UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

LUCIANA FERREIRA DOS SANTOS

CONHECIMENTOS DE PROFESSORES: as articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio de simetrias

Recife

2019

LUCIANA FERREIRA DOS SANTOS

CONHECIMENTOS DE PROFESSORES: as articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio de simetrias

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco-UFPE requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Educação Matemática e Tecnológica

Área de concentração: Didática da Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles

Recife

2019

Catalogação na fonte
Bibliotecária Amanda Ganimo, CRB-4/1806

S237c Santos, Luciana Ferreira dos.
Conhecimentos de professores: as articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio de simetrias/ Luciana Ferreira dos Santos. – Recife, 2019.
382 f. : il.

Orientadora: Rosinalda Aurora de Melo Teles.
Tese (Doutorado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2019.
Inclui Referências e Apêndices

1. Geometria. 2. Artes na educação. 3. Culturas visuais. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Teles, Rosinalda Aurora de Melo (Orientadora). II. Título.

372.7 (23. ed.) UFPE (CE2020-005)

LUCIANA FERREIRA DOS SANTOS

CONHECIMENTOS DE PROFESSORES: AS ARTICULAÇÕES DA GEOMETRIA COM AS ARTES E CULTURAS VISUAIS POR MEIO DE SIMETRIAS

Tese apresentada ao programa de pós-graduação em Educação matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovado em: 28/03/2019.

BANCA EXAMINADORA

Profa. Dra. Rosinalda Aurora de Melo Teles (Orientadora e presente)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Rute Elizabete de Souza Rosa Borba (Examinadora Interna)
Universidade Federal de Pernambuco

Profa. Dra. Cláudia Regina Flores (Examinadora Externa)
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Dr. Fernando Antônio Gonçalves de Azevedo (examinado externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Everson Melquiades Araújo Silva (examinado externo)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

A realização desta tese de doutorado contou com importantes apoiadores e incentivadores sem os quais não teria se tornado realidade e aos quais estarei eternamente grata.

Ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE e ao seu corpo docente, por mobilizar em mim experiências e aprendizados significativos para a minha vida profissional.

Aos colegas de doutorado da turma 2015 pelos muitos momentos de estudos, debates, diálogos e aflições.

A Rosinalda Aurora de Melo Teles, minha orientadora e amiga, por tudo o que aprendi e venho aprendendo ao seu lado, agradeço-lhe pela parceria, conselhos, risos, conversas e estudos. Obrigada pela atenção, carinho, opiniões, reflexões críticas, olhar inteligente e sensível e por acreditar neste trabalho.

Aos professores doutores do Seminário da linha de Didática da Matemática, Paulo Figueredo, Iranete Lima, Marcelo Câmara, pelas opiniões críticas que colaboraram para a qualidade deste trabalho.

Aos professores Paula Baltar, Cláudia Flores, Fernando Azevedo e Rute Rosa, cujos conhecimentos compartilhados na qualificação desta pesquisa foram notáveis. A disponibilidade irrestrita e a forma exigente, crítica e criativa de arguir as ideias apresentadas facilitaram o alcance dos objetivos propostos nesta tese.

Ao professor doutor Everson Melquíades, pelas discussões calorosas sobre Arte-Educação e interdisciplinaridade que foram essenciais para ampliar minha compreensão sobre esses dois temas.

Aos amigos e colegas do grupo de estudo Pró-Grandeza, Lúcia Durão, Alexandre Barros, Yara Heliodoro, Aluska Dias e Rosa de Fátima, entre outros cujos nomes não menciono, mas que sabem quem são, amigos que estiveram ao meu lado durante esta fase, pela força e apoio em certos momentos.

Aos amigos e colegas do grupo de estudo SEMEAR, no qual pude experienciar as oficinas e viver momentos de deleite e aprendizado.

Ao amigo Diógenes Maclyne, muito obrigada. Graças àquelas tardes de estudo na Biblioteca Central, aprendi simetria sob o ponto de vista da matemática.

Aos amigos e companheiros de trabalho da Escola Municipal Alto da Macaíba, Patrícia Côrrea, Daniele Menezes, Ana Cristina, Silvinha, Elizabethe Rosa e querida Suzana, que abriram as portas da escola para fazer a coleta de dados.

Às amigas e companheiras de trabalho da Escola Municipal Iracema Castro, Valdira Ursulino e Cristiane Cândido, que permitiram a realização do piloto desta pesquisa, muito obrigada pela compreensão e palavras de incentivo.

Agradeço a Regina Lima e a toda a equipe da Escola Pintor Lula Cardoso Ayres pela disponibilidade em abrir as portas da unidade para fazer minha coleta de dados. Em especial, as professoras Cláudia Reis e Zélia Gominho, obrigada pelos encontros em que junto a vocês experimentei, vivi, aprendi e fui tocada pelos conhecimentos partilhados.

A Maria Juscelino e Cíntia do município de Araçoiaba, sou grata pelos belos momentos de experiências, processos e aprendizagens vividos.

Ao meu avô Nequinho e à minha avó Lúcia os meus eternos agradecimentos. Sem eles não teria chegado até esta tese.

A minha Mãe Cícera Carla e minha Tia Maria das Graças, pelo incentivo, admiração, carinho e ensinamento que me guiaram até aqui.

A minha irmã Olga Virgínia e meu cunhado Jonas Lopes, pela admiração, carinho e incentivo.

A todos, obrigada por permitirem que esta tese seja uma realidade.

RESUMO

O presente trabalho tem como objetivo analisar conhecimentos mobilizados por professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao articular a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. Fundamenta-se nas pesquisas de Shulman (1986; 1987) e Ball, Themps e Phelps (2008) que centram suas investigações nos conhecimentos dos professores sobre os conteúdos de ensino e no modo como estes se transformam em sua prática docente, bem como na teoria da Abordagem Triangular de Barbosa (1998; 2002; 2008; 2015), que defende e oportuniza ao indivíduo o acesso à arte como linguagem expressiva e forma de conhecimento. O percurso metodológico estruturou-se em quatro etapas: oficinas para discutir a articulação da geometria com as artes e culturas visuais; elaboração de planejamentos de aulas pelos professores participantes das oficinas; observação das vivências das aulas planejadas; e entrevista de explicitação. Participou da pesquisa um grupo de dezoito professores de redes municipais de ensino da Região Metropolitana do Recife. O estudo identificou que os professores mobilizaram um conhecimento que chamaremos de conhecimento de interseção ao identificarem elementos conceituais e metodológicos comuns ao campo da geometria e das artes e culturas visuais. Este conhecimento perpassa por todos os tipos de conhecimentos de professores caracterizados por Shulmam (1986; 1987) e por Ball e colaboradores (2008, 2005, 2003). Pretende-se, portanto, apontar contribuições para discussões sobre o conhecimento profissional de professores, tal como reflexões sobre a articulação de conhecimentos na formação inicial e continuada de professores e para ampliação das investigações dessa formação no âmbito da pesquisa em Educação Matemática e Arte/Educação.

Palavras-chaves: Artes e culturas visuais. Articulação de conhecimento. Conhecimento de professores. Geometria.

ABSTRACT

The present work aims at analyzing the knowledge mobilized by teachers from the initial years of Elementary Education in articulating geometry with the visual arts and cultures through symmetry. It is based on research by Shulman (1986, 1987) and Ball, Themps and Phelps (2008), who focus their research on teachers' knowledge of teaching contents and how they become their teaching practice, as well as The theory of the Triangular Approach of Barbosa (1998; 2002; 2008; 2015), which defends and gives the individual access to art as an expressive language and form of knowledge. The methodological course was structured in frame steps: workshops to discuss the articulation of geometry with the visual arts and cultures; preparation of lesson plans by teachers participating in the workshops; observation of the experiences of the planned classes; and interview of explanation. A group of eighteen teachers from municipal teaching networks of the Metropolitan Region of Recife participated in the research. The study identified that the teachers mobilized a knowledge that we will call knowledge of intersection when identifying conceptual and methodological elements common to the field of geometry and visual arts and cultures. This knowledge permeates all types of teacher knowledge characterized by Shulmam (1986, 1987) and Ball, Thamps and Phelps (2008). It is intended, therefore, to point out contributions to discussions about the professional knowledge of teachers, such as reflections on the articulation of knowledge in initial and continuing teacher training and to broaden the research of this training in the scope of research in Mathematics Education and Art / Education.

Keywords: Visual arts and cultures. Articulation of knowledge. Teacher knowledge. Geometry.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

ANPED	ASSOCIAÇÃO NACIONAL DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA EM EDUCAÇÃO
BOLEMA	BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
ENEM	ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
HAL	ARCHIVE OUVERTE
NCES	NATION CENTER FOR EDUCATION STATISTCS
PCN	PARÂMETROS CURRICULARES NACIONAIS
PIBID	PROGRAMA INSTITUCIONAL DE BOLSA DE INICIAÇÃO À DOCÊNCIA
PNLD	PROGRAMA NACIONAL DO LIVRO DIDÁTICO
RECNEI	REFERENCIAL CURRICULAR NACIONAL DA EDUCAÇÃO INFANTIL
REMATEC	REVISTA DE MATEMÁTICA, ENSINO E CULTURA
SIPEM	SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
TIMSS	TRENDS IN INTERNATIONAL MATHEMATICS AND SCIENCE STUDY

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Toda investigação tem um ponto de partida um começo a partir do qual se delineiam olhares sobre o mundo e se estabelece determinado campo de visão. A partir do qual os elementos da paisagem até então ilegíveis vão tomando forma, tornando-se visíveis, cada vez mais nítidos e mais carregados de significados. Nesta investigação começamos por minha relação com a Matemática e a Arte, que, fora da escola, se dava complexa, viva; enquanto, na escola, fragmentada, sem muita aventura.

As experiências estéticas que tive com Matemática e Arte[1] fora da escola se deram através da leitura do mundo, da experimentação, da descoberta, da resolução de problemas cotidianos cheios de significados. A vida possibilitava errar, refazer, desfazer, pois, como diria Barros (2000), "para ter mais certezas tenho que me saber de imperfeições". No entanto, as imperfeições não eram e não são compreendidas na escola. A escola, com seus propósitos, não proporcionou momentos de construção e articulação de conhecimentos matemáticos e artísticos.

Enquanto estudante do curso de magistério, aprendi a fazer quadro de pregas sem refletir sobre o Sistema de Numeração Decimal. Aprendi a desenhar com moedas e ampliar desenhos sem pensar sobre artes e culturas visuais ou geometria. Contudo, no magistério tive com a professora Lígia Magalhães[2] a oportunidade de fazer uma oficina de artes visuais no Centro de Artes e Comunicação (CAC) da UFPE. Foi um dos meus primeiros contatos com a história da arte, a leitura de imagens e o fazer artístico. Dentro de uma instituição escolar, entendi que a papel das artes e culturas visuais é fazer pensar.

Na graduação em Pedagogia na UFPE, experimentei uma relação mais viva e dialógica com o conhecimento. Percebi que o ensino deve ir além da transmissão de conhecimentos fragmentados, de modo a constituir nos estudantes a capacidade de analisar, explicar, relacionar, prever e intervir.

A participação nas Oficinas de Arte e Alfabetização de Jovens e Adultos pelo Núcleo de Ensino, Pesquisa e Extensão em Educação Popular e Educação de Jovens e Adultos (NUPEP) fez-me refletir sobre aspectos estéticos, éticos, críticos e políticos que a Arte desenvolve em nós. Como diria Paulo Freire (2001, p. 36), "a necessária promoção da ingenuidade à crítica

---

[1] Arte com letra maiúscula refere-se à área de conhecimento. As palavras artes e culturas visuais dizem respeito ao campo de conhecimento.

[2] Professora da disciplina de Educação Artística do Curso de Magistério na Escola Professor Jordão Emerenciano, 1999 e 2001.

não pode ser feita à distância de uma rigorosa formação ética ao lado sempre da estética. Decência e boniteza de mãos dadas".

No curso de Pedagogia na UFPE, também tive uma experiência viva com a Matemática nas disciplinas de Metodologias da Matemática I e II, ministradas pela professora Gilda Guimarães. Ela me fez perceber que a Matemática é um conhecimento abstrato, mas, sobretudo, é um conhecimento cultural e histórico e que seu ensino envolve uma série de enredos e significados. Lembro-me que relatava a experiência de professora que abordava a geometria presente na obra de Aleijadinho. Esse relato fez-me perceber que as articulações entre Arte e Matemática, além de estimular a imaginação e a sensibilidade, possibilitavam o desenvolvimento de estratégias pessoais para resolver problemas matemáticos embebidos de cultura e arte.

Assim, busquei desenvolver, no trabalho de conclusão do curso de Pedagogia, um tema que discutisse a relação entre desenhos, pinturas, cores, esculturas, poesias e risos de crianças com conceitos sobre figura, forma e bi-tridimensionalidade no trabalho intitulado *Geometria e Arte: uma relação possível* (BRITO; SANTOS; GUIMARÃES, 2007). Nesse trabalho, eu e minha parceira Eleonoura Cinthia concluímos que o ensino da geometria articulado às artes visuais pode facilitar o trabalho do professor e o aprendizado dos alunos em relação a conceitos ditos complexos, permitindo que eles realizem uma leitura interpretativa do mundo. Essa pesquisa me fez perceber que a articulação entre Matemática e Arte possui motivações de ordem estética, compreendidas por alguns como sinônimos de beleza, que é objeto principal do raciocínio e das demonstrações matemáticas. Trata-se de uma percepção como a contida na seguinte afirmação de Hardy (1940, p. 47):

> O matemático, tal como o pintor ou o poeta, é um criador de padrões. Um pintor faz padrões com formas e cores, um poeta com palavras e o matemático com ideias. Todos os padrões devem ser belos. As ideias, tal como as cores, as palavras ou os sons, devem ajustar-se de forma perfeita e harmoniosa.

Entendi que, a Matemática, assim como a Arte, é composta por conhecimento sensível que se manifesta, ou revela-se, por meio de objetos múltiplos numa ordem determinada. Essa ordem sugere uma narrativa, uma interpretação, uma condição de "sequencialidade" ou "serialidade". Para Cifuentes (2011, p. 655), "a razão e a intuição permeiam o pensamento matemático. A racionalidade matemática envolve tanto lógica e linguagem, quanto intuição, imaginação e sensibilidade, estas últimas intimamente ligadas à experiência estética".

Nossa pesquisa de conclusão de curso mostrou a possibilidade de as crianças, por meio dos próprios desenhos, refletirem sobre conceitos de bi e tridimensionalidade, simetria e proporcionalidade de forma lúdica e significativa. Percebemos que a Matemática pode colaborar com a Arte por meio dos conceitos, lógica, ordenação; assim como a Arte colabora com a Matemática por meio da estética, da visualidade, da contextualização, do fazer artístico. Contudo, esse estudo mostrou-me, sobretudo, um caminho a ser trilhado.

Assim, no curso de Mestrado realizado na Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica (EDUMATEC), desenvolvi, sob orientação da professora Rosinalda Aurora de Melo Teles, uma investigação sobre abordagem da geometria e artes visuais através do conteúdo da simetria em livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental. O cenário educacional brasileiro estimulou meu interesse em analisar os livros didáticos de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental, posto que, nos últimos 20 anos, surgiu um interesse pela temática Matemática e Arte na Educação Matemática, impulsionado por políticas educacionais.

As Diretrizes Curriculares Brasileiras (BRASIL, 1996), os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática – PCN (BRASIL, 1997a, 1997b), o Referencial Curricular para Educação Infantil – RECNEI (BRASIL, 1998) e o Guia do Livro Didático de Matemática – PNLD (BRASIL, 2007; 2008) apontavam que a capacidade criadora, a imaginação, o pensamento visual e a estética não se restringem ao contexto artístico, pois são possíveis de serem desenvolvidos em ambientes de salas de aula de Matemática. Isso porque a Arte potencializa a reflexão e o desenvolvimento de problemas de pesquisa voltados ao ensino e à aprendizagem da Matemática.

Esses documentos recomendavam um diálogo permanente entre a Matemática e a Arte, principalmente envolvendo conteúdos geométricos desde a Educação Infantil. De acordo com o Referencial Curricular da Educação Infantil – RECNEI (1998, p. 230)

> é possível realizar trabalhos com formas geométricas por meio da observação de obras de artes, artesanato (cestas, rendas de rede) de construções de arquitetura, pisos mosaicos, vitrais de igrejas, ou ainda de formas encontradas na natureza, flores, folhas, casas de abelha, teias de aranha, etc.

Os documentos curriculares apresentados traziam inúmeras recomendações sobre a articulação da Matemática com a Arte no eixo geometria, uma vez que a geometria tem por objeto de estudo o espaço, a forma, sua medida e suas relações, sendo esta uma regra essencial da pintura, escultura, instalações, gravura, dentre outros. Além disso, essa integração pode acontecer através da exploração, experimentação e transformação, favorecendo as conexões entre o pensar, o sentir e o fazer, bem como o exercício das funções simbólicas, aspectos fundamentais no processo de significação e construção de conhecimento.

Em outro momento, sob consultoria de Rute Borba, que havia sido minha professora na disciplina de Pesquisa e Prática Pedagógica no curso de Graduação em Pedagogia, colaborei com um relato de experiência para a Base Curricular da Rede Municipal de ensino de Olinda (2010), município onde trabalho como professora dos anos iniciais. No referido relato, apresentei uma aula em que alunos da EJA, ao mesmo tempo que aprendiam conceitos como equidistância, conservação da forma e comprimento dos segmentos, também conheciam as histórias das igrejas e dos casarios que compõem o patrimônio arquitetônico da cidade. Essa experiência, exigiu-me uma compreensão sobre geometria, história da cidade e arquitetura, algo aulas conteudistas não exigem, porque não estava em jogo apenas um conteúdo, mas um tema que requer entrecruzamento de conteúdos de diversas áreas de conhecimento. Percebi que para estabelecer relações entre áreas de conhecimento são necessários a disciplina investigativa, a "curiosidade epistemológica[3]", a disposição e o espírito livre para a incerteza, para aquilo que o mapa não mostra e a bússola não define.

Pesquisas desenvolvidas na Educação Matemática por Flores (2002, 2015; 2016a; 2016b); Meneguzzi (2009); Serenato (2008); Zago (2009); e Fainguelernt e Nunes (2006) também apontam que a Matemática articulada às Artes promovem no estudante a capacidade de resolver problemas, geram hábito de investigação; incentivam a formação de uma visão científica da realidade, de percepção da beleza e da harmonia e desenvolvem a criatividade. Esses pesquisadores argumentam que na sociedade atual as imagens e as informações visuais exercem forte influência na construção das subjetividades, contribuindo, assim, para a formação geral do educando.

Partindo dos pressupostos descritos, na minha dissertação de mestrado buscamos analisar a relações estabelecidas em atividades que articulam geometria e artes visuais por meio da simetria. Os resultados indicaram que esse conteúdo sob o ponto de vista matemático é abordado de forma implícita, com ênfase na simetria ortogonal (reflexão). Com relação ao ensino das artes visuais, identificamos lacunas conceituais em relação às ações de ensino da arte visual (leitura, contextualização e fazer artístico), mas, ainda assim, tais iniciativas

[3] Ver Freire, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. 20ª edição, São Paulo: Paz e Terra, 2001.

possibilitam a contextualização do conteúdo da simetria por meio de imagens presentes em diversas vertentes das artes visuais e grupos culturais.

Observamos também, a influência dos PCN de Matemática (BRASIL, 1997) e Artes (BRASIL, 1997) nos livros didáticos dos anos iniciais do Ensino Fundamental, por meio dos eixos de ensino da arte (leitura, contextualização, fazer artístico) e modalidades artísticas. Assim, ao término da dissertação, chegamos à conclusão de que os livros didáticos têm buscado, através das conexões entre artes e culturas visuais e geometria, trilhar um caminho no qual a aprendizagem da Matemática seja mais significativa.

Diante desses resultados, alguns questionamentos tornaram-se imprescindíveis: *os professores dos anos iniciais percebem essas articulações nos livros didáticos de matemática dos anos iniciais? Os professores possuem conhecimentos conceituais necessários para explicitar os conhecimentos implícitos nas situações-problema presentes nos livros? Os professores possuem conhecimentos que possibilitem identificar e criar possibilidades de exploração dos elementos estéticos e poéticos presentes nas imagens dos livros didáticos?*

Assim, o conhecimento de professores sobre a articulação da geometria e artes e culturas visuais tornou-se uma questão de pesquisa. Com um breve olhar sobre os estudos que discutem o conhecimento geométrico do professor, identificou-se que descrevem uma carência do professor em relação à geometria. Edda Curi (2004, p. 159) constatou que:

> No que concerne aos conteúdos matemáticos mais difíceis para esse grupo, sem dúvida a geometria foi o mais citado. [...] A geometria não foi estudada em seu tempo de estudante do Ensino Fundamental, nem na formação do Curso de Magistério; por isso não gostam de Geometria e/ou se sentem inseguras para ensiná-la; precisam estudá-la primeiro para depois ensinar.

O cenário, descrito por Nacarato e Passos (2003) confirma esse aspecto, por evidenciarem que os professores que atuam nos anos iniciais não tiveram formação em geometria para dar-lhes segurança para atuarem em sala de aula. Contudo, no estudo de Marquesin e Nacarato (2007), as pesquisadoras identificaram resultados positivos em relação ao conhecimento geométrico de professores(as), quando os(as) docentes participavam de um trabalho coletivo que envolvia o diálogo e a troca de conhecimento.

Lima (2006) apresenta um panorama diferente com professores(as) de matemática franceses, pois não buscou apenas diagnosticar o que o docente não sabe sobre simetria ortogonal, mas analisar os conhecimentos mobilizados e decisões didáticas tomadas por professores no momento que analisam a produção do aluno e elaboram uma sequência didática. A pesquisadora identificou os diferentes conhecimentos que influenciam as decisões dos professores; observou, também, que as escolhas didáticas do professor estavam atreladas ao conhecimento sobre o aluno e às propostas curriculares.

Nesse sentido, o conhecimento do(a) professor(a) torna-se nosso objeto de pesquisa, mas, diferente das pesquisas apresentadas, teremos como desafio olhar para o conhecimento geométrico de professores (as) na interseção com as artes e culturas visuais[4] e responder as seguintes questões: *Que conhecimentos os professores mobilizam quando lidam com atividades nas quais são exploradas articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nos anos iniciais do Ensino Fundamental? Que conhecimentos os professores mobilizam ao articularem a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nas oficinas-dispositivo pedagógico? Como os conhecimentos de professores sobre geometria e artes e culturas visuais são articulados e mobilizados durante as suas práticas de ensino?*

Assim, nossa pesquisa de doutorado tem o olhar voltado para o conhecimento que o professor mobiliza quando estabelece diálogo entre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria. Entendemos que esse tipo de conhecimento do professor apresenta uma natureza complexa que requer a capacidade de interligar diferentes dimensões do real. Segundo Morin (2005), torna-se necessário romper com o padrão de pensamento cartesiano, que leva à fragmentação do conhecimento, negligenciando as relações que existem entre esses conhecimentos e que são essenciais à visão significativa do todo.

Na literatura sobre o conhecimento profissional de professores, destacam-se pesquisadores tais como Shulman (1986; 1987) e Ball, Thamps e Phelps (2008), que consideram que o conhecimento de professores apresenta uma natureza crítica, criativa e multifacetada, sendo composto por uma trama que envolve conhecimentos do conteúdo, conhecimentos do currículo, conhecimentos pedagógicos, conhecimentos didáticos e conhecimentos sobre o aluno, tudo isso, formando um cenário complexo.

No entanto, esses autores não aprofundam a discussão sobre os conhecimentos que os professores mobilizam ao articularem conteúdos de campos de conhecimentos diferentes. Embora, Shulman (1987), ao discutir o conhecimento pedagógico do conteúdo aponte a

---

[4]Em nosso trabalho, utilizamos os termos artes e culturas visuais numa perspectiva includente, que respeita a história, busca os precursores e, especialmente, considera a cultura e as visualidades como matérias-primas da arte, e a arte como campo expandido para as outras mídias. É interterritorial do ponto de vista das teorias e plural na prática (BARBOSA, 2011, p. 294).

importância de o professor articular conteúdos da sua disciplina com outras áreas de conhecimento, o pesquisador não explicita como se caracteriza o conhecimento de professores quando articulam conteúdos de campos de disciplinares diferentes. Assim como, Deborah Ball e colaboradores (2003, 2005, 2008) ao discutir o domínio de conhecimento do horizonte do conteúdo destaca as conexões entre conteúdos matemáticos, mas não ultrapassa as fronteiras da disciplina. Além disso, Shulman (1986, 1987) e Ball e Colaboradores (2003, 2005, 2008) não destacam os efeitos causados pelo entrecruzamento de disciplinas na mobilização do conhecimento de professores. Uma vez que, os conhecimentos mobilizados pela articulação da Matemática com a Arte são diferentes daqueles mobilizados em outras disciplinas. Posto que, existem características epistemológicas, conceituais, metodológicas e contextuais desses conhecimentos.

A partir do exposto, acreditamos que a hipótese central do estudo que ora construímos é: quando o professor articula geometria, artes culturas visuais por meio da simetria, ele mobiliza um tipo de conhecimento que congrega aspectos comuns dos dois campos de conhecimento e que intervêm juntos na ação requisitada dos professores, seja em relação ao conteúdo da simetria, seja em relação aos aspectos didáticos e pedagógicos. Chamaremos esse conhecimento de conhecimento de interseção. Compreendemos que o conhecimento de interseção é o encontro de dois campos de conhecimento, neste caso, geometria e artes e culturas visuais que se cruzam e simultaneamente apresentam elementos que são comuns a dois ou mais conjuntos, podendo ser representados pelo símbolo $\cap$. Assim, partimos do pressuposto de que os professores mobilizam conhecimentos sobre o conteúdo comum e especializado de forma diferente daquelas já descrita por Shulman (1986; 1987) e por Ball e colaboradores (2008, 2005, 2003).

Partimos dessa hipótese, porque a simetria é um elemento de interseção, pertencente, simultaneamente ao campo da geometria e ao campo das artes e culturas visuais. Além disso, supomos que nessa interseção esses dois campos de conhecimento se alimentam mutuamente, uma vez que se estabelecem articulações históricas, conceituais, estéticas e visuais entre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria. Sendo assim, na constituição de conhecimentos de professores, não existem fronteiras rígidas, pois são construídos por entremeios e tessituras (AZEVEDO, 2016).

Para darmos conta da tese acima descrita, definimos como principal objetivo da pesquisa *analisar* os conhecimentos mobilizados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao articular geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

Ao tomarmos esse objetivo geral em nossa pesquisa, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: i*dentificar* os conhecimentos mobilizados pelos professores em oficinas-dispositivo pedagógico ao articularem geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria; *identificar* os conhecimentos mobilizados pelos professores no ensino ao articularem geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria; *caracterizar* os conhecimentos de interseções mobilizados pelos professores ao articularem a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

Entender como o professor mobiliza conhecimento de interseção é fundamental para pensarmos processos de formação continuada que considerem os professores como sujeitos multifacetados, que podem ter um olhar mais profundo e criativo sobre o conhecimento. Além disso, a pesquisa justifica-se por acenar para algo que está além das representações puramente conceituais e axiomáticas, estéreis de significados, que pouco ou nenhum sentido fazem para as crianças dos anos iniciais.

Olhar a geometria atrelada às artes e culturas visuais sugere uma forma diferente dos "nossos modos de ver, de olhar, de sentir, ou seja, de caminhar pelo mundo onde a Matemática se instala como um modo de ser, de estar, de viver e pensar" (FLORES, 2015, p. 251). Isso acontece, porque nossa pesquisa busca olhar os conhecimentos de professores mobilizados numa perspectiva relacional, na qual o conhecimento apresenta, de acordo com Santos (2010), condições de possibilidades, isto é, surge da ação humana ao projetar-se no mundo e por isso é um conhecimento eclético, sincrético e transgressor – posto que surge da articulação entre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria em situações que envolvem a leitura de imagens simétricas e assimétricas; de contextualizações das imagens lidas; de experiências com técnicas artísticas que possibilitem a apropriação de conceitos referentes à conservação do comprimento dos segmentos das imagens e medidas angulares; da invariância e variâncias das propriedades de diferentes tipos de simetria; composição e decomposição de figuras simétricas, ou seja, quando vivenciam-se atividades que estabelecem interseção entre os dois campos de conhecimento.

Da mesma forma, mobilizam-se conhecimentos de professores sobre conteúdo do currículo quando se ultrapassam as fronteiras da geometria e das artes e culturas visuais para estabelecer articulações que são históricas, contextuais e culturas, mas que foram desarticuladas por um currículo estruturado por disciplinas.

No que tange ao conhecimento do conteúdo do aluno, mais especificamente o conhecimento dos processos de aprendizagem do aluno sobre o conteúdo que se ensina, pressupomos que os professores mobilizam conhecimentos sobre diferentes erros, concepções dos estudantes e instruções necessárias para ensinar conteúdos, considerando as características da geometria e das artes e culturas visuais, bem como o conhecimento pedagógico do conteúdo; o professor mobiliza proposições didáticas que contemplam situações-problemas de geometria atreladas a processos de ensino característicos das artes visuais.

Do ponto de vista dos elementos discursivos, este trabalho foi organizado em onze capítulos, conforme descreveremos a seguir.

No primeiro capítulo, realizaremos uma discussão histórica acerca das inter-relações da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. Buscamos evidências históricas que justifiquem a nossa escolha.

No segundo capítulo, apresentamos as categorias teóricas centrais desta tese: conhecimento do professor com base nos modelos teóricos de Lee Shulman e Deborah Ball. Essas categorias nortearão nosso olhar para estabelecermos um processo crítico de categorização e análise dos dados, assim como possibilitarão a estruturação do nosso percurso metodológico e análise dos dados empíricos.

No terceiro capítulo, buscamos situar o leitor acerca do conhecimento geométrico do professor, a partir do levantamento do estado do conhecimento das produções relacionadas à nossa temática – “conhecimentos geométricos de professores: um olhar sobre a relação entre conteúdos da simetria e das artes visuais” – em diferentes dispositivos de produção acadêmica, tais como programas de pós-graduação, periódicos e anais de eventos científicos.

No quarto capítulo, buscamos situar o leitor acerca das articulações da Matemática e Artes, a partir do levantamento do estado do conhecimento das produções relacionadas à temática em diferentes dispositivos de produção acadêmica, tais programas de pós-graduação, periódicos e anais de eventos científicos.

No quinto capítulo, discorremos sobre os conhecimentos do conteúdo específico da simetria sob pontos de vista da matemática, do currículo e do ensino da simetria. Buscamos nesse capítulo, apresentar os elementos teóricos que embasam a nossa análise sobre conhecimento de professores ao articular geometria e artes visuais através da simetria.

No sexto capítulo, apresentamos uma discussão sobre o conhecimento do ensino da simetria e conhecimento do ensino na Arte/Educação sob pontos de vista diversos. Buscamos nesse capítulo apresentar os elementos teóricos que embasam a análise sobre conhecimento de ensino ao articular geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

No sétimo capítulo, desenvolvemos uma discussão sobre o currículo e apresentamos uma discussão sobre os indicativos de articulação da geometria com as artes e culturas visuais nos documentos curriculares do Brasil, do estado de Pernambuco e do município de Olinda.

No oitavo capítulo, apresentamos o percurso metodológico a partir da explicitação dos sujeitos da pesquisa e dos instrumentos de coletas de dados, procedimentos e técnica de análise que serão empreendidos para realização da pesquisa, buscando a todo o momento justificar nossas opções teórico-metodológicas.

No nono e último capítulo, são destacados os principais achados da pesquisa, destacando os conhecimentos de interseção mobilizados pelos professores durante as oficinas-dispositivo pedagógico, a observação da prática de ensino e as entrevistas de explicitação.

Por fim, apresentaremos algumas considerações finais sobre a nossa pesquisa e tese.

Figura 1 – Jaider Esbell, O parto de Makunaima, 2018, acrílica e marcador à base de água sobre tela. 90 x 90 cm.

Fonte: http://www.cultura.pr.gov.br/galeria/2654/7372/Jaider-Esbell-com-obra-O-parto-de-Makunaima.html

O rio que fazia uma volta atrás
da nossa casa era a imagem de um vidro mole...
Passou um homem e disse:
Essa volta que o rio faz...
se chama enseada...
Não era mais a imagem de uma cobra
de vidro que fazia uma volta atrás da casa.
Acho que o nome empobreceu a imagem.
(MANOEL DE BARROS, 2011, p. 23)

CAPÍTULO 2 INTERFACES DA GEOMETRIA COM ARTES E CULTURAS VISUAIS POR MEIO DA SIMETRIA

A imagem é o lugar da imaginação, dos diversos significados, das práticas do olhar e do exercício de pensar. Contudo, o nosso modo de olhar a imagem é construído, fabricado por todos os elementos que a cultura é capaz de criar. Berger (1999, p. 10-11) diz que "a maneira como vemos as coisas é afetada pelo que sabemos ou pelo que acreditamos. [...] Nunca olhamos para uma coisa apenas; estamos sempre olhando para a relação entre as coisas e nós mesmos." Assim, neste capítulo, apresentamos nosso olhar sobre as imagens deixadas pela humanidade sobre a articulação da geometria com as artes e culturas visuais em seus múltiplos contextos. Esperamos que nossa discussão não afaste a imaginação, mas nos ajude a entendermos como o homem utilizou e utiliza a imagem para potencializar as formas de pensar matematicamente (FLORES; WAGNER, 2014).

2.1 A imagem como fonte de conhecimento: geometria, artes e culturas visuais

O homem abriu caminhos, fez moradas, ergueu templos, esculpiu, trabalhou, descobriu e registrou, nas várias formas de Arte através dos tempos, seus conhecimentos. Basta um conciso olhar sobre a história da humanidade para identificarmos em imagens interlocuções entre a geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria. As Artes "primevas" da nossa pré-história são exemplos, cujos registros geométricos confirmam a hipótese de que a geometria nasceu antes da civilização egípcia (BOYER, 1974, pp. 4-5). E não se restringiram às civilizações antigas, posto que diversas culturas nas diferentes partes do mundo têm registros de uma Arte com características abstratas e geométricas.

No Parque Nacional do Catimbau, em Buíque (PE), no Sítio da Alcobaça, na região do Quiridário, foram encontradas pinturas rupestres do tipo tradição agreste e nordeste espalhadas na unidade de conservação. As pinturas da tradição agreste eram instrumentos de rituais que representavam por meio de elementos que lembram a simetria de translação através de representação – retilínea, curvilínea, espiral angular, zigue-zague, círculo, ponto, espiral curvilínea. Essas representações eram formas de comunicação com o outro ou até com o transcendental (MARTINS, 2005).

Encontramos, nas pinturas e tatuagens corporais de homens indígenas, africanos e aborígenes, composições geométricas semelhantes. As tatuagens e cicatrizes eram desenvolvidas dentro de um complexo sistema de signos e marcas tribais, indicando hierarquia, mas também podiam ser utilizadas apenas na decoração do corpo. Segundo Gombrich (1988, p. 7), "a regularidade é um sinal de intenção; o fato de serem repetidos mostra que são repetíveis e que pertencem antes à cultura do que à natureza". É o que podemos observar a seguir na xilogravura de Lacaste.

Figura 2- Francisco José Chico, Pintura rupestre tipo agreste, 2010, Fotografia, Vale do Catimbau, Buíque (PE).

Fonte:http://chicohistoriador.blogspot.com/2010/05/sitio-arqueologico-alcobaca.html.

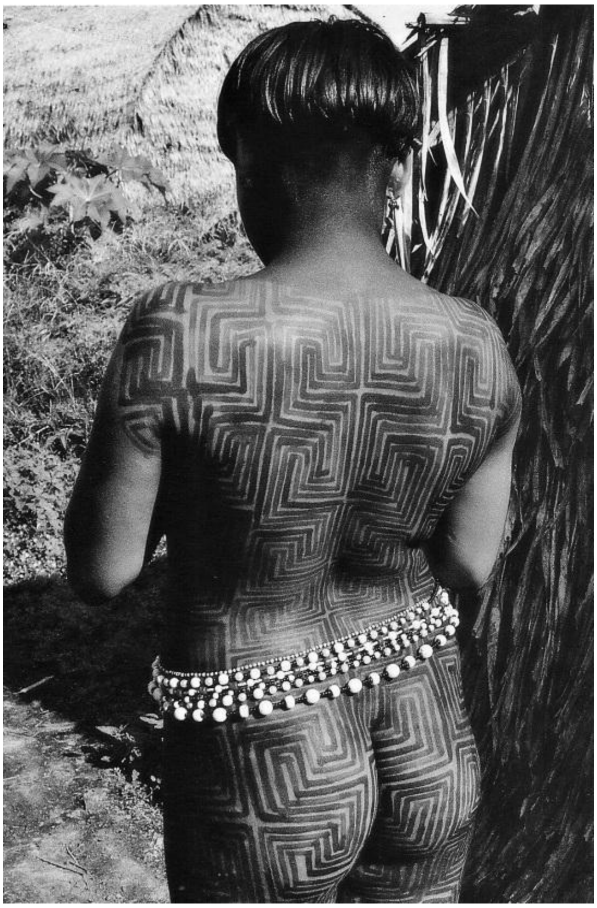
Figura 3 - Xilografia de Lacaste Ainé, c.1860

Fonte: http://povosindigenas.com/bartolome-bossi.

Os povos indígenas contemporâneos também apresentam, na pintura corporal e nos artefatos, elementos geométricos semelhantes aos dos povos indígenas que os antecederam. Por exemplo, os Assurinis têm como característica da pintura corporal os motivos geométricos que se repetem criando simetrias ortogonais, translações e rotações. “A maioria dos desenhos, inclusive as estilizações de elementos da natureza, seguem [sic] um padrão chamado *tayngava*, nome ligado ao domínio cosmológico[5] (MÜLLER, 1987, p.140)”. Os desenhos com motivos geométricos, apesar de abstratos, são reconhecidos dentro da tribo com significados específicos relacionados a elementos da natureza. A seguir, é possível identificar a pintura corporal feminina Assurini inspirada num peixe.

[5]Cosmológica nesse texto é interpretado como teorias do mundo. As cosmologias definem o lugar que os humanos ocupam no cenário total e expressam concepções que revelam a interdependência permanente e a reciprocidade constante nas trocas de energias e forças vitais, de conhecimentos, habilidades e capacidades que dão aos personagens a fonte de sua renovação, perpetuação e criatividade (LALLEMAND, 1978).

Figura 4 – Renato Delarole, Pintura corporal dos Assurinis, 2015.



Fonte: VIDAL, L. *Grafismo indígena*: Estudo de Antropologia estética 2. Ed. São Paulo: Edudio Nobel, FAPESP, 2000, p 23.

Cada sociedade indígena tem seu estilo próprio, que é revelado por meio da linguagem visual dos objetos materiais e compreendido pelos integrantes daquela comunidade, pois, na decoração dos objetos, estavam contidas regras sociais de cada grupo (RIBEIRO; VELTHEM, 1992). Na nossa Arte pré-histórica, observamos grandes urnas funerárias chamadas de Igaçabas, decoradas com desenhos labirínticos, em enormes aterros perto do Lago Arari, localizado na Ilha do Marajó.

Figura 5 - Arte pré-histórica: urna funerária pintada, Ilha de Marajó – PA.

Fonte: http://eemoparte.blogspot.com.br/2010/09/arte-marajoara-e-tapajo.html.

Assim, os grafismos representados nas urnas funerárias, tangas, vasos, bancos e utensílios marajoaras tinham um caráter social e utilitário, além de artístico. Costumavam ser usados em funerais e em ritos de passagem pela sociedade Marajoara dos habitantes da Ilha de Marajó, no Pará, considerada a mais antiga arte cerâmica do Brasil e uma das mais antigas das Américas. A arte Marajoara vai influenciar diversos artistas visuais brasileiros, como, por exemplo, o pernambucano Vicente do Rego Monteiro.

Nas artes e culturas visuais andinas, também encontramos elementos de simetria. A cultura Chancay pré-colombiana, mais tarde parte do Império Inca que reinou na América Latina em meados do século XV, antes da invasão espanhola, deixou como legado ornamentos repletos de simetrias, como podemos observar no tapete a seguir:

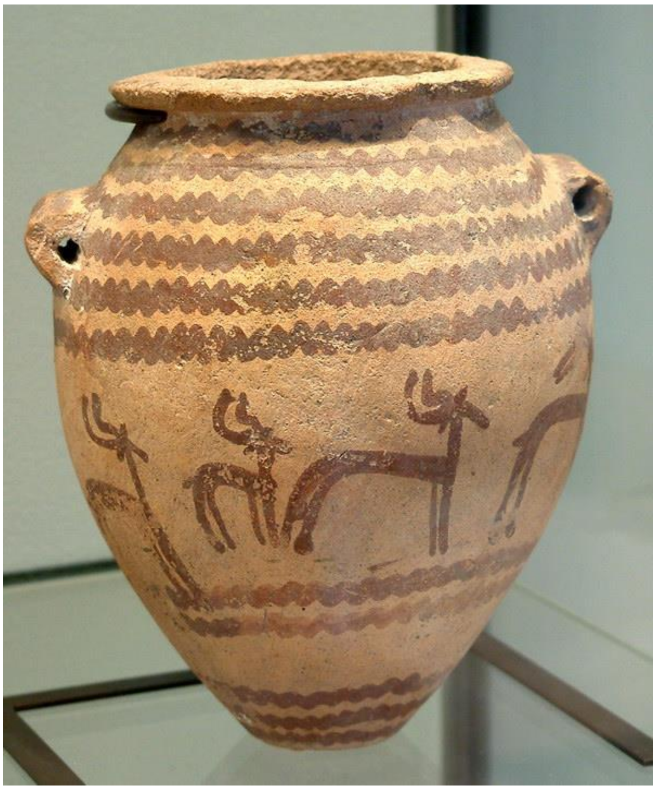
Figura 6 - Tapins Kelin Chancay, 900 - 1400 d.C., Algodão e lana, 26 x 60, 50 cm, Museo de Arte de Lima. Donación Memoria Prado, fotográfia de Daniel Giannoni

Fonte: http://www.archi.pe/index.php/search/autor/32/Chancay.

O interessante é que padrões semelhantes são identificados em culturas mais antigas e bem distantes sob o ponto de vista histórico-cultural e geográfico. Por que nossos antepassados tinham tanto fascínio pelas simetrias, pela ordem, pela seriação? E. H. Gombrich (1988) atribui esse fascínio humano pela ordem à herança biológica e psicológica do homem. O impulso humano universal de buscar ordem e ritmo no espaço e no tempo pode ser encontrado em uma imensa variedade de atividades e conhecimentos humanos: nas artes visuais, na dança, na música, na arquitetura – bem como na Matemática. Nas obras-primas da arte decorativa de inúmeras culturas, tais práticas são vistas como manifestações de nossa tendência de criar e procurar um sentido de ordem.

Para Gombrich (1988, p. 5), "o mundo que o homem fez para si mesmo é, em regra, um mundo de formato geométrico simples". Um exemplo: a civilização Egípcia é muito conhecida pela arquitetura de monumentais pirâmides. Contudo, pouco se fala dos objetos e utensílios cotidianos que também são obras de arte e apresentam conhecimentos geométricos. Podemos observar num vaso de cerâmica da Cultura de Nacada II, período de 4000-3 000 a.C. padrões de zigue-zague e repetição dos animais passando a ideia de simetria de translação.

Figura 7 - Défilé de gazelles, vase décoré de culture Naqada II. 4000-3 000 a.C.



Fonte:https://es.wikipedia.org/wiki/Ce%C3%A1mica_egipcia#/media/File:Egypte_louvre_316.jpg.

Da mesma forma, na Grécia, é possível identificar a simetria em diversos objetos com padrões de simetria. Isso porque gregos como Pitágoras, por exemplo, no ambiente de sua escola, por volta do século VI a C., já investigavam a visão estética matemática do universo. Segundo Umberto Eco (2004, p. 61), "todas as coisas existem porque refletem uma ordem e são ordenadas, porque nelas se realizam leis matemáticas que são ao mesmo tempo condição de existência e de beleza". Para Aristóteles, "os filósofos que consideravam que a matemática não tinha nada a ver com a estética, estavam seguramente errados. A beleza é o objeto principal do raciocínio e das demonstrações matemáticas" (SUASSUNA, 1975, p. 50).

Sendo assim, Aristóteles, compreendia que "as principais formas de beleza são o arranjo sistemático [do grego *taxia*], proporção [*symmetria*] e determinação [*horismenon*] revelados em particular pela matemática" (LÍVIO, 2008, p. 14). Isso porque a simetria (tipo reflexão) é um elemento compositivo que provoca a sensação de imobilidade, de estabilidade e de perenidade no tempo, de beleza, de equilíbrio, de harmonia, de paz, de passividade, de tranquilidade, de paciência, de sossego e de calmaria; faz-se presente na arquitetura e objetos de decoração.

Na cerâmica e na pintura gregas, é possível identificar dois principais estilos: o protogeométrico (século XI a X a.C.), também denominado como Idade das Trevas, em que predominam os motivos naturalistas e a influência creto-micênica. Vão-se introduzindo formas geométricas básicas, tais como os losangos, os círculos, as linhas retas e onduladas, entre outras, porque as figuras e os ornamentos tinham formas basicamente geométricas (GOMBRICH, 1988).

Figura 8 - Vaso grego do período Geométrico, sécs. IX e VIII a.C.

Fonte: http://umolharsobreaarte.blogs.sapo.pt/tag/cer%C3%A2mica+grega).

O estilo geométrico (séculos IX e VIII a.C.) era mais complexo, caracterizava-se pelo uso de motivos geométricos numa decoração simples, dispostos à volta do corpo dos vasos, compondo bandas ou frisos; as bandas eram decoradas com motivos organizados em combinações e variações criativas, tais como meandros, gregas, triângulos, losangos, linhas quebradas ou contínuas, axadrezados, entre outros, que eram realçados a preto sobre o fundo de cor natural do vaso (BECKETT, 1997). Observamos, no exemplo a seguir, uma cerâmica luxuosa, com desenhos rebuscados, que apresentam simetrias de translação, reflexão e rotação combinadas, que lembram a Arte Marajoara e pinturas corporais de grupos indígenas brasileiros.

Da mesma forma, na Arte oriental ou Arte asiática, percebemos a representação de conceitos abstratos nas obras de arte. Identificamos no islamismo uma estreita relação com as simetrias. Os frisos utilizados para ornamentar os tapetes orientais, objetos de arte e paredes dos palácios são compostos por simetrias de translações, reflexão e rotações. O Palácio de Alhambra em Granada na Espanha, por exemplo, construído no século XIII, apresenta sete padrões de frisos e dezessete tipos de papel de parede.

Figura 9 - Azulejos no palácio de Alhambra, séc. XIV

Fonte: https://pt.dreamstime.com/foto-de-stock-telhas-vitrificadas-azulejos-%C3%A1cio-de-alhambra-em-granada-espanha-image65030634.

Esta Arte é caracterizada pelos padrões geométricos e iconoclastia. Segundo Leite (2007), a iconoclastia como uso das figuras geométricas resulta não de uma simples negação da imagem, mas da afirmação de princípios filosóficos e iniciativos. Por serem, de certa forma platônicos, os Sufis[6] consideravam a representação um falseamento e empobrecimento do real, não por ser uma cópia, segundo Leite (2007, p. 35):

> os Sufis enxergaram nas figuras geométricas uma maneira de representar Deus e os atributos divinos não por meio de coisas, mas de relações; não lhe

[6] Os praticantes do sufismo, conhecidos como sufis, procuram desenvolver uma relação íntima, direta e contínua com Deus, utilizando-se das práticas espirituais transmitidas pelo profeta Maomé.

> atribuindo formas complexas, mas propondo alusões simbólicas e iniciando, assim, um movimento análogo que pode se expandir e se contrair infinitamente, servindo de ponte (movimento horizontal) entre diversas linguagens e de escada (movimento vertical) entre os diversos níveis de existência.

Assim, os artistas islâmicos da Idade Média consideravam as formas geométricas como entidades espirituais, pois não têm tamanho, não têm peso, não têm sequer existência real. Tudo o que obtemos delas no plano material é a concretização física do desenho, ou concepção, que permanece no plano das ideias.

Também identificamos nos azulejos portugueses diversos padrões de simetria, como podemos observar na imagem a seguir, na qual os círculos podem ser divididos em quatro partes e criam padrões de rosetas que exibem simetrias de rotação.

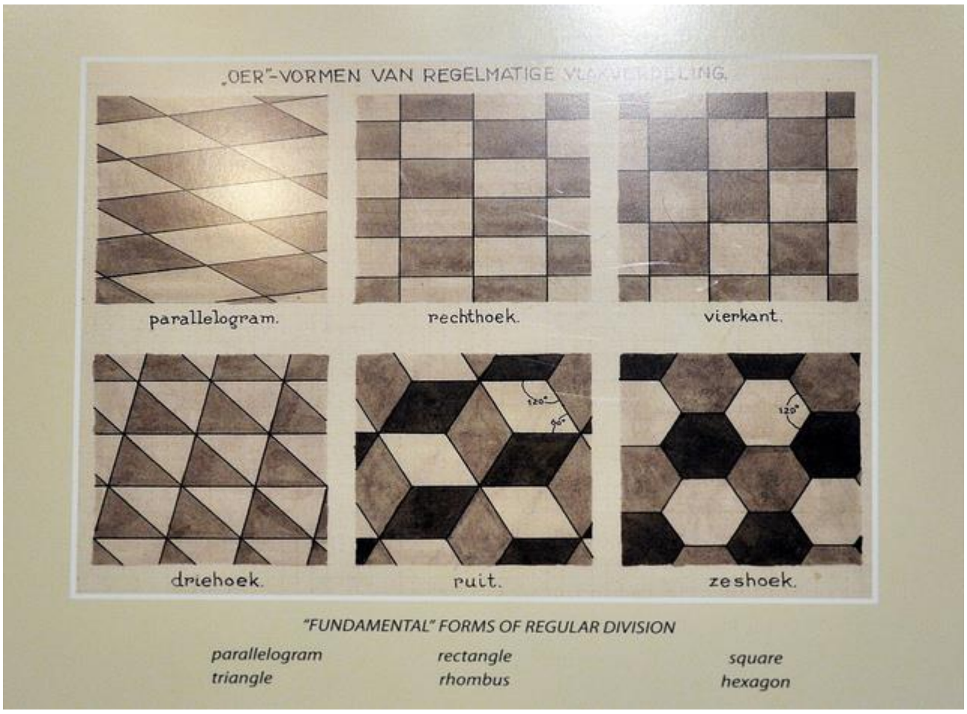
Figura 10 – Azulejo português, séc. XV

Fonte: https://aopedaraia.blogspot.com/2014/12/mais-um-azulejo.html.

Percebemos que o homem tem fascínio em preencher e entrelaçar as formas com elementos, e as relações simétricas possibilitam produzir com translação e rotação inúmeros padrões. Gombrich (1988, p. 68) afirma que, começando a partir de unidades assimétricas elementares e procedendo às gerações posteriores simétricas, aprendemos que há dezessete possibilidades. Os padrões seguem leis e ordens que entrelaçadas às linhas podem se cruzar por cima e por baixo de outra linha, gerando infinitas combinações e permutações. As variações resultantes dessas leis inerentes da geometria despertaram infinito fascínio nos artistas e cientistas desde os dias de Kepler, e também vêm interessando *designers* desde os séculos XIX e XX. Para Gombrich (1988), nossa herança biológica nos guia no sentido de uma ordem, mas não podemos perder de vista que somos seres históricos e produtores de cultura.

No século XX, inspirado na Arte Islâmica, o artista plástico Maurit Cornelios Escher produziu uma obra inspirada nos ladrilhamentos, na qual substituiu as formas geométricas nuas, tais como paralelogramos, por imagens realísticas; depois, ele se mostrou capaz de transformar essas imagens, fazendo-as evoluir, em vez de se repetirem num padrão estático.

Figura 11 – M. C. Escher, Divisão regular.



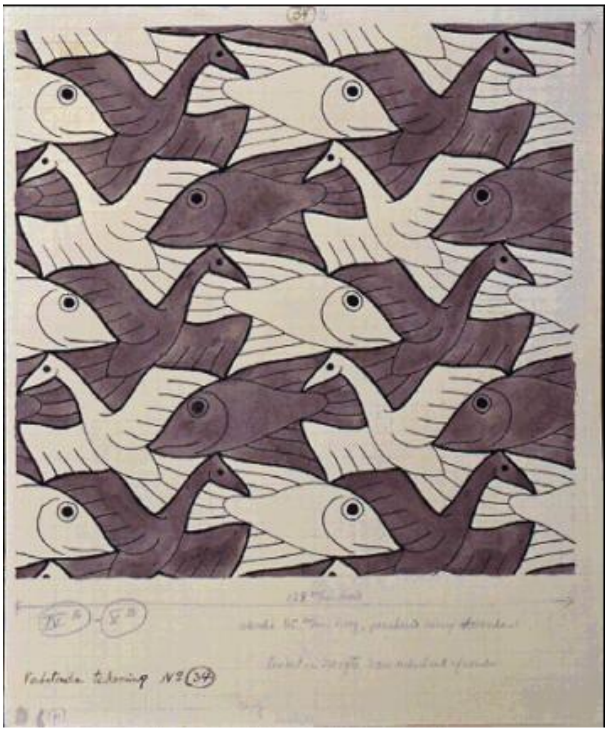
Fonte: Catálogo o Mundo mágico de Escher, 2011, p. 62

Notamos, na imagem acima, formas fundamentais de divisão do plano, nas quais identificamos cinco exemplos de sistemas baseados no retângulo, cujas três principais características são: translação, eixos (rotação) e deslizamento de reflexão. O interesse do artista era pelo ritmo, movimento, novas possibilidades e descobrimento de peças novas de um quebra-cabeça. Pode-se notar isso em um trecho de sua conferência sobre a divisão do plano, citada em *La Magia de Escher*:

> Às vezes a gente muda e usa um pouco mais a imaginação, como se demonstra nos desenhos de azulejos mouriscos antes mencionados, que apresentam algumas vezes linhas marginais interrompidas, também, e ângulos côncavos. Se compreende que estas formas, repetidas ritmicamente, podem tornar-se ainda mais complicadas quanto se desejar e pode alcançar o ponto em que envolve a sugestão de algo conhecido, a silhueta de certo animal, por exemplo. Esta busca de novas possibilidades, este descobrimento de peças novas de um quebra-cabeça, que surpreende e assombra o próprio desenhista em primeiro lugar, é um jogo que sempre me fascina e embeleza uma e outra vez ao longo dos anos. (TJABBES, 2011, p. 58).

Além disso, Escher utilizou o dispositivo de contracâmbio – a correspondência entre a forma positiva e negativa – criando imagens que deslumbram os olhos e nossas mentes com sua assombrosa complexidade. Podemos observar na imagem a seguir.

Figura 12- M. C. Escher, Pássaro/peixe nº. 34b, 1942, tinta e aquarela.



Fonte: https://www.mcescher.com/gallery/symmetry/.

Escher é considerado um artista estupendo em seus trabalhos por conseguir harmonizar as formas e conceitos de simetrias. Através das suas pavimentações, ele consegue exemplificar as transformações do plano: translações, rotações e reflexões, tornando-as mais simples aos nossos olhos.

Voltando no tempo, mais especificamente à Idade Média, como boa parte da população era analfabeta, as imagens tinham o papel de contar as narrativas bíblicas, isso porque, através das imagens, memorizavam-se os sermões e as preces dos padres. Segundo Sevcenko (1987, *apud* FLORES, 2002, p. 5), “era uma Arte estática, rústica, inalterável e sagrada, como a sociedade que ela representava, ou seja, uma sociedade imersa num regime de pensamento no qual tudo era regido e feito por Deus”.

Na Idade Média, identificamos dois estilos – o Românico e o Gótico. O estilo românico durou de 900 a 1100 d.C.; é caracterizado como a mistura da arte romana com a bizantina. Apresenta dois aspectos: *deformação*, que traduz os sentimentos religiosos, e a interpretação mística que os artistas faziam da realidade. Observamos a seguir uma figura de Cristo que é sempre maior do que as outras que o cercam e está no centro do quadro, passando a impressão de um eixo de simetria. Os doze apóstolos estão organizados seis de cada lado, dispostos em três fileiras, todos voltados para o centro. *Colorismo*: realizou-se no emprego de cores chapadas, sem preocupação com meios tons ou jogos de luzes e sombras, pois não havia a menor intenção de imitar a natureza.

Figura 13 - Arte românica, pintura sobre tabla, séc. XI – XIII.

Fonte: http://arte-historia.com/arte-romanico-pintura-sobre-tabla.

Percebemos que a intenção desta pintura era tornar presente o ausente, uma característica que Chartier (2002) descreve como sendo uma das principais funções da imagem. Ele diz ainda que essa função também permite à imagem "exibir sua própria presença enquanto imagem e, assim, constituir aquele que olha como sujeito que olha" (CHARTIER, 2002, p. 165).

O estilo gótico (1100 a 1300 d.C.) surge como resposta à austeridade do estilo românico. É identificável por características muito próprias de contexto social, político e religioso em comunhão com valores estéticos e filosóficos. As características essenciais da pintura gótica são o realismo e a profundidade. *Realismo*: as figuras são representadas de forma mais detalhada e realista (começam também a representar os sentimentos e as emoções das personagens representadas, como podemos observar a seguir: na Madona com anjos e profetas, o artista tenta reproduzir os seres exatamente como eles são). *Profundidade*: diferentemente da pintura românica, onde as cenas aconteciam num único plano, a pintura gótica procura dar alguns movimentos às figuras através da postura dos corpos e das paisagens, como observamos a seguir:

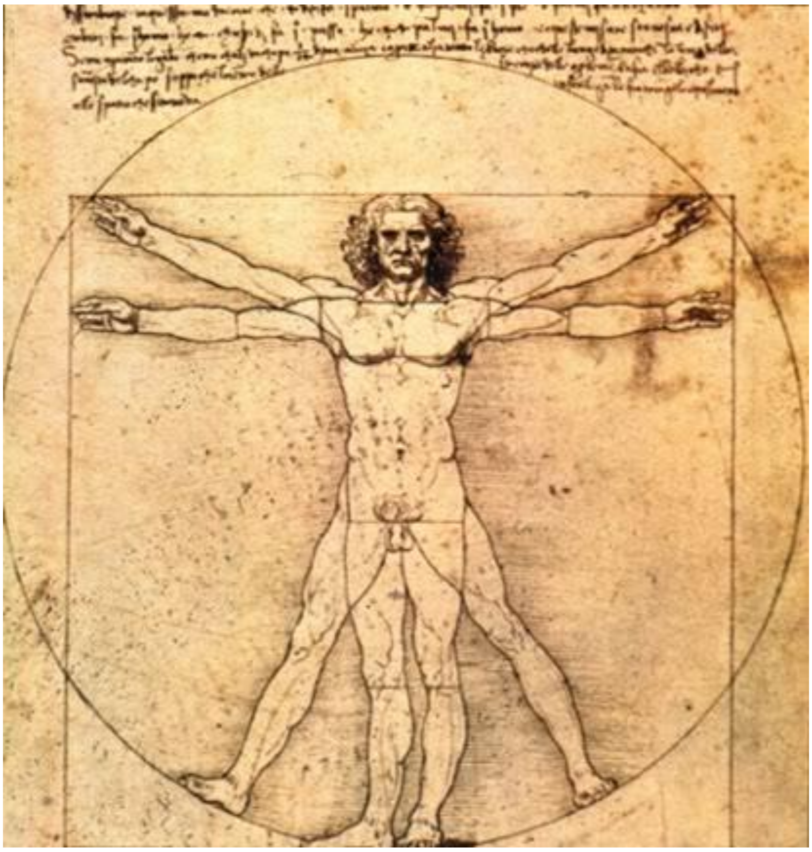
Figura 14 - Cimabue, Maestà de Santa Trinita, 1280- 1290, têmpera no painel, 385 x 223 cm, Galleria degli Uffizi, Florença.

Fonte: https://pt.wikipedia.org/wiki/Pintura_do_g%C3%B3tico.

Nesse estilo, a imagem continuava exercendo o papel de domesticação dos fiéis. Segundo Debray (1994, p. 54), as imagens funcionam como um importante instrumento na propagação de valores e na afirmação do poder. Para ele, muitas representações visuais "contribuíram para formar, manter ou transformar", no mundo, ideologias, crenças e acepções. Sendo assim, o uso de figuras na transmissão dos *ismos* não é somente uma forma de popularizar valores, mas uma maneira de estabelecer modelos de comportamentos, instaurando, assim, um estilo de existência.

O Renascimento surge para romper com o pensamento da Idade Média. A trindade composta por Leonardo da Vinci, Michelangelo e Rafael de Urbino, além de outros, utilizou de fórmulas matemáticas para compor suas obras com o intuito de alcançar a perfeição. Segundo Flores (2003), Leonardo da Vinci, inspirado em Paciolo, buscava visualizar e sintetizar proporções euclidianas, lançando mão de desenhos e demonstrando, assim, a importância da imagem para aquisição do conhecimento. Observamos a seguir o homem vitruviano feito por Leonardo da Vinci em 1490. Mostra as proporções da cabeça, tronco e membros do corpo humano.

Figura 15- Leonardo da Vinci, Homem Vitruviano, 1490, lápis e tinta sobre papel, 34 x 24, Galerrie dell' accademia



Fonte: https://pinturasemtela.com.br/arte-do-renascimento-obras-e-artistas-quadros-e-esculturas-renascentistas/.

Todas as épocas expressaram sua ideia de beleza, mas é no Renascimento que a conexão entre arte e beleza se afirma. A precisão dos números, como medida de excelência e beleza, sofre progressiva transformação na passagem do século XV ao século XVI. Nesse contexto, os artistas queriam fazer da Arte uma ciência derivada da geometria de Euclides, buscando procedimentos científicos para representar a realidade, "utilizando as leis matemáticas e criando uma nova maneira de representar por meio da técnica da perspectiva geométrica e linear" (WAGNER; FLORES, 2011, p. 5).

O Renascimento provocou mudanças profundas na Arte e na cultura ocidental e foi propulsor de outros movimentos artísticos e culturais do século XVI ao XVIII, como: a grandiosidade, dramaticidade e emoção do Barroco, que apresentava temas idênticos ao Renascimento, mas com maior dinamismo, contrastes mais fortes, maior dramaticidade, exuberância, realismo e uma tendência decorativa, além de manifestar uma tensão entre o gosto pela materialidade opulenta e as demandas de uma vida espiritual. Segundo Grenfell e Hardy (2007), devido ao espírito analítico da época estruturar o sistema acadêmico, isso significou a formulação de uma teoria em que a arte era uma encarnação os princípios da beleza, da verdade e do bem. Contra o Barroco, o estilo ornamental do Rococó nasceu na França em torno da década de 1720, caracterizando-se por manifestas delicadeza, elegância, sensualidade e graça, além da preferência por temas leves e sentimentais, onde a linha curva, as cores claras e assimetria tinham um papel fundamental na composição da obra.

Entretanto, no final do século XVIII, no fim do reinado de Luiz XV, entre 1760 e 1770, com base nos ideais iluministas, os movimentos revolucionários republicanos se estabeleceram na França e na América e adotaram o Neoclassicismo como referência estética para sua arte oficial, em virtude de sua associação com a democracia da Grécia antiga. Assim, foram difundidos os princípios da moderação, equilíbrio e idealismo como reação contra os excessos decorativistas e dramáticos do Barroco. Com a retomada do Neoclassicismo, retoma-se o uso da geometria clássica nas artes visuais através de linhas retas, simetrias, pilastras, rosetas etc. É o regresso da ordem, do virtuosismo e beleza idealizada dos antigos (aprendizagem da academia).

O neoclássico busca um ideal sublime, objetivando o mundo; o romântico faz o mesmo, embora tenda a subjetivar o mundo exterior, e trouxe os sonhos, com as criaturas misteriosas e oníricas das obras de Francisco Goya. Os dois movimentos estão interligados, portanto, pela idealização da realidade. A seguir podemos observar na arquitetura uma representação do Neoclassicismo em Pernambuco, o Teatro Santa Isabel em Recife (PE), construído pelo engenheiro e político francês Louis Vauthier (1815-1901). O teatro apresenta como principais características: o frontão triangular, o uso de colunas e arcos, equilíbrio na fachada e formas regulares e simétricas.

Figura 16 – Teatro de Santa Isabel, 2017, fotografia.

Fonte: http://bpossesiosilva.blogspot.com/2013/05/teatro-santa-isabel-recebe-voto-de.html.

Entre 1870 e 1890, contrapondo-se ao Neoclassicismo e ao *establishment* estético da academia, os artistas impressionistas – Pierre-Auguste Renoir, Claude Monet, Edouard Manet e Edgar Degas, entre outros – rompem com o realismo, a simetria e a perspectiva, passando a pintar as telas ao ar livre. Por isso, suas pinceladas eram dadas de uma forma que a iluminação fosse representada de forma atmosférica. Assim, as figuras perdem o contorno e as cores não eram misturadas.

Entre 1880 e 1906, o Pós-Impressionismo ganha forma e artistas como Van Gogh no Expressionismo, Paul Gauguin no Simbolismo, Seurat no Pontilhismo e Cézanne buscam representar a subjetividade como as paixões e o irracional. Tudo isso através de cores fortes, normalmente de uma mesma paleta, distorção, dramaticidade, trágico e sombrio. A intenção era acentuar as qualidades emotivas de cor, mas, sobretudo, buscava-se explorar nos espectadores novas formas de representação que pudessem provocar pensamentos e sensações antes inexplorados (GOMPERTZ, 2013).

Dentre os pós-impressionistas, destacamos Paul Cézanne, com a sua abordagem analítica da representação baseada na redução de detalhes da forma geométrica. Ele introduziu nas suas obras distorções formais e alterações de perspectiva em benefício da composição ou para ressaltar o volume e peso dos objetos. Assim, modificou as leis da perspectiva. Segundo Gompertz (2013, p. 107) Cézanne entreabriu inadvertidamente a porta para o modernismo: “suas ideias de estrutura semelhante a grades de simplificação dos detalhes em formas geométricas podem ser vistas na arquitetura de Le Corbusier, nos projetos angulares da Bauhaus e na arte de Piet Mondrian”. Do mesmo modo, influenciou artistas como Picasso e Matisse.

Os Pós-Impressionistas também realizaram uma cisão entre Arte e beleza. Quando, em 1910 e 1912, Roger Fry organizou sua grande exposição na Galeria Grafton em Londres, o público sentiu-se ultrajado não apenas pelo descaso com a similitude em relação ao real, algo tão característico do Modernismo, mas também pela ausência de beleza. Afinal, do século XVIII até o início do século XX, havia o pressuposto de que a arte deveria possuir beleza. De acordo com Danto (2015, p. 14), “em sua defesa, Fry argumentou que a nova arte seria vista como feia até que fosse vista como bela. Para vê-la como bela, sugeria, era necessário ter educação estética, e a beleza passaria a ser vista com o decorrer do tempo”.

Por sua vez, o século XX é caracterizado por duas grandes guerras mundiais e por mudanças culturais e visuais intensas, como as que ocorreram no Renascimento. A Arte Moderna trouxe a liberdade da descoberta levando os artistas a simplificar temas, deformando traços e seccionando corpos em colchas de retalhos de formas geométricas (GOMPERTZ, 2013).

Barbosa (2015, p. 62) afirma que os artistas que estiveram na guerra, como Marx Ernst e Georg Gross, em vez de mostrar uma visão enobrecedora da sociedade, mostraram a feiura moral da sociedade que os haviam posto a atravessar o inverno da guerra, operando a separação da Arte e da Beleza. “A Arte, livre dos compromissos com a beleza, buscou abrigo na filosofia e psicanálise e saiu mais revigorada, mais conectada com a vida. Beleza livre da opressão da arte pôde explorar livremente o cotidiano e se alojar em qualquer lugar” (BARBOSA, 2015, p. 62).

A mudança no conceito de beleza na Arte trouxe a liberdade estética e passou-se a olhar e valorizar as miscigenações culturais. No universo das artes e culturas visuais, criaram-se deslocamentos de fronteiras culturais, subverteram-se hierarquias estéticas e misturam-se estilos, oferecendo oportunidade para experimentações sincréticas que abriram espaço para transmutação de signos que adquirem novos significados ao serem usados em outros contextos.

Dessa forma, a Arte Contemporânea não se centra apenas no objeto, mas no "discurso". Segundo Eco (2004, p. 402), na "Arte Contemporânea a matéria não é apenas o corpo da obra, mas também seu fim, o objeto do discurso estético". A estética, as artes e as culturas visuais na contemporaneidade justificam-se pela "poesia da transgressão", pela cisão da Arte com a beleza.

Assim, o Modernismo iniciou uma busca por uma Arte não representativa, não metafórica a partir do rompimento do espaço visual renascentista, centrado na perspectiva. É a partir de Cézanne e dos cubistas que a Arte ganha consciência e abandona o empirismo (DANTO, 2015). O Cubismo começou em França, onde floresceu como movimento entre 1907 e 1914. Foi dirigido pelo trabalho de Pablo Picasso e Georges Braque, que defendia o discurso de que a "verdadeira realidade reside na ideia essencial e não no seu reflexo no mundo material" (PROENÇA, 2004, p. 187).

A Arte Cubista baseia-se na decomposição da realidade em fragmentos que se entrecortam entre si. Tal pressuposto questiona os preceitos ideológicos instituídos pelo Realismo, no intento de mostrar que existem outras maneiras de perceber e interpretar o real. Embora, os europeus comecem a romper com a representação no século XX, os povos indígenas das Américas, os africanos, os islâmicos e os aborígenes australianos apresentavam abstrações em suas obras de arte há milênios.

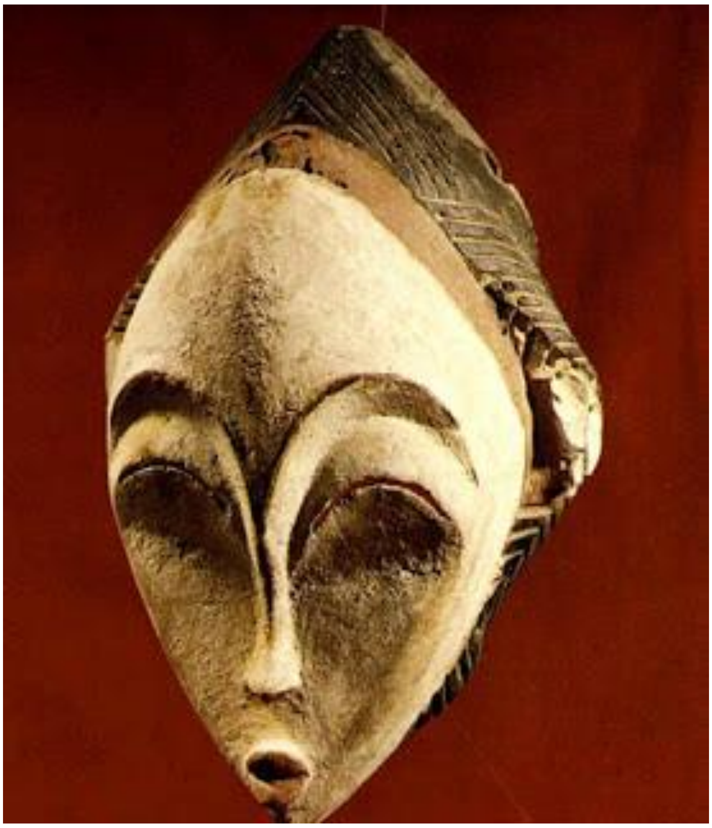
Os colonizadores, além de usurparem a terra, a língua e a cultura dos povos africanos, também se apropriaram da Arte, embora nunca tenham valorizado essas peças, consideradas apenas curiosidades de um povo primitivo e infiel. Paradoxalmente, a maior parte das obras africanas encontra-se em museus do Ocidente, onde recentemente, em meados do século XX, tentou-se classificá-las. A tarefa é difícil, na medida em que não se conhece sua função, ou seja, o ritual para o qual as máscaras foram concebidas.

Quando surgiram na Europa as primeiras vanguardas, especificamente os Fauvistas e os Expressionistas, passou-se a reconhecer os valores artísticos das peças africanas, tentando-se imitá-las, embora sempre sob a ótica de suas próprias interpretações, algo que colaborou em muitos casos, para a distorção do verdadeiro sentido das obras. Mas isso aconteceu, porque os artistas Matisse (1869-1954), André Derain (1880-1954) e Maurice de Vlaminck (1876-1958) encontraram a expressão emocional em detrimento da representação literal.

> […] podiam ver que as máscaras tinham uma liberdade que a arte ocidental não possuía. O treinamento formal que haviam recebido os ensinava a se esforçar para alcançar uma beleza idealizada, mas esses artefatos africanos não faziam nenhuma tentativa nesse sentido – longe disso; eles muitas vezes representavam malformações e eram valorizados por seu simbolismo. (GOMPERTZ, 2013, p.111).

As peças das culturas Fon, Fang, Ioruba e Bini e as de Luba estavam no *Musée d'Ethnographie du Trocadéro.* A seguir podemos observar uma máscara da Arte Fang, grupo étnico da família linguística Bantu. Os Fang estendem-se por um vasto território que inclui o sul dos Camarões, o Gabão e a Guiné Equatorial. As máscaras são utilizadas nos rituais de iniciação e na perseguição dos mal-intencionados.

Figura 17 – Máscara, Arte Fang, Museu do Homem, Paris.



Fonte: http://culturaafricanacaxias.blogspot.com/2013/05/mascaras-africanas-mascaras-africanas.html

É com o Cubismo, particularmente através da obra de Pablo Picasso (1881-1973), que identificamos uma inter-relação da Arte Europeia, branca e legítima, com a Arte Africana, pois Picasso se inspirou nas máscaras africanas para criar a tela *Senhoritas d'Avignon*, que exala sensualidade oculta e agressividade e a ideia de que o corpo representado pode ser apreciado em todas as suas faces e ângulos, de frente, de lado, por cima e por baixo, causando uma sensação de volume na superfície plana.

Figura 18 - Pablo Picasso, Senhoritas d'Avignon , 1907, óleo sobre tela 2,44 m x 2,34 m, Museu Moma, Nova York

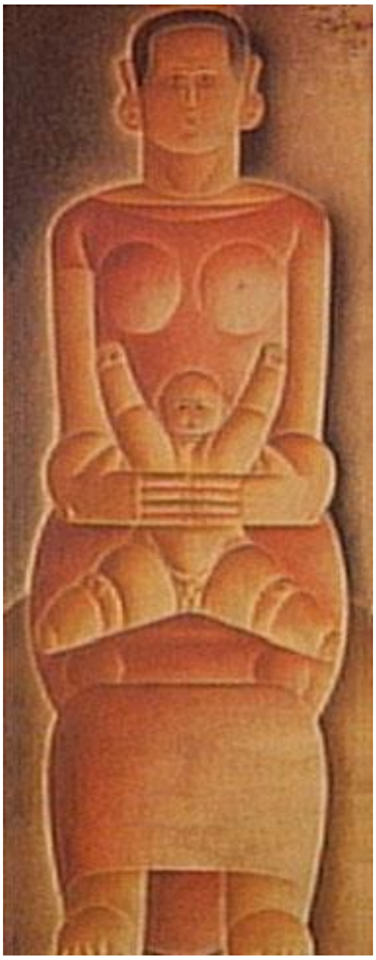
Fonte: https://saiacomarte.com/obra/as-senhoritas-davignon/.

Essa obra reflete a mudança não apenas no mundo da Arte, mas sobretudo, da Ciência na virada do século XIX para XX com o advento da geometria não euclidiana e da Física com a teoria da relatividade. O surgimento, em 1903, do *Ensaio sobre o hiperespaço*, de Boucher, e do *Tratado elementar de geometria em quatro dimensões*, de Jouffret, demonstram o interesse da época pela pesquisa de novas geometrias, tanto que muitas obras consagradas a elas eram facilmente acessíveis ao público francês desde o início de 1900 (FERRY, 1994, p. 296). Para Silva e Benutti (2007, p. 5), a obra revela a intenção de Picasso de representar através dos materiais tradicionais da pintura, inclusive o suporte bidimensional, a formulação teórica de Jouffret sobre o hiperespaço:

> na figura situada no canto inferior direito do quadro de Picasso, ela se encontra sentada de costas para o observador, porém, foi composta de tal modo que se condensam nela múltiplos pontos de vista, pois a mesma tem o lado esquerdo do seu corpo mostrado como se fosse visto em 3/4, com a perna dobrada, o cotovelo apoiado no joelho e uma parte do seio vista sob o braço. Entretanto, a cabeça está completamente voltada para o espectador, em um ângulo impossível de ser concebido em um corpo visto de costas. Porém, ainda mais surpreendente é perceber que a parte direita do corpo acha-se na posição de costas em ângulo diametralmente oposto, portanto, ao da cabeça, de modo que a mulher é representada a partir de três pontos de vista diferentes simultaneamente.

No Brasil, identificamos a influência do Cubismo no trabalho do pernambucano Vicente do Rego Monteiro. Assim como em Picasso, a geometria está presente em sua obra – com características mais euclidianas. Incorporou a estética da cerâmica amazônica (a cor, o volume, a forma e a redução da figura) e se propunha a resgatar, na arte, as origens do nosso povo. A obra a seguir, a *Madona e Menino* (Maternidade Indígena), também conhecida como *Nossa Senhora do Brasil*. O artista funde, na mesma tela, paganismo e cristianismo, ao mesclar a Madona e o Menino Jesus, do cristianismo, com os ídolos da Arte Marajoara. O pintor faz uso da geometria no corpo retangular, no abdômen arredondado e nos seios, antebraços e patelas em esferas. A luz, que é projetada sobre as duas figuras, advém do canto inferior direito da tela, sendo responsável por repassar a sensação de relevo e também de volume.

Figura 19 - Vicente Rego Monteiro, Madona e Menino, 1924, óleo sobre tela, 250 cm x 104 cm, Acervo dos Palácios do Governo do Estado de São Paulo



Fonte: http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1644/maternidade-maternidade-indigena-madona-e-o-menino.

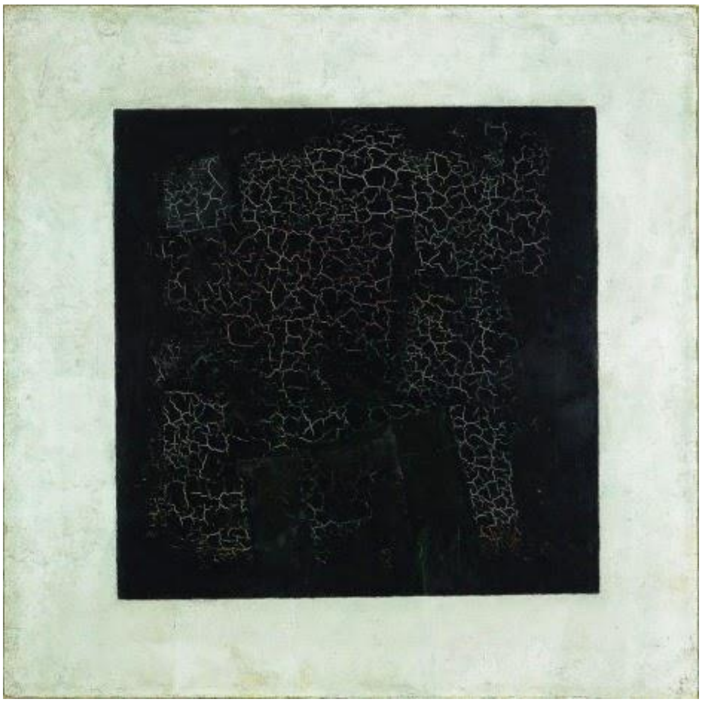
Percebemos que no trabalho de Picasso e Vicente do Rego Monteiro o universo das artes e culturas visuais cria deslocamentos de fronteiras culturais, subverte hierarquias estéticas e mistura estilos, oferecendo oportunidade para experimentações sincréticas que abrem espaço para transmutação de signos, que adquirem novos significados ao serem usados em outros contextos.

O Cubismo abriu a porta da arte abstrata, assim movimentos artísticos como o Abstracionismo de Wassily Kandinsky (1866-1914), Robert Delaunay (1885-1941) e Paul Klee (1879-1940) avançaram rumo à liberdade de experimentar novas composições abstratas como música ressonando em seus ouvidos. A decomposição da figura, a simplificação da forma, os novos usos da cor, o descarte da perspectiva e das técnicas de modelagem e a rejeição dos jogos convencionais de sombra e luz aparecem como traços recorrentes das diferentes orientações abrigadas sob o rótulo da arte abstrata.

Numa abordagem não musical da arte, o Suprematismo criado por Kazimir Malevich (1878-1935) reduziu as pinturas a formas simples e bem definidas. Para ele, o quadrado é o infante real, vivo. É o primeiro passo da criação pura em arte. As formas têm propriedades que não mudam, um quadrado sempre terá quatro lados iguais, e um triângulo terá sempre três lados (do mesmo tamanho ou não) (PITAMIC, 2010). Podemos observar a seguir a descrição de Malevich sobre seu quadro “Quadrilátero Preto”, que representa muito sobre a teoria do Suprematismo:

> a superfície lisa representa volume, profundidade e perspectiva como um meio de definir o espaço; cada lado ou ponto representa uma das três dimensões, e o quarto lado representa a quarta dimensão, o tempo. Como o próprio universo, a superfície preta seria infinita se não fosse delimitada por uma fronteira exterior que é a borda branca e o formato dela. (GOMBRICH, 1988, p. 138).

Figura 20 - Kazimir Malevich, Black Square, 1913, óleo sobre tela, 79,5 x 79,5 cm.



Fonte: http://enciclopedia.itaucultural.org.br/termo3842/suprematismo.

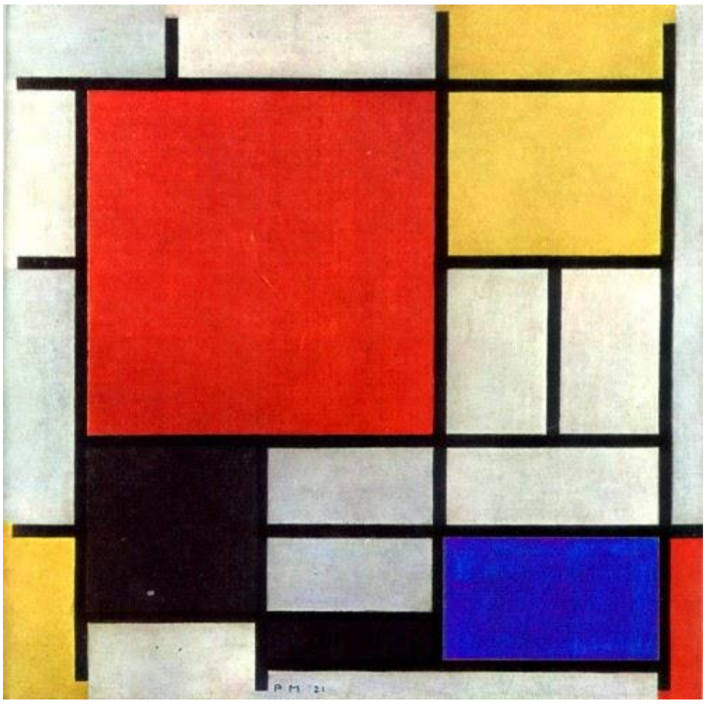
O Suprematismo defendia uma arte comprometida com a pura visualidade plástica. Buscava romper com a representação da natureza, com as formas ilusionistas, com a luz e cor naturalistas – experimentadas pelo Impressionismo – e com qualquer referência à arte figurativa que o Cubismo de certa forma ainda alimenta. Para Malevich, o Suprematismo era um sistema filosófico de cores construídas no tempo e no espaço. Seu espaço era intuitivo, no qual se insinuam tanto tons científicos quanto místicos (PITAMIC, 2010).

O Suprematismo influenciou o Construtivismo, que cresceu após 1921, depois das grandes mudanças na estrutura política da Rússia. A Arte passou a ser vista como instrumento de mudança social e inspiração para o futuro. Representada por artistas como Wassily Kandinsky, estabelece diálogo com as pinturas abstratas e geométricas de Malevich. O artista passa às construções tridimensionais por influência de Vladimir Tatlin, encontrando posteriormente na fotografia um meio privilegiado de expressão e registro pictórico da nova Rússia.

O abstracionismo surgiu como um novo estilo, através do qual os artistas criavam suas próprias formas e cores para expressar emoções. Nas imagens abstratas, as pessoas, os lugares e os objetos não eram reconhecíveis. O novo estilo foi adotado por artistas de muitos movimentos diferentes. Dentre eles destacamos o movimento Neoplasticismo, originado a partir da criação da revista *De Stijl* (O Estilo) e criado pelos holandeses Piet Mondrian (1872 – 1944) e Theo van Doesburg (1883-1931), que defendiam o discurso de que a representação da Arte deveria ter a exatidão da matemática, aplicada também à arquitetura, aos móveis e aos objetos decorativos, como louças e tecidos.

As representações do abstrata Mondriam eram compostas por linhas e traços horizontais e verticais. As formas geométricas ganharam destaque, fazendo uma contextualização estratégica com as cores primárias (azul, vermelho e amarelo). Já o preto era utilizado, sobretudo, nas linhas, e o branco equilibrava o arranjo da obra, que possuía estrutura simplista e marcante como observamos a seguir.

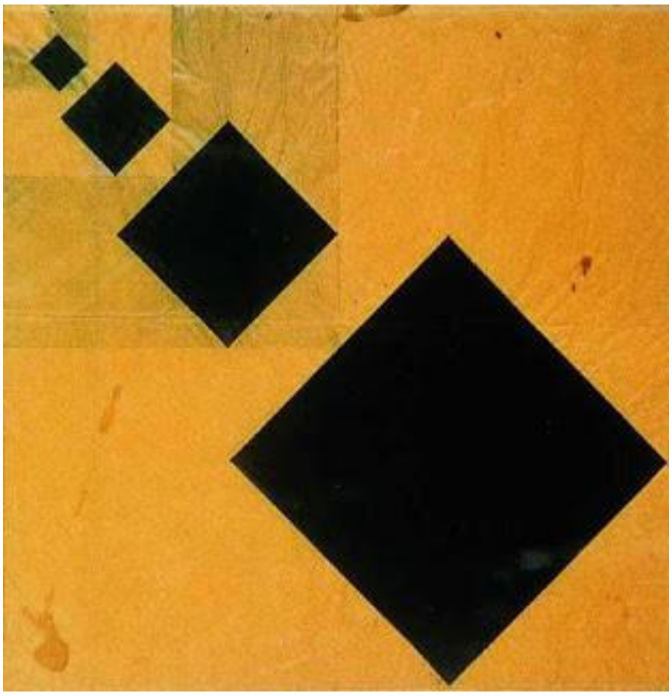
Figura 21- Piet Modrian, Composição em vermelho, amarelo, azul e preto, 1921, Gemeentemuseu, Den Haag



Fonte: https://sala7design.com.br/2016/02/o-de-stijl-de-piet-mondrian-arte-moderna-ontem-e-hoje.html.

A arte concreta nasce também como oposição à arte abstrata, que pode trazer vestígios simbólicos por causa de sua origem na abstração da representação do mundo. Linha, ponto, cor e plano não figuram nada e são o que há de mais concreto numa pintura. Assim, Theo van Doesburg defendia que a busca da pureza e o rigor formal na ordem harmônica do universo. Dessa forma, Doesburg compreendia que a matemática era o meio mais eficiente para o conhecimento da realidade objetiva e que uma obra plástica deveria ser ordenada pela geometria e pela clareza da forma. Podemos observar a seguir a obra *Composição aritmética*, na qual o artista busca a exatidão matemática.

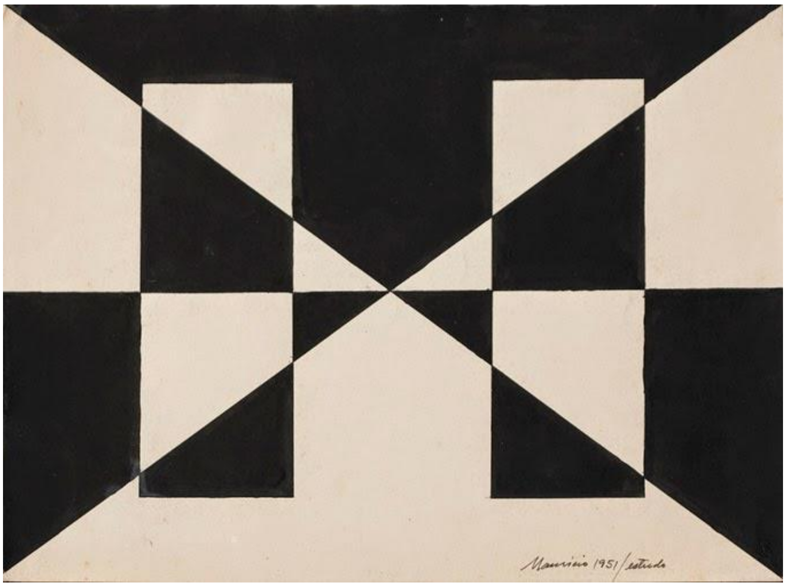
Figura 22- Theo van Doesburg, Estudo para uma composição aritmética, 1929, 23.5 X 23.5 cm



Fonte: http://irmaopedrofazarte.blogspot.com.br/2015/09/de-stijl-o-movimento.html.

A arte concreta chega ao Brasil por meio do artista suíço Max Bill (1908-1994), nos anos 1950. Ele defendia que a obra de arte deveria ter a clareza e a simplicidade da forma e a ordem da geometria. Essa concepção influenciou artistas brasileiros como Judith Lauand (1922). A seguir, observamos uma gravura com composição simétrica de reflexão.

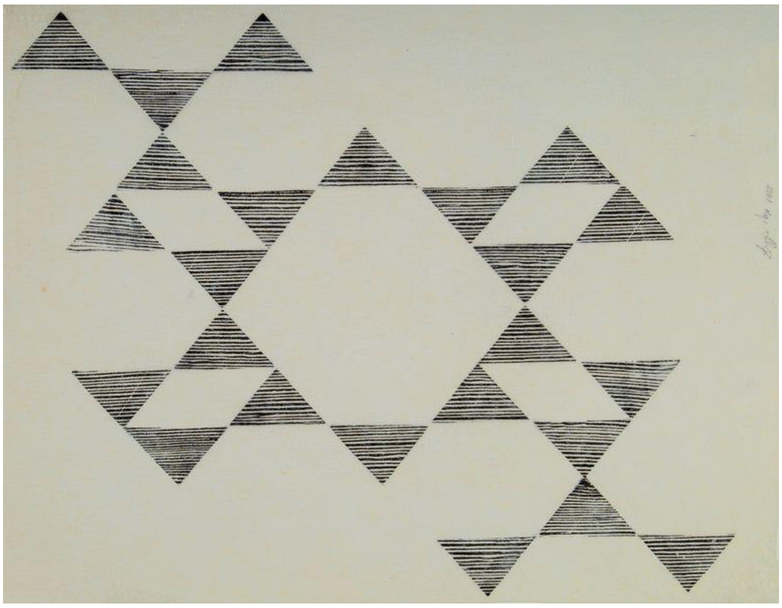
Figura 23 - Judith Lauand, minissérie estrada, 1951, gravura.



Fonte: http://gravuracontemporanea.com.br/index.php/2016/02/04/judith-lauand-a-dama-concretista/.

Contrapondo-se ao Concretismo, o Neoconcretismo foi um movimento plástico de tendência construtivista no país e que, inevitavelmente, encerrou um ciclo. O manifesto neoconcretista é claro, trata-se de uma tomada de posição crítica ante o desvio mecanicista da Arte Concreta, mas defende uma Arte não figurativa de linguagem geométrica, contra a tendência irracionalista. Percebemos na obra de Lygia Pape (1927-2004) triângulos em simetrias de translação.

Figura 24 - Lygia Pape, Tecelar73910, 1956, impressão em xilogravura em papel japonês 42 x 53,5 cm - p.



Fonte: http://dacimgl.pw/Lygia-Pape-O-Ovo-1968-A-t.html.

Ao analisarmos as duas obras sob o ponto de vista visual, há pouca diferença entre as obras de artes. Contudo, o discurso empregado é diferente. Enquanto os concretistas negavam o subjetivo, o lírico, o sensualismo e a arte como expressão de sentimentos, os artistas neoconcretistas pregavam a volta do subjetivismo da arte e da criação artística, criticando o racionalismo, a objetividade e o dogmatismo geométrico dos concretistas.

Na década de 1960, nasce o movimento artístico Pop Art, que apresenta latas de sopa, garrafas de Coca-Cola e pacotes de Brillo, um produto de limpeza, como obras de arte. Mas isso só foi possível devido ao divórcio entre a arte e a beleza, à necessidade de transgredir, à dúvida e à incerteza presentes na conjuntura social e cultural do pós-guerra que permitia transgressões.

> A vanguarda dos anos 1960 estava interessada em superar as lacunas entre vida e arte. Seu interesse era suprimir a distinção entre belas-artes e arte popular. Contudo, quando a década chegou ao final, restava muito pouco do que, anteriormente, qualquer um teria considerado parte do conceito de arte. (DANTO, 2015, p.17).

Figura 25 - Andy Warhol, Marilyn Monroe, 1967, serigrafia, 36 x 36 cm

Fonte:https://mathematica.stackexchange.com/questions/59132/how-to-ask-mathematica-to-imitate-andy-warhols-pop-art-painting.

Esse período abriu espaço para novos estilos e experimentos como as performances de George e Gilbert, que apresentavam suas obras vestidos de ternos característicos e rostos pintados de dourado, como esculturas vivas, combinando teatro e música. Artistas como Chuck Close (1975) faziam pinturas a partir de fotos, quadriculando a imagem original e transferindo-a do quadrado para a tela. Outro exemplo são instalações como os painéis coloridos de Hélio Oiticica (1963) suspensos em uma sala. A Arte conceitual coloca em supremacia a ideia, ou conceito, da obra na sua aparência. A ideia de Manzoni foi deixar um balão esvaziar para representar a passagem da respiração (DANTO, 2015).

Nesse cenário, a prática artística centra-se na esfera das relações inter-humanas: as relações e reações que produzem, com o seu público, novos modelos de sociabilidade e vivência com a arte. Bourriaud (2009, p. 12) destaca que a questão mais candente da Arte Contemporânea é mostrada da seguinte maneira: "será ainda possível gerar relações no mundo, num campo prático – a história da arte – tradicionalmente destinado à representação delas?" E o autor responde: "... hoje a prática artística aparece como um campo fértil de experimentações sociais, como um espaço parcialmente poupado da uniformização dos comportamentos". (BOURRIAUD, 2009, p .13).

Distante das Artes instituídas, identificamos na Arte popular os elementos da simetria inspirados na natureza. Tomando a Arte pernambucana como exemplo, identificamos na

Estética Armorial o realinhamento dos limites entre o popular e o erudito. O diálogo estabelecido por ele no Movimento Armorial, gera um jogo dialógico, no espaço intercultural dessas duas posições. Um artista plástico que a princípio representou do Movimento Armorial foi Gilvan Samico, que apresenta em sua obra um sincretismo conceituado por Barbosa (1997 p. 251) como "relação simbiótica de duas culturas que torna o objeto reconhecível como seu por ambas as culturas que o permeiam".

Para Barbosa, (1997, p. 247), "Gilvan Samico é mestre do sincretismo pernambucano, por associar a dicção das imagens populares da literatura de cordel ao espaço *clean* do Modernismo". Além disso, Samico estabelece uma relação com a matemática ao utilizar elementos da simetria em suas imagens.

Figura 26- Gilvan Samico, O sagrado, 1997, xilogravura, 56 x 80,4 cm, Foto: João Liberato

Fonte: https://br.pinterest.com/pin/491525746814842432/?lp=true.

A cena da cultura visual contemporânea apresenta-se de forma cosmopolita, interagindo com novas mídias e tecnologias e variados atos – valores sociais e estéticos – que alinham política e subjetividades. Assim, pode ser definida como Arte Naïf, Arte Concreta, Arte Conceitual, Arte Informal, Arte Serial, Arte Povera, Arte Plumária, Performance, Arte Cinética, Arte Abjeta, Arte Afro-Brasileira, multicolorida, pós-moderna, pós-estruturalista, multicultural, intercultural e diversa.

Dessa forma, os artistas vivem experiências díspares. São novas orientações artísticas que compartilham de algo em comum: cada qual a seu modo tenta conduzir a Arte e o mundo, a realidade e a tecnologia. As linguagens artísticas estabelecem laços de colaboração de modo que dança, música, pintura, escultura e literatura desafiam as categorizações convencionais interpelando-se criticamente.

Em síntese, neste capítulo, buscamos discutir as articulações da geometria com as artes e culturas visuais. Identificamos uma proposição de olhar o mundo, seja real ou imaginado, inventado. Brincar com as possibilidades é o caminho que devemos seguir nesta pesquisa.

