



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA
CURSO DE MESTRADO**

ALMIR PEREIRA DE MOURA

**ÁREA DE FIGURAS PLANAS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: um estudo
sobre aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido**

**RECIFE
2019**

Almir Pereira de Moura

ÁREA DE FIGURAS PLANAS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: um estudo sobre aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Área de concentração: Ensino de Ciências e Matemática

Orientadora: Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

Recife

2019

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E
TECNOLÓGICA
CURSO DE MESTRADO**

**ÁREA DE FIGURAS PLANAS NO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: um estudo
sobre aproximações e distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido**

COMISSÃO EXAMINADORA:

Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

1ª Examinadora/ Presidente

UFPE

Profa. Dra. Marilene Rosa dos Santos

Examinadora Interna

UFPE/UPE

Profa. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima

Examinadora Externa

UFRPE

Recife, 30 de abril de 2019

AGRADECIMENTOS

A DEUS,

O autor da vida, que em sua infinita misericórdia permitiu-me trilhar este caminho. Que em meio aos desafios, acalmou meu coração, concedeu-me paz interior e me inspirou a viver um dia de cada vez. É por meio dEle que essa conquista vem a acontecer e é para Ele que eu a dedico.

AOS FAMILIARES,

Pelo amor demonstrado de diversas formas. À minha mãe, mulher de fibra, que com seu artesanato custeou a minha permanência na escola, e desde cedo, vislumbrou o estudo como forma de empoderamento. Graças a seus esforços, cheguei até aqui. Ao meu pai, pelo enfrentamento dos dias ensolarados na labuta da agricultura como forma de garantir o pão de cada dia. Ao meu irmão mais velho, Ailton (in memorian), pelos dias que me deu prazer de atribuir o sentido ao amor fraterno.

A minha amada, Vera, que decidiu estar ao meu lado e trilhar comigo esse caminho e dar sentido à expressão: “É melhor sermos dois do que ser um”. Por entender minha ausência em alguns momentos; por equilibrar situações de conflitos e de peleja, sempre vislumbrando o desdobramento a ser alcançado ao fim dessa etapa. Pela decisão de abdicar de certas coisas apoiando com veemência minha opção de estudar.

Aos meus dois filhos do coração, Viviane e Artur, presentes de Deus. Por entender minha ausência nos fins de semanas, e pela compreensão dos “não posso” ditos diante dos convites mais simples, como: “vamos assistir a um filme hoje?”, “vamos jogar dominó?”.

AOS AMIGOS,

Pelo encorajamento. A meu amigo, Daniel Nascimento, e sua esposa Mari Nascimento, pela torcida e participação na minha trajetória acadêmica. Ao tripleto, Almir Antônio, José Andro e Débora Karyna pela irmandade que se conserva do ensino médio aos dias atuais. Ao segundo tripleto, Alexandre Barros, André Pereira e Sônia Vieira pelos ricos momentos de discussão e pela oportunidade de escrevermos artigos em parcerias. Aprendi muito com vocês.

AOS PROFESSORES DO EDUMATEC – UFPE,

Pelos ensinamentos e contribuições no desenvolver da pesquisa. Minha gratidão especial aos professores Iranete Lima, Marcelo Câmara e Marilene Rosa, pelas contribuições dadas enquanto leitores do trabalho na disciplina Seminários e a Rute Elizabete Borba pelas conversas enriquecedoras realizadas nos corredores e nos antes e depois das aulas.

AOS COLEGAS DA LINHA DE PESQUISA DIDÁTICA DA MATEMÁTICA,

Pelas ricas discussões e contribuições em todo o processo de desenvolvimento da pesquisa. Em especial, a Lúcia Durão pelas sugestões e a Valéria Aguiar, colega do mestrado, com a qual dividia minhas limitações e frustrações mediante algumas etapas do desenvolvimento da pesquisa.

AO GRUPO DE PESQUISA PRÓ-GRANDEZA,

Por ser um espaço de discussão, de aprendizagem e amizade, e por esta razão, ter me oportunizado ricos momentos de debates e reflexões sobre a teoria e a prática.

A MINHA ORIENTADORA DRA. PAULA MOREIRA BALTAR BELLEMAIN,

Por aceitar o desafio de me orientar a desenvolver essa pesquisa e por ter transformado esses encontros em ricos momentos de aprendizados. Minha gratidão, pela sua confiança e pelo seu incentivo.

ÀS PROFESSORAS,

Marilene Rosa e Anna Paula Avelar, pela leitura cuidadosa do texto e das contribuições colocadas na qualificação e na defesa.

Finalmente, um agradecimento especial à professora participante da pesquisa que abriu as portas da sala de aula me dando condições para a realização do estudo, à escola que aceitou a realização da parte empírica e aos alunos que também me permitiram o acesso às aulas e a suas produções, material fundamental para a realização da pesquisa.

RESUMO

Essa dissertação teve por objetivo analisar distanciamentos e aproximações entre os saberes ensinado e aprendido em relação ao objeto área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático desenvolvida por Yves Chevallard e seus colaboradores. Os principais conceitos utilizados para analisar o saber ensinado, o modo como o ensino foi conduzido e o saber aprendido, respectivamente, foram a praxeologia matemática, a praxeologia didática e a praxeologia pessoal. O modelo praxeológico de referência apoia-se nas pesquisas de Régine Douady e Marie-Jeanne Perrin-Glorian e em inúmeras pesquisas brasileiras que consideram a área como uma grandeza geométrica. O percurso metodológico da pesquisa contemplou quatro estudos. O primeiro consistiu na análise do ensino da área em uma turma do 6º ano, por meio da modelização das praxeologias matemática e didática instaladas nas aulas. No segundo estudo foi realizada uma análise a priori das tarefas propostas no teste elaborado pela professora e aplicado aos estudantes ao final do processo de estudo, e, uma análise das expectativas da professora quanto aos modos de fazer as tarefas pelos alunos. No terceiro foram caracterizados elementos das praxeologias pessoais apresentadas pelos estudantes diante das tarefas propostas no teste, assim como, mediante suas declarações por meio de entrevistas semiestruturadas. Finalmente, no quarto estudo, foi realizada uma análise comparativa das praxeologias instaladas nas aulas e das praxeologias pessoais dos estudantes. O primeiro estudo revelou que foram trabalhados cinco tipos de tarefas, dos quais, determinar uma área e comparar áreas foram os que mais se destacaram. O segundo estudo revelou que foram explorados apenas dois tipos de tarefas no teste, e a ênfase das tarefas está concentrada nos aspectos numéricos. Nesse estudo também foi possível constatar certo distanciamento entre as tarefas propostas na condução do estudo e as contempladas no teste. O terceiro estudo revelou conformidades entre os modos de fazer instituídos pela professora e aqueles que os estudantes mobilizam, quando realizaram corretamente as tarefas. O último estudo revelou que as divisões de tarefas em tipos de tarefas realizadas pela maioria dos estudantes não correspondem à divisão realizada pela representante da instituição.

Palavras-chave: Teoria Antropológica do Didático. Grandezas e medidas. Praxeologias.

ABSTRACT

This thesis aims to analyze distances and approximations between the knowledge taught and learned in connection with the object area of flat figures in the 6th grade of elementary school under the perspective of the Anthropological Theory of the Didactics, developed by Yves Chevallard and his collaborators. The main concepts used to analyze the knowledge taught, the way which teaching was conducted and the knowledge learned, respectively, were mathematical praxeology, didactic praxeology and personal praxeology. The praxeological model of reference is based on Régine Douady and Marie-Jeanne Perrin-Glorian's research and many Brazilian studies that consider the area as a geometric measurement. The methodological path of the research included four studies. The first one consisted of analyzing the teaching of the area in a 6th grade class, through the modeling of the mathematical and didactic praxeologies installed in the classes. In the second study, an a priori analysis of the tasks proposed in the test prepared by the teacher and applied to students at the end of the study process was carried out, and an analysis of the teacher's expectations regarding the ways of doing the tasks by the students. In the third study, elements of the personal praxeologies presented by the students were characterized in face of the tasks proposed in the test, as well as through their statements from semi-structured interviews. Finally, in the fourth study, a comparative analysis of the praxeologies installed in classes and the personal praxeologies of the students was carried out. The first study revealed that five types of tasks were worked on, from which, determining an area and comparing areas were the ones that stood out the most. The second study revealed that only two types of tasks were explored in the test, and the emphasis of the tasks is concentrated on the numerical aspects. It was also possible in this study to observe a certain distance between the tasks proposed during the study and those contemplated in the test. The third study revealed conformities between the ways of doing instituted by the teacher and those that students mobilize, when they correctly performed the tasks. The latest study revealed that the division of tasks into types of tasks performed by most students does not correspond to the division performed by the institution's representative.

Keywords: Anthropological Theory of Didactics. Quantities and measurement. Praxeologies.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - ARTICULAÇÃO ENTRE QUADROS	37
FIGURA 2 - EXEMPLO DE FIGURAS COM MESMA ÁREA	38
FIGURA 3- TRIÂNGULOS DE MESMA BASE CONSTRUÍDOS ENTRE DUAS RETAS PARALELAS.	43
FIGURA 4 - TAREFA CUJA TÉCNICA CONSISTE NO LADRILHAMENTO.....	44
FIGURA 5 - TRIÂNGULO DESENHADO NA MALHA QUADRICULADA.....	45
FIGURA 6 - EXPLICITAÇÃO DA TÉCNICA SUBTRAÇÃO DE ÁREAS	45
FIGURA 7 - EXEMPLO DE TAREFA RELATIVA À PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIE DE MESMA ÁREA QUE A DE UMA SUPERFÍCIE DADA	47
FIGURA 8 - DESCRIÇÃO DA REVISÃO DA LITERATURA POR FOCO DE ANÁLISE.....	57
FIGURA 9 - INDICAÇÃO DO CAMINHO METODOLÓGICO PERCORRIDO	65
FIGURA 10 - TAREFA DE COMPARAÇÃO DE ÁREAS ABORDADA EM SALA DE AULA PELA PROFESSORA.....	83
FIGURA 11 - TAREFAS DE PRODUÇÃO DE FIGURAS A PARTIR DE UMA FIGURA DADA ABORDADAS EM SALA DE AULA PELA PROFESSORA.....	85
FIGURA 12 - FIGURAS CONFECCIONADAS EM PAPEL PARA O TRATAMENTO DE TAREFAS DE COMPARAÇÃO DE ÁREAS	86
FIGURA 13 - TAREFA DE PRODUÇÃO DE SUPERFÍCIES EXPLORADA NA ATIVIDADE PROPOSTA PELA PROFESSORA	89
FIGURA 14 - EXTRATO DA LISTA DE EXERCÍCIO PROPOSTA PELA PROFESSORA REFERENTE A TAREFAS DO TIPO T1: COMPARAR ÁREAS	91
FIGURA 15 - EXTRATO DA LISTA DE EXERCÍCIO PROPOSTA PELA PROFESSORA REFERENTE À TAREFAS DO TIPO T2: DETERMINAR UMA ÁREA	92
FIGURA 16 - REPRESENTAÇÃO DA PLANIFICAÇÃO DE UMA CAIXA UTILIZADA PELA PROFESSORA NA AULA	96
FIGURA 17 - EXTRATO DO LIVRO DIDÁTICO UTILIZADO NA AULA.....	97
FIGURA 18 - EXTRATO DA ATIVIDADE PROPOSTA NA 2ª LISTA EXPLORADA PELA PROFESSORA.....	101
FIGURA 19 - EXTRATO DA 2ª LISTA DE EXERCÍCIOS PROPOSTA PELA PROFESSORA REFERENTE A TAREFAS DO TIPO T1: COMPARAR ÁREAS.....	104

FIGURA 20 - ESQUEMA DA ORGANIZAÇÃO MATEMÁTICA LOCAL EM TORNO DO SABER ÁREA	108
FIGURA 21- EXTRATO DA PRIMEIRA QUESTÃO DO TESTE ELABORADO PELA PROFESSORA.....	110
FIGURA 22 - POSSÍVEIS TÉCNICAS APLICÁVEIS À TAREFA DO TIPO T1: COMPARAR ÁREAS PROPOSTA NO TESTE	111
FIGURA 23 - EXTRATO DA SEGUNDA QUESTÃO PROPOSTA NO TESTE ELABORADO PELA PROFESSORA	112
FIGURA 24 - EXTRATO DA TERCEIRA QUESTÃO PROPOSTA NO TESTE ELABORADO PELA PROFESSORA	114
FIGURA 25 - EXTRATO DA QUARTA QUESTÃO DO TESTE ELABORADO PELA PROFESSORA.....	115
FIGURA 26 - EXTRATO DA QUINTA QUESTÃO DO TESTE ELABORADO PELA PROFESSORA.....	116
FIGURA 27- EXTRATO DA SEXTA QUESTÃO DO TESTE ELABORADO PELA PROFESSORA.....	117
FIGURA 28- EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A13.....	123
FIGURA 29 - EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A10.....	123
FIGURA 30- EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A3.....	124
FIGURA 31- EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A15.....	124
FIGURA 32 - EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A7.....	124
FIGURA 33 - EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A19.....	125
FIGURA 34- EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A25.....	127
FIGURA 35- EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A5.....	129
FIGURA 36 - EXTRATO DE PROTOCOLO DO ESTUDANTE A18.....	130

LISTA DE TABELAS

TABELA 1- QUANTITATIVO DE TAREFAS DO TIPO T REFERENTES A ÁREAS DE FIGURAS PLANAS NAS AULAS DA PROFESSORA	71
TABELA 2 - TIPOS E SUBTIPOS DE TAREFAS RELATIVOS A ÁREAS DE FIGURAS PLANAS PRESENTES NA CONDUÇÃO DO ESTUDO REALIZADO PELA PROFESSORA.....	72
TABELA 3 - TIPOS E SUBTIPOS DE TAREFAS PRESENTES NO TESTE ELABORADO PELA PROFESSORA.....	109
TABELA 4 - MAPEAMENTO DAS TAREFAS POR SUBTIPOS PRESENTES NO TESTE APLICADO PELA PROFESSORA.....	121
TABELA 5 - QUANTITATIVO DE TAREFAS CONTEMPLADAS NO ENSINO DE ÁREAS DE FIGURAS.....	132
TABELA 6 - QUANTITATIVO DE TAREFAS RELATIVAS AOS SUBTIPOS CONTEMPLADOS NA EXPLICAÇÃO DA PROFESSORA, NOS EXERCÍCIOS PROPOSTOS AOS ESTUDANTES E NAS QUESTÕES DO TESTE.	133

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 - ELEMENTOS DA PRAXEOLOGIA MATEMÁTICA.....	29
QUADRO 2 - QUADRO DE REFERÊNCIA À ANÁLISE DE PRAXEOLOGIAS MATEMÁTICAS RELATIVAS AO SABER ÁREA	60
QUADRO 3 - CRITÉRIOS ADOTADOS PARA A ANÁLISE DA PRAXEOLOGIA MATEMÁTICA REALIZADA PELA PROFESSORA.....	66
QUADRO 4 - CATEGORIAS E CRITÉRIOS DE ANÁLISE PRESENTES NA ABORDAGEM DA ÁREA REALIZADA PELA PROFESSORA.....	67
QUADRO 5 - CATEGORIAS E CRITÉRIOS DE ANÁLISE DA ORGANIZAÇÃO DIDÁTICA DA PROFESSORA.....	69
QUADRO 6 - CATEGORIAS E CRITÉRIOS ANALÍTICOS DA PRAXEOLOGIA PESSOAL DOS ESTUDANTES	69
QUADRO 7 - DISTRIBUIÇÃO DOS TIPOS E SUBTIPOS DE TAREFAS AO LONGO DAS AULAS DA PROFESSORA.....	73
QUADRO 8 - ORGANIZAÇÃO DAS PRAXEOLOGIAS PONTUAIS RELATIVAS AOS SUBTIPOS DE TAREFAS EXPLORADOS NA EXPOSIÇÃO DO CONTEÚDO PELA PROFESSORA.....	81
QUADRO 9 - ORGANIZAÇÃO DAS PRAXEOLOGIAS PONTUAIS RELATIVAS AOS SUBTIPOS DE TAREFAS CONTEMPLADOS NA LISTA DE EXERCÍCIOS PROPOSTA PELA PROFESSORA.....	94
QUADRO 10 - ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA PONTUAL RELATIVA A DETERMINAR A ÁREA DE UMA FIGURA QUE PODE SER DECOMPOSTA EM RETÂNGULOS (QUADRADOS E NÃO QUADRADOS) PRESENTE NA EXPOSIÇÃO DO CONTEÚDO PELA PROFESSORA.....	97
QUADRO 11 - ORGANIZAÇÃO DAS PRAXEOLOGIAS PONTUAIS RELATIVAS AOS SUBTIPOS DE TAREFAS A SEREM RESPONDIDAS PELOS ESTUDANTES A PARTIR DO LIVRO DIDÁTICO E DA 2ª LISTA DE EXERCÍCIOS PROPOSTA PELA PROFESSORA.....	105
QUADRO 12 - DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DE PRAXEOLOGIAS PESSOAIS APRESENTADOS PELOS ESTUDANTES RELATIVOS AO SUBTIPO DE TAREFA COMPARAR AS ÁREAS DE FIGURAS COM UNIDADE DE ÁREA DADA	125

QUADRO 13 - DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DE PRAXEOLOGIAS PESSOAIS APRESENTADOS PELOS ESTUDANTES RELATIVOS AO SUBTIPO DETERMINAR A ÁREA DE UMA FIGURA DESENHADA EM MALHA.....	128
QUADRO 14 - DESCRIÇÃO DOS ELEMENTOS DE PRAXEOLOGIAS PESSOAIS APRESENTADOS PELOS ESTUDANTES RELATIVOS AO SUBTIPO DETERMINAR A ÁREA DE UMA FIGURA QUE PODE SER DECOMPOSTA EM RETÂNGULOS (QUADRADOS E NÃO QUADRADOS)	131
QUADRO 15 - TIPOLOGIA DE TAREFAS PESSOAIS ASSOCIADAS A SUBTIPOS DE TAREFAS INSTITUCIONAIS.....	133

LISTA DE ABREVIATURAS

PUC – SP	Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
TTD	Teoria da Transposição Didática
TAD	Teoria Antropológica do Didático
UFBA	Universidade Federal da Bahia
UFPE	Universidade Federal de Pernambuco

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	16
2 CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA DA PESQUISA	21
2.1 ELEMENTOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO	21
2.1.1 Fenômeno da Transposição Didática.....	21
2.1.2 Elementos primitivos.....	25
2.1.3 Noção de Praxeologia ou Organização praxeológica.....	27
2.1.3.1 <i>Praxeologia Matemática</i>	30
2.1.3.2 <i>Praxeologia Didática</i>	30
2.1.3.3 <i>Praxeologia Pessoal.....</i>	34
2.2 GRANDEZA ÁREA	36
2.3 PESQUISAS ANTERIORES SOBRE O ENSINO E A APRENDIZAGEM DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS.....	49
2.4 UMA SÍNTESE SOBRE AS CONTRIBUIÇÕES DAS PESQUISAS ANTERIORES QUE ADOTAM A ABORDAGEM DA ÁREA ENQUANTO GRANDEZA	57
2.5 OBJETIVOS.....	62
2.5.1 Objetivo Geral.....	62
2.5.2 Objetivos Específicos.....	62
3 PERCURSO METODOLÓGICO.....	63
3.1 AÇÕES PARA O DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA E DESCRIÇÃO DOS MÉTODOS UTILIZADOS	64
3.2 CATEGORIAS E CRITÉRIOS ANALÍTICOS DA CONDUÇÃO DAS AULAS PELO PROFESSOR.....	65
3.2.1 Organização matemática do professor	66
3.2.2 Organização didática estabelecida pelo professor	68
3.3 CATEGORIAS E CRITÉRIOS ANALÍTICOS DA PRAXEOLOGIA PESSOAL DOS ESTUDANTES	69
4 ANÁLISE DOS DADOS	70
4.1 MAPEAMENTO DAS TAREFAS PRESENTES NO ESTUDO CONDUZIDO PELA PROFESSORA.....	70
4.2 ANÁLISE DA PRAXEOLOGIA DIDÁTICA E MATEMÁTICA ESTABELECIDAS NO ESTUDO CONDUZIDO PELA PROFESSORA	74

4.3 ORGANIZAÇÃO PRAXEOLÓGICA LOCAL ESTABELECIDADA NO ESTUDO DE ÁREA DE FIGURAS PLANAS CONDUZIDO PELA PROFESSORA	1078
4.4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE A PRIORI DO TESTE APLICADO PELA PROFESSORA	109
4.5 ANÁLISE DA RELAÇÃO PESSOAL DOS ESTUDANTES COM AS TAREFAS PROPOSTAS NO TESTE.....	120
4.6 DISTANCIAMENTOS E APROXIMAÇÕES ENTRE O SABER ENSINADO E O SABER APRENDIDO	131
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E ENCAMINHAMENTOS	138
REFERÊNCIAS.....	147
APÊNDICE A.....	151
APÊNDICE B	214
APÊNDICE C	215

1 INTRODUÇÃO

Nosso interesse nessa pesquisa é o ensino e a aprendizagem da área, tomando como foco a abordagem do conteúdo em sala de aula pelo professor e os conhecimentos mobilizados pelos estudantes após essa abordagem. Para isso, questionamos de que maneira o professor conduz o estudo da área de figuras planas em suas aulas de matemática, confrontando essa abordagem com os conhecimentos mobilizados pelos estudantes após o ensino do referido conteúdo.

A área é tomada nesse estudo, assim como o comprimento, o volume e a abertura de ângulo, enquanto componente das grandezas geométricas. Estas por sua vez, estão inseridas dentro de um campo maior: o das grandezas e medidas.

Segundo a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), o estudo das grandezas e medidas proporciona uma variedade de problemas que permite ampliar e consolidar a noção de número. Além disso, possibilita a aplicação de noções geométricas e a construção do pensamento algébrico. Nesse sentido, o estudo das Grandezas e Medidas funciona como um articulador entre diversos conteúdos matemáticos (BRASIL, 2017).

As justificativas da inclusão do domínio das grandezas e medidas (e, especificamente da área) no currículo escolar são apoiadas em alguns argumentos que desenvolvemos brevemente. Esses conteúdos favorecem uma forte articulação entre os blocos da matemática como nos exemplos a seguir: utiliza-se a área de figuras ao estudar as frações (no domínio dos números e operações); o apoio da área contribui para a compreensão dos produtos notáveis (no domínio da álgebra); ao estudar semelhança de figuras, observa-se entre outros aspectos, a relação entre as áreas de figuras semelhantes (no domínio da geometria); a leitura, interpretação e produção de gráficos apoiam-se muitas vezes na área de figuras (no domínio da estatística). Outro fator importante a ser destacado a respeito deste saber é a possibilidade de conexão com outras disciplinas, como acontece com a Geografia, ao estudar densidade demográfica; com a Física, ao estudar resistência elétrica; com as Ciências Naturais, ao estudar efeitos do desmatamento de uma floresta, entre outras.

Também é comum nas atividades profissionais a mobilização de conhecimentos relativos à área, seja para o pedreiro estimar o quanto de cerâmica será necessário para cobrir o piso de uma casa, seja para a costureira ao estimar a quantidade de tecido necessária para fazer uma blusa, seja para o pintor, ao estimar a área de uma parede e calcular a quantidade de tinta necessária para pintá-la, etc. Exemplos como estes, ilustram o caráter utilitário e a variedade de aplicações do saber área no cotidiano e nas práticas sociais.

A apropriação, pelos estudantes, do saber área tem um importante papel para a construção de outros saberes dentro da matemática, pois permite fazer conexões com outras disciplinas e possui uma variedade de usos no cotidiano. Portanto, a construção sólida desse saber em sala de aula é necessária para que possa cumprir tais funções na matemática escolar, motivo que nos impulsionou a tomar a área como objeto desse estudo.

O fato de a área ser um componente das grandezas geométricas torna esse objeto de saber um ponto de confluência entre o campo das grandezas e outros campos da matemática como: a geometria, a álgebra e os números e suas operações. Embora o estudo da área apresente fortes relações entre o campo das grandezas e medidas e o campo da geometria, pesquisas (BALTAR, 1996, BARROS, 2006, BELLEMAIN, 2000, DOUADY; PERRIN- GLORIAN, 1989, SANTOS, 2015, entre outras) têm mostrado a relevância em distinguir o objeto geométrico (superfície) e a grandeza associada a esse objeto (área). Um dos estudos no qual encontramos fortemente esses argumentos é o de Douady e Perrin-Glorian (1989), que ao experimentar uma engenharia didática relacionada à área evidenciou que muitos estudantes amalgamavam superfície e área, desenvolvendo o que as autoras denominaram de concepção geométrica.

Outro aspecto relevante no tratamento de área é a distinção entre área e número, uma vez que nos estudos de Douady e Perrin-Glorian (1989) já citados anteriormente, observou-se que frequentemente os alunos só levavam em consideração o cálculo, colocando em destaque apenas os aspectos numéricos, característica que as autoras denominaram de concepção numérica.

A supremacia nos aspectos numéricos tem forte influência na abordagem escolar: ora enfatizado na conexão entre o campo das grandezas e o campo dos números e operações, ora entre o campo das grandezas e o da álgebra. A primeira é consequência da expressão da medida da área, que é dada por meio de um número real não negativo (objeto dos números e operações) que indica a medida dessa área em uma determinada unidade. Entretanto, a forma de designar a área é através do par (número/unidade). A segunda diz respeito às fórmulas utilizadas para determinar a medida da área de uma figura ou região. A Álgebra passa a entrar em jogo nesse cenário, tendo na aplicação da fórmula uma maneira de calcular a área levando em consideração os comprimentos de elementos da figura ou região. Contudo, ao usar a fórmula é comum os estudantes utilizarem apenas as medidas dos comprimentos, expressando a área apenas por um número.

Compreendendo a complexidade existente no estudo da área, achamos pertinente nessa pesquisa situá-la na discussão enquanto grandeza autônoma, tomando como sustentação teórica

a modelização para a abordagem da área proposta por Douady e Perrin- Glorian (1989). Essa discussão põe em evidência a necessidade de estabelecer a distinção entre a figura e a área, assim como, entre a área e o número. O estabelecimento dessas distinções permite aos estudantes desenvolver a compreensão de que figuras diferentes podem apresentar mesma área, e também, que ao mudar a unidade de medida obtêm-se diferentes medidas para a área, entretanto, a grandeza área permanece invariante. Mas afinal, qual o sentido atribuído à área nesse trabalho?

Estamos considerando aqui, área como uma propriedade da figura que corresponde ao lugar ocupado por ela no plano. Desta forma, estamos assumindo em conformidade com Teles (2007), área como um atributo de uma região ou superfície plana, isto é, uma grandeza que pode ser medida ou comparada.

Para que os estudantes compreendam esse aspecto é necessário que o ensino promova tarefas as quais permitam experimentar diferentes situações, verificar regularidades, fazer testagens, criar hipóteses e validá-las. Entretanto, esse aspecto do ensino não é tão simples, pois, exige um planejamento por parte do professor que precisa ter em mente as habilidades necessárias a serem construídas pelos estudantes para que estes aprendam significativamente o saber em questão.

Ao planejar seu ensino, o professor se apoia de maneira mais ou menos explícita nos conhecimentos de que dispõe sobre o objeto a ser ensinado, em documentos de orientação curricular, em livros didáticos, etc. O saber efetivamente ensinado na sala de aula é marcado por adaptações no saber originalmente construído, a fim de que apresente condições de ser aprendido pelos estudantes. É um fenômeno que acontece independente do professor ter conhecimento de sua existência. Esse fenômeno é conhecido como transposição didática.

Em essência, a transposição didática modela a trajetória cumprida pelo saber, desde sua produção (saber sábio) até a sua vivência em sala de aula (saber efetivamente ensinado). Dessa forma, o saber sábio vai passar por várias transformações, cujo objetivo é levar esse saber a um estágio intermediário de saber a ser ensinado. Este por sua vez, sofrerá novas transformações, durante a vivência em sala de aula, por parte da ação do professor, configurando-se assim, essa construção final, em saber efetivamente ensinado.

Com efeito, após a vivência do saber efetivamente ensinado emerge outro saber que está relacionado ao que é aprendido pelo aluno (BOSCH; GASCÓN, 2007, BESSA DE MENEZES, 2010), resultado da construção realizada pelo estudante, a partir da assimilação e organização hierárquica desse saber em sua estrutura cognitiva, seja mediante a compreensão do que é vivenciado em sala em conjunto com o professor e/ou das experiências e aplicações em

sociedade que este aluno traz consigo. A este saber, Bosch e Gascón (2007) denominam de saber aprendido enquanto que Bessa de Menezes (2010) nomeia-o de saber discente.

No caso específico desse trabalho, estamos interessados na modelização e comparação entre o saber área que é efetivamente ensinado em sala pelo professor e o saber área aprendido pelos alunos.

O interesse pela temática emergiu a partir das experiências em sala de aula no ensino fundamental a partir do ano de 2014, período em que assumi o cargo de professor, após aprovação em concurso público municipal da cidade do Limoeiro- PE. Ao lecionar no 9º ano, constatei diversas dificuldades dos estudantes relativas às grandezas e suas medidas, principalmente relacionadas à dissociação entre área e perímetro, à ausência de unidades de medidas para designar a grandeza, ao emprego de fórmulas como técnica fundamental para resolver os problemas relativos à área, etc. Essas observações geraram alguns questionamentos: como está sendo vivenciado o ensino de área de figuras planas nos anos finais do ensino fundamental? Quais são as maneiras predominantes de resolver os problemas envolvendo área? Quais são os exercícios, problemas e atividades, propostos pelo professor, que fazem uso desse saber? Os estudantes reproduzem as maneiras de fazer os exercícios do professor?

A partir dessas inquietações, optamos em olhar para o 6º ano do ensino fundamental, pois pressupomos que nesse ano de escolaridade, as fórmulas ainda não são exploradas com muito rigor, e, portanto, a exploração de outros procedimentos pode ser observada.

Realizando uma revisão na literatura, buscamos localizar as pesquisas nas quais a área é tomada como uma grandeza, com foco de análise voltado para o livro didático, para o professor e para o estudante, pois entendemos que estes focos nos fornecem elementos quanto à organização do ensino. Dessa forma, identificamos pesquisas que: investigaram o uso de recursos didáticos no estudo do conceito de área a partir do livro didático (SANTANA, 2006); analisaram o tratamento dado ao saber em livros didáticos (BARROS, 2006, SILVA, 2011, CARVALHO, 2012); elaboraram, aplicaram e refletiram sobre sequências didáticas relativas ao saber (CHIUMMO, 1998, FACCO, 2003, LESSA, 2017); analisaram a construção do conceito de área por estudantes (FERREIRA, 2010); investigaram os procedimentos mobilizados por estudante na resolução de atividades relacionadas ao cálculo da área (PESSOA, 2010); investigaram as concepções desenvolvidas por estudantes em relação ao conceito de área (MOURA; SANTOS, 2016); analisaram o distanciamento entre a prática docente e a abordagem do livro didático (SANTOS, 2015).

Entretanto, não encontramos em meio à literatura pesquisada trabalhos que tratassem da grandeza área com foco na análise da abordagem dada ao saber pelo professor e nos

conhecimentos mobilizados pelos estudantes após a realização dessa abordagem. Diante dessa constatação nos propomos a desenvolver esta pesquisa norteada pela seguinte questão: ***Que aproximações e distanciamentos existem entre o saber área ensinado pelo professor e o saber área aprendido pelos alunos?***

Como a transposição didática nos explica, há transformação no saber durante a passagem de um estágio a outro, portanto, o objetivo desse estudo é realizar uma análise sobre distanciamentos e aproximações entre os saberes ensinado e aprendido em relação ao objeto área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental.

Para refletir sobre as aproximações e distanciamentos existentes entre esses saberes, recorreremos às contribuições da Teoria Antropológica do didático – TAD – (CHEVALLARD, 1999, 2003), a qual estuda o homem frente ao saber matemático, e por esta razão, situa a atividade matemática dentro do conjunto de atividades humanas e de instituições sociais. Assim, do ponto de vista teórico, toda atividade matemática constitui-se numa atividade humana institucional capaz de ser descrita por um sistema de tarefas bem definidas.

Nessa perspectiva, quando nos propusemos, nessa pesquisa, a lançar o olhar para o ensino do saber área e para os conhecimentos mobilizados pelos estudantes após esse ensino, admitimos que o saber efetivamente ensinado em sala de aula é fruto de um processo transpositivo realizado pelo professor, que naquele momento assume a posição de representante da instituição 6º ano do ensino fundamental no Brasil. Sobretudo, admitimos que os estudantes, enquanto sujeitos dessa instituição, se submetem às exigências que lhes são impostas na intenção de manter uma conformidade. Sendo assim, entendemos que os pressupostos teóricos da TAD nos fornecem condições para caracterizar a organização do saber realizada pelo professor e pelos estudantes.

Estruturamos esta dissertação da seguinte forma: o primeiro capítulo trata da construção da nossa problemática. Nele está incluso nosso quadro teórico, uma discussão de questões relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem da área, o modelo praxeológico de referência norteador da pesquisa, como também nossos objetivos. O segundo capítulo consiste nos procedimentos metodológicos utilizados para o desenvolvimento do estudo, e, o terceiro apresenta a análise e discussão dos dados coletados. Por fim, apresentamos nossas considerações finais e referências.

2 CONSTRUÇÃO DA PROBLEMÁTICA DA PESQUISA

Para o espírito científico, todo conhecimento é resposta a uma pergunta. Se não há pergunta, não pode haver conhecimento. Nada é evidente. Nada é gratuito. Tudo é construído (BACHELARD, 1996, p.18).

