular Supervisionado. Como mencionou Winsløw et al. (2009), é necessário mais do que experiências de JK para contribuir com as lacunas na formação de professores, além de que o conhecimento poderia ser aperfeiçoado no planejamento e na implementação do mesmo.

4. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS E ANÁLISE DE RESULTADOS DO ESTUDO PILOTO

Como mencionado anteriormente, o objetivo geral desta pesquisa é analisar contribuições de elementos da JK e da ED para fomentar o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática matriculados no Estágio Curricular Supervisionado. No momento da realização do piloto, ainda estávamos investigando sobre a ED e, portanto, esse primeiro estudo tem uma influência bem mais nítida da JK. Nossa intenção foi perceber possibilidades e limitações em utilizar um processo formativo com características da JK no que diz respeito à interação entre formador (professor do Ensino Superior), professor da Educação Básica (supervisor) e estagiário (estudante de licenciatura), observando indícios de desenvolvimento profissional nos futuros professores.

Primeiramente, a pesquisadora conversou com a turma de Estágio IV (regência), porém, como não foi possível, entrou em contato com a turma de Estágio II (observação) do mesmo professor formador. Embora a ideia fosse realizar o estudo em um estágio de regência, as dificuldades foram moldando as escolhas e o fato de ser regência ou observação já não estava em questão²¹.

4.1 Sujeitos participantes

No estudo piloto, tivemos, inicialmente, dois licenciandos em Matemática que estavam cursando o Estágio Curricular Supervisionado II (6º semestre) – estágio de observação – de uma instituição brasileira de Ensino Superior e o professor supervisor, responsável pela turma do 2º ano do Ensino Médio de uma escola pública federal, na qual foi realizado o piloto. Iniciamos o estudo com algumas limitações, pelo fato de os estagiários não lecionarem as aulas e o Estágio não ser no Ensino Fundamental, assim como

²¹ O estudo foi realizado no Estágio Curricular Supervisionado II de observação e no ensino médio pelo fato de que os estagiários voluntários estavam matriculados neste nível de Estágio e observando as aulas neste nível de ensino. O tema foi escolhido de acordo com o calendário escolar o que está de acordo com o componente curricular, embora não tivesse sido escolhido *a priori* para a pesquisa. Buscamos realizar em outras escolas e no Estágio Curricular Supervisionado III que era de regência, mas não conseguimos supervisores nas escolas e apenas um estagiário. Apesar das diferenças entre o que pensávamos e as condições concretas de realização desse estudo, considerando que a JK é muito pouco investigada no Brasil, pensamos que seria importante realizar um piloto antes do estudo experimental para elencar com mais precisão elementos a serem considerados no estudo experimental.

pensávamos. A JK não é utilizada no Ensino Médio no Japão, mas em outros países sim. Esse estudo ocorreu no estado de Pernambuco. O professor formador não estava disponível para participar efetivamente deste estudo, sendo outra limitação em relação à interação entre os três tipos de sujeitos. Além disso, um dos estagiários só pôde participar de algumas reuniões iniciais, então nosso interesse se voltou à interação entre o supervisor e o estagiário que permaneceu.

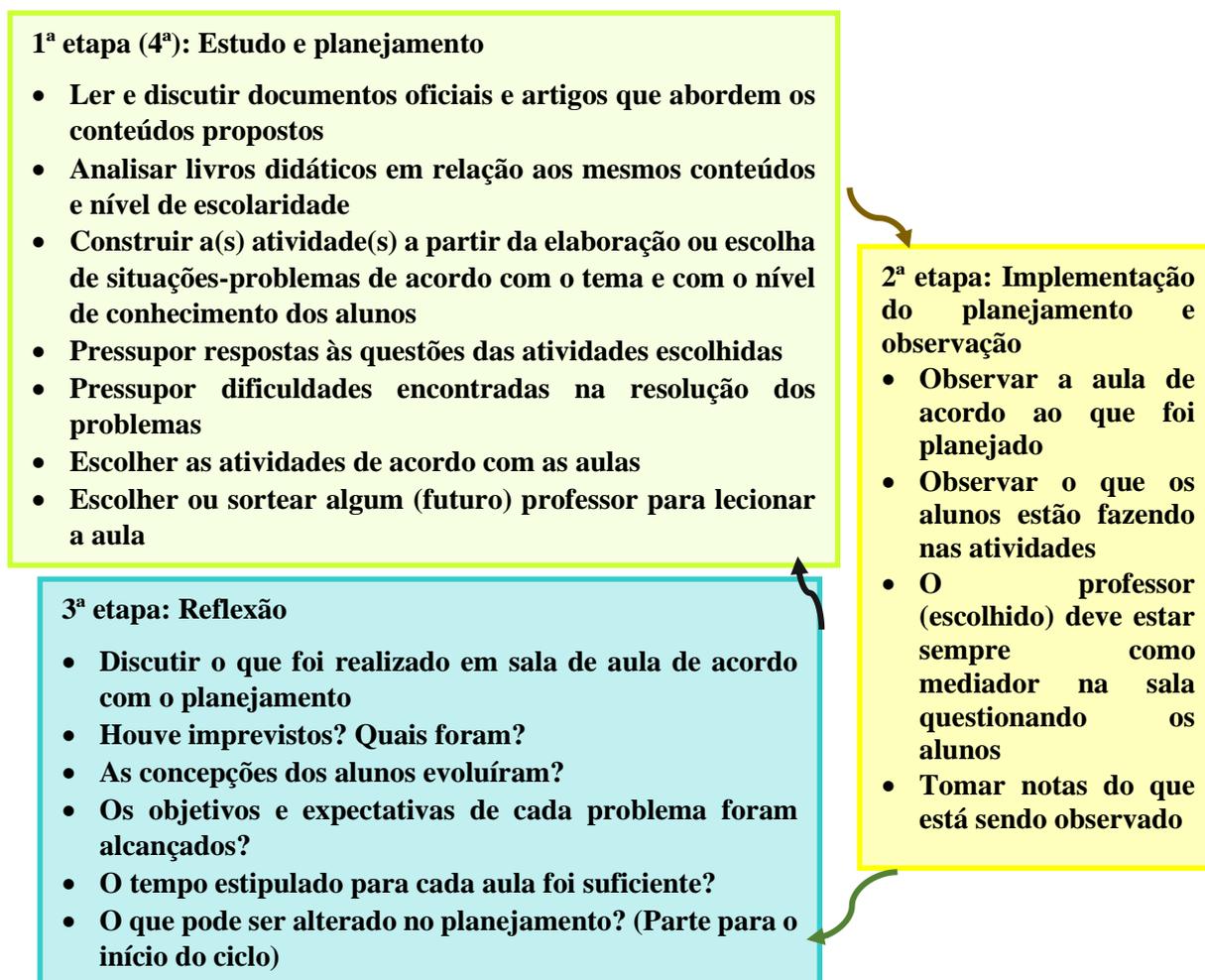
Para preservar a identidade dos participantes, aos dois estagiários chamamos de E1 e E2, ao formador de F, ao supervisor de S e à pesquisadora de P. A escolha dos participantes se deu a partir do interesse e disponibilidade para participar da pesquisa. Todos os alunos da disciplina foram convidados e a pesquisa foi apresentada na aula de Estágio para que conhecessem e pudessem escolher participar ou não, caso estivessem disponíveis. E1 – estagiário que permaneceu no estudo – tinha experiência de 2 anos no Ensino Médio e E2 dava aulas particulares.

No momento da realização desse estudo piloto, a pesquisadora P tinha três anos de experiência como professora do Ensino Superior e como formadora responsável por disciplinas de estágio curricular supervisionado, havia atuado durante dois anos como professora da Educação Básica e há sete anos vinha realizando pesquisas em educação matemática. P teve o papel de observadora participante. Para Yin (2005), esse é um método de observação em que o pesquisador pode assumir vários papéis, podendo intervir em alguns momentos como participante questionando, controlando o tempo de cada discussão ou comentando algo que acha necessário ou, ainda, só observando. Essa escolha se deu a partir das pesquisas sobre JK e o papel dos investigadores como mediadores. Entretanto, a ideia de P sempre foi fazer do formador do Estágio e do supervisor os principais mediadores, mesmo não conhecendo a JK anteriormente e tendo conhecimento sobre a ED, com a vivência, experiência e conhecimentos que possuem, P teve a ideia de utilizá-los para construir esses papéis durante a pesquisa.

4.2 Etapas da pesquisa

O processo foi baseado, sobretudo, na JK, embora incorpore alguns elementos da ED, que serão discutidos ao longo do capítulo. Foi organizado em três/quatro etapas, conforme a Figura 3:

Figura 3: Etapas do processo formativo do estudo piloto



Fonte: Autoria própria.

O esquema acima mostra a presença de elementos da JK e da ED, tais como: o estudo de documentos oficiais e artigos; a análise de livros didáticos (presentes nas duas abordagens); a antecipação das respostas e dificuldades dos alunos nos problemas elaborados/escolhidos (é mais destacada na ED, mas também presente na JK); a observação e tomada de notas durante a aula, tendo como base o planejamento feito na 1ª etapa (JK e ED); por fim, a discussão pós-aula, que engloba elementos de ambas abordagens também.

Os principais elementos da ED (ARTIGUE, 1988) presentes no processo são na etapa de estudo e planejamento. Habitualmente fazem parte das análises prévias da engenharia didática, a análise de documentos oficiais e livros didáticos, o estudo de artigos sobre o tema a ser ensinado e sua didática. Conectamos também com a fase de concepção e análise *a priori* da ED, a antecipação de respostas e dificuldades, em conexão com a escolha/elaboração das atividades a serem realizadas em sala de aula. A fase de reflexão também tem elementos que podem ser parcialmente conectados à confrontação entre a análise *a priori* e a análise *a*

posteriori, na ED, ao questionar o que ocorreu conforme às antecipações feitas na etapa de estudo e planejamento.

Com relação à JK, os principais elementos são o estudo, a interação entre os participantes para troca de experiência, conhecimento e construção do plano de aula a partir de leituras do currículo, livros didáticos, guias de ensino e pesquisas (TAKAHASHI, MCDOUGAL, 2016), o planejamento, observação da aula com a implementação do plano e a reflexão pós-aula. A resolução de problemas como ponto relevante para trabalhar o conteúdo na sala de aula (FUJII, 2015), despertando o interesse e a curiosidade dos alunos de acordo com o nível de conhecimento destes para a construção de novos conhecimentos. A antecipação das estratégias e dificuldades dos alunos para cada problema (TAKAHASHI; YOSHIDA, 2004). Outro elemento que Elipane (2012) destaca é a discussão das observações na reflexão para o desenvolvimento da prática profissional dos participantes.

As análises preliminares consistiram no estudo sobre Sistemas Lineares com foco no método de escalonamento, por escolha do professor supervisor do estágio, em função dos assuntos que estava trabalhando na turma em que os estagiários realizaram a observação. O calendário escolar é um ponto chave para a realização do estágio, pois o estagiário deve acompanhá-lo sem interromper ou modificar o que está sendo visto na escola. Na JK, o professor da turma geralmente escolhe o conteúdo de acordo com as dificuldades dos alunos ou também com relação ao calendário. Na ED, esse conteúdo é pré-selecionado pelos pesquisadores que irão elaborar a sequência didática de acordo com o seu interesse em aprofundar o conhecimento científico, conceitual e didático-pedagógico dos participantes.

A segunda etapa da ED, de concepção e análise *a priori* da investigação, consistiu na primeira etapa do processo formativo junto com as análises preliminares: planejamento – estudo. Embora a análise *a priori* não tenha sido tão desenvolvida neste estudo, não houve tempo o suficiente para o estudo dos programas curriculares e artigos que envolvessem esse método. Foi possível fazer a análise de dois livros didáticos e a construção da pequena sequência didática. As reuniões de planejamento foram presenciais com a participação dos estagiários e do supervisor. O formador não pôde comparecer.

A experimentação, observação e coleta de dados (implementação do planejamento), ou seja, segunda etapa do processo, foi realizada por S, professor da turma, e a observação por parte dos estagiários e da pesquisadora. Foram disponibilizadas duas horas/aula para esse momento, tendo uma hora/aula extra para acompanhar o *feedback* dos alunos.

Na terceira etapa do processo, a análise *a posteriori*: houve reflexão pós-aulas e replanejamento, logo pretendeu-se discutir com todos os participantes quais os pontos positivos e negativos, e como modificar estes, replanejando o que fosse necessário, tendo em vista que estes planejamentos poderão servir para outros alunos. Nesta etapa de análise, apenas S e E1 estavam presentes junto com P. Além da reflexão sobre as aulas, os dois participantes expuseram suas opiniões sobre o processo vivenciado.

A produção dos dados do estudo piloto foi realizada durante essas etapas.

4.3 Produção dos dados

Para a produção de dados pode-se fazer entrevistas, observar e analisar documentos. Como o estudo foi realizado no final do segundo semestre de 2017, com tempo limitado, não foram realizadas entrevistas, apenas as observações e a análise de documentos.

As reuniões e aulas foram gravadas em áudio e vídeo com permissão dos participantes através dos termos de consentimento destes e dos responsáveis, para o caso dos alunos do 2º ano (Apêndice C). Foram utilizadas duas câmeras, uma de celular e outra de um *tablet*, além de um gravador de voz. O diálogo entre o professor e o(s) estagiário(s) foi de suma importância para o andamento do processo, que é de cunho colaborativo e, assim, considerado um instrumento de produção de dados empíricos. Fez-se a utilização de um grupo no *WhatsApp* para facilitar a comunicação entre os participantes, marcar/desmarcar reuniões e/ou avisar algum imprevisto e troca de materiais por e-mail.

A forma de análise e validação será apresentada em seguida.

4.4 Organização dos dados do estudo piloto

No estudo de caso, a análise dos dados é iniciada simultaneamente com a produção do material empírico, pois a análise *a posteriori* inicia a partir do momento em que os dados da análise *a priori* são confrontados com o que é estudado, implementado, observado e discutido em todo o estudo.

Elaboramos algumas questões para esse estudo:

- Como se deu a interação entre professor e estagiário(s) durante o processo de planejamento, observação e reflexão das aulas?

- Os estagiários ficaram inibidos com a presença do professor da turma e da pesquisadora ou participaram ativamente como futuros professores expressando suas opiniões e sugerindo ideias para o planejamento?
- Que limites e possibilidades surgiram durante a utilização desse processo?
- Que dificuldades surgiram durante o processo para o ensino do escalonamento?
- Os objetivos estabelecidos para a sequência didática foram alcançados em termos de aprendizagem pelos alunos?
- É possível utilizar esse processo formativo com outros conteúdos de Matemática? E com outras disciplinas?

Para responder essas questões é necessário identificá-las nos dados e disponibilizar as informações, descrevendo os acontecimentos que ocorreram durante as reuniões e aulas. Essa exposição precisa ser interpretada com cautela, dando significado a cada resposta.

4.5 Resultados e Análise do Estudo Piloto

Neste tópico, iremos descrever e refletir sobre o estudo piloto realizado no segundo semestre de 2017. Como o professor formador não pôde estar presente, a intenção do estudo foi perceber as possibilidades e limitações em utilizar um processo formativo com elementos da JK e da ED, percebendo a viabilidade de interação entre o supervisor e os estagiários, observando prováveis indícios de desenvolvimento profissional dos dois tipos de sujeito.

O estudo em si ocorreu nos dois últimos meses do ano, entretanto, o processo para encontrar participantes (professor do estágio, estagiários e professores em exercício) disponíveis e interessados foi realizado meses antes. E a organização do calendário foi considerada uma parte, pois está presente nas dificuldades que surgem em um trabalho como este, prevendo o que possivelmente virá a ocorrer no estudo experimental. Assim, oito alunos se mostraram interessados em perguntar ao professor supervisor de cada dupla quem se interessava e estava disponível. Para facilitar a comunicação, foi criado um grupo no aplicativo *WhatsApp*. Devido ao calendário escolar, apenas um professor aceitou participar.

Inicialmente, como o foco era fazer um estudo dentro do campo das Grandezas e Medidas para obter um *feedback* do trabalho como um todo, ficou limitado para alguns participarem, pois o ano letivo já passava da metade e o calendário que tinha sido estabelecido não podia ser alterado.

Então, para esse estudo, três pessoas manifestaram disponibilidade e interesse: o professor S da escola X – com quatro anos de experiência em sala de aula nessa mesma escola –, profissional ainda iniciante em sua carreira, e os estagiários E1 e E2 – alunos do sexto período da graduação em Licenciatura Plena em Matemática. Embora o professor F não estivesse disponível para comparecer às reuniões presenciais, tentou acompanhar o andamento pelo grupo online.

Antes de iniciar o estudo com todos os participantes, houve uma reunião entre a pesquisadora e o professor S para que ele compreendesse melhor como se desenvolveria o estudo.

Diferentemente de uma JK que, geralmente, acontece com profissionais de uma escola, o estudo com estagiários, no Brasil, leva em conta uma adaptação ao ambiente e calendário escolar. Todavia, acreditamos que realizar no segundo semestre também afetou a escolha do conteúdo, pois a distribuição é feita geralmente no início do ano letivo.

Para mostrar como foi organizado o estudo, segue o Quadro 3 com as datas das reuniões e as tarefas concretizadas.

Quadro 3: Reuniões e tarefas do Estudo Piloto

Data das reuniões	Descrição das tarefas concretizadas
22/11/2017	i. Conversa com apresentação sobre a pesquisa i. Discussão sobre um possível calendário i. Possíveis conteúdos a serem trabalhados no fim do semestre
27/11/2017	i. Calendário escolar i. Discutir mais sobre a JK i. Determinação do conteúdo
04/12/2017	i. Discussão sobre alguns dos textos enviados por e-mail: <ul style="list-style-type: none"> • O <i>Lesson Study</i> como estratégia de Formação de Professores a partir da prática profissional (BAPTISTA et al., 2012) • O significado da introdução da Metodologia Japonesa de <i>Lesson Study</i> nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil (BALDIN, 2009) • O Ensino de Matemática e as Tecnologias: uma análise das possibilidades do Estudo de Aula (BATISTA, 2016) • O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional (PONTE et al., 2016) • <i>Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants: étude collective d'une leçon</i> (MIYAKAWA; WINSLØW, 2009b) • <i>Mathematics Lesson Plan for Grade 4</i> i. Início do planejamento da aula
06/12/2017	i. Término do planejamento da aula
07/12/2017	i. Aula – 26 alunos
11/12/2017	i. 2ª aula – 15 alunos
13/12/2017	i. Visualização de parte dos vídeos das aulas

	i. Reflexão sobre as aulas de acordo com o planejamento i. Discussão do trabalho em geral e das contribuições para cada participante
--	---

Fonte: Autoria própria.

O intuito não era aprofundar o conhecimento sobre o processo formativo, mas apenas apresentá-lo, porém os participantes sentiram a necessidade de ler algo sobre a JK, o que justifica o compartilhamento de alguns artigos sobre a JK. Da mesma forma sobre a ED, embora os participantes não soubessem que elementos da ED estavam presentes, a ideia não era discuti-los, mas utilizá-los implicitamente. Não significa que todos leram tudo do material enviado, o que relembra as dificuldades enfrentadas na pesquisa de Bezerra (2017).

Tivemos duas reuniões para a discussão da pesquisa e a definição do conteúdo, pois dependíamos do calendário escolar. Outras duas para o planejamento das três aulas, sendo duas seguidas, e uma reunião de reflexão. Foi realmente um estudo pequeno comparado ao experimental, que será discutido no próximo capítulo, por isso não foi possível estudar os documentos oficiais, parte das análises preliminares e do *kyouzai kenkyuu*, além de os livros didáticos analisados terem sido os que estavam sendo utilizados na turma e outro de posse do professor (LEONARDO, 2013; SMOLE; DINIZ, 2013). Esse estudo mais aprofundado poderia ter encaminhado o planejamento para outro patamar, mas essa foi mais uma limitação do estudo pela falta de tempo infelizmente. Os participantes buscaram artigos e pesquisas sobre o método do escalonamento e a resolução de problemas, ou com sistemas lineares, em geral, e encontraram poucos trabalhos.

Para tentar responder as perguntas estabelecidas para esse estudo, vamos dividir o tópico em três partes: estudo e planejamento, implementação do planejamento e reflexão pós-aulas.

4.5.1 Estudo e Planejamento

O início da primeira reunião foi marcado com uma apresentação de slides sobre o processo formativo *Jugyou Kenkyuu* a partir de um breve histórico, as etapas do processo com alguns elementos da ED, uma discussão sobre as nomenclaturas nos vários países que o utilizam, os níveis de escolaridade em que estão sendo realizadas as pesquisas e alguns pesquisadores. Em seguida, foi apresentado o objetivo geral do estudo para os participantes: construir uma atividade baseada no conteúdo de sistemas lineares com foco na aprendizagem do método de escalonamento e na superação das dificuldades dos alunos.

Anteriormente a essa reunião, o professor S disse que o conteúdo era o de Volume de Poliedros, depois houve uma mudança e o conteúdo estava para ser definido ainda, pois tinha duas possibilidades para o final do semestre da turma do 2º ano: volume de poliedros; e matrizes, determinantes e sistemas lineares. Entretanto, a professora da outra turma de 2º ano já havia se organizado com matrizes, determinantes e sistemas lineares. Esta foi mais uma escolha que para o estudo piloto teve de ser adaptada.

O estagiário E1 já conhecia um pouco sobre o processo formativo, pois assistiu a uma apresentação da pesquisadora no grupo de pesquisa há alguns meses antes. Os outros participantes não tinham conhecimento sobre a existência deste antes do convite para o estudo, o que gerou vários questionamentos durante a discussão inicial e em outras reuniões, por exemplo: Como seria o planejamento dessa aula? O fato de utilizar a resolução de problemas implica introduzir um conteúdo com um problema? A aula será (re)planejada? Será necessário aplicar em outra turma? Como seria a atividade? O que teria? Quantas questões? Como assim imprevistos?

Esses questionamentos estão entrelaçados com conhecimentos a respeito do processo formativo e da resolução de problemas. Então, discutimos todos e chegamos à conclusão de que, após a definição do conteúdo, seria planejada uma aula pesquisando ou elaborando uma atividade para introduzi-lo. A aula seria (re)planejada, mas não aplicada em outra turma. Esclarecemos que os imprevistos são os acontecimentos que não estavam presentes no planejamento, sejam positivos ou negativos. A quantidade de questões ficou dependendo da quantidade de aulas, do conteúdo e do tempo que levaria para os alunos resolvê-las, tendo em conta que seria necessário retomar em sala de aula para se obter um retorno da aprendizagem dos mesmos e poder refletir diante do planejamento.

Um dos objetivos desta reunião era organizar um calendário de reuniões e ver o(s) dia(s) da(s) aula(s) para deixar agendado com todos e não termos problemas com disponibilidade. Entretanto, só foi possível marcar a segunda reunião, pois o calendário das aulas estava sendo modificado devido ao fim de semestre e à proximidade dos processos seletivos das universidades, aos quais os estudantes da turma se submeteriam em breve.

O professor S iniciou a segunda reunião falando sobre o calendário escolar, que a partir daquele dia (27.11) teriam quatro aulas (30.11; 07.12; 11.12; 14.12) ao invés de cinco,

pois no dia 04.12 seria o processo seletivo da Universidade Estadual de Pernambuco²². Ou seja, o tempo estava totalmente curto para a realização desse estudo. Então, foram discutidas possibilidades de datas para a(s) aula(s) que ia(m) ser planejada(s). A limitação do tempo também permeou pesquisas discutidas no capítulo anterior (BURROUGHS; LUEBECK, 2010; MAGALHÃES, 2008).

Em seguida, S apresentou o que tinha trabalhado do conteúdo no dia 23.11 e no dia 27.11, mostrando o livro para a estagiária E2. O professor tinha iniciado a leitura do capítulo de Sistemas Lineares com os alunos, o qual principia com uma contextualização sobre equações lineares, depois sistemas lineares 2×2 , resolução destes de maneira geométrica e a classificação dos sistemas. Ou seja, em duas aulas, foi discutida boa parte do conteúdo. A partir dessa exposição do andamento do conteúdo na turma, foi possível conversar sobre as próximas aulas e o conteúdo que seria abordado.

O professor S contou sobre o exemplo 2×2 que resolveu e disse que alguns alunos perguntaram “Professor, e quando o sistema for 3×3 ? Então, a gente teria ali a solução de uma formação de uma reta com interseção em outros planos?”. O professor já esperava por aquele tipo de questão por que sabe que muitos alunos estudam o conteúdo à frente do que está sendo trabalhado. Então, ele disse que isso seria visto nas próximas aulas. Nesse momento, percebe-se que S detinha o saber sobre os conhecimentos prévios e possíveis questionamentos dos alunos. Dessa forma, a estrutura do processo formativo propiciou que essas informações fossem compartilhadas com os estagiários, fazendo-os refletir e auxiliando-os em suas futuras práticas.

Em seguida, S apontou um possível planejamento das próximas aulas, embora não tivesse parado para organizar melhor o calendário (Quadro 4):

Quadro 4: Possível planejamento do calendário

30.11	Sistemas lineares homogêneos e matrizes em sistemas
07.12	Regra de Cramer
11.12	Escalonamento
14.12	Resolução de problemas

Fonte: Autoria própria.

²² A seleção para acesso à Universidade de Pernambuco (UPE), além do SISU, inclui um sistema seriado de avaliação (SSA) e portanto ao final de cada ano do ensino médio os estudantes se submetem a uma prova que irá compor uma nota final com base na qual se define a aprovação e classificação dos candidatos a cursos superiores dessa IES.

Por fim, ficamos com as aulas dos dias 07.12 e 11.12 para trabalhar o escalonamento com a resolução de problemas, enquanto a regra de Cramer ficou para o dia 14.12, só com o professor, por ser a última aula. Esse conteúdo gerou bastante dificuldade para o planejamento por ser um método de resolução de sistemas lineares. Introduzi-lo com a resolução de problemas induziu certo desconforto para os participantes, levando-os a pensar mais ou pensar em desistir. A resolução de problemas está presente em ambas abordagens, embora sirva para contribuir com a construção do conhecimento de determinado conteúdo, logo trabalha-la com métodos de resolução de sistemas lineares foi uma limitação encontrada pelos participantes que, ao longo do estudo e planejamento, foi sendo modificada.

A terceira e quarta reuniões foram as de planejamento mesmo, pois antes foi mais para situar todos sobre a pesquisa e os conteúdos. Na terceira reunião, a estagiária E2 não pôde participar mais, embora tenha aparecido na primeira aula do dia 07.12. O estagiário E1 tinha observado as aulas de S no semestre anterior (Estágio I), o que facilitou a aproximação e a comunicação no estudo. Essa observação da turma é elemento obrigatório de qualquer nível de Estágio, mas não necessariamente para a realização de uma JK/ED. Percebeu-se que os diálogos partiram mais de S, enquanto E1 levantou vários questionamentos e buscou colaborar com o planejamento. Nesse momento, notou-se que foi mais pela questão de experiência do professor. Entretanto, em outro estudo, isso pode também gerar certa insegurança por parte do estagiário para participar.

Com relação ao material para ajudar no planejamento, S apresentou dois livros (LEONARDO, 2013; SMOLE; DINIZ, 2013), E1 não conseguiu nenhum material e a pesquisadora compartilhou duas dissertações (FERREIRA, 2013; VASCONCELLOS, 2014) e um artigo (PANCIERA; FERREIRA, 2006) sobre sistemas lineares que tinham vários problemas matemáticos.

Depois de quase desistir, por não encontrar uma maneira de introduzir com um problema, o professor S mostrou que no livro selecionado, que não era o adotado pela escola havia o método da adição que os alunos conheciam desde os anos finais do EF para resolução de sistemas de duas equações com duas incógnitas. Sendo assim, aproveitou o método para trabalhar os problemas e a partir dele introduzir o escalonamento. Foram escolhidos os seguintes problemas:

1. João e Ana resolveram aproveitar o saldão de uma livraria para comprar livros e CDs. João gastou R\$ 100,00 comprando 1 livro e 4 CDs. Ana comprou 2 livros e 3 CDs, gastando ao todo R\$ 90,00. Quando Luís perguntou a eles quanto tinham

pago em cada livro e em cada CD, eles não souberam dizer. Apenas se lembravam de que todos os livros eram vendidos pelo mesmo preço e de que os CDs, embora mais caros, também tinham preço único. Afinal, quanto custou cada livro e cada CD que João e Ana compraram? (SMOLE; DINIZ, 2013, p. 233).

2. João entrou na lanchonete BOG e pediu 3 hambúrgueres, 1 suco de laranja e 2 cocadas, gastando R\$ 21,50. Na mesa ao lado, algumas pessoas pediram 8 hambúrgueres, 3 sucos de laranja e 5 cocadas, gastando R\$ 57,00. Sabendo-se que o preço de um hambúrguer, mais o de um suco de laranja, mais o de uma cocada totaliza R\$ 10,00, calcule o preço de cada um desses itens. (FUVEST, 2008).

A ideia era trabalhar o primeiro problema, pertencente ao livro que não é utilizado na escola e que tem um sistema 2×2 , em conjunto com o professor, para relembrar o método da adição, e o segundo, presente na dissertação de Vasconcellos (2014) com um sistema 3×3 , seria feito pelos alunos. A partir dessa segunda resolução, o professor mediou a situação para que os alunos chegassem ao método do escalonamento.

Ressalta-se a não escrita do planejamento por nenhum dos participantes devido à falta de tempo, pois foram poucas reuniões para planejar. Será que o tempo é realmente a limitação principal? Que outros limites podem impedir que isto aconteça? Sendo um elemento essencial na realização da JK, viu-se nas pesquisas apresentadas que muitos passaram a valorizar o planejamento e a compreender como este contribui na execução da aula.

4.5.2 Implementação do planejamento

No dia 07.12, dos 30 alunos da turma de 2º ano, 26 estavam presentes na sala de aula. O professor iniciou a aula relembrando os conteúdos das aulas anteriores, questionando os alunos sobre como resolver os sistemas de equações 2×2 e que nessa aula iriam aprender a resolver sistemas maiores. Depois pediu que a turma se dividisse em duplas e entregou os problemas em uma folha para cada aluno.

O primeiro problema foi lido por uma aluna, S foi questionando os alunos para saber como resolvê-lo e foi escrevendo no quadro:

Figura 4: Primeira resolução do problema 1

$L \rightarrow$ preço de um livro
 $C \rightarrow$ preço de cada CD.

$$\begin{cases} L = 4C = 100 \\ 2L + 3C = 90 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2L - 8C = -200 \\ 2L + 3C = 90 \end{cases}$$

$$-5C = -110$$

$$C = \frac{110}{5} = 22$$

$$L = 4 \cdot 22 = 100$$

$$L = 88 = 100$$

$$L = 100 - 88$$

$$\boxed{L = 12}$$

Fonte: Autoria própria.

S mostrou que essa era uma das maneiras de resolver, mas que existia uma forma mais fácil de resolver isso, que seria multiplicando por “-2” a primeira linha e depois somando com a linha de baixo, obtendo:

$$-5c = -110$$

S quis mostrar que era possível eliminar incógnitas a partir de operações feitas nos sistemas para gerar sistemas equivalentes e chegar ao resultado, e que isso seria possível para sistemas maiores. Então, pediu que os alunos fizessem o problema 2 com esse tipo de estratégia.

À medida que os alunos iam resolvendo, S passava pelas duplas para mediar as resoluções nas duplas que estavam com dúvidas ou apenas observava.

Quando faltavam aproximadamente 5 minutos, S perguntou a resposta a uma dupla, copiou no quadro “ $h = 4,00$, $s = 2,50$ e $c = 3,50$ ” e depois perguntou se mais duplas tinham chegado à mesma resposta. A maioria respondeu que sim. O processo de resolução ficou para ser discutido na aula seguinte por causa do tempo, mas S tinha observado que a maioria conseguiu realizar pelo escalonamento, inclusive uma dupla perguntou se esse era o método

do escalonamento, pois já tinha visto no livro didático que utilizavam na escola (LEONARDO, 2013).

No dia 11.12, segunda e terceira aulas seguidas, só havia 15 alunos. S esperou alguns minutos para ver se chegavam mais alunos e nesse tempo escreveu o problema 2 no quadro. Relembrou o que estudaram nas aulas anteriores, destacando a última, falou sobre o que ia ser ensinado e discutido nessas aulas e na última do dia 14.12.

Com isso, S pediu para um aluno ler o segundo problema da folha que estava escrito no quadro e para outro mostrar no quadro como tinha resolvido o problema. O aluno montou o sistema e multiplicou a primeira linha por “-1”, a terceira por “-2”, logo somando as duas resultou no sistema abaixo:

Figura 5: Resolução do problema 2 por um aluno

$$\begin{array}{l} 3h + s + 2c = 21,50 \quad (x-1) \\ 8h + 3s + 5c = 57 \\ h + s + c = 10 \quad (x-2) \\ \hline \left. \begin{array}{l} 3h + c = 57 - 10 \times 2 = 21,50 \\ 2h + c = 11,50 \end{array} \right\} \end{array}$$

Fonte: Autoria própria.

Após isso, o aluno resolveu pela substituição. Então, S interrompeu e comentou que poderia ser finalizado o sistema com essa mesma estratégia. Outro aluno falou que fez diferente e pediu para resolver no quadro. Ele multiplicou a primeira linha por “-2” e somou com a segunda e depois com a terceira que resultou no valor de h (Figura 6):

Figura 6: Resolução do problema 2 por outro aluno

$$\begin{array}{r} 8h + 3s + 5c = 57 \\ -6h - 2s - 4c = -43 \\ \hline 2h + s + c = 14 \\ -h - s - c = -10 \\ \hline h = 4 \end{array}$$

Fonte: Autoria própria.

A partir disso, o aluno disse que fez por substituição. S elogiou dizendo que ele pensou em algo rápido e prático. Com isso, um terceiro aluno falou que podia fazer mais operações e diminuir as incógnitas em cada equação. S aproveitou esse comentário dele para

mostrar que isso se chama um sistema escalonado e pediu aos alunos para abrirem o livro e acompanharem a leitura (Figuras 7 e 8).

Figura 7: Explicação sobre Sistemas lineares equivalentes e sistema escalonado

5.1 Sistemas lineares equivalentes

Dois sistemas lineares são **equivalentes** quando têm o mesmo conjunto solução.

Indica-se que o sistema S_1 é equivalente ao sistema S_2 por: $S_1 \sim S_2$

5.2 Sistema escalonado

Para resolver e classificar sistemas lineares, além de métodos já vistos, podemos recorrer ao processo do escalonamento, ou método da eliminação de Gauss-Jordan.

Antes de estudar o método propriamente, veremos o que são sistemas escalonados e o modo de resolvê-los e classificá-los.

Um sistema, em que todas as equações apresentam as incógnitas na mesma ordem, é dito **escalonado** quando, de cada equação para a seguinte, aumenta a quantidade de coeficientes nulos antes do primeiro coeficiente não nulo.

Exemplos

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 0x + 2y - z = 3 \\ 0x + 0y + z = 5 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x - y + 3z = 7 \\ 0x + 3y + 2z = 5 \\ 0x + 0y + 0z = 0 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} x + y + 2z - 3t = 7 \\ 0x + 0y + 5z + t = 2 \end{cases}$$

Fonte: Leonardo (2013, p. 232 - 233).

As figuras mostram a explicação do livro “Conexões com a Matemática” sobre sistemas lineares equivalentes, sistema escalonado e a resolução de exercícios sobre o tema. O livro apresenta uma definição para cada tópico de forma clara e concisa de acordo com o nível de escolaridade.

Figura 8: Resoluções do exercício R9

Exercício resolvido

R9. Resolver e classificar os sistemas lineares.

a)
$$\begin{cases} 2x - y + z = 2 \\ 2y - z = 3 \\ z = 5 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 2y - 6z = 0 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} x + 6y - 3z = 5 \\ y - 3z = 8 \\ 0z = 2 \end{cases}$$

Resolução

a) Como o sistema já está escalonado, temos $z = 5$.
Substituindo z por 5 na 2ª equação, obtemos: $2y - 5 = 3$, ou $y = 4$
Trocando z por 5 e y por 4 na 1ª equação: $2x - 4 + 5 = 2$, ou $x = \frac{1}{2}$
Há uma só solução: $(\frac{1}{2}, 4, 5)$
O sistema é, portanto, possível e determinado (SPD).

b) O sistema $\begin{cases} x + 2y - z = 4 \\ 2y - 6z = 0 \end{cases}$ possui duas equações e três incógnitas.
Se o sistema admite solução com $z = k$, com k real, temos:
$$\begin{cases} x + 2y - k = 4 \\ 2y - 6k = 0 \end{cases}$$

Resolvendo esse novo sistema, encontramos $y = 3k$ e $x = 4 - 5k$.
Atribuindo valores reais a k , obtemos soluções do sistema. Por exemplo, fazendo $k = -6$, obtemos o terno $(34, -18, -6)$, que satisfaz o sistema.
Como k é um número real qualquer, o sistema tem infinitas soluções, ou seja, é um sistema possível e indeterminado (SPI).
Portanto, a solução do sistema será do tipo $(4 - 5k, 3k, k)$, em que k é real.

c) Na equação $0z = 2$, do sistema $\begin{cases} x + 6y + 3z = 5 \\ y - 3z = 8 \\ 0z = 2 \end{cases}$, não há valores para z que tornem a igualdade verdadeira, pois toda multiplicação por zero resulta em zero. Sem solução, o sistema é impossível (SI).

Observação

Quando um sistema admite infinitas soluções (SPI), chamamos a variável que assume o valor k , real, de **variável livre**. No item b, z é a variável livre.
Há sistemas com mais de uma variável livre.

Fonte: Leonardo (2013, p. 233).

Os alunos se juntaram para ler, pois nem todos levaram o livro. A cada frase, S comentava e explicava com suas palavras. Fez um exemplo do livro e voltou para mostrar o escalonamento no problema 2 (Figura 9).

Como já exposto, o enunciado do problema 2 é o seguinte: João entrou na lanchonete BOG e pediu 3 hambúrgueres, 1 suco de laranja e 2 cocadas, gastando R\$ 21,50. Na mesa ao lado, algumas pessoas pediram 8 hambúrgueres, 3 sucos de laranja e 5 cocadas, gastando R\$ 57,00. Sabendo-se que o preço de um hambúrguer, mais o de um suco de laranja, mais o de uma cocada totaliza R\$ 10,00, calcule o preço de cada um desses itens. (FUVEST, 2008).

Figura 9: Processo de escalonamento do problema 2

$$\begin{aligned}
 & \begin{cases} 3h + s + 2c = 21,5 \\ 8h + 3s + 5c = 57 \\ h + s + c = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h + s + c = 10 \\ 8h + 3s + 5c = 57 \\ 3h + s + 2c = 21,5 \end{cases} \xrightarrow{x(-8)} \begin{cases} h + s + c = 10 \\ -5s - 3c = -23 \\ 3h + s + 2c = 21,5 \end{cases} \xrightarrow{x(-3)} \begin{cases} h + s + c = 10 \\ -5s - 3c = -23 \\ -3s - 5c = -8,5 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Fonte: Autoria própria²³.

O professor não terminou de escalonar, mas indicou como chegar ao sistema escalonado. Com isso, passou para os alunos um exercício de escalonamento de um sistema extraído do livro (Figura 10).

Figura 10: Imagem do sistema

a) Para escalonar o sistema $\begin{cases} 3x - y + z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ 2x + 3y - z = 7 \end{cases}$, adotamos os passos seguintes:

Fonte: Leonardo (2013, p. 235).

Nesse instante, nem todos os alunos estavam prestando atenção e participando da aula. Por isso, S decidiu resolver no quadro, questionando os alunos para tentar chamar a atenção deles.

²³ Não se trata da fotografia do quadro e sim da reescrita pois a legibilidade da fotografia não ficou muito visível.

Figura 11: Sistema escalonado

$$\begin{cases} 7x - y + z = 5 \\ 5x + y - 2z = 3 \\ 2x + 7y - z = 7 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \times (-2) \\ + \\ -3 \end{array} \begin{cases} X + Y - 2Z = 3 \\ 2X - Y + Z = 5 \\ 2X + 7Y - Z = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X + Y - 2Z = 3 \\ -4Y + 7Z = -4 \\ Y + 3Z = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \times (-4) \\ + \\ +L_0 \end{array} \begin{cases} X + Y - 2Z = 3 \\ Y + 3Z = 1 \\ -4Y + 7Z = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} X + Y - 2Z = 3 \\ Y + 3Z = 1 \\ Z = 0 \end{cases}$$

Fonte: Autoria própria.

Depois desse sistema, S disse que os alunos iriam praticar um pouco, fazendo algumas atividades do livro, mas quando viu a hora, resolveu passar logo para a regra de Cramer com a leitura do livro²⁴. Por fim, terminou a aula pedindo para que os alunos resolvessem em casa algumas atividades do livro e entregassem na última aula, podendo fazer em dupla. Como a regra de Cramer não foi planejada com o grupo, então não entra na discussão dos resultados. Vale ressaltar que os estagiários não foram observar essas duas últimas aulas. A disponibilidade também é um limite a ser trabalhado, visto nas pesquisas anteriores (PONTE et al., 2016; BURROUGHS; LUEBECK, 2010) e que não há controle por parte de pesquisadores, professores, formadores, ou seja, quem estiver na liderança de um processo como esse ou semelhante.

4.5.3 Reflexão – última etapa do estudo

²⁴ Aqui fica claro que o professor está preocupado em cumprir o programa e se sente pressionado pelo tempo exíguo. Provavelmente, isso explica ter encerrado de maneira um pouco abrupta a abordagem do escalonamento. Podemos nos questionar sobre possíveis impactos do cumprimento dos prazos previstos no calendário escolar sobre a aprendizagem dos conteúdos.

No dia 13.12, nos reunimos para discutir e refletir sobre o planejamento e as aulas com a presença do professor S e do estagiário E1.

S comentou que a primeira funcionou bem melhor do que as outras duas por ter sido mais bem planejada, ou seja, disponibilizaram mais tempo e dedicação a essa, e os alunos conseguiram alcançar o objetivo de resolver o sistema quase escalonando sem ter ideia do conteúdo e com isso foi possível discutir sobre a noção de escalonamento. Entretanto, o fato de metade da turma ter faltado e de ser a penúltima aula (que no fim ficou sendo a última), afetou o andamento das aulas.

Após isso, a pesquisadora mostrou algumas partes do vídeo das últimas aulas para E1 ter uma ideia do que foi realizado, da participação dos alunos no quadro, o que fizeram e para S rever também e comentar as resoluções dos alunos. Isso é uma adaptação ao contexto dos países não japoneses, pois não é costume filmar nem rever os vídeos no cotidiano do Japão, mas apenas se basear nas anotações e observações dos participantes.

O professor destacou bastante a questão do tempo que foi curto e que uma nova experiência com mais tempo seria mais construtiva. Se pudesse ser no Ensino Fundamental, ele acredita que seria melhor por ter possibilidade de dinamizar mais por causa dos conteúdos. Esse conteúdo foi complicado de ser trabalhado e, mesmo assim, o resultado da primeira aula foi positivo em sua análise.

E1 comenta que, no ano seguinte, ele vai estar na regência no Ensino Fundamental, que seria ótimo fazer outro estudo e que estaria disponível. Os participantes discutiram a importância do estágio, a estrutura do curso de licenciatura e como a formação inicial precisa melhorar. O estudo levou a questionamentos além do que o processo estava propondo, pois fez E1 refletir sobre o que estava vivenciando enquanto licenciando e o que gostaria de acrescentar/retirar.

Olhando para o planejamento, S disse que nunca tinha ensinado escalonamento dessa forma e que, depois disso, vai usar a mesma ideia de iniciar pelo método da adição que os alunos já conhecem e passar para o sistema escalonado nas próximas turmas, pois foi realmente construtivo. Esse pensamento de S mostra uma mudança em sua prática dentro do processo que pretende continuar utilizando, assim, consideramos que houve desenvolvimento profissional junto com a formação, uma interação entre teoria e prática. E1 concordou com S e apontou que não tinha pensado que planejar uma aula demandava tanto tempo, inferiu que quanto mais dedicação ao planejamento maior a probabilidade do processo de ensino e de aprendizagem ser edificante. Notemos que a preocupação de E1 em

relação ao planejamento também remete ao que foi dito nas pesquisas pelos professores (PONTE et al., 2016) e que isso reflete na execução do mesmo e, conseqüentemente, na construção do conhecimento por parte de todos. Ficou evidente a necessidade de mais tempo para refletir e estudar juntos sobre o que pode ser reformulado em outra abordagem desse tema.

S refletiu também que se a primeira aula tivesse sido por duas aulas seguidas teria sido diferente, porque ele teria conseguido finalizar o escalonamento e os alunos teriam feito outras atividades. A outra aula seria para a regra de Cramer. Vemos uma limitação não mencionada nas pesquisas do capítulo 3, que é a organização estrutural das aulas como Miyakawa e Winsløw (2009a) apresentam, algo a ser levado em consideração para o estudo experimental.

A pesquisadora questionou se na primeira aula o tempo dado aos alunos para resolverem o problema tivesse sido menor, será que não teria dado para fechar o conteúdo e ficar com as outras aulas para atividades (questionamento fruto da observação da aula). Como observadora participante, P procurou intervir o mínimo possível, buscando explorar o processo com naturalidade a partir das atitudes e reações dos participantes. S concordou inicialmente, mas depois disse que 10 minutos a mais ou a menos não seria o suficiente, o melhor seriam as duas aulas seguidas mesmo. E1 discutiu que é necessário praticar, pois nem todo sistema é simples e fácil de se perceber as operações para escalonar e organizá-lo, isso requer tempo.

Os dois participantes comentaram que se tivessem tido mais duas aulas teria dado tempo para fazer mais dois problemas e discutir melhor as respostas dos alunos para identificar e avaliar o aprendizado de cada um por S não ter conseguido colher um *feedback* individualizado e conciso.

Refletindo sobre o processo, S comentou que é bem difícil de realizar, por depender muito e nem todos os professores estão disponíveis. Entretanto, é algo que se todo profissional da Educação dedicasse um pouquinho do seu tempo para fazer esse tipo de planejamento, o ensino seria diferente e nenhum trabalho ficaria perdido, pois permaneceria para outras turmas e outros anos. A ideia de reaplicar o mesmo planejamento em outras turmas a partir das discussões e reflexões pós-aula(s) repercute na fala de S ao pensar na Educação como um todo e na necessidade de investir tempo no planejamento.

Foi perceptível a vontade dos participantes trabalharem em outro estudo no ano seguinte. No final, foi entregue aos participantes um questionário (Apêndice E) sobre o

processo e os pontos positivos e negativos para a vida profissional deles. Eles responderam uma parte da primeira questão, mas pediram para não escrever mais por terem discutido durante a reunião. Como o andamento da reunião fluiu de maneira espontânea, E1 e S pediram para não estender mais, respondendo a perguntas já discutidas. Será que o questionário deveria ter sido uma entrevista individual? Ou realizado no início da reunião?

4.5.4 Considerações sobre o Estudo Piloto

Com esse estudo, percebemos que é possível realizar um processo formativo com estagiário e o professor da escola que o recebe. A adaptação do nosso estudo para o estágio mostrou algumas limitações comuns em outras pesquisas e outras que se referem mesmo ao estágio em si. Sintetizamos algumas dificuldades que foram destacadas ao longo do capítulo e que comprova que as condições do piloto não se apresentaram totalmente possíveis de acordo com o que havia sido pensado inicialmente, como: a falta de tempo para explorar o que os documentos oficiais discutem a respeito do conteúdo; o planejamento não foi realizado totalmente devido ao tempo e à falta de gestão do mesmo por parte dos participantes; o fato de ser no Ensino Médio aparentou ser mais complexo pelos conteúdos serem mais abstratos e no Ensino Fundamental fica mais simples de introduzir a resolução de problemas, principalmente porque o conteúdo era um método de resolução de sistemas lineares. Ressaltamos a importância de iniciar o estudo com antecedência do final do semestre, porque imprevistos acontecem, como o fato de algumas aulas não acontecerem e ser o final do último bimestre.

Essas dificuldades justificam ou reforçam algumas escolhas metodológicas do estudo experimental:

- realizar o processo no Ensino Fundamental;
- prever tempo hábil para a etapa de estudos e planejamento, de modo a poder explorar mais os documentos oficiais e livros didáticos;
- escolher conteúdos para os quais a abordagem pela via da resolução de problemas seja mais facilmente evidenciada;
- evitar realizar o estudo no segundo semestre letivo;
- realizar entrevistas semiestruturadas com os participantes;
- inserir no processo a demanda de um planejamento individual para analisar o nível de conhecimento dos estagiários sobre plano de aula e sobre o conteúdo;

Outro fator importante é que se o conteúdo é determinado ou previsto com mais tempo, é possível aprofundar o conhecimento para planejar com mais segurança. Além do fato de que o conteúdo não foi muito explorado em pesquisas e dentro da resolução de problemas foi mais difícil encontrar. Ou seja, o conteúdo também contribuiu para que o estudo e o planejamento tenham resultados mais interessantes, isso inclui outros fatores como a experiência dos participantes, o conhecimento que possuem relacionado a este, entre outros.

Um planejamento individual teria dado uma visão de como cada um planeja uma aula e o que entende por planejamento, algo que Magalhães (2008) fez em uma pesquisa adaptada da JK, assim acrescentamos no processo formativo para o estudo experimental. Unimos o processo com a disciplina Estágio Curricular Supervisionado para que seja algo integrado, embora tenha sido parcialmente, pois as horas de observação das aulas foram distribuídas com o estudo. Para um estágio de regência, é pertinente que o processo integre todas as horas dedicadas a este momento. Uma entrevista semiestruturada individual também ajuda a perceber mais detalhes que não foram possíveis de ver na reunião final. Enfim, o estudo piloto contribuiu para aprimorar a construção do processo formativo experimentado no primeiro semestre de 2018.

Apesar das limitações, percebemos diversos aspectos positivos nessa experiência, que nos levaram a perseverar no caminho da construção e experimentação de um processo formativo integrando elementos da ED e da JK. A colaboração entre participantes de níveis de experiência profissional e conhecimentos diferentes – professor e estagiário –, a confiança para discutir e opinar do estagiário E1 com o professor se mostraram fecundos na perspectiva de enriquecer o repertório de conhecimentos e provocar o desenvolvimento profissional dos participantes do estudo piloto. Mesmo em condições relativamente adversas, os participantes extraíram aprendizagens da busca de utilização da resolução de problemas no ensino e do resgate dos conhecimentos prévios dos alunos. Supervisor e estagiário estudaram juntos modos alternativos de abordar o conteúdo e pensar nas estratégias que podiam ser utilizadas para escolher o problema por meio do qual foi iniciado o ensino do conteúdo. A reflexão final para analisar os pontos negativos e positivos com relação ao que foi planejado, embora não tenha se constituído propriamente em um replanejamento (4ª etapa do ciclo proposto, inspirado na JK), trouxe contribuições para o desenvolvimento profissional dos participantes, como atesta a afirmação de S sobre sua intenção de modificar a maneira como aborda habitualmente esse conteúdo.

Identificamos aproximações e distanciamentos entre a JK e a ED, bem como as possibilidades de utilizar um processo formativo com as duas abordagens. Embora esse estudo não tenha sido longo, a ED se debruça muito mais na construção de uma situação didática com o aprofundamento do conhecimento didático e científico a partir do saber estudado. Faltou esse aprofundamento no estudo piloto por conta do tempo limitado, provavelmente, da falta de experiência de todos os participantes, incluindo a pesquisadora, com este tipo de processo. A JK pode ter essa mesma quantidade de horas dedicadas, mas apresenta um plano de aula escrito detalhado respondendo àquelas questões da primeira etapa do processo.

A segunda etapa é bem semelhante em ambas as abordagens, a JK visualiza a aprendizagem dos alunos de acordo com os problemas propostos e a prática profissional do professor, e a ED a construção do conhecimento científico por parte dos alunos principalmente, e do professor envolvendo o didático. A última etapa é bem semelhante também, mas a ED inicia sua análise *a posteriori* desde a análise *a priori* ao confrontar o que foi sendo pensado e estudado; a JK reflete após a(s) aula(s), comparando o que aconteceu com o que foi planejado. Consideramos que houve mais uma reflexão do que uma análise *a posteriori*, por ter sido um estudo curto e não ter aprofundado sobre essa confrontação. Algo a se pensar para o experimental também.

5. PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS DO ESTUDO EXPERIMENTAL

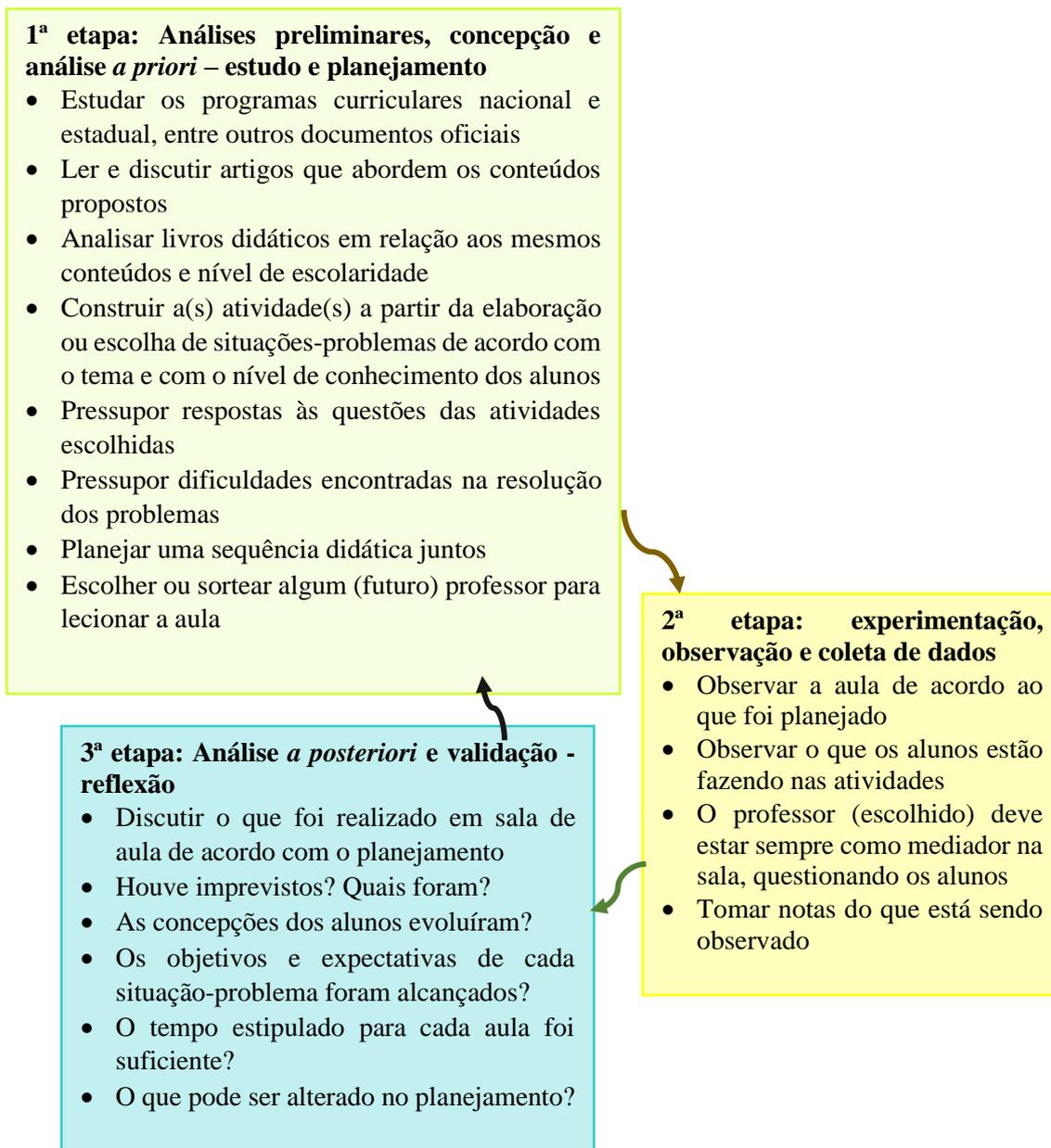
Iniciamos este capítulo lembrando o objetivo geral da tese: analisar contribuições de elementos da JK e da ED para fomentar o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática matriculados no Estágio Curricular Supervisionado. Para isso, estruturamos os procedimentos metodológicos em quatro tópicos: etapas do processo formativo; os sujeitos participantes e o desenvolvimento da pesquisa; coleta e produção de dados; e considerações sobre ensino e aprendizagem de Grandezas e Medidas.