Dessa maneira, Matemática e Artes não são enlaçadas apenas por razões estéticas e visuais, mas por aspectos conceituais, sociais e culturais, abrindo espaço para outros territórios, provocando novas zonas de contágio e reflexão. As imagens apresentadas neste capítulo são um encontro de histórias, afinidades, vontades, condutas e tensões. Ao longo do texto, percebemos que a relação da geometria com as artes e culturas visuais sempre aconteceu de diferentes maneiras. As imagens produzidas nessa relação sejam simétricas ou assimétrica, abstrata ou figurativas, perspectiva ou sua falta, bidimensional ou tridimensional, sempre foram pertencentes a um universo estético heterogêneo.

Percebemos que, as obras de arte e o conhecimento geométrico configuram-se em uma trama, ora alimentando-se, ora entrechocando-se, de forma a produzir novas narrativas históricas e ideológicas. Para pensarmos o conhecimento de professores, este capítulo traz como indicativos as possibilidades de construção e ampliação de repertórios de imagens de artes e culturas visuais.

A seguir teceremos uma discussão sobre as articulações da geometria e das artes e culturas visuais sob os pontos de vista da literatura acadêmica.

Figura 27 – Nina Pandolfo, sem título, 2013, grafitte.

Fonte: http://wertical.com/W/daily-2/nina-pandolfo/

De onde pensamos?
Para que conhecemos?
Como estamos, existencialmente,
no conhecimento que construímos?
Será que o conhecimento nos enriqueceu?
(ZEMELMAN, 2006, p. 457)

CAPÍTULO 3 ELEMENTOS TEÓRICOS PARA ANÁLISE DO CONHECIMENTO DO PROFESSOR

Conforme verificamos na problemática da pesquisa, a discussão sobre o conhecimento geométrico articulado às artes e culturas visuais pode ser considerada uma das lacunas dos estudos do campo da Educação Matemática. Nesse sentido, o conhecimento do professor constitui a categoria central da nossa pesquisa. Neste capítulo, apresentamos um breve resgate histórico sobre esse tema em harmonia com o debate histórico, epistemológico e político sobre profissionalização docente, buscando discutir o conhecimento do professor a partir da sua complexidade e dialogicidade. Apesar do aporte teórico principal desta pesquisa ser os estudos sobre a base do conhecimento do professor desenvolvidos na década de 1980 por Lee Shulman e os estudos de Deborah Ball sobre o conhecimento comum e especializado do conteúdo, achamos também necessário discutir outros aspectos teóricos, tais como conhecimentos declarativos, processuais e condicionais com o objetivo de abordar a articulação e integração de conhecimentos provenientes de diferentes campos disciplinares. Apresentamos pontos de vista divergentes e convergentes, críticas e limitações apontadas na literatura em relação às categorias de Shulman, com a finalidade de justificar nossas escolhas para condução deste estudo. Também discutimos os domínios de conhecimento de professores elaborados por Ball e colaboradores (2008), que possuem o enfoque necessário para olharmos os conhecimentos especializados, o conhecimento sobre o estudante e o conhecimento sobre o horizonte, mobilizados nesse estudo. Finalizamos o capítulo listando proximidades e distanciamentos entre os modelos teóricos desenvolvidos por Deborah Ball e Lee Shulman e os encaminhamentos a partir disso para o desenvolvimento desta pesquisa.

3.1 Discussões sobre conhecimento de professores no cenário mundial e brasileiro

A discussão sobre o conhecimento do professor no cenário mundial e brasileiro não se constitui como uma temática recente, posto que, desde a década de 1970, ela tornou-se um aspecto central no campo educacional. Segundo Gauthier e outros (1998), nesse período começou-se a perceber que a ação do professor poderia influenciar na aprendizagem dos alunos, e que nem tudo era predeterminado por condições externas, como, por exemplo, o talento dos estudantes ou os programas instrucionais.

Observamos que, a partir de 1980, com o olhar centrado no papel do professor, pesquisas começaram a apontar para a existência de um "repertório de conhecimentos" específicos à profissão do professor, associado ao movimento reformista da educação básica que se empreendera nos Estados Unidos, Canadá, Austrália e Inglaterra, inicialmente; na Europa francófona (Bélgica, França e Suíça), posteriormente; e na América Latina, a partir da década de 1990 (TARDIF, 2002).

No Brasil, de acordo com Ramalho, Nuñez e Gauthier (2003), essa abordagem teórico-investigativa começa a ser divulgada a partir de 1990, quando são difundidos novos discursos visando à profissionalização do professor e à implantação de programas de formação de professores. Esses movimentos reformistas propunham como objetivos e princípios: conceber o ensino como uma atividade profissional; considerar os professores como práticos reflexivos; ver a prática profissional como um lugar de formação e de produção de conhecimentos; instaurar normas de acesso à profissão; estabelecer ligação entre as instituições universitárias de formação e as escolas da Educação Básica (TARDIF; LESSARD; GAUTHIER, 2001).

Assim, inicia-se a busca para compreender a genealogia do trabalho docente e convalidar um *corpus* de conhecimentos mobilizados pelo professor com a intenção de melhorar a sua formação. Começa também um processo de profissionalização para favorecer a legitimidade da profissão e, dessa forma, romper a concepção da docência ligada a um fazer vocacionado. Assim como os advogados, os médicos, os arquitetos (entre outros profissionais) possuem um conjunto de conhecimentos que orienta a sua formação profissional, os professores devem explicitar os conhecimentos necessários para a constituição de seu ofício.

Os conhecimentos dos professores, portanto, configuram um debate histórico, epistemológico e político sobre a profissionalização docente. Nesse sentido, a profissionalização de professores incide na constituição de um repertório de conhecimentos específicos para o ensino, que deverá ser socializado, ou seja, "levará os educadores que partilham o mesmo conjunto de experiências e saberes a formarem uma comunidade de pensamento" (GAUTHIER *et al.*, 1998, p. 60).

As pesquisas acerca do *knowledge base* foram produzidas e serviram de referência para as reformas do ensino básico americano e no mundo durante toda a década de 1990. Destacamos como autores que utilizam o termo "conhecimento do professor" as obras de Shulman (1986) sobre a base de conhecimentos da docência, García (1992) sobe o conhecimento profissional dos professores e Ball e colaboradores (2008, 2005, 2003) sobre o conhecimento matemático de professores.

Em nossa pesquisa, além das tipologias do conhecimento profissional, interessa-nos a crítica à falsa racionalidade técnica que reduz a realidade e os fenômenos educativos a um único pensamento, fragmentado, mecanicista, que o torna incapaz de, por si só, compreender a complexidade e multidimensionalidade dessa mesma realidade. Nesta pesquisa, buscamos discutir o conhecimento do professor a partir da sua complexidade e dialogicidade, que inclusive traduzem-se nos princípios do pensamento de Edgar Morin (2005). Em outras palavras:

> Trata-se de entender o pensamento que separa e que reduz, no lugar do pensamento que distingue e une. Não se trata de abandonar o conhecimento das partes pelo conhecimento das totalidades, nem da análise pela síntese; é preciso conjugá-las. (MORIN, 2005, p. 46).

Convém observar que o modelo tecnicista da ciência positivista, marcado por especialização e compartimentalização dos conhecimentos, não considera os saberes/conhecimentos docentes construídos na/sobre a prática pedagógica. Dessa forma, Morin (2005) crítica a falsa racionalidade, afirmando que:

> A inteligência parcelada, compartimentada, mecanicista, disjuntiva, reducionista quebra o complexo mundo em fragmentos disjuntos, fraciona os problemas, separa aquilo que está unido, unidimensionaliza o multidimencional. É uma inteligência ao mesmo tempo míope, présbita, daltônica, zarolha. Acaba cega, na maioria das vezes. Ela destrói no embrião todas as chances de um julgamento correto, ou de uma visão de longo prazo. (MORIN, 2005, p. 208).

Além disso, destacamos que o conhecimento complexo é estruturado por conhecimentos declarativos, ou seja, “o que é?”. Segundo Fourez, Maingain e Dufour (2002, p. 57-58), “são representações mentais disponíveis na memória a longo prazo e convocadas para realização de uma tarefa, tratamento de uma situação, resolução de um problema, a tomada de decisão”.

Outro tipo de característica é o conhecimento processual que é da ordem do “como fazer?”, para a realização de uma tarefa. Ele se apresenta sob a forma de uma sequência de ações. De acordo com Ribeiro e Martins (2010, p. 39), esse é um conhecimento encarado como “ferramenta e sem que saiba, necessariamente, explicar o porquê ou a origem do que faz. Pode ser também denominado de conhecimento sobre como fazer”.

Os conhecimentos de características condicionais são aqueles que permitem identificar em que condições e em que contextos convém mobilizar determinado procedimento ou estratégia. De acordo com Fourez, Maingain e Dufour (2002), são conhecimentos que acompanham os conhecimentos processuais. A partir disso, buscamos neste estudo também refletir como esses conhecimentos são mobilizados simultaneamente, quando os professores apreciam uma obra de arte, resolvem uma situação-problema, ao produzir uma dobradura, uma pintura ou um desenho, entre outras atividades que serão propostas na oficina.

Em nosso estudo percebemos que esses conhecimentos eram mobilizados simultaneamente. Os professores, ao apreciarem uma obra de arte, ao resolverem uma situação-problema, ao produzirem uma dobradura, uma pintura ou um desenho, mobilizavam tais conhecimentos. Sendo assim, identificamos que o conhecimento complexo apresenta como característica o enlaçamento *de conhecimentos declarativos, processuais e condicionais*.

Além disso, quando pensamos em conhecimento complexo, não podemos perder de vista a subjetividade que está implicada no conhecimento de professores, isso implica em processos dinâmicos, como a confluência de uma série de sentidos que se articulam na história do sujeito e nas condições concretas dentro das quais esse mesmo sujeito atua no momento.

O pesquisador canadense Maurice Tardif (2002) ressalta que os saberes profissionais dos professores são situados, pois são construídos e utilizados em função de uma situação de trabalho particular e ganham sentido nessa situação. Ou seja, trata-se de um conhecimento de natureza situada, ou seja, resultante da cultura e do contexto em que ele adquire seus conhecimentos e em que atua. Fiorentini, Souza Jr. e Melo (1998) também consideram o saber docente um saber reflexivo, plural e complexo, contextual, afetivo e cultural, que forma uma teia de saberes mais ou menos coerentes, imbricados de saberes científicos e práticos.

Do mesmo modo, Brown, Colllins e Duguid (1989, p. 32) consideram que “o conhecimento está situado, sendo em parte um resultado da atividade, do contexto e da cultura nos quais desenvolve-se e é utilizado”. Além disso, Fennema e Loef (1992) afirmam que os três elementos – atividade, contexto e cultura – atuam como referentes com base nos quais o conhecimento é lembrado, interpretado e usado. Os professores não se apropriam do conhecimento de forma abstrata e livre do contexto, ao contrário, este desenvolve-se em situações reais e significativas. Essa premissa foi fundamental para construção das atividades das oficinas em nossa pesquisa.

Devido ao nosso objeto de estudo, que consiste em analisar conhecimentos do professor mobilizados ao articular geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria, utilizaremos como aporte teórico a discussão apresentada por Lee Shulman (1986) e por Ball, Thames e Phelps (2008), por centrarem suas investigações nos conhecimentos que os professores têm dos conteúdos de ensino e no modo como estes se transformam no ensino. Além desses, pretendemos utilizar na análise as outras categorias de conhecimento que discutimos acima – *conhecimentos declarativos, processuais e condicionais etc.* – que estão inclusos nas categorias de Shulman (1986; 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008).

Os próximos tópicos se referem à filiação com os modelos teóricos, reorganizada ao contexto dessa pesquisa. Primeiro apresentaremos uma breve biografia e a discussão sobre conhecimento do professor desenvolvida por Lee Shulman. Em seguida, realizaremos uma apresentação da biografia de Deborah Ball e abordaremos o modelo teórico sobre os domínios de conhecimento do professor de matemática. Esses pesquisadores serão importantes para compreendermos o repertório de conhecimento do professor.

3.2 Conhecimento de professores segundo Lee Shulman: pontos e contrapontos

Apresentaremos o modelo teórico de Lee Shulman, que propôs uma discussão sobre o conhecimento-base do professor. As razões que motivaram Shulman na construção de seu modelo teórico foram: (1) necessidade de fomentar a profissionalização docente; (2) os resultados obtidos no desempenho cognitivo de estudantes em avaliações nacionais e internacionais; (3) críticas em relação aos programas existentes que davam ênfase ao processo pedagógico, o "como fazer", em detrimento do domínio do conteúdo abordado; (4) necessidade de recuperar o valor do conhecimento do conteúdo, igualmente importante do professor como o conhecimento pedagógico; (5) as reformas do ensino nos Estados Unidos da América.

Nesse sentido, nos meados da década de 1980, quando a questão do conhecimento-base se torna importante, especialmente após os relatórios apresentados pelo grupo *Holmes* (1986) e pelo *Carnegie Task force on teaching as profession* (1986), manifesta-se o descontentamento geral com a educação americana, e, sobretudo, com a formação de professores.

As análises de Shulman se inscrevem no contexto de crítica à pesquisa desenvolvida até aquele momento, que reduziam o conhecimento docente a processos psicológicos, bem como certas visões europeias tecnicistas que alimentavam as abordagens por competências, ao mesmo tempo em que se posiciona de forma crítica em relação às concepções sociológicas tradicionais que associam os professores a agentes de reprodução das estruturas dominantes. Pode-se dizer que seus passos foram iniciados por seus antecessores Gage (1963) e Doyle (1977), cujos trabalhos constituem referências em se tratando de uma revisão crítica das pesquisas sobre o ensino.

O programa desenvolvido por Shulman busca justamente preencher as lacunas dos programas anteriores. O autor (1986) aponta que, nos programas anteriores, existe a falta de esclarecimento sobre a compreensão cognitiva dos conteúdos específicos da matéria ensinada e das relações entre estes conteúdos e o ensino. Então surgem as perguntas que fundamentam a teoria: como profissionalizar o ensino? Como reverter os resultados desfavoráveis de estudantes do nível secundário nos exames nacionais e internacionais? Como recuperar o justo valor do conhecimento do conteúdo?

Para responder tais questões, Shulman (1986) discutiu a influência do conhecimento-base no ensino e considerou que cada área do conhecimento tem uma especificidade própria que explica a necessidade de estudar o conhecimento do professor tendo em vista a disciplina que ele ensina. Ele parte da premissa de que para ser um professor competente é necessário que o docente tenha conhecimentos sobre a matéria que leciona, tanto sob o ponto de vista do domínio do conteúdo específico quanto do pedagógico.

De acordo com Shulman (1986) existe uma dificuldade do professor em articular "o que conhece e como se conhece", esses aspectos essenciais para um professor competente que têm o poder de transformar sua compreensão, sua habilidade para desenvolver atitudes ou valores desenhados, em representações e ações didáticas e pedagógicas. "Trata-se da forma de expressar, expor, exemplificar e representar de outra maneira ideias" (SHULMAN, 1986, p. 43).

Além disso, Shulman (1986) estabelece diferenças entre o conhecimento que tem um professor experiente e um iniciante. Isso porque, o professor experiente já teve vivências e um repertório de abordagens metodológicas mais vasto que permitiram a seus alunos aprenderem um determinado conteúdo e ao iniciante podem lhe faltar esses conhecimentos da experiência. Mas, em qualquer hipótese, essas abordagens devem ser fundamentadas por um conhecimento sólido dos conteúdos, pois, se um conceito é ensinado de modo errado aos alunos, mesmo que seja com uma metodologia adequada ao conteúdo, estes vão desenvolver uma concepção equivocada, que dificilmente será reconstruída.

Nesse sentido, o pesquisador (1986) elabora dois modelos teóricos que buscam categorizar e sistematizar o conhecimento docente. O primeiro modelo teórico, *knowledge base*, apresenta três categorias de conhecimento do professor: *subject knowledge matter* (conhecimento do conteúdo da matéria ensinada); *pedagogical knowledge matter* (conhecimento pedagógico da matéria) e *curricular knowledge* (conhecimento curricular). Em trabalhos posteriores, Shulman realiza uma revisão das categorias mencionadas, propondo novas categorias subdivididas em três grupos de conhecimento, mantendo as propostas originais de 1986.

O Conhecimento Específico do Conteúdo refere-se à compreensão de fatos, conceitos, processos e procedimentos de uma área específica de conhecimento. Nossa pesquisa, apresenta peculiaridades: trata da articulação entre dois campos, a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria; sendo assim, torna-se necessário pensar esse conceito de simetria à luz do método investigativo e dos cânones da geometria e das artes visuais, utilizando, neste caso, os modelos usados na Matemática e nas Artes.

Com relação ao *Conhecimento Pedagógico Geral,* refere-se aos princípios e estratégias de gestão e organização da sala de aula. Envolve conhecimentos dos alunos, das teorias, dos contextos educacionais, outras disciplinas do currículo e das políticas educacionais oficiais.

No que diz respeito ao *Conhecimento dos Contextos Educacionais*, abrangem desde o funcionamento do grupo, da aula, a gestão e financiamento dos distritos escolares até o caráter das comunidades e culturas.

O *Conhecimento dos Fins, Propósitos e Valores Educacionais* inclui o conhecimento dos valores educacionais e seus fundamentos filosóficos e históricos que compõem a educação. Nesta pesquisa, buscamos romper com uma compreensão fragmentada de conhecimento dos docentes através das articulações da geometria com as artes visuais por meio da simetria.

O *Conhecimento do Currículo* engloba a compreensão do programa, mas também o conhecimento de materiais que o professor seleciona para ensinar sua disciplina, a capacidade de fazer articulações horizontais e verticais do conteúdo e a história da evolução curricular do conteúdo a ser ensinado. Neste estudo, buscamos identificar como os docentes percebem o conteúdo da simetria na proposta curricular de Olinda e em livros didáticos de matemática e artes utilizados.

Quanto ao *Conhecimento Pedagógico do Conteúdo*, é aquele que o professor utiliza ao realizar a adaptação, a transformação e a implementação do conhecimento do conteúdo a ser ensinado, de modo a torná-lo compreensível e ensinável aos alunos. Shulman (2005) compreende o desempenho observável na diversidade de atos de ensino. Esse conhecimento representa também um amálgama entre o conteúdo estudado e a didática que envolve o ensino do mesmo, admitindo, assim, uma compreensão maior sobre como temas e problemas se organizam e vão adaptar-se aos interesses e capacidades de seus alunos. É nesta categoria de conhecimento que ele aponta a possibilidade de articulação entre tópicos de uma mesma disciplina, e articulação entre disciplinas diferentes. A partir dessa premissa, buscamos identificar como o professor realiza adaptações na articulação da geometria com as artes visuais através da simetria, considerando as especificidades de sua turma.

No entanto, a termo *Conhecimento Pedagógico do conteúdo* sofre uma crítica de Ball, Thames e Phelps (2008, p. 394), porque as pesquisas tratam o *conhecimento pedagógico do conteúdo* como sendo uma interseção entre conhecimento do conteúdo e conhecimento sobre a metodologia de ensino empregada ou sobre o domínio que combina *conhecimento do ensino* com *conhecimento pedagógico*. Para esses autores: “Quando definido desta maneira, conhecimento pedagógico do conteúdo, começa a parecer que inclui quase tudo o que o professor pode saber de um tópico particular, obscurecendo a distinção entre ações, raciocínio, crenças e conhecimento do professor” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 394)[7]. Os autores chamam, assim, a atenção sobre a necessidade de pesquisas que foquem os conhecimentos sobre os conteúdos a serem ensinados. Explicitando que se trata de um conhecimento de professores mobilizado no processo de ensino e aprendizagem.

O *Conhecimento dos alunos e suas características* refere-se às particularidades sociais, culturais e psicológicas dos alunos.

Percebemos que, para Shulman (1986), a base de conhecimento do professor envolve conhecimentos de diferentes naturezas, todos necessários para o desenvolvimento profissional. Contudo, é importante destacar que os conhecimentos do professor são:

> Mais limitados em cursos de formação inicial, e tornam-se mais profundos, diversificados e flexíveis a partir da experiência profissional refletida e

---

[7] Em inglês: "When defined in these ways, pedagogical content knowledge begins to look as though it includes almost everything a teacher might know in teaching a particular topic, obscuring distinctions between teacher actions, reasoning, beliefs, and knowledge".

> objetivada. Não são fixos e imutáveis. Implicam numa construção contínua, já que muito ainda está para ser descoberto, inventado, criado. (MIZUKAMI, 2004, p. 38).

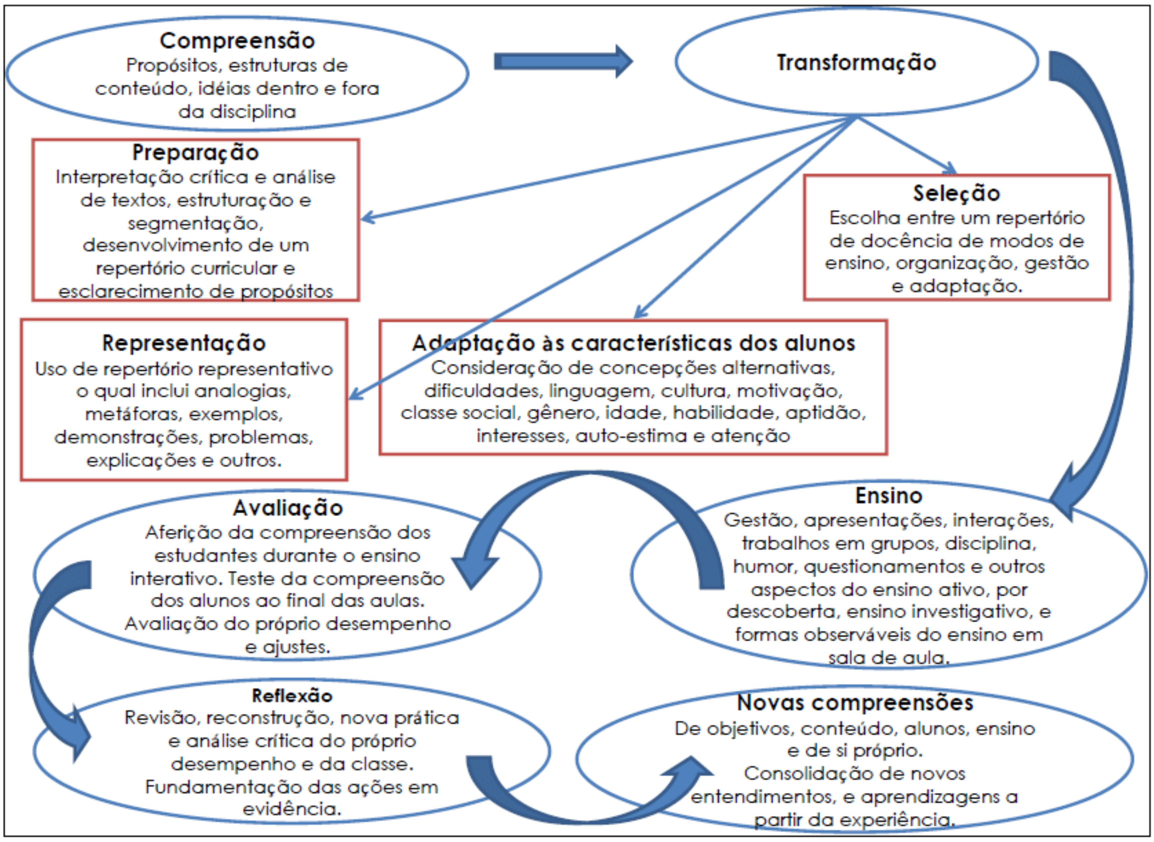
Os modelos teóricos desenvolvidos por Shulman (1986) partem da hipótese de que os professores têm conhecimento de conteúdos especializados de cuja construção são protagonistas. Esses conhecimentos são apresentados de várias formas, tais como proposições (conhecimentos proposicionais), estratégias (conhecimentos estratégicos) e casos (conhecimentos de casos).

O segundo modelo, denominado *Processes of pedagogical reasoning and action* (processo de raciocínio e ação pedagógica), retrata uma sequência de eventos desencadeados nas práticas pedagógicas, cujo objetivo principal é possibilitar ao professor a construção de conhecimentos relativos a como ensinar diferentes assuntos para diferentes alunos e em contextos distintos.

> 1) uma forma de entendimento que professores possuem (ou deveriam possuir) que distingue seu pensamento e raciocínio daquela característica de mero *expert* no assunto; 2) parte da base de conhecimento para o ensino, um corpo de conhecimento científico, habilidade e – em certa medida – disposição, que distingue ensinar como uma profissão e inclui aspectos de racionalidade técnica e de capacidades de julgamento, improvisação e intuição, que Schön chamou "reflexão na ação"; 3) um processo de raciocínio e ação pedagógica por meio do qual professores aplicam seu conhecimento eficientemente para resolver o problema de ensinar algo em um contexto específico; desempenham seus planos cuidadosamente, aperfeiçoando-os e improvisando de forma espontânea quando situações de ensino imprevisíveis e inevitáveis surgem; e desenvolvem novos conhecimentos, intuições e disposições. (SHULMAN, 1993, p. 56-57, tradução nossa).

Para isso, Shulman (1987, p. 15) estruturou o processo de raciocínio e ação pedagógica como um ciclo formado por seis elementos:

Figura 28- Modelo de Raciocínio Pedagógico e Ação Proposto por Shulman (1987)



Fonte: Modelo de Raciocínio Pedagógico e Ação (MRPA) proposto por Shulman (1987) e adaptado por Salazar (2005). Tradução: Fernandez (2011, p. 4).

A *compreensão* é a capacidade de o professor entender como uma determinada ideia se relaciona com outra ideia no interior de uma mesma matéria e também com outras matérias. Diferentes pesquisadores – Grossman, Wilson e Shulman (2005); Shulman (1986; 1987); Siedentop (2002); Valli e Rennert-Ariev (2002) – explicam que, no desenvolvimento da capacidade de compreensão, busca-se fazer com que os professores não apenas conheçam um conteúdo específico, mas que diversifiquem ao máximo suas formas de compreender, de saber e de interpretar o conteúdo. De acordo com Shulman (1987), o professor precisa compreender o propósito das estruturas do conteúdo, das ideias dentro e fora da disciplina.

A *transformação* refere-se ao tratamento e à gestão a que são submetidos os conhecimentos, integrantes da base de conhecimentos, visando à construção de uma concepção e de uma representação particular e individualizada do professor sobre a matéria a ser ensinada. As transformações requerem: a) preparação; b) representação de ideias com novas analogias, metáforas etc; c) seleção didática entre série de métodos e modelos de ensino; d) adaptações às características das crianças; e) adequação às crianças da classe.

A *instrução* compreende o desempenho observável da diversidade de atos de quem ensina. Inclui a organização e manejo de sala; a apresentação e descrição clara e descrições vividas; interações com os alunos por meio de perguntas, respostas, relações e críticas.

A avaliação refere-se aos processos formais de avaliação da aprendizagem e da evolução dos alunos quanto à coleta de informações subjetivas a partir da interação com os alunos. É através da avaliação que os professores conseguem verificar se os objetivos da prática pedagógica estão sendo alcançados.

A reflexão é o momento que o professor analisa em forma retrospectiva o processo de ensino e aprendizagem, visando a reconstruí-la e a revivê-la para, assim, entender como os aprendizados se deram.

Nova compreensão: espera-se que, mediante atos de ensino, o professor adquira nova compreensão sobre os objetivos, matérias, alunos e os próprios processos didáticos. Esse é o momento em que o professor se dá conta de que, a partir de uma desestabilização inicial gerada por situações-problema, conseguiu reestruturar sua base de conhecimentos, seja reconstruindo os que a integravam, seja construindo novos a partir daqueles.

Embora o processo de raciocínio e ação pedagógica proposto por Shulman (1986; 1987) apresente seis etapas, é destacado por ele que, nas práticas pedagógicas, esse processo não é sequencial ou hierárquico, como se o início de um estágio dependesse do encerramento de outro. Isso porque as práticas pedagógicas apresentam um caráter dinâmico, instável e imprevisível, impondo ao professor o desafio de gerenciar essas questões simultaneamente, para alcançar seus objetivos e a aprendizagem dos alunos.

Além das características do conhecimento docente apresentadas acima, o pesquisador (1986; 1987) considera quatro fontes que influenciam a base de conhecimento do professor e ensino: 1) a formação acadêmica na disciplina a ensinar; 2) os materiais e o contexto do processo educativo institucionalizado; 3) a investigação sobre a escolarização, as organizações sociais, a aprendizagem humana, o ensino e o desenvolvimento e os demais fenômenos socioculturais que influem no que faz o professor; 4) o conhecimento que atribui à mesma prática.

A primeira fonte de conhecimento-base do professor é a formação acadêmica. Segundo Shulman (1986), esse conhecimento estrutura-se em duas bases: a biografia e os estudos acumulados durante o exercício profissional, e os conhecimentos acadêmicos, históricos e filosóficos da natureza do conhecimento em questão.

Os materiais e os contextos seriam a segunda fonte do processo educativo institucionalizado (currículo, livros, organização da escola, financiamento, estrutura da profissão docente). Eles exercem influência no conhecimento e prática docentes. Para Shulman (1986; 1987), grande parte do ensino se inicia mediante alguma forma de texto: um livro, um programa de estudos, um material concreto que o aluno deseja compreender.

O autor ainda destaca a terceira fonte da base de conhecimento: pesquisas acadêmicas dedicadas à compreensão dos processos de escolarização, de ensino e aprendizagem. Essas pesquisas englobam os métodos de investigação empírica nas áreas de docência, aprendizagem e desenvolvimento humano, organizações sociais e fenômenos socioculturais.

A quarta fonte do conhecimento-base do professor é adquirida através da experiência profissional.

Na literatura acadêmica que discute a base de conhecimentos do professor, identificamos críticas relacionadas aos modelos teóricos desenvolvidos por Shulman (1986). Ponte e Chapman (2006) criticam o seu caráter formal e sua falta de referência explícita ao contexto profissional do docente. Gimeno e Pérez (1993) consideram-no academicista por deixar em segundo plano o conhecimento que deriva das experiências práticas dos professores. Serrazina (2014) contrapõe-se a esses pesquisadores ao considerar o modelo teórico de Shulman demasiadamente prático. Ball, Thames e Phelps (2008) tecem críticas à compreensão sobre conteúdo desenvolvida por Shulman, embora concordem que o conteúdo é importante para o ensino, mas, para eles, o que constitui essa compreensão é definido de maneira vaga por aquele autor. Para Ball, Thames e Phelps (2008), sem pesquisas empíricas sobre o tema, essas ideias continuam sendo hipóteses sobre o que se acredita ser o conhecimento necessário para os professores.

Discordamos de Gimeno e Pérez (1993), ao considerarem que Shulman (1986) deixa à deriva as experiências práticas dos professores, pois, no texto *Just in case: reflections on learning from experience* (1996), o pesquisador reafirma a importância da experiência do professor e ilustra isso através de estudo de casos. Também discordamos de Ponte e Chapman (2006), ao criticarem a falta de referência explícita ao contexto profissional, uma vez que, nos textos *Those who understand: knowledge growth in teaching* (1986) e *Knowledge and teaching:*

foundations of the new reform (1987), Shulman utilizou estudos de casos de professores no contexto profissional para justificar o seu modelo teórico.

Por outro lado, convergimos com a percepção de Ball, Thames e Phelps (2008) de que a discussão sobre conteúdo específico desenvolvida por Shulman (1986, 1987) é vaga, uma vez que ele não distingue o conhecimento comum do conteúdo e conhecimento específico do conteúdo. A partir dessa crítica, ampliam a discussão sobre conhecimento do conteúdo, possibilitando clareza sobre esses aspectos. Devido a isso, utilizaremos os domínios de conhecimento do conteúdo comum e especializado estruturados por Ball e colaboradores (2005; 2008).

Apesar de reconhecermos como verdadeiras essas críticas feitas por outros estudiosos ao modelo de Shulman, optamos por adotar suas categorias por apresentar uma discussão sobre o conhecimento pedagógico geral, visto que este possibilita combinar o conhecimento do conteúdo, que em nosso estudo é simetria com os princípios gerais da pedagogia para ensinar. São conhecimentos que, mesmo não relacionados diretamente ao conteúdo trabalhado, podem ser utilizados pelo professor, permitindo a tomada de decisão como a melhor forma de sequenciar tarefas, iniciar o conteúdo e escolher representações adequadas a cada situação. Além disso, permite identificar inter-relações entre o eixo de conhecimento da geometria com as artes visuais por meio da simetria e modelo de raciocínio pedagógico, que apresenta etapas do pensamento e ações do professor que possibilitarão a análise dos planejamentos e ações de ensino dos professores que participam de nossa pesquisa.

A seguir apresentaremos o segundo modelo desenvolvido por Deborah Ball e seu grupo de pesquisa. A escolha desse modelo dá-se pelos domínios de conhecimento sobre “conteúdo comum, conteúdo especializado e conteúdo do ensino”, que são apresentados de forma mais clara em relação ao estudo de Shulman.

3.3 Conhecimento do Professor de Matemática segundo Deborah Ball e colaboradores

Deborah Ball (1991; 2003; 2004; 2005 e 2008) e seus colaboradores realizam estudos na Universidade de Michigan, no âmbito de diferentes projetos. Ela se dedica a pensar de que maneira modificar a formação dos professores americanos visando à melhoria da aprendizagem matemática dos alunos.

Além de participar de políticas de iniciativa e melhoria na Educação, incluindo o *National Mathematics Advisory Panel* (Painel Consultivo Nacional de Matemática) e o

Michigan Council for Educator Effectiveness (Conselho Nacional por Educadores /Educação Efetiva), é membro do quadro de Ciência Nacional e do Instituto de Pesquisa em Ciências Matemáticas. Participa do concelho dos diretores da Fundação Spencer e foi eleita para a *American Academy of Arts and Sciences* (Academia Americana de Artes e Ciências) e para a *National Academy of Education* (Academia Nacional de Educação).

Segundo Ball (1991), é necessário trabalhar matemática com os professores numa perspectiva construtivista. Isso porque os professores trazem da sua trajetória escolar conhecimentos e concepções sobre a matemática. Esses, por sua vez, interatuam com suas concepções e suposições sobre o ensino e aprendizagem dos alunos e os possíveis caminhos para ensiná-los. Assim, ignorar esses conhecimentos pode levar os professores a ensinarem matemática como aprenderam, atribuindo pouca relevância aos cursos de formação em suas práticas (BALL, 1991). Contudo, a pesquisadora destaca que considerar os conhecimentos que professores trazem para a formação como suficientes é um absurdo, uma vez que os conhecimentos que professores trazem refletem a fragmentação e insuficiência em relação aos conceitos matemáticos básicos.

Ball (2000) aponta para o dilema do "conteúdo *versus* pedagogia" como um problema que permanece e tem resistido a todas as evidências do fracasso dessa cisão, uma vez que docentes estão sendo formados e começam a ensinar matemática para as crianças sem domínio conceitual dos conteúdos, sem conhecimento dos recursos, das estratégias que possam favorecer uma compreensão conceitual consistente.

Assim, com o objetivo de identificar os conhecimentos necessários para um ensino significativo da matemática que rompa com a dicotomia entre "conteúdo *versus* pedagogia", Ball, Thames e Phelps (2008) buscaram identificar tarefas comuns de ensino que exigem habilidade matemática e utilizaram as salas de aula como campo de pesquisa. A partir das observações, descreveram as tarefas de ensino desenvolvidas pelos docentes. Ball e Bass (2003) apontam que o conhecimento matemático envolve um trabalho substancial que não está ligado a aspectos pedagógicos, mas à especificidade das ideias e procedimentos matemáticos. Outra característica é que o conhecimento matemático para ensino precisa ser *desempacotado*, ou seja, é necessário o que o professor represente um conceito de diversas formas para que haja o *desempacotamento* das ideias matemáticas.

Para Ball e Bass (2003), a formalidade e a abstração das ideias matemáticas são extremamente úteis, entretanto inadequadas para o trabalho do professor de matemática da educação básica. Outro aspecto do conhecimento matemático para o ensino é sua conectividade com o domínio matemático no nível estudado, bem como com as ideias matemáticas desenvolvidas e estendidas ao longo do tempo. Em nossa pesquisa, por exemplo, buscamos estabelecer relação entre o conteúdo da simetria com outros conteúdos da geometria.

O grupo de pesquisa liderado por Ball e composto por Hill e Schilling (2004) desenvolveu dois trabalhos. No primeiro, denominado *Mathematics Teaching and Learning to Teach Project* (MTLT), o grupo teve enfoque sobre o que os professores faziam enquanto ensinavam. O objetivo era analisar o ensino da matemática e também a matemática envolvida no processo de ensino. Assim, pretendiam desenvolver uma teoria, baseada na prática letiva, sobre qual o conhecimento do conteúdo necessário para o ensino da matemática.

No segundo projeto, *Learning Mathematics for Teaching Project* (LMT), seguindo a linha do anterior, desenvolveram questionários que lhes permitiram, através do recurso à análise de fatores, medir o conhecimento matemático para o ensino. Essas medidas possibilitaram analisar diversas hipóteses relativas à natureza desse conhecimento. E chegaram à conclusão de que o conhecimento matemático para o ensino é multidimensional, posto que inclui o conhecimento de vários tópicos matemáticos (por exemplo, número, operações e álgebra) e domínios (por exemplo, conhecimento de conteúdo, conhecimento de alunos e conteúdo) (HILL; SCHILLING; BALL, 2004; BALL, THAMES, PHELPS, 2008).

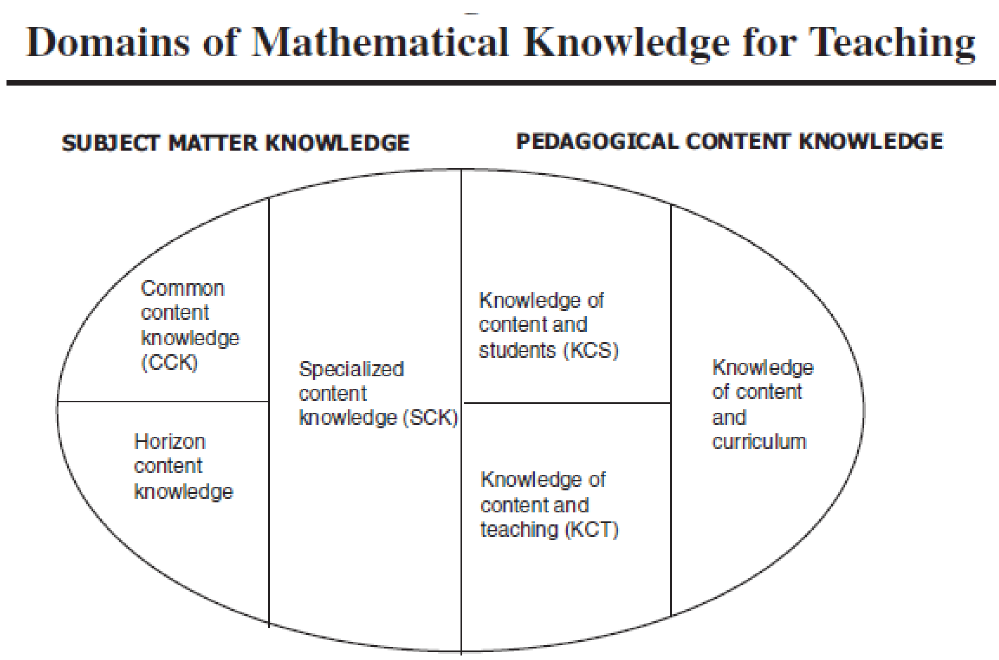
Para Ball (2000), o Conhecimento Matemático para o ensino é semelhante ao conhecimento matemático que outros profissionais utilizam. Contudo, existem tarefas que são específicas do ensino, tais como saber a origem do erro do aluno, empreender a definição de um conceito ou objeto e desenvolver um procedimento (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Nesse sentido, os conhecimentos de professores são baseados no desenvolvimento pelo professor de uma perspetiva interpretativa do ensino da matemática através do uso no contexto do conhecimento da matemática para ensinar (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; HILL; BALL; SCHILLING, 2008).

A importância desse conhecimento de ensino surge quando se pressupõe que professores precisam continuar aprendendo ao longo de sua vida profissional, processo no qual a "especialização" do conhecimento de professores é gradualmente alcançada. Sendo assim, a formação continuada de professores deve projetar contextos nos programas de formação – materiais, tarefas e abordagens metodológicas – para que o desenvolvimento dessa competência seja iniciado de forma a permitir aos professores aprenderem por toda a sua vida profissional.

Ball, Thames e Phelps (2008) e Llinares (2013) entendem que a mobilização de conhecimentos de professores deve acontecer com base na análise de tarefas do professor de matemática e na expectativa do contexto utilizado. Além disso, Ball, Ben-Peretz, Cohen (2014) destacam a importância de os professores construírem conhecimento de forma coletiva. E destacam o potencial dos registros de práticas para o desenvolvimento de conhecimento profissional coletivo sobre ensino e aprendizagem.

Com base no modelo teórico desenvolvido por Shulman (1986; 1987) Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolvem uma revisão das sete categorias do conhecimento docente propostas por Shulman (1986; 1987), reorganizando em seis domínios, presentes na figura a seguir:

Figura 29- Domínio do conhecimento matemático para o ensino (MKT)



Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008, p. 403).

Dessa forma, na sua conceitualização do conhecimento profissional e ao desenvolverem a noção de MKT, os autores aglutinam o conhecimento curricular com o conhecimento didático do conteúdo de Shulman (1986), obtendo, assim, apenas dois grandes domínios que se encontram, por sua vez, subdivididos em três subdomínios. Consideram o conhecimento do conteúdo formado pelo *Common Content Knowledge* (CCK), *Specialized Content Knowledge* (SCK) e *Horizon Content Knowledge* (HCK); os três subdomínios do conhecimento didático do conteúdo (que contêm o conhecimento curricular de Shulman) dizem respeito ao *Knowledge of Content and Teaching* (KCT); *Knowledge of Content and Students* (KCS) e *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC).

O *Conhecimento comum do conteúdo* é definido como o conhecimento que qualquer pessoa que aprendeu um conteúdo pode apresentar. É uma habilidade usada pelo professor para ensinar, porém esse não é um tipo de conhecimento usado exclusivamente para o ensino. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), o conhecimento "comum" pode ser utilizado em uma variedade de situações. Eles indicam que é preciso que os professores conheçam o material que ensinam, reconheçam quando seus alunos dão respostas erradas e também quando os livros didáticos se utilizam de definições equivocadas.

> Uma evidência adicional para conhecimento comum do conteúdo veio a partir de nosso trabalho de desenvolvimento de instrumentos para medir o conhecimento matemático para o ensino. Nós colocamos questões tais como "Qual é um número que se posiciona entre 1.1 e 1.11?" Fizemos perguntas que exigem conhecimento que um quadrado é um retângulo, que 0/7 é 0, e que as diagonais de um paralelogramo não são necessariamente perpendiculares. Estas não são compreensões especializadas, mas são questões que são tipicamente respondidas por quem conhece Matemática[8] (BALL, THAMES E PHELS, 2008, p. 399, tradução nossa).

Dessa forma, o *conhecimento comum do ensino* é necessário ao professor. Ribeiro e Martins (2010, p. 39) consideram que esse conhecimento pode ser encarado como “ferramenta e sem que se saiba, necessariamente, explicar o porquê ou origem do que se faz. Pode ser também denominado de conhecimento sobre como fazer”. Em nossa pesquisa, o *conhecimento comum do ensino* pode ser caracterizado pelas atividades de ler imagens de obras de arte; reconhecer, produzir e distinguir imagens simétricas das assimétricas; resolver problemas de simetria (reflexão, translação e rotação); conhecer os artistas visuais, ler e interpretar obras; identificar as técnicas utilizadas; e realizar atividade artística sem pensar no ensino.

Com relação ao *Conhecimento especializado do conteúdo*, é considerado como o conhecimento do conteúdo que o professor deverá possuir de modo compreenda o que faz e não o execute meramente como um conjunto de procedimentos. É o tipo de conhecimento

---

[8] Em inglês: Additional evidence for common content knowledge comes from our work to developinstruments for measurin mathematical knowledge for teaching. We pose questions such as, “What is a number that lies between 1.1 and 1.11?”We ask questions that require knowing that a square is a rectangle, that 0/7 is 0, and that the diagonals of a parallelogram are not necessarily perpendicular. These are not specialized understandings but are questions that typically would be answerable by others who know mathematics".

matemático e habilidade que estão voltados apenas para o ensino e que, normalmente, não serão necessários para outros fins que não sejam a atividade de ensino. Ball, Thames e Phelps (2008) destacam como exemplos de *conhecimento especializado do conteúdo* algumas tarefas para o ensino de Matemática:

> Apresentar ideias matemáticas; Responder aos estudantes o "porquê" das questões; Encontrar um exemplo para fazer uma afirmação matemática específica; Reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação particular; Vincular representações a ideias subjacentes e a outras representações; Conectar um tópico ensinado com assuntos anteriores ou futuros; Explicar para os pais objetivos e fins matemáticos; Avaliar e adaptar o conteúdo matemático de livros didáticos; Modificar tarefas para serem mais fáceis ou mais difíceis; Avaliar a plausibilidade das reivindicações dos alunos (frequentemente com rapidez); Dar ou avaliar explicações matemáticas; Escolher e desenvolver definições usáveis; Usar notação matemática e linguagem e criticar seus usos; Perguntar questões matemáticas produtivas; Selecionar representações para objetivos particulares; Inspecionar equivalências[9]. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 400, tradução nossa).

Para tais pesquisadores, essas tarefas fazem parte da rotina de vida do professor em sala de aula; tomadas em conjunto, essas tarefas vão requerer um tipo de conhecimento e uma compreensão matemática que vão além do simples conhecimento para ensinar aos estudantes. Segundo Ribeiro e Martins (2010, p. 40), "o professor deve conhecer também como diferentes imagens e exemplos do conceito podem fazer com que se adquira uma noção ampla do mesmo e das suas relações com outros conceitos". É, assim, um conhecimento relacionado com o saber como ensinar a fazer, ou seja, possuindo um sentido *lato*, solicita do professor uma compreensão conceitual.

Quanto ao *Conhecimento do horizonte matemático*, relaciona-se às conexões entre os vários tópicos do currículo. É definido também como a conscientização, por parte do professor, de que existe uma relação entre os conteúdos matemáticos e sua abrangência matemática apresentada nos currículos. Ball, Thames e Phelps (2008) ressaltam, também, a previsão de

---

[9] Em inglês: *Presenting mathematical ideas; Responding to students' "why" questions; Finding an example to make a specific mathematical point; Recognizing what is involved in using a particular representation; Linking representations to underlying ideas and to other representations; Connecting a topic being taught to topics from prior or future years; Explaining mathematical goals and purposes to parents; Appraising and adapting the mathematical content of textbooks; Modifying tasks to be either easier or harder; Evaluating the plausibility of students' claims (often quickly); Giving or evaluating mathematical explanations; Choosing and developing useable definitions; Using mathematical notation and language and critiquing its use; Asking productive mathematical questions; Selecting representations for particular purposes; Inspecting equivalencies*.

conteúdos matemáticos futuros para o aprofundamento da Matemática que está sendo trabalhada em sala de aula.

> Um professor do primeiro ano, por exemplo, precisa saber como a Matemática que ensina está relacionada com a Matemática que os alunos aprenderão no terceiro ano para poder definir a base matemática para o que virá depois. Ele também inclui a visão útil para ver conexões com ideias matemáticas que virão posteriormente. Ter esse tipo de conhecimento do horizonte da matemática pode ajudar na tomada de decisões[10]. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 403, tradução nossa).

Ball, Thames e Phelps (2008) afirmam não ter certeza se essa categoria de conhecimento é parte do conhecimento do assunto ou se pode existir nas outras categorias. Pensando em nossa pesquisa, as articulações sobre os conteúdos teriam que ultrapassar as fronteiras da matemática, estabelecendo articulação com as artes e culturas visuais por meio da simetria e com a percepção de como esse conhecimento será abordado em anos posteriores nas propostas curriculares e livros didáticos.

O *Conhecimento do conteúdo e dos alunos* é a combinação de um conhecimento dos alunos com um conhecimento sobre matemática. Os professores precisam antecipar o que provavelmente os alunos pensam e no que eles podem se confundir. Além disso, os professores precisam escutar e interpretar as ideias incompletas dos alunos; promover interações entre compreensões matemáticas específicas e a forma de pensar dos alunos; e apontar e descrever as dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem diferentes situações-problema de simetria.

Igualmente, os professores precisam mostrar familiaridade com erros comuns cometidos pelos alunos em relação ao conteúdo simetria; prever facilidades e/ou dificuldades de seus alunos ao resolverem determinada situação; antecipar o que os alunos poderão considerar interessante e motivador para aprendizagem da simetria como estratégia de resolução; e entender como os alunos estão usando seus conhecimentos na resolução de problemas de simetria. Ainda de acordo com os autores, as demandas do ensino da Matemática exigem do professor a interseção do *conhecimento do conteúdo* com o dos *alunos*.

---

[10] Em inglês: *First-grade teacher, for exemplo, may need to know how the mathematics they teach is related to the mathematics students will learn in third grade to be able to set the mathematics foundation for what will come later. it also includes the vision useful in seeing connections to much later mathematical ideas. Having this sort of knowledge of the mathematics horizon can help in making decisions*

Quanto ao *Conhecimento do conteúdo e do ensino*, diz respeito, à capacidade de combinar os conhecimentos sobre ensino e conhecimentos sobre a Matemática. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), as tarefas matemáticas exigirão do professor um conhecimento matemático sobre o papel das instruções que ele está utilizando. Desse modo, cabem ao professor, portanto, a habilidade de organização da instrução e a avaliação das vantagens de utilizar determinadas representações e exemplos, bem como a decisão e escolha de encaminhamentos para a abordagem de um conteúdo.

> Durante uma discussão em sala de aula, o professor deve decidir quando ter uma pausa para mais esclarecimentos, quando usar um comentário de um estudante para fazer uma observação sobre um assunto matemático e quando fazer uma nova pergunta ou colocar uma nova tarefa para aprofundar a aprendizagem dos estudantes. Cada uma dessas decisões requer coordenação entre a Matemática em questão e as opções de instrução e propósitos em jogo[11]. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 401, tradução nossa).

Nosso estudo se diferencia por buscarmos olhar a articulação da geometria com as artes e culturas visuais. Para tal, os professores têm que buscar, no seu repertório de métodos e técnicas de ensino, estratégias que articulem a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. Devem também avaliar vantagens e desvantagens do uso de determinado tema ou artista para abordar geometria e artes visuais por meio da simetria; apresentar esclarecimentos para as dúvidas e curiosidade dos alunos referentes à abordagem da simetria; refletir sobre as técnicas de artes e culturas visuais mais adequadas para mobilizar conhecimentos geométricos sobre simetria; e pensar sobre obras de arte mais adequadas que possibilitem a elaboração de situações-problemas de simetria. Em suma, seria outro tipo de conhecimento através do qual se mesclassem a geometria e as artes visuais.

Com relação ao *Conhecimento do conteúdo e currículo*, os professores devem: ter uma visão completa sobre diversidade e variedade de materiais didáticos disponíveis e de programas existentes; e conhecer um conjunto de características que sirvam na indicação ou contraindicação nas suas opções didáticas. O *Conhecimento do conteúdo e currículo* serve como ferramenta de apoio ao trabalho do professor dentro e fora da sala de aula durante a preparação das aulas.

---

[11] Em inglês: *During a classroom discussion, a teacher must decide when to pause for more clarification, when to use a student's remark to make a mathematical point, and when to ask a new question or pose a new task to further students' learning. Each of these decisions requires coordination between the mathematics at stake and the instructional options and purposes at play.*

No entanto, Ball, Thames e Phelps (2008) destacam a necessidade de refinamento dessa teoria, a partir da análise da prática dos professores, com vistas à apreensão do conhecimento matemático para o ensino. Reconhecem que a categorização proposta não é formada por conjuntos disjuntos e que uma mesma situação pode ser analisada a partir de diferentes perspectivas, sendo difícil diferenciar o conhecimento especializado do conteúdo do conhecimento do conteúdo e dos alunos.

Nesse sentido, Leiria (2013) destaca que o *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT), desenvolvido por Ball e seus colaboradores (2008), representou um avanço significativo no sentido de caracterizar os diversos domínios de conhecimento dos professores de Matemática. Contudo, os próprios autores apontam que as subcategorias definidas não correspondem, na prática, a uma exaustiva classificação do conhecimento do professor, indicando que outros domínios do conhecimento de professores possam ser mobilizados em sala de aula. É justamente sobre essas possíveis subcategorias que nos debruçaremos nesta pesquisa.

Outro aspecto é o fato de que a aplicação do modelo esbarra com a frequente dificuldade em saber se um determinado episódio de aula é ilustrativo, sem margem de dúvida, de um dos subdomínios ou se se encaixa na interseção de dois ou até de três. Compreendemos que tal aspecto ressalta a percepção de que os domínios do conhecimento docente são interconectados.

Conforme foi possível verificar nesta seção, os domínios de conhecimento de professores elaborados por Ball e colaboradores (2008) têm um enfoque necessário para olharmos os conhecimentos especializados, conhecimento sobre o estudante e conhecimento sobre o horizonte mobilizados neste estudo. Embora Shulman apresente essas categorias em seu modelo teórico, Ball traz uma certa clareza sobre tais aspectos do conhecimento docente que facilitará nossa análise sobre os conhecimentos mobilizados pelos professores.

3.4 Proximidades e distanciamentos nos modelos teóricos desenvolvidos por Deborah Ball e Lee Shulman

Nesta seção buscaremos discutir os diálogos estabelecidos entre Shulman (1986; 1987) e Ball (2008) em torno da base de conhecimento do professor. Um dos aspectos que distinguem o trabalho de Shulman do desenvolvido por Ball é que o primeiro discute o conhecimento do professor sem o foco em uma disciplina específica, enquanto Ball e seu grupo (2008) têm o seu olhar focado no conhecimento para o ensino da matemática na educação básica.

Assim, Ball, Thames e Phelps (2008) desenvolveram *Mathematical Knowledge for Teaching* (MKT) a partir do modelo teórico de Lee Shulman (1986; 1987), mas, diferentemente do autor, a pesquisadora e seu grupo (2005; 2008) classificam o conhecimento matemático em seis domínios, enquanto Shulman (1987) propõe sete categorias do conhecimento do professor.

Observamos que Ball e seus colaboradores (2008) apresentam como domínio o conteúdo comum de ensino, que seria um conhecimento matemático que um professor utiliza ou qualquer outro profissional que use a matemática. Mas Shulman (1987) discute apenas o conhecimento específico do conteúdo que é um conhecimento específico do professor.

Fernandes e Curi (2012) observam entrecruzamentos entre os modelos teóricos de Shulman e Ball. A categoria do conhecimento pedagógico do conteúdo proposta por Shulman (1986) pode ser compreendida por Ball, Thames e Phelps (2008) como conhecimento do conteúdo e dos estudantes, uma vez que o professor, ao analisar um erro cometido por um aluno, sabe o que aconteceu, porque já viu esse mesmo tipo de erro ocorrer outras vezes. Mas a pesquisadora prefere considerar a categoria proposta por Shulman (1986), "pois faz um amálgama entre conhecimento do conteúdo e de pedagogia, o que mostra sua compreensão da tarefa de ensinar" (FERNANDES; CURI, 2012, p. 33).

Com relação ao conhecimento do currículo, identificamos que os dois modelos abarcam a compreensão de que os professores devem ter uma visão completa sobre diversidade e variedade de materiais didáticos disponíveis e de programas. Contudo, para Shulman (1986), o conhecimento do currículo compreende também a capacidade de fazer conexões horizontais e verticais entre o conteúdo a ser ensinado e a história da evolução curricular do conteúdo a ser ensinado. Já Ball e colaboradores (2008) compreendem a capacidade de realizar conexões entre os vários tópicos do currículo, nomeadamente com temas a lecionar futuramente, como um domínio de conhecimento, que nomeiam como conhecimento do horizonte.

Em sua revisão, Ball e colaboradores (2005; 2008) não atribuem relevância às categorias de Shulman que discutem o conhecimento do professor pedagógico geral. Em vez disso, buscam discutir os conhecimentos dos objetivos, das finalidades e valores educativos e seus fundamentos filosóficos e históricos, assim como o conhecimento do contexto que abarca desde o funcionamento do grupo ou da aula, a gestão e financiamento dos distritos escolares até o caráter das comunidades e culturas.

Mas será que o professor de matemática não precisa ter esses tipos de conhecimento?

Assim como, Shulman (1986), Ball e colaboradores realizaram pesquisas enfatizando a formação conceitual dos professores e buscaram trilhar os caminhos possíveis para desenvolvê-la em cursos de formação inicial e continuada. Outro ponto que aproxima os autores é o fato de que ambos partem da análise da prática de professores e buscaram identificar o conhecimento que é estabelecido para o trabalho que estes executam em seu dia a dia, sendo necessário também uma visão mais ampla da educação.

Observamos que o conhecimento do professor para ambos é interpretado como um processo de transformação que vai além do desenvolvimento instrumental; trata-se de um conhecimento *crítico e criativo*, que acontece a partir de um processo dialógico entre conhecimentos sobre o conteúdo, sobre o ensino, sobre o aluno, sobre o currículo e sobre o mundo no qual se entrelaçam.

> O conhecimento matemático necessário para realizar as tarefas recorrentes de ensinar matemática para os alunos. Para evitar uma perspectiva estritamente reducionista e utilitarista, entretanto, nós buscamos uma concepção generosa de "*necessitar*" que permita, para essa perspectiva, hábitos mentais e de *apreciação* que são importantes para um ensino efetivo da disciplina. (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 399, grifo nosso).

Entendemos a palavra "necessitar" como a abertura para possíveis diálogos entre conteúdo matemático com conteúdos de outras áreas de conhecimento, aspecto apontado por Shulman (1986; 1987) quando discute conhecimento pedagógico do conteúdo. Essa abertura presente nos textos dos autores nos dá a possibilidade de ultrapassar as fronteiras das disciplinas, nesse estudo especificamente, estabelecendo diálogos entre geometria e artes visuais por meio da simetria. No Quadro 1, apresentaremos uma síntese comparativa dos modelos teóricos utilizados nesta pesquisa.

QUADRO 1- Comparando o modelo de Shulman com o de Deborah Ball

Conhecimentos	Lee Shulman	Deborah Ball
Conteúdo comum	Não explicita esse tipo de conhecimento.	Explicita esse tipo de conhecimento, mas destaca que não é um conhecimento próprio do professor.

Conteúdo especializado	Distingue o conteúdo da matéria em: conteúdo substantivo e conteúdo sintático.	Define como um conhecimento próprio do professor.
Conhecimento do conteúdo e currículo	Conhecimentos dos programas e materiais pedagógicos.	Conhecimentos das orientações curriculares e demais documentos oficiais.
Conhecimento do horizonte do conteúdo	Está englobado no conhecimento do currículo.	Conhecimento relacionado com as conexões entre os vários tópicos do currículo.
Conteúdo de ensino ou conhecimento pedagógico do conteúdo	É compreendido como amálgama do conteúdo com a pedagogia. Refere-se à capacidade de organização da instrução, à avaliação e escolha de encaminhamentos para a abordagem de um conteúdo.	Também se refere à capacidade de organização da instrução, à avaliação e escolha de encaminhamentos para a abordagem de um conteúdo.
Contexto, valores educacionais	Apresentado como um tipo de conhecimento característico do conhecimento pedagógico geral.	Não é explicitado na abordagem da autora e seus colaboradores.
Conhecimento dos fundamentos filosóficos e psicológicos	Apresentado como um tipo de conhecimento característico do conhecimento pedagógico geral.	Não é explicitado na abordagem da autora e seus colaboradores.
Conhecimento do aluno ou estudante	Particularidades sociais, culturais e psicológicas dos alunos.	Apontar e descrever as dificuldades apresentadas pelos alunos ao resolverem diferentes situações-problema de simetria.
Conhecimento pedagógico geral	Refere-se aos princípios pedagógicos presentes no trabalho do professor. Nesse estudo, traz-se a possibilidade de um olhar para inter-relações presentes nas duas áreas de conhecimento.	Não é explicitado na abordagem da autora e seus colaboradores.

Fonte: elaborado pela autora.

Identificamos que a compreensão dos autores sobre as categorizações dos conhecimentos do professor apresenta muitas semelhanças e aproximações. Mas os estudos de Shulman (1986; 1987), nas categorias conhecimentos pedagógicos da matéria e conhecimento do currículo, apontam para a possibilidade de articulação entre as áreas de conhecimento. Já as pesquisas de Ball e colaboradores (2008) aprofunda nossa compreensão sobre o conhecimento do aluno, dá ênfase às conexões entre os conteúdos matemáticos no conhecimento do horizonte do conteúdo; e diferencia o conhecimento do conteúdo comum do conhecimento do conteúdo especializado.

Sendo assim, nesta pesquisa de doutorado, optamos pela utilização dos dois modelos teóricos devido à complexidade do estudo que será desenvolvido. Utilizaremos as categorias de conhecimento de Shulman (1986; 1987), conhecimento curricular e conhecimento pedagógico da matéria e pedagógico geral, por apresentarem a possibilidade de estabelecer articulações que ultrapassam as fronteiras da Matemática.

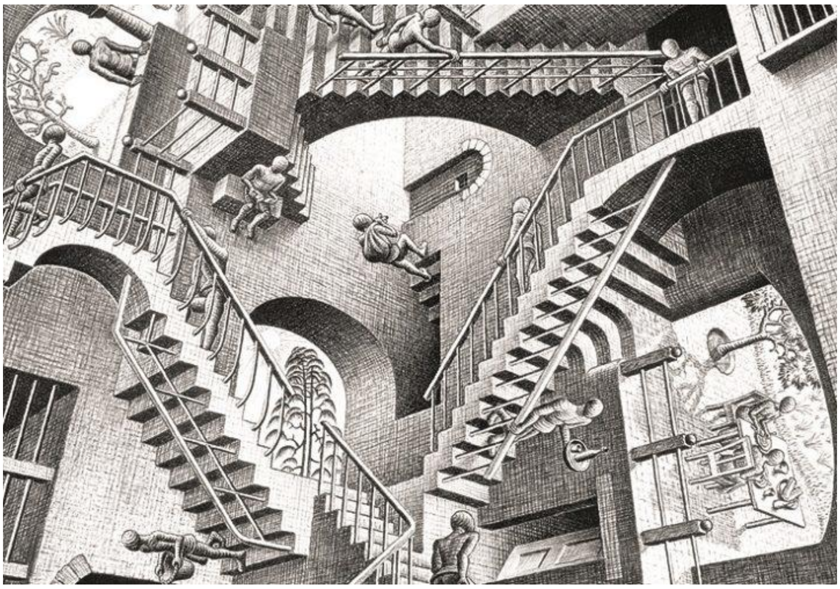
Também utilizaremos os domínios de conhecimento do professor desenvolvidos por Ball e colaboradores (2005; 2008), conhecimento comum do conteúdo, conhecimento especializado do conteúdo, conhecimento do horizonte do conteúdo e conhecimento do conteúdo e estudante, por apresentá-los de forma mais clara do que nos estudos de Shulman (1986; 1987). As categorias de conhecimento de Shulman (1986; 1987) e Ball e colaboradores (2008) oferecem pressupostos teórico-metodológicos que servirão de guia para a materialização dos processos de investigação empreendidos, especialmente para elaboração de procedimentos de coleta e análise de dados.

Além disso, buscamos identificar os conhecimentos de interseção nos conhecimentos mobilizados na articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

Neste capítulo, problematizamos sobre saber e conhecimento, tema que está inserido no campo de discussão de formação de professores e conhecimento profissional. Depois, desenvolvemos uma incursão sobre os estudos de Shulman e Ball e, a partir do repertório de conhecimento do professor apresentado pelos pesquisadores, traçaremos nossas categorias analíticas e organizaremos os instrumentos para coleta de dados.

Apresentamos mais à frente, no quarto capítulo, uma revisão de literatura sobre o conhecimento geométrico do professor dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Figura 30 – M. C. Escher, *Relativity lattice*, 1953, litogravura, 29,7 x 28,8 cm, acervo MOMA.



Fonte: https://www.moma.org/collection/works/61398

Sementes

Olhos,
Vale tê-los
Se, de quando em quando,
Somos cegos
Não é o que olhamos
Mas o que o olhar
Semeia no mais denso escuro
(...)

(MIA COUTO, 2016, p. 64)

CAPÍTULO 4 CONHECIMENTO DOS PROFESSORES SOBRE GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA VISÃO DO ESTADO DA ARTE

A geometria é o campo da matemática que lida com espaços e formas. Sendo assim, o olhar torna-se indispensável. No entanto, de quando em quando, é necessário nos tornarmos cegos, pois o que vemos não é o que olhamos, mas o que fabricamos por meio de conceitos e da imaginação. Neste capítulo, vamos olhar como os professores mobilizam e articulam conhecimentos acerca de conceitos e habilidades geométricas. Adotando alguns aspectos da metodologia do estado da arte ou estado do conhecimento (FERREIRA, 1999), discutimos resultados de pesquisas anteriores sobre conhecimentos geométricos de professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Inicialmente, problematizamos os conhecimentos de professores, depois apresentamos o mapeamento de pesquisas sobre os conhecimentos geométricos de professores em articulação com as artes e culturas visuais. Em seguida, discorremos sobre o inventário da pesquisa organizado em categorias. Por fim, tecemos algumas considerações relacionadas às contribuições dessas pesquisas para nosso estudo.

4.1 Conhecimento de professores sobre geometria

O conhecimento do professor tem se caracterizado como uma temática que, durante sua trajetória histórica e epistemológica, vem agregando diferentes estudos que são frutos de pesquisas científicas na área da Educação e da Educação Matemática. Assim, o conhecimento docente tornou-se aberto para diferentes enfoques e vem agregando em seu *corpus* uma diversidade de linhas de atuação, estudos e pesquisas, dos quais destacamos o conhecimento profissional do professor.

Dada a complexidade do objeto de estudo desta tese, conhecimentos mobilizados pelo professor ao articular geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria, a nossa pesquisa transita sobre o campo de sentido da formação e conhecimento profissional, tendo como sujeitos professores que ensinam nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

O conhecimento geométrico se caracteriza por um conjunto de questões históricas e conceituais. É um conhecimento complexo, composto por uma rede de pensamentos e conceitos interligados e por sistemas de representação utilizados para conceitualizar e perceber ambientes espaciais físicos e imaginados (ALSINA, 1999).

No âmbito internacional, nos Estados Unidos, o *National Council of Supervisors of Mathematics* (2000) destaca como essencial o desenvolvimento de competências matemáticas ligadas ao campo da geometria, como conceitos de paralelismo, perpendicularidade, congruência, semelhança e simetria. A *National Numeracy Strategy* (2011), programa de gestão da Educação no Reino Unido, que aconteceu de 1998 a 2011, reforçou a importância da representação de propriedades e classificação de figuras bi e tridimensionais, eixo de simetria, visualização de objetos e transformação geométrica.

No Brasil observamos que, no movimento da reforma curricular que se iniciou nas décadas de 1960 e 1970, surge a preocupação com a Matemática Moderna. Esta se apoia na teoria dos conjuntos, mantém o foco nos procedimentos e isola a geometria. Mas, de acordo com Pavanello (1993), mesmo antes do movimento modernista, o ensino da geometria já se relacionava com problemas como o conhecimento do professor, a metodologia adotada, e a dificuldade em estabelecer um vínculo entre a geometria prática da escola elementar e a abordagem axiomática iniciada no ensino secundário.

A autora (1993) afirma que a Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º graus (5692/1971), de certa forma, também contribuiu para o abandono do ensino da geometria no Brasil, principalmente na rede pública, uma vez que permitiu que os próprios professores elaborassem o programa de ensino, conforme as necessidades dos alunos. Assim, os professores do Ensino Fundamental, de modo geral, limitaram-se ao desenvolvimento da aritmética e das noções de conjunto, o que fez com que a maioria dos alunos do Ensino Fundamental deixasse de aprender geometria.

É apenas na década de 1980, época em que a resolução de problemas era destacada como o foco do ensino da Matemática, que se inicia a retomada do ensino da geometria com a proposta recomendada pelo documento "*Agenda para a Ação*". Na década de 1990, mais precisamente em outubro de 1995, foi realizada em Catânia (Sicília, Itália) uma conferência intitulada *Perspectivas para o ensino da Geometria no século XXI*. Nesse evento, foram discutidos os objetivos do ensino da Geometria nos diversos níveis escolares, de acordo com os diferentes contextos e tradições culturais. Nacarato e Passos (2003) pontuam as principais recomendações discutidas nessa conferência:

> 1- A Geometria nos espaços bi e tridimensional deve ser incluída no currículo de Matemática do ensino primário;

2- Evitar substituir o programa de Geometria pelos tópicos relacionados às medidas;

3- As atividades cujo foco está na memorização de vocabulário, fatos e relações merecem menos atenção;

4- O programa de ensino de Geometria dos seis primeiros anos de escolaridade deve centrar-se em atividades e não em teorias;

5- A Geometria deve ser ensinada durante todo o ano letivo e não em determinado período;

6- Procurar trabalhar com atividades que se relacionam com outras áreas afins, como Artes, Geografia e Física;

7- Outras geometrias devem ser apresentadas aos alunos, de acordo com as condições e preparo dos professores;

8- O currículo de Geometria, principalmente a partir do 8º ano (antiga 7ª série), deve trazer aplicações e situações do dia a dia dos alunos;

9- As noções da Geometria Analítica podem ser apresentadas;

10- Abordar a natureza histórico-epistemológica da Geometria;

11- Órgãos governamentais e universidades devem organizar programas de capacitação de professores para o ensino da Geometria;

12- A Geometria deve ser considerada como um instrumento para compreender e descrever o espaço em que se vive;

13- A Geometria precisa cumprir o papel visual e estar presente nas novas tecnologias e profissões.

Percebemos que essas recomendações para o ensino da geometria são convergentes com o Referencial Curricular para Educação Infantil (BRASIL, 1998) e com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997; 1998), documentos que forneceram orientações aos professores para os currículos das escolas, enfatizaram a importância dos conceitos geométricos para a formação do educando, uma vez que "constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive" (BRASIL, 1997, p. 55).

Mas, afinal, o que é pensamento geométrico? Ou melhor, qual a relação entre pensamento geométrico e conhecimento geométrico de professores? Na busca por responder a essas questões, utilizamos como âncora a discussão dos pesquisadores holandeses Dina e Pierre van Hiele, que desenvolveram e publicaram, entre os anos de 1950 e 1980, um modelo explicativo de como se desenvolve o pensamento geométrico. Em uma breve síntese, vamos apresentar quatro características importantes da teoria, resumidas da seguinte maneira por Usiskin (1982, p. 4, grifo nosso):

> *Ordem fixa*: A ordem na qual os alunos progridem por meio dos níveis de pensamento não varia. Em outras palavras, um aluno não pode estar no nível n sem ter passado pelo nível n-1. *Adjacência*: cada nível de pensamento que era intrínseco no nível anterior se torna extrínseco no nível atual. *Distinção*: Cada nível possui seus próprios símbolos linguísticos e sua própria rede de relacionamentos que conecta tais símbolos. *Separação:* Duas pessoas com raciocínio em níveis diferentes não podem entender uma à outra.

Para van Hiele (1973), a principal razão da falha do currículo de geometria tradicional deve-se ao fato de que o currículo era apresentado em um nível mais alto do que o dos alunos, ou seja, eles não conseguiam entender o professor e o professor não conseguia entender o porquê de eles não conseguirem entender. Assim, propuseram cinco níveis de pensamento geométrico. A *visualização/reconhecimento* é o primeiro nível e consiste na capacidade de o sujeito reconhecer visualmente uma figura geométrica, tendo condições de aprender o vocabulário geométrico. Porém, ele não reconhece as propriedades de identificação de determinada figura. No nível *análise*, o sujeito identifica as propriedades da figura. No nível *ordenação*, o sujeito é capaz de fazer inclusão de classes e ordenar logicamente uma figura e acompanhar uma prova formal, mas não é capaz de construir outra. A *dedução* é o quarto nível, no qual o sujeito deve ser capaz de entender o significado da dedução e o papel dos postulados, teoremas e provas. Por fim, no nível *rigor*, o sujeito é capaz de entender e comparar o sistema baseado em diferentes axiomas.

Para além do modelo van Hiele, em uma pesquisa sobre o ensino e aprendizagem da geometria, Allan Hoffer (1981) destaca que o ensino de geometria não deveria ser marcado apenas por noções, conceitos e procedimentos, nem unicamente pelo conhecimento de termos e relações geométricas, mas também pelo desenvolvimento de habilidades geométricas, entre as quais destaca cinco: visuais, verbais, de desenho, lógicas e aplicadas.

Para Hoffer (1981), as habilidades *visuais* estão relacionadas à capacidade de ler desenhos e esquemas, e de discriminar formas e visualização de propriedades nelas contidas. As habilidades *verbais* envolvem a capacidade de expressar percepções, elaborar e discutir argumentos, justificativas, definições, descrever objetos geométricos e usar o vocabulário geométrico. As habilidades de *desenho* contemplam a capacidade de expressar ideias por meio de desenhos e diagramas, e de fazer construções com régua, compasso, esquadro, transferidor e programas gráficos de computador. As habilidades *lógicas*, por sua vez, relacionam-se à capacidade de analisar argumentos, definições, reconhecer argumentos válidos e não válidos, dar contraexemplos e compreender e elaborar demonstrações. Finalmente, as habilidades *aplicadas* envolvem a capacidade de observar a geometria no mundo físico e de apreciar e reconhecer a geometria em diferentes áreas, tais como a arte.

Assim, espera-se que os professores nos anos iniciais já tenham desenvolvidas essas habilidades que compõem a percepção espacial, assim como apresentem no mínimo o nível dedução de pensamento geométrico, pois se entende que as aulas de geometria nos primeiros anos de escolarização devem envolver a percepção ou manipulação de objetos e materiais. Assim, Hoffer (1981) estabelece uma relação entre os níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico e as habilidades geométricas, que tentamos sintetizar no quadro a seguir, olhando para o conteúdo da simetria:

QUADRO 2: Níveis de pensamento e habilidades básicas em geometria

Nível Habilidades	**Reconhecimento**	**Análise**	**Ordenação**	**Dedução**	**Rigor**
Visual	Reconhece figuras simétricas e assimétricas. Reconhece informações rotuladas numa figura.	Percebe as propriedades de uma figura simétrica como parte de uma figura maior.	Reconhece as inter-relações entre diferentes tipos de figuras simétricas. Reconhece propriedades comuns em diferentes tipos de simetria.	Usa informações sobre uma figura simétrica para deduzir outras informações.	Reconhece suposições injustificadas feitas através do uso de figuras simétricas. Concebe figuras simétricas relacionadas em vários sistemas dedutivos.
Verbal	Associa o nome correto das figuras simétricas. Interpreta as sentenças que descrevem as figuras	Descreve acuradamente várias propriedades de uma figura simétrica.	Define palavras precisa e concisamente. Fórmula sentenças mostrando inter-relações entre as	Entende a distinção entre definições, postulados e teoremas. Reconhece o que é dado num problema e o que se	Fórmula extensões de resultados conhecidos. Descreve vários sistemas dedutivos.

			figuras simétricas	pede para achar ou fazer.	
Desenho	Faz esquemas de figuras simétricas identificando cuidadosament e as partes dadas.	Traduz numa figura simétrica a informação verbal dada. Usa as propriedades de figuras simétricas para desenhar e construir as figuras	Dada certa figura simétrica é capaz de construir outras figuras relacionadas às figuras dadas.	Reconhece quando e como usar elementos auxiliares numa figura simétrica. Deduz a partir de uma informação dada como desenhar ou construir uma figura simétrica específica.	Entende as limitações e capacidades de vários instrumentos de desenho. Representa pictorialmente conceitos atípicos em vários sistemas dedutivos.
Lógica	Percebe diferenças e semelhanças entre figuras simétricas e assimétricas. Entende a conservação da forma de figuras em posições diferentes.	Entende que figuras simétricas podem ser de tipos diferentes. Percebe que as propriedades e movimentos de simetria podem ser usados para distinguir as figuras.	Entende a qualidade de uma boa definição. Usa propriedade s de figuras simétricas para determinar se uma classe de figuras está contida na outra classe.	Usa a regra de lógica para desenvolver provas. É capaz de deduzir consequências a partir de informações dadas.	Entende as limitações e capacidades de hipótese e postulados. Sabe quando um sistema de postulados é independente, consistente e categórico.
Aplicação	Identifica formas simétricas em objetos do mundo físico; no nosso caso, nas imagens de artes e culturas visuais.	Reconhece propriedades geométricas de objetos físicos e artísticos. Consegue produzir por meio de técnicas objetos geométricos ou artísticos.	Entende o conceito de um modelo matemático que representa relações entre objetos.	É capaz de deduzir propriedades de objetos a partir de informações dadas ou obtidas. É capaz de resolver problemas que relacionam objetos.	Usa modelos matemáticos para representar sistemas abstratos. Desenvolve modelos matemáticos para descrever fenômenos físicos, artísticos, sociais e da natureza.

Fonte: Adaptação do quadro de habilidades básicas em geometria Alan Hoffer (1981, p. 12-13).

Dessa forma, deseja-se que os professores ensinem geometria por meio de atividades que desenvolvam os níveis de pensamento e habilidades geométricas. Para Hoffer (1981, p. 11), "à medida que nos tornamos mais conscientes de como os alunos aprendem geometria, podemos fornecer-lhes experiências de aprendizagem mais efetivas". Dentre as habilidades descritas pelo autor, as *visuais* são essenciais para o nosso estudo, por estarem relacionadas à capacidade de ler desenhos e imagens, de discriminação de formas e de visualização de propriedades nelas contidas. A visualização, para Gutiérrez (1996, p. 9), é "um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades". Esse autor (1996) entende que a visualização integra-se a quatro elementos principais: imagens mentais, representações externas, processos de visualização e habilidades de visualização.

> [...] uma imagem mental é qualquer tipo de representação cognitiva de um conceito matemático ou propriedade, por meio de elementos visuais ou espaciais;
> [...] uma representação externa pertinente à visualização é qualquer tipo de representação gráfica ou verbal de conceitos ou propriedades, incluindo figuras, desenhos, diagramas, etc. que ajudam a criar ou transformar imagens mentais e produzir raciocínio visual;
> [...] um processo de visualização é uma ação física ou mental, onde imagens mentais estão envolvidas. Existem dois processos realizados na visualização: a "interpretação visual de informações" para criar imagens mentais e a "interpretação de imagens mentais" para gerar informações. (GUTIÉRREZ,1996, p. 9-10).

A visualização é um tipo de raciocínio importante em nossa pesquisa, porque as imagens lidas e produzidas pelos professores em nosso trabalho passam por um processo de identificação, construção e transformação de imagens mentais em aprendizagem de conceitos e desenvolvimento de habilidades visuais. Também é imprescindível porque a simetria, enquanto transformação geométrica, solicita formar imagens mentais a partir de percepção direta ou não, manter essas imagens, manipulá-las mentalmente e transformá-las para, por fim, representá-las. Segundo Flores, Wagner e Buratto (2012, p. 40), a visualização funciona:

> [...] como processo de construção e transformação de imagens visuais mentais; como uma atividade cognitiva que é intrinsecamente semiótica; como processo de formação de imagens (mentais, ou com lápis e papel, ou com o auxílio de

> tecnologias) e utilização dessas imagens para descobrir e compreender matemática; como forma de pensamento que torna visível aquilo que se vê, extraindo padrões das representações.

Os PCN de matemática para os anos iniciais coerentemente com a teoria dos Van Hiele enfatizam que o desenvolvimento do pensamento geométrico deve iniciar a partir da visualização, por compreender que "as crianças conhecem o espaço como algo que existe ao redor delas. As figuras geométricas são reconhecidas por suas formas, por sua aparência física, em sua totalidade, e não por suas partes ou propriedades" (BRASIL, 1997, p. 127).

O pensamento geométrico também é discutido por Gonseth (1945), que aponta três quesitos fundamentais do conhecimento geométrico: o intuitivo, o experimental e o teórico. Para construir o conhecimento teórico geométrico dos alunos, é preciso que o professor considere tanto as questões intuitivas, quanto as atividades experimentais. É justamente sobre esses dois aspectos que as artes e culturas visuais podem contribuir. Fainguelernt e Nunes (2006) apontam que a arte mobiliza e desenvolve no humano sentimentos e capacidades como a criatividade, a imaginação, a observação e a intuição. As autoras (2006.) destacam também que a experimentação está presente na criação de uma obra de arte e na resolução de um problema matemático. Isso porque "as criações de grandes artistas/cientistas não brotam completamente formadas na mente de seus criadores, mas são frutos de trabalho árduo e experimentação contínua" (FAINGUELERNT; NUNES, 2006, p. 34).

Assim, o desafio do ensino da geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental está em garantir a construção de conhecimentos geométricos cada vez mais próximos de "porções" de saber geométrico elaborado ao longo da história da humanidade. De acordo com Borges (2009), a geometria nos anos iniciais se caracteriza primordialmente pela passagem do concreto para o simbólico. Do mesmo modo, Fainguelernt (1999, p. 21) afirma que:

> Entre os matemáticos e os educadores matemáticos, existe um consenso de que o ensino da geometria deveria começar desde cedo e continuar, de forma apropriada, através de todo o currículo de Matemática. Entretanto, tradicionalmente existe divergência de opiniões entre os conteúdos e os métodos de ensino da geometria nos diferentes níveis, desde a escola primária até a universidade. Uma das razões dessas divergências é que a Geometria possui muitos aspectos e, consequentemente, talvez não exista um caminho simples, linear, claro, hierárquico desde os princípios elementares até as abstrações e axiomas, embora seus conceitos devam ser considerados em diferentes estágios e diferentes pontos de vista (FAINGUELERNT, 1999, p. 21)

Entre as diversas geometrias existentes, a de Euclides é aquela onde encontramos um nível de complexidade acessível aos alunos dos anos iniciais (PANIZZA, 2006). Ela “estuda as propriedades das figuras e dos corpos geométricos enquanto relações internas entre os seus elementos, sem levar em consideração o espaço” (NACARATO; PASSOS, 2003, p. 24). Além disso, dependendo de como são trabalhados, os conceitos geométricos oferecem muitas possibilidades para que o aluno explore, represente, construa, discuta, investigue, perceba, descubra e descreva propriedades, o que é fundamental para o desenvolvimento da capacidade de abstrair e generalizar.

Contudo, *será que os professores apresentam os conhecimentos geométricos necessários para elaborar atividades que desenvolvam as habilidades e níveis de pensamento geométrico?* Buscaremos, com base na produção acadêmica sobre o conhecimento geométrico do professor, elucidar tal questão. Não temos a pretensão de mapear a totalidade de estudos e pesquisas na área, mas, sim, de realizar um balanço que revele o conhecimento já elaborado e aponte os enfoques e temas mais pesquisados e as lacunas existentes, com a finalidade de fundamentar teoricamente e ajudar a delimitar nosso objeto de estudo.

Para tanto, realizaremos um estado do conhecimento, que, segundo Soares (1989), consiste em um inventário que pode conduzir à plena compreensão do estado atingido pelo conhecimento a respeito de determinado tema, sua amplitude, tendências teóricas e vertentes metodológicas. Nosso inventário de pesquisas busca perceber como esta temática – conhecimento geométrico do professor em articulação com as artes e culturas visuais – vem sendo problematizada pela literatura especializada nas áreas da Educação e Educação Matemática.

Para nortear nosso olhar sobre as pesquisas, realizamos os seguintes questionamentos:

a) Como caracterizar o conhecimento geométrico de professores em articulação com as artes e culturas visuais dos anos iniciais nas pesquisas em Educação Matemática?

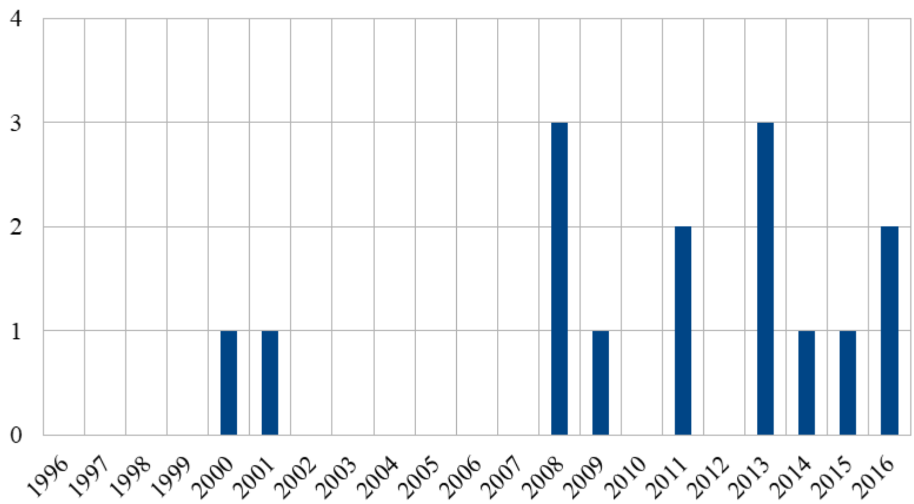
b) Como os resultados dessas pesquisas podem colaborar para a compreensão do conhecimento geométrico do professor em articulação com as artes e culturas visuais?

Para responder as indagações, realizaremos um mapeamento da quantidade de pesquisas, considerando os seguintes elementos: o tema em questão, o local de produção, os sujeitos e as forças envolvidas. O mapeamento das pesquisas teve início na Biblioteca Digital Brasileira, no Banco de Teses da Capes e no *Archive ouverte* HAL, que divulga pesquisas publicadas ou não, teses de instituições de pesquisa franceses ou estrangeiros. Realizamos uma busca também nos principais periódicos da Educação Matemática Bolema, Zetetiké e Petit x e em eventos científicos da área de Educação e Educação Matemática ENEM, Anped (GT: 19-Educação Matemática; e 24 – Educação e Arte), PME, ICME, SIPEM, considerando o período de 1996 a 2016.

Procurou-se por títulos de teses e dissertações que apresentassem familiaridade com as palavras-chave (conhecimento geométrico do professor, artes e culturas visuais, geometria, simetria). Na sequência, realizou-se a leitura dos resumos dos trabalhos e, a partir de então, selecionamos aqueles que estavam em acordo com a problemática da nossa pesquisa. Para a escolha dos trabalhos, foram estabelecidos os seguintes critérios: pesquisas empíricas com professores dos anos iniciais e aportes teóricos que fundamentassem o conhecimento geométrico do professor.

O nosso *corpus* de análise constitui-se por 15 trabalhos em 20 anos (a partir de 1996). Embora o levantamento tenha sido iniciado no ano de 1996, a primeira pesquisa encontrada, relacionando o conhecimento do professor no campo da geometria, data somente do ano de 2000. Destaca-se ainda neste quadro a pouca variação de quantidade de trabalhos entre os anos – somente de uma a três produções por ano. O Gráfico 1 oferece um panorama da quantidade de trabalhos realizados por ano.

GRÁFICO 1: Frequência das pesquisas por ano de publicação



Fonte: dados da pesquisa (2019).

No Quadro 3 (ver no Apêndice A), podemos identificar as produções de pesquisas que tratam sobre conhecimento geométrico do professor. Encontramos 10 estudos em Programas de

Pós-Graduação em universidades nas regiões Sudeste, Sul, Centro-Oeste e Nordeste. Utilizamos o mapeamento da pesquisa acadêmica brasileira sobre o professor que ensina matemática (período 2001 a 2012), no qual identificamos três pesquisas. É interessante notar, também, três estudos em artigos publicados em periódicos dois estudos publicados em eventos científicos. Cabe, entretanto, esclarecer que esses fichamentos, tendo em vista nosso objetivo, foram, na maioria dos casos, complementados com informações obtidas por nós a partir de consulta aos trabalhos completos.

Para empreender a análise dos 15 trabalhos, tivemos especial atenção aos resultados dessa pesquisa. Depois de lidos e vistos, os trabalhos foram agrupados, confrontados e comparados para se chegar a uma nova visão. Operou-se com duas categorias: na primeira agrupamos aqueles trabalhos que tinham como enfoque diagnosticar o conhecimento do conteúdo geométrico. Já na segunda categoria, há pesquisas com caráter mais interventivo, ou seja, desenvolviam processos formativos para colher os conhecimentos geométricos mobilizados.

A seguir, passamos a apresentar de maneira sucinta as pesquisas e o modo pelo qual a nossa pesquisa pode se alimentar desses estudos sob o ponto de vista teórico-metodológico, bem como contribuir para discussão do conhecimento geométrico de professores dos anos iniciais.

4.1.1 Pesquisas com caráter diagnóstico sobre o conhecimento geométrico de professores

O diagnóstico do conhecimento geométrico de professores tem sido um dos principais objetivos das pesquisas relacionadas ao conhecimento e ao desenvolvimento profissional de professores que atuam nos anos iniciais. Esse interesse algumas vezes contempla apenas um conteúdo específico ou diversos tópicos da geometria, assim, os pesquisadores têm apontado tendências sobre o tema no campo da Educação Matemática.

O estudo desenvolvido por Passos (2000) identificou que os professores não trabalhavam os conceitos geométricos considerados como os mais elementares no Ensino Fundamental, recomendados nos programas de ensino. E quando tentavam ensinar geometria para seus alunos, apresentavam muita dificuldade, tanto teórica quanto metodológica. Assim, a atenção para o conhecimento geométrico de professores não pode ficar restrita apenas à formação dos futuros professores, mas também, deve ser projetada para perceber as possíveis ações que esses professores delegarão às futuras gerações.

Ao refletir sobre o desempenho de alunos da 4ª série do Ensino Fundamental a respeito da diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas, Vasconcelos (2008) identificou que os alunos apresentavam dificuldades compatíveis com as respostas dos professores acerca do que aprenderam e do que ensinam de geometria. Os professores, principalmente nas escolas públicas, revelaram que não abordam, em suas aulas, a diferenciação entre figuras não planas e planas. Além disso, todos entrevistados garantiram que, no decorrer das suas vidas escolares e das suas formações acadêmicas, nunca foram criadas situações destinadas à diferenciação entre tais figuras.

Do mesmo modo, Passos (2000), verificou que se, por um lado, os professores indicaram que a geometria foi pouco e/ou mal abordada ao longo do período em que frequentaram a escola e a universidade, por outro, admitiram que a escassa abordagem desse conhecimento, em sala de aula, deve-se às falhas que possuem, o que, em sua opinião, gera insegurança. Por esse motivo, optam por não a ensinar.

Essa insegurança com relação ao ensino da geometria também é identificada no estudo de Viseu, Menezes e Almeida (2013) com professores portugueses do 1º ciclo, que apresentavam acentuadas dificuldades em tópicos como transformações geométricas, propriedades da mediatriz e dos quadriláteros e também na determinação dos valores das grandezas área e volume. As pesquisadoras observaram que existe uma correlação entre conhecimento do conteúdo especializado e conhecimento de ensino, porque as dificuldades e limitações que os professores revelam no seu conhecimento de conteúdo especializado sobre tópicos da geometria elementar refletem-se acentuadamente nas suas perspectivas sobre o ensino e aprendizagem da Matemática.

A pesquisa de Silva, Santana e Oliveira (2016) identificou que os construtos teóricos da geometria não foram adquiridos na formação inicial, tampouco foram sanados na formação continuada, lacuna que se reflete nas escolhas pedagógicas das docentes. Essa verificação foi constatada na opção do enfoque das professoras para outro campo da matemática (aritmética). É nela que reside a maior concentração de suas ações com os alunos, sendo considerada pelas professoras a área mais relevante dessa disciplina, notadamente os procedimentos de cálculos envolvendo as quatro operações. Assim, o fato de declararem que a geometria seria o conteúdo matemático mais difícil de ensinar e, em alguns casos, mais difícil para os alunos, demonstram desinteresse pelo campo da geometria, pois não consideram esse assunto relevante para o ensino da Matemática.

Observamos que Almeida (2015), em pesquisa sobre as concepções matemáticas dos professores atuantes na Educação Básica, em especial do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental, a respeito do tópico quadriláteros e o uso das tecnologias, constatou, a partir da análise das respostas fornecidas, que as professoras do 1º ao 5º ano do Ensino Fundamental mostraram-se conscientes da importância dos referidos tópicos nos anos iniciais. Entretanto, essa consciência esbarra em dificuldades decorrentes da sua formação inicial e continuada, na falta de infraestrutura e na multivariação na maioria das escolas.

A pesquisa de Dumont (2008) diferencia-se das demais por apresentar um olhar mais positivo sobre o conhecimento geométrico. Ela investigou questões relativas ao conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de 4ª série. Identificou que o conhecimento profissional das professoras em geometria é oriundo das práticas pedagógicas desenvolvidas no dia a dia e que, mesmo com pouca experiência nessa área da matemática, as docentes, tendo o livro didático como suporte didático principal, ousaram implementar práticas mais inovadoras em geometria.

Na pesquisa de Carvalho e Ferreira (2016), também identificamos a adesão ao livro didático. A partir do embasamento teórico as ideias de Ball, Thames e Phelps (2008), discutiram o conhecimento do conteúdo de três professores que lecionam matemática para os anos iniciais. Os resultados indicam que as falas dos professores entrevistados evidenciam lacunas no conhecimento comum do conteúdo. Contudo, assim como no estudo de Dumont (2008), as falas dos professores sugerem que buscam formas de superar os obstáculos advindos de sua própria formação, por meio de uma ênfase no "como ensinar" geometria para as crianças. Segundo Carvalho e Ferreira (2016), isso era notório, ao destacarem a valorização do uso de materiais manipulativos, "concretos", como uma adesão de recursos além do livro didático; e ao reconhecerem que se deve partir da realidade dos alunos para se trabalhar o conteúdo.

Contudo, uma pergunta torna-se imprescindível: o que faz com o livro didático um professor que não tem domínio de um conteúdo? O livro didático é suficiente para implementar práticas inovadoras? O que faz com materiais manipulativos um professor que não tem domínio de um conteúdo? Embora, essas questões não sejam respondidas nessa revisão de literatura, mas podem ser alvo de muitos estudos posteriores.

Em síntese, as pesquisas apresentadas revelam dois cenários preocupantes. No primeiro, temos os professores que não ensinam geometria porque não conseguiram, durante a Educação Básica, na formação inicial e continuada, se apropriarem dos conhecimentos necessários sob o ponto de vista conceitual e metodológico. Vasconcelos (2008) evidencia esse aspecto ao fazer a correlação entre as dificuldades das crianças e dificuldades dos professores, apontando que a falta de conhecimento geométrico interfere na frequência com que ensinam geometria e na aprendizagem dos alunos. Isso indica que os professores não têm as habilidades e o pensamento geométrico desenvolvido para ensinar geometria. Sem o domínio conceitual e prático, os professores repetem o ciclo vicioso, no qual não se ensina e não se aprende geometria. No segundo cenário, temos professores que buscam ensinar geometria mesmo com um domínio conceitual deficitário. E que encontram nos livros didáticos e nos materiais manipulativos a sua "tábua de salvação". Tal aspecto é perigoso. Batista (2003) aponta que o livro didático pode definir o agir da prática docente, o currículo, as abordagens metodológicas e quadros conceituais. Entendemos que o livro didático é um instrumento de conhecimento e de métodos para o ensino, constituindo-se em uma ferramenta de apoio e desenvolvimento da prática docente e consequentemente da aprendizagem do aluno. Mas não pode ser utilizado de modo que iniba a autonomia, a criatividade e a reflexão sobre a prática dos professores.

O panorama desse primeiro grupo de pesquisas revela que o conhecimento geométrico de professores está longe de lhes permitir ensinar uma geometria que desenvolva habilidades que aprimorem o pensamento geométrico, seja nas dimensões mais formais ou intuitivas, experimentais e teóricas.

A seguir, dissertaremos sobre pesquisas que apresentam alternativas para esses cenários.

4.1.2 Pesquisas com caráter interventivo sobre o conhecimento geométrico de professores

Na segunda categoria, agrupamos as pesquisas que têm como características não apenas a identificação dos conhecimentos geométricos dos professores, mas também os processos de formação continuada, estudo de grupo e trabalhos colaborativos que promovem processos de construção e ressignificação do conhecimento geométrico.