2.1 Elementos da Teoria Antropológica do Didático

Nesta seção apresentamos alguns elementos constituintes da Teoria Antropológica do Didático (TAD). Iniciamos pela noção de transposição didática, o germe da TAD, situando e discutindo o tratamento dado ao saber desde a eleição dos corpos dos saberes a ensinar até a sua reconstrução em sala de aula. Em seguida, trazemos uma discussão sobre os elementos primitivos dessa teoria e as ferramentas de modelização das práticas humanas institucionais, as praxeologias.

2.1.1 Fenômeno da Transposição Didática

O termo, transposição didática¹ discutido nesta pesquisa, carrega o sentido apresentado por Chevallard (1991) no livro: *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*², mas também discute os termos que ao longo dos anos vêm sendo incorporados. Em Chevallard (1991), o autor faz uma sistematização da transposição didática que posteriormente começa a ser reconhecida como Teoria da Transposição Didática (JARDIM; CAMARGO; ZIMER, 2015).

Na composição da Teoria da Transposição Didática (TTD) se encontram dois conceitos fundamentais: saber e instituição. Chevallard (1991) alerta que um saber não existe no vácuo, ele aparece numa determinada ocasião, num contexto da sociedade, ancorado em pelo menos uma instituição. Dessa forma, todo saber é um saber de uma instituição. Além disso, um mesmo objeto do saber pode viver em várias instituições, desde que este se sujeite às exigências impostas por elas. Nessa direção, para que um saber possa habitar numa instituição é necessário que ele sofra transformações adaptativas às características próprias de cada instituição.

¹ No trabalho *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*, Chevallard faz um aprofundamento na discussão teórica sobre a transposição didática, entretanto este termo foi cunhado anteriormente por Verret (1975) em sua pesquisa: *Le temps des études*. (JARDIM; CAMARGO; ZIMER, 2015).

² Este texto é uma tradução em espanhol do original em francês CHEVALLARD, Y. *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*. La Pensée Sauvage, Grenoble. 1985a.

A relação que a instituição (agentes que a compõem) estabelece com os saberes pode ser dada por meio de produção, uso, transposição e ensino. Nesse sentido, trata-se de quatro grandes tipos de instituição com funções distintas: a primeira é responsável pela produção dos saberes, a segunda, é utilizadora do saber, a terceira, se encarrega da passagem de um saber de uma instituição a outra, e, finalmente a última, é responsável pelo ensino.

Fazer um saber passar de uma instituição a outra, implica submetê-lo às exigências impostas pela nova instituição. Nesse caso, é necessário transformá-lo de modo que atenda às expectativas e necessidades da instituição alvo. O fenômeno que permite um saber passar de uma instituição a outra é chamado de transposição. Quando a instituição alvo é uma instituição de ensino, então a transposição é dita didática. Isto é:

Um conteúdo do saber, designado como saber a ensinar, sofre então um conjunto de transformações adaptativas que vão torná-lo apto a ocupar um lugar entre os objetos de ensino. O trabalho que transforma um objeto de saber a ensinar em um objeto de ensino é chamado transposição didática. (CHEVALLARD, 1991, p.39, tradução nossa³).

Dessa forma, entendemos que a transposição didática modela as transformações dadas ao saber desde a sua construção original (saber sábio) até o momento em que ele passa a ser efetivamente ensinado nos intramuros da sala de aula. Esse processo de transformação envolve a participação de representantes de instituições responsáveis pelas modificações do saber original, de maneira que seja possível torná-lo ensinável na escola. Assim, o saber trabalhado na escola é um saber diferente daquele originalmente produzido, pois sofreu modificações.

A necessidade de transformação do saber sábio em saber a ser ensinado vem da constatação de que tentar ensinar o saber sábio, sem fazer nenhum tipo de adaptação tornaria o ensino inviável, pois, as condições que permitem a produção de um saber são diferentes daquelas existentes em uma instituição cuja função é difundir o saber.

Durante o processo de transposição do saber sábio em saber a ser ensinado, o saber passa por alguns “estágios de transposição”, os quais Bordet (1991, apud BESSA DE MENEZES, 2010) nomeia de *transposição didática externa* e de *transposição didática interna*. A primeira corresponde a um estágio cuja função é transformar o saber sábio em saber a ensinar. Essa transformação acontece num espaço denominado de *Noosfera* que envolve uma comunidade (pessoas e instituições) responsável por estabelecer o que deve ser ensinado na escola. A

³ Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El “trabajo” que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica.

segunda, por sua vez, trata-se das transformações sofridas pelo saber a ensinar em saber ensinado mediante a participação do professor.

Entretanto, podemos falar em duas transformações dadas ao saber pela atuação do professor, uma relacionada às escolhas matemáticas e didáticas para ensiná-lo, denominado por Ravel (2003) como saber preparado, e outra, relacionada à vivência efetivamente do saber em sala de aula com os estudantes. Embora ao planejar sua aula (saber preparado), o professor esteja, conscientemente ou não, realizando um trabalho de transposição, outros fenômenos, tais como: o contrato didático, o tempo didático do professor numa ou noutra abordagem, o tempo de aprendizagem do estudante, a atuação do estudante na aula, etc., entram em jogo durante a vivência do saber em sala de aula. Isso faz com que novas transformações sejam realizadas no saber preparado. Essas transformações dão uma nova roupagem ao saber preparado levando a um novo estágio, o de saber ensinado, ou seja, ao executar o planejamento, o professor transforma o saber preparado em saber ensinado.

Para Agranionih (2001), as transposições realizadas pelo professor consistem no trabalho de didatização, que é próprio de cada docente e estão diretamente relacionadas com suas concepções epistemológicas. Dessa forma, o que o professor compreende como ensinar definirá a organização do trabalho de transposição.

Segundo a autora, alguns professores concebem ensinar enquanto comunicação de saberes científicos através de explanações acompanhadas de exercícios de fixação de conteúdos, valendo-se de transposições já realizadas nos livros didáticos ou em textos lidos em seu curso de formação. Para esses professores: “Ensinar matemática implicaria em explicar o conteúdo, geralmente entendido como algoritmos e fórmulas, e não como conceitos, e oferecer exercícios para a mecanização e aplicação dos processos. Aprender implicaria em dominar essas habilidades” (AGRANIONI, 2001, p.14). Portanto, as transposições realizadas por estes professores, apresentam como pano de fundo a concepção epistemológica empirista em relação à origem do conhecimento e formalista em relação à natureza do conhecimento matemático (AGRANIONI, 2001).

Entretanto, a autora alerta também para outros professores cuja compreensão sobre o ensinar está ligada a proporcionar ao aluno experiências de aprendizagem significativas. Isto é, professores que defendem que “ensinar significa possibilitar o aluno a construção ou reconstrução dos saberes a ensinar” (AGRANIONI, 2001, p.14). Esta compreensão do que se trata ensinar, segundo a autora, caracteriza uma concepção epistemológica construtivista, que está ancorada na defesa de que os conhecimentos são construídos pelo estudante a partir da sua atividade reflexiva realizada diante do conjunto de tarefas que modelam os aspectos do saber.

Nesse caso, a construção do saber pelo estudante é diferente da utilizada pelo pesquisador na Academia. Nessa direção Agranionih (2001, p.15) discorre:

Para os construtivistas, a situação ideal de aprendizagem é aquela em que o aprendente é posto diante de um problema a ser resolvido. Em sala de aula o professor provoca situações desse tipo, quando, geralmente, a solução do problema constitui-se no conteúdo matemático que deseja ensinar. Observa-se aqui, que a busca de situações que deem sentido aos saberes a ensinar (processo de didatização) e a construção do saber pelo aluno consistem em processos inversos ao do pesquisador na academia. Ao invés de uma descontextualização e despersonalização do saber, o conhecimento é recontextualizado, uma vez que aparece como solução para um problema particular, e repersonalizado, uma vez que é reconstruído pelo processo intelectual do aluno.

Para que a solução encontrada para o problema se torne um objeto de saber, o aluno terá que realizar um novo trabalho de despersonalização e descontextualização. É o que Brousseau ⁴ (1996, p. 48) chama de re-despersonalização e re-descontextualização do saber, que deverá ser realizado pelos alunos com auxílio do professor, para que percebam que o saber que produziram diante de uma determinada situação pode ser estendido a outras, "... para poder reconhecer no que fez algo que tenha caráter universal, como conhecimento cultural reutilizável".

Nessa perspectiva, podemos ainda falar noutro tipo de transformação dada ao saber, aquela resultante da atuação do estudante. Passamos então, a outra fase de transposição, a do saber ensinado para o saber aprendido (BOSCH; GASCÓN, 2007, BESSA DE MENEZES, 2010). Este último é resultado da construção realizada pelo estudante, a partir da assimilação e organização hierárquica desse saber em sua estrutura cognitiva, seja mediante a compreensão do que é abordado em sala em conjunto com o professor, seja das experiências e aplicações em sociedade deste saber que este aluno traz consigo, ou da justaposição das duas. Trata-se do saber do qual os estudantes podem dispor ao final de um processo de aprendizagem para iniciar outros processos (BOSCH; GASCÓN, 2007).

Concordamos com Bessa de Menezes (2010), que o conhecimento do estudante é fruto de elaborações e reelaborações feitas a partir das representações mentais criadas sobre o mundo e sobre os objetos abstratos. Entretanto, a construção desse conhecimento não acontece de maneira solitária, pelo contrário, ela é "mediada por sistemas simbólicos, criando assim, uma relação triangular: indivíduo-mundo-mediador" (BESSA DE MENEZES, 2010, p. 34). Dessa forma, entendemos que o conhecimento que o estudante tem sobre um saber, configura-se em um conhecimento historicamente construído e culturalmente organizado, o que justifica o fato de considerá-lo como outro saber. A passagem do saber ensinado para o saber aprendido põe em evidência outra fase de transposição a qual Bessa de Menezes (2010, p.34-35) chama de transposição didática discente.

⁴ BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (org.). Didática da Matemática. Reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, p. 48 – 72.

Em relação ao nome dado - transposição didática discente - como uma fase da transposição didática, se justifica como uma passagem de um saber (ensinado) para outro (aprendido); essa passagem justifica “transposição”. Pensando que o autor principal desse processo é o aluno, dentro de suas relações, que irá fazer a passagem dos saberes, o que justificaria o termo “discente”. Quanto ao termo “didática”, encaramos como o ponto final de um processo didático, que seria a tentativa de dirigir e orientar a aprendizagem.

Vale ressaltar que na teorização da transposição didática desenvolvida por Chevallard (1991), tal como pontuamos anteriormente, o autor estava interessado na relação entre o saber sábio e o saber efetivamente ensinado aos alunos, buscando sempre explicações sobre a distância entre esses saberes. Entretanto, no final da década de 90, o autor amplia a TTD, redirecionando o foco. Sobre essa mudança, Santos (2015, p.38) pontua: “[...] o foco de interesse são as situações nas quais há intenção de modificar a relação ao saber de uma pessoa, ou conjunto de pessoas, sob a ótica antropológica, que corresponde a situar a atividade de estudo em matemática no conjunto das atividades humanas”. Diante dessa nova perspectiva surge a Teoria Antropológica do Didático, (doravante, TAD), a partir de dois problemas básicos:

1. [...] a necessidade do investigador se emancipar dos modelos epistemológicos dominantes das instituições escolares (Chevallard, 2006) (isso implica que a TAD nos proporciona noções para libertarmos da maneira como é considerado o saber matemático e a atividade matemática nas instituições escolares).
2. [...] o questionamento das condições e restrições que afetam todo o processo de difusão do saber matemático na escola (ou seja, o estudo do que torna possível o ensino e aprendizagem da matemática, o que o dificulta, etc.). (BOSCH, et al, 2006, p. 38. Tradução nossa⁵)

A TAD propõe o estudo do homem frente às situações matemáticas admitindo que todo o trabalho matemático emerge como uma resposta a um certo tipo de tarefa. Dessa forma, seu pressuposto consiste em situar a atividade matemática no conjunto das atividades humanas e das instituições sociais.

2.1.2 Elementos primitivos

⁵[...] la necesidad del investigador de emanciparse de los modelos epistemológicos dominantes en las instituciones escolares (Chevallard, 2006) (lo que implica que la TAD nos proporciona nociones para liberarnos de la manera en la que se consideran el conocimiento matemático y la actividad matemática en las instituciones escolares). [...] el cuestionamiento de las condiciones y restricciones que afectan a todo proceso de difusión del conocimiento matemático en la escuela (es decir, el estudio de lo que hace posible la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, lo que lo dificulta, etcétera).

Ao desenvolver a TAD, Chevallard (1999), modela os conceitos de: objetos (O), pessoas (X) e instituições (I), assim como das relações pessoais e institucionais com objetos do saber. Estes conceitos passam então a constituir-se os elementos primitivos da teoria.

Os *objetos* ocupam lugar de destaque na teoria, por denominar qualquer que seja a espécie, objetos, pessoas, instituição, animal, etc. Para Chevallard (2003, p.1) “toda entidade material ou imaterial, que existe para ao menos um indivíduo” é objeto. Sua existência é confirmada a partir do momento em que for reconhecido como existente por uma pessoa *X* ou uma instituição *I*. Quando isso acontece, aparecem as relações pessoais e institucionais. A primeira é decorrente das interações que o indivíduo tem com o objeto $R(X,O)$ e a segunda, por sua vez, trata-se das relações que a instituição tem com o objeto $R(I,O)$.

O conceito de *pessoa* na TAD é definido como “um par formado por um indivíduo e o sistema de suas relações pessoais $R(X, O)$, em um dado momento da história do indivíduo *X*” (CHEVALLARD, 2003, p.1). Nessa modelização, pessoa e indivíduo não se referem à mesma coisa. A pessoa muda à medida que ao longo do tempo há mudanças nas suas relações pessoais com o objeto, mas o indivíduo permanece invariante.

A *instituição* é para Chevallard (2003, p. 2) “um dispositivo social – “total” –, que certamente pode ter apenas uma extensão muito reduzida no espaço social (...), mas que permite – e impõe – a seus sujeitos (...) maneiras próprias de fazer e pensar”.

O indivíduo, ao ingressar em uma instituição, se submete às condições (sejam elas fixas ou modificáveis) da instituição, o que leva a mudar sua relação com os saberes que vivem na instituição (no caso em que já tinha relação prévia com esses saberes) ou a estabelecer uma relação com os saberes para os quais não tinha relação prévia. O indivíduo ao entrar na instituição, torna-se sujeito dela. A pessoa muda porque suas relações pessoais são alteradas pelo fato de tornar-se sujeito da instituição. O indivíduo não se altera, porque na modelização teórica, o conceito de indivíduo remete a isso, ou seja, ao longo da vida sou o mesmo indivíduo, independentemente do que aconteça. Torno-me sujeito de diversas instituições, de maneira mais ou menos prolongada (familiares, de amizade, escolares, de trabalho, etc.) e minhas relações pessoais com inúmeros objetos se alteram em consequência dessas sujeições. Consequentemente, a pessoa se altera, uma vez que no modelo teórico, a pessoa é resultante das relações pessoais do indivíduo com os objetos que existem para ele.

Nessa relação entre sujeito, objeto e instituição existem várias intencionalidades sobre os objetos de saber, ora do ponto de vista do sujeito, ora da instituição. Nesse sentido, pode-se afirmar que na sala de aula acontece algo parecido, uma vez que aluno e professor têm intencionalidades diferentes a respeito do saber. Portanto, para estudar as condições de

realização das práticas institucionais relativas ao saber área, faz-se necessário um método de análise, que discorremos a seguir.

2.1.3 Noção de Praxeologia ou Organização praxeológica

Aos termos primitivos instituição, objeto, pessoa, relação pessoal e institucional apontados anteriormente, Chevallard (1999) acrescenta os conceitos de tipos de tarefas, técnicas, tecnologia e teoria. Estes conceitos “permitem modelizar as práticas em geral e em particular a atividade matemática” (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p.81). Para os autores “Toda prática institucional pode ser analisada de diferentes pontos de vista e de diferentes formas, por um sistema de tarefas relativamente bem circunscritas que se destacam no fluxo da prática” (BOSCH; CHEVALLARD, 1999, p. 81). Dessa forma, a gênese da noção de praxeologia, na ótica de Chevallard (1999), se encontra na noção de tipo de tarefas. Isso significa que para analisar uma prática institucional, em termos de praxeologia, procuramos responder ao questionamento: como resolver uma *tarefa do tipo T*? Mas afinal, o que caracteriza um *tipo de tarefa*?

O termo tipo de tarefa utilizado por Chevallard e seus colaboradores compreende a realização de uma ação humana específica. Ele está estruturado por um verbo – que constitui o gênero da tarefa – e um complemento. Quando falamos em “*determinar*” não estamos deixando preciso que objeto precisa ser determinado, neste caso, estamos explicitando apenas o gênero da tarefa. Ao longo da escolaridade, os alunos são confrontados a vários tipos de tarefas que podem ser reunidos no gênero determinar, como por exemplo: determinar as raízes de uma equação do segundo grau, determinar a quantidade de vértices de um sólido geométrico, ou ainda, determinar a área de uma figura. O tipo de tarefa, por sua vez, reúne diversas tarefas que podem ser agrupadas em subtipos. Nessa direção, para o tipo de tarefa determinar a área de uma figura pode-se pensar em diferentes subtipos como: determinar a área do paralelogramo, determinar a área de uma figura desenhada na malha quadriculada, dentre outras.

Na tentativa de resolver as tarefas do tipo T, somos conduzidos a recorrer a certas maneiras de fazer, o que em termos de praxeologia é chamado de *técnica*. Isso implica dizer que, geralmente associado a um tipo de tarefa existe pelo menos uma maneira de fazer (técnica) utilizada para resolver o conjunto ou parte do conjunto de tarefas, que compõem aquele tipo T, a qual é reconhecida e legitimada pela instituição de uso. Entretanto, há casos em que surge

uma tarefa problemática⁶, cuja técnica institucional não é adequada ou simplesmente é falha para tal tarefa, exigindo a criação de uma nova técnica.

Os conceitos de tipo de tarefa e técnica, propostos pela TAD, constituem um saber-fazer próprio da instituição, mas não são sustentados por si sós, necessitam de um discurso que justifique a técnica, de maneira que garanta que esta cumpra bem a tarefa do tipo T, explique por que a técnica funciona bem, e ainda, seja capaz de produzir novas técnicas. A esse discurso, Chevallard (1999) denomina de *tecnologia*.

Entretanto, a tríade formada por (tipo de tarefa, técnica e tecnologia) ainda não consegue dar conta da análise de uma prática institucional, visto que existe a necessidade de sustentabilidade do discurso sobre a técnica utilizada. Chega-se, então, a um nível em que se encontram as definições, os postulados, os teoremas, entre outros, que justificam, esclarecem e produzem novas tecnologias, chamado de *teoria*.

Em resumo, a noção de praxeologia modela as atividades realizadas nas instituições (inclusive a atividade matemática) com base na realização de certo tipo de tarefas (T), por meio de maneiras específicas de executá-las, denominadas de técnicas (τ), as quais por sua vez são explicadas, legitimadas e/ou produzidas por uma tecnologia (θ), que será justificada, esclarecida e/ou produzida por uma teoria (Θ). A associação (T - τ) trata-se do saber-fazer (práxis), que constitui o bloco prático-técnico. E a associação (θ - Θ), diz respeito ao saber (logos), que constitui o bloco tecnológico-teórico. Esses blocos articulados compõem a praxeologia ou organização praxeológica [T, τ, θ, Θ] da Teoria Antropológica do Didático.

Na intenção de situar o leitor a respeito dos elementos da praxeologia propostos por Chevallard (1999), modelizamos uma praxeologia matemática possível, relativa ao objeto área. Essa praxeologia pode viver em algumas instituições, mas não assume caráter universal. Afinal, o interesse que se tem sobre o uso do saber modifica a maneira como este saber vive em cada instituição.

⁶ Estamos considerando como tarefa problemática, uma tarefa que ainda não possui pelo menos uma técnica reconhecida pela instituição que permita cumpri-la de maneira adequada.

Quadro 1 - Elementos da praxeologia matemática

Bloco	Elemento	Representação	Exemplo
Saber-fazer	Gênero de tarefa	_____	Determinar.
	Tipo de tarefa	T	Determinar uma área.
	Subtipo de tarefa	St	Determinar a área do retângulo.
	Tarefa	t	Determinar a área de um retângulo cujos lados adjacentes possuem comprimentos iguais a 4cm e 3cm.
	Técnica	τ	Aplicar a fórmula: $A = b \cdot h$, onde b e h representam respectivamente os comprimentos de um lado tomado como base e do lado adjacente, tomado como altura do retângulo.
Saber	Tecnologia	θ	Quando as medidas dos comprimentos são inteiras (como na tarefa t), a justificativa da técnica se apoia na contagem de superfícies unitárias. Isto é, a quantidade é dada pelo produto da quantidade de superfícies unitárias de uma fileira, pela quantidade de fileiras. Nesse caso, a ideia de multiplicação enquanto disposição retangular faz parte da tecnologia. Mas essa justificativa não é suficiente para justificar o funcionamento da fórmula da área de um retângulo, no caso em que pelo menos uma das medidas de comprimento não é inteira.
	Teoria	Θ	As grandezas e medidas é o domínio responsável por explicar a disposição retangular como parte da justificativa da fórmula.

Fonte: elaborado pelo autor.

Chevallard (1999) postula que as praxeologias podem ser classificadas em pontuais, locais, regionais e globais. Assim, quando uma praxeologia é formada a partir de um único tipo de tarefa é denominada de praxeologia pontual; quando uma praxeologia põe em evidência a tecnologia, agregando várias praxeologias pontuais, temos uma praxeologia local; quando uma mesma teoria agrega várias tecnologias, temos uma praxeologia regional; por fim, quando várias teorias estão em evidência devido à agregação de diversas praxeologias regionais, temos então, uma praxeologia global.

Ao estudar as praxeologias relativas a um saber, em uma determinada instituição, o pesquisador pode buscar a modelização das praxeologias nesses diferentes níveis. Assim, pode buscar os tipos de tarefas presentes no estudo, apontando as técnicas, as tecnologias e as teorias que os envolvem; observar as tecnologias identificando os pares (tipo de tarefas, técnicas) que estão associados; olhar para a teoria identificando as tecnologias que estão associadas; ou ainda, olhar para diversas teorias que são postas a vida na realização do estudo.

Exemplificando, podemos pensar que em certa instituição, num determinado período, há um tipo de tarefa T – determinar a área de um triângulo – como parte do estudo das fórmulas de área, inserida no tópico sobre área de figuras planas, a qual, por sua vez, está incluída num campo mais amplo das grandezas geométricas. Nesse caso hipotético, a praxeologia gerada em torno do tipo de tarefa T: determinar a área de um triângulo constitui-se um exemplo de

praxeologia pontual; a praxeologia gerada em torno das fórmulas de área representa um exemplo de praxeologia local; a praxeologia gerada no estudo da grandeza área retrata um exemplo de praxeologia regional; finalmente, a praxeologia gerada a partir do estudo das grandezas geométricas, descreve um exemplo de praxeologia global.

2.1.3.1 Praxeologia Matemática

A praxeologia matemática consiste em responder a questões do tipo: como realizar tarefas do tipo T? Trata-se da modelização da realidade matemática relativa a um saber em termos de tipos de tarefas (T) a serem cumpridas por meio de técnicas, justificadas e esclarecidas por tecnologias validadas por uma teoria.

Para Chevallard (1997), o primeiro trabalho de um professor ou pesquisador consiste em analisar os saberes matemáticos preconizados nos documentos oficiais, buscando determinar e caracterizar a organização matemática, isto é, descrever e analisar criticamente os tipos de tarefas, as técnicas, as tecnologias e a teorias. Nessa direção, Santos (2015, p. 46) afirma que o “reconhecimento do objeto de ensino ajudará o pesquisador, a avaliar a transposição didática interna em uma determinada instituição bem como a organização de um livro didático”.

2.1.3.2 Praxeologia Didática

A praxeologia didática diz respeito a como é conduzido o estudo de praxeologias. É uma organização de natureza didática, que explicita como a praxeologia matemática é modelada, permitindo a reconstrução ou transposição desta. Diferentemente da praxeologia matemática que surge da necessidade de resolver uma tarefa do tipo T, a praxeologia didática é relativa a como realizar o estudo das tarefas do tipo T. Dessa forma, as praxeologias didáticas são respostas à questão do tipo: *Como realizar o estudo de uma obra O?*

Todo processo de estudo, enquanto atividade humana, pode ser modelado mediante uma praxeologia que será denominada de praxeologia didática. Como toda praxeologia, será composta por um conjunto de tarefas didáticas, técnicas didáticas para abordá-las e tecnologias e teorias que as expliquem e as justifiquem. (BOSCH, et al, 2006, p. 40-41, tradução nossa⁷)

⁷ Todo proceso de estudio, en cuanto actividad humana, puede ser modelado mediante una praxeología, que será denominada praxeología didáctica. Como toda praxeología, estará compuesta por un conjunto de tareas didáticas problemáticas, técnicas didáticas para abordarlas y tecnologías y teorías didáticas que las expliquen y las justifiquen.

Chevallard (1999) destaca que uma praxeologia didática pode ser modelizada a partir de seis momentos didáticos ou momentos de estudos, não necessariamente numa ordem cronológica. Ele argumenta que “independente do caminho seguido se chega forçosamente a um momento em que tal gesto de estudo será seguido” (ibidem, p.241). Portanto, a importância desses momentos didáticos não está na ordem em que cada um aparece, mas na estrutura interna que é necessário estabelecer entre eles.

A noção de momento remete apenas em aparência à estrutura temporal do processo de estudo. Um momento, no sentido dado à palavra aqui, é em primeiro lugar uma *dimensão* em um espaço multidimensional, um fator no processo multifatorial. Bem colocado, uma *sã* gestão do estudo exige que cada um dos momentos didáticos se realize *no bom momento*, ou mais exatamente, nos *bons momentos*: pois um momento de estudo se realiza em várias vezes, sob a forma de uma multiplicidade de episódios que surgem no tempo (CHEVALLARD, 1999, p.241, tradução nossa⁸).

De acordo com Serrano (2013), a noção de momento didático é utilizada para modelizar o processo de construção da praxeologia local a partir da consideração de um processo de estudo finalizado. No nosso caso, estamos interessados na modelização das praxeologias didáticas voltadas ao estudo do objeto de saber área de figuras planas.

Os seis momentos didáticos considerados por Chevallard (1999) são: o do primeiro encontro, o da exploração do tipo de tarefa e da elaboração de técnicas, o tecnológico-teórico, o de trabalho com a técnica, o da institucionalização e o da avaliação.

O momento do primeiro encontro é dado a partir do encontro ou reencontro com uma organização matemática que está sendo posta em tela por meio de pelo menos um tipo de tarefa T. Este primeiro encontro com o tipo de tarefa T pode ocorrer várias vezes em virtude dos entornos matemáticos e didáticos estabelecidos. “Sua principal função é de fazer existir os componentes de $\mathbb{P}^9$ para a comunidade de estudo, e em particular, aquelas questões cuja resposta requer construir esta praxeologia e dar-lhe, portanto, sua razão de ser” (SERRANO, 2013, p. 23).

Chevallard (1999) destaca que o primeiro encontro pode ser dado por meio de pelo menos duas formas: a primeira está inserida numa problemática cultural-mimética (encontro

⁸ La noción de momento no remite más que en apariencia a la estructura temporal del proceso de estudio. Un momento, en el sentido dado a la palabra aquí, es en primer lugar una dimensión en un espacio multidimensional, un factor en un proceso multifactorial. Bien entendido, una sana gestión del estudio exige que cada uno de los momentos didáticos se realice en el buen momento, o más exactamente, en los buenos momentos: pues un momento de estudio se realiza generalmente en varias veces, bajo la forma de una multiplicidad de episodios que prorrumpen en el tiempo.

⁹ $\mathbb{P}$ utilizado pela autora se refere a praxeologia local.

cultural-mimético) e a segunda inserida num sistema de situações fundamentais (encontro das situações fundamentais).

O encontro cultural-mimético acontece quando a praxeologia matemática é apresentada mediante um relato de investigação sobre o mundo de modo que o objeto apresentado existe e é revelado por uma determinada prática social. Desse modo, o submomento cultural permite ao aluno ter relações fictícias com o objeto do saber e o mimético permite que ele manipule de maneira efetiva o objeto imitando, portanto, a prática.

Chevallard (1999) adverte que uma versão mais rigorosa do encontro cultural-mimético, leva a buscar e a explicar, no discurso, as razões de ser dos objetos, isto é, as razões pelas quais foram construídos e pelas quais persistem na cultura. Entretanto, o autor chama atenção para o fato de que estas razões nem sempre aparecem claramente na cultura, e que esse fato contribui para que o encontro cultural-mimético seja destituído de suas funções não revelando as razões de ser dos objetos constituintes da prática.

Contrariamente ao cultural-mimético, o encontro a partir das situações fundamentais afasta toda espécie de referência da realidade preexistente que pode ser imitada. Ele é gerado a partir de uma ou mais questões específicas sobre o tema, criadas a partir de uma realidade peculiar. Nessa forma de encontro, a proposta de definição do objeto da organização matemática encontrado é dada através de uma realidade conveniente. Embora, para a aprendizagem esse tipo de encontro seja importante, apenas sua ocorrência não permite determinar todas as relações possíveis de se estabelecer com o tema em estudo.

O segundo momento didático corresponde ao momento da exploração dos tipos de tarefas e da elaboração de técnicas relativas a esses tipos de tarefas. Segundo Serrano (2013) neste momento podem-se distinguir duas etapas: a primeira está relacionada à investigação de técnicas ou mecanismos necessários à solução de uma questão problemática, e a segunda, consiste em abordar as tarefas dentro de um tipo e utilizar efetivamente técnicas matemáticas pertinentes para resolvê-las. De acordo com Chevallard (1999), o estudo de um tipo de tarefa particular constitui-se como meio para a construção de uma técnica de resolução. Esta técnica, por fim constituir-se-á como um meio de resolver – quase sempre rotineiramente – as tarefas que se encaixam nesse tipo.

O terceiro momento compreende a constituição de um ambiente tecnológico-teórico relativo às distintas técnicas que se constroem ou aparecem durante o processo de ensino. Este momento está intimamente ligado aos momentos anteriores visto que diante do primeiro encontro com um tipo de tarefa, a primeira ação humana esperada é a busca de pelo menos uma maneira de resolvê-la, isto é, a elaboração uma técnica plausível. Por consequência, em alguns

casos, esse momento pode aparecer logo após a colocação de uma técnica, seja por meio de uma explicação e/ou justificativa da técnica utilizada.

O quarto momento didático consiste no trabalho da técnica visando melhorá-la, tornando-a mais econômica e eficiente. De acordo com Serrano (2013), esse momento se inicia a partir do retorno à técnica promovendo um desenvolvimento progressivo da mesma. Esse desenvolvimento permite gerar novas técnicas que são úteis à comunidade de estudo. Segundo a autora, o trabalho com a técnica é necessário e tem que continuar para que os estudantes alcancem um domínio robusto do conjunto das técnicas disponíveis. Isso conduz os estudantes a uma ampliação progressiva, perpassando do domínio de uma tarefa problemática ao domínio de um tipo de tarefa, como também contribui para o surgimento de novos tipos de tarefas.

O quinto momento didático consiste na institucionalização, cuja finalidade principal é indicar com exatidão a organização matemática elaborada. É justamente nesse momento que são explicitados e oficializados os objetos que constituirão definitivamente a organização matemática.

O sexto momento didático é o da avaliação. Esse momento se articula com o da institucionalização, pois tem o objetivo de avaliar o que efetivamente foi aprendido com a organização matemática, isto é, o que se domina em termos de tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias. Segundo Santos (2015, p. 50), “esse momento também permite analisar o trajeto da organização matemática construída, ou seja, refletir sobre o estudo realizado, analisando, por exemplo, se o bloco tecnológico-teórico foi bem justificado”.

Para Chevallard (1999), o processo de avaliação permite avaliar não só uma pessoa, mas também avaliar os elementos da praxeologia, por isso, precisa ser considerado de um modo amplo.

Sobre esse momento, Serrano (2013, p.25) explica:

É o momento em que se avalia a qualidade dos componentes da praxeologia construída: os tipos de tarefas (Estão bem identificados? Existem espécimes suficientemente variadas de cada tipo? A que questões estão associados?...); as técnicas (Estão suficientemente trabalhadas? São confiáveis? São econômicas? São as mais pertinentes para realizar as tarefas apresentadas?...); e o discurso tecnológico-teórico (Está suficientemente explícito? Ajuda efetivamente a interpretar e justificar as técnicas? Permitem variar as técnicas na direção adequada para construir novas técnicas? ...).

Segundo Chevallard (1999), o modelo de momentos de estudo tem duas utilidades para o professor: a primeira é que este modelo corresponde a uma matriz de análise dos processos didáticos, e, a segunda, é que este modelo permite colocar claramente o problema da realização

dos diferentes momentos de estudo. Acreditamos que este modelo enquanto instrumento de análise dos processos didáticos também tem uma significativa utilidade para o trabalho do pesquisador. Portanto, nessa pesquisa o utilizamos buscando localizar na aula as seguintes questões: como está sendo realizado o primeiro encontro com a organização matemática? Quais os tipos de tarefas contemplados no estudo? Quais as técnicas utilizadas? Como é conduzido o estudo exploratório de cada tipo de tarefa? De que forma ocorre a construção do ambiente tecnológico-teórico? De que maneira ocorre a institucionalização? Que componentes da organização matemática são institucionalizados? Como é realizado o momento da avaliação?