5.1 Etapas do processo formativo

O delineamento de etapas seguido foi fundamental para perceber aonde se esperava chegar. Esta proposta de pesquisa se deu em três etapas que serão apresentadas na figura 12.

A partir do estudo realizado anterior aos experimentos, consideramos alguns aspectos relevantes da JK e da ED que foram interligados: o estudo aprofundado da ED, envolvendo conhecimento científico e didático com estudo didático-pedagógico da JK; elaboração ou escolha dos problemas das duas abordagens e ambas baseadas na resolução de problemas; escrita do plano de aula (JK); a antecipação de respostas e dificuldades dos alunos perante os problemas propostos (JK e ED); a forma de avaliar os alunos em ambas; o olhar voltado para a prática profissional do professor mais expressivo na JK e para as situações didáticas na ED; e a confrontação da análise *a posteriori* com *a priori* para refutar ou confirmar as hipóteses estabelecidas no início. Com base nesses aspectos, foi desenvolvido numa turma de Estágio Curricular Supervisionado um processo formativo estruturado conforme a figura a seguir:

Figura 12: Fusão de elementos da JK e da ED



Fonte: Autoria própria.

Na primeira etapa, temos como acréscimo, ao esquema do piloto, o estudo dos programas curriculares nacional e estadual em relação ao estado de onde for feita a pesquisa. Os elementos das abordagens ED e JK estiveram ainda mais conectados na realização deste estudo.

Para iniciá-lo, decidimos apresentar, na turma de estágio de regência, uma breve proposta de como deveria ocorrer o processo junto ao estágio e o que seria feito em cada momento, sem precisar detalhar o que é JK e ED. Assim, com o convite feito, procuramos contar com a participação de, pelo menos, três estagiários. Para conduzir esse todo o

processo, decidimos utilizar um guia sistematizado pelo professor Maurício Figueiredo Lima (Apêndice D – incluso na apresentação inicial para a turma), baseado na TSD alicerçada pela ED, com questões sobre: a história do conteúdo (comprimento e área); seu papel na Matemática, em outras disciplinas e nas práticas sociais; onde é encontrado nos currículos, livros didáticos, artigos etc.; e que tipos de exercícios e atividades estão relacionados a este assunto.

Na primeira etapa do processo formativo, foram integrados elementos da segunda fase da Engenharia Didática: concepção e análise *a priori*. Pensamos em reuniões presenciais com todos os participantes e escolhemos dar liberdade aos estagiários para eles interagirem entre eles, mesmo sabendo que não teríamos acesso a alguns dados. Essa escolha gera confiança, especialmente, nos estagiários para falarem, escreverem, planejarem etc. Entretanto, algumas informações relacionadas ao conhecimento didático-pedagógico sobre o conteúdo que os participantes possuem pode ser inexplorado. Ao longo das reuniões presenciais, a partir das perguntas que norteariam o processo, acreditamos que isso surgiria naturalmente sem precisar questioná-los diretamente o que conversaram. O que fosse possível gravar em áudio e vídeo seria feito.

Para estruturar essas reuniões, decidimos propor que, além da pesquisadora, os participantes deveriam levar materiais impressos, digitais ou mesmo apresentações sobre estes para serem estudados e discutidos em conjunto, como: documentos curriculares, artigos, pesquisas e materiais manipuláveis. O intuito era inseri-los no processo de forma participativa e incentivá-los a pesquisar e estudar os materiais que poderiam contribuir para o planejamento colaborativo, inicialmente, escutando os estagiários e, em seguida, dando voz ao supervisor e ao formador. Além disso, pretendíamos estimulá-los para que, no cotidiano profissional, buscassem fazer o mesmo. Todas as propostas partiam do esquema com os elementos da JK e da ED, visando o Estágio Curricular Supervisionado. Para toda a primeira etapa, a construção das situações-problema deveria se apoiar na utilização do guia (Apêndice D).

Quanto à experimentação, observação e coleta de dados (segunda etapa), foi escolhido gravar em áudio e vídeo todas as aulas planejadas na primeira etapa, com a permissão dos participantes. A observação deveria ser norteadas pelos planos de aula escritos e os observadores deveriam tomar notas do que achassem relevante para a discussão posterior. O conteúdo das aulas deveria ser escolhido de acordo com o Estágio que se baseia

no calendário escolar, entretanto, a pesquisadora estimulou que o conteúdo em foco fosse do campo das grandezas geométricas.

As aulas deveriam ser conduzidas de acordo com as normas do Estágio e as da escola que os recebe. Dependendo da quantidade de turmas envolvidas no estágio, a regência poderia ser realizada individualmente, em duplas ou trios. A quantidade de horas/aula também seguiu o protocolo do estágio. Pretendia-se que esta etapa fosse mesclada com a terceira (análise *a posteriori* e validação – reflexão) para que, ao término de cada aula, houvesse um tempo de comentários rápidos dos participantes e, se possível, uma reunião no mesmo dia, ou no dia seguinte, para elencar os pontos positivos e negativos e o que deveria ser alterado no planejamento da(s) aula(s) seguinte(s). Ademais, poderiam ser visualizadas algumas partes dos vídeos das aulas para os que não pudessem estar presentes, ou para destacar e relembrar alguns momentos marcantes a serem discutidos durante as reuniões.

5.2 Sujeitos participantes e o desenvolvimento da pesquisa²⁵

O processo formativo desenvolvido na pesquisa foi vivenciado em conexão com uma disciplina de Estágio Curricular Supervisionado III, de um curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública pernambucana. Essa disciplina é voltada para a regência nos anos finais do Ensino Fundamental. Participaram do estudo o docente do Ensino Superior responsável pelo estágio (doravante identificado como o Formador), o professor da Educação Básica, Supervisor do Estágio, e seis discentes da disciplina (aqui chamados de Estagiários).

O Supervisor e o Formador são os mesmos do Estudo Piloto e um dos Estagiários (E1) também participou do Piloto. Percebe-se que este estágio é diferente daquele do estudo piloto, pois não é mais de observação, nem é voltado para o ensino médio. Vimos que o conteúdo do piloto que estava no calendário escolar foi complexo para introduzir com a resolução de problemas e que, provavelmente, um conteúdo dos anos finais do ensino fundamental pode ser mais “simples” de trabalhar dentro do processo. Além da oportunidade de ver os estagiários no lugar do professor lecionando as aulas, o que os leva a um contato com o campo de trabalho e um possível desenvolvimento profissional. A escolha dos

²⁵ Vale ressaltar que, antes de realizar o experimento, a pesquisadora foi em busca de outras três IES no estado da Paraíba, mas não conseguiu realizar em nenhuma delas por falta de disponibilidade ou pelos alunos estagiarem em outras cidades que não a da instituição, ou pelo estágio ser na Educação de Jovens e Adultos, ou, ainda, por falta de interesse do professor-formador.

participantes também foi feita por afinidade e disponibilidade após a pesquisadora apresentar para a turma de Estágio III a proposta do processo formativo que seria realizado em conjunto com o componente curricular.

Neste, continuaremos a chamar o formador de F, supervisor de S, os seis estagiários de E1, E2, E3, E4, E5 e E6, e a pesquisadora de P. Além disso, as duas turmas do 7º ano são da mesma escola X, só que a coleta foi realizada de forma distinta em cada uma. Cabe observar que embora tenhamos observado as aulas de duas turmas (A e B), o foco era a turma B, na qual todas as aulas foram gravadas em áudio e vídeo. Na turma A, P apenas anotou as observações junto com os outros participantes quando estiveram presentes, mas S sempre estava enquanto supervisor.

Sobre a formação e a experiência de prática docente dos participantes, temos: F com 8 anos de experiência entre os anos iniciais, finais e Ensino Superior; com mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, e doutorando do mesmo programa; seis anos como formador de Estágio Curricular Supervisionado, sendo a primeira com o Estágio III nessa instituição; S possui mestrado no mesmo programa que F fez; com pouco mais de quatro anos como professor da Educação Básica nos anos finais e ensino médio; recebendo pela primeira vez estagiários de regência; E1, licenciando do 7º período, com dois anos de experiência em sala de aula no ensino médio; E4, estudante do mesmo período de E1, um ano de experiência no ensino médio e três meses nos anos finais; E5, licenciando do 5º período, com dois anos de experiência em sala de aula nos anos finais e no ensino médio; e E6, também do 5º período com cinco meses de experiência nos anos finais. A maioria dos estagiários participantes iniciou outros cursos de graduação, mas não concluíram.

Para melhor compreender o andamento da pesquisa, a esquematizamos em dois quadros (5 e 6): o primeiro diz respeito à primeira etapa do processo formativo mais o planejamento individual incluso para dados da pesquisa, que inclusive também está presente em Magalhães (2008), e os momentos que foram compartilhados com toda a turma de Estágio III. Além disso, foi enviado um formulário (Apêndice G) no Google, preenchidos ao longo do processo de acordo com a disponibilidade de cada participante para saber sobre a formação, experiência de prática docente e expectativa do estudo; o segundo quadro remete às segunda e terceira etapas do processo com o acréscimo das entrevistas (Apêndice F) individuais que achamos necessárias para perceber outros aspectos que impactaram a formação e a prática profissional dos participantes. No piloto, propomos um questionário escrito a respeito do estudo, entretanto os participantes preferiram comentar oralmente. Por

isso, a necessidade de fazer essas entrevistas para que cada um, individualmente, respondesse algumas questões sobre a pesquisa e o quanto influenciou em suas vidas profissionais.

Quadro 5: Desenvolvimento da primeira etapa da pesquisa

Datas/Duração	Atividades
13.03.2018	Turma de Estágio III de uma universidade pública pernambucana Breve apresentação do processo formativo (JK e ED) para convidar os estagiários
03.04 55min	Turma de Estágio III Apresentação do processo formativo (JK e ED) e do guia sistematizado (Apêndice D) com as orientações para o planejamento da sequência didática e discussão sobre a mesma a pedidos de F para auxiliar os estagiários que não estavam participando da pesquisa
12.04 99min	Presentes: E1, S, F e P Apresentação e discussão do plano de aula individual de E1 Leitura e reflexão sobre os documentos curriculares a respeito de comprimento, área e volume
17.04 77min	Turma de Estágio III Apresentação e discussão dos planos de aula de E2 e E3 na aula de Estágio
24.04 70min	Turma de Estágio III Apresentação e discussão do plano de aula de E1 e dos recortes dos documentos curriculares – BNCC e PCN
Datas/Duração	Atividades
03.05 93min	Presentes: E1, S e P (E2 enviou sua análise de um livro pelo <i>WhatsApp</i>) Leitura e discussão dos livros didáticos e pesquisas levados por todos
08.05 77min	Presentes: E1, E4, E5 e E6 Reunião entre estagiários para início do planejamento da sequência didática
10.05 115min	Presentes: E1, S, F e P Apresentação de E1 do plano dos estagiários para a primeira aula e discussão com todos
17.05 92min	Presentes: E1, E4, S e P Discussão dos livros didáticos para retomar o início do plano de aula que escreveram e o planejamento da sequência
22.05 102min	Presentes: E1, E4, E5, S, F e P Apresentação e discussão do planejamento da sequência
22.05 35min	Presentes: E1, E4 e E5 Discussão sobre os temas de cada encontro

Fonte: Autoria própria.

Anterior às análises preliminares, P propôs a E1, E2 e E3 (estagiários que aceitaram inicialmente) a elaboração de um plano de aula individual sobre um conteúdo dentro das G&M, baseado no sumário do livro didático da escola X e a partir de uma foto enviada pelo grupo do *WhatsApp*. O propósito era compreender a ideia de plano de aula que cada um possuía, quais os conhecimentos iniciais que possuíam sobre o conteúdo, o ensino e a aprendizagem deste. Essa visão inicial pode servir de baliza para pensar que aportes as

análises preliminares trazem para o refinamento das propostas iniciais elaboradas pelos futuros professores sobre como abordar os conteúdos do campo das grandezas geométricas e suas medidas no nível de ensino em foco. Percebe-se que a distância entre o dia do convite (13.03.2018) e o dia da apresentação (12.04) é de quase 1 mês devido à necessidade de organização dos documentos para o estágio na escola X.

Após isso, demos início à primeira etapa das análises preliminares, concepção e análise *a priori* (estudo e planejamento), que consistiram no quadro teórico relativo ao ensino e à aprendizagem das Grandezas e Medidas com foco nas grandezas de comprimento e área, que encaixou no que P queria e no calendário escolar que é de suma importância para o seguimento do Estágio. A princípio, a grandeza volume estava inserida no calendário escolar, mas o tempo não era suficiente para trabalhar as três grandezas.

Ocorreram as reuniões de estudo e planejamento (Quadro 5) com todos ou alguns dos participantes e, também, só com os estagiários, presenciais e online, sem a presença da pesquisadora. Para toda a primeira etapa (construção das situações-problema), foi utilizado o mesmo guia (Apêndice D) apresentado para a turma de Estágio III, que questionava sobre as concepções iniciais dos alunos, os obstáculos a superar, as metas de aprendizagem, a elaboração da sequência didática, a organização da sala de aula e a avaliação. Um guia prático com uma linguagem acessível a todos, com elementos essenciais da TSD baseada na ED e que possui semelhanças com a ideia da JK.

Nota-se que a presença de E4, E5 e E6 só aparece a partir da reunião do dia 08.05.2018. Isso ocorreu pelo fato de que, no dia 03.05, E1 comentou que outro estagiário estaria junto com ele na turma e que mais dois estariam na outra turma do 7º ano, sob a supervisão de S. Então, como sugestão e acordo entre todos (P, S e E1), decidimos que seria mais proveitoso convidá-los para participarem da pesquisa e, conseqüentemente, para as duas turmas terem acesso ao mesmo planejamento. Do mesmo modo, percebe-se que E2 e E3 não estiveram presentes nas reuniões, nem realizaram o estágio na escola X por falta de viabilidade e disponibilidade.

Antes de partir para as próximas etapas, segue o quadro 4 com as datas, durações e atividades realizadas em cada momento.

Quadro 6: Desenvolvimento das segunda e terceira etapas da pesquisa

Datas/Duração	Atividades
04.06 93min	Presentes: E1, E4, E5, E6, S e P 1º encontro nas duas turmas: medição e comprimento e pequena reflexão

04.06 92min	Presentes: E1, E4, E5, E6, S e P Reflexão sobre o 1º encontro
05.06 137min	Presentes: E1, E4, E5, E6, S e P Continuação do planejamento para o segundo encontro
06.06 90min	2º encontro do 7º A Introdução ao perímetro
07.06 110min	Presentes: E1, E4, S e P 2º encontro do 7º B: introdução ao perímetro e pequena reflexão
07.06 243min	Presentes: E1, E4, E5, S e P Reflexão do 2º encontro e continuação do planejamento do 3º encontro
11.06 110min	Presentes: E1, E4, E5, E6, S e P 3º encontro nas duas turmas: perímetro
13.06 90min	4º encontro do 7º A Introdução à área
14.06 113min	Presentes: E1, E4, S e P 4º encontro do 7º B: introdução à área, dissociação de perímetro e área, e pequena reflexão
18.06 100min	Presentes: E1, E4, E5, E6, S e P 5º encontro nas duas turmas: dissociação de perímetro e área, fórmulas e pequena reflexão
19.06	Entrevistas dos estagiários
28.06 240min	Reflexão final e entrevistas com S e F

Fonte: Autoria própria.

A segunda etapa da experimentação (observação e coleta de dados) foi realizada por uma dupla de estagiários diferente em cada turma (A – E5 e E6; B – E1 e E4) e a observação por parte do professor supervisor e da pesquisadora, pois o formador estava disponível para a primeira e última etapa. Para que a observação fosse feita com profundidade, foi necessária a imersão de todos no planejamento para compreenderem cada movimento nas aulas, perceberem a interação dos sujeitos com os problemas propostos, o desenvolvimento em cada um deles e analisarem o rigor do conhecimento construído e discutido pelos futuros professores. A orientação da observação era perceber se o que foi planejado estava acontecendo buscando entender o que foi modificado.

A construção dos planos de aula não foi feita conforme o esperado, pois os estagiários não escreveram, apenas iniciaram o do primeiro encontro. Assim, esses planos foram reduzidos às apresentações de slides montadas para as aulas. Veremos quais aspectos, além do tempo como no piloto, intervirem nesse ponto chave da JK. A quantidade de aulas foi de 10 horas/aula, estabelecida no estágio, articulando o processo com as particularidades do componente curricular. Como todas as aulas eram geminadas, a sequência foi composta de cinco encontros, de duas horas/aula cada.

Na terceira etapa (análise *a posteriori*: reflexão pós-aulas e replanejamento), discutiu-se com todos os participantes quais os pontos positivos e negativos e como modificar estes, replanejando o que fosse necessário, tendo em vista que estes planejamentos poderiam servir para outros alunos. Foi extremamente importante o *feedback* de S aos futuros professores e, algumas vezes, da pesquisadora, confrontando a análise *a posteriori* com a análise *a priori* em busca de uma validação dos dados. Como é possível ver no Quadro 6, após os dois primeiros encontros e no quinto, foi possível ter pequenas reflexões e reuniões em outro horário no mesmo dia sobre os dois primeiros. O motivo foi a falta de disponibilidade de S e de alguns estagiários.

Como previsto, visualizamos algumas partes dos vídeos das aulas de forma que os participantes pudessem apresentar suas notas de observação e discuti-las. E considerando a limitação de tempo dos participantes, foi preferível assistir trechos. Além disso, como o formador não pôde estar presente nas aulas, foi interessante ele assistir para entender melhor as discussões.

P realizou entrevistas (Apêndice F) semiestruturadas individuais para analisar as contribuições desse processo formativo para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática em relação ao campo das Grandezas e Medidas no olhar de cada participante, focando no ensino e na aprendizagem das grandezas área e comprimento, e refletindo sobre o processo.

Essa limitação da disponibilidade apontada no estudo piloto permeou o experimental e é destacada em algumas das pesquisas no terceiro capítulo (BEZERRA, 2017; PONTE et al., 2016). Embora se tratando do estágio, foi mais perceptível a dificuldade de os estagiários participarem do que os próprios professores (formador e supervisor).

5.3 Coleta e produção dos dados

O material empírico analisado foi o planejamento individual dos estagiários; as apresentações elaboradas para as aulas contendo os problemas e questionamentos sobre o conteúdo; as gravações em áudio e vídeo; as anotações e observações discutidas em cada momento; as entrevistas individuais; e, todas as transcrições dos dados.

Para essas gravações, a pesquisadora pediu a permissão dos participantes através de termos de consentimento (Apêndice C) dos participantes e dos responsáveis para o caso dos

alunos de um dos 7º anos (Apêndice C – também utilizados no estudo piloto). Foram utilizadas duas câmeras, uma de vídeo digital e outra de um *tablet*.

Outro grupo no *WhatsApp* foi criado para facilitar a comunicação entre os participantes, marcar/desmarcar reuniões, compartilhar alguma informação sobre as aulas e troca de materiais por e-mail. Os estagiários também utilizaram o *Skype*, mas esses momentos não foram gravados infelizmente. O papel da investigadora foi o mesmo do estudo piloto.

No próximo tópico, exploramos algumas considerações sobre o ensino e a aprendizagem das Grandezas e Medidas, abordando um pouco sobre a aparição nos documentos curriculares, a força que vem ganhando na Educação ao longo dos anos, assim como as dificuldades existentes.

5.3.1 Considerações sobre ensino e aprendizagem de Grandezas e Medidas

Desde a década de 1990, os documentos curriculares têm voltado um pouco mais da sua atenção para o ensino das Grandezas e Medidas, com base em razões, tais como os “usos sociais, com suas utilizações nas técnicas e nas ciências; as conexões com outras disciplinas escolares; e as articulações com outros conteúdos da Matemática” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 168). O sentido de ensinar as Grandezas e Medidas está relacionado com a forte presença no nosso cotidiano e em outros campos da Matemática, desenvolvendo as capacidades de visualização, manipulação, comparação, estimativa etc. Entretanto, os mesmos autores afirmam que os conteúdos pertencentes a este campo ficavam no final do ano letivo, seja por causa do livro didático ou pela desvalorização dada pelos professores e/ou alunos, o que acarreta nem sempre serem trabalhados em sala de aula.

As Grandezas e Medidas nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) estão inseridas em todos os ciclos do Ensino Fundamental, como um dos blocos de conteúdos. Nos Parâmetros, enfatiza-se a importância desse bloco pelo fato de “proporcionar aos alunos experiências que permitam ampliar sua compreensão sobre o processo de medição e perceber que as medidas são úteis para descrever e comparar fenômenos [...] desperta o interesse dos alunos” (BRASIL, 1998, p. 69). Para uma tomada de decisões a respeito do ensino de Grandezas e Medidas, deve-se ter, evidentemente, clareza de seu papel no currículo, além da reflexão de como o aluno constrói o conhecimento matemático a partir deste campo.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017) explicita que a expectativa para os anos finais do Ensino Fundamental é a de que:

os alunos reconheçam comprimento, área, volume e abertura de ângulo como grandezas associadas a figuras geométricas e que consigam resolver problemas envolvendo essas grandezas com o uso de unidades de medida padronizadas mais usuais. Além disso, espera-se que estabeleçam e utilizem relações entre essas grandezas e entre elas e grandezas não geométricas, para estudar grandezas derivadas como densidade, velocidade, energia, potência, entre outras. Nessa fase da escolaridade, os alunos devem determinar expressões de cálculo de áreas de quadriláteros, triângulos e círculos, e as de volumes de prismas e de cilindros. (BRASIL, 2017, p. 271 - 272).

Nos Parâmetros Curriculares para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (2012), as Grandezas e Medidas aparecerem desde o 1º ano até o 12º ano, que corresponde ao 3º ano do ensino médio (Quadro 7). E, ao longo dos anos, o estudo fica mais aprofundado de acordo com os conhecimentos que vão sendo construídos.

Quadro 7: Expectativa das Grandezas e Medidas de acordo com o ano de escolaridade

Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Tempo.												
Comprimento.												
Massa.												
Capacidade.												
Sistema monetário.												
Relações entre unidades de medida.												
Medições.												
Área.												
Perímetro.												
Volume.												
Temperatura.												
Ângulos.												
Grandezas compostas.												
Fórmulas para medida de áreas.												
Fórmulas para medida de volumes.												

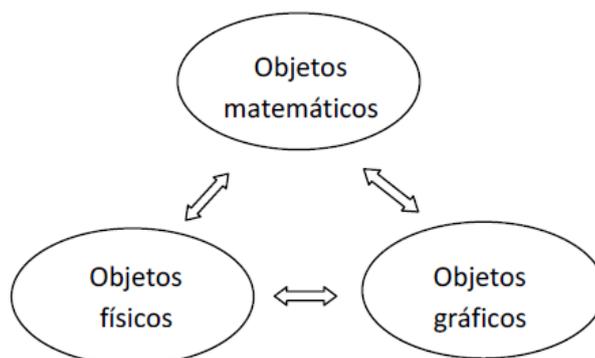
Fonte: Pernambuco (2012, p. 47)²⁶.

²⁶ A cor branca indica que a expectativa não precisa ser objeto de intervenção pedagógica naquela etapa de escolarização, pois será trabalhada posteriormente; a cor azul clara indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve começar a ser abordada nas intervenções pedagógicas, mas sem preocupação com a formalização do conceito envolvido; a cor azul celeste indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) uma expectativa deve ser abordada sistematicamente nas intervenções pedagógicas, iniciando-se o processo de formalização do conceito envolvido; a cor azul escura indica o(s) ano(s) no(s) qual(is) se espera que uma expectativa seja consolidada como condição para o prosseguimento, com sucesso, em etapas posteriores de escolarização (PERNAMBUCO, 2012, p. 45).

A grandeza comprimento está inserida do 1º ao 12º ano e, a partir do 2º ano, os alunos começam a se familiarizar com perímetro. Percebe-se que a inserção do uso de fórmulas para medida de áreas é a partir do 8º ano, mas, desde o 2º ano, essa grandeza deve estar presente em sala de aula.

Lima e Bellemain (2010) argumentam também que há dificuldades persistentes na aprendizagem de conteúdos desse campo, não só pelas lacunas no ensino, mas também pela complexidade conceitual do campo. Essas dificuldades podem ser superadas a partir de atividades que trabalhem os conceitos matemáticos junto aos objetos físicos e às representações gráficas, tanto no estudo da Geometria, quanto das Grandezas Geométricas. Com isso, temos três tipos de objetos:

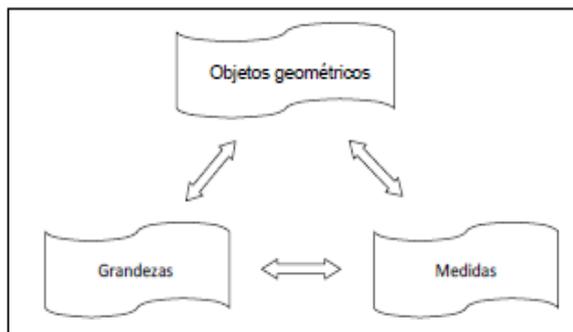
Figura 13: Três tipos de objetos



Fonte: Lima e Bellemain (2010, p. 172).

Para simplificar, denomina-se qualquer um deles de objeto geométrico quando está ligado a uma grandeza e quando esta, por sua vez, pode ser medida, assim formando um novo tripé:

Figura 14: Três domínios das grandezas geométricas



Fonte: Lima e Bellemain (2010, p. 173).

Um mesmo objeto pode ser associado a várias grandezas e em vários objetos podemos considerar uma mesma grandeza. Uma forma de comparar grandezas é por meio da medição e da comparação entre os resultados obtidos (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Além disso, podemos estimar medidas. Atividades que envolvem esses objetivos estimulam o aluno a compreender melhor as grandezas. Lima (2007) apresenta outras atividades importantes para propor aos alunos: transformações sobre as figuras e seus efeitos sobre as grandezas geométricas em causa; dissociação entre a grandeza e a sua medida; comparação de grandezas: sem medição, com medição e com o uso de fórmulas; medição de grandezas: com unidades de medidas não convencionais, mudança de unidades, unidades convencionais; dissociação área/perímetro, volume/massa; e produção de figuras geométricas com propriedades específicas relativas a comprimentos, áreas ou volumes.

Nos anos finais do EF, “é preciso retomar as experiências que explorem o conceito de medida. Por exemplo, para medir o comprimento de um objeto, o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto” (BRASIL, 1998, p. 129).

Podem-se também abordar aspectos históricos e relativos à pluralidade cultural no ensino das grandezas, pois compreender como diferentes civilizações mediam contribui para atribuir significado ao processo de medição.

Nesta pesquisa, iremos discutir sobre duas grandezas geométricas: comprimento e área.

5.3.2 Comprimento e área

Antes de nos aprofundar sobre comprimento, perímetro e área, enfatizamos o que os PCN e a BNCC discutem para os anos finais do EF. Nos PCN, os conteúdos conceituais e procedimentais previstos são:

- Reconhecimento de grandezas como comprimento [...] e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria.
- Cálculo da área de figuras planas pela decomposição e/ou composição em figuras de áreas conhecidas, ou por meio de estimativas.
- Estabelecimento de conversões entre algumas unidades de medida mais usuais (para comprimento, massa, capacidade, tempo) em resolução de situações-problema.
- Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfícies planas (limitadas por segmentos de reta e/ou arcos de circunferência).

[...]

- Cálculo da área da superfície total de alguns sólidos geométricos (prismas e cilindros).
- Análise das variações do perímetro e da área de um quadrado em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos cartesianos para representar essas interdependências.
- Estabelecimento da relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo. (BRASIL, 1998, p. 73-74-89-90)

Ressalta-se neste último ponto sobre a diferença entre o comprimento do lado e da diagonal do quadrado, erro frequente apontado por Ferreira (2010) em sua dissertação e em várias pesquisas que cita, como um teorema-em-ação falso utilizado pelos alunos.

É importante destacar que o uso de fórmulas, não é prioridade no 7º ano, nível de escolaridade em foco nesse estudo. “As fórmulas têm um papel importante na resolução de problemas matemáticos, mas, para que cumpram esse papel a contento, é preciso que os alunos sejam capazes de utilizá-las com compreensão” (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 187). A BNCC também confirma sobre o uso de fórmulas em uma de suas habilidades. Mostra-se abaixo no Quadro 8 os objetos de conhecimento e as habilidades para os anos finais do EF da BNCC.

Quadro 8: Objetos de conhecimento e habilidades

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Problemas sobre medidas envolvendo grandezas como comprimento, massa, tempo, temperatura, área, capacidade e volume.	(EF06MA24 ²⁷) Resolver e elaborar problemas que envolvam as grandezas comprimento, massa, tempo, temperatura, área (triângulos e retângulos), capacidade e volume (sólidos formados por blocos retangulares), sem uso de fórmulas, inseridos, sempre que possível, em contextos oriundos de situações reais e/ou relacionadas às outras áreas do conhecimento.
Plantas baixas e vistas aéreas.	(EF06MA28) Interpretar, descrever e desenhar plantas baixas simples de residências e vistas aéreas.
Perímetro de um quadrado como grandeza proporcional à medida do lado.	(EF06MA29) Analisar e descrever mudanças que ocorrem no perímetro e na área de um quadrado ao se ampliarem ou reduzirem, igualmente, as medidas de seus lados, para compreender que o perímetro é proporcional à medida do lado, o que não ocorre com a área.

²⁷ EF06, EF07, EF08 e EF09 são habilidades a serem desenvolvidas nos anos finais do Ensino Fundamental.

OBJETOS DE CONHECIMENTO	HABILIDADES
Problemas envolvendo medições.	(EF07MA29) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, reconhecendo que toda medida empírica é aproximada.
Equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros.	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros.
	(EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas.
Medida do comprimento da circunferência.	(EF07MA33) Estabelecer o número π como a razão entre a medida de uma circunferência e seu diâmetro, para compreender e resolver problemas, inclusive os de natureza histórica.
Área de figuras planas. Área do círculo e comprimento de sua circunferência.	(EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.
Unidades de medida para medir distâncias muito grandes e muito pequenas. Unidades de medida utilizadas na informática.	(EF09MA18) Reconhecer e empregar unidades usadas para expressar medidas muito grandes ou muito pequenas, tais como distância entre planetas e sistemas solares, tamanho de vírus ou de células, capacidade de armazenamento de computadores, entre outros.

Fonte: Adaptado com os dados da BNCC (BRASIL, 2017).

O comprimento é uma grandeza geométrica que, geralmente, é associada a objetos geométricos retilíneos. Entretanto, os objetos geométricos que têm comprimento podem ser curvas abertas ou fechadas, sejam elas segmentos de retas, linhas poligonais abertas, polígonos, ou não. Lima e Bellemain (2010) abordam que uma forma de medir concretamente o comprimento de uma curva é decalcá-la com fita de papel ou barbante e depois retificá-lo.

Complementando, os pesquisadores acima chamam a atenção que considerar o perímetro como a soma dos comprimentos dos lados de uma figura faz sentido no caso dos

polígonos, mas leva a uma redução indesejável do conceito de perímetro. Por isso apoiam considerar o perímetro como o comprimento de uma curva fechada ou do contorno de uma região, o que inclui os polígonos, mas não se restringe a essas figuras.

Destacam ainda que, geralmente, o perímetro é trabalhado separadamente da grandeza área, o que pode acarretar em erros e dificuldades por parte dos alunos na dissociação entre perímetro e área.

Algumas dificuldades conceituais de aprendizagem e erros sobre a área e suas relações com o perímetro foram investigadas desde a década de 1980 pelas pesquisadoras francesas Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian:

A superfície unitária sendo uma superfície com certa forma faz com que a possibilidade de medida de uma superfície dependa de S ser efetivamente ladrilhável com elementos daquela forma. Assim, os alunos encontram dificuldade para exprimir a área de um triângulo em cm^2 (centímetros quadrados) dada a impossibilidade de cobri-lo com número finito de quadrados.

A área é ligada à superfície e não se dissocia de outras características dessa superfície:

- Se o perímetro de uma superfície se altera; sua área também (e reciprocamente).
- Se duas superfícies têm o mesmo perímetro, elas têm a mesma área.
- Estende-se o uso de certas fórmulas a situações em que elas não são válidas: por exemplo, produto das duas “dimensões” para obter a área de um paralelogramo ou o produto das três “dimensões”, no caso de um triângulo. (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 394)²⁸

Ferreira (2010, p. 26) observa que esses erros e dificuldades levaram as pesquisadoras a compreenderem que a “aprendizagem Matemática está associada à aprendizagem de diferentes representações de um mesmo conceito, e que uma situação Matemática deve ser tratada em diferentes quadros”.

A observação de erros e dificuldades de aprendizagem conduziu Douady e Perrin-Glorian (1989) a elaborar e testar uma Engenharia Didática ancorada nas seguintes hipóteses:

O desenvolvimento, no ensino, do conceito de área enquanto grandeza permite aos alunos estabelecer as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico [...] uma identificação precoce demais entre grandezas e números favorece o amálgama de diferentes grandezas (no caso, comprimento e área) (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p. 395-396)²⁹.

²⁸Apêndice B.

²⁹ Apêndice B.

As pesquisadoras concluíram que, para construir a noção de área como grandeza, é necessário distinguir área e superfície, liberando a área da forma, compreendendo que duas superfícies de formas diferentes podem possuir áreas iguais e, diferenciar área de número, pois uma superfície pode ter medidas diferentes de acordo com a unidade de medida escolhida, apesar de a área ser a mesma. Ou seja, sob a ótica de Douady e Perrin-Glorian, a abordagem do conceito de área parte de três quadros: geométrico, que remete a superfícies planas; numérico, que se refere às medidas das áreas das superfícies planas, números reais positivos; e, da grandeza, neste caso, a área.

Pesquisas posteriores (BALTAR, 1996; FERREIRA, 2010) expandiram essas hipóteses e conclusões para os estudos de comprimento e perímetro.

Da mesma forma que “um par (número, unidade de área) é uma maneira de designar uma área, a qual é considerada como uma classe de equivalência de superfícies” (BELLEMAIN, 2004, p. 4), o perímetro pode ser designado com um par (número, unidade de comprimento).

Em sua tese, Baltar (1996) mostrou que, de acordo com avaliações em grande escala naquele momento, dois dos pontos de maior fracasso no currículo francês no nível equivalente ao 6º e 7º ano, no Brasil, relacionam-se à aprendizagem das grandezas geométricas: o cálculo sobre grandezas (entre outros, áreas e volumes) e a utilização das unidades de medidas. Apoiada na proposta de Douady e Perrin-Glorian, ressaltou a importância de abordar a área como uma grandeza e evidenciou a pluralidade de sentidos envolvidos na distinção entre área e perímetro. Também investigou usos possíveis das fórmulas de área.

Uma pesquisa convergente com essas ideias sobre as fórmulas de área é a de Teles (2007, p. 266), que conclui em sua tese que:

um estudo sobre a construção do significado das fórmulas de área em livros didáticos para as séries finais do Ensino Fundamental mostrou que a abordagem desse tema, mesmo coleções notoriamente antenadas com os estudos em Educação Matemática são passíveis de elogios e questionamentos. Elogios por incorporarem elementos que favorecem a construção do conceito de área enquanto grandeza e a atribuição de significado às fórmulas, como, por exemplo, a exploração da equivalência de área, por meio da decomposição e recomposição. É importante tratar a grandeza área, sem abordar essencialmente o aspecto numérico.

Ferreira (2010), em um contexto brasileiro, investigou a construção do conceito de área como grandeza e a relação entre esta e o perímetro com alunos do 3º ciclo do Ensino

Fundamental. A pesquisadora verificou que os alunos confundem área e perímetro a partir de respostas a uma atividade de comparação de área de oito figuras.

Que atividades podem auxiliar na dissociação de área e perímetro e na construção de área e comprimento como grandezas? Lima e Bellemain (2010) apontam algumas:

- Trabalhar com os desenhos de figuras iguais em posições diferentes para levar o aluno a refletir sobre suas áreas;
- Utilizar o *tangram* para construir duas figuras diferentes com as sete peças, que embora sejam diferentes, possuem a mesma área, entretanto, os perímetros podem ser diferentes;
- Utilizar uma das peças do *tangram* como unidade de área para medir a área das outras figuras, podendo trabalhar com medidas inteiras ou fracionárias;
- Estimular o aluno a utilizar instrumentos comuns para medir o comprimento ou o perímetro de uma figura como barbante/cordão, lápis, palmo, polegada, passo e, também, com unidades de medida convencionais como centímetro com uso da régua graduada;
- O trabalho com malhas quadriculadas, triangulares, retangulares, hexagonais para compreensão do conceito de área.

Essas atividades permitem que o aluno compreenda que:

- a uma figura geométrica (expressão que será usada aqui para designar tanto um objeto físico, um desenho ou imagem quanto uma figura geométrica bidimensional propriamente dita) podem ser associadas diferentes grandezas e a área é uma delas;
- é possível comparar as áreas de duas figuras geométricas sem precisar recorrer a medições;
- figuras geométricas idênticas (que coincidem por superposição) têm mesma área, mas figuras de mesma área não precisam ser idênticas;
- figuras geométricas compostas de pedaços idênticos dois a dois têm a mesma área;
- figuras geométricas com áreas iguais podem ter perímetros diferentes e figuras com mesmo perímetro não precisam ter a mesma área;
- para medir a área utilizamos unidades de área (os triângulos de uma malha triangular podem representar unidades de área, as quais não precisam ser quadrados);
- quando medimos a área de uma figura usando diferentes unidades o número obtido muda, mas a área não se altera; logo para expressar a área o número não é suficiente, é necessário sabermos qual unidade está sendo usada (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p. 191).

São atividades como essas que esperamos das propostas dos futuros professores (formador e supervisor) no planejamento da sequência didática, com o intuito de que os

alunos construam os conceitos de área e comprimento como grandezas e compreendam os aspectos acima citados.

A partir desse detalhamento dos procedimentos e dessas considerações sobre alguns aspectos do campo das Grandezas e Medidas (mais especificamente das grandezas geométricas comprimento e área), construimos três hipóteses com relação ao processo formativo utilizado para o ensino e a aprendizagem de comprimento e área:

1. O estudo da dissociação de área e perímetro para escolha/elaboração das situações-problema favorece a compreensão de área e comprimento como duas grandezas autônomas para os futuros professores;
2. O estudo e o planejamento de uma sequência didática de modo colaborativo entre professor (supervisor), futuros professores (estagiários) e formador (docente do Ensino Superior responsável pelo Estágio Curricular Supervisionado) permitem uma troca de experiências e aprofundamento do processo de ensino e de aprendizagem de comprimento e área;
3. A reflexão pós-aulas possibilita uma aprendizagem de natureza didática, pedagógica e conceitual por parte dos participantes em relação às grandezas estudadas.

Vamos tomar a primeira como pressuposto, de modo que a sequência didática será elaborada nesse viés. E queremos verificar se as duas últimas se confirmam.

Após o detalhamento sobre os procedimentos metodológicos e algumas considerações sobre o ensino de comprimento e área, o próximo capítulo apresenta resultados relativos a este estudo delineando a sequência planejada e implementada.

6. RESULTADOS RELATIVOS AO PLANEJAMENTO E À SEQUÊNCIA DIDÁTICA IMPLEMENTADA

Conforme explicitado nos procedimentos metodológicos da pesquisa, a primeira etapa do processo formativo tem relação com a primeira etapa da JK (o planejamento das aulas) e com as primeiras fases da ED (a das análises preliminares e a da concepção e análise *a priori* da sequência didática).

Neste capítulo, iremos discutir essa primeira etapa em ordem cronológica, veremos que algumas informações podem parecer repetidas, contudo representam as idas e vindas dentro do estudo e planejamento em que os participantes recorrem às análises preliminares com frequência vinculadas à análise *a priori*. Pretendemos destacar os principais pontos que foram estudados e que conduziram ao planejamento.

6.1 Estudo e Planejamento– Análises Preliminares, Concepção da sequência didática e Análise *a priori* das atividades a serem vivenciadas

O início do processo formativo se dá com o planejamento individual pedido a E1, E2 e E3 sobre um conteúdo de Grandezas e Medidas para os anos finais do Ensino Fundamental, especificamente, abordando um dos temas do sumário (Figura 15) do livro didático utilizado na escola X.

Figura 15: Sumário do livro didático adotado na escola X

CAPÍTULO 4 - Medidas e o dia a dia	
Aprendendo mais sobre medidas	113
Medidas de comprimento	118
Medindo áreas.....	131
Medidas de massa e capacidade	145
Medidas de volume	148
Usando medidas de tempo.....	156
Seção olímpica	162
Verifique se você aprendeu	166

Fonte: Mazzeiro e Machado (2015, p. 7).

Os três estagiários construíram seus planos de aula. Entretanto, E3 construiu um plano de aula sobre um conteúdo de Geometria (triângulos), indicando não ter compreensão sobre o que faz parte do campo das Grandezas e Medidas e E2 propôs um plano sobre o relógio solar, que remete a algo específico sobre a grandeza duração de intervalos de tempo. Considerando que E2 e E3 não continuaram até o final do estudo e que seus planos fugiam do foco da pesquisa, decidimos explorar apenas o plano de aula de E1 que trata sobre perímetro e área.

Antes de E1 apresentar, S, F, P e E1 (presentes nesta reunião) discutiram sobre o campo das Grandezas e Medidas e as ideias que podiam ser exploradas ao longo da sequência didática a ser planejada. Embora ainda fossem debater sobre os documentos curriculares, livros didáticos e pesquisas afins, tudo estava em conformidade com estes.

S fez referência a vários tópicos importantes para o decorrer da primeira etapa, a necessidade de trabalhar medição sem o uso de fórmulas com unidades de medida não convencionais, a dissociação de perímetro e área, e o erro de medição. Nessa mesma linha de raciocínio, E1 respondeu que:

uma das coisas que ele (S) falou agora, a ideia de medir, eu demorei muito para entender, até quando eu estava no Ensino Médio, eu só vim entender mesmo quando comecei a vir para o grupo essa ideia, assim eu tinha intuição, mas, por exemplo, se eu chegar para o menino e disser “Quanto é que mede essa folha aqui? Qual o comprimento dela?”. Aí, ele vai dizer o quê? “Eu preciso de uma régua.” Eu digo, “Não.” Então, eu não preciso de uma régua para medir. Eu pego isso daqui [uma caneta] e consigo medir, fazendo uma aproximação.

É importante ressaltar que E1, S e F fazem parte de um grupo de estudos sobre a didática das grandezas e medidas. Iremos perceber que a fase das análises preliminares provoca o resgate de elementos da didática dos conteúdos estudados, não só pelo que estudarão e discutirão nas reuniões, bem como o que foi estudado anteriormente pelos participantes.

Esse momento de troca de experiências e conhecimentos entre S e E1 é um elemento da JK. Um dos eixos de atuação da formação como parte do desenvolvimento profissional do professor a que Imbernón (2011, p. 78) se refere é “a troca de experiências entre iguais para permitir a atualização em todos os campos da intervenção educacional e aumentar a comunicação entre os professores”. Desde o início do estudo, é notório que esse diálogo flui naturalmente. O fato de E1 e S se conhecerem e terem participado do estudo piloto

influenciou consideravelmente para desenvolver um equilíbrio entre eles e com o F também, visto que cada um se situa em um nível diferente de formação e atuação profissional.

O uso das unidades de medida e instrumentos não convencionais é apontado por Lima (2007) e por Lima e Bellemain (2010) como possíveis ideias para atividades envolvendo Grandezas e Medidas. Da mesma maneira, a BNCC (BRASIL, 2017) menciona a medição sem o uso de fórmulas como S propôs, além de destacar a aproximação, ou seja, a diferença entre medida concreta e medida abstrata, e que toda medição empírica é aproximada (Ensino Fundamental, 7º ano, Matemática, estratégia 29) (BRASIL, 2017).

Até o momento, nessa primeira reunião com S, F e E1 presentes, estávamos apenas comentando sobre o Estágio no 7º ano, sobre o campo das Grandezas e Medidas nos anos finais do Ensino Fundamental, quando S levantou a importância dos documentos curriculares, olhando para o PCPE (PERNAMBUCO, 2012), e comentou sobre o que os alunos das turmas sabem. Além disso, aos poucos, referenciou o plano de aula de E1, compartilhado por e-mail entre os participantes – junto aos planos de E2 e E3 – e que iria ser apresentado logo mais, porém, comparando com o que é de 6º, 7º e 8º anos. Embora o guia³⁰ tivesse sido apresentado e discutido na reunião com a turma de Estágio III, não estava sendo diretamente utilizado para nortear essa discussão, que foi surgindo a partir da experiência e conhecimentos de cada participante.

Outro fator relevante na fala de E1 e que F comenta, em seguida, é a dissociação entre grandeza, medida e objeto. Relembramos que várias grandezas podem ser associadas a um mesmo objeto. Nesse caso, E1 remete ao comprimento e que a medida do objeto pode variar de acordo com a unidade de medida escolhida (LIMA; BELLEMAIN, 2010):

é muito a ideia de dissociar. Não é? A questão da medida, que é um número, da grandeza, a grandeza área da própria figura. Você pedir para ele medir com essa tãpinha essa mesa, aí “Quantas tãpinhas vão ser preciso?”, depois com essa caneta. “Será que o comprimento daqui para aqui mudou ou o que mudou foi a unidade de medida?” Então, é uma coisa que a gente vai trabalhando com eles, para eles saberem que a depender do instrumento que vai ser usado, a medida vai aumentar ou diminuir, mas o comprimento permanece o mesmo, por ser o atributo daquele objeto.

Para além da alusão à dissociação do tripé grandeza, medida e objeto, F menciona a definição de grandeza como atributo de um objeto (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Percebe-se que a complexidade dos conceitos surgiu naturalmente na discussão que antecedeu o

³⁰ Guia baseado na TSD com questionamentos para nortear o processo formativo.

estudo dos documentos. Esse conceito será discutido em outras reuniões com a preocupação dos estagiários em estar acostumados a definir tudo no início das aulas – característica típica da aula tradicional. Assim, a teoria é ressignificada na prática, como alega Nóvoa (2017).

Seguida dessa fala, F apresentou um exemplo de medidas diferentes, encontradas por alunos e um professor de uma turma, para mostrar que o instrumento influencia totalmente no resultado e que isso pode ser utilizado em formato de atividade para trabalhar com os alunos sobre essa dissociação. Isso remete à parte didático-pedagógica do ensino e da aprendizagem das grandezas geométricas e surge com a troca de experiências e conhecimentos dos participantes que são resgatados com a JK e a ED. Esse exemplo de atividade que F apresenta sobre utilizar diversos instrumentos para medir um mesmo objeto aponta mais uma vez para a dissociação entre a grandeza, a medida e o objeto.

Além disso, emerge na discussão o argumento de que é necessário saber o nível de conhecimento dos alunos, quais conteúdos foram trabalhados e como. F recorda bem disso quando fala da presença de S nas reuniões. Toda a discussão estava inserida implicitamente no guia sistematizado (Apêndice D) antes de ser realmente utilizado:

como S falou, vai depender da questão de como está o andamento da turma para poder a gente adequar, melhorar, evoluir... “Ah, não F, eu já trabalhei demais com esses conteúdos aqui, os alunos são os mesmos, eu acho que vai ser ‘desmotivante’ a gente rever as mesmas coisas”. Então, por isso que eu digo, aí vem a questão do professor que está acompanhando para saber se aquilo que está nos parâmetros precisa ser revisto ou vai avançar alguma coisa em relação... “aqui F, a gente já vai entrar com a ideia de trabalhar com o campo algébrico das fórmulas, e aí vamos trabalhar assim”, vai depender do que for – “mas não, a gente ainda precisa trabalhar para que eles observem a invariância da área por decomposição e composição, que trabalhem com diferentes tipos de ladrilho, que seja convencional ou não convencional, a medida para saber a área da figura, para dissociarem a medida da área da área.

Para esse início, os estagiários deveriam ter levado os planos de aula individuais e um estudo dos documentos, E2 e E3 enviaram os planos por e-mail, mas só E1 levou a segunda parte. Antes de escutá-lo, S sugeriu que os estagiários apresentassem os planos de aula para toda a turma de Estágio III, mesmo E1 apresentando nesta reunião. P interveio, concordando com a ideia, e propôs que cada estagiário estudasse uma grandeza nos documentos para adiantar o processo e motivar os estagiários para estudarem estes sem necessitar de tanto tempo por dividir as grandezas. Entretanto, nesse mesmo momento, os professores discordaram.

F: se falar de área, tem que falar de perímetro, por causa da didática.

S: eu acho que assim, uma boa escolha de um planejamento se dá quando a gente tem a liberdade de escolher. O que eu estou querendo dizer? Não estou dizendo que a gente está suprimindo a liberdade de escolher. Mas por exemplo, a gente já delimitou grandezas e medidas, dentro destas a gente já reduziu ainda mais para geométricas. E agora se a gente ainda faz essa subdivisão, vai fazer com que eles acabem, é uma preocupação que eu tenho, se o cara estudou perímetro, a tendência é que ele vá pensar que só precisa ver isso. E há a segunda possibilidade de que eu tinha visto, de que é: há possibilidade de interagir essas grandezas. Então, o que é que acontece? Se você só estuda área, dificilmente ele vai falar da dissociação entre área e perímetro.

A participação de P era sempre mínima, apenas tentando controlar o tempo de cada momento e agilizar o processo para não perder o foco. Mas, no diálogo acima, ao tentar provocar uma dinamização das apresentações, P fez uma sugestão que foi rejeitada por S e F. Embora a proposta fosse trabalhar com a dissociação entre área e perímetro, P não percebia que essa divisão poderia prejudicar a compreensão pelos estagiários das questões em torno dessa dissociação, acarretando em planejamentos baseados em um olhar restrito em relação a cada grandeza.

A liberdade que S quer dar aos estagiários é algo que eles não possuem por inteiro em um estágio de regência e isso também se deve ao fato de ser sua primeira experiência como supervisor. Por isso, F chamou atenção para o fato de que o estagiário deve trabalhar com o conteúdo que está sendo trabalhado em sala de aula, mostrando que a ideia de deixar os estagiários livres é boa, mas é importante não atrapalhar o calendário escolar. O processo inserido no Estágio Curricular Supervisionado requer esses ajustes para que seja realizado sem prejudicar nenhum dos lados.

Dando início a sua apresentação, E1 informou que utilizou dois artigos (ABRAHÃO, 2012; QUEVEDO, 2015) para planejar a aula (Figura 16) e considerou certo nível de conhecimento dos alunos:

tanto é que como vocês viram no plano, eu coloquei uma situação que era justamente se alguns alunos já estiverem sabendo o que significa, por exemplo, que existe uma medida, uma unidade chamada metro quadrado? Mas, será que eles entendem e sabem o que significa o metro quadrado? Então, uma das proposições que eu me referi foi justamente essa, a gente criar um quadrado que tem 1 m de comprimento, e fazer com que eles percebam que a área daquilo ali vai dar 1 m^2 . Então, quando a gente fala o metro quadrado, a gente está levando em consideração aquela ideia de área ali, então a gente queria fazer a construção na aula. Foi isso que eu propus no plano.

E1, primeiramente, confunde os termos medida e unidade de medida, mas corrige logo em seguida, propondo uma situação para perceber se os alunos sabem o significado de m^2 , destacando a compreensão dessa unidade convencional.

Observaremos agora o plano de aula de E1 sobre área e perímetro, contendo uma estrutura com os principais elementos, como o ano de escolaridade, o tema, a quantidade de aulas, os objetivos, a justificativa, a metodologia, os recursos³¹ e a avaliação. Isso mostra a compreensão que possui sobre os componentes de um plano de aula.

³¹ O termo “recurso” é utilizado nesta tese no sentido coloquial, de material didático a ser utilizado em sala de aula, não com o sentido mais amplo e profundo dado por trabalhos como os de Jill Adler, ou aqueles que adoram a abordagem documental, de Luc Trouche e Gislaine Gueudet.

Figura 16: Plano individual de aula de E1

Plano de aula - 7o ano

- Plano de Aula: Área e Perímetros

Série alvo: 7º Ano - Sexta Série

Tema: Grandezas e medidas

Tempo:

4 aulas

Objetivo Geral:

Perímetro e área de figuras planas.

Objetivos Específico:

Resolver situações-problema envolvendo medidas de área e perímetro de figuras planas.

Justificativa:

Aprender a determinar a área e perímetro de figuras utilizando composição e decomposição de figuras é uma necessidade importante para alunos independente de sua classe social ou realidade.

Metodologia:

- Criar a noção intuitiva de área e perímetro através de comparação entre objetos presentes na sala, para estimular o interesse na matéria;
- Utilizando a malha quadriculada desenvolver noções de área e perímetro;
- Resolução, em grupo, de situações que envolvam área e perímetro;
- Cálculo de área e perímetro da construção da planta baixa de uma casa;
- Propor aos alunos fazer o recorte de jornal medindo um metro de comprimento, logo em seguida construir um quadrado que tenha lados medindo um metro, objetivando fixar a noção da expressão "metro quadrado";
- Levar os alunos para medir o perímetro da sala e de demais objetos, para que haja interação e troca de conhecimentos entre os alunos;

Recursos:

Régua, lousa, giz, malha quadriculada, jornal, livro didático e copia da planta baixa da uma casa.

Avaliação:

- 1) Observação do desenvolvimento e participação da atividades dirigidas.
- 2) Em duplas os alunos deverão calcular a área e perímetro das figuras planas que compõem a planta baixa da casa a serem entregues para a correção do professor.
- 3) Devolução da correção da planta baixa da casa, enfatizando os erros e acertos de cada dupla.

Fonte: Autoria de E1.

Percebe-se que, provavelmente, seriam necessárias mais de quatro aulas para realizar o que propõe o plano. O que E1 coloca como objetivo geral não é propriamente um objetivo e sim o conteúdo conceitual em foco. A justificativa se parece mais com um objetivo geral

e com parte da metodologia a ser empregada. Esta, por sua vez, possui diversos tipos de atividades e objetivos, os quais estão dentro do tema, porém não fica claro como se conectam, tampouco como seria feita essa implementação em cada aula. Ainda há uma tentativa de justificativa na parte que inicia com “é uma necessidade...”, entretanto possui um argumento fraco. “Utilizando decomposição e composição” – pode ser visto como parte da metodologia, mas também como parte dos conteúdos procedimentais em estudo.

Apesar das críticas acima, existem vários elementos conceituais e didático-pedagógicos presentes nos artigos estudados por E1 e nos documentos curriculares a serem discutidos³², o que indica a incorporação por E1 dos elementos estudados por ele para planejar suas aulas no plano proposto. A utilização de diversos recursos e tipos de tarefas que contribuem para que o aluno compreenda como medir o perímetro e a área de determinada figura estão presentes no texto de Lima e Bellemain (2010) e nos documentos curriculares.