Nas pesquisas desenvolvidas por Etcheverria (2008) e Amarilha (2009), é possível identificar indícios de articulação entre a geometria e outros campos de conhecimento. A primeira tinha como objetivo compreender como a formação de um grupo de estudos no espaço escolar constitui uma possibilidade de formação continuada de professoras dos anos iniciais na área do ensino da Geometria. A pesquisadora constituiu um grupo de estudos formado por quatro professoras dos anos iniciais do Ensino fundamental de uma escola pública do Rio Grande do Sul. A partir dessa pesquisa é possível afirmar que o grupo de estudos é uma modalidade de formação continuada de professores que oportuniza mudanças na prática educativa a partir da reflexão sobre essa prática e da construção de aprendizagens. Também se conclui que para ressignificar o ensino da Geometria se faz necessário ampliar e valorizar o conhecimento geométrico construído pelos professores, voltado para o desenvolvimento da habilidade do pensar geométrico, numa proposta interdisciplinar que estimule o estabelecimento de relações. Amarilha (2009) também destaca a relações da geometria com outras áreas de conhecimento. O objetivo era compreender como a formação de um grupo de estudos no espaço escolar constitui uma possibilidade de formação continuada de professoras dos anos iniciais na área do ensino da geometria. A metodologia faz uso dos princípios da pesquisa-ação, sendo possível afirmar que o grupo de estudos é uma modalidade de formação continuada de professores que oportuniza mudanças na prática educativa a partir da reflexão sobre essa prática e da construção de aprendizagens. Concluiu que, para ressignificar o ensino da geometria, faz-se necessário ampliar e valorar o conhecimento geométrico construído pelos professores, voltado para o desenvolvimento da habilidade do pensar geométrico, numa proposta interdisciplinar que estimule o estabelecimento de relações. O trecho a seguir traz a fala de uma professora participante da pesquisa:

> [...] eu acredito que as noções do espaço, da estética, da proporção, de medidas, comparação, são coisas que são importantes e que a Geometria nos oferece para explorar, também outros conteúdos em relação à Arte, que a gente também explora com a Geometria, a própria coordenação, a coordenação motora fina. Para "os meus" a Geometria serve muito porque exploro a questão da linha, da curva, do recorte, do limite que a gente vai utilizar no espaço para pintura, para o recorte e depois para o traçado da letra. [...]. (P3 *in* AMARILHA, 2009, p. 70).

A mobilização de conhecimento geométrico na relação com as artes visuais é o objeto de nossa pesquisa. Buscamos entender como os professores percebem as possibilidades de articulação em um processo formativo, contudo esta foi a única pesquisa que evidenciou tal possibilidade em seus resultados.

Em sua pesquisa, Homen (2013) tinha como objetivo analisar as concepções dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental sobre o ensino da geometria, e como estas influenciam suas práticas pedagógicas. Fundamentou-se na teoria pós-construtivista, cuja base tem autores como Piaget (2000), Vygotsky (1998), Wallon (1975), Pain (2005), Vergnaud (1993), Grossi (2006) e Dienes (1975) e envolve a geometria, o seu ensino e a formação de professores. Adotou como instrumentos de coleta de dados a pré e a pós-entrevista, o questionário, os diários de campo, as reflexões escritas e o material produzido nos encontros de grupos de estudos, que foi constituído com seis professores de escolas públicas dos municípios de Porto Alegre e de Gravataí, no Rio Grande do Sul. Os dados foram analisados pelo processo de análise textual discursiva, a partir do qual surgiram categorias em consonância com o escopo deste trabalho e das quais emergiram os saberes. A partir desse estudo, constatou-se que os professores, mesmo com poucos conhecimentos sobre a geometria e sua didática, têm suas ações fundamentadas em uma teoria e, em alguns casos, ela se assemelha ao pós-construtivismo. Os professores que participaram da pesquisa acreditam que todos podem aprender e por isso buscam uma melhor qualificação profissional, sobretudo em grupos de estudos nos quais as trocas de conhecimentos possibilitam um enriquecimento cognitivo, além de subsídios práticos.

Barbosa (2011) apresenta estudo semelhante, que teve como objetivo investigar a mobilização de saberes de três professoras que lecionam matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG) ao participarem de um grupo de estudos voltado para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Os dados foram coletados por meio de dois diagnósticos (inicial e final); registros produzidos pelas participantes ao longo dos encontros; diário de campo da pesquisadora; uma entrevista com cada professora; e gravações em áudio e/ou vídeo dos encontros. A partir da triangulação dessas informações, foram construídos quatro estudos de caso – um de cada professora e um do grupo.

A análise dos casos individuais indicou a mobilização de saberes relacionados ao pensamento geométrico, em especial, os saberes do conteúdo, em alguns momentos, transformados em saberes pedagógicos. Barbosa (2011) relata como resultado mudanças significativas no conhecimento geométrico, mas, sobretudo na prática.

> Em relação ao uso adequado de termos geométricos, observou-se que as participantes passaram a utilizar um vocabulário mais apropriado para se referir às propriedades de figuras ou à orientação espacial. Verificou-se também o desenvolvimento das habilidades de visualização e representação.

> A análise do grupo evidenciou o papel de aspectos como a coletividade, a reflexão sobre a prática, a natureza das atividades e a dinâmica dos encontros, e a afetividade no desenvolvimento profissional de cada professora. A pesquisa também mostrou que a participação voluntária, o respeito, o diálogo e o estudo de conteúdos geométricos, centrados na aprendizagem e na prática, são essenciais no processo vivido pelas professoras; definindo ações e mudanças na prática docente, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa. Finalmente, o estudo gerou um produto educacional – uma proposta de ensino de Geometria – destinado a professores e/ou formadores de professores. (BARBOSA, 2011, p. 150).

O trecho acima evidencia a importância do trabalho em grupo, da participação voluntária, do diálogo e do estudo de conteúdos. Mas também ressalta a necessidade de processos de formação continuada nos quais os professores possam compartilhar entre si conhecimentos.

Em pesquisa com procedimentos metodológicos semelhantes, Silva (2014) confirma os resultados obtidos na pesquisa desenvolvida por Barbosa (2011). O objetivo de Silva (2014.) foi investigar quais conhecimentos de geometria os professores dos anos iniciais do município de Teotônio Vilela possuem. Para a coleta de dados, foram usados os seguintes instrumentos: questionário composto por seis questões aplicadas antes da oficina aos professores formados em Pedagogia. A oficina *Geometria de papel: dobras à vista* e um questionário composto por três perguntas abertas foram aplicados após a oficina. Os resultados reforçam a importância da formação continuada dos professores para que eles possam transformar sua prática em práxis, por meio da educação, para que possam ser constantemente refletidas sobre a construção da identidade profissional, bem como para a aquisição do conhecimento dos conteúdos de Matemática a serem ensinados aos alunos.

Na pesquisa desenvolvida por Harting (2013) teve como objetivo apresentar a problematização do ensino da geometria na formação continuada de professores de Matemática. Utilizou como aporte teórico Pavanello (1993; 2001; 2003) e Tardif (2002). A oficina foi utilizada como um dispositivo pedagógico fundamental para construção e mobilização coletiva de saber, de análise da realidade, de confrontação e intercâmbio de experiências. As oficinas no estudo de Harting (2013) foram divididas em três momentos. Nesta sequência, temos como primeiro momento, o espaço de discussão e reflexão, norteado por alguns questionamentos sobre o ensino da geometria. Empreendeu-se uma sequência de atividades e, finalmente, aconteceu a socialização e discussão com os grupos, fazendo um resgate dos conceitos de geometria utilizados durante as atividades propostas, explorando as aprendizagens construídas.

Além disso, as oficinas e a coleta de dados deram-se por: anotações em um diário de pesquisa, questionários e entrevista semiestruturada. Dez professores foram protagonistas nessa investigação, sendo utilizada a análise textual discursiva de Moraes e Galiazzi (2007) como método para a análise dos dados do fenômeno. A partir da análise dos registros, chegou-se a duas categorias finais: “Vivenciando a Docência” e “Ensino e Aprendizagem da Geometria”. Como resultado Harting (2013) relata:

> Constatou-se através das falas dos professores envolvidos na discussão que ensinar a geometria usando uma estratégia metodológica diferenciada, faz com que o estudante se envolva mais com essa área e também busque relacionar com o seu cotidiano. Dessa forma, o estudante se sentirá motivado para a realização das atividades no ambiente escolar e o processo de ensino e aprendizagem acontecerá naturalmente. Também, foi percebido que a formação continuada é uma forma de provocar mudanças na postura dos professores em sala de aula, promovendo novos espaços de diálogos e de socialização de novas práticas. (HARTING, 2013, p. 125).

No trecho acima, observamos que os professores conseguiram enxergar possibilidades de trabalhar geometria articulada a outras áreas de conhecimento, aspecto até então não destacado nos estudos apresentados, mais essenciais na abordagem da geometria na atualidade. Além disso, os grupos de estudo e oficina como um dispositivo pedagógico, trazem uma colaboração metodológica importante para nossa pesquisa, por caracterizar-se pela “construção coletiva de um saber, de análise da realidade, de confrontação e intercâmbio de experiências” (CANDAU, 1999, p. 23).

Na pesquisa de um grupo, Marquesin e Nacarato (2011) analisaram o movimento entre o coletivo e o singular vivido por um grupo de trabalho colaborativo, constituído por quatro professoras do interior de uma escola pública de zona rural da cidade de Jundiaí (SP). O grupo reuniu-se periodicamente em 2005 e 2006, com o objetivo de aprender geometria para ensinar a seus alunos. Os documentos para análise consistiram de: transcrições das entrevistas iniciais e das conversas reflexivas; diário de campo da pesquisadora-formadora; transcrição das audiogravações dos encontros; e narrativas produzidas pelas professoras. O movimento desenvolvido pelo grupo evidencia que de um desconhecimento da geometria como componente curricular, as professoras passaram por um período de vivência empírica da geometria para, posteriormente, a partir da prática, (res)significarem seus saberes profissionais em geometria. Tal transformação foi possibilitada por leituras teóricas, experiências de sala de aula e produção de narrativas escritas. Resultados semelhantes foram identificados por

Nacarato (2000) quando analisou o processo de educação continuada de cinco professoras das séries iniciais do Ensino Fundamental de uma escola da rede privada de Campinas (SP), durante três anos. Os resultados desse estudo destacam que o ambiente criado nos encontros era rico de interações e de partilha. Isso possibilitou uma construção de conhecimentos geométricos e produção de saberes curriculares e pedagógicos. As professoras eram encorajadas a falar de suas experiências, suas dúvidas, conflitos e tensões. Por outro lado, a pesquisa também apontou a insegurança das professoras diante do novo, a pouca valorização atribuída por algumas delas ao ensino da geometria e o não rompimento com a tradição pedagógica que valoriza o ensino da aritmética em detrimento ao da geometria, entre outros fatores.

Fazendo uma síntese dos trabalhos de pesquisa deste grupo, podemos destacar que não identificamos a abordagem de um conteúdo geométrico específico, os estudos abordavam diversos conteúdos da geometria. Os resultados das pesquisas mostram que conhecimento geométrico de professores se constitui em processos que envolvem ação, reflexão-ação, ou seja, por meio de uma práxis em que os educadores constroem juntos conhecimentos. No entanto, isso só foi possível porque instrumentos de coleta identificados – entrevistas, testes diagnósticos, constituição de grupos de estudo e vivências de oficinas – possibilitaram, num "... tempo-espaço para vivência, a reflexão, a conceptualização: como síntese do pensar, sentir e atuar. Como 'o' lugar para a participação, o aprendizado e a sistematização dos conhecimentos" (GONZÁLES CUBELLES apud CANDAU, 1999, p. 23). Desses instrumentos metodológicos as pesquisas que utilizaram oficinas contribuíram de forma significativa para elaboração das oficinas que aconteceram em nosso estudo, tanto no sentido de ser um instrumento através do qual o professor tem a possibilidade de dialogar, quanto também no de ser um instrumento para mobilização de conhecimentos diversos.

A seguir apresentaremos no Quadro 3 uma síntese das contribuições dos trabalhos para a nossa pesquisa.

QUADRO 3 - Síntese das contribuições dos trabalhos para a nossa pesquisa

Autores	Contribuições para nossa pesquisa
Nacarato (2001); Silva, Santana e Oliveira (2016); Passos (2000); Vasconcelos (2008); Viseu, Menezes e Almeida (2013); Almeida (2015); Dumont (2008).	Essas pesquisas apresentam um diagnóstico do conhecimento geométrico dos professores, destacando as fragilidades conceituais e práticas. Os estudos também ressaltam que, devido à falta de conhecimento em geometria e por conta de poucas experiências na vida escolar, os professores tendem a priorizar o ensino da aritmética. Esse desenho do conhecimento geométrico de professores realizado pelos estudos é essencial para a nossa pesquisa, que não precisará desenvolver testes diagnósticos. Além disso, os instrumentos de coleta utilizados no diagnóstico dos professores nos ajudaram a ampliar o nosso repertório de atividades que serão propostas aos professores nas oficinas.
Etcheverria (2008); Amarilha (2009); Homen (2013); Barbosa (2011); Silva (2014); Harting (2013); Marquesin e Nacarato (2011); Carvalho e Ferreira (2016).	Essas pesquisas têm como característica o fato de o instrumento de coleta de dados ser constituído por processos formativos, em que os professores têm a oportunidade de construírem juntos os conhecimentos geométricos. Diferente das pesquisas anteriores, o olhar dessas pesquisas é para o movimento de mobilização e construção de conhecimento geométrico. Essas pesquisas comprovam que a oficina é dispositivo pedagógico que possibilita a mobilização de conhecimentos para coleta de dados. Nosso estudo diferencia-se no sentido de que terá como componente as artes e culturas visuais estabelecendo articulação com a geometria por meio da simetria, não apenas sob o ponto de vista teórico, mas também metodológico através das ações cognitivas de ensino das artes e culturas visuais (ler, contextualizar e fazer imagens).

Fonte: elaboração feita pela autora.

Na busca por responder à pergunta *como tem sido abordado o conhecimento geométrico de professores dos anos iniciais em pesquisas em Educação Matemática?* observamos que a produção de pesquisa em Educação e Educação Matemática que discute o conhecimento geométrico do professor dos anos iniciais é tímida e concentrada nos últimos dez anos. A variação do número de pesquisas desenvolvidas por ano é estável, sem picos notáveis e sem aumento na produtividade. Os grupos interessados nessa área de pesquisa são bem pontuais e concentrados nas regiões Sul e Sudeste, com exceções no Nordeste.

O interesse por esse tema de pesquisa, notadamente, é marcado por três aspectos que se tornaram emergentes na educação brasileira a partir dos anos de 1980: a constituição do campo da Educação Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) e as discussões sobre o conhecimento profissional docente. Tais aspectos direcionaram o olhar dos pesquisadores para questões como domínio do conteúdo geométrico. Assim identificamos que pesquisas como as de Nacarato (2001), Silva, Santana e Oliveira (2016), Passos (2000), Vasconcelos (2008), Almeida (2015) e Dumont (2008) apresentaram interesse acerca do domínio dos professores sobre os conteúdos da geometria. Como resultados, os estudos destacam a fragilidade do conhecimento docente em geometria. Pesquisas como as de Homen (2013), Barbosa (2011), Silva (2014), Harting (2013), Marquesin e Nacarato (2011) e Passos (2000) apontam que, após os processos formativos, os docentes tiveram mudanças significativas na construção do conhecimento geométrico e na prática de ensino da geometria.

Com relação aos aportes teórico-metodológicos, essas pesquisas apresentaram contribuições as mais diversas entre si. Destacamos estudos sobre o conhecimento de professores – Shulman (1986; 1987); Ponte (1992); Ball, Goffney e Bass, (2005); Bairral (2005) e Tardif (2002). Com relação à geometria e à construção do pensamento geométrico, encontramos nomes como Toledo (2009), Lorenzato (1995), Piaget (1995), Pavanello (1993) e Gardner (1995). Embora, as pesquisas tivessem praticamente o mesmo objeto de análise – o conhecimento geométrico do professor – e apresentassem uma abordagem qualitativa, há uma diversidade de procedimentos como: estudo de caso, pesquisa-ação, pesquisa-participante e análise documental, atrelados a instrumentos de coleta de dados: diagnósticos (inicial e final); registros produzidos pelas participantes ao longo dos encontros; diário de campo da pesquisadora; uma entrevista com cada professora; e gravações em áudio e/ou vídeo dos encontros; e produção de sequências didáticas, entre outras.

Essa diversidade alimentou nossa pesquisa, principalmente em relação à escolha metodológica. Percebemos a pertinência de pesquisas que realizam entrecruzamento de informações com análise de: oficinas, registros produzidos pelas participantes ao longo dos encontros e observação de aula. Escolhemos essas três etapas, porque identificamos que essa forma de coleta de dados possibilita mobilizar conhecimentos geométricos e perceber a ressignificação do conhecimento docente.

Mas como a relação entre geometria e artes visuais é abordada nas pesquisas que discutem o conhecimento geométrico do professor? Identificamos que apenas a pesquisa desenvolvida por Amarilha (2009) apresenta de forma clara a relação entre geometria e artes visuais como um conhecimento mobilizado por uma das professoras. As demais pesquisas, embora reconheçam a natureza da geometria em se articular com outras áreas de conhecimento, não aprofundam a discussão sobre o tema.

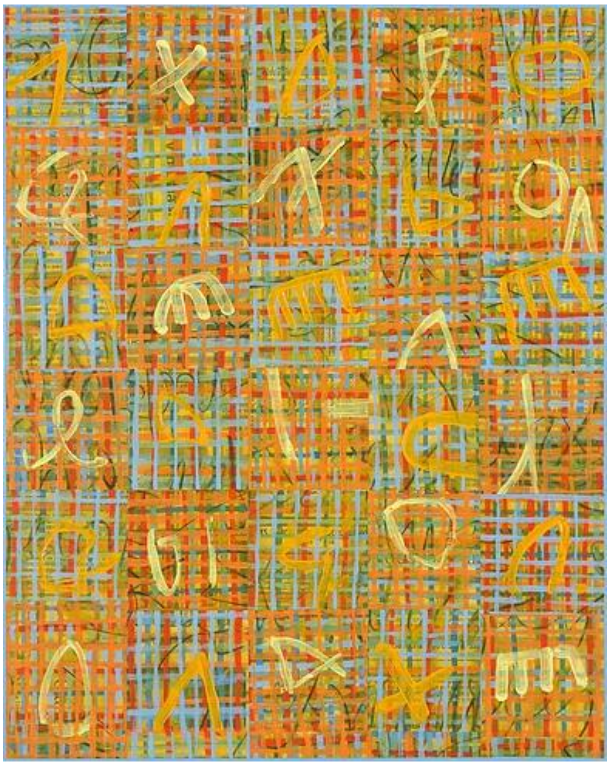
Neste capítulo, buscamos problematizar o conhecimento geométrico do professor. Para isso, iniciamos com um mapeamento que revelou uma carência de pesquisas sobre o tema nos diversos dispositivos de divulgação de conhecimento científico. A partir desse aspecto, realizamos um inventário organizado em categorias que indicavam a necessidade de o professor ter uma formação docente com mais conhecimento do conteúdo, mais conhecimento didático, mais conhecimento sobre o aluno, mais conhecimento curricular. Mas o mapeamento também revela desejos de mudanças através da mobilização de conhecimentos e da criação de inteligibilidades por parte do educador.

Em síntese, o conjunto total de dissertações, teses, artigos de periódicos e anais de congressos indica ser frágil e inadequado para o ensino o conhecimento geométrico de professores na formação inicial. Em relação ao conhecimento geométrico de professores em formação continuada, as pesquisas revelam que se apresenta com lacunas conceituais e didáticas. Por outro lado, quando esses profissionais vivenciam oficinas, participam de grupos de estudo ou grupos de trabalho colaborativo, os docentes conseguem mobilizar e construir conhecimentos geométricos, assim como ressignificar a prática de ensino da geometria.

Olhar para o conhecimento geométrico do professor nos anos iniciais, tanto na formação inicial quanto na formação continuada, foi importante em nossa pesquisa para subsidiar a construção de instrumentos de coleta de dados que contemplassem a análise das práticas do professor, possibilitando entender seu conhecimento sobre o conteúdo e o ensino. Mas também para identificar aspectos que antecedem a prática, tais como o planejamento. Nesse sentido, nas oficinas, identificaremos os conhecimentos do conteúdo comum e específico mobilizados pelo professor no planejamento (de aulas, tarefas, situações-problema, sequências didáticas etc.) e os conhecimentos sobre o currículo e o estudante mobilizados por estes mesmos professores. Esse olhar garantirá, sobretudo, momentos de reflexão, de análise e de problematização das etapas vivenciadas. Essa é a nossa perspectiva de formação contínua e de pesquisa, que não pode realizar-se sem a participação de pesquisadores e professores da escola básica, em processo de parceria.

Apresentamos, a seguir, no próximo capítulo, o panorama da discussão sobre geometria e artes visuais. Enfatizamos que o conceito de conhecimento do professor é uma construção em aberto (marcada pelos desafios da complexa história profissional docente) para dar sentido a este trabalho de pesquisa e por isso não tem a pretensão de universalizar-se.

Figura 31 – Sebastião Pedrosa, Rede 6 - série tessituras, 2014, acrílica sobre tela, s/ mdf, 50 x 40 cm.



Fonte: https://www.sebastiaopedrosa.com/

Tecendo amanhã

Um galo sozinho não tece uma manhã:
ele precisará sempre de outros galos.
De um que apanhe esse grito que ele
e o lance a outro; de um outro galo
que apanhe o grito que um galo antes
e o lance a outro: e de outros galos
que com muitos outros galos se cruzem
os fios de sol de seus gritos de galo,
para que a manhã, desde uma teia tênue,
se vá tecendo, entre todos os galos.

E se encorpando em tela, entre todos,
se erguendo tenda, onde entrem todos,
se entretendendo para todos, no toldo
(a manhã) que plana livre de armação.
A manhã, toldo de um tecido tão aéreo
que, tecido, se eleva por si: luz balão.
MELO NETO (2010)

CAPÍTULO 5 ARTICULAÇÕES DA MATEMÁTICA COM AS ARTES E CULTURAS VISUAIS: ALGUNS INDICATIVOS NA LITERATURA ACADÊMICA

Parafraseando João Cabral de Melo Neto no poema apresentado anteriormente: o conhecimento não é tecido sozinho. Ele precisará sempre de outros. De um que o apanhe, o lance a outro; de outros que cruzem fios e construam uma teia tênue, que se vá tecendo entre todos os conhecimentos. Neste capítulo, discutimos resultados de pesquisas anteriores sobre as articulações da geometria com as artes e culturas visuais na literatura acadêmica brasileira e internacional. Isso porque sentimos a necessidade de tecermos um estudo bibliográfico sobre a articulação entre Arte e Matemática, a fim de identificarmos elementos que orientem nosso percurso teórico-metodológico e análise dos dados empíricos. Inicialmente, problematizamos a relação entre Matemática e Artes no contexto educacional, depois apresentamos o mapeamento de pesquisas que abordam a articulação da geometria e artes e culturas visuais. Em seguida, discorremos sobre o inventário da pesquisa organizado em categorias. Por fim, tecemos algumas considerações relacionadas às contribuições dessas pesquisas para nosso estudo.

5.1 Articulação da Matemática e da Arte no campo da Educação Matemática

Por que Matemática e Arte? Para responder esta questão, apoiamo-nos no ponto de vista apresentando por Gusmão (2013b), que justifica sua escolha pela arte "porque ela tem como objeto a própria relação de sensibilidade, capaz de produzir, aliada à imaginação, conhecimento sensível, um conhecimento de natureza diferente daquele científico produzido pela matemática". Para a autora (2013b), a síntese do sensível, representada pela arte, e do racional, representada pela matemática pode possibilitar uma alteração do *status* da matemática, fazendo-a passar de fechada, estática e dura para um *status* de dinamicidade, de movimento, de leveza e de beleza.

Ressaltamos que o conceito de beleza na Matemática muitas vezes torna-se sinônimo de estética, mas não é, embora, a beleza desperte sentimento de êxtase, admiração ou prazer através dos sentidos, ou seja, promova a experiência estética. O conceito de estética não se restringe ao que é belo. Como diria Eco (2004), o horrendo e grotesco também promove experiências estéticas. Malagón (2007) ressalta a estética como um ramo da Filosofia que lida com o conhecimento sensível adquirido através dos sentidos, não só os cinco comumente conhecidos, mas também por meio da percepção. Isso porque, as percepções provocam emoções e sentimentos que estão na base de tomada de decisões lógicas e racionais.

Assim, podemos considerar, com base em Root-Bernstein (2002), que a estética influencia a tomada de decisão de pesquisadores que trabalham em diferentes áreas científicas, particularmente em pesquisa matemática. Para Poincaré (1908/2012), por exemplo, a estética é um fator primordial no pensamento matemático por compreendê-la como fonte de criatividade do matemático, por estimular a sensibilidade emocional, a fruição e a apreciação também presentes nas atividades artísticas.

No campo da Educação Matemática, observamos dois caminhos para pensar a estética: um diz respeito à estética matemática na matemática; o outro, à estética matemática relacionada às artes e culturas visuais. A estética matemática na matemática aborda a simplificação, a organização, a elegância, a criatividade e o prazer presentes no trabalho do matemático, na elaboração e na resolução de fórmulas, teoremas, axiomas matemáticos. Pesquisadores como Dreyfus e Eisenberg (1986), Gómez-Chacon (2005), Sinclair (2008, 2009; 2011), Bosque, Segovia e, Lupiáñez (2017), Tjoe (2016) e Blåsjö (2012) afirmam a existência de um verdadeiro prazer estético na criação e contemplação matemáticas. Esses pesquisadores compreendem que o conhecimento matemático não é somente objeto puro da razão, mas também da emoção através da intuição matemática e da apreciação estética.

Contudo, estudos desenvolvidos por Sinclair (2008) apontam que a questão da "estética" tem sido considerada como elitista na Educação Matemática e Matemática. A percepção elitista da dimensão estética na Educação Matemática é atribuível ao fato de que a maioria das descrições sobre "beleza matemática" encontradas na literatura vem de matemáticos eminentes. No entanto, pesquisas desenvolvidas em sala de aula mostraram que os alunos são capazes de apreciar a beleza inerente em matemática (BRINKMANN, 2000; 2004a; 2004b; 2006).

Em estudo desenvolvido por Brinkmann (2004a), verificou-se que o componente estético não precisa necessariamente derivar ou estar ligado a um teorema ou prova de que o matemático trabalha, o que pode ser mais frequentemente um teste sustentado e uma frustração, descritos por um dos matemáticos como "guerra de trincheira", mas a estética está muitas vezes presente na apreciação de outros resultados, ao se ler material elegantemente apresentado em livros, bem como ao se ouvir palestras de colegas.

A estética também foi relegada por alguns pesquisadores de Educação Matemática como uma pequena componente da dimensão afetiva da aprendizagem, quando, de fato, ela se entrelaça com componentes cognitivos e afetivos importantes para criatividade e aprendizagem (SINCLAIR, 2009).

No entanto, o estético não é apenas um olhar sobre a matemática. Cifuentes (2011) afirma que existe um conteúdo estético no interior da própria matemática. Esse conteúdo é ligado ao construtivo, processual e fenomênico, ao que pode ser “apercebido” pelo intelecto através da capacidade de síntese da intuição. O pesquisador (2011) destaca, dentre os aspectos estéticos da matemática, a perfeição, a simetria, o contexto, o contraste, a ordem, a simplicidade, a abstração e a liberdade. Todos esses aspectos, também estão presentes nas artes e culturas visuais, na composição de imagens por meio de elementos visuais (linhas, pontos, formas, harmonia, proporção, simplicidade etc.) que causam sentimento de êxtase, prazer e experiências estéticas.

Pesquisas como as de Cifuentes (2011), Gusmão (2013a; 2013b; 2014), Gusmão, Franco e Cifuentes (2017) buscam fortalecer a relação interdisciplinar entre Matemática com as artes e culturas visuais, ao fazer pensar em que medida as artes e culturas visuais podem contribuir para uma pedagogia da Matemática que incorpore aspectos da estética. Tais estudos também abordam como a Matemática pode contribuir conceitualmente para pensar as artes e culturas visuais, ao se estabelecer um diálogo por meio dos processos que envolvem a razão, a sensibilidade, a intuição, a imaginação e a criatividade.

Nesta pesquisa, nosso olhar será direcionado sobre a estética matemática nas artes e culturas visuais. Sendo assim, teremos como fontes imagens de obras de arte e imagens pedagógicas (livros e materiais didáticos), porque provocam reações diversas e capturas do nosso olhar, revelam nossa capacidade de questionar, levantar hipóteses, duvidar e buscar sentidos. As imagens fazem parte de um processo de criação humana que comunica ideias sobre a realidade vivida, passada e imaginada. Segundo Meneses (2003), as imagens são fontes visuais detentoras de historicidade.

A imagem é articulação de elementos visuais, geométricos, intelectuais, históricos, espaciais e culturais. Assim, ao longo do tempo, as imagens vêm sendo utilizadas nos processos de produção de sentido em diversas culturas. Os significados de determinada imagem não podem ser tomados como dados, como algo natural, mas, sim, como construção cultural.

> Imagens funcionam como potencializadoras de pensamento. Elas provocam e instigam a pensar com elas, sobre elas, através delas. Aguçam o imaginário, desestabilizam certezas, provocam risos e repulsas, confortam e repelem, chocam, desencadeiam sentimentos de afetos em quem as olha. Acedem

> lembranças e incitam memórias. Veiculam pensamentos, ao passo que carregam consigo algo do objeto representado, seja o pensamento daquele que a produziu, sejam os pensamentos de todos aqueles que a olham. (WAGNER, 2017, p. 73-74).

Assim, nesta pesquisa, as inter-relações estabelecidas com as imagens dizem respeito ao modo como estas podem mobilizar conhecimentos, como podem operar, articular e fazer funcionar conhecimentos da geometria articulados com as artes e culturas visuais. As imagens são fontes visuais (MENESES, 2003), são lugares onde se põem em prática modos de pensar, onde se exercitam visualidades (FLORES, 2016a).

Na geometria, as imagens estão atreladas aos conceitos. Segundo Fischbein (1993), os objetos geométricos são tratados como "conceitos figurais" por causa da sua dupla natureza, já que são constituídos pelas componentes conceituais e figurais. A componente conceitual caracteriza-se pelo fato de que expressa uma ideia, uma representação geral, ideal de uma classe de objetos, baseada em seus traços comuns. Já a componente figural é uma representação sensorial de um objeto ou fenômeno. Além disso, Fischbein (1993) ressalta que uma figura geométrica pode ser descrita como tendo, intrínseca a ela, propriedades conceituais, mas que ela não é um mero conceito. Segundo ele, uma figura geométrica é uma imagem visual, que possui uma propriedade que conceitos usuais não possuem, ou seja, ela inclui a representação mental da propriedade do espaço.

Destacamos que as imagens também possuem uma dimensão social e cultural que podemos denominar de visualidade. Duncum (2002) aponta que o papel social da visualidade diz respeito às interações entre todos os sentidos, não somente aos fatos e artefatos visuais observáveis. Mas também aos diferentes contextos e maneiras da visão, da representação visual e suas mediações. Assim, Duncum (2002) reafirma que o modo como olhamos o mundo é particularmente relevante para a construção da representação do conhecimento. Assim, a visualidade no cotidiano "nos convida a ponderar sobre o imaginário social como se fosse uma instalação de assuntos sociais que afetam noções, conceitos, opiniões, valores e apreciações da arte" (MARTINS, 2011a, p. 44).

No campo da Educação Matemática, encontramos pesquisas como as de Flores (2010; 2013; 2015; 2016a; 2016b), Wagner (2012; 2017) e Buratto (2012) que estabelecem diferenças entre visualidade e visualização. Essas pesquisadoras deslocam a visualidade da semiótica, da psicologia cognitiva, da percepção visual, disciplinas que têm fundamentado as pesquisas em Educação Matemática. E acentuam a dimensão da cultura visual e visualidade como estratégia teórico-metodológica e como uma dimensão importante que abrange práticas do olhar na constituição de formas e experiências do olhar em matemática.

E assim, também aproximam o conceito de visualidade ao conceito de estética, como percebemos na pesquisa de Buratto (2012, p. 49), que associa visualidade à estética pelo sentimento do prazer "em olhar, perceber, fazer, realizar algo, gostar de olhar e de interpretar. Isso porque o olhar que busca harmonia e simetria proporcionando prazer foi instituído no Renascimento com a invenção da terceira dimensão, representada no papel".

Ressaltamos que, tanto a visualidade como a visualização se materializam através das imagens que potencializam pensamentos, o que significa dizer que as imagens não são tomadas apenas no sentido representacional, ou pelo viés da semiótica. Elas potencializam as formas de pensar matematicamente, "pois a imagem afeta aquele que a olha, assim como faz problematizar, questionar, falando sobre verdades marcadas em formas de pensamento" (FLORES, 2016a). Dessa maneira, as imagens são o lugar que possibilita articular Arte e Matemática e colocar em prática modos de pensar, ou seja, é lugar das práticas do olhar, práticas do exercício de olhar, do pensar matemática.

Nessa articulação, Arte e Matemática alimentam-se mutuamente, ora se complementando, ora se tensionando, produzindo novas significações. A Arte, ao abordar e abraçar-se com conhecimentos matemáticos presentes na geometria, permite a criação de outras formas de apropria-se de conhecimentos e diferentes caminhos, assim como a Matemática, ao deixa-se se contaminar pela Arte, permite-se experimentar outros contextos e significações.

Nesse sentido, buscamos neste capítulo identificar, em pesquisas acadêmicas do campo da Educação Matemática, proposições pedagógicas que abordassem as articulações entre Matemática e artes e culturas visuais. Para nortear nosso olhar sobre as pesquisas, realizamos os seguintes questionamentos:

- Como a relação entre Matemática e artes e culturas visuais vem sendo abordada nas pesquisas em Educação Matemática?
- Quais são os conceitos que emergem dessa relação?
- Quais são os conhecimentos mobilizados pelos professores na relação entre artes e matemática?
- Quais são os aportes teóricos do ensino de arte utilizados nas pesquisas?

Para responder essas indagações, organizamos a revisão de literatura em dois momentos: no primeiro, realizamos um mapeamento da quantidade de pesquisas que envolveram o tema em questão, dos locais de produção e dos sujeitos envolvidos. No segundo momento, discutimos aspectos qualitativos dos resultados encontrados, os pontos de concordância e discordâncias entre as pesquisas ao abordarem a articulação da Matemática com as artes e culturas visuais.

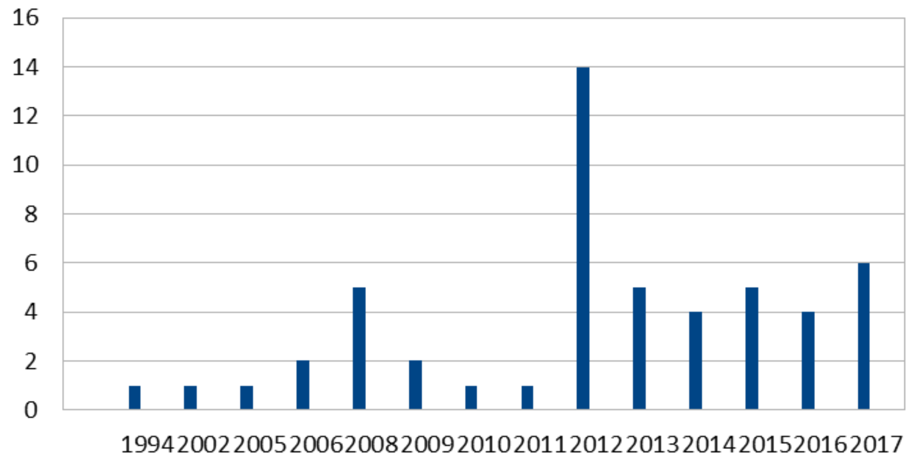
5.2 Revisão e sínteses interpretativas das pesquisas que articulam Matemática com Arte

Como apontamos no tópico anterior, encontramos apenas duas pesquisas que investigavam o conhecimento geométrico do professor dos anos iniciais, articulando geometria com as artes e culturas visuais, mas que não apresentam um olhar aprofundado para essa questão. Dessa forma, sentimos a necessidade de desenvolvermos um estudo bibliográfico sobre a articulação entre Arte e Matemática, a fim de identificarmos elementos que orientem nosso percurso teórico-metodológico e análise dos dados empíricos.

Nosso rastreamento incluiu periódicos nacionais e internacionais como: Revista REMATEC, Revista Zétetiké, Bolema, Revista Diálogos filosóficos, periódicos espanhóis PNA e ZDM *Mathematics Education*, periódicos de língua inglesa *Journal of Humanistic Mathematics*, *The Mathematics enthuusiast, For the Learning of Mathematics,* PME, ICME. Realizamos também rastreamento no banco de teses da Capes e na Biblioteca Digital Brasileira.

Dessa busca identificamos 53 pesquisas que discutiam a relação entre Matemática e Artes. No gráfico que apresentaremos a seguir, estão reproduzidos os números de pesquisas que discutem a articulação entre Artes e Matemática, que cresceram de forma significativa nos últimos dez anos, posto que de 1994 a 2006 identificamos apenas 5 pesquisas, enquanto que de 2007 a 2017 encontramos 47 estudos. Apresentaremos a seguir o Gráfico 2 com a quantidade de trabalhos por ano.

GRÁFICO 2 - Frequência das pesquisas por ano de publicação



Fonte: elaboração realizada pela autora.

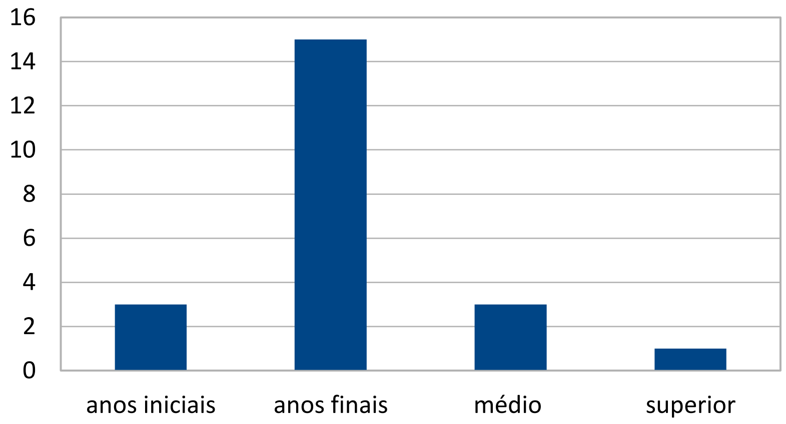
Esses dados nos levam ao seguinte questionamento: o que ocorreu nos últimos dez anos para haver tanto interesse pela articulação entre Matemática e artes e culturas visuais? No inventário realizado por Flores e Wagner (2014, p. 2), as autoras apontam que esse interesse pode ser atribuído a dois fatores: o primeiro é “o discurso da interdisciplinaridade que propõe um trabalho integrado entre os conteúdos de uma disciplina e outras áreas do conhecimento, a fim de superar a fragmentação e propor o diálogo entre diferentes áreas”.

O segundo fator diz respeito aos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para os anos iniciais e finais do Ensino Fundamental, ao destacar que “o significado da Matemática para o aluno resulta das conexões que ele estabelece entre ela e as demais disciplinas, entre ela e seu cotidiano e das conexões que ele estabelece entre os diferentes temas matemáticos” (BRASIL, 1998, p. 15).

Além desses aspectos, observamos que grupos de estudo e pesquisa, como, por exemplo, o GECEN na Universidade do Rio Grande do Sul, têm desenvolvido abordagens sobre essa temática com um número grande de publicações. Fora do Brasil, estudiosos como Sinclair (2008; 2009; 2011) têm desenvolvido pesquisas sobre estética e matemática. E periódicos como Zetetiké (2015) e REMATEC (2012) publicaram números, cuja temática era a Arte e Matemática (ver Quadro 5/Apêndice B).

Do total de 53 estudos, 22 são pesquisas empíricas que desenvolvem intervenções empreendidas com alunos dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior. Sobre os anos iniciais do Ensino Fundamental, encontramos apenas três estudos que discutiam experiências relacionadas à produção de desenhos. A respeito dos anos finais do Ensino Fundamental, são 15 pesquisas que buscam desenvolver intervenções relacionando matemática e artes visuais por meio de artistas visuais ou técnicas artísticas comuns no campo da matemática e artes. Quanto ao Ensino Médio, são três estudos que buscam articular as artes visuais e matemática fazendo uso de *softwares* como Geogebra e anamorfose. Já em relação ao Ensino Superior, identificamos apenas uma pesquisa com estudantes de artes visuais, cujo objetivo era produzir um livro infantil, mas, para isso, utilizaram-se diversos conhecimentos geométricos. Vejam-se os dados no Gráfico 3 a seguir.

GRÁFICO 3 - Frequência das pesquisas empíricas



Fonte: elaboração realizada pela autora.

Encontramos 25 pesquisas que traziam discussões teóricas sobre as articulações entre Matemática e artes visuais. Esses estudos abordavam temáticas como: possibilidades de exploração matemática através da obra de Escher; as técnicas das perspectivas e visualidade na obra de Albert Dürer; discussões sobre estética matemática e artes visuais; análise de materiais como livros didáticos; discussões sobre as possibilidades didáticas de mosaicos, caleidoscópios e propostas de atividades para trabalhar simetria com rendas de bilros, entre outras temáticas. Apenas cinco pesquisas tinham como sujeitos processores em exercício e desenvolveram processos de formação continuadas com os professores. Assim, nosso olhar incidirá sobre essas pesquisas, mas antes faremos um panorama do que identificamos nessa revisão de literatura.

Realizando um panorama, encontramos uma diversidade de conteúdos geométricos nos quais a articulação das artes e culturas visuais com a matemática é estabelecida, como nos exemplos, a seguir: Antoniazzi (2005), ao discutir as medidas e noções geométricas através de polígonos regulares; Codato-Segura (2013), que aborda a geometria analítica por meio de obras de Kandinsky; Rodrigues (2016), ao apresentar uma sequência de atividades em que aborda plano, reta, linhas, ângulo e retângulo a partir da obra de Mondrian; Silva (2013), que versa sobre formas geométricas, perspectiva e simetria em pinturas rupestres e obras de arte da Antiguidade; Zago (2009), que foca na geometria presente nas obras de artes de Magritte e Georges Seurat; Nascimento (2017), cujo tema são as formas geométricas na ilustração de livros infantis; Meneguzzi (2009), que adota a perspectiva de Albert Dürer; Berro (2008), com as temáticas da simetria, formas geométricas, espaços bi e tridimensional nas obras de M. C. Escher; Barth (2006) e Santos (2012), que discutem a relação desse conteúdo com as artes e culturas visuais.

Essas pesquisas mostram que as possibilidades de articulação da geometria com as artes e culturas visuais são múltiplas e passíveis de serem desenvolvidas nos diversos níveis da Educação Básica e Superior. Identificamos também que as articulações da matemática com as artes e culturas visuais não se restringem à abordagem de conteúdos geométricos. Por exemplo, Ferreira (2015), por meio de imagens renascentistas e de artistas visuais como Mondrian, Sacilotto e Lygia Clark, trabalhou operações com números racionais e irracionais, sequências numéricas, áreas e perímetros.

Observamos que as pesquisas de caráter empírico desenvolvem a leitura de imagens, sendo que nem sempre as imagens trabalhadas são de obras de arte. Do total de 22 pesquisas, 16 estudos, ou seja, quase a metade, trabalham com um artista visual ou imagens produzidas por grupos culturais. Isso, sob o ponto de vista do ensino das artes e culturas visuais, é muito positivo por oportunizar aos alunos o caminho para a alfabetização visual, levando-os ao domínio dos códigos visuais através da sensibilização, da familiarização e do contato frequente com as obras de arte e cultura visual, além de proporcionar-lhes perceber que ler é uma atividade que traz conhecimento, de uma forma prazerosa e divertida.

Por outro lado, os seis estudos que não utilizam imagens de obras de arte apresentam imagens como mosaicos, caleidoscópios, ladrilhamentos etc., que fazem parte das nossas práticas culturais e nos aproximam dos códigos e da linguagem visual. Verificamos que, dos 25 estudos teóricos, apenas três não realizam a análise de imagens de artistas visuais ou grupos culturais, embora discutam sobre os elementos de conexão entre artes visuais e matemática. Os demais buscam, através de obras de arte visuais ou grupos culturais, identificar pontos de encontros dos dois campos de conhecimento. A pesquisa de Fialho (2012) traz um olhar profundo sobre a simetria presente no saber/fazer dos ceramistas do distrito municipal de Icoraci (Belém, PA). Assim como, Berro (2008) desenvolveu um estudo de algumas das condições de produção das gravuras do artista holandês Maurits Cornelis Escher e sua relação com a matemática.

Quanto aos movimentos artísticos, também nos deparamos com a diversidade. Do Renascimento identificamos artistas visuais como Michelangelo na pesquisa de Wagner (2012), Silva (2013) e Schuck (2015); também Leonardo Da Vinci em Meneguzzi (2009) e Ferreira (2015); Albrech Drer em Buratto (2012) e Wagner (2012).

Encontramos obras de artistas visuais cubistas e abstracionistas como Pablo Picasso no estudo de Wagner (2012), Ferreira (2015) e Francisco (2017); de Piet Modrian na pesquisa de Ferreira (2015) e Rodrigues (2016); de Kandinsky no estudo de Codato-Segura (2013). A artista visual Tarsila do Amaral é abordada nas pesquisas de Codato-Segura (2013), Albuquerque (2017) e Barros (2017).

Sobre o Neoconcretismo brasileiro, temos a pesquisa de Ferreira (2015); os artistas visuais Max Bill, Luiz Sacilotto, Oscar Niemeyer, Geraldo Barros, Rubens Barsotti são abordados por Albuquerque (2017), tendo como enfoque a geometria plana. M. C. Escher também é muito trabalhado nas pesquisas que envolvem as transformações geométricas, como Fainguelernt (1994), Barth (2006), Modesto (2012), Alves (2014) e Schuck (2015).

Identificamos que algumas pesquisas abordavam apenas um artista visual, como Rodrigues (2016), que desenvolveu um estudo sobre conceitos geométricos presentes na obra de Piet Mondrian. As pesquisas Alves (2014), Fainguelernt (1994) e Barros (2017) tiveram um olhar voltado para propriedades da simetria de reflexão, translação e rotação na obra de Escher. A escolha por trabalhar apenas um artista pode ser positiva pelo fato de realizar um estudo profundo sobre a sua obra. Contudo, perde-se a possibilidade de contato com a multiplicidade de estéticas e visualidades do mundo das artes.

Encontramos pesquisas nas quais a abordagem da arte visual não acontecia por meio da obra de artista, mas do fazer artístico, promovendo o uso de recursos diversos, tais como: tangram, *softwares*, poliminós, caleidoscópios etc., possibilitando diversas formas de representação do conceito abstrato e expressão da criatividade, a exemplo do estudo de Antoniazzi (2005), no qual trabalhou geometria, área, perímetro e fração através da produção de mosaicos, técnica de raspagem e desenhos com tangram. Em outra pesquisa, Santos e

Guimarães (2012) abordam as relações bi e tridimensionais nos desenhos de animais e produção de esculturas com pedras com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

A seguir apresentaremos uma síntese das pesquisas que têm como enfoque a formação de professores. Buscaremos nelas indícios de mobilização de conhecimentos de professores que articulem a geometria e as artes visuais. Nossos critérios de escolha consideraram o fato de abordarem a Matemática e as artes e culturas visuais em processos de formação de professores. No entanto, identificamos divergências em relação ao quadro teórico utilizado e à compreensão sobre artes e culturas visuais.

No primeiro estudo, Santos (2006) buscou responder a pergunta: *"Quais significados os professores de Matemática e de Arte atribuem ao trabalho com pavimentações do plano, envolvendo material manipulativo, em situação de ensino e aprendizagem de geometria?"*, em um curso de geometria. As atividades desenvolvidas nos encontros realizados com os professores-alunos de Matemática e Arte tiveram como pano de fundo o tema *pavimentações do plano* e estavam associadas a materiais didáticos manipuláveis. Foi apresentado um estudo referente aos conceitos e propriedades geométricas concernentes a: pavimentações uniformes, visualização em caleidoscópios, tetraminós e pavimentações de Penrose.

Os encontros foram filmados, transcritos e analisados sob a perspectiva da análise fenomenológica. As análises e interpretações efetuadas permitiram identificar *cenas* que se mostraram *significativas*. A autora, mediante desdobramentos dos estudos interpretativos e por meio de reduções sucessivas, chegou a três categorias abertas: a primeira, *construindo interdisciplinaridade – aproximações e afastamentos*, aborda os significados que surgiram nesse contexto multidisciplinar e que avançam em direção à interdisciplinaridade, revelando disposições para as trocas possíveis. A segunda*, a prática pedagógica dos professores-alunos*, enfoca os significados que explicitam a presença de educadores que trazem consigo suas vivências da prática docente, a percepção que têm de seus alunos e suas expectativas em relação aos encontros. Por fim, *construção de conhecimento* trata das construções, desconstruções e reconstruções que ocorrem no ambiente dos encontros, em meio a uma atitude empática, evidenciando os humores e disposições dos professores-alunos para ampliarem seus *horizontes de possibilidades*.

A análise dessas categorias permitiu a elaboração de uma síntese, na qual a pesquisadora apresenta considerações quanto ao uso de materiais manipuláveis, à prática docente e à interdisciplinaridade da Educação Matemática. Observamos que, embora a pesquisa não tivesse como conteúdo específico a simetria, a visualização de caleidoscópios, tetraminós e pavimentações de Penrose mobilizaram conhecimentos sobre as simetrias de reflexão, rotações e translações. A pesquisa de Santos (2006) trouxe uma série de atividades que utilizaremos em nossa pesquisa, como as pavimentações uniformes do plano e pavimentações aperiódicas de Penrose utilizando peças feitas em papel-cartão, por meio das quais os professores poderão construir as pavimentações.

Na pesquisa desenvolvida por Wagner (2017), observamos que as oficinas também foram um espaço de mediação e reflexão sobre prática dos professores. A pesquisadora utilizou as imagens da arte para movimentar visualidades, sendo possível analisar os discursos relacionados às práticas matemáticas de olhar. As quatro oficinas tiveram como enfoque as imagens e suas possibilidades para o ensino da matemática. Assim, os professores expressaram discursos matemáticos que engendraram modos de compreender a beleza, de compreender matemática quando esta é pensada junto à arte.

Observamos que a pesquisadora utilizou um repertório heterogêneo de imagens, que além de movimentar visualidade, incitou memórias, disparou sentimentos e produziu diferentes sentidos para os professores. Wagner (2017) identificou que os professores não demonstravam estranheza ao olhar para as imagens de arte para remeterem-se à matemática. Ao contrário, a matemática enredava discursos de beleza, como podemos observar no trecho a seguir, diante da imagem *La primavera*, de Antônio Viladomat. A professora *Va: Essa imagem é linda e bem alegre! Ma: Tem simetria, é muito perfeito!* Quando Wagner (2017, p. 89) questiona os professores sobre o que seria beleza, obteve como resposta: *Professora Va. Para mim, beleza está diretamente ligada, assim, no meu ponto de vista, à ideia de simetria e proporcionalidade*.

A pesquisadora verificou que conceitos matemáticos como simetria, forma, proporção, ordenação, paralalelismo, circunferências, retângulos, ângulos, entre outros, formam o modo de olhar dos professores. Assim como na pesquisa de Santos (2006), os professores identificaram simetrias nas imagens, mesmo não tendo como enfoque esse conteúdo. Wagner (2017) trabalha com categorias analíticas da visualidade que podem vir a ser também categorias de nosso estudo, posto que também trabalhamos com a leitura de imagens. Outra categoria importante no trabalho dessa autora é o conceito de oficina enquanto um dispositivo pedagógico, algo que será essencial para pensarmos nossas oficinas.

Na pesquisa desenvolvida por Santos, Lima e Souza (2017), identificamos algo semelhante à pesquisa de Wagner (2017). As pesquisadoras tinham como objetivo investigar saberes e práticas de docentes acerca da relação da Arte com a Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental. Para isso, aplicaram questionários semiestruturados a 13 professoras e, em seguida, depois de análises, optaram por duas professoras como sujeitos da pesquisa. Os resultados apontam que, quando questionadas sobre a relação entre Matemática e Arte, as professoras afirmavam reconhecer a relação, como observamos nos trechos a seguir: a professora *1. Sim. É possível ao estudar Matemática usar Artes para compreender conceitos como também para produzi-los ao usar conceitos matemáticos. Professora 2. Sim. Figuras geométricas, cores, espaços, profundidade e relevo.*

Os pesquisadores (2017) destacam que as respostas possuem características bastante positivas. O primeiro critério é o acreditar nas relações. No entanto, os exemplos apresentados nas respostas estão restritos a conteúdos de Matemática. E aqui, primeiramente fica claro que essa relação que ambas as professoras citam vem evidenciada por uma superioridade de uma disciplina sobre a outra. A Arte aparece como forma de compreensão de conceitos matemáticos. Quando questionadas se proporcionam a associação da matemática com as artes no desenvolvimento do conteúdo dessas disciplinas, as professoras apontam as artes e cultura visuais como um meio de articulação entre artes e matemática, como observamos no trecho a seguir: *a professora 1. Sim. Uso de obras de artes, representação de situação problemas por meio de desenho, uso de tangram para construção de figuras. A professora 2. Sim. Através de filmes como, por exemplo, de Donald no país da matemática.*

As professoras ressaltam que usar obras de artes no processo de ensino e aprendizagem é extremamente importante, assim como percebem que, ao citar a aproximação da "representação de situação problemas por meio de desenho" e o "uso do tangram para construção de figuras" a professora 1 parece estar firmando a relação entre as duas disciplinas, enquanto que para professora 2 no fato de se apresentar um filme já se caracteriza a relação entre ambas. Segundo as pesquisadoras, o filme só poderá ser uma estratégia de aproximação se for levado para uma reflexão. Por exemplo, ao ser apresentado um filme, os/as professores/professoras poderiam se utilizar das ferramentas artísticas (teatro, dança, criar músicas e a aplicação dos desenhos e outros) através da contextualização.

No trabalho etnográfico desenvolvido nas salas das professoras, Santos, Lima e Souza (2017) perceberam que as professoras conduziam suas atividades orientadas por uma agenda, através da qual percebia-se a separação das disciplinas. No entanto, no decorrer das suas atividades, os alunos vão se envolvendo de uma forma que nem percebem a mudança de aula.

Elas observaram que os alunos percebiam que a relação da Matemática com a Arte não acontece nos moldes como os adultos a percebiam. A Arte está configurada para os alunos como uma disciplina em que eles podiam desenhar, pintar, brincar etc., como a disciplina em que o estudante vai deleitar-se. Na Matemática, o aluno deverá seguir isso para aprender aquilo.

Assim, a relação entre as duas disciplinas ficava contida no arquivo de memória da criança como algo natural. Sendo assim, estabelecer relações entre Matemática e Artes também na percepção dos alunos tornou-se uma missão para os professores. Santos, Lima e Souza (2017) identificaram inúmeras atividades desenvolvidas pelas professoras para que essa relação se tornasse perceptível para os alunos, como: produção de maquete, desenho geométrico (bandeira do Brasil) através da lousa eletrônica e desenho de um corpo. Das tentativas, as que mais se aproximaram da relação entre Arte e Matemática foram as atividades que envolveram a leitura de imagem de Tarsila de Amaral. Fez-se um pequeno relato da vida da artista. Em seguida, distribuíram-se algumas imagens contendo as obras da pintora. Pediu-se que os alunos observassem com calma as figuras e escrevessem as figuras geométricas. Na atividade, a professora perguntou o que estava acontecendo na figura. Uns disseram que era uma festa, outras construções. Por fim, a professora disse que os bonecos da figura representavam pessoas que estavam minerando. Na continuidade, fez-se a mesma pergunta com as demais imagens. Chegou um dado momento em que a professora ficou procurando vários caminhos que levassem os alunos a uma observação dentro de um problema preestabelecido por ela.

Por fim, as pesquisadoras identificaram que a relação entre a Matemática e a Arte começa a ganhar concretude a partir do momento em que se visualiza essa possibilidade de relação, que vai se transformando e tomando rumo quando é levada para a reflexão, o que possibilita que o processo de maturação do conhecimento floresça naturalmente. Para a nossa pesquisa, o estudo de Santos, Lima e Souza (2017) mostra que o conhecimento de professores sobre o ensino é construído no processo através de tentativas, através dos erros e acertos do cotidiano escolar.

Em sua pesquisa, Mendes (2008) descreve que, durante o período de 2003 a 2005, realizou experiências de formação continuada de professores, nas quais vivenciaram o exercício de investigação dos aspectos geométricos em sala de aula, tomando como eixo gerador de conhecimento as práticas artísticas relacionadas aos ornamentos geométricos em criações artesanais. Segundo o pesquisador, com essa experiência os professores desenvolveram, em sala de aula, atividades de ensino-aprendizagem que os levaram a compreender os processos matemáticos estabelecidos na elaboração artística dos ornamentos em algumas atividades artesanais, de modo que pudessem identificar aspectos matemáticos presentes nesses ornamentos geométricos, traçados em peças artesanais como bordados, rendas, vasos cerâmicos, tapetes, entre outros.

Assim, os professores puderam utilizar a investigação dessas práticas artísticas como uma estratégia de pensamento e produção de conhecimento matemático escolar. Para desenvolver as atividades com os professores envolvidos nos cursos de formação continuada, enfatizaram-se as relações existentes entre a arte e a matemática, considerando o aspecto dual matemática/arte, na natureza e nas atividades humanas. Assim, apresentaram-se exemplos de situações concretas relacionadas aos aspectos mencionados, como, por exemplo, aqueles relacionados às formas geométricas interpretadas na natureza vegetal e animal; nas tapeçarias; nas rendas e bordados; nas cestarias e vasos cerâmicos, entre outros.

Os professores realizaram a leitura de ornamentos geométricos presentes em fotos ou desenhos de peças artesanais e a eles foi solicitado que observassem as figuras e interpretassem analiticamente os aspectos matemáticos (geométricos) de cada peça. Em seguida, foi realizada discussão geral para que os professores relatassem seus resultados e conclusões. A partir daí, foi proposto que todos fizessem, conjuntamente, uma reflexão teórica sobre as atividades desenvolvidas tomando como ponto de partida o material entregue. A outra etapa do trabalho foi propor novas atividades em grupo, solicitando que fossem elaborados alguns ornamentos geométricos, tomando como marco inicial o exercício interpretativo, realizado anteriormente, tendo em vista que essa etapa seria formativa, considerando a possibilidade de eles proporem tais atividades a seus alunos, nas aulas de matemática. Ao final dessa etapa, foram feitas as apresentações das atividades elaboradas por grupo, terminando com a avaliação do trabalho como um todo.

Mendes (2008), após a realização da formação continuada, estabeleceu algumas reflexões teóricas sobre as possibilidades didáticas e conceituais. Surgiram alguns questionamentos, tais como: *Que geometria é possível ser explorada e ensinada nas escolas a partir da arte? Como podemos discutir esse tema numa perspectiva educacional multicultural?* Em suas conclusões, o pesquisador destaca que a conexão entre a geometria abordada na escola e as atividades produtivas da arte dos ornamentos apresenta um ponto em comum: a ampla exploração do espaço como um elemento gerador de conceitos geométricos e propriedades referentes a medidas e simetria.

Os professores envolvidos perceberam, enfim, que o estudo da geometria se baseia na exploração matemática de pontos, linhas e formas no espaço, enquanto a arte é, frequentemente, relacionada à apreciação estética do espaço. As possibilidades didáticas consistem em provocar certa manifestação emocional e racional em cada observador, posto que ambas as construções geométricas evidenciam simultaneamente razão e emoção, realidade concreta e imaginação. Além disso, a geometria envolvida na arte pode ser muito mais agradável e acessível para a maioria dos estudantes que a matemática envolvida em aplicações científicas. O prazer e a satisfação que as crianças encontram em um desenho, em cores e em modelos pode, talvez, contribuir para sua aprendizagem de matemática.

Aroca (2015) desenvolveu um estudo semelhante com professores de matemática. Primeiro ele realizou uma análise da lógica do *design* utilizado nos pratos ou xícaras das culturas pré-hispânica dos Pastos ou Quillacingas, localizados ao sul da Colômbia. Depois, construiu algumas atividades em classe, sob o título de movimentos e transformações no círculo. Em seguida, realizou uma experiência de sala de aula com professores em formação matemática do norte da Colômbia.

Aroca (2015) aponta como resultados que os professores viram como inovadoras as atividades realizadas na sala de aula, ficaram interessados em saber sobre as culturas Pastos e Quillacingas e como poderiam construir uma noção sobre a lógica que essas culturas usaram em projetos decorativos dos pratos e copos. Também destacaram que as transformações, movimentos, homotetias e frisos para superfícies circunscritas, inspiradas nos desenhos das pastagens e Quillacingas, implicavam que os estudantes pudessem determinar melhor as propriedades desses conceitos geométricos e outras ideias e regularidades que não estão presentes nos livros escolares.

O pesquisador identificou que a figura em uma curva gera um problema na compreensão desse movimento específico, porque a geometria da escola privilegia apenas os movimentos que são feitos horizontalmente, verticalmente ou obliquamente. Ao fazê-los na curva, acaba-se mudando um hábito escolar metodológico, em outras palavras, quebra-se o contrato didático. Aroca (2015) observou que as cores, quando aplicadas, excediam a expectativa dos professores em torno da configuração. A aplicação de cores, mesmo uma isoladamente, gerou uma nova configuração ou *design*. Atribui-se à configuração geométrica uma perspectiva artística que não havia antes. Até a cor entra como uma forma na configuração e faz com que o visual ornamental normalmente conferido aos artefatos seja excedido artesanalmente. Essa pesquisa trouxe para nós o olhar da multiculturalidade, mostrando a necessidade de inserirmos em nosso estudo imagens de povos não só do Brasil, mas também de toda América Latina.

QUADRO 4 - Síntese das contribuições dos trabalhos que articulam Artes e Matemática para nossa pesquisa

Autores	Contribuição para o nosso trabalho
Santos (2006)	Traz subsídio teórico sobre caleidoscópio, poliminó, pavimentações periódicas e aperiódicas de Penrose. Também alimenta o repertório com atividades para serem desenvolvidas por professores.
Wagner (2017)	Traz subsídio teórico com as categorias analíticas visualidade e oficinas como dispositivo pedagógico, assim como ressalta o potencial da imagem para mobilizar conhecimentos e discursos matemáticos.
Mendes (2008); Aroca (2015)	Apresenta reflexões sobre as artes e culturas visuais nas salas de aula, por viés da etnomatemática.
Santos, Lima e Souza (2017)	A pesquisa mostra que o professor mobiliza conhecimentos sobre as relações entre Arte e Matemática por meio de tentativas com erros e acertos, o que indica que a construção do conhecimento não é linear.

Fonte: elaboração realizada pela autora.

No panorama das pesquisas identificadas, percebemos uma presença forte das imagens de obras de arte. As imagens são utilizadas como fontes de conhecimento conceitual, nas quais são explorados conteúdos diversos da geometria e outros campos da matemática como as grandezas e medidas e números.

Além da diversidade de conteúdos, encontramos uma diversidade estética, porque identificamos diferentes movimentos artísticos – que vão do Renascimento à arte contemporânea, assim como as artes visuais de grupos culturais diferentes.

O fazer artístico também foi uma ação de ensino da abordagem triangular muito frequente – e acontecia por meio de diferentes técnicas e recursos materiais, tais como: desenho, pintura, dobradura, tangram, *softwares* etc. O fazer artístico possibilitou nesta pesquisa a representação visual dos conceitos abstratos, mas também do inventivo, do imaginado, da criatividade.

De modo geral, as pesquisas, sejam empíricas, sejam teóricas, buscavam um olhar para a geometria de forma que se promovessem a descoberta, a criação e a busca por soluções criativas para os problemas matemáticos.

No entanto, não fica evidente nessas pesquisas a contextualização das imagens e do fazer como aquilo que “faz produzir sentido na vida daqueles que observam, é permitir que cada um encontre, a partir da obra apresentada, seu devir” (FLAUSINO, s.d.), mas devemos considerar que não havia a intenção por parte de grande número dos pesquisadores de tomar a Abordagem Triangular de Ana Mae Barbosa (1998, 2008) como uma teoria.

Nesse sentido, também identificamos nas cinco pesquisas desenvolvidas com professores ações de ensino das artes e culturas visuais. Mesmo quando não assumem essa abordagem teórica, utilizam a leitura das imagens da arte, como a pesquisa de Wagner (2017), e a leitura de padrões em objetos da cultura indígena – Aroca (2015) e Mendes (2008).

Embora, Santos (2006) tenha dado primazia ao fazer artístico através da produção de produção de padrões, caleidoscópios, mosaicos de Penrose, pavimentações, desenhos etc., ela também trabalhou a leitura de imagens para identificação de conceitos geométricos – perspectiva, simetria, semelhança e figuras planas entre outras – ressaltando também os aspectos visuais e culturas presentes nos mosaicos, caleidoscópios etc.

Apenas no estudo etnográfico de Santos, Lima e Souza (2017) identificamos a leitura de imagem, a contextualização e o fazer artístico como abordagem teórica utilizada para análise do trabalho desenvolvido pelas professoras na busca de articular matemática com as artes e culturas visuais.

Percebemos que apenas Wagner (2017) utiliza a categoria da visualidade como um conceito que possibilita a articulação da Matemática com as Artes pela perspectiva teórica da Cultura visual. A pesquisadora aproxima o objeto matemático do universo das imagens, desnaturalizando o estatuto da Matemática e da Arte. Assim, ela interroga a própria condição da matemática, não admitindo a condição natural dessa área de conhecimento e insiste na sua construção social.

Outro aspecto, refere-se à visualização. Na pesquisa de Santos (2006), a visualização revelou-se importante no desenvolvimento das atividades, pois mostrou-se como um apoio intuitivo auxiliar do raciocínio, enriquecendo a representação e análise das conjecturas imaginadas.

Por fim, trazer esse universo para sala de aula pode oportunizar processos construtivos de conhecimento em relação a conceitos de simetria com a gramática visual, como também possibilita o acesso à criação e à imaginação. Essa integração pode acontecer através da exploração, experimentação e transformação, favorecendo as articulações entre o pensar, o sentir e o fazer, bem como o exercício das funções simbólicas, aspectos fundamentais no processo de significação e construção de conhecimento.

Embora essas pesquisas apresentem diversos indícios de articulação entre a Matemática e as artes e culturas visuais, elas não têm o enfoque nos conhecimentos de professores mobilizados nessa articulação. Desse modo, cabe-nos problematizarmos: quais são os aportes teóricos acerca do conhecimento de professores que podem guiar nosso olhar para entender essa articulação entre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria?

Sendo assim, no 5º capítulo, buscamos discutir os aspectos conceituais e visuais necessários para o conhecimento profissional do professor.

Figura 32- M.C. Escher, Desenhando, 1948 litografia, 28,2 x 33,2 cm

Fonte: https://exame.abril.com.br/estilo-de-vida/a-arte-da-ilusao-de-escher-volta-ao-brasil-veja-fotos/

O que há de comum entre os matemáticos e os artistas?
Por estranho que pareça, eles buscam expressar a beleza naquilo que fazem.
No caso dos artistas, a beleza está na perfeição envolve equilíbrio e harmonia.
Em determinadas circunstâncias, pode-se dar ao equilíbrio o nome de simetria.
E é aí que entra a matemática.
[...]
Simetria não é um número nem um formato, é um tipo especial de transformação – uma maneira de mover objetos. Se o objeto parece o mesmo depois de movido, a transformação aí presente é simetria.

(IAN STHEWART, 2012, p.9)

CAPÍTULO 6 CONHECIMENTOS DO CONTEÚDO MOBILIZADO POR PROFESSORES NAS ARTICULAÇÕES DA GEOMETRIA E ARTES E CULTURAS VISUAIS POR MEIO DA SIMETRIA

O que há de comum entre os matemáticos e os artistas? Partindo dessa indagação, é possível afirmar que ambos buscam expressar a beleza naquilo que fazem. O filosofo grego Platão (1990) considerava que a qualidade abstrata da Matemática representa o ponto mais alto da beleza, ou seja, as propriedades e os axiomas matemáticos também promovem, através da simplicidade, da elegância ou do equilíbrio, experiências estéticas tão significativas quanto aquelas vivenciadas diante de uma obra de arte. Assim, neste capítulo, apresentamos uma discussão conceitual sobre a simetria sob o ponto de vista da Educação Matemática. Depois, discorremos sobre as pesquisas do campo da Educação Matemática apontando as diversas possibilidades de ensino-aprendizagem desse conteúdo em sala de aula.

6.1 A questão do conhecimento da simetria na geometria

Por volta de 300 a.C., o matemático grego Euclides escreve *Os Elementos de Euclides*, um tratado matemático e geométrico consistindo de 13 livros. Os quatro primeiros livros, que hoje podem ser organizados como capítulos, tratam da geometria plana conhecida na época, enquanto os demais tratam da teoria dos números, dos incomensuráveis e da geometria espacial.

Ao formular seus postulados e axiomas, criou as bases para um desenvolvimento geométrico que perdura há mais de 2300 anos. Assim, os gregos e romanos, povos com maiores preocupações estéticas e alto teor filosófico, utilizaram formas originadas de geometrias apuradas, baseadas na proporção áurea, sistema de relações que se tornou paradigma de beleza clássica.

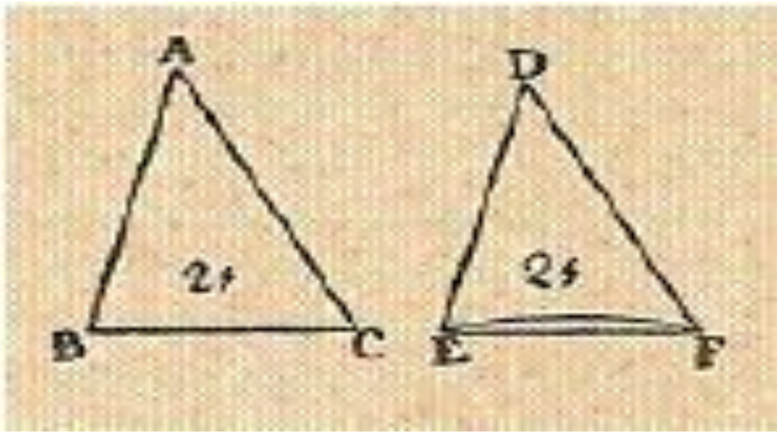
O tratado matemático e geométrico de Euclides alcança também "a nossa sensibilidade emocional, o sentimento de beleza matemática, da harmonia dos números e das formas, da elegância geométrica" (POINCARÉ, 1956, p. 2047). Do mesmo modo, Blasjö (2012, p. 2) descreve que a estética matemática possibilita que elementos sejam "dispostos de maneira harmoniosa, de modo que a mente sem influência possa abraçar sua totalidade ao perceber os detalhes".

Nesta pesquisa, nosso olhar incidirá sobre a geometria plana, especificamente a geometria das transformações. Nos *Elementos de Euclides* (2009), a simetria como um tipo de isometria baseia-se nos movimentos de objetos (figuras ou formas), de tal modo que a distância entre quaisquer dois pontos, antes ou depois do movimento, permaneça a mesma.

Euclides apresenta a ideia de *adaptação* de uma figura sobre a outra, sendo que figuras iguais podem ser sobrepostas sem que haja diferenças entre as medidas dos objetos que as constituem. Assim, ele indica o que compreendemos ser um *movimento de reflexão*, que se inicia ao ajustarem-se os primeiros elementos de uma figura sobre seus iguais que pertencem à outra figura. Na proposição IV de Euclides sobre congruência de triângulos, ele define:

> se dois triângulos tiverem dois lados iguais a dois lados, cada um a cada um, e os ângulos compreendidos por estes lados forem também iguais, as bases e os triângulos, e os mais ângulos, que são opostos a lados iguais, serão também iguais" (EUCLIDES, 2009, p. 10).

Figura 33- Proposição IV de Euclides



Fonte: Euclides (2009).

Euclides, a partir da ideia de sobreposição entre figuras, aponta para a igualdade de segmentos e também para a igualdade de ângulos, destacando tanto a igualdade entre figuras quanto a desigualdade, estabelecendo, assim, dentro da geometria euclidiana, grupos distintos de figuras geométricas, como, por exemplo, os grupos dos triângulos e dos quadriláteros. As indicações de Euclides, conforme sabemos, tornaram-se aceitas por milênios até a atualidade.

O que descrevemos trata-se de caso de simetria, um tipo de relação que envolve ideia de movimento e invariância. A palavra tem a sua origem na filosofia e estética gregas, nas quais era utilizada para expressar equilíbrio, proporção e harmonia. O termo deriva da palavra grega *auppsipia – sin* (com) e *metron* (medida) – e foi muitas vezes traduzida como "*comensurável*" ou "*proporçã*o", embora não haja, entre elas, uma correspondência de significado (MELO, 2014). Podemos compreendê-la como:

> Medição exata dos elementos, da intuição composta [...] Para esse caráter mensurável e visual, tem maior aplicação nas artes do espaço, em corpos geométricos. A simetria perfeita ocorre na esfera. Nos outros corpos é entendida a partir de um eixo em torno do qual as peças são distribuídas. (LOBATO, 1965 *apud* FERRO, 2012, p. 2).

No entanto, o termo simetria só entra no vocabulário das ciências no ano de 1830, com o estudo da classe dos cristais, em que a sua análise se baseou na teoria dos grupos, introduzida pelo matemático francês Evariste Galois num trabalho publicado em 1848 (MELO, 2014). Dessa forma, a teoria das simetrias, tem como base a teoria dos grupos, mas é o trabalho intitulado "*Erlangem Program*" do alemão Felix Klein, datado de 1872, que caracteriza a teoria das simetrias como um universo aproximado para diferentes geometrias através dos seus grupos de transformações e das invariâncias desses grupos. De acordo com Lívio (2008), Klein inverteu audaciosamente os papéis de simetria e geometria. Nas palavras do matemático: "Existem transformações do espaço que realmente não alteram as propriedades geométricas das figuras. Por sua natureza, essas propriedades são, de fato, independentes da posição ocupada no espaço pela figura em consideração, de seu tamanho absoluto e sua orientação" (LÍVIO, 2008, p. 221).

Ao conjunto dessas operações dá-se o nome de grupo. Se o objeto for geométrico, é um grupo de simetrias. Se for um objeto algébrico, designa-se por automorfismo de grupo. Na teoria de Galois, ao tratar das simetrias presentes na expressão algébrica: $a^2c + 3abc + b^2c$, se a e b forem trocados, o valor da expressão manter-se-á inalterado devido às propriedades comutativas da adição algébrica e da multiplicação (STEWART, 2012).

Entretanto, a teoria de Galois apresentava limitações graves, pois não funcionava com coeficientes, mas com as raízes. Os sucessores de Galois perceberam que a teoria de grupos de simetria seria mais fácil de ser compreendida no contexto da geometria. É assim que o assunto é apresentado aos estudantes na atualidade (STEWART, 2012). Para o matemático Stewart (2012) existem três palavras-chaves de definição da simetria: transformação, estrutura e preservação. Ele toma como exemplo um triângulo equilátero.

> *Transformações*. Podemos fazer algumas coisas no nosso triângulo. Em princípio, existem muitas coisas que podem ser feitas: torcê-lo, girar em torno de algum ângulo, amassá-lo, esticar com um elástico, pintar de cor-de-rosa. Mas nossa escolha é mais limitada, por causa da segunda palavra. *Estrutura*. A estrutura do nosso triângulo consiste em seus aspectos matemáticos considerados significativos. A estrutura de triângulos inclui coisas como "três lados", "os lados são retos", "um lado tem 18,36 cm", "está situado em determinada localização no plano", e assim por diante. [...] *Preservação*. A estrutura do objeto matemático deve se conformar com a original. O triângulo transformado também deve ter três lados, por isso, não podemos entortá-lo. Um dos lados deve ter 18,36 cm, por isso, também é proibido esticar o triângulo. A localização deve ser a mesma, por isso não podemos deslocá-lo três metros para o lado. (STEWART, 2012, p. 145).

Assim, compreende-se que a simetria de um objeto matemático é uma transformação que preserva a sua estrutura. Com isso, a simetria deixa de ser apenas uma vaga impressão de regularidade, sensação artística de elegância e beleza construída ao longo da história da Arte, e torna-se também uma concepção matemática com uma rigorosa definição lógica. Gómez-Chacón (2005, p. 290, tradução nossa) salienta que:

> [...] o racionalismo tem uma dimensão estética. Existe uma certa beleza na completude e coerência de um argumento lógico, quando "as pontas soltas são amarradas", quando a "ambiguidade" e a imprecisão são substituídas por clareza e certeza, quando a dubiedade e a imprecisão das meias verdades. Eles são iluminados com a luz clara da razão.

Para Rosenvasser Feher (2013), podemos falar de simetria em dois sentidos: um em relação à harmonia das proporções, ao equilíbrio da forma, da beleza; e outro típico da matemática (onde, na realidade, os termos mencionados são resultados estéticos de simetria). Além da simetria, outros conceitos, teoremas e definições, para além de serem construídos tendo por base fatores lógicos, como a consistência, a independência e a completude, também são definidos tendo em conta aspectos estéticos. Dessa forma, a simetria pode ser representada pela simplicidade e elegância conhecidas tanto da álgebra quanto da geometria.

Nesta pesquisa, teremos enfoque nas simetrias do tipo isométrica, que são baseadas nos movimentos de objetos (figuras ou formas), de tal modo que a distância entre quaisquer dois pontos, antes ou depois do movimento, permaneça a mesma. Uma isometria pode ser representada algebricamente como um e plano $\prod$ e $\prod$ é uma função T: $\prod \rightarrow \prod'$ que preserva a distância. Isso significa que para quaisquer pontos X, Y $\in$ $\prod$, ponto X′ = T (X) e Y′= T (Y), tem-se d (x′, y′). Segundo Lima (1996), toda isometria é uma função bijetora, pois x $\neq$ y $\Rightarrow$ d (x, y) > 0 $\Rightarrow$ d (x′, y′) = d (x, y) > 0 $\Rightarrow$ x′, $\neq$ y′. De acordo com Wagner (2007, p. 70), trata-se de "transformações em que pontos distintos possuem sempre imagens distintas e também que cada ponto do plano é imagem de outro ponto desse plano".

Para Lima (1996), uma isometria também é subjetiva, uma vez que toda isometria T: $\prod \rightarrow \prod$' transforma retas em retas. O autor (1996) prova esta afirmação da seguinte maneira: com efeito, seja r $\subset$ $\prod$ uma reta, tomemos dois pontos distintos A e B em r, ponhamos A′ = T (A), B′= T (B) e chamemos de r′ a reta no plano $\prod$, que passa por A′e B′.

Dado qualquer X $\in$ r, um dos três pontos A, B e X entre os outros dois, digamos que B esteja entre A e X, ou seja, que B $\in$ A X (os outros dois casos são tratados analogamente). Então AX= AB + BX logo, pondo X′= T (X), vem A′X′=A′B′+ B′X′, portanto B′ pertence ao segmento A′X. Assim os pontos A`, B e X′ são colineares. Isso mostra X $\in$ r = X′ $\in$ r. Logo a restrição de T a r é uma isometria entre r e r′; como toda isometria entre retas é sobrejetiva, tem-se T(r = r′).

O conceito de simetria no plano euclidiano envolve três noções básicas: um conjunto de elementos; uma transformação "interna" desse conjunto em si mesmo; e a existência de um subconjunto desse conjunto maior que fica invariante quando submetido a tal transformação (BRASIL, 2010). Assim, as isometrias produzem três tipos básicos de movimento (reflexões em relação a uma reta, translações e rotações em torno de um ponto).

A seguir, discutiremos cada tipo de simetria na matemática a partir das diferentes representações simbólicas (algébricas) e geométricas (gráficas) de um mesmo conceito:

A simetria de rotação é uma função ou transformação que associa a um dado par ordenado (x, y) o seu simétrico (x′, y′). Como representação simbólica: f: $\Pi \rightarrow \Pi$ ou (x,y) → (x´,y´). Na transformação por rotação, fixamos um ponto no plano e a figura gira em torno desse ponto de um determinado ângulo. O ponto fixo é chamado de centro de rotação.

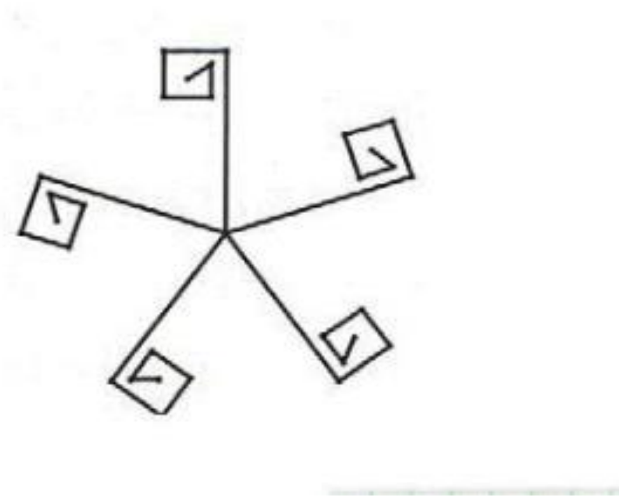
Nesse sentido, as principais propriedades da simetria de rotação:

a) Toda rotação é uma isometria.

b) Toda rotação pode ser decomposta (de infinitas maneiras) como produto de duas rotações com mesmo centro ou duas rotações com centros distintos.

c) As rotações preservam o sentido dos ângulos.

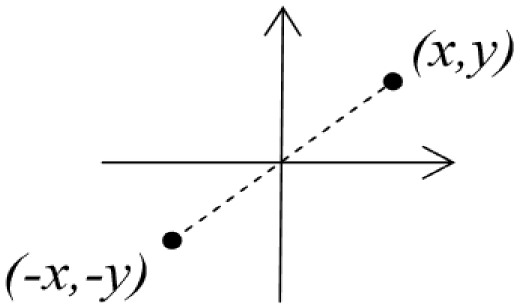
Figura 34 - Simetria de rotação



Fonte: http://www.im.ufrj.br/dmm/projeto/projetoc/precalculo/sala/conteudo/capitulos/cap21s3.html.

Define-se simetria central como um tipo especial de simetria de rotação. No plano, como uma função ou transformação de pontos no plano, que associa a cada par ordenado (x, y) o seu simétrico (-x, -y). De acordo com Fainguelernt (1994), a reapresentação simbólica é *f: R → R ou (x, y) → (x + a, y+b)*. A representação gráfica da simetria central pode ser observada na imagem a seguir.

Figura 35 - Simetria central



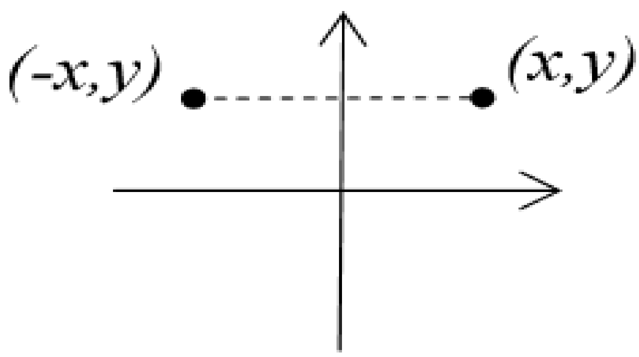
Fonte: Fainguelernt (1999, p. 9).

A simetria de reflexão ou axial em relação é considerada uma das mais conhecidas. Segundo Lopes e Nasser (1996, p. 102), a simetria de reflexão acontece quando: "(I) a linha que une cada par de pontos correspondentes é perpendicular ao eixo de simetria e se (II) dois pontos correspondentes estão à mesma distância (perpendicular) do eixo de simetria, em lados opostos". Siqueira, Lima e Gitirana (2000, p. 9) definem da seguinte maneira: "dada uma reta r, diz-se que σ: Π → Π é uma reflexão com relação à r (referida como o eixo de simetria) se esta reta é a mediatriz do segmento de extremidades P e σ (P), P representando um ponto qualquer do plano". Sendo assim, é possível identificar como propriedades essenciais da simetria de reflexão de uma figura:

> *Ortogonalidade*: se os pontos a e a são simétricos em relação à linha d, então [A, A] é perpendicular a d. Um ponto em d é o seu próprio simétrico. *Igualdade de distâncias ao eixo*: se os pontos A e A são simétricos em relação à linha d, então A e A ' são equidistantes entre si e do eixo; se os pontos A e A' são simétricos em relação a d, então cada ponto do eixo é equidistante de A e de A' (o eixo de simetria é o mediador do segmento que conecta um ponto e seu ponto simétrico). *Propriedades de conservação da simetria ortogonal*: comprimento: o simétrico de um segmento em relação a uma linha é um segmento do mesmo comprimento (a simetria ortogonal é uma isometria); *Medida de ângulos*: o simétrico de um ângulo em relação a uma linha é um ângulo da mesma medida; perpendicularidade: as linhas simétricas de duas linhas perpendiculares também são perpendiculares (consequência da propriedade: conservação do ângulo reto); *Paralelismo*: as linhas simétricas de duas linhas paralelas são paralelas entre si; *Alinhamento*: o simétrico de uma linha é uma linha reta. Nota: o simétrico de uma linha não é, geralmente, uma linha reta paralela. *Propriedade de mudança da orientação do ângulo*: a

simetria ortogonal inverte a orientação dos ângulos (a simetria ortogonal é uma inversão). *Direção*: que é determinada por um ponto da figura e seu simétrico. *Distância ao eixo:* de um ponto e seu simétrico, ou de uma figura e seu simétrico. *Tamanho:* que está relacionado com a propriedade de preservação de comprimento. *Forma:* que está relacionada com a propriedade de conservação de medidas angulares. *Significado:* que está relacionado com a orientação dos ângulos. *Posição*: que está relacionada com a orientação da figura simétrica em relação à figura inicial. (LIMA, 2006, p. 75-76, tradução nossa).

Figura 36 - Simetria de reflexão/Axial



Fonte: Fainguelernt (1999, p. 9).

A translação é uma função ou transformação de pontos no plano que associa cada par ordenado (x, y) o par (x, +a, y + b), onde a e b são constantes, ou *f*: $\Pi \rightarrow \Pi$ é uma isometria se e somente se quaisquer dois pontos P e Q de Π, tem-se que d(P,Q)=d(*f*(P),*f*(Q)), onde d(x,y) denota a distância do ponto x ao ponto y. (SIQUEIRA, LIMA, GITIRANA, 2000, p. 2). Sendo assim, as propriedades da translação são:

1) Toda translação é uma isometria;

2) A composição de duas translações de vetores a e b é a translação de vetor a + b, ou seja, Tb + Ta = Ta + b;

3) Toda translação pode ser decomposta em infinitas formas como produto de duas translações;

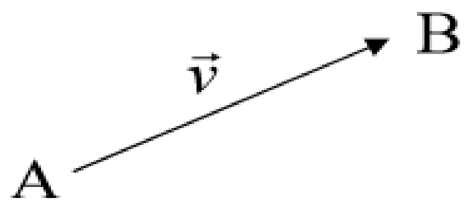
4) Todos os pontos de uma figura e os respectivos transformados definem a mesma direção, o mesmo sentido e estão à mesma distância;

5) Qualquer segmento de reta é transformado num segmento de reta paralela e com o **mesmo comprimento**;

6) Qualquer ângulo é transformado num **ângulo congruente**;

7) Translações preservam o sentido do ângulo.

Figura 37 - Simetria de translação



Fonte: Fainguelernt (1999, p. 10).

Observamos que a simetria pode ser representada de forma simbólica (algébrica) e geométrica, mas há representações matriciais e pictóricas da simetria, como apresentado anteriormente no estudo sobre simetria na Arte. Nas diferentes representações, a simetria é compreendida como um processo que transforma uma entidade matemática em outra, sendo invariante com relação à forma e à conservação de distância.

> A simetria está profundamente envolvida em todas as áreas da matemática e subjaz à maioria das ideias básicas da física matemática. Simetrias expressam

> regularidades subjacentes do mundo, e são elas que movem a física. Simetrias contínuas, como rotação, estão relacionadas de perto à natureza do espaço, do tempo e da matéria; implicam em várias leis de conservação, como a lei da conservação de energia, que afirma que um sistema fechado não pode ganhar nem perder energia. (STEWART, 2012, p. 197).

As representações e definições da simetria descrita mostram que ela transita por diferentes estéticas que resguardam a simplicidade e a concisão que envolvem símbolos, formas e linhas. De acordo com Dreyfus e Eisenberg (1986), a simplicidade, concisão e claridade são fatores que contribuem com o valor estético de fórmulas, conceitos, aplicações e teoremas.

Hardy (1940/1999) aponta como qualidades estéticas do pensamento matemático a generalidade, a profundidade, a capacidade do inesperado e do inevitável e a economia. Por essa razão, a simetria ocupa um lugar privilegiado no saber científico nos campos da Matemática, Física, Química, Biologia, entre outras, mas, sobretudo, é fundamental na Arquitetura e nas Artes devido ao seu caráter visual e estético.

Nesta pesquisa, teremos como enfoque a articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. Para tanto, é necessário refletir sobre o ensino e aprendizagem da simetria.

A seguir teceremos uma discussão sobre o ensino e aprendizagem da simetria do tipo isométrico.

6.2 O ensino e aprendizagem de simetrias do tipo isométrico

Pesquisadores como Jaime e Gutiérrez (1996), Grenier e Laborde (1987) e Melo (2010) desenvolveram estudos nos quais buscaram compreender como os alunos aprendem simetria, indicando aspectos para o ensino. Tais estudos discutem a identificação *a priori* de critérios e valores que os alunos podem usar em resolução de problemas quanto à construção de figuras simétricas, permitindo realizar experimentos de estudo de tomada de decisões didáticas (LIMA, 2006).

Nesse sentido, Grenier e Laborde (1987 *apud* LIMA, 2011, p. 47-48) destacam procedimentos susceptíveis de serem mobilizados pelos alunos na resolução de problemas de construção de figuras por uma simetria de reflexão.

> Direção ortogonal: a determinação de um ponto da figura imagem se faz em função de uma direção ortogonal ao eixo de simetria; Direção por prolongamento: esse procedimento dá por imagem de um ponto um ponto situado no prolongamento de uma direção materializada pela figura objeto; "Direção horizontal" ou "Direção vertical": dão por ponto imagem um ponto situado sobre uma mesma reta horizontal ou uma mesma reta vertical que o ponto objeto (GRENIER; LABORDE, 1987, p. 71-72).

As pesquisadoras Jaime e Gutiérrez (1996) caracterizam os erros cometidos pelos alunos sobre as simetrias em dois grupos:

1º) Erros cuja origem está no conceito de simetria, que surgem quando os alunos não aplicam as duas propriedades que se relacionam com uma figura e sua imagem corretamente:

- Falta de equidistância ao eixo de cada ponto e a sua imagem, como mostrado na figura, em que a imagem correta aparece ponteada.
- Falta de perpendicularidade em relação ao eixo do segmento que liga um ponto e a sua imagem.
- Combinações dos dois erros anteriores. Em todos os casos, os estudantes esquecem uma das duas características da simetria ou ambas.

2º) Erros cuja origem está em uma interpretação reduzida ou distorcida de simetria, surgindo quando os alunos cometem os seguintes equívocos:

- O desenho paralelo à figura original não necessita de ser paralelo com o eixo de imagem.
- Deslocamento horizontal ou vertical da figura, embora o eixo de simetria esteja inclinado.

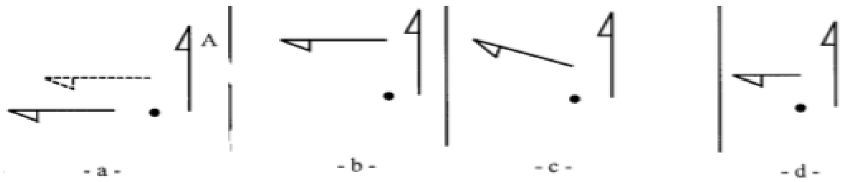
Para o ensino da simetria de translação, Godino (2003) aponta que a translação é a isometria mais simples e, portanto, apresenta menos dificuldades do que a reflexão/axial e rotação. As dificuldades geralmente surgem nos seguintes aspectos:

- A compreensão do conceito de vetor livre como vetor associado a uma translação – os alunos tendem a pensar que uma translação consiste em levar a figura até o final da seta desenhada indicativa da tradução.
- A realização de translação quando a figura tem uma forma poligonal (especialmente se for retangular) e o vetor de translação é paralelo a um de seus lados – é muito comum o erro de desenhar o vetor começando em uma extremidade do lado inicial e terminando na outra extremidade do lado da imagem.

Quanto à rotação, Jaime e Gutiérrez (1996) identificaram dificuldades relacionadas ao ato de estimar corretamente o ângulo, reconhecer a equivalência dos ângulos e reconhecer a equidistância entre o centro de rotação e os pontos correspondentes da figura de imagem, assim como constatar a congruência da figura. Esses pesquisadores ressaltam que a estratégia apresentada pelos alunos para resolver problemas de rotação consiste em começar a rotação pelo traçado de um segmento ligando outro ponto da figura original ao centro de rotação e, em seguida, estimar o ângulo e traçar o segmento que ligará o centro de rotação à imagem da figura dada, completando a figura anterior.

Pesquisadores como Godino (2003) e Jaime e Guitérrez (1996) destacam que, para entender e utilizar corretamente o conceito de rotação de uma figura, é necessário que os alunos apliquem bem cinco características dessa transformação geométrica: reconhecimento global da figura, identificação do ângulo de rotação, estabelecer equidistância ao centro, estabelecer o ângulo entre um ponto e sua imagem e congruência das figuras. Na figura a seguir, é possível observarmos quatro erros típicos ao aplicar uma rotação de 90º para a figura A no ponto marcado:

Figura 38 - Imagens com rotação



Fonte: Godino (2003, p. 336).

Observamos nas figuras acima, na parte (a) destaca, a falha do ângulo de rotação, em (b) a falta de equidistância ao centro, em (c) a perpendicularidade entre o objeto e sua imagem, e em (d) a falta de congruência dos números.

No que diz respeito ao ensino de simetria, pode-se considerar aspectos referentes ao modo como este conteúdo pode ser modelado através de problemas que possuem características intrínsecas e são constituídos de elementos passíveis de manipulação pelo professor. Essas características do problema são denominadas de variáveis didáticas. Segundo Melo (2010, p. 32):

> Os conteúdos matemáticos, como os de outras áreas do conhecimento, podem ser modelados de várias maneiras, dentre elas por meio de problemas que possuem características intrínsecas e são constituídos de elementos passíveis de manipulação pelo professor. Essas características do problema são as variáveis didáticas, e os elementos que as constituem são os seus valores.

Embora, nossa pesquisa não tenha as variáveis didáticas como um aporte teórico, reconhecemos que é imprescindível inseri-las nas situações-problemas que serão propostas aos professores durante a oficina, uma vez que as variáveis didáticas constituem características dos problemas propostos, assim como o uso da imagem de uma obra de arte ou de uma figura pode influenciar de forma significativa as regras de resolução utilizadas pelos professores, provocando mudanças no *status* das respostas. De acordo com Melo (2010, p. 32), “quanto mais sofisticada for a escolha desses valores, maior pode ser a mobilização de conhecimentos, referentes a um mesmo conteúdo”.

> [...] a variável didática é uma ferramenta importante na categorização dos problemas matemáticos a serem propostos aos alunos, na elaboração de problemas adaptados para desestabilizar regras de ação errôneas, na escolha de problemas que contribuam significativamente para a aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, inclusive nos erros cometidos. (SANTOS; BELLEMAIN, 2007, p. 3).

No caso das simetrias, é possível pensar em variáveis didáticas, relacionadas aos tipos de figura, tipos de problema, especificidades da figura, orientações dos segmentos da figura e tipos de papel, entre outros aspectos (MELO, 2010). Supomos que o fato de a figura ser ou não uma obra de arte também pode ser considerado como uma variável didática, uma vez que pode interferir significativamente na aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos. Além do mais, as obras de arte estão imbricadas por todo o panorama social, político e histórico-cultural nos quais foram produzidas, no modo como se inserem no momento de produção e na maneira como esse momento se reflete nelas.

QUADRO 5 - Variáveis didáticas e valores relacionadas ao ensino de simetria com base em Melo (2010) e Lima (2006)

Variáveis didáticas	Valores
Tipo de problema	Reconhecimento de figura simétrica; Reconhecimento de eixo de simetria; Reconhecimentos de translação; Reconhecimento de rotação; Construção de figura simétrica; Construção de eixo de simetria; Construção de translação; Construção de rotações.
Natureza da figura	Geométrica usual (triângulo, quadrado, retângulo etc.); Representação de um objeto real; Simples (segmento); Complexa (composta de segmentos, círculos, arcos de círculos, etc.).
Especificidade da figura	Possui eixo de simetria ou não; Codificada ou não; Possui vetor ou não.
Orientação do eixo de simetria na folha de papel	Vertical; horizontal e diagonal.
Orientação do ângulo de rotação na folha de papel	Anti-horário; Horário.
Orientação do vetor de translação na folha de papel	Vertical para cima ou para baixo; Horizontal para direita ou esquerda; Diagonal.
Tipo de papel	Liso (branco ou colorido); quadriculado, triangular, pontilhado ou outros.

Intersecção da figura com o eixo de simetria	Vazia; a figura toca o eixo e corta o eixo.