2.1.3.3 Praxeologia Pessoal

Para ilustrar a evolução da consideração do estudante e, mais especificamente a modelização dos conhecimentos do estudante na TAD, Croset (2009) em sua tese, propôs a noção de praxeologia-em-ação enquanto ferramenta para descrever a atividade algébrica individual do estudante, correta ou não, levando em consideração as possíveis ligações entre erros regularmente diagnosticados. Essa tomada de posição baseou-se na seguinte hipótese: “A divisão institucional em tipos de tarefas nem sempre corresponde àquela que o aluno percebe. Em outras palavras, existem tipos de tarefas-em-ação, distintos dos tipos de tarefas institucionais.”¹⁰ (CROSET, 2009, p.181, tradução nossa).

A consideração da hipótese assumida pela autora implica que após a realização do saber ensinado, o estudante pode desenvolver modos de fazer distintos daquele vivenciado pelo professor, em consequência pode estabelecer uma relação pessoal com objeto do saber em questão distinta da relação institucional esperada na posição de aluno. Ao fazer isso, o estudante mobiliza um modo de fazer, que é pessoal, amparado numa justificativa, que também é pessoal, os quais destacam-se no fluxo de uma ação observada. Assim, para modelizar a ação desenvolvida pelo estudante, sujeito institucional, podemos recorrer aos elementos da praxeologia proposta pela TAD, entretanto, os elementos dessa praxeologia são de cunho pessoal que se destacam na ação observada. Daí o nome praxeologia-em-ação.

Embora o termo praxeologia-em-ação tenha sido cunhado por Croset (2009) para designar a ferramenta teórico-metodológica de análise dos conhecimentos mobilizados pelos estudantes dentro da TAD, Chaachoua (2011), Croset e Chaachoua (2016), Chaachoua e Bittar

¹⁰ Le découpage institutionnel en type de tâches ne correspond pas toujours à celui que l'élève perçoit. Autrement dit, il existe des types de tâche-en-acte distincts des types de tâche institutionnels.

(2016) preferem fazer o uso do termo praxeologia pessoal, em analogia à noção de relação pessoal. Nessa direção, Chaachoua (2011, p.11) destaca que:

(...) A relação institucional $R_I(e, O)$ do sujeito na posição de estudante ao objeto O dentro de uma instituição I é descrita por praxeologias institucionais. E a relação pessoal $R_P(e^*/IO)$ de um estudante e^* , sujeito a uma instituição I , ao objeto O é descrita por praxeologias pessoais. (Tradução nossa¹¹)

Em concordância com a tomada de posição desses autores, assumiremos nesse trabalho esta mesma nomenclatura. Mas afinal, o que é uma praxeologia pessoal?

Segundo Croset (2009, p. 177) uma praxeologia-em-ação, doravante, praxeologia pessoal, “é um modelo típico de organização praxeológica de um sujeito institucional constituído de três componentes”: tipo de tarefa pessoal, técnica pessoal e tecnologia pessoal.

- Um tipo de tarefa pessoal é o conjunto de tarefas que o sujeito percebe como semelhantes, provocando nele a aplicação de uma técnica. Se dois tipos de tarefas pessoais são diferentes, então, necessariamente, suas técnicas pessoais são distintas. A divisão em tipos de tarefas pessoais não corresponde necessariamente à da instituição.
- Uma técnica pessoal utilizada pelo aluno resolve um único tipo de tarefa pessoal. Pode ser errado, correto, legitimada ou não pela instituição de referência. Ela deve ter certa estabilidade na sua utilização para ser considerada como uma técnica de resolução: ela adquire a sua legitimidade para um estudante se é usada regularmente por ele. Evitamos, assim, considerar como uma técnica pessoal, erros de falta de atenção ou um descuido pontual.
- A tecnologia pessoal, explícita ou não, legitima e regula o uso da *práxis* pessoal. Muitas vezes, um simples *déficit* tecnológico institucional pode ser capaz de explicar técnicas pessoais erradas. Mas, às vezes, situações em que uma tecnologia havia sido legitimada para responder a determinados tipos de tarefas é generalizada e a técnica que ela legitimava é utilizada fora do seu domínio de validade. (CHAACHOUA; CROSET, 2016, *apud* CHAACHOUA; BITTAR 2016, p. 15).

A definição dos componentes da praxeologia pessoal revela que o uso do quarteto praxeológico proposto inicialmente por Chevallard (1999) pode ser estendido para a análise de distanciamentos e aproximações entre o saber ensinado e o saber aprendido pelo estudante tanto no nível da técnica quanto no da tecnologia. Dessa forma, faremos uso dessa ferramenta para modelizar as praxeologias pessoais desenvolvidas pelos estudantes do 6º ano do ensino fundamental relativas ao saber área de figuras planas.

¹¹ (...) le rapport institutionnel $RI(e,O)$ du sujet en position élève à l'objet O au sein d'une institution I est décrit par les praxéologies institutionnelles. Et le rapport personnel $Rp(e^*/I,O)$ d'un élève e^* , assujetti à une institution I , à l'objet O est décrit par des praxéologies personnelles.

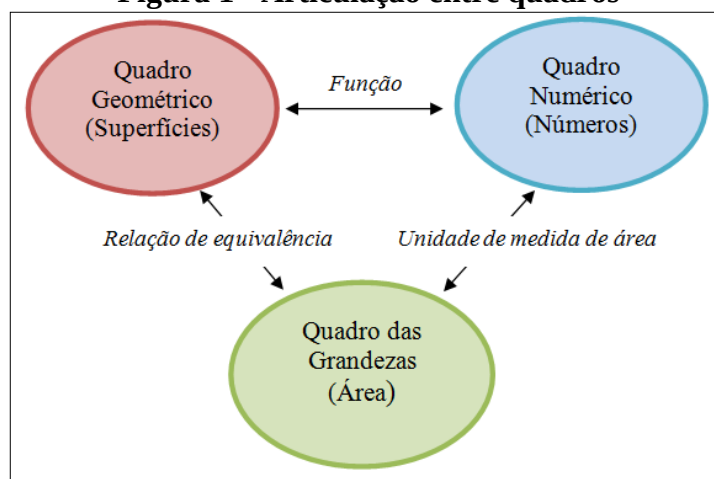
2.2 Grandeza Área

Por muito tempo, o ensino de área de figuras planas foi vinculado ao campo da geometria, porém, considerar área como um conteúdo desse campo, acaba por deixar de lado alguns aspectos necessários ao se trabalhar este saber no ambiente escolar. Tal fato também contribui para a supremacia em um único aspecto (numérico ou geométrico) desse saber, provocando uma incompletude no conceito e contribuindo para que os estudantes apresentem erros e dificuldades ao se depararem com tarefas relativas à área. A escolha de situar a área no campo das grandezas visa provocar a diminuição de tais dificuldades.

O arcabouço teórico que sustenta a abordagem de área enquanto grandeza nesse trabalho segue o proposto por Douady e Perrin-Glorian (1989). Entretanto, também fazemos uso de outros trabalhos, a exemplo de: Baltar (1996), Bellemain (2000), Bellemain e Lima (2002), Teles (2007), Ferreira (2010), Santos (2015), dentre outros, para argumentar o tratamento de área enquanto grandeza. Essa consideração está baseada na hipótese de que o desenvolvimento deste conceito enquanto grandeza no ensino contribui para os estudantes estabelecerem as relações necessárias entre os quadros geométrico e numérico (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989). Assim, ao estudar o saber, os estudantes necessitam mobilizar pelo menos três quadros: o quadro geométrico, o quadro numérico e o quadro das grandezas.

O quadro geométrico é constituído por superfícies planas (triângulos, quadriláteros, etc.); o quadro numérico consiste nas medidas de área que são indicadas por números que pertencem ao conjunto dos reais não negativos (4 ; $\frac{7}{3}$; $\sqrt{2}$; etc.), e, finalmente, o das grandezas ao qual pertence à área, é constituído por classes de equivalência de superfícies de mesma área e são indicadas por um par formado por um número e uma unidade de medida (4m^2 ; $\frac{7}{3}\text{cm}^2$; $\sqrt{2}\text{cm}^2$; etc.).

A fim de tornar mais claras as informações declaradas acima trazemos a seguir um esquema elaborado por Bellemain e Lima (2002) que apresenta a organização conceitual da grandeza área proposta por Douady e Perrin-Glorian.

Figura 1 - Articulação entre quadros

Fonte: adaptação do esquema proposto por Bellemain e Lima (2002).

Os quadros¹² são mobilizados pelos estudantes a partir de tarefas que apresentam ênfases específicas. Assim, nas tarefas que conduzem o estudante a estabelecer relação entre o quadro numérico e das grandezas, a ênfase está nas unidades de área, ou seja, a unidade de área é o objeto que permite fazer a passagem do quadro das grandezas ao das medidas. Já, as tarefas que permitem estabelecer relação entre o quadro geométrico e das grandezas a ênfase está na relação de equivalência “ter mesma área”.

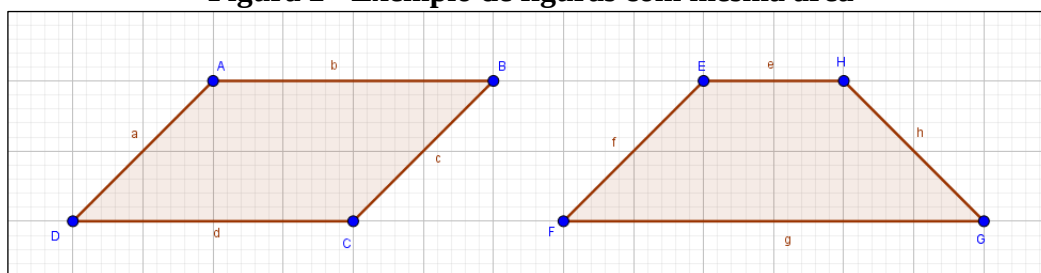
Entretanto, Bellemain (2000) adverte que esses aspectos evidenciados permitem analisar as situações em que a área é tomada enquanto grandeza unidimensional, ficando de fora aquelas que incluem a relação entre área e comprimento, nas quais a área é tomada como uma grandeza bidimensional com relação ao comprimento. Tal fato conduz a considerar um quarto quadro, o algébrico funcional, ao qual pertence o conceito de fórmula.

Um aspecto importante no estudo da grandeza área trata-se da necessidade de dissociar área de superfície. Para realizar este exercício há a necessidade da mobilização tanto do quadro das grandezas quanto do quadro geométrico, uma vez que a área está relacionada ao “tanto” de espaço que a superfície ocupa no plano, ou seja, trata-se de um atributo da figura, enquanto que a superfície está relacionada à região plana que constitui a figura. Essa distinção contribui para

¹² Um quadro é constituído de objetos de um ramo da matemática, das relações entre esses objetos, de suas formulações eventualmente diversas e das imagens mentais que o sujeito associa num dado momento, a esses objetos e relações. Admitimos que as imagens mentais representem um papel importante no funcionamento como instrumento, dos objetos do quadro. Dois quadros podem comportar os mesmos objetos e diferirem pelas imagens mentais e pelas problemáticas desenvolvidas. Além disso, a familiaridade e a experiência podem conduzir a conflitos entre aquilo que o sujeito espera e o que se produz efetivamente, levando-o por consequência, a refazer suas imagens ou as fazer evoluir. Nós conceberemos a noção de quadro como uma noção dinâmica (DOUADY; PERRIN-GLORIAN, 1989, p.389).

a compreensão de que figuras distintas também podem apresentar a mesma área, conforme podemos observar no exemplo a seguir.

Figura 2 - Exemplo de figuras com mesma área



Fonte: elaborada pelo autor.

A figura acima ilustra o caso de duas superfícies distintas, que num certo sentido ocupam a mesma quantidade de espaço no plano, ou seja, cujas áreas são iguais.

Outro aspecto importante a se destacar consiste na distinção entre área e número, pois, ao medir a área de uma figura com diferentes unidades, obtem-se números diferentes para expressar a medida da área, entretanto a área permanece invariante, ou seja, não se altera. Por exemplo: consideremos uma superfície quadrada de uma mesa, a qual precisa-se determinar a sua área. Para isso, estão à disposição duas unidades de medida de comprimento: uma em metros e outra em centímetros, assim, ao realizar as medições das dimensões da superfície da mesa com as unidades obteve-se 1m e 100 cm respectivamente. Ao determinar a medida da área dessa mesa na unidade metros quadrados obtém-se 1, entretanto ao determinar a medida da área na unidade centímetros quadrados obtem-se 10.000. Percebemos nesse caso que as medidas (números) variam, e que essa variação é consequência da unidade de área utilizada para fazer as medições: ora cm^2 , ora m^2 . Entretanto, a área da superfície da mesa é invariante.

Nessa direção, Bellemain (2000, p.6) adverte:

Esta abordagem do conceito de área enquanto grandeza consiste na consideração da área de uma superfície como uma propriedade invariante para algumas operações (por exemplo, superfícies equidecompostas têm mesma área e tendo sido escolhida uma unidade de área, superfícies de mesma medida têm mesma área).

A não distinção entre área e superfície e entre área e número, pode desencadear dificuldades nos estudantes, as quais podem ser justificadas pelo que Douady e Perrin- Glorian (1989, p.395) chamam de concepção geométrica e concepção numérica, sendo a primeira ligada ao quadro geométrico e a segunda vinculada ao quadro numérico. Segundo as autoras, os problemas de área invocam relações entre o quadro geométrico e o numérico e a não articulação desses quadros põe em evidência apenas um aspecto, gerando assim, as concepções. As autoras

perceberam que os estudantes ora desenvolviam uma concepção geométrica, ora apresentavam uma concepção numérica, mas também apresentam as duas sendo de formas independentes.

As concepções geométricas são caracterizadas pela confusão entre área e superfície, perímetro e contorno (BALACHEFF, 1988, *apud*. BELLEMAIN e LIMA, 2002). Assim, o estudante que mobiliza este tipo de concepção tende a fazer confusão entre área e perímetro, ou ainda pensar que ao transformar uma figura por decomposição e composição, por exemplo, as áreas da segunda figura e da figura inicial são distintas, ou seja, o estudante chega a pensar que a área varia de acordo com a superfície.

As concepções numéricas, para Douady e Perrin-Glorian (1989) são aquelas, segundo as quais, o aluno só considera os aspectos pertinentes para o cálculo, ou seja, os aspectos geométricos necessários para o tratamento de diversas tarefas sobre área são desconsiderados. A mobilização desse tipo de concepção explica erros como o uso de fórmulas produzidas inadequadamente, a comparação de grandezas de naturezas distintas ou a utilização inadequada de unidades de medidas.

Baseando-se no jogo dos quadros¹³ de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), por meio da Teoria dos Campos Conceituais classificou as situações que dão sentido à grandeza área, em três grandes classes: situações de comparação, situações de medida e situações de produção.

Segundo Bellemain (2000), as situações de comparação se situam em torno do quadro das grandezas. Tal fato se justifica porque ao comparar a área de duas superfícies o que está em jogo é decidir se elas pertencem ou não à mesma classe de equivalência. Isso implica que quando duas superfícies pertencem à mesma classe de equivalência, suas áreas são iguais, em caso contrário, suas áreas são diferentes.

As situações de medida se situam em torno do quadro numérico. O que está em evidência nessas situações é a passagem da grandeza ao número seguido de uma unidade de medida. Já as situações de produções se situam no quadro geométrico, pois, trata-se das inúmeras possibilidades de produção de figuras com área maior, menor ou igual à área de uma figura dada. Nesse sentido, Bellemain (2000, p.8) coloca que: “Apesar da resposta esperada para uma situação de produção ser uma superfície (objeto geométrico), a intervenção dos outros quadros pode ser tão importante quanto a do quadro geométrico”.

¹³ Os jogos de quadros são as mudanças de quadros, provocadas por iniciativa do professor, nas situações – problema, para fazer avançar as fases da resolução, notadamente para elaborar uma filiação de questões pertinentes ao problema exposto, que tem lugar num certo contexto de aprendizagem. (DOUADY; PERRIN GLORIAN, 1989, p. 389).

De posse da tipologia proposta por Baltar (1996), Ferreira (2010) amplia essa classificação das situações que dão sentido ao conceito de área, e acrescenta a situação de mudança de unidade. “Esse tipo de situação tem como procedimento representar uma mesma área com unidades de medidas diferentes estando mais centrado no quadro numérico e por vezes, com ausência no quadro geométrico” (FERREIRA, 2010, p. 34).

Embora nossa pesquisa aborde um aporte teórico distinto dos trabalhos de Baltar (1996) e Ferreira (2010), entendemos que estes estudos são extremamente importantes do ponto de vista da conceitualização da área. Dessa forma, podemos olhar para as situações que dão sentido ao conceito de área propostas por Baltar (1996), Bellemain (2000), e Ferreira (2010) e identificar nelas tipologias de tarefas que compõem cada situação e, a partir disso estudar as questões procedimentais que estão no entorno de cada tipo de tarefa e os possíveis aspectos que justificam e esclarecem cada procedimento. Na literatura já se encontram disponíveis trabalhos que exploram esse aspecto, a exemplo, podemos citar o estudo realizado por Nathalie Anwandter-Cuellar em sua tese de doutorado e a pesquisa pós-doutoral de Bellemain (2013).

Partindo das situações que dão sentido à área de superfícies planas propostas por Baltar (1996) Anwandter-Cuellar (2012) constrói uma tipologia de sete gêneros de tarefas relativas às grandezas geométricas: comparar, medir, calcular, produzir objeto de grandeza dada, produzir objeto de grandeza maior ou menor, estudar efeitos de transformações ou deformação sobre uma grandeza e transformar unidades. Bellemain (2013) em sua pesquisa pós-doutoral, apoiada em Baltar (1996) e Anwandter-Cuellar (2012), apresenta sete tipos de tarefa para a espécie de grandeza área. São eles:

- T1: Comparar áreas;
 - T2: Determinar uma área;
 - T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies;
 - T4: Produzir uma superfície de área dada;
 - T5: Produzir uma superfície de área maior ou menor que uma área dada;
 - T6: Converter unidades de área;
 - T7: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.
- (BELLEMAIN, 2013, p.27)

Santos (2015) na sua tese de doutorado agrupa T4 e T5 em um único tipo de tarefa, alegando que produzir uma figura de área maior ou menor configura-se um subtipo de tarefa. A autora também acrescentou a sua classificação os tipos de tarefas: “Estimar medidas de área de figuras planas” e “Operar com medidas de área de figuras planas”.

Em relação à tipologia de tarefas proposta por Santos (2015), consideramos que uma parte das tarefas que compõem o tipo de tarefa “estimar medidas de área de figuras planas” está incluída no tipo T1: Comparar áreas e a outra parte está inclusa no tipo T2: Determinar uma área. Sustentamos esse argumento tendo em vista que ao estimar estamos realizando comparações ou medições mentalmente com pouca exatidão. Assim, quando a tarefa relativa à estimativa de área estiver relacionada à “comparação mental” ela está inclusa em T1, de modo análogo, acontece quando a tarefa estiver relacionada a medições mentais, nesse caso, as tarefas pertencem ao T2.

Dessa forma, considerando as tipologias construídas nas pesquisas anteriores e fazendo ajustes que julgamos pertinentes, vamos considerar nesse trabalho os seguintes tipos de tarefas:

T1: Comparar áreas;

T2: Determinar uma área;

T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies;

T4: Produzir uma superfície de área dada;

T5: Converter unidades de área;

T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.

T7: Operar com medidas de área

Cada tipo de tarefa comporta um conjunto de tarefas que tem características comuns, podendo ou não reunir diferentes técnicas. Dessa forma, o tipo de tarefa cujo gênero é comparar consiste em estabelecer a relação de desigualdade (maior que/menor que) e a relação de igualdade. Assim, quando a intenção é comparar grandezas geométricas, as técnicas envolvidas põem em evidência os aspectos numéricos e geométricos, configurando-se em dois tipos de processos (técnicas) que os estudantes podem utilizar: o numérico e o geométrico (ANWANDTER-CUELLAR, 2012).

O processo numérico consiste na comparação de natureza estritamente numérica. Dessa forma, diante do tipo de tarefa comparar áreas, a técnica consiste em comparar as medidas das áreas das superfícies envolvidas. Essa técnica leva em consideração especificamente a ordenação dos números reais positivos que representam as medidas de área, assim sendo, a ordem das áreas é deduzida a partir da ordem dos números. Entretanto, para fazer este tipo de comparação uma condição é necessária: as áreas de cada figura precisam estar escritas na mesma unidade. Desse modo, sendo dada uma unidade de medida de área, a figura cuja medida

é maior, possui maior área; do mesmo modo, figuras que apresentam a mesma medida possuem áreas iguais.

Bellemain (2000) salienta que a técnica de natureza numérica pode favorecer a concepção numérica de área, uma vez que ao contar a quantidade de quadradinhos necessários para cobrir uma superfície ou ao utilizar uma fórmula para determinar a medida de uma área estamos interessados em fornecer um número que indica a medida da área dessa superfície. Por outro lado, pode contribuir para a passagem da concepção geométrica para a construção da área enquanto grandeza, graças às diversas possibilidades de superfícies cujas formas são diferentes, mas que possuem a mesma área.

As técnicas de natureza geométrica por sua vez, contemplam a inclusão e superposição, a equidecomposição, e, a comparação dos elementos constituintes da figura. Essas técnicas são utilizadas diante de tarefas onde área é considerada uma grandeza unidimensional e bidimensional.

A técnica utilizada diante de tarefas em que a área é tratada enquanto grandeza unidimensional permite comparar as áreas de duas superfícies sem a intervenção de outras grandezas. Nessa categoria estão incluídas as seguintes técnicas:

a) Inclusão ou superposição

Segundo Anwandter-Cuellar (2012, p.24) esta técnica “é um processo empírico (concreto, material) possível somente em certas circunstâncias”. Por exemplo, ao tomarmos duas superfícies concretas (duas folhas de papel), e fazermos a comparação entre suas áreas, de modo que uma superfície é completamente incluída dentro de outra, temos que, a superfície que está contida dentro de outra possui uma área menor. No entanto, se há superposição temos duas superfícies que possuem a mesma área.

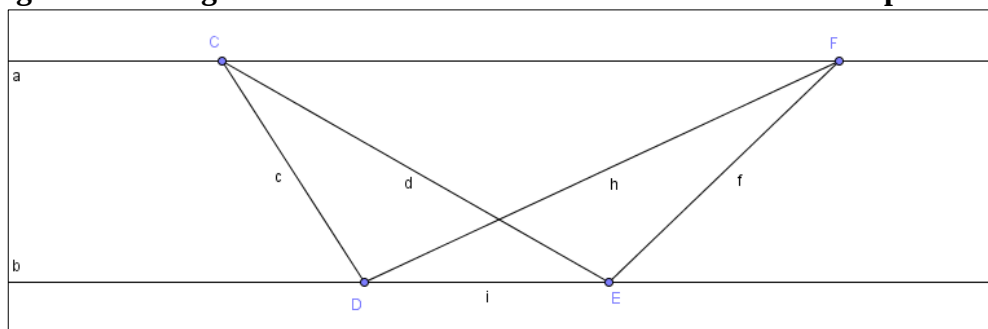
b) Equidecomposição

Esta técnica inclui a decomposição e recomposição das figuras e comparação das partes obtidas e o corte-colagem. Assim, ao decompor uma figura A e compor outra distinta A', as áreas de A e de A' são iguais, do mesmo modo que ao cortar uma figura e colar as suas partes sem que haja perda ou sobreposição há conservação da área. Esta técnica além de representar uma maneira de comparar áreas contribui para a compreensão de que figuras distintas podem possuir áreas iguais.

Diante de tarefas de comparação de área enquanto grandeza bidimensional, a técnica leva em consideração a relação estabelecida entre área e comprimento. Tomemos um exemplo explorado por Baltar (1996): consideremos dois triângulos CDE e DEF tal como mostra a

figura. Sabendo que as retas a e b são paralelas, que relação (igualdade ou desigualdade) pode-se estabelecer entre as suas áreas?

Figura 3- Triângulos de mesma base construídos entre duas retas paralelas.



Fonte: elaborada pelo autor.

Nessa tarefa, a técnica está baseada na observação de que o lado DE, comum aos dois triângulos, pode ser tomado como base dos triângulos, como também, atentar que as alturas relativas ao lado DE possuem o mesmo comprimento. Portanto, a igualdade das áreas dos triângulos envolvidos é comprovada mediante a comparação dos comprimentos da base e da altura respectivamente, que são os elementos característicos das figuras comparadas. Essa técnica é justificada pela tecnologia: “se dois triângulos apresentam a mesma base e a mesma altura, então possuem a mesma área”.

Essa técnica tem um grau de complexidade maior que as outras discutidas anteriormente. Seu domínio exige que os sujeitos identifiquem os dados pertinentes disponíveis na figura (nesse caso: um lado tomado como base e a altura relativa a esse lado), e a fórmula da área do triângulo de um modo diferente daquele em que são disponibilizados os comprimentos da figura para o cálculo da área. Nesse caso específico, o uso da fórmula contribui para a construção de área enquanto grandeza sem a necessidade de calcular a medida da área.

No tipo de tarefa determinar uma área, estão incluídas as tarefas que dão ênfase ao quadro numérico e são designadas pelo gênero medir ou pelo o gênero calcular. Essa inclusão está justificada pelo fato de essencialmente o que diferencia estes gêneros são as técnicas utilizadas. Dessa forma, entendemos que as ações necessárias para determinar uma área, consistem em medir e/ou calcular. Assim, quando nos referimos ao tipo de tarefa determinar uma área, neste trabalho estamos considerando um par formado por um número (que representa a medida) e por uma unidade (que foi tomada para a realização da medição).

Para o tipo de tarefa determinar uma área, destacam-se as técnicas nas quais a área é considerada como grandeza unidimensional e bidimensional. Assim, para as tarefas em que a

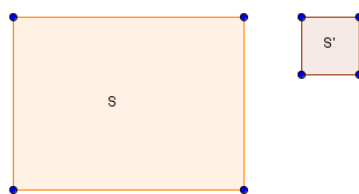
área é considerada como grandeza unidimensional, contamos com dois grupos de técnicas: o ladrilhamento e a adição e subtração de áreas (SANTOS, 2015). A partir da aplicação dessas duas técnicas encontra-se um número que representa a medida da área, ou pelo menos sua medida aproximada, no entanto, a associação dessa medida à unidade é a maneira de determinar a área.

a) Ladrilhamento

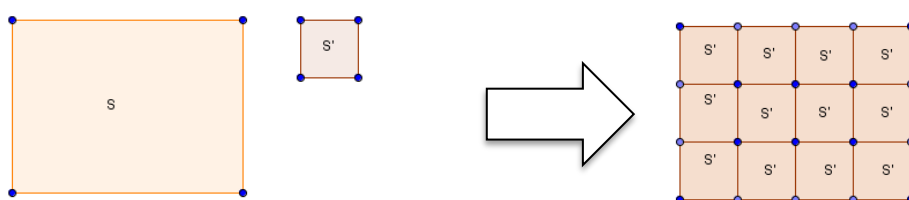
Essa técnica só é possível de ser realizada diante de situações em que tomando uma superfície S e uma superfície unitária S' , é possível preencher S com um número inteiro de cópias de S' de modo que não haja sobreposição nem espaços vazios. O exemplo a seguir representa uma tarefa onde essa técnica pode ser aplicada.

Figura 4 - Tarefa cuja técnica consiste no ladrilhamento

Tarefa: Determine a área da superfície S utilizando S' como superfície unitária.



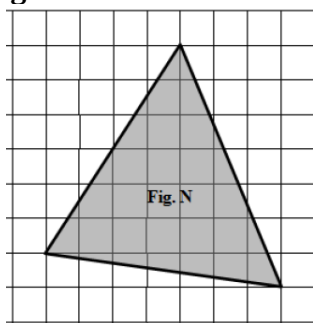
Descrição da técnica: Toma-se a superfície S e verifica-se se é possível cobri-la com uma quantidade inteira de exemplares de S' sem que haja perda ou sobreposição. A quantidade de exemplares de S' necessária para cobrir S representa a medida da área de S na unidade S' . Nesse exemplo em particular, a área de S é igual a $12S'$.



Fonte: elaborado pelo autor.

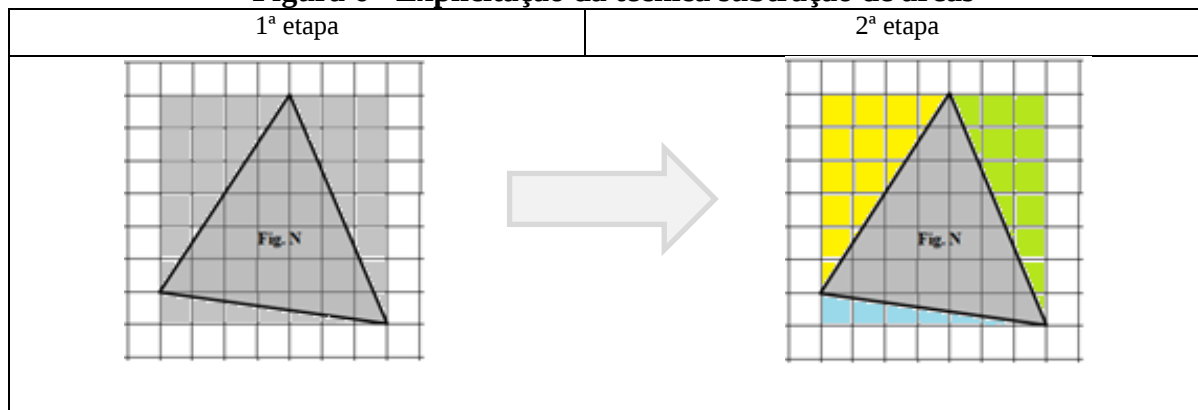
b) Adição e subtração de áreas

Esse tipo de técnica está justificado pela propriedade aditiva da área, isso significa que se uma superfície S for decomposta em i partes (S_i) de modo que essas superfícies sejam quase disjuntas duas a duas (ou seja, que possuam no máximo, pontos de fronteiras em comum), então a área da superfície S é a soma das áreas das superfícies S_i . Tomemos um exemplo: determine a área da figura representada abaixo tomando cada quadradinho da malha como unidade.

Figura 5 - Triângulo desenhado na malha quadriculada

Fonte: Pessoa (2010, p. 57).

Para resolver esta tarefa, primeiramente temos que atentar para o fato de que a figura N está inscrita no quadrado que está representando na cor cinza (ver a figura a seguir). Decompondo o quadrado em triângulos obtemos os triângulos que estão representados na cor amarela, verde, azul e cinza. Dessa forma, a área da figura N é dada mediante a subtração da área do quadrado pelas áreas dos triângulos: amarelo, verde e azul respectivamente.

Figura 6 - Explicitação da técnica subtração de áreas

Fonte: elaborada pelo autor.

Vale salientar que nessa tarefa a aplicação da fórmula para cálculo da área do triângulo também será importante para a obtenção da medida da área, portanto, ela constitui um elemento da técnica a ser utilizada para resolver a tarefa. Nesse caso, precisará tomar os comprimentos dos lados dos triângulos tomados como base e altura, multiplicá-los e dividir o resultado por dois. Isto é, o cálculo da medida das áreas dos triângulos: amarelo, verde e azul respectivamente, pode ser obtido da seguinte forma: $A_1 = \frac{4 \cdot 6}{2}$, $A_2 = \frac{3 \cdot 7}{2}$, $A_3 = \frac{7 \cdot 1}{2}$. Dessa forma, as áreas são respectivamente iguais a 12 quadradinhos, 10,5 quadradinhos e 3,5 quadradinhos. Conhecidas as áreas dos triângulos verde, amarelo e azul, resta agora conhecer a área do

quadrado formado pela união dos quatro triângulos e aplicar a técnica da subtração de áreas, determinando assim a área da figura N.

Quando o tratamento dado à área nas tarefas coloca em evidência a bidimensionalidade da figura, as técnicas disponíveis são aquelas nas quais as medidas aparecem de forma indireta, mediante a aplicação das fórmulas. Segundo Santos (2015, p. 87) “são tarefas em que aparecem superfícies usuais (quadrados, retângulo, triângulos, etc.) e que geralmente são bem variadas em função das variáveis didáticas e seus valores”.