Após apresentar o plano, E1 destacou alguns pontos em dois documentos (BRASIL, 1998; PERNAMBUCO, 2012):

aí eu fiz o recorte dos dois, eu não fiz da BNCC, mas eu fiz do PCN e do PCPE. Aí no PCN, nos tópicos de grandezas e medidas, ele tem assim “Resolução de situação problema envolvendo grandezas; [...] e as respectivas unidades de medidas, fazendo as conversões adequadas para efetuar cálculos e expressar resultados”. Então, quando eu bati nesse primeiro tópico com o que eu já tinha planejado, deu *check*, ok. Aí “cálculo de área de superfícies planas por meio da composição de figuras por aproximação”. Então, isso daí dá para encaixar no plano, então, beleza. Aí fala aqui também, “Construção de procedimentos para o cálculo de áreas e perímetros de superfície plana limitadas por segmentos de retas e/ou arcos de circunferências”, aí diz aqui também “Cálculo de área de superfícies de sólidos geométricos [...] análise da variação da área e do perímetro de um quadrado, em relação à variação da medida do lado e construção dos gráficos; resolução de situações problemas envolvendo grandezas relacionadas entre outras duas, ou pelo produto; compreensão dos termos do algarismo e erro de medição na utilização dos instrumentos de medida”. E isso daqui eu só fui ver no cursinho. [...] E a última é “estabelecimento da relação entre a medida da diagonal e a medida do lado de um quadrado e a relação entre as medidas do perímetro e do diâmetro de um círculo”. E aí que nessa parte aqui, pelo que eu li rapidamente, isso aqui compete, não é? Aí tem mais uma coisa aqui “competência métrica por meio da relação que leva o aluno a: ampliar e construir noções de medidas pelo estudo de diferentes grandezas, utilizando dígitos significativos para representar medidas, efetuar cálculos e aproximar resultados, de acordo com o grau de precisão que desejar.” E o outro ponto é: “obter e utilizar fórmulas para cálculo”. E eu faço um adendo de: obter e utilizar. Então, eu entendi que

³² Os artigos escolhidos por E1 não são de autoria de pesquisadores do grupo Pró-grandezas, mas um dos textos (ABRAHÃO, 2012) foi trabalhado em atividade do grupo, com sua participação.

quando ele fala esse “obter”, não é simplesmente a gente chegar para o aluno e dizer “olha, a área do triângulo é base x altura”. Então, dá a ideia de que, não, a gente tem que construir alguma coisa para chegar lá.

A leitura dos documentos que E1 faz não é com um olhar apenas de licenciando, mas de estagiário-professor, que está buscando encontrar elementos para fundamentar seu plano de aula. Outra observação é que ele poderia ter estudado os documentos antes de iniciar o planejamento, mas ocorreu o contrário. Nota-se também a quantidade de aspectos relevantes destacados sobre o campo das grandezas e medidas, em especial, a relevância que E1 traz para o termo ‘obter’ a fórmula. Embora no calor do debate ele pronuncie a fórmula da área de um triângulo com erro, pensamos que seu foco era mostrar a importância de promover um caminho para que os alunos construam seus conhecimentos para chegarem às fórmulas, o que é central na didática das grandezas e medidas. S complementou:

a gente está nessa fase de olhar só, depois a gente vai mirar e ir em frente. Mas, eu começo a perceber, pelo menos nessa tua fala, nessa escolha dos tópicos que tu trazes, dos PCN que tem alguns objetivos de aprendizagem que são mais complexos e outros são mais simples, outros que são mais gerais de qualquer situação. Por exemplo: quando ele traz a necessidade de comparar o lado com a diagonal de um quadrado. A gente sabe que se eu for relacionar o comprimento regular com comprimento da diagonal, a gente está falando de um número irracional, e aí, a gente não vai trazer isso no 7º ano.

Com sua experiência como professor, S aponta os diversos níveis de objetivos de aprendizagem que permeiam no plano de E1 e destaca a comparação do comprimento do lado do quadrado com o da diagonal que muitos alunos confundem, como aponta Ferreira (2010) em sua pesquisa. Aos poucos, detalhes como esse que S expôs sobre o que pode ou não ser ensinado foram surgindo. E E1 apresenta os pontos do PCPE dos 6º e 7º anos (PERNAMBUCO, 2012):

e do PCPE do 7º ano, os tópicos deles têm: conhecer diferentes sistemas de medidas padrão, que é quando a gente apresenta as medidas. Utilizar instrumentos de medida para realizar medições: réguas, escalímetro, transferidor, esquadro, trena, relógio, cronômetro, balança, termômetro. Compreender a noção de equivalência entre áreas de figuras planas, comparando-as por meio de composições de figuras, e aí você vê uma intercessão entre o PCPE e o PCN. Resolver e elaborar problemas envolvendo a unidade de medida de ângulos, já que o PCN não trouxe fechando em ângulo. Resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo de medida em perímetro de figuras planas, aí a gente vê na seção 2. Resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo de medida de área de triângulos e paralelogramos, sem utilização de fórmulas. Resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo de medida de área das figuras planas pela composição e decomposição de figuras e áreas conhecidas. [...] Resolver e elaborar problemas envolvendo cálculo e medida de comprimento de

circunferência. Resolver problemas envolvendo cálculos de medida de área das faces de figuras retangulares. [...] E aí esse recorte que eu fiz dos dois artigos que eu utilizei, tomando como base, os dois foram como base para consulta do plano. E, também, junto fiz essas intercessões do PCN e PCPE, o que eles trazem e pode ser abordado. Não sei se eu posso usar “deve” ser abordado. Mas, eles propõem que seja abordado no 7º ano. A diferença grande que a gente sabe entre o PCPE e o PCN é que o PCN só se divide como Ensino Fundamental, iniciais e finais, e Ensino Médio. Já o PCPE não, ele tem para cada ano, 6º ano, 7º ano, 8º.

Esses recortes dos documentos mostram a percepção de E1 quanto ao que pode ser abordado do campo das grandezas e medidas, quando e como, para o 7º ano. O plano individual que ele apresentou possui uma interseção com alguns pontos dos documentos e dos artigos. Nas reuniões seguintes, E1 colaborou com os estagiários (E4, E5 e E6) para terem essa percepção sobre a importância de conhecer os documentos, visto que só participaram a partir do dia 08 de maio de 2018, embora estivessem presentes nas aulas de estágio em que foram apresentados os planos individuais por E2, E3 e E1, respectivamente.

Na reunião do dia 03 de maio de 2018, antes de E1, S e P fazerem uma leitura crítica dos livros didáticos, algumas limitações para o desenvolvimento das 10 horas-aula do Estágio junto com o processo formativo, mas que eram externas a estes, foram levantadas na reunião, como, por exemplo:

S: o problema é que a gente não pode errar. São 10 aulas. Se em uma semana chove e na outra também, aí vai atrasar tudo.

Isso é apenas um exemplo de um fator externo que deve ser considerado quando se faz um estudo envolvendo certa quantidade de horas com um calendário escolar a cumprir.

S disponibilizou os nove primeiros livros didáticos da Figura 17³³, por ter acesso na escola. E1 trouxe “A Conquista da Matemática” (GIOVANNI; GIOVANNI JR.; CASTRUCCI, 2005) digitalizado e, no dia 08.05.18, E3 levou o “Praticando Matemática” (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012). Embora E2 e E3 não tenham participado dessa reunião, E2 enviou alguns áudios com a análise do livro “Projeto Araribá”. O livro “Descobrimos e Aplicando a Matemática” (MAZZIEIRO; MACHADO, 2015) do 7º ano era o utilizado na escola em 2018.

³³ (SOUSA; PATARO, 2015; GAY; SILVA, 2018; CHAVANTE, 2015; IMENES; LELLIS, 2009; DANTE, 2015; BIANCHINI, 2015; SILVEIRA, 2015; ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012; MAZZIEIRO; MACHADO, 2015).

Figura 17: Livros didáticos analisados



Fonte: Autoria própria.

Nota-se que quase todos os livros são do 6º ano por ser um conteúdo, geralmente, abordado neste ano, porém, no livro adotado na escola, o conteúdo em foco na pesquisa está no volume do 7º ano. Até a publicação da BNCC (2017), não havia designação explícita de conteúdos a serem abordados em cada ano de escolaridade, o que provavelmente explica o fato de a coleção adotada na escola trazer o conteúdo em foco na sua pesquisa no 7º ano, enquanto outras coleções também aprovadas no PNLD, submetidas e avaliadas antes da publicação da BNCC, trazerem o mesmo conteúdo nos livros de 6º ano. Além disso, S ressaltou que desde 2017 a escola X, que atua nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, vem recebendo alunos com níveis de conhecimentos matemáticos bastante heterogêneos. Para nivelar todos, os professores escolheram alguns conteúdos para aprofundar no 6º ano e outros foram deixados para o ano seguinte (7º ano). Estando em 2018 com as turmas mais equilibradas e como o conteúdo estava presente no livro adotado pela escola para o 7º ano, isso justificou a escolha de analisar o livro didático do 6º ano. Voltando

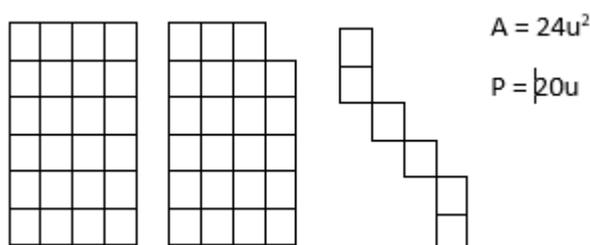
ao campo de estudo, antes de analisar os livros, S sugeriu alguns tipos de atividades para trabalhar a dissociação de área e perímetro que ele utilizou quando foi estagiário:

S: eu lembro que quando eu planejei a aula no meu estágio, foi só perímetro e área. Eu acho que não foi nem no 6º ano, foi 7º ou 8º. Só que ter visto, não, necessariamente, significa que eles viram como a gente tinha planejado. [...] Por exemplo, a gente fez um trabalho de dissociação entre perímetro e área. [...] fez trabalho com poliminós, fez com barbantes. Então, a gente fez uma sequência de aulas pensando bem direitinho na sequência de atividades. E todas essas atividades, a gente encontrou em artigos.

Em vários momentos, S lembrou sua época como estagiário em busca de apresentar sua vivência para contribuir com os participantes, mostrando que nem tudo os alunos estudaram e que existem muitas possibilidades de trabalhar com as grandezas geométricas, utilizando recursos como poliminós, barbantes, jogos, destacando a importância desse subcampo para todos os anos de escolaridade. Todos esses recursos e outros são indicados pelos documentos curriculares e pesquisas sobre o campo do ensino e aprendizagem das Grandezas e Medidas. S continua apresentando um exemplo que lembra um do artigo (ABRAHÃO, 2012) que E1 levou sobre a construção de uma figura, cujo perímetro tem 24 unidades de comprimento, e de outra com 24 unidades de área:

S: um aluno trouxe uma atividade e foi sensacional [...] tinha um quadro quadriculado, a ideia era perceber, por exemplo, suponha que eu tenha essa figura aqui, e eu vou considerar a minha unidade, a área seria 24 unidades de medida ao quadrado. Quando a gente vai ver o perímetro, ou seja, 20 unidades. [...] A gente estava trabalhando e o menino percebeu também. Se eu faço isso aqui, essa nova figura, com certeza eu diminuí a área dela em 1 unidade, mas o perímetro é o mesmo. [...] Você vai apagando, mas a figura continua o mesmo perímetro e a área vai sumindo. [...] Então, assim, essa é uma das atividades que pode aparecer se a gente está querendo trabalhar essa questão da dissociação de perímetro e área, existem muitas atividades como essa. Sabe onde a gente pode procurar também? Nas provas de seleção.

Figura 18: Representação ilustrativa do exemplo dado por S no quadro



Fonte: Autoria própria³⁴.

³⁴ Essa ilustração é a reprodução daquelas desenhadas por S no quadro, mas como a imagem não estava nítida, resolvemos redesenhá-las.

Esse é um exemplo bastante curioso e interessante porque mostra uma das possibilidades de dissociação entre perímetro e área de uma forma clara e dinâmica. Este foi um ponto discutido e relevado pelos professores participantes e que despertou a vontade dos estagiários de colocar na sequência didática para colaborar com o ensino e a aprendizagem dessas grandezas (LIMA, 2007). Lembramos o que Douady e Perrin-Glorian (1989) afirmaram sobre trabalhar o conceito de área enquanto grandeza para que os alunos (e aqui acrescentamos todos os participantes do estudo), identifiquem relações entre grandezas e números e, logo, os diferenciem.

Além disso, S relewa e compartilha sua experiência e conhecimento enquanto estagiário, lembrando o que utilizou que pode ser útil para os estagiários e o que aprendeu também. Novamente, são elementos da JK – exposição o sobre a prática profissional de S desde seu estágio e da ED – conhecimento que foi construído tanto conceitual, didático e pedagógico - que emergiram a partir da análise dos livros didáticos – outro elemento que faz parte da primeira etapa estudo e planejamento. Essa é a atitude investigativa de receber o *feedback* do supervisor, aprender a escutar as ideias dos alunos durante as aulas, profissionalizar-se como professor (PIMENTA; LIMA, 2010; NÓVOA, 2017).

No dia 08 de maio de 2018, os estagiários E1, E4, E5 e E6 se reuniram entre eles para dar início ao planejamento da sequência didática. Relembramos que E4, E5 e E6 não participaram das reuniões antes disso e, portanto, não fizeram o plano individual de aula, nem estiveram presentes nas discussões sobre os documentos curriculares e sobre os livros didáticos. E1 comentou o que já tinham estudado e o que iriam fazer na pesquisa vinculada ao estágio. Neste dia, eles trabalharam apenas com um livro didático, o livro “Praticando a Matemática” (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012), pois era o único de que dispunham no momento da reunião.

Recordamos que o guia (Apêndice D) utilizado para nortear o processo formativo questiona quando os conteúdos aparecem nos documentos curriculares, como são apresentados nos livros didáticos e que problemas estão relacionados. Assim, os participantes estavam tentando perceber se os livros estavam de acordo com os documentos e como se dava a abordagem de cada conteúdo que estava sendo estudado.

Figura 19: Exemplos de Grandezas e Medidas em notícias de jornais.

Medidas

1. O que é medir?

Veja, ao lado, várias situações que envolvem medidas. Em todas elas temos um número acompanhado de uma unidade de medida.

Medir é comparar. A unidade de medida é o padrão com o qual comparamos o que queremos medir.

A medida depende da unidade utilizada.

Vamos medir o segmento AB.

Acompanhe:



Usando o comprimento \underline{u} como unidade de medida, temos $AB = 5 u$.

Usando o comprimento \underline{d} como unidade de medida, temos $AB = 2,5 d$.



Fonte: Andrini e Vasconcellos (2012, p. 237).

A imagem do livro destaca diversas grandezas no cotidiano da sociedade (BRASIL, 1998; LIMA; BELLEMAIN, 2010) com os recortes dos jornais. A pergunta ‘o que é medir?’ desperta curiosidade nos estagiários e nos leitores, mas, ao mesmo tempo, remete à necessidade de definir o conteúdo na sua introdução. Nos PCN (BRASIL, 1998), incentiva-se a exploração dos procedimentos de medição, nos anos finais do Ensino Fundamental, a partir da resolução de problemas, o que converge com as recomendações da JK e da ED, compreendendo assim que “para medir o comprimento de um objeto, o aluno precisa saber quantas vezes é necessário aplicar uma unidade previamente escolhida nesse objeto” (BRASIL, 1998, p. 129), comparar e contar. O livro adota a comparação como definição, mas seu exemplo mostra que há essa contagem. A dissociação entre unidade de medida, medida, objeto e grandeza também é perceptível com o exemplo dado. E5 iniciou a reunião comentando sobre a relação das grandezas com o cotidiano e E4 complementou:

E5: então, eu curti essa ideia aqui, você apresentar coisas do dia a dia, percurso São Silvestre 15 km tal, coisas do dia a dia para poder dar aquele

“despertamento” do que é que a gente vai dar na aula de hoje. E ele fez questão de dar várias, porque aqui está volume, aqui está metros...

E4: aqui está volume, aqui está área, aqui é peso, aqui temperatura e distância... [...] Como ele falou de unidade aí, aí ele sai mostrando as unidades [...] é onde estão os termos que os alunos são recorridos a ver, mesmo não sabendo ou estudando aquilo, eles sabem o que é uma tonelada de alguma coisa.

E1: porque está no conhecimento empírico deles aí, querendo ou não, eles já têm contato com isso, mesmo que...

E4: só não tem sistematizado.

E5: então, acompanhe... então, ele sai dividindo aqui em pedacinhos de mesmo...

E6: mesma medida...

E4: ou não. Assim, é a mesma medida ‘d’ só que ele não está dividido...

E6: certinho. Ele faz a relação aqui [aponta para o livro], ele diz que AB é 2,5 d e aqui AB é 5 u, aí ele consegue dividir certinho.

E1: uma das coisas que... tipo, essa atividade ela já mostra e ela já vem logo no início, que é massa e é bom destacar, tudo o que vocês falaram também, mas que está nos documentos que é apresentar diferentes unidades de medida que sejam convencionais ou não. Então, aí é um exemplo, não é? Esse ‘d’ e esse ‘u’ aí, a gente não sabe o que é, é uma unidade não convencional que está sendo apresentada para os alunos.

E4, E5 e E1 destacaram o fato de resgatar a presença das grandezas no cotidiano de todos e que estava presente no livro. E6, lendo o exemplo, chamou atenção para as diferentes unidades de medida de comprimento como ‘d’ e ‘u’. E1 ressaltou a interseção sobre o que estava sendo trabalhado no livro e nos documentos oficiais, especialmente, com relação às unidades de medida não convencionais.

E5 continuou com a leitura do livro (Figura 20) e surgiu uma questão entre os estagiários. O exemplo abaixo utiliza uma balança de dois pratos, comum em feiras, e remete à comparação para medir a massa das frutas, situação presente no dia a dia das pessoas e cuja exploração é recomendada pelos documentos curriculares (BRASIL, 1998; 2017) e várias pesquisas (LIMA, 2007; LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Figura 20: Exemplo do livro *Praticando Matemática*



« Se quero medir uma massa, comparo-a com outra massa
torçada como unidade de medida.

Fonte: Andrini e Vasconcellos (2012, p. 237).

E1: se tiver equilíbrio...

E5: é que as duas massas são iguais.

E1: agora uma coisa que fica muito implícita é que você precisa conhecer uma das massas.

E5: isso.

E6: mas a ideia aqui é saber que isso aqui [apontando para os “cilindros”³⁵ de um lado da balança] é igual a isso aqui.

E5: a ideia dele [E1] é que, necessariamente, eu preciso saber pelo menos aqui... [aponta para o cilindro]

E1: necessariamente, você precisa saber ou quanto pesa uma goiaba ou quanto pesa cada cilindro desse.

E4: mas aí é que está, a graça não é saber o quanto pesa [...] é você impor que aquele peso vai valer... aquele peso eu vou comparar todos os outros. Tipo, eu não sei quanto pesa aquilo ali, mas eu sei que tantas [...] goiabas pesam um tanto disso aqui [apontando para os cilindros]. Ou seja, três goiabas equivalem a um e meio (1,5) disso aqui. [...] É, enfim, aí, tipo, dado aquele padrão, você consegue comparar aquele padrão com todos os outros, aí é por isso que ele fala que medir é comparar, porque você tá pegando um cara que você já conhece comparando com todos os outros.

E5: é a mesma coisa que fazer aquilo ali [cilindros] igual a u, então se eu dobrar aquilo [goiaba] ali, eu vou ter 2u e assim vai.

Embora os estagiários estivessem falando sobre a importância das unidades de medidas não convencionais, quando leram o exemplo da balança sentiram a necessidade de saber “quanto pesa” um dos lados, ou seja, a cultura de não utilizar as unidades não convencionais estava atrelada à relação que quase todos tiveram com as grandezas e medidas. Quando E4 interveio, dizendo que não era necessário, todos ficaram sem entender o motivo e no final ele argumentou que isso era comparar. Em seguida, E4 destacou que seria importante eles começarem a aula fazendo perguntas aos alunos para perceber o conhecimento prévio deles e os alunos refletirem sobre o que sabem. As ideias de comparação e de contagem, exploradas no campo das grandezas e medidas, por Douady e Perrin-Glorian (1989) e Lima e Bellemain (2010), entre outros, estava começando a ser compreendida pelos estagiários. E1 continua com a leitura do livro:

E1: agora, vê, tem essas duas perguntas, não é? Escolha dois colegas para medir o comprimento da sala de aula. Ah, legal, isso estava no meu plano, imitaram [risos].

E5: ele pede para usar o próprio passo como unidade de medida. Isso aí tu falaste no planejamento, não foi?

E1: foi, exatamente, o que eu apresentei [para a turma de Estágio III]. “As medidas obtidas foram iguais? Por quê? E aí, o passo é uma boa unidade de medida?” E aí, foi aquilo que...

³⁵ O que os participantes chamam de cilindro são os pesos da balança de dois pratos, os artefatos metálicos usados para equilibrar a balança. Embora seja uma aproximação grosseira do termo cilindro com a forma do objeto usado na situação, optamos por manter a terminologia usada pelos participantes.

E5: só se for uma pessoa medindo tudo na vida.

E6: como ele falou aí dois, aí já vai dar diferente.

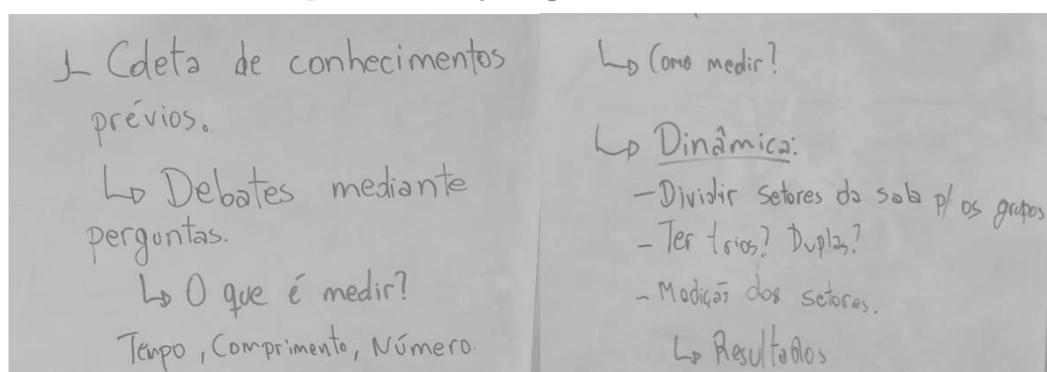
E1: Exatamente. Porque mesmo que calce o mesmo número de sapato, provavelmente, não vai...

E6: mas é o passo...

A atividade do livro é bem parecida com o que E1 propôs em seu plano individual de aula, apresentado para a turma de Estágio III e para os professores do estudo, para medir o comprimento da sala com os passos de dois colegas. A utilização de unidade de medida não convencional leva os alunos a refletirem sobre os resultados. O questionamento sobre se as medidas obtidas foram iguais leva à dissociação de grandeza e objeto, parte do tripé que Douady e Perrin-Glorian (1989) discutem no caso da área e Lima e Bellemain (2010) ampliam para o campo das grandezas geométricas e que deve ser levado em consideração na sequência didática.

Após a reunião dos estagiários, E1 apresentou para S, F e P o plano de aula para o primeiro encontro, elaborado coletivamente pelos quatro estagiários, pois E4, E5 e E6 estavam indisponíveis. Ressaltamos que, no próximo capítulo, iremos mostrar toda a sequência planejada e implementada. Ao falar sobre a atividade, E1 disse que ia pedir que os alunos medissem o comprimento de um determinado lugar da sala. S interveio que seria melhor ficar neutro, tirar a carga matemática do momento e usar a palavra ‘tamanho’ para os alunos se sentirem mais livres para participar e E1 disse que se confundiu, pois era essa palavra que eles queriam usar. Os estagiários escreveram um esboço do primeiro encontro no quadro, sobre o qual enviaram fotos para o grupo do *WhatsApp*.

Figura 21: Esboço do primeiro encontro



Fonte: Foto do quadro pelos estagiários.

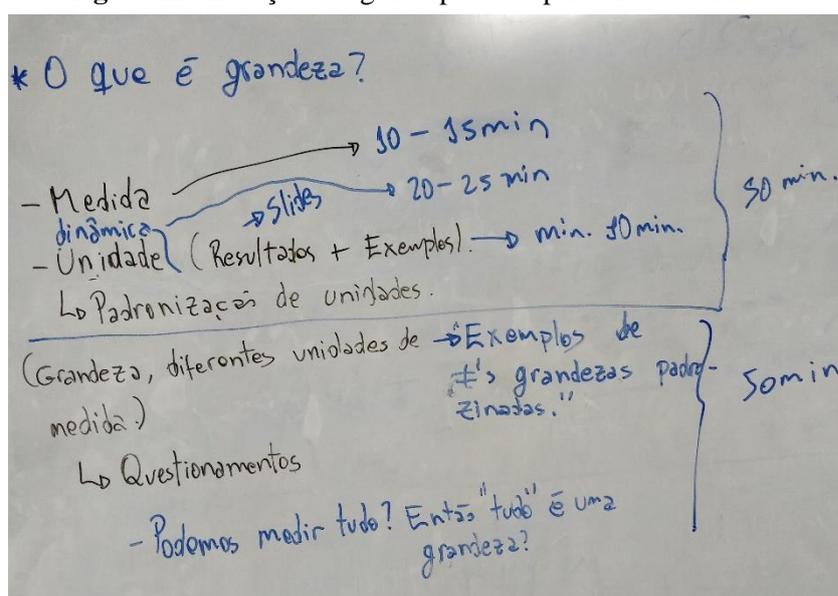
Nota-se, nesse primeiro esboço, que a ideia principal do primeiro encontro era de trabalhar com medição, de fazer questionamentos para compreender o que os alunos sabem sobre medição a partir de um diálogo que chamam de ‘debates mediante perguntas’. Ainda

colocam possíveis respostas para a primeira pergunta retirada do livro (IMENES, LELLIS, 2009). Percebemos que a antecipação das respostas dos alunos – presente no processo formativo – não está de acordo com a pergunta, mas a ideia era prever que não possuem resposta correta e sim adaptações sobre o que os lembra a palavra ‘medir’. Em seguida, os estagiários põem ‘Dinâmica’ para o problema que será proposto aos alunos para medir o comprimento de “setores” na sala de aula.

S considerou interessante o debate de 15 minutos que os estagiários propuseram para o início da aula, mas argumentou que a pergunta teria que estar bem clara e objetiva para que os alunos não se dispersassem. Jaworski (2006, p. 189) reforça essa necessidade de que “os professores e educadores podem procurar entendimentos mais claros do que o ensino pode envolver”. Esse ponto faz parte da primeira etapa do processo como elemento da JK e da ED também ao pensar no planejamento das aulas. Entretanto, ambas trabalham com a resolução de problemas no sentido de utilizá-la desde o início da aula ao exibir o problema, ao invés de começar com uma discussão sobre o tema, pois este será desenvolvido ao longo da resolução, logo institucionalizado com a finalização do *feedback* dos alunos e estagiários, neste caso.

Vamos perceber na segunda parte do primeiro encontro que o esboço apresenta a divisão do tempo para cada momento da aula, diferentes unidades de medida e ainda há grandezas padronizadas que confundiram com as unidades.

Figura 22: Esboço da segunda parte do primeiro encontro



Fonte: Foto do quadro pelos estagiários.

Em seguida, E1 expõe uma preocupação entre os estagiários sobre a definição de grandeza:

E1: o que a gente ficou com medo também é se eles sabem o que é uma grandeza.

F: mas, assim, E1, a gente debate muito essa ideia de você dizer o que é uma grandeza, o mais importante para a gente [professores] é que vocês, os alunos da escola, não vocês que já tem um nível de discussão diferente, conheçam, tenham certo conhecimento do que é aquilo que em cinco passos é usar um instrumento de medida diferente, o número vai mudar, mas o comprimento permanece o mesmo, queremos que eles saibam isso, não que digam que é um atributo da figura, perímetro é uma extensividade da grandeza comprimento, a gente não quer que eles digam, eu acredito, não é S? Não é que eles vão definir 'área é um atributo desse objeto'.

E1: não, não foi nem nesse ponto. Aí foi demais. [...] A definição que a gente estava esperando era nessa segunda parte da aula [depois da investigação]. Aí, eu já estou até com medo de falar... É tudo aquilo que pode ser medido. Ou não? Foi isso que...

F: não necessariamente. É porque você não precisa só medir, você pode comparar.

S: mas comparar é uma medida.

F: mas não necessariamente, medir com o que ele está falando [faz uma régua com a mão], usando régua...

S: ah sim. Eu meço esse quadro aí com o palmo.

F: mas se eu comparo S maior e menor que, eu tô fazendo uma medição?

S: ah sim, é porque medição está associada diretamente à unidade.

F: se eu comparo duas coisas que esta tem grandeza maior e essa tem grandeza menor, eu não estou medindo.

S: verdade.

F: como foi que tu dissesse a questão da grandeza?

E1: grandeza é tudo aquilo que pode ser medido.

F: pronto, essa definição se perde na questão da comparação.

E1: então, a gente poderia dizer que uma das possíveis respostas para grandeza é aquilo que pode ser medido?

S: essa questão da comparação, é fato isso que P traz, eu posso, eu consigo perceber que a área desse PC é maior que a área desse celular porque eu faço assim [colocou o celular em cima do PC] e vejo que...

F: por inclusão, aí é propriedade matemática. Não estou medindo para saber isso. Da mesma forma por decomposição e recomposição.

S: só que quando a gente fala em medir, isso geralmente está associado à unidade de medida. Aquela unidade cabe quantas vezes ali? Aí, essa medição não deixa de ser também um tipo de comparação. O que é que acontece? Eu estou comparando o tamanho disso aqui com o tamanho do quadro.

F: por exemplo, eu faço decomposição e recomposição para saber se aquelas figuras têm a mesma área ou não, eu não estou medindo para saber, estou sobrepondo uma a outra. Agora é isso que a gente tem que ter cuidado, que é isso que S falou. Agora, a gente pode fazer também uma sequência que conduza o aluno a chegar a esse tipo de conhecimento que até certo ponto que 'é tudo aquilo que pode ser medido', que é isso que tem no livro didático, não é isso? Mas também comparar...

E1: é, ele faz também comparação. Aí, a gente ficou com medo deles não saberem o que a gente ensinou, então a gente faria um pequeno debate sobre grandeza também, a gente apresenta alguma coisa...

As definições de grandeza e medida foram bastante discutidas durante as análises preliminares. F mostrou que os estagiários tinham que saber o que é uma grandeza, mas não deviam exigir que os alunos do 7º ano soubessem, pois não era um objetivo de aprendizagem. Além de argumentar que considerar que grandeza é “tudo que pode ser medido” não ajuda a colocar em evidência que se pode também comparar grandezas, sem necessariamente medi-las. O saber do professor, explicitado por F em sua fala, deve envolver as dimensões teórica e prática (GONÇALVES; FIORENTINI, 2005) para ser edificado com experiência e aprofundamento de conhecimentos conceituais e didático-pedagógicos. Isso faz parte da profissionalização, perceber que os saberes do aluno e do professor devem ser diferentes e que este último é desenvolvido ao longo de sua formação acadêmica, que se estende com a prática docente e a formação continuada (OLIVEIRA; SCHERER, 2015). O nível de conhecimento da aula deve estar de acordo com o dos alunos e os objetivos devem levá-los a construir um conhecimento mais aprofundado (FUJII, 2015).

Ainda nas análises preliminares sobre o campo das Grandezas e Medidas, além da possibilidade de comparar sem medir, que já foi mencionada outras vezes, foi debatido que ao trocar a unidade de medida, a medida muda, mas a grandeza permanece invariante (LIMA; BELLEMAIN, 2010), que o perímetro deve ser considerado uma instanciação da grandeza comprimento e que se pode realizar decomposição e recomposição de figuras para verificar se possuem mesma área.

É preciso destacar que há uma diferença marcante entre E1 e os outros estagiários. Como E4, E5 e E6 entraram tardiamente no processo, suas intervenções frequentemente são mais superficiais, em relação aos conteúdos conceituais e didático-pedagógicos do campo das grandezas e medidas, estudados na primeira etapa do processo formativo.

E1, S e F passaram então a debater sobre erro de medição. S expôs que os alunos haviam estudado ângulos recentemente e que essa questão tinha sido bem discutida entre eles, assim como a influência dos erros do instrumento (trabalhadas em uma atividade na qual usaram alguns “transferidores tronchos”).

S: porque eu lembrava que o professor PF³⁶ falava muito isso: tem o erro de medição (que é o erro do próprio ato de medir), tem o erro do instrumento [...]. Mas, matematicamente, a gente poderia trabalhar com os

³⁶ O professor PF mencionado várias vezes na fala de S tinha ensinado no curso de licenciatura em Matemática no qual S se formou.

reais. Por exemplo, se eu desenho com um cuidado absurdo um quadrado no quadro. Se eu pego o Geogebra³⁷ e projeto no quadro o quadrado originado pelo Geogebra, aí eu faço a diagonal do quadrado e digo: vamos medir quanto dá essa diagonal? A gente pode dizer que, mesmo que eu diga, olhe: a lateral do quadrado está medindo uma unidade aqui, então vamos medir essa diagonal. Com a régua a gente vai achar o comprimento, porque toda medida está associada aos números racionais. Apesar da gente saber que, matematicamente, aquele valor ali, abstratamente, ele é um valor irracional. Mas na medição a gente sempre está com o conjunto dos racionais. Sempre há uma aproximação.

Além da medição e do instrumento, S chamou atenção para a aproximação que é feita e a utilização dos números racionais, embora, matematicamente, a medida de comprimento da diagonal de um quadrado, tomando o comprimento do lado do quadrado como unidade, seja um número irracional. Sob a ótica das análises preliminares de uma ED, dentro da primeira etapa do processo formativo, trata-se aqui de indicar dificuldades de aprendizagem que os alunos podem enfrentar durante a sequência.

E1 expressa a inquietação dos estagiários com o que os alunos iriam falar ou não sobre os conteúdos e que eram muitos para trabalhar em pouco tempo porque eles queriam colocar a estimativa e a questão do erro de medição dentro da sequência. E S os tranquilizou avisando que os alunos iam tocar no assunto com certeza. F confirmou e disse que os estagiários veriam as mudanças necessárias a serem realizadas ao longo dos encontros:

F: vocês vão esperar eles falarem para ver qual é o andamento. [...] Se perceberem que nessa primeira aula surgiu alguma coisa que é preciso mudar na segunda, vocês vão mudar. Isso é que é sequência didática.

P: ao final de cada aula a gente tem que estar... 5 minutos ali se reunindo: gente, o planejamento de amanhã é esse, mas a gente tem que terminar esse. Isso são os imprevistos que a gente tem que estar sempre de olho.

Essa preocupação é reflexo do estudo que estava sendo realizado ao longo das reuniões e do planejamento. Cabe destacar que, embora a necessidade de planejamento da JK e da ED estivesse sempre presente nas discussões entre S, F e os estagiários, os participantes manifestaram muita dificuldade de escrever os planos de aula. Caberia, posteriormente, aprofundar a investigação sobre a natureza e as razões dessa dificuldade. Refletir sobre a aula que tinha acabado de acontecer, pensando na próxima, também é elemento primordial do processo formativo para que a sequência didática aconteça com foco nos objetivos de aprendizagem traçados. E o fato de serem 10 h/aula remete às organizações mais firmes que Rasmussen (2016) argumenta. S deu algumas sugestões sobre como planejar

³⁷ Trata-se de um software de Geometria dinâmica.

uma aula, baseando-se em seu estágio, e P lembrou a importância do guia (Apêndice D) com os questionamentos para construir uma situação-problema baseada na TSD, entregue a eles no princípio do processo formativo:

S: quando vocês pegarem o plano de aula que eu vou mandar para vocês, vocês vão ver alguns elementos como: objetivos da aula, isso, isso, isso, isso. E a aula mesmo que eu planejei era uma coisa para uma ou duas aulas. Não era para 10. Objetivos: esse, esse, esse, esse. Metodologia: a gente vai fazer isso, depois tem essa atividade, depois tem essa, essa, essa. Avaliação: como é que eu vou avaliar aquilo que conseguiram entender tudo que eu trouxe com um objetivo? Então essa avaliação pode ser de maneira muito contínua no meio daquela dinâmica. Então, se na dinâmica eu quero que eles construam tal material. Se eles chegaram a construir de qualidade é evidente que eles conseguiram chegar a um conhecimento que eu queria.

P: Aquele papelzinho das sequências didáticas, ele tem as perguntas tanto para avaliar, como para os objetivos. Tem as perguntas para tudo, para ajudar vocês. Se seguirem bem direitinho eu acho que vai ajudar mais e, também, focar mais na resolução de problemas, não é? Porque o foco é esse.

O guia foi apresentado para a turma de Estágio III e F orientou todos os estagiários a o utilizarem como base para planejarem suas aulas. S reforçou algumas ideias presentes no mesmo, exibindo o plano de aula que fez para seu estágio.

Ainda na mesma reunião com F, S e E1, P mencionou sobre a resolução de problemas, que é foco tanto da ED quanto da JK. Mais à frente, S apresentou no projetor um plano de aula sobre funções trigonométricas que tinha elaborado para um processo seletivo:

S: então, vê só: esse é o plano de aula que eu trouxe sobre funções trigonométricas. Aí tem o ano, carga horária: 50 minutos, certo? Introdução. [...] Objetivos de aprendizagem. [...] Então eu não escrevi o objetivo antes de preparar a aula. Eu preparei a aula e no final eu vi aquilo que eu estava explorando. [...] Conteúdos que a gente vai trabalhar. [...] Desenvolvimento metodológico, ou seja, aqui eu vou descrever exatamente o que é que vai acontecer. [...] Então, assim, a gente percebe que todos os objetivos lá em cima que foram colocados eles foram atendidos. Até porque eu escrevi depois de preparar a sequência. [...] E aí, para fechar, acabou aqui agora. Que vai vir as referências bibliográficas e avaliação. [...] De fato, as respostas encontradas e externadas pelos estudantes representam elementos claros para a avaliação da aprendizagem.

F: e você está percebendo, porque a partir do momento que ele está construindo, que ele está realizando, que ele está falando, você está sabendo se ele está evoluindo ou não em relação ao conceito.

Percebemos na fala de S, que na produção de seu plano de aula, os objetivos foram formulados no final da elaboração, ou seja, o foco da aprendizagem foi explicitado a partir das atividades que seriam trabalhadas. Parece-nos que a intenção do supervisor era auxiliar

os estagiários com uma maneira mais ‘prática’ em sua visão, mas questionamos se nessa troca de experiência, o fato de pensar nos objetivos após definir as atividades a serem realizadas não seria um indício de certa imaturidade profissional por parte do supervisor. Doig, Groves e Fujii (2011) argumentam que os problemas propostos na aula devem estar de acordo com os objetivos e não ao contrário. Essa escrita do plano é elemento central da JK, enquanto na ED o foco é a elaboração e a análise *a priori* das situações-problema.

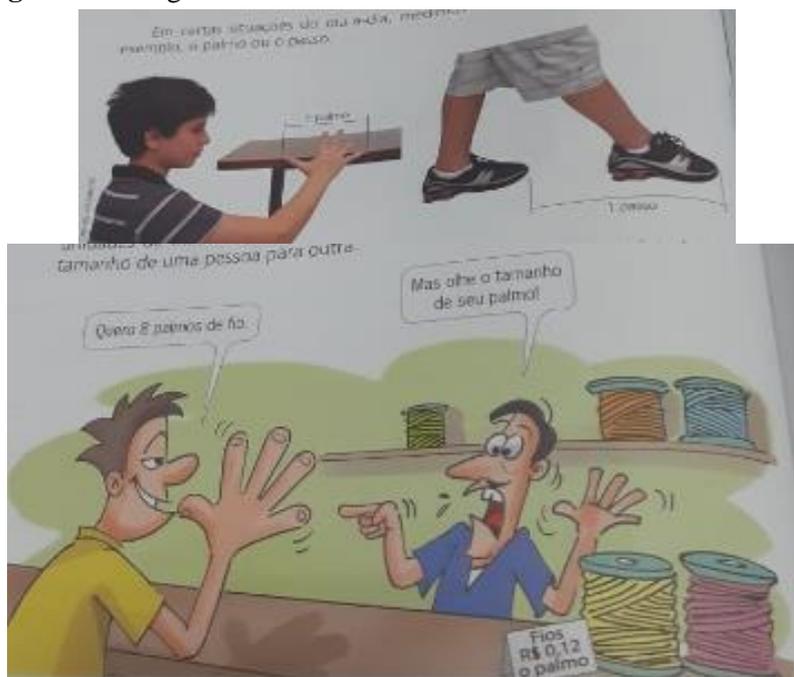
F reforça a questão de avaliação, mostrando que se o aluno está expressando ou realizando a atividade de acordo com seus conhecimentos prévios e os que estão sendo construídos é um sinal de aprendizagem. Até então, a ideia do primeiro encontro estava começando a se estruturar.

Na reunião seguinte, com a presença de S, E1, E4 e P, discutiram inicialmente sobre os livros didáticos e E1 comentou que a relação entre a medição e os números decimais é muito presente e pergunta a S se os alunos já tinham estudado números decimais, o qual confirmou que esse conteúdo já tinha sido ensinado. O interesse em saber os conhecimentos prévios dos alunos também faz parte da primeira etapa do processo formativo implementado.

Essa apreensão em saber o que os alunos estudaram e como foi estudado mostra o interesse em planejar de acordo com o que sabem, o que não sabem, o que está nos livros didáticos e o que consta nos documentos oficiais. É o que os participantes vinham procurando fazer durante o estudo e o planejamento. Isso remete tanto ao guia (Apêndice D) utilizado, referente às concepções iniciais dos alunos que está dentro das análises preliminares da ED, assim como ao que se espera que seja realizado na fase inicial da JK.

À medida que E1 lia o livro e apresentava a ideia do primeiro encontro, ele foi retirando partes do livro que expunham exemplos para serem ditos pelos próprios alunos como as unidades de medidas não convencionais: palmo, passo etc.:

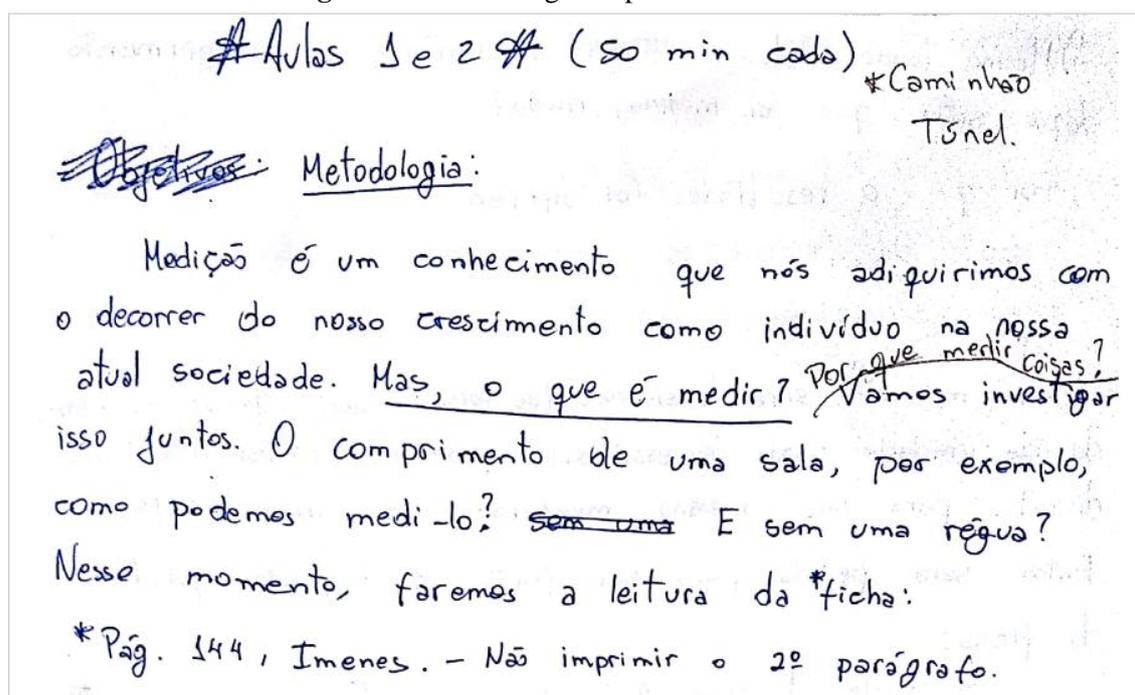
Figura 23: Imagens mostrando unidades de medidas não convencionais



Fonte: Imenes e Lellis (2009, p. 144).

Durante essa exposição, E1 leu o plano do primeiro encontro na reunião seguinte com S, P e E4 – sobre as duas primeiras aulas [com os planos enviados no grupo do WhatsApp] que o grupo [E1, E4, E5 e E6] escreveu sem a presença de F, S e P:

Figura 24: Metodologia do plano do 1º encontro



Fonte: Digitalização do plano que E1 levou para reunião.

Percebemos que essa primeira parte da Metodologia se parece com uma introdução à Justificativa. Até escreveram ‘objetivos’, mas riscaram e começaram pela Metodologia, pensaram primeiro no que iriam fazer, ao invés de o que os alunos deveriam aprender, ou seja, qual seria o foco da aula (BALDIN, 2009). Isso lembra o plano de aula que S fez para o processo seletivo, foi exatamente nesse caminho. Depois aparecem os questionamentos, que é o que pretendem fazer na aula com o propósito de saber mais sobre os conhecimentos prévios dos alunos do jeito que estava no esboço. Entretanto, na JK e na ED, o momento inicial é propor um problema, isso indica a necessidade que os estagiários sentem também de trabalhar com definições antes das atividades.

Em seguida, enfatizam as unidades de medida não convencionais com a medição do comprimento da sala sem régua, resgatando o que os documentos e artigos apontam. Também está em jogo na aula planejada a importância social da medição por estarem trabalhando com o ambiente em que os alunos convivem.

E1 leu essa primeira parte do plano e comentou sobre os questionamentos e as possíveis respostas de acordo com as figuras do livro.

E1: aí a gente pensou assim... a gente poderia também perguntar depois, dependendo do que aparecer, então a gente vai falar ‘o que é medir, gente?’, aí vai começar a surgir a resposta. Aí começou o seguinte e a gente poderia perguntar também ‘por que medir?’. Então, por que a gente precisa medir coisas? Aí, dando continuidade aqui... [...] por que medir é uma pergunta mais abrangente, então a gente especificou agora. ‘O comprimento de uma sala, por exemplo, como podemos medir? Aí tem e sem uma régua?’ Porque isso daqui já é uma resposta que muito provavelmente vai aparecer. Então, sei lá, pega uma régua, uma fita métrica. Tá, e se a gente não tiver isso? Aí é onde corrobora essa primeira figura, porque ele diz aqui ‘diversas situações do dia a dia usamos, por exemplo, o palmo ou o passo’.

S: a figura vai vir antes, não é?

E1: é.

S: então, eles já vão dizer isso, tá ligado?

E1: ou então, a gente pode botar isso depois.

P: isso vai vir impresso é?

E1: é. Eu vou montar uma fichinha e vou mostrar para vocês...

S: deixa-me perguntar uma coisa... é porque, por exemplo, essas questões e essas figuras podem também vir por meio de slides...

P: em slides. E depois das respostas pode vir isso aqui.

S: ajudaria muito, porque não precisava ficar com esse papel e a aula ficava dinâmica no ponto assim de... tinha o slide ali e vocês ficavam livres para fazer não sei o que, não sei o que...

A primeira pergunta ‘o que é medir?’ foi tirada de um dos livros (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012) que estavam utilizando. Como as possíveis respostas, que virão mais a frente, não responderiam a definição sobre medir, resolveram questionar o motivo de

uma medição. A utilização da régua enquanto instrumento de medição era esperada pelos estagiários por ser comum no dia a dia escolar. Nesse diálogo entre E1, S e P, viu-se uma preocupação além do que apenas o conteúdo e a maneira de trabalhá-lo, os recursos a serem utilizados na aula também foi discutido. A ideia de colocar as questões em slides foi para evitar a impressão de atividades, contribuindo com o tempo em sala de aula também e para ficar tudo exposto e pronto no quadro rapidamente. Todavia, isso pode ter levado os estagiários ao comodismo de não escreverem o plano e se basearem nos slides, algo que discutiremos mais tarde. A antecipação das respostas é elemento essencial da ED e da JK, podemos ver no diálogo a seguir:

E1: então, a gente vai botar essas questões primeiro em um slide – o que é medir? – aí, a gente pegou... o que é que tu achas, a gente pode colocar também, perguntar ‘por que medir?’

S: não sei. Quando vocês perguntam ‘por que medir?’, vocês esperam que eles respondam o quê?

E4: sinceramente, assim, eu espero que eles não tenham uma resposta em si, seja algo mais ‘a gente mede as coisas’, mas acho que essa é a hora de pegar eles assim ‘por que a gente fica medindo as coisas? O que é que tem isso de importante?’ Acho que eles vão parar para pensar um pouco. Assim, eu coloquei essa pergunta justamente para meio que não deixar eles confortáveis com isso, entendeu?

S: mas é uma boa pergunta mesmo. Porque eu estou aqui refletindo, para a gente ‘por que medir?’, é uma pergunta para a gente, entende? Porque aí se a gente faz a pergunta...

E1: para saber se esse armário vai passar ali [porta]...

S: já é uma resposta. E quando se coloca medir, medir de maneira geral, é lógico, a gente está trabalhando aí com qualquer grandeza.

E1: é... com qualquer grandeza.

S: aí é curioso, porque a gente fala na ideia de medição, a gente discute e reflete a ideia de medição de uma maneira bem geral. Para que serve estudar isso então? Por que isso está na escola?

Percebe-se que E4 demonstra a intenção de perguntar ‘por que medir?’, que era fazer os alunos refletirem sobre o assunto, o campo das Grandezas e Medidas que está presente no livro, mas não apenas aprender a medir, seja usando unidades de medida convencionais ou não. E1 apresentou um exemplo com a altura/largura de um armário passando por uma porta, por ser algo que pode acontecer com qualquer pessoa. Embora os estagiários tenham antecipado possíveis respostas em reunião anterior e isso esteja no guia para a construção da sequência didática, S fez esse papel de estar sempre questionando a razão de perguntar ou de escolher determinada tarefa para as aulas, além de também para que serve estudar esse conteúdo na escola, a importância do olhar do professor para o motivo de estudar determinado conteúdo presente no currículo escolar.

Depois das respostas, os estagiários pensaram em comprimento, por ser uma grandeza mais comum para os alunos de 7º ano e mais esperada nas respostas. Além de utilizar como ferramenta para iniciar o trabalho com as unidades de medida não convencionais, pois régua e fita métrica eram instrumentos que apareceriam segundo os estagiários:

E1: o comprimento de uma sala, por exemplo, como podemos medir? [...] E aí, a gente afunilou para comprimento e todo o resto da aula vai ser em cima disso agora. Então, a ideia de medir comprimento. [...] Então, se alguém disser palmo, não sei o quê... projeta essa imagem e diz 'aqui, como vocês disseram, a gente pode medir com passo, com palmo', e aí...

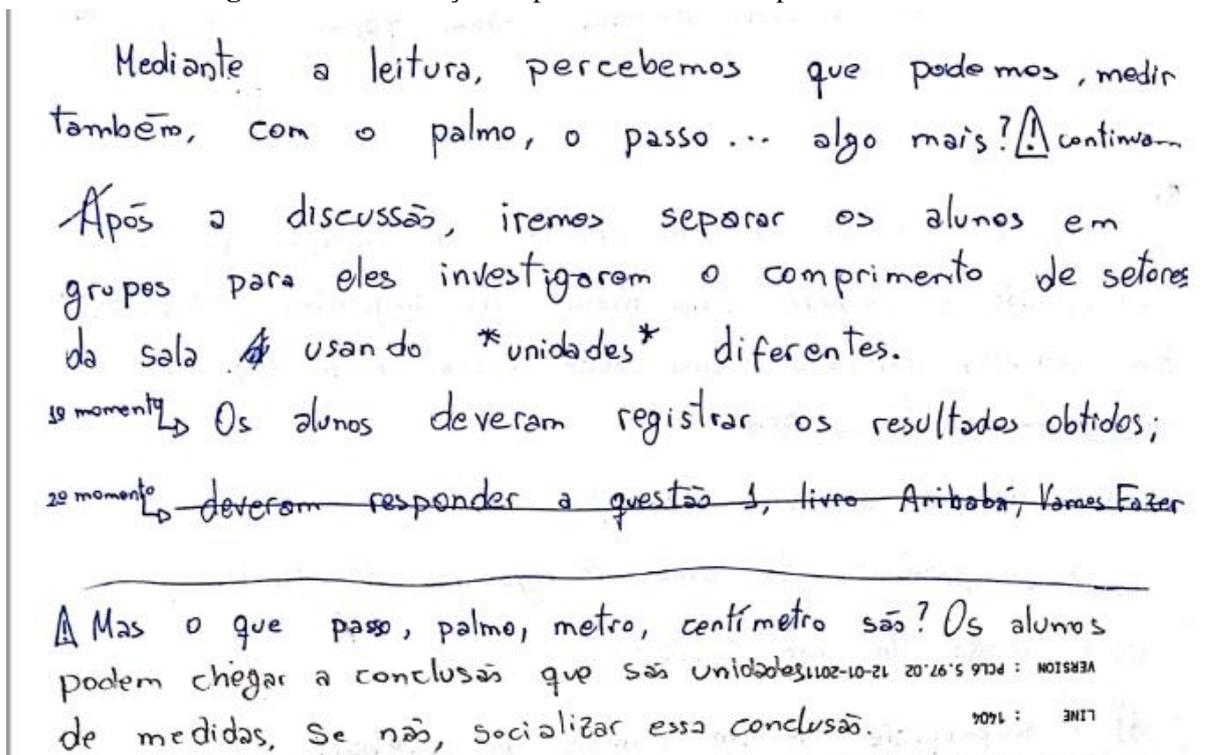
S: isso é algo interessante, porque... por exemplo, quando a gente diz assim 'como medir o comprimento da sala?', a gente já falou um pouco lá ano passado³⁸ quando a gente começou a trabalhar com eles teve uma parte das Grandezas e Medidas que a gente discutiu de maneira muito solta coisa como essa assim, só que solto mesmo. Curiosidades e tal... [...] e a sequência que vocês vão preparar é uma sequência que vai estar toda amarradinha, que com certeza vai enriquecer, com certeza, para quem já tem uma noção e para quem não tem noção, porque muita gente não tem noção, vai enriquecer para caramba.

S concordou com a ideia de comprimento e, mesmo alguns alunos tendo uma noção, o conteúdo não tinha sido trabalhado como estavam planejando no estudo. A troca de experiência de S, como professor da turma, com os estagiários fornecia informações complementares sobre o conhecimento que a turma possui sobre o objeto de estudo. Portanto, essas discussões entre eles trouxeram elementos que precisavam ser incorporados no plano. Logo, percebe-se a teoria e a prática em ação, proporcionando a elaboração dos encontros, condizente com as questões do guia dentro do processo formativo.

Então, E1 questionou se era necessário fazer as seguintes reflexões além da atividade (Figura 25):

³⁸ Ressalta-se que S foi professor da mesma turma no ano anterior, o que o leva a ter conhecimento sobre o que foi ensinado e aprendido.

Figura 25: Continuação do plano de aula com a primeira atividade

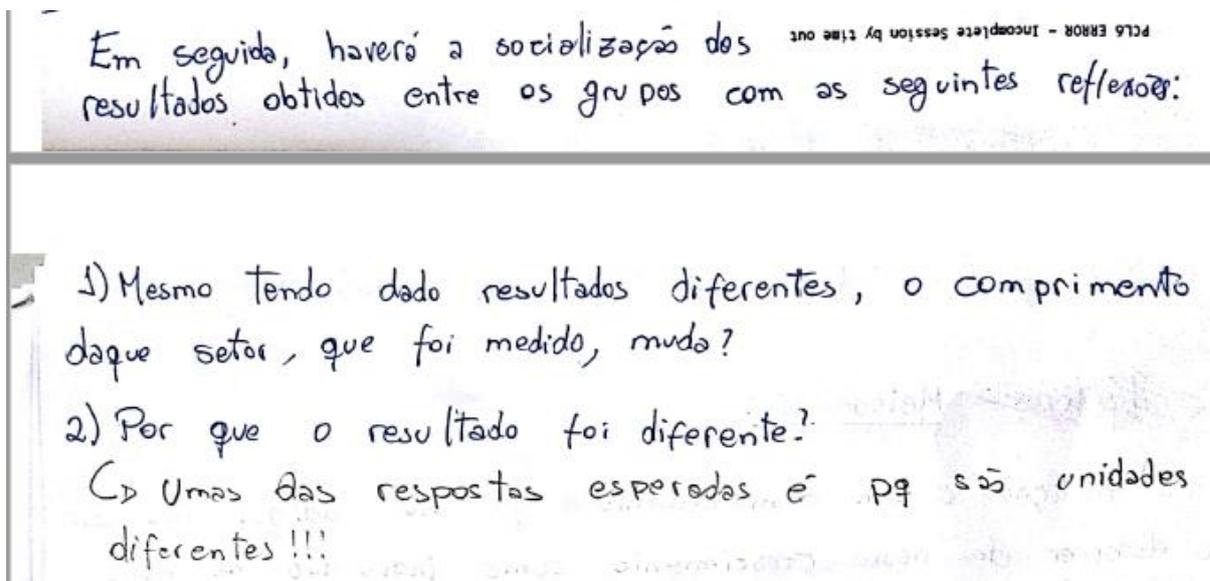


Fonte: Digitalização do plano que E1 levou para a reunião.