Fonte: elaborado pela autora a partir do quadro desenvolvido por Melo (2010).

Identificamos a resolução de problemas como um recurso importante para o ensino da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. Nas orientações didáticas do PCN de Artes e de Matemática, encontra-se a sugestão de que o processo de conhecimento aconteça por meio da resolução de problemas. No caso das artes visuais, identificamos problemas relacionados ao percurso criador do aluno, à construção da forma artística e ao uso de determinada técnica, entre outros. E também problemas referentes às propostas feitas pelo professor, que caracterizam uma intervenção fundamentada em questionamentos como parte da atividade didática (BRASIL, 1997).

Na Matemática, a resolução de problemas é apontada como um recurso, posto que a atividade matemática não se inicia pela definição, mas pelo problema. Assim, o processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem acontecer pelo viés da exploração de problemas, por situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia (BRASIL, 1997). Dessa forma, a resolução de problemas é um aspecto que atravessa as duas áreas de conhecimento, podendo realizar uma integração interessante.

Com base na ideia de resolução de problemas, utilizaremos técnicas artísticas muito recorrentes no campo da geometria, por exemplo, a dobradura, que, segundo Dickson, Brown e Gibson (1991), aborda as transformações através de ações fáceis de serem realizadas (por meio de dobras e voltas em papel), através das quais as crianças possam experimentar e gerar descobertas relacionadas às transformações. Para esses autores, tais ações ajudam a pensar sobre os aspectos mais tradicionais da geometria, como congruência e similaridade. Além disso, as dobraduras em papel estão presentes na arte de diversas culturas como a polonesa e a japonesa.

Entre outras atividades, será proposta a criação de faixas decorativas. Segundo Fainguelernt e Nunes (2006), as faixas decorativas são desenhos que se repetem, entre duas paralelas, mantendo sempre um padrão. Esse desenho é chamado de elemento gerador. As faixas podem ser inspiradas em desenhos de artistas, pintores, escultores ou em desenhos feitos pelo autor. Os motivos de suas dobras seguidas são simétricos e os de duas dobras alternadas são translações ou rotações.

Neste capítulo, buscamos apresentar e problematizar acerca dos conhecimentos do professor sobre o conteúdo da simetria sob o ponto de vista conceitual e visual. Assim, buscamos refletir a respeito da estética como um aspecto presente na simetria através de diferentes representações, sejam visuais, gráficas ou algébricas.

Apresentamos a seguir, no 6º capítulo, uma discussão sobre o ensino e aprendizagem das artes e culturas visuais com a geometria por meio da simetria.

Figura 39– - Livro didático escrito por Elena Izcue, *El arte peruano en la escula*, 1926, París, Excelsior, v2.

Fonte: https://icaadocs.mfah.org/icaadocs/THEARCHIVE/FullRecord/tabid/88/doc/1146099/language/en-US/Default.aspx

[...] a criação da obra de arte é uma afirmação do criador de um mundo imaginário, mais rico e mais fascinante do que a realidade do dia a dia ou a mera exploração da sensorialidade. O corpo enquanto sensação está aquém do ser humano como ente cultural, espiritual, que inventa a vida. A arte existe porque a vida não basta. Eis por que renunciar à criação estética é optar por não inventar a vida melhor do que ela é, mais rica do que parece. Renunciando à arte, o homem não ganha nada, só perde.

(FERREIRA GULLAR, 2015, p. 55)

CAPÍTULO 7 CONHECIMENTOS DE PROFESSORES SOB O PONTO DE VISTA DA ABORDAGEM TRIANGULAR DE ENSINO DA ARTE E CULTURAS VISUAIS

Neste capítulo, ziguezagueamos discutindo os elementos teórico-metodológicos da Abordagem Triangular de ensino de artes para nortear a elaboração de oficinas pedagógicas e análise dos dados empíricos colhidos nessas oficinas. Esperávamos, assim, tornarmos visíveis os conhecimentos mobilizados pelos professores ao articular a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. Estabelecemos diálogos entre esses campos de conhecimento para transpor as fronteiras constituídas por uma compreensão fragmentada do conhecimento e do ensino-aprendizagem. Assim, buscamos, nas imagens, em uma obra de arte, da cultura pedagógica ou de mídia, possibilidades de fazer pensar, de surpreender, de inquietar, de rever conceitos e, por que não, modificá-los.

7.1 Ziguezagueando na Abordagem Triangular no ensino de artes e culturas visuais

Nossa discussão sobre o ensino das artes e culturas visuais no Brasil tem como ponto de partida a sistematização da Abordagem Triangular por Barbosa na década de 1980. Segundo Azevedo (2016), a Abordagem Triangular no Ensino da Arte é como uma teoria de interpretação do universo das artes e culturas visuais, abrindo-se espaço para contribuições da Filosofia, da Sociologia e da Antropologia, pois a Arte é considerada como um produto e construção sociocultural.

Ao compreendemos a Arte como um conhecimento, deslocamos nossas preocupações relacionadas à questão “como se ensina arte” para “como se aprende arte”. Essa questão vem gerando, ao longo de três décadas, teorias que buscam explicar o ensino e aprendizagem da Arte. Barbosa (1998b) denomina essa abordagem de Ensino de Arte como pós-moderna por ter como base estrutural a teoria construtivista, interacionista, dialogal e multicultural. Todas essas dimensões se encontram no Ensino de Arte com a finalidade de produzir conhecimento.

Com a influência pós-modernista no seu ensino, a Arte passa a ser entendida como fenômeno estético, cultural e intelectual que se revela concretamente nos estilos, nas práticas e formas de cultura de artes visuais contemporâneas. Sendo assim, como pressupostos didático-metodológicos do Ensino de Arte, identificamos três ações de conhecimentos articulados: o fazer artístico, o ler imagens e o contextualizar. Azevedo (2016, p. 79) interpreta tal articulação da seguinte forma: “todo texto visual, assim como todo texto verbal, possui contexto. Esses textos não são transparentes, como mensagem explícitas e fechadas que mobilizam no leitor apenas o gesto de decodificar. Mais que isso, eles exigem a produção de sentido”.

Entendemos, assim, que as ações de ler imagens e fazer artístico são atravessadas pela contextualização para que haja produção de sentido. Barbosa (2008b) ressalta que, a Abordagem Triangular, por ser um sistema aberto, não estabelece hierarquia entre as ações. De acordo com Azevedo (2016, p. 80) a AT “compõe um sistema complexo e por isso pode ser compreendida como teoria”. Em outro trecho, Azevedo (2016, p. 80) afirma que, “é uma teoria aberta por seu caráter dialógico, isto é cada arte/educador tem a autonomia de reinventá-la ao seu modo”.

Considerando o encadeamento entre as ações de contextualização, fazer artístico e leitura de imagem, Barbosa (2009) utiliza a metáfora do zigue-zague para ilustrar a importância da contextualização e o modo como arte-educadores têm utilizado de forma autônoma a Abordagem Triangular. “[…] o contexto se torna mediador e propositor, dependendo da natureza da obra, do momento e do tempo de aproximação do criador” (BARBOSA *apud* AZEVEDO, 2016, p. 103)

Partindo da compreensão, Arte é um componente curricular em todas as suas especificidades: objetivos, conteúdos estudados, metodologia e sistema de avaliação. No entanto, esse processo deve estar ancorado dentro da perspectiva intercultural. Com base na perspectiva intercultural, as práticas de Ensino de Arte devem valorizar e dialogar com os diferentes códigos culturais, estéticos e artísticos presentes em nossa sociedade.

Por essa razão, as práticas educativas devem ser contextualizadas pelo mundo complexo, pela vida do educando; os professores devem oportunizar a leitura de obras de arte para realizarmos uma interpretação cultural; os professores devem oportunizar momentos para produção artística, que é alimentada pela própria experiência cultural do educando. Por fim: “A arte é importante na escola, porque é importante fora dela. Por ser um conhecimento construído pelos homens através dos tempos, a arte é patrimônio cultural da humanidade e todo ser humano deve ter acesso a esse saber” (MARTINS; PICOSQUE; GUERRA, 1998, p. 13).

Para que isso aconteça, é necessário que as práticas educativas no ensino das artes sejam recriadas. A diversidade de imagens, expressões artísticas, culturais que influem de forma positiva no desenvolvimento cultural e crítico dos sujeitos deve ser incorporada na prática educativa do professor, já que “não podemos entender a cultura de um país sem entender sua Arte” (BARBOSA, 2008, p. 17).

Além disso, o ensino de artes não deve restringir-se aos muros da escola. No livro *A imagem e o ensino da Arte*, Ana Mae Barbosa (2009) denuncia um *apartheid* cultural: uma pequena minoria é capaz de apreciar e usufruir das experiências estéticas apresentadas em espaços como museus e concertos, embora, através dos impostos, um número maior de pessoas pague pelas realizações artísticas. Mas apenas uma pequena elite tem acesso aos códigos da arte erudita. Segundo a pesquisadora (2009, p. 34): “Para o povo, o candomblé, o carnaval, o bumba-meu-boi e a sonegação de códigos eruditos de arte que presidem o gosto da classe dominante que, por ser dominante, tem possibilidade de ser mais abrangente e também domina os códigos da cultura popular”.

Assim, como Barbosa (2009), compreendemos que o povo tem direito à cultura popular e erudita, da mesma maneira que a elite se apropria dos brinquedos da cultura popular. Isso porque a estética faz parte do comportamento do ser humano, que, no seu cotidiano, busca o que lhe é agradável, o que lhe dê maior prazer. Nesse livro, Barbosa (2009, p. 35) traz um exemplo que ilustra a importância dos entrecruzamentos de padrões estéticos:

> Por isso, ao viajarmos pelo interior do Brasil, nos deparamos às vezes com casas muito pobres, de taipa e cobertas de palha e coqueiro, mas ao redor alguém plantou um jardim organizando as cores das flores de maneira a lhe dar um prazer que vai trazer um pouco de qualidade de vida à miséria. Dentro de uma dessas casas, podemos encontrar um jarro de flores de plástico, que foi posto ali também para dar prazer ou qualidade de vida. A flor de plástico pode não ser prazer estético para mim e para meu padrão cultural, mas o é para os donos daquela casa que também podem ter reprodução da Santa Ceia de Leonardo da Vinci na parede.

Sendo assim, o entrecruzamento de padrões estéticos e o discernimento de valores deviam ser princípios dialéticos. Cabe a nós entendermos que Arte é Arte, independentemente de estar exposta em um museu, em uma feira livre ou em um terreiro. Temos que aprender que Arte tem sua historicidade e dinâmica próprias e que ela muda quando passa a não fazer sentido para o artista que a produz. Temos que aprender a respeitar a singularidade e pluralidade presente na Arte e na vida.

Por isso, é necessária *a contextualização* como apropriação de todo o panorama social, político, histórico e cultural em que a imagem foi produzida; como ela se insere no momento de sua produção e como esse momento se reflete nela. Isso significa, ir além do conhecimento da história das Artes: obras, artistas, movimentos artísticos, estilos, gêneros etc. A contextualização de uma imagem inclui também o conhecimento específico de seus elementos, regras de composição, estilos, técnicas, materiais, instrumentos. Para Barbosa (2002), é através da contextualização de produtos e valores estéticos que a atitude multiculturalista é desenvolvida. A autora (2002a, p. 3) acrescenta que "sem o exercício da contextualização, corremos o risco de que, do ponto de vista da Arte, a pluralidade cultural se limite a uma abordagem meramente aditiva[12]". Trata-se a contextualização

> [...] da aprendizagem de formulações sobre o fenômeno artístico em diferentes planos da realidade e de acordo com diferentes níveis de compreensão. Esse eixo contém, assim, uma ampla gama de discursos fruto: da pesquisa científica, da leitura de formas e da pesquisa durante o processo do fazer artístico. (MACHADO, 2010, p. 66).

No que diz respeito, *ao fazer artístico*, é o próprio ato de criar, construir, produzir. São os momentos em que se desenha, se pinta, se esculpe, se modela, se recorta, se cola, se representa, se constroem imagens e se simboliza. Esse processo de pensar/construir/fazer lúdico e estético inclui atos técnicos e inventivos de transformar, de produzir formas novas a partir da matéria oferecida pelo mundo da natureza e da cultura onde vive o aluno.

> [...] a arte não é somente executar, produzir, realizar e o simples "fazer" não basta para definir sua essência. A arte é também uma invenção. Ela não é execução de qualquer coisa já ideada, realização de um projeto, produção segundo regras dadas ou predispostas. Ela é um tal fazer, que enquanto faz, inventa o por fazer e o modo de fazer. A arte é uma atividade na qual execução e invenção procedem *pari passu*, simultâneas e inseparáveis, na qual o incremento de realidade é constituição de um valor original. Nela concebe-se executando, projeta-se fazendo, encontra-se a regra operando, já que a obra existe só quando é acabada, nem é pensável projetá-la antes de fazê-la e, só escrevendo ou pintando, ou contando é que ela é encontrada e é concebida e é inventada. (PAREYSON *apud* FUSARI; FERRAZ, 2009, p. 105).

Desse modo, o processo de criação na Arte é compreendido como o desenvolvimento da criatividade do educando, dando espaço à sua expressividade nas diferentes linguagens. No

---

[12] Barbosa (2002a) entende como abordagem aditiva a atitude de apenas adicionar à cultura dominante alguns tópicos relativos a outras culturas.

fazer artístico, ressalta-se o exercício da percepção, da fantasia e da imaginação criadora. Segundo Martins, Picosque e Guerra (1998, p. 54), "o ser humano, através da linguagem da arte, forma, transforma a matéria oferecida pelo mundo da natureza e da cultura em algo significativo".

Já em relação *à leitura de imagem*, supõe a decodificação dos signos das linguagens da arte, o estudo de seus elementos, sua composição, técnica, organização formal, qualidades, etc. Contudo, Barbosa (2008a) ressalta que:

> A leitura do discurso visual, que não se resume à análise da forma, linha, volume, equilíbrio, movimento, ritmo, mas principalmente é centrada na significação que esses atributos, em diferentes contextos, conferem à imagem é um imperativo da contemporaneidade. Os modos de recepção da obra de Arte e da imagem ao ampliarem o significado da própria obra a ela se incorporam (BARBOSA, 2008a, p. 18).

A leitura de imagens é o próprio ato de perceber, ler, analisar, interpretar, criticar, refletir sobre um texto pictórico e visual. É um "diálogo" entre o leitor e a obra, em que estão presentes também a intuição, a imaginação, a percepção. Sendo assim, caberá ao professor proporcionar a seus alunos a leitura das mais diversas obras de arte e produtos artísticos, de todas as épocas, povos, países, culturas, gêneros, estilos, movimentos, técnicas, autores, artistas, assim como as produções da própria classe envolvida.

Para a construção do conhecimento visual, a ação da leitura é fundamental. De acordo com Barbosa (2009, p. 32), "a palavra leitura sugere uma interpretação para a qual colabora uma gramática, uma sintaxe, um campo de sentido decodificável, a decodificação do mundo e a poética pessoal do decodificador". Entendemos, assim, que a leitura é uma ação subjetiva e atravessada pela visão de mundo e pelas experiências do sujeito.

Em nossa pesquisa, vivenciaremos momentos em que utilizaremos o método comparativo de análise de obras de artes do livro *Becoming human through Art: Aesthetic Experience in the School* de Edmund Feldman, publicado em 1970. Escolhemos esse teórico por sua afinidade com a nossa compreensão de arte, afinal, segundo Barbosa (2009), ele foi um dos pioneiros na defesa da arte enquanto conhecimento e arte como *performance.* Para Feldman, "aprender Artes implica no desenvolvimento da técnica, criação e crítica e, portanto, as dimensões sociais, culturais, criativas, psicológicas, antropológicas e históricas do homem" (*apud* BARBOSA, 2009, p. 45)

Segundo Feldman (1970), o desenvolvimento crítico da Arte acontece por meio do ato de ver princípios estéticos, éticos e históricos ao longo de quadros e processos, distinguíveis, mas interligados: *descrição* – inventário do que se acha visível na obra; *análise* – a relação entre os elementos visuais e os princípios que os organizam; *interpretação* – a identificação de temas e ideias no trabalho com o objetivo de encontrar significados; *julgamento* – tomar decisões sobre o êxito, o valor ou fracasso do objeto artístico. Para Barbosa (2009, p. 46), o autor demonstra através de sua teoria

> o quanto se pode entender o mundo, entendendo uma obra de arte do ponto de vista das relações entre os elementos visuais como linha, forma, claro-escuro, cor, unidade, repetição, equilíbrio, proporção, e do ponto de vista das características de construção com predominância de diversas como agudeza, ordenação, emoção, fantasia, e também tendo em vista comportamentos apreciativos como empatia, distanciamento ou fusão com uma obra de arte.

Barbosa (2009) destaca que o método de leitura de imagem de Feldman é comparativo, porque ele nunca propõe a leitura de uma única obra de arte, mas sempre coloca duas ou mais obras para que os estudantes tirem conclusões da leitura comparada de problemas visuais de propostas similares ou diferentes nas várias obras. Dessa forma, em nossa pesquisa, ora utilizamos várias obras do mesmo autor, ora utilizamos obras de autores diferentes, mas que apresentavam simetrias e assimetrias, semelhanças e diferenças.

Destacamos que, embora, este trabalho não tenha o enfoque filosófico na ótica do formalismo, reconhecemos que, ao articularmos artes e culturas visuais com a geometria, aproximamo-nos da "racionalidade" perceptiva. A análise de uma obra deve priorizar os elementos do *design*: equilíbrio, ordem, ritmo, padrão e composição. Essa ideia é pautada no trabalho de Rudolf Arnheim, *Art and visual perception*, de 1957[13]. Nesse modelo, o leitor desvela nas imagens os esquemas básicos, utilizando as várias categorias visuais até descobrir a configuração que, por si mesma, possui qualidades expressivas. Segundo Barbosa (1998), nessa perspectiva, a prioridade era a obra e não o leitor ou o contexto. Partilhamos da perspectiva de que a Arte não é mais vista como algo isolado da vida. Sendo assim, a arte não se restringe ao formalismo, embora não o negue. Isso porque as imagens também são compostas por esses elementos visuais e compositivos que, por sua vez, provocam experiências estéticas. Quando pensamos no objeto de estudo desta pesquisa, vislumbramos que a simetria sob o ponto

[13] Edição brasileira, Arnheim (1989).

de vista matemático está atrelada à ideia conceitual de relação e movimento de figuras no plano. Mas, nas artes e culturas visuais, a simetria é um elemento compositivo que possibilita o equilíbrio axial. Esse equilíbrio causa sensações que vão além da "racionalidade", segundo Dondis (2007, p. 142): "[...] é uma formulação visual totalmente resolvida, em que cada unidade situada de um lado de uma linha central é rigorosamente repetida do outro lado. Trata-se de uma concepção visual caracterizada pela lógica da simplicidade absoluta, mas que pode tornar-se estática, e mesmo enfadonha".

Dessa forma, defendemos que a leitura de imagens envolve processos formais, analíticos e conceituais ao mesmo tempo em que promove o desenvolvimento de experiências estéticas através das quais o leitor expressa suas sensações, emoções e ideias, oferece suas respostas pessoais à imagem. Compreendemos que a articulação entre os elementos conceituais, estéticos, culturais e históricos na leitura de imagem e no fazer artístico podem promover problematizações interessantes nesta pesquisa.

Com relação aos elementos conceituais podem ser definidos como o que não é visível (o próprio nome já o define como conceito), enquanto os elementos visuais são sempre visíveis. Quando desenhamos um objeto numa superfície, usamos uma linha que é visível para representar uma linha que é conceitual. Os elementos visuais formam a parte mais proeminente da representação gráfica, pois são aquilo que podemos ver de fato.

No entanto, tanto os elementos conceituais quanto os visuais têm raízes culturais, pois não existe nenhuma dimensão visual que não estabeleça relação com a geometria, já que sempre está em jogo a preocupação com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços. Por exemplo, o *Ponto* é um sinal gráfico mínimo e elementar. Caracteriza-se por uma localização em um espaço; quando pontos são colocados em fila, criam a ideia de uma linha; multiplicados, ampliam seu poder de comunicação e expressão, bem como sua disposição, distanciamento e cor sobre uma superfície, sugerindo ideias, sensações, movimento, ritmo, luz, sombra e volume.

Segundo Kandinsky (2005, p. 21), "a noção exterior do ponto na pintura é imprecisa. O ponto geométrico é invisível, ao se materializar, deve alcançar certa dimensão, ocupando certa superfície no plano básico. Além disso, ele deve ter limite – contorno – que o isole do entorno". Do mesmo modo, Euclides (2009) define que o ponto é o que não tem partes ou o que não tem grandeza alguma. No entanto, é a base de toda a geometria, pois é a partir de conjuntos deles que são formadas as figuras geométricas.

Nas artes e culturas visuais, os pontos podem agir agrupados, obtendo um expressivo efeito visual com formas ordenadas ou aleatórias no qual o olho irá reuni-las em uma única imagem. Uma série de pontos forma uma linha, uma massa de pontos torna-se textura, forma ou plano. Na obra *Crianças de Açúcar*, de Vik Muniz, podemos relacionar cada grãozinho de açúcar a um pontinho na tela. Vik Muniz fez crianças que trabalhavam em plantações de cana no Caribe. As fotografias foram "modeladas" com açúcar, mostrando o paradoxo da doçura do açúcar com o amargor de suas vidas. As obras foram feitas com vários tipos de açúcar, e depois de fotografadas, o açúcar foi colocado em potes rotulados com as fotografias originais e expostos em diversos museus pelo mundo. Observe:

Figura 40 – Vik Muniz, Série Crianças de Açúcar, 1996, fotografia utilizando papel preto e vários tipos diferentes de açúcar. Fotografia de Vik Muniz.

Fonte:http://www.falandodeartes.com.br/2016/03/os-elementos-visuais-ponto-linha-forma.html.

A *Linha* é um elemento visual que pode ser definida como um espaço linear, de uma única dimensão. É uma marca contínua ou com aparência de contínua; também pode ser definida como um ponto em movimento; quando traçada com a ajuda de qualquer instrumento sobre uma superfície, chama-se linha gráfica. As linhas definem as formas e as figuras, é o sinal mais versátil e essencial do desenho, pois pode sugerir sentimentos, movimento, ritmo, velocidade. Segundo Ostrower (1978), é importante notar que as linhas nascem da abstração, pois não há linhas corpóreas no espaço natural.

Como elemento conceitual, a linha é o que tem comprimento sem largura, mas as linhas também podem ser classificadas como as linhas gráficas que são linhas desenhadas ou traçadas numa superfície qualquer; linhas físicas podem ser observadas, principalmente, nos contornos dos objetos, naturais ou construídos, criadas de maneira abstrata na forma de uma percepção visual ilusória e imaginária, como fios de energia, rachaduras em pisos, o horizonte etc. As linhas podem ser retas, semirretas, retas paralelas, retas perpendiculares, ângulos e curvas. Percebemos na obra a seguir de Jackson Pollock linhas caligráficas líricas que lembram pintura a nanquim.

Figura 41 - Jackson Pollock, Eco, 1951 233.4 x 218.4 cm. The Museum of Modern Art New York

Fonte: https://www.moma.org/audio/playlist/1/64

A *linha* e o *ponto* juntos compõem *formas,* elemento visual organiza, ordena e estrutura, assim como incorpora o conteúdo de tal modo que torna uma só identidade. Arnheim (2004) destaca a equivalência entre forma e conteúdo, posto que as qualidades visuais como rotundidade e agudeza, força ou fragilidade, harmonia e discordância dependem das relações e compreensão diversas de conteúdo sustentada pela forma.

As formas podem ser geométricas, quando apresentam padrões matemáticos precisos, como triângulos, quadrados, círculos etc. E orgânicas quando lembram curvas e irregularidades naturais dos seres vivos. Segundo Fischer (1987), conceitualmente, a forma é uma relação que permanece constante, mesmo que mudem os elementos aos quais ela se aplica. Um triângulo pode ter vários tamanhos ou inúmeras formas, mas a triangularidade permanece constante, independentemente de suas características.

Observamos a obra da estilista brasileira Goya Lópes, que vive na cidade de Salvador, na Bahia. Inspirada na cultura africana em seus padrões, nela identificamos formas geométricas e orgânicas.

Figura 42 – Goya Lópes, Caftan Longo estampa Oxum, Design Brasileiro, 2013.

Fonte: https://goyalopes.com.br/products/caftan-longo-estampa-oxum

Além dos elementos visuais citados, *cor, luz* e *tom* são fundamentais na composição de imagens. Na natureza, a cor é um fenômeno físico, não existe em si, é gerada pela luz, ou seja, o que percebemos como cor é uma forma de reflexo. De acordo com o físico Isaac Newton, aparentemente branca, a luz solar ou artificial se decompõe em sete cores, mesmo fenômeno que percebemos no arco-íris. Segundo Pedrosa (2011), a cor tem grande apelo visual, como também a ela são atribuídos inúmeros significados simbólicos, tanto que escolhemos a cor de nosso ambiente e de nossas manifestações. Isso porque as cores influenciam, têm efeitos sobre as pessoas e podem transmitir ideias ou conceitos. De acordo com Dondis (2007, p. 64-69):

> A cor está carregada de informação e é uma das experiências visuais mais penetrantes que todos temos em comum. Portanto, constitui uma valiosíssima fonte de comunicações visuais. […] Também conhecemos a cor englobada numa ampla categoria de significados simbólicos. […] Cada cor tem numerosos significados associativos e simbólicos. Por exemplo, a cor oferece-nos um enorme vocabulário de grande utilidade no alfabeto visual. […] Há três cores primárias ou elementares: amarelo, vermelho, azul. Cada uma representa qualidades fundamentais. O amarelo é a cor que se considera mais próxima da luz e do calor; o vermelho é a mais emotiva e ativa; o azul é passivo e suave.

Ostrower (1983) corrobora com essa afirmação ao destacar que as relações entre cores criam um contexto colorístico que determina o valor exato de cada cor. Cada nova relação cria um novo contexto que implica na percepção de temperaturas cromáticas (quente e fria), de tensões espaciais (cores que se expandem, aproximam, contrastam entre si) e tonalidades que correspondem à intensidade da obscuridade ou claridade de qualquer coisa vista, perceptível graças à presença ou ausência relativa de luz.

No que diz respeito à luz, segundo Arnheim (2004), ela vai além da causa física do que está sendo visto. A luz é o que permite ver a forma, a cor, o espaço e o movimento. Na obra *Natividades*, de Adriana Varejão, identificamos diversas tonalidades de cores em azul e vermelho.

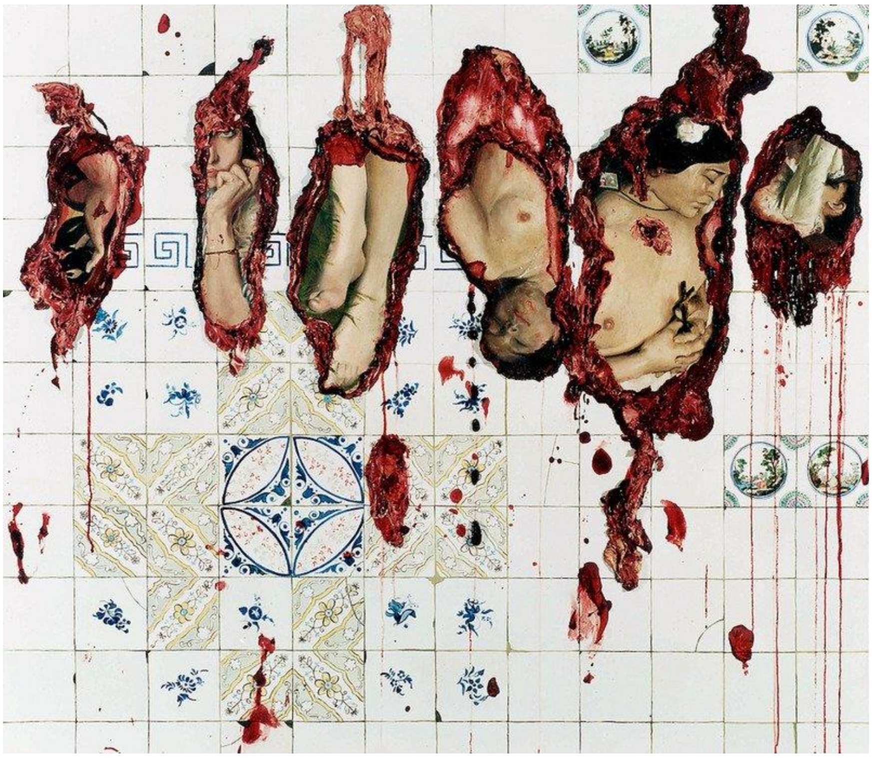
Figura 43 – Adriana Varejão, Natividade, 1987, óleo sobre tela, 180 cm x 130 cm

Fonte: http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra34972/natividade.

Com relação a textura, outro elemento visual que serve para substituir as qualidades do tato; é caracterizado pelo entrelaçamento das fibras que compõem uma superfície. Apresenta variações, podendo ser enrugada, ondulada, granulada, acetinada, aveludada, etc. É possível que uma textura não apresente qualidades táteis, mas apenas óticas. Onde há uma textura real, as qualidades táteis e óticas coexistem, porém permitem à mão e ao olho sensações individuais.

Identificamos no trabalho de Adriana Varejão, um exemplo de textura ótica, cujo tema principal abordado por ela faz referência à colonização portuguesa no Brasil e à forma bruta como se deu muitas vezes o encontro de diferentes culturas. Ela faz uso de símbolos da cultura portuguesa como o azulejo e lhe acrescenta outros como pinturas que simulam carne. Vemos isso em sua série “Acadêmicas”, onde os azulejos portugueses parecem rasgados e dentro aparecem partes de corpos de mulheres. Identificamos que a textura lisa do azulejo contrapõe a textura da carne.

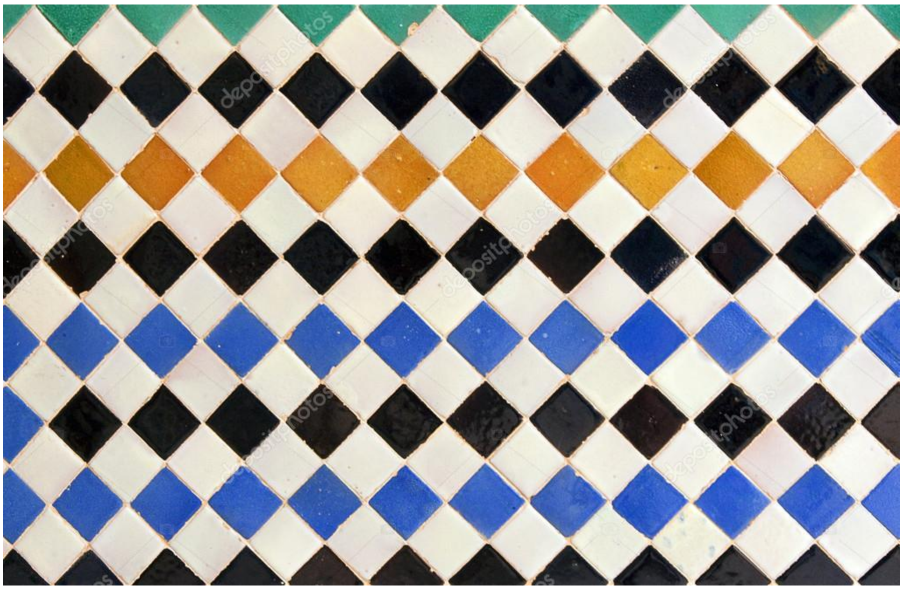
Figura 44- Adriana Varejão, Série Acadêmicas, Musas, 1997,



Fonte:http://obviousmag.org/pintores-brasileiros/adriana_varejao/as-inspiracoes-nas-obras-de-adriana-varejao.html.

Além das texturas táteis e óticas, identificamos as texturas geométricas; a organização de formas geométricas num padrão dentro de uma área ou superfície acaba produzindo a característica de uma textura. Isso acontece porque agrupamos muito próximos visualmente os elementos semelhantes. E texturas orgânicas cuja superfície possui uma aparência de algo natural iludem o olho como se pudessem ser percebidas pelo toque. Durer imita a textura dos pelos de uma lebre em sua pintura Lebre Jovem (reproduzida na Figura 44).

Figura 45 - Fundo de azulejos coloridos e mourisco em La Alhambra, Granada, séc. XIV.



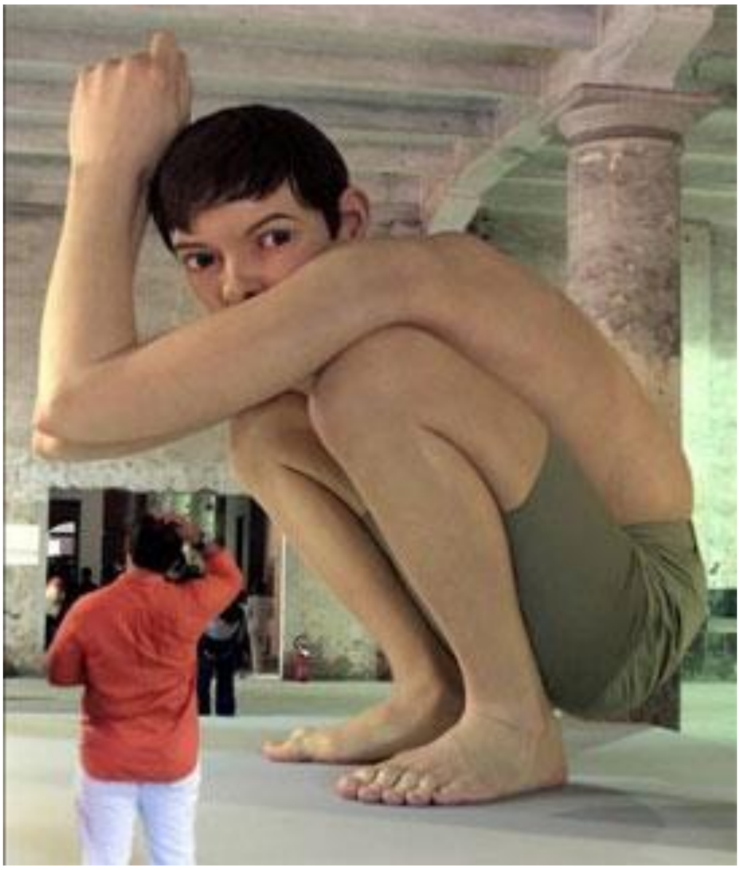
Fonte: https://www.canstockphoto.com.br/azulejos-alhambra-coloridos-29080182.html.

Figura 46 – Albrecht Durer, Lebre Jovem, aquarela e guache sobre papel, 1502, 25,1 cm x 22,6 cm; Graphische Sammlung Albertina, Viena.

Fonte: http://queridobestiario.blogspot.com/2009/02/jovem-lebre.html.

Os elementos visuais são capazes de se modificar e se redefinirem uns aos outros, processo conhecido como *escala*. Em outras palavras, “o grande não pode existir sem o pequeno”. A escala não apresenta valores absolutos, pois variações podem ser livremente estabelecidas entre o tamanho relativo das pistas visuais, com o campo e com o meio ambiente. Conceitualmente a escala de um desenho ou objeto como a razão entre uma medida do desenho ou objeto e a medida real é sempre obtida na mesma unidade. As obras do escultor australiano hiper-realista Ron Mueck são concebidas com tamanhos sempre maiores ou inferiores à proporção humana. Embora altamente detalhados, esses objetos geralmente eram concebidos para serem fotografados a partir de um ângulo específico para esconder a bagunça da construção vista do outro lado.

Figura 47– Ron Mueck, o menino e o espelho, 2009, resina, fibra de vidro, silicone e acrílico, material orgânico (cabelo).



Fonte: https://supernovax.wordpress.com/2009/06/02/ron-mueck/.

A *dimensão* existe no mundo real, não só podemos senti-la, mas também vê-la com o auxílio de nossa visão. As representações da dimensão em formatos visuais podem ser bidimensionais (comprimento e largura definem conjuntamente uma superfície plana) e tridimensionais (comprimento, largura e altura). No desenho, pintura, fotografia, cinema, televisão, a dimensão é ilusória, apenas implícita. O principal artifício para simulá-la é a perspectiva. Os efeitos produzidos pela perspectiva podem ser intensificados pela manipulação tonal e através do claro, escuro, ênfase dos efeitos de luz e sombra.

Na geometria, a dimensão pode ser compreendida como a área, o volume, a amplitude ou a longitude de uma superfície, de um corpo ou de uma linha. Segundo Ostrower (1978), na representação de dimensões, a magnitude indicará unicamente relações espaciais de proximidade ou distância. As obras Anel sem fim de Max Bill podem representar bem essa relação entre espaço, superfície e volume.

Figura 48 - Max Bill, Anel sem fim, I, 1947-1949, cobre dourado sobre base cristalina, 36,1 cm x 68,5 cm x 19 cm. Hirshhorn Museum and Sculpture Garden, Smithsonian Institution, Washington D. C.

Fonte: KRAUSS, Rosalind. Espaço analítico: futurismo e construtivismo. In: KRAUSS, Rosalind. **Os caminhos da escultura moderna**. São Paulo: Martins Fontes, 2001, p. 49-84.

Quanto ao *movimento* nas artes visuais, funciona como uma ação que se realiza através da ilusão criada pelo olho humano. Podemos observar uma imagem estática num papel e parecer que ela está se movimentando para os nossos olhos. Isso acontece devido à maneira como os elementos básicos são arranjados e combinados entre si para criar a ilusão do movimento. Percorrendo uma imagem com os olhos durante a observação seguindo uma ou várias direções (horizontal, vertical, inclinada e curva), estamos trabalhando também com o elemento básico do movimento.

Como elemento conceitual, um movimento é uma isometria de um espaço métrico, ou seja, um plano com distância euclidiana como métrica é um espaço métrico em que uma transformação que associa figuras congruentes é um movimento. A Op-art é uma vertente artística que combina figuras geométricas, sobretudo em preto e branco, causando a noção de movimento na tela. Quando o observador da tela muda de ponto de observação, há a impressão de que o traço da obra sofre transformações.

A obra a seguir é de Bridget Riley, artista londrina, considerada uma das principais protagonistas da pintura britânica dos anos 70. Muito influenciada por Victor Vasarely, liderou, junto a ele, o começo da Op-Art. O estilo de Riley é marcado por listras que se sobrepõem às curvas onduladas, discos concêntricos e quadrados ou triângulos que se repetem. Devido à organização sequencial e à relação de cores de suas obras, há a criação de sensações óticas de ritmo nas superfícies, que parecem vibrar.

Figura 49 - Bridget Riley, Blaze, 1964, Tate Gallery, Londres

Fonte: https://www.historiadasartes.com/nomundo/arte-seculo-20/op-art/#jp-carousel-1416

As obras de artes apresentadas ao longo desse texto, afirmam a ideia que percepção e interpretação caminham juntas na leitura de imagens. Afinal, é possível *interpretar*, que intenções e sonhos poderiam ter originado a obra. *Percebe*r as relações formais que as estruturam, perceber qualidades materiais, técnicas, assim como a ressonância e repercussões que a obra provoca. *Concretizar*, a partir do exercício de *interpretar* e *perceber*, uma maneira particular e única de viver a experiência estética, fruto da compreensão, da intimidade e do contato daquela pessoa com a obra, no instante da leitura.

Entendemos, as artes e culturas visuais como um fenômeno extremamente diversificado e complexo que materializa conceitos e discursos estéticos atrelados há um tempo histórico e problemáticas sociais que influenciam na forma e conteúdos dos objetos de arte. Em nosso estudo, temos como finalidade alimentar os professores de imagens que apresentem diversas estéticas, mas também que possibilitem a relação com imagens do universo cultural deles, para, assim, mobilizar conhecimento estético e artístico por meio da leitura, contextualização e criação de imagens que articulem geometria e artes visuais por meio da simetria.

Em nossa pesquisa, optamos por utilizar os termos artes e culturas visuais por compreendermos que as imagens de arte fazem parte da cultura visual. Além disso, incluímos imagens da cultura visual pedagógica presentes nos livros didáticos de matemática que ensinam geometria. Assim como Barbosa (2011, p. 294), entendemos que a cultura visual na escola deve ser inconcludente, de modo a respeitar a história "que considera a cultura e as visualidades como matéria-prima da arte, e a arte como campo expandido para outras mídias".

Sendo assim, o papel da cultura visual em nossa pesquisa justifica-se pela necessidade de trazer artefatos visuais presentes no cotidiano dos professores, além das obras de artes. A noção de cultura visual nesse trabalho centra-se no visual como lugar onde se criam significados, priorizando-se a experiência cotidiana e interessando-se pelas imagens nas quais se buscam informação, significado, prazer e conhecimento.

> é uma estratégia para entender as relações dos sujeitos e das experiências visuais com a tecnologia do visual. Neste caso, entende-se como tecnologia visual qualquer forma de dispositivo desenhado para ser olhado e para construir o olhar (FLORES, 2010, p. 279)

Do mesmo modo, Setton (2010) defende que o conceito de cultura visual deve ser associado à produção e transmissão de conhecimento intelectual e artístico, sendo referência para constituição de identidades, além das imagens difundidas e discutidas pelas mídias como uma nova forma de produzir cultura promovendo novas visões de mundo e referências identitárias.

As mensagens e imagens da mídia possibilitam outras formas de troca e diálogo dos indivíduos com o mundo. Assim, elas são caracterizadas como pedagogias culturais ou públicas. As imagens propõem diálogos e ações que envolvem afetos, desejos, e projetos como atos de resistência e solidariedade (DIAS, 2009).

Nesse sentido, Nunes e Martins (2012) afirmam que a educação da cultura visual é uma ação, projeto reflexivo e processo investigativo que envolve a relação dos sujeitos com as imagens e artefatos que solidificam interpretações e maneiras de ver ao longo da história. As pedagogias culturais atuam como agentes sociais e educativos produzidos em "locais/espaços onde o poder é organizado e difundido – televisão, cinema, brinquedo, revistas jogos etc.- implementando repertório imagético dinâmico e, portanto, instável, efêmero, em constante transformação e expansão" (STERNBERG; LINCHELVE *apud* MARTINS; SÉRVIO, 2012, p. 256).

Martins e Sérvio (2012) defendem a necessidade de pensarmos pedagogicamente a multiplicidade de imagens, suas complexidades, os modos como são produzidas e as condições ambíguas (de medo, de encantamento e de resistência), bem como os receptores que podem se relacionar com elas. Considerando a sociedade capitalista em que vivemos, faz sentido utilizarmos o conceito de espetáculo como "o guarda do sono". Debord (1997) descreve como cenário de indivíduos isolados e mergulhados em um mundo ilusório, um mundo de imagens.

Nesse cenário, o papel da escola seria conscientizar os sujeitos acerca da representação? Martins e Sérvio (2012) respondem essa questão afirmando que a escola deve engajar-se num projeto de inclusão que considere a multiplicidade de imagens e a crítica das imagens, da Arte e da mídia, entre outras. Efland (2004) e Jagodzinski (2005) defendem a diversidade de imagens na sala de aula, além das consideradas Artes.

Jagodzinski (2005, p. 687) propõe a introdução de três tipos de imagens em sala de aula: "(1) As dos cânones artísticos estabelecidos; 2) aquelas imagens e artefatos que têm significado especial para tantas culturas quantas forem necessárias; 3) imagens da mídia".

Corroboramos a proposta de Jagodzinski (2005), por sugerir um alargamento do campo da cultura visual ao abandonar a distinção entre Cultura Clássica e Cultura Popular, abrindo-se para imagens cotidianas da publicidade e entretenimento. Em nosso estudo, utilizamos imagens do campo das artes e culturas visuais presentes na cultura clássica e na cultura popular.

Nesse contexto, a escola tornou-se espaço no qual estão em jogo múltiplos elementos que envolvem relações de poder e passou a ser compreendida não apenas como espaço de construção de conhecimentos, mas, também, como lugar onde se deve refletir criticamente sobre as implicações sociais, políticas e culturais desse conhecimento.

Neste capítulo, o caminho percorrido possibilitou transitar pelo desconhecido e fazer/constituir conhecimentos sobre ensino das artes e culturas visuais, assim como refletir sobre o ensino da geometria/simetria. Por outro lado, encontramos como um grande desafio que estabelecer diálogos entre estes temas é, sobretudo, uma busca para transpor as fronteiras do conhecimento e realidade. Neste texto, a leitura de imagens não é utilizada apenas como ferramenta para identificar conceitos matemáticos e formas geométricas ou, ainda, como busca por significados na imagem em relação à Matemática. Buscamos, através da imagem, seja uma obra de arte ou de mídia, possibilidades do fazer pensar, provocar análises, comentários, discussões, que sempre se alteram, pois uma mesma imagem pode ser vista de maneiras diferentes, em diferentes épocas, diferentes circunstâncias, por diferentes sujeitos.

Entretanto, compreendemos, que as relações de colaboração e reciprocidade em conteúdos, disciplinas, temas ou áreas de conhecimentos, quando estabelecidas de forma adequada, possibilitam a construção de sentido e aprendizagem de novos saberes. Reconhecemos a necessidade de pensarmos os conteúdos sob o ponto de vista intuitivo e formal, por compreendermos que a articulação entre essas duas áreas deve acontecer por meio de um fazer artístico, que diz respeito a um processo criativo que envolve a interpretação, a representação pessoal de vivência do aluno através da linguagem plástica. Mas também possibilitou alimentar nossa reflexão sobre quais conhecimentos os professores mobilizam ao abordar atividades que envolvem geometria e artes através da simetria. A reflexão desenvolvida nesta revisão de literatura alimenta a hipótese principal do nosso estudo de que o professor, ao articular geometria e artes culturas visuais por meio da simetria, mobiliza um tipo de conhecimento que congrega aspectos comuns dos dois campos de conhecimento e que intervêm juntos na ação requisitada pelos professores, seja em relação ao conteúdo da simetria, seja em relação aos aspectos didáticos e pedagógicos.

A seguir, discutiremos sobre conhecimentos de professores sob o ponto de vista do currículo, ao articular geometria com as artes e culturas visuais.

Figura 50– Tarsila do Amaral, Operários, 1933, óleo sobre tela, 150x205 cm. Acervo artístico cultural do Palácio do Governo do Estado de São Paulo.

Fonte: http://www.rodademocratica.com.br/2018/06/01/a-revolucao-da-esquerda-1/tarsila-do-amaral-operarios-1933/

> [...] O currículo é lugar, espaço e território. O currículo é relação de poder. Currículo é a trajetória, viagem, percurso. Currículo é autobiografia, *curriculum vitae*: no currículo se forja a identidade. O currículo é texto, discurso, documento. O currículo é documento de identidade.
>
> (SILVA, 2011, p. 150)

CAPÍTULO 8 CONHECIMENTOS DE PROFESSORES SOB O PONTO DE VISTA DO CURRÍCULO NAS ARTICULAÇÕES DA GEOMETRIA COM AS ARTES E CULTURAS VISUAIS POR MEIO DA SIMETRIA

Neste capítulo, com o objetivo refletir sobre conhecimentos do professor acerca do conteúdo curricular, tomaremos como ponto de partida uma discussão mais ampla acerca do currículo e de sua complexidade. Depois apresentaremos indicativos de articulação entre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria presente nos documentos curriculares – Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e Artes (BRASIL, 1997), Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2018), Base Curricular do Estado de Pernambuco (2012) e a Base Curricular da Rede Municipal de Olinda (2010).

8.1 Relação entre currículo e conhecimento de professores

É consensual na literatura acadêmica que discute o conhecimento profissional de professores a importância do conhecimento curricular. Afinal os conhecimentos curriculares imprimem os discursos, objetivos, conteúdos e métodos a partir dos quais as escolas e professores se organizam sob a forma como desenvolverão o processo de ensino e aprendizagem no contexto educacional.

Pesquisadores como Elbaz (1983), Shulman (1986; 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008) ressaltam a importância do conhecimento dos professores sobre as propostas curriculares e materiais didáticos. No entanto, o currículo não diz respeito apenas a uma relação de conteúdos, mas envolve também:

> questões de poder, tanto nas relações professor/aluno e administrador/professor, quanto em todas as relações que permeiam o cotidiano da escola e fora dela, ou seja, envolve relações de classes sociais (classe dominante/classe dominada) e questões raciais, étnicas e de gênero, não se restringindo a uma questão de conteúdos. (HORNBURG; SILVA, 2007, p.1)

Sendo assim, pensar o conhecimento de professores sobre o currículo implica, primeiramente, assumir o currículo como uma práxis, não como um objeto estático. Enquanto práxis, o currículo cumpre o papel de expressão do projeto cultural e da socialização, realizada por meio de seus conteúdos, de seu formato e das práticas que gera em torno de si. Desse modo, a história do currículo é marcada por decisões atreladas ao interesse de determinada época, qual seja: racionalizar de forma administrativa a gestão do currículo para adequá-lo às exigências econômicas, sociais e culturais de cada época.

Além disso, deve-se reconhecer a dimensão reguladora do currículo, que determina os conteúdos abordados, estabelece níveis e tipos de exigência para os graus sucessivos e ordena o tempo escolar. A invenção do currículo trouxe a ideia de sequência, terminalidade, completude, integralidade e intencionalidade. Sendo assim, compreendemos que os professores devem também desenvolver um olhar crítico sobre currículo, posto que é um território de disputa em que diversos grupos atuam para validar conhecimentos (SILVA, 2011).

Os pesquisadores Sacristán (2013; 2000) e Silva (2011) compreendem o currículo escolar como um dos locais privilegiados onde se entrecruzam saber e poder, representação e domínio, discurso e regulação, em que se condensam relações de poder que são cruciais para o processo de formação de subjetividades sociais. Posto isso, entendem que o currículo trouxe e traz indícios de interesses e de crenças que transitam entre os campos educacional, político e social.

> O currículo é entendido como um instrumento político que seleciona e privilegia um conhecimento em detrimento do outro, ele não é neutro, mas resultado de seleções definidas a partir de lutas sociais e conduz valores relativos a interesses particulares, ou seja, ele está intimamente relacionado ao poder: O currículo é um dos locais privilegiados onde se entrecruzam saber e poder, representação e domínio, discurso e regulação. É também no currículo que se condensam relações de poder que são cruciais para o processo de formação de subjetividades sociais. Em suma, currículo, poder e identidades sociais estão mutuamente implicados. O currículo corporifica relações sociais. (SILVA, 2011, p. 200).

Sendo assim, entendemos que os professores precisam ter conhecimento sobre o papel do currículo como instrumento regulador dos conteúdos e das práticas escolares, mas principalmente precisam ter consciência de que o currículo não é neutro. Esse poder regulador ocorre – é exercido – por uma série de aspectos que determinam: como e quando se aprende, que conhecimentos devem ser desenvolvidos, as atividades que são pertinentes, o ritmo e progressão com que os conteúdos devem ser ensinados e aprendidos (SACRISTÁN, 2013).

Os aspectos determinantes estão condicionados às necessidades sociais e culturais, nas quais se encontram diferentes interesses, respostas e opções. É possível que conteúdos vigentes hoje possam não mais ser amanhã. Isso porque currículo "não é algo neutro, universal e imóvel, mas um território controverso e mesmo conflituoso a respeito do qual se tomam decisões, são feitas opções e se age de acordo com orientações que não são as únicas possíveis" (SACRISTÁN, 2013, p. 23).

Compreender que o currículo é regulador e não neutro torna-se fundamental para que os professores não sejam apenas reprodutores, mas também possam intervir no currículo. Segundo Sacristán e Gómez (1998), as práticas dos professores são consideradas interventoras, pois, por meio delas, os professores projetam suas ideias, transmitem sua cultura, decidem quais conteúdos ensinar ou não ensinar.

Para Sacristán (2000), o currículo trata-se de um processo que envolve uma série de construções que vão desde a sua constituição, perpassam a prática pedagógica e chegam até a avaliação. As relações curriculares são entrecruzadas com múltiplas práticas ou subsistemas, entre eles o político, o administrativo e a produção de materiais. A construção de um currículo é tecida por meio de uma rede que compreende situações, muitas vezes peculiares e contraditórias.

Sacristán (2000, p. 104) entende essa construção em seis níveis ou momentos de desenvolvimento, que, "com diferentes graus e forças de influência entre elementos, trata-se de um modelo cujas fases têm inter-relações recíprocas e circulares entre si...". Esses níveis são descritos por Sacristán (2000) como:

Currículo prescrito: faz parte de todo sistema de ensino e serve como um modelo para a elaboração de materiais, controle de sistemas, organização didática, etc. Trata-se de um currículo em que se estabelece previamente como deve ser seu conteúdo, sua organização, principalmente na escolaridade obrigatória.

Currículo apresentado: são estudos que têm como objetivo apresentar o currículo ao público a que se destina com o objetivo de auxiliar em sua implementação. São tentativas de possibilitar uma melhor interpretação (ou a interpretação desejada por quem prescreveu) desse currículo.

Currículo moldado: é o momento em que o professor prepara seu plano de ensino, seja em grupo ou sozinho, elabora o que pretende ensinar no decorrer do ano, semestre, bimestre, mês ou semana. Assim, ele molda seu currículo de acordo com suas intenções e suas compreensões. Segundo Sacristán (2000), o professor é visto como um "tradutor" que intervém na configuração das propostas curriculares.

Currículo em ação: é onde se concretizam as práticas docentes e se destacam alguns resultados. É a ação, a prática, o significado real das propostas curriculares, o momento em que o prescrito, apresentado e moldado é posto em ação.

Currículo realizado: trata-se do efeito do currículo em ação praticado que gera uma interação entre professor e aluno, produzindo efeitos complexos, cognitivos, afetivos, sociais, morais. Esses efeitos podem refletirem-se de maneira imediata na aprendizagem dos alunos, sendo vistos como rendimentos dos métodos pedagógicos.

Currículo avaliado: os critérios de avaliação objetivados pelos professores ou pela instituição de ensino compõem o currículo avaliado. "As aprendizagens escolares adquirem, para o aluno, desde os primeiros momentos de sua escolaridade, a peculiaridade de serem atividades e resultados valorizados" (SACRISTÁN, 2000, p. 106). Para tal autor, esses "currículos" estão imbricados, cada um deles cria um problema ou uma situação a ser analisada e todos eles são interventores no processo educativo.

Na seção que se segue, discutiremos o currículo prescrito (documentos curriculares) e como estes níveis foram utilizados nas oficinas propostas aos professores participantes da pesquisa.

8.2 Indícios de articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nos documentos curriculares do Brasil, Pernambuco e Olinda

Nesta seção, temos o objetivo de desenvolver uma discussão sobre os documentos curriculares do Brasil, Pernambuco e Olinda, tendo como enfoque a articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

Iniciaremos pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997), que dizem respeito ao ensino da geometria. O documento curricular propôs que o ensino e a aprendizagem estivessem atrelados ao recurso da resolução de problemas, assim como estimulassem a experimentação, investigação, intuição etc. Propôs uma abordagem das formas geométricas presentes em elementos naturais e nos objetos criados pelo homem com características: arredondadas ou não, simétricas ou não etc. (BRASIL, 1997). Nessa fase da escolaridade, a simetria auxilia no trabalho das formas geométricas, pois enfoca questões referentes às propriedades da figura (algo presente ou não na figura/configuração).

No segundo ciclo (atualmente quarto e quinto anos), o ensino da simetria contribui para identificação de semelhanças e diferenças de polígonos. Os PCN (BRASIL, 1997) sugerem a abordagem do eixo de simetria, elemento característico da simetria de reflexão, mas ainda não fazem referência a uma abordagem formal do conteúdo. Nos anos anteriores, propõe atividades de desenvolvimento da "sensibilidade para observar simetrias e outras características das formas geométricas na natureza, nas Artes, nas edificações" (BRASIL, 1997, p. 62).

Nessa perspectiva, observa-se a proposição de diferentes atividades, como "compor e decompor figuras, perceber a simetria como características de algumas figuras e não de outras etc." (BRASIL, 1997, p. 82). O documento, no entanto, não explicita aspectos referentes ao tipo de simetria e conceitos referentes à transformação, estrutura e preservação.

Apenas no terceiro ciclo (atualmente sexto e sétimo anos) que os parâmetros recomendam um trabalho formal da simetria, por isso enfatizam as noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo, as classificações das figuras geométricas (quanto à planicidade, quanto à dimensionalidade), as relações entre figuras espaciais e suas representações planas, a exploração das figuras geométricas planas, pela sua decomposição e composição, transformação (reflexão, translação e rotação), ampliação e redução (BRASIL, 1997, p. 68).

Nesse ciclo, busca-se aprofundar e ampliar o estudo de modo que os alunos sejam capazes de reconhecer as figuras planas por meio de relações mais complexas. No quarto ciclo (atualmente oitavos e nonos anos), os PCN propõem que o conceito de congruência de figuras planas seja abordado "a partir de transformações (reflexões em retas, translações, rotações e composição destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície)" (BRASIL, 1997, p. 89).

Da mesma forma, dentre os conteúdos para o ensino das artes e culturas visuais[14], linguagem que abordaremos neste texto, destacamos alguns sugeridos para o 1º e 2º ciclos, por sua articulação com o eixo da geometria:

> As artes visuais no fazer dos alunos: desenho, pintura, colagem, escultura, gravura, modelagem, instalação, vídeo, fotografia, histórias em quadrinhos, produções informatizadas.

[14] Embora não esteja explícita no documento, a ideia contida se refere à cultura visual, pois indica a abordagem de imagens da mídia, de diferentes culturas, desenhos animados, industriais etc.

> Criação e construção de formas plásticas e visuais em espaços diversos (bidimensional e tridimensional).
> Consideração dos elementos básicos da linguagem visual em suas articulações nas imagens produzidas (relações entre ponto, linha, plano, cor, textura, forma, volume, luz, ritmo, movimento, equilíbrio).
> Contato sensível, reconhecimento, observação e experimentação de leitura das formas visuais em diversos meios de comunicação da imagem: fotografia, cartaz, televisão, vídeo, histórias em quadrinhos, telas de computador, publicações, publicidade, desenho industrial, desenho animado.
> Observação, estudo e compreensão de diferentes obras de arte visuais, artistas e movimentos artísticos produzidos em diversas culturas (regional, nacional e internacional) e em diferentes tempos da história. (BRASIL, 1997, p. 45-47).

Observamos, nos conteúdos visuais sugeridos pelos PCN de Artes (BRASIL, 1997), uma diversidade de modalidades artísticas, exploração dos elementos básicos da linguagem visual, leituras das diversas imagens produzidas e conhecimento da história da arte através das obras de artes. Todas essas indicações trazem a possibilidade de articulações com conteúdo da geometria.

A Base Nacional Curricular Comum (BRASIL, 2018) destaca a importância de considerar-se o aspecto funcional que deve estar presente no estudo da geometria: as transformações geométricas, sobretudo as simetrias. "As ideias matemáticas fundamentais associadas a essa temática são, principalmente, construção, representação e interdependência" (BRASIL, 2018, p. 229). Dessa forma, propõe a abordagem da simetria de reflexão como objeto de conhecimento, a partir do 4º ano, embora proponha a abordagem do conceito de congruência a partir do 3º ano. Na BNCC espera-se como habilidade: "Reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de *softwares* de geometria" (BRASIL, 2018, p. 251).

Identificamos que não faz menção às possibilidades de trabalhar simetrias a partir de imagens das artes e culturas visuais, como recomendavam os PCN de Matemática e Artes (BRASIL, 1997). Esse aspecto simboliza um retrocesso, posto que compreendemos a simetria como um conteúdo que possibilita a articulação entre Arte e Matemática. A simetria só volta a ser abordada como objeto de conhecimento no 7º e 8º anos, a partir dos três tipos básicos de simetrias (translação, rotação e reflexão). Como habilidades a serem desenvolvidas estão:

> Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou *softwares* de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. (BRASIL, 2018, p. 264).
>
> Reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação), com o uso de instrumentos de desenho ou de *softwares* de geometria dinâmica. (BRASIL, 2018, p. 268).

Observamos que o documento recomenda a abordagem da simetria, tal como indica "o que" deve ser trabalhado através da conceituação e explanação sobre os tipos de simetria e conceitos que estruturam esse tipo de conhecimento. Diferente dos anos iniciais, nos anos finais recomenda-se a abordagem da simetria articulada às artes visuais. Compreendemos que o tratamento dado à simetria no Ensino Fundamental da BNCC é fragmentado quando comparado aos demais documentos curriculares.

No âmbito estadual, identificamos os Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), para o ensino da Matemática anos iniciais, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Nessa pesquisa, teremos o enfoque no Ensino Fundamental, no qual identificamos como expectativas de aprendizagem:

> Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo, mosaicos ou faixas decorativas utilizando malhas quadriculadas). 1ª ao 5º ano.
>
> Reconhecer pares de figuras iguais (congruentes) apresentadas em diferentes disposições, descrevendo a transformação que as relaciona (translação, rotação e reflexão) com suas próprias palavras. 3º ao 5º ano.
>
> Identificar eixos de simetria em figuras planas. (3º ao 5º ano).
>
> Construir figuras por reflexão e translação, recorrendo à nomenclatura da transformação utilizada. 4º e 5 anos (PERNAMBUCO, 2012, p. 70-76).
>
> Desenhar figuras obtidas por simetria de translação, rotação e reflexão. (5º, 7º ano).
>
> Obter a transformação de uma figura no plano por meio de reflexão, translação e rotação e identificar elementos que permanecem invariantes nessas transformações. (8º ano) (PERNAMBUCO, 2012, p. 95 e 96).

Verificamos nas expectativas de aprendizagem o conteúdo da simetria por todo o Ensino Fundamental, nos Parâmetros Curriculares na Sala de Aula, documentos que se articulam com os Parâmetros Curriculares do Estado, possibilitando ao professor conhecer e analisar propostas de atividades que possam contribuir com sua prática docente no Ensino Fundamental, Ensino

Médio e Educação de Jovens e Adultos. Nessa proposta, identificamos orientações para o ensino de atividades que relacionam o campo da geometria e artes visuais.

> No terceiro ano, podem-se apresentar diferentes figuras planas, para que o estudante identifique eixos de simetria. É fundamental que ele perceba que dois pontos simétricos da figura mantêm a mesma distância ao eixo. O professor pode propor, ainda, atividades com dobraduras, composições artísticas, mosaicos, faixas e painéis associando a temas trabalhados pela escola, por exemplo. (PERNAMBUCO, 2012, p. 38).

> No quarto ano, o professor deve iniciar o trabalho com semelhança e congruência retomando o estudo dos anos anteriores, mas, nessa fase, as atividades propostas devem levar o estudante a identificar e descrever transformações (translação, rotação e reflexão) que relacionam pares de figuras, com suas próprias palavras, em faixas, painéis, mosaicos, oferecidos pelo professor. (PERNAMBUCO, 2012, p. 39).

Observamos nas orientações a recomendação de atividades como dobraduras, mosaicos e composições artísticas. Assim como, nos parâmetros curriculares nacionais, na Base Curricular da Rede Municipal de Ensino de Olinda (2010), observamos uma recomendação clara de quando se deve iniciar e terminar a abordagem da simetria. De acordo com o documento, a simetria deve ser introduzida no 3º ano do 1º ciclo de alfabetização e espera-se que no 7º ano do Ensino Fundamental o aluno seja capaz de:

> Reconhecer e produzir translações, rotações e reflexões, desenvolvendo compreensão de transformação no espaço, identificando medidas invariantes das mesmas; Reconhecer e produzir simetrias e assimetrias, observando como as mesmas se fazem presentes na natureza em produções humanas e as consequências das mesmas em termos de estética e praticidade. (PREFEITURA DA CIDADE DE OLINDA, 2010, p. 306).

Percebemos, através desses trechos, um alinhamento entre os PCN (BRASIL, 1997), a BNCC (BRASIL, 2018), os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (2012) e Base Curricular do Município de Olinda (2010), mas com algumas diferenças. Os PCN (BRASIL, 1997) não explicitam o ano e o tipo de simetria que deve ser introduzida no Ensino Fundamental. A BNCC (2018), os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (2012) e Base Curricular de Olinda (2010) deixam explícitos o ano e o tipo de simetria que deve ser introduzida, aprofundada e consolidada.

Identificamos também, que os documentos são pautados nos princípios da interdisciplinaridade e contextualização, por isso tecem recomendações que o ensino da simetria aconteça articulado às artes visuais. Quanto a isso, Barbosa (2009) ressalta que não basta ensinar com horário marcado, é necessário ensinar interdisciplinarmente para provocar a capacidade de estabelecer relações, assim como é recomendável introduzi-la transversalmente em todo o currículo, provocando a imbricação de territórios e multiplicação de interpretações.

Buscamos responder perguntas norteadoras – Que conhecimentos os professores mobilizam quando lidam com atividades nas quais são exploradas articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nos anos iniciais do Ensino Fundamental? Que conhecimentos os professores mobilizam ao articularem a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nas oficinas-dispositivo pedagógico? Como os conhecimentos de professores sobre geometria e artes e culturas visuais são articulados e mobilizados durante as suas práticas de ensino?

Partindo da hipótese de que o professor articula geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria, vê-se que ele mobiliza um tipo de conhecimento que congrega aspectos comuns dos dois campos de conhecimento e que intervêm juntos na ação requisitada pelos professores, seja em relação ao conteúdo da simetria, seja em relação aos aspectos didáticos e pedagógicos. Nosso objetivo é analisar os conhecimentos mobilizados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao articular geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

Para tanto, elaboramos o percurso metodológico que será apresentado no próximo capítulo.

Figura 51 – Adriana Varejão, Mapa de lopo homem II, 1992-2004. Óleo sobre madeira e linha de sutura, 110 x 140 x 10 cm. Imagem: Jaime Acioli/Divulgação

Fonte: https://www.revistacontinente.com.br/edicoes/223/adriana-varejao

O que é o gesto de pesquisar como experiência criadora? Há no gesto de pesquisador algo muito próximo do comportamento da criança, quando olha pela primeira vez para o mundo. Ela quer tudo ao mesmo tempo: tocar, cheirar, sugar, ver, apropria-se do mundo. Na pressa de querer tocar as coisas e as pessoas, sentir seus contornos, experimentar o saber e o sabor de tudo, usa todos os seus sentidos e sua inteligência. A criança é toda atenção, é busca de se por no mundo, ensaiando suas primeiras inteligibilidades sobre o mesmo.

Cabe, aqui, uma diferenciação entre o gesto de pesquisar da criança como um impulso, como curiosidade (assistemática)em busca de habitar o mundo, elaborando suas primeiras compreensões desse, com o gesto de pesquisar (sistemático) do pesquisador, que busca nos mapas teóricos suas direções na caminhada da pesquisa.

(AZEVEDO, 2016, p.157)

CAPÍTULO 9 PERCURSO METODOLÓGICO: UMA BUSCA PELO CONHECIMENTO DE PROFESSORES

Neste capítulo, descrevemos os mapas teóricos que orientaram o percurso metodológico dessa pesquisa. Conforme anunciado ao longo deste texto, temos como objetivo analisar conhecimentos mobilizados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao articularem geometria com artes e culturas visuais por meio do conteúdo de simetria. Devido à complexidade do nosso objeto de pesquisa, o desenho metodológico proposto incorpora processos de coleta, organização, tratamento, análise e interpretação dos dados, incluindo a descrição dos sujeitos atrelados ao modelo teórico proposto por Shulman (1986; 1987), Ball e colaboradores (2003, 2005 e 2008) e Análise de Conteúdo de Laurence Bardin (2009), da qual apreendemos a técnicas de análise temática para interpretar os dados coletados.

9.1 Percurso Metodológico

Os caminhos que tentamos trilhar na construção da metodologia ancoram-se, sobretudo, em posturas teóricas que compreendem a pesquisa como experiência criadora, nutrida pelo modelo teórico de conhecimento do professor de Shulman (1986) e Ball e colaboradores (2008), assim como nas discussões sobre a teoria da Abordagem Triangular como teoria de interpretação do universo das artes e culturas visuais de Barbosa (2009). Também foram tomadas como bases as abordagens a respeito do conteúdo da simetria sob o ponto de vista da matemática em Stewart (2012) e Lopes e Nasser (1996) e sobre o ponto de vista do ensino de simetria em Melo e Lima (2011) e Lima (2006).

A partir desse embasamento teórico, desenvolveremos nossos instrumentos de coleta de dados, que, do ponto de vista operacional, estão divididos em quatro etapas distintas, porém correlacionadas, descritas no Quadro 6:

QUADRO 6 - Síntese dos instrumentos de coleta de dados

Instrumentos	Objetivos específicos da aplicação do instrumento	Momento de aplicação
Oficina de 12 horas organizada em três encontros para professores dos anos iniciais. Espaçaremos as sessões da oficina para que os professores tenham tempo para refletir	Identificar os conhecimentos de professores mobilizados (conhecimento do conteúdo comum, do conteúdo específico, do conteúdo e do estudante) durante o processo formativo.	Durante o desenvolvimento dos encontros na oficina.
Elaboração de planejamentos de aulas pelos professores participantes das oficinas.	Identificar os conhecimentos de professores mobilizados sobre o conteúdo do currículo e conteúdo e do estudante após o processo formativo.	Durante o encontro de planejamento.
Observação das vivências das aulas planejadas (de quatro professores).	Identificar os conhecimentos de professores mobilizados sobre o ensino durante a aula da professora voluntária.	Durante a prática do professor.
Entrevista de explicitação.	Identificar os conhecimentos de professores mobilizados que não ficaram explícitos.	Após as observações da aula.

Fonte: elaboração realizada pela autora.

Para analisarmos os dados coletados – nas oficinas, no planejamento e na observação da aula e entrevista –, utilizaremos a Análise de Conteúdo, sistematizada a partir dos estudos de Bardin (2009). Segundo a concepção dessa estudiosa, a Análise de Conteúdo se constitui em:

> Um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter por procedimento temático e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) das mensagens. (BARDIN, 2009, p. 44).

A escolha Análise de Conteúdo justifica-se pelo fato de ela possibilitar a organização, categorização e interpretação sobre a abordagem quantitativa e qualitativa. Segundo Bauer (2008, p. 190), "no divisor quantidade e qualidade das ciências sociais, a análise de conteúdo é uma técnica híbrida que pode mediar esta improdutiva discussão sobre virtudes e métodos".

A Análise de Conteúdo constitui-se de diferentes técnicas (análise da enunciação; análise da expressão; análise de relações; análise de avaliação; entre outros). Devido à especificidade do nosso objeto de pesquisa, optamos pela Análise Temática, por ser técnica que permite descobrir os núcleos de sentido que compõem a comunicação, seja através da frequência, presença ou ausência das unidades de significação.

A análise se realiza a partir de quatro operações básicas que constituem o método de Análise do Conteúdo: (1) a pré-análise; (2) a exploração do material; (3) o tratamento dos resultados obtidos e (4) a interpretação dos resultados, a partir da inferência.

Na nossa compreensão sobre a pesquisa qualitativa, trata-se de um ato de criação, um processo de problematização e subjetivação da realidade. Buscamos apresentar os instrumentos de coleta de dados (oficina, planejamento, observação e entrevista) pensados a partir da perspectiva de que devemos estimular o diálogo e a escuta dos sujeitos, assim como descrevemos as etapas de análise de conteúdo (pré-análise e tratamento dos dados).

A Análise de Conteúdo é um conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter resultados por procedimento temático. Neste estudo, utilizaremos a técnica da análise temática para procurar extrair os sentidos dos textos, respondendo a questão: "o que o texto quer dizer?" (ORLANDI, 2010, p. 17).

Iniciamos, assim, com a pré-análise, a primeira fase de organização que, segundo Bardin (2009, p. 121), possui "três missões: a escolha do documento a ser submetido à análise, a formulação de hipóteses e objetivos, e a elaboração de indicadores que fundamentam a interpretação final". Em nosso estudo, a pré-análise incidiu sobre todo o material coletado no campo empírico; analisamos a transcrição das oficinas, imagens produzidas, observações da aula e as escritas das professoras coletadas durante o processo formativo.

Iniciamos a pré-análise com a leitura flutuante do material coletado, a partir de algumas regras apresentadas na análise de conteúdo proposta por Bardin (2009), como a *representatividade*, se os dados coletados são passíveis de serem generalizados, ou seja, se representam os conhecimentos mobilizados pelos professores na articulação da geometria e artes visuais por meio da simetria; a *exaustividade* (o processo formativo vivenciado e a observação da aula contemplam as questões levantadas na pesquisa); a *homogeneidade* dos textos produzidos obedecem a critérios de escolha, são pertinentes enquanto fontes de informação; a *pertinência* busca atender à intencionalidade e aos pressupostos da pesquisa.

Partindo do objetivo geral, buscamos *analisar* os conhecimentos mobilizados pelos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental ao articular geometria e artes visuais por meio da simetria. Ao tomarmos este objetivo geral em nossa pesquisa, estabelecemos os seguintes objetivos específicos: *identificar* os conhecimentos de professores mobilizados na articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nas oficinas-dispositivo pedagógico; *identificar* os conhecimentos mobilizados pelos professores na articulação entre a geometria e as artes visuais por meio da simetria na prática de ensino.

Elaboramos as seguintes hipóteses:

1) Os professores mobilizam conhecimentos de interseção ao articularem geometria com as artes culturas visuais por meio da simetria, apontando elementos conceituais como propriedades da simetria (conservação das medidas dos segmentos e ângulos; equidistância dos pontos em relação ao eixo; conservação das medidas angulares na translação e rotação) com os elementos visuais;

2) Os professores mobilizam conhecimentos de interseção ao articularem geometria com artes e culturas visuais por meio da simetria (na leitura de imagens, na contextualização e no fazer artístico).

3) Os professores mobilizam conhecimentos de interseção sobre geometria e outros campos da matemática, assim como entre a geometria e outros conteúdos geométricos, estabelecendo enredos de significados.

A referenciação dos índices e a elaboração de indicadores: considerando o texto como uma manifestação de índices que, na análise serão explicitados, o trabalho preparatório incide em escolher esses índices em função das hipóteses pré-determinadas (BARDIN, 2009). Em nossa pesquisa, buscamos identificar nas falas, nas atividades desenvolvidas na oficina, na observação e entrevista, a menção explícita ou implícita dos seguintes índices:

- tipos de simetria; propriedades da simetria, eixo e suas posições, tipos de figuras;
- leitura de imagens, contextualização, fazer artístico, juízo de gosto, elementos visuais (formas, cores, linhas, pontos etc.).

Os indicativos de conhecimento de professores mobilizados na articulação da geometria e artes visuais através da simetria foram os seguintes:

1. Referências ao conteúdo de simetria durante a realização das atividades e produções artísticas que apresentam uma simetria aproximada;
2. Referência aos conteúdos das artes e culturas visuais como elementos conceituais e visuais.
3. Referência a conteúdos de ensino buscando apontar as interseções da geometria e artes e culturas visuais.

Preparação do material: antes da análise, realizamos uma edição de material que em nossa pesquisa aconteceu através da codificação dos conhecimentos de professores mobilizados na oficina em quadros (ver Apêndice).

Na segunda fase, exploração do material, realizamos a análise propriamente dita, que não é mais que a aplicação das decisões tomadas na fase anterior (BARDIN, 2009). Na outra etapa, há o tratamento dos resultados obtidos e interpretação dos dados. Nesta realizamos o tratamento dos dados, na qual foi preciso realizar a codificação, ou seja, a transformação dos dados brutos através de regras precisas. Segundo Bardin (2009), essa transformação acontece por meio de recorte e categorização.

Para realizar o tratamento dos dados, foi preciso realizar a codificação, ou seja, a transformação dos dados brutos através de regras precisas. Segundo Bardin (2009), essa transformação acontece por meio de recorte, categorização e enumeração do conteúdo. Nossa pesquisa utilizou como unidade de registro e de contexto a categorização do conteúdo. A unidade de registro é a menor parte do conteúdo, cuja ocorrência é levantada de acordo com as categorias. Os registros podem ser: palavra, tema, personagem ou item (FRANCO, 2003). Escolhemos como unidade de registro o tema, pela possibilidade de analisar conhecimentos de professores presentes na oralidade dos professores e nas imagens produzidas pelas professoras. Compreendemos a oralidade e imagens como referentes, porque outros conceitos estão organizados em torno deles.

Quanto às unidades de contexto, entendemos que elas nos trazem subsídios para entender as mensagens presentes na unidade de registro. Conforme Bardin (2009 p. 133), a unidade de contexto serve de unidade de compreensão para codificar a unidade de registro e corresponder ao segmento da mensagem, cujas dimensões superiores da mensagem são ótimas para significação exata da unidade de registro.

A seguir, apresentaremos a descrição de cada etapa dos procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa.

9.1.1 Oficina como dispositivo pedagógico.

Em nossa pesquisa, a oficina pedagógica pode ser entendida como uma metodologia de trabalho em grupo, caracterizada por um saber, pela análise da realidade, pela possibilidade de confrontação e pelo intercâmbio de experiências (CANDAU, 1999).

Para Moita e Andrade (2006), as oficinas possibilitam a construção criativa e coletiva do conhecimento. Pode-se dizer que são dispositivos que favorecem a integração de sujeitos e a articulação entre diferentes conhecimentos, sendo mecanismos pedagógicos que podem dinamizar o processo ensino-aprendizagem e que estimular o engajamento criativo de todos os seus integrantes.

O que caracteriza a oficina é ser um espaço de aprendizagem, não apenas de técnicas artísticas, mas de aprendizagem inventiva, no sentido de que ali há lugar para processos de invenção de si e do mundo (KASTRUP, 2007; 2008). Sendo assim, as oficinas como dispositivo-pedagógico são:

> espaços coletivos, são territórios de fazer junto. O processo de aprendizagem inventiva se faz através do trabalho com materiais flexíveis, que se prestam à transformação e à criação. Os participantes da oficina estabelecem com tais materiais agenciamentos, relações de dupla captura, criando e sendo criados, num movimento de coengendramento. Nas oficinas ocorrem relações com as pessoas, com o material e consigo mesmo. (KASTRUP; BARROS, 2014, p. 84).

As oficinas como dispositivos pedagógicos são “máquinas que fazem ver e falar” (DELEUZE, 1998, p. 50). Isso indica que em cada formação há maneiras de sentir, perceber e dizer que conformam regiões de visibilidade e campos de dizibilidade (linhas de visibilidade e de enunciação). Trabalhar oficinas como dispositivos implica-nos, portanto, com um processo de acompanhamento de seus efeitos, não bastando apenas pô-las a funcionar, mas sobretudo, problematizá-las.

As atividades propostas nas oficinas foram embasadas nos modelos teóricos de Lee Shulman (1986; 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008), pois buscaremos mobilizar conhecimentos de professores sobre o conteúdo comum e específico da simetria, sobre o pedagógico da matéria, sobre o conteúdo e o estudante e a respeito do currículo. Compreendemos que o conhecimento da pedagogia em geral perpassa os demais conhecimentos. Mas, também têm como embasamento teórico-metodológico a Abordagem Triangular de Barbosa e Cunha (2010) através das ações de ensino da arte – leitura de imagem, contextualização e fazer artístico –, entremeadas com situações-problemas de matemática. Entendemos que para que haja produção de sentido é necessário que as ações de leitura de imagens e fazer artístico sejam atravessadas pela contextualização. Barbosa (2008) ressalta que na Abordagem Triangular, por ser um sistema aberto, que não estabelece hierarquia entre as ações, ora começamos pela leitura de imagens, ora começamos pelo fazer artístico, ora começamos pela contextualização.

O fazer artístico é uma ação que, dependendo da técnica empregada, pode possibilitar a mobilização de conhecimentos geométricos, pois o ato de criar implica o desenho, a pintura, a experimentação, a representação e a simbolização. Esse processo de pensar/construir/fazer lúdico e estético inclui atos técnicos e inventivos de transformar, de produzir formas novas a partir da matéria oferecida pelo mundo da natureza e da cultura onde vive o aluno.

Sob o ponto de vista geométrico, utilizaremos nas oficinas o estudo de Jaime e Gutiérrez (1996), Grenier e Laborde (1987), Grenier (1988), Lima (2006), Melo (2010), Jaime e Guitiérrez (2012) sobre o ensino e aprendizagem da simetria. Esses estudos discutem a identificação *a priori* dos critérios e valores que os alunos podem usar em resolução de problemas quanto à construção de figuras simétricas, permitindo realizar um experimento do estudo de tomada de decisões didáticas (LIMA, 2006). Nesse sentido, Grenier e Laborde (1987 *apud* LIMA, 2006, p. 47-48) destacam procedimentos susceptíveis de serem mobilizados pelos alunos na resolução de problemas de construção de figuras por uma simetria. Com base nesses estudos e nas intervenções didáticas apresentadas na revisão de literatura, construímos as situações-problemas da oficina.

Como uma das etapas para coleta de dados em nossa pesquisa, realizamos três oficinas com duração de 4 horas cada, com conteúdos diferentes, em três redes municipais de ensino.

QUADRO 7 - Dispositivo pedagógico utilizado para coleta de dados

<table>
<tr><th>Dispositivo pedagógico</th><th>Conteúdos</th><th>Tempo utilizado</th><th>Municípios</th><th>Datas</th><th>Total de professores participantes</th></tr>
<tr><td>Oficina 1, 2 e 3</td><td rowspan="3">Simetria de reflexão, translação e rotação nas artes e culturas visuais (os conteúdos foram reaplicados em todas as oficinas)</td><td rowspan="3">Cada oficina teve duração de 4 horas. No total foram 12 horas.</td><td>1</td><td>07/02/2018
22/02/2018
29/03/2018</td><td>5</td></tr>
<tr><td>Oficina 1, 2 e 3</td><td>2</td><td>24/07/2018
14/08/2018
28/08/2018</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Oficina 1, 2 e 3</td><td>3</td><td>31/07/2018
08/08/2018
15/08/2018</td><td>11</td></tr>
</table>

Fonte: dados elaborados pela autora (2019).

Os três momentos distintos aconteceram de acordo com a conveniência da secretaria de educação e das escolas. Os encontros não tinham uma forma estruturada e o tempo não era controlado com precisão, visando maior abertura às manifestações dos professores. Nossa intenção era privilegiar o diálogo e a participação. Desejávamos criar um espaço de interação contínua entre os distintos horizontes de compreensão e respectivas intencionalidades dos participantes, de modo a possibilitar a troca de experiências.

Víamos o professor como um produtor de conhecimento sobre sua prática e considerávamos que este conhecimento enriqueceria os encontros e as atividades. Assim, nosso olhar era voltado para o processo de formação e para a mobilização de conhecimento em si.

Como pesquisadora, éramos mais um elemento do grupo, ensinando, aprendendo, esclarecendo dúvidas, trocando ideias e orientando os professores no desenvolvimento das atividades. Nossas experiências no magistério nos proporcionaram uma afinidade e posição de igualdade com os professores. Dessa forma, nossa presença era como a de mais uma professora que vivenciou a experiência de lecionar na mesma rede de ensino que eles.

À medida que os encontros foram se realizando, nossa apreensão inicial com relação à recepção do nosso trabalho pelos professores deu lugar a um sentimento de companheirismo e troca mútua, que aumentou nossas expectativas de bons resultados com relação ao curso. O receio cedeu espaço para uma relação de aceitação, familiaridade e confiança.

Cada encontro foi gravado, tendo como foco os conhecimentos de professores mobilizados em cada fala, imagens e escritas produzidas. Antes da coleta de dados propriamente dita, realizamos oficinas-pilotos em eventos de divulgação científica como ENEM (2016), com alunos do curso de pedagogia e com um grupo de professores dos anos iniciais. Assim foi possível aperfeiçoar as oficinas ao longo da pesquisa.

9.1.1.1 Desenho metodológico da oficina: um mergulho no mundo da simetria de reflexão

A primeira oficina foi constituída por seis atividades que envolviam a leitura de imagem, resolução de situações-problemas com identificação de eixo de simetria, análise de produção de alunos, construção de figuras simétricas a partir do eixo dado, colagem e pintura, cuja composição poderia ser simétrica ou não feita a partir do uso de materiais de diversas texturas, superpostos ou colocados lado a lado, na criação de imagem. As atividades foram pensadas seguindo uma complexidade: começamos por atividades que envolviam o reconhecimento de imagens simétricas; depois, a identificação de eixo em suas diferentes posições; em seguida, propomos atividades de construção de figuras. Embora, não seja o aporte teórico de nossa pesquisa o conceito de variável didática está presente através do conjunto de situações que compõe as nossas oficinas.

Descrição da atividade 1: jogo de dominó produzido a partir de imagens de diversos artistas visuais. Cada jogador recebeu 5 pedras (imagens), as pedras restantes ficaram no dorme (reservadas para serem utilizadas quando necessário). O jogo começou pelo jogador que tinha a pedra dobrada (com duas imagens do mesmo artista visual).

Os critérios foram: obras do mesmo artista, mesmo estilo ou mesma forma. Ao término do jogo, responderam às perguntas: o que as imagens despertam em vocês? Você conhece os artistas que as produziram? Qual imagem te chamou mais a atenção? Por quê? Como podemos relacionar geometria e artes visuais com essas imagens?

Os objetivos dessa atividade eram mobilizar conhecimentos relacionados às aplicações das propriedades da simetria (LIMA, 2006), possibilitar a fruição estética e movimentar visualidade, assim como ampliar o repertório dos professores sobre artistas visuais, de modo que eles percebessem a diversidade artística e estética (FELDMAN, 1993). Mas, sobretudo, visava-se levá-los a identificar nas imagens possibilidades de articulação entre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria com fins didáticos.

A priori esperava-se que os professores identificassem as imagens simétricas e assimétricas, ou descrevessem apenas as figuras geométricas, pois a abordagem desse conteúdo é mais recorrente nos anos iniciais. Outra possibilidade seria os professores não apontarem nenhuma relação entre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria.

Descrição da atividade 2: nessa atividade, os professores deveriam escolher uma imagem e realizar uma descrição dos elementos visuais e matemáticos contidos nas imagens; observar cada detalhe fazendo o esforço de denominar cada coisa; fazer uma lista daquilo que identificaram em cada imagem. Essa atividade teve como base teórica os estudos de Edmund Feldman (1993), que sugere a descrição detalhada como forma de o observador deter mais longamente a obra e ao mesmo tempo descobrir detalhes que não haviam sido captados à primeira vista.

A priori eram previstas descrições diferentes:

a) descrever identificando o que se vê na obra visual, apenas o que está evidente;

b) analisar identificando na obra elementos da composição visual, estabelecendo relações entre os elementos;

c) interpretar dando sentido ao que observou na obra, procurando identificar quais os sentidos, ideias, sentimentos e expressões intencionadas pelo autor;

d) Julgar, emitir juízo de valor sobre a obra, se ela é importante ou não, se tem qualidade estética (FELDMAN, 1993; BARBOSA, 2009).

Descrição da atividade 3: nessa atividade, os professores deveriam resolver uma situação-problema que envolvia identificar e traçar o eixo de simetria nas imagens. O objetivo era mobilizar os conhecimentos de conteúdo comum e especializado sobre geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria. E analisar as respostas dadas por alunos ao terem que traçar o eixo de simetria nas imagens.

A *priori* esperava-se mobilizar os seguintes conhecimentos com base nas pesquisas de Grenier(1988), (Lima (2006) e Melo (2010):

a) considerar as respostas do aluno como corretas, por não perceber que as imagens de Vicente do Rego Monteiro e Maurits C. Escher não são simétricas, assim demonstrando não ter conhecimentos sobre as propriedades de conservação de forma e comprimento dos segmentos em relação ao eixo;

b) considerar errada por identificar assimetrias presentes nas imagens dos artistas visuais. Também é possível que considerem erradas por apresentarem conhecimentos acerca das propriedades geométricas de conservação de forma e comprimento dos segmentos em relação ao eixo;

c) considerar apenas as imagens de Vicente do Rego Monteiro, Milton Dacosta e Kazimir Malevich como simétricas, por compreender que o eixo pode ser traçado apenas na posição vertical;

d) identificar apenas o eixo vertical na imagem de Kazimir Malevich, desconsiderando os eixos horizontais e diagonais da imagem por desconhecimento dessas posições (Apêndice C).

Como continuidade da situação-problema, os professores que traçaram eixos na obra do artista argentino Júlio Le Parc, um dos pioneiros da Arte Cinética ou Op-Art – movimento artístico em que as obras são baseadas na ilusão de ótica – justificaram a resposta.

A *priori* previam-se os seguintes conhecimentos com base nos estudos de Grenier (1988), (Lima (2006) e Melo (2010):

a) traçar apenas quatro eixos considerando o quadrado;

b) conseguir perceber que em qualquer posição e lugar que traçar o eixo os pontos serão equidistantes em relação ao eixo.

O objetivo dessa atividade era mobilizar reflexões sobre a figura e no eixo de uma variável didática para propor problemas aos alunos, com objetivo de tornar um problema mais fácil ou difícil (LIMA 2006, MELO, 2010). De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), isso faz parte do conhecimento especializado do professor.

Descrição da atividade 4: Nessa atividade, o professor deveria reconhecer a figura que fazia a reflexão correta da circunferência em relação ao eixo. Esperava-se mobilizar conhecimentos sobre as propriedades de equidistância da figura em relação ao eixo.

A priori previa-se que os professores mobilizassem os seguintes conhecimentos com base nos estudos de Lima (2006):

a) apontar se as imagens A, B e C fazem a reflexão correta da circunferência em relação aos eixos simétricos, por não apresentar conhecimentos sobre as propriedades de equidistância;

b) considerar a imagem B por deslocarem horizontal ou verticalmente a figura, embora o eixo de simetria esteja inclinado.

c) identificar que as imagens A e C fazem reflexão correta da circunferência em relação ao eixo por estarem na posição inclinada;

d) apontar apenas que a imagem A faz a reflexão correta da circunferência em relação ao eixo por apresentar conhecimentos relacionados sobre as propriedades da equidistância e conservação de diâmetro da circunferência.

Descrição da atividade 5: nessa situação-problema, os professores tinham que analisar três protocolos de estudantes do 5º ano que trabalharam a obra de Alfredo Volpi (em apêndice). A atividade apresentava uma breve biografia do artista e depois a produção de três estudantes (desenhos de figuras com eixos nas posições: vertical, horizontal e oblíqua). O objetivo era que os professores mobilizassem conhecimentos sobre o conteúdo do estudante, ao analisar as respostas dadas, assim como conhecimentos sobre as propriedades (equidistância e conservação da medida dos segmentos e medidas angulares).

A *priori* esperava-se que os professores mobilizassem os seguintes conhecimentos adaptamos do estudo desenvolvido por Lima (2006) e Melo (2010):

a) considerassem os estudantes A e B como corretos por não compreender as propriedades relacionadas à equidistância das figuras em relação ao eixo muito comprometido na figura A, e também por não possuir conhecimento sobre a conservação da medida do comprimento dos segmentos e ângulos das figuras que devem ser mantidos.

b) apontar apenas a resposta B como correta, por compreender que os erros cometidos são devidos à falta de precisão no traçado da criança.

c) identificar a figura C como correta, por não compreender que a figura produzida deve ser interceptada pelo eixo.

Na continuação dessa atividade, os professores foram desafiados a construir a figura simétrica a partir de um eixo dado. Depois, apontaram as dificuldades em responder a questão. Nosso objetivo era que os professores refletissem sobre as variáveis didáticas que estão imbricadas na atividade – tipo de figura, posição do eixo, tipo de papel –, assim como mobilizassem conhecimentos do conteúdo do aluno ao pensar nas adaptações da atividade para a sua turma.

A priori previa-se que os professores mobilizassem os seguintes conhecimentos com base nos estudos desenvolvidos por Lima (2006):

a) perceber a dificuldade em construir a figura por estar em papel liso;

b) apontar que a malha quadriculada possibilita visualizar as equidistâncias dos segmentos de uma figura em relação ao eixo;

c) perceber que a malha quadriculada possibilita usar os quadradinhos para visualizar o comprimento dos segmentos de uma figura;

b) identificar que as posições do eixo de simetria podem gerar maior ou menor dificuldade para construção da figura.

Descrição da atividade 6: na última atividade, os professores deveriam criar imagens com simetria de reflexão com a técnica de colagem de papel colorido e depois expor os conhecimentos que utilizaram para realizar a atividade. Esperávamos com essa atividade mobilizar conhecimentos sobre o conteúdo da simetria – as propriedades de congruência e equidistância em relação ao eixo –, mas também conhecimentos relacionados à criatividade que envolvem motivações, dimensões internas, cognitivas, habilidades técnicas e também aspectos culturais do processo criativo de acordo com Barbosa (2009). O tipo de papel (branco ou quadriculado) e sua influência sobre os procedimentos e respostas dos alunos (GRENIER, 1988).

A *priori* previa-se que os professores mobilizassem como conhecimentos com base nos estudos de Grenier (1988), (Lima (2006) e Melo (2010):

a) considerar as propriedades de simetria na criação de figuras como: equidistância dos segmentos da figura em relação ao eixo; conservação dos comprimentos dos segmentos da figura e dos ângulos.

b) produzir figuras desconsiderando as propriedades da simetria como: equidistância dos segmentos da figura em relação ao eixo; conservação dos comprimentos dos segmentos da figura e dos ângulos.

c) não reconhecer as propriedades de simetria na criação de figuras como: equidistância dos segmentos da figura em relação ao eixo; conservação dos comprimentos dos segmentos da figura e dos ângulos.

9.1.1.2 Desenho metodológico da oficina: simetria de translação e rotação nas artes e culturas visuais (Apêndice D)

A segunda oficina foi constituída por seis atividades que envolviam a leitura de imagem, reconhecimento de simetrias, construção de figuras com simetria de translação e rotação por meio de dobraduras.

Descrição da atividade 1: nessa atividade, os professores deveriam ladrilhar um plano de A4 com polígonos regulares e com as pipas de *Penrose* – usando dois polígonos especiais, o "papagaio" e a "asa delta", para formar ladrilhamentos que não se repetem –, sem superposições ou buracos.

A *priori* previa-se que os professores mobilizassem os seguintes conhecimentos com base nos estudos de Hoffer (1981), Van Hiele (1986), Jaime e Guitiérrez (2012):

a) produzir figuras sem considerar as propriedades da simetria de rotação e translação;

b) não identificar os diferentes movimentos de translação e rotação;

c) produzir figuras simétricas, mas não conseguir identificar o tipo de simetria.

Descrição da atividade 2: leitura de imagens com ladrilhamentos produzidos pelo homem em diversas culturas – moura, espanhola, portuguesa, brasileira – e de obras de arte de Escher inspiradas nos azulejos mouros. O objetivo dessa atividade era discutir o papel histórico e cultural dos ladrilhamentos na humanidade, assim como as diferenças dos movimentos de simetria.

A *priori* esperava-se que os professores mobilizassem os seguintes conhecimentos:

a) Identificar nas imagens os movimentos de rotação e translação;

b) Perceber as propriedades de translação e rotação presentes nas imagens;

c) Não conseguir identificar as diferenças entre os tipos de simetria.

Descrição da atividade 3: os professores deveriam identificar entre as obras de Escher aquela que não seguia o padrão das demais. Em seguida, analisar a resposta dada por alunos. O objetivo era mobilizar conhecimentos sobre os diferentes movimentos de simetria (rotação e translação) por meio da comparação das imagens.

A *priori* previa-se que os professores mobilizassem os seguintes conhecimentos estudos de Jaime e Guitiérrez (2012):

a) os professores podem concordar com a resposta 1, por não conhecerem simetria de rotação;

b) os professores podem concordar com a resposta 2, por conhecerem apenas simetria de reflexão;

c) os professores podem concordar com a resposta 3, por saberem que de fato a figura C tem simetria de rotação;

d) os professores podem concordar com a resposta 4, por não conhecerem simetria de rotação.

Descrição da atividade 4: os professores deveriam identificar entre as figuras codificadas aquela que apresentava simetria de translação da figura (A). O objetivo era mobilizar conhecimentos sobre as propriedades da simetria de translação (conservação de ângulo, comprimento do segmento da figura e direção de sentido).

A *priori* previa-se que os professores mobilizassem os seguintes conhecimentos adaptado dos estudos de Jaime e Gutiérrez (2012):

a) considerar erroneamente a figura E, por esta alinhada à figura A;

b) considerar erroneamente a figura C, por apresentar o mesmo comprimento dos segmentos da figura A;

c) apontar corretamente a figura D, por conservação de ângulo, comprimento do segmento da figura e direção de sentido;

d) destacar a figura B, por apresentar comprimento, ângulo e sentido diferente da figura A.

Descrição da atividade 5: essa atividade envolvia a construção de figuras congruentes com simetria de translação. Na figura, havia uma relação biunívoca entre as "saliências" e as "entradas". Para cada "saliência", existia uma "entrada" congruente, e para cada "entrada" havia uma "saliência" congruente. Isso ocorria nas figuras das alternativas B e D. Foi oferecido papel-manteiga para responder à questão.

Assim, os professores deveriam mobilizar *a priori* os seguintes conhecimentos:

- Se os professores respondessem as alternativas A, C ou E, provavelmente não perceberiam que há uma relação biunívoca entre as "saliências" e as "entradas";
- Aqueles que respondessem B e D haveriam percebido que para cada "saliência" existia uma "entrada" congruente, e que para cada "entrada" deveria haver uma "saliência" congruente.