O gênero produzir consiste na construção de um objeto a partir de condições dadas. Essa produção pode ser de um objeto de grandeza dada ou ainda de um objeto cuja grandeza é maior ou menor que a grandeza dada. No primeiro caso temos a produção de um objeto com grandeza igual à de outro objeto ou de uma grandeza específica. Assim, para esse tipo de processo, Anwandter-Cuellar (2012) coloca que os estudantes podem realizar os seguintes procedimentos:

a) Contagem do número de unidades

“Este procedimento está relacionado aos procedimentos do tipo de ladrilhos nos problemas de medição de uma grandeza” (ANWANDTER-CUELLAR, 2012, p.26). Segundo a autora, ao usar esta técnica os estudantes podem fazer a passagem da medida que está situada no quadro numérico para a produção de um objeto que se encontra no quadro geométrico. No caso da área, isso significa escolher uma unidade de área e construir uma superfície cuja medida é igual à medida da superfície dada. Isso garante que a superfície construída possui a mesma área que a superfície dada.

b) Corte-colagem

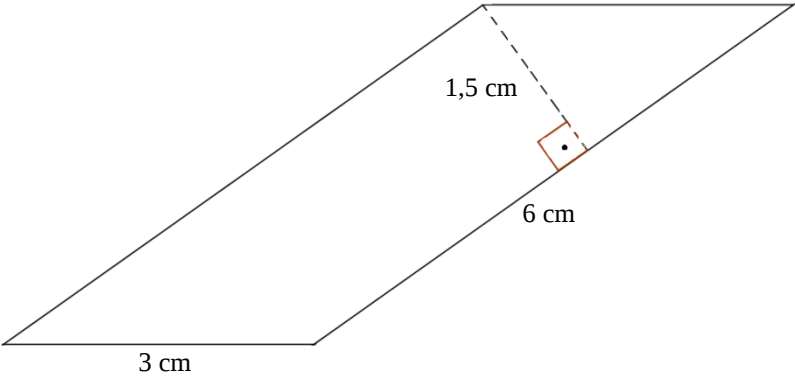
Essa técnica é baseada na aditividade das medidas da grandeza envolvida e na invariância da grandeza por isometria. Para ilustrar esse procedimento consideremos a seguinte situação: é distribuído a quatro estudantes um tangram desenhado em papel, em seguida é solicitado que eles recortem todas as figuras que o compõe e com as sete peças construam uma figura distinta da disponibilizada de modo que a área seja a mesma. Esta atividade possibilita a construção de inúmeras figuras distintas cujas áreas são as mesmas.

c) Fórmulas e operações

Essa técnica é utilizada em tarefas em que a medida da grandeza não é conhecida, sendo necessária a aplicação de fórmulas ou a realização de operações matemáticas para determiná-la. O exemplo abaixo ilustra uma tarefa cujo procedimento de resolução é a aplicação de fórmulas e a realização de operações matemáticas.

Figura 7 - Exemplo de tarefa relativa à produção de superfície de mesma área que a de uma superfície dada

Observe o paralelogramo abaixo:



Desenhe um quadrado cuja área, em centímetros quadrados, seja a mesma do paralelogramo acima. Justifique sua resposta.

Fonte: adaptada de Araújo (2014).

Para resolver a tarefa exemplificada na figura 7, um caminho possível é que o estudante primeiramente, determine a área do paralelogramo, por meio da fórmula da área do paralelogramo, ou seja, realizando o produto do comprimento de um lado tomado como base, pelo comprimento da altura relativa a essa base, por exemplo, $A(P) = b \times h = 6\text{cm} \times 1,5\text{cm} = 9\text{cm}^2$. Em seguida, para determinar o comprimento do lado do quadrado cuja área é 9cm^2 , deverá utilizar a fórmula do quadrado $A(Q) = l^2 = 9\text{cm}^2$ então o comprimento do lado é $l = 3\text{cm}$. A última etapa é desenhar o quadrado com lado de 3cm de comprimento, mediante a utilização de instrumentos graduados com a mesma unidade, nesse caso específico, o centímetro.

Com relação às tarefas cuja finalidade é produzir superfície de área maior ou menor que a área de uma superfície inicial, temos à disposição duas categorias de técnicas: a geométrica e a numérica.

A categoria de técnicas geométricas agrupa as seguintes técnicas:

- Construir uma superfície no interior (ou exterior) da superfície inicial – Esta técnica está justificada pela propriedade da monotonicidade, ou seja, se uma superfície S estiver contida em outra superfície S' , a área de S é menor que a área de S' . Para a execução dessa técnica o estudante mobiliza apenas o quadro geométrico.
- Cortar (ou adicionar) uma peça à superfície inicial – Ao cortar uma peça da superfície inicial forma-se outra superfície cuja medida da área é menor que a da inicial. Do mesmo modo que ao adicionar uma peça a uma superfície inicial forma-se outra superfície com área maior que a da inicial. Esse fato é justificado pela propriedade da monotonicidade.

As técnicas numéricas consistem na utilização da medida da área, seja pela contagem de unidades de área ou através do cálculo, para produzir uma superfície de área maior ou menor. Essa técnica é justificada por meio da ordem das medidas das áreas, assim a superfície que possuir maior medida de área também possui maior área.

O tipo de tarefa estudar efeitos de transformação e deformação sobre uma grandeza geométrica pode englobar várias tarefas como, por exemplo: a) tarefas que envolvem variação de uma grandeza durante transformações geométricas. Nesse caso, ao aplicarmos uma isometria para um objeto sua grandeza é preservada, graças à propriedade da invariância pela isometria que é comum às grandezas geométricas, entretanto ao aplicar a ampliação de figuras mediante as técnicas de homotetia as áreas das figuras envolvidas variam (aqui cabe ressaltar que a razão de semelhança é um fator k , a razão entre comprimentos correspondentes das figuras inicial e ampliada/ reduzida é k , a razão entre as áreas das figuras planas correspondentes é k^2 e entre os volumes de sólidos correspondentes é k^3); b) tarefas relacionadas à otimização de uma grandeza sob restrições.

O tipo de tarefa converter unidades consiste em atribuir a medida de uma grandeza em uma unidade diferente da inicial. No caso da área, transformar 14 km^2 em cm^2 é um exemplo de tarefa desse tipo. Como o que é exigido é a relação entre unidades, em tarefas desse tipo, o quadro numérico é o que predomina. As técnicas que podemos destacar são:

- a) Transferir uma medida a outra por uma relação numérica – Por exemplo, ao resolver a tarefa: converta $1,5 \text{ m}^2$ em centímetros quadrados, o estudante pode utilizar a seguinte técnica: se cada metro quadrado equivale a 10000 centímetros, então $1,5 \text{ m}$ em cm equivalem a 10000 vezes mais, isto é, 15000 cm^2 . Portanto, nessa técnica a mudança de unidade é considerada como uma situação de proporcionalidade.
- b) Tabela de unidades de área – Consiste em utilizar a tabela de conversão de unidades de área. Ilustramos abaixo esta técnica, a partir de uma situação hipotética.

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
00	00	00	5	00	00	00

No caso representado acima temos:

$$5\text{m}^2 = 5.000.000 \text{ mm}^2$$

$$5\text{m}^2 = 0,000005 \text{ km}^2$$

- c) Adicionar ou retirar zero (ao multiplicar por 10^n , com $n = 2m$ e $m \in \mathbb{Z}$) – No caso do sistema decimal, a relação numérica consiste em multiplicar por $(\dots \frac{1}{10000}, \frac{1}{100}, 1, 100, 10000 \dots)$, o que corresponde ao mesmo que adicionar ou retirar zeros.

Fazem parte do tipo T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área, as tarefas cuja finalidade é determinar o valor de outras grandezas, tais como: comprimento (perímetro), valor monetário, volume, densidade demográfica, massa, entre outras, mas que comportam no enunciado dados relativos à área. Para esse tipo de tarefa, há uma variedade de técnicas, tendo em vista a variedade de grandezas que podem ser associadas.

Segundo Santos (2015) as tarefas do tipo T7: Operar com medidas de área são aquelas em que antes de determinar a área são realizadas operações fundamentais tais como: fração, porcentagem, média, proporcionalidade, entre outras. A autora pondera que estas tarefas ajudam os estudantes a perceberem as conexões intramatemáticas.

Nesse tópico foram descritos diversos tipos de tarefas e de técnicas associadas a eles. Acreditamos que ao serem contemplados no ensino favorecem a compreensão da grandeza área. Assim, nessa pesquisa consideramos que é pertinente olhar para a abordagem do conteúdo áreas de figuras planas, realizada pelo professor, buscando identificar as tipologias de tarefas, as técnicas por ele privilegiadas, assim como, o discurso argumentativo utilizado para justificar o uso de cada técnica explorada. Mas também, olhar para o saber aprendido pelos estudantes após o professor ensinar esse conteúdo.

2.3 Pesquisas anteriores sobre o ensino e a aprendizagem de área de figuras planas

O saber área de figuras geométricas planas tem sido alvo de uma quantidade significativa de estudos. Embora esses estudos possuam objetivos e perspectivas teóricas diferentes, em nossa busca foram priorizados aqueles que se apoiam na abordagem de área enquanto grandeza.

Em nossa revisão da literatura procuramos agrupar essas pesquisas tendo três focos principais de análise: o livro didático, o professor e o estudante. Essa escolha é justificada pelo interesse que nos propomos nesta pesquisa que consiste em fazer uma análise comparativa entre o que é abordado pelo professor e o que é assimilado pelo aluno após o ensino do conteúdo área.

Das pesquisas que conseguimos localizar com foco no livro didático, destacamos aquelas cujos objetivos foram: investigar o uso de recursos didáticos no estudo do conceito de área (SANTANA, 2006); e, analisar o tratamento dado ao saber em livros didáticos (BARROS, 2006, SILVA, 2011, CARVALHO, 2012). Quando o foco considerado foi apenas o professor, encontramos os trabalhos: Chiummo (1998) e Lessa (2017), estas autoras elaboraram,

aplicaram e refletiram sobre sequências didáticas relativas à área. Quando o foco foi apenas os estudantes, localizamos pesquisas que analisaram: a construção do conceito de área por estudantes (FERREIRA, 2010); os procedimentos mobilizados por estudante na resolução de atividades relacionadas ao cálculo da área (PESSOA, 2010); e, as concepções desenvolvidas por estudantes em relação ao conceito de área (MOURA; SANTOS, 2016). Ainda conseguimos localizar pesquisas com foco nos estudantes e nos professores a exemplo de Facco (2003) e pesquisa com foco no livro didático e na prática docente (SANTOS, 2015).

A pesquisa realizada por Santana (2006) investigou o uso de recursos didáticos (tangram, malhas e poliminós) no estudo do conceito de área em seis coleções de livros didáticos (da 5ª a 8ª série do ensino fundamental) aprovados pelo PNLD/2005, apoiando-se na abordagem de área enquanto grandeza proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989). A autora observou pouca utilização dos recursos didáticos na construção do conceito matemático em detrimento da quantidade de exercícios (tarefas) propostos e dos procedimentos de resolução adotados (técnicas). De acordo com os resultados apontados na pesquisa, os recursos malhas e tangram aparecem em todas as coleções analisadas enquanto que os poliminós aparecem em apenas uma. Das coleções analisadas, apenas em uma as malhas são utilizadas para obter fórmulas algébricas das áreas do quadrado, do paralelogramo, do losango e do triângulo, a partir da relação com a área do retângulo. Este último dado nos revela que a malha é utilizada nessa coleção como uma ferramenta para a elaboração de técnicas algorítmicas.

Os estudos realizados por Barros (2006), Silva (2011) e Carvalho (2012) buscaram analisar o tratamento dado ao saber área de figuras planas em coleções de livros didáticos. Barros (2006) interessado em investigar acerca das grandezas geométricas área e perímetro, debruçou-se sobre sete coleções escolhidas entre as que constam nos guias do livro didático do PNLD 2002 e 2005 norteando-se por sete critérios: 1) localização; 2) definições; 3) figuras; 4) uso de fórmulas e unidades de medidas; 5) ordenação; 6) atividades; 7) manual pedagógico. Os resultados apontam que as coleções exploram com pouca frequência o cálculo da medida da área e do perímetro no tratamento com outros conteúdos e apenas três coleções apresentam um capítulo exclusivo para as grandezas nos quatro volumes. Observou também que os manuais pedagógicos não forneciam subsídios suficientes que justificassem as escolhas metodológicas da obra. Embora o autor não tenha trabalhado com a TAD, percebemos em sua descrição alguns elementos de técnicas preconizadas nas coleções dos livros, tais como: a aplicação de fórmulas, a decomposição e composição de figuras, etc.

Utilizando a Teoria Antropológica do Didático, especificamente a partir da noção de praxeologia matemática, Silva (2011) analisou as abordagens de comprimento, perímetro e área

em livros didáticos do 6º ano aprovados no PNLD de 2008 e 2011. Com relação à área, foram identificados 13 tipos de tarefas, dos quais os mais frequentes foram: determinar a medida da área de uma figura plana e converter unidades de medida área. As técnicas mais frequentes nas coleções analisadas foram: a aplicação da fórmula e a contagem de superfícies unitárias. As tecnologias identificadas estão associadas à multiplicação enquanto configuração retangular e aditividade de área, sendo justificado pelos domínios das grandezas e medidas, números e operações e geometria.

Carvalho (2012) discutiu o saber área no Guia do Projovem Urbano. Para isto, o autor realizou um mapeamento do habitat e do nicho do vocábulo área no guia caracterizando as praxeologias matemáticas e didáticas preconizadas no guia e identificou condições e restrições na difusão do saber área na instituição Projovem Urbano. Foram identificados 13 tipos de tarefas, dos quais calcular a medida da área de retângulos aparece com a maior frequência, cerca de 57,7% dos itens apreciados. As técnicas utilizadas para resolver esse tipo de tarefa, de acordo com os dados da pesquisa, foram: contagem de superfícies unitárias, aplicação da fórmula $A = b \cdot h$, o ladrilhamento do retângulo por superfícies unitárias. No que se refere ao bloco tecnológico-teórico não foram encontrados explicitamente elementos da tecnologia e teoria no discurso dos autores do Guia, nem nas notas explicativas ou comentários utilizados para descrever as técnicas citadas anteriormente.

As pesquisas acima trazem elementos comuns na abordagem dos livros didáticos. O primeiro diz respeito ao predomínio de tarefas relacionadas ao tipo T2: Determinar uma área, o que evidencia que as tarefas disponibilizadas nos livros em que coloca o estudante frente a situações que exigem a mobilização do quadro numérico possuem uma maior ênfase. O segundo elemento comum a essas pesquisas, trata-se do conjunto de técnicas exploradas. Percebemos que a contagem de unidades de área, o ladrilhamento, a decomposição e recomposição e a aplicação de fórmulas para o cálculo da medida, são técnicas reconhecidas e legitimadas por autores de livros didáticos.

As dissertações de mestrado de Chiummo (1998), Facco (2003) e Lessa (2017), buscaram elaborar sequências didáticas relativas ao objeto área de figuras planas, entretanto diferem quanto ao foco de análise.

A primeira foi realizada na PUC de São Paulo. Com foco no professor, a autora apoiou-se nas noções de obstáculo (BROUSSEAU, 1983), contrato didático (HENRY, 1991) e transposição didática (CHEVALLARD, 1991). A princípio, realizou um estudo histórico e epistemológico relativo ao saber, analisou a proposta curricular do Estado de São Paulo e da Secretaria de Educação, assim como, os livros didáticos da 1ª a 8ª série e as concepções

desenvolvidas por alunos e por professores. Posteriormente, fez um estudo a priori sobre a influência de algumas variáveis no ensino de área, tais como a utilização de malhas, a contagem de quadradinhos para explicar a área, o uso da decomposição e recomposição para se ensinar o uso das fórmulas, em seguida, experimentou a sequência didática com os professores, fez análise a posteriori e validou os resultados.

Os resultados desse estudo apontaram que a escolha metodológica tal como memorização da fórmula para o cálculo da área e do perímetro sem antes um trabalho de descoberta, pode causar obstáculos didáticos nos estudantes, de modo que eles decoram a fórmula, mas não sabem fazer uso delas, nem tampouco adaptá-las a uma nova situação em que não são apresentadas figuras usuais. Também mostrou a importância do trabalho com tarefas envolvendo a distinção entre superfície e área, assim como da exploração das técnicas: ladrilhamento, composição e decomposição antes das fórmulas.

O trabalho de dissertação de Sônia Facco (2003) também foi desenvolvido na PUC- SP. A autora ancorou-se na dialética ferramenta-objeto e mudança de quadros de Douady e Perrin-Glorian (1989) e na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval, tendo como focos de análise o professor e o estudante. Com o objetivo de apresentar uma proposta de ensino-aprendizagem voltada ao conceito de área enquanto grandeza de modo que facilitasse o ensino e o aprendizado desse saber, a autora elabora, aplica e discute uma sequência de atividades envolvendo o processo de reconfiguração de figuras planas por meio da decomposição e composição. Assim como nos estudos de Chiummo (1998), Facco (2003) realizou um estudo histórico e epistemológico relativo ao saber, analisou a proposta curricular para o ensino de matemática do 1º grau, alguns livros didáticos, as concepções desenvolvidas por alunos e por professores. Além desses, acrescentou as dificuldades e obstáculos que surgiram nos processos de ensino e de aprendizagem.

A sequência incluía atividades com foco no conceito de área, em área enquanto grandeza (unidimensional e bidimensional), na distinção entre área e perímetro e na composição e decomposição de figuras planas. Após aplicar essas atividades a 32 alunos de uma turma de 5ª série, algumas questões ficaram evidentes, dentre elas chamamos atenção para duas: 1) investir na comparação de figuras por sobreposição para a identificação de área (igual ou diferente) assim como na diferenciação de área e perímetro, contribui para os estudantes se familiarizarem com a estratégia de compensação de partes; 2) instigar nos estudantes o uso da decomposição e composição por meio de traços internos e externos em figuras mais complexas contribui para conceber área enquanto grandeza, por meio da aferição de sua medida.

Já a pesquisa de Lessa (2017), foi desenvolvida na UFBA e buscou contribuir para a formação docente a partir da construção de um Modelo Epistemológico de Referência (MER), considerando a incompletude do trabalho institucional relativo ao objeto do saber área e integrando elementos deste modelo na bagagem praxeológica dos professores do 6º ano do Ensino Fundamental, alicerçada na Teoria Antropológica do Didático e na Teoria das Situações Didáticas. Para isto, a autora analisou os Parâmetros Curriculares Nacionais, a Proposta Curricular do estado da Bahia, os livros das escolas participantes e os cadernos dos estudantes. Além disso, observou as praxeologias dos professores durante as aulas.

Após constatar uma incompletude institucional no sistema analisado suscitou a necessidade de estudar um Modelo Epistemológico de Referência e concretizá-lo a partir de Percurso de Estudo e Pesquisa (PEP). No PEP, foi construída e aplicada uma sequência didática, na qual as tarefas favoreceram a articulação entre os quadros numérico e geométrico. Segundo a autora, “os resultados foram satisfatórios, uma vez que resultou na construção de uma sequência didática alicerçada nas dimensões epistemológica e ecológica, realizada por meio de um Percurso de Estudo e Pesquisa” (LESSA, 2017, p.184).

Embora as pesquisas de Chiumo (1998), Facco (2003) e Lessa (2007) tenham utilizado perspectivas teóricas diferentes, estes estudos apontam que existe uma tendência no ensino de privilegiar os aspectos numéricos e algébricos em detrimentos da construção de grandeza e da exploração dos aspectos geométricos. Portanto, reforçam que a abordagem de área enquanto grandeza favorece aos alunos estabelecerem as relações entre os quadros: geométrico e numérico, fato já constatados em pesquisas anteriores como Douady e Perrin-Glorian (1989) e Baltar (1996).

O estudo de Ferreira (2010), desenvolvido na UFPE, buscou analisar a construção do conceito de área por alunos do 3º ciclo do ensino fundamental sob a ótica da Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Para isso, a autora analisou a abordagem do conceito de área nos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática e em duas coleções de livros didáticos (uma do 1º e 2º ciclos, e uma do 3º e 4º ciclos), elaborou e aplicou com uma turma do 6º ano uma atividade de sondagem acerca de área e perímetro a fim de diagnosticar os conhecimentos prévios mobilizados por esses estudantes, e também elaborou e aplicou uma sequência didática aos estudantes. Em seguida, aplicou um teste com a finalidade de verificar as modificações nos conhecimentos dos alunos e as dificuldades persistentes após a sequência didática, e, finalmente entrevistou quatro duplas de alunos, em busca de esclarecimentos dos seus procedimentos de resolução.

A autora constatou nos PCN e nos livros didáticos situações predominantemente associadas ao quadro numérico contemplando apenas figuras poligonais. Em relação às técnicas aplicadas pelos estudantes nas tarefas relativas à área presentes na sondagem, a autora verificou o uso da contagem de quadradinhos, a sobreposição de figuras, o uso de fórmulas, a decomposição e composição de figuras. Quanto aos erros, destacamos aquele no qual os alunos realizaram a comparação das áreas de figuras não poligonais a partir da comparação das projeções das larguras da figura. Em relação aos entraves verificados por estes estudantes, a autora pontua uma tendência em atribuir um valor numérico à área, mesmo quando não há a necessidade, como também, observa dificuldades em relação à compreensão de que a área possui medidas diferentes quando são utilizadas unidades diferentes e à percepção da variação da área e do perímetro mediante as modificações realizadas na figura.

Ao vivenciar a sequência didática, a autora observou avanços no que se refere aos procedimentos de decomposição e composição de figuras, de ladrilhamento de superfícies tomando uma superfície unitária e da diferenciação entre área e perímetro. Entretanto, o estudo mostra que alguns entraves em relação à dissociação entre área e perímetro e diante de situações que não contemplavam a representação simbólica de figuras persistiram.

Interessada em diagnosticar os procedimentos mobilizados por estudantes do 6º ano do ensino fundamental, na resolução de atividades de cálculo de área de figuras planas em malhas quadriculadas, Pessoa (2010), realizou um estudo à luz da Teoria das Situações Didáticas investigando a influência de certas variáveis didáticas nos procedimentos dos alunos. Para isto, a autora aplicou um questionário com 14 questões a 100 estudantes do 6º ano de cinco escolas diferentes da região metropolitana do Recife.

Os resultados da pesquisa evidenciaram que os estudantes apresentam resultados satisfatórios quando os valores das variáveis didáticas manipuladas permitiam que fosse resolvido apenas pela contagem de quadradinhos. Entretanto, quando foi exigido procedimento de subtração de áreas, os estudantes apresentaram grandes dificuldades. Embora, o estudo não tenha sido desenvolvido à luz da TAD, percebemos algumas técnicas aplicadas pelos estudantes, tais como: a contagem da quantidade de superfícies unitárias inteiras e a cada duas metades considerar uma mais, a contagem apenas da quantidade de superfícies unitárias que estão na parte interna da figura, a decomposição e composição de figura seguida da contagem de superfícies unitárias, e uso de fórmula.

O estudo realizado por Moura e Santos (2016) analisou as concepções apresentadas por 43 estudantes do 9º ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública estadual de Pernambuco em relação ao conceito de área de figuras planas. Utilizando como fundamentação

teórica a abordagem da área como grandeza de Douady e Perrin-Glorian (1989), os autores elaboraram e aplicaram um teste diagnóstico contendo duas questões. A primeira apresentava duas figuras idênticas inscritas em malhas diferentes (uma em malha quadrada e a outra numa malha formada por triângulos retângulos), e a segunda, se tratava de um retângulo com as medidas de seus lados adjacentes, dispostos numa posição não prototípica.

A primeira questão buscava investigar se os alunos compreendiam a propriedade da invariância das áreas, e a segunda por sua vez, buscava analisar as estratégias utilizadas pelos estudantes para obter a área do retângulo. Os resultados da pesquisa apontaram que a maioria dos estudantes (79,77%) apresentou uma concepção de área associada à medida de superfície, e apenas 9,3 % dos estudantes apresentaram indícios de uma concepção de área enquanto grandeza. Das técnicas empregadas pelos estudantes para determinar a área do retângulo, se destacaram: a aplicação da fórmula; a soma dos comprimentos dos lados; a soma dos comprimentos dos lados adjacentes; o produto das medidas dos comprimentos dos quatro lados; e, o produto entre as somas das medidas dos comprimentos dos lados opostos. As dificuldades dos estudantes mais persistentes apontadas no estudo estão relacionadas à omissão ou uso inadequado de unidades de área, a evidência apenas dos aspectos numéricos e a não dissociação entre área e perímetro.

Com o objetivo de analisar o distanciamento entre a prática do professor de matemática e a abordagem do livro didático, Santos (2015) utiliza as noções de praxeologias matemática e didática da TAD para analisar o livro didático adotado pelo professor e suas vivências de aula. A autora observou que a aula do professor foi pautada no livro didático utilizado pela escola de maneira simplificada, isto é, a exploração das tarefas pelo professor limitou-se aos tipos determinar a medida da área de uma figura ou região, com uma representatividade de 97% do total de tarefas propostas, e comparar áreas de figuras geométricas planas cuja representatividade foi de 3%. Das tarefas relativas a determinar uma área, trabalhadas pelo professor, 58% eram do subtipo determinar a área de um retângulo; 24% eram do subtipo determinar a área de uma figura desenhada em malha; 12% eram do subtipo determinar a área de um quadrado e, 6% eram do subtipo determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).

As técnicas utilizadas pelo professor se concentraram basicamente na contagem de superfícies unitárias, na aplicação de fórmulas das áreas do quadrado e do retângulo respectivamente, e na adição de áreas. Segundo a autora, o bloco tecnológico-teórico nem sempre apareceu de maneira clara. O estudo apontou a existência de um afastamento considerável entre o livro e a prática do professor nos seguintes aspectos: a definição e a

abordagem do conceito de área, na organização didática desenvolvida por ambos, nos tipos de tarefas explorados e nas tecnologias e teorias apresentadas.

Quanto às diferenças entre a definição e a abordagem do conceito de área, a autora observou que no livro didático a abordagem do saber é fortemente marcada pela articulação com o domínio dos números e suas operações. Verificou também que o livro explora tarefas problematizadoras e contextualizadas, mas também apresenta tarefas rotineiras¹⁴. Já, a abordagem do saber pelo professor deu pouca ênfase às tarefas problematizadoras privilegiando as tarefas rotineiras, as quais envolviam o ladrilhamento e cálculo da medida da área.

Em relação aos elementos da praxeologia matemática, a autora categorizou as tarefas propostas no livro didático em seis tipos, dos quais apenas dois foram efetivamente trabalhados pelo professor. O estudo mostrou que a representatividade das tarefas do tipo determinar a medida de uma área em relação às outras, apresenta em maior quantidade tanto no livro didático quanto na abordagem do professor. Entretanto, a maior parte das tarefas dispostas no livro didático que constituem esse tipo, não é resolvida por meio de técnicas que fazem uso de cálculos. Já o professor quando contemplou esse tipo de tarefa dedicou mais ênfase nas tarefas para as quais é exigido o uso de alguma fórmula. Os elementos tecnológicos e teóricos, tanto no livro quanto nas aulas, nem sempre apareciam de forma explícita, entretanto a autora comenta que “o significado da multiplicação na configuração retangular, o conceito e a propriedade aditiva de área de figuras planas estão mais presentes no livro do que na prática docente” (SANTOS, 2015, p. 204).

Os resultados apontados na pesquisa de Santos (2015) evidenciam as transformações sofridas pelo saber para tornar-se objeto de ensino. Nessa direção, entendemos que novas transformações ainda são dadas ao saber vivenciado pelo professor em sala de aula (saber ensinado) mediante a atuação do estudante (saber aprendido) e que a análise praxeológica desse saber aprendido descreve estas transformações.

Diante de nossa revisão de literatura, construímos um esquema situando os estudos aqui discutidos, por foco de análise, a fim de situar melhor o leitor e apontar o caminho percorrido para delimitar nosso foco de pesquisa.

¹⁴ Calcule a área de um retângulo cujas dimensões medem 3cm e 5cm, respectivamente, representa um exemplo de uma tarefa rotineira na perspectiva apontada pela autora.

Figura 8 - Descrição da revisão da literatura por foco de análise



Fonte: Elaborada pelo autor.

Em meio à literatura pesquisada não encontramos trabalhos cujo foco, sob a ótica da TAD, consistisse na análise da abordagem do conteúdo realizada pelo professor e nos conhecimentos mobilizados pelos estudantes após o ensino. Dessa forma, acreditamos que investigar o processo de transposição interna levando em consideração as transformações dadas ao saber mediante a atuação do professor e analisar o saber aprendido pelo aluno após a vivência das aulas oferece elementos importantes para a discussão dos processos de ensino e de aprendizagem de área de figuras planas.

2.4 Uma síntese sobre as contribuições das pesquisas anteriores que adotam a abordagem da área enquanto grandeza

Os trabalhos desenvolvidos ancorados na perspectiva de área enquanto grandeza apresentam certas convergências no sentido de que há uma tendência no ensino de privilegiar os aspectos numéricos e algébricos em detrimento da construção da noção de grandeza e da exploração dos aspectos geométricos (DOUAY; PERRIN-GLORIAN, 1989, BALTAR, 1996, CHIUOMO, 1998, FACCO, 2003, PESSOA, 2010, SANTOS 2015, MOURA; SANTOS, 2016, LESSA, 2017, dentre outras). Essas pesquisas apontam que essa tendência tem corroborado para que os estudantes apresentem certos erros e entraves diante de tarefas relativas à área enquanto grandeza.

Os erros recorrentes apontados por essas pesquisas persistem em diferentes realidades institucionais. É comum, por exemplo, a confusão entre área e perímetro, o uso de fórmulas diante de situações em que elas não são válidas, o uso inadequado de unidades, a expressão de uma área sem considerar a unidade, etc.

Com relação à área e ao perímetro Douady e Perrin-Glorian (1989) destacam alguns erros comuns apresentados pelos estudantes franceses com idades entre 9 e 11 anos aproximadamente.

- *A área é associada ao ladrilhamento efetivo da superfície:* dada uma superfície unitária S' com certa forma, alguns alunos consideram erradamente que a medida da área de uma superfície S só poderá ser obtida se S for efetivamente ladrilhável com uma quantidade finita de exemplares de S' . Esse entrave explica, por exemplo, dificuldades de expressar a área de um triângulo em centímetros quadrados.
- *A área é a própria superfície:* resulta da dificuldade em perceber que figuras diferentes podem apresentar a mesma área.
- *Não dissociação entre área e perímetro:* considera que ao mudar a área, o perímetro também se altera, e, reciprocamente.
- *Mesma área implica em mesmo perímetro:* explica a compreensão: se duas superfícies têm a mesma área então apresentam o mesmo perímetro.
- *A extensão inadequada de fórmulas:* Esse entrave explica erros como o produto dos comprimentos dos três lados do triângulo para determinar sua área ou ainda o cálculo da área do paralelogramo mediante o produto dos comprimentos de seus lados adjacentes.

O trabalho de Pessoa (2010) mostrou que alguns alunos do 6º ano apresentam dificuldade em aceitar que a medida da área de uma figura pode ser representada por um número fracionário. Verificou que as dificuldades em relação à dissociação de área e perímetro nessa etapa são recorrentes.

Moura e Santos (2016) observaram que as dificuldades mais persistentes apresentadas pelos estudantes do 9º ano estão relacionadas ao uso inadequado de unidades de área, à não dissociação entre área e perímetro e ao uso exclusivo do número sem fazer referência à unidade de medida utilizada para designar a área. Este último fato também foi observado em pesquisas anteriores, a exemplo de Facco (2003) e de Ferreira (2010).

O trabalho de Santos (2015) revelou que o professor ao abordar o saber área no 6º ano, privilegia as tarefas cujas técnicas consistem na aplicação de fórmulas. Esse fato também é

observado na pesquisa de Lessa (2017), na mesma etapa de ensino. Porém no estudo de Lessa (2017) o professor faz uso de cálculos mediante os algoritmos, deixando implícito o uso de fórmulas.

A análise de quatro cadernos de alunos, realizada por Lessa (2017) mostrou que os estudantes executam as mesmas técnicas vivenciadas pelo professor. Sobre esse aspecto a autora pondera: “Embora não tenhamos verificado certa independência por parte dos alunos, é admissível o estudante reproduzir o que o professor faz em classe, uma vez que, existe a intenção da parte do aluno de acertar a tarefa” (p.140).

Diante desses resultados apontados, seja relacionado à tendência do ensino em privilegiar aspectos numéricos e algébricos, seja relacionado aos erros e entraves apresentados pelos estudantes, as propostas alternativas para o ensino de área apontam para uma maior diversidade de tipos de tarefas. Além disso, colocam em destaque a necessidade de explorar alguns elementos nesse processo como, por exemplo: favorecer a compreensão de que figuras diferentes podem ter a mesma área, explorar a decomposição e recomposição como elemento central da compreensão da área como grandeza, atentar para a importância de mudar de unidade afim de que o aluno perceba que o número não é suficiente para expressar a área de uma figura, utilizar o triângulo de uma malha triangular como unidade de área para determinar uma área, a fim de libertar da ideia de que para medir a área, necessariamente a superfície unitária deve ser quadrada, etc.

Tendo em vista esse cenário, nesta pesquisa nos propomos a analisar como o ensino proposto pelo professor se situa diante dessas questões. Para isso, construímos com base nos resultados de pesquisas anteriores, um quadro de referência para a análise da praxeologia matemática do saber área na instituição ensino fundamental anos finais.

Nesse quadro, pontuamos uma tipologia de tarefas, uma tipologia de técnicas e os elementos tecnológico-teóricos que dão sustentação e racionalidade a essas técnicas. Trazemos também a identificação dos quadros mobilizados em cada tipo de tarefa, tendo em vista que assumimos a modelização dos quadros proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989) como alicerce teórico para o tratamento da área enquanto grandeza.