A continuação do plano antecipa que os alunos devem chegar a diferentes resultados por estarem utilizando várias unidades de medida. Aqui vemos a previsão das respostas dos alunos, elemento de ambas as abordagens (MIYAKAWA; WINSLØW, 2009b). Ainda assim, os estagiários pretendem que os alunos utilizem a palavra ‘unidade’ ao perguntarem ‘o que passo, palmo, metro, centímetro são?’, ou seja, trabalhar a linguagem usual e formal. Os PCN indicam o “reconhecimento de grandezas como comprimento [...] e identificação de unidades adequadas (padronizadas ou não) para medi-las, fazendo uso de terminologia própria” (BRASIL, 1998, p. 78).

Para fechar essa primeira parte do encontro, os estagiários pensaram em duas questões relacionadas com a dissociação de grandeza, medida e objeto (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Figura 26: Discussão dos resultados da atividade sobre comprimento com unidades de medida não convencionais



Fonte: Digitalização do plano da primeira aula da sequência.

A primeira questão diz respeito à grandeza que permanece inalterada, pois o que muda é a medida de acordo com a unidade que foi utilizada. Faz parte dos objetivos da aula explorar essa ideia de mudança de unidade não convencional, mostrando que o comprimento não muda. A segunda questão é para que os alunos justifiquem a resposta da primeira, inclusive eles escrevem e preveem que os alunos falem que as unidades são diferentes. E1 explica o que pretendem com essa atividade e as questões:

E1: tipo será que seria adequado? A gente percebeu que deu 30 passos de Pedrinho, aí será que seria adequado a gente ficar medindo o resto das outras coisas, como comprimento, com passos de Pedrinho? Eu não sei se essa questão seria boa ou se essa atividade aqui ela já ia suprir essa questão. Não sei se a gente verbalizaria isso ou essa questão aqui ela ia dar conta. Não sei. Que a ideia aqui é, eles perceberem que tem unidades diferentes, que vai gerar resultados diferentes. E aqui eles já estão falando de adequação de unidade.

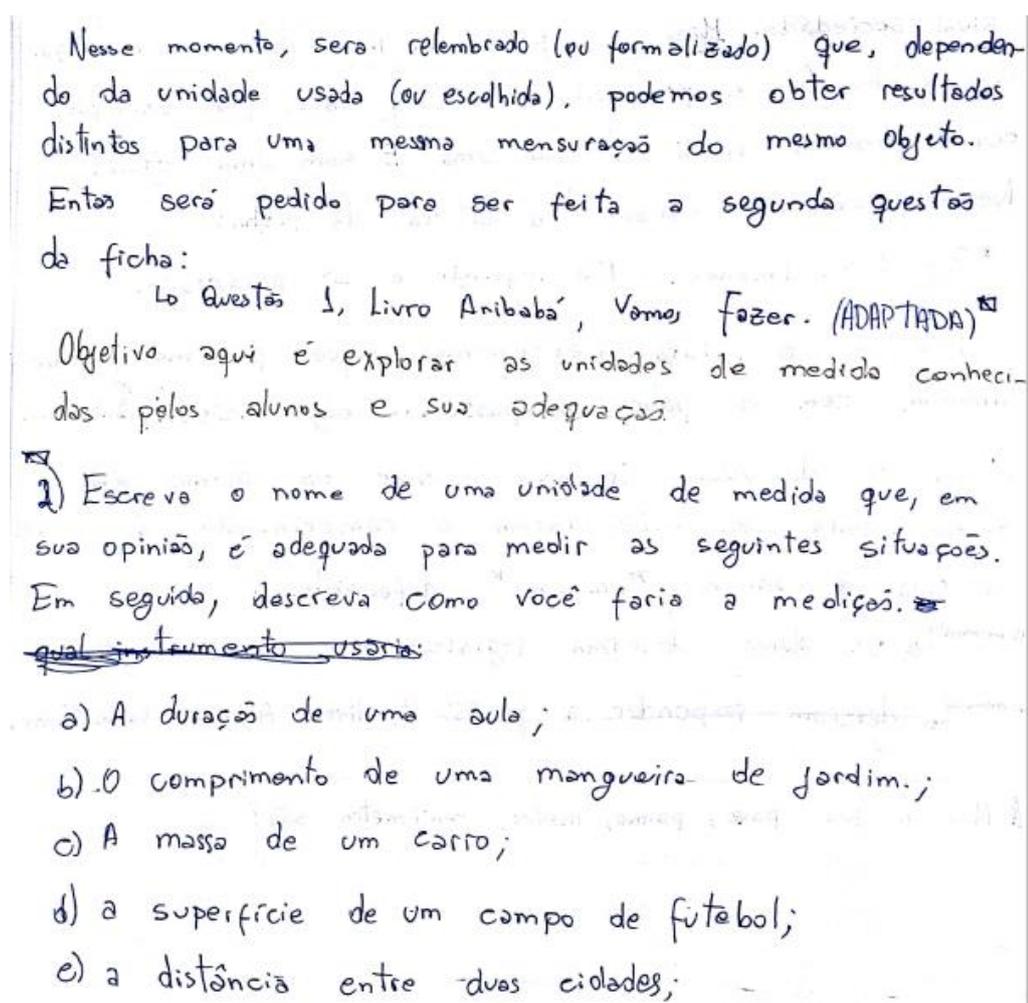
S: o que se mostra muito nos livros, vocês já devem ter visto também, é que: se existem várias unidades de medida diferentes, por que usar só uma unidade? Isso está diretamente associado à situação, tipo, para aquela situação, essa unidade é adequada. A gente vê isso até quando pega unidade de medida padrão. [...] Agora, você não vai medir em Km o comprimento, sei lá, do diâmetro de uma célula, sei lá. Assim como, você não vai medir em metro, a distância, sei lá, poder pode [risos]... Mas não é adequado usar, por exemplo, centímetro para medir a distância entre uma cidade e outra. Então, é possível, é, mas não é adequado, por isso que existem várias unidades. Então, isso é outro ponto chave quando a gente tiver trabalhando essa questão da medição. Assim como eu tenho falado de unidade de medida não convencional, que é algo que tem que aparecer na sequência de Grandezas e Medidas. Falar sobre adequação é algo que tem que aparecer também. Se existem diferentes, quando usar cada uma? Que mesmo hoje a gente tendo um mundo globalizado, todo mundo tem acesso

à régua com a maior facilidade, mesmo hoje o palmo ainda serve. Então assim, dependendo da situação, a gente tem a unidade de medida que dá conta.

A atividade contempla aspectos importantes que são sinalizados em pesquisas anteriores, como a antecipação das respostas destacada mais acima, a adequação da unidade que não estava escrito, mas foi mencionada por E1 como um elemento importante para medição (BRASIL, 1998), a confiança que os estagiários depositam em S ao fazerem as perguntas sobre sua opinião (BEZERRA, 2017). Os estagiários ficaram se questionando se seria o suficiente para trabalhar as diversas unidades de medida e que a utilização dessas para medir um mesmo “objeto” daria resultados diferentes. S argumentou que, fora isso, deveriam falar sobre adequação das unidades que E1 tinha mencionado.

Seguiram para um resumo dessa primeira atividade e introduziram a segunda atividade do primeiro encontro (Figuras 27).

Figura 27: Reflexão da primeira atividade e introdução da segunda



Fonte: Digitalização do plano que E1 levou para a reunião.

Antes de passar para a segunda atividade, o plano de aula aponta com o intuito de trabalhar a primeira, justamente focando na dissociação entre medida, grandeza e objeto. Pensando em trabalhar com a adequação de unidades, agora, convencionais e comuns para os alunos, os estagiários adaptaram uma atividade (Figura 28) do livro (GAY; SILVA, 2018). Está presente nos PCN (BRASIL, 1998), BNCC (BRASIL, 2017) e nas pesquisas que se deve trabalhar com as unidades padronizadas, entretanto, a atividade não desafia o aluno para construir um conhecimento, como é proposto pela JK e pela ED. Por isso, veremos na discussão que será tirada da sequência.

Figura 28: Atividade do livro “Aribabá” sobre unidades de medida

- 1** Escreva a unidade de medida mais adequada para medir:
- a) o comprimento de uma mangueira de jardim; metro
 - b) a espessura de um livro; centímetro
 - c) a distância entre Salvador e Manaus; quilômetro
 - d) sua altura; metro
 - e) a espessura de uma moeda. milímetro

Fonte: Gay e Silva (2018, p. 256).

Algumas das alternativas foram modificadas, como: duração de uma aula para trabalhar a grandeza de tempo; a massa de um carro; e a superfície de um campo de futebol para a área. Os estagiários procuraram utilizar exemplos considerados mais próximos dos alunos de 7º ano, mas vemos também que saíram de grandeza geométrica para grandeza física, misturando um pouco o percurso que estavam trilhando:

E1: um ponto fraco que eu vi até aqui e que a gente não falou até então, em nenhum momento da aula, dos outros tipos de unidade de medida. Por exemplo, metro, provavelmente eles já conhecem, mas metro, decímetro, centímetro, decâmetro. [...] Mas aí isso daqui seria mais uma atividade de resgate para saber se eles têm compreensão disso. [...] Então, qual a unidade de medida de duração de aula? É a primeira de tempo. Porque a gente colocou 5 diferentes aqui. Aí o comprimento de uma mangueira de um jardim. Aí vem a massa de um carro. Depois vem a superfície de um campo de futebol. E depois vem a distância entre duas cidades.

S: para perguntar, por exemplo, qual a unidade da duração de uma aula, eu não sei se é algo muito óbvio. Alguém vai errar isso? É interessante, eu estou entendendo, é a gente trazer a riqueza de diferentes grandezas, deles perceberem as diferentes unidades. Mas se a gente está falando de tempo, porque duração de uma aula, todo mundo sabe que é minuto. Então, isso aqui não é um desafio para ninguém responder isso.

Assim como S falou, essa atividade traz algo muito geral e simples para o nível de conhecimento dos alunos, sem desafiá-los a construir um novo conhecimento. Conforme Nóvoa (2017) e Maziero e Carvalho (2012), o papel de S enquanto supervisor é de formador dentro do estágio, dialogando com os estagiários a partir de sua prática docente e de seus conhecimentos conceituais e didático-pedagógicos. A proposta do processo formativo é trazer problemas desafiadores que despertem a curiosidade intelectual do aluno (BURROUGHS; LUEBECK, 2010), e como foi dito por S, essa segunda atividade não desafia os alunos da turma na qual seria vivenciada a sequência. Para finalizar a apresentação, E1 leu o objetivo abaixo (Figura 29):

Figura 29: Continuação do plano escrito do 1º encontro

O objetivo aqui, é os alunos compreender de o que é medir, perceber que há diferentes processos de medições de uma grandeza, - entenda como grandeza tudo aquilo que pode ser medido - e compreender a adequação de: ~~processo~~ processo, instrumento e unidade de medida.

Fonte: Digitalização do plano elaborado por E1, E4, E5 e E6, exposto por E1 na reunião.

Esse objetivo gerou uma discussão ao longo desta e de outras reuniões, pelo fato de trazer o que os alunos devem compreender, transparecendo o conhecimento que os estagiários possuem e passaram a construir com o estudo. É notável a coerência existente entre o objetivo e a metodologia planejada para este primeiro encontro, a começar pela necessidade de os alunos saberem a definição do ato de medição que tem tudo a ver com o contexto da formação inicial dos estagiários. Em seguida, o entendimento que possuem sobre grandeza, algo que vem sendo discutido desde a reunião entre os estagiários. Por fim, a distinção entre processo de medição, instrumento e unidade de medida que pode ser remetido ao tripé de objeto, grandeza e medida (LIMA; BELLEMAIN, 2010). A partir do processo de medição de determinada grandeza atribuída a um objeto, escolhe-se uma unidade para obter a medida:

E1: aí eu coloquei aqui [planejamento do 1º encontro]: se entenda por grandeza tudo aquilo que pode ser medido. Que é a discussão que a gente está usando para essa ideia. E compreender a adequação de processo, instrumento e unidade de medida. Então, precisa ter, não é? Quando você

vai medir, você precisa de processo, aí depois você pega um instrumento e depois, no último, é que você pensa sua unidade de medida.

S: com instrumento você já tem a unidade de medida, não é?

E1: é.

S: se eu pego uma régua, eu já sei que a unidade vai ser centímetro ou milímetro. Então, tem que escolher uma unidade de medida.

Após a fala de E1, S questionou que o fato de escolher um instrumento indica qual a unidade de medida que será utilizada, esclarecendo com um exemplo e levando os estagiários a refletirem sobre qual é o objetivo de uma aula sobre medição de comprimento, relacionando com todo o campo das grandezas e medidas. A parte da definição de grandeza foi, de certo modo, desconsiderada por S e não discutida neste momento. Mesmo depois do que tinha sido conversado com F na reunião anterior quando ele falou que ‘grandeza é um atributo de um objeto’, remetendo também a Lima e Bellemain (2010), os estagiários mantiveram a visão de que grandeza é tudo aquilo que pode ser medido.

Antes de continuar com a discussão sobre como seria trabalhada a padronização, S voltou a discutir sobre a sequência das aulas:

S: para isso eu queria perguntar a vocês agora, [...] o que fazer nas outras oito? Porque, por exemplo, a gente está trazendo questões aqui que apesar de estar sendo trabalhada em comprimento, a riqueza mesmo que está por trás é do estudo de Grandezas e Medidas como um todo e serve para qualquer grandeza. Quando ele fala, por exemplo, percebam, a aula de área, se vocês forem daqui a pouco falar de área, por exemplo, se for uma aula repetida disso, não vai ter tanta graça. Tipo, uma aula que vocês trabalhem, vamos medir a área daquela parede, porque o que está sendo visto agora é algo muito mais do que comprimento, é perceber que para qualquer grandeza, a gente tem a liberdade de usar uma unidade diferente, uma unidade não convencional. [...] Quando a gente fala de perímetro, de área e de volume, a gente está dizendo que é grandezas e medidas? É. São várias grandezas? São. Mas todas são geométricas. [...] ‘ah, se eu for trabalhar Grandezas e Medidas, eu pensaria num fluxograma, poderia imaginar: Grandezas e Medidas, dentro de Grandezas e Medidas, vamos fechando, dentro das Grandezas e Medidas têm as grandezas geométricas. É importante que eles saibam o que é Grandezas e Medidas, quais são os elementos, como "o que é medir?"; [...] dentro das grandezas geométricas, quais as que a gente está trabalhando nas aulas? Perímetro, área, tal... Pensando dessa maneira, eu tô pensando nas 10 aulas, nas 10 aulas eu tenho que pegar isso aqui. Então, isso ajuda muito, porque quando a gente for pegar questões como essa, a gente vai dizer “eita, essa questão ela pode vir lá naquela questão que envolve perímetro e área”.

S tentou mostrar que a primeira atividade, embora fosse centrada em comprimento, desempenhava um papel para todas as grandezas. E ainda esclareceu que se fossem ensinar área com a mesma atividade não ia ser tão rico quanto com comprimento, porque os alunos teriam compreendido o sentido de medição para qualquer grandeza. A visão que S trouxe

nessa discussão mostrou a prática e o conhecimento do conteúdo que possui para auxiliar os futuros professores.

Dando continuidade, S frisou mais uma vez a necessidade de ter uma ideia dos temas de todos os encontros para não ficar planejando um por um e depois não terem nexos. E, ainda, mostrou que as grandezas, que estavam no calendário escolar e no livro didático adotado, eram as geométricas, então não necessitava trabalhar todas as grandezas. Depois, S acrescentou uma colocação sobre a dissociação entre área e perímetro, convergente com o que as pesquisas indicam, exemplos de como ensinar e reflexões que estavam de acordo com os documentos oficiais e pesquisas:

S: o que é algo curioso e muito interessante, que a gente já falou também, é o trabalho de perímetro com área em paralelo. Então, uma grande confusão que existe é o aluno misturar perímetro com área. Então, fazer atividades que você dissocie uma da outra, dizer que são grandezas completamente independentes, mas que se relacionam às vezes dependendo da situação e tal, enfim, isso é importante, porque tem aquela questão que eu estava falando aquele dia do *tangram*, por exemplo, você tem um *tangram*, o que é básico, do *tangram*, todo mundo que estuda com o *tangram*, já vê uma questão como essa: "dessa figura, você tem que fazer essa figura, essa figura, essa figura. Todas têm a mesma área?", "Ah, têm. Porque eu posso ver por composição e decomposição. Todas 3 estão com a mesma sequência, então a área é a mesma. Se fosse pintar a superfície aqui, gastaria a mesma quantidade de tinta. Mas será que todas têm o mesmo perímetro?", aí vão dizer, "Eita não sei, vamos medir. Eita, não tem o mesmo perímetro. Ah, então o perímetro é diferente. Perímetro diferente com áreas iguais. Mas será que pode trocar? Será que eu posso ter figuras diferentes, com perímetros iguais e áreas diferentes?" E aí se associa a um barbante, pega e estica aqui e começa a fazer diferentes figuras e a área vai mudando, mas o perímetro é o mesmo. E aí esse trabalho [...] de perímetro e área se juntam no final.

Lima e Bellemain (2010) argumentam que uma das dificuldades que os alunos têm em sala de aula é a dissociação de perímetro e área, especialmente, se estas grandezas forem trabalhadas separadamente. Os pesquisadores enfatizam que é necessário propor atividades que os estimulem a construção dessa independência com um entendimento profundo de ambas, como a utilização do *tangram* que S citou, desenhos de figuras iguais em posições diferentes para levar o aluno a refletir sobre suas áreas, utilizar instrumentos comuns para medir o comprimento ou o perímetro de uma figura, como barbante/cordão, lápis, palmo, polegada, passo e, também, com unidades de medida convencionais, como centímetro com uso da régua graduada, entre outras. Com essa reflexão, S enfatizou a indispensabilidade de olhar novamente para os livros didáticos selecionados, analisando a sequência que traz sobre

o estudo de perímetro e área, quais atividades são interessantes, como abordam o conteúdo, o ponto de vista de E1 e E4 sobre os mesmos:

S: e aí fica massa, porque vocês podem olhar para esse e dizer ‘esse foi o meu preferido, então eu preciso de uma sequência assim, só que, para essa atividade, eu prefiro a daquele outro livro, porque se encaixa melhor aqui’. Então, esse trabalho ajuda muito, em meia hora, a gente vê isso aqui. Em meia hora para a gente ter uma noção de como é o começo, meio e fim de cada um. Isso ajuda muito a ter essa visão geral. E aí a gente pode dizer ‘ah, a gente pode seguir esse caminho’. [...] E é uma sugestão, entende? Tipo, vocês trouxeram uma sugestão, a ideia está toda amarrada, então, vocês que são os professores. Mas acho que isso é importante. Lógico, no dia a dia de uma sala de aula acaba sendo algo muito parecido com o que está acontecendo com vocês. Eu tenho que preparar uma aula para amanhã, aí eu olho ‘amanhã eu vou fazer isso, aí depois na outra aula vou fazer isso aqui depois, aí depois eu digo ‘meu irmão, se eu tivesse isso aqui, eu teria trabalhado melhor’.

Nesse trecho, S incentiva os estagiários a consultar uma diversidade de livros didáticos mostrando a importância de conhecer como cada um aborda os conteúdos a serem ensinados (no caso, comprimento, perímetro e área). Além de fazer parte das análises preliminares e das ações a serem realizadas na primeira etapa da JK, o guia sistematizado (Apêndice D) norteia com questões sobre isso. No cotidiano do professor, S apontou que esse seria o ideal a ser feito, contudo, o tempo nem sempre é favorável e, conjuntamente, a falta disso prejudica a realização das atividades em sala de aula. Quaresma e Ponte (2015) apresentam, em sua pesquisa, que as professoras participantes consideraram tempo demais para trabalhar apenas um conteúdo, pois em seu dia a dia daria para discutir vários. Sabemos que outros fatores influenciam essa dedicação para o planejamento de aula como os mencionados por Nóvoa (2017) e Richit (2011), a carga horária intensa de trabalho, salários baixos, estruturas precárias nas escolas, níveis de decisões que os professores possuem etc.

S apresentou sugestões, mas procurou ressaltar que os estagiários eram os professores e, por isso, eles teriam a liberdade para escolher as atividades da sequência didática. Exemplificou que, no dia a dia, pode acontecer de planejar uma aula e depois pensar que, talvez, tivesse sido melhor de outra forma. Mais uma vez, a troca de experiência e de conhecimento conceitual e didático-pedagógico, presentes na JK e na ED, são evidenciadas.

E1 começou a análise dos livros explicando o seguinte:

E1: então, aqui, grande parte deles, essa parte de medir nunca vem na parte de Grandezas e Medidas.

S: vem onde?

E1: assim, olha, medidas e números decimais, depois medidas e comprimento. Lá na frente é que tem área e perímetro. A grande maioria associa a ideia de comprimento, de medição para fazer um link com

números decimais. Aí a gente fez "Lascou. E se S tiver trabalhado assim também? Aí, a gente vai estar repetindo... por isso eu te perguntei logo no início da reunião, mas aí como foi só observação, ah, então beleza.

S: Isso é curioso, porque a gente vê, por exemplo, o que eu estava falando da gente trabalhar algo mais geral, sem ser de comprimento necessariamente no início, mas sobre medição, sobre... talvez seja algo interessante, porque ele nem faz o estudo de áreas e perímetros com isso. Mas essa sucessão com números decimais é sugerida também. Porque a gente vê que os números decimais geralmente... o conjunto dos números racionais é algo que gera uma complicação para o pessoal e a ideia prática e que sempre foi, serviu para isso, não é? A gente vê que o comprimento não dá exato. Então, relaciona ao número decimal mesmo. Até quando matematicamente o número seria um número irracional na medição vai ser sempre racional por conta que na medição sempre gera um número racional. Bem, vou anotando no quadro: Imenes e Lellis. [...] Eu vou colocando só um resumo rápido. Medida de comprimento, aí ele usa ideia de unidade de medida não convencional, depois de medida convencional e trabalha com números decimais, não é isso?

E1: é. [...] E transformações também.

S: números decimais e transformações, não é?

E1: não. Transformações está junto de unidades convencionais. Vem antes.

S: certo. Aquela tabelinha de como transformar está aí?

E1: unidade: metro, centímetro.

S: isso a gente não trabalhou. Então, se isso tiver na sequência vai ser ótimo. Porque alguns alunos sabem isso decorado de cursinho [...]. Então, assim, isso não pode ser foco do estudo, mas pode ser parte, numa aula, num começo de uma aula para fazê-los perceberem isso e tentar relacionar. [...] Pronto, aí agora entra a questão de área e perímetro. [...] Vocês podem tirar algumas questões daqui. [...] Uma noção bem adequada de área. Eles usam malhas, que ajudam. Unidade u (minúsculo), unidade U (maiúsculo). "Qual é a área dessa figura nessa unidade (u)? E dessa mesma figura nessa unidade (U)? Preencha a tabela". Essa atividade é fantástica. Porque de cara ele está exigindo sem fazer nenhuma medição, sem fazer nenhuma conta, porque isso aqui, eles podem fazer assim, essa aqui cabe 1, 2, 3, 4, 5... sem usar fórmula, sem usar número. Eles podem concluir que a unidade de medida variando, o valor da área não varia, mas a medida varia, por conta da unidade que muda. Esse livro é muito bom. No final de tudo, a única coisa que ele vai trazer é a fórmula. Porque senão, não ia ter graça. Unidade de medida de área. Ele fala noções de área. E ele usa malha quadriculada.

À medida que o grupo ia vendo e lendo o livro, S anotava no quadro algumas observações de cada livro e opinava sobre algumas atividades, mostrando o que considerava importante e que podia ser utilizado. A dissociação entre grandeza, medida e unidade de medida é também refletida por S, embora o termo utilizado tenha sido 'valor da área'. O percurso para chegar em perímetro e área, passando por medição e números decimais alguns capítulos antes foi um ponto que E1 achou em comum de vários livros. Mais uma vez, S lembra a questão de que em medição os números irracionais não são utilizados, por isso

muitos resultados são com números decimais. Um dos exemplos é o comprimento da diagonal do quadrado que os alunos fazem confusão com o do lado do quadrado (FERREIRA, 2010). Outro ponto que não tinha sido discutido e o livro apresenta é a tabela de transformações de unidades de medida que S expõe como algo possível a ser incluído na sequência, mas não como foco. A comparação e a contagem aparecem no livro com o uso de unidades não convencionais para trabalhar a definição de medição (LIMA, 2007). Um dos recursos a ser utilizado para trabalhar com perímetro e área, indicado por Lima e Bellemain (2010), é a malha quadriculada.

Em seguida, o grupo passou para o livro “Araribá”, da Ed. Moderna, que gerou uma nova discussão sobre ‘o que é medir?’:

S: atributos que podem ser medidos. Unidades convencionais, não convencionais. Massa. O que é medir? A gente já bota o exemplo do palmo e que é necessário escolher uma unidade adequada, isso é uma definição boa, e compará-la com o que será medido. Eu escolho a unidade e comparo... foi o que eu estava falando com F semana passada. Porque eu disse ‘medir também é comparar’.

P: ... se você tem a unidade de medida, você está comparando.

S: o que F quer chamar de comparação é outra coisa. Você não precisa medir para saber que a área de uma figura, às vezes, é igual que a outra. Você compara, vamos supor, por exemplo, se sobrepor uma com a outra, se sobrou ali e você diz que com certeza essa é menor, sem precisar de medição nenhuma. Por exemplo, eu sei que a área disso daqui é menor que isso aqui, porque veja só. [...] Mas, quando eu estava falando com ele, eu estava pensando nessa definição que a gente tinha visto. “Para medir qualquer grandeza é necessário, primeiro, escolher a unidade adequada e depois comparar essa unidade com o tamanho total”, comparar é com 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, digamos, 7 vezes, então isso aqui mede 7. Essa é uma comparação, é uma definição boa que pode ser trabalhada se vocês quiserem apresentar uma definição de medição. Aqui é bem inicial, é o primeiro de tudo.

Toda essa discussão foi na mesma reunião com S, E1, E4 e P sobre o plano de aula do primeiro encontro e, em seguida, a análise de livros didáticos. A ausência dos outros estagiários prejudica a compreensão e construção do conhecimento sobre as grandezas comprimento e área. Mais uma vez, os estagiários enfatizam a busca por uma definição de medição, algo que chamou muita atenção deles e S concorda que o exemplo dado por meio da comparação é uma definição condizente com o nível de conhecimento e de escolaridade dos alunos. É necessário que haja um processo de formalização e institucionalização (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019) do que será desenvolvido nos problemas. A articulação da teoria e da prática em sala de aula para ressignificar os conceitos e o

conhecimento que está sendo edificado. Prosseguiram com a leitura e análise do livro “Aribabá” (GAY; SILVA, 2018):

S: sistema operacional de medida. Oh, já vem para cá o sistema operacional. Esse aqui é bem curto comparado com o outro [IMENES; LELLIS, 2009], o outro é bem mais tranquilo. Aí, vai entrar em medida de comprimento. [...] Então, isso aqui já está muito amarrado. E número, número, número... [...] Perímetro e área.

E1: só que aqui ele já trouxe área antes. Assim, indiretamente, mas ele já trouxe. Ele já trabalha e depois é que ele formaliza.

S: será que o que ele estava querendo fazer a dissociação de perímetro e área e ao mesmo tempo comparar? Por exemplo, figuras com mesmo perímetro podem ter áreas diferentes e vice-versa. Contorno. [...] Área de retângulo. Aí, aqui, nesse momento, os alunos. Bem, os meninos estão no 6º ano, não é? Não estudaram nada de álgebra. Você dizer que área é $b \times a$, é algo que eles vão dizer: O que é ‘b’? O que é ‘a’ professor? Como assim? É natural para gente, não é? Mas saber que o que ele está querendo dizer é que b é uma... a é outra, embora eu já falei que essa letra, ela não é uma incógnita, é uma variável, é um parâmetro. Enfim, é complicado demais. Mas, ele dá o exemplo...

P: e a maioria dos programas, pelo que a gente estudou, recomenda a gente trabalhar sem fórmula, não é?

S: é, a fórmula pode vir...

P: pode aparecer no final.

S: mas ele faz isso, no finalzinho. Mas, assim, eu olhando para esses dois livros, se dissessem: Escolha um livro para usar na sala de aula. Eu pegava esse [IMENES; LELLIS, 2009] pelo que ele prioriza. Você vê que o que esse livro [Aribabá] traz é algo muito seco.

Essa análise dos livros didáticos, elaborados a partir dos programas curriculares, conduz a uma percepção do lugar de cada conteúdo, como é trabalhado, o que é enfatizado em cada um, isso contribui para a elaboração do plano, tanto na escolha dos temas da sequência, quanto as atividades que podem ser adaptadas ou não para os estagiários proporem em sala de aula. Percebe-se que esse segundo livro (GAY; SILVA, 2018) antecipa o conteúdo de área e depois retoma com o uso das fórmulas no final, algo que a BNCC (BRASIL, 2017) indica ser uma pequena introdução para o 7º ano. A escolha do livro didático foi um tema também discutido nesta e em outras reuniões, para mostrar aos estagiários como era feita e o que os professores levam em consideração. Com essa pequena leitura, foi possível perceber as principais características de um livro e de outro, comparar e ter uma opinião sobre como os dois livros abordam as Grandezas e Medidas, começando pela parte de medição. Além de ver a questão da fórmula que, embora seja importante, não é primordial para o 7º ano segundo os documentos oficiais, conforme S e P comentaram. Em seguida, o grupo passou para o livro de Dante (2015):

S: aí, ele [Teláris (DANTE, 2015)] compara instrumento, unidade e medida [...], poxa, que interessante, ele está fazendo o menino diferenciar

essas três coisas que andam muito juntas. Medida é uma coisa, instrumento é uma coisa, a unidade é outra e a grandeza é outra. Então, às vezes, é comum dizer assim, "a grandeza metro". Metro não é uma grandeza, metro é uma unidade de medida. A grandeza ou é comprimento ou é distância.

S, em outro momento, confundiu medida quando se referiu à unidade, nessa fala ele se corrige dizendo que metro é uma unidade. Além disso, destacou a dissociação entre instrumento, unidade e medida que o livro aborda, mostrando que os alunos podem confundir esses três elementos. Mais adiante, analisando o mesmo livro, S destacou a definição sobre medir que o livro aborda e que está de acordo com o do Projeto Araribá:

S: a ideia de medida e suas unidades (lendo o livro) e ele dá uma definição de medir que é o que eu insisti no começo. “Medir é comparar duas grandezas de mesma espécie, desde que conte quantas vezes uma, a que está sendo medida, contenha a outra unidade de medida”. Ele quer comparar a unidade de medida com outra. Lembrando que vai ser massa discutir, por exemplo, que o que eu vou medir pode ser menor do que a unidade, "quantas unidades cabem?", "meia unidade cabe". "Quantos palmos eu tenho na medição desse livro?", aqui eu vou ter um palmo e um pouquinho, aqui eu vou ter um pouco menos de 1 palmo. Isso é uma medição, é uma comparação. A gente viu isso. Se eu tenho uma peça grande, um triângulo grande, como minha unidade de medida, quanto mede a área do triângulo pequeno? A gente viu que era $1/4$, 0,25. Lembrando, cada peça como uma unidade, a gente vê que muda tudo.

A definição de comparação e contagem aparece, mais uma vez, em outro livro que fez surgir outra discussão sobre a unidade de medida, que pode ser maior do que o objeto a ser medido, algo que remete aos números decimais estudados anteriormente pelos alunos. Lima e Bellemain (2010) destacam a utilização de uma das peças do *tangram* como unidade de área para medir a área das outras figuras, envolvendo medidas inteiras ou fracionárias, exatamente o que S estava salientando. Olhando para os livros todos, S relatou que:

S: ele [Teláris] é da mesma época do que o que a gente está usando aqui no colégio. Qualquer um desses, com exceção desse [Matemática: compreensão e prática (SILVEIRA, 2005)] aqui é mais antigo. [...] Ele sempre traz uma situação para fazer a gente concluir alguma coisa. [...] Bem, acompanhe a seguinte situação: “Adolfo comparou o comprimento do seu palmo com o comprimento de uma mesa e encontrou 5”, o que é muita sorte, hein? [...] Nessa atividade, usando unidade de medida não padronizada, que é o palmo, para uma unidade de medida padronizada, que é o centímetro. Então, essa atividade, esse quadradinho aqui, eu posso jogar no slide facilmente para trabalhar essa relação.

Ao voltar para o “Teláris”, S apontou que o livro apresenta várias situações que levam o aluno a refletir sobre o conteúdo, como essa que trabalha com os dois tipos de unidades de medida que serão utilizados nas aulas para inserir a conversão de unidade não padronizadas em padronizadas. E a partir da análise do livro, S faz uma comparação entre essa conversão

e a compreensão das unidades de medida não padronizadas, remetendo também à questão de a unidade de medida ser maior do que o objeto.

S: se lá na antiguidade, medir com palmo, passos, eles já trabalharam isso bastante, a ponto de eles saberem que se o palmo é menor, o número vai ser maior, eles vão entender isso mais facilmente. Porque eles vão perceber, se a minha unidade é milímetro, então vai dar uma quantidade muito maior de número. Então, eu vou ter que multiplicar por 10, ou por 100, ou por 1000. Então, essa relação de quanto menor a unidade, maior vai ser o número associado à grandeza a ser essa medida, ela é que justifica isso aqui estar em centímetro.

A relação entre a grandeza, medida e unidade influencia completamente no resultado final da medição, e esse trabalho vai ajudar os alunos a entenderem melhor a conversão de unidades. S destacou mais uma vez os livros de Imenes e Lellis (2009) e Dante (2015), que estão de acordo com o que vinha sendo discutido para as aulas. E continuando com a análise deste último livro:

S: tem unidades, ele usa pé. Isso é importante, isso tudo pode aparecer, isso tem a ver com história da Matemática. Medir usando palitos. Se eu der uma quantidade de palitos, o perímetro vai ser sempre o mesmo. E a área, será que é igual? E aí tem aquele exemplo que eu estava mostrando para os meninos, que a gente trabalhou no ano passado, 6º ano, que era, tinha uma malha, aí perceberam que a área disso aqui é 9, o perímetro é 3, 6, 9, 12³⁹. Se eu pegasse, simplesmente, apagasse e pegasse esse pedaço, para fazer isso aqui, a área diminuía uma unidade e o perímetro ainda seria o mesmo, se eu pegasse esse palito aqui por fora e esse palito aqui foi para essa posição, e aqui começa. E aí vocês podem perceber que eles vão começar a fazer isso. O perímetro continua o mesmo e a área muda. E aí eles vão fazendo, a figura vai diminuindo, diminuindo, e a figura tinha, sei lá, 6 x 8, no final ficou uma figura bem estreitinha e o perímetro continua o mesmo, mas a área diminuiu absurdamente. E isso aqui, com a quantidade de palito, pode entrar na sequência, pode levar palito para todo mundo. [...] A gente usou essa atividade do palito também na sequência da gente na época de estágio, estou lembrando agora. Tinha com palito, tinha com barbante, tinha com *tangram*, tinha tudo isso. [...] O nó daqui é perceber que muda de 2 em 2 zeros, por quê? Porque são em duas dimensões. [...] Isso não pode ser foco do estudo de grandezas e medidas. Porque nem adianta saber isso tudo decorado, mas não saber exatamente o básico de medição.

S apontou a relação das unidades não convencionais com a história da Matemática, a qual é indicada nos PCN (BRASIL, 1998) para compreender como as civilizações mediam e como oportunidade de trabalhar o tema transversal da pluralidade cultural. S trouxe o exemplo da atividade com palitos – desenhou no quadro – para mostrar que com uma mesma quantidade de palitos o perímetro é o mesmo, mas a área varia. A ideia de que quando o

³⁹ Esse exemplo lembra o da Figura 19.

perímetro muda, a área tem que mudar também é um dos erros destacados por Douady e Perrin-Glorian (1989), ou se duas superfícies possuem o mesmo perímetro, têm a mesma área. As pesquisadoras sinalizam que o trabalho de área enquanto grandeza autônoma contribui para a dissociação entre perímetro e área, pois os alunos estabelecem relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico.

S acrescentou que essa mesma atividade pode ser feita com barbante e *tangram*. E, em seguida, voltou para a discussão da tabela de transformação de unidades que, embora seja importante, não é essencial para o ensino e a aprendizagem do campo das grandezas e medidas. A ênfase exagerada na conversão de unidades e o trabalho com fórmulas prejudicam a aprendizagem do campo das Grandezas e Medidas, e o ensino fica muito limitado (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Além disso, S disse que, assim como o livro traz a fórmula no final do capítulo, os estagiários podem trabalhar também no fim da sequência. Veremos no próximo tópico sobre a sequência, que essa foi uma escolha que eles fizeram.

O livro de Bianchini (2015) aborda as unidades não convencionais também e aos olhos de E1 uma tabela mais adequada. Entretanto, S mostrou que não era tão simples o quanto parecia e continuou:

S: "o perímetro de um polígono é a soma das medidas de seus lados." A soma das medidas dos lados é a medida do perímetro. Não é? O perímetro é um atributo da figura. Não é um número. A soma é o resultado de uma operação, adição. Soma é um número, mas perímetro não é um número, perímetro é uma grandeza. Número é a medida da grandeza.

P: e dos comprimentos do contorno ou do comprimento do contorno.

E1: qual a definição de perímetro?

S: rapaz, é bronca, visse.

E1: deixa para lá então.

S: eu não vou dizer não. Mas todas as grandezas são atributos de...

P: porque se for um círculo...

S: fora essa bronca. Ah, não, mas aí fica tranquilo, porque ele diz que de um polígono é que é a soma dos lados. Entende?

P: sim. É.

S: se eu tenho um polígono, o perímetro vai ser isso. Só que esse é o grande problema que a galera fala muito e tal, porque se atribui as grandezas simplesmente a número.

P: exato.

S: mas não é número.

P: não trabalha grandeza como sendo grandeza.

S: exatamente.

E1: então, uma definição para perímetro poderia dizer que é o contorno da figura, ou não?

S: não. Sabe por que não? É fácil negar, difícil afirmar, mas negar é muito fácil. Não é. Por quê? Porque se eu digo, por exemplo, que o perímetro da figura é o contorno, eu posso pegar, por exemplo, esse meu cordão, eu tenho isso aqui, se o perímetro é o contorno [faz um retângulo com o cordão], isso tem que ser diferente disso [triângulo], porque são contornos

diferentes. Só que, na verdade, não, eles são o mesmo perímetro. Esse perímetro é igual a esse perímetro. Ele não está associado ao contorno que é a forma. A grandeza está associada a um treinamento, tem o número, tem o objeto...

P: aquele livro de grandezas e medidas... “Explorando o Ensino”. “O comprimento de uma curva fechada é o que chamamos seu perímetro.”

S: o comprimento?

E1: mas aí está associando a número, não?

S: exatamente.

P: não. A medida do comprimento é que é um número. O comprimento não é.

S: ah, ele está dizendo o comprimento, desculpa, está certo.

P: é. “O comprimento de uma curva fechada é o que chamamos seu perímetro.”

E4: tu entendeste?

E1: é estranho.

P: porque, em geral, dizemos que “tal curva é o contorno da região, assim também podemos dizer que o perímetro é o comprimento do contorno de uma região. Mas é preciso cautela, pois ele não é o próprio contorno, mas o seu comprimento”.

S: perfeito. Vamos ler mais umas 4 vezes.

Após essa reunião, P enviou o artigo sobre Grandezas e Medidas (LIMA; BELLEMAIN, 2010) para os estagiários lerem. Embora o conceito de perímetro já tenha sido discutido a partir de atividades, mas a compreensão deste iniciou com esses questionamentos. Vemos a distinção de perímetro de um polígono e de uma figura qualquer, a dissociação da grandeza, medida e objeto, mais uma vez, e a diferença entre contorno e perímetro algo muito debatido em todo o processo. Essa leitura e análise dos livros levaram a várias discussões e essa foi bastante relevante para a aula sobre comprimento, perímetro e dissociação de perímetro e área.

S, ainda, lembrou do guia de questões entregue aos participantes a ser utilizado para o planejamento e esse momento de preparação, relevando a história da Matemática como algo que desperta a curiosidade dos alunos e que seria bom também ver os recursos que seriam necessários para as aulas e o que tem disponível.

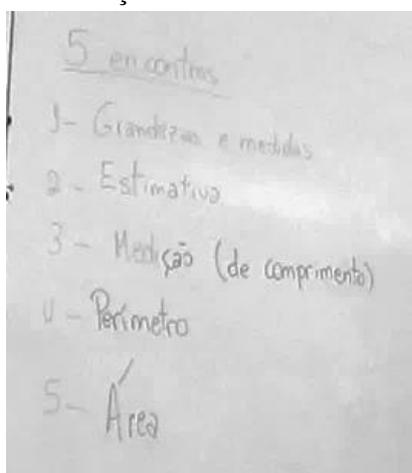
S: dependendo do que possa aparecer, eu acho que aquela ficha que P deu desde o começo que tem várias perguntas é... envolver história da Matemática, possibilidade de até botar um vídeo, alguma coisa que seja interessante, porque tem lá projetor, se isso precisa, sei lá, de um material para levar, sei lá, um som, tudo isso é importante.

Nóvoa (2017) também destaca a importância dos aspectos históricos do conteúdo para uma melhor compreensão deste. Os estagiários ficaram refletindo diante de tudo que tinha sido estudado e discutido para continuarem a elaboração da sequência didática. Percebe-se a presença dos elementos da JK e da ED em cada momento e que estes vão

moldando o planejamento, a maneira de pensar de cada participante, especialmente, dos futuros professores em relação ao campo das Grandezas e Medidas e o que envolve a profissão de professor, a parte histórica mais presente na ED e que é abordada como questionamento no guia (Apêndice D) e a resolução de problemas presente em ambas abordagens.

Na reunião seguinte, com todos os participantes presentes, E1 expressa uma preocupação com relação aos temas da sequência que ainda não estavam prontos. Em seguida, expõe e anota no quadro os tópicos que pensaram em abordar em cada encontro:

Figura 30: Esboço dos cinco temas dos encontros



Fonte: Autoria de E1.

Como os estagiários queriam trabalhar com as Grandezas e Medidas, no geral, então colocaram para ser o tema do primeiro encontro, depois, estimativa e, só o terceiro que seria o planejamento de medição que vinham preparando. Expuseram essa ideia para que F e S opinassem a respeito. E1 também falou sobre o encontro que estava pronto, explicando a dinâmica (como escolheram chamar) para F, que não estava lembrado de como era.

E1: É, a gente deslocou, justamente, por causa de algumas ideias que foram surgindo na última reunião. Então, a primeira aula a gente vai falar sobre Grandezas e Medidas de uma forma geral, com aplicações. A gente ainda vai pensar como a gente vai amarrar isso. E aí a gente está tendo o suporte dos livros que S deixou para a gente. [...] A dinâmica vai ser assim, tipo essa sala aqui, então a gente tem uma sala com paredes e a gente vai dividir a sala em setores. Então, a gente vai pegar 4 grupos e vai dizer, "Óh, quero que vocês meçam de alguma forma a área da parede. Aí como é que vocês vão fazer? Aí se um grupo disser que vai usar régua, o outro grupo..."

F: [...] justamente, a partir dessa dinâmica vai emergir algumas situações para vocês irem organizando até o que vocês vão fazer depois. Para, de repente, até reformular a sequência que vocês planejaram, porque com essa dinâmica que vocês vão fazer de medição, não é? Fazer estimativa ou

alguma coisa desse tipo. Vocês já vão vendo alguns pontos que vão precisar ser mudados na sequência.

E1: é, aí o segundo tema ficou com estimativa, o terceiro a gente já entrou na parte de medição e aqui a gente fechou para medição de comprimento mesmo para já deixar o link...

F: aí aquela ideia do vídeo da história não vai entrar não?

E1: vai entrar. A gente vai tentar colocar também algum contexto histórico. [...] A gente tem uma aula pronta. É esse o problema, a gente tem 1 aula. Tipo, a gente tem isso daqui praticamente, é a parte de medição e estimativa, um pouco desses dois, mistura um pouco desses dois.

E1 ressaltou o suporte dos livros que S emprestou e a última reunião sobre a análise destes e o plano do primeiro encontro fizeram eles pensarem nessas mudanças. Esse confronto do que vai sendo estudado e planejado faz parte do processo formativo. F releva os ajustes que são feitos de acordo com o que os alunos forem expondo em sala de aula, além de lembrar sobre a importância de trabalhar com a história da Matemática que faz parte dos documentos curriculares. Então, S ressalta que:

S: [...] fazer uma busca nos livros dessas questões que trazem a história da Matemática relacionada a medição fosse interessante. [...] E aí a gente pensou "Será que não podemos fazer o contrário, começar de algo mais geral, todas as Grandezas e Medidas e depois fechar para área e perímetro, para grandezas geométricas, fechar com perímetro e área?"

F: faz um recorte do vídeo da TV Escola, de quando eles vieram aqui para Pernambuco, fazer um vídeo de grandezas, só que diz respeito a Grandezas e Medidas, como era que o homem fazia no passado, as medidas antropométricas. Traz um pouco, aí, depois, o que o vídeo não traz, vocês vão dando, perguntando o que eles já sabem, se algum daqueles acontecimentos eles já tinham estudado em algum momento, o que eles lembram, faz algo desse tipo, para eles ficarem bem à vontade, depois vocês vão e introduzem a dinâmica.

À medida que os participantes discutiam, sempre surgia a ideia de ir em busca dos recursos que estavam sendo utilizados no estudo, como livros didáticos, artigos, vídeos – como esse sugerido por F da TV Escola –, malha quadriculada, *tangram*, barbante, diversos instrumentos de medida, entre outros.

Depois, E1 discutiu sobre uma atividade com o *tangram* que S sugeriu e eles acharam interessante:

E1: [...] uma atividade que S mostrou com o *tangram*, que é, você pegava unidade de medidas, que era justamente um triângulo pequeno, e perguntava "o quadrado são quantos triângulos pequenos?"

S: "qual a área do quadrado usando o triângulo menor?"

E1: "qual a área do quadrado? Qual o perímetro da figura?" [...] Aí dá para fazer esse trabalho, ele disse que lá tem *tangram*, aí a gente podia fazer esse trabalho também.

Aqui entra a discussão sobre decomposição e recomposição de figuras considerada pelos PCN (BRASIL, 1998) como um procedimento necessário para o cálculo de área a partir da utilização de peças do *tangram* como unidade de área para medir área de outras figuras (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Foi discutido também se tinha *tangram* suficiente na escola ou se seria melhor confeccionar na aula e decidiram levar pronto, em papel, para cada grupo.

F recordou que esse vídeo sugerido traz várias grandezas, além das geométricas, que pode ser interessante e E4 expôs sua opinião em relação a colocar o vídeo após a dinâmica, só que não sabia como fazer a ligação entre eles:

F: mas, assim, veja só, você pode começar com essa dinâmica também e depois vão ver como é que os povos no passado faziam. Vocês têm ideia disso? Você faz um link, você mesmo faz esse link. Será que sempre foi assim? Aí, você vai com a história da Matemática e adequando.

F sugeriu uma maneira de fazer a relação entre a dinâmica e o vídeo com um questionamento para introduzir a história da Matemática. Com isso, ficou acordado que o vídeo entraria no final da aula e que esse plano seria para o primeiro encontro.

Na discussão sobre este plano, F mostrou a importância de o que o compunha pelo fato de perpassar por elementos que estão no currículo, pela relevância de estudar as Grandezas e Medidas e a forma como serão trabalhadas. Também explicou junto com S que o livro didático tem a ideia de formalizar à medida que a leitura do capítulo avança e que o planejamento deles é diferente e está bem estruturado. E1, por último, expressou sua preocupação com relação à definição de unidade de medida, S além de dizer que os alunos têm uma ideia sobre isso, complementou que o mais importante era compreender a possibilidade de utilizar diversas unidades de medidas não convencionais e, posteriormente, convencionais. E1 continuou com a explicação da dinâmica para F, dizendo que, no final, os alunos iriam anotar os resultados e socializar com todos, enquanto E4, E5 e S discutiam sobre a sequência dos pontos que estavam no quadro, especialmente, com relação ao segundo encontro apenas sobre estimativa.

S: uma aula, na minha opinião, de estimativa é meio... muito tempo para trabalhar algo que a gente pode trabalhar naturalmente no meio de outras atividades. [...] Quando vocês trazem a dinâmica inicial, sem definir nada, vocês já estão trabalhando medição, estimativa, as Grandezas e Medidas e perímetro. [...] Mas aí F tinha falado trabalhar perímetro, trabalhar área, trabalhar perímetro com área.

F: a estimativa, ela pode ser trabalhada com perímetro, área. Dentro dessas outras atividades que vocês estão fazendo, aí já trazem atividades com estimativa.

S: a estimativa é algo que é boa de se trabalhar nas Grandezas e Medidas, não como objeto de estudo. [...] Mas fiquem livres. Se vocês acham que em 100 minutos é possível fazer várias atividades que envolvam estimativa, também vai ficar massa.

F: por que também isso vai levar eles a refletirem, não é? Por exemplo, "Quantas bolinhas têm nesse pote?", "E agora, professor, como é que eu vou fazer? Eu não sei.", "Como é que vocês acham que faria para estimar a quantidade de bolinhas? A área de um campo de futebol? Ou os campos todos têm a mesma área? Ou vai mudar?".

S e F buscaram dar sugestões a partir de suas experiências e conhecimentos, mas deixando os estagiários com a tomada de decisões por serem os professores das turmas naquele momento. Stigler e Hiebert (1999) defendem que a estrutura dos cursos de graduação deveria envolver essa troca para que novos professores estivessem preparados e Elipane (2012) acrescenta que esta leva os participantes a pensarem em suas práticas e perspectivas, contribuindo para seu conhecimento profissional. Eles reforçaram, mostrando que a estimativa podia estar presente em todas as aulas nas diversas atividades com comprimento, perímetro e área. Depois, F questionou sobre as fórmulas de área.

F: vocês não chegam até a área, não é? A fórmula da área das figuras? Porque também seria uma coisa interessante, trabalhando essas coisas um pouco, de uma forma mais tranquila, com os instrumentos não convencionais e depois ir sistematizando para eles chegarem na fórmula. Porque a maioria dos alunos, principalmente para passar nas provas, eles decoram fórmulas. Mas eles não sabem como é que chega naquela fórmula. Então, como é que chega numa decomposição, numa fórmula de um paralelogramo, um quadrado, um retângulo, por exemplo? Será que eles conseguem fazer isso com dobradura, mostrar a área? Então, tem muitas coisas desse tipo na internet, que vocês podem pegar e ver se a turma conseguiu avançar nesses princípios básicos.

A percepção de F com relação à construção das fórmulas de área, pois são várias, foi de encontro ao que os participantes tinham visto nos programas curriculares e nos livros didáticos que geralmente abordam no final para esse nível de ensino. Isso relembra a abordagem que Teles (2007) faz sobre a construção do conceito de área enquanto grandeza, sem limitá-la, sobretudo, ao aspecto numérico, mas atribuir significado às fórmulas. E1 respondeu que, no primeiro encontro, não pretendem abordá-las, mas trabalharão, caso seja possível, e S complementou que no final da sequência seria interessante. Outro recurso para ser utilizado como instrumento na elaboração da sequência, que aparece nesta fala de F, é a internet que contém diversos tipos de atividades que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem das Grandezas e Medidas.

Ainda preocupados com o andamento das aulas em relação à passagem do primeiro encontro para perímetro e área, F e S recomendaram:

F: do jeito que vocês estão fazendo, não vai direto, mostrando a figura, criar a diferença da questão de comprimento para perímetro, quando fala de perímetro de polígono, de figura fechada, e não poligonais também, mas figuras fechadas. Aí vai entrando depois também a ideia de bidimensional para área.

E1: a gente poderia tentar deixar o mais específico possível, tentar não tomar muito tempo nessa parte de Grandezas e Medidas, ou a gente nem falava mais das outras Grandezas e Medidas, e já focava nessa parte de unidade de comprimento e ia montando o resto das aulas em cima delas.

S: a primeira aula está pronta já. [...] Vocês não deviam se aperrear. E como vocês mesmo estavam falando, que tem muita coisa de perímetro e área, principalmente atividades que misturam eles. Por isso que eu falei para vocês que a minha regência da época de estagiário foi sobre a dissociação entre perímetro e área, que é um problema muito sério, por conta da dificuldade dos alunos em misturar perímetro com área, e aí são importantes as atividades que fazem essa dissociação dessas grandezas e também você tem que dizer assim "uma grandeza é independente da outra", ou seja, se uma grandeza aumenta, a outra não vai aumentar necessariamente, pode-se manter estável, pode diminuir e assim por diante. Então, eu lembro que é muito comum, Professor PF fazia muito isso, pegava um pedaço de papel, "está vendo essa folha de papel? Eu vou pegar e fazer um corte, rasgar um pedaço assim e ele dizia "olha, o perímetro aqui, o contorno aumentou, enquanto a área diminuiu.". Se eu pego uma folha de papel e faço um corte [meio circular] assim na beirada, a gente vai ver que o perímetro aumentou, porque a borda ficou bem maior e a área diminuiu. Aí, isso é um exemplo de uma infinidade que existem por aí. Que a gente sabe que pode o perímetro aumentar e a área diminuir, a área aumentar e o perímetro diminuir, a área se manter fixa e o perímetro mudar, por exemplo, o *tangram*, existe um monte de figuras que dá para se fazer com o *tangram*. Todas elas têm a mesma área, porque o *tangram* tem 7 peças, mas o perímetro vai mudando, e vice-versa. A gente pode ter várias figuras com o perímetro fixo, a área vai mudando. Aí, dá para fazer aqueles problemas com o barbante, pego o barbante ali, posso ir modificando, formando figuras diferentes, a área vai diminuindo, vai modificando e o perímetro vai ficando sempre fixo. [...] Então, tipo, vocês podem começar a falar, área e perímetro é um corpo muito grande, pode ser que sejam as 3 últimas aulas inteiras só falando sobre perímetro, sobre área, sobre a dissociação.

F: tem a ideia também de figuras equidecomponíveis. Certo?

E1: han? Nunca ouvi isso...

F: por exemplo, dois polígonos, que são figuras equidecomponíveis, se pudesse pegar e decompor eles de uma forma e compor outro com aquelas peças, eles terão a mesma área. E, aí, seria uma coisa para eles montarem também.