Descrição da atividade 6: realizar a análise de relato de experiência desenvolvida com alunos da EJA presente na Base Curricular Comum do município de Olinda (2010), com base em quatro perguntas norteadoras: a) A professora consegue articular geometria e artes visuais através da simetria? Justifique a resposta. b) Que conhecimentos os alunos apresentam sobre simetria? c) Você trabalharia com essa temática em sua sala de aula? Que adaptações você faria para a sua turma? d) Quais são as temáticas ou artistas que vocês utilizariam na sala de aula de vocês? O objetivo dessa atividade era mobilizar conhecimento do conteúdo especializado de professores.

A priori previa-se que mobilizassem os seguintes conhecimentos com base nos estudos de Ball e colaboradores (2008, 2005, 2003):

- Identificar e interpretar os erros e acertos nos desenhos dos alunos;
- Diferenciar os tipos de problemas de simetria propostos nos relatos;
- Identificar as situações-problemas que podem gerar mais dificuldades ou ser mais fáceis para os alunos;
- Propor modificações nas tarefas de modo que as mesmas se tornem de fácil compreensão por parte dos alunos.

9.1.1.3 Desenho metodológico da oficina: o encontro da geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria

Descrição da atividade 1: Analisar o jogo que articula geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria: o jogo das imagens adaptado do Caderno de Jogos Matemáticos do PNAIC (2014) tem como objetivo descrever a posição das figuras de geométricas planas e movimentos de simetria na composição de uma obra de arte. Após jogar, os professores analisaram os jogos com base nas seguintes perguntas: a) O que a criança precisa saber para jogar estes jogos?; b) O que a criança aprende?; c) Para que ano é mais recomendado?; d) Crie um objetivo para o jogo; e) Como você utilizaria em sua sala de aula?

A *priori* previa-se que os professores apontassem o seguinte com base nos estudos de Shulman (1987), Ball e Colaboradores (2008, 2005, 2003) e Barbosa (2009) :

- Destacar os diferentes tipos de simetria presentes nas imagens;
- Apontar a possibilidade de ampliar o próprio repertório sobre os artistas visuais;
- Identificar as falhas presentes no jogo;
- Apontar as adaptações necessárias para a sua turma.

Descrição da atividade 2: Produzir um Kirigami com papel colorido com o objetivo de mobilizar conhecimentos relacionados ao fazer artístico e à fruição estética; refletir sobre a possibilidade de trabalhar conceitos geométricos.

Tomando como base pesquisas sobre simetria de Grenier (1988), Lima (2006) e Melo (2010) e no ensino de artes e culturas visuais Barbosa (2009), a priori esperava-se que os participantes mobilizassem os seguintes conhecimentos:

- Identificar os tipos de simetria que podem ser explorados na atividade;
- Explicitar as propriedades de simetria que podem ser abordadas na atividade;
- Adaptar a atividade para as crianças da própria turma.

Descrição da atividade 3: analisar duas atividades extraídas de livros didáticos de matemática dos anos iniciais (em apêndice), apontando: qual tipo de simetria é abordada? As propriedades são explicitadas? Você identifica as ações de ensino da arte? Como se relaciona com a geometria? Que adequações você faria na atividade pensando na sua turma?

Tomando como base pesquisas sobre simetria de Grenier (1988), (Lima (2006) e Melo (2010) e no ensino de artes e culturas visuais Barbosa (2009), a priori esperava-se que os participantes mobilizassem os seguintes conhecimentos:

- explicitar as propriedades da simetria presentes nas atividades e as ações de ensino das artes visuais;
- pensar adequações nas atividades LD para os alunos e das características do seu contexto de ensino e aprendizagem, de modo a torná-lo compreensível e ensinável aos alunos;
- relacionar as atividades dos LD com a base curricular do município;

No quadro a seguir, temos uma síntese das atividades realizadas e dos tipos de conhecimento mobilizados.

QUADRO 8 – Conhecimentos e tipos de atividade desenvolvidas

Tipos de conhecimentos	Atividades
Conhecimento do conteúdo comum	Leitura de imagens Fazer artístico Resolução de problemas
Conhecimento do conteúdo especializado	Análise e comparação dos protocolos dos estudantes Análise de relato de experiência
Conhecimento do horizonte do conteúdo	Leitura de imagens; Análise de relato de experiência. Análise de documentos curriculares.
Conhecimento do conteúdo curricular	Análise de livros didáticos Análise de documentos curriculares
Conhecimento do conteúdo e do estudante	Análise e comparação dos protocolos dos estudantes Análise/ comparação de jogos didáticos Adequação de jogos para os alunos

Fonte: Elaboração realizada pela autora (2019).

A seguir apresentaremos a segunda etapa do percurso metodológico da pesquisa.

9.1.2. Segunda etapa da pesquisa (planejamento)

Nesta etapa, tínhamos o objetivo de identificar conhecimentos mobilizados pelos professores sobre o ensino. Solicitamos que os professores realizassem um planejamento com a temática “geometria com artes e culturas visuais por meio da simetria”. O professor ficou livre para escolher a modalidade organizativa que preferisse (sequência didática, projeto didático ou plano de aula). Nesse momento, observamos se os professores utilizavam as bases curriculares dos municípios, mobilizando conhecimentos sobre o currículo.

Esperávamos *a priori* que, no planejamento, os professores apresentassem etapas do processo de raciocínio pedagógico, pois nessa atividade teriam que apresentar a compreensão sobre o conteúdo da simetria articulando-o com as artes e culturas visuais, mas, sobretudo, a transformação, o tratamento e a gestão ao preparar e pensar a representação de ideias com novas analogias, metáforas; a seleção didática; as adaptações às características das crianças; e adequação às crianças da classe.

9.1.3. Terceira etapa (observação da prática)

Nessa etapa, tínhamos como objetivo identificar conhecimento do conteúdo e do ensino referentes à geometria com as artes e culturas visuais através do conteúdo da simetria. Na observação em sala de aula, os sujeitos foram escolhidos em função da sua disponibilidade e voluntariedade. Foram observados quatro professores e as aulas foram gravadas em áudio e fotografadas. Nesse momento, foi possível perceber como as idealizações presentes nos planejamentos realizados.

A priori esperávamos identificar os conhecimentos pedagógicos do conteúdo, porque, segundo Shulman (1986; 1987), o professor, durante a ação pedagógica, utiliza para, a partir dos seus objetivos, da realidade dos alunos e das características do contexto de ensino e aprendizagem, convocar, gerir e fazer interagir os conhecimentos da base de conhecimentos para o ensino, visando à adaptação, à transformação e à implementação do conhecimento do conteúdo a ser ensinado, de modo a torná-lo compreensível e ensinável aos alunos.

9.1.4 Quarta etapa (entrevista de explicitação)

A entrevista possui diversas aplicações; é uma técnica de interação social, capaz de quebrar isolamentos grupais, individuais e sociais, podendo também servir como fonte de conhecimento. Em nossa pesquisa, utilizaremos a entrevista de explicitação com o objetivo de obter uma verbalização minuciosa de ações, de acordo com o ponto de vista daquele que a realiza, e não do ponto de vista do seu resultado observável. Isso porque o modo como a ação se dá raramente está disponível, em todos os seus detalhes, à consciência daquele que a realiza. É muito comum que uma pessoa, quando questionada acerca de um ato que realizou, forneça explicações gerais e justificativas teóricas, mas diga pouco acerca de sua experiência concreta e dos gestos específicos.

9.2 Sujeitos da pesquisa

Participou da pesquisa um grupo de 18 professores de redes municipais localizadas na Região Metropolitana do Recife. Realizamos uma oficina que aconteceu em três encontros, acumulando um total de 12 horas. Escolhemos professores do 3º, 4° e 5º anos iniciais, por duas razões: a primeira está relacionada aos documentos curriculares dos municípios que recomendam a introdução do conteúdo da simetria a partir do 3º ano; a segunda razão diz respeito ao fato de que, por serem polivalentes, os professores devem trabalhar com geometria e artes visuais. Praticamente todos os professores têm formação acadêmica em pedagogia, apenas duas professoras têm formação em biologia e história. São professores experientes, com 14 a 30 anos de atuação em sala de aula. O Quadro 10 (Apêndice F) traz informação sobre os sujeitos participantes do estudo.

Por compreendermos que o sujeito é um ser ativo, que estabelece uma relação dialógica com o mundo, que lhe permite participar do processo de produção da realidade, buscamos desenvolver com os sujeitos participantes da pesquisa atitude investigativa que possibilitasse uma relação de parceria e confiança. Assim, percebemos que esses sujeitos criaram situações de aprendizagem, nas quais se expressaram, por meio dos seus conhecimentos, crenças e valores. Além disso, nossa metodologia estimulou a cooperação, o diálogo e a escuta entre os sujeitos.

Por razões éticas, optamos por não expor nomes e imagens dos sujeitos que participaram da pesquisa. As imagens apresentadas, devidamente autorizadas pelos professores, são das produções desenvolvidas na oficina e nas observações de aula.

9.3 Análise de conteúdo e categorias analíticas

A partir dos recortes apresentados, realizamos a categorização. Essa é “uma operação de classificação de elementos constitutivos de um conjunto, por diferenciação seguida de um reagrupamento baseado em relação, a partir de critérios definidos (FRANCO, 2003, p. 59). Contudo, Bardin (2009) alerta que classificar elementos em categorias impõe a investigação do que cada um deles tem em comum com os outros; o que vai permitir o seu agrupamento é a parte comum existente entre eles.

Nossa categorização foi estruturada de forma mista *a priori*, a partir do nosso modelo teórico desenvolvido por Shulman (1986; 1987) e o modelo de Ball, Thames e Phelps (2008); e *a posteriori* a partir dos dados empíricos organizados em subcategorias. Elaboramos o seguinte Quadro 9 com o objetivo de apresentar as relações existentes entre as unidades de contexto e unidades de registro que emergiram dos dados empíricos.

QUADRO 9 - Categorização dos conhecimentos de professores mobilizados nas oficinas e observação de aula

Categorias teóricas	**Subcategorias unidades de contexto**	**Subcategorias unidades de registro identificadas**
Mobilização do conhecimento do conteúdo comum de professores na articulação da geometria com as artes e culturas visuais	Leitura de imagens de obras de artes	Descrição, análise, interpretação e julgamento
		Identificar elementos conceituais e visuais nas imagens
		Juízo de gosto sobre as obras: – Simetria em detrimento das assimetrias ou vice-versa; - Preferência pelas obras coloridas ou vice-versa; - Preferências pelo figurativo em detrimento do abstrato ou vice-versa
	Fazer artístico	Aplicação de propriedades da simetria de reflexão nas atividades de pintura e dobradura
		Aplicação das propriedades da simetria de translação nas atividades de tecelagem
		Aplicação das propriedades da simetria de reflexão, translação e rotação nas atividades de desenho em malhas
	Propriedades mobilizadas nas diversas atividades	Construir figuras simétricas
		Comparar imagens simétricas e assimétricas
		Identificar as diferentes posições dos eixos
		Perceber várias propriedades das simetrias nas imagens
		Perceber invariâncias nas imagens simétricas
	Articulação da Matemática com Arte com fins didáticos	Refletir sobre a articulação da Matemática com Arte com fins didáticos

A mobilização do conhecimento do conteúdo especializado de professores: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria	Artistas visuais e temáticas mais adequadas	Pensar nas imagens, nos temas e artistas visuais mais adequados para trabalhar determinados tipos de simetria
	Propriedades	Pensar nas propriedades da simetria presentes nas imagens para propor atividades
	Fazer artístico	Pensar a melhor técnica artística para trabalhar com seus alunos.
	Articulação da geometria com as artes e culturas visuais	Apontar para os diálogos entre as obras e simetria
A mobilização do conhecimento do horizonte do conteúdo: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria	Articulação da geometria com outros campos da matemática	Aponta a necessidade de conhecimentos de outros campos da matemática para resolver as situações-problema de simetria
	Articulação da geometria com outros conteúdos geométricos	Apontar a necessidade de conhecimentos de outros conteúdos da geometria para resolver as situações-problema de simetria
	Articulação entre os campos e áreas de conhecimento	Identificar as articulações entre os campos e áreas de conhecimento.
Mobilização de conhecimento do conteúdo do aluno: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria	Erros	Refletir sobre os erros cometidos pelos alunos
		Refletir sobre os próprios erros
	Dificuldade	Destacar as possíveis dificuldades dos alunos
	Motivação	Apontar as atividades que são motivadoras para os alunos
	Adequação das atividades	Pensar modificações das tarefas para que se tornem mais adequadas para o aluno
Mobilização de conhecimento do conteúdo currículo: articulação da geometria com as artes e culturas visuais	Livros didáticos	Refletir sobre as possibilidades de articulações no livro didático
	Propostas curriculares	Pensar sobre as propostas curriculares
	Conhecimento sobre o conteúdo da simetria ao longo dos anos – horizontalmente;	Refletir sobre o conteúdo sob o ponto de vista vertical e horizontal

por meio da simetria	Conhecimento sobre o conteúdo da simetria ao longo dos anos – verticalmente	
Mobilização de Conhecimento pedagógico do conteúdo: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria	Conhecimentos a serem ensinados – plano de aula	Indícios de articulação da geometria com as artes e culturas visuais
		Contextualização
		Fazer artístico
		Seleção de estratégia
		Recursos utilizados
		Avaliação
		Objetivos
	Conhecimento realmente ensinável	Leitura de imagens
		Contextualização
		Fazer artístico
		Identificar variáveis didáticas presentes nas atividades
		Análise de erros para reflexão sobre as propriedades de simetria
		Intervenção dos conflitos entre os alunos sobre o conteúdo em questão
		Perceber que cometeu erros e fazer a autocorreção
		Avaliar e retomar a aprendizagem dos alunos
		Uso do livro didático.

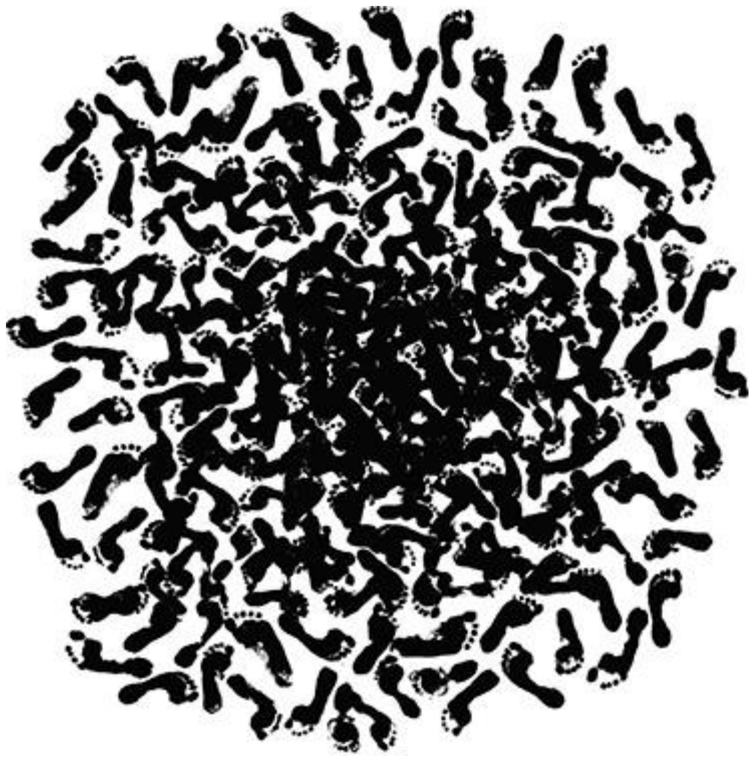
Fonte: elaboração realizada pela autora.

Uma vez estruturadas as categorias de análise e indicados os resultados obtidos, podemos realizar inferências que podem servir de base a "outra análise disposta em torno de novas dimensões teóricas, ou praticada graças a técnicas diferentes" (BARDIN, 2009, p. 12). De acordo com Triviños (2006), na fase de interpretação, o pesquisador não deve restringir sua análise ao conteúdo manifesto dos documentos, mas adentrar o conteúdo latente, que revela as tendências e características dos fenômenos sociais que se analisam.

Desse modo, compreendemos que a pesquisa pode trazer novas proposições para pensarmos o conhecimento docente, por permitir visualizarmos como este mobiliza através do diálogo da geometria com artes e culturas visuais.

A seguir, apresentamos os dados coletados, tratados e organizados por categorias analíticas conforme apresentamos no Quadro 11.

Figura 52 – Regina Silveira*,* *Irruption*, 2005, digital print, Vinyl, 300 x 300 cm.



Fonte: http://stoecklehauser.com/regina_silveira.html

> [...] o desafio da globalidade é também um desafio de complexidade. Existe complexidade, de fato, quando os componentes que constituem um todo (como e econômico, o político, o sociológico, o psicológico, o afetivo, o mitológico) são inseparáveis e existe um tecido interdependente, interativo e inter-retoativo entre as partes e o todo, o todo e as partes. Ora, os desenvolvimentos próprios de nosso século e de nossa era planetária nos confrontam, inevitavelmente e com mais e mais frequência, com os desafios da complexidade.
>
> (MORIN, 2008, p.14)

CAPÍTULO 10 CONHECIMENTO DE PROFESSORES: ARTICULAÇÃO DA GEOMETRIA COM AS ARTES E CULTURAS VISUAIS POR MEIO DA SIMETRIA

Neste capítulo, tratamos das questões que nos ajudaram a compreender os conhecimentos do conteúdo mobilizado por professores na articulação entre a geometria e as artes e culturas visuais por meio da simetria. Para tanto, discutimos a partir dos dados obtidos na realização da oficina e na observação de aulas das professoras voluntárias. Estabelecemos diálogos entre os dados obtidos no contexto escolar brasileiro com as categorias analíticas de conhecimento de professores elaboradas por Lee Shulman (1986, 1987), Deborh Ball e colaboradores (2008, 2005, 2003). Também dialogamos com a Abordagem Triangular de Ana Mae Barbosa (2009). Analisamos os conhecimentos do conteúdo comum mobilizados pelos professores quando liam imagens, quando resolviam situações-problemas e produziam imagens simétricas. Em seguida, analisamos os conhecimentos especializados do conteúdo mobilizados na articulação da geometria com as artes e culturas visuais. Discutimos o conhecimento de horizonte do conteúdo mobilizado pelos professores, do mesmo modo os conhecimentos do conteúdo curricular e os mobilizados acerca do conteúdo do aluno. Por fim, analisamos o conhecimento mobilizado pelos professores durante o ensino, no momento em que estavam ensinando.

10.1 Mobilização do conhecimento do conteúdo comum de professores: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da leitura de imagens

O conhecimento comum do conteúdo é uma categoria criada por Ball, Thames e Phelps (2008) que se refere a conhecimentos e habilidades matemáticas utilizados em qualquer situação que não envolva o ensino. Nesta pesquisa, o conhecimento comum apresenta características diferentes das propostas por Ball, Thames e Phelps (2008), isso porque buscamos identificar articulações entre dois campos de conhecimentos distintos – a geometria com as artes e culturas visuais. Nossa preocupação com articulação relaciona-se diretamente com os estudos sobre a forma pela qual o professor mobiliza o conhecimento e com a busca por um ensino e uma aprendizagem de conceitos menos fragmentados e mais enredados de significados. Isso sugere o estabelecimento de relações com o mundo cotidiano; o conhecimento e experiências prévias; os contextos familiares dentro e fora da escola; tópicos matemáticos; e outras disciplinas (BEGG, 2001).

Assim, temos o propósito de caracterizar e analisar o conhecimento comum do conteúdo de professores nas articulações estabelecidas no contexto de oficinas dispositivos pedagógicos. A primeira característica identificada é que o conhecimento comum do conteúdo identificado em nossa pesquisa apresenta dimensões diferentes das apontadas por Ball e colaboradores (2008), posto que, ao mesmo tempo em que o sujeito mobiliza conhecimento sobre o conteúdo geométrico, ele mobiliza conhecimentos sobre o conteúdo da arte. Assim os professores identificavam propriedades geométricas, interpretavam e julgavam a imagem sob o ponto de vista da qualidade estética.

A leitura de imagens em nossa pesquisa aconteceu através de um jogo em que as professoras teriam que apontar as diferenças e semelhanças entre as imagens. E, depois, realizar a descrição de uma imagem. Baseamo-nos no método comparativo de análise de Edmund Feldman (1993) para criar a atividade e para classificar as descrições escritas desenvolvidas pelas professoras. Na Tabela 1 a seguir, apresentam-se quantitativamente os tipos de descrições e articulações com as artes.

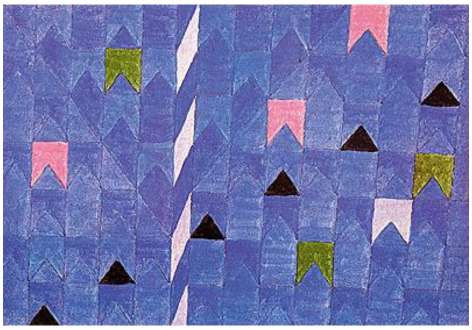
Tabela 1 – Frequência dos tipos de articulações estabelecidas entre geometria e artes e culturas visuais nas descrições realizadas pelos professores

Descrição e articulação da geometria	**Frequência**
Articulação da geometria e artes visuais por meio da simetria	7
Articulação da geometria e artes visuais por meio de outros conteúdos da geometria	10
Não desenvolveu articulação com geometria	1
Total	18

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

Observamos que as professoras apresentam dois caminhos para realizar a articulação da geometria com as artes e culturas visuais. Esperávamos *a priori* que um grupo composto por 10 professores realizassem descrições que articulassem a geometria e artes visuais por meio de conteúdo das formas geométricas sem citar o conteúdo da simetria, pois a abordagem desse conteúdo é mais recorrente nos anos iniciais. O fato de termos imagens assimétricas que evidenciavam as formas geométricas em detrimento da composição simétrica também pode ter contribuído para esse resultado. Contudo, um grupo de sete professores nas descrições citou a articulação da geometria e artes visuais por meio de outros conteúdos, mencionando a simetria, assim demonstrando conhecimento sobre o tema. Apenas uma professora não buscou articular artes e culturas visuais com a geometria. Podemos observar a seguir alguns exemplos de descrições.

Figura 53- Alfredo Volpi, Matriz e bandeira de fundo azul, 1960, têmpera sobre tela, 48 cm x 70 cm



Fonte:http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1788/mastros-e-bandeirinhas-de-fundo-azul

Na obra de Alfredo Volpi, é possível perceber diversas formas geométricas, como, por exemplo: triângulos, losangos e quadrados. Também percebe-se a presença marcante na obra desse artista que são as bandeirinhas.

Articulação por meio das formas geométricas
Professora P (16)

Figura 54 – M. C. Escher, Três Elementos - Terra, Água e Ar", , 1952, Desenho periódico 85; IV.

Fonte: BUENO, A. M. et al. Pensar e viver – Matemática, São Paulo: Editora Ática, 2008, v.4, p. 147

Dentro de uma figura de base hexagonal estão retratadas imagens que expressam duplas e até mesmo triplo sentido. O autor usa elementos da natureza como animais, água e rostos que nos reportam a mitos e lendas, utilizando-se de cores quentes e frias. As formas são geométricas, simétricas e assimétricas como também traços e linhas diversas.

Professora P(5), articulação por meio da simetria.

Figura 55 - Tarsila do Amaral, Abaporu, 1928, óleo sobre tela, 85 cm x 73 cm, Coleção Constantini.

Ela retrata uma pessoa, um sol e uma planta. Está próxima à planta e só. O sol é o maior de todos.

Professora P(2), sem articulação da geometria com as artes e culturas visuais.

Fonte:
http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1628/abaporu

Percebemos que a professora P(16) na descrição cita algumas formas geométricas (triângulos, losangos, quadrados) e ressalta a bandeirinha como algo característico da obra do artista, mas trata-se de uma descrição sucinta. A professora P(5) desenvolve uma descrição mais detalhada, identifica que a obra está composta em uma base hexagonal, destaca as formas geométricas sem citá-las e as composições simétricas e assimétricas, mas se tratava de uma imagem simétrica. Além disso, ela cita outros elementos presentes na obra, como os elementos da natureza e as cores. A professora P(2) realiza uma descrição muito sucinta, apontando apenas três elementos: a pessoa (Abaporu), o sol e planta (cacto). De modo geral, as articulações desenvolvidas pelas professoras P(16) e P(2) nas descrições escritas são muito tímidas e os conhecimentos mobilizados foram superficiais, ora citando formas geométricas, ora citando a simetria.

Quanto ao tipo de descrições desenvolvidas, identificamos que os professores buscaram caminhos diferentes. Alguns descreveram o que era literal na imagem, outros analisaram identificando na obra elementos da composição visual, estabelecendo relações entre os elementos, mas a interpretação foi praticamente inexistente. A Tabela 2 a seguir apresenta detalhadamente as descrições:

Tabela 2 – Frequência dos tipos de descrições desenvolvidas pelos professores

Tipos de descrição	**Frequência**
Descreve apenas elementos geométricos da imagem	5
Descreve elementos geométricos e outros aspectos da imagem	7
Analisa a imagem, identificando elementos da composição visual e geométricos e estabelecendo relações entre os elementos.	5
Interpreta dando sentido ao que observou na obra, procurando identificar quais os sentidos, ideias, sentimentos e expressões intencionadas pelo autor	1
Julgamento estético	0
Total	18

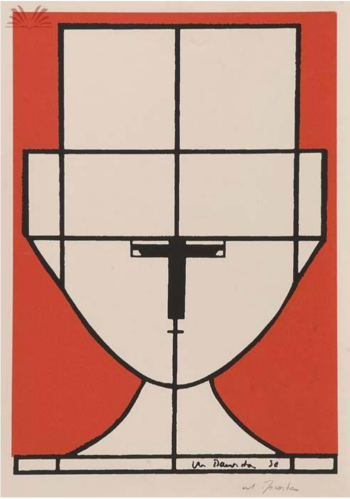
Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

Observamos que, assim como esperávamos *a priori*, cinco professores realizaram descrições apontando apenas elementos geométricos da imagem, e sete professores descreveram elementos geométricos e outros aspectos da imagem. Segundo Feldman (1970 *apud* BARBOSA, 2009, p. 45), a leitura de imagem não deve restringir-se apenas aos elementos formais presentes na imagem, como pontos, linhas e formas. Ela deve ser acompanhada da crítica, análise e relação desses elementos. Assim compreendemos que essas professoras não conseguiram apresentar em suas escritas descrições com um carácter analítico e interpretativo sobre o ponto de vista das artes e culturas visuais. Sob o ponto de vista da geometria, poderíamos dizer que conseguem, de acordo com Hoffer (1981), mobilizar habilidades visuais ao reconhecerem as formas geométricas.

Identificamos também que cinco professoras, assim como esperávamos *a priori*, descreveram as imagens identificando e relacionando os elementos da composição visual e geométricos. De acordo com Feldman (1970 *apud* BARBOSA, 2009), nesse tipo de relação, começa-se a observar o comportamento e relações do que se vê. Compreendemos que esse tipo de descrição é mais avançada que a anterior, pois começa a fazer relações e análises dos elementos de composição. Também sob o ponto de vista geométrico, de acordo com a teoria de Van Hiele (1986), a análise e identificação de propriedades das figuras seriam uma forma de pensamento mais avançado que a simples identificação de formas geométricas. Tal aspecto nos faz considerar que essas professoras mobilizaram conhecimentos mais sofisticados que os grupos anteriores. Apenas uma professora desenvolveu uma descrição em que havia uma interpretação dando sentido ao que observava na obra, procurando identificar quais as ideias, sentimentos e expressões intencionadas pelo artista. Contudo, praticamente não descreve e analisa os elementos geométricos presentes na imagem. Supomos que isso pode ter acontecido que por tratar-se de uma figura demasiadamente complexa com características dadaístas e surrealistas.

Quanto à emissão de juízo de valor sobre a obra, não a identificamos nas descrições escritas, mas as falas das professoras mobilizaram tais características que analisaremos noutro momento. As escritas a seguir ilustram os tipos de descrição discutidos anteriormente.

Figura 56 – Milton Dacosta, Figura com chapéu, 1956, gravura, serigrafia



Fonte: http://pontozeroum.blogspot.com/2016/01/serie-figuras-milton-dacosta.html.

Linhas: retas, curvas, curvas fechadas simples.
Retas: paralelas e perpendiculares;
Formas: triângulo e retângulos.
Posição das linhas: verticais e horizontais.
Descrição de elementos geométricos
P(14)

Figura 57 – Alfredo Volpi, Grande fachada, 1950, têmpera sobre tela, 48 cm x 70 cm

Fonte:http://modernidadeartes.blogspot.com/2012/12/as-bandeirinhas-de-alfredo-volpi.html.

Elementos Visuais: bandeirinhas, janelas e portas.
Elementos Matemáticos: quadrado, triângulo, retângulo, formado por linhas retas.
Descrição de elementos geométricos e outros
P(16)

Figura 58 - Anna Mariani, Pintura e Platibandas, 1986, Matriz positivo, fotografia.

Fonte: http://modosdeolhar.blogspot.com/2013/11/pinturas-e-platibandas-de-anna-mariani.html.

Ana Mariane: Pinturas e Platibandas. Figuras geométricas, começando pelo formato da casa: quadrados, portas retangulares vermelhas, fachadas dos lados triangulares em branco e vermelho. Aproveitando para falar dos traços das figuras paralelas e perpendiculares, os ângulos formados das figuras. A fotografia que tem uma ideia de simetria, seria se não fosse os detalhes. É possível identificar as cores primárias e vermelho e azul, mas também nas misturas pelo lodo formado na parede. E o significado das cores para cada um.
Análise e relação dos elementos geométricos e artísticos
P(6)

Figura 59 – Major Manic, sem título, s/d, papel e cola.

Fonte: http://www.dionisioarte.com.br/as-colagens-surreais-de-major-manic/

Escolhi uma imagem que me despertou curiosidade por causa da forma como a figura foi composta. Na imagem havia dois bustos femininos que saíam pernas na altura dos seios. Dos pés saíam algo que lembram gotas, que em formato de sementes que caíam na boca de peixes. Na cabeça, os bustos usavam um tipo de chapéu, pra mim típicos dos anos 20, 30. Parecem dançarinas daquela época. Entre as duas imagens, que pra mim são simétricas, enxergo algo que me lembra um tanque, que derrama um líquido vermelho. Penso que o vermelho simboliza paixão, sangue, comunismo, raiva também, mas essa compreensão fica comprometida pelos bustos femininos que germinam sementes. Ou seriam iscas? A mulher usada como isca?
Professora P(3)

Verificamos que a professora P(14) realiza uma descrição em que cita apenas elementos geométricos presentes na obra de Milton Dacosta. Já a professora P(16), além dos elementos geométricos, descreve outros elementos presentes na imagem. Contudo, essas descrições revelam pouco sobre o conhecimento geométrico e visual dos professores, porque são muito sucintas e não estabelecem articulação entre os elementos que compõem a imagem. Mas reconhecemos que, embora de forma superficial, as professoras mobilizaram conhecimento de visualização ao reconhecerem as figuras geométricas e os elementos visuais como linhas retas, curvas, curvas fechadas simples, retas paralelas e perpendiculares, formas, triângulos, retângulos e posição das linhas verticais e horizontais.

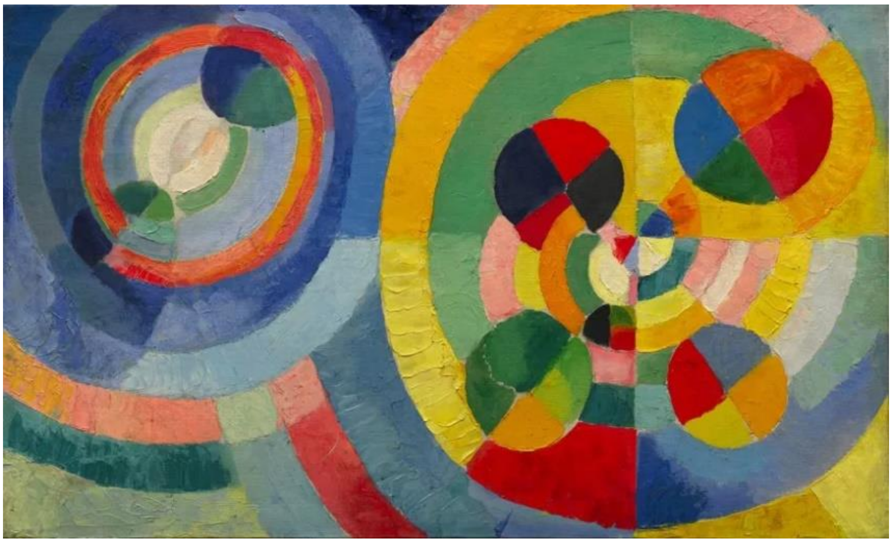
Na descrição escrita pela professora P(6), observamos que ela relaciona as partes da imagem, demonstrando a percepção de uma hierarquia nos elementos, ou seja, ela edifica uma estrutura para ler as imagens que começam pelas figuras geométricas, depois descreve as propriedades dessas figuras (linhas paralelas e perpendiculares, ângulos), simetria e cores primárias e secundárias. Mas também percebemos que essa estrutura é formada por reflexão acerca de seus conhecimentos geométricos e artísticos. Assim, consegue demonstrar um nível de pensamento geométrico que para Van Hiele seria de análise, pois consegue identificar as propriedades de determinada figura, mas não compreende a inclusão de classe.

Na descrição da professora P(3), percebemos que ela busca desenvolver uma interpretação da obra de arte, baseada nas informações presentes na própria imagem, como também na intuição e numa memória carregada de afetos. A análise não é tão rigorosa, mas ela constrói argumentos. E percebe que pode haver muitas respostas diferentes para a imagem que observa. Diferentemente dos leitores anteriores, a professora descreve menos elementos geométricos, cita apenas a simetria presente na imagem, demonstrando que sua leitura foi menos formalística, de modo que não buscou identificar como os elementos visuais e geométricos se agrupam ou se relacionam na obra de arte. O modo de olhar para a obra de arte foi diferente dos anteriores, pois ela teve um olhar mais pautado nos propósitos e intenções do artista.

De certa forma, as escritas revelaram através do ato de ler e descrever as imagens que os professores mobilizam a habilidade de visualização, que é um tipo de conhecimento de interseção, algo comum, tanto nas artes e culturas visuais quanto na geometria. Afinal, seria é possível a aquisição dos conhecimentos geométricos e artísticos sem a visualização?

Apesar de não termos identificado descrições do tipo julgamento estético nas escritas das professoras, os diálogos apresentavam uma conceituação relacionada ao julgamento da qualidade do que consideram bonito ou feio. Mas, além disso, percebemos que para as professoras o bonito está relacionado à simetria e o feio à assimetria. O diálogo a seguir ilustra esse aspecto:

Figura 60 - Robert Delaunay, Circular Forms, 1930, óleo sobre tela, 67.3 cm x 109.8 cm.



Fonte: https://www.pinterest.com.au/pin/697072848548029697/?lp=true.

> P(1) - Engraçado, logo quando a gente olha a imagem, acha feio, mas depois o colorido e a maneira como as cores são compostas, acaba achando bonito.
> Pq - Tu achasses feia essa obra?
> P(1) - Porque ela não tem uma organização, mas depois devido às cores acabamos achando bonito.
> Pq- Então para tu quanto mais organizada a imagem, mais bonita?
> P(1)- Sim, as que têm simetria são as mais organizadas e bonitas. Tudo organizado, medido, no lugar. Essa obra é assimétrica, por isso que achei feia, mas com o colorido, achei bonita.
> (Prot.1, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

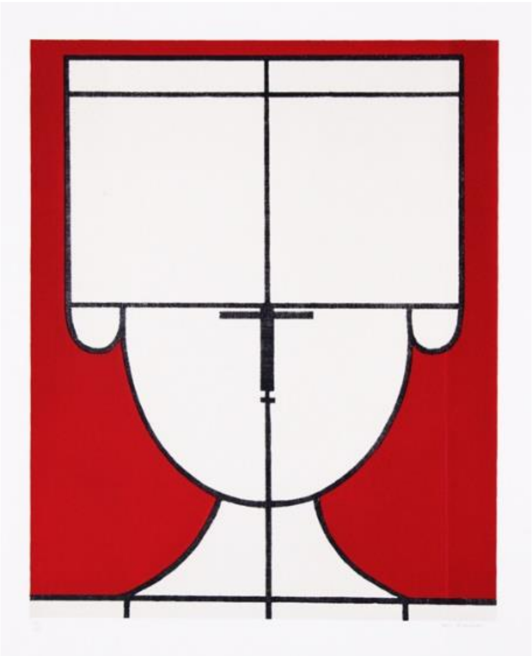
Percebemos que a professora revela uma compreensão de beleza relacionada à composição simétrica, à organização da imagem e à medida. Olhando para história, encontramos acepções semelhantes de filósofos como Platão, Aristóteles e Pitágoras, que compreendiam a beleza como algo simétrico e proporcional. Aristóteles, por exemplo, compreendia que beleza só poderia ser qualificada, não pela visão do observador e suas preferências particulares, mas sim pela medição das suas formas. Essa visão pode ser ampliada à matemática: “as ciências matemáticas exibem particular ordem, simetria e limitação; e estas são as maiores formas do belo” (ARISTÓTELES, 2000, p.107). Isso confirma o que Wagner (2017) identificou em sua pesquisa: o discurso matemático engendra modos de compreender a beleza, de compreender a matemática quando esta é pensada junto à arte e ao cotidiano.

Em outro momento, observamos que os professores novamente atrelam o conceito de “beleza” à arte, embora ela tenha se libertado do compromisso com a beleza desde século XX. As professoras que participaram da pesquisa, ao contrário, combinam espontaneamente arte, beleza, simetria, proporcionalidade etc. O diálogo a seguir ilustra esse aspecto:

Figura 61 – Tarsila do Amaral, Abaporu, 1928, óleo sobre tela, 85 cm x 73 cm, Coleção Constantini

Fonte: http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra1628/abaporu;

Figura 62 – Milton Dacosta, A cabeça, 1957, óleo sobre a tela, acervo da coleção Gilberto Chateaubriand MAM – RJ.

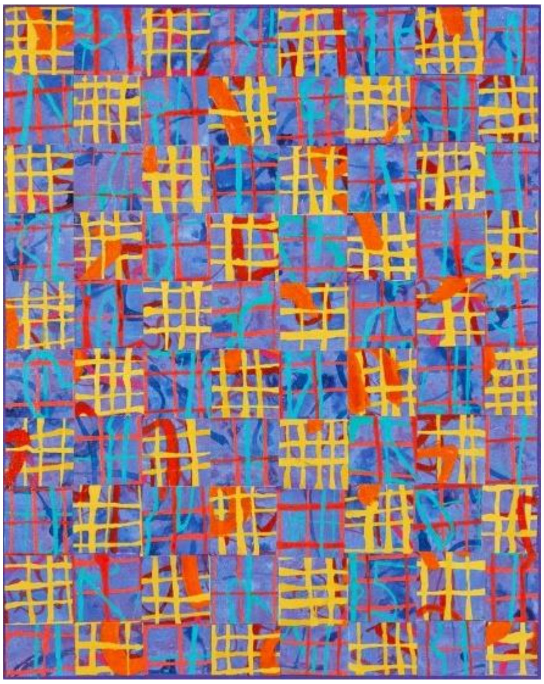


Fonte: http://pontozeroum.blogspot.com/2016/01/serie-figuras-milton-dacosta.html.

> P(4) - Quando penso em Arte e Matemática… Matemática eu penso nas formas, linhas, pontos, formas geometrias, eu mesmo, gosto de arte abstrata com muitas cores. A Tarsila é uma artista que eu gosto muito, porque ela é geometrizada. Eu gosto muito de arte abstrata.
> P(5)- Tem um quadro dela da feira que as frutas são formas geométricas.
> P(4)- Apesar que o Abaporu não é uma obra bonita.
> Pq- Por quê?
> P(4) – É muito desproporcional.
> Pq- O que seria uma obra bonita?
> P(4) – Essa de Milton Dacosta é muito bonita. Toda proporcional, simétrica, o que tem de um lado tem do outro.
> Pq – Mas a de Tarsila também está simétrica.
> P(4)- A original não é assim, isso é efeito de computação gráfica, ela não é simétrica .
> (Prot.1, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

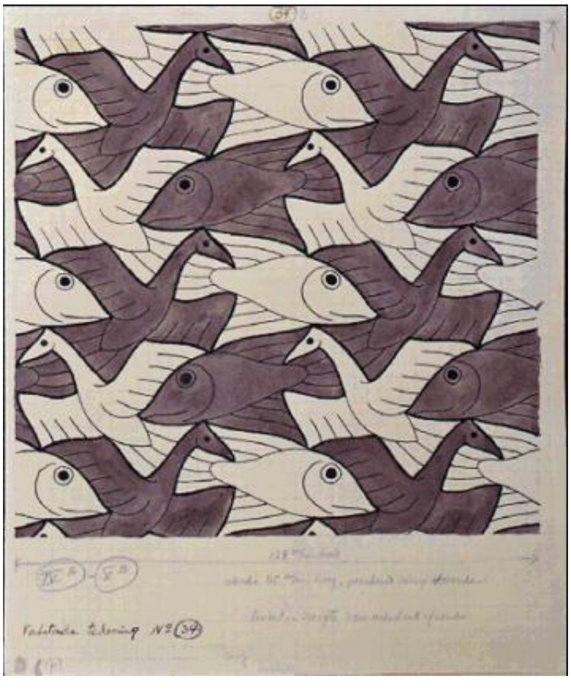
Na fala da professora P(4), percebemos que o conceito de beleza está associado à Matemática, à proporcionalidade das formas e à simetria. No entanto, há mais de um século a beleza não está mais no centro do processo artístico, pelo menos quando se trata de arte contemporânea. Essa compreensão não chegou ao espectador da arte. Para muitos, a arte está na beleza do objeto, mas, segundo Eco (2004, p. 402), para "Arte Contemporânea a matéria não é apenas o corpo da obra, mas também seu fim, o objeto do discurso estético". A estética e as artes e culturas visuais na contemporaneidade justificam-se pela "poesia da transgressão", pela cisão entre Arte e beleza. Contudo, identificamos que os julgamentos estéticos mobilizados pelos professores sofrem a influência dos ideais de beleza que são historicamente construídos pelas práticas sociais e constituem o modo como olhamos as imagens (FLORES, 2013). Mas não podemos deixar de destacar que, além das dimensões históricas e culturais, no ser humano há também a influência de uma herança biológica, que de certa forma orienta nosso olhar e nossa interpretação sobre as imagens. Observemos o diálogo a seguir:

Figura 63 - Sebastião Pedrosa, série tessituras, 2014, técnica mista, 29,7 x 21,0 cm



Fonte: http://www.cultura.pe.gov.br/canal/artesvisuais/sebastiao-pedrosa-leva-suas-tessituras-para-dumaresq/

Figura 64 - M. C. Escher, Pássaro/Peixe nº. 34b, 1942, aquarela, 29,7 x 21,0 cm



Fonte: https://www.mcescher.com/gallery/symmetry/.

P (1) - É mesmo. Agora eu acho muito feia e sem graça, não gostei … É porque eu gosto de coisas colorida, viva, que traga alegria. Coloco essa obra na parede, é sem graça, mas quando coloco essa outra.

(Pega imagem de Sebastião Pedrosa).

P (1) - Esse sim.

P(3)- Eu gostei, só acho que deveria ser mais colorida. Passa uma ideia de tranquilidade.

P (5) - Eu gosto de alegria, coisa agitada.

P(4) - Eu gosto de coisas mais simples e organizadas, essa aí passa a sensação de confusão.

P(2) - Eu gostei também, gostei da repetição lembra organização, ordem, coisa seriada… É mais fácil de entender de perceber as coisas.

(Prot.1, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

Percebemos na fala da professora P(3), que ela destaca aspectos relacionados à simplicidade e organização das imagens. Para ela, quanto mais simples, mais fácil será a compreensão da imagem, ou seja, o seu gosto estético pela simetria pode ser atribuído ao fato de imagens simétricas serem mais simples de interpretar. Tal aspecto confirma a tese do historiador da Arte Gombrich (1979), que, em seu estudo sobre as artes decorativas em todo o mundo, destaca a necessidade humana de encontrar algum tipo de ordem ou padrão no fluxo da experiência estética, por ser mais simples de compreender. Sinclair (2009) chama esse aspecto de um impulso para “um senso de ordem”, através do qual os seres humanos seguem a tendência em sua percepção por linhas retas, círculos e ordenamento de configurações, diferentes das formas aleatórias encontradas no mundo caótico.

Além desse aspecto, verificamos que a presença ou a falta do elemento visual cor mobilizaram julgamentos estéticos nos professores. Para a professora P(1), a cor causa uma sensação de alegria, enquanto a ausência de cor significa a tristeza. Por sua vez, a professora P(3), embora afirme que gosta da obra pela ideia de tranquilidade e organização, reconhece que deveria ser mais colorida. As professoras tecem suas observações a partir da comparação de imagens – uma colorida por cores primárias e outra nas tonalidades de branco e cinza. Noutro trecho, a professora P(3) relata o que esse elemento de visualidade mobiliza nela.

Figura 65 – Major Manic, Sem título, s/d, papel, cola.

Fonte: Fonte: https://zyeyeye.blogspot.com/2017/01/blog-post.html.

> Pq - Uma pergunta, quando vocês olham para essa diversidade de imagens... o que elas despertam em vocês?
> P(3) - Eu sou muito visual, então em mim o colorido desperta uma certa euforia e curiosidade. Os artistas que eu reconheci eu me senti familiarizada… Quem eu não reconheci, eu fiquei curiosa para saber quem era. Essa aqui, por exemplo, a obra é assim ou foi espelhada por computação gráfica para dar a ideia de simetria. (Pega a obra de Major Manic)
> (Prot.1, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

Segundo a professora P(3), a cor é um elemento visual que causa euforia e curiosidade, dando a entender que a obra de Major Manic também despertou sua curiosidade pelas cores. Segundo Ostrower (1983, p. 235), a cor é um elemento que tem grande apelo visual. Para Arnheim (2004), a cor numa obra de arte é criada para transmitir certos aspectos cognitivos de fatos básicos da experiência humana, sendo assim, cabe a nós interpretarmos o que as cores nos dizem e impõem forçadamente. Na geometria, a cor é motivo de certa polêmica, uma vez que não existe consenso entre os matemáticos se ela é ou não um objeto geométrico. Neste estudo, ancoramo-nos nas pontuações do Guia do livro didático (2007; 2008), que não considera a cor como um elemento geométrico.

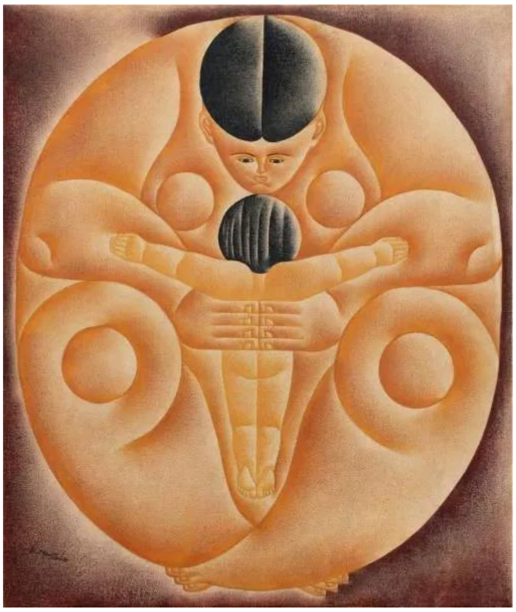
Percebemos que as imagens de obras de arte mobilizaram lembranças afetivas, a memória das professoras. Segundo Rossi (1999), é comum no processo de desenvolvimento estético que o leitor que se encontre no estágio interpretativo faça associações com suas experiências, pois a interpretação é baseada tanto nas informações presentes na própria imagem, quanto também numa memória carregada de afetos. Embora, não tenha sido nosso objetivo mobilizar memórias, percebemos que as imagens de Anna Mariani e Vicente do Rego Monteiro ativaram em alguns professores sentimentos relacionados à infância, à família e à maternidade. Os trechos a seguir ilustram esse aspecto:

Figura 66 - Anna Mariani, Pinturas e Platibandas, Barra do Farias (PE). 1986, Matriz-positivo, coleção da artista.

Fonte: http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra15799/pinturas-e-platibandas-barra-do-farias-pe.

> P (1) - Escolhi uma casa. Me chamou a atenção por ser fotos de casa do interior com formas geométricas – triângulos de tamanhos diferentes e retângulos em suas janelas e portas –, imagens que ainda é muito presente nas casas interioranas. Como tenho um pé no interior, essa foto trouxe uma boa lembrança.
> (Prot.1, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

Figura 67– Vicente Rego Monteiro, Maternidade, 1960, acrílica sobre tela, 63 x 53 cm.



Fonte: https://br.pinterest.com/pin/359232507772775920/?lp=true.

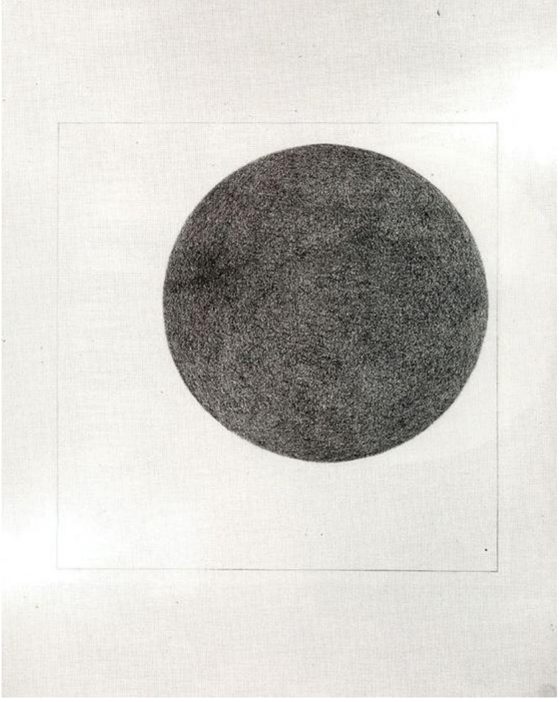
> P (4) **-** A minha eu escolhi, porque essa imagem representou a afetividade, a família, a maternidade. Ela não tem simetria, nessa dobra aqui a imagem não vai se encontrar, mas por conta do cruzamento das pernas, não tem simetria. Lembrei quando minha filha era bebê, despertou a maternidade (risos).
> (Prot.1, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

Verificamos que as professas mobilizam conhecimentos a partir e experiências que as marcaram. No caso da professora P(1), a partir da infância no interior. Para a professora P(4), o nascimento da filha. Os professores realizaram entrecruzamentos entre as produções artísticas a partir de experiências que os marcaram. É por meio da memória que a experiência "cria raízes na mente", como diria o filósofo John Dewey (2010, p. 124). Os professores se mostram afetados por tais lembranças de uma forma que Paul Ricoeur (2007, p. 38) denominaria "memória paixão", quando uma lembrança sobrevém à maneira de uma afecção e é retomada por seu caráter emblemático, sem a necessidade de esforço no ato de recordar.

O interessante é que, mesmo assim, os professores não esquecem de mencionar elementos geométricos presentes nas imagens, o que confirma a influência do conhecimento condicional, afinal estavam em uma oficina de Matemática, cujo conteúdo era a simetria. Assim, havia a necessidade de destacar, pontuar os conceitos geométricos representados nas imagens. Os professores mobilizavam um conhecimento sobre as possibilidades e condições em contexto no qual era conveniente falar das formas geométricas e simetria. Mas reconhecemos que esse formalismo presente na leitura de imagem foi induzido pelas imagens que levavam à ênfase dos elementos visuais e suas relações nas obras.

Acreditamos que a identificação dos elementos visuais que, por sua vez, representam elementos conceituais nas obras de arte, faz os professores mobilizarem conhecimentos de interseção, pois esses elementos estão presentes na geometria e nas artes e culturas visuais. No trecho a seguir, observamos que a professora, através da leitura de imagem, mobiliza um conhecimento comum do conteúdo relacionando os aspectos visuais e geométricos.

Figura 68 - Kazimir Malevich, Circle, 1913, óleo sobre tela, State Russian Museum



Fonte: http://en.wahooart.com/@/KazimirSeverinovichMalevich.

> P(7) – Essa de Malevich, um círculo negro, 1914, oléo sobre tela, você fazer um óleo sobre tela pintando um círculo preto com fundo branco. Aqui está meio esmaecido. É se contrapor totalmente à representação clássica, não precisa sequer da cor. Acho que tem que olhar o contexto histórico, o período, objetivo dele. O interessante é que não

> coloca no centro do quadro… ele faz um quadrado, mas não centraliza. E são formas contrárias.
> P(6) – Não entendi. Por que são contrárias?
> P(7) – São muito diferentes, quadrado tem quadros lados, quatro ângulos e quatro vértices. O círculo não tem nada disso. São muito diferentes.
> (Prot.4, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

Observamos no trecho acima, que a professora, através de seus conhecimentos sobre a arte clássica, tece interpretações sobre a obra de arte, destacando que busca romper com a representação da arte clássica. Além disso, aponta a necessidade do contexto histórico para realizar a interpretação da obra de arte. Mas foi após o questionamento da outra professora que descreveu de forma detalhada as diferenças entre os elementos geométricos presentes na imagem. Isso acontece porque os elementos conceituais e visuais têm raízes culturais, pois não existe nenhuma dimensão visual que não estabeleça relação com a geometria, pois sempre está em jogo a preocupação com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços. Noutro trecho, percebemos que as professoras explicitam a compreensão de um diálogo entre a Arte e a Matemática, estabelecido por meio da leitura de imagem.

> Pq – É isso… Eu vou fazer uma pergunta, talvez seja redundante, mas e a Matemática como ela se põe a serviço da Arte?
> P(7)- A Matemática a serviço da Arte ou a Arte a serviço da Matemática?
> Pq – Você está complicando a minha pergunta.
> (risos)
> Pq- Vamos pensar a Matemática a serviço da Arte e depois no sentido contrário.
> P(7)- A Matemática aqui está na questão da forma, na precisão dos traços, no cálculo do comprimento das formas, porque não é só fazer um círculo, mas saber fazer um círculo com a dimensão exata do quadro. Então, nem todo quadro envolve um cálculo nessa produção artística. Não é um cálculo formal, mas um cálculo sensível. Tem a ver até com a maneira como dispomos as imagens no quadro, envolve noções de simetria ou assimetria para organizar o quadro. Vejo que alguns artistas são mais criteriosos no uso da matemática, outros são menos.
> (Prot.4, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

No diálogo acima, percebemos que a professora articula geometria e artes visuais por meio dos elementos compositivos da linguagem visual. Ela discute as relações entre forma, comprimento dos segmentos, composições simétricas e assimétricas presentes na imagem. Na sua compreensão os elementos compositivos seriam o elo entre a geometria e as artes visuais. Segundo Dondis (2007), a linha descreve uma forma; na linguagem das artes visuais, a linha articula a complexidade da forma. Existem três formas básicas: o quadrado, o círculo e o triângulo equilátero, cada um com suas características específicas, e a cada um é atribuída uma grande quantidade de significados, alguns por associação, outros por vinculação arbitrária, e outros, ainda, através de nossas próprias percepções psicológicas e fisiológicas.

A professora P(7) também realiza uma reflexão importante ao questionar quem estava a serviço de quem. Arte a serviço da Matemática ou a Matemática a serviço da Arte? Embora, a discussão não tenha sido aprofundada pela pesquisadora, as professoras chegaram à conclusão de que deve existir um diálogo entre ambas. Assim, compreendemos que para eles naquele momento a obra de arte não é mera ilustração, ou adereço que completa e dá brilho ao texto ou conteúdo matemático, mas um texto e objeto de estudo, problematizações podendo ser feitas para que Arte e Matemática se desenvolvam juntas como objetos de conhecimento. Por isso, uma área não está a serviço da outra.

Constatamos que assim como nas pesquisas desenvolvidas por Amarilha (2009) e Wagner (2017), os professores estabelecem articulações que ultrapassam as fronteiras das disciplinas, mobilizando, dessa forma, conhecimentos e enredando significados, o que acontece quando podem estabelecer relações entre um conceito ou procedimento matemático, com outro conceito ou procedimento em matemática ou de outra área do conhecimento, como no caso da arte.

Ao realizar a leitura de imagens, percebemos que os professores realizavam um movimento no sentido de identificar elementos geométricos nas imagens, mas, também, contextualizavam essas imagens com conhecimentos próprios. Além disso, exploraram suas compreensões e conceitos sobre arte e simetria. O trecho a seguir ilustra esse aspecto:

Figura 69- Anna Mariani, Pinturas e Platibandas, Barra do Farias (PE). 1986, Matriz-positivo, coleção da artista.

Fonte: http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra15799/pinturas-e-platibandas-barra-do-farias-pe.

> P(1)- Essa aqui que tem as formas geométricas é de quem?
> (Aponta para imagens de Ana Marianni)
> Pq - Essa imagem? É da Ana Marianni são Platibandas.
> P(1) - Lembra as casas do interior aqui de Pernambuco.
> Pq- E são. Ela fotografou estas casas na década de 80.
> P(1)- Se você for aqui mais perto, Aliança e Nazaré da Mata, as casas que são da usina são todas assim. Engraçado eu não achava essas casas fosse artes, também nunca prestei atenção no que elas tinham de simetria e formas geométricas, mas é verdade a janela dá ideia de espelho, e simetria é espelhar.
> (Prot.1, ofic. 1, ativ. leitura de imagens)

No diálogo, percebemos que a professora refere-se que simetria é espelhar, essa conceituação sobre simetria é muito presente no senso comum e na literatura sobre o assunto. Rohde (1997, p. 12) define, em seu livro *Simetria: rigor e imaginação*: “simetria de reflexão é a simetria bilateral obtida colocando-se um objeto diante do espelho e considerando-se forma e imagem”. Contudo, tal conceituação não reflete as propriedades (equidistância de pontos), além de acrescentar questionamentos relacionados à figura que está no plano ou espaço. Não consideramos errônea, no máximo, cabem considerações sobre o simplismo diante da complexidade que envolve o conteúdo.

Outro aspecto é que a imagem não é simétrica, no máximo podemos considerar que ela tem simetria aproximada. Basta um olhar detalhado para identificarmos elementos que quebram a ideia de simetria. Mas o conhecimento do professor sobre o conteúdo não possibilitou identificar esses aspectos. Também observamos uma compreensão restrita ao campo das artes visuais, posto que a professora não via a arquitetura como arte. Contudo, ela articula o desconhecimento das fachadas *Platibandas* como artes visuais, com o conhecido, uma vez que a professora mobilizou lembranças dos lugares que conhecia para ler a imagem e reconhecer formas geométricas e simetria. Através dessa lembrança, a professora construiu um enredo de significações entre a imagem, a própria história e os conteúdos matemáticos (formas geométricas e simetria).

Identificamos que algumas professoras ressaltam as imbricações entre a contextualização e leitura de imagem ao considerarem que não basta decodificar a imagem, mas que é necessário também entender o que esses elementos visuais juntos significam, ou seja, o contexto. Percebemos que os conhecimentos percebem a interseção entre elementos conceituais e visuais presentes na imagem, mas vão além ao estabelecerem pontes entre os elementos conceituais e visuais da imagem e o contexto cultural e social em que ela está inserida. O trecho a seguir ilustra esse aspecto:

Figura 70 - J. Borges, Frutas de palma, 2014, xilogravura, 66 cm x 48 cm.

Fonte:http://www.mirabiledecor.com.br/xilogravura-by-j-borges-fruta-de-palma-tamanho-66-x-48-cm-00389aaa.html.

> P(8) – Que não é só identificar forma, linha, mas o significado.
> P(10) – Aquilo que esses elementos juntos dizem.
> Pq – Como assim?
> P(10) – Deixa explicar o que estou entendendo… A linha, o ponto sozinho não diz nada. É preciso ter um contexto que traz o significado. J. Borges, quando desenha a palma, ele traz o contexto da seca, a linha, os pontinhos não teriam significado se não fosse o contexto. E se eles não estivessem juntos, não teria a forma. Se pensarmos a forma da palma é construída pelas linhas e pontos. Praticamente todas as imagens são feitas por linhas, sejam retas ou curvas. Sem linhas não tem formas.
> (Prot. 7, of. 1, leitura de imagens)

Percebemos que as professoras P(8) e P(10) apontam os elementos conceituais e visuais com os quais são compostos, mas destacam que só têm sentido quando estão juntos formando uma imagem, que, por sua vez, está inserida em um contexto. Isso fica explícito ao exemplificarem que a xilogravura de J. Borges traz a poética nordestina, a palma representa um lugar (agreste e sertão pernambucano), além de ser a planta que alimenta o gado e o homem nos períodos de seca severa. Identificamos que a leitura de imagem realizada pelas professoras não se circunscreve apenas ao objeto da imagem, mas ao que representa em um contexto maior. Segundo Barbosa (2009, p. 33), "qualquer leitura como processo de significação exige a contextualização para ultrapassar a mera apreensão do objeto". Do mesmo modo, . Azevedo (2016, p. 79) afirma que "todo texto visual, assim como todo texto verbal, possui contexto. Esses textos não são transparentes, como mensagem explícitas e fechadas que mobilizam no leitor apenas o gesto de decodificar. Mais que isso, eles exigem a produção de sentido".

A leitura de imagens para identificar propriedades da simetria possibilitou que os professores mobilizassem conhecimentos sobre algumas propriedades da simetria de reflexão, como ângulos retos, mesma distância, simetria central ao referir-se ao eixo; além disso, buscavam utilizar a linguagem matemática de forma adequada, posto que tinham consciência de que ela possui vocabulário próprio. A descrição a seguir traz a explicitação da professora P(7) ao descrever a obra de Milton Dacosta.

Figura 71– Milton Dacosta, Cabeça de Alexandre, 1956, serigrafia – H.C. 43 cm x 30 cm

Fonte: https://www.tableau.com.br/anterior/novembro16/catalog.php.

> P(7) – Eu achei muito interessante essa cabeça, a cabeça, a harmonia das linhas, a precisão das linhas da imagem que é montada. Aqui eu fiz uma descrição do que está pedindo aqui da cabeça, desse chapéu, desse capacete. Identifiquei a linha de simetria central, percebo que, entre esta linha e as outras linhas, há a mesma distância, tem linhas curvas, as linhas se cruzam formando ângulos retos… É linha reta central e as curvas nas laterais. Tentei descrever o máximo possível, acho que tinha mais coisa para dizer, mas assim… não é minha área, eu fico com dificuldade no vocabulário. Usar um vocabulário matemático adequado, mas fiz um esforço.
> (Prot.4, of. 1, leitura de imagens)

Percebemos na descrição que a professora mobiliza conhecimentos acerca de algumas propriedades da simetria, como equidistância de pontos em relação ao eixo e ângulos ortogonais, assim como busca utilizar o vocabulário matemático. Contudo, no trecho a seguir, não identificamos a mesma preocupação com o vocabulário adequado à mobilização de conhecimentos sobre os tipos de simetria e congruência em imagens construídas a partir da obra de M. C. Escher.

Figura 72 - Fotografia de quebra-cabeça, acervo da pesquisa.

Fonte: banco de dados da pesquisa (2019).

P(1) - Eu estou entendendo que congruência é manter o tamanho da figura.
Pq - Só o tamanho?
P(4) - Tem que manter a forma também. É tanto que aqui as formas são todas iguais. (aponta para os lagartos)
P (4) - Os lagartos são iguais e as formas geométricas também.
(refere-se a outra produção)
P(3) - Pelo que estou percebendo, simetria é … refletir, como as atividades da oficina anterior, é repetir a figura, é girar a figura fazendo a rotação. Seja refletindo, repetindo ou girando a forma e o tamanho são mantidos.
(Transcrição: prot. 2, of. 2, leitura de imagem)

Observamos no trecho acima que os professores não utilizam os termos adequados ao mencionarem a palavra tamanho quando se referem ao comprimento, inclusive, propositalmente, a pesquisadora repete a palavra de forma equivocada. De acordo com Hoffer (1981), as habilidades verbais, ou seja, associar o nome correto com a figura, descrever as propriedades de uma figura, são tão importantes para o desenvolvimento do pensamento geométrico quanto as habilidades visuais, de desenho, lógicas e aplicadas. Contudo, os professores conseguem mobilizar conhecimentos sobre a invariância em relação à forma e comprimento da figura (congruência), mas variável em relação ao movimento que é realizado. Segundo Lívio (2008), existem transformações do espaço que realmente não alteram as propriedades geométricas das figuras. Essas propriedades são, de fato, independentes da posição ocupada no espaço pela figura em consideração, de seu tamanho absoluto e sua orientação. Assim, compreendemos que essa percepção é essencial para a construção do conceito de simetria, que tem como enfoque as propriedades da figura que permanecem constantes, ainda que elas produzam algum tipo de transformação.

Por fim, percebemos que a maioria das professoras ressaltaram, em suas falas e escritas, descrições dos conceitos geométricos representados nas imagens, mas, ainda assim, superficiais sob o ponto de vista conceitual. Consideramos que elas foram influenciadas pelo conhecimento condicional que as impulsionava para descrições mais geométricas, afinal estavam participando de uma oficina que discutia geometria e artes e culturas visuais. Também temos a hipótese de que a concepção e as crenças sobre a importância e legitimidade das disciplinas podem ter direcionado as professoras a pontuarem mais os elementos geométricos em detrimento dos aspectos artísticos. Outra hipótese é que a geometria é o mais familiar e está mais presente no cotidiano da escola do que as artes e culturas visuais. Contudo, ainda sim, encontramos descrições orais tomadas pelas suas concepções sobre arte e beleza. Cabe frisar o modo de olhar para a arte ancorado nos cânones estéticos que foram perpetuados ao longo do tempo.

Reconhecemos que os conhecimentos do conteúdo comum não se restringem aos aspectos conceituais, pois também são subjetivos e estéticos, apresentam diversas dimensões, como a cognição, a emoção, a capacidade sensível do humano perceber e organizar os estímulos que lhe alcançam os olhos e o corpo. O conhecimento comum do conteúdo mobilizado por meio da articulação da geometria com as artes e culturas visuais está relacionado com a percepção do que os registros visuais dizem sobre o mundo, sobre lugares, sobre pessoas, seus desejos e realidades, descrevendo ações e acontecimentos, contando sobre a existência, sobre o "outro" e sobre nós mesmos.

A seguir, discutiremos o conhecimento comum do conteúdo mobilizado por meio do fazer artístico.

10.2 Mobilização de conhecimento comuns do conteúdo de professores por meio do fazer artístico

O fazer artístico, segundo Barbosa (2009), é insubstituível para a aprendizagem da arte, mas constatamos que também é imprescindível para o ensino da geometria articulada às artes visuais por meio da simetria. Isso porque o fazer artístico desenvolve o pensamento presentacional, o pensamento discursivo e o pensamento científico precedido pela lógica.

Nas oficinas tivemos atividades em que os professores desenvolveram um fazer artístico por meio das técnicas de colagem, pintura com borrões, produção de desenho em malhas e produção de kirigami. Destacamos que as técnicas utilizadas não se limitavam à técnica pela técnica, mas abrangiam o pensamento presentacional, com o qual buscávamos captar as informações através da imagem, o fazer pensar inteligentemente acerca da criação de imagens visuais. E, assim, identificamos que os professores produziam imagem guiados pelos conhecimentos mobilizados durante a oficina.

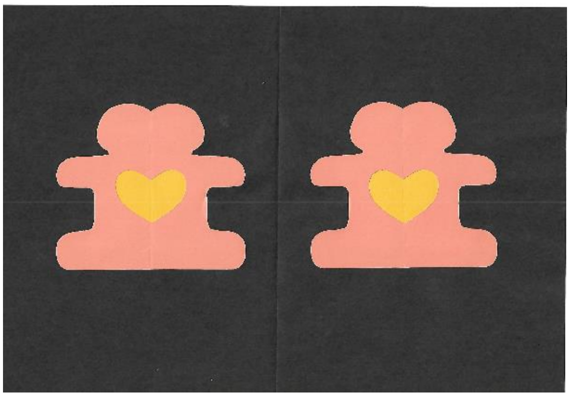
A colagem é uma técnica de composição feita a partir do uso de matérias de diversas texturas, ou não, superpostas ou colocadas lado a lado, na criação de uma imagem. Foi utilizada por Picasso e Georges Braque, entre outros. O Cubismo foi o primeiro movimento artístico a utilizar a colagem. Os cubistas colavam pedaços de jornal ou impressos em suas pinturas. Os professores demonstravam certo prazer ao construírem imagens simétricas; as professoras mobilizaram conhecimentos relacionados à conservação da forma e comprimento dos segmentos das figuras e equidistância em relação ao eixo. O trecho a seguir ilustra esse aspecto:

Figura 73 - Produção da professora P(4)

P(4)- Com essa atividade de dobrar, cortar e colar, a gente conserva o comprimento, as medidas, as formas. O trabalho só é de medir a distância da figura, pois estou olhando no golpe de vista. Esta simetria, ou pelo menos, tem uma aproximação da simetria.
(Prot. 1, of. 1, fazer artístico)

Fonte: banco de dados da pesquisa (2019)

Figura 74 - Produção da figura P (3)



P(3) - Bom, eu tive o cuidado de cortar tudo junto. Para o bonequinho sai-se com o mesmo tamanho e forma, mas a cabeça não ficou do jeito que eu queria. Depois dobrei a folha de papel no meio, sobrepus uma sobre a outra para fazer o vinco. E colei com o maior cuidado para manter a distância igual dos bonecos em relação ao eixo, que foi feito pela dobra do papel.
(Prot. 1, of. 1, fazer artístico)

Fonte: banco de dados da pesquisa (2019)

Percebemos nas imagens produzidas e nas falas das professoras que propriedades da simetria de reflexão são explicitadas. A professora P(4) cita propriedades relacionadas à conservação do comprimento e da forma da figura, sem mencionar o eixo de simetria na posição diagonal. Já a professora P(3), além das propriedades relacionadas à congruência das figuras, explicita conhecimentos referentes ao eixo na posição vertical e equidistância da figura em relação ao eixo. Elas realizam uma análise das figuras, demonstrando um nível de pensamento geométrico próximo ao que Van Hiele (1986) considera análise, porque reconhecem as propriedades da simetria relativas à figura produzida. Além disso, mobilizam as habilidades visuais ao apontar as propriedades, verbais ao descrever as propriedades, e de desenho ao demonstrarem a capacidade de fazer construções com papel e dobradura. Mas, sobretudo, mobilizaram conhecimentos aplicados, uma vez que conseguiram reconhecer a geometria imbricada na atividade de artes.

Numa outra técnica utilizou-se borrão de tinta – também denominado pelos psicólogos como Teste de Rorschach, embora o uso de manchas de tinta como uma forma de teste não seja uma ideia de Rorschach. Antes dele muitos autores, como Binet, Henri, Dearborn, Kirkpatrik, entre outros, fizeram uso dessa técnica, sobretudo, no estudo da imaginação e da criatividade. Nos propomos a utilizar essa técnica por estar muito presente nos livros didáticos e pelo fato de alguns artistas, como a argentina Remédios Varo, ter obras com borrão de tinta. Assim, além das técnicas com colagem, foi proposto que os professores realizassem borrões de tinta e analisassem os aspectos geométricos presentes nesse fazer. A seguir, podemos observar uma imagem produzida a partir da releitura da obra de Remédios Varo.

Figura 75 - VARO, Remédios, *El Gato Hombre*, 1949. tinta guache.

Fonte: http://remedios-varo.com/obras-remedios-varo/decada-1940/gato-hombre-1943/.

Figura 76 – Produção da Professora P(18)

Fonte: banco de dados da pesquisa (2019)

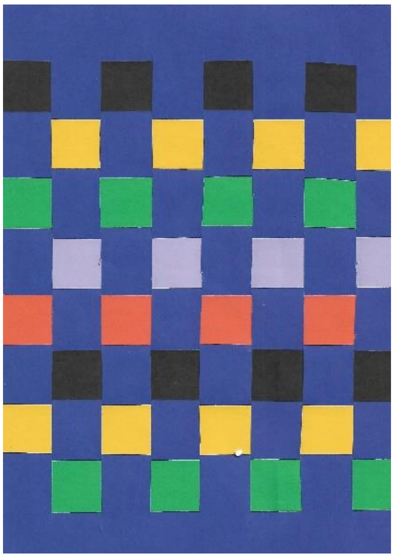
> Pq – Olha! Que interessante.
>
> P(18)- Deu um trabalho para fazer isso. Fiz três tentativas para chegar a essa imagem. Na primeira, o borrão ficou longe de ser um gato, na segunda ficou parecido com esse, mas deixei para colocar os olhos, o nariz depois não deu certo, na terceira deu certo.
>
> Pq – Te inspirasse em Remédios Varo?
>
> P(18) – Sim.
>
> Pq – Quais propriedades da simetria você vê na imagem que você fez?
>
> P(18) – Como assim?
>
> Pq – O que faz essa imagem simétrica?
>
> P(18)- Acho que … a primeira coisa é o eixo, uma parte da figura é refletida do outro lado. Na outra tentativa, fiz o borrão e deixei para desenhar os olhos do gato depois, mas aí... não ficaram com a mesma distância, nem a mesma forma, não refletiam, ficou um mais pra cima outro mais pra baixo, tudo troncho. Então desenhei tudo de uma vez, dobrei para ficar assim, simétrico.
>
> (Prot.6, of.1, fazer artístico)

Observamos que a professora relata um processo de experimentação, de ensaio e erros para construir a imagem simétrica. Nesses processos, ela mobilizou conhecimentos sobre as propriedades da simetria de reflexão: relacionadas à igualdade de distâncias ao eixo, que são simétricos em relação ao eixo, ou seja, equidistantes entre si e ao eixo. Também referente à conservação de medidas angulares, percebe-se a orientação da figura simétrica em relação à figura inicial ao pensar na posição dos olhos do gato.

Quanto ao fazer artístico, a professora se inspira na obra de Remédios Varo. Para Gombrich (1988, p. 24) “nenhum artista é independente de seus predecessores e modelos”. Barbosa (2009), nas suas proposições, vai ao encontro dessa tese de Gombrich, tomando para o aluno de arte os mesmos fundamentos que regem o trabalho do artista. Além disso, identificamos, na produção da professora, muito da cultura visual pedagógica, posto que o desenho apresenta traços arredondados, mais infantilizados, como os desenhos estereotipados de adultos presentes nos livros didáticos.

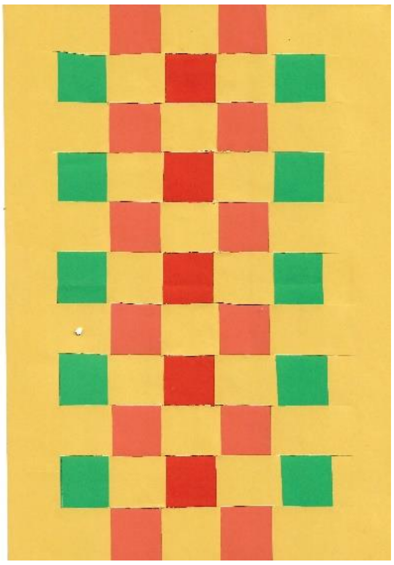
Na oficina que envolvia a discussão sobre a simetria de translação, propusemos para os professores escolherem duas técnicas a criação de padrão em malhas e trançados regulares e irregulares em papel colorido. Eram técnicas que possibilitavam a criação de imagens que remetessem às imagens lidas. Podemos observar a seguir o uso de trançados regulares com papel colorido:

Figura 77- Produção da professora P(1)



Fonte: banco de dados da pesquisa (2019).

Figura 78- Produção da professora P(2)



Fonte: banco de dados da pesquisa (2019).

Pq – O que tem de simetria nessa atividade de trançado?

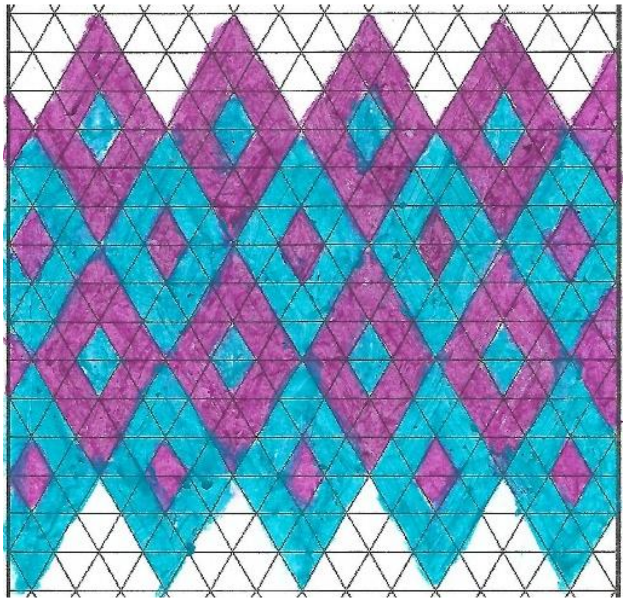
P(1) – Olha tem aquela de translação, a repetição da forma que são os quadradinhos de mesmo comprimento, mesma distância.

> Pq- Como assim? Mesma distância de quê?
> P(3)– De um quadradinho para o outro. Né, P1?
> P(1)– De uma figura para outra.
> P(3)- Também tem a composição das cores, que é muito bonita. É uma arte mais abstrata, porque as formas são geométricas.
> P(2) – Tem que pensar nas cores que combinam, o amarelo que combina com o verde, o vermelho que combina com o laranja. É interessante fazer a composição das cores, ver o que combina. Assim, a gente não sabe como vai ficar, mas, quando combina, fica bonito.
> (Prot.2, of. 2, fazer artístico)

Percebemos que a professora P(1) destaca as propriedades da simetria relativas à conservação característica das isometrias: o comprimento do segmento do mesmo comprimento e da forma, ou seja, conservação de medidas angulares. Na linguagem das artes visuais, o padrão pode ser repetição de unidades de forma ou figura, de linhas, de pontos e de cores. Observamos que as professas P(3) e P(2) também destacam a combinação de cores e relacionam a atividade as artes abstratas por apresentar formas geométricas.

A outra técnica proposta para as professoras foi a técnica em malhas quadriculadas, hexagonais e triangulares, entre outras. Essa técnica possibilitou mobilizar conhecimentos sobre os padrões presentes em obras de arte, azulejos, estampas de roupas e tapetes, desenvolvidos na leitura de imagens utilizadas na oficina. Podemos observar tais conhecimentos nas produções a seguir:

Figura 79 - Produção da professora P(8)

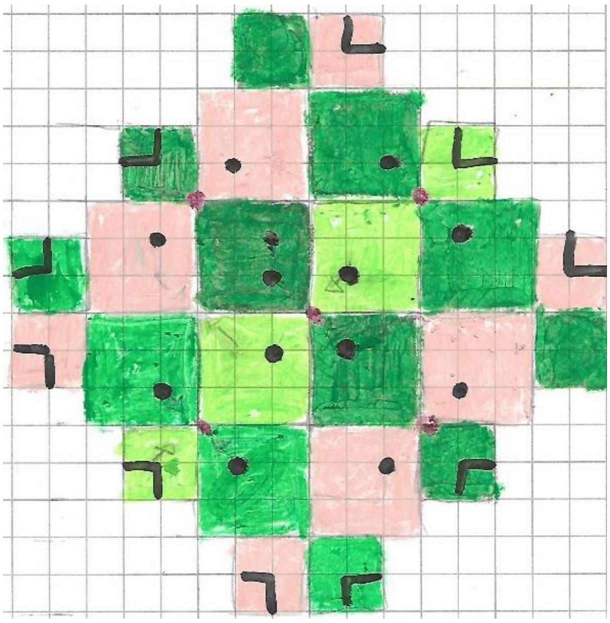


Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

> Pq- Te inspirasse em que para fazer esse padrão?
> P(8)- Na arte indígena que vi aqui.
> Pq- O que tem de simetria nessa imagem?
> P(8) – A repetição dos losangos, repetição das cores, todos os losangos estão na mesma direção indo para a direita.
> Pq – Como você sabe que é para a direta?
> P(8) – Lembro que os padrões tinham a mesma direção. Os pássaros, por exemplo, iam para a direita ou esquerda.
> Pq- Mas como perceber a direção nesse padrão? Pode ser qualquer uma?
> P(8) - Comecei da esquerda para direita... Não tem como perceber. Só se colocar uma seta indicando. Agora como está pode ser da direita para esquerda, esquerda para direita, de cima para baixo e vice-versa… só se colocar uma seta indicando.
> Pq- O que mais?
> P(8)- Como assim?
> Pq- O que tem de simetria?
> P(8) – Deixa eu ver… os losangos menores e da mesma cor têm a mesma distância.
> (Prot. 7, ofic. 2, fazer artístico)

Identificamos que a professora P(8) mobilizou conhecimentos acerca das propriedades da simetria de translação – como todos os pontos de uma figura e os respectivos transformados definem a mesma direção, o mesmo sentido e estão à mesma distância. Além disso, percorrendo a imagem com os olhos durante a observação, é possível identificar várias direções (horizontal e vertical), ou seja, identificamos o elemento básico da linguagem visual, que é movimento, nesse caso, de translação. A propriedade relacionada à direção da imagem foi ressaltada pela professora P(10), que destaca esse aspecto e a tentativa de releitura da obra de Escher no exemplo a seguir:

Figura 80 – Produção da professora P (10)



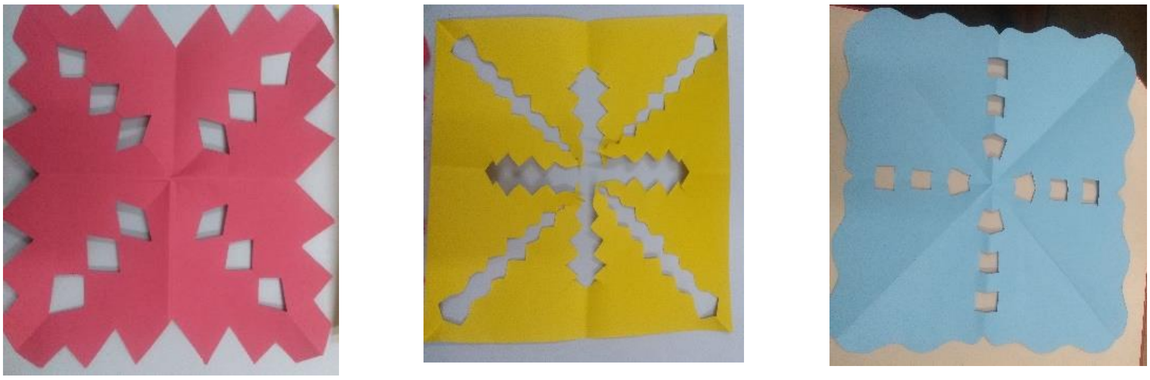
Fonte: Dados da pesquisa (2019).

> P(10)- Professora tentei fazer como o Escher, mas está muito confuso.
>
> Pq – Sim, explica para mim.
>
> P(10) – Pintei os peixes de cores diferentes para indicar as direções, os rosas e verde claro estão inclinados para a esquerda… os verdes escuros para a direita. Assim os risquinhos e os olhos não ficaram do mesmo jeito. Não está simétrico, mas tentei! (Prot. 7, ofic. 2, fazer artístico)

Verificamos que a imagem produzida pela professora P(10) inspirada na obra de Escher buscou fazer a translação das figuras em diferentes direções numa mesma obra. Esse conhecimento foi sofisticado, posto que a translação foi realizada de forma inclinada. Contudo, a mesma reconhece que os detalhes dos olhos e riscos não deixam a obra simétrica. Novamente, percebemos que a leitura de imagem foi essencial para alimentar o repertório de modo a tornar possível aos professores identificar a releitura da obra de M. C. Escher.

A outra técnica utilizada na oficina foi o kirigami[15]. Nossa finalidade foi mobilizar conhecimentos sobre o conhecimento do conteúdo comum de professor com o objetivo de explorar a beleza estética do material produzido, mas também refletir sobre a possibilidade de trabalhar conceitos geométricos. Sendo assim, esperávamos *a priori* que os professores identificassem os tipos de simetria trabalhadas na atividade e explicitassem as propriedades que poderiam ser abordadas na atividade.

Figuras 81- Produções das professoras P(1), P(2) e P(3)



Fonte: Dados da pesquisa (2018).

> Pq- Ficou legal. Vocês conseguem ver simetria na dobradura que construíram?
> P(1)- Eu vejo...
> P(3)- Na minha vejo reflexão, porque tem os eixos, rotação por ter o centro no meio e ângulos que se repetem, giram. Também tem translação, porque as figuras vão repetindo.
> (Prot. 1, ofic. 1, fazer artístico)

Assim como esperávamos *a priori*, as professoras conseguiram identificar os tipos de simetria e explicitaram as propriedades e possibilidades de trabalhar. Dickson, Brown e Gibson (1991), que desenvolvem estudos sobre as transformações geométricas, recomendam a dobradura por envolver ações fáceis de serem realizadas (por meio de dobras e voltas em papel), nas quais possamos experimentar e gerar descobertas relacionadas às isometrias. Além disso,

[15] Kirigami é a arte tradicional japonesa de recorte do papel, criando representações de determinados seres ou objetos, e até de coisas inexplicáveis. Kirigami ou Origami Arquitetônico é uma variação do Origami, uma arte japonesa de recorte e colagem de papéis.

identificamos que a professora P3 destaca a possibilidade de trabalhar as diferentes posições do eixo de simetria. Essa variável didática é importante no ensino da simetria. Contudo, as professoras não perceberam que na dobradura as trajetórias descritas pelos pontos da figura não permanecem no plano. O movimento, nesse caso, ocorre no espaço tridimensional, no qual o plano está imerso.

Identificamos nessas atividades que os conhecimentos geométricos se entrecruzam com o prazer de fazer arte, de fazer uma experiência estética. Segundo Losada (2010), há na atualidade um fecundo jogo de trocas entre metodologias de ensino de artes e ciências (matemática). De um lado, o fazer criativo e os aspectos estéticos e éticos da realidade, que sempre caracterizaram o ensino da arte, também passaram a ser exigidos no ensino das ciências (matemática). Por outro lado, os conteúdos sistematizados característicos do ensino das ciências (matemática) passaram a ser solicitados no ensino da arte. Tal aspecto revela que as articulações entre artes visuais e geometria acontecem por um viés não apenas conceitual, mas também metodológico.

Sendo assim, o conhecimento do conteúdo comum de professores em nossa pesquisa por buscar a articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria apresenta tessitura de diversos aspectos: conceituais, relacionados à apropriação das propriedades geométricas – conservação do comprimento dos segmentos, conservação de ângulos, conservação de distância em relação ao eixo, entre outros –, mas também relacionados à percepção dos tipos de simetria. Também dizem respeito a aspectos relacionados ao fazer artístico que implica na criação e experimentação de técnicas artísticas que, por sua vez, mobilizam conhecimentos conceituais, além dos conhecimentos declarativos, ou seja, "o que é?". Conhecimento processual, que é da ordem do "como fazer?", para a realização de uma tarefa. De acordo com Ribeiro e Martins (2010, p. 39), esse é um conhecimento encarado como "ferramenta e sem que se saiba, necessariamente, explicar o porquê ou a origem do que se faz. E conhecimentos condicionais são mobilizados simultaneamente.

Os conhecimentos foram mobilizados na leitura, na análise, na interpretação de imagens simétricas e assimétricas. Na resolução de questões em que tinham que traçar eixos, identificar a equidistância das figuras, construir figuras simétricas, executar o fazer artístico de uma dobradura ou pintura; reconhecer os elementos que são variantes de acordo com o tipo de simetria (rotação, reflexão e translação); na composição estética presente nas artes e culturas visuais e na geometria. Cada atividade desenvolvida possibilitou a mobilização de conhecimentos diferentes, por possibilitarem que se estabelecem relações entre conhecimentos e procedimentos matemáticos.

10.3 Mobilização de conhecimentos comuns do conteúdo de professores: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da resolução de problemas

Nesta seção, analisaremos os conhecimentos comuns ao conteúdo mobilizado por professores na articulação da geometria com as artes e culturas visuais através na resolução de problemas. A resolução de problemas é entendida por nós como uma perspectiva metodológica, ou seja, corresponde a um modo de organizar o ensino, mas também uma postura frente ao que é ensinar e, consequentemente, ao que significa aprender.

Assim, durante as oficinas, propusemos aos professores diferentes situações-problemas em que pudessem reconhecer e traçar eixos de simetria, perceber propriedades de simetrias, perceber variâncias e invariâncias nas figuras simétricas e construir figuras simétricas. Nossa intenção era romper com a visão limitada dos professores sobre as situações-problemas e, assim, mobilizar conhecimentos de articulação da geometria com as artes e culturas visuais. Nesta seção, organizamos a análise em duas subcategorias: situação-problema de reconhecimento e situação-problema de construção de figuras.

10.3.1 Situações-problema de reconhecimento de figuras simétricas na articulação da geometria com as artes e culturas visuais

A identificação de eixos de simetria em obras de arte possibilitou a reflexão sobre o que caracteriza uma figura simétrica, pois estimulou a requisição de esquemas de ação dos professores. Percebemos que alguns conhecimentos mobilizados coincidiam com a nossa análise *a priori*, como considerar as respostas do aluno como corretas, por não perceber que as imagens de Vicente do Rego Monteiro e Maurits C. Escher não são simétricas, assim demonstrando não ter conhecimentos sobre as propriedades de conservação de forma e comprimento dos segmentos em relação ao eixo. Importante comentar que o trecho apresentado a seguir versa sobre a resolução de problemas envolvendo a análise de respostas dadas por um aluno, o que coloca em jogo o erro ou acerto desse estudante.

> Pq – Agora uma outra pergunta: ele disse que é possível traçar o eixo em todas as imagens, mas todas as imagens têm simetria? A mulher sentada de Vicente do Rego Monteiro tem eixo de simetria?
> P(11)- Tem.
> Pq- Tem?
> P(10) – Não.
> Pq – Essa outra de Escher?
> P(11)- É como se fosse um quadrado e dois triângulos.
> Pq – É um retângulo, e a diagonal forma dois triângulos, mas quero que você observe a figura que está dentro.
> P(11) – Acho que é uma lagartixa ou jacaré. Lagartixa.
> Pq- Com esse eixo na diagonal, está simétrico?
> P(11) – É muito complicado! Temos que olhar os detalhes da imagem, às vezes o erro está em um detalhe. Eu não tenho o costume de olhar para as imagens assim.
> Pq- Sim.
> P(11)- Mas acho que não… Se invertesse a lagartixa, um lado ficava igual ao outro, mas assim não. A resposta dele está parte correta e parte errada. É como se ele não estivesse consolidado o conhecimento.
> (Prot. 7, of.1, identificação de eixos de simetria)

Identificamos que a professora P11 afirma que a imagem de Vicente do Rego Monteiro tem eixo de simetria. Logo ela é corrigida pela professora P10, que afirma que não. Depois, na análise da imagem de Escher, ela decompõe o retângulo em dois triângulos sem considerar as figuras dentro da obra. Ao perceber as figuras e detalhes da imagem, destaca a necessidade de deter-se a eles para identificar as assimetrias. Por fim, a professora P11 considera que a resposta do aluno está em parte correta e que está num processo de consolidação do conhecimento.

Percebemos que a P11 demonstra dificuldade em visualizar e analisar a imagem sob o ponto de vista mais pontual, detendo-se a cada elemento que a compõe. Isso indica que a professora não mobilizou habilidades visuais e lógicas necessárias para perceber na imagem os conceitos geométricos. Assim, ao analisar a resposta do aluno, a professora revela que seu conhecimento comum do conteúdo não é suficiente para reconhecer e diferenciar as imagens simétricas e assimétricas.

Observamos que, embora esteja em jogo na atividade a análise da resposta de um aluno, o conhecimento mobilizado não é sobre o conteúdo especializado ou sobre o conteúdo do aluno. A professora P11 não busca a fonte do erro e as razões pelas quais o aluno cometeu o erro, ela apenas reconhece que a resposta está em parte correta e em parte errada. Tal aspecto confirma o que Ball, Themes e Phelps (2008) afirmam: que o que difere o conhecimento do conteúdo comum para o conteúdo especializado é o fato de que no primeiro o professor apenas aponta o erro, enquanto que no segundo ele busca a origem do erro.

Em outra situação-problema envolvia circunferências, as professoras tinham que reconhecer a figura que fazia a reflexão correta da circunferência em relação ao eixo. Identificamos que as professoras mobilizaram conhecimentos sobre a propriedades de equidistância da figura em relação ao eixo. Assim como esperávamos *a priori*, ficaram em dúvida entre as figuras A e C por estarem na posição inclinada. Contudo, as professoras não apontaram a letra B com a circunferência que faz a reflexão, o que mostra que não mobilizaram o conhecimento errôneo sobre o deslocamento horizontal da figura, embora o eixo de simetria estivesse inclinado. O trecho a seguir ilustra os aspetos descritos:

> Pq – Quem acha, que é a letra C?
> P(14) – Acho que é a letra C e letra A.
> Pq – Por que não pode ser a B?
> P(14) – A distância de uma figura para a outra é diferente.
> Pq – Em relação ao quê?
> P(9) – Ao eixo.
> Pq - Ao eixo, certo.
> P(13) – A letra C engana, mas não tem. É uma diferença pequena da distância da circunferência e o eixo.
> P(9) – Isso é só nas figuras que o eixo é afastado?
> Pq – A propriedade de equidistância está também nas figuras que são cortadas pelo eixo.
> P(9) – Mas nessa é mais visível que tem o eixo separado.
> Pq – O ideal é trabalhar com o eixo cortando a figura e o eixo desconexo da figura.
> P(9)-Acho melhor começar com o eixo cortando a figura, assim é mais difícil, se não tivesse em malha quadriculada eu nem percebia a diferença entre a figura A e C.
> (Prot. 7, of. 1, reflexão correta da circunferência)

Percebemos que a professora P(14) apresenta dúvida entre a letra C e A, mas aponta que não pode ser a letra B devido à distância em relação ao eixo. A professora P(13) também mobiliza conhecimentos acerca da equidistância das figuras em relação ao eixo. Já a professora P(9) destaca o fato de a diferença entre as figuras ser interceptada pelo eixo ou não e destaca a importância da malha quadriculada para visualização. Percebemos nesse diálogo que os professores acabam considerando apenas que a imagem A faz a reflexão correta da circunferência em relação ao eixo, mobilizando conhecimentos relacionados sobre as propriedades da equidistância, mas não fazem menção às propriedades de conservação do diâmetro da circunferência.

A análise desenvolvida pelas professoras está próxima do que a teoria de van Hiele denomina de análise, porque começam a analisar as propriedades das figuras e aprendem a terminologia técnica adequada para descrevê-las, contudo apresentam dificuldade em correlacionar figuras e propriedades, como é o caso da professora P9, que entendia que essa característica aplicava-se apenas às figuras desconexas ao eixo.

Em outra situação-problema, os professores tinham que identificar entre as obras de Escher aquela que não seguia o padrão das demais; em seguida, deveriam analisar as respostas dada por alunos. Essa questão solicitava que mobilizassem conhecimentos sobre os diferentes movimentos de simetria, correlacionando figuras e propriedades. Observamos a seguir que as professoras conseguem apontar as diferenças entre os movimentos de simetria, mas as propriedades (de conservação de ângulo, comprimento do segmento da figura) não são explicitadas.

Figuras 82 – Movimentos de simetrias, imagem elaborada pela pesquisadora.

Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

P(1) - Na figura A tem um pássaro e um peixe que tem asa.

P(3) - Essa parece que tem rotação.

P(2) - Estou achando bagunçado, não estou percebendo a direção.

P(1) - Acho que tem rotação não, o C tem rotação, mas nesse aí não estou encontrando um ponto fixo dele não. Por que não tem que girar, né?

Pq- Vamos para a letra B.

P(1) - A ... B acho que é translação.

P(3) - Também.

P(2) - A ... D, é igual A, peixe para um lado, pássaro para o outro.

Pq - A figura D é parecida com a figura A, né? Vamos analisá-las?

P(3) – Reflexão... não é possível visualizar.

P(1) - Reflexão não é. Porque não tem eixo. Deve ser outra que ela não falou.

P(3) - Pois é, está difícil... E translação?…

P(1) - A de translação pode ser em figuras diferentes?

Pq - Pode.

P(3) - Não é rotação.

P(1)- Dá pra fazer a translação de figuras diferentes.

Pq- Dá sim. Esse pássaro, onde está a translação dele?