Quadro 2 - Quadro de referência à análise de praxeologias matemáticas relativas ao saber área

(continua)

Tipo de tarefa	Quadro Mobilizado	Técnica	Elementos tecnológico-teóricos
<i>T1: Comparar áreas.</i>	Numérico	τ_{11} : Verificar se as áreas de cada figura estão escritas na mesma unidade e ordenar os números reais positivos que representam as medidas de área, assim sendo, a ordem das áreas é deduzida a partir da ordem dos números.	Relação de ordem dos números reais positivos.
	Geométrico	τ_{12} : Inclusão ou superposição.	• Seja A (S) a área de uma superfície plana, então, $A(f(S)) = A(S)$ por uma isometria f. • Sejam S e S' duas superfícies, se $S \subseteq S'$, então, $\text{Área}(S) \leq \text{Área}(S')$.
		τ_{13} : Equidecomposabilidade.	Sejam A e B duas superfícies. Dizemos que elas são equivalentes por decomposição e recomposição, se for possível decompor $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$, (com A_i e A_j quase disjuntas sempre que i for diferente de j) e $B = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_n$, (com B_i e B_j quase disjuntas sempre que i for diferente de j) e A_i for congruente a B_i para cada $i=1,2,3,\dots n$.
	Algébrico	τ_{14} : Estabelecer a relação entre área e comprimento.	Área enquanto grandeza bidimensional: relação estabelecida entre o comprimento e a área presentes nas fórmulas algébricas.
<i>T2: Determinar uma área.</i>	Numérico	τ_{21} : Ladrilhamento	Propriedades da invariância por isometria; Propriedade aditiva da área, função medida.
		τ_{22} : Adição e subtração de áreas	Propriedade Aditiva da área – Sendo S uma superfície que pode ser decomposta em um número finito de partes ($S_1, S_2, \dots S_i, S_n$) quase disjuntos entre si, isto é, $S_i \cap S_j$ tem no máximo pontos de fronteira em comum para todo i diferente de j, então, $S = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_i \cup S_n$.
	Algébrico	τ_{23} : Aplicar fórmulas de área	Bidimensionalidade da área em relação ao comprimento;
<i>T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.</i>	Geométrico	τ_{31} : Variação de uma grandeza durante transformações geométricas.	Propriedade da invariância da área por meio da isometria; Justificativa da homotetia- sendo k a razão entre os comprimentos de duas figuras (F e F') construídas por homotetia, de modo que: Se $k < 1$, então, $A_F < A_{F'}$; Se $k > 1$, então, $A_F > A_{F'}$; Se $k = 1$ então, $A_F = A_{F'}$.

Quadro 2- Quadro de referência à análise de praxeologias matemáticas relativas ao saber área

(conclusão)

Tipo de tarefa	Quadro Mobilizado	Técnica	Elementos tecnológico-teóricos
	Algébrico	τ_{32} : Otimização de uma grandeza sob restrições.	Bidimensionalidade da área em relação ao comprimento; A multiplicação de um fator k à medida da grandeza linear (comprimento).
<i>T4: Produzir uma superfície de área dada.</i>	Geométrico	τ_{41} : Contagem do número de unidades.	Propriedades da invariância por isometria; Propriedade aditiva da área, função medida.
	Geométrico	τ_{42} : Corte e colagem.	Propriedade aditiva da área; Propriedades da invariância por isometria.
	Algébrico/ Numérico	τ_{43} : Fórmulas e operações.	Bidimensionalidade da área em relação ao comprimento; Propriedades aritméticas das operações; Relação de ordem dos números reais.
	Geométrico	τ_{43} : Construir uma superfície no interior (ou exterior) da superfície inicial.	Propriedade da monotonicidade.
		τ_{44} : Cortar (ou adicionar) uma peça a superfície inicial.	Propriedade da monotonicidade; Propriedade da aditividade de área.
	Numérico	τ_{45} : Contagem de unidades de medida e cálculos.	Relação de Ordem dos números reais positivos.
<i>T5: Converter unidades de área.</i>	Numérico	τ_{51} : Transferir uma medida a outra por uma relação numérica.	Classe de equivalência de figuras de mesma área; Ideia de proporção.
		τ_{52} : Tabela de unidades de área.	Propriedades dos números decimais.
		τ_{53} : Adicionar ou retirar zeros.	Propriedades dos números decimais.
<i>T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.</i>	Algébrico / Numérico	τ_{61} : Aplicar a razão e/ou proporção entre as grandezas envolvidas;	Proporcionalidade.
		τ_{62} : Aplicar fórmula para o cálculo da área;	Área enquanto função bi-linear em relação ao comprimento.

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.5 Objetivos

2.5.1 Objetivo Geral

Analisar distanciamentos e aproximações entre os saberes ensinado e aprendido em relação ao objeto área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental.

2.5.2 Objetivos Específicos

- Modelizar a organização matemática e didática estabelecida pelo professor ao abordar área de figuras planas no 6º ano;
- Modelizar as praxeologias pessoais dos estudantes do 6º ano em relação à área de figuras planas;
- Comparar as praxeologias ensinadas pelo professor e as efetivamente aprendidas pelos alunos em relação ao saber área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Para desenvolver uma organização matemática apropriada a uma aula e projetar uma praxeologia didática, o professor submete o saber a transformações adaptativas de modo que o conduza a um estágio em que seja capaz de ser compreendido por seus alunos. Por outro lado, os estudantes passam a se relacionar com o saber ensinado mediante a relação que o professor estabelece com o saber durante a abordagem em sala de aula. Essa relação com o saber ensinado realizada pelo estudante, ganha relevo à medida que sua relação pessoal com o saber apresentado é modificada (construída quando não se tem nenhuma relação ou ampliada quando a relação com o saber já é existente). Surge então um novo espécime de saber: o saber aprendido pelo estudante, o qual pode ser modelizado pela praxeologia pessoal.

Buscamos neste trabalho analisar as relações (aproximações e distanciamentos) existentes entre o saber ensinado e o saber aprendido. Para isso, modelizamos as praxeologias matemática e didática realizadas pela professora durante as aulas e elementos das praxeologias pessoais apresentadas pelos estudantes diante da resolução de tarefas relacionadas ao saber área de figuras planas. Assim, escolhemos enquanto participantes da pesquisa uma professora de Matemática que estava a lecionar no 6º ano do Ensino Fundamental numa escola pública municipal, assim como todos os estudantes que compunham esta classe. A professora participante é licenciada em Matemática pela UPE, possui especialização em Ensino de Matemática, e, é membro efetivo da rede, na qual trabalha há mais de 10 anos.

Escolhemos esse público-alvo, por algumas razões: a primeira está justificada mediante as orientações oficiais, no que diz respeito ao trabalho com o saber área, o qual se inicia desde os anos iniciais e é retomado e ampliado nos anos finais do ensino fundamental. Dessa forma, o 6º ano se constitui a primeira etapa dos anos finais na qual o professor retoma o trabalho realizado nos anos iniciais envolvendo área e promove situações que ampliem os conhecimentos que o estudante traz; a segunda, por acreditar que nessa etapa de ensino as fórmulas ainda não ganharam tanta ênfase, portanto tem-se a possibilidade de observar técnicas que não são ancoradas na fórmula.

O lócus dessa pesquisa foi uma escola pública municipal situada na região do agreste de Pernambuco. A escolha dessa escola ganha relevo nos seguintes argumentos: se trata do lugar onde conclui meu ensino médio e também onde iniciei a minha trajetória docente; ter acesso aos professores de Matemática, facilitando a negociação para realizar o ensino de áreas de figuras planas no início do terceiro bimestre.

3.1 Ações para o desenvolvimento da pesquisa e descrição dos métodos utilizados

Este estudo foi realizado a partir de algumas ações que julgamos necessárias para coletar evidências a partir das quais modelizamos tanto a organização matemática e didática da professora quanto os elementos das praxeologias pessoais dos estudantes.

Utilizamos primeiramente a videogravação para registrar as aulas destinadas à abordagem do saber áreas de figuras geométricas planas. Fizemos uso desse instrumento de coleta, tendo em vista que a partir dele é possível registrar tanto as ações corporais realizadas pela professora, como também, o modo como ela se relaciona com os objetos matemáticos, o que permite de certa forma, observar tanto os gestos matemáticos como didáticos durante as aulas.

Em seguida realizamos a transcrição dessas aulas, por acreditarmos que “este instrumento permite ao pesquisador uma análise criteriosa a respeito de cada fala dos participantes da pesquisa” (LIMA, 2015, p.3). A partir da transcrição das aulas, buscamos identificar os tipos de tarefas, as técnicas e os elementos tecnológico-teóricos, caracterizando assim, a organização matemática eleita pela professora (segunda ação). Feito isso, partimos para a análise da organização didática utilizada pela professora, ou seja, como ela conduz o estudo do conteúdo matemático. Foi nessa etapa que procuramos identificar e descrever os momentos didáticos que sugeriram na realização das aulas (terceira ação).

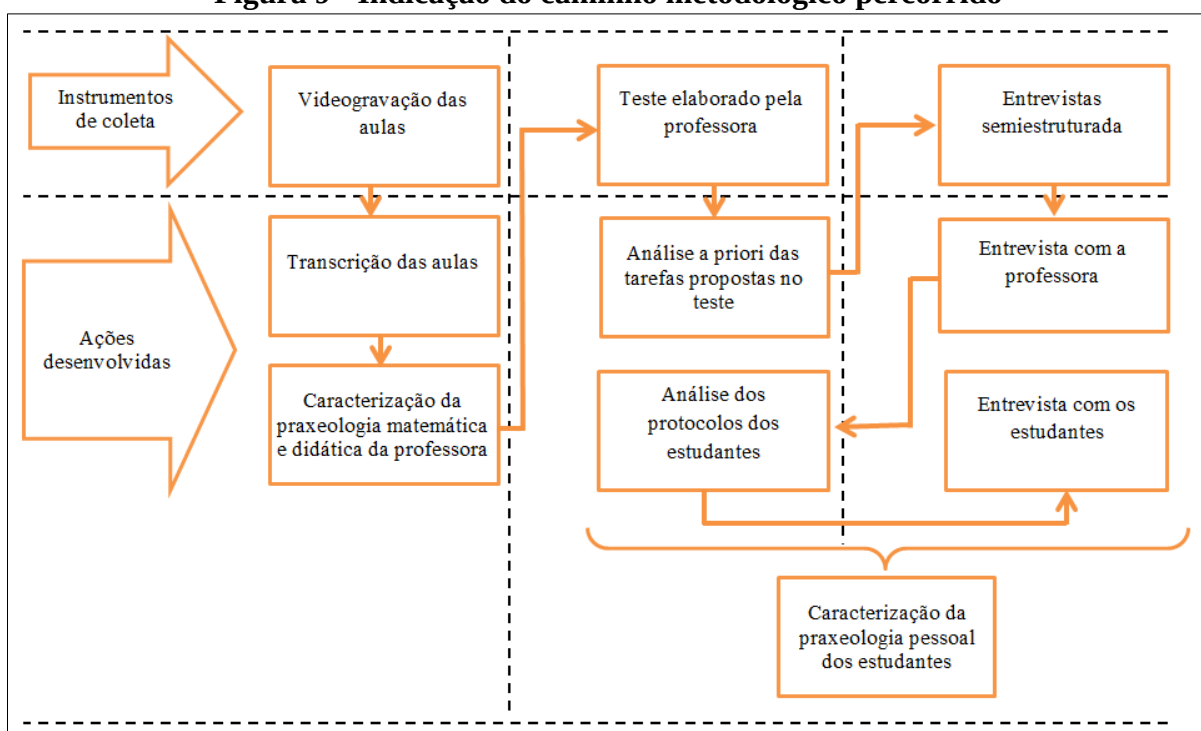
Após a realização das aulas, realizamos uma entrevista semiestruturada com a professora, buscando conhecer os critérios utilizados por ela na elaboração do instrumento avaliativo, a razão das escolhas das tarefas propostas no instrumento, as possíveis técnicas esperadas para cada tarefa do teste, etc. (quarta ação). Optamos pela entrevista semiestruturada por ser direcionada por um roteiro previamente elaborado, mas que permite a possibilidade de adequações, complementações e mudanças nas questões diante das circunstâncias inerentes à entrevista.

Para modelizar as praxeologias dos estudantes, fizemos uso do instrumento avaliativo elaborado e aplicado pela professora a cada estudante. A partir das respostas apresentadas por eles buscamos identificar, quando possível, os elementos das praxeologias pessoais (quinta ação). Realizamos também uma entrevista com alguns estudantes, com o intuito de compreender possíveis procedimentos (que ficaram claros ou não) em suas respostas, inclusive as justificativas que esclarecem o modo de resolver a tarefa, seja ela adequada do ponto de vista da matemática escolar ou não (sexta ação).

Após realização da sexta etapa, realizamos uma análise comparativa entre os elementos da praxeologia matemática do professor e os elementos da praxeologia pessoal dos estudantes (última ação). Ao realizarmos todas essas ações, compreendemos que alcançamos os objetivos propostos à realização dessa pesquisa, sobretudo, o de conseguir respostas plausíveis ao nosso problema de pesquisa.

Resumidamente, o esquema abaixo descreve o percurso utilizado para o desenvolvimento da pesquisa.

Figura 9 - Indicação do caminho metodológico percorrido



Fonte: elaborada pelo autor.

3.2 Categorias e critérios analíticos da condução das aulas pela professora

Para a análise da condução das aulas realizada pela professora em relação à área de figuras planas, concentramos em dois focos: a organização matemática e a organização didática. Assim, os elementos constituintes dessas organizações são utilizados como categorias analíticas.

3.2.1 Organização matemática da professora

Para o cumprimento dessa etapa dividimos em duas fases: na primeira, adotamos os critérios utilizados por Santos (2015), quanto ao tratamento dado aos elementos constituintes da praxeologia conforme a descrição do quadro 3.

Quadro 3 - Critérios adotados para a análise da praxeologia matemática realizada pela professora

Elementos da praxeologia	Critérios adotados	Exemplos de questionamentos a serem observados nas aulas da professora relativos ao saber área
Tipo de tarefa (T)	• Identificação; • Representatividade; • Razão de ser; • Importância; • Pertinência.	• Quais tipos de tarefas são privilegiados pela professora? • As tarefas propostas: a) são bem identificadas? b) são representativas? c) são importantes e tem uma razão de ser? d) são pertinentes?
Técnica (τ)	• Fáceis de utilização; • Confiáveis e aceitáveis; • Abrangentes; • Possíveis de evoluir; • Bem elaboradas.	As formas de resolver as tarefas: a) são bem elaboradas ou apenas esboçadas ? b) São fáceis de utilizar ? c) são confiáveis e aceitáveis ? d) são amplamente usadas em diversos tipos de tarefas ? e) são possíveis de evoluir ?
Tecnologia e teoria $[\theta - \Theta]$	• Explicitação do conceito; • Apresentação e justificativa do enunciado; • Tipo de justificativa: canônica ou não; • Forma de justificativa: explicativa, dedutiva, etc.; • Validade da argumentação; • Exploração do bloco tecnológico-teórico.	O conceito de área de figuras planas é bem explicitado ou não? Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação, é somente posto ou este enunciado é considerado tacitamente como altivo de si, evidente, natural ou ainda bem conhecido? As formas de justificação são próximas às formas canônicas ou são adaptadas às suas condições de utilização e o que permitem justificar? São adotadas formas de justificações explicativas, dedutivas, etc.? Os argumentos utilizados são cientificamente válidos? Os resultados do bloco tecnológico-teórico disponibilizado são efetivamente e otimamente explorados?

Fonte: Santos (2015, p. 101).

Para a análise da segunda fase da organização matemática, elaboramos um quadro de referência que permite identificar elementos da praxeologia matemática para o tratamento da grandeza área. Para isso, tomamos como fundamentação as pesquisas de Anwandter Cuellar (2012), Bellemain (2013) e Santos (2015). Nesse quadro, os tipos de tarefas para a grandeza área, constituem-se nossas categorias, e as técnicas e os elementos tecnológico-teóricos, constituem nossos critérios de análise.

Quadro 4- Categorias e critérios de análise presentes na abordagem da área realizada pela professora

(Continua)

Categorias Analíticas	Critérios de Análise	
T1: Comparar áreas.	- Quantidade de superfícies a comparar; - Natureza da superfície a comparar; - Utilização do suporte (figuras); - Tipo de papel (malha, em branco).	
	Técnicas de resolução:	Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
	Numéricas.	Relação de ordem dos números reais positivos
	Inclusão e superposição.	Invariância da área por isometria.
	Equidecomposição - (decomposição e recomposição de figuras, e, corte e colagem).	Invariância da área por isometria; Aditividade de áreas.
	Relação entre área e comprimento.	Área enquanto grandeza bidimensional: relação estabelecida entre o comprimento e a área presentes nas fórmulas algébricas (área é o produto de dois comprimentos).
T2: Determinar uma área.	Características das medidas utilizadas: - Unidade de medida exata não convencional; - Unidade de medida exata convencional.	
	Técnicas de resolução:	Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
	Ladrilhamento.	Aditividade de áreas, Configuração retangular, Função medida.
	Adição e subtração de áreas.	Aditividade de áreas
	Uso de fórmulas.	Bidimensionalidade da área em relação ao comprimento.
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.	Características das deformações e transformações: - Variação da área; - Conservação da área.	
	Técnicas de resolução:	Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
	Variação e conservação da área durante transformação geométrica.	Propriedade da invariância da área por meio da isometria; Justificativa da homotetia: sendo k a razão entre o comprimento de duas figuras (F e F') construídas por homotetia, de modo que: $k < 1$, então, $A_F < A_{F'}$; $k > 1$, então, $A_F > A_{F'}$; $k = 1$ então, $A_F = A_{F'}$.
	Otimização da área sobre restrições.	Bidimensionalidade da área em relação ao comprimento. A multiplicação de um fator k à medida da grandeza linear (comprimento).
	T4: Produzir uma superfície de área dada	Características das produções: Produção de superfícies de mesma área que uma superfície dada.
Técnicas de resolução:		Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
Contagem das unidades de área.		Propriedades da invariância por isometria; Aditividade de áreas; função medida.
Corte e colagem.		Aditividade de áreas; Propriedades da invariância por isometria.
Deformações em paralelogramos e em triângulos que permitem manter a área.		Triângulos de mesma base e mesma altura têm a mesma área. Paralelogramos de mesma base e mesma altura têm a mesma área.

Quadro 4- Categorias e critérios de análise presentes na abordagem da área realizada pela professora

(conclusão)

Categorias Analíticas	Crítérios de Análise	
<i>T4: Produzir uma superfície de área dada</i>	Características das produções:	
	• Produção de superfície com área maior ou menor que área dada.	
	Técnicas de resolução:	Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
	Construir uma superfície no interior (ou exterior) da superfície inicial.	Propriedade da Monotonicidade; Aditividade de áreas.
	Cortar (ou adicionar) uma peça a superfície inicial.	Propriedade da Monotonicidade; Aditividade de áreas.
	Contagem das unidades de medida e/ou cálculos.	Relação de ordem dos números reais positivos.
	• Produção de superfície de área dada. Podem ser colocadas em prática as mesmas técnicas ou combinação de técnicas que são utilizadas para produzir superfícies de mesma que uma superfície área dada.	
<i>T5: Converter unidades de área</i>	Característica da unidade de medida:	
	• Não convencional.	
	Técnicas de resolução:	Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
	Transferir uma medida a outra por uma relação numérica.	Classe de equivalência de figuras de mesma área; Relação de proporção entre as unidades envolvidas.
	• Convencional	
	Técnicas de resolução:	Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
	Tabela de unidades de área	Propriedades dos números decimais
	Adicionar ou retirar zero	Propriedades dos números decimais:
<i>T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.</i>	Técnicas de resolução:	Elementos tecnológico-teóricos envolvidos:
	Aplicar a razão e/ou proporção entre as grandezas envolvidas;	Proporcionalidade
	Aplicar fórmula para o cálculo da área	Área enquanto função bi-linear em relação ao comprimento.

Fonte: Santos (2015, p. 103), adaptado e ampliado pelo autor.

3.2.2 Organização didática estabelecida pela professora

Quanto à organização didática, nossas categorias de análise estão diretamente ligadas aos momentos didáticos propostos por Chevallard (1999). Isto é, buscaremos analisar a materialização dos momentos didáticos nas aulas da professora, conforme indicado no quadro a seguir.

Quadro 5 - Categorias e critérios de análise da organização didática da professora

Categorias Analíticas	Críticos de Análise
Primeiro encontro.	Como a professora inicia o assunto áreas de figuras planas em sua aula? Qual (is) tipo(s) de tarefa é (são) utilizado(s) para realizar esse primeiro encontro?
Exploração do tipo de tarefa e elaboração de uma técnica.	Como a professora explora os tipos de tarefas? Como ocorre a elaboração da técnica?
Trabalho da técnica.	Como é realizada a construção de justificativas das técnicas empregadas?
Constituição do ambiente tecnológico-teórico.	Quando acontece a construção do domínio da técnica? E da precisão da técnica? Há criação de novas técnicas?
Institucionalização.	Como se concretiza a institucionalização: no início, no meio ou no fim da abordagem da professora?
Avaliação.	Como acontece a avaliação: no início, no meio ou no fim da abordagem da professora?

Fonte: Santos (2015, p.100), adaptado pelo autor.

3.3 Categorias e critérios analíticos da praxeologia pessoal dos estudantes

Os elementos da praxeologia pessoal dos estudantes serão identificados mediante a apresentação ou ausência de conformidade aos elementos da praxeologia do professor. Dessa forma, constituirão nossas categorias, os elementos da praxeologia pessoal. Já, os critérios analíticos serão guiados mediante elementos da praxeologia do professor, no qual procuramos estabelecer as relações de conformidade e diferenças entre eles. Sintetizamos esses elementos no quadro a seguir.

Quadro 6 - Categorias e critérios analíticos das praxeologias pessoais dos estudantes

Categorias	Críticos
Tipos de tarefas pessoais.	A divisão em tipos de tarefas pelos estudantes é diferente dos da instituição? São identificáveis? São pertinentes? Possuem razão de ser?
Técnicas pessoais.	Os modos de fazer as tarefas pelos estudantes apresentam conformidade com os do professor ou não? São confiáveis e aceitáveis? São usados em diversos tipos de tarefas? Existem técnicas superiores a outras?
Tecnologias pessoais.	É possível identificar os elementos que justificam as técnicas utilizadas pelos estudantes? Apresentam semelhança ou diferença dos abordados pelo professor? Os argumentos estão dentro de um domínio de validade aceitável?

Fonte: elaborado pelo autor.

4 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Nesse capítulo realizamos a apresentação e análise dos dados coletados no desenvolvimento da pesquisa. Começamos fazendo um mapeamento das tarefas presentes no estudo conduzido pela professora, situando o leitor numa visão cronológica das tarefas trabalhadas. Em seguida, apresentamos de modo integrado as praxeologias matemática e didática das aulas observadas mediante a caracterização dos momentos didáticos. Posteriormente, fazemos uma análise a priori do teste elaborado e aplicado pela professora, seguida da análise das resoluções dos estudantes para as tarefas do teste sem a nossa intervenção. Finalmente, averiguamos indícios de conformidade ou não das respostas dos estudantes com o que foi trabalhado pela professora em sala de aula.

4.1 Mapeamento das tarefas presentes no estudo conduzido pela professora

Realizando uma análise das aulas gravadas, conseguimos constatar que a professora trabalhou em conjunto com os estudantes 43 tarefas relacionadas à área de figuras planas. Estamos computando apenas nesse quantitativo, as tarefas que foram respondidas pela professora e/ou pelos estudantes sob a sua supervisão e validação. Neste total estão inclusos todos os itens propostos, isto é, na questão em que havia os itens “a”, “b” e “c”, por exemplo, eram computadas como três tarefas, e tendo, por exemplo, o item “a” duas perguntas, computamos como um total de quatro tarefas.

Algumas perguntas colocadas nos exercícios propostos pela professora buscavam incentivar os estudantes a descreverem a técnica utilizada para resolver determinada questão. Entendemos que estes questionamentos permitem ter mais clareza dos elementos de técnicas utilizadas para o cumprimento de uma determinada tarefa, entretanto, não se constituem como estritamente tarefa matemática. Trata-se mais, no nosso entendimento, de uma demanda de explicação de elementos tecnológico-teóricos relacionados à técnica empregada para resolver certa tarefa. Assim, faremos uso dessas justificativas para descrever o passo a passo da técnica utilizada pela professora e pelos estudantes, mas não contabilizamos questões desse tipo como tarefas.

As 43 tarefas consideradas foram categorizadas em cinco tipos de tarefas, recorrendo para isso, à tipologia de tarefas para a grandeza área apresentada e discutida na seção 2.2 desta dissertação. Desse total, 30,2 % correspondem às tarefas exploradas pela professora na

exposição do conteúdo, e 69,8 % contemplam as tarefas que os alunos foram convidados a realizar. Trazemos esse quantitativo na tabela abaixo.

Tabela 1- Quantitativo de tarefas do tipo T referentes a áreas de figuras planas nas aulas da professora

Tipo de tarefa	Tarefas exploradas pela professora na exposição do conteúdo		Tarefas a serem realizadas pelos estudantes		Total de tarefas	
	Quant	%	Quant	%	Quant	%
T1: Comparar áreas.	01	12,5	07	87,5	08	18,6
T2: Determinar uma área.	10	38,5	16	61,5	26	60,5
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.	01	100,0	-	-	01	2,3
T4: Produzir uma superfície de área dada.	01	14,3	06	85,7	07	16,3
T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.	-	-	01	100,0	01	2,3
TOTAL	13	30,2	30	69,8	43	100,0

Fonte: Dados da pesquisa.

De acordo com a tabela, percebemos a predominância de tarefas do tipo T2: Determinar uma área, tanto na exposição do conteúdo (38,5%) como nos exercícios propostos aos alunos (61,5%). As informações da tabela também revelam a ausência da exploração de tarefas do tipo T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies nas atividades propostas aos estudantes, assim como, a presença de tarefas do tipo T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área, apenas nas atividades em que os estudantes foram convidados a responder.

Com relação aos tipos de tarefas considerados a priori nesse trabalho, não identificamos no estudo conduzido pela professora a presença de tarefas dos tipos: T5: Converter unidades de área; e, T7: Operar com medidas de área.

Do conjunto de tarefas abordado pela professora no estudo do saber área de figuras planas, categorizamos em nove subtipos de tarefas. Essa categorização está descrita na tabela a seguir.

Tabela 2 - Tipos e subtipos de tarefas relativos a áreas de figuras planas presentes na condução do estudo realizado pela professora

Tipo de tarefa (T)	Subtipos de tarefas (St)	Quantidade de tarefas exploradas pela professora na exposição do conteúdo	Quantidade de tarefas a serem realizadas pelos estudantes	Total de tarefas
T1: Comparar áreas.	St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas;	-	06	06
	St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas.	01	01	02
T2: Determinar uma área.	St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada na malha;	03	06	09
	St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado;	02	03	05
	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo;	04	05	09
	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	01	02	03
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.	St ₃₁ - Estudar os efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro.	01	-	01
T4: Produzir uma superfície de área dada.	St ₄₁ - Produzir superfícies de mesma área;	01	04	05
	St ₄₂ - Produzir uma superfície de área maior ou menor que a área de uma figura dada.	-	02	02
T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.		-	01	01
TOTAL		13	30	43

Fonte: Dados da pesquisa

As informações da tabela atestam que os subtipos St₁₁ e St₄₂, passam a aparecer no estudo do saber área a partir das tarefas colocadas para os estudantes responderem, contrariamente ao St₃₁, que surge a partir da exposição realizada pela professora.

Para termos uma visão geral dos subtipos de tarefas trabalhados por encontro, trazemos no quadro a seguir, a distribuição desses obedecendo à ordem com que as tarefas propostas vão aparecendo no decorrer da exposição do saber pela professora, como também nas tarefas a serem realizadas pelos estudantes.

Quadro 7- Distribuição dos tipos e subtipos de tarefas ao longo das aulas da professora

Data e Carga Horária	Aulas do horário escolar	Subtipos de tarefas presentes na exposição do saber conduzida pela professora	Subtipos de tarefas a serem realizadas pelos estudantes
21/09/2018 3h/a	1ª e 2ª aulas	St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado; St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo; St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas; St ₄₁ - Produzir superfícies de mesma área; St ₃₁ - Estudar efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro.	St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas; St ₄₁ - Produzir superfícies de mesma área; St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado.
	5ª aula		St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado; St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas; St ₄₁ - Produzir superfícies de mesma área.
28/09/2018 3h/a	1ª e 2ª aulas		St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas;
	5ª aula		St ₄₁ - Produzir superfícies de mesma área; St ₄₂ - Produzir uma superfície de área maior ou menor que a área de uma figura dada; St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas.
02/10/2018 3h/a	3ª aula		St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas; St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.
	4ª e 5ª aulas	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado; St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo; St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).
09/10/2018 3h/a	3ª aula	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	St ₂₂ -Determinar a área de um quadrado; St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.
	4ª e 5ª aulas	St ₂₃ - Determinar a área de um quadrado.	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados); St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo; St ₂₃ - Determinar a área de um quadrado; T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área; St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada em malha.
12/10/2018 2h/a	1ª e 2ª aulas	St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada em malha; St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas; St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.

Fonte: Dados da pesquisa.

Conforme as informações do quadro, percebemos que o dia de aula em que foi abordado o maior número de subtipos de tarefas na exposição da professora foi o primeiro, no qual foram

trabalhadas as tarefas dos subtipos St_{12} , St_{22} , St_{23} , St_{31} , St_{41} . Após esse dia, percebemos a exploração de tarefas de outros subtipos no 3º dia, onde é explorado o subtipo St_{24} , e no último, no qual o subtipo St_{21} é contemplado.

4.2 Análise das praxeologias didática e matemática estabelecidas no estudo conduzido pela professora

Para modelizar a praxeologia didática estabelecida no estudo realizado pela professora durante a abordagem da área de figuras planas, recorreremos aos momentos didáticos sugeridos por Chevallard (1999). Como já mencionado, esses momentos não ocorrem numa linearidade cronológica, portanto, nossa análise também será norteadada por esse aspecto. Dessa forma, buscaremos descrever a maneira como foi conduzido o conteúdo, identificando e discutindo os momentos didáticos à medida que surgirem na condução das aulas.

Para realizar o estudo de áreas de figuras planas, a professora dedicou cinco encontros com 150 minutos cada, sendo que, do último foram reservados 50 minutos para a aplicação de uma atividade avaliativa referente ao conteúdo trabalhado. Portanto, foram dedicadas 15h/a para o ensino do saber.

O primeiro contato dos estudantes com o conteúdo áreas de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental foi realizado no dia 21 de setembro de 2018 no horário da tarde, especificamente na 1ª, 2ª e 5ª aulas.

A professora inicia a aula provocando uma tempestade de ideias sobre o que os estudantes entendem sobre área. Ao fazer este questionamento a professora está provocando o primeiro contato dos estudantes com o termo área no ano em curso. Nesse primeiro momento surgem várias ideias, das quais umas remetem ao termo área utilizado no senso comum, como, por exemplo: a área de serviço, o campo de futebol, outras, relacionadas a objetos da Matemática, como por exemplo, os polígonos: quadrado, retângulo, triângulo, etc. Embora sejam colocadas várias ideias onde o termo área é utilizado, não ficou clara a finalidade da sondagem inicial, uma vez que não foi explorado nenhum aspecto do que foi colocado pelos estudantes.

Após realizar a tempestade de ideias a professora apresenta duas superfícies: uma retangular e outra quadrada que deverão ser preenchidas por superfícies quadradas menores, tomadas como unidade, e, solicita a dois estudantes a realização da tarefa.

P- Então, é o seguinte: eu trouxe aqui uma folha (apontando para a folha) e, junto a essa folha alguns quadradinhos, certo? E eu quero que os colegas verifiquem pra mim quantos quadradinhos cabem neste espaço aqui (aponta para a região interna da folha). Encaixe aí, por favor!

A(6)- Aqui professora? (apontando para a folha)

P- Isso! Encaixe nesse espaço aí. (TRANSCRIÇÃO, 14 - 20, APÊNDICE A)

Esse episódio configura-se como o primeiro encontro com o tipo de tarefa T2: Determinar uma área, por meio de tarefas pertencentes a dois subtipos, St_{22} e St_{23} . Ao disponibilizar as superfícies unitárias e solicitar aos estudantes que as utilizem para preencher as superfícies inicialmente apresentadas, a professora já dá um indicativo de que a técnica a ser utilizada é o ladrilhamento. Isso se confirma mediante a realização da tarefa, no instante em que os estudantes apresentam o retângulo com cinco colunas, cada coluna com quatro unidades e o quadrado com três colunas, cada qual com três unidades.

Ao tempo que os dois estudantes estão cumprindo a tarefa solicitada pela professora, surgem várias discussões entre os demais estudantes na tentativa de indicar uma técnica possível de cumprir adequadamente a tarefa.

A(7)- Vai dar vinte! Quatro vezes cinco?

A(9)- Vai dar vinte ou vinte e um. Só é medir com a régua.

A(8)- Ô professora, sabe com o que parece? Parece com uma tabela.

P- Tabela?

A(8)- Aqui vai caber nove, e ali vai caber vinte. Deu vinte foi, Aline?

A(9)- Vai ser vinte e dois. (TRANSCRIÇÃO, 33-38, APÊNDICE A).

Percebemos no diálogo acima que os estudantes apresentam algumas possibilidades de técnicas. O aluno A(7) por exemplo, indica a multiplicação da quantidade de colunas pela quantidade de quadradinhos em cada coluna, como uma possibilidade de calcular a área das figuras (quadrado e retângulo). Já o estudante A(9), sugere que seja realizada a medição com o instrumento régua, mas não explicita que comprimentos seriam medidos nem o que fazer com as medidas obtidas para determinar a área procurada.

Ao perceber que os estudantes estavam interessados apenas em obter a quantidade de quadradinhos necessários para recobrir cada figura, isto é, a medida da área, a professora explora a necessidade de tomar uma unidade de medida para realizar a medição. Percebemos claramente em seu discurso (ver transcrição a seguir) que o processo de medição consiste na comparação entre a grandeza e a unidade de medida.