O formador e o supervisor estavam sempre motivando e indicando diversos tipos de atividades para trabalhar com perímetro e área, em especial, com a dissociação entre estes. A questão das figuras equidecomponíveis que F explica para E1 remete ao exemplo do *tangram* que S estava falando, em que é possível construir figuras diferentes com as sete peças, e que, embora sejam diferentes, possuem a mesma área, entretanto, os perímetros

podem ser diferentes (LIMA; BELLEMAIN, 2010). Além disso, percebe-se uma interação estreita entre S, F e os estagiários que os fazem vivenciar o estágio como um suporte para a formação e o desenvolvimento profissional destes. A partir dessas discussões, E1 propôs novos temas para a sequência:

- 1.1 Estimativa e medição (comprimento)
- 1.2 Unidades de medida
- 1.3 Perímetro
- 1.4 Área
- 1.5 Área e perímetro

Essa proposta acompanhou todas as sugestões dadas por S e F, e o estudo que vinha sendo feito nas reuniões sobre os documentos curriculares, livros didáticos e artigos. Toda a construção da sequência didática se deu a partir das questões do guia (Apêndice D), que estão de acordo com o esquema do processo formativo construído com elementos da JK e da ED. Este favorece a construção de conhecimentos por parte dos estagiários e aprimora a sequência didática elaborada e realizada em sala de aula.

S mostrou que a ideia de estruturar a sequência não é apenas saber os temas, mas escolher atividades que venham a norteá-la. Além disso, ressaltou que a tabela de conversões não devia ser o foco, mas a conversão que os estagiários estavam pensando não era a tabela inicialmente e sim entre as unidades de medida não convencionais utilizadas pelos alunos na dinâmica. Veremos adiante que a questão de perímetro suscitou diversas indagações sobre o tempo “suficiente” para ensiná-lo, questionado por E1, E4 e reforçado por S. F ainda lembrou que o *tangram* não é um recurso único com a mesma quantidade de peças, existem vários tipos que os estagiários não conheciam.

Depois passaram a discutir onde encontrar essas atividades. F sugeriu olhar para a Prova Brasil, S para as provas de seleção de Colégios Militares e de Aplicação e acrescentou, pedindo permissão para mostrar a aula que fez na sua regência quando estagiário e outros materiais que foram passados por e-mail:

S: [...] não tem aquele material que P mandou com algumas perguntas? Uma das coisas que tinha lá era "ver os erros frequentes dos alunos". Então, a gente tem que pensar nessas coisas todas. Aí, tem uma pasta aqui com 11 artigos só sobre erros frequentes no estudo de Grandezas e Medidas. [...] Por exemplo, a gente montou essa malha e distribuiu, quando foi ver, viu que deu uma bronca, por quê? Porque a malha precisa ter quadradinhos menores. Então são coisas que a gente só viu na hora de fazer. [...] Relação de área x perímetro: se os polígonos possuem o mesmo perímetro, vamos calcular suas áreas.

Dentre os artigos (PERROTA; PERROTA, 2005; SILVA, 2009; DUARTE, 2004; SANTOS FILHO; AROUCA, 2004; ARAÚJO FILHO; MORAIS, 2010) que S comenta, alguns não foram publicados e outros são arquivos com atividades do campo das Grandezas e Medidas. Ao decorrer das atividades, S também comentou sobre outros conteúdos que os alunos estudaram ou que ainda iriam estudar.

S: eles estão vendo ângulos, então eles têm noção do que é um ângulo de uma volta, o que é um ângulo... eles sabem o que são divisores e múltiplos. [...] A gente não viu, era para ter visto, mas não deu tempo de ver os ângulos internos de polígonos geral. A gente viu o triângulo e essa semana a gente só viu os ângulos internos do triângulo que é 180 e os ângulos externos do triângulo que é 360. A finalização desse estudo vai vir depois da regência.

Novamente, o entendimento de S sobre a turma se faz presente na discussão para auxiliar os estagiários sobre os conhecimentos prévios dos alunos. E continuou comentando mais atividades utilizadas/estudadas em seu estágio:

S: aí, depois, tem mais questão aqui. Dessas três figuras, vimos que a que possui maior área é o hexágono. Existe alguma outra figura regular com o mesmo perímetro que tenha área ainda maior que a do hexágono? Essa pergunta também é muito boa e ficou em aberto. [...] Área de outros polígonos regulares. A gente fez com heptágono, octógono, eneágono, e assim por diante, e a gente foi achando e vendo que sempre tendia a aumentar. Se a gente fizesse a área do círculo ia ver que ia dar bem pertinho disso aqui. [...] Existe alguma figura plana que possua o perímetro máximo se a área for fixa?

Muitos problemas a serem incorporadas na sequência pelos estagiários, envolvendo diversos recursos e contemplando os principais pontos dos documentos curriculares estudados, dos livros didáticos, dos artigos, das discussões e das reflexões realizadas até o momento, antes do primeiro encontro. No próximo tópico, iremos perceber o que foi utilizado em cada encontro.

6.2 Sequências Didáticas Planejadas e Implementadas No 7º B

Após a última reunião (22.05.2018), anterior à primeira aula da sequência, com todos os participantes, os estagiários se reuniram entre eles – no mesmo dia – para refletir sobre as discussões e organizar a sequência didática. Infelizmente, tivemos um imprevisto nacional

que veio a intervir no decorrer do processo formativo – uma greve de caminhoneiros⁴⁰ – e ficamos nos correspondendo pelo grupo do aplicativo. Os estagiários reuniram-se em outros momentos pela internet. Esses encontros não foram gravados e a partir deles foram construídos os slides do primeiro encontro (Figura 31). Cabe lembrar que embora os planejamentos escritos tenham sido pedidos por P, S e F, não foram produzidos pelos estagiários. O esboço do plano de aula escrito para o primeiro encontro foi transformado em slides e assim por diante com os demais encontros – o rastro de que dispomos para inferir o que os estagiários pretendiam realizar em cada aula são as apresentações que eles prepararam e o que expressaram oralmente.

Figura 31: Slides da primeira parte do 1º encontro sobre medição e comprimento

MEDIÇÃO

Estagiários

Estagiário E1 Estagiário E4

ALGUNS QUESTIONAMENTOS

•O que é medir? ■

•Pra que medir?

Anotar no quadro, as respostas mais pertinentes, e comparar no fim da aula.

INVESTIGação

• Vocês terão 15 minutos para:

- Em grupos de 4 alunos, investiguem os tamanhos dos locais da sala;
- Registrem, em um papel, os resultados obtidos e descrevam o processo que realizaram.

Fonte: Autoria própria.

⁴⁰ **Fonte:** <<<https://www.bbc.com/portuguese/brasil-44302137>>>. Esse evento teve impacto sobre a pesquisa pelo fato de durado 10 dias, o que atrasou nossos encontros e o calendário escolar que foi alterado para não prejudicar os alunos.

Nota-se que as perguntas dos slides permaneceram as mesmas da última reunião para refletir sobre os conhecimentos prévios dos alunos. Inicialmente, a segunda era ‘como medir?’ e mudou para ‘para que medir?’, analisando a prática da medição. Tendo como antecipação das respostas, como disse E4, deixá-los confusos sem saber o que responder, ou ‘a gente mede as coisas’, ou palavras relacionadas, como ‘tempo, comprimento, número’. O comentário para anotar as respostas no quadro da atividade proposta e facilitar no final da aula faz parte da JK e é papel do supervisor ensinar aos estagiários sobre essa parte pedagógica (MAZIERO; CARVALHO, 2012).

Figura 32: Continuação dos slides do 1º encontro

RESULTADOS

OUTROS QUESTIONAMENTOS

- Mesmo os resultados dando diferentes, a medida do local muda?
- Por que houve resultados diferentes?
- Seria possível realizar uma conversão das medidas encontradas?

Aqui, só iremos dar uma ideia de como seria possível fazer uma transformação de unidade.

VIDEO

ALGUMAS RESPOSTAS

Fonte: Autoria própria.

Um ponto importante para a escrita dessas respostas é que as imagens eram projetadas no quadro, então os resultados foram anotados dentro do slide. A atividade proposta trabalhou com diversas unidades de medida não convencionais, de acordo com os documentos curriculares estudados, livros e artigos. Uma unidade de medida não antecipada e utilizada pelos alunos foi a altura de um caderno, facilitando a conversão por ter as dimensões na parte traseira do mesmo.

Vemos que os questionamentos para concluir o raciocínio sobre os resultados encontrados pelos alunos possui um erro ‘a medida do local muda?’, ao invés de ‘o comprimento’. Quando voltamos à Figura 26 do plano escrito, a pergunta estava correta e, no momento da aula, E1 percebeu e se corrigiu na oralidade. Isso remete ao tripé da grandeza, medida e objeto (LIMA; BELLEMAIN, 2010). A ideia era que as respostas levassem os alunos a refletirem sobre a padronização das unidades de medida. A pergunta em rosa era para ser discutida com a turma, caso os alunos não tivessem convertido durante a realização da atividade, pois isso foi antecipado também.

O vídeo sobre vários exemplos do cotidiano para medir o comprimento e os aspectos históricos da medição não foi o da TV Escola citado por F, mas um que os estagiários encontraram no *YouTube*⁴¹. Este foi pausado antes da história, pelo fato de que um aluno questionou e outro respondeu. Então, os estagiários não sentiram necessidade de prosseguir. Por fim, voltando às questões iniciais, era esperado que os alunos respondessem ‘comparar’ para a definição de medição, mas nenhum aluno dessa turma chegou à resposta esperada.

Ressaltamos que no decorrer da sequência, à medida que cada encontro terminava, pelo menos até o terceiro ocorreu uma breve discussão sobre a aula (inspirada na análise *a posteriori* da ED e na reflexão pós-aula da JK) para dar continuidade ao planejamento com alguns elementos das análises preliminares feitas e a elaboração e análise *a priori* dos encontros seguintes.

Para o segundo encontro, o tema foi o de perímetro. Como E1 estava presente desde o início do processo, o plano do primeiro encontro foi baseado no que ele fez individualmente e nas modificações com o estudo dos documentos, livros e artigos, em colaboração com os outros estagiários. Entretanto, para o segundo encontro, o primeiro ‘planejamento’/apresentação foi feito pela dupla E5 e E6 que aplicou a sequência na turma A. Observa-se um maior distanciamento das análises preliminares no planejamento inicial

⁴¹ **Fonte:** <<https://www.youtube.com/watch?v=q5y_B3nJspE&t=160s>>.

dessa aula do que no da aula anterior. A dinâmica de começar a aula com algumas questões iniciais permaneceu, mas os problemas escolhidos não eram desafiadores.

Figura 33: Slides da primeira parte do 2º encontro sobre perímetro

PERÍMETRO

Estagiários

Estagiário E5 Estagiário E6

ALGUNS QUESTIONAMENTOS

- O que é perímetro?
- Qual a utilidade do perímetro?
- Como calculamos o perímetro?

Anotar no quadro, as respostas mais pertinentes, e comparar no fim da aula.

Exemplos

Fonte: Autoria própria.

Na mesma linha da pergunta ‘o que é medir?’, a proposta de E5 e E6 para essa aula era começar com a questão ‘o que é perímetro?’. Mais uma vez, os estagiários estavam em busca dos conhecimentos prévios dos alunos, no intuito de retomar, ao final da aula, e ver em que avançaram. Isso relembra a importância que eles dão às definições como ponto de partida da atividade. Na JK e na ED, a situação-problema é apresentada primeiro e, embora isso tenha sido dito aos estagiários no início do estudo, a consulta ao livro (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012) em que se basearam para planejar o primeiro encontro talvez tenha induzido à dinâmica escolhida para as aulas.

Além de sondar como os alunos definem perímetro, na mesma estrutura da primeira aula, segue-se a pergunta sobre a ‘utilidade’, ou seja, ‘para que serve o perímetro?’. Os exemplos dos campos de futebol são interessantes para o nível de escolaridade. Finalmente, a última pergunta trata do cálculo do perímetro. A ênfase no cálculo, já nos primeiros momentos da aula, vai de encontro ao que foi estudado nas análises preliminares e à ideia do processo formativo que é baseado na resolução de problemas para levar os alunos a construir seus próprios conhecimentos. A segunda parte do segundo encontro começa com um problema mal elaborado.

Figura 34: Continuação dos slides para o 2º encontro sobre perímetro

INVESTIGACÃO

- Em duplas;
- Desenhar no caderno uma figura composta de três quadrados de lado igual a 3 cm;

Calcular o Perímetro:

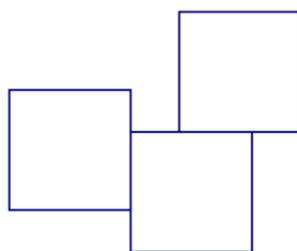
Desenhar os três quadrados em uma única fileira, na horizontal ou na vertical;

Calcular o perímetro;

Fonte: Autoria própria.

Pelo primeiro slide, percebe-se que o enunciado da atividade que os estagiários chamaram de investigação é impreciso. Provavelmente, eles tinham a intenção de trabalhar com triminós, mas o comando da questão não deixa isso claro (por exemplo, nada se diz sobre a necessidade de que sejam justapostos, ou seja, que os quadrados tenham um lado em comum). A ilustração deformada no segundo slide faz com que os quadrados sejam representados por retângulos, o que no nível de escolaridade a que se destina a aula não é conveniente. Essa imprecisão do enunciado do “problema” poderia levar os alunos a desenharem figuras como a que se segue:

Figura 35: Exemplo de como os alunos poderiam desenhar os 3 quadrados

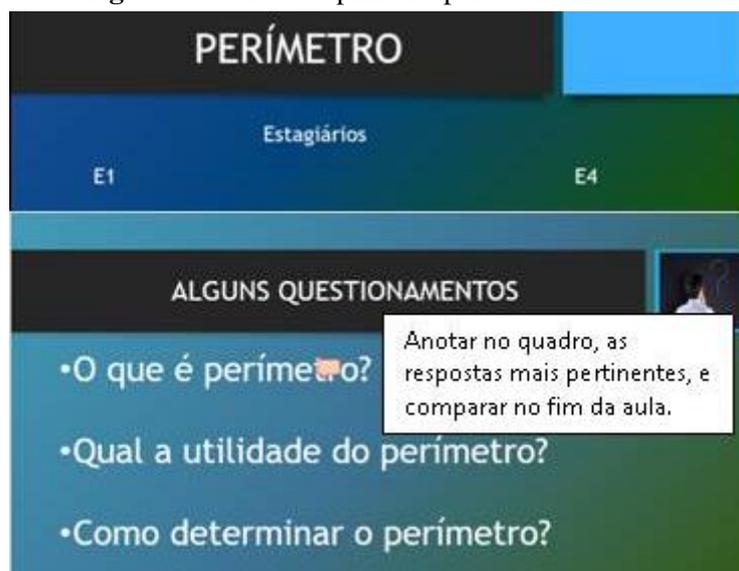


Fonte: Autoria própria.

Depois, solicita-se que os alunos calculem o perímetro da figura desenhada com três quadrados, cujo comprimento de cada lado é 3 cm e traz figuras com formatos diferentes, mas perímetros iguais. No PCPE (PERNAMBUCO, 2012) indica-se o trabalho com perímetro desde o 2º ano, consolidando com mais profundidade a partir do 6º ano. Como S explicou que esses conteúdos não tinham sido trabalhados no ano anterior, a escolha de começar logo com cálculo diverge daquela indicada nas pesquisas (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, LIMA; BELLEMAIN, 2010) e discutida nas análises preliminares. Além disso, as figuras escolhidas são diferentes, mas têm áreas iguais e perímetros iguais, o que pode prejudicar a dissociação entre área e perímetro.

A partir de discussões entre S e os quatro futuros professores, S mostrou alguns exemplos de problemas sobre perímetro e eles construíram/adaptaram as seguintes situações-problemas que foram implementadas:

Figura 36: Slides da primeira parte do 2º encontro



Fonte: Autoria própria.

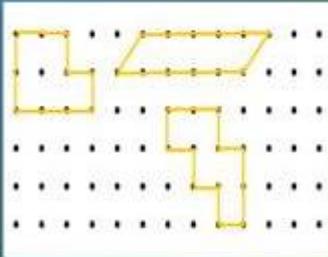
A terceira questão foi alterada para ‘como determinar’, por sugestão de S, que considera o termo ‘calcular’ associado a número. Acrescentamos que este último termo se relaciona com fórmula e que, em parte, ‘determinar’ também leva a número. O conceito de perímetro foi bem discutido nas reuniões, entretanto, E5 e E6 não puderam estar presentes em todas, por isso ainda ficaram com dúvidas em relação ao contorno e ao comprimento do mesmo, que é o perímetro. E6 argumenta que “a soma dos lados” é uma possível resposta, mas que não deveriam dizer o que é perímetro logo, pois a partir das atividades, assim como foi o primeiro encontro, os alunos iriam construir o conhecimento e o conceito de perímetro juntos. O exemplo do campo de futebol permaneceu, só que com outra imagem e outros dois apareceram.

Figura 37: Continuação dos slides para o 2º encontro

EXEMPLOS



EXEMPLOS

POLIMINÓS

• Um poliminó é uma figura geométrica plana formada por quadrados iguais, conectados entre si de modo que, pelo menos, um lado de cada quadrado coincida com um lado de outro.






Fonte: Autoria própria.

Aqui vemos uma explicação sobre os poliminós, recurso também sugerido nas reuniões para trabalhar com perímetro e área. Em seguida, temos o primeiro problema com o uso destes.

Figura 38: Continuação dos slides com as investigações para o 2º encontro

INVESTIGAÇÃO 1

• Em duplas, vocês terão que:

1. Desenhar o polimínó ao lado na sua malha quadrículada;
2. Encontrar outros 4 polimínós, que possuam o mesmo perímetro, e desenhar na malha quadrículada;

RESULTADOS

INVESTIGAÇÃO 2

➤ Construir 4 figuras distintas, que possuam o mesmo perímetro;

➤ Determinar o perímetro de cada figura;

RESULTADOS

INVESTIGAÇÃO 3

• Ordenem as figuras abaixo, em ordem crescente de perímetro:

RESULTADOS

Fonte: Autoria própria.

O intuito do primeiro problema era resgatar a ideia da Figura 18, do capítulo anterior, em que o perímetro se mantém e a área diminui, porém, pensando em trabalhar só com perímetro. Um problema relativamente simples, mas com um propósito por trás, que leva à

dissociação de perímetro e área (LIMA; BELLEMAIN, 2010). O segundo problema era com a utilização de palitos, sugestão de S na última reunião após o primeiro encontro, para manter novamente o perímetro, pois a quantidade de palitos era a mesma. Entretanto, a partir desse enunciado que ficou escasso de informações, pois E1 cortou parte dele no dia anterior sem perceber e gerou um momento confuso no segundo encontro. Mesmo os alunos recebendo 12 palitos, podiam fazer 4 figuras, utilizando outras quantidades de palitos em cada, pois não está explícito para usar os 12. Na reflexão pós-aula, os participantes decidiram manter o problema, mas modificar o enunciado.

Em seguida, o terceiro problema foi adaptado de um dos arquivos que S compartilhou do Laboratório de Ensino de Matemática (LEMAT), pois o enunciado era “Comparando os perímetros das regiões A, B e C, qual destas tem o maior perímetro? E o menor?”, e neste era para se colocar em ordem crescente, não modificando a ideia do original, apenas com novas palavras. Para o nível de escolaridade, foi desafiador no momento das justificativas, que salientaram a diferença entre área e perímetro já introduzindo o conteúdo do próximo encontro. Além disso, ressalta-se a presença de figuras não poligonais, que ainda não tinham sido exploradas nos outros problemas, provocando uma discussão sobre perímetro e contorno (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Como do primeiro encontro tinha sobrado cinco minutos da aula, um dos fatores foi o nervosismo dos estagiários, então resolveram colocar mais problemas, caso houvesse tempo. Vemos indícios de um processo de profissionalização (NÓVOA, 2017) dos estagiários enquanto futuros professores, ao aprofundarem seus conhecimentos pedagógicos, didáticos e conceituais.

O quarto problema (Figura 39) também segue a linha de manter o perímetro, só que com a utilização do barbante. Para esse segundo encontro, os recursos eram malha quadriculada, palitos e barbante. E, por fim, utilizar o barbante, a malha, ou outro recurso que estivesse ao alcance para medir o perímetro da folha (de árvore) que seria distribuída por grupo. Este foi um problema retirado de uma oficina sobre Grandezas e Medidas em que alguns dos estagiários tinham participado. Os dois últimos problemas não foram trabalhados por falta de tempo. Para a finalização deste encontro, os estagiários ainda iriam voltar à pergunta inicial ‘o que é perímetro?’, mas esse retorno também foi deixado para o terceiro encontro.

Figura 39: Continuação dos slides com outras investigações para o 2º encontro

INVESTIGAÇÃO 4

- Utilizando o barbante, desenhem duas curvas fechadas e diferentes.
- Em seguida, Determinem os seus perímetros;

RESULTADOS

INVESTIGAÇÃO 5

- Com as ferramentas que possuem, medir o perímetro da folha.

RESULTADOS

CONCLUSÃO

- O que é perímetro?

Fonte: Autoria própria.

Visto que alguns problemas não foram trabalhados no segundo encontro, os estagiários retomaram as respostas que os alunos deram à definição de perímetro e voltaram ao terceiro problema para a discussão ser concluída.

Figura 40: Slides da primeira parte do 3º encontro

NO EPISÓDIO ANTERIOR...

Estagiários

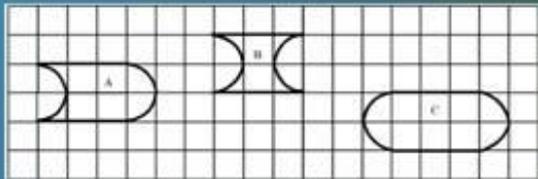
E1 E4

O QUE É PERÍMETRO?

- Soma de todos os lados;
- A medida do contorno;
- Contorno;

INVESTIGAÇÃO 3

• Ordenem as figuras abaixo, em ordem crescente de perímetro:



INVESTIGAÇÃO 4

➤ Desenhem a folha na malha quadriculada. Em seguida, com as ferramentas que possuem, exceto régua, medir o perímetro da folha



RESULTADOS

Fonte: Autoria própria.

As três respostas sobre perímetro – soma de todos os lados; medida do contorno; contorno – foram as mais citadas e debatidas entre os alunos. A análise dos livros e documentos, leitura dos artigos, especialmente o de Lima e Bellemain (2010), contribuíram imensamente no processo formativo dos estagiários sobre o campo das Grandezas e Medidas, pois todas essas respostas tinham sido discutidas antes. Depois, houve retorno ao terceiro problema para que os alunos alcançassem uma melhor compreensão sobre perímetro e o quarto problema da folha.

Figura 41: Slides da segunda parte do 3º encontro

CONCLUSÃO

- O que é perímetro?

ÁREA

Estagiários

ALGUNS QUESTIONAMENTOS

- O que é área?
- Qual a utilidade da área?
- Como determinar a área?

INVESTIGAÇÃO 1

• Encontre a área das figuras ao lado

Fonte: Power point do 3º encontro.

Após a parte de perímetro, dentro do terceiro encontro começa com os mesmos questionamentos do anterior sendo sobre área, embora alguns comentários tenham surgido ao longo do segundo e início deste. O primeiro problema dessa parte é com polígonos, considerando que o comprimento do lado do quadrado da malha é de 1 cm. O segundo problema envolve outros polígonos para os quais a determinação da área exigia sua decomposição e recomposição. Todas as ideias estão fundamentadas no estudo feito nas análises preliminares explorando cada tipo de atividade.

Figura 42: Slides da terceira parte do 3º encontro

INVESTIGAÇÃO 2

• Encontre a área das figuras ao lado

UNIDADE DE MEDIDA

• Área de uma superfície

O centímetro quadrado é uma unidade de área. O quadrado ao lado tem lados de 1 cm, então dizemos que sua área é de 1 cm².

Ao colocar dois quadrados, a área da figura formada fica 2 cm².

3 cm² 4 cm² 5 cm²

INVESTIGAÇÃO 3

• Encontre a área da folha que fora desenhada na malha quadriculada

Fonte: Autoria própria.

Em seguida, os estagiários trazem uma explicação sobre a unidade de área cm^2 , porém, devido ao tempo, ficou para ser discutida no quarto encontro junto com o segundo problema dos políminós. No planejamento, ainda havia mais um problema com o *tangram* e outro retirado da OBMEP (2012).

Figura 43: Slides da quarta parte do 3º encontro

UNIDADE DE MEDIDA (NÃO convencional)

- Utilizando triângulo menor do *Tangram* como unidade medida, como podemos determinar a área das outras figuras?
- Utilizando o quadrado do *Tangram*, como unidade de medida, como podemos determinar a área das outras figuras?
- Utilizando o triângulo maior do *Tangram*, como unidade de medida, como podemos determinar a área das outras figuras?

INVESTIGAÇÃO 4

- Como podemos determinar a área da figura ao lado?

Fonte: *Power point* do 3º encontro.

Outro recurso aparece na sequência – o *tangram* –, que inclusive foi bem discutido nas reuniões e que é citado nos documentos curriculares e no artigo de Lima e Bellemain (2010), cuja utilização foi incentivada por S e F. O quarto problema não foi implementado em sala de aula por escolha dos estagiários de acordo com o tempo que possuíam.

No quarto encontro, os estagiários retomaram com as questões sobre área e o segundo problema dos políminós. A explicação sobre o cm^2 foi discutida novamente e passaram para o terceiro problema em que era para se encontrar a área da folha após desenhá-la na malha quadriculada. Após decalcar a folha na malha, os alunos podiam utilizar um pedaço de barbante que receberam, ou mesmo uma aproximação dos lados dos quadrados para

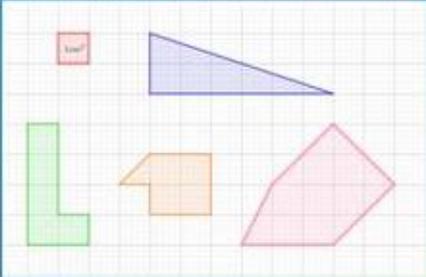
determinar a área. Além do problema dos polígonos, este também levou os alunos a pensarem sobre o comprimento do lado do quadrado e da diagonal.

Figura 44: Slides da primeira parte do 4º encontro

ALGUNS QUESTIONAMENTOS

- O que é área?
- Qual a utilidade da área?
- Como determinar a área?

INVESTIGAÇÃO 2



- Encontre a área das figuras ao lado

UNIDADE DE MEDIDA (convencional)

• Área de uma superfície

 O centímetro quadrado é uma unidade de área. O quadrado ao lado tem lados de 1 cm, então dizemos que sua área é de 1 cm².

 Ao colocar dois quadrados, a área da figura formada fica 2 cm².

 3 cm²  4 cm²  5 cm²

INVESTIGAÇÃO 3

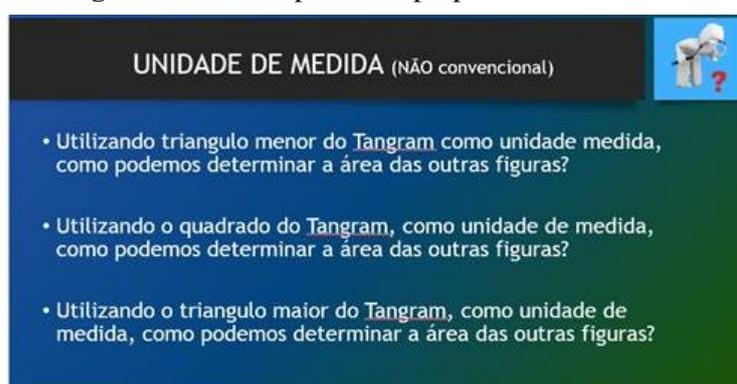


- Encontre a área da folha que fora desenhada na malha quadriculada

Fonte: Autoria própria.

Continuando com os outros problemas, antes de terminar o quarto encontro, os estagiários apresentaram o problema do *tangram* – recurso em papel entregue aos alunos – para que fizessem em casa.

Figura 45: Último problema proposto no 4º encontro



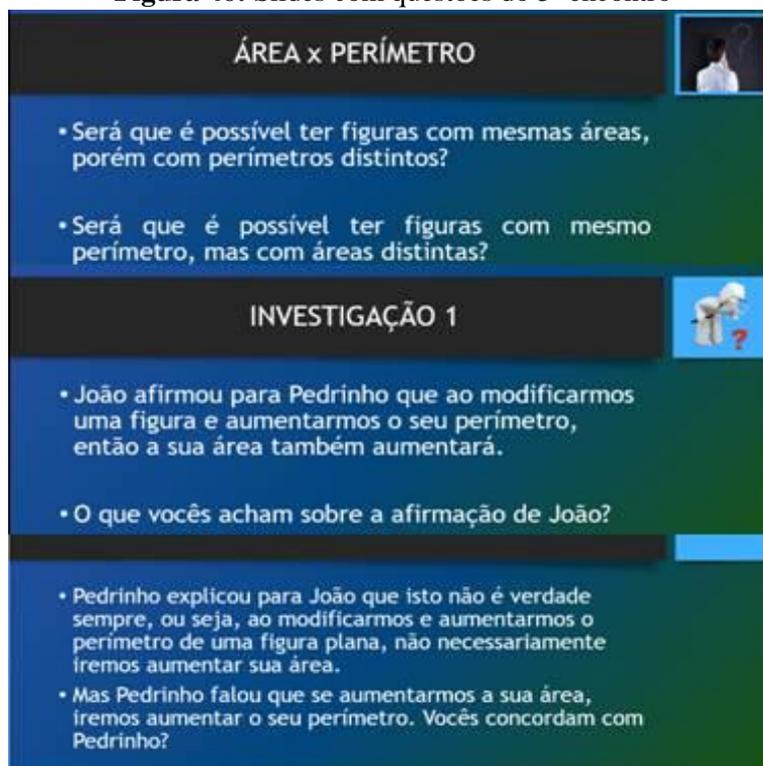
UNIDADE DE MEDIDA (NÃO convencional)

- Utilizando triângulo menor do Tangram como unidade medida, como podemos determinar a área das outras figuras?
- Utilizando o quadrado do Tangram, como unidade de medida, como podemos determinar a área das outras figuras?
- Utilizando o triângulo maior do Tangram, como unidade de medida, como podemos determinar a área das outras figuras?

Fonte: Autoria própria.

No início do quinto encontro, este problema foi retomado e pelos slides do 3º encontro, seria o problema da OBMEP (2012), mas os estagiários tinham muito conteúdo a discutir e finalizar com a discussão das fórmulas, por isso descartaram-no.

Figura 46: Slides com questões do 5º encontro



ÁREA x PERÍMETRO

- Será que é possível ter figuras com mesmas áreas, porém com perímetros distintos?
- Será que é possível ter figuras com mesmo perímetro, mas com áreas distintas?

INVESTIGAÇÃO 1

- João afirmou para Pedrinho que ao modificarmos uma figura e aumentarmos o seu perímetro, então a sua área também aumentará.
- O que vocês acham sobre a afirmação de João?

- Pedrinho explicou para João que isto não é verdade sempre, ou seja, ao modificarmos e aumentarmos o perímetro de uma figura plana, não necessariamente iremos aumentar sua área.
- Mas Pedrinho falou que se aumentarmos a sua área, iremos aumentar o seu perímetro. Vocês concordam com Pedrinho?

Fonte: Autoria própria.

O tema para o quinto encontro foi a dissociação de área e perímetro. Então, a ideia era trabalhar com questionamentos que levassem os alunos a refletirem sobre tudo o que foi estudado sobre perímetro e área “separadamente” e conseguissem juntar para distingui-los. As primeiras foram retiradas de um arquivo do LEMAT. Só que as questões sobre João e Pedrinho ficaram repetitivas em relação às primeiras. Embora a ideia fosse dissociar, com tantas perguntas parecidas, isso poderia levar a uma confusão maior por parte dos alunos. Ainda tinham mais uma questão no planejamento (Figura 47), mas que no encontro ela foi cortada, também por eles perceberem que a ideia estava repetida.

Figura 47: Continuação dos slides para o 5º encontro

• Guilherme decidiu interromper a conversa de Pedrinho e João dizendo que descobriu uma coisa. Guilherme disse que se dobrarmos o perímetro de um quadrado, iremos dobrar a sua área também.

INVESTIGAÇÃO 2

Você possui uma corda com a medida de 16 centímetros, quando está totalmente esticada, como mostra a figura abaixo.

16 cm

Com esta corda, você construiu um retângulo e depois um quadrado, conforme o que podemos observar nas seguintes figuras. Veja.

2 cm 6 cm 4 cm

a) Estas duas figuras têm a mesma área? Quais são suas áreas?
b) Estas duas figuras têm o mesmo perímetro? Quais são seus perímetros?

ÁREA x PERÍMETRO

• Podemos afirmar que se soubermos o perímetro de uma figura, automaticamente sabemos a sua área?

Fonte: Autoria própria.

O segundo problema do quinto encontro era para fechar com a dissociação de perímetro e área, justamente, em busca de alcançar o que tomamos como pressuposto no capítulo anterior. Este tipo de trabalho favorece a compreensão de área e comprimento como duas grandezas autônomas para os participantes, dos quais destacamos os futuros

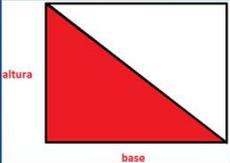
professores. A última questão era para reforçar o que vinha sendo discutido ao longo do encontro.

Após esses debates, os estagiários trouxeram algumas outras questões, como curiosidades, para a introdução das fórmulas de área.

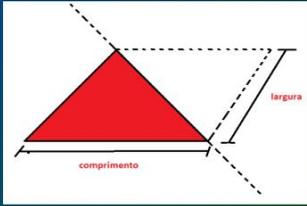
Figura 48: Curiosidades para introdução das fórmulas de área do 5º encontro

CURIOSIDADES

• Triângulo



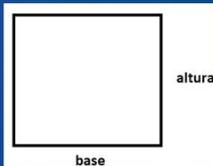
Área = $\frac{\text{base} \times \text{altura}}{2}$



Área = $\frac{\text{comprimento} \times \text{largura}}{2}$

CURIOSIDADES

• Quadrado



Área = base x altura
OU
Área = base x base
OU
Área = altura x altura

CURIOSIDADES

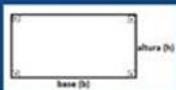
• Pi (π) - Breve história

- Estudado desde a antiguidade, conforme mostram os registros históricos, o número pi continua aguçando a curiosidade dos estudiosos. O motivo é que o seu cálculo resulta em trilhões de casas decimais.
- Entre os babilônios e os egípcios foram encontrados cálculos que se aproximavam do Pi. Eles já sabiam que a razão entre o perímetro e o diâmetro era superior a 3.
- O Pi resulta da divisão do perímetro pelo diâmetro de um círculo ($\pi = \frac{\text{perímetro}}{\text{diâmetro}}$).
- Se medirmos toda a volta de um círculo com fita métrica obtemos a medida do seu perímetro. O diâmetro, por sua vez, é a medida obtida de uma ponta a outra desse círculo.
- Dividindo a medida do perímetro pela medida do diâmetro, o resultado será o número pi.

CURIOSIDADES

• Será que existe uma maneira prática de se obter a área de determinadas figuras?

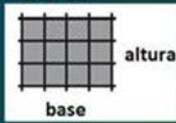
• Retângulo



Vista Superior



Vista "Frontal"



Área = base x altura
OU
Área = comprimento x largura

Fonte: Autoria própria.

Inicialmente, a pergunta sobre a existência de uma maneira mais prática para determinar a área de figuras e depois os exemplos do retângulo, paralelogramo, triângulo e quadrado, com os diversos termos para identificar cada um e as fórmulas. Em seguida, uma curiosidade sobre o π a partir do contexto histórico – o qual é indicado nos documentos curriculares – para discutir sobre o perímetro da circunferência.

Figura 49: Curiosidades sobre a fórmula do perímetro da circunferência e área do círculo

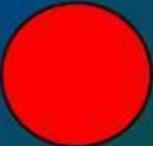
CURIOSIDADES

• Circunferência



Comprimento = $2 \times \pi \times r$

• Círculo

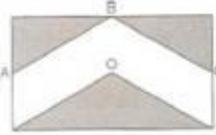


Área = $\pi \times r^2$

Questões

Questão 01: (OBMEP)³² No retângulo a seguir, A, B e C são pontos médios de seus lados e O é o ponto de encontro de suas diagonais. A área da região sombreada é:

A) $\frac{1}{4}$ da área do retângulo.
 B) $\frac{1}{3}$ da área do retângulo.
 C) $\frac{1}{2}$ da área do retângulo.
 D) $\frac{3}{5}$ da área do retângulo.
 E) $\frac{2}{3}$ da área do retângulo.



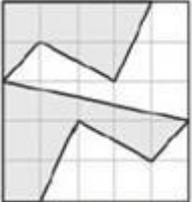
Fonte: BRASIL, OBMEP, 2006

Quadro 26: Questão 3 sobre decomposição e/ou composição de figuras planas em avaliações sistêmicas

Questão 03: (OBMEP)³⁴. Na figura, o lado de cada quadradinho mede 1 cm. Qual é a área da região cinza?

A) 10 cm²
 B) 12,5 cm²
 C) 14,5 cm²
 D) 16 cm²
 E) 18 cm²

Resolução



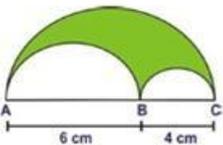
Fonte: Autoria própria.

A diferença entre o círculo e a circunferência ficou nítida no slide e com a discussão em sala de aula, pois muitos alunos não conheciam. Isso não foi discutido com profundidade nas análises preliminares, apenas em uma pequena conversa sobre as fórmulas de área de cada figura. As questões que estão na pós-explicação não foram aplicadas devido ao tempo da aula que tinha terminado, por isso durante a reflexão ficou decidido que seriam colocadas em uma ficha para casa.

Figura 50: Questão para trabalhar com a fórmula do perímetro da circunferência

Quadro 33: Questão 1 aplicada no diagnóstico

Na figura, vê-se uma semicircunferência de diâmetro AC, no qual foram construídas as semicircunferências de diâmetro AB e BC, cujas medidas são 6cm e 4cm, respectivamente.



O perímetro da região sombreada, em cm, é

A) 5π .
 B) 10π .
 C) 19π .
 D) 20π .

Fonte: Elaborada pelo pesquisador

Fonte: Autoria própria.

As seqüências didáticas elaboradas e implementadas foram um pouco diferentes. Algumas vezes, os estagiários não conseguiram gerenciar o tempo e em outras já tinham discutido e cortaram o que estava repetido. É possível perceber a influência do estudo dos documentos, livros didáticos, artigos, em muitas das escolhas didáticas feitas na construção da seqüência. Apesar disso, o último encontro ficou bem corrido e a apresentação das fórmulas de área foi feita sem profundidade. Mas a maior parte das escolhas didáticas feitas no processo de ensino e de aprendizagem das grandezas de comprimento e área conduzido pelos estagiários, sob a orientação do supervisor e do formador, convergiu com o que foi estudado na etapa de planejamento e ao longo da implementação da seqüência. Embora não fosse parte da pesquisa analisar a aprendizagem dos alunos, as observações feitas durante as aulas levam a inferir que o processo foi enriquecedor para os estagiários e para os alunos. Segundo S, os alunos conseguiram compreender como obter as fórmulas com os problemas propostos.

No próximo capítulo, discutimos alguns dos aspectos que mostram mais contribuições do processo formativo com elementos da JK e da ED para os estagiários.

7. CONTRIBUIÇÕES DE ELEMENTOS DA JK E DA ED PARA O DESENVOLVIMENTO PROFISSIONAL DOS ESTAGIÁRIOS

Neste capítulo, discutimos alguns aspectos sobre os quais observamos indícios de impactos do processo formativo sobre o desenvolvimento profissional dos estagiários que foi elaborado com elementos da JK e da ED. Considerando a duração do processo formativo e a amplitude do material empírico analisado, não foi possível, no tempo de que dispúnhamos, explorar a fundo todos os aspectos sobre os quais percebemos avanços na compreensão que os estagiários construíram acerca do ensino e da aprendizagem das Grandezas e Medidas – em especial dos conteúdos focados na sequência (comprimento, perímetro e área) –, assim como sobre questões didático-pedagógicas transversais aos conteúdos matemáticos estudados. Embora haja indícios de desenvolvimento profissional do formador e do supervisor, a limitação de tempo levou a investigar sistematicamente apenas o impacto sobre os estagiários.

Escolhemos, em função das evidências encontradas, explorar os seguintes aspectos: relações entre medição concreta e medição abstrata e papel das unidades não convencionais e convencionais; dissociação entre perímetro e área; formação didático-pedagógica e recursos utilizados. Veremos que alguns diálogos aparecem no capítulo anterior também, mas as análises são complementares pois abordam aspectos distintos. Com isso, fez-se necessário a repetição de diálogos para dar sustentação aos argumentos. Por fim, o que pensam os participantes sobre o impacto do processo formativo em sua formação profissional para a docência?

Esse será o objeto dos próximos tópicos.

7.1 Medição Concreta e Abstrata, Unidades de Medida Convencionais e Não Convencionais

A partir do momento que os participantes iniciaram o estudo dos documentos curriculares e livros didáticos, uma das perguntas que mais chamou a atenção deles foi “o que é medir?”. Em torno dessa pergunta, foram formulados diversos outros questionamentos e reflexões sobre a aproximação da medição de qualquer grandeza (ou especificamente das grandezas comprimento e área), erros, unidades de medida padronizadas e não padronizadas, entre outros. Lima e Bellemain (2010) expressam que, além das dificuldades existentes no

ensino e na aprendizagem do campo das Grandezas e Medidas motivadas por escolhas didáticas inadequadas, o desafio de ensinar conteúdos desse campo se deve também à complexidade epistemológica do próprio campo. Traremos algumas falas dos participantes, em ordem cronológica, trocas de experiência e compartilhamento de conhecimentos que sinalizam aprendizagens relativas a esse aspecto:

F: Eu acho que os meninos [alunos da Educação Básica] são muito treinados para os cálculos, mas quando eles vão comparar figuras, qual tem a mesma área e qual não tem, eles não sabem.

Nessa fala, partindo de sua experiência em sala de aula e de seus conhecimentos em relação às grandezas geométricas, F destaca o que os alunos, em geral, sabem e valorizam. Quando ele fala ‘treinados para os cálculos’ remete ao aspecto das fórmulas que, de acordo com os documentos estudados como parte das análises preliminares, devem ser introduzidas neste nível de escolaridade, mas não devem ser o foco do ensino das Grandezas e Medidas (G&M), apenas. F observa que saber calcular medidas de grandezas nem sempre é suficiente para ser capaz de comparar as áreas de figuras, uma das atividades indicadas por Lima (2007). Vale ressaltar que essa fala ocorreu bem no início do estudo, ou seja, trata-se essencialmente de uma troca de experiência e compartilhamento de conhecimentos entre os participantes – elemento central da JK.

As discussões foram norteando as decisões que influenciaram no planejamento das aulas, como visto no capítulo anterior. S relevou a importância de o aluno:

fazer medição sem o instrumento de medida convencional, fazer comparação, encontrar medidas sem o uso de fórmulas. [...] Algo que a meu ver é fundamental, que é o erro da medida, que pode ser pelo instrumento, de aproximação racional.

Elementos da fala de S, que estão de acordo com os programas curriculares e que complementam a fala de F, como a medição sem o uso de fórmulas, a utilização das unidades de medida não padronizadas, o erro de medição e a medição concreta e abstrata. Os argumentos de S conectam-se com uma das habilidades enunciadas na BNCC (BRASIL, 2017, p. 306, grifo nosso): “resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de grandezas inseridos em contextos oriundos de situações cotidianas ou de outras áreas do conhecimento, **reconhecendo que toda medida empírica é aproximada**”.

E1, estagiário presente nessa primeira reunião, relata que foi a partir de sua entrada em um grupo de estudos sobre didática das G&M que ampliou sua compreensão sobre a

ideia de medição. Antes disso, sempre associava o ato de medir ao uso de instrumentos e unidades de medida convencionais.

E1: Então, eu não preciso de uma régua para medir. Eu pego isso daqui [uma caneta] e consigo medir, fazendo uma aproximação.

O resgate do conhecimento que E1 possuía sobre este campo, a partir do que havia estudado no grupo de estudos foi propiciado pelas análises preliminares da ED e pela troca de experiências na etapa de planejamento da JK.

A discussão sobre medição foi retomada em outra reunião, apenas entre os estagiários, na qual iniciaram propriamente o planejamento do primeiro encontro, a partir do livro de Andrini e Vasconcellos (2012). Como foi comentado no capítulo anterior, os estagiários discutiam sobre as unidades de medida não convencionais, como o passo, e a formalização destas a partir de perguntas do livro didático consultado (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012):

E1: agora, vê, tem essas duas perguntas, não é? Escolha dois colegas para medir o comprimento da sala de aula. Ah, legal, isso estava no meu plano, imitaram [risos].

E5: ele pede para usar o próprio passo como unidade de medida. Isso aí tu falaste no planejamento, não foi?

E1: foi, exatamente, o que eu apresentei [para turma de Estágio III]. “As medidas obtidas foram iguais? Por quê? E aí, o passo é uma boa unidade de medida?” E aí, foi aquilo que...

E5: só se for uma pessoa medindo tudo na vida.

E6: como ele falou aí, dois, aí já vai dar diferente.

E1: exatamente. Porque mesmo que calce o mesmo número de sapato, provavelmente, não vai...

E6: mas é o passo...

Percebemos neste diálogo que as perguntas conduzem para a padronização das unidades e com esta pode-se chegar à formalização das unidades de medida. Até este momento, S, F e E1 tinham estudado os documentos curriculares e analisado alguns livros didáticos.

Depois que os outros estagiários entraram na pesquisa, S, P, E1 e E4 analisaram os livros novamente, mas E5 e E6 não participaram dessa reunião. Isso influenciou no planejamento dos encontros, pelo fato de uns terem mais conhecimento do que outros.

Numa reunião seguinte (presentes: E1, F, P e S), E1 expressa a preocupação de todos os estagiários sobre a definição de grandeza e F discute que o importante é compreender o processo de medição, que é diferente de comparação em certo sentido:

E1: o que a gente ficou com medo também é se eles sabem o que é uma grandeza.

- F:** [...] Não é que eles vão definir ‘área é um atributo desse objeto’.
- E1:** não, não foi nem nesse ponto. Aí foi demais. [...] A definição que a gente estava esperando era nessa segunda parte da aula (depois da investigação) – aí, eu já estou até com medo de falar – é tudo aquilo que pode ser medido. Ou não? Foi isso que...
- F:** não necessariamente. É porque você não precisa só medir, você pode comparar.
- S:** mas comparar é uma medida.
- F:** mas não necessariamente, medir com o que ele está falando (faz uma régua com a mão), usando régua...
- S:** ah sim. Eu meço esse quadro aí com o palmo.
- F:** mas se eu comparo S maior e menor que, eu tô fazendo uma medição?
- S:** ah sim, é porque medição está associada diretamente à unidade.
- F:** se eu comparo duas coisas que esta tem grandeza maior e essa tem grandeza menor, eu não estou medindo.
- S:** verdade.
- F:** como foi que tu dissesse a questão da grandeza?
- E1:** grandeza é tudo aquilo que pode ser medido.
- F:** pronto, essa definição se perde na questão da comparação.
- E1:** então, a gente poderia dizer que uma das possíveis respostas para grandeza é aquilo que pode ser medido?
- S:** essa questão da comparação, é fato isso que F traz, eu posso, eu consigo perceber que a área desse PC é maior que a área desse celular porque eu faço assim [colocou o celular em cima do PC] e vejo que...
- F:** por inclusão, aí é propriedade Matemática. Não estou medindo para saber isso. Da mesma forma por decomposição e recomposição.
- S:** só que quando a gente fala em medir, isso geralmente está associado à unidade de medida. Aquela unidade cabe quantas vezes ali? Aí, essa medição não deixa de ser também um tipo de comparação. O que é que acontece? Eu estou comparando o tamanho disso aqui com o tamanho do quadro.
- F:** por exemplo, eu faço decomposição e recomposição para saber se aquelas figuras têm a mesma área ou não, eu não estou medindo para saber, estou sobrepondo uma a outra. Agora é isso que a gente tem que ter cuidado, que é isso que S falou. Agora, a gente pode fazer também uma sequência que conduza o aluno a chegar a esse tipo de conhecimento que até certo ponto que ‘é tudo aquilo que pode ser medido’, que é isso que tem no livro didático, não é isso? Mas também comparar...
- E1:** é, ele faz também comparação.

Percebe-se que da preocupação sobre a definição de grandeza surgiu o diálogo sobre medição e comparação. Quando S fala que ‘comparar é uma medida’, enfatiza que ao medir, realizamos implicitamente uma comparação, pois buscamos responder ‘quantas vezes certa grandeza (tomada como unidade) cabe em outra grandeza de mesma natureza’. Embora esse olhar seja legítimo e precise ser explorado no ensino, há outros elementos que precisam ser trabalhados na relação entre comparar e medir. Quando se comparam dois objetos em relação a uma mesma grandeza, pode-se dizer que um é maior que outro e, para isso, não é preciso medir (LIMA, 2007), como F explicou em sua fala. Além disso, na fala de S não fica muito clara a distinção entre o ato de medir e o resultado da medição, um número, que é a medida

(LIMA; BELLEMAIN, 2010). A importância da escolha de uma unidade de medida adequada para cada objeto e situação é retratada nesta fala:

E1: E compreender a adequação de processo, instrumento e unidade de medida. Então, precisa ter, né? Quando você vai medir, você precisa de processo, aí depois você pega um instrumento e depois, no último, é que você pensa sua unidade de medida.

S: com instrumento você já tem a unidade de medida, não é?

E1: é.

S: se eu pego uma régua, eu já sei que a unidade vai ser centímetro ou milímetro. Então, tem que escolher uma unidade de medida.

Nos PCN (BRASIL, 1998), ressalta-se essa identificação das unidades de medida adequadas para a medição de cada grandeza. Nesse diálogo, vemos que E1 desvincula o instrumento a ser utilizado para medir da unidade e S mostra que a escolha do instrumento leva quase diretamente à escolha de uma unidade de medida. A construção dos elementos conceituais envolvidos no estudo e no planejamento foi sendo moldada e reconstruída à medida que os estagiários discutiam entre si e com o supervisor e o formador. É o que Rocha e Fiorentini (2005) argumentam sobre a ressignificação dos conhecimentos produzidos e mobilizados na prática docente.

Na reunião do dia 17 de maio de 2018, com a presença de S, E1, E4 e P, foi retomada a análise dos livros, com foco na construção da sequência dos conteúdos, das atividades a serem propostas, definições e exemplos. Nesse dia, surgiu novamente a discussão sobre unidades de medida convencionais e não convencionais, adequadas para cada situação, os significados de medir e de comparar. No momento, o livro “Araribá” (GAY; SILVA, 2018) estava sendo analisado:

S: atributos que podem ser medidos. Unidades convencionais, não convencionais. Massa. O que é medir? A gente já bota o exemplo do palmo e que é necessário escolher uma unidade adequada, isso é uma definição boa, e compará-la com o que será medido. Eu escolho a unidade e comparo... foi o que eu estava falando com F semana passada. Porque eu disse: medir também é comparar.

P: ... se você tem a unidade de medida, você está comparando.

S: o que F quer chamar de comparação é outra coisa. Você não precisa medir para saber que a área de uma figura, às vezes, é igual que a outra. Você compara, vamos supor, por exemplo, se sobrepor uma com a outra, se sobrou ali e você diz que com certeza essa é menor, sem precisar de medição nenhuma. Por exemplo, eu sei que a área disso daqui é menor que isso aqui, porque veja só. [...] Mas, quando eu estava falando com ele, eu estava pensando nessa definição que a gente tinha visto. “Para medir qualquer grandeza é necessário primeiro escolher a unidade adequada e depois comparar essa unidade com o tamanho total”, comparar é com 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, digamos, 7 vezes, então isso aqui mede 7. Essa é uma comparação, é uma definição boa que pode ser trabalhada se vocês

quiserem apresentar uma definição de medição. Aqui é bem inicial, é o primeiro de tudo.

O processo de ensino e aprendizagem do conteúdo é importante e isso envolve os significados de cada tópico, mas algo que S chama a atenção dos estagiários presentes é a adequação das definições para o nível de escolaridade dos alunos. Então, discutir sobre medição como comparação e contagem foi algo que os estagiários compreenderam ao longo do estudo. E5 e E6, como não estavam presentes nesta reunião, ficaram mais voltados à comparação, pois foi o que viram no livro (“Praticando Matemática”). O livro “Teláris” (DANTE, 2015) apresenta uma definição parecida com a do Projeto Araribá e com isso S reflete sobre a unidade de medida ser maior do que o objeto:

S: Lembrando que vai ser massa discutir, por exemplo, que o que eu vou medir pode ser menor do que a unidade, "quantas unidades cabem?", "meia unidade cabe". "Quantos palmos eu tenho na medição desse livro?", aqui eu vou ter um palmo e um pouquinho, aqui eu vou ter um pouco menos de um palmo. Isso é uma medição, é uma comparação. A gente viu isso. Se eu tenho uma peça grande, um triângulo grande, como minha unidade de medida, quanto mede a área do triângulo pequeno? A gente viu que era $1/4$, 0,25. Lembrando, cada peça como uma unidade, a gente vê que muda tudo.

Como ilustram os extratos de diálogo, a atuação de S enquanto supervisor do Estágio, foi de formador para os estagiários, conforme indicam Maziero e Carvalho (2012) e Nóvoa (2017) em suas pesquisas. Nesse último exemplo, além de voltar à relação entre comparar e medir, S aborda o uso de unidade de medida não convencional (o palmo), observa que o resultado da medição (a medida de comprimento, no caso) não é necessariamente inteira e reflete com os estagiários sobre a possibilidade de a unidade ser maior que a grandeza que está sendo medida. S lembra da atividade com o *tangram*, na qual, ao tomar a área do triângulo maior como unidade, é possível medir a área das demais peças e obter, por exemplo, 0,25 como medida da área do triângulo pequeno (o que remete implicitamente à conexão do campo das grandezas e medidas com os números decimais). Ainda na análise dos livros, S destaca que se houver compreensão desse processo de medição com unidades não convencionais, vai ser mais fácil abordar, em seguida, a medição com unidades convencionais:

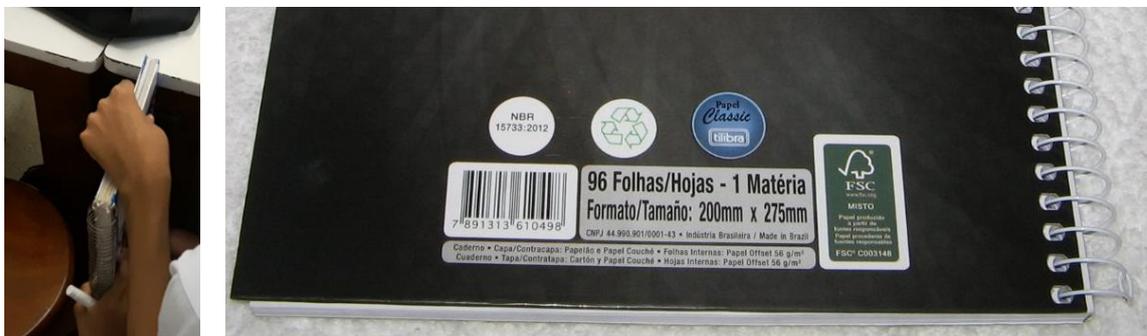
S: se lá na Antiguidade, medir com palmo, passos, eles já trabalharam isso bastante, a ponto de eles saberem que se o palmo é menor, o número vai ser maior, eles [alunos da Educação Básica] vão entender isso mais facilmente. Porque eles vão perceber, se a minha unidade é milímetro, então vai dar uma quantidade muito maior de número. Então, eu vou ter que multiplicar por 10, ou por 100, ou por 1000. Então, essa relação de

quanto menor a unidade, maior vai ser o número associado à grandeza a ser essa medida, ela é que justifica isso aqui estar em centímetro.

A partir disso, então, vamos destacar outros trechos de fala e acontecimentos, dentro do mesmo aspecto, que ocorreram nos encontros e nas reflexões. O momento da sala de aula foi formador para os estagiários no sentido de que a discussão que emergiu foi rica. No primeiro encontro (duas primeiras aulas), como previsto para a primeira situação, os alunos deram muitos exemplos para responder ‘o que é medir?’ e ‘pra que medir?’, como, por exemplo: tentar saber o tamanho de alguma coisa, medir o tamanho de um ângulo, volume, altura, comprimento, peso, massa; eles não responderam inicialmente à primeira pergunta no sentido de “comparação e contagem”, ou apenas de ‘comparar’, como os estagiários haviam observado na abordagem proposta pelo livro didático.