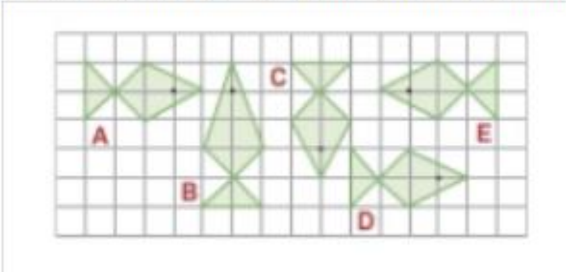
> P(3) - Hum... Esse pássaro faz a translação com esse. E o peixe com esse outro. Mesmo com a direção diferente entre peixe e pássaro, sempre tem um que faz a translação com o outro.
> P(1) - Então tanto a A quanto a D são translação.
> Pq- Voltando à pergunta. Qual ladrilhamento a seguir tem um padrão diferente dos outros?
> P1 - A letra C.
> [...]
> P(2)- É esse aí. As gravuras C têm simetria de rotação, as outras são simetria de translação.
> P(3) - Eu concordo com o aluno 3.
> (Prot. 2, of.2, identificação dos movimentos de simetria)

Nos diálogos acima, identificamos que os professores mobilizam visualizações que, segundo Gutiérrez (1996, p. 9), são um tipo de raciocínio baseado no uso de elementos visuais e espaciais, tanto mentais quanto físicos, desenvolvidos para resolver problemas ou provar propriedades. Além disso, percebemos quando a professora P(1) buscou o ponto fixo para identificar rotações e ângulos. As professoras P(1) e P(3) por não conseguirem visualizar eixo de reflexão, descartaram a presença desse tipo de simetria; ou quando demonstraram dificuldade de visualizar translação de figuras diferentes em uma mesma obra, pois não tinham esse conhecimento ou estavam mais habituadas a identificar translações em figuras mais simples. As professoras também começaram a correlacionar elementos que são variantes entre as figuras, ou seja, começaram a fazer análise das propriedades das figuras.

No entanto, numa atividade posterior de reconhecimento que não foi constituída por imagens da arte, mas de figuras de peixes codificadas em uma malha quadriculada, na qual tinha-se que identificar a simetria de translação, percebemos que os professores também mobilizam conhecimentos sobre as propriedades (conservação de ângulo, comprimento do segmento da figura), direção, não identificados na atividade anterior. Temos a hipótese de que a visualização das figuras em malha quadriculada tenha exaltado essas propriedades. O trecho a seguir ilustra esse aspecto:

Figura 83 – Questão extraída de ficha de avaliação do Ensino Fundamental

Uma das figuras seguintes obtêm-se da figura A por uma translação. Identifica essa figura.



Fonte: http://www.cmcmc.pt/MAT/MAT6/05_ISOM/FICHAS/LEYA_12_13=F_Avaliac_4_Isomet.pdf

P(1)- Acho que é a E.

P(3)- A D.

P(1)- É a E, está fazendo…

Pq- Por que não pode ser a E?

P(3) -A letra D está fazendo translação e a E está fazendo uma reflexão.

Pq- Por que não pode ser a C?

P(1)- A letra C está num sentido diferente. Não.

Pq- Por que não pode ser a B?

P(1)- A letra B? Não, a figura é diferente, ela é de comprimento maior.

P(3) – É, ela tem mesma forma, mas é maior.

(Prot. 2, of.2, reconhecimento de figuras)

No diálogo, observamos que as professoras P(1) e P(3) destacam em suas análises das figuras as propriedades de conservação de comprimento do segmento da figura e direção. Já a professora P(3) destaca as diferenças entre movimentos de translação e reflexão. Embora não explicite verbalmente, entendemos que, ao referir que a figura (E) é uma reflexão, a professora P(1) mobiliza conhecimento sobre a propriedade de mudança da orientação do ângulo, posto que a simetria de reflexão tem como característica que a diferencia das outras simetrias a inversão da orientação dos ângulos.

Diante do que foi exposto, percebemos que as professoras mobilizam conhecimentos visuais ao ler desenhos, discriminar formas e visualizar propriedades nelas contidas, mas também conhecimentos verbais ao utilizar um vocabulário mais matemático para expressar suas compreensões.

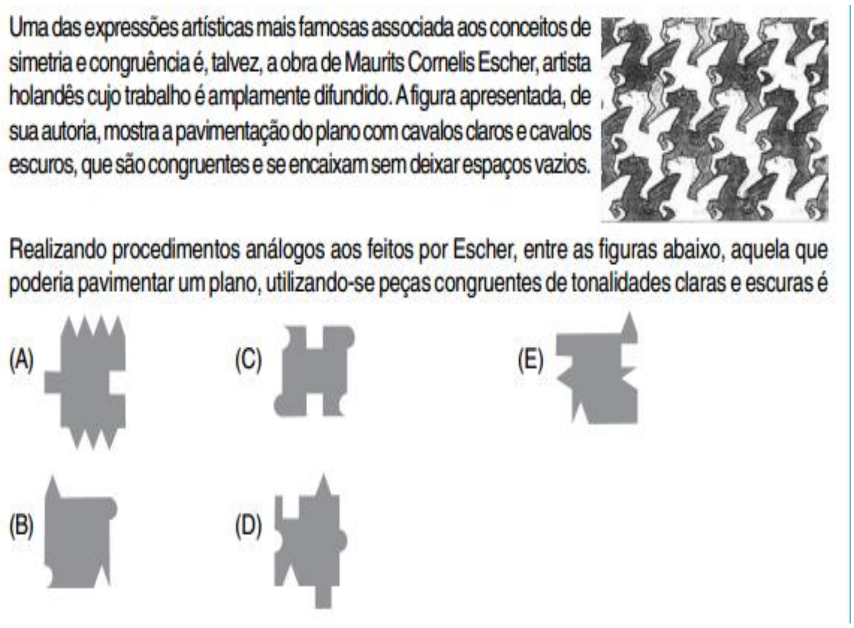
A seguir, analisaremos os conhecimentos mobilizados nas situações que envolvem situações-problemas de construção de figuras.

10.3.2 Situações-problema de construção de figuras simétricas na articulação da geometria com as artes e culturas visuais

As situações que envolviam a construção de figuras solicitavam que os professores mobilizassem uma imagem mental, ou seja, uma representação cognitiva de um conceito ou propriedade, por meio de elementos visuais, como também uma representação figural que fosse pertinente à visualização, que ajudasse a criar ou transformar imagens mentais e produzir raciocínio visual, além de habilidades de desenho ao se fazer construção com réguas, compasso, esquadro, desenho em malha quadriculada ou papel vegetal.

A atividade envolvia a construção de figuras congruentes com simetria de translação. Na figura, deveria haver uma relação biunívoca entre as "saliências" e as "entradas". Para cada "saliência", deveria existir uma "entrada" congruente, e para cada "entrada" deveria haver uma "saliência" congruente. Verificamos que os professores tiveram dificuldade de relacionar as "saliências" e as "entradas" das figuras. Apesar disso, as professoras mobilizaram conhecimentos sobre as propriedades de congruência, como ilustrado a seguir.

Figura 84 – Questão 78



Fonte: https://vestibular.brasilescola.uol.com.br/enem/questao-78-1.htm

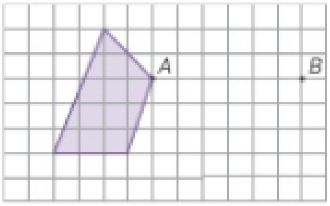
> P(16) – Primeiro imaginei, assim no olhômetro, cada figura. Depois testei… a letra B e letra D.
>
> P(15)- Pode sobrar espaço?
>
> Pq - Não. Tem que encaixar todas as entradas nas saliências.
>
> P(16) – É, os desenhos têm a mesma forma e comprimento, vai encaixando e formando a translação, consegui fazer com a letra D.
>
> Pq – Tem outra letra.
>
> […]
>
> P(15) – Já testei todas as entradas, consigo fazer com a letra D.
>
> P(16) – As imagens vão formando um tapete parecido com os desenhos de Escher. É bom de fazer e bonito de olhar. Temos a sensação de movimento.
>
> (Prot. 7, of.2, construção de figuras)

No trecho acima, a professora P(16) primeiro realiza a imagem mental das figuras, depois testa as letras B e D na representação gráfica. Assim, a professora consegue mobilizar conhecimentos que permitem perceber que para cada “saliência” existia uma “entrada” congruente na letra D. A professora P(15) também consegue responder a questão chegando à conclusão de que era a letra D. Contudo, não consegue fazer o mesmo com a letra B, girar a figura para que cada “entrada” encaixasse na “saliência” congruente, demonstrando limitações na visualização da figura. Apesar disso, os professores também mobilizaram conhecimentos sobre desenhos ao expressar ideias e fazer construções com papel transparente, formando um mosaico. Sobre esse fazer, a professora P(16) expressa o deleite ao falar da beleza e sensação de movimento que a imagem provoca. Tal aspecto refere-se à estesia do fazer artístico que as atividades de construção promovem. A construção de uma imagem é também uma experiência investigativa que confere materialidade estética a sentimentos, ideias, desejos e representação de conceitos.

A outra situação-problema de construção não estava envolvida numa obra de arte, mas se tratava de uma imagem muito presente nas culturas visuais pedagógicas do campo da matemática. Como podemos observar a seguir, é um trapézio na posição vertical, codificado por um ponto que indica o sentido da translação numa malha quadriculada. Ressaltamos que uma linha vertical mais sobressalente que as outras na malha quadriculada pode ter sido confundida como eixo de simetria.

Figura 85 – Atividade extraída de avaliação do Ensino Fundamental anos finais

Constrói a imagem da figura pela translação que se aplica A em B.



Fonte: http://www.cmcmc.pt/MAT/MAT6/05_ISOM/FICHAS/LEYA_12_13=F_Avaliac_4_Isomet.pdf

Pq - Tem régua aqui.

(Distribui as réguas e os professores fazem as figuras).

P (1) – Acho que não precisa, com a malha dá pra ver as distâncias.

P(3) - Vou usar para ficar mais preciso o traço.

[…]

P(2) - É para fazer uma translação?

P(3) - Essa foi fácil.

P(1) – Estou vendo que fiz errado, porque não li direito.

Pq – O que aconteceu?

P(1) – Fiz reflexão... é para fazer translação. Vou fazer de novo.

(risos)

Pq – O que tu errasses?

P(1) – Eu inverti a figura como na reflexão, não é pra fazer isso.

P(3)- É para repetir a figura no mesmo sentido.

P(1) – Vou fazer.

(prot. 2, of.2, construção de figuras)

No diálogo acima, a professora P1, por não interpretar o enunciado de forma correta, construí a figura com simetria de reflexão, mas logo a mesma, ao perceber o erro, corrigiu a figura. Supomos que o conhecimento prévio sobre a simetria de reflexão e a linha vertical mais sobressalente podem tê-la induzido ao erro, assim como a leitura desatenta pode a ter levado à construção da figura errada. Apesar disso, identificamos que as professoras mobilizaram conhecimentos geométricos ao pensarem sobre os detalhes das propriedades, apontando semelhanças e diferenças entre as simetrias.

Destacamos que o tipo de situação-problema mobiliza conhecimentos geométricos específicos. Por ser uma atividade de construção de figuras, os professores tiveram que mobilizar habilidades de visualização ao criar uma imagem mental da figura, ou seja, uma representação cognitiva das propriedades da simetria de translação por meio de elementos visuais, mas também uma representação externa (figura) pertinente à visualização da sua compreensão. Segundo Machado (1990), as atividades de construção exigem que se pense sobre as características das figuras ao representá-las.

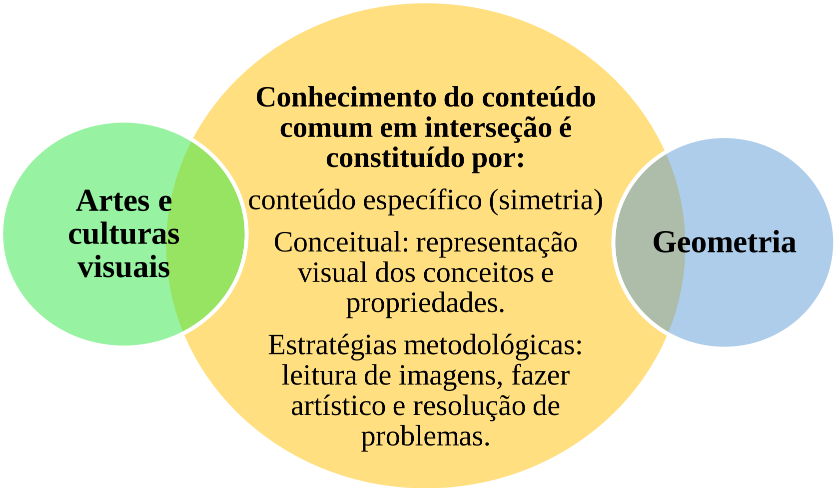
Outro aspecto é que, ao ressaltar que a malha facilita a visualização das figuras, de modo que torna dispensável o uso da régua para medir a distância, as professoras revelaram seus conhecimentos sobre as propriedades da equidistância das figuras em relação uma a outra. Observamos com isso que o conhecimento do professor é mobilizado em função do tipo de situação-problema proposto – se é de reconhecimento, construção ou identificação de propriedades – a partir de um contexto.

Isso confirma os estudos sobre a aprendizagem do professor sob a perspectiva da natureza situada da cognição. Segundo Blanco (2003), essa perspectiva destaca que o conhecimento de professores é situado, ou seja, inseparável dos contextos e das atividades nos quais se desenvolve. Para pesquisadora (BLANCO, 2003, p. 66), "isso nos permite afirmar que o contexto em que uma atividade se realiza é a parte integral da atividade e esta é, também, parte integral da aprendizagem que acontece no contexto". Sendo assim, entendemos que a aprendizagem do professor se produz através de processos pelos quais se adquire um conhecimento mediante a participação ativa num contexto, por meio de atividades significativas, utilizando os conhecimentos e crenças prévias.

Por fim, percebemos que as professoras modificaram e ampliaram os conhecimentos acerca das propriedades da simetria, mas isso foi consequência das situações-problemas propostas. Assim, compreendemos que devemos oferecer aos professores uma diversidade de situações-problemas através da qual possam refletir sobre as diferentes facetas da geometria.

Em síntese, o conhecimento do conteúdo comum mobilizado pelos professores apresenta as seguintes características: acontece por meio de um conteúdo específico, que nesse estudo é a simetria; é conceitual; a representação visual possibilita a visualização de conceitos e propriedades como: ponto, linha, conservação de forma, medida dos segmentos, ângulo, equidistância etc; é metodológica, posto que estratégias de ensino da geometria (resolução de problemas) e ensino das artes e culturas visuais (ler, fazer e contextualizar) se cruzam, possibilitando a identificação e análise das imagens. O diagrama a seguir ilustra as interseções dos dois campos de conhecimento.

Figura 86 - Conhecimento do conteúdo comum em interseção



Fonte: Elaboração realizada pela autora (2019).

A seguir, discutiremos como os professores mobilizaram conhecimentos sobre o conteúdo especializado ao articularem geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

10.4 Mobilização de conhecimento do conteúdo especializado de professores: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria

O conhecimento especializado do conteúdo é caracterizado por se referir às habilidades e especificidades do trabalho do professor, ou seja, características de sua prática pedagógica. No caso do conhecimento especializado em articulação das artes e culturas visuais com a geometria por meio da simetria, é necessário ao professor pensar sobre as especificidades dos dois campos de conhecimento de forma articulada. Sendo assim, consideramos que os professores mobilizavam conhecimento especializado do conteúdo quando:

- Pensavam as imagens, temas e artistas visuais mais adequados para trabalhar determinado tipo de simetria;
- Refletiam sobre as variáveis didáticas (tipos de situação-problema, posições do eixo de simetria)
- Refletiam sobre a modificação de tarefas de modo que as mesmas se tornassem de fácil compreensão por parte dos alunos.
- Pensavam a melhor técnica artística para trabalhar com seus alunos.

Observamos em nossa coleta de dados que esse tipo de conhecimento é o que aparece nas diversas atividades propostas; e diferentemente do conhecimento do conteúdo comum, os professores ressaltavam aspectos mais didáticos. Por isso, Ball, Thames e Phelps (2008) consideram que é um tipo de conhecimento próprio do professor.

Identificamos que os professores mobilizavam conhecimento especializado ao refletirem sobre as escolhas de imagens, temas e artistas visuais mais adequados para trabalhar determinado tipo de simetria. Isso foi identificado, porque eles ressaltavam os modos de apresentar e de abordar as imagens, de forma que fossem compreensíveis para os alunos. Observamos a seguir que a professora afirma ter escolhido a imagem por acreditar que seria mais adequada para trabalhar com a sua turma:

Figura 87 – Anna Mariani, Pinturas e Platibandas, Caracatá (BA), 1986, fotografia matriz positiva, coleção da artista.

Fonte: http://enciclopedia.itaucultural.org.br/obra15800/pinturas-e-platibandas-carataca-ba.

> P(6) – Eu olhei a realidade da minha sala de aula. Estou no momento com o quinto ano. Acho essa imagem mais adequada para trabalhar com eles. Trabalhei há pouco tempo esse assunto. E estabelecendo uma escala de hierarquia, coloquei para trabalhar primeiro a apresentação das figuras geométricas, o formato das casas e da pintura, as portas, né? Os adornos que são triângulos, ou seja, seria a interpretação. Aproveitava para trabalhar as paralelas e perpendiculares, né? Os ângulos formados nos triângulos e retângulos. Os eixos de simetria presentes na figura, né? O retângulo tem dois e triângulos um, mas também aproveitaria para trabalhar as cores primárias, a mistura dela formando as secundárias, no caso esse verde.
> (Prot. 4, of. 1, leitura de imagens)

Percebemos no trecho acima que a professora P (6) escolhe fazer a descrição de uma imagem por considerar as características da própria turma, assim, aponta possibilidades de ensino ao hierarquizar os conteúdos a serem abordados. Ela mobiliza conhecimento especializado ao escolher a imagem mais adequada, ao pensar as formas como os elementos visuais se agrupam e como podem ser explicados e interpretados, ao pensar na exploração dos eixos de simetria e das cores primárias e secundárias. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação particular é uma característica do conhecimento especializado do conteúdo. Contudo, a professora mobiliza esse conhecimento considerando e articulando as características específicas da geometria com as artes e culturas visuais.

Noutro momento, as professoras também utilizam o conhecimento especializado para identificar aspectos em relação aos artistas e temas mais adequados para se trabalhar determinado tipo de simetria com os alunos. O trecho a seguir exemplifica essa percepção:

> Pq - Quais temáticas ou artistas visuais vocês utilizariam para trabalhar simetria na sala de aula de vocês?
> P(2) - Usaria imagens de obra de arte, aquelas de Milton Dacosta.
> P(3) - Esse é bom. Mas poderia usar o Samico e o Milton Dacosta para ver a diferença e história. Um é de Recife e o outro é o Rio de Janeiro. A simetria está na obra dos dois de forma diferente.
> Pq - Como assim?
> P(3) - É diferente.
> Pq- Explica por que é diferente.
> P(3) - Milton Dacosta é mais abstrato e geométrico… Já Samico é mais figurativo e a simetria não é tão exata.
> […]
> Pq - O que têm em comum?
> P(3) - A simetria de reflexão e… só… só vejo diferenças.
> P(1) - A arte indígena é mais próxima da realidade dos meninos e tem muita simetria nas pinturas, de reflexão e translação. A gente tem que trabalhar a temática indígena, aí aproveitava, trabalhava história do povo, a geometria que tem na arte. Dá pra pedir pra identificar as simetrias na pintura corporal, fazer atividade de completar as pinturas.
> (Prot. 2, of.2, análise de relato de experiência)

Observamos nos diálogos acima que a professora P(3) busca utilizar dois artistas por serem diferentes sob o ponto de vista local, cultural e histórico, mas também porque a simetria é apresentada na obra dos artistas de formas diferentes. Em Milton Dacosta, a simetria é mais próxima do rigor geométrico, enquanto que, na obra de Gilvan Samico, a simetria não tem tanto rigor. Além disso, na fala da professora, é possível identificar as ações de ensino de arte, a leitura de imagens (comparando as obras de dois artistas) e a contextualização por meio da história dos artistas visuais.

De forma implícita, a professora busca possibilitar que os alunos possam identificar elementos da linguagem visual que se encontra em diferentes artistas. A professora P(1), propõe um trabalho com a temática indígena, pois acredita que está mais próxima da criança. Observa-se também de forma implícita uma menção ao currículo e legislação que recomenda o estudo da cultura indígena. Além disso, sugere trabalhar dois tipos de simetria (reflexão e translação), assim como explicita que é possível trabalhar com situações de completar figuras e identificar simetrias por meio da pintura corporal.

Percebemos que ambas mobilizam conhecimentos especializados ancoradas na Abordagem Triangular de Ensino de Arte. As propostas estavam relacionadas à leitura de uma obra de arte de diferentes artistas; e a contextualização histórica da arte, que enfatiza o conhecimento da produção artística e de outras culturas, no caso a indígena. Segundo Azevedo (2016), a Abordagem Triangular no Ensino da Arte é como uma teoria de interpretação do universo das artes e culturas visuais, abrindo espaço para contribuições da Filosofia, da Sociologia e da Antropologia, pois a Arte é considerada como um produto e construção sociocultural.

Apesar de não discutirmos o tema “variáveis didáticas”, percebemos que os professores conseguiram identificar que o tipo de situação-problema, a posição do eixo, os tipos de figuras ou o fato de a figura ser interceptada ou não pelo eixo serviam para desestabilizar regras de ação errôneas e contribuíam na escolha de problemas e na análise dos procedimentos de resolução. Consideramos esse tipo como especializado, pois, como afirma Ball, Thames e Phelps (2008), é um é o tipo de conhecimento que está voltado apenas para o ensino e que, normalmente, não será necessário para outros fins que não sejam para a atividade de ensino. No trecho a seguir, os professores começaram a reconhecer que vivenciaram durante a oficina diferentes tipos de problemas, que envolviam a identificação e a construção de imagens.

> P(2) - Ora a gente identifica a simetria na imagem, ora a gente constrói imagem com simetria.
>
> Pq - Ao construir e ao identificar, desenvolvemos os mesmos conhecimentos?
>
> P(3) - Não. No livro didático, eu identifiquei… que tem muita atividade de identificar e de completar figura. Pelo menos, os livros que trabalho.
>
> Pq - Sim.
>
> P(3) - Mas para construir simetria de reflexão, porque translação tem, mas não tem o nome translação... Mas tem atividades de construir ou completar mosaicos, que é muito bom.
>
> P(1) - São situações diferentes que o menino vivencia. Porque construir é mais difícil de que identificar.

> Pq - Todo mundo concorda que construir a figura é mais difícil que identificar?
> P(4) - Eu tive mais dificuldade em construir… Porque quando construímos ... assim pegar o lápis, pensar as medidas, nos comprimentos, pensar a imagem pronta... identificar a imagem já tá pronta.
> P(2) - Então é bom botar uma atividade de identificar e depois de construir.
> (Prot. 2, of.2, tipos de problema)

Os diálogos acima retratam o momento que os professores percebem que o conteúdo da simetria pode ser abordado por situações que envolvem a identificação e construção de figuras. Percebemos que uma das professoras aponta outro tipo de situação-problema – as atividades que solicitam completar figuras, mas esse aspecto não é discutido pelo grupo. Além disso, há uma discussão sobre as dificuldades que envolvem uma atividade de construir e identificar, pois para as professoras construir requer mobilizar conhecimentos que as atividades de identificar não solicitam. Assim, uma das professoras conclui que é melhor iniciar a abordagem da simetria por atividades de identificar.

A percepção dos tipos de problema pode ser um conhecimento valioso para o professor, pois, assim, ele poderá pensar interferências significativas na aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos. Os conhecimentos mobilizados sobre os tipos de problema apresentam características das variáveis didáticas. Segundo Santos e Bellemain (2007), as variáveis didáticas são um elemento importante na categorização, elaboração e adaptação dos problemas matemáticos a serem propostos aos alunos.

No fazer artístico, observamos que as professoras também mobilizavam conhecimentos do conteúdo especializado relacionado às variáveis didáticas orientação do eixo de simetria, uso do elemento visual cor, assim como experimento da técnica. No diálogo a seguir, conseguimos observar tais aspectos.

> P(9) - Essa atividade é muito interessante, porque temos a possibilidade de descobrir. A gente coloca a tinta no papel e não sabe o que vai formar. Quando abre o papel, a supressa… a mistura de cores primárias é muito legal.
> P(11) - É uma atividade muito boa para trabalhar as cores primárias e secundárias.
> Pq – E a simetria? Como ela pode ser abordada nessa imagem?
> P(11) – Assim, é possível trabalhar o eixo… Mas só na vertical. É importante trabalhar outras posições, né?
> Pq – Sim. Como poderíamos trabalhar isso?

P(9) – Penso que é uma questão da dobra do papel, pode dobrar na diagonal, na vertical, na diagonal.

P(11) – Na diagonal, não vai ficar simétrico.

Pq – Por quê?

P(11) – Na diagonal, o retângulo não sobrepõe.

P(9) – Mas a imagem sobrepõe… Vamos fazer o teste?

(a professora pega uma folha e testa formando a imagem a seguir)

Figura 88 – Produção de borrão de tinta P(9)

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

P(11) - A figura é simétrica, mas as distâncias no papel é diferente, então olhando a imagem toda não é simétrica.

Pq – Verdade.

P(9) - É, mas a figura é simétrica.

Pq - E se fosse um quadrado?

P(11) - Agora eu testo. Me dá a folha que eu faço o quadrado.

(a professora PS passa para PG a folha e tintas)

P (11) – Preciso de uma tesoura.

Pq – Agora vai ficar simétrico?

P(11)– Sim.

P(9) – Sim, vai ter sobreposição.

Figura 89 – Produção de borrão de tinta P(11)

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

> P(11) – Olha! Perfeito! Tudo simétrico. Lindo!
> P(9) – Assim, no retângulo a forma não interfere se olhar a mancha, mas quando olha o todo vê que não tem simetria.
> Pq - A composição como um todo não é simétrica.
> P(9) – Isso, mas tem a mesma medida das manchas de tinta em relação ao eixo.
> (Prot. 7, of.1, fazer artístico)

Observamos, nos diálogos das professoras, dois aspectos: o primeiro está relacionado ao fato de as professoras pensarem a arte apenas pelos seus elementos visuais, como no exemplo acima, as cores primárias e secundárias. Esquecendo que esses elementos sozinhos não dizem nada, é necessário pensá-los em relação com à técnica, à crítica e à criação. O outro aspecto diz respeito à variável didática orientação do eixo de simetria na folha de papel, ressaltado pela professora P(9) e P(11). De acordo com Jaime e Gutiérrez (1996), trabalhar o eixo de simetria sempre na mesma posição pode gerar concepções erradas no aluno. No trecho a seguir, as professoras também mobilizam conhecimentos do eixo de simetria atrelada ao tipo de técnica artística utilizada.

> P(18) – Achei as duas atividades muito boas, a do borrão de tinta é mais simples para fazer a figura, porque coloca a tinta, dobra e pronto. A colagem tem que acertar as distâncias da figura.
> P(15) - Acho que as duas são lúdicas e trabalham o conteúdo geométrico. A atividade com borrão é possível misturar as cores, descobrir que cores formam. Mas acho mais limitada em relação à colagem, porque traz possibilidade de fazer só um tipo de figura. E você disse que trabalhar os dois tipos. A figura cortada pelo eixo e afastada do eixo.
> Pq – Sim.
> P(18) - Mas dar pra fazer também a figura afastada do eixo é só desenhar distante do eixo. Quando dobrar, a tinta imprime na mesma distância.
> (prot. 7, of.1, eixo de simetria)

Percebemos que as professoras, ao discutirem as técnicas artísticas, pensam nas propriedades da simetria que podem ser exploradas, como a conservação de distâncias, o tipo de figuras, se a figura é interceptada ou não pelo eixo de simetria. Tais aspectos revelam que os professores mobilizam conhecimento especializado, estabelecendo articulações entre os dois campos de conhecimento, pois, ao mesmo tempo que as professoras reconhecem o potencial lúdico, estético e inventivo de transformar, de produzir figuras simétricas a partir do borrão de tinta ou colagem de papel, elas analisam as propriedades da simetria que podem ser exploradas. Embora Ball, Thames e Phelps (2008) não discutam a articulação de campos de conhecimento no conhecimento especializado do conteúdo, a pesquisadora e seus colaboradores compreendem que uma das tarefas do conhecimento especializado do conteúdo é reconhecer o que está envolvido no uso de uma representação.

Identificamos que as professoras também mobilizaram conhecimento especializado do conteúdo ao discutirem a relação entre o tipo de figura – se orgânica ou geométrica – e a quantidade de eixo de simetria. No trecho a seguir, verificamos a hipótese levantada pela professora P(9):

> P(9) - Eu estou percebendo que as figuras mais geométricas têm mais eixos do que as que não são geométricas.
> Pq - Depende da figura, um paralelogramo, por exemplo, não tem nenhum.
> P(15) - Mas as imagens orgânicas de seres humanos e animais geralmente só têm um eixo, como a cabeça de Milton Dacosta.
> Pq - Boa observação!

> P(18) - Então, é importante, quando trabalhar na sala de aula, pensar o tipo de figura, se é geométrica ou orgânica, porque as figuras de animais e humanas só têm um eixo, já o quadrado tem quatro, o círculo é infinito, né?
> (prot. 7, of.1, variáveis didáticas)

Identificamos que as professoras refletem sobre as representações (tipos de figuras) para abordar o eixo de simetria, assim como para reconhecer o conteúdo que está envolvido no uso de uma figura orgânica ou geométrica. Observamos em suas falas que percebem que as figuras possuem características intrínsecas e são constituídas por elementos passíveis de manipulação pelo professor. Segundo Melo (2010), a escolha do valor de determinadas variáveis pelo professor pode ajudá-lo a diferenciar quando há, ou não, mobilização de uma determinada concepção acerca de um conteúdo específico. As variáveis didáticas e seus valores são uma faceta do conhecimento especializado do conteúdo que Ball e colaboradores (2008) ainda evidenciaram, mas que pode ser essencial para uma tarefa que ela aponta no conhecimento especializado: “a modificação de tarefas”.

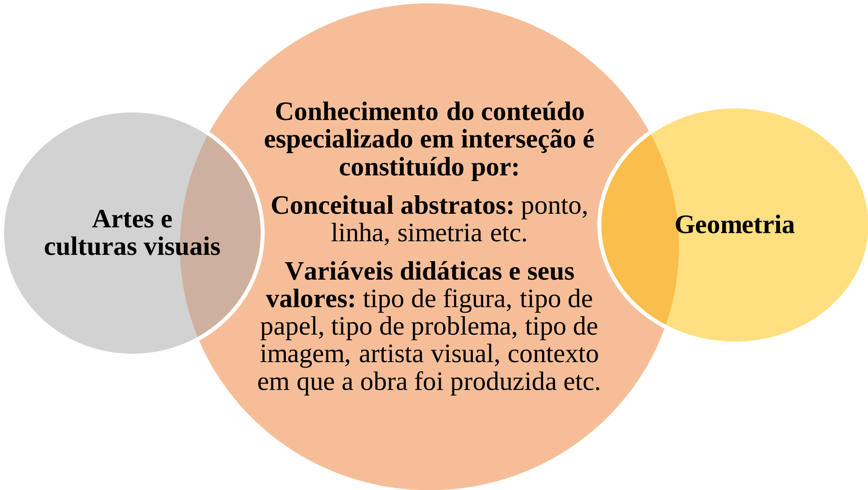
Ao analisar jogos que articulam geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria, as professoras também mobilizaram conhecimento especializado. Isso porque refletiram sobre as adaptações das imagens do jogo para a própria turma. Assim como esperávamos *a priori*, elas identificaram as falhas presentes no jogo e sugeriram as mudanças necessárias, conforme ilustrado no trecho a seguir.

> P(1) - O primeiro que é mais fácil, o segundo eu passo.
> P(3) - Esse jogo da carta das propriedades aqui dá pra fazer.
> P(1) – Dá, mas com figuras mais simples do cotidiano dos alunos, sem muita firula, só com figuras geométricas, o jogo ficaria bem mais fácil. Porque, com obra de arte, fica de outro mundo para as crianças.
> P(3) – Só não fica difícil se trabalhar com artistas que os alunos já conheçam, mas teriam que trabalhar com muita obra de arte.
> (prot. 3, of.3, adaptação da tarefa)

Percebemos que, com base no conhecimento que têm das suas turmas, as professoras avaliaram e sugeriram modificações nas figuras para que o jogo tornasse-se mais fácil para os alunos. Para elas, quanto mais próximas do cotidiano dos alunos, as figuras seriam melhor descritas e interpretadas; e consideraram as obras de arte difíceis para os alunos por não terem familiaridade. No entanto, professora P(3) reconhece que, se ampliar o repertório de obras de arte, é possível utilizar o jogo. Novamente observamos que as professoras mobilizam conhecimento especializado sobre as características das figuras, que são as variáveis didáticas, e sobre os elementos que as constituem, que são os seus valores. De acordo com Melo (2010), quanto mais sofisticada for a escolha desses valores, maior pode ser a mobilização de conhecimentos referentes ao mesmo conteúdo. Contudo, os professores demonstram-se preocupados com a dificuldade que o tipo de figura pode gerar na descrição e interpretação.

Por fim, consideramos que o conhecimento especializado do conteúdo mobilizado na oficina foi essencial para que os professores refletissem sobre a relevância da articulação da geometria e artes visuais; para pensar questões estruturais do ensino da simetria atreladas às imagens da arte e seu contexto; refletir sobre o papel e o lugar das artes visuais na geometria e como elas se alimentam mutuamente; observar a natureza de valiosas atividades que articulam geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria para os aprendizes. Mas reconhecemos que os conhecimentos especializados do conteúdo em alguns momentos eram superficiais, ficando evidente o que Hill e Ball (2009) apontam sobre a relação com a qualidade do conhecimento matemático, em nosso caso, estendemos para o campo das artes e culturas visuais. Supúnhamos que se os professores tivessem um domínio maior sobre os campos e conhecimentos e que os resultados seriam diferentes. Segundo Hill e Ball (2009), o conhecimento especializado do conteúdo é fortemente relacionado com a qualidade matemática de sua instrução, incluindo o uso de matemática, explicações e representações, responsividade às ideias matemáticas dos alunos e capacidade de evitar a imprecisão matemática e erro (HILL; BALL; SCHILLING, 2008).

Figura 90 - Conhecimento do conteúdo especializado em interseção



Fonte: elaboração realizada pela autora (2019)

A seguir, discutiremos como os professores mobilizaram conhecimento sobre o conteúdo do aluno ao articular geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

10.5 Mobilização de conhecimento do horizonte do conteúdo: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria

O conhecimento do horizonte do conteúdo é caracterizado por se referir às conexões que o professor pode estabelecer entre tópicos da matemática, conceitos e outras áreas de conhecimento. É o domínio apontado como aquele que os professores se fundamentam para compreender o ensino nos diferentes anos de escolaridade, entendendo como a simetria se desenvolve e se relaciona com os demais conteúdos ao longo dos anos. Nesta pesquisa identificamos que os professores mobilizaram conhecimento do horizonte do conteúdo quando:

- Apontavam a necessidade de conhecimentos de outros conteúdos da geometria para resolver as situações-problema de simetria
- Apontavam a necessidade de conhecimentos de outros campos da matemática para resolver as situações-problema de simetria
- Identificavam articulações entre os campos e áreas de conhecimento.

Denominamos essa subcategoria como *conhecimento do horizonte do conteúdo em articulação com a simetria e outros conteúdos da geometria*. No trecho que segue, percebemos que, ao discutir a possibilidade de traçar eixos de simetria a obra de Júlio Le Parc, os professores mobilizam conhecimentos visuais, verbais, lógicos e aplicados, articulando o conteúdo da simetria a outros conteúdos da geometria. Ressaltamos que solicitamos que os professores considerassem apenas o círculo.

Figura 91 - Julio Le Parc, Série 23 14, 1970, exposta na mostra do Tomie Ohtake -Instituto Tomie Ohtake/Divulgação

Fonte: https://www.wikiart.org/pt/julio-le-parc/composition-s-14-4-1970.

P(6)- Qual a diferença de falar círculo ou circunferência? Não lembro.

P(7) – Se eu desenho aqui o contorno desse copo é a circunferência, mas, quando eu corto, eu tenho um círculo, a superfície é o círculo. É o que lembro do livro de matemática.

(Desenha com o copo a circunferência e corta)

P(6)- Aqui temos várias circunferências que juntas formam o círculo.

P(7) – É difícil definir, mas concordo com PC. Se bem… Elas tem diâmetros diferentes. Posso cortar a imagem de Júlio Le Pac?

Pq – Pode.

(a professora corta e dobra várias vezes)

P(7) – A lógica é a mesma. Pelo que estou percebendo, o círculo ou as circunferências onde dobrar vai acontecer a sobreposição. Seguindo essa lógica, as circunferências das obras de arte, mesmo tendo diâmetros diferentes, podem se sobrepor. Mesmo aqueles com diâmetro pequeno que parece um ponto podem traçar diferentes traços que irão se sobrepor.

Pq- O ponto no centro da obra é um círculo?

P(6) – É, seguindo a definição, apenas o ponto seria o círculo que P7 deu anteriormente.

> P(7) – Eu acho que é um círculo composto por várias circunferências.
> P(6) - Também… as circunferências preenchem a superfície e formam o círculo.
> Pq – Então quantos eixos podemos traçar?
> P(7) – Eu penso que são diversos.
> P(6) – Pela dobradura, percebemos que dá para traçar vários... que vai ser simétrico… Agora essa obra é interessante, porque essas circunferências passam a ideia de algo que gira e vai afunilando, entrando.
> P(7)– É o círculo, parece o fim.
> P(6) – Além disso, é bem colorida.
> (Prot. 3, of. 1, traçar eixo de simetria)

Percebemos que as professoras mobilizam, ao mesmo tempo, conhecimentos de ordem declarativa ao conceituarem o que é círculo e circunferência, mas também procedimentais ao cortarem e dobrarem as imagens para resolverem a situação-problema, que consistia em traçar eixos num círculo. E condicionais, ao identificarem que a situação-problema possibilitava mobilizar tais estratégias para resolver a situação. Destacamos o papel da obra de arte de Júlio Le Parc em promover uma problematização, afinal sua complexidade permitiu que os conhecimentos mobilizados fossem abordados à medida que os diálogos aconteciam de uma maneira sinuosa, não linear, composta por ações e retroações.

Além disso, percebemos que os professores mobilizam conhecimentos geométricos relacionados às habilidades visuais ao perceber circunferências que formam um círculo; habilidades verbais e lógicas ao definir e descrever objetos geométricos em questão, buscando um vocabulário geométrico; e também identificamos habilidades aplicadas ao observar, apreciar e reconhecer a geometria na obra de arte de Júlio Le Parc. Tais aspectos demonstram o quanto é fecundo propor ao professor atividades que coloquem em jogo conhecimentos que articulam artes e culturas visuais com a geometria.

Verificamos outra característica do conhecimento do horizonte do conteúdo mobilizado pelos professores que diz respeito à necessidade de conhecimentos de outros campos da matemática para resolver as situações-problemas de simetria. Assim, ultrapassavam as fronteiras da geometria e mobilizavam conhecimento de outros campos da matemática para resolver as situações-problema. No trecho a seguir, a professora aponta a necessidade da abordagem das grandezas e medidas comprimento para compreensão das propriedades da simetria.

> P(4) - Para trabalhar simetria, o professor precisa antes trabalhar com comprimento. Por que precisa medir o tempo todo a distância em relação ao eixo. Também o comprimento da imagem, o comprimento de cada linha da figura deve ser igual. Então tem que trabalhar comprimento. Se usar malha, dá pra ver com um golpe de vista, mas, quando não tem a malha, sai tudo torto.
> (Prot. 8, of.2, currículo)

Percebemos que a professora destaca a necessidade de trabalhar previamente com a grandeza comprimento. Tal aspecto evidencia uma visão mais integrada do conhecimento matemático. Ela reconhece que a grandeza comprimento e o procedimento de medir são necessários para a construção do conceito de simetria. Ball, Thame e Phelps (2008) ressaltam a importância das relações entre os conteúdos da matemática ao discutirem o conhecimento do horizonte matemático.

Identificamos que os professores mobilizaram *conhecimentos sobre a articulação da geometria com as artes e culturas visuais* ao perceberem que esses campos de conhecimento se complementam e se alimentam mutuamente. No trecho a seguir, a professora P(6) destaca alguns elementos característicos das artes visuais que podem colaborar para abordagem do conteúdo geométrico.

> P(6)- Acho que dialogam, porque uma complementa a outra, a arte com a beleza, o prazer, a ludicidade, a história também, mas principalmente a ludicidade... Penso que pintar, cortar, dobrar, colar, fazer algo é muito lúdico. As crianças gostam, mas nesse fazer também tem conhecimento matemático. Lembro das atividades de dobraduras do livro didático para trabalhar simetria; as crianças gostam muito, mas tem que explicitar os conceitos da simetria no ato de dobrar, cortar. A ideia de observar obras de arte para identificar formas é interessante para a criança, porque de certa forma está identificando diferenças entre figuras geométricas.
> (Prot. 4, of.1, leitura de imagens)

Percebemos que a professora destaca a beleza, o prazer, a ludicidade, a história como elementos das artes visuais que se agregam à geometria. O fazer de uma dobradura ou a leitura de uma obra de arte não são percebidos pela professora como mera ilustração ou adereço que completa e dá brilho ao texto ou conteúdo matemático, mas como texto e objeto de estudo, nos quais problematizações possam ser feitas para que as artes visuais e a geometria se desenvolvam juntas como objetos de conhecimento dos alunos. Para Gusmão (2013), as sínteses do sensível, representada pela arte, e do racional, representada pela matemática, podem possibilitar uma alteração do *status* da matemática de fechada, estática, dura, para um *status* de dinamicidade, de movimento, de leveza e de beleza. Além disso, identificamos que a professora mobiliza um conhecimento especializado que considera a complexidade e dialogicidade da Arte com a Matemática, algo que caracteriza um conhecimento de interseção que busca identificar elementos em comum entre os dois campos de conhecimento.

Em outro momento, percebemos que as professoras novamente mobilizaram conhecimentos de interseção ao apontarem os elementos visuais que constituem a substância básica daquilo que vemos, ponto, linha, forma, simetria, como conceitos geométricos. Supomos que isso ocorreu porque a análise das imagens possibilitou aos professores pensarem que uma imagem é composta por partes interatuantes, que podem ser isoladas e vistas de maneiras independentes, e depois reunidas. Esse tipo de análise de imagens é muito semelhante à proposta da teoria psicológica *Gestalt* ou formalista. O trecho a seguir ilustra esse aspecto:

Figura 92- Wassily Kandinsky, Weiches Hart, 1927, óleo sobre tela, 100 x 70 cm, Galerie Maeght, Paris

Fonte: https://www.todocuadros.es/kandinsky/blando-duro.htm.

> P(6) – A gente pode introduzir o trabalho de geometria com a arte através dessas pinturas; podemos analisar, nomear propriedades geométricas, identificar segmentos,

> retas, formas, ângulos. Pedir que eles interpretem e introduzir a discussão sobre a geometria. Obras com esta trazem possibilidades de identificar círculos, triângulos, quadrados, retas, segmentos de reta, discutindo as diferenças e semelhanças entre as figuras. Vendo se eles reconhecem as características geométricas, mas sem deixar de olhar e interpretar a obra por seus aspectos artísticos, porque precisa entender o que está observando.
> Pq – Quais são os aspectos artísticos?
> P(6) – As cores, as formas, a intenção do artista em produzir a obra, quando o artista produz uma obra, ele que dizer alguma coisa, assim a interpretação torna-se importante.
> (Prot. 4, of.1, leitura de imagens)

Percebemos que a professora P(6) sugere a introdução do trabalho com geometria com obras de arte para nelas identificar propriedades e conceitos geométricos. Entendemos que a intenção da professora é decompor a obra em seus elementos constitutivos para ensinar os conceitos geométricos, para melhor compreendermos o todo. Segundo Usiskin (1982), a análise de propriedades de uma imagem é uma etapa importante para o desenvolvimento do pensamento geométrico. Mas, a professora também destaca a importância de interpretar os elementos artísticos que compõem a imagem, relativos ao contexto e intenção do artista. Quanto a esse aspecto, Barbosa (2008a) destaca que a leitura do discurso visual não se resume à análise da forma, linha, volume, equilíbrio, movimento e ritmo, mas é principalmente centrada na significação desses atributos em diferentes contextos. No trecho a seguir, a professora P(7) também destaca a importância dos elementos visuais e da contextualização.

Figura 93 – Anna Mariani, Pintura e Platibandas, 1987, matriz-positiva, coleção da artista

Fonte: http://www.amarello.com.br/pinturas-e-platibandas-de-anna-mariani-7/.

> P(7) – Agora essa obra foi produzida para ser uma pintura, para dizer algo. Essa fotografia aqui de Ana Mariani, embora tenha linhas retas, quadrado, retângulo e uma composição próxima da simetria, porque o que tem de um lado tem do outro. Há um contexto histórico e cultural que deve ser interpretado, é algo real. Pode até fazer o caminho de trabalhar com algo mais concreto e real com a arquitetura interiorana para imagens mais abstratas. Como essa cabeça aqui, você olha para essa imagem e identifica propriedades geométricas e também lembra aqueles guerreiros antigos, ou seja, ativa a memória e a imaginação. Até mesmo na Tarsila aparentemente não tem geometria, mas tem, é que suas linhas são curvas, é possível identificar a geometria. Penso que a Matemática se coloca a serviço da Arte dando estrutura.
> Pq – Como assim?
> P(7)- Se observamos são os pontos e linhas que estruturam o quadro.
> (Prot. 4, of.1, leitura de imagens)

A professora P(7) primeiro cita diversos elementos conceituais representados visualmente na fotografia, pois são aquilo que podemos ver de fato. E reconhece que os elementos conceituais e visuais têm raízes culturais, pois não existe nenhuma dimensão visual que não estabeleça relação com a geometria, pois sempre estão em jogo a preocupação com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e propriedades dos espaços. Além disso, ela aponta a importância da contextualização em que a obra está inserida, pois é através da "contextualização que nos apropriamos de todo o panorama social, político, histórico e cultural em que a imagem foi produzida; como ela se insere no momento de sua produção e como esse momento se reflete nela” (BARBOSA, 2008a).

Os conhecimentos mobilizados por essas professoras têm como característica o olhar sobre o ensino, mas, sobretudo, elas buscaram estabelecer interseções em que se transpõem ou cruzam os dois campos de conhecimento. Além das relações estabelecidas entre os conteúdos matemáticos, as professoras buscaram a matemática em outras disciplinas que não eram artes. Observe-se a seguir.

> P(3) - Mas a Arte e a Matemática precisam muito de interpretação, então pode procurar texto que tenha obra de arte e você possa fazer a interpretação de textos não verbais. Pode usar os problemas matemáticos para interpretar. Pode trabalhar com mapas antigos que são considerados obras de arte também, né? Pode usar esses mapas para trabalhar geografia, para trabalhar geometria, assim localização. As provas de língua portuguesa trazem muita coisa que você pode trabalhar, tem as biografias e gênero textual, trabalhar a biografia para conhecerem os artistas. Os meus meninos mesmo, quando fomos ler a biografia de Eva Furnari, reconheceram o gênero, mesmo com toda dificuldade, quando foram para o livro já tinha lido biografias de Romero Brito e Tarsila. Aí falaram: é feito a de Romero Brito, é feito a de Tarsila. Sabiam que era uma biografia, aí não sentiram dificuldade.
>
> P(2) - Eu já havia explicado… Perguntei: como é biografia? Eles falaram alguém falando do autor. E o que é autobiografia? É ele mesmo falando dele. Aí eu fiz assim: vou falar de um aluno, depois pedi para falarem deles mesmos, então falaram: eu gosto disso.
>
> P(3) - Então é isso aí, você pode trabalhar outras questões. Eu trabalhei Tarsila discutindo o sertão, pode trabalhar ciências e não simplesmente deixar de trabalhar.
>
> (Prot. 2, of.2, currículo)

Percebemos que as professoras P(3) e P(2) mobilizaram conhecimento do horizonte do conteúdo ao estabelecerem conexões que ultrapassavam as disciplinas. Elas buscaram estabelecer, através de conteúdo, pontos de interseção entre artes, língua portuguesa e matemática, através da ação de interpretar textos verbais e não verbais. Por meio de mapas, propuseram a articulação das artes, geografia e geometria; através da biografia, trabalhar as artes etc. Mas, como a professora ressalta, os conteúdos não podem ser ignorados. Percebemos que os professores mobilizam conhecimento de interseção sobre do horizonte do conteúdo por buscar a relação que existe entre os conteúdos matemáticos com a extensão matemática apresentada nos currículos. Mas, também com outras áreas de conhecimento.

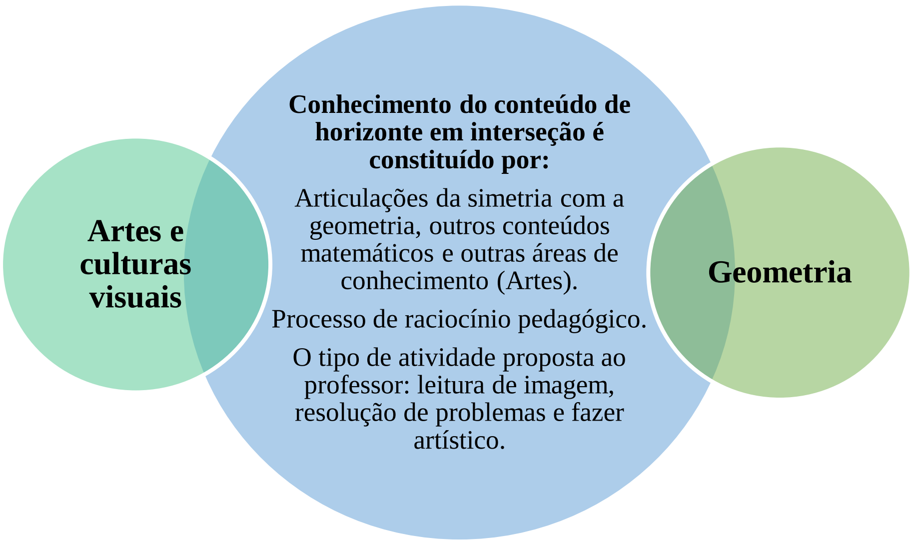
Por fim, nessa pesquisa, o conhecimento do horizonte do conteúdo foi mobilizado pelos professores em três aspectos: o primeiro, diz respeito, ao conteúdo da simetria que apresenta a capilaridade necessária para estabelecer articulações com outros conteúdos e temas da geometria, da própria matemática e outras áreas de conhecimento. É possível identificar em torno da simetria uma rede de objetos matemáticos, didáticos e socioculturais, que podem servir de alimentos para ela, ou alimenta-se dela. Assim, a mobilização de conhecimento do conteúdo do horizonte pelos professores aconteceu, porque epistemologicamente a simetria estabeleceu essa rede de articulações com outros conteúdos matemáticos e áreas de conhecimento. Sendo assim, o conhecimento do horizonte do conteúdo, nesta pesquisa, se caracteriza pela intercessão de três tipos de articulação: entre conceitos de outros conteúdos geométricos e a simetria, conteúdos de outros eixos da matemática e a simetria, conteúdos de outras áreas de conhecimento – nesse estudo especificamente as artes e culturas visuais, mas pode ser a língua portuguesa, geografia, física etc.. -, e a simetria.

O segundo aspecto, refere-se ao processo de raciocínio pedagógico que solicita do professor a compreensão do assunto ou tema que será transformado, ensinado, avaliado e refletido de forma profícua. Segundo Shulman (1987) a compreensão do professor sobre conteúdo envolve a construção de um nível de compreensão mínimo sobre os propósitos e a forma como é estruturada determinada área do conhecimento e sobre as ideias relacionadas tanto com essa mesma área quanto com outras ideias sobre outras áreas. O autor (ibid.) explica que o desenvolvimento da capacidade de compreensão busca fazer com que os professores não apenas conheçam um assunto específico, nesse caso a simetria, mas que diversifiquem ao máximo suas formas de compreender, de saber e de interpretar o assunto.

O terceiro aspecto, diz respeito às atividades propostas, como: situações- problemas que envolvem a leitura de imagens e construção de imagens; análise de relatos de experiência e análise de propostas curriculares como apresentado possibilitaram a mobilização pelos professores desse conhecimento. Percebemos que as situações propostas foram tão importantes para a mobilização de conhecimento do horizonte do conteúdo, quanto o conteúdo da simetria, confirmando assim, o estudo desenvolvido por Brown, Collins e Duguid (1989, p. 32) consideram que "o conhecimento está situado, sendo em parte um resultado da atividade, do contexto e da cultura nos quais desenvolve-se e é utilizado". Segundo Putnam e Borko (1997), o conhecimento profissional não está armazenado na mente dos professores como princípios abstratos livres de contexto; ao contrário, desenvolve-se em situações reais e carrega as características das aulas e atividades nas quais foi gerado.

Concluímos que, o conhecimento do horizonte do conteúdo mobilizado pelos professores foi em função do conteúdo, da necessidade de compreender o conteúdo na sua complexidade e das atividades vivenciadas na oficina.

Figura 94 – conhecimento do horizonte do conteúdo em intercessão



Fonte: elaboração realizada pela autora (2019)

A seguir, discutiremos como os professores mobilizaram conhecimento sobre o conteúdo do aluno ao articular geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

10.6 Mobilização de conhecimento do conteúdo dos alunos: articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria

Neste tópico, observou-se como o professor mobilizou conhecimentos referentes à aprendizagem dos alunos. Para Ball, Themes e Phelps (2008) e Hill e Ball (2009), os professores precisam antecipar o que os alunos pensam e as possíveis dificuldades ao realizarem determinada atividade. Além disso, é necessário que sejam capazes de escutar e interpretar as ideias incompletas dos alunos, conhecendo as concepções, possíveis erros e alternativas mais frequentes dos alunos sobre determinados conteúdos.

Identificamos que os professores mobilizaram conhecimento do conteúdo do aluno ao analisarem três protocolos de estudantes do 5º ano que trabalharam a obra de Alfredo Volpi (em apêndice C). A atividade apresentava uma breve biografia do artista e depois a produção dos estudantes, que consistia numa atividade de construção de bandeirinha nos três eixos, nas posições vertical, horizontal e oblíqua. Verificamos que os professores consideraram a resposta do estudante B como a correta, assim como esperávamos *a priori*. Contudo, as docentes atribuíram os erros cometidos pelos estudantes ao fato de serem crianças. Percebemos que também que a atividade mobilizou conhecimentos significativos sobre as propriedades da simetria de reflexão, como podemos ver ilustrado no trecho a seguir.

Figura 95- Imagens analisadas pelos professores

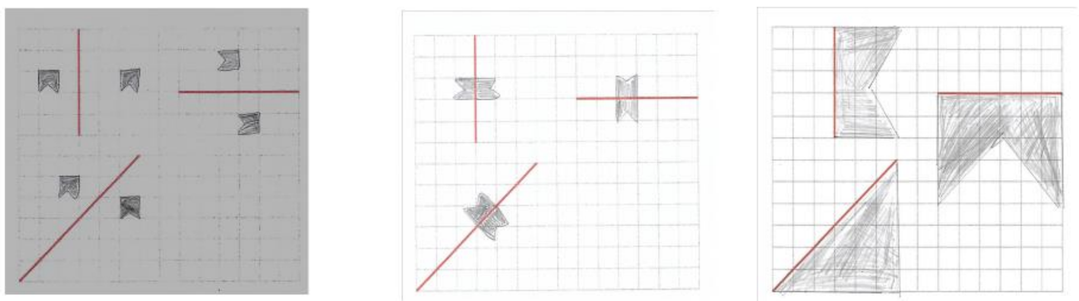


Figura 1: produção do estudante A **Figura 2:** produção do estudante B **Figura 3:** produção do estudante C

Fonte: Dados da pesquisa.

> P(5) - Como é um desenho de criança, é difícil fazer com precisão. Se for focar na construção do eixo, ele conseguiu, porque até a gente tem dificuldade de desenhar a

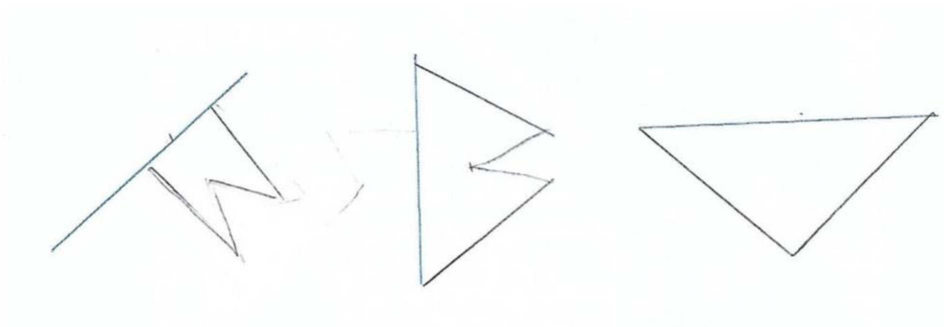
> reflexão e não sai perfeito, então eu analiso dessa forma. Apesar de não estar perfeito, mas ele fez. (refere-se ao aluno B).
> P(4) - Ele compreende o que é simétrico e não. Agora o visual para você acertar no golpe do olho é complicado.
> P(5) - Tem que se olhar o erro de outra forma, dependendo da forma como olha o erro, deixa de ser errado.
> P(1) - Pra mim, a mais correta é a B.
> P(3) - Pra mim, a B está correta, e na A uma bandeirinha está mais próxima do eixo e a outra mais distante.
> P(1) - Todas elas têm um errinho.
> P(3) – É, mas na A, o erro principal é a distância. Na C, ele fez a bandeirinha a partir do eixo. Mas não que o eixo dividisse a figura ao meio, que era o objetivo. Na B, ele fez a figura tomando o eixo como referência.
> P(2) - Eu faria como a B. Essa atividade foi feita por criança?
> Pq - Sim.
> P(2)- Criança não tem coordenação motora para fazer reto, então eu considero como certo.
> P(3)- Também.
> P(1) – Eu, no lugar do menino, faria igual ao B.
> (Prot. 1, of.1, análise de erros)

Observamos nos diálogos que as professoras, além de reconhecerem os erros cometidos pelas crianças, também apontam as possíveis fontes do erro, como: falta de coordenação motora, a criança não tomar o eixo como referência para construir a figura; e erros cometidos na distância da figura em relação ao eixo de simetria. Em relação aos erros cometidos pelos alunos, Ball, Thames e Phelps (2008) destacam que os professores precisam ser capazes de escutar e interpretar as ideias incompletas dos alunos, conhecendo as concepções e alternativas mais frequentes dos alunos sobre determinados conteúdos. No entanto, o olhar dos professores sobre os erros dos alunos poderia ser mais apurado se tivessem acesso a estudos da didática da matemática. Lima (2006) e Melo (2010) discutem os erros cometidos pelos estudantes ao resolverem situações-problema com simetria de reflexão.

Na continuidade da atividade, os professores foram desafiados a construir a figura simétrica a partir de um eixo dado. Nosso objetivo era que os professores refletissem sobre as variáveis didáticas que estão imbricadas na atividade – tipo de figura, orientação do eixo, tipo de papel –, assim como mobilizassem conhecimentos sobre o conteúdo ao pensar nas adaptações da atividade para o aluno. Como esperávamos *a priori*, os professores mobilizaram conhecimento sobre o conteúdo do aluno ao apontaram a dificuldade de construir figuras no papel liso, ao perceberem que a malha quadriculada possibilitava visualizar as equidistâncias dos segmentos de uma figura em relação ao eixo. Contudo, observamos que os professores apresentaram erros muitos semelhantes aos dos protocolos analisados na atividade anterior, o que mostra uma certa dificuldade na construção das figuras simétricas.

Percebemos na figura a seguir que a professora P(2) apresenta erro muito semelhante ao que foi apresentado pelo aluno do protocolo do estudante C. A professora argumenta que, por não ter a malha quadriculada, não conseguiu fazer a reflexão, mas buscou fazer as figuras com precisão. A professora também relata a dificuldade de fazer a figura sem a malha quadriculada:

Figura 96 – Protocolo da professora P(2)

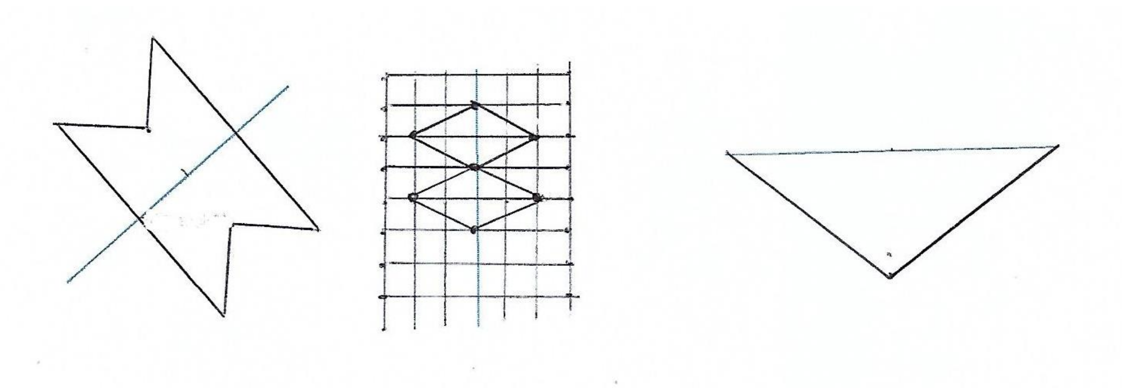


Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

> P(2) – É, a minha dificuldade também foi a falta dos quadradinhos, se tivesse os quadradinhos não me preocuparia com a distância. Com o quadradinho, você já vê o espaço e já traça. Acho que ajuda o aluno a ver a distância.
>
> (Prot. 1, of.1, construção de figura simétrica)

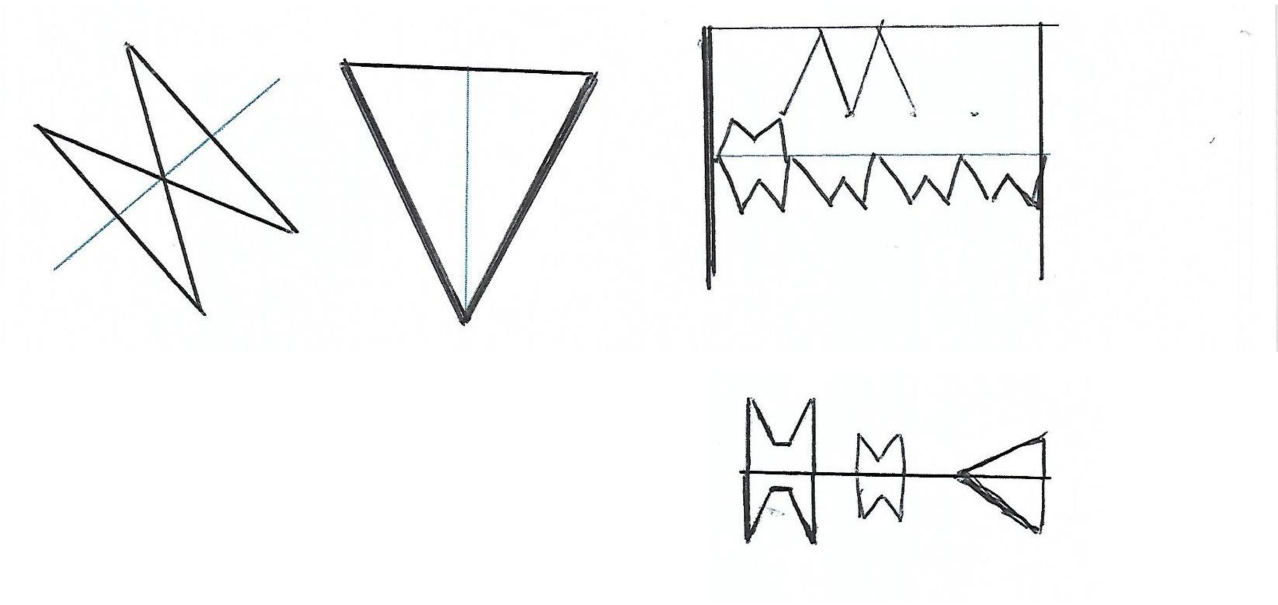
Observamos que as professoras P7 e P6 produzem figuras simétricas com o eixo vertical e horizontal, mas ambas não conseguem fazer as figuras com o eixo horizontal. Observamos que P(6) constrói uma malha na figura em que o eixo está na posição vertical. A professora P(7) se atrapalha na construção da figura na posição horizontal, mas constrói outro eixo e outra figura. Assim como a professora P(2), as professas destacam a dificuldade de realizar a atividade sem a malha quadriculada.

Figura 97 – Protocolo da professora P(6)



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019)

Figura 98 – Protocolo da professora P(7)



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019)

P(6) – Eu acho que nessa questão, pra mim é a falta de malha quadriculada.

P(7)- É.

P(6)- É porque é tudo medido, tem que posicionar, alinhar, manter a distância em relação ao eixo. Sem a malha, pode até conseguir, mas fica muito mais difícil. Na malha, você tem a referência dos quadriculados.

Pq – Então o tipo de papel pode gerar maior ou menor dificuldade.

P(7) - É importante esse aspecto do papel para trabalharmos com os alunos, porque uma criança que nunca estudou simetria fazer uma figura sem a malha é muito difícil.

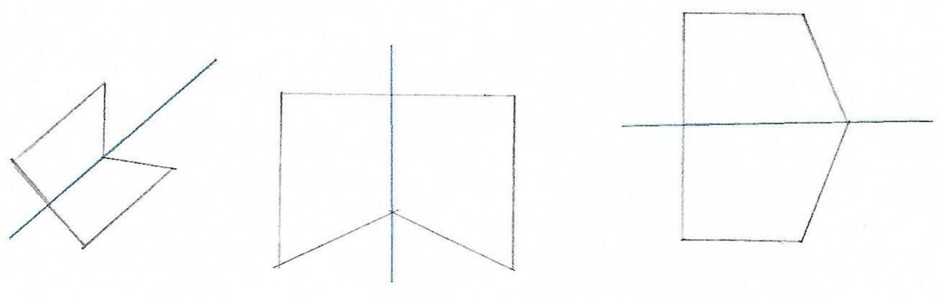
P(6) – É bom começar com a malha. Se bem que tem uma atividade que a gente usa quando vai começar a trabalhar simetria. Você pega uma folha, dobra, pede o aluno para fazer qualquer desenho com a folha dobrada. Depois ele vai cortar, quando ele corta iguala do outro lado, né?… Iguala o outro lado. É assim que se introduz a simetria. Você desenha de um lado, corta, quando abre a folha, os dois lados estão iguais. Eu acho que não tem como errar.

(Prot. 4, of.1, adaptação da tarefa)

Percebemos que as professoras, ao resolverem a situação-problema sem a malha quadriculada, além de mobilizar conhecimentos sobre o conceito, se colocaram no lugar do aluno e pensaram sobre as dificuldades que as crianças poderiam ter na realização da dificuldade. Identificamos que a professora P(6) vai além, pois busca uma alternativa de atividade que trabalha o conteúdo, mas pode ser trabalhada com papel liso, ou seja, ela mobiliza conhecimentos do seu repertório de atividades.

Identificamos também professores que mobilizaram conhecimentos corretos sob o ponto de vista da atividade proposta, expondo sua compreensão e domínio sobre o tema, mas também que ressaltaram a importância da malha quadriculada nas atividades da simetria nos anos iniciais, como é possível observar-se a seguir na figura produzida por P(3):

Figura 99 – Protocolo da professora P(3)



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

> P3- A minha dificuldade foi que, como não havia malha quadriculada, tentei fazer o mais próximo possível do eixo. Com a régua, medi 2 cm aqui, 2 cm ali, foi olhar os centímetros para fazer o desenho simetricamente correto, com o mesmo comprimento em relação ao eixo. Vejo que para trabalhar papel liso com o aluno é mais difícil.
> P(2) – É, a minha dificuldade também foi a falta dos quadradinhos. Se tivesse os quadradinhos, não me preocuparia com a distância. Com o quadradinho, você já vê o espaço e já traça. Acho que ajuda o aluno a ver a distância.
> (prot. 1, of.1, Construção da figura)

Nos diálogos acima, é possível verificar que as professoras partem das próprias dificuldades em construir figuras sem malha quadriculada para pensar as possíveis dificuldades que os alunos poderiam vir a ter na realização da atividade, já que não era possível utilizar os quadradinhos da malha como unidades de medida para ajudar na percepção da equidistância dos segmentos das figuras em relação ao eixo. Contudo, as professoras não perceberam que a malha quadriculada possibilita o uso dos quadradinhos para visualizar o comprimento dos segmentos de uma figura; e que as diferentes posições do eixo de simetria podem gerar maior ou menor dificuldade. Para Ball, Thames e Phelps *(*2008), é fundamental que os professores antecipem o que provavelmente os alunos pensam e em que eles podem se confundir.

No trecho a seguir, observamos aspecto semelhante, mas a professora destaca a diferença entre os conhecimentos que os alunos têm que mobilizar para identificar ou construir figuras simétricas.

> P(15) – Mas fazer a figura com simetria é mais difícil do que identificar a figura pronta. Eu acho, porque você tem que pensar na imagem, medir no papel, desenhar. A criança pequena não tem a coordenação motora fina desenvolvida como adulto, aí fica troncho mesmo. No caso do estudante C, usou a régua, mas, ainda assim, é difícil.
>
> (Prot. 3, of.1, construir figuras)

Percebemos que a professora realiza uma observação interessante a respeito das diferenças presentes na situação-problema que envolve reconhecimento de figuras e construção de figuras, posto que ressalta que os conhecimentos mobilizados são de fato diferentes, porque a primeira solicita a percepção e análise das propriedades representadas, enquanto, a construção de figuras exige do aluno uma imagem mental da figura, pensar sobre os detalhes das propriedades e desenhá-los. Segundo Sant'Anna e Nasser (1997, p. 52), à medida que os professores conhecem as relações entre os tipos de conhecimento e de habilidades necessários para assimilação de cada um desses tipos de conhecimentos, eles passam a ter ferramentas para a compreensão dos processos que os alunos utilizam para apropriação e resolução das situações-problemas apresentadas ao longo do trabalho com geometria.

Em outra atividade, os professores realizaram a análise de um breve relato de experiência desenvolvida por uma professora de anos iniciais que articula geometria e artes visuais presentes na Base Curricular Comum do município de Olinda (2010). E entre as questões norteadoras, estavam perguntas acerca do conhecimento apresentado nos desenhos dos alunos e se solicitavam adaptações das atividades descritas no relato. O trecho a seguir ilustra os conhecimentos do conteúdo e dos alunos mobilizados pelos professores durante essa atividade.

> Pq - Que conhecimentos que os alunos apresentam?
> P(2)- Fazem as figuras com eixo e tentam fazer com o mesmo comprimento e forma as figuras dos casarões.
> P(1) - A simetria de reflexão, o eixo e as distâncias, simetria de translação, tem muito conhecimento apresentado pelos alunos.
> P(3) - Demostram ter conhecimento sobre simetria de reflexão. Em seguida, ao construírem a faixa, mostram conhecimento de translação. Acho que os casarios serviram para inspirar os alunos, mas faltou precisão nos traços. Quanto às adaptações, provavelmente começaria com algo concreto, para depois ir para o trabalho com a malha quadriculada.
> P(1) - Também levaria em conta o conhecimento do dia a dia.
> Pq – Como assim?
>
> P(1) - Trabalharia com as casas da rua deles, da igreja, da escola, pra depois trazer as de Olinda.
>
> Pq - Por quê?
>
> P(1) – Faz mais sentido para eles... Olhar primeiro casas do cotidiano deles, depois os casarões de Olinda.
>
> P(2) - Eu seria mais clara para que pudessem entender os conceitos. Usaria atividades de completar figura e depois construir. Acho que, se eles completarem primeiro para depois construir, fica mais fácil.

(Prot. 2, of.2, relatos)

Observamos que as professores P(2), P(3) e P(1) conseguiram identificar nos desenhos dos alunos conhecimentos relacionados ao tipo de simetria, propriedades referentes à conservação do comprimento dos segmentos, forma e equidistância em relação ao eixo de simetria. Diferente do que esperávamos *a priori*, não dão ênfase aos erros cometidos. Atribuímos isso à pergunta realizada pela pesquisadora, que não solicita os erros cometidos pelos estudantes. A professora P(3) ressalta que falta precisão nos desenhos, mas não explicita se considera isso um erro. Em relação aos erros cometidos pelos alunos, Ball, Thames e Phelps (2008) alertam para o fato de que reconhecer uma resposta errada é conhecimento comum do conteúdo, mas a familiaridade com os erros mais comuns e entender suas origens a partir do conhecimento que tem sobre o conteúdo envolvido é conhecimento do conteúdo e dos alunos. A professora P(1) destacou que a atividade poderia ser mais motivadora se levasse em consideração as imagens cotidianas, da comunidade, para só depois trabalhar com imagens do patrimônio arquitetônico da Cidade de Olinda.

Verificamos que a professora P(2) mobilizou conhecimento sobre as situações-problemas que geraram mais dificuldades ou que foram mais fácies para os alunos. E propôs abordar primeiro atividade de completar a figura simétrica para depois construir figuras.

Na atividade que envolvia a análise de jogos, também foram mobilizados conhecimentos sobre o conteúdo e do aluno. As professoras ressaltaram a necessidade de trabalhar com o conhecimento que as crianças já possuem como ponto de partida. O trecho a seguir ilustra esse aspecto na fala da professora.

> Pq - Então vejam só. Depois de jogar, vamos refletir. Só para a gente refletir. O que a criança precisa saber para jogar esses jogos?
> P(1) - Ela precisa saber simetria, né?… Acho que ela precisa ter o conhecimento prévio básico, o que é, quais são os eixos, os tipos.
> Pq – Então, não seria um jogo para introduzir o conceito?
> P(1) - Não, porque assim, as perguntas estão muito ligadas ao que você já sabe.
> Pq – Então, seria um jogo…
> P(1) - Mais pra frente.
> (Prot. 3, of.3, análise de jogos)

Observa-se que a professora P1 compreende que o jogo não pode ser abordado para introduzir o conceito, pois requer que as crianças construam esquemas anteriores para poderem jogar e aprender com os jogos. Tal aspecto revela seu cuidado com o material didático que será utilizado com o aluno. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), faz parte do conhecimento do conteúdo e do aluno prever facilidades e/ou dificuldades de seus alunos ao realizar-se determinada atividade ou utilizar determinado material didático.

Identificamos que os professores mobilizaram conhecimento do conteúdo e do aluno ao refletirem sobre a modificação de tarefas de modo que as mesmas se tornassem de fácil ou mais difícil compreensão por parte dos alunos. No trecho a seguir, após realizar uma atividade que envolvia a construção de figura com simetria de reflexão em malha quadriculada, a professora propõe o uso de outro material por considerar mais fácil para o estudante.

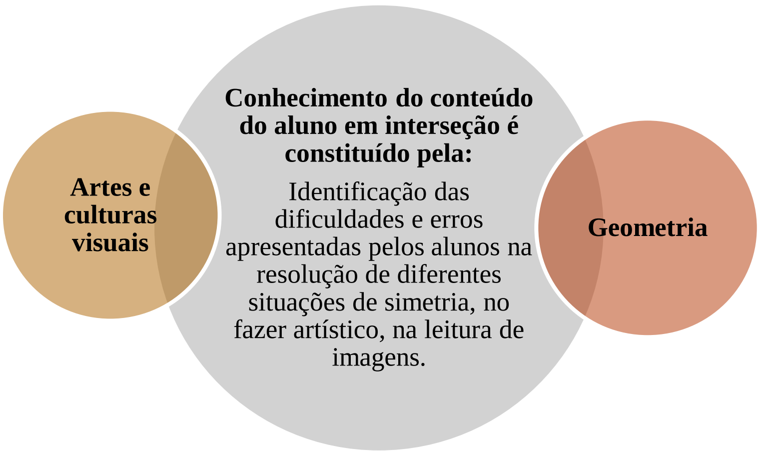
> P(3) - Eu trabalho simetria geralmente com dobradura, é mais fácil vir do concreto para o papel. Então começo com o papel. Corto quadrados de papel filipinho, que é colorido. Falam: só esse quadrado, tia? Digo não, vamos fazer figuras simétricas. Pega o quadrado dobram no meio, faz o vinco assim, agora abre. O que aconteceu? Tem um eixo no meio. Vamos fazer de novo. Dobrem novamente e agora façam um coração. Assim é mais fácil.
> (prot. 2, of.1, variável didática tipo de papel)

Notamos que a professora propõe outra atividade com dobraduras de papel, por considerar as atividades de simetria em malha quadriculada difíceis para o aluno. De acordo com Ball, Thames e Phelps (2008), esse tipo de conhecimento é próprio do professor, pois compete-lhe igualmente possuir um vasto repertório de formas de representar ideias e processos matemáticos, de modo a tornar os diferentes tópicos/conteúdos perceptíveis aos seus alunos. Observamos que a professora buscou no seu repertório de atividades outras formas de representar o conteúdo. Mas cabe a reflexão: ao trabalhar com malha quadriculada ou com dobradura, mobilizo os mesmos conhecimentos no aluno? A dobradura envolve um aspecto físico do papel, que ao ser dobrado sai da dimensão plana, enquanto a malha quadriculada permanece no plano bidimensional. Segundo Ball, Thames e Phelps (2008), refletir sobre este aspecto é um conhecimento especializado do professor.

Por fim, percebemos que os professores mobilizaram conhecimentos sobre o conteúdo e o aluno no sentido de apontar e descrever as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de diferentes situações de simetria, no fazer artístico, na leitura de imagens.

Mostraram familiaridade com erros comuns cometidos pelos alunos apresentados nos desenhos e resoluções. Mas também ao antecipar o que os alunos poderão considerar interessante e motivador para aprendizagem da simetria. No diagrama a seguir, apontamos como elemento de interseção as técnicas artísticas que são comuns no campo da arte e matemática sugeridas pelas professoras.

Figura 100 – Conhecimento do conteúdo do aluno mobilizado na interseção da geometria com as artes e culturas visuais



Fonte: Elaboração realizada pela autora (2019).

A seguir, discutiremos como os professores mobilizaram conhecimento sobre o conteúdo do currículo ao articular geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

10.7 Mobilização de conhecimento do conteúdo do currículo: articulação da geometria com artes visuais por meio da simetria

São observadas, nesse tipo de conhecimento, que questões relativas à articulação das artes visuais e geometria por meio da simetria vêm sendo abordadas nos livros didáticos, nas orientações curriculares e outros documentos oficiais. Identificamos que os professores conseguiram mobilizar conhecimentos acerca das ações de ensino das artes e culturas visuais articuladas à geometria por meio da simetria nas atividades propostas no relato. Principalmente, no que diz respeito às artes visuais, ao destacar a importância da história da arte (contextualização) e ampliação do conceito de artes e culturas visuais. O trecho a seguir ilustra esse aspecto.

> P(3) - A partir do momento que ela diz que vai usar os casarões de Olinda. Ela não usou um desenho qualquer sem significado. Como os alunos são de Olinda, ela aproveitou…
> P(1) - Da vivência deles.
> P(3)- Nunca olharam!
> P(1)- Nunca viram por esse lado.
> P(3) - Viam casas com formato diferente.
> P(1) - Casa velha, casa antiga.
> P(3) - E a partir do momento que diz que é uma casa histórica, assim do passado, tal coisa combina com isso. E feita dessa forma ou de outra, já tem uma visão diferente, detalhada. Com PD analisou de um jeito, mas não tinha visto o ponto. Porque não tem olhar treinado para olhar os detalhes. Traz a interdisciplinaridade, por uma questão histórica, aliada à matemática.
> P(2) - Ela trabalha com a arquitetura, assim sai da ideia de que arte é só pintura e está no quadro. A arquitetura também passa a ser arte.
> P(3) - Sob o ponto de vista da matemática, as formas semelhantes.
> P(1) - As figuras geométricas estão bem presentes na arquitetura de Olinda, né? As janelas, as portas, por exemplo.
>
> (prot. 2, of.2, análise de relato)

Verificamos nas falas das professoras P(3) e P(1) que suas análises sobre o relato lido consideram a importância de utilizar imagens dos casarões de Olinda para construção de significado, porque estão próximos dos alunos. Contudo, ambas destacam que as crianças não têm um olhar treinado para os detalhes, ou seja, a leitura de imagem torna-se um aspecto essencial para construção dos nexos sócio-históricos, para construção de significados. Além disso, as professas P(3) e P(1) destacam elos com a geometria, estabelecidos por meio dos conteúdos semelhança e formas geométricas. A professora P(2) destaca o fato de ampliar o olhar sobre as artes e culturas visuais e de fazer perceber a arquitetura como integrante dessa linguagem. Percebemos que os professores destacam os principais nexos entre história, arte e matemática, correlacionando ou mesmo subsidiando de modo instrumental o aprendizado de outras áreas curriculares.

Com relação à mobilização de conhecimentos acerca da proposta curricular do município, identificamos no grupo de professores de Olinda que tecem críticas em relação à linguagem utilizada na proposta e nos conteúdos propostos, como é possível identificar no trecho a seguir.

> P(1) - Engraçado é que essas bases curriculares usam umas linguagens que… coordenadas cartesianas!
> P(3) - Eu acho uma linguagem difícil.
> P(1) - Eu acho... acho que deveria ser uma linguagem do dia a dia. Bota muita coisa fora da realidade. Quem não tem conhecimento sobre coordenadas cartesianas entra por um ouvido e sai pelo outro. Eu quero ver quando essa proposta que é integral para todo Brasil chegar. Grande vai ser!
> (prot. 2, of.2, currículo)

Observamos na fala da professora P(1) crítica não só à linguagem utilizada como também aos conteúdos propostos pela base curricular do município. Dá a entender que os conteúdos propostos nesse documento estão fora da realidade dos professores e dos alunos. No trecho a seguir, a professora mobiliza conhecimento em que relaciona o relato com a proposta curricular do município.

> P(3) - Fazendo a relação entre as competências da base curricular e o relato, vejo que a professora atende a praticamente todas as competências da base na grade de geometria. Estabelecer semelhanças e diferenças entre as figuras; compor e decompor figuras; interpretar e produzir representações, deixa ver nas artes?
> [...]

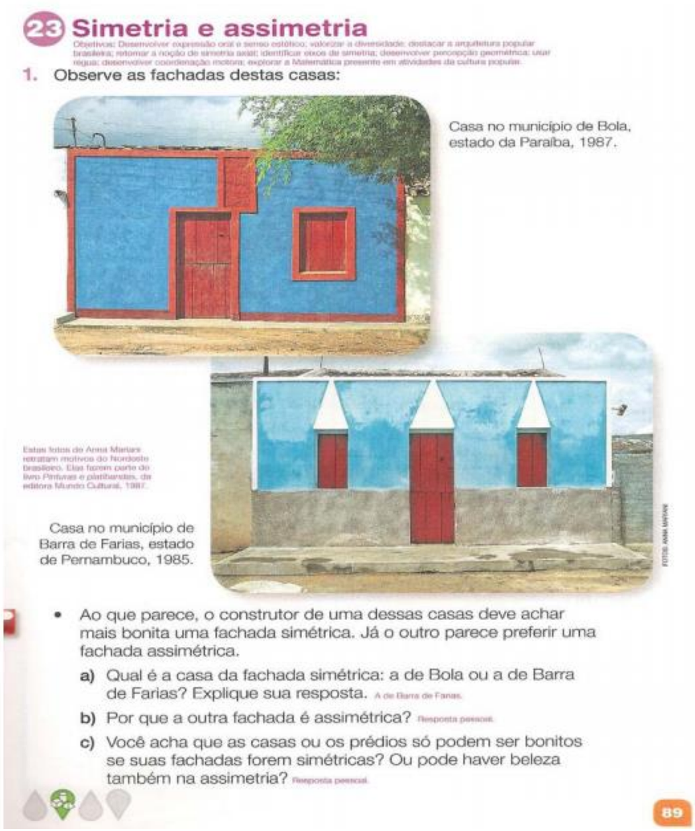
> P(3) – Tem outro desenho aqui. É de outra professora. Não tem competência para simetria. Tem da história de Olinda, do patrimônio. Dá pra ver que a professora leu as duas grades para planejar a aula.
> (Prot. 2, of.2, currículo)

Verificamos na fala acima que a professora P(3) buscou relacionar a grade disciplinar da geometria com as artes e culturas visuais para identificar como a professora do relato havia construído o seu planejamento. Percebemos que o conhecimento curricular de professores requer que o olhar do professor ultrapasse as fronteiras das disciplinas e invada outras disciplinas da arte, buscando, em seu conteúdo, temas, eixos e possibilidades de estabelecer enredos de significação entre eles. Assim como Shulman (2005), compreendemos que as articulações devem acontecer sob o ponto de vista vertical – considerando os conteúdos sugeridos para o ano escolar –, mas também lateral, olhando as possibilidades de articulação entre temas e conteúdos dos anos anteriores e posteriores, tendo, assim, uma visão mais global e complexa das possíveis articulações da geometria e artes visuais por meio da simetria.

Esperávamos também mobilizar conhecimentos curriculares ao propor a análise de duas atividades extraídas de livros didáticos de matemática dos anos iniciais (em apêndice E), nas quais solicitávamos que as professoras apontassem: o tipo de simetria que era abordada; se as propriedades da simetria eram explicitadas ou não; se identificavam-se as ações de ensino da arte e adequações da atividade pensando na sua turma. Esperávamos *a priori* que os professores mobilizassem conhecimentos do conteúdo ao explicitar as propriedades da simetria presentes nas atividades e as ações de ensino das artes visuais. Mas também conhecimentos do conteúdo curricular ao solicitar que os professores relacionassem as atividades dos LD com a base curricular do Município.

O trecho a seguir ilustra como as professoras percebem a articulação das atividades com as competências da base curricular do município.

Figura 101- Atividade analisada pelas professoras



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

Pq - As atividades de LD atendem ao que é solicitado na Base Curricular do município? De acordo com a base curricular do município de Olinda, para que anos a atividade é mais adequada?

[...]

P(1) - Comparar simetria e assimetria, perceber como a mesma se faz presente na natureza … atende.

P(3) - Discute aqui em baixo o eixo de simetria.

P(2) - Aqui fala também de ampliação e redução, e essa atividade tem muito no livro didático.

Pq - É. Também é um tipo de simetria, mas discutimos depois. Que adequações você faria na atividade pensando na sua turma?

P(3) - Daria pra fazer do jeito que está aqui.

P(1) - Aqui as perguntas estão bem fáceis e diretas.

P(3) - Se eles têm o conhecimento do que é simetria, eles conseguem responder facilmente.

> P(1) - Qual das fachadas são assimétricas? Se ele não souber o conceito do que é simétrico e assimétrico, ele não consegue fazer. Teria que ter um conhecimento prévio.
> P(3) - É.
> Pq - O que teria que ser feito antes dessa atividade?
> P(3) - Trabalhar o conceito de simetria, as diversas formas de traçar o eixo.
> Pq - Então qual seria o papel do livro?
> P(3) - Consolidar.
> (Prot. 3, of.3, análise de livro didático)

Percebemos que as professoras comparam as atividades propostas no recurso didático com as competências presentes na base curricular. Para Shulman (1987, p. 8), o conhecimento do currículo é a compreensão dos materiais e programas que servem como "ferramenta de ofício" para o professor. Portanto, é indispensável a comparação entre o currículo prescrito (base curricular) com o currículo apresentado (livro didático) para adequar e transformar o conteúdo no currículo real, de fato, vivido. Percebemos um movimento no conhecimento mobilizado pelas professoras P(3) e P(1), que inicialmente apontam a atividade como fácil e adequada à turma, mas depois voltam atrás por compreenderem que os alunos precisavam de um conhecimento prévio, ou seja, que deveriam trabalhar outras atividades em que discutissem o conceito da simetria para depois abordar a atividade do livro didático, que teria a função de apenas consolidar os conhecimentos. Isso ilustra a dinamicidade do conhecimento de professores. No trecho a seguir, observamos outro exemplo da dinâmica do conhecimento curricular dos professores ao sugerir outro uso para a atividade:

> P(2) - Poderia ir explicando e o aluno fazendo. Por exemplo, aqui que pede para construir as figuras ele vai criar o desenho dele, né? Então, poderia ir explicando e fazendo.
> Pq - Vocês acrescentariam alguma coisa?
> P(1) - Eu pedia pra fazer uma produção.
> P(3) - Eu pediria para eles criarem uma figura simétrica e uma outra figura assimétrica, mas não igual ao livro.
> P(2) - Até pra ver a criatividade deles.
> P(3) – Diria: agora que vimos do livro, criem agora uma figura simétrica e outra assimétrica.
> Pq - Vocês trabalhariam só com essas imagens aí ou trariam outras imagens?
> P(3) – Não, só essas imagens.
> P(1)- Mas como tem essas imagens mais requintadas, se tornam um pouco mais difícil.

> P(3) - Mas será no primeiro momento. Na medida que você apresenta, desmistifica que será mais difícil. É uma questão de ter acesso ao conhecimento.
> (Prot. 2, of.2, currículo)

Verificamos que a professora P(2) sugere que atividade pode ser utilizada de outra maneira sem usar atividades prévias para trabalhar simetria. Entendemos que sua proposta é construir o conceito a partir da atividade do livro. Percebemos nos diálogos que as professoras não se limitaram às atividades propostas no LD, pois proporiam também a produção de outras imagens para ver a criatividade das crianças. Observamos que os professores não utilizariam outras imagens para ampliar o repertório dos alunos. Esses resultados apontam que o professor vê funções diferentes para as atividades do livro didático, mas que, sobretudo, não se restringe a elas, de modo que acrescenta atividades às propostas do LD.

Os professores realizam observações acerca das imagens nos livros didáticos e do tipo de leitura que é solicitada. Segundo as professoras, o livro não estimula uma leitura detalhada das imagens que contemple a análise das propriedades que constituem as figuras. Podemos observar esse aspecto nos diálogos a seguir.

> P(7) – Os livros didáticos e materiais que usamos as figuras são fáceis, não exigem uma leitura detalhada.
> Pq - Eu fiz uma pesquisa em livros didáticos e identifiquei muitas obras de arte, mas em várias e diferentes coleções. De modo geral, predominam figuras simples e desenhos bem estereotipados, que não exigem muito o olhar da criança para os detalhes.
> P(6) – É verdade o livro não traz isso. É tudo muito simples, muito fácil de olhar e ver. A gente não tem que trabalhar essas nuances que você aponta. Então a leitura fica muito rasa, até porque as perguntas também são muitos gerais.
> (Prot. 5, of.2, currículo)

Percebemos que a professora P(7) aponta que a simplicidade das figuras utilizadas nos livros didáticos não exige o olhar analítico. E a professora P(6) ressalta que, além da simplicidade das figuras, o tipo de pergunta também é muito geral e não estimula o olhar para os detalhes. Ao ressaltar esses aspectos, as professoras apontam para necessidade de uma alfabetização visual que possibilite a interseção entre os campos de conhecimento das artes visuais e geometria. Além disso, Hill e Ball (2009) consideram que uma das tarefas matemáticas de ensino que se repetem através da análise de professores sobre os diferentes materiais curriculares é como avaliar a integridade matemática de uma representação em um livro.

Verificamos que as professoras também discutiram a relação entre o conteúdo da proposta curricular, ou seja, currículo prescrito, com o do currículo apresentado, presente nos livros didáticos. No trecho a seguir, observamos esse aspecto.

Figura 102 - Fragmento das orientações curricular de matemática do *Alfabetizar com sucesso*

5º ANO – 3º BIMESTRE		
Campos ou Eixos	**Conteúdos**	**Expectativas de Aprendizagem**
GEOMETRIA	- Figuras geométricas planas (quadrado, triângulo, retângulo, losango e círculo) e espaciais (prismas pirâmides, cilindros e cones): • Associa a representação das figuras espaciais a sua representação plana; • Construção de modelos (planificação) de sólidos geométricos; - Simetria: rotação, reflexão e translação. - Resolução e elaboração de problemas envolvendo medidas: área e perímetro.	- Reconhecer, identificar representações planas de sólidos geométricos (prismas, pirâmides, cilindros e cones) desenhados em diferentes perspectivas. (EP1) (C) - Construir modelos de sólidos a partir de planificações. (EP3) (C) - Reconhecer eixos de simetria de figuras planas. (C) - Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: mosaicos ou faixas decorativas em malhas quadriculadas). (C) - Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas convencionais mais usadas. (DC/C)

Fonte:
http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/Curr%C3%ADculo%20com%20orienta%C3%A7%C3%B5es%20para%20o%20Ensino%20fundamental%20anos%20iniciais%202015%20-%20Curr%C3%ADculo%20de%20Matem%C3%A1tica-2015.pdf.

> Pq - Como vocês trabalham simetria na sala de aula?
>
> Professores - Com dobradura, malha quadriculada, com mosaico, faixas decorativas como no alfabetizar com sucesso.
>
> P(15) – Na proposta do *Alfabetizar com Sucesso*[16] para o 5º ano, tem que trabalhar com as simetrias de rotação, translação e reflexão a partir da malha quadriculada. E nos livros didáticos que trabalhamos, também tem estas atividades com malha quadriculada. (Prot. 8, of.2, currículo)

Observamos que a professora P15, ao estabelecer relação entre o currículo prescrito e

[16] O Programa *Alfabetizar com Sucesso* tem uma proposta curricular baseada nos Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco (2012), já apresentado no capítulo 8 deste estudo.

currículo apresentado, de certa forma percebe que o currículo prescrito atua como referência na ordenação do sistema curricular e serve de base para a elaboração de materiais didáticos e de referência para o ensino, assim como percebe que o currículo apresentado é uma interpretação do currículo prescrito. No trecho a seguir, as professoras, ao lerem as imagens, fazem referência às recomendações curriculares.

> P(14) - Elas também têm o formato das figuras geométricas, tanto a bola e o círculo, embora não seja exata. No *Alfabetizar com sucesso*, recomenda associar as formas geométricas a figuras do cotidiano, a caixa de sapato ao paralelepípedo, a bola a uma esfera e assim sucessivamente. Então, é possível fazer associações nas obras de arte, tendo uma visão mais ampla.
> P(17) – Assim, no Picasso, consigo perceber as linhas do pescoço que são alongadas, os traços da mulher são mais retos, mesmo sendo uma mulher, todo mundo reconhece, é mais geométrica.
> (prot. 8, of.2, currículo)

As professoras P(14) e P(17) conseguem fazer relações entre o que é proposto no currículo ao executarem a leitura de imagem, mas também mobilizam conhecimento sobre os conteúdos que podem ser ensinados por meio da imagem, ou seja, elas mobilizam conhecimentos ensináveis.

Os conhecimentos de professores apresentados acima, quando mobilizados, apontaram para a condição cultural contemporânea, cuja teoria pós-moderna destruiu a estabilidade das disciplinas, assim como a ideia ilustrada de conhecimento baseado em “conhecimentos irrefutáveis que são pontos de partida irredutíveis para toda investigação” (ADAD *et al.*, 1991, p. 140). Essa relação representa para Efland, Freedman e Stuhr (2003, p. 80) uma “virada na forma de entender o conhecimento que trouxe uma nova análise crítica dos métodos de investigação, ensino e aprendizagem, bem como do conteúdo das disciplinas”. No diagrama a seguir, apresentamos os pontos de interseção entre os dois campos de conhecimento.

Figura 103– conhecimentos do conteúdo curricular mobilizado na interseção da geometria com as artes e culturas visuais

Fonte: Elaboração realizada pela autora (2019).

Assim, percebemos que os professores mobilizam conhecimentos diversificados e múltiplos que se entrecruzam, se encontram, se confrontam e consequentemente não são previsíveis. Os conhecimentos podem ser, quase sempre, surpreendentes, sugerem, projetam possibilidades de atitudes que têm como base o princípio da liberdade e da autonomia, elementos que contribuem para a independência de julgamentos e avaliações negociadas através de diálogos.

10.8 Mobilização de conhecimento pedagógico do conteúdo: articulação da geometria com artes e culturas visuais por meio da simetria

O conhecimento pedagógico do conteúdo é aquele que o professor utiliza ao realizar a adaptação, a transformação e a implementação do conhecimento do conteúdo a ser ensinado, de modo a torná-lo compreensível e ensinável aos alunos. Esse é o conhecimento, no qual o professor estabelece uma amálgama entre os conteúdos especializados e conhecimentos pedagógicos. Refere-se também ao uso de métodos e técnicas de ensino, que nesta pesquisa dizem respeito ao campo da geometria articulado ao campo das artes e culturas visuais. Para analisarmos esse tipo de conhecimento, desenvolvemos a análise dos planos de aula dos professores, ou seja, o conhecimento concebido. Depois, analisamos o conhecimento realizado, materializado na aula de quatro professoras do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Por fim, buscamos estabelecer relações entre os conhecimentos mobilizados no plano de aula das professoras, entrecruzando com a aula realizada.