P- Oi? Então vejam! Eu trouxe o quê? Quadradinhos menores e pedi pra Ana encaixar aqui e verificasse quantos caberiam. Então, ao encaixar, ela verificou quantos quadradinhos?

A(7)- Nove.

P- Nove quadradinhos. Então, se a gente fosse pensar nisso aqui como área, eu poderia comparar o espaço maior (aponta para a folha de papel sulfite) com os menorzinhos, né isso? E o menorzinho, seria como isso aqui?

A(7)- Seria três por três

P- Seria o quê? Três por três. E aí eu consideraria isso como área de quanto?

A(s)- De nove.

P- De nove. Como aqui estou utilizando o quadradinho como unidade, então teria nove unidades, não é assim? (TRANSCRIÇÃO, 54-65, APÊNDICE A)

Como percebemos no diálogo anterior, ao questionar como seria a denotação da área, surge a expressão “três por três”, que se trata de uma maneira de referir-se aos comprimentos dos lados adjacentes do quadrado levando em considerações os aspectos geométricos. Como essa expressão não havia sido utilizada pela professora nos momentos iniciais da aula, conjecturamos que ela seja decorrente da relação pessoal do estudante com o saber, seja ela, advinda da vida cotidiana ou produto das discussões tecidas anteriormente em sala de aula.

Essa expressão é valorizada pela professora e seu sentido passa a ser explorado a partir do momento em que ela anuncia como se realiza o cálculo da área. Antes de explorar o cálculo da área, percebemos que a professora procurou formalizar a definição da área para os estudantes, mediante provocações do tipo: “O que é área?”. Várias ideias são colocadas pelos estudantes, tais como: um espaço grande, ela própria, espaço reto, e, logo após essas colocações a professora formaliza a definição da área como sendo o espaço ocupado. O episódio da formalização da definição de área realizado pela professora representa a construção do ambiente-tecnológico para o subtipo de tarefa determinar a área do retângulo, ao considerar que a quantidade de superfícies unitárias que cabem na figura corresponde à medida da área. Isso se verifica na transcrição 123 a 131, Apêndice A, colocada abaixo.

P- Imagine isso aqui! (pega a folha de papel preenchida com as unidades de área) Então, o espaço... quando eu coloco (se referindo à unidade) eu preencho este espaço (se referindo à folha de papel sulfite). Então, neste espaço maior coube alguns menores, então, a área está sendo o espaço que está sendo ocupado.

A (2)- Dentro.

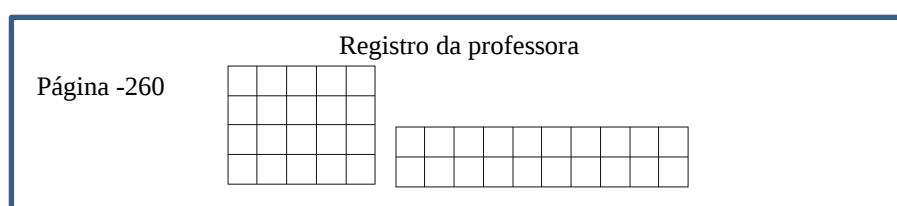
P- Exato, é o espaço ocupado. Então, eu estou comparando o quê? O espaço maior com os menorzinhos. Quantos menorzinhos cabem aqui?

A(s)- Vinte.

P- São vinte. Aqui tem quantos? Vinte unidades. (TRANSCRIÇÃO, 124-132, APÊNDICE A)

A ideia de área enquanto espaço ocupado utilizada pela professora apoia-se na necessidade de tomar uma superfície como unidade de medida e questionar quantas vezes a unidade cabe na superfície a ser medida, ou seja, o cálculo da área fornece a quantidade de unidades necessárias para recobrir a figura.

Continuando a aula, a professora inicia a construção da ideia de perímetro a partir de uma situação gerada no contexto da sala de aula, instigando os alunos a indicar a quantidade de madeira necessária para colocar uma moldura na lousa. Nesse instante começam a emergir alguns entraves quanto às técnicas utilizadas para obter as medidas da área e do perímetro. Assim, a professora modeliza outra situação tomando um exemplo em que é utilizada uma fita para contornar a moldura, e logo em seguida, define o perímetro como sendo a linha¹⁵ que determina a figura. Feito isso, a professora reforça a distinção entre área e perímetro, constrói um novo retângulo com a mesma quantidade de superfícies unitárias que o retângulo entregue na situação inicial, e explora a comparação¹⁶ entre as áreas dos dois retângulos, enfatizando que figuras diferentes podem ter mesma área, conforme podemos observar no trecho a seguir.



P- Minha gente, por favor! Veja o seguinte aqui, psiu! Uma observação: nesta primeira imagem da construção aqui (pega a folha de papel ladrilhada com quadradinhos) vocês disseram que tem vinte quadradinhos, quatro por cinco, não foi assim? Agora vejam o seguinte: eu peguei agora, construí, desenhei uma forma que apresenta aqui (se referindo à largura) dois quadradinhos e dez.

A(7) - Tem vinte.

P- Dá um total de quanto?

A(s)- Vinte.

P- É o mesmo que eu pegasse esse maiorzinho e também desse vinte quadradinhos.

A(7)- O de cá é maior que o de lá, é menor

Ação: *Várias conversas ao mesmo tempo*

P- Aí vejam, esses dois tem a mesma o quê?

A(7) - Quantidade de quadradinhos

P- E essa quantidade de quadradinho está representando quem? Tá representando o quê? A gente está falando de quê?

A(s)- O comprimento, ... centímetro ... área.

P – A gente está falando de área. Então esse quadradinho aqui é uma unidade de área. E aqui nós tínhamos que, nesse primeiro espaço, eu tinha vinte unidades de área, não é isso? Aqui eu tenho quanto (apontando para o retângulo de dimensões dois por dez)

A(s)- Vinte.

P- Vinte. A quantidade mudou?

A(s)- Não!

A(7)- Só o tamanho!

A(8)- Só a largura e o comprimento.

P- Ou seja, mudou a forma da figura, mas a área é a mesma. Psiu!

A(9)- Professora!

¹⁵ Do ponto de vista das grandezas, percebemos que há um equívoco na definição de perímetro utilizada pela professora. A linha colocada por ela trata-se do objeto geométrico associado à grandeza, enquanto que o perímetro é o comprimento dessa linha.

¹⁶ Nesse episódio computamos a presença de duas tarefas, a primeira como sendo uma tarefa do tipo T4: Construir uma figura de mesma área que uma figura dada, e a segunda, como sendo uma tarefa do tipo T1: Comparar áreas.

P- Ou seja, será que imagens... é... espaços com formas diferentes não podem ter a mesma área? (TRANSCRIÇÃO, 300-328, APÊNDICE A)

Embora a professora tenha buscado construir a diferença entre a área e a figura, percebemos que o termo “ter a mesma forma” utilizado por ela não remonta à família à qual a figura pertence. Inferimos isso, diante da situação em que foi colocada para comparar dois retângulos com dimensões diferentes e a professora afirma que eles têm formas diferentes. Esse fato reforça a necessidade do estabelecimento da distinção entre a grandeza e o objeto geométrico associado à grandeza, tal como sugere Douady e Perrin-Glorian (1989).

Continuando a aula, a professora solicita a leitura da página 260 do livro didático¹⁷, cujo destaque é o argumento da técnica utilizada para calcular a área do retângulo. Surge então, a necessidade de explicitar o porquê do uso da unidade ao quadrado quando está determinando a área de uma figura, sobretudo, em dar ênfase à transição do cálculo da área de retângulos e quadrados através da aditividade das áreas das superfícies unitárias para o cálculo a partir do produto das dimensões dessas figuras. Assim, a professora aponta novos elementos tecnológico-teóricos decorrentes da propriedade produto de potência de mesma base para explicar o porquê do expoente dois na unidade de área.

P-Só que aqui a gente tem um detalhe: a questão de potência. Nós temos aqui, vamos lá, aqui tem um e aqui tem um (referindo-se ao expoente do cm). É uma coisa que vocês vão ver um pouquinho depois. Mas vejam, quando a gente tem um daqui e um daqui (referindo-se ao expoente do cm), se são duas potências na multiplicação, eu posso somar os expoentes. Então um daqui com mais um daqui dá o quê?

A(7)- Dois.

P- E aí, quando a gente passa a trabalhar com área, a unidade de área vai ser dada em... no expoente dois, ao quadrado. (TRANSCRIÇÃO, 374-382, APÊNDICE A)

¹⁷ Extrato da página 260 do livro didático utilizado em aula

2

Área do retângulo e área do quadrado

Área do retângulo

Considere um retângulo com 4 cm de medida da base e 3 cm de medida da altura.

Vamos considerar como unidade de medida um quadrado de 1 cm de lado, cuja medida da superfície corresponde a 1 cm². Veja na figura ao lado que esse quadrado “cabe” exatamente 12 vezes no retângulo.

Assim, verificamos que o retângulo tem 12 cm² de área.

A medida dessa superfície também pode ser obtida assim:

$$\text{Área} = (4 \cdot 3) \text{ cm}^2$$

$$\text{Área} = 12 \text{ cm}^2$$

Ao realizar isso, ela reforça mais uma vez, a distinção entre a técnica para o cálculo da medida do perímetro e da área, assim como, a identificação da grandeza mediante o uso da unidade de medida, isto é, quando a unidade está ao quadrado trata-se de área e quando o expoente é um trata-se de comprimento (no caso específico, de perímetro).

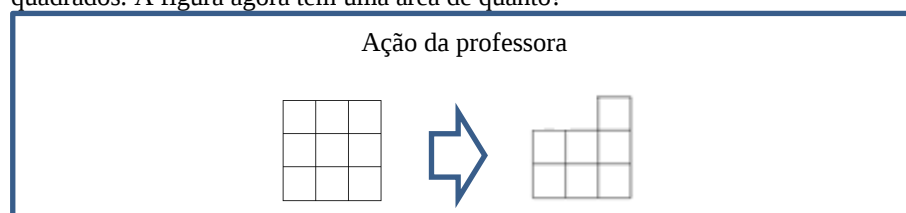
Na tentativa de diminuir as dificuldades quanto à dissociação entre área e perímetro, em diversos momentos a professora reforça a diferença entre os objetos geométricos aos quais o perímetro e a área se referem – o contorno de uma figura e a região, respectivamente –, no entanto, em sua declaração não se diferenciam o objeto geométrico e a grandeza associada a ele.

P- Então, minha gente, vejam o seguinte: cuidado para não confundir as coisas! A volta que determina a figura a gente chama de perímetro. A área é a parte interior, é o espaço que eu tenho dentro é que é a área. (TRANSCRIÇÃO, 530-532, APÊNDICE A)

P- Olhe! Nós vimos o seguinte... minha gente, prestem atenção aqui por favor! Quando nós falamos em área, pra não ficar tudo confuso. A área é a parte interior, é o plano, não é isso? O interior. Quando eu falo em perímetro, eu estou falando de quê? Apenas da borda pra não confundir. (TRANSCRIÇÃO, 540-543, APÊNDICE A).

Ao dar ênfase à unidade de medida utilizada tanto para medir o perímetro quanto para medir a área, a professora trabalha as modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro. Para isso, ela toma uma superfície quadrada ladrilhada em nove quadradinhos e determina a medida do perímetro e a medida da área respectivamente. Em seguida, retira dois quadradinhos da figura, obtendo assim, uma nova figura cuja área é menor que a área da primeira e cujo perímetro é mantido, embora no momento dessa exploração a professora não tenha percebido esse aspecto.

P- A área é nove, porque tem nove quadradinhos. Se eu retirar isso daqui (faz a retirada de dois quadradinhos). Retirei. Eu vou adotar como unidade de área ainda os quadrados. A figura agora tem uma área de quanto?



A(9)- Tem a mesma área.

A(7)- Tem uma área de dez. Dez, doze menos dois, dez.

A(9)- Tem o mesmo tanto, só que retirou dois.

P- Antes eu tinha uma área de nove, eu tinha nove quadradinhos. Agora eu tenho uma área de quanto?

A(s)- Sete.

P- De sete porque agora eu retirei. Eu quero saber a que eu tenho hoje. Eu tenho sete quadradinhos. A área né sete? O perímetro agora seria quanto?

A(9)- Dez, dez.

Pausa: a professora precisou atender uma mãe que estava à porta.

P- Então, continuando, minha gente! Voltando aqui. Agora eu tenho uma área de:

A(9)- Sete.

P- Sete. E o perímetro dessa figura seria quanto?

A(s)- Oito, dez...

A(8)- Doze tirando dois, dez.

P- Dez? O perímetro não é o que eu retirei, o perímetro não é a lateral da figura? Olha! Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, ... treze. (contou duas vezes o mesmo segmento). (TRANSCRIÇÃO, 599-620, APÊNDICE A)

No diálogo acima percebemos que durante a exploração dessa tarefa, os estudantes A(7), A(8) e A(9) apresentam dificuldades na dissociação entre área e perímetro. Esse fato é destacado em diversas pesquisas anteriores, a exemplo de Douady e Perrin-Glorian (1989), Baltar (1996), Chiummo (1998), Ferreira (2010), entre outras. Ferreira (2010), por exemplo, verificou que os estudantes apresentaram melhores índices de acertos diante de tarefas relativas à comparação de áreas do que nas tarefas de comparação de perímetros, o que segundo a autora, reforça a necessidade do trabalho da dissociação entre área e perímetro e das propriedades das figuras geométricas. Já Chiummo (1998) verificou diante das respostas dos estudantes ao pré-teste que 60% atribuíram o valor do perímetro para área. Do ponto de vista das grandezas, a exploração desses aspectos no tratamento da área e do perímetro contribui para perceber que essas grandezas não variam necessariamente no mesmo sentido, isto é, há casos em que ao diminuir a área de uma figura o seu perímetro aumenta, diminui, ou mantém-se e vice-versa. Nessa direção, Chiummo (1998, p.43) coloca que “os alunos que utilizaram o ladrilhamento adequadamente souberam explicar o porquê: dobrando-se o perímetro não se dobra a área”.

Diante da exposição do saber área realizada pela professora, modelamos a praxeologia pontual na condução desse estudo da seguinte maneira:

Quadro 8 - Organização das praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas explorados na exposição do conteúdo pela professora

Tipo de tarefa (T)	Subtipo de tarefa (St)	Técnica (τ)	Elemento tecnológico-teórico (θ - Θ)
T1: Comparar áreas.	St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas.	τ_{12} - Ladrilhar as figuras utilizando a mesma superfície unitária. Determinar a medida da área de cada figura mediante a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir cada figura. Ordenar no sentido crescente as medidas de área obtidas.	$(\theta$ - $\Theta)_{12}$ - Ao ladrilhar figuras utilizando mesma superfície unitária, aquelas que apresentam mesma quantidade de superfície unitária tem mesma área, aquela que apresentar quantidade de superfícies unitárias maior tem maior área.
T2: Determinar uma área.	St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado.	τ_{221} - Ladrilhar a superfície com superfícies unitárias quadradas; realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura.	$(\theta$ - $\Theta)_{221}$ - A medida da área do quadrado é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A área está associada à ideia de pavimentação.
	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	τ_{231} - Tomar os comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura) e multiplicá-los.	$(\theta$ - $\Theta)_{231}$ - A área de um retângulo corresponde ao produto dos comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura). Essa justificativa está apoiada no produto do número de linhas pela quantidade de superfícies unitárias contidas em cada linha, isto é, no significado da multiplicação enquanto configuração retangular.
		τ_{232} - Ladrilhar a superfície com superfícies unitárias. Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura.	$(\theta$ - $\Theta)_{232}$ - A medida da área do retângulo é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A área está associada à ideia de pavimentação.
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.	St ₃₁ - Estudar os efeitos de modificações das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro.	St ₃₁ - Tomar uma figura ladrilhada em superfícies unitárias. Retirar algumas das superfícies unitárias e estudar as variações da área e do perímetro.	$(\theta$ - $\Theta)_{31}$ - Ao diminuir a área de uma figura dada, o perímetro pode manter-se, diminuir ou ficar maior que o da figura dada, graças às transformações e/ou deformações geométricas às quais a figura é submetida.
T4: Produzir uma superfície de área dada.	St ₄₁ - Produzir superfícies de mesma área.	τ_{41} - Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias da figura dada. Construir uma nova figura com a mesma quantidade de superfícies unitárias que a figura dada.	$(\theta$ - $\Theta)_{41}$ - Ao escolher uma superfície unitária, figuras que apresentam a mesma quantidade de superfícies unitárias em seu interior têm a mesma área.

Fonte: Dados da pesquisa.

Especificamente na 3ª aula sobre áreas de figuras planas, realizada ainda no dia 21/09/2018, acontece a exploração de três tipos de tarefas: T2: Determinar uma área, T1: Comparar áreas e T4: Produzir uma superfície de área dada. Essa exploração é dada mediante a resolução das tarefas proposta em uma lista de exercícios realizada pela professora em conjunto com os estudantes. A primeira tarefa explorada pela professora consistia em determinar a área de um quadrado já ladrilhado. Para o cumprimento dessa tarefa a professora anuncia a contagem de superfícies unitárias enquanto técnica, entretanto, afirma que para aplicar a contagem de superfícies unitárias, antes é necessário aplicar a técnica do ladrilhamento, exceto, nas figuras que já se encontram ladrilhadas.

P- Psiu! Prestem atenção no seguinte: essa questão número quatro, a do quadradinho... presta atenção!

A(9)- Oh professora, olha aqui! (se dirigindo à professora para mostrar a resolução).

P- É a questão cinco? Essa questão, ela é construída... psiu! Ela apresenta uns quadradinhos também, não é isso? E... e, lá no enunciado, diz o quê? Observe o quadrado Q e responda. O quadrado Q é o quadrado maior, não é isso¹⁸?

A(9)- Que quadrado maior?

P- Q é essa figura aqui (apontando para a imagem na atividade proposta). Essa figura aqui é o Q. Olhe aqui! O quadrado Q é o grandão. Se o quadrado Q é esse, usando o quadradinho A, cadê o quadradinho A?

A(7)- O primeiro.

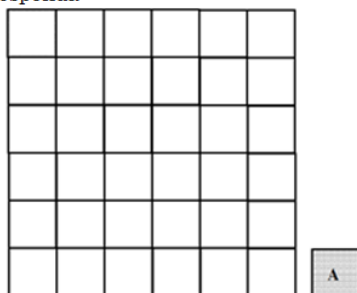
P- Esse pequenininho aqui. Então esse quadradinho A, ele é... a unidade de medida. Se esse quadrado A é a unidade de medida, qual é a medida da área do quadrado Q? Ou seja, esse quadradinho A, se ele é a unidade de medida, se eu o considero como unidade de medida, então quantos dele compõem a figura (se referindo ao quadrado Q). Não é assim que a gente viu? Foi o exemplo que a gente fez ali. Quando eu mostrei pra vocês aquela folha de papel e comecei a cobri-la... (TRANSCRIÇÃO, 648-663, APÊNDICE A).

Embora a professora comece pela tarefa do subtipo determinar a área de um quadrado, ela acaba não concluindo a resolução, apontando apenas uma possível técnica a ser utilizada.

¹⁸ Tarefa explorada pela professora

Questão 5:

Observe o quadrado Q e responda:



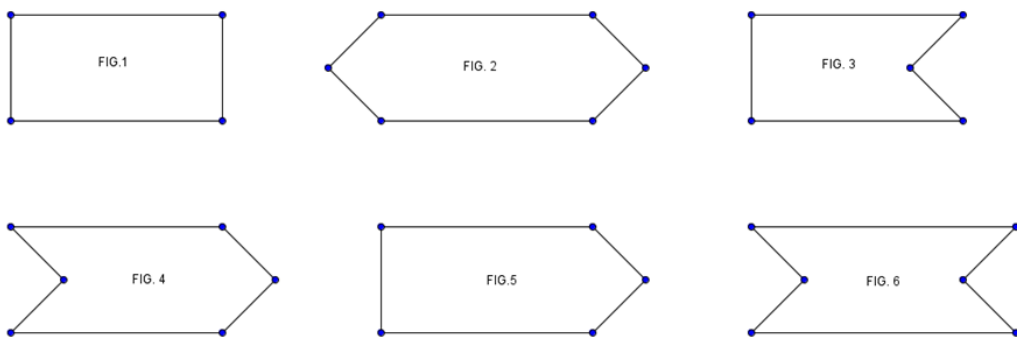
Quadrado Q

Utilizando o quadradinho A como unidade de medida, qual a medida da área do quadrado Q?

Feito isso, retoma o trabalho com as tarefas na ordem estabelecida na ficha de exercícios, explorando assim, o tipo de tarefa T1: Comparar Áreas. A figura a seguir, apresenta a tarefa explorada.

Figura 10 - Tarefa de comparação de áreas abordada em sala de aula pela professora

Questão 1:
Observe as figuras abaixo e em seguida responda as questões solicitadas.

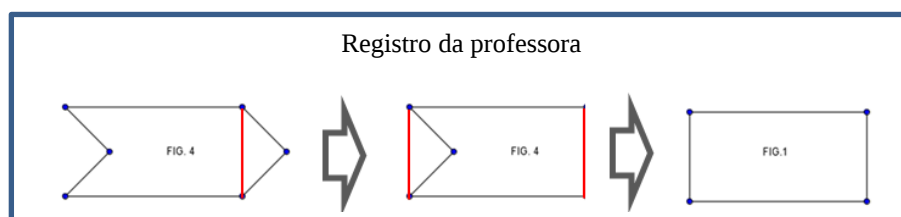


a) Nesse conjunto há figuras que possuem a mesma área? Se sua resposta for sim, quais são? Como você chegou a essa conclusão? Explique.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Como podemos ver na figura acima, a tarefa de comparação de áreas explorada pela professora não fazia uso de unidades de medida, consistia em verificar num conjunto de seis figuras, quais apresentavam a mesma área. Para o cumprimento dessa tarefa a professora explorou a técnica da equidecomposição, que era desconhecida pelos estudantes. Esse episódio pode ser evidenciado a partir da transcrição 757 a 768, do Apêndice A, conforme o exposto abaixo:

P- Psiu! Então vejam! Xiii! Então vejam o seguinte: a imagem da figura dois e da figura seis, a figura seis apresenta um espaço se nós formos comparar, um pouco menor minha gente. Se vocês observassem a um e a quatro, não é? Então vocês tinham o seguinte: essa parte daqui, se eu retiro essa parte daqui e encaixo ela aqui (ver registro da professora) o que é que eu vou ter?



A(s)- Um retângulo.

P- Um retângulo e outro retângulo, não é isso?

A(s)- É.

P- Será que eles teriam a mesma área?

A(s)- Sim.

P - Eu observando um e outro, não é isso? Nesse caso, teria.

Ao decompor o hexágono em um pentágono e um triângulo, e, com essas figuras compor um retângulo, a professora questiona se é possível o retângulo composto apresentar a mesma área que o retângulo da figura 1. Nesse momento, percebemos que os estudantes confirmam a possibilidade sem ao menos verificar a veracidade, o que também é dado como suficiente pela professora para dizer que as figuras apresentam a mesma área. Entendemos que esse momento seria uma rica oportunidade de explorar a superposição como técnica útil para fazer essa comprovação, fortalecendo assim o discurso tecnológico-teórico, ao qual, figuras superpostas sem perda ou sobreposição de partes têm mesma área.

Os elementos tecnológico-teóricos utilizados pela professora para justificar que a figura 1 e a figura 4 possuem a mesma área é baseada na seguinte proposição: a decomposição e recomposição sem perda ou sobreposição mantém a área. Sublinhamos que essa invariância da área por decomposição e recomposição sem perda nem sobreposição é um aspecto importante da atribuição de sentido à área como grandeza conforme propõe Douady e Perrin-Glorian (1989). Podemos ver esses indícios nas transcrições 879 a 896, do Apêndice A.

P- Você está observando as figuras, quais delas teriam a mesma área? Se vocês observassem, tem umas pontudas; outras, faltando uma parte, não é isso? E o que eu tinha dito a vocês foi o seguinte: se nós partíssemos a primeira figura... essa que é a figura, não é isso? Um retângulo. Se a primeira figura é um retângulo, existe outra assim (mostra a figura 3), existe outra assim (mostra a figura 4), não tem? O que eu queria era o seguinte: se eu tenho uma figura dessa forma, ela está faltando uma parte (mostrando a figura três). Então se eu for comparar com o outro retângulo, essa está faltando uma parte, então não tá igual à outra, não é assim? Mas, se essa daqui (mostrando a figura 4) tem uma parte aqui ô, e se eu tirar essa parte aqui e encaixar aqui, eu alterei a quantidade de papel pra fazer essa figura? Eu aumentei ou diminuí? Eu só movi a parte, não foi isso?

A(s)- Foi.

P- Então eu não alterei a área dessa figura. Eu só movi a parte, não alterei a área não. Então quando eu fiz isso, essa figura tá a mesma coisa que a um?

A(12)- Sim.

P- Que o retângulo? Então eu posso considerar que essas duas têm a mesma área? Posso.

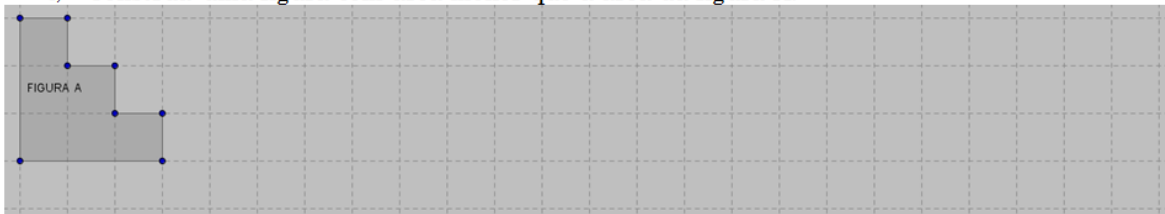
Continuando a aula, a professora trabalhou o tipo de tarefa T4: Produzir uma superfície de área dada mediante uma tarefa proposta no primeiro item da 2ª questão da lista de exercícios. Como podemos ver na figura 11 a seguir, a tarefa solicitava a construção de figuras diferentes, mas com mesma área.

Figura 11- Tarefas de produção de figuras a partir de uma figura dada abordadas em sala de aula pela professora

Questão 2:

Utilize a malha quadriculada considerando cada quadradinho como uma unidade de área para realizar o que se pede:

- Construa duas figuras diferentes que possuam área igual a da figura A.
- Construa uma figura com área maior que a área da figura A.
- Construa uma figura com área menor que a área da figura A.



Fonte: Dados da pesquisa

Para o cumprimento dessa tarefa, a técnica elaborada foi a contagem da quantidade de unidades seguida da construção da figura, conforme podemos perceber na transcrição 908 a 918 do Apêndice A, colocada abaixo.

P- A questão dois: utilizando a malha quadriculada, considerando cada quadradinho como uma unidade de área, vocês iam fazer o seguinte: realizar o que se pede. Letra a: construa duas figuras diferentes, mas que possuam área igual à da figura A. Como é que vocês poderiam ter pensado isso daí? Se vocês observassem a área dela, não é formada a partir de quadradinhos? Então eu pergunto a vocês: a figura A tem quanto de área?

A(s)- Seis.

P- Tem seis unidades de área, que são seis quadradinhos. Então o que era que vocês iriam fazer? Construir outras figuras que também tivessem quantos quadradinhos?

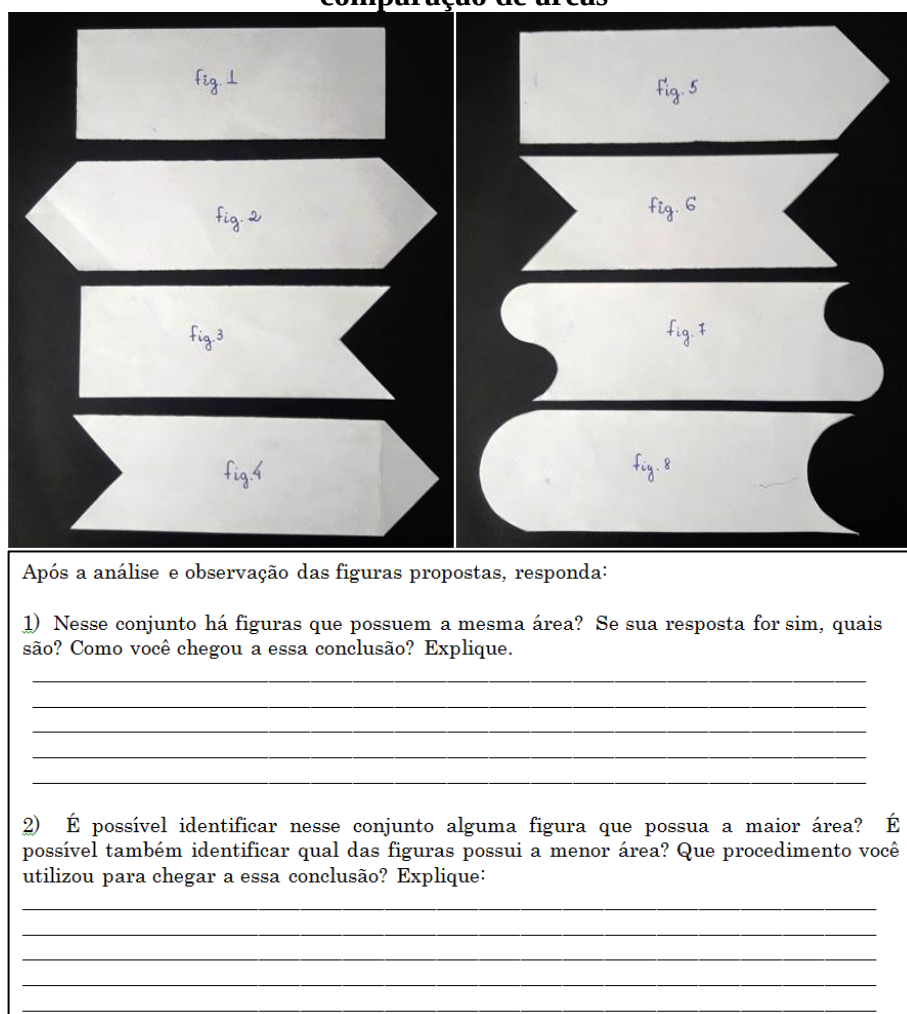
A(s)- Seis

P- Agora que tivessem formas diferentes.

Embora seja anunciada a técnica necessária para o cumprimento desta tarefa, a professora não chega a realizá-la devido ao término da aula.

A aula do dia 28 de setembro de 2018 iniciou com uma tarefa envolvendo comparação de áreas. Para isso, a professora dividiu a classe em equipes constituídas de quatro integrantes, distribuiu a cada grupo um envelope com oito figuras confeccionadas em papel acompanhado dos materiais: folha de papel em branco, tesoura e régua. Em seguida, distribuiu a cada estudante uma ficha com os comandos a serem levados em consideração para a realização das tarefas propostas. Na figura 8, colocada abaixo, trazemos as figuras utilizadas e os respectivos comandos a serem cumpridos.

Figura 12- Figuras confeccionadas em papel para o tratamento de tarefas de comparação de áreas



Fonte: Dados da Pesquisa.

Embora a professora tenha disponibilizado alguns materiais como: folha de papel em branco, tesoura e régua, os quais possibilitariam a escolha de outras técnicas para o cumprimento da tarefa, percebemos que poucos estudantes fizeram uso do corte e colagem enquanto técnica, havendo predominância na técnica da sobreposição seguida da compensação das partes não sobrepostas. Como essa tarefa foi desenvolvida em grupo, não foi possível captar o diálogo entre os componentes de cada grupo, de maneira a identificar as razões pelas quais eles elegeram a tal técnica. Também, não foi possível captar o diálogo entre a professora e os integrantes de cada grupo à medida que ela circulava entre eles, de modo que fosse possível descrever as atitudes de cada estudante diante da orientação da professora.

Ressaltamos que ao propor esta questão durante o ensino de áreas, a professora se aproxima das recomendações feitas por pesquisas anteriores quanto ao uso de tarefas que demandam o uso da sobreposição e da decomposição e recomposição de figuras. Nessa direção,

Facco (2003, p.59) defende que nesse tipo de técnica “o aluno faz uso de uma figura de partida, e, por meio da sobreposição e composição de partes dessa figura, forma uma terceira figura. Ao compor a terceira figura, o aluno identifica a igualdade ou não das áreas das figuras anteriores”.

Na última aula do dia 28/09/2018, a professora retoma a correção das tarefas propostas na lista de exercícios a partir da tarefa do subtipo St₄₁- Produzir superfícies de mesma área, que não foi concluída na aula do dia 21/09/2018. Ao explorar a tarefa, a professora recorre à técnica de contagem de unidades seguida da construção de uma nova figura com a mesma quantidade de unidades que a figura dada. Em seu discurso percebemos apenas indícios dos elementos tecnológico-teóricos utilizados para justificar o porquê do uso da técnica associados à equivalência de figuras, dessa forma, inferimos que ele esteja sustentado no argumento: ao escolher uma unidade de medida, superfícies que apresentarem a mesma quantidade de superfícies unitárias possuem a mesma área. Analisando a transcrição 1015 a 1025 do Apêndice A, percebemos esses indícios:

P- Como a questão¹⁹ “a” pede que sejam construídas mais duas figuras com formato diferente, mas que apresentem mesma área, então, nós vimos que as figuras não necessariamente têm que ter o mesmo formato: podem ser diferentes, mas podem ter a mesma área, não é assim? Então o que foi que João fez aqui? Ele contou aqui (apontando para a figura A), o formato foi diferente do primeiro? Sim. Mas o total de quantos quadradinhos?

A(s)- Seis.