Na segunda atividade, os alunos usaram unidades auto escolhidas: mãos, palmos, polegares, cadernos, passos e régua. Muitos alunos converteram essas unidades não convencionais em centímetros ou milímetros, algo antecipado na primeira etapa do processo (Figura 51):

Figura 51: Medindo a altura da mesa com um caderno e convertendo para mm usando as medidas da parte traseira do objeto



Fonte: Autoria própria.

Cinco grupos não foram autorizados a usar régua; de fato, quatro deles fizeram a conversão usando régua para medir a unidade não convencional escolhida. Mas o terceiro grupo usou criativamente o fato de que as dimensões do caderno (em milímetros) estavam impressas nas suas costas (Figura 51) e, usando isso, conseguiu converter a medida em centímetros.

O quinto grupo (usando régua) mediu o comprimento de um armário e obteve 1,88 m; o sexto grupo encontrou o mesmo comprimento em 2,13 m, usando uma mão como unidade e depois convertendo em metros, usando uma régua para medir a mão. Percebendo a

diferença, uma aluna do quinto grupo decidiu medir o gabinete novamente com uma régua diferente e obteve 2,16 m.

Após E1 registrar todos os resultados dos alunos no quadro para o problema de medição sem colocar as unidades, alguns alunos insistiram que E1 escrevesse de quem eram os passos, as mãos, palmos etc. que foram usados, percebendo que uma “mão” é uma unidade ambígua, pois difere de pessoa para pessoa. Isso foi feito de propósito para que os alunos compreendessem a padronização das unidades que seria institucionalizada com as perguntas do *feedback*.

Alguns alunos também perguntaram onde um passo ou um palmo começa e termina, algo antecipado nas reuniões da primeira etapa, e uma aluna disse:

Aluna: é só especificar quando for escrever, entendeu? Em vez de você colocar só 1 passo, colocar do calcanhar até a bica do sapato.

E1: especifica como é que você fez a medição do passo, não é isso?

Aluna: [...] A gente explicou que foi do dedão até o mindinho.

Essas discussões e outras semelhantes foram úteis para preparar a segunda pergunta usada na institucionalização (“Por que obtemos resultados diferentes?”). De acordo com o referencial adotado acerca das grandezas geométricas (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989), o enunciado da primeira pergunta que constava nos slides (“Mesmo os resultados dando diferentes, a medida do local muda?”) revela uma confusão entre a grandeza (comprimento) e a medida (número). É importante ressaltar que E1 percebeu que a pergunta tinha sido escrita de forma inadequada e na mesma hora mudou oralmente para “mesmo os resultados dando diferentes, o comprimento do local muda?” e muitos alunos disseram “não”. Relembramos que no esboço do planejamento do primeiro encontro, os estagiários tinham escrito corretamente, mas nos slides houve essa confusão. Interpretamos que o fato de E1 ajustar a pergunta durante a aula é reflexo das análises preliminares e *a priori*. Uma aluna ainda explicou:

Aluna: pode ter várias maneiras diferentes de medir, mas o objeto nunca vai mudar, a gente vai achar, sei lá, metro... ou... outras medidas, entendeu? Sei lá...

E1: outras unidades, não é? Eles utilizam unidades diferentes, conseqüentemente por usar unidades diferentes, a gente vai encontrar resultados diferentes. Isso não significa que o tamanho muda.

A terminologia da aluna não é tão precisa, com uma clara distinção de unidades e medidas, mas revela que ela compreende que mesmo se a medida se altera, há atributos que são conservados. Na explicação de E1, ele tenta corrigi-la usando a palavra ‘unidades’. Além disso, em vez de usar a palavra comprimento, usa tamanho por ter sido algo comentado por

S, que para o início da sequência ficaria mais claro para os alunos. Essa discussão sobre as unidades ajudou os alunos a perceberem que as medidas dependem das unidades, mas a grandeza (comprimento) não. Um dos alunos também perguntou:

Aluno 1: E antes dessa medida pré-definida?

Aluno 2: usava-se o pé dos reis.

E1: exatamente, é como nosso colega aqui falou. Antigamente, se usava, por exemplo, dependia de reino, dependia de cada localização, dependia de cada cidade. Os reinos, por exemplo, utilizavam as medidas do rei. Então, o rei lá que estava atual, o pé dele media quanto? Media tanto. Então, ia ser o pé do rei.

Aluno 3: ah, eles não sabiam quanto media o pé dele direito, eles usavam o pé dele, tipo tantos pés do rei.

Outro aluno explicou que, nos velhos tempos, as pessoas usavam partes do corpo do rei como unidades padrão; o professor acrescentou que em tempos ainda mais antigos, as pessoas também usavam suas próprias mãos como unidades (evidentemente levando a menos precisão). O professor também mencionou que em alguns países, unidades como “jardas” ou “polegadas” são remanescentes de unidades de medidas históricas baseadas no corpo humano.

Durante a reflexão, os estagiários concordaram que, em geral, os alunos trabalharam com sucesso nas questões e atividades, incluindo o uso de unidades não convencionais. Eles ficaram particularmente felizes e um tanto surpresos com as iniciativas espontâneas dos alunos, como o uso do caderno – não previsto na análise *a priori* – e suas dimensões impressas, e iniciando a discussão das práticas históricas de medição.

Com relação ao episódio em que o quinto grupo obteve resultados diferentes com uma régua – só um grupo foi autorizado a usar régua, escolhido aleatoriamente – E1 e E4, que ensinaram as aulas, acharam que os alunos poderiam ter falhado na utilização da régua, expressaram a preocupação de não terem trabalhado com erro de medição. S destacou que ele insistiu na importância de tal precisão há algumas semanas. Mas E5 (observador) tinha, de fato, notado que os grupos encontraram resultados diferentes porque usavam régua diferentes e a régua que usaram primeiro não era completamente reta. A partir desse episódio da reflexão, os estagiários aprenderam que um professor pode ignorar aspectos importantes do trabalho dos alunos, o que reforça a hipótese de que a presença de observadores, que têm uma função especial na JK, pode ser uma fonte de compreensão do que se passa na sala de aula. Como destaca Elipane (2012), as observações conduzem os participantes a refletirem sobre suas práticas e perspectivas. Assim, essa situação ilustra que a participação dos estagiários observando as aulas de seus colegas contribuiu para a formação e

desenvolvimento profissional dos estagiários envolvidos (tanto os que estavam ministrando as aulas como os que observavam).

S também mencionou que os alunos nem sempre percebem que as medidas práticas são aproximações a partir de uma pergunta que E1 e E4 fizeram: “se a gente fosse medir novamente, os resultados seriam diferentes?”. Alguns alunos ficaram pensando que tinham sido muito criteriosos e rigorosos em suas medições, por isso não concordaram que eram aproximações. S tinha destacado nas análises preliminares que já tinha sido discutido em aulas anteriores sobre a precisão dos instrumentos de medida, ou seja, aqui vemos a prática ressignificando a teoria (NÓVOA, 2017) a partir do que tinham estudado e estavam discutindo neste encontro sobre medição.

A natureza de como foram planejadas as aulas, permitiu dar segurança aos estagiários para os imprevistos que foram aparecendo. Na reflexão do primeiro encontro, os estagiários não ficaram satisfeitos com o fato de os alunos não usarem o termo 'unidade'. E5 (observador) notou que, quando os alunos foram novamente questionados sobre o significado de medição no final do encontro, as respostas não foram tão diferentes:

E5: [...] no final, quando você [E4] perguntou o que significa medir, eles responderam o mesmo que eles haviam respondido no início, ou seja, na cabeça deles não foi fixada a ideia de que era para comparar [os objetos com um certo número de cópias da unidade]. E entendi que a ideia realmente de medir para eles não estava bem estabelecida.

Nota-se que para E5 a ideia de medir como comparar estava clara e ele referenciou bastante o livro que utilizaram no planejamento desse encontro. Ao fazer uma avaliação dos alunos, percebeu que eles não conseguiram definir, embora durante a realização da atividade tenham compreendido todo o processo de medição, que era o objetivo para esse primeiro encontro, mas isso não estava claro para E5, algo que explicitou na reflexão final. A importância de saber os objetivos de aprendizagem para cada situação da sequência didática faz parte do plano de aula escrito da JK e da análise *a priori* da ED. Para quem esteve mais presente no processo, como E1 e E4, foi mais visível o quanto eles utilizaram a formação em sala de aula e se desenvolveram profissionalmente.

Para o segundo encontro, sobre perímetro, S distingue os três tipos de objetos: gráfico, físico e matemático (LIMA; BELLEMAIN, 2010) para falar de medição concreta e abstrata:

S: então a gente percebe que por querer desenhar no plano uma figura que é espacial já existe uma modificação aí. Mas isso aqui é um objeto gráfico. Se eu fosse comparar, por exemplo, um objeto físico seria se eu tivesse um dado aqui, então esse dado aqui poderia representar o cubo. Mas o objeto

matemático com a perfeição ele é abstrato. [...] Se a gente olhar para uma figura, a gente está falando do perímetro, mas a gente tem que ter esse cuidado. A gente está falando de aproximações, a gente não está trabalhando com exatidão. [...] por exemplo, a diagonal de um quadrado de lado 1, certo? Num objeto físico ele jamais será um número irracional. Porque eu vou ter que usar um instrumento de medida que tem aproximação decimal.

Essa fala destaca a distinção entre as aproximações das medições no objeto físico – medição prática – e o caráter exato da medição abstrata de um objeto matemático – medição teórica. Por serem aproximações, existe a possibilidade de erros. Saber diferenciar o conhecimento do professor e o conhecimento do aluno é extremamente importante para planejar aulas, S deixou claro ao mostrar que não é para E6 ensinar no 7º ano sobre os diferentes objetos detalhadamente, mas que ao medir o perímetro de um galinheiro encontrará uma aproximação, pois aquela é uma situação voltada para a realidade que se traduz num objeto físico e não matemático:

S: eu queria que a gente tivesse uma distinção entre essa coisa de objeto físico e objeto gráfico para também a gente não acabar exagerando na abordagem prática e acabar esquecendo um pouco da abstração e exatidão que existe na Matemática abstrata. [...] eu tô olhando linhas, eu tô olhando linhas do campo [de futebol], os desenhos que lembram as figuras geométricas. É isso que eu falei: desenhos que lembram figuras geométricas, figuras geométricas é um objeto matemático.

Com os exemplos, durante o planejamento do segundo encontro, S destacou mais uma vez a distinção entre os objetos.

O terceiro encontro sobre perímetro e área teve como problema central a medição do perímetro de uma folha (natural) entregue aos alunos para desenharem uma aproximação na malha quadriculada. Além das ferramentas que eles tinham, os estagiários deram um pedaço de barbante, ou seja, sempre resgatando a utilização de instrumentos e unidades de medida não convencionais.

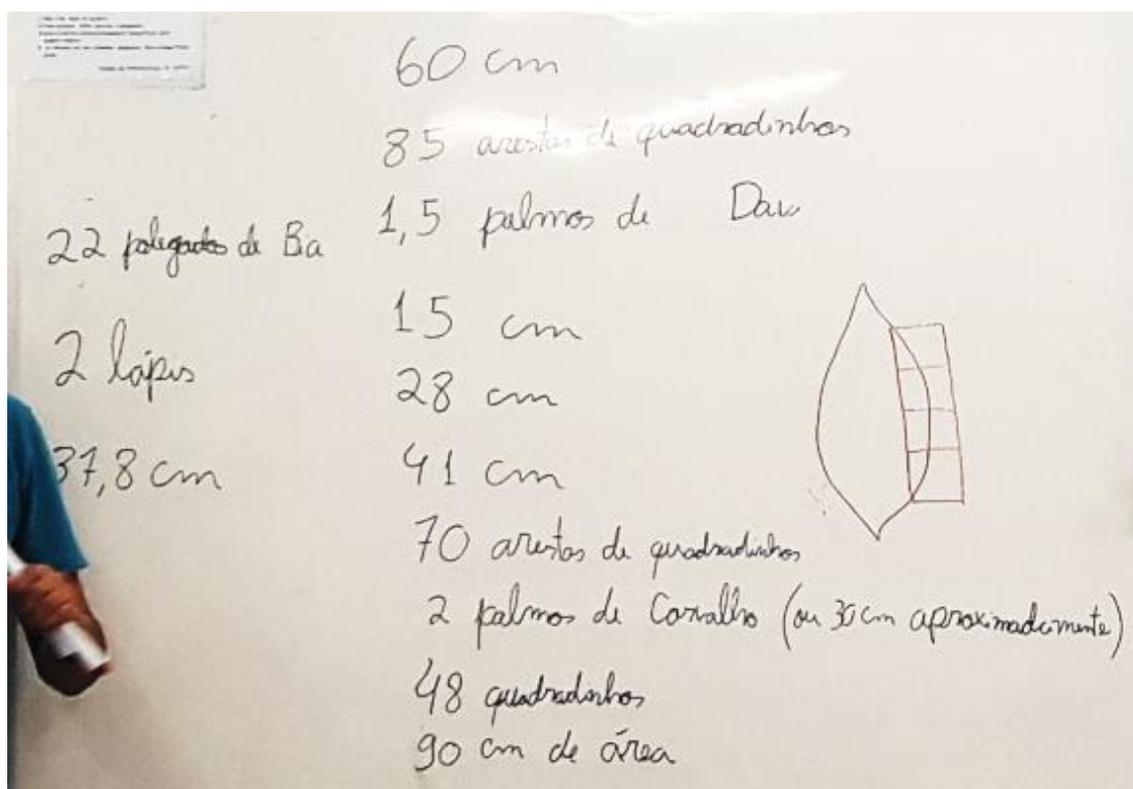
Figura 52: Investigação 1 do 3º encontro – continuação do 2º

The slide is titled "INVESTIGAÇÃO 4" and features a small icon of a person with a question mark. The main text reads: "Desenhem a folha na malha quadriculada. Em seguida, com as ferramentas que possuem, exceto régua, medir o perímetro da folha". Below the text is a grid with a green leaf placed on it.

Fonte: Autoria própria.

O objetivo era trabalhar mais a questão das curvas para desvincular o perímetro dos polígonos e da definição ‘soma de todos os lados’. Na figura seguinte, veremos os resultados dos alunos expostos no quadro por E4:

Figura 53: Foto do quadro com os resultados da investigação 4



Fonte: Autoria própria.

Pode-se perceber que alguns alunos utilizaram palmo, lápis, polegadas, remetendo ao 1º encontro sobre medição e as unidades de medidas não convencionais. Um dos grupos confundiu com a área:

Aluno 4: primeiro, eu acho que tem muita gente que não sabe que uma reta assim, no quadrado, é menor que se a gente colocar uma curva dentro, fazer uma curva. Aí tem pessoas como fulano que estava medindo só isso daqui assim, oh [fazendo o gesto de medição apenas da reta]. Ou seja, isso daqui é menor do que isso daqui [gesticulando a curva]. Eles [integrantes do trio] não sabiam e mediram assim. Isso é menor do que uma curva. Então claro que vai dar uma diferença e não tem como a gente medir, por enquanto, exatamente, quanto é essa curva. Então por isso que nenhum desses aí em centímetros provavelmente vai estar certo.

E4: oh, o que aluno 4 quer dizer é o seguinte. Teve alguns grupos, algumas pessoas. Aí eu fiz um exemplo aqui [imagem no quadro – fig. 53], tem uma parte aqui da malha quadriculada e tem uma folha desenhada. Aí teve alguns grupos que fizeram: essa curva aqui preta ela está parecida com esta

aresta aqui, então mesmo comprimento. Então, eu posso aproximar esse comprimento desse pedacinho aqui de preto com o vermelho, certo?

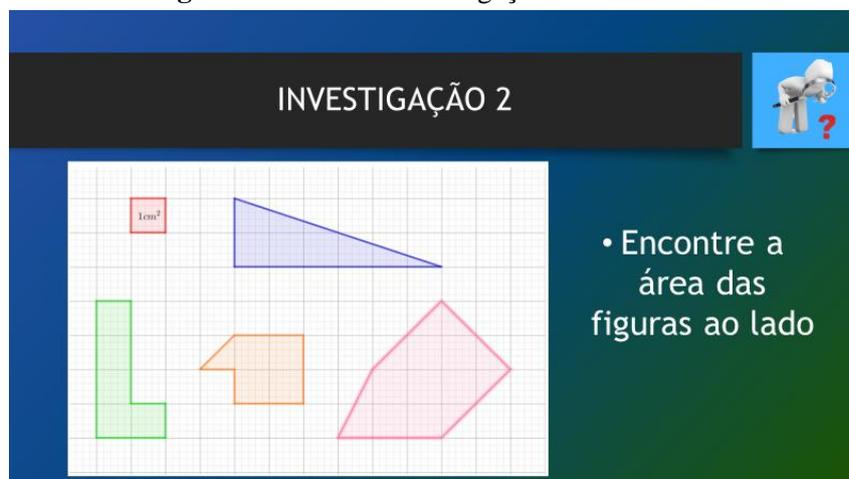
Alunos: aproximar.

Aluno 5: então por isso que eu disse aproximadamente. Porque tem muita curva.

A ideia de aproximação foi discutida entre todos neste momento e chegaram à conclusão de que nenhuma medição da folha estava totalmente correta, relacionado com as medições concreta e abstrata (BRASIL, 2017). E4 utiliza aresta para *designar* o lado do quadrado por ter sido o termo que os alunos usaram enquanto estavam respondendo. Os estagiários conseguiram conduzir os alunos a compreenderem que a medição prática é uma aproximação, pelo menos nesse problema.

A ideia de área começou a surgir mais rapidamente como esperado pelos estagiários, pois logo no terceiro encontro, alguns alunos começaram a distinguir perímetro e área e outros expressavam alguma confusão entre esses conteúdos. No início do quarto encontro, tendo iniciado área no anterior, E1 e E4 propuseram um problema com políminós (fig. 37):

Figura 54: Primeira investigação do 4º encontro



Fonte: Autoria própria.

Esta foi realizada nos mesmos grupos dos outros encontros e a reflexão em grande grupo seguindo a mesma ideia. Então, os estagiários perguntaram sobre o triângulo azul:

Aluno 1: porque, então, o azul tem essa parte aqui [apontando para a parte final – menor triângulo dentro da figura] incrivelmente completa aquela ali [apontando para o espaço entre o início do triângulo azul – esquerda para direita – parte não preenchida]. Essa parte aqui que completa aquela ali, temos essa parte aqui que completa essa parte aqui e completa seis quadradinhos ao todo.

E4: beleza. Então, resumindo, quanto deu a área?

Aluno 1: 6.

Figura 55: Foto do desenho do aluno 1 explicando no quadro



Fonte: Autoria própria.

A partir dessa ideia do aluno 1, muitos questionamentos surgiram com relação à prova de se os pedaços se encaixam ou não na parte de cima:

Aluno 2: quem me garante que esses quadrados encaixam?

Aluno 3: aluno 2, aproximadamente cm^2 .

Aluno 2: não, não, a gente está na Matemática e a Matemática é exata.

[...]

Aluno 4: então, como 2 triângulos formam um quadrado. Era só fazer como se fosse um retângulo e dividir por 2.

[...]

Aluno 5: eu concordo com aluno 2 na parte que, tipo, não tem como saber exatamente, especificamente, se eles realmente juntam, mas aí é além da resposta que a gente vai dar, também tem outros tipos de resposta. A resposta que a questão quer que a gente dê. E, nessa forma, como ele apresentou desse jeito, muito parecido, pode ser que não encaixe, mas a forma como ele apresentou, ele quer que a gente pense que encaixe perfeitamente e aí vai dar 6 de área.

Aluno 6: porque, primeiro, porque parece muito, mas porque pela transversal, pelo que a gente já estudou antes, então se isso se aplica aos ângulos e tem todo o bagulho aí dos triângulos, então deve servir para isso também. E porque se parecem mesmo [faz símbolo de girar a figura].

[...]

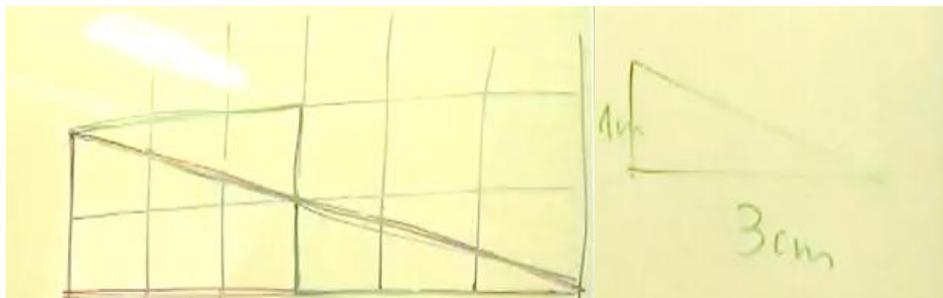
Aluno 7: digamos que eu saiba desenhar, vê, tipo, eu tenho duas paralelas, essa e essa. vou chamar essa daqui de A e essa daqui de B. Eu tenho duas paralelas cortadas por uma transversal C. [...] Essa daqui do meio está cortando essas duas paralelas A e B e está cortando essas duas aqui. Eu posso garantir que é igual porque eu sei que está no meio e eu sei que são iguais porque são opostas pelo vértice.

Mais uma vez, surgem as dúvidas sobre medição concreta e abstrata entre os alunos e algumas explicações utilizadas por eles não foram compreendidas pelos estagiários. Ao término do 4º encontro, o grupo se reuniu para comentar sobre a área do triângulo azul e outros pontos importantes que serão destacados adiante. S começou desenhando a figura, E1 e E4 iam explicando os encaixes de cada parte.

S: e é curioso que se a gente for olhar para esse triângulo, foi uma coisa que aluno x também mencionou, ele tem encaixe aqui. E é fácil mostrar isso com a malha porque a gente vê que tem, na verdade, um triângulo retângulo com dimensões 1 e 3. Então isso aqui vai encaixar aqui. [...] E uma coisa que eu achei interessante também é que isso aqui pode ser

generalizado não só para o triângulo retângulo, mas para qualquer triângulo.

Figura 56: Fotos do desenho de S explicando a área do triângulo azul



Fonte: Autoria própria.

Embora os estagiários estivessem concordando com tudo o que S estava falando, ao mesmo tempo em que iam lembrando das respostas dos alunos, S deixou claro que eles não conseguiram “amarrar” o raciocínio de todos para concluírem que realmente encaixava:

E4: estava tentando explicar para aluno 2 [...] eu falei que, nesse caso, de fato, esse triangulozinho aqui seria o encaixe, mas se não estivesse passando no vértice aqui...

S: mas da área, se fosse assim? Esse daqui não era aqui não. Isso aqui são 5 e devia passar no meio desse aqui, não é isso? Porque se é 2 por 5, isso aqui é a diagonal. Esse pedaço aqui encaixa.

E1: encaixa.

S: sempre vai encaixar.

O fato de E1 e E4 não terem percebido a nuance do raciocínio dos alunos, a nosso ver, poderia ser minorado por uma análise *a priori* dos problemas mais minuciosa. Se eles tivessem efetivamente produzido e discutido com S e F os modos como os alunos poderiam resolver a questão, essa possibilidade poderia ter emergido. Por outro lado, destaca-se a importância da reflexão pós-aula, como oportunidade de formação para os estagiários.

Na reflexão final, P questionou os participantes se os objetivos foram alcançados ou se gostariam de modificar, acrescentar ou retirar algum problema da sequência:

E4: Não, eu acredito que os objetivos foram alcançados. Na primeira aula, eles ficaram com aquelas unidades de medidas não convencionais, a gente discutiu bastante isso, sobre pés, palmos, que foram os objetivos. A gente viu a importância de padronizar certas unidades de medida, eles chegaram a essa conclusão. A gente viu também, com o vídeo, a gente viu diversas grandezas. Enfim, a gente trabalhou essa ideia também. E sobre essa primeira aula, eu também, não sei se vocês perceberam, mas eu fiz questão de nas outras aulas sempre resgatar um pouco dessa primeira aula. Teve até uma pergunta que eu fiz e foi até bem direta, que foi “se a gente fizer a medida desse, acho que foi do perímetro da folha, com polegadas, isso é medir?”. Eles disseram “é medir sim, usou polegadas”. Beleza, massa. Isso

foi justamente para eu avaliar se eles pegaram a ideia da primeira aula que a gente estava vendo, não ter o metro como unidade de medida.

Para E4, os objetivos do 1º encontro estavam bem claros e foram alcançados, só que não para todos os estagiários. Todos concordaram com o que P colocou sobre o planejamento do 1º encontro e E5 argumentou que, mesmo assim, acrescentaria algo mais para ter como avaliar melhor os alunos.

E5: Eu acho que eu iria acrescentar alguma coisa aí. [...] Não sei o que, mas apesar que, das duas turmas, a única pessoa que conseguiu concluir, de fato, que medir era comparar, que era o principal objetivo, foi aluno X [Turma A] que disse que era comparar e a maioria não conseguiu.

S: [...] Então eu não sei se a mudança é no planejamento ou se é um problema da pesquisa, não, eu acho que a dificuldade foi do estágio. Em relação ao planejamento, talvez, se a gente pensasse numa maneira, no estágio, de conduzir de modo a perceber uma longevidade maior, de escutar outros, porque você [E5] está conseguindo fazer isso da metade para a frente da sequência.

Na fala de E5, pode-se perceber que o objetivo da aula para ele era que os alunos soubessem a definição sobre medição, o que S e F já tinham comentado, em outras reuniões e nesta reflexão final, que não era o foco.

O quarto encontro iniciou com um resgate do problema 3 que era para medir o perímetro da folha que foi desenhada na malha quadriculada. S lembrou que além de outros objetivos, a unidade deveria ser escolhida pelo aluno:

S: para mim é muito interessante o aluno perceber que ele precisa identificar a unidade.

E4: essa atividade era para resgatar a primeira aula. Que se você perceber na investigação 4 [...] essa ideia de estabelecer uma unidade quem vai decidir são eles. Então, por meio de caneta, polegadas...

E4 confirma o que S estava lembrando sobre a investigação 4 e que a partir do que foi visto no 1º encontro sobre unidades de medidas não convencionais os alunos conseguissem usar a criatividade para respondê-la. Essa relevância que os estagiários passaram a dar às unidades de medida não convencionais é vista em toda sequência e isso vem do estudo feito na primeira etapa do processo.

Como tinha sido discutida na análise *a posteriori* do quarto encontro, então, o grupo refletiu mais sobre a investigação da folha, que eles trabalharam perímetro e depois área no 4º encontro. Pelo fato de alguns alunos terem atribuído 1 cm^2 e outros $0,25 \text{ cm}^2$ a cada quadrado da malha, porque no encontro anterior alguns alunos mediram o comprimento do lado do quadrado e deu $0,5 \text{ cm}$, então não podia ser 1 cm^2 . Embora, também estivesse sendo aceita qualquer outra unidade como o próprio ‘quadrado’:

S: Essa da folha para área, realmente, eu acho bem mais legal. Você conta quantos quadradinhos tem, e aí acaba ficando uns mais ou menos pela metade, aí engraçado é a fala dos meninos ‘eu fiz a conta professor, olhe, tem um erro viu [risos], mas deu uma margem de erro de 4 quadradinhos, mas deu mais ou menos assim 232,15 unidades de quadradinhos.

Esse foi apenas um dos exemplos que S quis enfatizar para mostrar as aproximações feitas por cada dupla/trio. Vemos que essa questão da medição prática foi bem discutida nas reuniões e na sequência também. Dentro desse aspecto, destacamos a aprendizagem dos estagiários sobre a definição de medição, uso das unidades não convencionais e convencionais, a importância da padronização, a diferença entre medição concreta e medição abstrata e, com isso, a diferenciação entre os objetos gráfico, físico e matemático.

7.2 Dissociação entre perímetro e área

Como já foi discutido, Douady e Perrin-Glorian (1989), Lima e Bellemain (2010) entre muitos outros, apresentam dificuldades conceituais de aprendizagem e erros frequentes e persistentes em torno da dissociação entre área e perímetro. Nesse tópico, nossa atenção se volta aos questionamentos e aprendizagens dos estagiários propiciados pela troca de experiência e pelos estudos realizados ao longo do processo formativo. Na primeira reunião com S, F, P e E1, ao pensar nas leituras dos documentos curriculares e em como deixá-las mais dinâmicas, foi levantada a possibilidade de separar as grandezas para que cada estagiário ficasse com uma, F e S interviram:

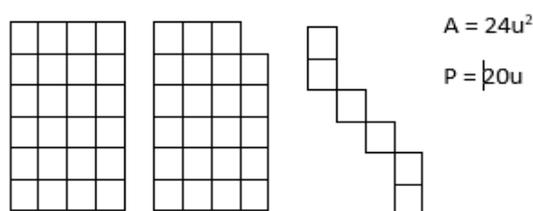
F: se falar de área, tem que falar de perímetro, por causa da didática.

S: eu acho que, assim, uma boa escolha de um planejamento se dá quando a gente tem a liberdade de escolher. O que eu estou querendo dizer? Não estou dizendo que a gente está suprimindo a liberdade de escolher. Mas, por exemplo, a gente já delimitou Grandezas e Medidas, dentro destas a gente já reduziu ainda mais para geométricas. E agora se a gente ainda faz essa subdivisão, vai fazer com que eles acabem, é uma preocupação que eu tenho, se o cara estudou perímetro, a tendência é que ele vá pensar que só precisa ver isso. E há a segunda possibilidade de que eu tinha visto, de que é: há possibilidade de interagir essas grandezas. Então, o que é que acontece? Se você só estuda área, dificilmente ele vai falar da dissociação entre área e perímetro.

Notam-se nessas falas a importância que os professores dão às relações entre comprimento e área, seja do ponto de vista conceitual e epistemológico, ou do ponto de vista didático dos conteúdos. Logo, para o início do estudo foi relevante para E1 compreender a necessidade de trabalhar com essa dissociação.

A teoria e a prática, em conjunto, foram norteando o estudo e o planejamento das aulas dentro do processo formativo e seguindo o guia (Apêndice D). O exemplo apresentado por S (Figura 18/57 – Cap. 6) quando E1 mencionou o do artigo de Abrahão (2012) aborda essa dissociação.

Figura 57: Representação ilustrativa do exemplo dado por S no quadro



Fonte: Autoria própria⁴².

S: um aluno trouxe uma atividade e foi sensacional [...] tinha um quadro quadriculado, a ideia era perceber, por exemplo, suponha que eu tenha essa figura aqui, e eu vou considerar a minha unidade, a área seria 24 unidades de medida de um quadrado. Quando a gente vai ver o perímetro, ou seja, 20 unidades. Se eu faço isso aqui, essa nova figura, com certeza vai diminuir a área dela em 1 unidade, mas o perímetro é o mesmo. Você vai apagando, mas a figura continua o mesmo perímetro. O bacana é perceber que o perímetro continua o mesmo, enquanto a figura vai diminuindo.

Quando S fala ‘unidades de medida de um quadrado’, identificamos uma falta de rigor em relação à unidade de área. Contudo, o exemplo compartilhado é um bom exemplo de como se podem produzir figuras com perímetros iguais e áreas diferentes, contribuindo para compreender a independência das grandezas envolvidas.

Na reunião entre S, E1, E4 e P, que apresentaram o esboço do plano do primeiro encontro e analisaram os livros didáticos, S comentou sobre a confusão que os alunos fazem entre perímetro e área e a relevância de ensinar os dois juntos para contribuir com a compreensão da dissociação. Ainda acrescentou o *tangram* como recurso que podia ser utilizado, trabalhando com composição e decomposição de figuras, afirmando que a área permanece a mesma e o perímetro varia. Em seguida, questionou “será que eu posso ter figuras diferentes, com perímetros iguais e áreas diferentes?” sem remeter ao uso do *tangram*. Exemplificou, também, que em um pedaço de barbante o perímetro se mantém e a área altera. Tudo isso é convergente com o que as pesquisas sobre o ensino e a aprendizagem de perímetro e área indicam.

⁴² Esta ilustração é a reprodução daquelas desenhadas por S no quadro, porém, como a imagem não estava nítida, resolvemos redesenhá-las.

Com essa reflexão a respeito da dissociação de área e perímetro, os participantes passaram a olhar novamente para os livros didáticos selecionados, analisando a sequência que traz sobre o estudo de perímetro e área, quais atividades são interessantes, como abordam o conteúdo, o ponto de vista de E1 e E4 sobre os mesmos. Outro recurso que surge em uma fala de S lendo os livros é o uso dos palitos, que foi inserido na sequência. Tratava-se de produzir diferentes figuras com a mesma quantidade de palitos, ou seja, mantendo o perímetro e variando a área. O uso da malha quadriculada também foi sugerido.

F e S recomendaram, em outra reunião com todos os participantes, trabalhar com perímetro de polígonos e figuras fechadas não poligonais para depois trazer a ideia bidimensional e introduzir a área visualmente sem o uso das fórmulas. Com isso, propor as atividades que envolvem perímetro e área e que os estagiários vinham discutindo, isso tudo de acordo com os documentos curriculares, livros e artigos:

S: Professor PF fazia muito isso, pegava um pedaço de papel, “está vendo essa folha de papel? Eu vou pegar e fazer um corte, rasgar um pedaço assim e ele dizia “olha, o perímetro aqui, o contorno aumentou, enquanto a área diminuiu.” Se eu pego uma folha de papel e faço um corte [meio circular] assim na beirada, a gente vai ver que o perímetro aumentou, porque a borda ficou bem maior e a área diminuiu. [...] Então, tipo, vocês podem começar a falar, área e perímetro é um corpo muito grande, pode ser que sejam as 3 últimas aulas inteiras só falando sobre perímetro, sobre área, sobre a dissociação.

F: tem a ideia também de figuras equidecomponíveis. Certo?

E1: han? Nunca ouvi isso...

F: por exemplo, dois polígonos, que são figuras equidecomponíveis, se pudesse pegar e decompor eles de uma forma e compor outro com aquelas peças, eles terão a mesma área. E aí seria uma coisa para eles montarem também.

As figuras equidecomponíveis são recomendadas na BNCC (BRASIL, 2017, p. 306): “equivalência de área de figuras planas: cálculo de áreas de figuras que podem ser decompostas por outras, cujas áreas podem ser facilmente determinadas como triângulos e quadriláteros”. Conforme Teles (2007), tratar a área sem recorrer ao aspecto numérico, utilizando a decomposição e recomposição das figuras.

Na reunião de planejamento do segundo encontro (com a presença de E1, E4, E5, E6, S e P), E1 comentou sobre atividades que faziam a dissociação de perímetro e área e E4 argumentou que é difícil falar muito de perímetro sem falar de área:

E4: o problema é esse, que eu, em uma aula, eu não consigo falar muito de perímetro, assim, sem tocar em área.

P: é difícil.

S: mas não precisa, não.

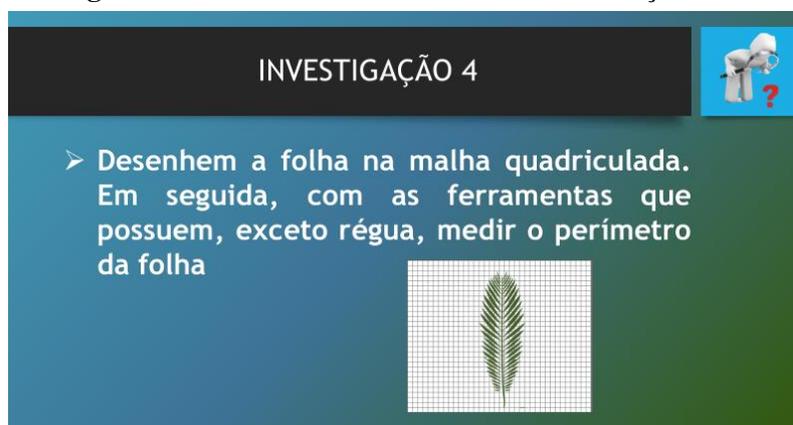
E5: é por isso que eu questionei ontem o porquê é tão rápido o perímetro, tipo, falar de perímetro.

S: concordo, também. Para mim seria difícil para caramba. Eu nunca fiz isso aqui. A aula hoje é só perímetro. A gente sempre trabalha as coisas misturadas. Na verdade, a gente vai trabalhar agora com isso e se tiver outra oportunidade, a gente talvez junte aqui. Mas dificilmente eu ia fazer a aula hoje é só perímetro. Talvez eu fosse fazer essas coisas de misturar perímetro e área o todo tempo. Misturar toda a sequência.

Essa dificuldade em trabalhar separando perímetro e área, expressa por S e por E4, relaciona-se com o fato de que são conteúdos altamente conectados e que, por isso, podem facilmente ser confundidos. A defesa de um ensino que explore os dois conteúdos conjuntamente, se apoia na busca de promover a dissociação entre perímetro e área, o que começou a ser entendido pelos estagiários, com o estudo dos documentos e artigos.

No terceiro encontro, os estagiários propuseram o problema 4 (nomeado pelos estagiários de investigação 4), da medição do perímetro de uma folha usando a malha quadriculada. A dissociação entre perímetro e área começou a ser percebida pelos próprios alunos desde o problema 3, que tratava da comparação de perímetros:

Figura 58: Problema 1 do 3º encontro – continuação do 2º



INVESTIGAÇÃO 4

➤ Desenhem a folha na malha quadriculada. Em seguida, com as ferramentas que possuem, exceto régua, medir o perímetro da folha

Fonte: Autoria própria.

As duplas e trios formados apresentaram os resultados e as estratégias utilizadas. Em sua maioria, o barbante foi usado e depois medido de acordo com a malha, estabelecendo para o comprimento do lado do quadrado 1 cm:

Aluno 3: deu 85 quadradinhos.

E1: 85 quadradinhos?

Aluno 3: é... mais ou menos 85 quadrados.

E1: a linha do quadrado?

Aluno 3: uma reta, pronto. 85 arestas do quadrado.

No diálogo acima, percebe-se que os alunos usam o termo “quadrado” para designar uma unidade de comprimento, quando o mais adequado seria considerar como unidade de comprimento o lado do quadrado. Não se pode saber com segurança se é uma imprecisão de vocabulário, ou se essa fala revela que confundem as unidades de medida de cada grandeza. E1 procura propiciar uma reflexão por parte do aluno, inicialmente, manifestando certo estranhamento e, em seguida, perguntando se o aluno 3 fazia referência a uma unidade de comprimento (e não a uma unidade de área). Ao questionar, E1 utiliza o termo “linha do quadrado” para designar o comprimento do lado do quadrado elementar da malha. O aluno 3 ajusta seu vocabulário, de certo modo, tirando a ambiguidade em relação ao comprimento ou à área, quando responde “uma reta”. Porém, em seguida, utiliza mais um termo inadequado, quando diz que são 85 “arestas do quadrado”, o que revela uma confusão entre arestas de poliedros (geometria espacial) e lados de um polígono (geometria plana). Na discussão deste mesmo problema, E4 definiu curva, depois curva fechada, no intuito de esclarecer o que os alunos estavam chamando de contorno. Pode-se perceber que nem todos os alunos conseguiram construir a ideia de perímetro como o comprimento de uma curva fechada. Entretanto, como o tempo da aula estava passando, os estagiários resolveram começar a trabalhar a área:

E1: seguindo a mesma linha que a gente está trazendo, o que é área para vocês?

Aluno 1: eu sei calcular a área, mas não sei o que é.

Aluno 2: a área e o perímetro fazem parte um do outro. A curva fechada que a gente aprendeu do perímetro, se pegar a curva fechada e for procurar o volume ou o espaço que tem dentro dessa curva seria área.

[...]

Aluno 2: área e volume não é a mesma coisa.

Aluno 3: para mim é o preenchimento do contorno.

A partir do que já vinha sendo estudado, os alunos responderam sobre o que seria para eles a área com mais compreensão do que sobre perímetro no segundo encontro. Isso mostra que a sequência que estava sendo desenvolvida apresentava *feedback* positivos por parte dos alunos.

No final do 4º encontro, os alunos receberam o *tangram* para fazer a investigação sobre a área do *tangram* a partir de cada figura (em casa) e discutir no início do 5º encontro. Todos participaram com atenção e compreendendo o que estava sendo respondido com relação a cada figura. A partir disso, os estagiários passaram a questionar os alunos sobre a dissociação de perímetro e área:

E4: se eu tenho um quadrado e eu dobro o perímetro desse quadrado, então, consequentemente, eu vou dobrar a sua área?

Aluno 1: falso, eu acho que é falso.

Aluno 2: não, não necessariamente.

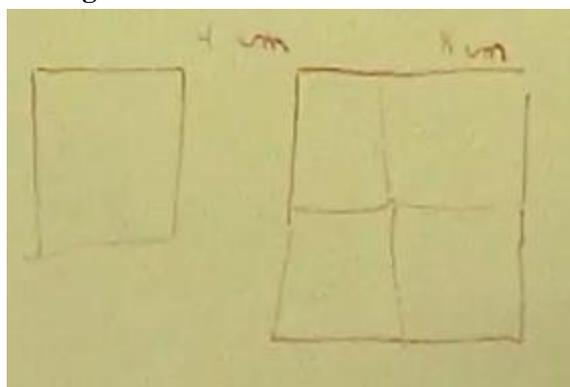
[...]

Aluno 3: a gente está falando sobre dobrar. Quando a gente dobra, a gente vai fazer alguma coisa vezes 2. [...] Se a gente for dobrar ele vai ficar com 8 cm. Aí eu estava pensando que a gente não necessariamente vai dobrar, a gente vai aumentar. Se a gente fizesse aqui, a gente ia quadruplicar. Oh, porque 1, 2, 3, 4... [desenhando e contando] e aqui dentro teria 4 quadrados desse daqui. [...] eu dobrei o perímetro e quadruplei a área.

[...]

Aluno 4: um menino desenha um quadrado de lado 2 cm e diz que a área vai ser 4 cm²... e ao dobrar o lado a área passa a ser 16 cm².

Figura 59: Foto do desenho do aluno 3



Fonte: Autoria própria.

Este diálogo entre os alunos trata de um aspecto complexo da dissociação entre área e perímetro, dada uma ampliação de um quadrado, na qual o perímetro é duplicado, E4 questiona como varia sua área. É preciso observar que não é dito explicitamente que se trata de uma ampliação. O fato de multiplicar o perímetro por dois não exige necessariamente que a nova figura seja um quadrado (semelhante à original). Mas parece que tanto o estagiário quanto os alunos consideraram implicitamente que se tratava de uma ampliação. Essa investigação foi bastante discutida e valorizada na regência por todos os participantes – professores (regentes ou estagiários) e alunos. E S traz essa discussão na reflexão que, embora tenha tido uma repercussão boa nas aulas de perímetro e área, os alunos tenham raciocinado para responder e questionado muito, em uma próxima vez com os mesmos alunos, erros iriam aparecer por alguns não terem construído profundamente esse conhecimento.

F também destacou o problema da folha decalcada na malha, usada para perímetro e depois para área também, que foi retirada de uma oficina oferecida pela instituição de ensino

superior à qual os estagiários fazem parte. Isso tudo para elogiar as escolhas feitas de alguns problemas que realmente levaram o aluno a pensar e construir seu próprio conhecimento:

S: Mas o papel era esse [...] E perceba que, independente se eles sabem definir ou não perímetro, independente se eles entendem ou não, perímetro igual e a área mudando, independente que eles percebam que tem malha, a pergunta é muito clara para os alunos daquele tipo de faixa etária, por que o que é, no final das contas ele tem a figura e ele quer saber qual o maior contorno, entende? Isso aí é fácil de entender o que a questão quer, e aí as estratégias é que fazem eles tentarem se conhecer e vão construindo...

F: E as condições que vocês dão para que as estratégias, elas possam emergir com os diferentes tipos de recursos que podem ser dados ao aluno, ele é uma coisa fantástica, não é? Porque aí naquele momento ele pode não refletir, mas aí tem um barbante.

S e F destacam as estratégias que os alunos necessitam para realizar esses tipos de investigação para compreender que o perímetro é igual e a área modifica em cada figura. A dissociação de perímetro e área foi trabalhada de diversas formas durante os encontros, com a utilização de vários recursos que os documentos, artigos, livros e os próprios professores indicaram.

Nessa reflexão final, vemos como os elementos da JK e da ED se misturaram, destacando o andamento do processo formativo para todos os estagiários e alunos com os problemas propostos. As análises preliminares baseadas no guia (Apêndice D) contribuíram com todo o estudo realizado e com o planejamento e segunda etapa da experimentação, observação e coleta de dados, assim como com a última etapa da reflexão apoiada na JK.

7.3 Formação Didático-pedagógica e Recursos Utilizados

Neste tópico, destacamos evidências de como o processo formativo com os elementos da JK e da ED contribuiu para a formação didático-pedagógica e conceitual dos estagiários sobre o campo das G&M e como os recursos influenciaram construtivamente todas as etapas.

Na primeira reunião, S, F e E1 discutiam sobre o nível de conhecimento dos alunos, quais conteúdos foram trabalhados e como:

F: como S falou, vai depender da questão de como está o andamento da turma para poder a gente adequar, melhorar, evoluir... “Ah, não, F, eu já trabalhei demais com esses conteúdos aqui, os alunos são os mesmos, eu acho que vai ser ‘desmotivante’ a gente rever as mesmas coisas”. Então, por isso que eu digo, aí vem a questão do professor que está acompanhando para saber se aquilo que está nos parâmetros precisa ser revisto ou vai avançar alguma coisa em relação... “aqui, F, a gente já vai entrar com a

ideia de trabalhar com o campo algébrico das fórmulas, e aí vamos trabalhar assim”, vai depender do que for – “mas não, a gente ainda precisa trabalhar para que eles observem a invariância da área por decomposição e composição, que trabalhem com diferentes tipos de ladrilho, que seja convencional ou não convencional a medida para saber a área da figura para dissociarem a medida da área da área.

Inicialmente, F releva a presença de S e do conhecimento didático-pedagógico que ele possui a respeito das turmas e do objeto de ensino, a necessidade de ver se foi contemplado o que os programas curriculares recomendam e exemplos de como trabalhar com as G&M. Perrin-Glorian e Bellemain (2019) mencionam que, nas análises preliminares, o sujeito adapta o saber de acordo com os conhecimentos prévios, sem empregar algo quase que automático, para elaboração das situações didáticas. Essa colaboração entre S e os estagiários leva à construção de uma parceria que contribui para a profissionalização do estagiário (NÓVOA, 2017).

Isso também remete à liberdade dos estagiários comentada na reunião e que F enfatizou não ser sempre possível de conceder, pois é importante que o Estágio esteja de acordo com o calendário escolar, com as condições que pesam sobre a vivência deste e, conseqüentemente, sobre o processo formativo inserido nesse contexto. Assim como nas pesquisas da JK apresentadas no capítulo 3, esta buscou se adaptar em relação ao país (BALDIN, 2009) com uma cultura diferente da japonesa e da francesa, sendo tudo isso dentro do estágio.

À medida que E1 foi apresentando os recortes dos documentos para o 7º ano, S destacou alguns recursos utilizados, na aula que preparou para seu estágio sobre a dissociação de perímetro e área, como os polígonos, barbantes, artigos com atividades usando estes e demais, sugestões convergentes com o recomendado nos documentos e artigos que estavam começando a ser estudados.

Tudo isso leva a uma reflexão sobre o saber do professor e o saber do aluno. A elaboração de uma situação didática com as análises preliminares e *a priori* bem sucedidas conduz a antecipar condições de mobilização do novo conhecimento a ser construído pelos alunos (PERRIN-GLORIAN; BELLEMAIN, 2019). Para isso, é necessário o aprofundamento do conhecimento didático-pedagógico e conceitual do professor. É possível ver que parte dessas análises foram realizadas e que as trocas de experiência e conhecimento também contribuíram ao longo do processo (MIYAKAWA; WINSLØW, 2009a).

S e os estagiários remeteram, algumas vezes, aos momentos que tiveram com o professor PF no curso de graduação, mestrado, oficinas, grupo de estudos, laboratório de

ensino de Matemática, entre outros, para resgatar conhecimentos sobre as G&M edificadas nessas oportunidades. O processo formativo provocou a mobilização e compartilhamento desses conhecimentos entre os participantes.

Destacamos, ainda, a apreensão dos estagiários sobre o *feedback* dos alunos em cada aula e a quantidade de conteúdo para trabalhar em 10h/aulas que foi exposta e que F mostrou, ao longo da sequência, haver modificações.

Algo lembrado durante todo o processo, por S, F e P, foi o guia sistematizado para a construção da sequência didática com os elementos didáticos, epistemológicos e cognitivos. Isso foi frisado também por S quando apresentou o plano de aula usado em seu estágio, apontando alguns elementos que usou, como: objetivos, metodologia, avaliação e atividades. Fujii (2015) afirma que os problemas devem despertar o interesse dos alunos em concordância com os conhecimentos destes e objetivos da aula. Então, quando E1 apresentou a atividade adaptada do livro “Araribá” (GAY; SILVA, 2018), S mostrou que a atividade não era desafiadora para o nível de conhecimento dos alunos e por isso a mesma foi retirada. Além disso, Doig, Groves e Fujii (2011) esclarecem que os problemas podem estar relacionados aos conceitos, ao desenvolvimento de processos matemáticos, baseados em uma exploração rigorosa do conteúdo pelos livros, programas e da sequência, e os que se dirigem a um erro comum. Ainda, a antecipação das respostas e estratégias dos alunos são elementos importantes das JK e ED (MIYAKAWA; WINSLØW, 2009b), assim como a avaliação dos alunos.

S também pontuou que mesmo os alunos que têm algum conhecimento sobre comprimento, perímetro e área, a sequência que estava sendo preparada iria enriquecer esse conhecimento e contribuir para os que iriam construir novos conhecimentos. Além disso, S reforçou, várias vezes, na primeira etapa, que os estagiários precisavam estar com toda a sequência planejada antes de iniciar a experimentação, entretanto, isso não foi possível.

A diversidade dos livros didáticos levados pelos participantes para o estudo e a análise favoreceu as escolhas ou adaptações de alguns problemas para os encontros:

S: e aí fica massa, porque vocês podem olhar para esse e dizer ‘esse foi o meu preferido, então eu preciso de uma sequência assim, só que, para essa atividade, eu prefiro a daquele outro livro, porque se encaixa melhor aqui’. [...] Eu tenho que preparar uma aula para amanhã, aí eu olho ‘amanhã eu vou fazer isso, aí depois na outra aula vou fazer isso aqui depois, aí depois eu digo ‘meu irmão, se eu tivesse isso aqui, eu teria trabalhado melhor’.

S compartilha que no cotidiano do professor nem sempre é possível analisar tantos livros por conta da falta tempo, embora fosse o ideal a ser feito, o que prejudica a realização

das atividades na sala de aula. Com relação à JK, Takahashi e McDougal (2016) indicam a necessidade de gastar tempo e dedicação, mas também vemos isso como uma limitação para os participantes.

Outro ponto importante foi a forma que S utilizou para organizar os dados dos livros didáticos analisados no quadro, com observações sobre a sequência e as atividades, favoreceu a visualização por E1 e E4 que estavam presentes nesta reunião e para eles refletirem sobre a utilização do quadro (MAZIERO; CARVALHO, 2012).

A história da Matemática foi mencionada por S, F, e E1 em alguns momentos na discussão dos documentos curriculares, dos artigos e do próprio guia, apontando sua importância para que os alunos saibam a origem dos conteúdos, despertando curiosidade e, em certos casos, a utilidade. Outros recursos citados por S também para auxiliar com esses fatos históricos foram a utilização de vídeo, projetor e som. F também fala do *tangram*:

F: lembrando que tem vários tipos de *tangram*, não só tem aquele de 7 peças.

E1: não?

F: e aí vocês podem ter também como explorar.

Aqui vemos a existência de recursos que E1 não conhecia e a interlocução com F e S levou a esse conhecimento.

Dentro do aspecto pedagógico, percebemos frases motivacionais por parte dos professores para os estagiários, colaborando com o emocional destes, assim, mostrando uma interação estreita entre os sujeitos para eles encararem o estágio com suporte.

Na reflexão pós-segundo encontro e planejamento do terceiro, E1 e E4 demonstraram apreensão com o *feedback* dos alunos em relação à dissociação de área e perímetro, por estes saberem além do que os estagiários pensavam. Ao mesmo tempo, eles estavam tranquilos com relação ao ensino de área. Embora os alunos tenham apresentado bastante conhecimento na visão dos estagiários, nas análises preliminares foram vistas diversas dificuldades que surgem com o estudo desta dissociação (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Na reflexão final, F começou parabenizando os alunos pelo estágio que foi bastante gratificante e era assim que ele esperava que todos os alunos dele tivessem a oportunidade que eles tiveram. E enfatizou a necessidade de haver a interação entre formador, supervisor e estagiários.

F: o estágio acontece quando há essa relação e agora depois que P veio com essa metodologia, JK, eu começo a entender melhor. E de fato a gente viu que, se houver essa parceria entre o professor da universidade, que é o orientador de vocês, o professor supervisor, que no caso S e o estagiário trabalhando em conjunto, a coisa deveria ser diferente. [...] Quando a gente

faz, como S falou, uma sequência, espelhado ou respaldado numa sequência didática como deve ser numa metodologia da ED, a gente tem a possibilidade de voltar e refazer aquela sequência. [...] Achei fantástica [a sequência], esse material de você poder sempre estar retomando com o aluno, vocês faziam algo, mas na aula seguinte vocês retomavam. [...] Outro fator que eu acho também que pode ter saído um pouco, foi que um não estava em reunião e outro estava, etc., e às vezes não alinhava direito as coisas, talvez algumas situações aqui não ficaram como deveria ter ficado às vezes também por falta até da ideia do outro que a gente precisa ouvir. [...] no 7º a gente também não deve envolver muitas fórmulas, e a gente vê isso pelos parâmetros. Outra questão que eu também quero elogiar é que vocês fizeram o uso dos documentos oficiais também aqui, não só do livro didático, mas de documentos oficiais, documentos do professor, de S [...] quando a gente está trabalhando com área e perímetro, geralmente a gente usa aqui algumas situações diferentes que é para o aluno fugir um pouco da ideia de área como número e da ideia de área como uma figura. Então vocês precisaram trabalhar mais atividades com comparação de área, medida de área, mudança de unidade, e produção de superfície, eu acho que vocês contemplaram nas atividades de vocês.

Esse processo formativo com a metodologia japonesa e a francesa elaborado pela pesquisadora provocou nos estagiários uma atitude reflexiva diante da elaboração, regência em sala de aula e avaliação da sequência. F enfatizou isto e concordou que foi importante para o enriquecimento dos futuros professores. A maneira interessante como foi planejada a sequência e executada. Também comentou pontos negativos, como a pressão em cima dos estagiários, por estarem como regentes e participantes da pesquisa ao mesmo tempo, além do calendário escolar que estava próximo das férias. Também a presença nas reuniões, que nem sempre era possível e isso afetou o andamento das aulas, a compreensão de como trabalhar determinadas atividades, o tempo para cada uma, os objetivos etc., a importância de atividades que levaram o aluno a construir um conhecimento sobre perímetro e área que muitas vezes é visto nas escolas apenas com fórmulas e tabela de transformações.

O primeiro estagiário a falar foi E4, que comentou sobre sua personalidade enquanto profissional de não conseguir deixar tudo planejado com antecedência, como S enfatizou em várias reuniões e nesta reflexão:

E4: [...] eu não sei se é um defeito ou uma qualidade minha que eu gosto muito de ver o retorno dos alunos. [...] Acho que dá até para perceber, que até filmou, quando a gente estava trabalhando para iniciar o trabalho de perímetro eu fui, inclusive, e falei: em perímetro, você consegue falar em 15 minutos, aquelas coisas de perímetro e aí quando você junta com área que você consegue fazer uma aula realmente boa. Só que não foi assim, a gente ficou muito tempo em perímetro e os alunos ficavam dizendo: é o contorno, contorno e ficavam com essa ideia errada. Aí eu vim com a proposta, eu tenho que explicar para eles o que é uma curva fechada, uma curva.