10.8.1 Conhecimento pedagógico do conteúdo: conhecimentos a serem ensinados

Compreendemos que o professor, ao planejar, mobiliza conhecimentos pedagógicos do conteúdo, porque o ato de planejar envolve "intenções e intencionalidade, isto é, pensar a prática educativa refletindo sobre os objetivos, os conteúdos, os procedimentos metodológicos, a avaliação do aluno" (LEAL, 2005. p.1). Segundo Vasconcellos (2002), o planejamento é um aliado para evitar a mecanização do conhecimento, é uma forma de valorizar a criatividade e o raciocínio lógico. Envolve a conscientização por parte do professor da necessidade de mudança, pois a eficácia só é atingida quando escolhemos previamente as ações que vamos executar.

Além disso, no plano de aula, é possível ter uma visão de como os professores compreendem o conteúdo e perceber as transformações realizadas no conteúdo de modo a torná-lo mais inteligível para os alunos.

Neste estudo participaram 18 professores, como informamos, mas tivemos acesso a 11 planos de aulas. No município de Araçoiaba, conseguimos realizar o plano de aula na última oficina, conforme havíamos planejado. Nos municípios de Olinda e Recife, o plano de aula foi desenvolvido após as oficinas, pois não tivemos tempo durante o processo.

Nesse sentido, realizamos uma análise dos planos de aula das professoras a partir dos seguintes critérios:

a) Temáticas e artistas visuais que relacionem geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria;
b) Objetivos;
c) Atividades que articulem geometria e artes visuais por meio da simetria;
d) Estratégias metodológicas;
e) Recursos/materiais didáticos;
f) Explicitação da avaliação.

Com relação às temáticas e artistas visuais que relacionem geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria, identificamos que apenas uma professora trabalhou o conteúdo da simetria atrelado ao tema dos monstros, ou seja, tiveram que produzir monstros com as características da simetria de reflexão. Verificamos que duas professoras colocaram o Tangram – que em nosso ponto de vista é um recurso didático – como conteúdo. Quatro professores não relacionam simetria a temas; três professores escrevem que farão uso de imagens, mas não explicitam quais artistas serão abordados. Apenas uma professora pretende trabalhar com o Tangram e cita Romero Brito, pois intenta realizar uma releitura da obra "Gato" com as peças do Tangram. Observamos que, embora as oficinas tenham apontado para uma diversidade de temas que articulam geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria, os professores não conseguiram perceber essa diversidade.

No que diz respeito aos *objetivos,* identificamos as seguintes finalidades: uma professora pretendia trabalhar o reconhecimento do eixo de simetria; quatro professoras a composição de figuras com os três tipos de simetria (reflexão, translação e rotação); duas professoras o reconhecimento dos tipos de simetria; e três professoras a identificação de simetria de reflexão. Percebemos que os objetivos são muito restritos à promoção de conhecimentos geométricos, em detrimento dos conhecimentos artísticos, não realizando uma articulação da geometria com as artes visuais.

Entretanto, quando analisamos as atividades propostas, percebemos indícios de uma articulação da geometria com as artes e culturas visuais através de atividades que utilizavam a leitura de imagens de obras de arte – ressaltamos que os professores não indicaram os artistas –, mas duas professoras propuseram a atividade. Além disso, sob o ponto de vista geométrico, essas atividades traziam implícita a identificação de conceitos da simetria, como reconhecimento de eixos e das posições do eixo em determinada figura. Nessas atividades, os professores também buscavam identificar e comparar os movimentos da simetria (reflexão, rotação e translação). Isso indica que os professores estão mobilizando conhecimentos geométricos sobre as propriedades que são variáveis e de invariância, presentes nas isometrias. Isso indica também que os professores estão mobilizando conhecimentos geométricos que vão além da nomeação de figuras.

A contextualização é uma ação de ensino da arte que também aparece nas atividades propostas nos planos de aula das professoras de duas formas: através da leitura da história do Tangram, proposto por uma das professoras. Mas também, através da exposição e análise das produções dos alunos. Identificamos essa proposta em sete planos de aula. Segundo Barbosa (2009), a contextualização é uma forma de produzir sentido na vida daqueles que observam, possibilitando que cada um encontre, a partir da obra apresentada, o seu devir artista. Isso pode acontecer de diversas formas, seja através do estudo da história, seja através da exposição das produções dos alunos.

Quanto ao fazer artístico, faz-se presente através da produção de dobraduras (origamis ou kirigamis), presentes no plano de aula de seis docentes; a composição de imagens com o Tangram foi proposta por duas professoras; uma professora trabalhou com dobradura e desenho dos monstrinhos simétricos; e uma professora propôs a criação de desenhos em malhas (quadriculadas e pontilhadas). Sob o ponto de vista geométrico, percebemos que os plano de aula buscam, através do fazer artístico, representar os conceitos abstratos da simetria, como o movimento de translação e rotações através de kirigami e o eixo de simetria por meio do vinco estabelecido na dobradura, assim como propriedades de conservação das medidas do segmento e medidas angulares, imbricadas nas atividades.

Observamos que, de modo geral, as professoras pretendem desenvolver as seguintes estratégias metodológicas: primeiro, uma exposição do conteúdo, aplicação das atividades, correção e exposição das mesmas. Foram poucos os planos de aula que fugiram desse formato. Ao discutir o raciocínio pedagógico do professor, Shulman (1987) destaca que faz parte da transformação da compreensão do professor a seleção das estratégias de ensino. Isso diz respeito à utilização não apenas dos métodos tradicionais de ensino e aprendizagem, mas de estratégias alternativas de ensino, que possibilitem a construção, individual e/ou coletiva, de novos conhecimentos por parte dos alunos. Contudo, percebemos que, embora os professores proponham a utilização de recursos/materiais didáticos alternativos como Tangram, malhas ou imagens de obras de artes, a condução ainda estava centrada na exposição do conteúdo e realização das atividades.

Os recursos/materiais didáticos mencionados nos planos de aula foram: os livros de matemática, malhas (quadriculadas e pontilhadas), Tangram e papel para realizar as dobraduras. Observamos nesse momento uma interseção entre os conhecimentos sobre o ensino e sobre o currículo, posto que nas perspectivas de Shulman (1986; 1987) e de Ball, Thames e Phelps (2008), o conhecimento do conteúdo e currículo corresponde também ao domínio definido como o conhecimento dos materiais (livros didáticos e recursos metodológicos) que servem como ferramentas de apoio ao trabalho do professor dentro e fora da sala de aula durante a preparação das aulas.

Com relação à avaliação, identificamos em apenas três planos de aula a menção à verificação da aprendizagem dos alunos. Observamos que uma das professoras diz que a avaliação será feita através das atividades do livro didático, ou seja, os exercícios do livro serão utilizados para avaliar os conhecimentos. Uma professora escreveu que a avaliação ocorrerá durante o processo de ensino e aprendizagem; e outra que será feita através das produções. Assim, percebemos duas compreensões de avaliação, uma como processo e outra como produto. Shulman (1987) compreende que avaliação faz parte do processo de raciocínio pedagógico do professor, sendo o meio através do qual o professor coleta informação subjetiva a partir da interação com os alunos. É através da avaliação que os professores conseguem verificar se os objetivos da prática pedagógica estão sendo alcançados. Contudo, os resultados mostram que os professores não deram a devida importância à avaliação em seus planos de aula.

Em síntese, percebemos que os planos de aula não apresentavam temáticas relacionadas às artes e culturas visuais para trabalhar geometria. Embora tenha sido proposta nos planos de aula a leitura de imagens, identificamos apenas uma menção de artista visual (Romero Brito). Esses aspectos nos fazem supor que os artistas apresentados na oficina não ficaram no repertório visual dos professores ou que a compreensão sobre artes não era suficiente para que os professores pudessem relacionar as ideias e conceitos presentes na obra de artistas visuais com as ideias relacionadas à geometria.

Observamos que os objetivos apresentados não articulavam a geometria com as artes e culturas visuais. Ao contrário, os objetivos buscavam atender aspectos bem específicos da geometria. Contudo, as atividades propostas traziam elementos que possibilitavam a articulação dos campos de conhecimento através da leitura de imagens, do fazer artístico por meio das técnicas de dobradura (origami e kirigami), da leitura de imagens, dos desenhos em malhas e dos recursos utilizados (tangram) que permitiam representar, por meio de produções artísticas, conceitos abstratos da simetria.

Quanto à avaliação, embora refira-se tanto aos processos formais de avaliação da aprendizagem e da evolução dos alunos, quanto à coleta de informações subjetivas a partir da interação com eles, observamos que a maioria dos professores deu pouca relevância aos processos avaliativos.

A seguir, descrevemos e analisamos de três planos de aula.

10.8.2 Análise de três planos de aula individuais

Nesta seção, analisaremos três planos de aula desenvolvidos por professores do 3º, 4º e 5º anos do Ensino Fundamental. Primeiro analisaremos os planos individualmente e depois buscaremos identificar pontos de convergência e diferenças entre eles.

QUADRO 10 - Plano de aula da professora P3

Plano de aula de P(3) do 3º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental
Conteúdo: Simetria
Objetivos: Trabalhar o conceito de eixo de simetria com alunos; fixar o conceito de eixo de simetria e mostrar que uma figura pode ter vários eixos.
Metodologia: Iniciaremos utilizando pedaços de papéis coloridos (quadrados) dobrados ao meio para que os alunos consigam perceber onde fica o eixo de simetria nas figuras criadas por eles. A professora faz uma breve explicação no quadro, após a parte prática. Ainda na primeira aula, os alunos são convidados a realizar uma atividade em ficha xerocada, na qual devem completar o desenho a partir do eixo de simetria já traçado. Para fixar o conteúdo, tarefa de casa no caderno. Na segunda aula, começamos relembrando o que foi trabalhado no dia anterior. Faremos a correção da atividade de casa e em seguida realizaremos a atividade proposta no livro de matemática.

Fonte: dados da pesquisa (2019)

Observamos que a professora apresenta objetivos muito claros com relação ao conteúdo que pretende trabalhar, mas, além disso, os objetivos revelam sua compreensão acerca do conteúdo. Ao propor a introdução da simetria por meio do “eixo”, elemento de referência na construção das figuras com simetria de reflexão e propor o trabalho com as várias posições do eixo, a professora demonstrou compreensão de como se estruturam os conceitos relativos a esse tipo de simetria. Para Shulman (2005), é essencial que o professor compreenda como a matéria, que nesse caso é o conteúdo da simetria, se organiza. Contudo, nesse processo de compreensão Shulman (2005) destaca que compreender um conteúdo também envolve relacioná-lo com outras ideias no interior do mesmo campo e com outros campos de conhecimento. Tais aspectos não são observados nesses objetivos, que estão restritos aos aspectos geométricos em detrimento dos artísticos.

Quando olhamos para a metodologia proposta pela professora, conseguimos identificar elementos de transformação do conteúdo da simetria, conforme o proposto por Shulman (2005). Identificamos que envolveram: preparação na explicação no quadro, ficha xerocada, atividade de casa e atividade de livro didático, o que configura um amplo repertório de atividades. As representações do conceito também foram diversas com os desenhos e dobraduras. Há também seleção da ficha de atividade, atividade para casa e exercícios dos livros didáticos. Assim como Shulman (2005), percebemos que, no processo de transformação, o professor passa da sua compreensão pessoal para a preparação de algo que o outro compreenda. Isso constitui a essência do fazer pedagógico.

Entretanto, percebemos que alguns aspectos desse processo de transformação ficaram implícitos no planejamento, gerando uma dúvida: a dobradura é o meio pelo qual a professora estabelece a relação com as artes e culturas visuais? A professora, no seu processo de transformação da compreensão da simetria em conteúdo ensinável para os seus alunos, utiliza métodos e técnicas de ensino da simetria, mas os conteúdos relacionados às artes e culturas visuais ficaram implícitos no seu plano de aula.

Noutro plano de aula, da professora P(11), com uma turma do 4ª ano do Ensino Fundamental, também é possível identificar elementos dos processos de raciocínio pedagógico.

QUADRO 11 - Plano de aula da professora P11

Plano de aula de P11 do 4º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental **Tema**: Tangram **Conteúdos**: formas geométricas, história do tangram e simetria de reflexão.

Expectativas: Conhecer a história do tangram; identificar as formas geométricas do tangram; identificar a simetria de reflexão nas figuras que formam o tangram. **Atividades**: leitura da história do tangram; apresentação de figuras formadas com o tangram; confecção de um tangram, analisando as formas geométricas e seu eixo de simetria (reflexão); montagem de figuras em grupo; apresentação das figuras.

Fonte: Dados da pesquisa (2019).

O plano de aula da professora P(11) foi desenvolvido durante as oficinas. Assim foi possível observar como a professora consultou o material de orientação estadual *Alfabetizar com Sucesso*, utilizado no município, que trazia como expectativa de aprendizagem para o 4º ano "reconhecer eixos de simetria de figuras planas" (PERNAMBUCO, 2015). Assim, podemos observar a influência do documento curricular no plano de aula, mas também a forma como a professora compreende o conteúdo através de relações que ela estabelece entre o conteúdo da simetria e o recurso/material didático utilizado para abordar a existência ou não de eixos de simetria nas figuras planas. Além das relações entre os conteúdos da geometria, também identificamos relações com as artes visuais por meio da história do tangram e da montagem de figuras com as peças do quebra-cabeças geométrico chinês. Segundo Shulman (1987), o professor precisa compreender o propósito das estruturas do conteúdo, das ideias dentro e fora da disciplina.

Outro elemento do processo de raciocínio pedagógico identificado é o de transformação. Percebemos indícios de preparação na descrição das expectativas de aprendizagem demonstrando um desenvolvimento de repertório curricular e esclarecimento de propósitos. Também identificamos a representação de conceitos através da análise e construção de figuras com as peças do tangram. Além dos elementos identificados, percebemos que, no processo de raciocínio pedagógico, os professores "desempenham seus planos cuidadosamente, aperfeiçoando-os e improvisando de forma espontânea quando situações de ensino imprevisíveis e inevitáveis surgem; e desenvolvem novos conhecimentos, intuições e disposições" (SHULMAN, 1993, p. 56-57, tradução nossa).

Em outro plano de aula, da professora P13 com uma turma do 5ª ano do Ensino Fundamental, também é possível identificar elementos dos processos de raciocínio pedagógico.

QUADRO 12 - Plano de aula da professora P(13)

Plano de aula de P13 do 5º ano dos anos iniciais do Ensino Fundamental
Conteúdos: Dobraduras (origami e kirigami)
Objetivos: identificar que os movimentos de simetria são produzidos nas dobraduras (origami e kirigami). Identificar as semelhanças e diferenças nos movimentos de simetria.
Desenvolvimento da aula: distribuição de folhas de ofício, exposição de imagens de origamis e kirigamis, explicação do passo a passo de como fazer as dobraduras com movimentos de reflexão, translação e rotação, explicitando as diferenças e semelhanças entre os movimentos; análise das dobraduras produzidas (identificando os conceitos) e elaboração de um painel com todas as dobraduras para exposições organizadas pelos tipos de movimento.
Avaliação: através das produções elaboradas em sala de aula.

Fonte: Dados da pesquisa (2019)

O plano de aula da professora P13 também foi desenvolvido durante as oficinas. Assim pudemos verificar que a professora consultou o documento curricular que traz para o 5º ano o trabalho com os três movimentos de simetria (rotação, translação e reflexão). No trecho a seguir é possível ver os conteúdos, as expectativas de aprendizagem e as orientações de ensino.

Figura 104 – Fragmento das orientações curriculares do programa *Alfabetizar com sucesso*

5º ANO – 3º BIMESTRE		
Campos ou Eixos	**Conteúdos**	**Expectativas de Aprendizagem**
GEOMETRIA	- Figuras geométricas planas (quadrado, triângulo, retângulo, losango e círculo) e espaciais (prismas pirâmides, cilindros e cones): • Associa a representação das figuras espaciais a sua representação plana; • Construção de modelos (planificação) de sólidos geométricos; - Simetria: rotação, reflexão e translação. - Resolução e elaboração de problemas envolvendo medidas: área e perímetro.	- Reconhecer, identificar representações planas de sólidos geométricos (prismas, pirâmides, cilindros e cones) desenhados em diferentes perspectivas. (EP1) (C) - Construir modelos de sólidos a partir de planificações. (EP3) (C) - Reconhecer eixos de simetria de figuras planas. (C) - Usar rotação, reflexão e translação para criar composições (por exemplo: mosaicos ou faixas decorativas em malhas quadriculadas). (C) - Resolver e elaborar problemas envolvendo medidas convencionais mais usadas. (DC/C)

Fonte: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/Curr%C3%ADculo%20com%20orienta%C3%A7%C3%B5es%20para%20o%20Ensino%20fundamental%20anos%20iniciais%202015%20-%20Curr%C3%ADculo%20de%20Matem%C3%A1tica-2015.pdf.

Observamos no plano de aula da professora a influência da proposta curricular estadual utilizada no município, que recomenda o trabalho com os três movimentos de simetria, mas também a compreensão do conteúdo ao buscar estabelecer as diferenças e semelhanças entre os movimentos de simetria. Embora não explicite, a professora deixa subentendido que trata-se das propriedades da isometria relacionada à conservação das medidas dos segmentos e medidas angulares comuns aos três movimentos de simetria. Do mesmo modo, a variância dos movimentos de rotação, reflexão e translação. Além disso, percebemos que a professora faz uma adaptação das recomendações da proposta às atividades vivenciadas na oficina ao trabalhar com as artes visuais, por meio da leitura de imagens de dobraduras e do fazer artístico ao propor a produção e análise da atividade. De acordo com Shulman (1987), faz parte da capacidade de compreensão que professores não apenas conheçam um assunto específico, mas que diversifiquem ao máximo suas formas de compreender, de saber e de interpretar o assunto.

Identificamos também o elemento transformação na preparação ou interpretação do material utilizado no sentido da sua adequação aos objetivos e às articulações estabelecidas com as artes visuais por meio das dobraduras, assim como a representação dos conceitos da simetria através das imagens e produção das dobraduras, da experimentação e análise das dobraduras. Segundo Shulman (1987), a representação do assunto para os alunos visa à construção de "pontes" entre a compreensão que o professor tem sobre os conhecimentos em sua base de conhecimentos e aquilo que se espera dos alunos.

Os planos de aula apresentam semelhanças quanto aos elementos de transformação compreendidos por Shulman (1987) e Grossman e outros (1989) como alterações sobre as quais os professores impõem seus conhecimentos relacionados ao conteúdo, com o objetivo de gerir a construção do conhecimento dos seus alunos. Nos planos de aula analisados, percebemos o elemento de transformação da compreensão do professor, por meio da *preparação* através dos critérios de seleção das situações-problemas de completar desenhos, produzir figuras simétricas, dos recursos/materiais didáticos (tangram e livro didático de matemática) que traziam a possibilidade de articular os dois campos de conhecimento, tal como a própria avaliação da adequação, ou não, desses recursos/materiais aos objetivos, ao contexto e aos alunos. Outro elemento de transformação que aproxima os planos de aula são as representações visuais do conceito, pois os professores buscaram através do fazer artístico de dobraduras (kirigami e origami) e recursos/materiais didáticos (tangram) a produção de imagens simétricas, visando à construção de "pontes" entre a geometria e as artes e culturas visuais.

Com relação às diferenças, percebemos que as professoras apresentam estratégias metodológicas diferentes, mas que possibilitam articulação da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. As professoras do 3º e 4º anos têm praticamente os mesmos objetivos quanto a trabalhar o eixo de simetria, mas a condução e tipos de atividades são diferentes. Enquanto P(3) alterna momentos de construção de figuras, explicação e exercícios de construção de desenhos simétricos, as estratégias metodológicas parecem estar centradas na construção do conhecimento pelo aluno. A professora do 4º ano apresenta atividades mais voltadas para o reconhecimento de simetria e análise das imagens, e a construção de figuras aparece no final da atividade junto à exposição e análise. Percebemos que as estratégias metodológicas escolhidas dependem mais da condução dela, ou seja, estão mais centradas na figura do professor. Já a professora do 5º ano apresenta estratégias metodológicas que alternam a leitura de imagens com o fazer artístico e análise das imagens.

De modo geral, as estratégias metodológicas descritas possibilitam a interpretação, a análise e a experimentação de conceitos geométricos e experiências artísticas. Os planos de aulas desenvolvidos pelos professores durante e após as oficinas indicam que não existe uma única estratégia metodológica para articular geometria e artes visuais por meio da simetria. De acordo com Shulman (1987), na seleção das estratégias de ensino que dizem respeito à transformação da compreensão do professor sobre o conteúdo em métodos de ensino e aprendizagem, os resultados apontam para diferentes alternativas de ensino, de organização e de gestão que possibilitem a exploração e a construção, individual e/ou coletiva, de novos conhecimentos por parte dos alunos na articulação da geometria com as artes e culturas visuais.

Notamos que o conhecimento pedagógico do conteúdo limitou-se a intermediar um diálogo entre a base de conhecimentos e a prática pedagógica, no qual os conhecimentos foram convocados e relacionados entre si sem a produção de um *feedback* a respeito do sucesso ou não das estratégias pedagógicas propostas. Isso porque a participação do conhecimento pedagógico do conteúdo se resumiu em propor, no campo abstrato, alternativas de intervenção, mas sem uma efetiva aplicação na prática, tal como propuseram Calderhead (1988) e Meirieu (2002).

A seguir, analisaremos os conhecimentos pedagógicos do conteúdo mobilizados durante o processo de ensino e aprendizagem.

10.8.3 Conhecimento pedagógico do conteúdo: conhecimento realmente ensinável

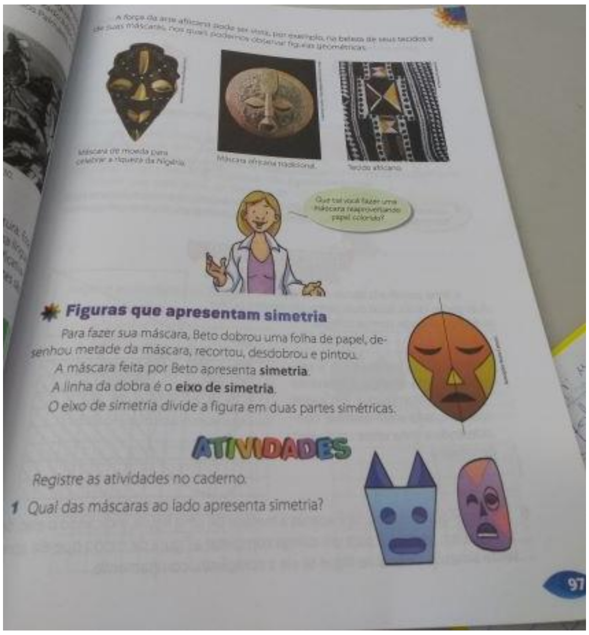
Quanto a essa categoria de conhecimento, Shulman (1987) a compreende como desempenho observável na diversidade de atos de ensino. Ball, Thames e Phelps (2008), por sua vez, acreditam ser o domínio que combina os conhecimentos sobre ensino e conhecimentos sobre a Matemática. Dessa forma, muitas das tarefas matemáticas exigirão do professor um conhecimento matemático sobre o papel das instruções que ele está utilizando. É o professor, portanto, quem deve avaliar as vantagens e desvantagens das instruções e das representações usadas para ensinar um conteúdo específico e o uso de métodos e técnicas diferentes. Assim, analisaremos as ações didáticas realizadas pelas professoras P(3), P(6), P(7) e P(9) e observadas após a realização das oficinas. No decorrer de nossa análise, vamos apresentar todas as características observáveis de um processo de ensino e aprendizagem e os conhecimentos mobilizados pelas professoras.

Analisaremos esse tipo de conhecimento com base nas subcategorias estruturadas a partir do tratamento dos dados empíricos identificados nas observações de aulas. São elas:

- utiliza das ações de ensino da arte (introduzir conteúdo e representação visual de conceitos);
- Mobiliza conhecimentos sobre variáveis didáticas no conceito de simetria;
- Analisa erros e respostas dos estudantes;
- Realiza autocorreção;
- Avaliação e retomada
- Usa recursos/matériais didáticos (livro didático e malha na exploração das propriedades da simetria).

Identificamos que as professoras utilizam ações de ensino da arte para introduzir conteúdo e representar visualmente conceitos abstratos. A atividade de leitura de imagens de máscaras africanas presentes no livro didático de matemática foi utilizada para iniciar e introduzir a discussão sobre simetria de reflexão pela professora P(7). No trecho a seguir, podemos identificar como a atividade foi conduzida pela professora e os elementos de compreensão da docente sobre a arte e sua relação com a geometria por meio da simetria dentro da cultura nigeriana.

Figura 105 - Atividade do livro didático



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

> P(7) - […] Agora abram o livro na página 97. Nesta página, estamos falando de cultura negra. Quem tiver o livro pode ver que tem figuras de máscaras nigerianas. Se passar uma linha no meio, irá ver que os dois lados das máscaras são iguais. Se fizer um tracinho, um lado é igual ao outro. E aqui também tem uma máscara tradicional e tecidos africanos que mostram a arte geométrica. Os artesãos de alguma forma utilizam a geometria, embora não tenham ido para escola estudar geometria; isso é natural da cultura deles. Na cultura deles, desenvolveram esse gosto pelas formas geométricas e simétricas fazendo linhas, retas, composições simétricas, mas se formos olhar em outras culturas têm mais as linhas sinuosas, têm outros tipos de adereços. Então, cada cultura tem sua maneira de se expressar através da arte. Então o que vamos trabalhar aqui é justamente a simetria na arte africana.
> (Prot.11, observação de aula 3)

Observamos que os conhecimentos mobilizados na leitura das imagens por P(7) destacam os eixos de simetria presentes em uma das máscaras, mas principalmente apontam para a relação entre geometria e arte visuais presentes naquela cultura ao ressaltar os elementos visuais (linhas, formas, retas, composições simétricas) através dos quais os conceitos são representados. Percebemos que, na leitura de imagem, a professora realiza a decodificação dos signos dessa linguagem da arte, o estudo de seus elementos, sua composição, técnica, organização formal, qualidades, etc. Mas, além disso, a professora ressalta que cada cultura tem sua maneira de se expressar através da arte, sendo a simetria uma característica da arte africana. Esse aspecto é muito positivo, pois assim ela aponta para a diversidade cultural presente no mundo da arte e da cultura. Com relação a isso, Barbosa (2008, p.18) afirma que "a leitura do discurso visual, que não se resume a análise da forma, linha, volume, equilíbrio, movimento, ritmo, mas principalmente é centrada na significação que esses atributos, em diferentes contextos, conferem à imagem, é um imperativo da contemporaneidade". Assim, compreendemos que analisar linhas, formas e simetria dentro do contexto da arte africana pode ser mais significativo para o campo das artes visuais do que para o campo da geometria. Contudo, não conseguimos identificar as interpretações das crianças diante das imagens, posto que a leitura da imagem foi muito breve.

Identificamos que as professoras se preocupavam em contextualizar as atividades desenvolvidas, revelando a compreensão sobre a importância dessa ação de ensino das artes visuais. Observamos no trecho a seguir.

> P(6)- Vamos fazer um pouco de kirigami, vou falar para vocês o que é o kirigami que é uma arte japonesa que é parecida também com aquela que é origami, a origami vocês já conhecem?
> As – Sim.
> P(6) - Quem sabe o que é origami?
> A (2) – Eu. Origami são várias partes… várias partes e… triângulo, círculo, quadrado, aí você forma um desenho com ela.
> A (5) – Origami são várias.
> P(6)- GAMI
> A (5) - Origrami… GRAMI
> P(6)- Gami G-A-M- I
> A (5) – São várias dobras …
> A (6) – São várias … é um desenho mais cheio de dobras no papel.
> P(6) - É quando você faz uma arte no papel com a dobradura. Você vai fazer várias dobraduras e formar um objeto, ou um animal, uma figura. Eu não consigo formar de jeito nenhum, mas meu irmão forma um pássaro que é um espetáculo. Ele ainda movimento o rabo do pássaro e a cabeça, ele faz assim com o rabo e a cabeça se move. Ele passou a vida toda me ensinando esse pássaro, ele pega um papel desse aqui vai dobrando, vai dobrando, vai pra lá, vai pra cá, ele dobra tanto e fica um pássaro lindo, né? Não tem corte não, gente. É só dobra, e aí o passarinho dele, a ave dele ainda mexe.

> Eu tentei aprender, gente, não é uma arte fácil. Tem gente que faz coisas belíssimas, tem gente que faz coisas simples. O kirigami é essa arte tradicional japonesa de recorte o papel, criando representações de determinados seres ou objetos, e até coisas inexplicáveis. O kirigami já é corte de papel, é diferente do origami. O origami é dobra, o kirigami você vai dobrar a partir de um quadrado, transformá-lo em um triângulo, em outro triângulo, pode dobrar outro triângulo. E vai fazer os cortes.
> (Prot.12, observação de aula 4)

A contextualização desenvolvida por P(6) traz o panorama histórico e cultural em que a arte da dobradura foi produzida; como ela se insere no momento de sua produção e como esse momento se reflete nela. Além disso, a professora contextualiza a partir da própria experiência com esse fazer artístico, ao relatar a destreza do irmão e a sua dificuldade. Isso significa que a contextualização vai além do conhecimento da história das Artes ou elementos, regras de composição, estilos, técnicas, materiais, instrumentos. Inclui também o conhecimento e experiências com a arte. Shulman (1987) destaca que faz parte da instrução, do processo de raciocínio e ação pedagógica, a utilização de explicações, descrições e demonstrações relacionadas a própria experiência.

Como fazer artístico para construir conhecimentos sobre o eixo de simetria, através da dobradura (kirigami), a professora P3 possibilita a representação de conceitos da simetria e eixo de simetria. O trecho a seguir ilustra a professora instruindo as crianças a realizarem a atividade.

> P (3)- Eu vou pegar um pedacinho de papel... E vou dobrar no meio pra ficar marcado o meio do papel, dobrei, ó! Igualzinho, quando abri o papel ficou a marca do que dobrei?
> As: Sim…
> P(3) – Ficou, não ficou? Todo mundo está vendo? Tá dando pra ver bem? Vou fazer num papel maior.
> (A professora pega um pedaço, dobra com cuidado e em seguida mostra aos alunos)
> P(3) - Papel grande… dobrar ao meio, aqui a folha ficou marcada ao meio?
> As: Sim!
> P(3) - Aí eu agora vou pegar minha tesoura e daqui onde eu dobrei … eu vou fazer isso aqui, ó. Estou recortando e deixando o meio sem cortar aqui, ó. Vou fazer um coração, porque eu gosto de coração.
> (Corta a figura e mostra aos alunos)
> P(3) - Viram? O meio está aqui.
> As: Viiii.

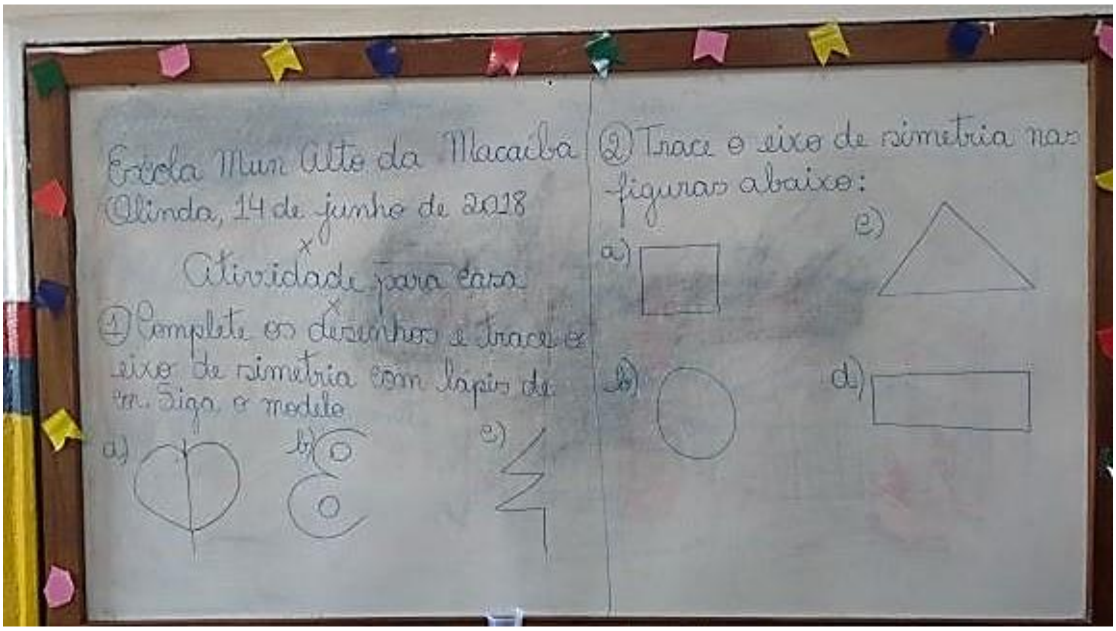
> P(3) - Quando eu abrir…
> (Mostra a imagem para as crianças)
> As: ficou um coração.
> P(3) - Ficou um coração, não foi? Mas o que é que está marcado aqui no meio?
> A (2) - Uma linha.
> P(3) - Essa linha que está marcada, que está dividindo o meu coração em duas partes iguais, idênticas. Como é que eu sei que elas são iguais? Se eu dobrar onde está a linha, esse ladinho, ele é exatamente igual ao outro lado. Oh! Não tem nenhum pedacinho sobrando, nenhum cabelinho de fora, nenhuma pontinha de diferente**.** E no meio, bem centralizado, está a linha que eu marquei. Essa linha aqui que eu marquei é o que eu chamo de eixo de si – me- tria.
> (Prot.10, observação de aula 1)

Durante a realização da atividade, a professora mobiliza conhecimentos acerca do conteúdo da simetria ao destacar que o eixo divide a figura em partes iguais, ficando uma ideia de que este é o elemento de referência. Ao referir-se às partes “iguais, idênticas”, a professora queira destacar a sobreposição das figuras. A professora mobiliza as propriedades de conservação dos comprimentos dos segmentos em relação ao eixo e medidas angulares. A linguagem utilizada pela professora não é geométrica, mas é uma a adequação realizada ao público, afinal eram crianças do 3º ano do Ensino Fundamental que nunca haviam estudado simetria. Conceitos como equidistância, conservação de medidas dos segmentos e conservação de medidas angulares seriam demasiadamente abstratos para as crianças. Com relação a esse aspecto, Ball e Bass (2003) afirma que a formalidade e a abstração das ideias matemáticas são extremamente úteis, entretanto inadequadas para o trabalho do professor de matemática dos anos iniciais. Outro aspeto do conhecimento matemático para o ensino é sua conectividade com o domínio matemático no nível estudado, bem como com as ideias matemáticas desenvolvidas e estendidas ao longo do tempo.

Destacamos que a intencionalidade da professora acerca da articulação da geometria com as artes visuais ficou implícita, embora a dobradura seja uma atividade que transita pelos dois campos. Contudo, o fazer artístico, na Abordagem Triangular, é permeado pelas ações de leitura de imagem e contextualização. Estas não foram desenvolvidas pela professora. Sob o ponto de vista da geometria, é uma atividade muito presente nos livros didáticos como constatou Santos (2010). Os pesquisadores Dickson, Brown e Gibson (1991), afirmam que o estudo das transformações pode acontecer através de ações fáceis de serem realizadas por meio de dobras e voltas em papel, através das quais as crianças possam experimentar e gerar descobertas relacionadas às transformações. Toledo e Toledo (2009) e Fainguelernt e Nunes (2006) também sugerem essa técnica não só para construir simetria de reflexão como também translações e rotações.

Observamos que os professores também mobilizaram conhecimentos sobre as variáveis didáticas relacionadas ao conceito de simetria em suas aulas. Na atividade para casa proposta pela professora P(3) era composta por duas atividades: na primeira, as crianças tinham que completar os desenhos e traçar o eixo de simetria em figuras do mundo físico (coração, borboleta e árvores de natal). Na segunda atividade, as crianças tinham que traçar eixos em figuras geométricas (quadrado, triângulos isósceles, retângulo e circunferência). Podemos observar no trecho a seguir a correção da segunda atividade.

Figura 106 – Atividade de casa



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

> P(3) - No segundo quesito, já tinham as figuras desenhadinhas. E aí, vocês iam desenhar o eixo.
> A(6): Olha o meu, tia.
> P(3) - Deixa eu explicar uma coisa aqui pra vocês. Dessa atividade aqui, ontem a gente viu… Algumas coisas falando de simetria e nós traçamos nas atividades de ontem apenas um eixo, não foi isso? Hoje a gente vai poder ver... que, dependendo da figura, ela pode ter mais de um eixo de simetria.

P (3)- Exatamente! Não precisa ter um eixo só na vertical pode ter também na horizontal. E se eu fizer assim? (a professora traça um eixo na diagonal do quadrado)
As - Também.
P(3) - Poderia fazer mais um?
As - Sim, sim…
A (6) - Desse lado. (refere-se ao outro lado da diagonal do quadrado)
P(3)- Aqui?
As: Sim!!!
P(3) Teria também?
As - Sim!!!!
P(3) Quem acha que sim levanta a mão.

(Prot.10, observação de aula 1)

Verificamos que a professora mobiliza de forma clara conhecimento acerca das variáveis didáticas relacionadas ao tipo de figura simétrica e da orientação do eixo de simetria. Ao afirmar que, dependendo da figura, é possível traçar mais de um eixo de simetria, a professora rompe com os conhecimentos construídos, até então, pelos alunos. E amplia no sentido de fazer perceber que existem diversas orientações do eixo de simetria, mas que os alunos precisam estar atentos, se, ao traçar o eixo, as propriedades de conservação da equidistância dos segmentos e a conservação da medida do segmento e ângulo são mantidos. Santos e Bellemain (2007, p.3) destacam que a variável didática é uma ferramenta importante na escolha de problemas que contribuam significativamente para a aprendizagem e na análise dos procedimentos de resolução mobilizados pelos alunos, inclusive nos erros cometidos.

Observamos que a professora P(9) também mobiliza conhecimento sobre variável didática tipo de papel ao utilizar as malhas (quadriculadas e pontilhadas). O trecho a seguir é da entrevista de explicitação realizada após a aula, na qual a professora argumenta sobre a sua escolha didática.

Pq – Por que trabalha-se a malha pontilhada e quadriculada?

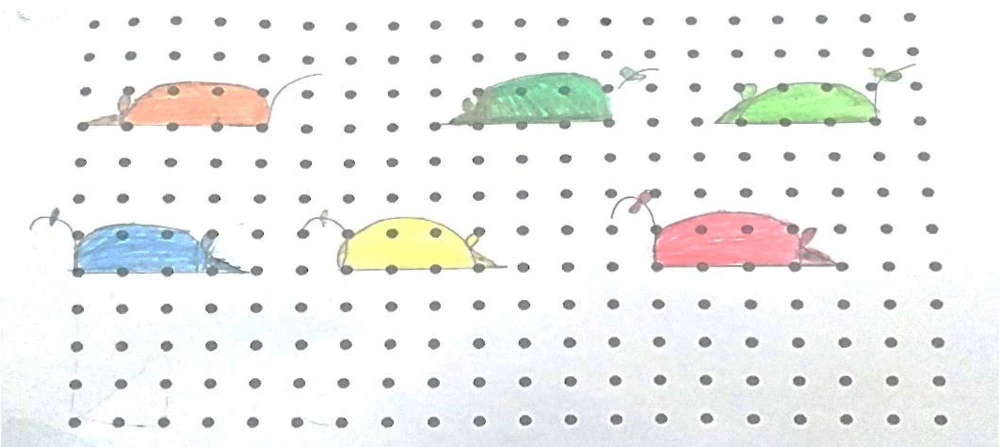
P(9) – Porque na oficina você trouxe várias malhas e vimos que as malhas geravam dificuldades diferentes para eles. Também procurei trabalhar as simetrias e interligar ao assunto das linhas curvas, abertas e fechadas que também estávamos trabalhando. Para testar o conhecimento deles para ver se alcançavam, porque você viu que eles fizeram muito rápido na malha pontilhada. Aí eu quis testar na outra, percebi que

> tiveram mais dificuldade na malha pontilhada. Achei engraçado, porque na minha lógica eles teriam menos dificuldade, porque poderiam usar os pontinhos para medir as distâncias, mas não conseguiram fazer isso. Os melhores desenhos ficaram com a malha quadriculada, que pra mim não é tão nítida essa questão. Percebi também que nos movimentos de rotação e translação eles tiveram mais êxito na quadriculada.
>
> (Prot. 14, entrevista com a professora P9)

Na fala da professora, percebemos que ela revela a intencionalidade de trabalhar com os tipos de papel para mobilizar o conhecimento dos alunos. De acordo com Melo (2010, p. 32), “quanto mais sofisticada for a escolha desses valores, maior pode ser a mobilização de conhecimentos, referentes a um mesmo conteúdo”. No entanto, a escolha não saiu conforme o esperado pela professora. Contudo, percebemos que, na condução da aula, a professora realizou análise dos erros cometidos pelos alunos, tornando a atividade seguinte mais fácil.

A análise de erros e das respostas dos estudantes esteve presente nas ações dos professores P(3), P(6) e P(9). Como descrevemos anteriormente, a análise da professora P(9) sobre os desenhos dos alunos apontando os erros e correções necessárias possibilitou que na tarefa seguinte os estudantes mobilizassem conhecimentos mais adequados à situação proposta. No trecho a seguir podemos observar um momento de análise do professor sobre um dos desenhos.

Figura 107 – Produção do aluno A(9), simetria de translação



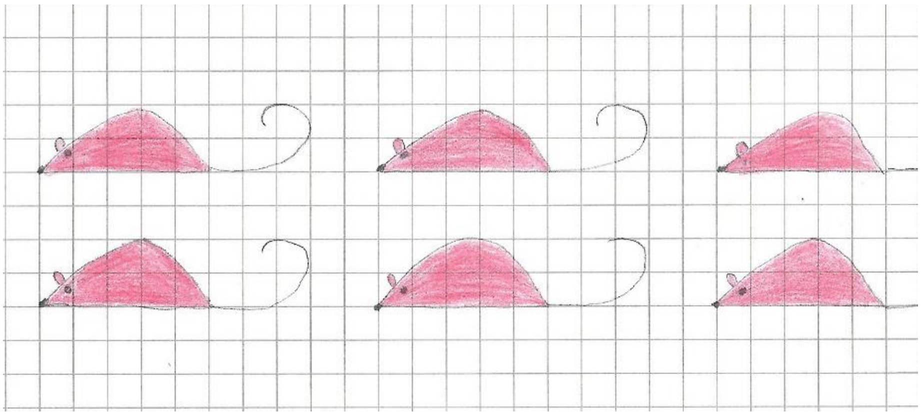
Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

P(9)- Então, prestou atenção quando eu disse que na translação os motivos podiam ir para direções diferentes, mantendo a mesma forma. Só faço observação em alguns detalhes como a forma dos ratos, a distância entre um rato e o outro, que deve ser a mesma. Assim eu vejo que você entendeu o que é um movimento de translação. Mas precisa prestar atenção na forma das figuras e distância entre as figuras.

(Prot. 13, observação aula da professora P(9))

A análise dos erros que a professora realiza durante a aula faz com que ela mobilize diversos conhecimentos sobre as propriedades da simetria de translação. Tal aspecto confirma que os conhecimentos do conteúdo e instrução estão imbricados. Embora a instrução envolva o desempenho observável do professor na implementação de diferentes estratégias de ensino, incluindo aspectos pedagógicos "cruciais" (SHULMAN, 1987, p. 17), percebemos que essa estratégia não funcionaria se o professor não tivesse o conhecimento das propriedades dos tipos de simetria. No trecho a seguir, observamos a análise realizada pela professora após a produção do desenho no papel quadriculado.

Figura 108 – Produção do aluno A(9), 5º ano



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

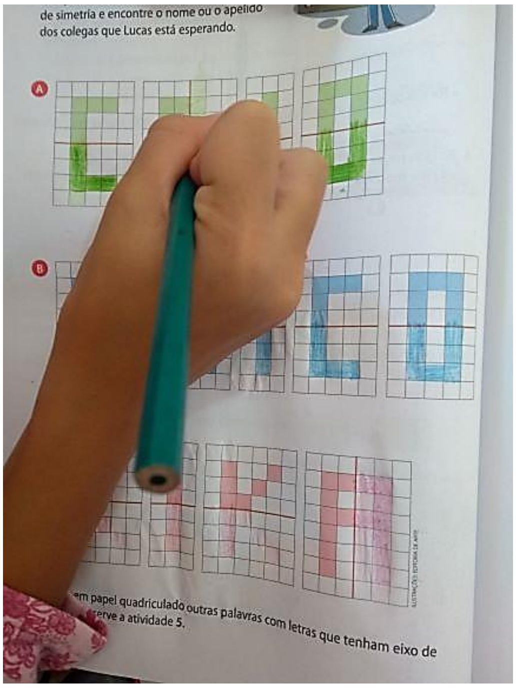
P(9) – Agora a forma dos ratinhos está mais parecida, estão com a mesma cor, a distância entre os ratinhos está mais ou menos a mesma. Está bem melhor. É mais fácil ou mais difícil fazer com o quadriculado?

A(9) – Eu achei mais difícil para fazer a curva no quadriculado. Com os pontinhos é melhor.

(Prot. 13, observação aula da professora P(9))

Observamos que, no desenho acima, o aluno produziu um desenho em que os ratos estavam numa direção diferente do desenho anterior, mas apresentavam a mesma distância entre um e outro e as formas conservavam as medidas. Atribuímos esse resultado às intervenções da professora, que ressaltou na análise dos desenhos as propriedades necessárias. Podemos observar a intervenção da professora P3 ao resolver um conflito de duas alunas numa situação-problema de completar letras numa malha quadriculada.

Figura 109 – Protocolo, aluno A (6)



Fonte: Dados da pesquisa (2019).

A(5) – Não, o meu está certo, o teu que está errado.
A(6)- Não, o meu está certo.
(A professora se aproxima ao observar a tarefa das duas meninas e interfere)
P(3)- Esse aqui (refere-se à letra A) tem quantos quadradinhos depois do eixo?
A(6) – Dois.
P(3)- Esse aqui tem quantos quadradinhos depois do eixo?
A(6)- Um.
P- E aí está certo ou está errado?
A(6)- Errado.
A (5)- Tá vendo V.
P(3) - A mesma quantidade que tem antes do eixo deve ter depois do eixo. Entendeu agora?
(A aluna afirma que sim com a cabeça)
A(5) - Eu falei pra ela.

(A aluna apaga e refaz)

(Prot. 10, observação aula da professora P(6))

A interferência da professora é fundamental para resolver o conflito das alunas, porque ela esclarece a dúvida que uma das alunas apresentava em relação à quantidade de quadradinhos que deveria pintar. Na fala da professora, estão implícitos conhecimentos importantes sobre a simetria, relacionados à equidistância em relação ao eixo de simetria. Contudo, observamos que ela busca transformar e adequar essa compreensão para as alunas. Shulman (1987) destaca que o comportamento do professor diante das questões e conflitos do aluno está atrelado à compreensão e à transformação que ele realiza nessa compreensão. Em outras palavras, o professor precisa, sobretudo, dominar o conteúdo para poder ensiná-lo.

Durante a observação, identificamos um momento de *autocorreção do professor* no qual a professora P(3) comete um erro ao traçar um eixo na diagonal do retângulo, mas se autocorrige, o que mostra que a compreensão sobre o conteúdo da simetria está em um processo constante de significação e ressignificação. Observemos no trecho a seguir.

P (3) - Então o triângulo só teria esse. E o retângulo?
As - Têm dois.
P(3) Dois como?
As- Assim, Assim… (os alunos demostram com gestos na vertical e horizontal).
P(3)Na vertical e na horizontal (traça o eixo na vertical e na horizontal) … Assim seria? (traça o eixo na diagonal do retângulo.)
As- Seria…
P(3) Seria também?
As- Assim também. (sugerindo traçar o eixo na outra diagonal do retângulo)
[…]
P(3)- Mas espera aí... não pode ser… se eu fizer assim, o retângulo não se sobrepõe... E um lado tem que ser igual ao outro (a professora pega um pedaço de papel em forma de retângulo, dobra na diagonal) Viram que não fica um lado igual ao outro?
A(12)- Não, fica passando.
[...]
P(3)- Tem gente que deixou os eixos na diagonal do retângulo. Isso está certo?
As- Não!!!
P(3) O retângulo tem quantos eixos?
As- Dois!!!!

(Prot. 10, observação aula da professora P(3))

Esse processo de autocorreção pode ser compreendido como um processo de nova compreensão, que acontece porque o professor passou por desestabilização inicial gerada por situações-problema, conseguiu reestruturar sua base de conhecimentos, seja reconstruindo os que a integravam, seja construindo novos a partir daqueles. Segundo Shulman (2005), esse processo de autoesclarecimento pode se desenvolver não somente com conhecimentos novos ou reestruturados, mas também com os antigos. A construção dos conhecimentos da base de conhecimentos do professor é constante e os erros e autocorreções são fundamentais para ratificar suas decisões ou readequar alguns pontos que sejam necessários.

Além da autocorreção, os professores *avaliavam* e *retomavam* as propriedades do conteúdo para os alunos. Observamos que havia na professora P(3) uma preocupação de que os alunos realizassem a atividade de dobradura de modo que, ao perceber que alguns estudantes não estavam conseguindo realizar, ela retomou a explicação novamente, como é possível observar a seguir:

> P(3) - Gente! Presta atenção aqui. Presta atenção aqui… Presta atenção! Quem não conseguiu fazer? Agora vou precisar de silêncio. Se ficar brincando, conversando não vai sair não. Olha só! Como foi que eu tinha explicado? Boa parte da turma conseguiu fazer… Eu vou dar um pedacinho de folha e vou mostrar novamente pra quem não fez. Vocês vão pegar … dividir a folha ao meio, dobrar a folha ao meio. Presta atenção! Pegou a folha, dobra ao meio pra que fique as duas partes do mesmo tamanho. Preste atenção, ó! Dobrem aí. Dobra K. Dobraram? Partes iguais. Depois que dobrou, vocês vão escolher como vão cortar. A única coisa que vão ter que deixar é essa parte aqui no meio. Para que consigam ver onde está o eixo de simetria. Então, vão ter que deixar essa parte aqui. Dobrou o meio exatamente e vou cortando todo o ladinho como se fosse uma onda na praia (a professora demonstra para os alunos). Quando eu abrir, eu consigo ver. O que consigo ver?
> As - O eixo.
> P (3) - O eixo de quê?
>
> (Prot. 10, observação aula da professora P(3))

A retomada da explicação mostra que a professora realiza a avaliação da atividade durante o processo de ensino através das respostas dadas e dificuldades apresentadas pelos alunos. Shulman (2005), ao discutir o processo de pensamento e ações pedagógicas do professor, destaca que a avaliação inclui um controle imediato das compreensões e interpretações erradas, técnica que o professor deve usar quando ensina de forma interativa. Isso nos faz perceber que, devido à interação estabelecida com os alunos, a professora consegue avaliar e corrigir suas ações durante o processo de ensino, numa relação na qual se não houvesse interação, isso não seria possível. Para Shulman (1987), é através da avaliação que os professores conseguem verificar se os objetivos da prática pedagógica estão sendo alcançados. No trecho a seguir, percebemos as avaliações da professora P(6) sobre os desenhos dos alunos:

Figura 110 - Protocolo, Aluno A (14)

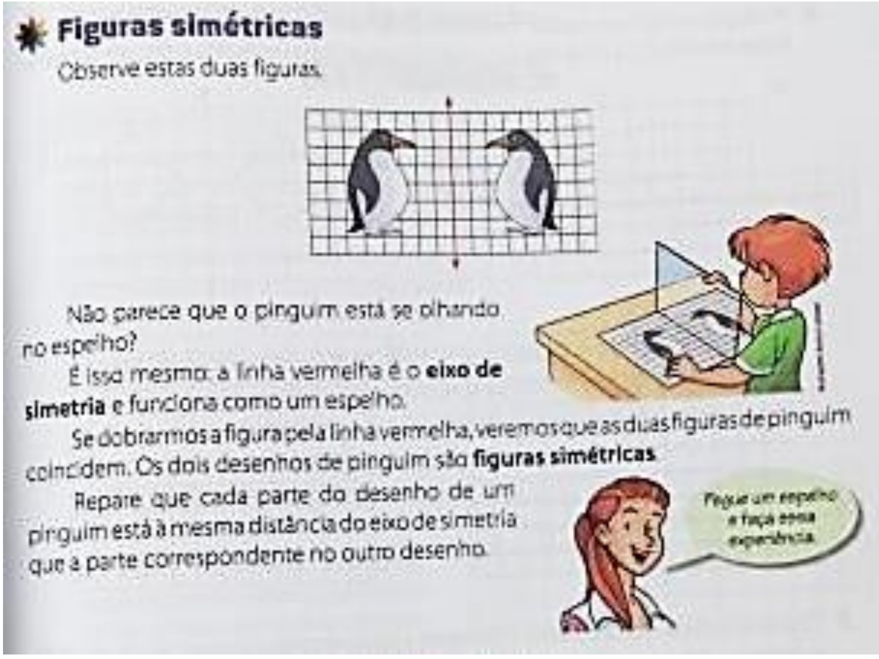
Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

> P (6)– Gente, presta atenção nos detalhes, porque eles interferem na simetria como um todo. Se eu coloco um laço de um lado, tenho que colocar do outro.
> A(14) – Tia, o meu monstrinho.
> P (6)– Está bonito, mas não está simétrico. Gente prestem atenção no desenho do colega, ele está simétrico?
> As – Não!
> P (6)– O que falta?
> A(3) – O que tem de um lado não está igual ao outro… Os braços estão diferentes, teria que ter dois rabos, as pernas, tá tudo diferente.
> P- Isso, tem que tomar o eixo como referência para que um lado fique igual ao outro. (Prot. 11, observação aula da professora P(6))

Percebemos que a professora P(6), na sua avaliação, possibilita que os outros alunos reflitam sobre o erro cometido pelo colega, mas também que o professor reflita a respeito do sucesso ou não das estratégias pedagógicas propostas. Segundo Marcon, Graça e Nascimento (2007), o professor faz repetidas reflexões e análises dos resultados parciais da abordagem feita aos alunos e obtém informações relacionadas aos objetivos, que são reenviadas ao conhecimento pedagógico do conteúdo, que, por sua vez, conforme a necessidade, o docente utiliza para reformular suas estratégias de intervenção. É um processo constante de reflexão, avaliação, reflexão e reformulação do conhecimento pedagógico do conteúdo.

O uso de recursos/materiais didáticos (livro didático e malha na exploração das propriedades da simetria) faz parte do processo de instrução do professor. As *atividades do livro didático de matemática* foram utilizadas como um recurso pelas professoras P(3) e P(7), sendo que de maneira diferente. Quanto à professora P(7), percebemos na condução de sua aula que as estratégias metodológicas estavam atreladas à proposta do livro didático. Atribuímos isso ao fato de não ter realizado o plano de aula. Esse aspecto dificultou nossa percepção mais clara da transformação da professora sobre o conteúdo. Afinal a representação de ideias e a seleção de estratégias de ensino eram propostas pelo livro didático e não pela professora. Contudo, foi possível perceber que as explicações e demonstrações não se restringiam ao que estava no livro didático, assim como a assistência e acompanhamento aos alunos também não estavam atreladas ao livro. No trecho a seguir, percebemos que as explicações da professora vão além do que está no livro.

Figura 111 - Atividade extraída do livro didático da professora P (7)



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

P(7) – Na página 99, tem duas figuras de pinguim. Observe essas duas figuras. São dois pinguins. O que parece? Olhando os dois pinguins, eles estão fazendo o quê?

As- Conversando.

P(7)- Eles estão se olhando no espelho, não acha não?

As – É…

P(7) – Olha a atividade que falei! É como se tivesse os dois pinguins se olhando. E essa linha vermelha é o eixo de simetria. O eixo não está na figura, mas mostrando que as duas figuras estão opostas de frente para outra. É como se fosse um espelho, estão entendendo?

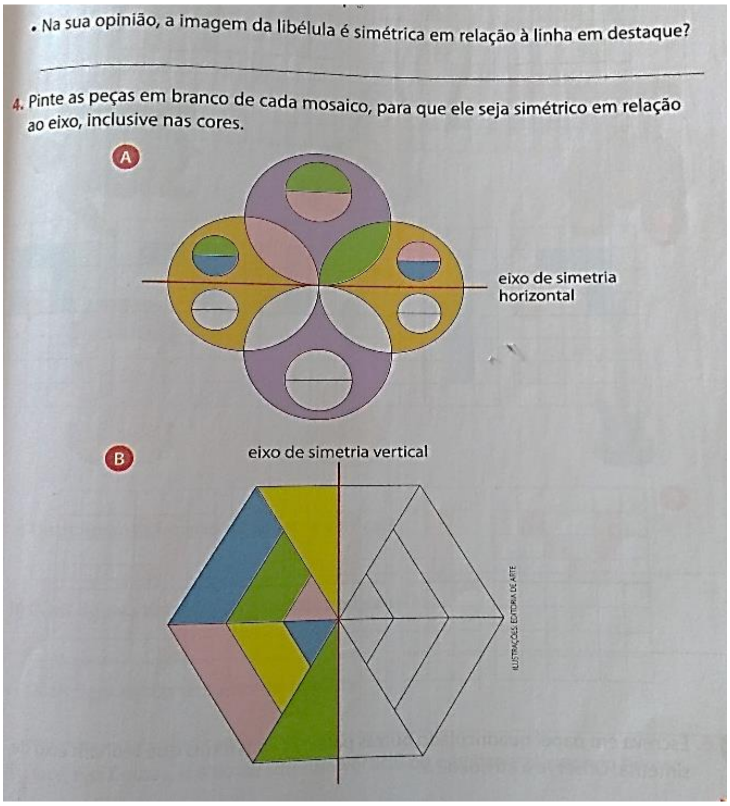
As – Sim.

P(7) – A linha vermelha é o eixo de simetria. Se dobramos ele, a linha vermelha, veremos que as duas figuras coincidem. Então, quando vocês dobram a figura na linha vermelha, fica um em cima do outro igualzinho, os dois desenhos juntinhos são figuras simétricas. Repare que cada parte do desenho de um pinguim está à mesma distância do eixo de simetria que a parte correspondente no outro desenho. Vocês veem que nos desenhos até aqui a gente fez a simetria dos desenhos em que o eixo cortava o desenho. Aqui é outra situação, duas figuras e uma eixo. As duas figuras são exatamente iguais. Então, quando dobra uma sobre a outra, coincidem. Agora para acontecer isso, para acontecer isso, tem uma distância da figura em relação ao eixo. Além disso, as figuras são invertidas para ter a mesma distância em relação ao eixo. Se repetisse sem inverter,

> elas não teriam a mesma distância em relação ao eixo. Não adianta colocar a figura em qualquer posição, ela está numa distância igual. Daqui pra cá, daqui pra cá, é a mesma distância dessa, para dobrar e ficar igual. Entenderam?
> (Prot. 12, observação aula da professora P(4))

Percebemos na fala acima, que a professora mobiliza conhecimentos acerca das propriedades, ultrapassando as explicações do livro didático ao destacar propriedades da simetria de reflexão, como equidistância e inversão da figura. Também identificamos que a professora P3 apresenta maior autonomia no uso do livro didático, posto que muitas das atividades propostas pelos livros já haviam sido trabalhadas. No trecho a seguir, podemos observar a intervenção da professora P3 diante de uma atividade de pintura de imagem simétrica.

Figura 112 - Atividade do livro didático da professora P (3)



Fonte: Banco de dados da pesquisa (2019).

> P (3)- Pode começar aqui, vai olhar... Primeiro esse aqui, primeiro a figura, vai olhar ... tem um eixo aí, você vai olhar o desenho e vai seguindo as cores.
> A (6) – A gente vai fazer esse debaixo, né? A gente vai fazer esse debaixo, né?

> P (3)- Vai, mas primeiro esse da bola. Vai seguindo, é só olhar direitinho quais são as cores. Todo mundo entendeu aí o que vai fazer nas duas tarefinhas? Vocês vão colorir a partir do eixo de simetria.
> As - (fala incompreensível)
> P(3) - Você vai colorir a partir do eixo de simetria. Nessa letra A, esse eixo é vertical ou horizontal?
> As - Vertical... Horizontal...
> P (3)- Horizontal, ele está deitado. E a letra B?
> As - Vertical
> P (3)- Quais são as outras posições do eixo?
> A (9) - Assim (demonstra com a mão inclinada)
> P- Isso na posição inclinada. Qual dessas figuras posso traçar o eixo inclinado?
> […]
> As – A de cima.
> P(3)- Isso, porque tem a forma de um hexágono, posso traçar dois eixos inclinados. Vai olhando a figura e vai fazendo.
> (Prot. 10, observação aula da professora P(3))

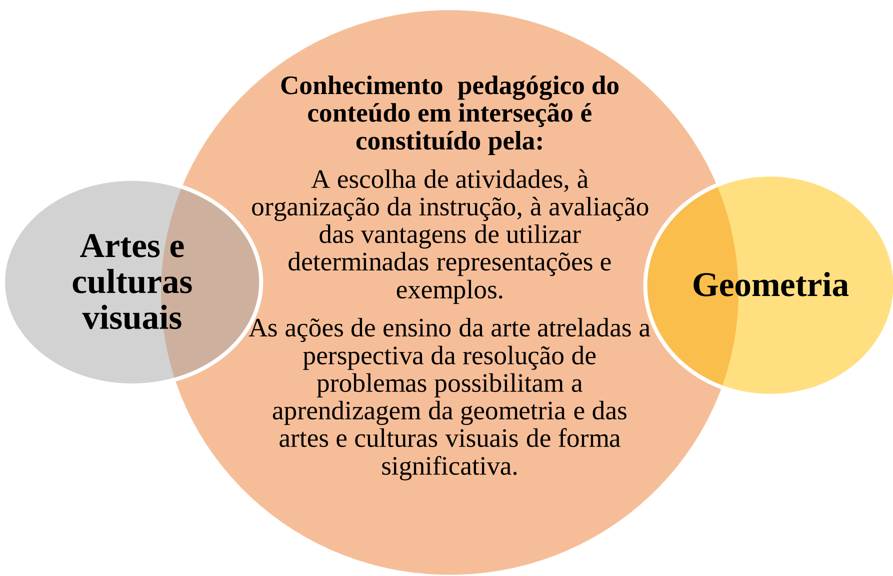
No diálogo acima, P3 analisa as diferentes posições do eixo na figura e destaca a possibilidade de traçar eixos na posição inclinada presente na figura do hexágono. Compreendemos que as professoras P3 e P7, mesmo estabelecendo relações diferentes com o livro didático, buscam através dos seus conhecimentos sobre o conteúdo, ampliar o que é discutido no recurso/material didático sobre o assunto, ou seja, buscam desempacotar o conteúdo. Ball e Bass (2003) afirmam que para que haja construção do conhecimento é fundamental o *desempacotamento* das ideias matemáticas. E observamos que esse desempacotamento se dá na ação pedagógica, nas observações, exemplos, representações e analogias do professor. Shulman (2005, p.17 tradução nossa[17]) diz que o ensino "começa com um ato de razão, continua com um processo de raciocínio, culmina com a ação de transmitir, driblar, engajar ou seduzir, e então está sujeito a mais reflexões até que o processo possa ser reiniciado". O Shulman (2005) também afirma que a ação e o raciocínio pedagógicos partem dos conhecimentos dos professores desafiados a transformarem o que sabem em conteúdo apropriado para ensinar.

---

[17]Em espanhol: "*inicia con un acto de razón, continúa con un proceso de razonamiento, culmina con la acción de impartir, sonsacar, hacer participar, o seducir, y luego es objeto de mayores reflexiones hasta que el proceso puede reiniciarse*"

Em síntese, as professas mobilizaram conhecimentos pedagógicos do conteúdo que dizem respeito à capacidade de organização da instrução, à avaliação das vantagens de utilizar determinadas representações e exemplos. Identificamos que fizeram boas escolhas de encaminhamentos para a abordagem de um conteúdo sob o ponto de vista geométrico. No entanto, as articulações da geometria com as artes e culturas visuais foram relacionadas ao fazer artístico. Sentimos falta de mais leitura de imagens, mais contextualização. As análises sobre os desenhos e dobraduras desenvolvidos pelas crianças estavam mais atreladas ao conhecimento geométrico do que ao estético e às artes e culturas visuais, que ficaram em segundo plano. Esse aspecto nos fez pensar: será que nossas oficinas evidenciam mais a geometria do que as artes? Ainda assim, as poucas atividades vivenciadas pelas professoras apontam para as interseções dos dois campos de conhecimento. No diagrama a seguir, apontamos as interseções identificadas.

Figura 113 – Conhecimentos pedagógicos do conteúdo mobilizados na interseção da geometria com as artes e culturas visuais



Fonte: Elaboração realizada pela autora (2019).

A seguir, apresentaremos nossas considerações finais sobre o trabalho e indicativos para pesquisas futuras.

Figura 114 – Tereza Costa Rego, Mulher nua de costa, da série bordel, 2009, acrílica sobre tela, 2,20 cm x 0,80 cm.

Fonte: https://artemazeh.blogspot.com/2012/03/uma-mulher-em-tres-nomes.html

Retrato do artista quando coisa

A maior riqueza
do homem
é sua incompletude.
Nesse ponto
sou abastado.
Palavras que me aceitam
como sou
— eu não aceito.
Não aguento ser apenas
um sujeito que abre
portas, que puxa
válvulas, que olha o
relógio, que compra pão
às 6 da tarde, que vai
lá fora, que aponta lápis,
que vê a uva etc. etc.
Perdoai. Mas eu
preciso ser Outros.
Eu penso
renovar o homem
usando borboletas.

Manoel de Barros (2000)

11 CONSIDERAÇÕES FINAIS… INCOMPLETUDES

O poema de Manuel de Barros escrito na página anterior nos leva a pensar sobre dois aspectos: o primeiro é a busca por ser outro, outra forma de fazer, outra forma de ser, outra forma de olhar. Seria o ato de pesquisar a busca por ser outro? O segundo aspecto diz respeito a nossa incompletude. É engraçado chegar às considerações finais de uma pesquisa e se dar conta de que nossa incompletude é a nossa maior riqueza. O grande educador Paulo Freire (2001, p. 55) afirma que “o inacabamento do ser ou sua inconclusão é próprio da experiência vital”.

Dessa forma, para o pesquisador, o achado mais importante do ponto de vista do gesto de pesquisar é entendê-lo como experiência criadora, ou seja, é saber que o ponto final não é conclusivo, mas, sim, uma abertura para saber que nada sabemos. Por isso é arbitrário colocar um ponto final na pesquisa.

Ao contrário, uma pesquisa deve estimular o que Freire (2001) fala no livro *Pedagogia da Autonomia* sobre o que se constrói e reconstrói pelo diálogo e nas práticas sociais, nomeado de curiosidade. Curiosidade que alimenta o desejo de conhecer e que, uma vez tendo chegado a alguma resposta, por meio do gesto de pesquisar, não ficará saciada. Provavelmente nosso desejo de Ser e Ser Mais (ideia colhida em Freire) nos levará a novas e instigantes aventuras pelo universo do conhecimento.

A aventura vivida neste estudo iniciou pelos seguintes questionamentos: que conhecimentos os professores mobilizam quando lidam com atividades nas quais são exploradas articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nos anos iniciais do Ensino Fundamental? Que conhecimentos os professores mobilizam ao articularem a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria nas oficinas-dispositivo pedagógico? Como os conhecimentos de professores sobre geometria e artes e culturas visuais são articulados e mobilizados durante as suas práticas de ensino?

Na busca por responder a tais indagações, chegamos à seguinte tese: quando o professor articula a geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria, ele mobiliza um tipo de conhecimento que congrega aspectos comuns dos dois campos de conhecimento e que intervêm juntos na ação requisitada pelos professores, seja em relação ao conteúdo da simetria, seja em relação aos aspectos didáticos e pedagógicos. Denominamos esse conhecimento de interseção. Desse modo, compreendemos que o conhecimento de interseção é o encontro de dois campos de conhecimento, neste caso, geometria e artes e culturas visuais que se cruzam e simultaneamente apresentam elementos que são comuns a dois ou mais conjuntos, podendo ser representados pelo símbolo ∩.

Os conhecimentos de interseção mobilizados pelos professores se caracterizam por apresentar características comuns aos dois campos de conhecimento articulados nesta pesquisa (geometria e artes e culturas visuais.) Esses elementos em comum estabelecem interseção sob o ponto de vista do conteúdo específico (simetria), da representação visual dos conceitos, e metodológico, por meio das ações de ensino de artes e culturas visuais (leitura de imagem, contextualização e fazer artístico), perpassando por todos os tipos de conhecimentos de professores caracterizados por Shulmam (1986; 1987) e Ball, Thames e Phelps (2008).

O conhecimento de interseção sob o ponto de vista do conteúdo específico diz respeito ao conteúdo da simetria. Afinal, habita os dois campos de conhecimento, sendo que na geometria é uma transformação geométrica, do tipo isométrica que respeita determinadas propriedades. Enquanto que, na arte, a simetria é compreendia como uma técnica visual que segue as regras da geometria, ou melhor, as propriedades da geometria (conservação da forma, do comprimento dos segmentos, do ângulo, das distâncias em relação ao eixo etc.) para obter o equilíbrio axial, realizar a rotação ou translação da imagem.

Sob o ponto de vista conceitual, os professores mobilizaram conhecimentos de interseção sobre os elementos compositivos que são comuns à geometria e às artes e culturas visuais como ponto, linha e forma. A identificação desses elementos pode ser atribuída ao fato de que os dois campos de conhecimento apresentam uma relação epistemológica, em especial no que respeito à natureza dos objetos matemáticos e artísticos e ao processo de criação do conhecimento matemático e artístico.

Entre outros aspectos, a ampla revisão de literatura, tanto no campo da Geometria, quanto no campo das Artes, possibilitou perceber que a geometria sempre serviu de suporte para materialização de ideias de diversos movimento artísticos. De maneira diferente, a geometria se fez presente nas artes e culturas visuais, seja através da perspectiva no Renascimento ou das formas no abstracionismo, por exemplo.

Já na parte empírica, a mobilização de conhecimentos sobre os conceitos geométricos que compunham as imagens não se deteve apenas ao conhecimento comum do conteúdo, mas também se fez presente no conhecimento do conteúdo especializado, no conhecimento do conteúdo do aluno, no conhecimento do conteúdo curricular e no conhecimento pedagógico do conteúdo, possibilitando aos professores um olhar mais profundo sobre o conteúdo da simetria.

Sob o ponto de vista metodológico, percebemos que as ações de ensino das artes e culturas visuais e a resolução de problemas atuaram como encadeadores de conhecimentos. Os conceitos só foram identificados e analisados pelos professores porque a leitura de imagens, o fazer artístico e a resolução de atividades os fizeram discutir e refletir sobre elementos como ponto, linha, plano, simetria e transformações que compõem as imagens e são comuns aos dois campos de conhecimento.

Com o ato de ler e descrever as imagens, os professores mobilizam a habilidade de visualização, que é um tipo de conhecimento de interseção, pois é comum tanto nas artes e culturas visuais quanto na geometria. Além disso, algumas professoras mobilizaram conhecimento sobre as imbricações entre a leitura de imagem e a contextualização ao considerarem que não basta decodificar a imagem, mas é preciso também entender o que esses elementos visuais juntos significam, ou seja, o contexto.

Tal aspecto indica que os professores perceberam a necessidade de pontes entre os elementos conceituais e visuais das imagens e os contextos culturas e sociais em que elas estão inseridas. Afinal, elementos conceituais e visuais têm raízes culturas, pois não existe nenhuma dimensão visual que não estabeleça relação com a geometria, pois sempre estão em jogo preocupações com questões de forma, tamanho e posição relativa de figuras e com as propriedades dos espaços.

A contextualização foi um elemento de ensino das artes e culturas visuais que possibilitou que os professores interpretassem as imagens, pois muitas obras de arte só faziam sentido para as professoras quando conheciam o contexto, por exemplo, o *Quadrado negro* de Malevich só fez sentido quando descobriram a intenção do artista. Aliás, a diversidade estética e contextual das imagens possibilitou aos professores reflexões interessantes sobre a própria concepção de arte e seu ensino.

Ao mesmo tempo em que a contextualização serviu para justificar e entender o fazer artístico de dobraduras, tecelagem com papel, desenhos em malhas quadriculadas e colagem, os professores perceberam que essas técnicas artísticas que permeiam o campo das artes e culturas visuais e a geometria ao mesmo tempo em que servem para produzir imagens são práticas culturas repletas de história.

O fazer artístico fez com que os professores mobilizassem conhecimentos de interseção através da investigação, experimentação, análise das composições e ato de fazer e refazer as imagens. Tivemos professores que relataram processos de experimentação, de ensaio e erros para construir a imagem simétrica. Nesses processos, mobilizaram conhecimentos sobre as propriedades da simetria de reflexão: relacionadas à igualdade de distâncias ao eixo, que são simétricos em relação ao eixo, ou seja, equidistantes entre si e do eixo. Esses aspectos são comuns nas artes e culturas visuais e na geometria, possibilitando a visualização, análise e resolução de problemas nos dois campos de conhecimento.

Destacamos o quanto as variáveis didáticas e seus respectivos valores foram importantes na mobilização de conhecimento pelos professores, possibilitando que refletissem sobre as representações (tipos de figuras) para abordar o eixo de simetria, assim como para reconhecer o conteúdo envolvido no uso de uma figura orgânica ou geométrica. Também foi útil para fazer pensar sobre o artista visual mais adequado e as características da sua obra de arte, dentre outros aspectos, na proposição de atividades para os alunos.

Com relação ao conhecimento de interseção no currículo, identificamos que os professores ultrapassaram as fronteiras da Matemática para alcançar a Arte, buscando, em seu conteúdo, temas, eixos e possibilidades de estabelecer enredos de significação entre elas. Assim como Shulman (2005), identificamos que mobilizaram conhecimento sob o ponto de vista vertical – considerando os conteúdos sugeridos para o ano escolar –, mas também lateral, olhando as possibilidades de articulação entre temas e conteúdos dos anos anteriores e posteriores, tendo, assim, uma visão mais global e complexa das possíveis articulações da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria.

Outra característica do conhecimento de interseção diz respeito ao reconhecimento da necessidade de mobilizar conhecimentos de outros campos da matemática e de outros conteúdos da geometria para resolver as situações-problemas de simetria.

Os professores também mobilizaram conhecimento sobre os materiais didáticos e criticaram a simplicidade das figuras utilizadas nos livros didáticos, que não exigem o olhar analítico. Além da simplicidade das figuras, o tipo de pergunta também foi muito geral e não estimulou o olhar para os detalhes. Ao ressaltar esses aspectos, as professoras apontam para necessidade de uma alfabetização visual que possibilite a interseção entre os campos de conhecimento das artes visuais e geometria.

Com relação ao conhecimento pedagógico do conteúdo, identificamos que os professores mobilizaram, ainda que de forma tímida, conhecimento sobre as ações de ensino das artes e culturas visuais. As análises sobre os desenhos e dobraduras desenvolvidos pelas crianças estavam mais atreladas ao conhecimento geométrico do que ao estético e das artes e culturas visuais, que ficaram em segundo plano. Demonstraram, assim, uma distância entre os conhecimentos mobilizados na oficina sobre o ensino e os desenvolvidos nas práticas.

Percebemos uma posição muito dialógica dos professores com relação à articulação da geometria com as artes e culturas visuais ao compreenderam que a obra de arte não é mera ilustração ou adereço que completa e dá brilho ao texto ou conteúdo matemático, mas atuam como texto e objeto de estudo, permitindo problematizações para que Arte e Matemática se desenvolvam juntas como objetos de conhecimento. Por isso, uma das professoras afirmou que uma área de conhecimento não está a serviço da outra.

A relação dialógica também estava presente nas atitudes dos professores diante dos conhecimentos, pois se permitiram o diálogo, demonstraram abertura e atitude colaborativa aos sujeitos no ato de investigar e conhecer juntos.

Embora não tenhamos utilizado a interdisciplinaridade como uma categoria teórica devido à polissemia e fluidez das suas definições, os resultados desta pesquisa aproximam-se da conceituação proposta por Nicolescu (1999, p. 50), que compreende que: "A interdisciplinaridade [...] diz respeito à transferência de métodos de uma disciplina para outra", que, segundo o autor, pode ser verificada a partir de três graus: a) grau de aplicação; b) grau epistemológico; e c) grau de geração de novas disciplinas. Os resultados da pesquisa dizem respeito ao grau de aplicação das ações de ensino das artes e culturas visuais para resolver problemas matemáticos e à resolução de problemas para refletir sobre aspectos artísticos. Sobre o grau epistemológico, refere-se à representação visual de conceitos.

As reflexões desencadeadas nesta pesquisa fazem parte das discussões que se colocam contra os modelos pedagógicos cuja centralidade se pauta na compartimentalização, na fragmentação do conhecimento e em racionalidade excludente, que limita o sujeito em sua multidimensionalidade, assim como na diversidade de saberes existentes no contexto vivencial.

É com esse escopo que nossa pesquisa busca (re)pensar o conhecimento profissional de professores, tais como conhecimento do conteúdo conceitual e pedagógico-didático, pautando-o em outras estruturas perceptivas, amparadas em uma visão sistêmica, o que significa substituir compartimentalização por integração, desarticulação por articulação de disciplinas diferentes, dois campos de conhecimento diferentes, por aquilo que eles têm em comum, que seria o conhecimento de interseção.

Assim, o conhecimento de interseção se caracteriza por abordagens epistemológicas que se coadunam com essa busca pelo olhar que conecta, integra e estabelece o diálogo permanente da geometria com as artes e culturas visuais por meio da simetria. Além dos fundamentos epistemológicos, identificamos fundamentos metodológicos que se constituem como possibilidades de mudanças nas ações e nas práticas pedagógicas desenvolvidas nos âmbitos formativos da Educação Matemática e Arte-Educação, que, tendo por base esse referencial, podem deixar de ser mecânicas e reprodutivas, para serem pensadas e repensadas como uma construção complexa que possa envolver diferentes áreas do conhecimento que se permitem um olhar mais amplo e abrangente sobre as situações que afloram no contexto.

Deixamos para estudos futuros as seguintes reflexões: como fomentar práticas de formação inicial ou continuada que mobilizem os conhecimentos de interseção, seja no campo da Educação Matemática seja no da Arte-Educação? Quais seriam as outras formas de provocar conhecimentos de interseção?

Diante de tais inconclusões, resta-nos apenas buscar renovar a forma de pensar o conhecimento profissional de professores e sua formação inicial e continuada.

REFERÊNCIAS

ADAD, S. J. H. C.; PETIT, S. H.; SANTOS, I.; ARONOVITZ, S.; GIROUX, H. **Postmodern education**: Politics, culture, and social criticism. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1991.

ALBERNAZ, J. Identificação de formas geométricas por graduandos em Pedagogia e criação de um software para acompanhar aspectos do processo de aprendizagem. IV ENEM MATEMÁTICA, São Leopoldo, RS, 13 a 16 de julho de 1998. **Anais** [...].

ALBUQUERQUE, E. S. C. **Geometria e Arte**: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no 6º ano. 2017, 144 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal de Alagoas (UFAL), Maceió, AL, 2017.

ALMEIDA, J. X. **As concepções de professores ao ensinar quadriláteros nos anos inciais do Ensino Fundamental e as possibilidades de contribuições das TIC**. 2015. 135 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2015.

ALMEIDA, M. V.; SILVA, T. H.; ALBRECHT, E. Contribuições de professores formadores sobre o conhecimento profissional docente em álgebra. 4º SIPEMAT, jun./jul.2015. IV SIPEM, Ilheus, BA, 2015. **Anais** [...].

ALMEIDA, P. C.; BIAJONE, J. Saberes docentes e formação inicial de professores: implicações e desafios para as propostas de formação. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 33, n. 2, p. 281-295, maio/ago. 2007.

ALSINA, C. P. Geometria no currículo de matemática. In: VELOSO, E. *et al.* (Org.). **Ensino da geometria no virar do milénio, 65.** Lisboa: Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 1999.

ALVES, D. S. **Simetria Axial***:* uma sequência didática para alunos da 6ª série com o uso de software de geometria dinâmica. 2005, 180 f. Dissertação (Mestrado em educação) – Programa de Pós-Graduação, Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2005.

ALVES, H. S. P. **Ensinar Matemática através da Arte**: um Incentivo ao Gosto pela Matemática? 2013 166f. Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Arte e Educação, Universidade Aberta, Lisboa, 2013.

ALVES, T. A.; SILVA, A. F.; PIETROPAOLO, R .C. Conhecimentos para o ensino de média, moda e mediana explicitados por um grupo de professores. 4º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, jun./jul.2015. IV SIPEM, Ilheus, BA, 2015. **Anais** [...].

ALVES, C. F. **O Estudo da Simetria através da arte de Maurits Cornelis Esche**r. 76f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), Programa PROFMAT– Sociedade Brasileira de Matemática / Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Instituto de Matemática Pura e Aplicada – IMPA, Rio de Janeiro, 2014.

AMARILHA, L. A. S. **Saberes e fazeres docentes referentes ao ensino das formas geométricas nos dois primeiros anos do Ensino Fundamental**. 156 f. Dissertação (Mestrado) – Programa De Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, MS, 2009.

ANTONIAZZI, H. M. **Matemática e Arte**: uma associação possível. 2005, 138f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, PUCRS, Porto Alegre, RS, 2005.

ARISTÓTELES. **Poética**. Tradução de Baby Abrão. São Paulo: Nova Cultural, 2000.

ARNHEIM, R. **Arte e Percepção Visual: u**ma Psicologia da Visão Criadora. São Paulo: Pioneira, 2004.

AROCA, A. Diseños Prehispánicos, Movimientos y Transformaciones en el Círculo y Formación Inicial de Profesores. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 528-548, ago. 2015.

AZEVEDO, F. **A Abordagem Triangular no ensino das artes como teoria e a pesquisa como experiência criadora**. Jaboatão dos Guararapes: SESC, 2016.

AZEVEDO, F. Histórias vivas de lutas: o encontro histórico entre Paulo Freire, Noêmia Varela, Ana Mae Barbosa e Francisco Brennand. *In*: ZACCARA, M.; PEDROSA, S. (Org.). **Artes visuais e suas conexões**: panorama de pesquisa. Recife: Editora Universitária UFPE, 2010.

BAIRRAL, M. A. Desenvolvendo-se criticamente em Matemática: a formação continuada em ambientes virtualizados. *In*: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (Org.). **Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática**. São Paulo: Musa Editora; Campinas, SP: GEPFPM-PRAPEM-FE/UNICAMP, 2005.

BALANDIER, G. **O contorno**: poder e modernidade. Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 1997.

BALL, D. **Knowledge and reasoning in mathematical pedagogy**: examining what prospective teachers bring to teacher education. Tese (Doutorado) – University of Michigan, 1991. Disponível em: http://wwwpersonal.umich.edu/~dball/. Acesso em: 25 abr. 2015.

BALL, D. What does it take to (teach to) reason in primary grades? In: *Proceedings for the International Congress of Mathematicians*, Beijing, China: Higher Education Press, p. 908-911, 2002.

BALL, D. Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. **Journal of Teacher Education***,* 51(3), p. 241-247, 2000.

BALL, D.; BASS, H. Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. *In*: DAVIS B.; SIMM, E. (Ed.). **Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group**, Edmonton, AB: CMESG/GCEDM, p. 3-14, 2003.

BALL, D. L.; BEN-PERETZ, M.; COHEN, R. B. Records of pratice and the desevolviment of collective professional knowledge. **British Journal of Educational Studies***,* 62(3), p. 317-335, 2014. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/00071005.2014.959466. Acesso em: 19 abr. 2018.

BALL, D. L.; GOFFNEY, I. M.; BASS, H. The role of mathematics instruction in building a socially just and diverse democracy. *The Mathematics Educator*,15(1), p. 2-6, 2005.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, n. 5, Nov./Dec. p. 389-407, 2008.

BARBOSA, A. M. **Redesenhando o desenho**: educadores, políticas e histórias. São Paulo: Cortez, 2015.

BARBOSA, A. M. A cultura visual antes da cultura Visual. **Educação**, Porto Alegre, v. 34, n. 3, p. 293-301, set./dez. 2011. Disponível em: http://revistaseletronicas.pucrs.br/ojs/index.php/faced/article/view/9288/6778. Acesso em: 21 dez. 2018.

BARBOSA, A. M. **A imagem no ensino da Arte**: anos oitenta e novos tempos São Paulo: Perspectiva, 2009a.
BARBOSA, A. M. Ensino da arte: memória e história. São Paulo: Perspectiva, 2009b.

BARBOSA, A. M. **Tópicos Utópicos**. Belo Horizonte: C/Arte, 1998.

BARBOSA, A. M. Artes plásticas no Nordeste. **Revista de Estudos Avançados.** São Paulo, v 11, n. 29, p. 241-258, 1997.

BARBOSA, R. M**. Descobrindo padrões em mosaicos**. São Paulo: Atual, 1993.

BARBOSA, A. M. **Arte**: perspectivas multiculturais: A multiculturalidade na educação estética. Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2002/mee/meetxt3.htm. Acesso em: 21 de mar. 2009.

BARBOSA, A. M. **John Dewey e o ensino da arte no Brasil**. 5 edição. São Paulo: Cortez, 2002.

BARBOSA, A. M. (Org.). **Inquietações e mudanças no ensino de arte**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2008a.

BARBOSA, A. M. (Org.). **Interritorialidade**: mídias, contextos e educação. São Paulo: SESCSP, 2008b.

BARBOSA, A. M.; CUNHA, F. P. **Abordagem triangular no ensino das artes e culturas visuais**. São Paulo: Cortez, 2010.

BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento**: um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de

Ouro Preto (MG). 186 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto, Minas Gerais, 2011.

BARBOSA, J.; GANDULFO, A. R. Explorações geométricas lúdicas com poliminós. VII CIBEM, Montevideo, Uruguay, 16 a 20 de setembro de 2013. **Anais** [...].

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. 5.ed. Lisboa: Edições 70, 2009.

BARRANTES, M.; BLANCO, L. J. Caracterização das concepções dos professores em formação sobre ensino-aprendizagem da geometria. **Zetetiké**, Cempem, FE, Unicamp, v. 14, n. 25, jan./jun. 2006.

BARROS, M. **Menino do mato**. 1. ed. Rio de Janeiro: Objetiva, 2015.

BARROS, M. **Ensaios fotográficos**. Rio de Janeiro: Record, 2000.

BARROS, M**. Poesia Completa**. São Paulo: Leya, 2011

BARROS, P. B. **A Arte na matemática**: contribuições para o ensino de geometria. 206 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista, Bauru, SP, 2017.

BARTH, G. M. P. **Arte e matemática, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de m. C. Escher**. 143 f. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, UFPR, Curitiba, 2006.

BATISTA, A. G. Avaliação dos livros didáticos: para entender o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). *In*: ROJO, R.; BATISTA, A. G. **Livro didático de língua Portuguesa, letramento e cultura escrita**. Campinas: Mercado das Letras, 2003.

BATISTELA, R. F. **Um kit de espelhos planos para o ensino de geometria**. 134 f. Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2005. Disponível em: http://hdl.handle.net/11449/91157.

BAUER, M. W.; GASKELL, G. (Org.). **Pesquisa qualitativa com texto, imagem e som:** um manual prático. Rio de Janeiro: Vozes, 2008.

BAUMERT, J. et al. Teachers' mathematical knowledge, cognitive activation in the classroom, and student progress. *American Educational Research Journal*, Boston, v. 47, n. 1, p. 133-180, 2010.

BLÅSJÖ, V. A Definition of Mathematical Beauty and Its History**. Journal of Humanistic Mathematics,** v. 2, Issue 2, p. 93-108, july, 2012.

BECKETT, W. **A História da Pintura**. São Paulo: Ática, 1997.

BEGG, A. Ethnomathematics: why, and what else? (Versão electrónica). **ZDM** – The International

Journal on Mathematics Education. 33(3), 71-74, 2001. Disponível em: http://subs.emis.de/journals/ZDM/zdm013a2.pdf. Acesso em: 21 de abr. 2018.

BERGER, J. **Modos de ver**. Tradução de Lúcia Olinto. Rio de Janeiro: Rocco, 1999.

BERNSTEIN, B. **A estruturação do discurso pedagógico**: classe, códigos e controle. Vozes: Petrópolis, 1996.

BERRO, R. T. **Relações entre arte e matemática**: um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher. 104 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação *Stricto Sensu* em Educação da Universidade São Francisco, Itabira, São Paulo, 2008.

BIANI, R. P. Considerações sobre a geometria nos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Revista Eletrônica Ciências em Foco**. Campinas, SP, Unicamp, v. 1, n. 4, p. 1-5, 2011. Disponível em: http://ojs.fe.unicamp.br/ged/cef/article/view/4559. Acesso em: 26 nov. 2015.

BLANCO, T. F. **Una aproximación de la ontosemiótica a la visualización el razonamiento espacial**. 2011. 501 f. Tese (Doctoral) – Universidad de Santiago de Compostela, Granada, 2011.

BLANCO, M. M. G. A formação inicial de professores de matemática: fundamentos para a definição de um curriculum. FIORENTINI, D. (Org.). **Formação de professores e Matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. São Paulo: Mercado de Letras, 2003.

BLANCO, T. F.; GODINO, J. D.; PEGITO, J. A. C. Razonamiento geométrico y visualización espacial desde el punto de vista ontosemiótico. **Bolema**, v. 26, n. 42a, p.39-64, 2012.

BRASLAVSKY, C. Bases, orientaciones y criterios para el diseño de programas de formación de profesores. **Revista Iberoamericana de Educación**, n. 19, p. 1-28, 1999.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum (Educação Infantil e Ensino Fundamental)**. Brasília, DF: MEC, 2018.

BRASIL. **Guia do Livro Didático –** Matemática – Séries iniciais do Ensino Fundamental. PNLD. Brasília, DF: MEC, 2010.

BRASIL. **Guia do Livro Didático –** Matemática – Séries/anos finais do Ensino Fundamental. PNLD. Brasília, DF: MEC, 2008.

BRASIL. **Guia do Livro Didático** – Matemática: Séries/anos iniciais do Ensino Fundamental. PNLD. Brasília, DF: MEC, 2007.

BRASIL. **Referencial Curricular para Educação Infantil**. Brasília, DF: MEC, 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1997. (v. 6: Arte; v. 3: Matemática).

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9.394/96**. Brasília, DF: MEC, 1996.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 5692/71**. Brasília, DF: MEC, 1971.

BRINKMANN, A. Erfahrung mathematischer Schönheit. *In*: BÜCHTER, A.; HUMENBERGER, H.; HUSSMANN, S.; PREDIGER, S. (Ed.). **Realitätsnaher Mathematikunterricht – von Fach aus und für die Praxis.** Festschrift für Hans-Wolfgang Henn zum 60. Geburtstag. Hildesheim, Berlin: Franzbecker, p. 203-213, 2006.

BRINKMANN, A. **The Experience of Mathematical Beauty**. ICME-10, The 10th International Congress on Mathematical Education, July, p. 4-11, 2004a, Copenhagen, Disponível em: http://www.icme-organisers.dk/tsg24. Acesso em: 17 dez. 2017.

BRINKMANN, A. Mathematische Ästhetik – Funktionen und Charakteristika des Schönen in der Mathematik. *In*: HEINZE, A.; KUNTZE, S. (Ed.). **Beiträge zum Mathematikunterricht 2004**. Hildesheim, Berlin: Franzbecker, p. 117-120, 2004b.

BRINKMANN, A. Aesthetics – Complexity – Pragmatic Information. *In*: GÖTZ, S.; TÖRNER, G. (Ed.). Research on Mathematical Beliefs. **Proceedings of the MAVI-9 European Workshop**, June 1-5, Vienna. Duisburg: Schriftenreihe des Fachbereichs Mathematik SM-DU-482, p.18-23, 2000.

BRITO, R. **Neoconcretismo**: vértice e ruptura do projeto construtivo brasileiro. São Paulo: Cosac & Naify, 2002.

BRITO, H. C.; SANTOS, L. **Geometria e Artes**: uma relação possível. Recife: Centro de Educação, Universidade Federal de Pernambuco, 2007.

BORBA, B.; FREITAS, M. T. "Refletindo" a matemática: uma aula de simetria com espelhos e caleidoscópios. Encontro Nacional de Educação Matemática- ENEM, Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades São Paulo, SP, 13 a 16 de julho de 2016. **Anais** [...].

BORGES, C. **Saberes docentes**: diferentes tipologias e classificações de um campo de pesquisa. **Educação & Sociedade**. Dossiê: Os saberes dos docentes e sua formação. Campinas: Cedes, n. 74, Ano XXII, p. 11-26, abr., 2001.

BORGES, M. M. A. **geometria nos anos iniciais do ensino fundamental:** novas perspectivas. In: XXV CONADE – UFG, Goiás, Brasil, 2009.

BOSQUE, B., SEGOVIA, I.; LUPIÁÑEZ, J. L. Exploración del papel de la estética en la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas. **PNA**, 12(1), p. 1-26, 2017.

BOURRIAUD, N. **Estética relacional**. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 2009.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BROWN, J.; COLLINS, A.; DUGUID, P. Situação de cognição and the culture of learning. **Educational Researcher**, janeiro, fevereiro, 1989, p.32-42

BURATTO, I. C. **Historicidade e visualidade**: proposta para uma nova narrativa na Educação Matemática. 241f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, SC, 2012.

CALDERHEAD, J. The development of knowledge structures in learning to teach. In: CALDERHEAD, J. (Org.). **Teachers' professional learning.** London; Washington, D.C.: Falmer Press, 1988. p. 51-64.

CANDAU, V. M. F. **Rumo a uma nova didática**. Petrópolis: Vozes, 2010.

CANDAU, V. M. Educação em Direitos Humanos: uma proposta de trabalho. In: CANDAU, V. M.; ZENAIDE, M. N. T. **Oficinas Aprendendo e Ensinando Direitos Humanos**. João Pessoa: Programa Nacional de Direitos Humanos; Secretaria da Segurança Pública do estado da Paraíba; Conselho Estadual da Defesa dos Direitos do Homem e do Cidadão, 1999a.

CANDAU, V. M. F. Universidade e formação de professores: Que rumos tomar? In: CANDAU, V. M. F. (Org.). **Magistério, construção cotidiana**. Petrópolis: Vozes, 1999b.

CARVALHO, H. A. F.; FERREIRA, A. C. O conhecimento matemático para o ensino de geometria na visão de três professores dos anos iniciais do ensino fundamental. XII ENEM, São Paulo, SP, 13 a 16 de julho de 2016. **Anais** [...].

CARVALHO, R. A. **Grafismo Indígena**: Compreendendo a representação abstrata na pintura corporal Asurini. Monografia (Design gráfico) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, PUC-Rio, 2003, Disponível em: http://www.ricardoartur.com.br/GrafismoIndigena.pdf. Acesso em: 26 nov. 2016.

CHARLOT, B. A noção de relação com o saber: bases de apoio teórico e fundamentos antropológicos. In: CHARLOT, B. (Org.). **Os jovens e o saber**: perspectivas mundiais. Porto Alegre: Artmed, 2001.

CHARTIER, R. **À Beira da Falésia**. Porto Alegre: UFRGS, 2002a.

CHATIER, R. Poderes e limites da representação Marin, o discurso e a imagem. In: CHATIER, R. **À beira da falésia**: a história entre certezas e inquietudes. Porto Alegre: UFRGS, 2002b. p. 163-180.

CIFUENTES, J. C. O "salto arquimediano": um processo de ruptura epistemológica no pensamento matemático. **Nascientiæzudia**, São Paulo, v. 9, n. 3, p. 645-67, 2011.

CIFUENTES, J. C. O conhecimento qualitativo numa epistemologia da educação científica e matemática. *In*: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 4., 2009, Brasília. **Anais** [...]. Brasília, DF, 2009.

CODATO-SEGURA, C. S. **Releitura de obras de arte pelo viés da geometria analítica**: uma proposta interdisciplinar para o ensino da matemática. 109 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, PR, 2013.

COSTA, D. A. As transformações geométricas e os frisos. **REMATEC**, Natal, RN, ano 7, n. 10, p. 89-105, jan.-jun. 2012.

COUTO, M. **Poemas escolhidos**. São Paulo: companhia das letras, 2016

CUNHA, M. I. A docência como ação complexa: o papel da didática na formação de professores. In: ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O.; JUNQUEIRA, S. R. A. **Conhecimento local e conhecimento universal**: pesquisa, didática e ação docente. Curitiba: Champagnat, 2004.

CUNHA, S. R. Materiais visuais na pesquisa em educação. In: MARTINS, R.; TOURINHO, I. (Org.). **Educação da cultura visual**: aprender...pesquisar… ensinar… Santa Maria: Ed. da UFSM, 2015.