P- Um, dois, três, quatro, cinco, seis. A área dessa figura é quanto?

A(s)- Seis.

P- Seis quadradinhos como unidade de área, não é isso? Então, certo. (Validando a resposta do aluno).

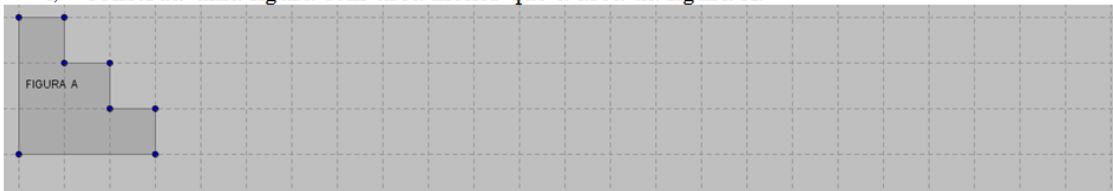
Continuando a aula, a professora avança na exploração de tarefas do subtipo St₄₂ - Produzir uma superfície de área maior ou menor que a área de uma figura dada. Para cumprir as tarefas desse subtipo, a professora recorre à contagem de unidades seguida da construção de

¹⁹ Questão retomada na aula.

Questão 2:

Utilize a malha quadriculada considerando cada quadradinho como uma unidade de área para realizar o que se pede:

- Construa duas figuras diferentes que possuam área igual a da figura A.
- Construa uma figura com área maior que a área da figura A.
- Construa uma figura com área menor que a área da figura A.



uma nova superfície com uma quantidade de unidades maior ou menor que a da figura dada. Dessa vez os elementos tecnológico-teóricos utilizados para justificar a técnica utilizada, estão associados à relação de ordem dos números reais positivos, como podemos ver na transcrição 1034 a 1060, do Apêndice A.

P- Questão “b” construa uma figura com área maior que a área da figura A. Psiu! Prestem atenção ao seguinte detalhe: nós sabemos que os quadradinhos, eles têm o quê? A medida dos lados iguais. Quando eu fiz aqui à mão livre, eles não estão iguaizinhos, mas lembrem que o quadrado tem que ser todos os lados do mesmo tamanho, não é assim? Então vejam, a letra “b” pede que desenhe uma figura com a área maior que essa da letra “a”. Então, pra ter uma área maior vocês iam desenhar quantos quadradinhos?

A(7)- Nove.

P- Nove quadradinhos? O que mais?

A(s)- Dez, doze...

P- Ou seja, teria que ter um número acima de quanto?

A(s)- Seis.

P- Então todos que apresentam acima de seis tem uma área maior que a área da figura A. Quem queria responder a letra “b”?

A(s)- Eu.

P – Venha um!

Ação: Um estudante vai ao quadro e desenha um quadrado com nove quadradinhos de área.

P- Então, vejam aqui! Gabriel desenhou outra figura e tinha quanto aí?

A(s)- Nove.

P- Nove quadradinhos. Quem respondeu com sete, com oito, com nove quadradinhos, não é isso? Área oito, área nove, área sete, está acima de A? Acima do número de A? Está. Então, está correto, certo? A letra “c” pede o seguinte: construa uma figura com área menor que A. Então a figura A, se tem seis, todos com número menor que quanto? Seis, estão corretos. Por exemplo:

A(7)- Cinco.

P- Quatro, cinco, três, dois, um quadradinho, será a resposta ok?

No diálogo acima percebemos que a ênfase que a professora havia dado anteriormente no fato de que o número não é suficiente para caracterizar a área não é reforçada. A malha quadriculada induz certa unidade, o que leva a professora a se concentrar no aspecto numérico. Essa escolha didática feita implicitamente pela professora pode reforçar concepções numéricas como destacam Douady e Perrin-Glorian (1989).

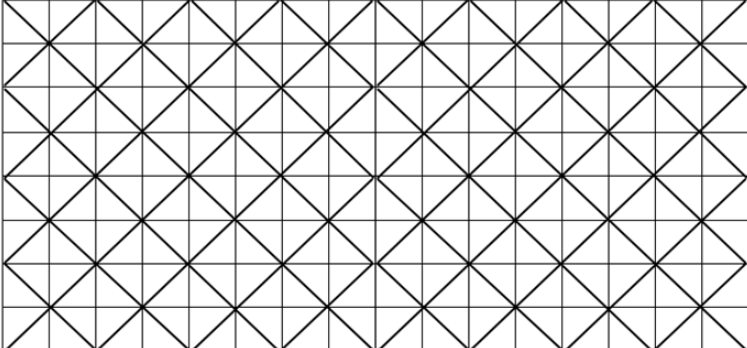
Continuando a correção das questões propostas na 1ª lista de exercícios, a professora explora outras três tarefas do tipo produzir uma superfície de área dada, conforme podemos ver na figura a seguir. Nessas tarefas destacamos a aproximação das escolhas didáticas da professora ao que vêm apontando as pesquisas quanto ao uso não exclusivo de superfícies unitárias quadradas, o que a nosso ver, consiste em um aspecto importante a ser explorado no ensino da grandeza área.

Figura 13- Tarefa de produção de superfícies explorada na atividade proposta pela professora

Questão 3

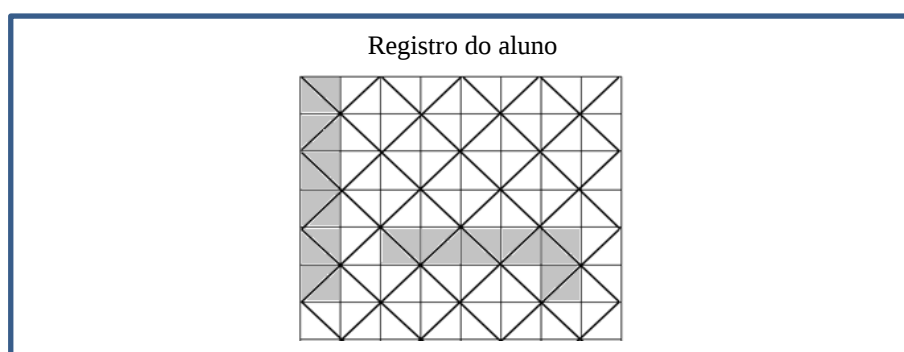
Na malha triangular abaixo, considere cada triângulo como uma unidade de área, e construa figuras obedecendo aos critérios de cada item.

- Figuras diferentes com mesma área;
- Figuras iguais com áreas diferentes;
- Figuras com áreas iguais e perímetros diferentes;
- Figuras com áreas diferentes e perímetros iguais.



Fonte: Dados da Pesquisa.

Embora a tarefa proposta no item “a” apresente natureza similar à primeira tarefa explorada na questão anterior, do ponto de vista da técnica, são distintas. Nesse último caso, por exemplo, é necessário o estudante construir uma superfície, em seguida realizar a contagem da quantidade de unidades necessárias para recobri-la, e, finalmente, construir uma nova figura com a mesma quantidade de unidades que a figura inicial. Essa ação pode ser constatada na transcrição descrita a seguir.



P- Prestem atenção! A questão três, a letra “a” que Mateus respondeu, ele considerou cada quadradinho... cada triângulo, melhor dizendo, como unidade de área. E aí, nós temos o seguinte, contando, temos oh, um, dois, três quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze...

A(s)- doze.

P- Se eu tenho doze unidades, a área dessa figura seria quanto?

A (9)- Doze

P- Doze não é isso, triângulos como unidades de área. Doze unidades de área. A mesma área ... foi construída, mas com formato diferente, não é isso?

(TRANSCRIÇÃO, 1078-1087, APÊNDICE A)

A tarefa descrita no item “b” convida o estudante a construir figuras iguais com áreas diferentes. Chamamos atenção para as possíveis interpretações colocadas para os termos “figuras iguais” nessa tarefa. Podemos interpretar como sendo figuras que pertencem a uma mesma família (triângulos, paralelogramos, trapézios, etc.) ou ainda como figuras semelhantes. Entretanto, não foi possível inferir à qual a professora se refere ao resolver a tarefa, como podemos perceber mediante a transcrição 1104 a 1118 do apêndice A.

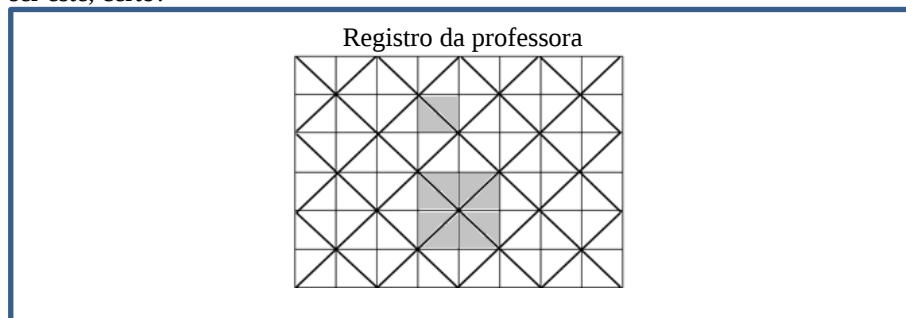
P- Então, se eu considerasse aqui oh! (Constrói no quadro o quadrado menor, conforme o registro). Eu tenho aqui a construção de um quadradinho com dois triângulos, então, duas unidades de área, não é isso?

Ação: *Pausa*

P- E agora minha gente, que formato é essa figura aqui? (Aponta para o quadrado menor).

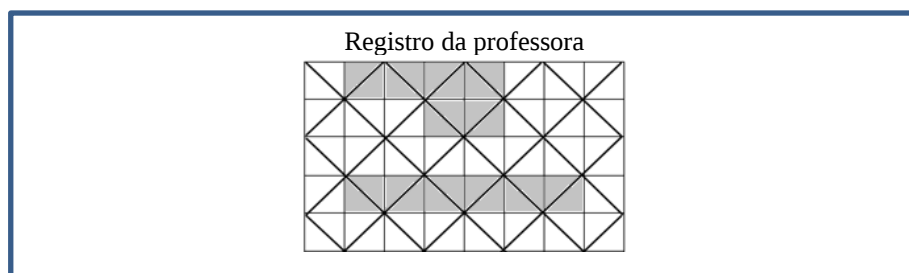
A(9) – Um quadrado.

P- Eu preciso construir outro quadrado, que tenha o mesmo formato, mas com áreas diferentes. Se esse é composto por dois triângulos, o outro tem que ser construído por mais, não é isso? Então, eu posso formar aqui... (desenha o quadrado maior no quadro conforme registro) também um quadrado composto por quantos triangulozinhos? Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Tem o mesmo formato, só que as áreas são diferentes. Mas vocês podem responder usando outros formatos sem necessariamente ser este, certo?



A terceira tarefa proposta na mesma questão solicitava a construção de figuras com mesma área, mas com perímetros diferentes. Compreendemos que tarefas desse tipo favorecem a percepção de que área e perímetro não variam necessariamente no mesmo sentido, isto é, ao aumentar a área de uma figura, seu perímetro pode diminuir e vice e versa, ou ainda, como nesse caso particular, figuras de mesma área podem apresentar perímetros diferentes. Contudo, percebemos que esse aspecto foi apenas esboçado pela professora.

P- O comprimento da linha que determina a figura é o perímetro. Então vejam o seguinte: se vocês comparassem a figura A (referindo-se ao retângulo construído pelo estudante Mateus no item “a”) e essa outra figura (constrói um hexágono conforme o registro abaixo”) ambas têm a mesma área. Ambas não têm a mesma área?



A(s) - Sim. Tem.

P- Doze triângulos e doze triângulos (apontando para as figuras). Será que o perímetro é o mesmo?

A(s)- Não, não.

P- Se eu pegar isso daqui (aponta para o lado do quadrado menor) nós vamos contar até o final. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, quatorze (contagem de unidades de comprimento do retângulo). O perímetro daqui (referindo-se ao retângulo) corresponde a quanto?

A(s)- Quatorze.

P- Então, se eu for comparar com essa outra figura que tem a mesma área. Será que tem o mesmo perímetro?

A(s)- Não.

P- Vamos lá verificar! Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze. Ou seja, essas duas figuras apresentam a mesma área, mas apresentam perímetros diferentes. (TRANSCRIÇÃO, 1128-1148, APÊNDICE A)

Dando prosseguimento à aula, a professora inicia a leitura da quarta questão, mas é impossibilitada de trabalhar a sua resolução devido ao término da aula.

Na 7ª aula, a professora decide retomar a atividade da aula anterior, mais especificamente a questão quatro que contém uma tarefa do subtipo St₁₂- Comparar áreas utilizando unidades de medidas.

Figura 14 - Extrato da lista de exercício proposta pela professora referente a tarefas do tipo T1: Comparar áreas

Questão 4

Júlia reproduziu em duas folhas quadriculadas diferentes uma mesma figura, conforme a ilustração abaixo.

Figura 1

Figura 2

As figuras 1 e 2 têm a mesma área?

Fonte: Dados da Pesquisa.

Para cumprir essa tarefa a professora recorre à transformação de unidades – uma técnica numérica – para argumentar a equivalência das áreas. Destacamos que a exploração dessa tarefa seria uma excelente oportunidade de colocar em evidência os aspectos geométricos por meio

da congruência de figuras. Um aspecto importante explorado pela professora, que a nosso ver, corresponde ao momento da institucionalização ocorre após a realização da tarefa ao expor a justificativa de o porquê da resposta.

P- Concluindo... a questão quatro, se vocês observassem a área como nós falamos. Área não é o espaço preenchido, o espaço ocupado no plano. Se compararmos as duas elas têm a mesma área?

A(s)- Têm

P- Tem. Então, o que vocês estão observando aqui dentro é o quê? Que na primeira, a quantidade de quadradinhos é maior do que na segunda; mas, se nós observarmos cada unidade de área da figura dois, cada quadradinho representa o quê? O dobro do outro. (TRANSCRIÇÃO, 1264-1271, APÊNDICE A).

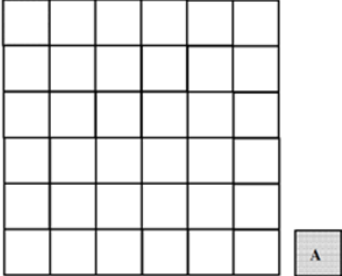
Cabe colocar que na fala da professora percebemos uma confusão quanto às razões entre comprimentos e entre áreas, isto é, o comprimento do lado do quadradinho da malha da figura 2 é o dobro do comprimento do lado da malha da figura 1, mas a área da unidade da figura 2 é o quádruplo da unidade de área da figura 1.

Continuando a aula, a professora começa a explorar o tipo de tarefa determinar uma área, mediante tarefas dos subtipos: St₂₂ - Determinar a área de um quadrado e St₂₃- Determinar a área de um retângulo, respectivamente. Essas tarefas são colocadas na 4ª e 5ª questões da lista de exercícios propostas aos estudantes.

Figura 15- Extrato da lista de exercício proposta pela professora referente a tarefas do tipo T2: Determinar uma área

Questão 5:

Observe o quadrado Q e responda:

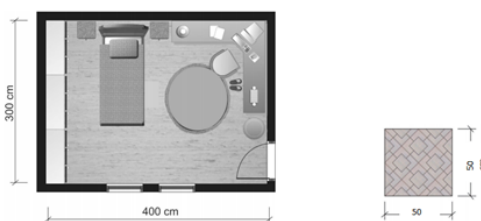


Quadrado Q

Utilizando o quadradinho A como unidade de medida, qual a medida da área do quadrado Q?

Questão 6

O quarto de Joaquim é revestido de madeira. No entanto, o piso está com um pouco de umidade e, por isso, ele pretende removê-lo. As figuras abaixo representam a planta do quarto de Joaquim com as medidas internas do mesmo e o modelo da cerâmica escolhida por ele.



Desconsiderando o espaço destinado ao rejuntamento entre as peças, quantas cerâmicas serão necessárias para revestir todo o quarto?

Fonte: Dados da Pesquisa

Ao explorar a tarefa proposta na questão 5, a professora lança mão da multiplicação dos comprimentos dos lados adjacentes do retângulo para obter sua área anunciando-a como outra técnica válida. Esse episódio, a nosso ver, corresponde ao trabalho da técnica conduzido pela professora, visto que a multiplicação dos comprimentos dos lados adjacentes do retângulo está sendo apresentada enquanto forma mais econômica de resolver a tarefa. Por outro lado, nesse instante também se inicia a elaboração do bloco tecnológico-teórico mediante a tentativa de justificativa (implicitamente) da fórmula ($A = c \cdot l$) enquanto técnica para o cálculo da área do quadrado e do retângulo.

P- Além de fazer a multiplicação, horizontal vezes vertical, se eu contasse, ou seja, o comprimento pela largura da figura, eu tenho trinta e seis ou outra maneira seria eu contar os quadradinhos. Esse espaço é composto por um, dois, três, quatro, seis. (ladrilhando a figura). Se eu contasse, seis e seis, seis vezes seis, trinta e seis que foi o que vocês disseram, não foi isso? Seria comprimento e largura.
(TRANSCRIÇÃO, 1323-1327, APÊNDICE A)

Prosseguindo com a resolução das tarefas propostas na atividade, a professora explora a tarefa determinar a área de um retângulo sendo conhecidos os comprimentos de seus lados e disponibilizada a unidade de medida para realizar a medição (questão 6). Para realizar essa tarefa a professora primeiramente determina a medida da área do retângulo mediante a multiplicação das medidas dos lados adjacentes, em seguida, determina utilizando a mesma técnica, a área da superfície unitária dada, e, finalmente realiza a divisão entre a medida da área do retângulo e a medida da área da superfície unitária, obtendo assim, a quantidade de unidades necessárias para recobrir a figura.

Ainda sobre essa mesma tarefa, um estudante realiza uma técnica diferente da colocada pela professora, mas que também é validada por ela. Ele ladrilha os comprimentos das

dimensões do retângulo, verifica quantas peças de cerâmicas cabem em cada uma delas, e multiplica a quantidade de peças que cabem no comprimento da figura pela quantidade de peças que cabem na largura da figura, obtendo assim o número de peças necessárias para revestir o quarto.

Vale salientar que as técnicas utilizadas pela professora para resolver as tarefas propostas na lista de atividades são exploradas à medida que os estudantes anunciam que a utilizaram. Quando não há anúncio de uma técnica pelos estudantes, então, a professora propõe uma.

De maneira geral, caracterizamos as praxeologias pontuais estabelecidas na condução do estudo das tarefas propostas na 1ª lista de exercícios proposta pela professora da seguinte maneira:

Quadro 9- Organização das praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas contemplados na lista de exercícios proposta pela professora

(Continua)

Tipo de tarefa (T)	Subtipo de tarefa (St)	Técnica (τ)	Elemento tecnológico-teórico (θ - Θ)
T1: Comparar áreas	St ₁₁ - Comparar as áreas das figuras sem unidades de medidas.	τ_{111} - Tomar uma figura e sobrepor à outra. Verificar se elas se coincidem sem que haja espaços vazios no interior ou se uma cabe no interior da outra.	$(\theta-\Theta)_{111}$ - Sobrepondo uma figura à outra se elas se coincidem sem haver espaços vazios no interior, então as figuras apresentam a mesma área. Se uma cabe no interior da outra, a que cabe possui área menor.
		τ_{112} - Decompor uma figura em partes. Recompôr as partes sem que haja perda ou sobreposição formando uma nova figura. Verificar se elas coincidem sem que haja espaços vazios no interior e/ou se uma cabe no interior da outra.	$(\theta-\Theta)_{112}$ - Ao decompor uma figura em partes, de forma que, ao combinar essas partes formem uma figura, tem-se: a) se as figuras se coincidem sem que haja espaços vazios no interior, então essas figuras possuem a mesma área (figuras superpostas mantêm a área); b) se uma cabe no interior da outra, então a que cabe possui área menor que a outra.
	St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas.	τ_{12} - Ladrilhar as figuras utilizando a mesma superfície unitária. Determinar a medida da área de cada figura mediante a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir cada figura. Ordenar no sentido crescente as medidas de área obtidas.	$(\theta-\Theta)_{12}$ - Ao ladrilhar figuras utilizando mesma superfície unitária, aquelas que apresentam mesma quantidade de superfície unitária tem mesma área, aquela que apresentar quantidade de superfícies maior tem maior área.
T2: Determinar uma área	St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado.	τ_{221} - Ladrilhar a figura com superfícies unitárias. Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura.	$(\theta-\Theta)_{221}$ - A medida da área do quadrado é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A área está associada à ideia de pavimentação.

Quadro 9- Organização das praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas contemplados na lista de exercícios proposta pela professora (conclusão)

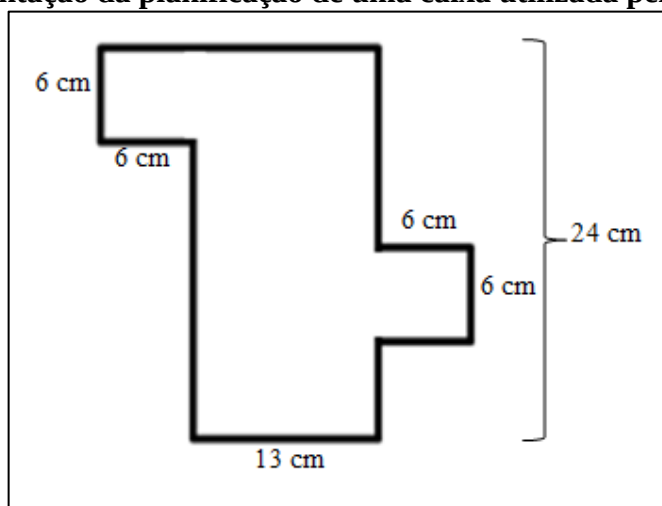
Tipo de tarefa (T)	Subtipo de tarefa (St)	Técnica (τ)	Elemento tecnológico- teórico (θ - Θ)
T2: Determinar uma área.	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	τ_{231} - Tomar os comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura) e multiplicá-los.	(θ - Θ) ₂₃₁ - A área de um retângulo corresponde ao produto dos comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura). Essa justificativa está apoiada no produto do número de linhas pela quantidade de superfícies unitárias contidas em cada linha, isto é, no significado da multiplicação enquanto configuração retangular.
T4: Produzir uma superfície de área dada.	St ₄₁ - Produzir superfícies de mesma área.	τ_{411} - Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias que a figura dada possui. Construir uma nova figura com a mesma quantidade de superfícies unitárias que a figura dada. τ_{412} - Construir uma figura qualquer com certa quantidade de superfícies unitárias. Construir uma nova figura com mesma quantidade de superfícies unitárias que a figura construída inicialmente.	(θ - Θ) ₄₁ - Ao escolher uma superfície unitária, figuras que apresentam a mesma quantidade de superfícies unitárias em seu interior têm a mesma área.
	St ₄₂ -Produzir uma superfície de área maior ou menor que a área de uma figura dada.	τ_{42} - Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias que a figura dada possui. Construir uma nova figura com uma quantidade de superfícies unitárias maior e/ou menor que a figura dada.	(θ - Θ) ₄₂ - Ao escolher uma superfície unitária, figuras que apresentam diferentes quantidades de superfícies unitárias em seu interior possuem áreas diferentes. Tendo duas figuras construídas a partir de uma mesma superfície unitária, a que possui a maior quantidade de superfícies unitárias em seu interior possui a maior área.

Fonte: Dados da pesquisa.

Finalizadas as tarefas propostas na atividade, a professora toma uma embalagem no formato de um bloco retangular e anuncia a tarefa: “eu trouxe aqui uma caixinha e eu quero saber quanto de papel é necessário para construir uma caixinha dessa²⁰” (TRANSCRIÇÃO, 1520-1521, APÊNDICE A). Feito isso, a professora planifica a caixa e conduz os estudantes a atentarem para os polígonos que constituem a planificação, no caso específico, quadrados e retângulos. Em seguida, realiza a medição das dimensões de cada figura e constrói a sua representação gráfica no quadro, conforme figura a seguir.

²⁰ Categorizamos essa tarefa como pertencente ao subtipo de tarefa St₂₄: Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).

Figura 16- Representação da planificação de uma caixa utilizada pela professora na aula



Fonte: Dados da pesquisa.

Para resolver essa tarefa, a professora decompôs a figura em dois quadrados de lado 6cm e um retângulo cujos lados medem 24cm e 13 cm. Determinou a área dos quadrados mediante a multiplicação do comprimento do lado do quadrado por ele mesmo e a do retângulo por meio da multiplicação entre os comprimentos dos lados adjacentes. Em seguida, adicionou as áreas dos dois quadrados à área do retângulo, obtendo assim, a área total da figura. É nesse instante que a professora oficializa a multiplicação das dimensões como técnica para o cálculo da área do quadrado e do retângulo. Entendemos esse momento como sendo um momento de institucionalização.

P- Então minha gente nós podemos... presta atenção! Nós podemos concluir que, pra calcular a área de um quadrado e de um retângulo, o que é que eu posso fazer? De uma forma geral, eu posso multiplicar quem? O comprimento pela largura. Se você multiplicar o comprimento pela largura você encontra quem? A área do quadrado ou do retângulo. (TRANSCRIÇÃO, 1702-1706, APÊNDICE A).

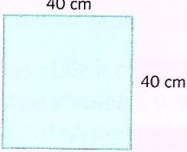
Embora a professora coloque o produto das dimensões como sendo uma maneira plausível de se calcular a área do retângulo e do quadrado, ela oficializa a fórmula para o cálculo da área do quadrado como sendo $A = l^2$.

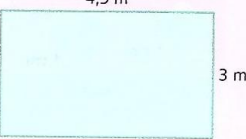
Continuando a aula, a professora propõe aos estudantes oito tarefas extraídas do livro didático (ver figura 17 a seguir), entretanto, não foi possível concluí-la, e assim, foi deixada como tarefa para casa.

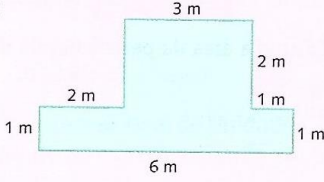
Figura 17 - Extrato do livro didático utilizado na aula

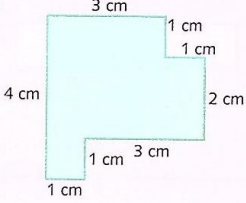
ATIVIDADES Faça as atividades no caderno.

1 ➤ Calcule a área das figuras.

a) 

b) 

c) 

d) 

2 ➤ No caderno, calcule a área de um retângulo de 20 cm de comprimento por 8 cm de largura.

3 ➤ Calcule a área de um azulejo quadrado com 20 cm de medida de lado.

4 ➤ Jonas comprou um terreno de forma retangular tendo 24 metros de medida de frente e 15 metros de medida de lateral. Qual é a área do terreno que Jonas comprou?

5 ➤ Um pedreiro construiu um muro de 30 m de comprimento por 1,6 m de altura. Sabendo que, em média, são utilizados 25 tijolos por metro quadrado, responda: quantos tijolos, no mínimo, ele utilizou nessa construção?

Fonte: Silveira (2015, p. 261-262).

Realizando a caracterização da praxeologia matemática para o subtipo de tarefa St_{24} -Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados) na exposição da professora temos:

Quadro 10- Organização praxeológica pontual relativa a determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados) presente na exposição do conteúdo pela professora

Tipo de tarefa (T)	Subtipo de tarefa (St)	Técnica (τ)	Elemento tecnológico-teórico (θ - Θ)
T2: Determinar uma área.	St_{24} - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	τ_{241} -Decompor a figura em retângulos (quadrados e não quadrados), identificando os comprimentos dos lados de cada retângulo. Determinar a área de cada figura decomposta por meio das técnicas τ_{22} e τ_{23} . Adicionar as áreas de cada figura.	(θ - Θ) $_{241}$ - A área de uma figura que pode ser decomposta em quadrados e/ou retângulos é o somatório das áreas das figuras em que foi decomposta. Essa justificativa está apoiada na propriedade Aditiva da Área.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Na aula seguinte, a professora observa os cadernos dos alunos verificando quais deles haviam concluído a atividade da aula anterior, e, em seguida, anuncia que vai fazer a correção

das tarefas no quadro. Antes da resolução das tarefas propostas, apresenta outra tarefa para explorar o cálculo da área do retângulo mediante a multiplicação do comprimento dos lados adjacentes, e, reforça a técnica para o cálculo do perímetro de um retângulo por meio da adição dos comprimentos de seus lados. Feito isso, resolve em conjunto com os estudantes, a primeira tarefa proposta na aula anterior, que se tratava de determinar a área de um quadrado. A técnica aplicada consiste na multiplicação da medida do lado por ela mesma, já mencionada aos estudantes anteriormente.

A tarefa seguinte se trata de uma pertencente ao subtipo determinar a área de um retângulo, na qual eram disponibilizados os comprimentos dos lados, dos quais um deles possuía medida decimal. Para resolver essa questão a professora ladrilha a figura em retângulos de área igual a $1,5 \text{ cm}^2$ (tomados como superfícies unitárias)²¹, em seguida, realiza a soma das áreas de cada retângulo menor, obtendo assim, a área da figura desejada. Percebemos que a professora opta pelo ladrilhamento, após um estudante explicitar a soma dos comprimentos dos lados como uma forma de calcular a área. Assim, para trabalhar a distinção entre a área e o perímetro da figura, ao qual o estudante estava se referindo, ela utiliza a unidade de área para estabelecer a distinção entre área e perímetro do ponto de vista dos objetos geométricos aos quais essas grandezas se referem (a região e seu contorno respectivamente).

Na aula seguinte, ainda no mesmo dia, a professora trabalha novamente uma tarefa do subtipo: determinar a área de um quadrado. Assim, desenha um quadrado cujo comprimento do lado era igual a 3 dm e explora o ladrilhamento seguido da contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura enquanto técnica. Percebemos que essa decisão didática²² foi tomada mediante a identificação das dificuldades dos estudantes em lidar com os comprimentos dos lados adjacentes para calcular a área do retângulo e/ou do quadrado: ora somavam, ora multiplicavam. Também foi possível perceber a preocupação da professora em expressar a unidade de medida tomada para determinar a área.

Prosseguindo com a aula, a professora explora duas tarefas do subtipo St_{24} -determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados). Diferentemente da técnica utilizada para determinar a área da superfície total do paralelepípedo, (tarefa pertencente ao subtipo St_{24}) a técnica utilizada pela professora foi o ladrilhamento da

²¹ As tarefas propostas no livro didático nos itens “a” e “c” traziam as medidas em metros, entretanto, na correção a professora considerou todas as medidas em centímetros.

²² Decisão didática é toda decisão do professor visando à aprendizagem pelos alunos de um saber a ensinar (BESSOT, 2018).

figura em superfícies unitárias seguida da contagem da quantidade dessas superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura.

A tarefa seguinte é pertencente ao subtipo St_{23} - Determinar a área de um retângulo. Os comprimentos das dimensões foram disponibilizados, sendo esperada apenas a aplicação da técnica $A = c. l$, entretanto ao explorar a tarefa a professora recorre ao ladrilhamento para justificar que o produto das dimensões é válido para figuras do tipo retangular, conforme percebemos na transcrição, 2254-2263, Apêndice A:

P- Então, seria n colunas cada uma com oito. Ou eu poderia pensar em oito fileiras cada uma com quantos quadradinhos? Com vinte. Então, dá um total de quantos quadradinhos aqui dentro?

A(s) - Cento e sessenta.

P- Cento e sessenta quadradinhos. E, como cada um é centímetro quadrado, então é cento e sessenta o quê?

A(s)- Centímetros quadrados.

P- Deu pra compreender agora? Por isso que eu pego vinte centímetro de comprimento multiplico a oito centímetros da largura, que dá um total de cento e sessenta o quê? Centímetros quadrados.

As duas tarefas seguintes foram resolvidas por estudantes mediante a multiplicação das medidas das dimensões da figura, pois se tratava de uma tarefa do subtipo St_{22} e St_{23} respectivamente. Embora a professora tenha utilizado o ladrilhamento como técnica válida e adequada para resolver as tarefas anteriores, percebemos que os estudantes optam por multiplicar o comprimento dos lados adjacentes para cumprir as tarefas solicitadas.

Continuando a correção, a professora explora uma tarefa do tipo T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área, conforme transcrição, 2281 a 2284, Apêndice A.

P- Um pedreiro construiu um muro. Esse muro tem trinta metros de comprimento.... o muro tem trinta metros de comprimento por um vírgula seis de largura. Sabendo que usa-se vinte e cinco tijolos por cada metro quadrado, quantos tijolos ele utilizou para fazer esse muro?

Essa tarefa foi cumprida pela professora mediante a seguinte técnica: inicialmente, determina a área do muro por meio da multiplicação do seu comprimento pela sua largura, e, a essa medida multiplicou pela quantidade de tijolos que é utilizado para construir um metro quadrado, obtendo assim o número de tijolos necessários para construir o muro. Percebemos que para encontrar o número de tijolos necessários à construção do muro a professora estabelece uma relação de proporção entre o número de tijolos por metros quadrados e a área do muro, estabelecendo assim, o sentido de multiplicação enquanto proporção.

P- Se a gente for observar, a gente tem o seguinte: se eu tenho quarenta e oito metros quadrados, e cada metro quadrado cabe vinte e cinco tijolos, são utilizados vinte e cinco tijolos... em um metro é vinte e cinco. Em dois metros?

A(s)- Vinte e cinco ... cinquenta.

P- Em três metros?

A(s)- Setenta e cinco.

P- E, em quatro?

A(s)- Cem.