F: Assim, quando a gente faz o planejamento, vou falar da realidade da escola pública, na caderneta a gente tem que fazer o planejamento, de fato, de tudo que vai acontecer no bimestre, então a gente precisa preparar toda a aula e deixar. Só que a gente tem que lembrar que todo o planejamento, ele é flexível, era para ter sido feito tudo antes, para que quando a gente pudesse aplicar e ver: ‘a gente vai precisar melhorar isso’. Então iria aproveitar o que já tinha, modificar aquele material.

S: É isso mesmo, eu ia dizer primeiro que essa questão de amarrar [...] é ter uma noção geral porque é flexível, naturalmente. É fato, eu sou parecido, por que raramente preparo 10 aulas assim. Agora eu tinha uma preocupação maior [...] eu super aceitava quando você [E4] dizia, por que eu pensava: ‘na cabeça dele vai sair perfeito, por que ele vai procurar articular’. O problema é que não é só a cabeça dele, tinham mais 3 cabeças, e aí isso que me preocupava às vezes.

E4 expôs o seu modo de pensar sobre o planejamento geral, F e S mostraram que não é algo para ser exatamente igual, mas para adequar ao longo da sequência e de acordo com o retorno dos alunos, e que é necessário fazer isso para preencher, inclusive, no sistema/caderneta de uma escola pública do bimestre todo. Vemos nesse diálogo a burocracia do sistema educacional versus a pedagogia e a didática. Além de ter dado o exemplo sobre o tempo que gastaria para ensinar perímetro e o que realmente aconteceu nas aulas, as necessidades que E4 foi sentindo ao longo das discussões com os alunos. S também mostrou que para ele estava claro na mente de E4 o que ia ser feito nas aulas, mas a preocupação era com os outros estagiários que não puderam participar de todas as reuniões e, por isso, tiveram insegurança em alguns momentos. Essa efetiva disponibilidade é necessária para que o processo formativo tenha sucesso (PONTE et al., 2016).

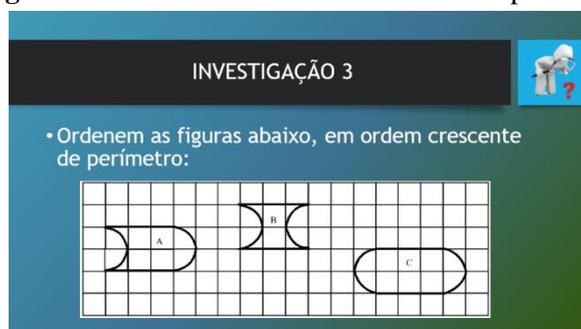
Algo que S não tinha comentado inicialmente na reflexão final foi sobre a atividade dos palitos, como exemplo de que não deu certo para mostrar a importância de planejar com antecedência e antecipar as respostas dos alunos com cautela, por experiência própria:

S: Outra coisa que eu não falei também, por exemplo, que é natural no processo de estágio, na verdade, é natural no processo de ensino, trazer uma atividade mais lúdica, mais prática, tiveram algumas atividades que não funcionaram, por exemplo, a do palito. E a do palito é uma atividade que se você for olhar com calma, o potencial que tem uma atividade daquela, por exemplo, é uma atividade que tem tudo para dar certo, mas na hora de executar aparece um problema, isso pode ser com qualquer atividade. Aí, eu só queria deixar isso claro para vocês, que eu acho importante, para a questão da docência mesmo [...] quando a gente vai fazer um trabalho desse tipo, é fundamental, sempre que possível, testar antes.

Poderia ter funcionado se o processo proposto tivesse sido plenamente seguido, fazendo uma análise *a priori* profunda e concreta de cada encontro (ARTIGUE, 1988), analisando as possíveis respostas, estratégias e dificuldades dos alunos. Ao longo da

reflexão, de modo geral, os participantes comentaram sobre alguns problemas específicos, como o que chamaram de investigação 3 para colocar as figuras em ordem crescente de acordo com o perímetro.

Figura 60: Problema 3 do 2º encontro sobre perímetro



Fonte: Autoria própria.

F: Você falou que achava que perímetro em 15 minutos terminaria, esse aqui, ‘ordene as figuras abaixo em ordem crescente de perímetro’ foi fácil para eles?

[...]

S: Eu tenho certeza de que hoje se eu pegar essa mesma atividade, se eu pegar e trazer para os 30 alunos: ‘façam individualmente e me justifiquem’, eu aposto com qualquer um aqui que vai ter erro nas duas turmas. Porque é uma atividade que não é simples, mas em compensação ela foi uma das mais ricas.

O conhecimento do professor sobre os alunos se destaca, mais uma vez, e a partir das observações que fez durante esse estágio ele fala com propriedade que se propor o mesmo problema os erros iriam aparecer.

Outro ponto que F comentou na fala que S mencionou e bem questionado por alguns estagiários foi quanto às definições:

F: eu não sei se S e P concordam, mas, assim, às vezes, têm muitos professores que ficam querendo que o aluno fique definindo as coisas, entenderam? Que cheguem a uma definição de escrever o que é aquilo. Eu acho mais interessante quando o aluno, ele consegue entender mais do que, por exemplo: ‘o que é área?’, ‘área é um atributo de uma figura, área é um atributo de um objeto’ [...] Eu quero que ele entenda o que é a área, que ele saiba ordenar as áreas da menor para a maior, ele saiba depois que ele aprende todo processo para calcular as áreas. Então eu acho que esse é o foco do professor, do que ele chegar dizendo o que é, o que não é, chegar escrevendo uma definição.

E6: o problema é que eu acho que saber algumas definições, na verdade, muitas, é importante.

S: Deixa-me intermediar aqui... O que F traz é muito importante, e eu entendo o que E6 traz, mas são coisas diferentes. Dependendo do nível de escolaridade, dependendo em que momento a gente está trabalhando com aquilo, em alguns momentos é importante que ele conheça o conceito na prática, antes de defini-lo. Mas isso não quer dizer que vai deixar de definir, pelo contrário, o que F quer dizer é que o que não pode acontecer é você

chegar e já começar a definir as coisas sem nenhum tipo de pensamento sobre aquilo. Porque é importante que a definição seja construída e não seja fornecida. [...] Talvez até em outro ambiente, a gente já consiga abstrair, no Ensino Superior, a gente consiga abstrair. Mas no ambiente onde os alunos estão começando a conhecer o conceito...

F: Ele tem que saber Matemática, ele tem que saber o significado daquilo que está sendo expresso, mas não da maneira que a gente trabalha no Ensino Superior.

S: É curioso o que E5 disse... mas isso é importante, para os meninos do 7º A e do B a definição é tudo, por que pode ver, a todo instante, eu ia até dizer a vocês, para um menino dizer se aquilo é verdadeiro ou falso ele tem que saber qual a definição e é fato.

Pensando nesse modo como as aulas foram planejadas e estruturadas, E6 faz um questionamento:

E6: Quando vocês falam nessa maneira de trabalhar, vocês estão falando só do Ensino Fundamental ou focando no Ensino Médio também?

S: [...] no Ensino Médio também, só que a gente sabe que alguns conteúdos não permitem fazer muita coisa. [...] Por exemplo, se eu chego hoje e trago um procedimento para resolver qualquer coisa para um aluno aqui do colégio, ele vai dizer: ‘por que funciona? Isso veio de onde?’. [...] É um erro você achar que tudo dá para contextualizar com o dia a dia. Como é que você vai contextualizar uma aula que é de racionalização? Não dá, mas naquele momento, ele está precisando aprender aqueles procedimentos, mas os procedimentos dentro da Matemática têm que fazer algum sentido. [...] No Ensino Médio é diferente, só que no Ensino Médio tem alguns conteúdos que são mais complicados, então, por exemplo, o ano passado, P me conheceu, e ela chegou com a pretensão de fazer um piloto disso que a gente está vivendo hoje, e nesse piloto a gente tinha que se reunir e fazer alguns planejamentos e executar lá em uma aula, que seria eu que iria dar a aula. Ficou top. A bronca é que estavam faltando 3 semanas para acabar as aulas, fim do ano, a gente estava com uma turma do 2º ano do Ensino Médio e o assunto era escalonamento [capítulo 8 do livro]. [...] Então, mesmo no Ensino Médio, quando a gente tem conteúdos que são frios como esse, a gente tem como atribuir um significado, eu acho que a função da Matemática na escola é essa.

Percebe-se pela fala e experiência de S que trabalhar os conteúdos do Ensino Médio dessa maneira não é impossível, mas é mais complexo e precisa estudar para dar sentido a tudo que está sendo ensinado. Essa conclusão também foi baseada no estudo piloto (capítulo 4). Entretanto, não quer dizer que todos os conteúdos do Ensino Médio possuem esse nível de dificuldade para trabalhar com resolução de problemas, assim como nos anos finais nem todos são mais “simples”.

Com isso, as reflexões passaram a olhar para cada encontro individualmente, as mudanças que deveriam ser feitas, os objetivos de aprendizagem, o tempo estipulado para cada investigação em cada encontro, tudo fundamentado no guia de questões utilizado desde o início do estudo:

E4: Sobre a questão do tempo, eu acho que a gente teve, eu e E1, a gente teve vantagens, que foi a questão do Laboratório de Ciências. Que a gente falou, a gente vai dar 3 minutos ou 2 para formar o grupo. Aí montou, já estava formado. Teve só um ou outro aluno que se deslocou, mas que não foi a sala toda. Aí sobre essa questão do tempo eu não sei se seria a mesma coisa a gente aplicar o mesmo material, com a mesma turma, numa sala diferente, talvez mudasse um pouco a questão do tempo.

S: Eu acho que o tempo é suficiente nessa aula. Porque o que a gente perdeu aqui a gente pode ganhar ali, e eu acho que se a gente se planejar direitinho eu acho que daria para fazer tranquilo o conteúdo todo. É a impressão que eu tenho.

Para E4, o local que foi alterado por conta de uma reforma na escola contribuiu para a formação dos grupos, algo que S também pontuou e para a organização dos alunos durante essas duas primeiras aulas. Quanto ao tempo, S considerou que o planejamento foi suficiente, entretanto, a maneira de conduzir fez com que sobrasse tempo no final da aula e, em outros momentos, as discussões poderiam ter sido mais bem aproveitadas. P também destacou sobre o tempo que os participantes dedicaram ao primeiro encontro:

P: Eu vou só pontuar um negócio que vocês falaram e eu não falei na hora, que foi essa questão do planejamento de olhar de cima [...] como a gente passou mais tempo planejando essa primeira, então todo mundo sentiu mais segurança nessa.

A disponibilidade, o tempo e a dedicação ao planejamento, mais uma vez, são ressaltados como suporte para que os estagiários tivessem mais confiança em si mesmos na experimentação das aulas.

O comentário de S sobre a diferença de ser estagiário e participante da pesquisa é relevante, pois, além de fazer o estágio, era necessário que todos fossem para as reuniões de estudo e planejamento, entrevistas e reflexões. Quanto à participação dos alunos nas aulas, muitas vezes aconteceu o que S disse que alguns alunos respondiam o tempo todo e a turma (7º A) não estava acompanhando totalmente. Isso também vem da falta de experiência profissional, de conhecimento da turma, entre outros fatores que influenciam o estágio e, conseqüentemente, a prática docente. E, como S colocou, vem da própria condução da aula, que foi se modificando ao longo dos encontros por estarem mais íntimos da turma, do conteúdo e da metodologia a ser utilizada.

S, primeiramente, mostra que as respostas da entrevista que E5 fez com o aluno poderiam ter sido mais inadequadas, dependendo de quem fosse e que, realmente, avaliação é algo delicado, complexo e difícil para todos. Com isso, E5 levantou o seguinte questionamento para S:

E5: Depois da entrevista percebeu-se que o aluno não alcançou os objetivos que a gente estava querendo que ele alcançasse. E talvez outras pessoas também não tenham alcançado [...]. Diante disso, o que você vai fazer?

S: Boa pergunta. Vou ser bem honesto com vocês. Eu vou fazer o seguinte, os pareceres estão começando a ficar prontos e esses temas são bem tranquilos, vocês trabalharam muito, e eu fiz o seguinte: na última semana, quando vocês terminaram a regência, na aula seguinte eu tirei uma aula para fazer uma revisão de tudo que vocês deram a eles. Então, eu disse: vamos fazer uma retomada aqui de tudo que a gente trabalhou, quem lembra o que foi dito na primeira aula? Ah, falou medição. E o que a gente compreendeu o que era medir? Aí, eu fiz uma geral, aí a gente fez sobre medição, falou sobre perímetro, aí eu fui dando uns *feedbacks* também. Aí eu disse a eles diretamente isso. Eu achava que quando vocês começarem a trabalhar área vai ser muito mais tranquilo, porque vocês já estão definindo perímetro de uma maneira muito boa, muito consistente. Se perímetro, vocês estavam vendo ali que era uma medida de um contorno de uma figura plana, a área vai ser a medida da superfície. E isso não apareceu. ‘poxa, foi mesmo professor, a gente nem percebeu isso e tal’. Então, assim, eu já tive essa troca com eles e, de modo geral, como hoje eu não tenho elementos individualizados nesse momento, eu vou avaliar todo mundo positivamente. Então, quando a gente retomar a próxima unidade, porque a gente já estava na última semana de aula, eu dou uma revisão com eles, e aí posso até trazer uma fichinha. [...] nesse momento, eu não tenho certeza de quem chegou, mas é algo que eu tenho certeza, absoluta, de que já, já, todo mundo chega.

F: e mesmo S, a gente retomando e fazendo tudo isso, vai ter sempre um aluno que não vai conseguir avançar 100%.

S: mas a busca é importante.

A entrevista que E5 falou era parte do estágio para questionar algum aluno aleatório sobre alguns pontos estudados nas aulas. Como o aluno não acertou ‘o que é medir?’, ele ficou questionando sobre maneiras de avaliá-los, elemento que estava dentro do processo e no guia norteador, embora não tenha sido tão discutido, a ausência de E5 nas reuniões iniciais também influenciou. A resposta de S mostrou que ele irá retomar os conceitos para institucionalizar o que não foi bem compreendido pelos alunos. Antes de passar para o segundo encontro, na reflexão final, vendo toda a discussão sobre avaliação durante a reunião, P fez o seguinte questionamento a E5:

P: Será que o objetivo do primeiro encontro era saber o que é medir?

[...]

E5: E é uma coisa que eu acho que a gente pecou no nosso planejamento. Eu acho que a gente precisava definir qual o objetivo de cada aula.

S: Foi um pedido nosso, não sei se vocês lembram disso.

F: Aí, assim, você teria como avaliar e saber...

E5: Exatamente, foi um erro, isso, na verdade, que eu estava pensando, depois da entrevista que eu fiz com P, que P ‘o que é que quer melhorar?’, aí eu fiquei em casa pensando, e comecei a refletir que a gente não teve um objetivo para cada aula, tipo saber: eu quero que o aluno ao terminar essa

aula, eu quero que o aluno saiba disso. Será que ele está sabendo? Então, não tinha um objetivo para poder...

F: ser alcançado. Então, mesmo organizando as aulas na sequência, vocês não estipularam os objetivos... mas, implicitamente, talvez, o objetivo esteja...

S: estava.

Toda a discussão em torno da avaliação que E5 estava refletindo partia bastante da definição de medição e por isso o questionamento de P também lhe fez pensar nos objetivos de aprendizagem de cada encontro que não ficaram claros para ele. Foi então que E4 comentou a diferença entre ele e a dupla (E5 e E6):

E4: O problema, aí eu resgato o que S estava falando no início de estar amarrando as cinco aulas. Os objetivos estavam muito claros para mim, aí o problema de não ter planejado, tudo amarrado, deixar isso claro para todo mundo, aí eu percebi que realmente ficou confuso para a outra dupla. Mas, para mim, toda aula eu sabia quais eram os meus objetivos, só que meus objetivos estavam aqui (apontou para mente), faltava esclarecer isso para todo mundo, acho que para E1 também. Como eu discuti com E1 essa questão das aulas, aí E1 sabia muito bem o que a gente estava querendo, aí o problema foi esse, de a gente saber comunicar isso para todo mundo.

S: Isso ficava muito evidente nas aulas porque, por exemplo, quando aparecia algum imprevisto, um posicionamento curioso de algum aluno, eu percebia que a condução que os meninos [E1 e E4] faziam era uma condução que estava muito aliada ao planejamento da aula. Aí o que vocês [E5 e E6] faziam às vezes era muito solto, muito livre, e que eram interessantes também, mas que eram muito livres, porque aí mostra justamente essa dúvida aí que era do objetivo traçado e que faz todo sentido porque vocês pegaram uma aula pronta, mas quem discutiu os objetivos foram os meninos [E1 e E4]. Então, acaba ficando realmente delicado. Mas, que massa porque isso que vocês estão fazendo já é uma autoavaliação, e perceber: ah! Agora eu entendo quando se fala que o objetivo é importante porque senão a gente fica sem norte.

O plano de aula escrito e uma análise *a priori* construtiva teriam amenizado essa falta de segurança dos outros estagiários com relação aos objetivos de aprendizagem de cada aula. Como S falou, para ele estava perceptível que E4 sabia o foco de cada momento, E1 por estar desde o início presente no estudo e ter compartilhado melhor com E4. Um ponto importante que destacaram também foi se o tempo era suficiente para o segundo encontro, foi então que S afirmou que sim e acrescentou:

S: Muitas dificuldades dessa também são amenizadas na prática. Então o que é que acontece? Se vocês fossem fazer ela hoje, já seria mais fácil. [...] Depois de um tempo, a gente começa a preparar coisas interessantes e muito mais rápidas. [...] Então, a prática faz com que seja mais rápido, mas nunca vai ser 100% caprichado assim.

As dificuldades que S comentava eram exatamente sobre a questão do tempo, a condução de uma investigação, o enunciado, o planejamento como um todo e o ensino. Além

disso, S destaca o valor da prática profissional que com o tempo vai amadurecendo e se desenvolvendo para compreender e “amenizar” essas dificuldades. As reflexões expressas pelos participantes evidenciam um caminho percorrido no sentido de enfrentar o desafio de articular teoria e prática. Essa articulação é um fator importante para a profissionalização do estagiário e seu desenvolvimento como professor (NÓVOA, 2017).

7.4 O que pensam os participantes sobre o impacto do processo formativo sobre sua formação profissional para a docência?

Destacamos alguns pontos das entrevistas com relação ao processo vivenciado no estágio, planejamento de aula, experiência como professor, dificuldades, aprendizagens e contribuições, em geral, como (futuros) profissionais. Inicialmente, traremos recortes das falas dos estagiários e, em seguida, dos professores.

Com relação à participação na pesquisa, os estagiários não sentiram que atrapalhou o estágio, pelo contrário, contribuiu:

E1: Não, de forma alguma [...] essa cobrança, provavelmente, por exemplo, se não tivesse a pesquisa eu não ia estar me puxando tanto para tentar dar mais do que o meu melhor, entende? Então, eu acho que foi bom, eu acho que fez só incentivar mais para sempre dar o melhor de mim.

E4: Acho que o que mais interferiu não foi a pesquisa, mas sim trabalhar no... o estágio na escola X, sabe? [...] você tem mais responsabilidades do que fazer o estágio em outras escolas, porque é uma escola... de referência.

E5: Eu acho que, exatamente, o contrário, então, ajudou bastante [...] eu não sabia planejar, então achava que planejar era uma coisa, chegar lá, preparar o assunto, meditar sobre o assunto [...] eu nunca havia pensado nas possíveis, por exemplo, a gente conheceu X, ‘ah, os alunos vão responder isso’. Então, a gente não pode fazer isso, porque, talvez, a resposta dele seja isso, mas se responder isso, a gente tem outra opção, vamos discutir...

E6: O que atrapalhou o estágio foi o período da faculdade, que está muito pesado [...], a pesquisa acho que só ajuda porque, principalmente, quem quer fazer mestrado, acho que você começa a ter contato com alguém, eu sei que é doutorado, mas que está desenvolvendo uma pesquisa, então, eu acho massa isso.

Apesar de manifestarem pontos de vista diferentes, as falas dos estagiários mostram que avaliaram positivamente o fato de terem participado do processo formativo proposto na pesquisa. As exigências de outras disciplinas cursadas no mesmo período foram pontuadas por E6 como empecilho para se dedicar e participar mais intensamente da experiência. O fato de realizar o estágio em uma escola bem conceituada foi mencionado por E4 como um

fator que os deixou receosos e ao mesmo tempo mais responsáveis. A fala de E1 indica que o modo como o processo ocorreu o estimulou a se empenhar em fazer um bom trabalho no estágio. Por fim, o comentário de E5 mostra que o processo vivenciado o levou a compreender em que consiste o planejamento, de um modo bem mais profundo do que pensava inicialmente:

E1: Eu até falei brincando, várias vezes, eu falei ‘oh, a gente quando se formar, a gente precisa dar um jeito de ir se encontrar algum dia assim, em algum momento, os quatro [...] e vamos planejar uma aula sobre isso [...] foi muito massa, porque além da gente ter, tentar ver quais são todas as possibilidades que podiam acontecer em todas as aulas, em todas as aulas sempre aparecia mais uma. Ajudou, além de conduzir, ajudou assim, a gente tentar prever um caminho que ia ser trilhado.

E4: eu via muitos professores dizer, principalmente, de Metodologia, ‘ah, é muito difícil você planejar, você tem todo um trabalho, às vezes, a gente sabe que o professor não tem esse tempo todo’, gerava todo aquele debate, mas não tinha noção de que planejar uma aula realmente, não só uma, várias, um conjunto de aulas que se... foi nesse momento que eu vi que realmente dá um trabalho e mesmo você lutando lá para fazer as coisas, ainda falta coisas para você mexer lá na hora. [...] o foco da gente seria manter os objetivos da gente, na cabeça da gente, a aula toda. Então, manter os objetivos, aí fiquei pensando nisso, é verdade, se a gente manter o objetivo na nossa cabeça que é para ser feito, o que é que a gente quer que eles façam... quer que eles aprendam, quer que eles discutam, acho que se mantém até mesmo se for para fora do planejamento [...] eu comecei a entender ao longo das aulas, que na terceira aula que... seria legal a gente não ir pro outro slide e ficar naquela discussão daquele slide se o objetivo da gente estava... se a gente estava chegando no nosso objetivo, não sendo necessário a gente dá a aula toda.

E5: mudou a minha visão enquanto, sei lá, profissional [...] até mudou minha percepção quanto à Educação Matemática. Então, acho que foi algo realmente positivo. [...] Obviamente, ajudou muito. A gente, quase sempre, 90% dos momentos que a gente passou na regência, a gente conseguiu seguir o planejamento e foi tudo bem orquestrado. Claro que aí surgem coisas no meio do caminho que não dá para a gente prever, mas realmente ajudou a gente a... a concluir um raciocínio, ter um desenvolvimento, ou melhor, iniciar, desenvolver e concluir o raciocínio, seguindo o planejamento, então acho super legal.

E6: Com certeza [...] com planejamento, às vezes, que me perdia lá, imagina sem planejamento. A pesquisa ajudou meio que indiretamente, porque, como eu falei, eu tive um suporte muito grande de E1 e E4, e como eles estavam na pesquisa, eu acho que há muito mais tempo, provavelmente muitas das coisas que eles estavam levando assim pra mim e pra E5, é... eles estavam tirando da pesquisa, de materiais que eles tiveram consulta e tudo o mais.

Vários pontos foram citados a respeito do planejamento e da condução das aulas, especialmente, a falta de noção sobre como planejar uma aula ou uma sequência de aulas. A necessidade de saber os objetivos de cada problema e de cada aula para compreender o processo de construção do conhecimento dos alunos e o processo de avaliação. As

antecipações importantíssimas que algumas vezes não foram possíveis de serem realizadas, ou que mesmo prevendo boa parte, sempre surge algo fora do que tinha sido discutido. A prática trouxe a experiência, embora com apenas 10h/aula, mas, aos poucos, os estagiários foram conhecendo os alunos, quem participava mais, quem era mais calado, quem fazia em grupo ou sozinho, diversas características que contribuíram para uma melhor atuação enquanto professores. Ao mesmo tempo, uma série de dificuldades envolveu esse estágio.

E1: uma das coisas que me deixou bastante, assim... principalmente nas primeiras aulas, que me deixou bastante nervoso é... eu não... além do peso de ter uma pesquisadora na sala presente, além do peso de ter S, que era o professor da turma presente, além de ter outros estagiários, incluindo de Matemática presentes, observando, e além de ter os meninos, os outros colegas que também estavam fazendo parte do planejamento observando [...] o que me deixou com muita insegurança era até que ponto eu poderia fazer... interferir no que os meninos colocavam.

E4: Foi justamente essa questão do tempo. [...] Eu acho que as dificuldades [...] foram aumentando em relação ao estágio mesmo, a regência, ela foi aumentando porque eu comecei a ver que os alunos já estavam mais acostumados com a gente, já estava mais disperso.

E5: controle de turma, acho que a gente começou o estágio ainda não conseguiu com... na última aula, a gente ainda não dominava esse negócio de zoadá dos alunos, controlamos pouco, mas... dificuldade logo no início disso. Ah, senti um certo receio, apesar de conhecer e dominar o assunto e saber que são meninos de 12 anos, mas era na escola X, então logo na primeira regência, assim que eu comecei a dar aula, teve... assim, nas primeiras frases me deu branco na minha cabeça... é... mas depois eu parei, tipo, não, eles são pessoas normais como eu.

E6: a questão do planejamento foi uma dificuldade, mas da regência em si, dentro da sala de aula... é... eu nunca tinha tentado passar o conteúdo dessa forma. [...] a maneira de se trabalhar lá e eu não acho que eu superei isso... acho que eu vou passar um tempo praticando dentro de sala de aula e tudo mais nas minhas experiências. A condução da turma... em alguns momentos a turma ficava 'AHHHHH' [fala mais alto] um barulho absurdo. Então, isso foi uma dificuldade que até S apontou para a gente no último dia da regência.

De certo modo, nesses recortes, os estagiários apresentaram apenas dificuldades pedagógicas, mas também tiveram as didáticas, especialmente, pelas concepções em relação ao campo das Grandezas e Medidas anteriores ao estágio. A dificuldade de E1 de estar sendo observado por outros e de conseguir conter a ansiedade é clara em sua fala, algo que, em geral, acontece não só com os estagiários, mas com os professores também. Pois na pesquisa de Haydar e Zolkower (2010), os formadores não observaram as aulas.

E1: Eu não sabia o que era perímetro. Área eu ainda tô em dúvida do que é área [risos]. É... incrível o poder que tem, o poder que teve preparar essas aulas e... você olhar para um negócio que você dizia 'perímetro é a soma dos lados, poh, é óbvio'. [...] Eu era o tipo de professor que dizia que 'perímetro é a soma dos lados, é a soma de todos os lados, beleza? Beleza,

vamos para questão’. Acabou-se. Área é o que a gente tem como região interna. Pronto, beleza. Área, como é que é a área? Base vezes altura.

E4: E eu acho que eu subestimei o tema. Se você perceber, tá gravado inclusive, se você perceber, eu fui um dos que falei que ‘ah, se você quiser falar sobre perímetro, você fala em 15 minutos e acabou a aula’... aí depois eu vi que não era [risos], não é assim, não é assim que funciona. Eu pensava da gente, a gente tinha planejado que perímetro era para uma aula, acabou sendo para duas e ainda ficou algo restante nas outras aulas, muito interessante.

E5: na verdade, eu aprendi coisas que eu não sabia, na verdade. É... eu nunca tinha perguntado o que era medir. Então, a primeira vez que eu me perguntei o que era medir foi no primeiro dia do planejamento da aula que era sobre medição [...] nunca fomos levados a pensar em unidades de medida diferente. É... entender a necessidade de um padrão, de uma medida padrão, entender realmente, por quê? Porque é preciso e tal... e foram coisas que realmente eu achei super interessante, é... essa ideia de aprender, é... a abordagem de área, porque na minha cabeça eu só pensava em usar fórmulas [...] depois de eu vir para cá entender perímetro, medi... como a medida do contorno [...] não era a soma de todos os lados, era a medida do contorno, o comprimento do contorno.

E6: Houve dificuldades até porque [risos]... um dia atrás, eu achava que perímetro era a soma de todos os lados.

Perímetro foi o tema que chamou mais atenção entre eles pela falta de conhecimento, além da questão de medição, dissociação de perímetro e área, unidades de medida não convencionais, padronização, a introdução das fórmulas. Foram muitos desafios em superar as concepções ingênuas e aprofundar em aspectos didáticos e de conteúdos, e alguns permanecem.

Outro ponto destacado pelos estagiários foi a regência em dupla que facilitou nos momentos em que um estava refletindo sobre o que deveria falar ou fazer, um dando suporte ao outro, o que normalmente não acontece por ser apenas um professor na sala de aula. O trabalho colaborativo, especialmente, a presença dos professores foi fundamental para o estudo e planejamento.

Para F foi bastante proveitoso, entretanto ele queria que a turma toda de estágio III participasse da pesquisa, o que não foi possível, pois o planejamento do semestre tinha sido realizado e P estava tentando organizar a pesquisa em outras instituições para não ser a mesma do piloto. Enfatizou o estudo e o planejamento em conjunto, a presença de S para dar suporte e mostrar o que e como acontece nas turmas de 7º ano e na escola, em geral. Demonstrou certa insatisfação com a ausência dos estagiários em algumas aulas para participar de reuniões da pesquisa, ao mesmo tempo em que o relatório do estágio ficou exatamente como “um sonho de todo professor de estágio”.

Para S também foi importante como primeiro estágio de regência em sua experiência, acredita que a pesquisa interferiu no sentido de não vivenciar o estágio por si só, mas com algo a mais que não é o comum. A participação mais ativa na preparação da sequência contribuiu para a supervisão do estágio. Em relação à sua visão de planejamento, não houve modificação, pois, embora tudo seja válido, ele fazia isso no seu dia a dia. A falta de tempo foi uma dificuldade citada por S como principal fator que atrapalhou o andamento da pesquisa junto com o estágio.

A ideia do planejamento coletivo, experimentar e refletir sobre foi bastante interessante por aproximar o grupo, lembrar das angústias que o futuro professor vivencia. A pesquisa requer um planejamento mais cuidadoso, o que não foi realizado e, por isso, “o benefício [para as turmas] não foi tão grande quanto o esforço” (S). Algo que o fez refletir enquanto professor é a questão da interferência na sala de aula e no estágio, também comentada pelos estagiários: “até que ponto devo interferir para auxiliar os estagiários?”. Momentos que aconteceram na turma, especialmente, a que não estava sendo filmada, que para S eram inadmissíveis e que em uma próxima experiência como supervisor, embora deva não interferir, não deixará de falar, mesmo comprometendo o estágio.

Para S, se o tempo tivesse sido suficiente para planejar todas as aulas, talvez tivesse ocorrido em 8h/aula, ao invés de 10h/aula, pois alguns tipos de atividades ficaram repetidos, enquanto outras atividades foram rápidas demais. “De modo geral, eu acho que a gente conseguiu atingir bem [os objetivos]”. Algumas definições foram lembradas e repensadas para sua própria prática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do percurso teórico e metodológico dessa pesquisa, defendemos a seguinte tese: A Jugyou Kenkyuu e a Engenharia Didática estruturam diferentes modos de relação entre teoria e prática, com aportes e limitações, e a consideração de elementos complementares dessas duas perspectivas, no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado, traz contribuições para o desenvolvimento profissional dos licenciandos em matemática.

Abordamos no terceiro capítulo as características da JK e da ED destacando as proximidades e distanciamentos entre as mesmas, além da discussão de pesquisas que utilizaram as metodologias em contextos diferentes dos originais, ou seja, em outros países que não o Japão e a França. A construção de um plano de aula – JK – ou de uma sequência didática – ED – aponta para a maneira como ambas olham para a teoria. A JK parte de uma dificuldade dos alunos percebida pelos professores ou um tema que seja escolhido pelo grupo que irá participar do processo, trabalhando com as experiências e conhecimentos que os profissionais possuem (TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016). A escolha do tema na ED geralmente é feita pelos pesquisadores e justifica-se por lacunas ou controvérsias observadas nas pesquisas e não necessariamente apontadas pelos docentes participantes e a maneira de olhar para o conteúdo envolve um questionamento aprofundado sobre os saberes em foco, incluindo o questionamento das origens e do contexto histórico em torno dos conteúdos a serem ensinados (ARTIGUE, 1988). Ambas analisam os documentos oficiais, os livros didáticos, pesquisa sobre o tema, antecipam as respostas, estratégias e dificuldade dos alunos para os problemas propostos sejam estes elaborados ou adaptados (MIYAKAWA; WINSLOW, 2009a).

A JK e a ED apresentam estruturas semelhantes de organização, Merichelli e Curi (2016) realizaram o processo da JK de forma cíclica reaplicando um novo planejamento pós-reflexão em outra turma, algo não comum no Japão (TAKAHASHI; MCDUGAL, 2016). Na ED, Artigue (1988) apresenta a concepção, realização, observação e análise de uma sequência de ensino para as realizações didáticas em sala de aula. A interação social presente nas duas metodologias é um ponto essencial para criar um ambiente de confiança entre os participantes, embora na pesquisa de Haydar e Zolkower (2010) utilizando a JK, os formadores não tiveram oportunidade de observar as aulas. Bezerra (2017) também comenta que teve dificuldades para envolver o grupo em um trabalho colaborativo. A ED é uma metodologia que pode ser feita individualmente, mas quando realizada em grupo esta

interação influencia em todas as etapas. A prática de ambas metodologias, utilizadas em grupo, exige confiança para que haja engajamento, partilha e desenvolvimento da prática profissional.

A resolução de problemas está presente e é o centro da JK e da ED (MIYAKAWA; WINSLØW, 2009a), pois a ideia é conduzir os alunos na construção de seus próprios conhecimentos. Clivaz (2015) aponta para importância de como os formadores/mediadores devem intervir.

Feitas essas considerações teóricas, traçamos o seguinte objetivo geral: analisar contribuições de elementos da JK e da ED para fomentar o desenvolvimento profissional de licenciandos em Matemática matriculados no Estágio Curricular Supervisionado.

Antes de ressaltar os aportes da pesquisa, ressaltamos algumas limitações e contingências, como, por exemplo: a disponibilidade e o interesse foram dificuldades presentes desde o início do primeiro estudo até o final do segundo. Primeiramente, foi difícil encontrar estudantes e profissionais dispostos a participar da pesquisa e, segundo, foi um grande desafio conseguir reuni-los várias vezes, ou seja, a disponibilidade necessária para participar da pesquisa (PONTE et al., 2016). Logo, em alguns momentos, nem todos puderam estar presentes – o que era esperado – e também por fatores externos não previstos, como a greve dos caminhoneiros em maio de 2018, que atrasou todo o processo.

Este estudo envolvendo a JK e a ED para a formação de professores apresenta alguns elementos que não foram suficientemente estudados no processo, sendo principalmente a falha dos estagiários em não produzir um plano de aula razoavelmente explícito. O fato de o planejamento escrito ter se resumido aos slides das aulas e problemas propostos pode ter influenciado, embora todos os tópicos tenham sido discutidos, como os objetivos, a metodologia, o tempo e a avaliação. Isso provocou questionamentos na reflexão relativos ao tempo de explicação ou execução de algumas atividades, ou à forma de explicá-las, que poderiam ter sido melhor administrados. Por que não foram incorporados pelos estagiários? Um dos impedimentos citados por eles foi o tempo insuficiente, por estarem em períodos complexos na universidade. Concordamos que a falta de experiência e a valorização ao plano de aula influenciaram, assim como dificuldades em reconhecer cada item, embora tenham sido discutidos.

Apesar dos planejamentos das aulas não terem sido escritos, conseguimos ver que houve ganhos em todas as etapas do processo formativo. Pois para a construção dos slides e escolha das atividades, vemos as dimensões teórica e prática interligadas em vários

momentos como no estudo dos documentos oficiais, na análise dos livros didáticos, na leitura e discussão de textos, e, por fim, nas trocas de experiências entre os participantes de modo a não haver disparidade devido ao nível de conhecimento e de prática de cada um (IMBERNÓN, 2011).

A partilha de S sobre como escrever o plano de aula, detalhando os elementos essenciais para um planejamento condizente com a prática profissional do professor e, conseqüentemente, com a JK e a ED. Ao mesmo tempo que S compartilhou, imaturamente, que escreveu os objetivos após a escolha das atividades o que talvez tenha influenciado na escrita do plano do primeiro encontro. Entretanto, outro ponto bastante requerido pelo supervisor foi o planejamento de todos os temas dos encontros para facilitar na construção dos planos.

A antecipação das respostas, elemento essencial da ED e da JK, também foi subestimada pelos futuros professores, acarretando uma análise *a priori* não efetiva. Para o estudo e o planejamento do primeiro encontro, vimos que os estagiários dedicaram um tempo maior e conseguiram fazer a antecipação das respostas. Contudo, por não terem planejado a sequência toda antes e a eventualidade da greve que realmente atrapalhou, isso levou o grupo a ter que planejar algumas partes dos outros encontros nas vésperas de acontecer. Desse modo, não houve preparação para pensar nas possíveis respostas e dificuldades de cada problema. Percebe-se isso quando um dos enunciados não ficou claro para os alunos – problema de perímetro com palitos - e os estagiários não conseguiram contornar a situação no segundo encontro; quando não compreenderam o raciocínio de alguns alunos para responder o problema 1 sobre a área no quarto encontro, entre outros momentos que foram destacados anteriormente; assim como o senso de saber as palavras mais adequadas para determinada atividade de acordo com o conteúdo que estava sendo trabalhado, isso foi bem compartilhado por S e compreendido pelos estagiários, pois foram detalhes que muitas vezes passavam despercebidos por eles.

Outra limitação, esperada dentro do estágio de regência foi a ansiedade e o nervosismo dos futuros professores por serem as primeiras aulas e por estarem participando de uma pesquisa de doutorado. Entretanto, isso faz parte das características de um indivíduo em formação e desenvolvimento profissional (FERREIRA, 2009). Um deles expressou que isso demandou maior empenho e dedicação de cada um, também por estarem sendo observados pelo supervisor. O contexto geral da pesquisa conduzia para essa instabilidade emocional, promovendo a não percepção de alguns detalhes em sala de aula por parte dos

estagiários regentes no ensino e na aprendizagem dos conteúdos. Por esse motivo, nota-se a importância da presença de observadores, não só para que estes aprendam com a observação (MATOS et al., 2009) e reflexão pós-aula, mas para que possam contribuir com suas anotações e assimilações durante a aula (ELIPANE, 2012). O exemplo do grupo que utilizou a régua no primeiro encontro e depois trocou deixou isso bem explícito, mostrando o que foi visto pelo observador e passou despercebido pelo professor (estagiários) – elemento prático essencial da JK e da ED – a prática ressignificando a teoria (NÓVOA, 2017).

Com relação a estrutura de cada encontro, percebemos a necessidade dos estagiários de questionarem os alunos sobre as definições das grandezas remetendo às metodologias de ensino vivenciadas pelos mesmos. Grandeza, medição, comprimento, perímetro e área foram os termos principais da sequência e, por isso, os estagiários sentiam a necessidade de trabalhar com as definições de cada um. Todos foram bastante discutidos, em especial, medição e comparação que teve uma repercussão durante as análises preliminares e análise *a priori* a partir do que os estagiários atribuíram à grandeza. Assim como perímetro que alguns disseram que não sabiam o que era e que ainda estavam aprendendo a definição de área nas entrevistas e reflexão final. Muitos conhecimentos começaram a ser construídos pelos estagiários a partir do estudo com os elementos da JK e da ED e alguns não foram totalmente edificados dentro daquele nível de escolaridade. Lembrando que há complexidade nos conceitos do campo das Grandezas e Medidas (LIMA; BELLEMAIN, 2010).

Isso remete aos conhecimentos e saberes do professor e do aluno que são diferentes e, também envolvem as dimensões teórica e prática de modos particulares. Esse foi um ponto que os estagiários compreenderam ao longo do processo e mais na reflexão final enquanto foram discutindo os problemas e cada encontro. Alguns deles entenderam mais rápido, outros ainda ficaram insatisfeitos, especialmente, com o fato de que as definições não devem ser prioridade em determinados níveis de ensino, mas sim a construção para chegar até estas. Do mesmo modo que os estagiários foram aprendendo a adaptar os saberes de acordo com os conhecimentos prévios dos alunos a partir do S partilhava sobre as turmas e durante a sequência com o *feedback* em cada problema.

Outro termo que trazido pelos estagiários e que S lembrou que remete muito a número foi ‘calcular’, indicando que ‘determinar’ era mais adequado para trabalhar as grandezas de modo autônomo diferenciando de medida (número) e resgatando a unidade de medida junto com esta. Embora concordemos que este outro termo também leve a número,

aqui vemos a teoria e a prática docente de S ressignificando estas dimensões na vida profissional dos estagiários, tudo isso dentro do processo formativo que conduziu para essa discussão. Ainda dentro da linguagem, no primeiro encontro os estagiários ficaram à espera que de os alunos utilizassem o termo ‘unidade’ em vez da própria unidade utilizada, ou seja, fazendo a mudança da linguagem usual para formal Matemática, algo que foi perceptível em outros encontros à frente.

A JK e a ED trazem esse olhar teórico-prático com o uso da resolução de problemas de forma desafiadora para os alunos no intuito de edificar um conhecimento novo a partir do pensamento independente dos alunos e, ao mesmo tempo, com a interação social. Da mesma forma, os estagiários ao planejarem, escolherem os problemas aprenderam com o suporte estrutural da JK e a institucionalização dos conhecimentos didático-pedagógicos e conceituais ao confrontarem as análises *a priori* e *a posteriori*, muitas vezes implicitamente; ou confrontando com as análises preliminares, pois foram/são essenciais para a elaboração da sequência didática. Tudo isto contribuindo para a profissionalização dos futuros professores promovendo o desenvolvimento profissional de cada um.

Ainda, o fato de terem sido 10h/aula por exigência do Estágio, possibilitou uma organização mais firme da sequência conforme Rasmussen (2016). E o guia sistematizado – baseado na TSD – com os questionamentos direcionando o estudo, as decisões e as reflexões, revelou-se um instrumento abrangendo as duas dimensões que condiziam mais com a ED por estar no coração da TSD, mas que possui aproximações com os elementos da JK. Embora nem todas as perguntas tenham sido respondidas para o planejamento de toda a sequência, o guia contribuiu no entendimento dos estagiários sobre plano de aula como é refletido em grande parte da sequência. Destacamos também a História da Matemática que foi discutida no primeiro encontro sobre medição e no quinto com um slide sobre π para introdução das fórmulas do perímetro da circunferência e da área do círculo.

A discussão sobre a avaliação foi pertinente, pois os estagiários não tiveram a certeza de que todos os alunos aprenderam, em especial E5. Isso os deixou um pouco insatisfeitos no final do estágio. Concordaram que alguns objetivos não ficaram tão claros para todos nas discussões de cada atividade, logo esse foi um ponto que influenciou na maneira de avaliar, além de que queriam ter realizado uma atividade individual ao final para terem mais ideia do nível de aprendizagem, mas o tempo não foi o suficiente para alguns e para outros o planejamento do último encontro poderia ter sido diferente com a reflexão.

P lembrou aos estagiários que o plano de aula adequado inclui uma especificação do conhecimento-alvo e de outros objetivos relacionados ao aprendizado dos alunos, que podem ser deliberadamente usados na observação, na avaliação e na reflexão sobre o encontro. E4 também transmitiu sua segurança quanto aos objetivos sobre cada encontro resgatando o que havia sido estudado, analisado nos livros, planejado e executado. Ou seja, a presença nas reuniões foi fundamental para interligar a teoria e a prática dos elementos da JK e da ED, o que influenciou na participação e aprendizagem de cada estagiário.

F enfatizou as abordagens japonesa e francesa utilizadas na pesquisa como algo positivo para o enriquecimento dos futuros professores, além da escolha dos problemas e da maneira interessante como foi planejada e executada a sequência. Outro ponto que F chamou atenção foram as condições dadas aos alunos em cada problema para que surgissem diversas estratégias de resolução com o uso dos recursos disponíveis e alguns escolhidos pelos mesmos como o caderno. Percebe-se também a importância de atividades que levaram o aluno a construir um conhecimento sobre perímetro e área, muitas vezes, visto nas escolas apenas com fórmulas e conversões de unidades. Essa questão das fórmulas foi um ponto discutido desde a primeira reunião quando E1 destaca que os documentos apontam para a obtenção e não fornecimento destas. A sequência didática conduziu os alunos a compreenderem as fórmulas, embora a forma como foram trabalhadas no último encontro precise de algumas modificações conforme discutiram na reflexão final.

F também comentou a importância da retomada do conteúdo trabalhado no encontro anterior levando os alunos a lembrarem aspectos que serviam para a construção do próximo tópico. E alguns pontos negativos como a pressão em cima dos estagiários por estarem como regentes e participantes da pesquisa ao mesmo tempo, além do calendário escolar que estava próximo das férias. Outro ponto foi a presença nas reuniões, que nem sempre era possível e isso afetou o andamento das aulas, a compreensão de como trabalhar determinadas atividades, o tempo para cada uma, os objetivos etc.

As instituições formativas dispunham de quase todo o material necessário para dar suporte ao processo, por exemplo: a maioria dos livros didáticos, projetor, pincéis para quadro e algumas impressões. Outros materiais foram providenciados pelos estagiários, como: barbante, *tangram*, folha de árvore e palitos de fósforo.

O primeiro estudo foi algo mais curto por causa do calendário escolar e, embora a vontade de trabalhar com as Grandezas e Medidas não tenha sido realizada, pensar no método da adição para introduzir o escalonamento não foi tão rápido e simples. O conteúdo

em si não é complexo, comparado aos do campo das G&M, porém, introduzi-lo com algum problema foi desafiador. Por isso, destaca-se, mais uma vez, a presença do professor supervisor que conhece a turma, sabe o que foi ensinado e tem um conhecimento sobre como é possível ensinar determinado conteúdo. No próprio estágio, o supervisor tem o papel de acompanhar o estagiário (BRASIL, 2001, p. 10; NÓVOA, 2017), formando-os e intervindo de maneira significativa com estratégias de ensino e troca de experiências e de conhecimentos. Tudo isso está dentro da JK e na ED ele teve um papel ainda mais profundo, pois, muitas vezes, nesta pesquisa, foi o supervisor quem fez as antecipações das respostas e dos procedimentos dos alunos.

No segundo estudo, inicialmente, o termo “unidade de medida” não foi utilizado pelos alunos, mas sim os nomes das unidades, como palmo, passo, centímetros, caderno, e isso apontou que eles sabem o que é uma unidade e a ideia de padronização de unidade foi institucionalizada com a discussão no final do primeiro encontro. Os estagiários demonstraram interesse em aprender as definições, pois tinham aprendido algumas de maneira errônea e, ao mesmo tempo, preocuparam-se por não verem os alunos definirem da maneira como eles queriam. Logo, enfatiza-se o aprendizado sobre o ensino, tendo oportunidades para desenvolvê-lo (JAWORSKI, 2006), assim como a teoria e a prática caminhando juntas (NOGUEIRA; PAVANELLO, 2013). O professor supervisor e o formador apontaram que o processo de aprendizagem vai além de saber uma definição e que era mais importante concluir o raciocínio sobre como resolver as investigações. O contexto histórico trabalhado na primeira aula foi ressaltado por todos os sujeitos, principalmente, porque um aluno foi quem começou a discussão sobre medição antigamente.

Pode-se perceber com os dados produzidos e analisados, presentes nos últimos capítulos, que o modo de trabalho colaborativo entre formador, supervisor e estagiários fez uma diferença grande na aprendizagem dos estagiários, porque muitos questionamentos levantados por estes foram respondidos pelos professores, especialmente, pelo supervisor que pôde estar mais presente. Isso refere-se a todos os aspectos relacionados ao campo das Grandezas e Medidas e didático-pedagógicos sobre este. Verifica-se assim nossa hipótese do estudo experimental de que o estudo e o planejamento de uma sequência didática de modo colaborativo entre professor (supervisor), futuros professores (estagiários) e formador (docente do Ensino Superior responsável pelo Estágio Curricular Supervisionado) permitem trocas de experiências e aprofundamento do processo de ensino e de aprendizagem de

comprimento e área. Em parte, também foi possível verificar no piloto, porém mais visível neste pela proporção e participação do formador e de outros estagiários.

Entre muitos aspectos, os estagiários aprenderam sobre o tempo para cada atividade, a forma de avaliar, o que é importante exigir dos alunos e o que pode ser deixado para outro momento, a forma de planejar uma aula e o papel do professor na sala de aula. Além disso, é comum entre licenciandos que pensem erroneamente que no planejamento das aulas, não há razão para estudar o conteúdo a ser ensinado, pois é elementar e trivial. . Combinar o Estágio Curricular Supervisionado estruturado por elementos da JK e da ED mostrou-se uma maneira eficiente de ajudar os estagiários a perceberem a necessidade de estudar o conteúdo (nos aspectos epistemológicos e didáticos), como pré-requisito para planejar uma sequência didática criativa significativamente mais ambiciosa do que o ensino que eles mesmos experimentaram na escola. Os estagiários, a partir das leituras feitas, das interações com o formador e o supervisor e das reflexões compartilhadas, passaram a compreender: a importância das unidades não convencionais para os anos finais do Ensino Fundamental, a padronização destas e institucionalização em sala de aula para a aprendizagem dos alunos; a dissociação de perímetro e área para compreensão de área e comprimento como duas grandezas autônomas para os futuros professores, pressuposto do nosso estudo experimental; o entendimento do lugar das fórmulas, mesmo não tendo sido trabalhadas como deveriam, mas o processo para chegar à introdução foi proveitoso e significativo para os participantes; as escolhas e adaptações dos problemas para cada aula, baseando-se nos documentos curriculares, livros didáticos e artigos estudados e compartilhados, provocou uma mudança na visão que os estagiários possuíam sobre esse elemento essencial no ensino e na aprendizagem para qualquer conteúdo. Assim, os participantes relacionaram teoria e prática a partir da complementaridade das duas metodologias.

Os principais elementos da ED para um estudo com elementos da JK são as análises preliminares, experimentação, especificamente, a institucionalização, e análise *a posteriori* com a validação. Se olharmos apenas para a JK, podemos encontrar implicitamente as dimensões didática e epistemológica durante o estudo inicial. Entretanto, a dimensão cognitiva é trabalhada com base nas experiências dos professores, porém, neste estudo, essas três dimensões foram vistas a partir de artigos, documentos curriculares e não curriculares, assim como livros didáticos buscando aprofundar os conhecimentos dos participantes.

As reuniões serviram para iniciar o processo de validação dos conhecimentos que os estagiários foram adquirindo e aprofundando com as discussões e estudos sobre medição,

grandeza, unidade de medida, comprimento, seu contexto histórico, perímetro, área, dissociação entre estas, assim como a parte pedagógica que também foi desenvolvida desde o início do estudo. Percebe-se que as fases de planejamento, implementação, observação e reflexão contribuíram para o desenvolvimento profissional dos estagiários.

Em particular, o trabalho explícito dos estagiários com os significados (e dissociações) de grandezas, objetos, unidades e medidas foi de fato mais importante nas reuniões de reflexão, pois eles perceberam como essas distinções não foram suficientemente consideradas no *design* e na análise *a priori*. Já durante a institucionalização final do 1º encontro, o estagiário, que no momento desempenhava o papel de professor, muda espontaneamente o termo “medida” para “comprimento”, enquanto lê a primeira pergunta, possivelmente percebendo que isso é mais consistente com a análise *a priori* (conectada com as preliminares). Isso também é visível nos comentários e observações dos estagiários sobre a linguagem e as explicações um tanto imprecisas sobre essas noções e a falta de desenvolvimento positivo delas ao longo das linhas previstas na análise *a priori*.

A presença de S, P e F foi essencial porque apoiavam os estagiários – futuros professores – no estudo da sutileza matemática e didática de assuntos aparentemente simples, como o comprimento, o perímetro e a área. Isto indica que a escolha de trabalhar com este processo formativo no estágio foi pertinente para a formação didático-pedagógica e matemática dos futuros professores, assim como as reuniões apenas entre os estagiários foram momentos ricos de muito aprendizado e desenvolvimento profissional a partir das mudanças sobre o planejamento. Embora as pesquisas que trazemos no capítulo 3 com futuros professores estejam relacionadas ao trabalho colaborativo com outros professores, concordamos que essas reuniões serviram para que a liberdade dada a eles tenha sido melhor aproveitada, e isso foi possível ver no retorno de cada uma para o grande grupo com as propostas e reflexões sobre o objeto de estudo, seu ensino e aprendizagem. Recordando que essa liberdade era limitada pelo processo formativo com os elementos da JK e da ED, as regras da escola X – como o conteúdo a ser trabalhado precisava estar no calendário escolar - e os elementos do Estágio – carga horária de regência, entrevistas, relatórios. Para a análise *a priori*, eles incentivaram os estagiários a antecipar as respostas dos alunos com base no conhecimento (fornecido por S) sobre o aprendizado anterior dos alunos construído por todos ao longo do estudo nas análises preliminares e, também, em obstáculos conhecidos relacionados ao assunto.

A curiosidade de E5, na última reunião, para saber o que S iria fazer para saber se os alunos compreenderam os conteúdos trabalhados foi bastante pertinente diante de sua preocupação enquanto futuro professor. Percebe-se também que, durante a reunião, ele foi o único que questionou sobre isso e E6 estava concordando. Como foi a dupla que entrou no estudo em andamento, então isso também é reflexo de não terem participado desde o início. S partilhou como professor das turmas que fez uma revisão na última aula e que iria retomar no próximo semestre, mas que todos iriam ser avaliados positivamente de acordo com as anotações que ele tomou e participação nas aulas.

Diversas contribuições para a formação dos (futuros) professores foram elencadas ao longo de toda esta pesquisa, mostrando as possibilidades, as dificuldades e a realidade do processo formativo com a JK e a ED no âmbito do Estágio Curricular Supervisionado. Para tanto, alguns fatores possibilitam, outros impedem, o desenvolvimento profissional dos estagiários. Embora, na reflexão final, S tenha dito que iria começar a utilizar algumas atividades pela riqueza que as contêm, como o problema da ordem crescente do perímetro, o dos polígonos sobre a área, entre outros, não implica que realmente irá fazer isto. Mas essa é mais uma evidência de que as reflexões pós-aulas possibilitaram uma aprendizagem didático-pedagógica e conceitual em relação às grandezas estudadas.

Finalizamos nossa tese comprovando que a ED e a JK estruturam diferentes modos de relação entre teoria e prática, com aportes e limitações e que a consideração de elementos complementares dessas duas perspectivas traz contribuições para a pesquisa sobre o desenvolvimento profissional de futuros professores do Estágio Curricular Supervisionado.

Para futuras pesquisas, os dados produzidos foram muitos e por isso é possível explorar os aspectos não detalhados nesta tese – dissociação entre objetos abstrato, físico e matemático; dissociação entre grandeza, medida e objeto; fórmulas; o lugar das atividades a serem desenvolvidas pelos alunos; aprendizagem dos alunos, do formador e do supervisor; e, o lugar das definições - assim como acrescentar outros elementos, ou mesmo procurar aperfeiçoar os que estão inseridos no esquema do processo para verificar as contribuições para o desenvolvimento profissional do formador e do supervisor do Estágio Curricular Supervisionado. Outras pistas se abrem para pesquisas futuras como, por exemplo, estudar o impacto de um processo formativo inspirado em elementos da JK e da ED nos supervisores e nos formadores que participam desse processo ou ainda investigar os efeitos sobre a aprendizagem dos alunos da educação básica, de sequências didáticas elaboradas com base

numa forte interação entre estagiários, supervisores e formadores, ancorada nos princípios da JK e da ED.