CURI, E. **Formação de professores polivalentes**: uma análise do conhecimento para ensinar matemática e crenças e atitudes que interferem na constituição do conhecimento. 278 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifica Universidade Católica de São Paulo, PUC, São Paulo, 2004.

CURI, E.; PIRES, C. M. C. Pesquisas sobre a formação do professor que ensina matemática por grupos de pesquisa de instituições paulistanas. **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 151-189, 2008.

DANTO, A. C. **O abuso a beleza**: estética e o conceito de arte. Tradução de Pedro Süssekind. São Paulo: Editora WMF; Martins Fontes, 2015.

DEBRAY, R. **Vida e Morte da Imagem**: Uma história do olhar no Ocidente. Trad.: Guilherme Teixeira. Petrópolis: Vozes, 1994.

DEBORD, G. **A Sociedade do Espetáculo**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1997.

DELEUZE, G. **Conversações**. Trad. Peter Pál Pelbart. São Paulo: Editora 34, 1998.

DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. A disciplina e a prática da pesquisa qualitativa. In: DENZIN, N. K.; LINCOLN, Y. (Org.). **Planejamento da pesquisa qualitativa**: teorias e abordagens. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2006.

DEVLIN, K. **The Unfinished Game**: Pascal, Fermat, and the Seventeenth-Century Letter that Made the World Modern, Basic Books; 1 edition, 2008.

DEWEY, J. **Arte como Experiência**. São Paulo: Martins Fontes, 2010.

DIAS, B. Imagens em Deslocamento: Educação e Visualidade**. VIS – Revista do Programa de Pós-Graduação em Arte da UnB**. Brasília, DF: Editora Brasil, v. 8, p. 144, 2009.

DICKSON, L.; BROWN, M.; GIBSON, O. Pensamiento espacial. In: DICKSON, L.; BROWN, M.; GIBSON, O. (Org.). **El aprendizaje de las matemáticas**. Barcelona: Editorial Labor, 1991.

DIENES, Z. P.; GOLDING, E. W. **A geometria pelas transformações I**: topologia, geometria projetiva e afim. São Paulo: EPU, 1975.

DIETIKER, L. The Role of Sequence in the Experience of Mathematical Beauty. **Journal of Humanistic Mathematics**, v. 6, Issue 1, p. 152-173, January de 2016.

DOYLE, W. Paradigms for research on teacher effectiveness. In: SHULMAN L. S. (dir.), *Review of research on education* vol. 5, Itasca: F.E. Peacock, 1977, p. 163-199.

DOMÉNECH, J. M. C. **A forma do real**: introdução aos estudos visuais. São Paulo: Summus, 2011.

DONDIS, D. A. **A sintaxe da linguagem visual**. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

DREYFUS, T.; EISENBERG, T. On the Aesthetics of Mathematical Thought**. For the Learning of Mathematics – FLM**, 6, 1, p. 1-10, February, 1986.

DUMONT, A. H. **Um estudo de caso sobre aspectos do conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de quarta série.** 97 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pósgraduação em Educação Agrícola, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ, 2008.

DUNCUM, P. Clarifying visual culture in art education. **Art Education**, 55(3), p. 6-11, 2002.

ECO, U. **História da Beleza**. Rio de Janeiro: Record, 2004.

EDWARDS, D.; MERCER, N. **El conocimiento compartido**. Barcelona: Paidos Ibérica, 1988.

EFLAND, A. **Educación artística y cognición**. Barcelona: Octaedro, 2004.

EFLAND, A.; FREEDMAN, K.; STUHR, P. **La educación en el arte pós moderno**. Barcelona: Paidós, 2003.

ELBAZ, F. Research on teacher's knowledge: The evolution of a discourse. **Journal of Curriculum Studies**, 23, p. 1-19, 1991.

ELBAZ, F., **Teacher thinking:** A study of practical knowledge. London: Croom Helm,1983.

ETCHEVERRIA, T. C. **Educação continuada em grupos de estudos**: possibilidades com foco no ensino da geometria. 102 f. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, 2008.

EUCLIDES. **Os elementos**. Traduzido por Irineu Bicudo. São Paulo: Unesp, 2009.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação matemática, representação e construção em geometria.** Porto Alegre: Artmed, 1999.

FAINGUELERNT, E. K. Representação do Conhecimento em Matemática: transformações no plano - Translação e Simetria. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 9, n. ESPECIAL 3, 1994.

FAINGUELERNT, E. K.; NUNES. K. R. A. **Fazendo Arte com Matemática**. Porto Alegre: Artmed, 2006.

FERNANDEZ, C. PCK - Conhecimento Pedagógico do Conteúdo: perspectivas e possibilidades para a formação de professores. In: **VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências** – ENPEC, Campinas, SP. Atas... Rio de Janeiro, RJ: ABRAPEC, v. 1. p. 1-12, 2011.

FEHER, E. R. **Simetria**: izquierda y derecha, antes y después, chico y grande en el mundo. Argentina: XXI Siglo Veintiuno Editores, 2009.

FELDMAN, E. B. **Metodologia de trabalho**. São Paulo: USP, 1993.

FELDMAN, Edmund Burke. **Becoming human through art**: aesthetic experience in the school. Michigan: Prentice-Hall, 1970.

FENNEMA, E.; LOEF, M. teachers knowledge and its impact. In: GROUWS, D. (Org.). **Handbook of research on mathematics teaching and lerning**. Nova york, MacMillan, 1992.

FERNANDES, V. M.; CURI, E. Algumas reflexões sobre a formação inicial de professores para ensinar matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. **REnCiMa**, v. 3, n. 1, p. 44-53, jan./jul. 2012.

FERNANDES, S. **Uma Análise Vygotskiana da Apropriação do conceito de simetria por Aprendizes sem Acuidade Visual**. 2004, 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Pontificada de São Paulo, São Paulo, SP, 2004.

FERREIRA, N. S. A. As pesquisas denominadas “estado da arte”. **Educação & Sociedade**, São Paulo, ano 23, n. 79, p. 257-272, ago. 2002. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/es/v23n79/10857.pdf. Acesso em 25 maio 2017.

FERREIRA, N. S. A. **Pesquisa em Leitura**: um estudo dos resumos de dissertações de mestrado e teses de doutorado defendidas no Brasil, de 1980 a 1995. 205 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Unicamp, São Paulo, 1999. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000188497 . Acesso em: 3 jun. 2017.

FERREIRA, R. J. **Matemática e Arte, um diálogo possível**: trabalhando atividades interdisciplinares no 9º ano do Ensino Fundamental. 2015 133f. Dissertação (Mestrado profissional) – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Federal de Juiz de Fora, UFJF, Juiz de Fora, MG, 2015.

FERRY, L. ***Homo Aestheticus***. São Paulo: Editora Ensaio, 1994.

FERRO, V. **Simetría, simplicidad y armonía**. 2012. Disponível em: https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00687295/document. Acesso em: 12 jun. 2016.

FIALHO, R. P. **A Matemática do sensível pelas mãos do artesão**: Marcas da aprendizagem matemática e da cultura material dos ceramistas do Icoaraci. 400 f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) – Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, UFPA, Belém, PA, 2012.

FILHO, A. M. **Cultura visual de prédios históricos**: uma proposta pedagógica de ensino de arte. 68 f. Monografia (Licenciatura em Artes Visuais) – Universidade de Brasília, 2011.

FISCHBEIN, E. **Educational Studies in Mathematic**s, V. 24, N. 2, 1993, pp. 139-162. Disponível em: http://web.math.unifi.it/users/dolcetti/Fischbein.pdf. Acesso em: 24 de jun. 2018

FIORENTINI, D.; COELHO, M. A. V. M. Aprendizagem profissional de professores em comunidades investigativas. **Leitura. Teoria & Prática**, 58(30), p. 1053-1062, 2012.

FIORENTINI, D.; SOUZA JR., A.; MELO, G. A. Saberes docentes: um desafio para acadêmicos e práticos. In: GERALDI, C. M. G.; FIORENTINI, D.; PEREIRA, E. M. (Org.). **Cartografias do Trabalho Docente**: professor(a)-pesquisador(a). Campinas: ALB e Mercado de Letras, 1998.

FISCHER, E. **A necessidade da arte**. 9. ed. Rio de Janeiro: Guanabara Koogan, 1987.

FLAUSINO, R. **É Possível compreensão em arte?** s.d. Disponível em: http://www. museuvictormeireilles.org.br.

FLORES, C. R. **Arte e Visualidade**: outros olhares para a visualização matemática. Seminário de Pesquisa, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, PUC-SP, março, 2016a.

FLORES, C. R. Descaminhos: potencialidades da Arte com a Educação Matemática. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 30, n. 55, p. 502-514, ago. 2016b.

FLORES, C. R. **Entre Kandinsky, crianças e corpo**: um exercício de uma pedagogia pobre. **Zetetiké**, Cempem, Fe, Unicamp, v. 23, n. 43, p.237-252, jan./jun. 2015.

FLORES, C. R. Visualidade e Visualização Matemática: Novas Fronteiras para a Educação Matemática. In: FLORES, C. R.; CASSIANI, S. (Org.). **Tendências Contemporâneas nas Pesquisas em Educação Matemática e Científica**: sobre linguagens e práticas culturais. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2013.

FLORES, C. R. Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares. **Zetetiké**, Cempem, Fe, Unicamp, v. 18, Número Temático, p. 218-292, 2010.

FLORES, C. R. **A problemática do desenho em perspectiva**: uma questão de convenção. **Zetetiké**, Cempem, Fe, Unicamp, v. 11, n. 19, p. 81-92, Jan./Jun. 2002.

FLORES, C. R. **Olhar, saber, representar:** ensaios sobre a representação em perspectiva. 189f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianopolis, 2003. Disponível em: https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/85164. Acesso em: 20 de nov. 2016.

FLORES, C. R.; WAGNER, D. R.; BURATTO, I. C F. Pesquisa em Visualização na Educação Matemática: Conceitos, Tendências e Perspectivas. **Educação Matemática Pesquisa** (Impresso), v. 14, p. 31-45, 2012.

FLORES, C.; WAGNER, D. Um mapa e um inventário da pesquisa brasileira sobre arte e educação matemática. **Educ. Matem. Pesq**., São Paulo, v. 16, n. 1, p. 243-258, 2014.

FONSECA, M. A. **Michel Foucault e a constituição do sujeito**. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2011.

FRANCISCO, B. M. **Um oficinar de experiências que pensa com crianças**: matemáticas cubistas, formas de brincar e ex-posições. 266 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-graduação em Educação Científica e tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC, Florianópolis, SC, 2017.

FRANCO, M. A. **Pedagogia e prática docente**. São Paulo: Cortez, 2012.

FRANCO, M. L. P. B. **Análise do conteúdo**. Brasília, DF: Plano Editorial, 2003.

FREIRE. P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes Necessários à Prática Educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2001.

FOUCAULT, M. História da Sexualidade. *In*: FOUCAULT, M. **Microfísica do Poder**. Rio de Janeiro: Graal, 2000. p. 243-276.

FOUREZ, G.; MAINGAIN, A.; DUFOUR, B. **Abordagens didáticas da interdisciplinaridade**. Lisboa: Instituto Piaget, 2002.

FUSARI, M. F. R; FERRAZ, M. H. C. **Arte na Educação Escolar**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

FUSARI, M. F. R; FERRAZ, M. H. C. **Metodologia de ensino de arte**. São Paulo: Cortez, 1999.

GAGE, N. L. **Paradigms for research on teaching.** GAGE. N. L. editor Chicago: Tand MC Natali e company, p. 94, 142, 1963. Disponível em: https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED103390.pdf. Acesso em: 11 jul. 2018.

GAIA, S.; CESÁRIO, M.; TANCREDI, R. M. Formação profissional e pessoal: a trajetória de vida de Shulman e suas contribuições para o campo educacional. **Revista Eletrônica de Educação**, v. 1, n. 1, set. 2007. Disponível em: http://www.reveduc.ufscar.br/index.php/reveduc/article/view/8. Acesso em: 16 jun. 2016.

GARCÍA, C. M. **Formação de professores**: para uma mudança educativa. Lisboa: Porto, 1999.

GARCÍA, C. M. **Como conocen los profesores la materia que enseñan**: algunas contribuciones de la investigación sobre conocimiento didáctico del contenido. Ponencia presentada al Congreso Las didácticas específicas en la formación del profesorado, Santiago de Compostela, España, p. 6-10 jul. 1992. Disponível em: www.prometeo.us.es/mie/pub/marcelo. Acesso em: 17 maio 2016.

GARDNER, H. **Estruturas da mente**: a Teoria das Múltiplas Inteligências. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

GARRIDO, Y. P.; LEYVA, L. M. L. Pensamiento geométrico en los escolares primarios: un modelo didáctico para estimularlo. In: CONGRESO INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA E COMPUTACIÓN, 2005, Holguín. **Anais eletrônicos** [...]. Holguín, 2005. Disponível em: http://www.rieoei.org/expe/2235Garrido-Maq.pdf. Acesso em: 5 jan. 2010.

GAUTHIER, C. *et al*. **Por uma teoria da Pedagogia**: pesquisas contemporâneas sobre o saber docente. Ijuí: Unijuí, 1998.

GERALDI, W. A aula como acontecimento. Semana da Prática Pedagógica, Universidade de Aveiro, Portugal, CIFOP, 2003. **Anais** [...].

GIAQUINTO, M. Mathematical Proofs: The Beautiful and The Explanatory. **Journal of Humanistic Mathematics**, v. 6 Issue 1, January 2016, p. 52-72. Disponível em: http://scholarship.claremont.edu/jhm/vol6/iss1/5/. Acesso em: 15 ago. 2017.

GIMENO S. J.; PÉREZ, G. A. **Compreender e transformar o ensino**. 4. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

GODINO, J. D. **Matemáticas para maestros**. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada, 2003. Disponivel em: http://www.ugr.es/local/jgodino/. Acesso em: 23 ago. 2016.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais. São Paulo: Record, 1997.

GOMBRICH, E.H. **História da arte**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1988.

GOMBRICH, E. H. **El sentido de orden:** estudio sobre la psicología de las artes decorativas. Tradução Esteve Riambau i Saurí. Barcelona: G. Gili, 1979.

GOMES, M. **Um estudo sobre o conhecimento matemático de (futuros) professores do 1º ciclo**: o problema dos conceitos fundamentais em Geometria. 204 f. Tese (Doutorado em educação) – Universidade do Minho, Braga, Portugal, 2004. Disponível em: https://prezi.com/4iudp0-jqih4/o-conhecimento-matematico-dos-professores-de-1o-ciclo-em-por/.

GÓMEZ-CHACÓN, I. M. Valores y conocimiento matemático: la belleza matemática. **Diálogo Filosófico**, 62, p. 285-306, 2005.

GOMPERTZ, W. **Isso é Arte?**: 150 anos de arte moderna do impressionismo até hoje. Rio de Janeiro: Zahar, 2013.

GONSETH, F. **La Géométrie et le problème de l'espace**. Neuchatel: Griffon, 1945.

GONZATO, M. **Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacia**l. 583 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Granada, Granada, Espanha, 2013.

GRENFELL, M.; HARDY, C. **Art Rules**: Pierre Bourdieu and the visual Arts. Berg Publishers, 2007.

GRENIER, D.; LABORDE, C. Transformations géométriques: le cas de la symétrie orthogonale. In: Didactique et acquisition des connaissances scientifiques. **Actes du Colloque de Sèvres**. Grenoble: La Pensée Sauvage, Éditions, 1987.

GRENIER, D**. Construction et étude du fonctionnement d' un processus d' sur la symetrie ortogonale em sixiême**. Tese (doutorado em didática da matemática). Universidade Joseph Fourier Grenoble, França, 1988.

GUERRA, R. B.; CHAVES, M. Sentimentos de semelhança: das Artes à Matemática. **REMATEC**, Natal (RN), ano 7, n. 10, jan.-jun. 2012.

GRESSLER, M. D. **Construindo uma Percepção Complexa da Realidade a partir do Estudo dos Fractais**. 152 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, PUCRGS, Porto Alegre, RS, 2008.

GROSSI, E. P**. Iniciação a topologia do plano**. Porto Alegre: Geempa, 2006.

GROSSMAN, P.; WILSON, S.; SHULMAN, L. Twacher of substance: Suject matter Knowoedge for teaching. In: REYNOLDS, M. (Org.). **Knowledge base for the beginning teacher**. Nova Yaork: Pergamon Press, 2005. Disponível em: https://recyt.fecyt.es/index.php/profesorado/article/view/42833/24723. Acesso em: 19 jan. 2017.

GUIMARÃES, S. D.; VASCONCELLOS, M.; TEIXEIRA, L. R. M. O ensino de geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental: concepções dos acadêmicos do Normal Superior. **Zetetiké**, Cempem, FE, Unicamp, v. 14, n. 25, jan./jun. 2006.

GULLAR, F. **Autobiografia poética e outros textos**. 1. Ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2015.

GUSMÃO, L. R.; FRANCO, V. S.; CIFUENTES, J. C. A Imaginação e a Intuição na Dinâmica do Conhecimento Matemático: subsídios para uma pesquisa epistemológica e pedagógica. **Perspectivas da Educação Matemática** – INMA/UFMS, v. 10, n. 22, p. 366-387, 2017.

GUSMÃO, R. D. **Educação Matemática pela Arte**: construção de uma base teórica para a relação interdisciplinar entre Matemática e Arte. XII EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática Campo Mourão, 4 a 6 de setembro de 2014. **Anais** [...].

GUSMÃO, R. D. A experiência estética na construção de uma Educação Matemática pela arte. *In*: XI Congresso Nacional de Educação – Educere, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, de 23 a 26 de setembro de 2013a. **Anais** [...].

GUSMÃO, R. D. **Educação Matemática pela Arte**: uma defesa da educação da sensibilidade no campo da matemática. 149f. Dissertação de Mestrado em Educação em Ciência e em Matemática. Linha de Pesquisa: Educação Matemática e Interdisciplinaridade. Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR, 2013b.

GUTIÉRREZ, Angel. **Visualization in 3-Dimensional Geometry**: In Search of a Framework. University of Valence, Spain, 1996. Disponível em: http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf . Acesso em: 25 fev. 2018.

GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A. Reflexiones sobre la enseñanza de la geometría en primaria y secundaria. **Tecné, Episteme y Didaxis: TED**, n. 32, p. 55-70, segundo semestre de 2012.

HARDY, G. H. **Apología de un matemático**. Madrid, España: Nivola, 1999. (Obra original publicada em 1940). Disponível em http://www.librosmaravillosos.com/apologiadeunmatematico/pdf/Apologia%20de%20un%20matematico%20-%20Godfrey%20H%20Hardy.pdf. Acesso em: 10 jul. 2018.

HARTING, S.C. **Formação continuada de professores**: um olhar sobre as práticas pedagógicas na construção de conhecimentos geométricos. 117f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) – Universidade do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking pedagogical content knowledge: conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, 39, 4, p. 372-400, 2008. Disponível em: https://www.nctm.org/Publications/journal-for-research-in-mathematics-education/2008/Vol39/Issue4/Unpacking-Pedagogical-Content-Knowledge_-Conceptualizing-and-Measuring-Teachers_-Topic-Specific-Knowledge-of-Students/. Acesso em: 13 fev. 2018.

HILL, H. C.; SCHILLING, S. G.; BALL, D. L. Developing measures of teachers' mathematical knowledge for teaching. **Elementary School Journal**, 105(1), p. 11–30, 2004. Disponível em: https://www.journals.uchicago.edu/doi/pdfplus/10.1086/428763. Acesso em: 13 abr. 2018.

HILL, H., BALL, D. L. The curious – and crucial – case of mathematical knowledge for teaching. **Phi Delta Kappan**, 91(2), 68–71, 2009.

HOFFER, A. Geometria é mais que prova. **Journal Mathematics Teacher**, janeiro de 1981. Disponível em: https://www.ime.usp.br/~brolezzi/publicacoes/geometria.pdf. Acesso em: 20 jan. 2018.

HOMEN, P. M. **Concepções de professores dos anos iniciais do ensino fundamental sobre o ensino de geometria**: uma análise pós-construtivista. 117 f. Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências) – Universidade do Rio Grande do Sul, URS, Porto Alegre, RS, 2013.

HORNBURG, N. SILVA, R. **Teorias sobre currículo:** uma análise para compreensão e mudança. Vol. 3n. 10 - jan.-jun./2007.

IAVELBERG, R. **O desenho cultivado da criança**: prática e formação de educadores. 2. ed. Porto Alegre: Zouk, 2008.

JAGODZINSKI, J. As negociações da diferença: arte educação como desfiliação na era pós-moderna. In: GUINSBURG, J.; BARBOSA, A. M. (Org.). **O pós-modernismo**. São Paulo: Perspectiva, 2005.

JAIME, A. P.; GUTIÉRREZ, A. R. **El grupo de las Isometria**s: Del Plano. Madri: Editorial Sintesis, 1996.

JUCÁ, R.; FRANCO DE SÁ, P.; ALVES, F. J. O ensino de geometria na formação dos professores das séries iniciais. XI ENEM, Curitiba, Paraná, 18 a 21 de julho de 2013. **Anais** [...].

KANDINSKY, W. **Ponto, linha sobre plano**. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 2005.

KNAUSS. P. O desafio de fazer História com imagens: arte e cultura visual. **Revista do Instituto de História da Universidade Federal de Uberlândia**. Uberlândia, v. 8, n. 12, p. 97-115, 2006.

KASTRUP, V. O Lado de Dentro da Experiência: atenção a si mesmo e produção de subjetividade numa oficina de cerâmica para pessoas com deficiência visual adquirida. **Psicologia**: ciência e profissão, Brasília, v. 28, n. 1, p. 186-199, 2008.

KASTRUP, V. A Invenção na Ponta dos Dedos: a reversão da atenção em pessoas com deficiência visual. **Psicologia em Revista**, Belo Horizonte, v. 13, n. 1, p. 69-90, 2007.

KASTRUP, V.; BARROS, R. B. Movimentos-funções do dispositivo na prática da cartografia. In: PASSOS, E.; KASTRUP, V.; ESCÓSSIA, L. (Org.). **Pistas do método da cartografia**: pesquisa-intervenção e produção de subjetividade. Porto Alegre: Sulina, 2014. p. 76-91.

KLEE, P. **Teoria della forma e della Figurazione**. Tradução de Carlo Mainoldi. Milano: Feltrinelli, 1959.

KRAUSS, Rosalind. Espaço analítico: futurismo e construtivismo. In: KRAUSS, Rosalind. **Os caminhos da escultura moderna**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

LALLEMAND, S. Cosmogonia. In: AUGÉ, M. (Org.). **A construção do mundo**. Lisboa: Edições 70, 1978.

LEAL, R. B. Planejamento de ensino: peculiaridades significativas. **Revista Ibero-Americana de Educação**, OEI, nº 37/3, 2005. Disponível em: https://rieoei.org/historico/deloslectores/1106Barros.pdf. Acesso em: 16 dez. 2018.

LEIVAS, J. C. P. **Imaginação, intuição e visualização**: a riqueza de possibilidades da abordagem geométrica no currículo de cursos de licenciatura de matemática. 294 f. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, PR, Brasil, 2009.

LEIRIA, A. C.; **Conhecimento e práticas profissionais de duas professoras quando ensinam representação gráfica estatística**. 400 f. Tese (Doutorado em didática da matemática) – Universidade da Beira Interior Ciências, Corvilha, 2013.

LEITE, S. **O simbolismo dos padrões geométricos na arte islâmica**. São Paulo: Ateliê Editora, 2007.

LIMA, E. L. **Isometrias**. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

LIMA, I. Conhecimentos e concepções de professores de matemática: análise de sequências didáticas. **Educ. Matem. Pesq.**, São Paulo, v. 13, n. 2, p.359-385, 2011.

LIMA, I. **De la modélisation de connaissances des élèves aux décisions didactiques des professeurs**: étude didactique dans le cas de la symétrie orthogonale. Thèse d'Université, Université Joseph Fourier, Grenoble, 2006.

LINS, H. A. Cultura Visual e Pedagogia da imagem: recuos e avanços nas práticas escolares. **Educação em Revista**, Belo Horizonte, v. 30 , n. 1, p. 245-260, mar. 2014.

LIVIO, M. **A equação que ninguém consegue resolver**. Rio de Janeiro: Record, 2008.

LLINARES, S. O desenvolvimento da competência docente de "olhar profissionalmente" o ensino-aprendizagem das matemáticas. **Educ. rev**. 2013, n. 50, p. 117-133, 2013.

LOPES, M. L. L; NASSER, L. **Geometria**: na era da imagem e do movimento. Rio de Janeiro: UFRJ, 1996.

LORENZATO, S. **Para aprender matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S. Por que não ensinar geometria? **Educação Matemática em Revista**. Blumenau: SBEM, ano III, n. 4, 1995.

LOSADA, T. O contextualizar e o conhecer. In: BARBOSA, A. M.; CUNHA, F. P. (Orgs.) **Abordagem Triangular:** no ensino das artes e culturas visuais. São Paulo: Cortez, 2010.

MA, L.; **Knowing and teaching elementary mathematics**: Teachers'understanding of fundamental mathematic in China and the United States. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 1999.

MABUCHI, S. T. **Transformações geométricas**: a trajetória de um conteúdo não incorporado às práticas escolares. Dissertação (mestrado em Educação Matemática) – Universidade Pontificada de São Paulo, São Paulo, SP, 2000. Disponível em: http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/MABUCHI_setsuko.html. Acesso em: 21 de jun. 2008.

MACHADO, R. B.; FLORES, C. R. O Corpo Despido pelas Práticas de Desenhar: dos usos à disciplinarização do desenho. **Bolema**, Rio Claro, SP, v. 27, n. 45, p. 255-279, abr. 2013.

MACHADO, R. S. Sobre mapas e bússolas: apontamentos a respeito da abordagem triangular. In: BARBOSA, A. M.; CUNHA, F. P. (Org.). **Abordagem Triangular no ensino das artes e culturas visuais**. São Paulo: Cortez, 2010.

MACHADO, N. J. **Matemática e Língua Materna:** análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 1990.

MÄDCHE, F. C.; MALLMANN, T. **Grupo de estudos**: o sonho que se sonha em conjunto se torna realidade. São Leopoldo: Unisinos; Brasília, DF: MEC, 2006.

MALAGÓN, J. E. P. Introducción a la historia de la estética. **Clío, History and History Teaching**, 33, 2007. Disponível em: http://clio.rediris.es/n33/n33/historiaestetica.htm. Acesso em: 15 jun. 2017.

MARCON, D.; NASCIMENTO, J. V.; GRAÇA, A. A construção das competências pedagógicas através da prática como componente curricular na formação inicial em Educação Física. *Revista* **Brasileira de Educação Física e Esporte**, São Paulo, v. 21, n. 1, p. 11- 25, 2007. Disponível em: file:///C:/Users/Usuario/Downloads/16640-Texto%20do%20artigo-19790-1-10-20120522.pdf. Acesso em: 27 de nov. 2017.

MARMUR, O. AND KOICHU, B. Surprise and the Aesthetic Experience of University Students: A Design Experiment. **Journal of Humanistic Mathematics**, v. 6, I. 1, p. 127-151, January 2016. Disponível em: http://scholarship.claremont.edu/jhm/vol6/iss1/9. Acesso em: 15 jun. 2017.

MARQUESIN, D. F. B. **Práticas compartilhadas e a produção de narrativas sobre aulas de Geometria**: o processo de desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática. 2007, 244 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade São Francisco, Itatiba, SP, 2007.

MARQUESIN, D. F. B.; NACARATO, A. M. A prática do saber e o saber da prática em geometria: análise do movimento vivido por um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental. **Zetetiké**, Cempem, FE, Unicamp, v. 19, n. 35, jan./jun. 2011.

MARQUES, E. M.; SOUZA, A. R.; BREDA, A. M. Matemática e arte: incursões na interdisciplinaridade. **REMATEC**, Natal (RN), ano 7, n. 10, p. 73-87, jan.-jun. 2012.

MARTÍNEZ, L. F. P. A pesquisa qualitativa crítica. In: **Questões sociocientíficas na prática docente**: Ideologia, autonomia e formação de professores. São Paulo: Editora UNESP, 2012. p. 138152.

MARTINS, G. As pinturas rupestres do sítio de Alcobaça, Buíque – PE no contexto da tradição Agreste. **Clio Arquelogia**, n. 18. Recife: Editora da Universidade Federal de Pernanbuco, 2005, p.27-49.

MARTINS. M. C.; PICOSQUE, G.; GUERRA, M. T. **Didática do Ensino da Arte a língua do mundo**: poetizar, fruir e conhecer arte. São Paulo: FTD, 1998.

MARTINS, R. A cultura Visual e a construção social da arte, da imagem e das práticas de ver. In: OLIVEIRA, M, (Org.). **Arte, educação e cultura**. Santa Maria: UFSM, 2011a.

MARTINS, R. **Educação da Cultura Visual**: conceitos e contextos. Santa Maria: Editora UFSM, 2011b.

MARTINS, R. Narrativas visuais: imagens, visualidades e experiência educativa. **Revista VIS**, v. 8, n. 1 janeiro/junho de 2009, p. 33-39.

MARTINS, R.; SÉRVIO, P. P.; Distendendo relações entre imagens, mídia, espetáculo e educação para pensar a cultura visual. In: MARTINS, R.; TOURINHO, I. (Org.). **Culturas das imagens**: desafio para arte e para educação. Santa Maria: Ed. da UFMS, 2012.

MASETTO, M. T. Professor universitário: um profissional da educação na atividade docente. In: MASETTO, M. T. (Org.). **Docência na universidade**. Campinas, SP: Papirus, 1998.

MEGA, É. **Ensino/Aprendizagem da rotação na 5ª série**: um estudo comparativo em relação ao material utilizado. 2001, 284 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) –

Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001. Disponível em: www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/elio_mega.pdf. Acesso em: 30 jun. 2015.

MEIRIEU, P. **A pedagogia entre o dizer e o fazer:** a coragem de começar. Porto Alegre: Artmed, 2002.

MELO, D. M. **A simetria de reflexão**: elementos de concepção mobilizados por alunos do Ensino Fundamental. 114 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife/PE, 2010. Disponível em: http://repositorio.ufpe.br/bitstream/handle/123456789/3998/arquivo76_1.pdf?sequence=1&isAllowed=y0_. Acesso em: 22/06/2017

MELO, D. M.; LIMA, I. A simetria de reflexão: concepções mobilizadas por alunos brasileiros**.** XIII CIAEM-IACME, Recife, Brasil, 28 a 30 de junho, 2011. **Anais** […].

MELO, H. The symmetry as interdisciplinary factor through its application and history. **European Scientific Journal**, 3, SE, 2014, 378+.Academic OneFile. Web. 24 Feb. 2016. Disponível em: http://go.galegroup.com/ps/i.do?id=GALE%7CA385070383&v=2.1&u=capes&it=r&p=AONE&sw=w&asid=df8289456c7ba3e4881c44a7db5d8452) . Acesso em: 25 maio 2016.

MELO NETO, J. C. **A educação pela pedra**. São Paulo: Companhia das Letras, 2008.

MENDES, I. A. O octógono artístico, sagrado e geométrico na Capela de São João Batista em Belém do Pará. **REMATEC**, Natal, RN, ano 7, n. 10, p. 106-124, jan.-jun. 2012.

MENDES, I. A. Ensino de conceitos geométricos, medidas e simetria: por uma educação (etno)matemática com arte. **Revista Cocar** (UEPA), Belém, v. 2, p. 35-47, 2008.

MENEGUZZI, T. **Os perspectógrafos de Dürer na educação matemática**: história, geometria e visualização. 122 f. Dissertação (Mestrado em Educação científica e Tecnológica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2009.

MENESES, U. T. B. Fontes visuais, culturas visuais, histórias visuais, balanços provisórios, propostas cautelares. **Revista Brasileira de História**, São Paulo, v. 23, n. 45, 2003.

MITCHELL, W. J. T. Showing seeing: a critique of visual culture. **Journal of Visual Culture**, v. 1, p. 165-181, 2003.

MIZUKAMI, M. G. L. **Escola e aprendizagem da docência**: Processos de investigação e formação. São Carlos: EdUFSCar, 2004.

MODESTO, C. F. Matemática e Escher: explorando a geometria dos fractais e as tesselações de Escher. 251f. Dissertação (Mestrado profissional em matemática) – Programa de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, SP, 2015.

MOITA, F. ANDRADE, F. **O saber de mão em mão**: a oficina pedagógica como dispositivo para formação docente e a construção do conhecimento na escola pública. 2006. Disponível em: http://29reuniao.anped.org.br/trabalhos/trabalho/GT06-1671. Acesso em: 24 maio 2016.

MORAES, J. **Construção de conceitos geométricos num contexto de formação inicial de professores dos anos iniciais do ensino fundamental**. 158f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Brasília, Programa de Educação, 2008.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva.** Ijuí: Ed. Unijuí, 2007 .

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**. Porto Alegre: Sulina, 2005.

MORIN, E. **A cabeça bem-feita: repensar a reforma, reformar o pensamento**. Tradução Elóa Jacobina, 14ª edição, Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2008.

MÜLLER, R. **De como cincoenta e duas pessoas reproduzem uma sociedade indígena:** os Asurini do Xingu. Tese (Doutorado) – Departamento de Antropologia, USP, São Paulo, 1987.

NACARATO, A. Geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISTO, F. F; DOBRÁNSZKY, E. A.; MONTEIRO, A. (Org.). **Cotidiano escolar**: questões de leitura, matemática e aprendizagem. Petrópolis: Vozes, 2001. p. 85-98.

NACARATO, A. **Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação**: Currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando Geometria. 330f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Unicamp, Campinas, 2000.

NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B. **A geometria nas séries iniciais**: uma análise sob a perspectiva da prática pedagógica e da formação de professores. 1. ed. v.1. São Carlos: Ed. UFRSCar, 2003.

NASCIMENTO, A. T. **Aproximações entre artes visuais e matemática**: possibilidades de produção do livro ilustrado a partir das formas geométricas. 163f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) – Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia. Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2017.

NCTM. **Principles and standards for school mathematics**. National Council of Teachers of Mathematics. Disponivel em: http://standards.nctm.org/. Acesso em: 20 nov. 2016.

NICOLESCU, B. **O Manifesto da transdisciplinaridade**. Tradução de Lucia Pereira de Souza. São Paulo: TRIOM, 1999

NÓVOA, Antônio. Formação de professores e profissão docente. *In*: NÓVOA, Antônio (Org.) **Os professores e a sua Formação**. Lisboa, Portugal: Publicações Dom Quixote, 1997. p.15-33.

NUNES, C. M. F. Saberes docentes e formação de professores: um breve panorama da pesquisa brasileira. **Educação e Sociedade**, Campinas, ano XXII, n. 74, p. 27-42, abril, 2001.

NUNES, L. B.; MARTINS, R. "Esse é o jeito rebelde de ser": produzindo masculinidades nas salas de aula. **Revista Digital do LAV**, v. 8, p. 3, 2012.

ORLANDI, E. P. **Análise de Discurso**: princípios E procedimentos. 8. ed. Campinas: Pontes, 2010.

OSTROWER, F. **Universo da Arte**. Rio de Janeiro: Campus, 1983.

OSTROWER, F. **Criatividade e processos de criação**. Petrópolis: Vozes, 1978.

PAIN, S. Corpo, pensamento e aprendizagem. **Revista do Geempa**: todos podem aprender, qual é a chave? Porto Alegre, n. 10, p. 11-39, set. 2005.

PANIZZA, M. A direita... de quem? Localização espacial na educação inicial e nas séries iniciais. *In*: Panizza, M. (Org.). **Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais**: análise e propostas. Porto Alegre: Artes Médicas, 2006.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica:** a Geometria na sala de aula. Tese (Doutorado em Educação) – Unicamp, Campinas, 2000.

PAVANELLO, R. M. Geometria: atuação de professores e aprendizagem nas séries iniciais. *In*: I Simpósio Brasileiro de Psicologia da Educação Matemática. **Anais** [...]. Curitiba: 2001, p. 172- 183.

PAVANELLO, R. M. A Pesquisa na Formação de Professores de Matemática para a Escola Básica. **Educação Matemática em Revista**, ano 10, n 15, p. 8-13, 2003.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências. **Revista Zetetiké**, Campinas, Unicamp, ano 1, n. 1, 1993.

PEDROSA, S. Aprendendo arte com a leitura de imagen. In: PEDROSA, S. (Org.). **O artista contemporâneo pernambucano e o ensino da arte**. Recife: Editora Universitária da UFPE, 2011, CD – ROM.

PEDROSA, M.; ARANTES, O. **Forma e percepção estética**. São Paulo: Edusp, 1996.

PERES-GOMES, A. La escuela, encrucijada de culturas. **Investigações en la Escuela**, n. 26, 1995. Disponível em: http://www.investigacionenlaescuela.es/articulos/26/R26_1.pdf. Acesso em: 28 jan. 2018.

PERNAMBUCO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco**: Matemática. Recife: SE, 2008.

PERNAMBUCO, **Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco -** Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, 2012. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/matematica_ef_em.pdf. Acesso em: 12 de mar. 2018.

PERRENOUD, P. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

PIAGET, J. **A noção de tempo na criança**. Rio de Janeiro: Record, 2000.

PIAGET, J. **Abstração Reflexionante**: Relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Trad. Fernando Becker e Petronilha G. da Silva, Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PIMENTA, S. G. Formação de professores: identidades e saberes na docência. In: PIMENTA, S. G. **Saberes pedagógicos e atividade docente.** São Paulo: Cortez, 1999. p. 15-34.

PITAMIC, M. **Fazendo Arte**. São Paulo: Plublifolhinha, 2014.

POINCARE, H. "Mathematical Creation." In **The world of mathematics***,* J.R. Newman, ed., Vol.4, 7th edition New York, NY: Simon and Schuster, pp. 2041-2052, 1956.

PONTE, J. P. Concepções dos professores de Matemática e Processos de formação. **Educação matemática**: Temas de investigação, p. 185-239, 1992. Disponível em: http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/92-Ponte(Ericeira).pdf. Acesso em 21 jul. 2018.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. Preservice mathematics teachers' knowledge and development. In: ENGLISH, L. D. (Ed.). **Handbook of international research in mathematics education.** 2. ed. New York: Routledge, 2006.

PREFEITURA DA CIDADE DE OLINDA. **Proposta Pedagógica da Rede Municipal de Ensino de Olinda**: Uma construção coletiva. Olinda: SE/PCO, 2010.

PREFEITURA DA CIDADE DO RECIFE. **Proposta Pedagógica da Rede Municipal de Ensino do Recife**: Construindo Competências. Recife: SE/PCR, 2002.

PROENÇA, M. G. **História da Arte**. Rio de Janeiro: Ática, 2004.

QUINTANA, M. **"Do Caderno H",** Editora Globo - Porto Alegre, 1973.

RAMALHO, B. L.; NUÑEZ, I. B.; GAUTHIER, C. **Formar o professor, profissionalizar o ensino**: perspectivas e desafios. Porto Alegre: Sulina, 2003.

RAYMOND, D.; TARDIF, M. Saberes, tempo e aprendizagem do trabalho no magistério. **Educação & Sociedade**, Campinas, n. 73, p. 209- 244, 2000.

RIBEIRO, B. G.; VELTHEM, L. Coleções Etnográficas. Documentos materiais para a história indígena e a etnologia. In: CUNHA, M.C. (Org.). **Historia dos Índios no Brasi**l. São Paulo: Companhia das Letras, 1992.

RIBEIRO, C. M; MARTINS, F. Sondagens *versus* censos: Uma primeira discussão do conhecimento matemático para ensinar organização e tratamento de dados. **Exedra**, n. 3, p.

33-50, 2010. Disponível em: http://www.exedrajournal.com/docs/N3/03A-Miguel-Ribeiro_Fernando-Martins_pp_33-50.pdf. Acesso em 11 jul. 2018.

RICHTER, I. M. Multiculturalidade e interdisciplinaridade. In: BARBOSA, A. M. **Inquietações e Mudanças no Ensino da Arte**. (Org.). 5. ed. São Paulo: Cortez, 2008.

RICOEUR, P. **A memória, a história, o esquecimento**. Tradução: Alain François. Campinas: Editora da Unicamp, 2007.

RODRIGUES, M. S. **Possibilidade de interação entre a matemática e a arte no ensino fundamental**: uma proposta de atividade em sala de aula. 2016, 46f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, UFRRJ, Rio de Janeiro, RJ, 2016.

ROHDE, G. **Simetria**: Rigor e imaginação. Porto Alegre: Edipucrs, 1997.

ROLDÃO, M. C. Função docente: natureza e construção do conhecimento profissional. **Revista Brasileira de Educação**, v. 12 n. 34, jan./abr. 2007.

ROMANATTO, M. C. **A matemática na formação de professores dos anos iniciais**: um olhar para além da aritmética. São Carlos: EdUFSCar, 2011.

ROMANOWSKI, J. P.; ENS, R.T. As pesquisas denominadas do tipo "estado da arte" em educação. **Diálogo Educ.,** Curitiba, v. 6, n. 19, p. 37-50, set./dez. 2006. Disponível em: http://alfabetizarvirtualtextos.files.wordpress.com/2011/08/as-pesquisasdenominadas-do-tipo-estado-da-arte-em-educac3a7c3a3o.pdf. Acesso em: 25 maio 2017.

ROMANOWSKI, J. P.; MARTINS, P. L. O. Formação continuada: contribuições para o desenvolvimento profissional dos professores. **Rev. Diálogo Educ.**, Curitiba, v. 10, n. 30, p. 285-300, maio/ago. 2010.

ROOT-BERNSTEIN, R. S. Aesthetic cognition. **International Studies in the Philosophy of Science**, 16(1), p. 61-77, 2002.

ROSENVASSER FEHER, L. **Simetria**. Buenos Aries: Siglo XXI, 2013.

ROSSI, M. H. W. **Imagens que falam**: Leitura da arte na escola. Porto Alegre: Mediação, 1999.

SACRISTÁN, J. G. **Saberes e Incertezas sobre o Currículo**. Porto Alegre: Penso, 2013.

SACRISTÁN, J. G. **O currículo**: uma reflexão sobre a prática. Porto Alegre: Artmed, 2000.

SACRISTÁN, J. G.. O currículo: os conteúdos do ensino ou uma análise prática? In: SACRISTÁN, J. G.; GÓMEZ, A.; PÉRES, A. I. **Compreender e transformar o ensino**. Tradução Ernani F. da Fonseca Rosa. 4.ed. Porto Alegre: Artmed, 1998.

SALAZAR, S. F. El *conocimiento pedagógico del contenido como categoría de estudio de la* *formación docente*. **Actualidades investigativas en educación**, Costa Rica, v. 5, n. 2, 2005.

SANT'ANNA, N.F.P; NASSER L. (coord.). **Geometria segundo a teoria de Van Hiele**. Rio de Janeiro: Instituto de matemática – UFRJ. Projeto Fundão,1997.

SANTOS, J. F. LIMA, M. B. SOUZA, D. N. Matemática e Artes: saberes e práticas de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Aracaju/Sergipe. 10º Encontro Internacional de Formação de professores/11º Fórum Permanente Internacional de Inovação Educacional, 15 a 19 de maio 2017, **Anais** [...]. Sergipe, Aracaju, 2017.

SANTOS, L. F. **Pintar, dobrar, recortar e desenhar**: o ensino da Simetria e das Artes Visuais em livros didáticos de matemática para séries iniciais do Ensino Fundamental. 217 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2010.

SANTOS, L. F.; GUIMARÃES, G. L. Geometria e artes visuais no ensino fundamental. **Educação Matemática em Revista**, SBEM, n. 35, p. 32-39, mar., 2012.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. Pintar, dobrar, recortar e desenhar: o ensino da Simetria e Artes Visuais em livros didáticos de matemática para os anos iniciais do ensino fundamental. **Bolema***,* v. 26, n. 42, p. 291-310, abr., 2012a.

SANTOS, L. F.; TELES, R. A. Aportes mútuos na relação entre simetria e artes visuais em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais. **REMATEC**, Natal, RN, ano 7, n. 10, p. 38-55, jan.-jun. 2012b.

SANTOS, M. J. C. **Geometria e simetria nas rendas de bilro**: contribuições para a matemática escolar. 187 f. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, UFRN, Natal, RN, 2012.

SANTOS, M. R. **Pavimentações do plano**: um estudo com professores de matemática e arte. 180 f. Dissertação (Mestrado) – Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Estadual Paulista, Unesp, Rio Claro, SP, 2006.

SANTOS, M. R.; BELLEMAIN, P. B. A área do paralelogramo no livro didático de matemática: uma análise sob a ótica do contrato didático e das variáveis didáticas. *Educação Matemática em Revista*, n. 23, dezembro, 2007. Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/revista/index.php/emr/article/view/951. Acesso em: 1º ago. 2018.

SAVIANI, D. O Inep, o diagnóstico da educação brasileira e a Rbep. **R. bras. Est. Pedag**., Brasília, DF, v. 93, n. 234, [número especial], p. 291-322, maio/ago. 2012. Disponível em: http://www.emaberto.inep.gov.br/index.php/rbep/article/view/442/428 . Acesso em 24 jul. 2018.

SCHUCK, C. A. **Cartografar na diferença**: entre as imagens, olhares ao infinito e pensamentos matemáticos. 210f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em

Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, SC, 2015.

SERENATO, L. J. **Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte**: resgatando o lado humano da matemática. 168f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Paraná, UFPR, Curitiba, PR, 2008.

SERRAZINA, M. L. O Professor que Ensina Matemática e a sua Formação: uma experiência em Portugal. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 39, n. 4, p. 1051-1069, out./dez. 2014. Disponível em: http://www.ufrgs.br/edu_realidade. Acesso em: 17 nov. 2016.

SETTON, M. G. **Mídia e educação**. São Paulo: contexto, 2010.

SILVA, A. F.; PIETROPAOLO, R.; CAMPOS, T. M. Conhecimento profissional docente de professores Polivalentes em um processo de formação continuada. 2º Simpósio Internacional de Educação Matemática - SIPEMAT, jul-ago. 2008. **Anais** [...].

SILVA, A. G. **O professor dos anos iniciais e o conhecimento da geometria.** 184 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Alagoas. Maceió, AL, 2014.

SILVA, A. P. **Matemática na Arte**: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG). 201 f. Dissertação (Mestrado) – Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática, Universidade Federal de Ouro Preto UFOP, Belo Horizonte, MG, 2013.

SILVA, E. M. A. **Arte como conhecimento**: as concepções de ensino de arte na formação continuada dos professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental de Recife. 204 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, PE, 2005.

SILVA, J. R.; BENUTTI, M. A. **A relação do cubismo com as geometrias não-euclidianas**. Curitiba: Graffica, 2007. Disponível em: http://www.exatas.ufpr.br/portal/docs_degraf/artigos_graphica/ARELACAODOCUBISMO.pdf. Acesso em: 19 dez. 2018.

SILVA, R. S.; LOPES, D. C. O uso de materiais concretos digitais para o ensino e aprendizagem de simetria no ensino fundamental. **REMATEC**, Natal, RN, ano 7, n. 10, p. 57-71, jan.-jun. 2012.

SILVA, S. H.; SANTANA, L. E.; OLIVEIRA, R. M. Saberes docentes sobre o ensino da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental. XII Encontro N acional de Educação Matemática. São Paulo, SP, 13 a 16 julho 2016. **Anais** [...].

SILVA, T. T. **Documentos de identidade**: uma introdução às teorias do currículo. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

SILVA, V. C. **Ensino de geometria através de ornamentos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1997.

SIMMEL, G. **Les pauvres**. Paris: Presses Universitaires de France, 1998.

SINCLAIR, N. Aesthetic Considerations in Mathematics. **Journal of Humanistic Mathematics***,* v. 1, I. 1, p. 2-32, january 2011.

SINCLAIR, N. Aesthetics as a liberating force in mathematics education? **ZDM Mathematics Education**, v. 41, p. 45-60, 2009.

SINCLAIR, N. Attending To The Aesthetic In The Mathematics Classroom. **For The Learning Of Mathematics -FLM**, v. 28, n. 1, p. 29-35, 2008.

SIQUEIRA, E. D.; LIMA, P. F.; GITIRANA, V. **Explorando a simetria de reflexão**: uma sequência didática no Cabri-Géomètre. 89 f. Monografia (Licenciatura em Matemática) – Universidade federal de Pernambuco, Recife, PE, 2000.

SHULMAN, L. Just in case..: Reflections on learning from experience. *In*: COLBERT, J. A.; DESBERG, P.; TRIMBLE, K. (Ed.). **The case for education**: Contemporary approaches for using case methods. Boston: Allyn & Bacon, 1996.

SHULMAN, L. Knowledge and Teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v. 57, 1, p. 1-22, 1987. Disponível em: http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf. Acesso em: 31 maio 2015.

SHULMAN, L. Those who understand: knowledge growth in teaching. **Educational Research**, n. 15, 5, p. 4-14, 1986. Disponível em: http://www.ugr.es/local/recfpro/Rev92ART1.pdf. Acesso em: 20 abr. 2015.

SHULMAN, L. S. Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. Profesorado. **Revista de Currículum y Formación de Profesorado**. v.9, n.2, pp.1-30, Granada, España, 2005.

SHULMAN, L. S. Renewing the pedagogy of teacher education: the impact of subjectspecific conceptions of teaching. In: MONTEIRO, L.; VEZ, J. M. (Org.). **Las didácticas específicas en la formación del profesorado.** Santiago: Tórculo, 1993.

SIEDENTOP, D. Content knowledge for Physical Education. **Journal of Teaching in Physical Education**, v. 21, n. 4, p. 368-377, 2002. Disponível em: https://journals.sagepub.com/doi/10.1177/1356336X15624245. Acesso em: 30 jan. 2016.

SOARES, M. B. **Alfabetização no Brasil**: o Estado do Conhecimento. Brasília, DF: INE; Santiago: Reduc, 1989.

SONTAG, S. **A vontade radical**. Tradução Roberto Martins Filho. São Paulo: Companhia das Letras, 2015.

SONTAG, S. **Contra a interpretação**. Porto Alegre: L&PM, 1987.

SUASSUNA, A. **Iniciação à estética**. Recife: Editora Universitária, 1975.

STEWART, I. **Uma história da Simetria na matemática**. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

STRICKLAND, C. **Arte Comentada**: da Pré-História ao Pós-Moderno. São Paulo: Ediouro, 1999.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação profissional**. Petrópolis: Vozes, 2002.

TARDIF, M. **Ambiguidade do Saber Docente nas Reformas Relativas à Formação Universitária para o Magistério**. Texto Digitado, 2000.

TARDIF, M.; LESSARD, C.; GAUTHIER, C. **Formação dos professores e contextos sociais**. Porto: Rés, 2001.

TARDIF, M.; LESSARD, C. **O trabalho docente**: elementos para uma teoria da docência como profissão de interações humanas. 6. ed. Rio de Janeiro: Vozes, 2011.

TEMPERA, T. B. C. **A geometria na formação inicial de professores**: contributos para a caracterização do conhecimento dos estudantes. 140 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Instituto Politécnico de Lisboa Escola Superior de Educação, Lisboa, Portugal, 2010.

TEIXEIRA, M. L. C. **Ateliê de Matemática**: Transdisciplinaridade e Educação Matemática. 150 f. Tese (Doutorado) – Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade Católica de São Paulo, PUC, São Paulo, SP, 2008.

TELES, R. A. M.; SANTOS, L. F. Conhecimentos de estudantes de pedagogia sobre simetria de reflexão. XII Encontro N acional de Educação Matemática. São Paulo, SP, 13 a 16 de julho de 2016. **Anais** [...].

TJABBES, P., **O mundo mágico de Escher**. São Paulo: Art Unlimited, 2011.

TJOE, H. Aesthetics in School Mathematics: A potential model and a possible lesson. **The Mathematics Enthusiast-TME**, v. 13, n. 3, p.279-302, 2016.

TOLEDO, M.; TOLEDO, M. **Teoria da Matemática**: como dois e dois. São Paulo: FTD, 2009.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais**: a pesquisa qualitativa em educação. São Paulo: Atlas, 2006.

USISKIN, Z. **Van Hiele levels and Achievement in Secondary School Geometry.** Final report of the CDASSG Project. Chicago: Univ. of Chicago, 1982.

VALLI, L.; RENNERT-ARIEV, P. New standards and assessments? Curriculum transformation in teacher education. **Journal of Curriculum Studies**, v. 34, n. 2, p. 201-225,

2002. Disponível em: https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00220270110093625. Acesso em: 12 abr. 2017.

VASCONCELLOS, C. S. **Coordenação do trabalho pedagógico**: do projeto político-pedagógico ao cotidiano da sala de aula: São Paulo. Libertad, 2002.

VASCONCELOS, M. A diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores. **Zetetiké**, Cempem, FE, Unicamp, v. 16, n. 30, jul./dez. 2008.

VAN HIELE-GELDOF, D. **The didactics of geometry in the lowest class of secondary school**. 206 f. Tesis (Doctoral) – Universidad de Utrecht: Utrecht. Traducción al inglés en Fuys, 1957.

VAN HIELE, P. M. **Begrip e Inzicht.** Muusses: Purmerend, 1973.

VAN HIELE, P. M. **Structure and insight:** a theory of mathematics education. Orlando, USA: Academic Press, Inc. 1986.

VERGNAUD, G. Piaget e Vigotsky: convergências e controvérsias. **Revista do Geempa**, Porto Alegre, n.2, p. 75-83, nov. 1993.

VIANNA, C. **Os nós do "nós"**: crise e perspectiva da ação coletiva docente em São Paulo. São Paulo: Xamã, 1999.

VIDAL, L. **Grafismo indígena**: Estudo de Antropologia estética. 2. ed. São Paulo: Nobel, Fapesp, 2000.

VISEU, F.; MENEZES, L.; ALMEIDA, J. Conhecimento de geometria e perspetivas de professores do 1º ciclo do ensino básico1 sobre o seu ensino. **REVEMAT**, Florianópolis, SC, v. 8, n. 1, p. 156-178, 2013.

VYGOTSKY, Lev Semenovitch. **Pensamento e linguagem**. Tradução Jefferson Luiz Camargo. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

WAGNER, D. R. **Visualidades Movimentadas em oficinas-dispositivo pedagógico**: um encontro entre imagens da e professores que ensinam matemática. 204f. Tese (Doutorado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, SC, 2017.

WAGNER, D. R. **Arte, técnica do olhar e educação matemática**: o caso da perspectiva central na pintura clássica. 126 f. Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica. Universidade Federal de Santa Catarina, UFSC, Florianópolis, SC, 2012.

WAGNER, D. R.; FLORES, C. R. História, Arte e Matemática: visualizando perspectiva na pintura renascentista. XIII CIAEM-IACME. **Anais** [...]. Recife, Brasil, 2011.

WAGNER, E.; CARNEIRO, J. P. **Construções Geométricas**. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2007.

WALLON, H. **Psicologia e educação da infância**. Tradução Ana Rebaça. Lisboa: Editorial Estampa, 1975.

WERLE, F. O. C.; NÖRNBERG, N. **Prática reflexiva na escola**. São Leopoldo: Unisinos; Brasília, DF: MEC, 2006. (Práticas Pedagógicas em Matemática nos Anos Finais: caderno do professor coordenador de grupo de estudos*)*.

WEYL, H. **Simetria**. Trad. Victor Baranauskas. São Paulo: Edusp, 1997.

WILSON, S. M.; SHULMAN, L. S.; RICHERT, A. E. "150 Diferent Ways" of Knowing: Representations of Knowledge in Teaching. In: CALDERHEAD, James. (Ed.). **Exploring Teacher´s Thinking**. London: Cassel, 1987.

ZABALZA, M. A. **Competencias docentes del profesorado universitario**: Calidad y desarrollo profesional. Madrid: Narcea, 2006.

ZAGO, H. S. **Ensino, Geometria e Arte**: um olhar para as obras de Rodrigo de Haro. 114 p. Dissertação (Mestrado em Educação Científica e Tecnológica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, SC, 2009.

ZEMELMAN, H. Sujeito e sentido: considerações sobre a vinculação do sujeito ao conhecimento que constrói. In: SANTOS, B. S. (org.) **Conhecimento prudente para uma vida decente**. São Paulo: Cortez, 2006. P. 457-468.

APÊNDICE A: PESQUISAS QUE DISCUTEM O CONHECIMENTO GEOMÉTRICO DO PROFESSOR

Ano	Instituição	Titulação	Programa	Autor	Título
2000	UNICAMP	Tese (Doutorado em Educação)	Educação	NACARATO, A. M.	Educação continuada sob a perspectiva da pesquisa-ação: Currículo em ação de um grupo de professoras ao aprender ensinando Geometria
2000	UNICAMP	Tese (Doutorado em Educação)	Educação	PASSOS, C.L.	Representações, Interpretações e Prática Pedagógica: a Geometria na Sala de Aula.
2009	Universidade Federal de Mato Grosso do Sul - UFMS	Dissertação (mestrado)	Programa De Pós-Graduação Em Educação	AMARILHA, Luziette Aparecida da Silva	Saberes e fazeres docentes referentes ao ensino das formas geométricas nos dois primeiros anos do ensino fundamental
2008	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul	Dissertação (mestrado)	Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática	ETCHEVERRIA, Teresa Cristina	Educação continuada em grupos de estudos: possibilidades com foco no ensino da geometria
2008	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ,	Dissertação (mestrado),	Programa de Pós-graduação em Educação Agrícola	DUMONT, A. H.	Um estudo de caso sobre aspectos do conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de quarta série.
2008	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ,	Dissertação (mestrado),	Programa de Pósgraduação em Educação Agrícola,	DUMONT, A. H.	Um estudo de caso sobre aspectos do conhecimento profissional de professoras que ensinam geometria em turmas de quarta série.
2011	Universidade Federal de Ouro Preto	Dissertação (Mestrado)	Programa de Mestrado Profissional em Educação Matemática.	Barbosa, Cirléia Pereira	O pensamento geométrico em movimento [manuscrito]: um estudo com professores que lecionam Matemática nos anos

					iniciais do Ensino Fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)
2013	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRS	Dissertação (Mestrado)	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática	HOMEN, Priscila Maggi.	Concepções de professores dos anos iniciais do ensino fundamental sobre o ensino de geometria: uma análise pósconstrutivista.
2013	Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS	Dissertação (Mestrado)	Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde.	Hartwig, Sandra Christ	Formação continuada de professores: um olhar sobre as práticas pedagógicas na construção de conhecimentos geométricos
2014	Universidade Federal de Alagoas - UFA	Dissertação (Mestrado)	Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática)	SILVA, Antônia Givaldete	O professor dos anos iniciais e o conhecimento da geometria
2015	Universidade Federal de Santa Maria- UFSM	Dissertação (Mestrado)	Programa de pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física)	ALMEIDA, J. X.	As concepções de professores ao ensinar quadriláteros nos anos iniciais do Ensino Fundamental e as possibilidades de contribuições das TIC.
Periódicos					
2011	ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp	Artigo científico	v. 19, n. 35 – jan./jun	MARQUESIN, D. F. B.; NACARATO, A. M.	A prática do saber e o saber da prática em geometria: análise do movimento vivido por um grupo de professoras dos anos iniciais do Ensino Fundamental.
2013.	REVEMAT,Florianópolis (SC),	Artigo científico	v. 08, n. 1, p. 156-178,	VISEU, F.; MENEZES, L.; ALMEIDA, J.	Conhecimento de geometria e perspectivas de professores do 1º ciclo do ensino básico1 sobre o seu ensino.
2016	XII ENEM, São Paulo	Artigo científico	SP, 13 a 16 de julho	CARVALHO, H. A. F.; FERREIRA, A. C	O conhecimento matemático para o ensino de geometria na visão de três professores dos anos iniciais do ensino fundamental.

2016.	XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo	Artigo científico	Anais do XII ENEM, 13 a 16 de julho de	SILVA. S. H.; SANTANA, L. E.; OLIVEIRA, R. M.	Saberes docentes sobre o ensino da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental.
2008	ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp	Artigo científico	v. 16 – n. 30 – jul./dez	VASCONCELOS, M.	Diferenciação entre figuras geométricas não planas e planas: o conhecimento dos alunos das séries iniciais do ensino fundamental e o ponto de vista dos professores.

APÊNDICES B - PESQUISAS QUE ABORDAM A RELAÇÃO ENTRE ARTES E CULTURAS VISUAIS E MATEMÁTICA

Ano	Instituição	Titulação	Autor	Título
2005	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul - PUCRGS	Dissertação (Mestrado) – Fac. de Química Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da Pontifícia	ANTONIAZZI, H. Mª.	Matemática e Arte : uma associação possível
2006	Universidade Estadual Paulista – UNESP	Dissertação (Mestrado), Pós-Graduação em Educação Matemática	SANTOS, M. R.	Pavimentações do plano: um estudo com professores de matemática e arte.
2006	Universidade Federal do Paraná - UFPR	Dissertação (mestrado), pós-graduação em educação,	BARTH, G. M. P.	Arte e matemática, subsídios para uma discussão interdisciplinar por meio das obras de m. C. Escher.
2008	Universidade São Francisco, Itabira, São Paulo – USFSP	Dissertação (mestrado) – Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação	BERRO, R. T.	Relações entre arte e matemática: um estudo da obra de Maurits Cornelis Escher.
2008	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul – PUCRGS	Dissertação (Mestrado), Programa de Pós- Graduação em Educação em Ciências e Matemática,	GRESSLER, M. D.	Construindo uma Percepção Complexa da Realidade a partir do Estudo dos Fractais.
2008	Universidade Federal do Paraná – UFPR	Dissertação (Mestrado),Programa de Pós-Graduação em Educação,	SERENATO, L. J.	Aproximações interdisciplinares entre matemática e arte: resgatando o lado humano da matemática.
2008	Universidade Católica de São Paulo- UCSP	Tese (Doutorado), Pós-Graduação em Educação Matemática	TEIXEIRA, M. L. C.	Ateliê de Matemática: Transdisciplinaridade e Educação Matemática

2009	Universidade Federal de Santa Catarina	Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica	MENEGUZZI, T.	Os perspectógrafos de dürer na educação Matemática: história, geometria e visualização
2009	Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC	Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica	ZAGO, H. S.	Ensino, geometria e arte: um olhar para as Obras de Rodrigo de Haro
2012	Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC	Tese (Doutorado), Programa de Pós-graduação em Educação Científica e Tecnológica,	BURATO, I. C.	Historisidade e visualidade: proposta para uma nova narrativa na Educação Matemática.
2012	Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará - UFPA	Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas),	FIALHO, R. P.	A Matemática do sensível pelas mãos do artesão: Marcas da aprendizagem matemática e da cultura material dos ceramistas do Icoaraci.
2012	Universidade Estadual de Londrina- UEL	Dissertação (Mestrado profissional em matemática) Programa de Pós-graduação em matemática	MODESTO, C. F.	Matemática e Escher: explorando a geometria dos fractais e as tesselações de Escher
2012	Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRGN	Tese (Doutorado em Educacao), Programa de Pos-Graduacao em Educação	SANTOS, M. J. C.	Geometria e simetria nas rendas de bilro: contribuicoes para a matematica escolar.
2012	Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC	Dissertação (mestrado) - Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica.	WAGNER. D. R.	Arte, técnica do olhar e educação matemática: o caso da perspectiva central na pintura clássica.
2013	Universidade Estadual de Londrina - UEL	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática), Programa de Pós-Graduação em Matemática	CODATO SEGURA, C. S	Releitura de obras de arte pelo viés da geometria analítica: uma proposta interdisciplinar para o ensino da matemática
2013	Universidade Federal do Paraná - UFPR	Dissertação (Mestrado) Programa	GUSMãO, L. D.	Educação Matemática pela Arte: uma defesa

		de Pós-Graduação em Educação em Ciências e em Matemática da		da educação da sensibilidade no campo da matemática.
2013	Universidade Federal de Ouro Preto - UFOP	Dissertação (Mestrado) Curso de Mestrado Profissional em Educação Matemática	SILVA, A. P.	Matemática na Arte: análise de uma proposta de ensino envolvendo a pintura renascentista e a Geometria em uma classe do 9º ano do Ensino Fundamental em Belo Horizonte (MG)
2013	Universidade Aberta, Lisboa.	Mestrado em Arte e Educação	ALVES, H. S. P.	Ensinar Matemática através da Arte: um Incentivo ao Gosto pela Matemática?
2014	Sociedade Brasileira de Matemática / Instituto de Matemática Pura e Aplicada.	Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional	Claudia Maria Fiuza Alves	O estudo da simetria através da arte de Maurits Cornelis Escher
2015	Universidade Federal de Santa Catarina	Dissertação (Mestrado) Educação Científica e Tecnológica	SCHUCK, C. A.	Cartografar na diferença: entre as imagens, olhares ao infinito e pensamentos matemáticos
2015	Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF	Dissertação (mestrado profissional) - Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática.	FERREIRA, R.J.	Matemática e Arte, um diálogo possível: trabalhando atividades interdisciplinares no 9º ano do Ensino Fundamental
2015	Universidade Estadual de Londrina	Dissertação (Mestrado profissional em matemática) Programa de Pós-graduação em matemática	MODESTO, C. F.	Matemática e Escher: explorando a geometria dos fractais e as tesselações de Escher
2016	Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro	Dissertação (mestrado)	RODRIGUES, M. S.	Possibilidade de interação entre a matemática e a arte no ensino fundamental: uma proposta de atividade em sala de aula

2017	Universidade Estadual Paulista - UEP	Dissertação Mestrado	BARROS, P. B.	Arte na matemática: contribuições para o ensino da geometria
2017	Universidade Federal de Santa Catarina-UFSC	Dissertação (Mestrado) Programa de Pós-graduação em Educação Científica e tecnológica.	FRANCISCO, B. M.	Uma oficina - de-experiências que pensa com crianças: matemáticas- cubistas, formas de brincar e exposições.
2017	Universidade Federal de Alagoas - UFA	Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional)	ALBUQUERQUE, E. S. C.	Geometria e arte: uma proposta metodológica para o ensino de geometria no Sexto ano
2017	Universidade Tecnológica Federal do Paraná -UFPR	Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Tecnologia) - Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciência e Tecnologia	NASCIMENTO, A. T.	Aproximações entre artes visuais e matemática: possibilidades de produção do livro ilustrado a partir das formas geométricas.
2017	Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC	Tese (doutorado) Programa de Pós- Graduação em Educação Científica e Tecnológica.	WAGNER, D. R.	Visualidades Movimentadas em oficinas-dispositivo pedagógico: um encontro entre imagens da e professores que ensinam matemática.
Ano	**periódico**	**Volume/número**	**Autores**	**Título**
1986	For the Learning of Mathematics	6, 1, February, p. 1-10	DREYFUS, T.; EISENBERG, T.	*On the aesthetics of mathematical thought*
1994	Bolema	Rio Claro – SP, v. 9, n. ESPECIAL 3, 1994	FAINGUELERNT. E. K	Representação do Conhecimento em Matemática: transformações no plano - Translação e Simetria
2004	ICME-10	July 4–11, 2004, in Copenhagen	BRINKMANN, A.	*The experience of mathematical beauty.*
2005	Diálogo Filosófico	62 (2005) 285-306	GOMES-CHACON, I. M.	*Valores y conocimiento Matemático: la belleza matemática*

2008	For The Learning Of Mathematics -FLM	28, 1 . P. 29-35	SINCLAIR, N.	*Attending To The Aesthetic In The Mathematics Classroom*
2008	Revista Cocar	Belém, v. 02, p. 35-47,	MENDES. I. A.	Ensino de conceitos geométricos, medidas e simetria: por uma educação (etno)matemática com arte.
2009	ZDM *Mathematics Education*	41:45–60	SINCLAIR, N.	*Aesthetics as a liberating force in mathematics education?*
2010	ZETETIKÉ – FE – Unicamp	v. 18, Número Temático	FLORES, C. R.	Cultura visual, visualidade, visualização matemática: balanço provisório, propostas cautelares
2011	*Nascientiæ zudia*	v. 9, n. 3, p. 645-67	CIFUENTES, J. C.	O “salto arquimediano”: Um processo de ruptura epistemológica No pensamento matemático
2011	*Journal of Humanistic Mathematics*	Volume 1 Issue 1 (January 2011), pages 2-32.	SINCLAIR, N.	*Aesthetic Considerations in Mathematics*
2012	Educação Matemática em Revista	Número 35, março, 2012, p. 32 – 40.	SANTOS, L. F.; GUIMARÃES, G.	Geometria e Artes Visuais no Ensino Fundamental
2012	*Journal of Humanistic Mathematics,*	Volume 2 Issue 2, July , pages 93-108.	BLÅSJÖ, V.	*A Definition of Mathematical Beauty and Its History*
2012	REMATEC, Natal (RN),	ano 7, n. 10, jan.-jun. 2012	GUERRA, R. B.; CHAVES, M.	Sentimentos de semelhança: das Artes à Matemática
2012	REMATEC, Natal (RN),	ano 7, n. 10, jan.-jun. 2012	SANTOS, L. F.; TELES, R. A.	Aportes mútuos na relação entre simetria e artes visuais em livros didáticos de Matemática para os anos iniciais,

2012	REMATEC, Natal (RN),	ano 7, n. 10, jan.-jun. 2012	SILVA, R. S.; LOPES, D. C.	O uso de materiais concretos digitais para o ensino e aprendizagem de simetria no ensino fundamental
2012	REMATEC, Natal (RN),	ano 7, n. 10, jan.-jun. 2012	MARQUES, E. M.; SOUZA, A. R.; BREDA, A. Mª.	Matemática e arte: incursões na interdisciplinaridade
2012	REMATEC, Natal (RN),	ano 7, n. 10, jan.-jun. 2012	COSTA, D. A.	As transformações geométricas e os frisos
2012	REMATEC, Natal (RN),	ano 7, n. 10, jan.-jun. 2012	MENDES, I. A.	O octógono artístico, sagrado e geométrico na Capela de São João Batista em Belém do Pará,
2013	Bolema, Rio Claro (SP),	v. 27, n. 45, p. 255-279, abr.	MACHADO, R. B.; FLORES, C. R.	O Corpo Despido pelas Práticas de Desenhar: dos usos à disciplinarização do desenho
2014	XII EPREM – Encontro Paranaense de Educação Matemática	Campo Mourão, 04 a 06 de setembro de 2014	GUSMÃO, R. D.	Educação matemática pela arte: construção de uma base teórica para a relação interdisciplinar entre matemática e arte
2015	zetetiké – fe/unicamp & feuff	v. 23, n. 43 – jan/jun	FLORES, C. R.	Entre Kandinsky, crianças e corpo: Um exercício de uma pedagogia pobre
2016	The Mathematics Enthusiast-TME	vol. 13, no.3, p.279-302	TJOE, H.	Aesthetics in School Mathematics: A Potential Model and A Possible Lesson
2016	Journal of Humanistic Mathematics	volume 6, edição 1 (janeiro de 2016), páginas 127-151.	Marmur, O. e Koichu, B	A surpresa e a experiência estética dos estudantes universitários: um experimento de design",
2016	Journal of Humanistic Mathematics	Volume 6 Issue 1 (January 2016), pages 152-173.	Dietiker, L.	*The Role of Sequence in the Experience of Mathematical Beauty*

2016	Bolema, Rio Claro (SP),	v. 30, n. 55, p. 502 - 514, ago.	FLORES, C R	Descaminhos: potencialidades da Arte com a Educação Matemática
2017	PNA,	12(1), 1-26.	BOSQUE, B; SEGOVIA, J. LUPIÁÑEZ, J. S.	*Exploración Del Papel De La Estética En La Enseñanza Y El Aprendizaje De Las Matemáticas*
2017	Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS	v. 10, n. 22, p. 366-387	GUSMÃO, L. R.; FRANCO, V. S.; CIFUENTES, J. C.	A Imaginação e a Intuição na Dinâmica do Conhecimento Matemático: subsídios para uma pesquisa epistemológica e pedagógica
2017	10º encontro internacional de formação de professores. 11º fórum permanente internacional de inovação educacional.	15 a 19 de maio 2017, Sergipe, Aracaju.	SANTOS, J. F. LIMA, M. B. SOUZA, D. N.	Matemática e artes: saberes e práticas de professoras Dos anos iniciais do ensino fundamental de uma Escola pública de Aracaju – SE.
2015	Bolema, Rio Claro (SP),	v. 29, n. 52, p. 528-548, ago. 2015	AROCA, A.	*Diseños Prehispánicos, Movimientos y Transformaciones en el Círculo y Formación Inicial de Profesores*

APÊNDICES C – OFICINA 1

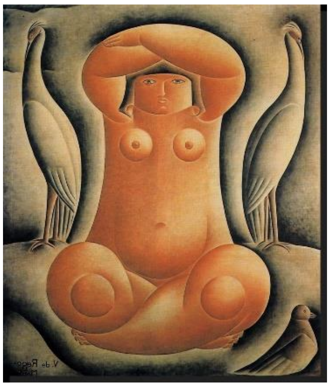
Título: Mergulhando no mundo das Artes Visuais por meio da Simetria de reflexão

Atividades 1

Escolher uma imagem e realize uma descrição dos elementos visuais e matemáticos presentes. Há muitos elementos na sua composição. É possível uma identificação rápida de coisas familiares, mas não é possível ver tudo ao mesmo tempo. Observe cada detalhe fazendo o esforço de denominar cada coisa. Faça uma lista daquilo que você identificou em cada imagem. Organize a lista numa escala de hierarquia, por exemplo o conforme o tamanho, elementos menores, depois elementos maiores e vice-versa.

Atividade 2

Um aluno do 4º ano foi solicitado a traçar eixos de simetria nas obras de artes. Observe a justificativa dele e resposta.



(1) Vicente Rego Monteiro

(2) Maurit Escher

(3) Milton Dacosta

(4) Kazimir Malevich

Observe a resposta do estudante: Na imagem 1, posso traçar um eixo na vertical. Na imagem 2, posso traçar um eixo inclinado. Na três posso traçar o eixo na vertical e na imagem quadro posso traçar muitos eixos em diferentes posições. Você concorda com as afirmações do estudante? Justifique a sua resposta.

A obra a seguir, é do artista o argentino Júlio Le Parc, um dos pioneiros da Arte Cinética ou Op Art – movimentos artísticos em que as obras são baseadas na ilusão de ótica-, observe a imagem e responda como você traçaria eixos de simetria (**considere apenas o círculo**). Justifique sua resposta.

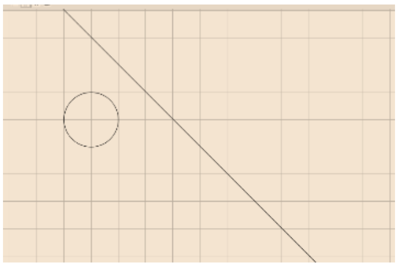
Imagem. Série 23 14-4, (1971), de Julio Le Parc, exposta na mostra do Tomie Ohtake-instituto Tomie Ohtake/Divulgação

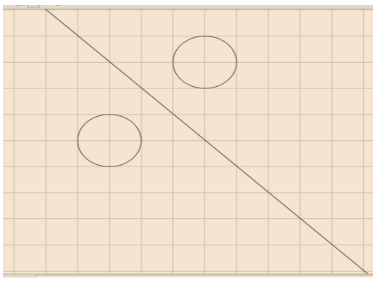
Atividade 3

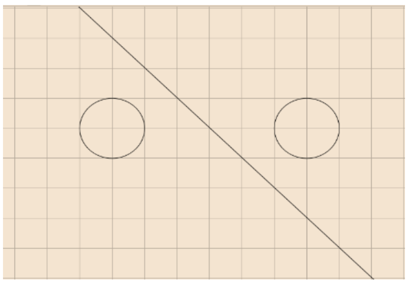
Robert Delaunay, Circular forms, 1930
Fonte: http://www.dec.ufcg.edu.br/biografias/

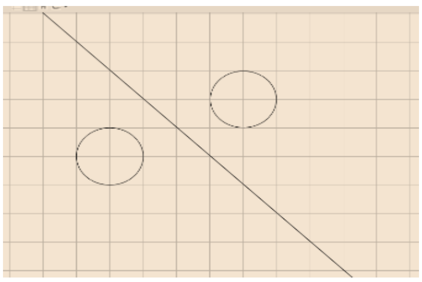
A imagem ao lado é do artista visual Robert Delaunay um importante pintor cubista. Criou em (1910), um estilo próprio, baseado quase exclusivamente na importância da cor e na ilusão do movimento. Com um estilo cubista próprio, de grande colorido, compôs (1912) as famosas séries Janelas e Formas circulares. O dinamismo de sua obra se intensificou com o emprego de espirais e encadeamentos de círculos.

Qual das figuras abaixo representa a reflexão correta da circunferência em relação ao eixo? Justifique a sua resposta







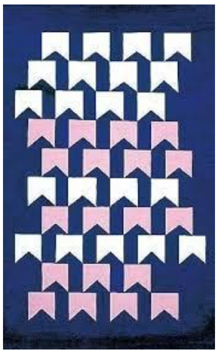


A **B** **C**

____

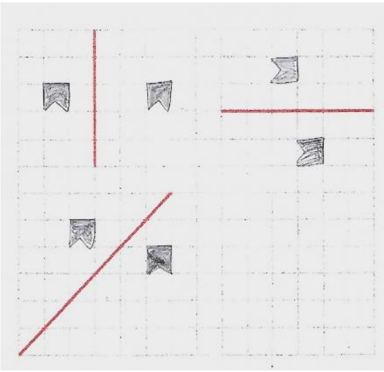
Atividade 4

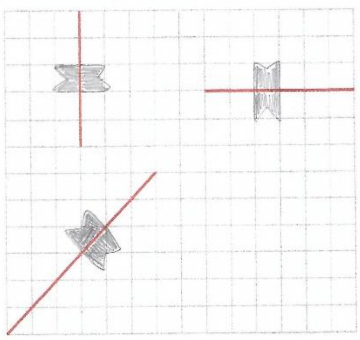
A professora do 5º ano estava trabalhando a obra de Alfredo Volpi, artista plástico ítalo-brasileiro. Considerado um dos principais artistas da Segunda Geração da Arte Moderna Brasileira. Ganhou destaque com pinturas representando casarios e bandeirinhas de festas juninas (sua marca registrada). Explorou as formas e composição de cores com grande impacto visual. Nos anos 50 enveredou para o campo do abstracionismo geométrico. Foi neste período que começou a retratar bandeirinhas de festas juninas, como podemos observar na obra a seguir:

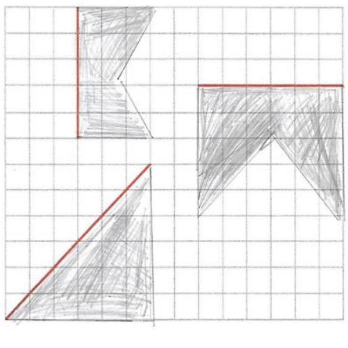


Fonte: https://www.google.com.br/search

Após a leitura da imagem a professora solicitou que os alunos construíssem bandeirinhas simétricas a partir dos eixos dados em papel quadriculado. Observe a produção dos estudantes e responda. Quais estudantes responderam corretamente? Quais foram os tipos de figuras simétricas foram produzidas? Quais foram os equívocos cometidos?

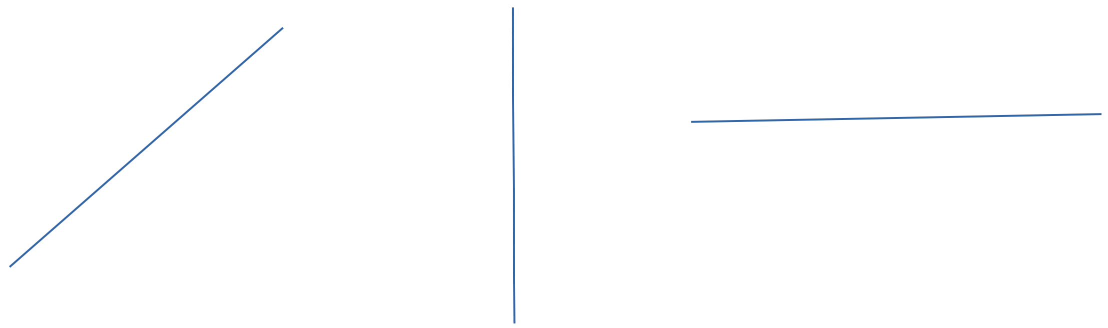






estudante A **estudante B** **estudante C**

Como você responderia a seguinte questão? Construa uma bandeirinha a partir do eixo dado.

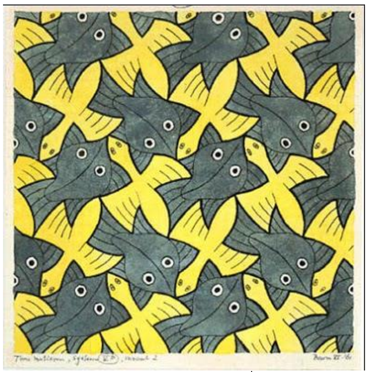


APÊNDICES D - OFICINA 2

Título: Articulações da geometria e artes e culturas visuais por meio da simetria de translação e rotação

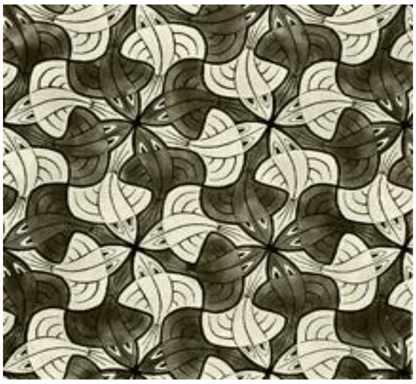
Atividade 1

As imagens abaixo são do artista visual Maurits C. Escher. Elas seguem certo padrão para sua construção, com exceção de uma. Qual imagem tem um padrão diferente das outras?

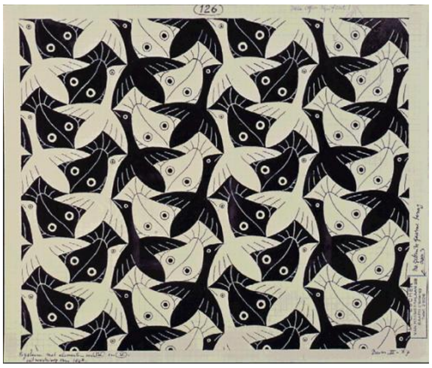


A

B



C



D

E

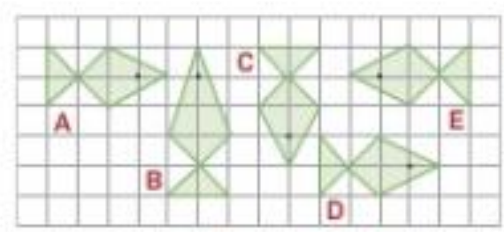
Os alunos responderam:

1. Todas as imagens têm simetria de translação.
2. Nenhuma das imagens têm simetria.
2. As gravuras A, B, D e E tem simetria de translação, a gravura C tem simetria rotação
3. As gravuras D tem simetria de rotação as outras são simetria de translação.

Você concorda com uma das respostas? Justifique.

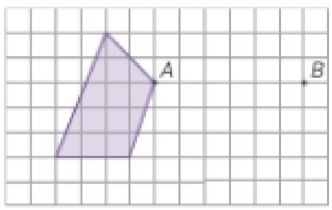
Atividade 2

Uma das figuras seguintes obtêm-se da figura A por uma translação. Identifique essa figura.



Atividade 3

Constrói a imagem da figura pela translação que se aplica A em B.

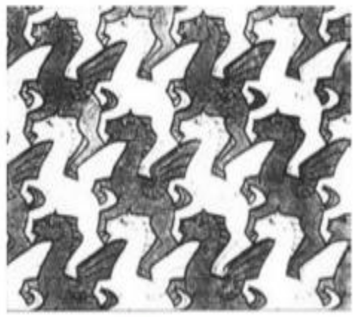


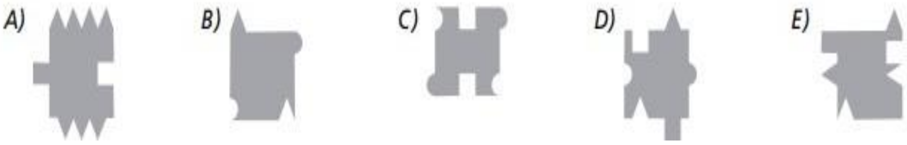
Fonte: http://www.cmcmc.pt/MAT/MAT6/05_ISOM/FICHAS/LEYA_12_13=F_Avaliac_4_Isomet.pdf

Atividade 4

Uma das expressões artísticas mais famosas associada aos conceitos de simetria e congruência é, talvez, a obra de Maurits Cornelis Escher, artista holandês cujo trabalho é amplamente difundido. A figura apresentada, de sua autoria, mostra a pavimentação do plano com cavalos claros e cavalos escuros, que são congruentes e se encaixam sem deixar espaços vazios.

Realizando procedimentos análogos aos feitos por Escher, entre as figuras abaixo, aquela que poderia pavimentar um plano, utilizando-se peças congruentes de tonalidades claras e escuras é



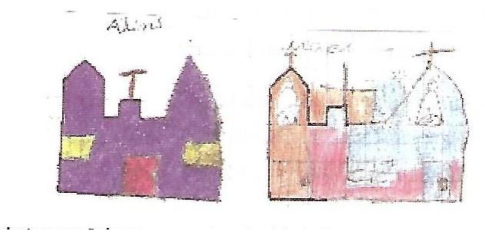


Atividade 5

Realize a leitura de um breve relato de uma experiência desenvolvida com alunos da EJA presente na Base curricular do município de Olinda (2010).

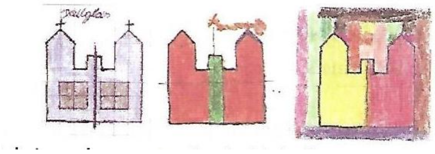
A atividade foi desenvolvida com uma turma de Educação de Jovens e Adultos. Objetivava-se trabalhar, dentre outros conceitos, o de simetria de reflexão, numa articulação entre a geometria e artes visuais, a partir da análise do patrimônio arquitetônico da cidade de Olinda. Através da leitura de imagens de igrejas, de museus e do Farol de Olinda, discutiu-se a história dos monumentos e as modificações sofridas ao longo do tempo. Os estudantes observaram atentamente os elementos que constituiriam as obras – portas, janelas, torres etc. Em figuras simétricas, observou-se que poderia ser encontrado eixo de simetria e que os mesmos não se encontravam em figuras assimétricas. Em seguida, utilizando malha quadriculada, os estudantes foram solicitados a construir imagens de uma igreja para que houvesse simetria de reflexão. Alguns estudantes inicialmente desconsideraram a equidistância de pontos simétricos em relação ao eixo, produzidos figuras como as que seguem.

Figura 1- Produções de estudantes que não levam em conta a simetria das figuras



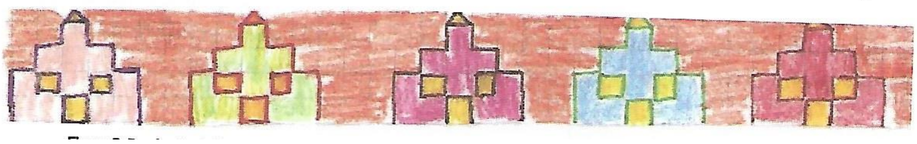
Apesar de não serem totalmente bem-sucedidos, esses estudantes buscam reproduzir elementos – tais como janelas, portas, sinos e cruzes – num lado e noutro da figura. Outros estudantes, porém, produziram figuras simétricas, como se pode observar nas produções que seguem, conservando propriedades como a manutenção de comprimentos de lados, bem como a equidistância de pontos em relação ao eixo de simetria.

Figura 2 - Produções de estudantes que levam em conta a simetria das figuras



A atividade prosseguiu e os estudantes foram solicitados a produzir faixas decorativas com motivos simétricos, tendo a cidade de Olinda como referência. Foi possível, nesse momento, trabalhar translação, ou seja, o deslocamento de figuras numa dada direção, sem modificação de tamanho, forma ou orientação, segundo se pode observar a seguir.

Figura 3 - Produções de faixa decorativa na qual se pode explorar a translação.



Com base nas questões norteadoras, análise o relato apresentado.

a) A professora consegue articular geometria e artes visuais através da simetria?

b) Que conhecimentos os alunos apresentam sobre simetria?

c) Você trabalharia com essa temática em sua sala de aula? Que adaptações você faria para sua turma?

APÊNDICES E – OFICINA 3

Título: O encontro da geometria e artes visuais por meio da simetria.

Atividades 1

vamos jogar? A seguir temos dois jogos: o **“JOGO DAS IMAGENS**” que é uma adaptação do jogo das figuras” presente no caderno de jogos na alfabetização matemática do PNAIC 2014. E o Jogo C**ARTAS DE PROPRIEDADES** adaptado do caderno Matemática: Jogos de matemática de 1º a 5º ano.

JOGO DAS IMAGENS

Material: 12 cartas com obras de arte, papel e lápis.

Número de jogadores: 2 participantes

Regras:

- As cartas devem ser empilhadas em um monte com as imagens voltadas para baixo.
- Um participante retira uma carta e descreverá a figura que vê (oralmente ou por meio da escrita) para o outro participante possa desenhar a figura que está na carta. Se o jogador desenhar corretamente a figura que está na carta, ele ganha 10 pontos, se errar, apenas 5 pontos.
- Na segunda rodada, as posições são trocadas, quem adivinhou agora descreverá outra figura retirada do monte.
- Vence o jogo quem fizer mais pontos ao final das rodadas.

Variações:

1) o professor poderá descrever a figura para que todos os alunos da turma possam reproduzi-la.

2) um aluno pode descrever a figura para o professor e depois a turma pode analisar, oralmente, quais diferenças entre os dois desenhos. Pode-se, então, discutir o porque das eventuais diferenças.

CARTAS DE PROPRIEDADES

Material: 12 cartas com obras de arte e 12 cartas com propriedades.

Número de jogadores: 2 participantes

Regras:

Organizam-se os grupos de quatro pessoas para decidir quem será o carteador .

O cateador coloca o monte de cartas com as figuras no centro da mesa com a face virada para baixo e distribuir para cada jogador cinco cartas com propriedades.

O carteador, então, vira a primeira carta do monte. Quem tiver cartas com propriedades que se apliquem àquelas figuras vira as suas cartas e ganha um ponto para cada propriedade que acertar. Mais de um jogador pode fazer ponto em cada rodada.

O carteador recolhe todas cartas com as propriedades, embaralha e entrega novamente cinco cartas para cada componente. Ele vira a próxima carta com figuras do monte.

O jogo continua até que todas as cartas com figuras tenham sido viradas.

Ganha quem conseguir marcar mais pontos.

Ao final de cada vez que os alunos jogarem, você pode escolher uma questão e propor ao grupo:

- Quais são todas as propriedades geométricas dessa imagem?
- Quais são as outras propriedades da simetria de reflexão/axial?
- Encontre uma propriedade que sirva para os três tipos de simetria.
- Formule uma adivinha e troque com os colegas

Depois de jogar vamos refletir sobre os seguintes aspectos:

a) o que a criança precisa saber para jogar estes jogos?

b) o que a criança aprende?

c) para que ano é mais recomendado?

d) como você utilizaria em sua sala de aula?

e) crie um objetivo para o jogo.

Atividade 2

Kirigami (do japonês: de kiru, "recortar", e kami, "papel") é a arte tradicional japonesa de recorte o papel, criando representações de determinados seres ou objetos. Ou seja, trata-se da arte de cortar papel dobrado, diferente do origami, em que dobra-se o papel sem cortá-lo. A atividade que vamos realizar a seguir é um Kirigami. Depois discutiremos as atividades refletindo sobre os tipos de simetria que podem trabalhar, as propriedades que podem ser abordadas, como apresentar a atividade para as crianças.

Atividade 3

Análise as atividades de livros didáticos de matemática dos anos iniciais apontando (em apêndice):

- Qual tipo de simetria é abordado? As propriedades são explicitadas?
- Você identifica as ações de ensino da arte? Como se relaciona com a geometria?
- As atividades de LD atendem ao que é solicitado na Base Curricular do município?
- De acordo com a base curricular do município de Olinda para que anos a atividade é mais adequada?
- Que adequações você faria na atividade pensando na sua turma?

Atividade 4

Com base na proposta curricular do município e tudo que foi vivenciado na oficina planeje uma aula para sua turma. Apontando:

Conteúdos:

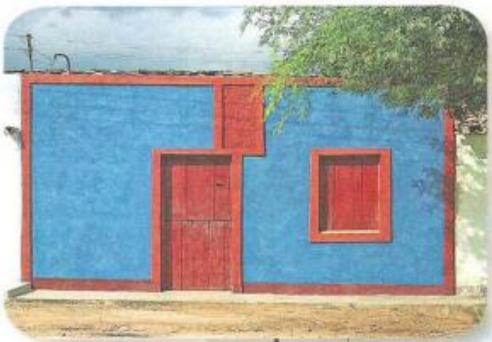
Objetivos:

Estratégias didáticas:

23 Simetria e assimetria

Objetivos: Desenvolver expressão oral e senso estético; valorizar a diversidade; destacar a arquitetura popular brasileira; retomar a noção de simetria axial; identificar eixos de simetria; desenvolver percepção geométrica; usar régua; desenvolver coordenação motora; explorar a Matemática presente em atividades da cultura popular.

1. Observe as fachadas destas casas:



Casa no município de Bola, estado da Paraíba, 1987.

Estas fotos de Anna Mariani retratam motivos do Nordeste brasileiro. Elas fazem parte do livro *Pinturas e platibandas*, da editora Mundo Cultural, 1987.

Casa no município de Barra de Farias, estado de Pernambuco, 1985.

FOTOS: ANNA MARIANI

- Ao que parece, o construtor de uma dessas casas deve achar mais bonita uma fachada simétrica. Já o outro parece preferir uma fachada assimétrica.

  a) Qual é a casa da fachada simétrica: a de Bola ou a de Barra de Farias? Explique sua resposta. A de Barra de Farias.

  b) Por que a outra fachada é assimétrica? Resposta pessoal.

  c) Você acha que as casas ou os prédios só podem ser bonitos se suas fachadas forem simétricas? Ou pode haver beleza também na assimetria? Resposta pessoal.

Nosso artista

Simetria é também sinônimo de beleza de linhas e formas resultante do equilíbrio.

O artista gráfico Maurits Cornelis Escher nasceu na Holanda e viveu de 1898 a 1972.

Seus trabalhos exploram ideias fascinantes e relações matemáticas.

Em 1922 esteve em Granada, na Espanha, onde visitou o Alhambra — palácio construído pelos mouros por volta do século XIV. Lá Escher se encantou com a simetria e a regularidade das formas, que vieram a influenciar sua obra. Interdisciplinaridade com História

Veja um de seus trabalhos e repare na regularidade e na simetria das formas.

Limite circular I, de M. C. Escher, 1958.

3. Observe a obra e descreva o que você vê.

4. Procure eixos de simetria. Apoie a régua sobre as imagens e tente perceber se as partes coincidiriam, caso a figura fosse dobrada.

5. Em malhas como estas, faça desenhos que apresentem regularidade e simetria.

Forneça cópias das malhas para os alunos desenharem.

TROQUE IDEIAS

Exponha seu trabalho para a classe.

Figura 38: AIDAR, M. Ler Mundo – Matemática. Editora Scipione. São Paulo, 2008. v. 4, p. 193, il Color.

APÊNDICES F – PERFIL DOS PROFESSORES

Sujeitos	Formação Acadêmica	Redes Municipais	Tempo de atuação profissional	Ano que atua	Situação funcional
P1	Biologia	Olinda	20 anos	5º ano	Professora efetiva
P2	Pedagogia	Olinda	14 anos	3º ano	Professor temporário
P3	Pedagogia	Olinda	20 anos	3º ano	Professora efetiva
P4	Pedagogia	Olinda	16 anos	4º ano	Professora efetiva
P5	Pedagogia	Olinda	20 anos	4º ano	Professora efetiva
P6	Pedagogia	Recife	30 anos	5º ano	Professora efetiva
P7	História	Recife	30 anos	4º ano	Professora efetiva
P8	Pedagogia	Araçoiaba	12 anos	5º ano	Professora temporária
P9	Pedagogia	Araçoiaba	20 anos	5º ano	Professora efetiva
P10	Pedagogia	Araçoiaba	13 anos	4º ano	Professora efetiva
P11	Pedagogia	Araçoiaba	18 anos	4º ano	Professora efetiva
P12	Pedagogia	Araçoiaba	20 anos	5º ano	Professora efetiva
P13	Pedagogia	Araçoiaba	4 anos	5º ano	Professora temporária
P14	Pedagogia	Araçoiaba	20 anos	4º ano	Professora efetiva
P15	Pedagogia	Araçoiaba	22 anos	5º ano	Professora efetiva
P16	Pedagogia	Araçoiaba	14 anos	4º ano	Professora efetiva
P17	Pedagogia	Araçoiaba	14 anos	5º ano	Professora efetiva
P18	Pedagogia	Araçoiaba	15 anos	4º ano	Professora efetiva

Fonte: elaborada pela autora (2019).