Por fim, podemos sinalizar algumas implicações dessa pesquisa para a formação de professores no âmbito do estágio curricular supervisionado. Observamos que a incorporação, mesmo parcial, de elementos da JK e da ED na formação de futuros professores de matemática enriquece a vivência do estágio curricular supervisionado. Os estudos preliminares à elaboração da sequência (leitura de artigos acadêmicos e de documentos de orientação curricular e análise de livros didáticos diversos, por exemplo), a colaboração entre estagiários e com o formador e o supervisor na elaboração das atividades a serem propostas aos alunos e no levantamento de possíveis resoluções, erros e dificuldades, a observação cruzada e a reflexão pós-aula são alguns dos aportes da JK e da ED que podem trazer impactos positivos para a formação inicial dos professores de matemática da educação básica.

REFERÊNCIAS

- ABDELLI, M. Initiation a la Didactique des Mathematiques. Disponível em: <https://fac.umc.edu.dz/fse/assets/img/DDM-M1-%20%202015-2016.pdf> Acesso em:
- ABRAHÃO, A. M. C. Perímetro ou Área? Educação Matemática em Revista. **SBEM**, ano 16, n. 35, mar. 2012, p. 52-58.
- ANDRINI, Á; VASCONCELLOS, M. J. **Praticando Matemática**. 3º ed. [Série Didática, 6º ano]. São Paulo, 2012. 288 p.
- ARAÚJO FILHO, R. M.; MORAIS, A. D. Trabalhando o uso da Régua nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental II. **Anais: EPBEM**, 2010.
- ARTIGUE, M. Ingénierie Didactique. **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9, n. 3, 1988, p. 281-308.
- _____. L'ingénierie didactique comme thème d'étude. In: C. MARGOLINAS, C.; ABOUD-BLANCHARD, M.; BUENO-RAVEL, L.; DOUEK, N.; FLUCKIGER, A.; GIBEL, P.; VANDEBROUCK, F.; WOZNIAK, F. (Eds.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XV^a École d'Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (PUY-de-Dôme). **Recherches en Didactique des Mathématiques**. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, 2011, p. 15-26.
- BAHN, J. **Inquiry based mathematics education and Lesson Study**. Faculty of Science, University of Copenhagen, 2018. Disponível em: https://www.ind.ku.dk/research-files/phd/2018/Jacob_Bahn-Inquiry_based_mathematics_education_and_lesson_study.pdf Acesso em: Dezembro de 2018.
- BALDIN, Y. Y. O Significado da introdução da Metodologia Japonesa de Lesson Study nos Cursos de Capacitação de Professores de Matemática no Brasil. In: **Anais Simpósio Brasil – Japão**. São Paulo/SP: Associação Brasil-Japão de Pesquisadores - SBPN, 2009. p. 1-5.
- BALL, D. L. **What mathematical knowledge is needed for teaching mathematics?** Prepared for the Secretary's Summit on Mathematics, U.S. Department of Education. Washington, D.C., February 6, 2003. Disponível em: <http://www.ed.gov/inits/mathscience>. Acesso em: Junho de 202016.
- BALTAR, P. M. **Enseignement-apprentissage de la notion d'aire de surface plane: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. 1996. Tese (Doutorado em Didática da Matemática), Universidade Joseph Fourier, Grenoble, França, 1996.
- BAPTISTA, M. PONTE, J. P.; VELEZ, I.; COSTA, E. O estudo de aula como processo de desenvolvimento profissional. In: MARTINHO, M. H., TOMÁS FERREIRA, R. A.; BOAVIDA, A. M.; MENEZES, L. (Eds.). **Atas do XXV Seminário de Investigação em Educação Matemática**. Braga: APM., 2014, p. 311–325.

BAPTISTA, M. PONTE, J. P.; COSTA, E.; VELEZ, I. Lesson study na formação de professores do 1.º ciclo do ensino básico. In: XXIII SIEM, 2012a, Coimbra. Actas do XXIII SIEM. Coimbra, 2012b.

BAPTISTA, M.; PONTE, J. P.; VELEZ, I.; BELCHIOR, M.; COSTA, E. O Lesson Study como estratégia de formação de professores a partir da prática profissional. **Anais do Encontro de Investigação em Educação Matemática**, 2012b. Disponível em: <http://hdl.handle.net/10451/7070>. Acesso em: 15 de setembro de 2015.

BATISTA, C. C. O Ensino de Matemática e as Tecnologias: uma análise das possibilidades do Estudo de Aula. In: **Anais do Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd7_carolina_batista.pdf. Acesso em: 30 de junho de 2020.

BELLEMAIN, P. M. B. Um candidato a obstáculo à aprendizagem dos conceitos de comprimento e área como grandezas. In: **Anais do 2º Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: IME – UERJ, 2004.

BEZERRA, R. C. **Aprendizagens e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental no contexto da Lesson Study**. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia Presidente Prudente: 2017, 210 p.

BIANCHINI, E. **Matemática**. 8º ed. São Paulo: Moderna, 2015.

BITTAR, M. A Teoria Antropológica do Didático como ferramenta metodológica para análise de livros didáticos. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 3, set/dez, 2017, p. 364-387.

BORBA, R. E. S. R. Formação inicial e continuada de professores que ensinam Matemática na escolarização inicial. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, jan./abr. 2017, p.94-134.

BRASIL. [BNCC (2017)]. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura/Secretaria de Ensino Fundamental, 2017.

_____. **Decreto-Lei nº 1.190, de 4 de abril de 1939**. Dá organização à Faculdade Nacional de Filosofia. Rio de Janeiro, 4 de abril de 1939, 118º da Independência e 51º da República. República Federativa do Brasil, Brasil, 1939.

_____. **Parecer nº 28 de 02 de outubro de 2001**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/028.pdf>. Acesso em: 02 de agosto de 2017.

_____. [PCN (1998)]. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: Ministério da Educação e Cultura/Secretaria de Ensino Fundamental, 1998.

_____. **Resolução nº 02 de 01 de julho de 2015**. Brasília: Ministério da

Educação e Cultura. Disponível em <http://portal.mec.gov.br/docman/agosto-2017-pdf/70431-res-cne-cp-002-03072015-pdf/file>. Acesso em: 02 de agosto de 2017.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas**: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

BURROUGHS, E. A.; LUEBECK, J. L. Pre-service Teachers in Mathematics Lesson Study. **The Montana Mathematics Enthusiast**, vol. 7, n. 2 and 3, 2010, p. 391-400.

CARRIJO NETO, L. A. **A pesquisa de aula (Lesson Study) no aperfeiçoamento da aprendizagem em Matemática no 6º ano segundo o currículo do estado de São Paulo**. Dissertação (Mestrado), PPGECE. UFSCar, Brasil, 2014.

CHAVANTE, E. **Coleção Convergências: Matemática – 7º ano**. São Paulo: Editora SM, 2015.

CHEVALLARD, Y. **Formations universitaires et recherche en didactique**. 2011. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Yves_Chevallard_-_Didactique_des_formationen_universitaires.pdf. Acesso em: 29 de maio de 2019.

CLIVAZ, S. French Didactique des Mathématiques and Lesson Study: a profitable dialogue? **International Journal for Lesson and Learning Studies**, vol. 4, n. 3, 2015, p. 245-260.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris: Matemática: Ensino Fundamental 2**. 2º ed. São Paulo: Ática, 2015.

DAUANNY, E. B. **O Estágio no contexto dos processos formativos dos professores de Matemática para a Educação Básica**: entre o proposto e o vivido. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015, 375 p.

DENARDI, V. B. **Contribuições das representações semióticas para compreensão de conceitos fundamentais para o cálculo diferencial e integral por alunos de um curso de licenciatura em Matemática**. Santa Maria: Universidade Franciscana: UFN, 2019, 285 p.

DOIG, B.; GROVES, S.; FUJII, T. The critical role of task development in Lesson Study. In.: HART, L.; C.; ALSTON, A.; MURATA, A. (Eds.). **Lesson study research and practice in mathematics education: Learning together**. Dordrecht, The Netherlands: Springer, 2011, p. 181–199.

DOUADY, R.; PERRIN-GLORIAN, M. J. Um Processus d'Apprentissage du Concept d'Aire de Surface Plane. **Educational Studies in Mathematics**. v. 20, 1989, p. 387-424.

DUARTE, J. H. Análise de situações didáticas para construção do conceito de área como grandeza no Ensino Fundamental. **Anais: VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife, 2004.

ELIPANE, L. **Integrating the essential elements of Lesson Study in pre-service mathematics teacher education**. Disponível em:

https://www.researchgate.net/publication/323856354_Integrating_the_Essential_Elements_of_Lesson_Study_in_Pre-service_Mathematics_Teacher_Education/link/5aaf3caca2721710fd950d/download.

Acesso em: Janeiro de 2019.

FELIX, T. F. **Pesquisando a melhoria de aulas de Matemática seguindo a proposta curricular do Estado de São Paulo, com a Metodologia da Pesquisa de Aula (Lesson Study)**. Dissertação (Mestrado), PPGECE. São Carlos: UFSCar, 2010.

FERNANDEZ, C. Learning from Japanese Approaches to Professional Development: The Case of Lesson Study. **Journal of Teacher Education**, vol. 53, 2002, p. 393. Disponível em: <http://jte.sagepub.com/cgi/content/abstract/53/5/393>. Acesso em: 01 de outubro de 2015.

FERREIRA, A. C. O Trabalho Colaborativo como Ferramenta e Contexto para o Desenvolvimento Profissional: compartilhando experiências. In: NACARATO, A. M.; PAIVA, M. A. V. A. **Formação do Professor que Ensina Matemática: perspectivas e pesquisas**. 2 ed. São Paulo: Editora Gutenberg, 2009.

FERREIRA, A. E. G. **A Importância dos Sistemas Lineares no Ensino Médio e a Contribuição para a Matemática e suas aplicações**. 2013, 92f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.

FERREIRA, L. F. D. **A construção do conceito de área e da relação entre área e perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: estudos sob a ótica da teoria dos campos conceituais**. 2010. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.

FIORENTINI, D.; CRECCI, V. M. Aprendizagem Docente na Formação Inicial mediante análise de práticas de ensinar aprender Matemática. In: LOPES, C. E.; TRALDI, A.; FERREIRA, A. C. (Org.). **A Formação do Professor que ensina Matemática. Aprendizagem Docente e Políticas Públicas**. Campinas, SP: Mercado de Letras, 2015.

FUJII, T. The critical role of task *design* in Lesson Study. In.: WATSON, A.; OHTANI, M. (Eds). **Task Design in Mathematics Education**. Springer, 2015.

FUVEST. **Fundação Universitária para o Vestibular** – 2º fase (Matemática), jan., 2008. Disponível em: https://www.curso-objetivo.br/vestibular/resolucao_comentada/fuvest/2008_2fase/5dia/fuvest2008_2fase_5dia.pdf. Acesso em: 30 de junho de 2020.

GAY, M. R. G.; SILVA, W. R. **Araribá mais: Matemática: manual do professor**. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. 1º ed. São Paulo: Editora Moderna, 2018.

GIOVANNI, J. R.; GIOVANNI JR, J. R.; CASTRUCCI, B. **A conquista da Matemática**. São Paulo: FTD, 2005.

GOMES, M. L. G. Os 80 Anos do Primeiro Curso de Matemática Brasileiro: sentidos possíveis de uma comemoração acerca da formação de professores no Brasil. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 30, n. 55, p. 424 - 438, ago. 2016.

GONÇALVES, T. O.; FIORENTINI, D. Formação e desenvolvimento profissional de docentes que formam matematicamente futuros professores. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática**: investigando e teorizando a partir da prática. São Paulo: Musa, 2005. p. 68-88.

HAYDAR, H.; ZOLKOWER, B. Making non-routine problem solving a mathematics classroom routine: A Lesson Study group for beginning secondary school teachers. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, vol. 2, n. 1, 2010, p. 25-57.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking Pedagogical Content Knowledge: conceptualizing and measure teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, v. 39, n. 4, Jul. 2008, p. 372-400.

IMBERNÓN, F. Un Nuevo Desarrollo Profesional Del Profesorado para una nueva Educación. **Revista de Ciências Humanas**, v. 12 n. 19, dez. 2011, p. 75-86.

IMENES, L. M.; LELLIS, M. **Matemática**. São Paulo: Ed. Scipione, 2009.

JAWORSKI, B. Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education**, vol. 9, n. 2, 2006, p. 187-211.

LEONARDO, F. M. **Conexões com a Matemática 2**. 2 ed. São Paulo. Editora Moderna, 2013.

LEWIS, C.; HURD, J. **Lesson study step by step**: How teacher learning communities improve instruction. Portsmouth: Heinemann, 2011.

LEWIS, C.; PERRY, R.; HURD, J. A deeper look at Lesson Study. **Educational Leadership**, vol. 61, n. 5, 2004, p. 18-23.

LEWIS, C.; TSUCHIDA, I. Planned educational change in Japan: the shift to student centered elementary science. **Journal of Educational Policy**, vol. 12, n. 5, 1997, p. 313-331.

LOPES, A. R. L. V.; PAIVA, M. A. V.; PEREIRA, P. S. POZEBON, S.; CEDRO, W. L. Estágio Curricular Supervisionado nas licenciaturas em Matemática: reflexões sobre as pesquisas brasileiras. **Zetetiké**, Campinas, SP, v. 25, n. 1, jan/abr. 2017, p. 75-93.

LIMA, P. F. **Questões Didáticas Relativas a Grandezas e Medidas**. Texto baseado em palestra proferida no Centro de Investigação em Educação na Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Lisboa, abril, 2007.

LIMA, P. F.; BELLEMAIN, P.M.B. **Coleção Explorando o Ensino: Grandezas e Medidas**. Volume 17. Brasília, 2010, p. 167-200.

MACEDO, A. D. R. **Um olhar voltado à docência, às práticas em sala de aula e à formação inicial dos professores de Matemática**. 2009. 97 f. Monografia (Trabalho Acadêmico Orientado). Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2009.

_____. **As Representações Matemáticas em dois contextos: Portugal e Brasil**. 2013. 134 f. Dissertação (Mestrado em Educação), Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, Lisboa, 2013.

MACEDO, A. D. R.; BELLEMAIN, P. M. B.; WINSLØW, C. Lesson study with didactical engineering for student teachers in Brazil. **International Journal for Lesson and Learning Studies**, vol. 9, n. 2, 2019, p. 127-138.

MAGALHÃES, P. D. **Desenvolvimento Profissional de Professores que Ensinam Matemática: o método Estudo e Planejamento de Lições nos contextos de escola e de ensino**. 2008. 116f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica de Minas, Belo Horizonte/MG.

MARGOLINAS, C. et al. En Amont et en Aval des Ingénieries Didactiques. **XV école d'été de didactique des mathématiques**. Clermont-Ferrand, vol. 1, 2011.

MATHEUS, A. A. O. F.; NACARATO, A. M. As influências das políticas públicas curriculares na constituição da identidade do professor de Matemática: análise de um caso. **Zetetiké**, vol. 17, 2009.

MATOS, J. F.; POWELL, A.; SZTAJN, P.; EJERSBO, L.; HOVERWILL, J. Mathematics Teachers' Professional Development: Processes of Learning in and from Practice. In: EVEN, E.; BALL, D. L. (Org.). **The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics**. International Commission on Mathematical Instruction. Springer, v. 11, 2009.

MAZIERO, A. R.; CARVALHO, D. G. A contribuição do supervisor de estágio na formação dos estagiários. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 14 n.1, jan/abr, 2012, p. 63-75.

MAZZIEIRO, A. S.; MACHADO, P. A. F. **Descobrimos e aplicando a Matemática – 7º ano**. 2º ed. Belo Horizonte: Dimensão, 2015.

MERICHELLI, M.; A.; J.; CURI, E. Estudos de Aula (“Lesson Study”) como metodologia de formação de professores. **Rencima**, São Paulo, v. 7, n. 4, 2016, p. 15-27.

MIYAKAWA, T.; WINSLØW, C. Didactical *designs* for students' proportional reasoning: an “open approach” lesson and a “fundamental situation”. **Educational Studies in Mathematics**, vol. 72, 2009a, p. 199-218.

_____. «Un dispositif japonais pour le travail en équipe d'enseignants: étude collective d'une leçon», **Éducation et didactique**, vol. 3, n. 1, 2009b, p. 77-90.

NÍ SHÚILLEABHÁIN, A. **Developing mathematics teachers' pedagogical content knowledge through Lesson Study: a multiple case study at a time of curriculum change.** Disponível em: <http://www.tara.tcd.ie/handle/2262/80427>. Acesso em: Novembro de 2018.

NOGUEIRA, C. M. I.; PAVANELLO, R. M. A Iniciação à Pesquisa em Educação Matemática na Formação Inicial do Professor. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, v. 2, n. 2, jan/jun, 2013, p. 28-40.

NÓVOA, A. Firmar a Posição como Professor, afirmar a Profissão Docente. **Cadernos de Pesquisa**, v. 47, n. 166, p. 1106-1133, out/dez, 2017. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/cp/v47n166/1980-5314-cp-47-166-1106.pdf>. Acesso em: 06 de julho de 2018.

OBMEP. **Provas e Soluções.** [2012]. Disponível em: <http://www.obmep.org.br/provas.htm>. Acesso em: 30 de junho de 2020.

OLIVEIRA, A.; SCHERER, S. O “Estar Junto Virtual” e os “Habitantes”: um caminho para o desenvolvimento profissional do professor na modalidade EaD. **EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 6, n. 1, 2015, p. 1-16.

PANCIERA, L. M.; FERREIRA, M. V. **A Modelagem Matemática no Ensino de Matrizes e Sistemas Lineares.** 2006. Disponível em: <http://www.mtm.ufsc.br/~daniel/7105/A%20MODELAGEM%20MATEM%C3%81TICA%20NO%20ENSINO%20DE%20MATRIZES.pdf>. Acesso em: 30 de novembro de 2017.

PERNAMBUCO. [PCPE (2012)]. **Parâmetros para Educação Básica do Estado de Pernambuco – Matemática.** SEE, Recife, Pernambuco, 2012.

PERRIN-GLORIAN, M. J. L'ingénierie didactique à l'interface de la recherche avec l'enseignement. Développement des ressources et formation des enseignants. In: C. MARGOLINAS, C.; ABOUD-BLANCHARD, M.; BUENO-RAVEL, L.; DOUEK, N.; FLUCKIGER, A.; GIBEL, P.; VANDEBROUCK, F.; WOZNIAK, F. (Eds.). **En amont et en aval des ingénieries didactiques** (XVe école d'été de didactique des mathématiques, p. 57–74). Grenoble: La Pensée Sauvage Editions, 2011.

PERRIN-GLORIAN, M. J.; BELLEMAIN, P. M. B. **L'Ingénierie Didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maîtres.** Caminhos da Educação Matemática em Revista/Online, v. 9, n. 1, 2019, p. 45-82.

PERROTA, R. C.; PERROTA, S. G. M. Considerações sobre o ensino de área e perímetro. **Dialogia**, São Paulo, v. 4, p. 81-88, 2005.

PIMENTA, S. G. **O estágio na formação de professores: unidade teoria e prática?** 11ª ed. São Paulo: Cortez Editora, 2012.

PIMENTA, S. G.; LIMA, M. S. L. Estágio e docência: diferentes concepções. **Revista Poiesis**, vol. 3, n. 3 e 4, p. 5-24, 2005/2006.

_____. **Estágio e docência**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2010.

PIMENTEL, D. E. **Metodologia de Resolução de Problemas no Planejamento de Atividades na Transição da Aritmética para a Álgebra**. Dissertação (Mestrado), PPGECE. UFSCar, Brasil, 2010.

PONTE, J. P. Investigating in mathematics and in learning to teach mathematics. In.: COONEY, T. J.; LIN, F. L. (Eds.). **Making sense of mathematics teacher education**. Dordrecht: Kluwer, 2001, p. 53-72.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; BRANCO, N. Práticas profissionais dos professores de Matemática. **Avances en Investigación en Educación Matemática**, n. 1, 2011, p. 65-86.

PONTE, J. P.; BAPTISTA, M.; VELEZ, I.; COSTA, E. Aprendizagens profissionais dos professores através dos estudos de aula. **Perspectivas da Educação Matemática**, 2012, 5 (n. temático), p. 7-24.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; PEREIRA, M. J.; BAPTISTA, M. O Estudo de Aula como Processo de Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática. **BOLEMA**, v. 30, n. 56. Rio Claro/SP, 2016. p. 868-891.

QUARESMA, M.; PONTE, J.; P. Comunicação, tarefas e processos de raciocínio: Aprendizagens profissionais proporcionadas por um estudo de aula. **Zetetiké**, vol. 23, n. 44, 2015, p. 297-310.

QUEVEDO, G. A. Compreendendo Conceitos de Área e Perímetro: um estudo de caso. **XV EBRAPEM**, 2015. Disponível em: https://www.ufjf.br/ebrapem2015/files/2015/10/gd2_gabriel_quevedo.pdf. Acesso em: 10 de abril de 2018.

RASMUSSEN, K. Lesson study in prospective mathematics teacher education: didactic and paradidactic technology in the post-lesson reflection. **Journal of Mathematics Teacher Education**, 2016, vol. 19, n. 4, p. 301-324.

RICHIT, A. Horizontes Antevistos e Incoerências Reveladas nas Políticas Públicas para a Formação Continuada de Professores. **Acta Scientiae**, Canoas, v. 13 n. 2, jul/dez, 2011, p. 71-95.

ROCHA, L. P.; FIORENTINI, D. O desafio de ser e constituir-se professor de Matemática durante os primeiros anos de docência. In: **REUNIÃO ANUAL DA ANPED**, 28, 2005, Caxambu. Disponível em: http://www.ufrj.br/emanped/paginas/conteudo_producoes/docs_28/desafio.pdf. Acesso em: 05 de julho 2018.

SAKAI, E. C. T.; PEREIRA, P. S. Dialogando com as Modalidades de Práticas de Estágio Curricular Supervisionado em Matemática. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, Campo Mourão, PR, jan/jun. 2017, v. 6, n. 10, p. 90-117.

SANTOS FILHO, A.; AROUCA, R. C. B. Áreas de polígonos regulares com perímetro constante – Desigualdade isoperimétrica. **Anais: VII Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife, 2004.

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. **O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática**. Quadrante, vol. 12, n. 2, 2003, 25-52.

SILVA, J. A. As Relações entre Área e Perímetro na Geometria Plana: o papel dos observáveis e das regulações na construção da explicação. **Bolema**, Rio Claro, v. 22, n. 34, p. 81-104, dez., 2009.

SILVEIRA, Ê. **Matemática: compreensão e prática**. 3º ed. São Paulo: Moderna, 2015.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática Ensino Médio 2**. 9º ed. São Paulo: Editora Saraiva, 2013.

SOUZA, J. R.; PATARO, P. R. M. **Vontade de saber Matemática 6º ano**. 3º ed. São Paulo: FTD, 2015.

STIGLER, J.W.; HIEBERT, J. **The Teaching Gap: Best Ideas from the World's Teachers for Improving Education**. The Free Press, 1999.

TAKAHASHI, A.; MCDUGAL, T. Collaborative lesson research: maximizing the impact of Lesson Study. **ZDM Mathematics Education**, vol. 48, 2016, p. 513–526.

TAKAHASHI, A.; YOSHIDA, M. How can we start Lesson Study? Ideas for establishing Lesson Study communities. **Teaching children mathematics**, 2004, vol. 10, n. 9, 436-443.

TELES, R. A. M. **Imbricações entre campos conceituais na Matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas**. Recife, 2007, 297 p.

VASCONCELLOS, L. F. N. **Utilização do método de Gauss-Jordan no Ensino Médio**. 2014, 70f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

WINSLØW, C. et al. Chapter 1, 2, 3. In.: EVEN, R.; Ball, D. (Eds). **The Professional Education and Development of Teachers of Mathematics**. New ICMI Study Series, vol. 11, Springer, Boston, MA, 2009.

YIN, R. **Estudo de Caso**. Planejamento e Métodos. Porto Alegre: Bookman, 2005.

APÊNDICES:

Apêndice A - Trajetória acadêmica e profissional

Entre 2006 e 2009, enquanto estudante de licenciatura em Matemática, surgiram minhas inquietações e meu interesse pelo tema da formação inicial de professores de Matemática. Tanto nas disciplinas da Matemática como nas pedagógicas, a conexão entre o que era ensinado no curso e a futura prática profissional era amplamente deixada a cargo dos licenciandos, até mesmo nas disciplinas de Estágio Curricular Supervisionado. Ao final do curso, muitos estudantes da turma já ensinavam em escolas ou em aulas particulares, mas essas experiências não eram problematizadas na e pela formação. Do mesmo modo, o acompanhamento dos estágios pelos professores da licenciatura e pelos professores das escolas não oferecia suporte suficiente para nos sentirmos preparados para ingressar na prática profissional como professores de Matemática.

Nesse período da graduação, a experiência mais marcante, aquela que mais nitidamente auxiliou meu desenvolvimento como futura professora, foi a participação em um grupo de pesquisa. Essas constatações me levaram a escolher como trabalho de conclusão de curso da licenciatura em Matemática (MACEDO, 2009) uma revisão bibliográfica cujos objetivos eram analisar e refletir sobre possíveis melhorias na formação de professores de Matemática por meio da construção e da utilização do currículo em vários países, e da discussão sobre metodologias de ensino em cada pesquisa. Questionamos qual currículo estava sendo implementado nas aulas de Matemática no Brasil, nos EUA e na França – países referenciados nas pesquisas estudadas. A partir dessas pesquisas (BALL, 2003; PONTE, 2001; MATHEUS; NACARATO, 2009) foi perceptível que parte dos professores da Educação Básica estava com o currículo oficial engavetado, guiando-se pelo seu “próprio currículo”, que podia ser o livro didático ou o programa pedagógico da escola.

Quanto ao ensino da Matemática, Ball (2003) investiga sobre qual conhecimento matemático é necessário para ensinar Matemática e ressalta que o professor deve saber os conteúdos de forma detalhada, conectando com outros conteúdos de Matemática e outras disciplinas, representando as ideias para despertar a curiosidade do aluno para que este possa construir seu próprio conhecimento. Ball (2003) e Ponte (2001) salientam também a importância de trabalhar com investigações e problemas que levem o aluno a pensar sobre as possíveis representações e resoluções.

Com as leituras realizadas, algumas palavras se destacaram na discussão final desse trabalho: *pesquisador, professor, Matemática, formação, currículo, conhecimento e prática*. Concluí, naquele momento, que o trabalho envolvendo o formador, o pesquisador e o professor (futuro e em exercício) em busca de formação e conhecimento reflete na prática profissional de cada um. Alguns questionamentos podem ser levantados ainda hoje: como trabalhar com esses diversos sujeitos? Que tipo de processo formativo pode implicar na formação do professor e na prática de sala de aula de formadores e professores?

Atualmente, de encontro com o que foi discutido no TCC, Borba (2017, p. 119) remete à ideia de que “na formação inicial, o futuro professor deve desenvolver conhecimentos de conteúdos e conhecimentos pedagógicos que o habilitem a exercer a docência em toda a sua complexidade”. Todavia, a autora acredita que o tempo dessa formação é insuficiente para a preparação do profissional, sobretudo, o professor “que exerce atividades com diversos enfoques: científico, cognitivo, psicopedagógico, sociológico, dentre outros” (BORBA, 2017, p. 120). Ainda, a falta de articulação com a formação pedagógica durante a graduação leva à necessidade de uma formação continuada por parte do professor de Matemática que ensina nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio e do professor que ensina Matemática nos anos iniciais com sua formação em Pedagogia.

Ferreira (2009) argumenta que a formação, inicial e/ou continuada do professor de/que ensina a Matemática, é um processo que acontece desde os primeiros anos de vida escolar, a partir de elementos sociais, pessoais, motivacionais, cognitivos e afetivos. Esse processo remete à relação entre teoria e prática, sendo a teoria considerada todo o saber científico, incluindo o conhecimento matemático e o didático-pedagógico, que serve de suporte para a prática quando o professor está em sala de aula e fora dela nos momentos de planejamento, avaliação e reflexão sobre o ensino e aprendizagem.

Regressando à minha trajetória acadêmica, realizei o mestrado em Educação na área de Didática da Matemática, no Instituto de Educação de uma universidade portuguesa, durante os anos de 2010 a 2013. Desde aquele momento, a formação de professores de Matemática tem sido foco de minhas reflexões, tendo como principais áreas de interesse a Didática da Matemática, o Trabalho Colaborativo, a Resolução de Problemas, a Didática dos Números e da Álgebra e o Laboratório de Ensino de Matemática. Essa experiência vivenciada no exterior foi de extrema importância para o meu desenvolvimento profissional, pois as trocas de conhecimentos acrescentaram na reflexão sobre minha própria prática, o

processo de ensino e aprendizagem da Matemática, as metodologias de ensino que utilizo com os futuros professores e estes com os alunos da Educação Básica em projetos e trabalhos dos diversos componentes curriculares. A formação durante o mestrado contribuiu com a minha prática profissional, dando continuidade às reflexões que fiz na minha pesquisa da graduação.

A pesquisa do mestrado (MACEDO, 2013) foi voltada para a compreensão, análise e comparação de várias representações que duas professoras utilizaram, em duas salas de aula de 8º ano, no ensino de equações e sistemas de equações com duas incógnitas, desde a introdução dos conceitos até a discussão das resoluções dos problemas e exercícios propostos. A ideia era comparar as representações a partir do planejamento de cada professora sem intervir na escolha das tarefas para perceber como ocorria o processo de ensino e aprendizagem com a linguagem comum, a conversão desta para a Matemática, a representação gráfica/numérica/algébrica de cada professora e aluno, embora o foco fossem as professoras. Além disso, foram realizadas entrevistas antes e depois das aulas observadas para entender as perspectivas e reflexões diante da formação inicial, continuada, atividades colaborativas, experiência em sala de aula, conhecimento sobre a turma, e do que foi vivenciado no tempo das observações.

As tarefas que foram propostas tinham objetivos semelhantes – como interpretar o problema, escrever uma equação do 1º grau ou um sistema, reconhecer o significado da incógnita, distinguir uma equação e uma expressão algébrica, usar várias representações para responder às questões e converter a linguagem comum na linguagem Matemática. Algumas tarefas possuíam duas conversões, sendo a mais comum a verbal-simbólica e a simbólica-verbal, enquanto outras tarefas possuíam mais de duas conversões. O fato de uma tarefa ter apenas duas conversões não significa que ela seja simples. A diferença é que, tendo mais conversões é mais trabalhosa, requer um maior empenho e raciocínio dos alunos. As professoras não só utilizavam novas representações relacionadas com os temas desse estudo, como também com temas dos anos anteriores. Assim, por exemplo, recorreram às representações numéricas e algébricas para diferenciar as expressões e atribuir significado às equações e às incógnitas; elas usaram a representação simbólica.

O estudo do mestrado foi voltado para as representações, contudo a reflexão que gerou na pesquisadora sobre a prática profissional de cada professora a partir de suas formações e oportunidades de crescimento resultou em mais questionamentos sobre a formação inicial e continuada.

Pesquisar, olhar para o professor, seja universitário ou da Educação Básica, não basta para resumir a necessidade de modificar alguns dos aspectos que venham a acrescentar à formação destes para alcançar um desenvolvimento profissional. Percebi que seria importante tentar ensinar nos vários níveis de escolaridade para discutir e pesquisar com mais cautela e profundidade em cada área de interesse.

Minha experiência na Educação Básica, tanto em escola particular como pública, foi bastante enriquecedora no sentido de que, inicialmente, tive dificuldades pedagógicas e didáticas, não só pela formação inicial, mas pela falta de prática e de conhecimento em relação a vários conteúdos. Aos poucos, aprendi a compreender cada aluno, a perceber uma melhor maneira de avaliar cada um em certos contextos, a passar mais tempo explicando e discutindo sobre um conteúdo e menos em outro, a lidar com a ausência de alguns pais e presença de outros, a saber o momento certo de levar algo diferente (como música) e como auxiliar os alunos na construção de seus conhecimentos a partir deste, a refletir sobre as políticas públicas com mais consciência, entre outros pontos.

E no Ensino Superior? Após o mestrado, tive a oportunidade de ser professora substituta na instituição na qual fiz a graduação, buscando dinamizar as aulas, discutir atividades/textos/vídeos em grupos ou com toda a turma, tentando realizar projetos que eu gostaria de ter vivenciado enquanto estudante. Algumas vezes, os objetivos dessas aulas não foram alcançados na vivência, mesmo assim não foi motivo para prosseguir com essas sem bons resultados, e sim, para refletir e trabalhar novamente os conteúdos com outros métodos. Em alguns momentos, apresentei aos alunos o que era esperado de determinada(s) aula(s) e que não foi conseguido, para que eles pudessem ver que o professor, especialmente universitário, não é proprietário de todo conhecimento, que ele também erra e precisa estar em constante formação e reflexão sobre sua prática, buscando adquirir mais conhecimento.

Em seguida, iniciei como professora efetiva em outra instituição da Paraíba. Notava as particularidades dos alunos de uma instituição e de outra, a motivação em querer aprender, o conhecimento matemático e a busca de alcançar novos horizontes a partir do que foi aprendido. Isso tudo me levou a questionar vários “por quês?”: quais oportunidades esses alunos tiveram? Que conhecimentos foram construídos e quais foram apenas transmitidos durante a Educação Básica e na formação inicial? Que dificuldades sentem em se situarem como futuros professores em vez de apenas alunos de uma graduação? E no planejamento de uma aula?

As trocas de conhecimentos e experiências com os futuros professores, o grupo de pesquisa GEPEAM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Ensino e Aprendizagem de Matemática, inicialmente coordenado pela Profa. Jaqueline Santos e por mim, os trabalhos idealizados na universidade e realizados nas escolas, foram primordiais para a formação dos docentes, dos futuros professores e dos professores em exercício que participaram das aulas, oficinas e projetos. Esses projetos tanto foram construídos nos componentes curriculares quanto no grupo de pesquisa. A oportunidade de planejar uma aula e implementá-la na escola despertou nas professoras recém-chegadas uma vontade de interagir com o futuro ambiente de trabalho de seus alunos. Estes ficaram admirados com a possibilidade de, desde o primeiro semestre, se verem como futuros professores, levando jogos, resolução de problemas, utilização da História da Matemática, estudando e compartilhando o uso dos materiais que tinham em cada escola e que ficavam guardados, diversas atividades que me fizeram refletir sobre o desenvolvimento profissional de cada um e o nosso.

Com o início do doutorado em 2016, comecei a participar do grupo de pesquisa Pró-Grandezas: ensino e aprendizagem das grandezas e medidas, no qual estou aprofundando o conhecimento e trocando experiências sobre o ensino, a aprendizagem e a formação de professores acerca de conteúdos desse campo. Nas atividades do grupo e na disciplina que cursei sobre esse tema no EDUMATEC, percebi que havia construído inadequadamente conceitos sobre grandezas e medidas no período escolar e que não tinha tido até aqui a oportunidade de questionar essas aprendizagens na graduação ou no mestrado. Esses foram os motivos mais fortes para a escolha dos conteúdos a serem trabalhados e que também estavam de acordo com o calendário escolar para a realização do estudo experimental.

Apêndice B – Citações originais das traduções usadas no texto

³ *Se propose de décrire et d'expliquer les phénomènes relatifs aux apports entre son enseignement et son apprentissage. La didactique des mathématiques ne se réduit pas à chercher une bonne manière d'enseigner une notion fixée.*

⁴ *there is a current call for anchoring professional development discussions on the daily activities of mathematics instruction [...] on the different aspects of knowledge that is specific to the work of teaching mathematics[...] it is expected to increase teachers' awareness of their practice, allowing them to make thoughtful decisions in the immediacy of classroom work.*

⁵ *el desarrollo profesional es un conjunto de factores que posibilitan o impiden que el profesorado avance en su vida profesional.*

⁶ *Theory cannot show us what teaching should involve, but teachers and educators can search for clearer understandings of what teaching might involve; thus we learn about teaching with the possibility to develop teaching.*

⁷ *The notion of practice escapes from the idea of just 'doing something'. What is involved in practice is wider and more dynamic, something that for its social nature intervenes in the definition of social communities of a variety of types.*

⁸ *a simple idea. If you want to improve instruction, what could be more obvious than collaborating with fellow teachers to plan instruction and examine its impact on students? Although the idea may be simple, Lesson Study is a complex process.*

⁹ *the practice of Lesson Study provides a coherent infrastructure for teacher education (pre-service and in-service), which has implications on continuous, cumulative, and recursive learning.*

¹⁰ *deeper understanding and continuously recursive learning of the mathematics content and socio-mathematical classroom norms were also reinforced through the facilitation of the creation of local theories in the collaborative process of preparing, enacting, and reflecting on each lesson.*

¹¹ *1. What are the outcomes of engaging pre-service and in-service teachers in a collaborative Lesson Study experience?*

a. What do pre-service teachers perceive as beneficial about the experience?

b. What do pre-service teachers view as challenging about the experience?

c. What other outcomes can be identified?

2. How do the outcomes of this experience inform future modifications to the Lesson Study process that includes both pre-service and in-service teachers?

¹³ *Ce qui a vraiment changé, c'est de ne plus voir la tâche juste « tac tac tac ». Je me rends compte maintenant que je cherche vraiment les enjeux. Qu'est-ce qu'il y a en plus derrière la tâche ?*

¹⁴ *Le processus de JK permet aux enseignants de construire un sens pour l'exercice donné aux élèves en accomplissant, de manière extraordinaire, l'acte le plus ordinaire de la pratique enseignante : préparer et donner une leçon.*

¹⁵ *comporte deux aspects non indépendants: d'une part, côté TSM, la recherche d'une suite de situations mathématiques à usage didactique rattachées à une situation fondamentale qui réalise les hypothèses épistémologiques et cognitives relatives au concept visé; d'autre part la mise en scène de ces situations qui suppose l'organisation d'un milieu dans un contrat didactique possible.*

¹⁷les observations doivent permettre d'analyser les interactions des élèves avec le milieu, leurs effets sur l'évolution des connaissances des élèves ainsi que les actions de dévolution et d'institutionnalisation des enseignants en lien avec l'organisation du milieu et de son évolution.

¹⁸La théorie et les hypothèses de la recherche ont conduit à organiser une situation ou une suite de situations, c'est-à-dire un milieu et une suite de questions relatives à ce milieu dont l'analyse a priori a permis de prévoir que les connaissances nouvelles visées pourraient être produites par les élèves à partir de leurs connaissances anciennes et de leur interprétation des rétroactions du milieu à leurs actions sur ce milieu.

¹⁹ [...] the social interaction and independent thinking of students. Both formats for design require quite similar kinds of analysis, including anticipating student strategies and revising the design in an experimental cycle.

²⁰The activities in the Lesson Study are oriented to develop and improve a lesson from the perspective of the people who participate in it. In this process, teachers develop professionally. Unlike Lesson Study, didactical engineering (based on TDS) aims to establish scientific knowledge: the lesson is realised to confirm the conditions for learning which are anticipated in the a priori analysis of the target knowledge and previous experiment. In short, didactical engineering proposes a systemic approach to research on the conditions for learning mathematics, while Lesson Study proposes a systematic approach to developing mathematics teaching practice.

²⁸L'aire est attachée à la surface et ne se dissocie pas d'autres caractéristiques de cette surface:

- si le périmètre d'une surface augmente, son aire aussi (et réciproquement)
- si deux surfaces ont le même périmètre, elles ont la même aire (et réciproquement).

On étend des formules à des situations où elles ne sont pas valables:

par exemple produit des "dimensions" pour un parallélogramme ou des-"trois dimensions" d'un triangle.

²⁹ Le développement dans l'enseignement du concept d'aire en tant que grandeur permet aux élèves d'établir les relations nécessaires entre les deux cadres (géométrique et numérique) [...] Une identification trop précoce entre grandeurs et nombres favorise l'amalgame des différentes grandeurs (ici longueurs et aires).

Apêndice C – Termos de consentimento livre esclarecido**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO –
PROFESSOR/ESTAGIÁRIO**

Eu, _____, pelo presente instrumento particular, autorizo, por livre e espontânea vontade, a minha participação em atividades realizadas para fins de pesquisa desenvolvida no âmbito da escola X, cujo Título é *Jugyou Kenkyuu* e Engenharia Didática na Formação de Professores de Matemática: o caso do Estágio Curricular Supervisionado. Compreendo que fui devidamente esclarecido pelo(a) pesquisador(a), Aluska Dias Ramos de Macedo Silva que, embora a atividade seja registrada (mediante gravação, filmagem ou outro recurso), fica garantido ao participante total sigilo, não havendo identificação do mesmo. Os resultados da pesquisa serão de domínio público e/ou acadêmico e estarão acessíveis aos participantes através de sua divulgação em eventos científicos pertinentes. Fica esclarecido ainda que o participante não poderá reclamar qualquer direito autoral ou material sobre o resultado da pesquisa ou obra literária que dela vem resultar. Assim, de pleno acordo com as condições expostas acima, expresso minha concordância firmando o presente, para fins jurídicos e legais efetivos.

Recife, _____, de _____ de _____

(Participante)

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO – ALUNO

Pelo presente instrumento particular, autorizo, por livre e espontânea vontade, a participação do/da menor _____ em atividades realizadas para fins de pesquisa desenvolvida no âmbito da escola X, cujo Título é *Jugyou Kenkyuu* e Engenharia Didática na Formação de Professores de Matemática: o caso do Estágio Curricular Supervisionado. Tendo como objetivo construir e experimentar um processo formativo, vinculado ao Estágio Curricular Supervisionado, baseado em elementos da *Jugyou Kenkyuu* e da Engenharia Didática de Formação, focalizando conteúdos do campo das Grandezas e Medidas. As aulas que serão observadas foram planejadas colaborativamente com o professor da disciplina, os estagiários e o docente do componente curricular Estágio Supervisionado III da UFPE. Essas observações necessitam de serem vídeo-gravadas para que os professores e estagiários participantes possam analisar e refletir sobre o que foi planejado e realizado, a fim de construir um novo planejamento. Assim, os alunos do 7º ano terão a oportunidade de construir seus conhecimentos sobre as grandezas de comprimento, área e volume com um material preparado por três tipos de sujeitos com foco na aprendizagem. Compreendo que fui devidamente esclarecido pela pesquisadora, Aluska Dias Ramos de Macedo Silva que, embora a atividade seja registrada (mediante gravação, filmagem ou outro recurso), fica garantido ao participante total sigilo, não havendo identificação do mesmo. Os resultados da pesquisa serão de domínio público e/ou acadêmico e estarão acessíveis aos participantes através de sua divulgação em eventos científicos pertinentes. Fica esclarecido ainda, que o participante ou seu responsável não poderão reclamar qualquer direito autoral ou material sobre o resultado da pesquisa ou obra literária que dela vem resultar. Assim, de pleno acordo com as condições expostas acima, expresso minha concordância firmando o presente, para fins jurídicos e legais efetivos.

Recife, _____, de _____ de _____

(Responsável)

Apêndice D – Guia de questões para a construção da sequência didática

Algumas questões para construir ou analisar uma situação-problema referente a uma noção (ou conceito/relação entre conceitos) dada:

1. Abordagem epistemológica:

- Historicamente, quais as situações-problema que levaram à construção dessa noção?
- Qual o papel dessa noção atualmente em Matemática?
- Qual o papel em outras disciplinas?
- Qual o papel dessa noção no dia a dia das pessoas e nas práticas sociais?

2. Papel desta noção no ensino:

- Estudo dos programas: quando essa noção aparece?
- Estudo dos livros didáticos: como ela é apresentada no texto?
- Que exercícios e problemas estão relacionados a essa noção?

3. Concepções iniciais dos alunos (antes do ensino):

- Estudo dos “erros” dos alunos referentes a essa noção.
- Que obstáculos o aluno deve vencer para adquirir essa noção?
- Quais são as concepções dos alunos referentes a essa noção antes do ensino?

4. Concepção final desejada:

- Quais são os objetivos cognitivos – a informação (o saber) e a operacionalização (saber-fazer) – que o aluno deve atingir?
- Quais os comportamentos observáveis que atestam que o aluno adquiriu essa noção?

5. Análise *a priori* (de antemão) da situação problema:

- a) O que é que os alunos vão fazer?
- Poderão se envolver no processo de resolução?
 - Irão, de fato, envolver suas concepções “insuficientes”?
 - Que critérios os alunos terão para saber se a solução que eles propõem é adequada?

- A noção (conceito, relações entre conceitos) que se deseja introduzir é realmente instrumento indispensável para resolver a situação-problema? Os alunos não correm o risco de encontrar um outro instrumento?
- Como o aluno vai construir o novo instrumento?

Essas questões permitem evidenciar as variáveis didáticas de situação-problema e fixá-las em função dos objetivos de aprendizagem visados:

b) Que organização para a sala de aula?

- A exploração (pesquisa) far-se-á em grupo? Como constituir os grupos?
- Que comandos quer se dar aos alunos?
- Qual será o papel do professor durante a fase de exploração (pesquisa)?
- Haverá, nesse momento, uma fase em que o aluno diz, com suas palavras, as suas conjecturas quanto às propriedades reconhecidas e aos procedimentos a executar (situação de formulação)? Haverá lugar para os alunos tentarem justificar suas ações, argumentando e caminhando na direção de um processo de prova (situação de validação)?

6. Avaliação:

- O que se deve avaliar? As informações (o saber), o fazer (o saber-fazer) dos alunos, mas também a evolução de suas concepções?
- Que instrumentos de avaliação utilizar para medir as aquisições?
- As concepções dos alunos evoluíram?

7. Análise *a posteriori* (após a experiência):

- Com relação ao que estava previsto, quais são as diferenças do que realmente se passou? Por que essas diferenças?
- Quais as mudanças a serem programadas para uma nova experiência de ensino?⁴³

⁴³ Sistematização do Prof. Maurício Figueiredo Lima, a partir de questões organizadas por Michel Mante, publicado no texto: **Cf.: MANTE, M. Política de Ensino e Escolarização Básica.** Coleção Professor Paulo Freire. Série Política de Ensino. Secretaria de Educação e Esportes de Pernambuco/Diretoria de Educação Escolar, 1998, p. 51-52.

Apêndice F – Entrevistas dos participantes

Entrevista – Estagiários (que entraram na parte do planejamento – E4, E5 e E6):

1. Quando você começou a participar da pesquisa, ela já estava em andamento. Que dificuldades enfrentou na sua integração? Conseguiu superar essas dificuldades? De que maneira? E quais dificuldades persistiram?
2. Acha que o fato de estar participando da pesquisa atrapalhou, de alguma forma, seu estágio? Acha que a participação na pesquisa trouxe alguma contribuição para o seu estágio?
3. A participação na pesquisa trouxe algum suporte para sua visão sobre o planejamento de ensino? Os planejamentos ajudaram a conduzir as situações em sala de aula? Que dificuldades enfrentou na regência? Como enfrentou? Que insatisfações/dúvidas/receios permanecem?
4. Que características acha relevantes em relação ao processo formativo vivenciado na pesquisa (o fato de fazer o planejamento em conjunto; a presença do formador; a presença do supervisor de estágio; a presença de mais de um estagiário; o tipo de atividade desenvolvida – leitura de documentos oficiais; análise de livros didáticos; leitura de artigos; debate sobre as aulas)? Daqui a pouco tempo, vocês estarão desvinculados da universidade, assumindo plenamente a função de professor de Matemática. A participação nessa pesquisa trouxe alguma reflexão/transformação na maneira como você se vê como profissional?
5. Quanto ao ensino de Grandezas e Medidas, como foi ensinar sobre comprimento, perímetro e área? Houve alguma dificuldade que gostaria de destacar? Essa experiência trouxe algum aprendizado sobre esse campo e sobre seu ensino e sua aprendizagem? Você já lecionou esses conteúdos previamente nesse mesmo nível? Se sim, em relação às vezes em que você ministrou esse conteúdo, acredita que a partir dessa experiência irá modificar algo? Em que se aproxima da maneira que lecionava antes? E o que faria diferente do que foi planejado?
6. Se fossem vivenciar um novo processo formativo, o que gostaria que fosse diferente? Que sugestões você me daria para a minha disciplina de Estágio Curricular Supervisionado (a importância da participação do professor formador

e do supervisor; sugestão para o professor supervisor)? O curso de licenciatura em Matemática vai realizar uma reforma curricular. Que sugestões daria após essa experiência?

Entrevista – Estagiário (E1):

1. Acha que o fato de estar participando da pesquisa atrapalhou, de alguma forma, seu estágio? Acha que a participação na pesquisa trouxe alguma contribuição para o seu estágio?
2. A participação na pesquisa trouxe algum suporte para sua visão sobre o planejamento de ensino? Os planejamentos ajudaram a conduzir as situações em sala de aula? Que dificuldades enfrentou na regência? Como enfrentou? Que insatisfações/dúvidas/receios permanecem?
3. Que características acha relevantes em relação ao processo formativo vivenciado na pesquisa (o fato de fazer o planejamento em conjunto; a presença do formador; a presença do supervisor de estágio; a presença de mais de um estagiário; o tipo de atividade desenvolvida – leitura de documentos oficiais; análise de livros didáticos; leitura de artigos; debate sobre as aulas)? Daqui a pouco tempo, vocês estarão desvinculados da universidade, assumindo plenamente a função de professor de Matemática. A participação nessa pesquisa trouxe alguma reflexão/transformação na maneira como você se vê como profissional?
4. Quanto ao ensino de Grandezas e Medidas, como foi ensinar sobre comprimento, perímetro e área? Houve alguma dificuldade que gostaria de destacar? Essa experiência trouxe algum aprendizado sobre esse campo e sobre seu ensino e sua aprendizagem? Você já lecionou esses conteúdos previamente nesse mesmo nível? Se sim, em relação às vezes em que você ministrou esse conteúdo, acredita que a partir dessa experiência irá modificar algo? Em que se aproxima da maneira que lecionava antes? E o que faria diferente do que foi planejado?
5. Se fosse vivenciar um novo processo formativo, o que gostaria que fosse diferente? Que sugestões você me daria para a minha disciplina de Estágio Curricular Supervisionado (a importância da participação do professor formador e do supervisor; sugestão para o professor supervisor)? O curso de licenciatura em

Matemática vai realizar uma reforma curricular. Que sugestões daria após essa experiência?

Entrevista – Formador:

1. Acha que, de algum modo, a participação na pesquisa atrapalhou o andamento do estágio? A participação na pesquisa trouxe alguma contribuição para sua prática docente?
2. A participação na pesquisa trouxe alguma modificação sobre sua visão em relação ao planejamento de ensino? A maneira como os planejamentos foram construídos ajudou a sua análise do relatório sobre as vivências em sala de aula? Que dificuldades enfrentou na formação desses estagiários? Como as enfrentou? Que insatisfações/dúvidas/receios permanecem?
3. Que características acha relevantes em relação ao processo formativo vivenciado na pesquisa (o fato de fazer o planejamento em conjunto; a presença do formador; a presença do supervisor de estágio; a presença de mais de um estagiário; o tipo de atividade desenvolvida – leitura de documentos oficiais; análise de livros didáticos; leitura de artigos; debate sobre as aulas)? O processo formativo exige uma dedicação, um engajamento, um compromisso e disponibilidade de tempo. Como formador, os ganhos desse processo formativo compensam o esforço que é necessário? A participação nessa pesquisa trouxe alguma reflexão/transformação na maneira como você se vê como profissional (professor de estágio; professor do Ensino Superior)?
4. Com relação à aprendizagem dos estagiários, acredita que os objetivos estabelecidos implícitos ou explicitamente na disciplina foram alcançados?
5. Quanto ao ensino de Grandezas e Medidas, como foi analisar o relatório dos estagiários em relação à regência sobre comprimento, perímetro e área? Houve alguma dificuldade que gostaria de destacar? Embora tenha bastante conhecimento em relação a esse campo de ensino, essa análise trouxe algum aprendizado sobre este e sobre seu ensino e sua aprendizagem? Alguns estagiários já haviam lecionado os mesmos conteúdos? Se sim, em relação às vezes em que eles ministraram esse conteúdo, acredita que o planejamento desta pesquisa se aproxima da maneira que esses lecionaram antes?

6. Se fosse participar de um novo processo formativo, o que gostaria que fosse diferente? Que sugestões você me daria para a minha disciplina de Estágio Curricular Supervisionado (a importância da participação do professor formador e do supervisor; sugestão para o professor supervisor)? O curso de licenciatura em Matemática vai realizar uma reforma curricular. Que sugestões daria após essa experiência?

Entrevista – Supervisor:

1. A primeira vez em que você supervisiona estagiários em regência já foi inserido em uma pesquisa. Acha que, de algum modo, a participação na pesquisa atrapalhou essa vivência como supervisor? A participação na pesquisa trouxe alguma contribuição para a realização da supervisão?
2. A participação na pesquisa trouxe alguma modificação sobre sua visão em relação ao planejamento de ensino? A maneira como os planejamentos foram construídos ajudou a sua análise das vivências em sala de aula? Que dificuldades enfrentou na supervisão? Como as enfrentou? Que insatisfações/dúvidas/receios permanecem?
3. Que características acha relevantes em relação ao processo formativo vivenciado na pesquisa (o fato de fazer o planejamento em conjunto; a presença do formador; a presença do supervisor de estágio; a presença de mais de um estagiário; o tipo de atividade desenvolvida – leitura de documentos oficiais; análise de livros didáticos; leitura de artigos; debate sobre as aulas)? O processo formativo exige uma dedicação, um engajamento, um compromisso e disponibilidade de tempo. Como supervisor, os ganhos desse processo formativo compensam o esforço que é necessário? A participação nesta pesquisa trouxe alguma reflexão/transformação na maneira como você se vê como profissional (supervisor de estágio e professor do EF e EM; participação colaborativa entre os professores do CAP)?
4. Com relação aos objetivos estabelecidos nos planejamentos, implícitos ou explicitamente, acredita que foram alcançados? E com relação à aprendizagem dos alunos?
5. Quanto ao ensino de Grandezas e Medidas, como foi supervisionar os estagiários na regência sobre comprimento, perímetro e área? Houve alguma dificuldade que gostaria de destacar? Essa experiência trouxe algum aprendizado sobre esse

campo e sobre seu ensino e sua aprendizagem? Você já lecionou esses conteúdos previamente nesse mesmo nível? Se sim, em relação às vezes em que você ministrou esse conteúdo, acredita que a partir dessa experiência irá modificar algo? Em que se aproxima da maneira que lecionava antes? E o que faria diferente do que foi planejado?

6. Se fosse participar de um novo processo formativo, o que gostaria que fosse diferente? Que sugestões você me daria para a minha disciplina de Estágio Curricular Supervisionado (a importância da participação do professor formador e do supervisor; sugestão para o professor supervisor)? O curso de licenciatura em Matemática vai realizar uma reforma curricular. Que sugestões daria após essa experiência?

APÊNDICE G – Formulário dos participantes

Estagiário:

Nome Completo:

Qual a sua formação acadêmica? Em qual período se encontra? Possui outro curso, seja técnico ou superior?

Possui experiência em sala de aula? Se sim, em quais anos de escolaridade? Por quanto tempo?

Já participou de alguma pesquisa similar?

Qual a sua expectativa na participação dessa pesquisa como estagiário?

Professor Formador de Estágio:

Nome completo:

Qual sua formação acadêmica?

Possui quanto tempo de experiência em sala de aula? Em quais anos de escolaridade? Por quanto tempo? E no Ensino Superior?

Leciona o componente curricular Estágio Supervisionado há quanto tempo?

Já participou de outras pesquisas envolvendo o Estágio Supervisionado? Se sim, qual o *feedback* para seu desenvolvimento profissional e a formação dos estagiários?

Qual a sua expectativa na participação dessa pesquisa como professor formador de estágio?

Professor Supervisor de Estágio:

Nome completo:

Qual sua formação acadêmica?

Possui quanto tempo de experiência em sala de aula? Em quais anos de escolaridade? Por quanto tempo?

Já participou de outras pesquisas envolvendo o Estágio Supervisionado? Se sim, qual o *feedback* para seu desenvolvimento profissional?

Qual a sua expectativa na participação dessa pesquisa como professor supervisor de estágio?