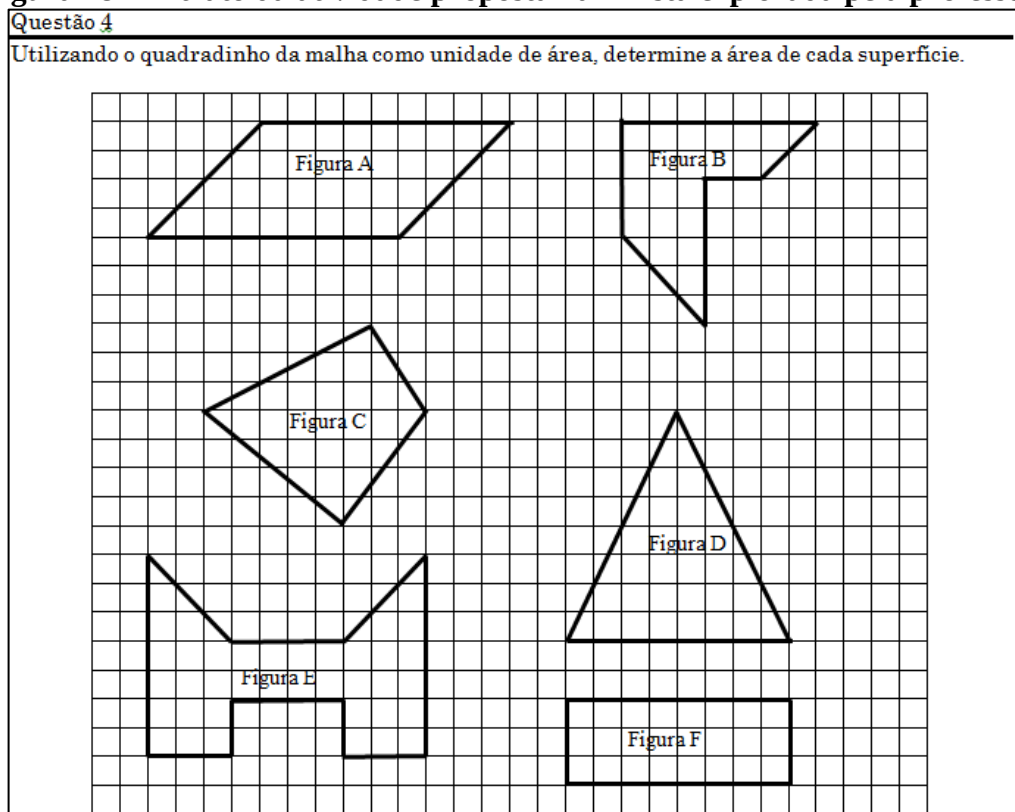
P- E aí, como é que a gente poderia saber o total? (TRANSCRIÇÃO, 2319-2327, APÊNDICE A)

Após a realização das tarefas propostas no livro, colocadas como atividade na aula anterior, a professora distribui uma lista de atividades, contendo cinco questões e sinaliza para os estudantes alguns ajustes que deverão ser feitos na atividade. A natureza desses ajustes é da ordem da transformação de unidades de medidas padrão, aspecto não vivenciado em aula, mas que havia a intenção da professora em abordá-lo.

P- A questão três eu anulei. Quando eu elaborei, a intenção era trabalhar a mudança de unidades com vocês. Só que até agora a gente não trabalhou. Então vocês não têm como responder a três. Assim cancela a três, certo? A questão quatro vocês colocam, lá tem dois quilômetros, era mudança de unidade que era também voltada para a questão três. São dois mil metros e seiscentos e cinquenta, ok? E, na questão cinco, onde tem um vírgula quarenta e cinco metro, substitua por cento e quarenta e cinco centímetros. Então adaptem isso daí, por favor! Substituíam os valores!

(TRANSCRIÇÃO, 2359-2366, APÊNDICE A)

Na aula seguinte, mais precisamente na última aula de gravação, a professora retoma a atividade proposta na aula anterior e faz uma correção coletiva. Nessa atividade, a primeira questão continha seis (6) tarefas do subtipo St₂₁- Determinar a área de uma figura desenhada em malha (ver imagem a seguir), das quais colocavam em evidência diferentes técnicas para cumpri-las.

Figura 18 - Extrato da atividade proposta na 2ª lista explorada pela professora

Fonte: Dados da pesquisa.

Para cumprir as tarefas propostas nessa questão, a professora constrói figuras com mesmo formato das colocadas na atividade, porém com áreas diferentes. À medida que resolve a tarefa, anuncia a técnica que deve ser utilizada. Assim, para a realização dos itens “a”, “b” e “e” foi anunciada a contagem dos quadradinhos inteiros do interior da figura e a cada duas metades, a consideração de uma unidade a mais.

P- É o seguinte: a gente vai tomar como unidade o quadradinho, não é isso? Aquele que...psiu! Aquele que não tá o quadradinho completo, eu não vou considerar? Fizeram esta pergunta. E assim, a gente considera sim o que está na parte interior da parte demarcada, independente de ser a metade ou o quadradinho completo, não é assim? Então vamos ter o seguinte oh! Como.... psiu! Eu tenho a malha quadriculada, tenho na malha uma figura determinada, desenhada... se ele passa aqui ao meio, eu vou considerar esse quadrado todo como unidade de área?

A(s)- Não.

P- Não, eu só posso considerar o que está na parte de dentro, não é, Ruth? Esse aqui oh!

A(8)- Uma parte.

P- Mas eu vou considerar o quadrado todo?

A(s)- Não

P- Só a metade. Então, esse daqui completa...

A(5)- Tá no meio.

P- Tá no meio, esse daqui completa esse?

A(s)- Completa.

P – Seu tirasse ele daqui e trouxesse ele para aqui, completaria um quadradinho?

A(s)- Sim!

P- Então, eu poderia considerar o quê? Essa parte com essa, daria...

A(5)- Um.

P- Uma unidade. Uma unidade de área, não é isso? Um quadradinho. Se eu pegar esse, completa quem? Esse. Então esse com esse daria outro, então, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Pra esse desenho, qual seria a área desse, seria quanto? Oito quadradinhos, não é isso? A primeira de vocês, que é diferente dessa, é um pouco maior, tem o seguinte:

A(11)- Não é oito centímetros quadrados não?

P - Oi? Não, oito quadradinhos. Porque ele está tomando como área, não está sendo quadrado. Se tivesse aqui centímetro, era centímetro, mas está tomando como quadradinho a área; então a unidade de área seria os quadradinhos. Então vocês tem o seguinte: para a primeira questão, para a figura “a”, vocês tinham o que aí? Um total de quanto? Quantos quadradinhos?

(TRANSCRIÇÃO, 2397-2428, Apêndice A)

Para a tarefa proposta no item “c” a professora decompôs a figura em quadrados e retângulos, de modo que os lados da figura C fossem as diagonais dessas figuras, em seguida, determinou a área de cada um mediante a contagem dos quadradinhos, dividiu essa quantidade por dois e adicionou os resultados obtidos. Podemos ver a descrição dessa técnica na transcrição 2461 a 2547 do apêndice A.

P- Vamos dizer o seguinte: aqui tem esse que passou pela metade; em outro feito esse, ele não passou; passou fora da metade. Eu posso dizer que esse e esse é um?

A(s)- Não.

A(6)- Só se pegar aquele pedacinho pequenininho ali.

P- Aí daria errado. Psiu! O que vocês poderiam fazer? Vocês poderiam fazer o seguinte: se vocês completassem... oh, se eu pegasse isso aqui... psiu! Se eu completasse aqui, que figura é essa que eu tenho aqui?



A(10)- Um quadrado.

P- Não é isso? Essa linha ela está passando aonde? (se referindo a diagonal)... essa linha daqui ... psiu!... Então nesta figura... Pedro!

A(2)- Silêncio, gente, silêncio!

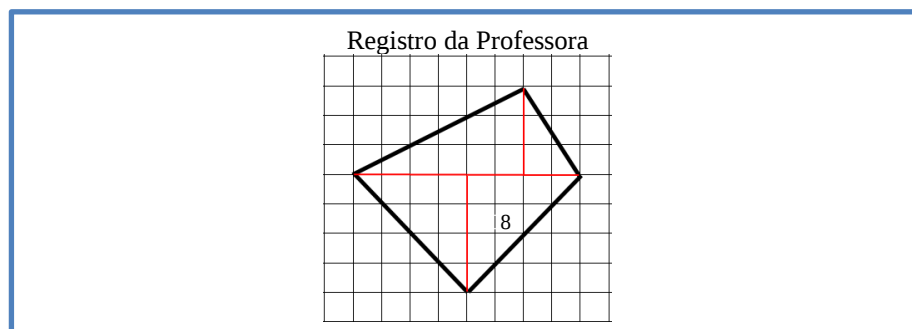
P- Então, nessa figura aqui, se vocês tivessem completado ela inteira, completasse o que faltava, vocês formariam aqui o quê? Um retângulo, não isso? Ou, nesse caso aqui, na minha contagem, deu um quadrado de quatro por quatro, não é assim? Quatro quadradinhos por quatro deu um total de dezesseis. Aí dá um total de quantos quadradinhos aqui? (referindo-se ao triângulo formado a partir da diagonal do quadrado). Nessa figura deu quanto?

A(11)- Deu dezesseis.

P- Deu dezesseis, como ele cortou na metade, a metade de dezesseis dá quanto?

A(7)- Oito.

P- Aí eu poderia dizer que essa parte aqui corresponde a uma área de oito.

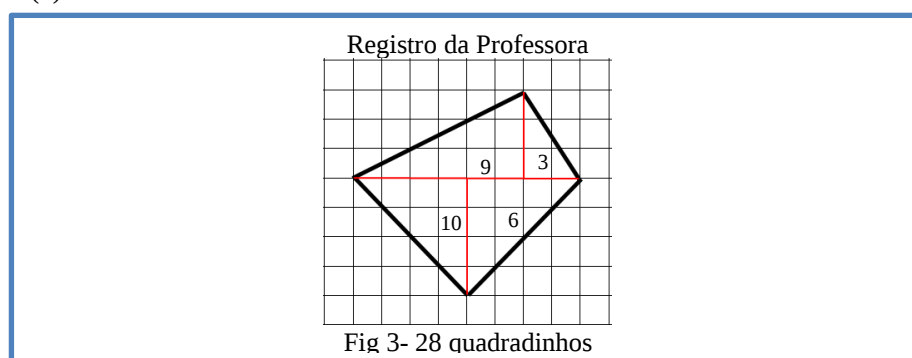


P- Então era assim que vocês poderiam fazer no exercício de vocês. Peguem um lápis, por favor, agora! Peguem a figura, o lápis e o exercício... vamos agora completar.

[...]

P-Então aqui quando eu completei e contei o número de quadrados no retângulo e dividimos pela metade, nós obtemos aqui dez quadradinhos, seis, nove e três. Então, a figura “c” dá quantos quadradinhos de área? Seis com mais três, nove, nove mais nove, dezoito, dezoito com mais dez?

A(6)- Vinte e oito.



A tarefa proposta no item “d” foi resolvida mediante a aplicação da mesma técnica utilizada para a resolução da tarefa proposta no item “c”. Já a tarefa proposta no último item foi realizada mediante a multiplicação do número de colunas pelo número de linhas que apresentava a figura.

A segunda questão proposta pela professora apresentava três tarefas do tipo comparar áreas, das quais as duas primeiras são do subtipo St₁₁- Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas e a última, relativa ao subtipo St₁₂- Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida.

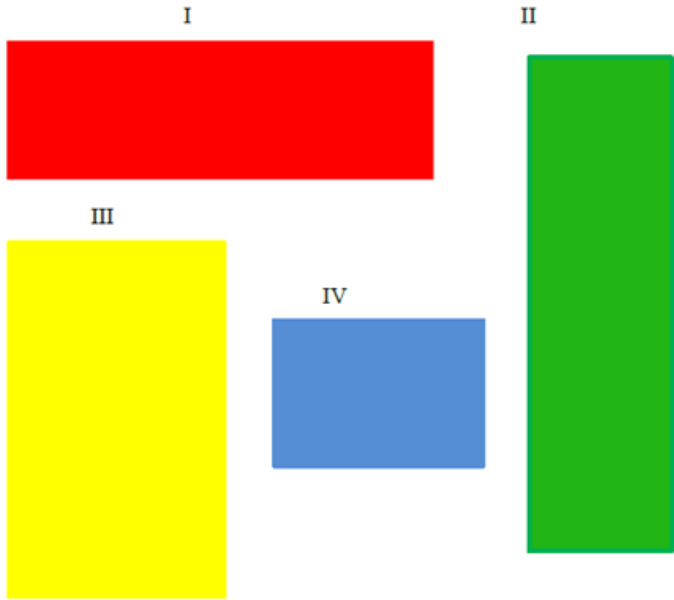
Conforme podemos ver na figura a seguir, as superfícies das figuras são todas retangulares, e as tarefas propostas nos itens a e b respectivamente, são colocadas pela professora após o trabalho com o ladrilhamento e a fórmula enquanto técnicas para o cumprimento do subtipo determinar a área de um retângulo. Pontuamos que, em nosso entendimento, essa tarefa deveria ser contemplada antes do trabalho das técnicas supracitadas. Defendemos esse argumento em conformidade com os resultados apontados por Facco (2003), os quais apontam que o trabalho inicial com tarefas de comparação de figuras por sobreposição

para a identificação da área (igual ou diferente) e para a diferenciação de área e perímetro, promoveu nos estudantes a familiarização com a técnica de compensação das partes.

Figura 19- Extrato da 2ª lista de exercícios proposta pela professora referente a tarefas do tipo T1: Comparar áreas

Questão 2

Considere as figuras abaixo:



a) Qual das figuras apresenta maior área? Como você fez para chegar a essa conclusão?

b) Ordene as figuras levando em consideração a área. (estabeleça a relação da maior para a menor)

c) Agora utilize a régua, meça os comprimentos dos lados das figuras e determine a área de cada uma delas.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Para realizar a tarefa proposta no item “a” a professora recorreu ao corte e colagem seguida da sobreposição; a tarefa proposta no item “b” consistiu na ordenação das áreas das figuras comparadas mediante a aplicação da técnica de inclusão e sobreposição, a tarefa proposta no item “c” não foi cumprida, visto que as medidas das dimensões eram decimais, assim, a professora decidiu retomá-las quando abordasse o conteúdo números decimais, que estava previsto como o próximo a ser vivenciado.

Ação: a professora recorta as figuras e sobrepõe uma sobre a outra, mostrando aos estudantes como poderia ser a técnica aplicada por eles para resolver a questão.

P- Vocês disseram que a figura dois é a que tem a maior área, não é isso?

A(s)- Aham!

P- Então, se nós pegássemos duas figuras, a dois e a três... está aqui a figura, olha! Três, aqui está a figura dois, certo? Aí eu recortei. Se eu colocar essa (figura dois)

sobre essa (figura três), retirei uma parte dessa (figura dois) para completar o espaço que faltou... quando eu faço isso, psiu!

Pausa.

P- À medida que eu fiz isso, quando eu coloquei a figura dois sobre a figura três, cobriu totalmente?

A(s)- Não, faltou quadradinho.

P- Faltou espaço. Quer dizer, quem tem maior área, a figura dois ou a figura três? Quem é que tem maior área? A figura três que tem a maior área, não é isso?

Ação: Alguns estudantes se dirigem até a professora para tirar algumas dúvidas que não são compartilhadas com os demais.

P- Letra “b”. Ordene as figuras levando em consideração as áreas, estabeleça relações da maior para a menor. A letra “a” a gente já viu a maior, quem é maior?

A(s)- A figura três.

P- Quem é menor que a figura três?

A(s)- A dois, a quatro... a quatro... a um.

P- Psiu! As duas maiores eram a figura três; e a dois, depois da três vem quem? A dois. Depois vem quem? A um. E a menor de todas?

A(s)- A quatro. (TRANSCRIÇÃO, 2602-2625, APÊNDICE A)

Continuando a resolução das tarefas, a professora trabalha mais duas tarefas do subtipo St₂₃, explorando o produto dos comprimentos dos lados adjacentes enquanto técnica.

Realizando uma síntese das praxeologias matemáticas pontuais caracterizadas a partir das tarefas abordadas, tanto do livro didático, quanto na 2ª lista de exercícios elaborada pela professora, temos a seguinte organização:

Quadro 11- Organização das praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas a serem respondidas pelos estudantes a partir do livro didático e da 2ª lista de exercícios proposta pela professora

(continua)

Tipo de tarefa (T)	Subtipo de tarefa (St)	Técnica (τ)	Elemento tecnológico- teórico (θ - Θ)
T1: Comparar áreas	St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras sem unidades de medidas.	τ_{111} - Tomar uma figura e sobrepor à outra. Verificar se elas se coincidem sem que haja espaços vazios no interior ou se uma cabe no interior da outra.	$(\theta$ - $\Theta)_{111}$ - Sobrepondo uma figura à outra se elas coincidem sem haver espaços vazios no interior, então as figuras apresentam a mesma área. Se uma cabe no interior da outra, a que cabe possui área menor.
		τ_{112} - Decompor uma figura em partes. Recompôr as partes sem que haja perda ou sobreposição. Verificar se elas coincidem sem que haja espaços vazios no interior e/ou se uma cabe no interior da outra.	$(\theta$ - $\Theta)_{112}$ - Ao decompor uma figura em partes, de forma que, ao combinar essas partes, tem-se: a) se as figuras se coincidem sem que haja espaços vazios no interior, então essas figuras possuem a mesma área (figuras superpostas mantêm a área); b) se uma cabe no interior da outra, então a que cabe é menor que a outra.

Quadro 11- Organização das praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas a serem respondidas pelos estudantes a partir do livro didático e da 2ª lista de exercícios proposta pela professora

(continua)

Tipo de tarefa (T)	Subtipo de tarefa (St)	Técnica (τ)	Elemento tecnológico- teórico (θ - Θ)
T2: Determinar uma área.	St ₂₁ - Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	τ_{211} - Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir toda a figura. Caso haja metades, a cada duas metades conta-se uma superfície unitária a mais. (SANTOS, 2015, p.166). τ_{212} - Decompor uma superfície recompondo-a em superfícies quadradas e/ou retangulares. Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a nova superfície.	$(\theta$ - $\Theta)_{21}$ - A quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir uma figura representa a medida da área. Portanto, a área é indicada pelo par (medida, superfície unitária); Área associada à ideia de pavimentação; Propriedade Aditiva da área. A decomposição e recomposição sem perda e sem sobreposição conserva a área.
	St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado.	τ_{221} - Ladrilhar a figura com superfícies unitárias. Realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura.	$(\theta$ - $\Theta)_{221}$ - A medida da área do quadrado é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A área está associada à ideia de pavimentação.
		τ_{222} - Tomar o comprimento do lado do quadrado e multiplicar por ele mesmo.	$(\theta$ - $\Theta)_{222}$ - A área do quadrado corresponde ao produto do comprimento do lado por ele mesmo. Essa justificativa está apoiada na contagem da quantidade de linhas e colunas, isto é, no significado da multiplicação enquanto configuração retangular.
T2: Determinar uma área.	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	τ_{231} - Tomar os comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura) e multiplicá-los.	$(\theta$ - $\Theta)_{231}$ - A área de um retângulo corresponde ao produto dos comprimentos dos lados adjacentes (comprimento e largura). Essa justificativa está apoiada no produto do número de linhas pela quantidade de superfícies unitárias contidas em cada linha, isto é, no significado da multiplicação enquanto configuração retangular.
		τ_{232} - Ladrilhar a superfície em superfícies unitárias do tipo quadradas ou retangulares; realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura.	$(\theta$ - $\Theta)_{232}$ - A medida da área do retângulo é a quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. A área está associada à ideia de pavimentação
	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	τ_{241} - Decompor a figura em retângulos (quadrados e/ou não quadrados), identificando os comprimentos dos lados de cada retângulo. Determinar a área de cada figura decomposta por meio das técnicas τ_{22} e τ_{23} . Adicionar as áreas de cada figura.	$(\theta$ - $\Theta)_{241}$ - A área de uma figura que pode ser decomposta em quadrados e/ou retângulos é o somatório das áreas das figuras em que foi decomposta. Essa justificativa está apoiada na propriedade aditiva da área.

Quadro 11- Organização das praxeologias pontuais relativas aos subtipos de tarefas a serem respondidas pelos estudantes a partir do livro didático e da 2ª lista de exercícios proposta pela professora

(conclusão)

Tipo de tarefa (T)	Subtipo de tarefa (St)	Técnica (τ)	Elemento tecnológico- teórico (θ - Θ)
T2: Determinar uma área	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados)	τ_{242} - Ladrilhar a figura em superfícies unitárias do tipo quadrado ou retângulo e realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias utilizadas para cobrir a figura.	$(\theta$ - $\Theta)_{242}$ - Ao ladrilhar uma figura com superfícies unitárias, o número de superfícies corresponde à medida da área. Esse argumento é justificado pela propriedade aditiva da área, pela noção de área enquanto pavimentação e na ideia de área enquanto uma função.
T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.		τ_6 . Multiplicar os comprimentos dos lados adjacentes do retângulo. Realizar a multiplicação da medida da área pela quantidade de tijolos utilizados por metro quadrado.	$(\theta$ - $\Theta)_6$ – Significado da multiplicação enquanto configuração retangular. Significado da multiplicação na proporção entre as grandezas envolvidas.

Fonte: Dados da pesquisa.

Considerando a organização dada ao saber pela professora na condução do estudo de áreas, podemos dividi-la em duas fases, a primeira que contempla a construção do conceito de área até a exploração dos tipos de tarefas, e a segunda, que contempla o tratamento dado ao tipo de tarefa determinar uma área.

Consideramos a primeira fase do estudo como sendo marcada por processo de didatização, no qual a postura exercida pela professora foi de provocar os estudantes a refletir sobre situações que exigem a elaboração de ideias, a testagem de possibilidades e a elaboração de técnicas plausíveis. Nessa dinâmica, a professora interage com os estudantes, mas sempre assumindo uma postura baseada no lançamento de questões, sob as quais os estudantes eram convidados a posicionar-se, refletirem e elaborarem suas próprias respostas. Já a segunda fase, o processo de didatização foi conduzido da seguinte forma: a professora fez a exploração do tipo de tarefa, e solicitou que os estudantes realizassem tarefas de mesma natureza como forma de praticar a técnica aplicada. Essa característica também é reforçada no teste aplicado pela professora, visto que houve um privilégio apenas nos tipos de tarefas T1 e T2.

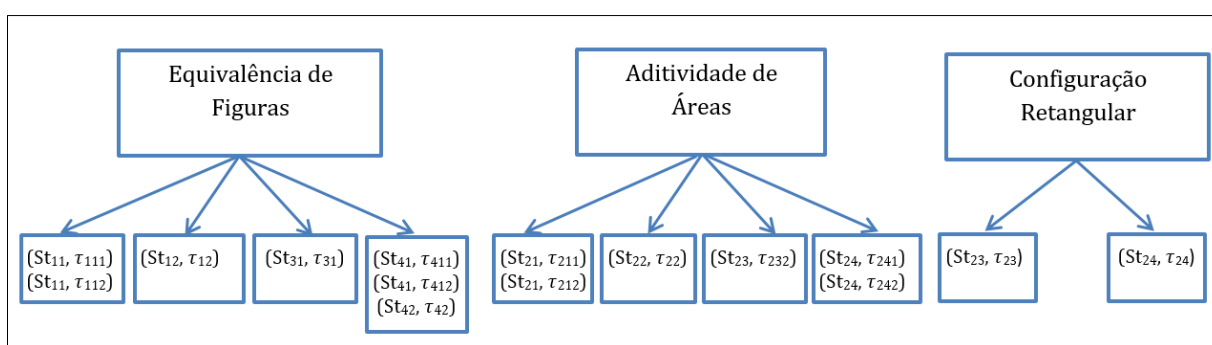
Considerando os tipos de tarefas abordados no ensino pela professora, há algo importante a destacar: verificamos que as tarefas utilizadas para o tratamento da área não são usuais, isto é, apresentam certo distanciamento em relação ao que é comumente apresentado nos livros didáticos e constatado pelas pesquisas, como por exemplo, as tarefas de comparação sem unidades de medidas, tarefas de produção de superfícies e tarefas relativas às modificações

da figura sobre sua área e sobre seu perímetro. Percebemos também, a valorização das técnicas de decomposição e recomposição de figuras para o tratamento da equivalência de figuras, aspecto inclusive, sugerido por diversas pesquisas discutidas em nossa revisão da literatura para o tratamento da área enquanto grandeza, a exemplo de Chiummo (1998) e Facco (2003).

4.3 Organização praxeológica local estabelecida no estudo de área de figuras planas conduzido pela professora

Na condução do estudo de área realizada pela professora, algumas tarefas foram cumpridas por meio de técnicas amparadas em uma mesma tecnologia. Fazendo o levantamento dessas tecnologias, percebemos que três delas aparecem com maior ênfase na justificativa das técnicas utilizadas, são elas: equivalência de figuras, aditividade de área e configuração retangular. Para situar o leitor, apresentamos resumidamente no esquema abaixo, as tecnologias identificadas e os pares (subtipos de tarefas/técnicas) a elas associadas. Escolhemos utilizar subtipos ao invés de tipos de tarefas, pois percebemos que algumas técnicas utilizadas para cumprir tarefas de um mesmo tipo faziam uso de tecnologias diferentes. Assim, para termos elementos mais significativos, optamos por essa forma de categorização.

Figura 20- Esquema da organização matemática local em torno do saber área



Fonte: Elaborado pelo autor.

Conforme podemos perceber na figura acima, a tecnologia equivalência de figuras é utilizada para justificar as técnicas que envolvem a decomposição e recomposição de figuras, a sobreposição e inclusão de superfícies, o estudo da variação da área e do perímetro, e, a construção de figuras com mesmas áreas e/ou áreas diferentes, dessa forma ela inclui as praxeologias pontuais geradas a partir dos tipos de tarefas T1: Comparar áreas, e T4: Produzir uma superfície de área dada e do subtipo St₃₁- Estudar os efeitos de modificações na figura sobre a sua área e sobre seu perímetro.

A tecnologia aditividade de áreas, por sua vez, é utilizada para justificar as técnicas que envolvem a contagem de superfícies unitárias e, a adição e subtração de áreas. Na condução do estudo realizado pela professora essa tecnologia contempla a praxeologia pontual gerada em torno do tipo de tarefa T2: Determinar uma área. Já, a tecnologia configuração retangular, é usada para justificar as fórmulas para o cálculo da área do retângulo e do quadrado.

4.4 Descrição e análise a priori do teste aplicado pela professora

Nesta subseção apresentamos e realizamos uma análise a priori das questões que compuseram o teste elaborado e aplicado pela professora ao final da abordagem do conteúdo área de figuras planas. A análise a priori, norteadas pelos objetivos da pesquisa e pelo olhar da Teoria Antropológica do Didático, levou a categorizarmos as tarefas propostas no teste tomando como parâmetro a tipologia de tarefas modelizada na análise da condução do estudo da área realizado pela professora, e a descrevermos as técnicas buscando conformidade com as que foram utilizadas para resolver as tarefas propostas em sala de aula.

O teste era composto por seis (6) questões que constituem um total de quatorze (14) tarefas. Destas, cinco (5) estão relacionadas ao argumento utilizado para justificar a resolução da tarefa solicitada. Portanto, havia no teste nove (9) tarefas matemáticas para as quais modelizamos técnicas plausíveis para sua realização, com base no saber ensinado.

Das tarefas matemáticas que constavam no teste conseguimos agrupá-las em pelo menos quatro subtipos, conforme a tabela abaixo.

Tabela 3 - Tipos e subtipos de tarefas presentes no teste elaborado pela professora

Tipo de tarefa	Subtipo de tarefa	Quantidade de tarefas
T1: Comparar áreas	St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras planas com unidade de área dada.	03
T2: Determinar uma área	St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	02
	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	03
	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	01

Fonte: Dados da pesquisa.

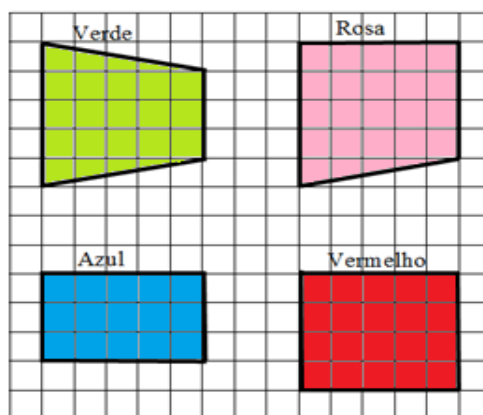
A análise comparativa dos tipos de tarefas contemplados nas aulas da professora e aqueles presentes no teste revelou a ausência no teste dos tipos de tarefas T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies, T4: Produzir uma superfície de área dada e do tipo T6: Determinar o valor de uma

espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área. Esse dado é um indicativo de uma maior ênfase na exploração dos aspectos numéricos em detrimento dos geométricos e o das grandezas na abordagem da área.

Para refletirmos sobre esse fato, trazemos a seguir as questões exploradas no teste, seguida de uma análise a priori. Nessa análise exploramos apenas os aspectos que são esperados para o 6º ano do ensino fundamental.

Figura 21- Extrato da primeira questão do teste elaborado pela professora

Questão 1:

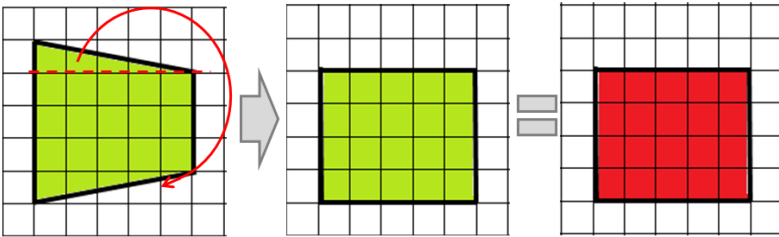
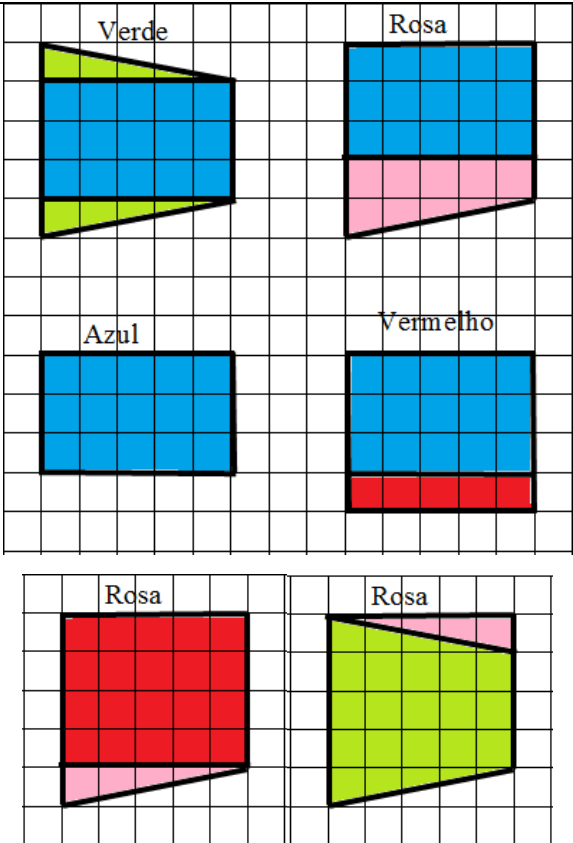


Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área que a figura verde? O que você fez para chegar a essa conclusão?

Fonte: Dados da Pesquisa.

A tarefa proposta na questão 1 é do tipo comparar áreas. Como as figuras estão desenhadas numa malha quadriculada, consideramos que a unidade de área é definida pelo quadradinho da malha, e, portanto, classificamos essa tarefa no subtipo St₁₂: Comparar áreas utilizando unidade de medida. Embora o subtipo St₁₂ tenha sido explorado pela professora em sala de aula, percebemos que a tarefa proposta nesta atividade, apresenta um distanciamento em relação ao proposto em sala, visto que, neste caso, a figura verde não está constituída apenas de quadradinhos inteiros, o que impede a aplicação direta da contagem das unidades de áreas. Assim, para cumprimento dessa tarefa podemos ter as seguintes técnicas:

Figura 22 - Possíveis técnicas aplicáveis à tarefa do tipo T1: Comparar áreas proposta no teste

Descrição da técnica	Representação geométrica
τ_{121}- Decompor a figura verde e compor um retângulo sem perda nem sobreposição, cujos lados medem respectivamente 5 e 4 unidades de comprimento (definidas pelo lado do quadradinho elementar da malha). Visualizar que o retângulo formado é idêntico à figura vermelha e concluir que as figuras verde e vermelha possuem mesma área, e/ou, contar a quantidade de unidades de área da figura verde associando-a à figura vermelha.	 A= 20 quadradinhos A= 20 quadradinhos
τ_{122}- Tomar as superfícies retangulares como referência e estabelecer a comparação com as demais mediante a inclusão. Isto é, verificar que a figura azul possui a menor área, pois, pode ser incluída nas figuras verde, vermelha e rosa respectivamente; verificar que a figura rosa possui a maior área, visto que, respectivamente, as figuras vermelha e verde podem ser incluídas em seu interior, e assim, concluir que as figuras verde e vermelha possuem a mesma área.	

Fonte: Elaborado pelo autor.

As técnicas descritas no quadro acima correspondem a maneiras de resolver corretamente a questão. Elas configuram-se como técnicas institucionalmente reconhecidas, visto que, a professora as explorou como sendo maneiras adequadas de cumprir as tarefas do tipo T1: Comparar áreas. Entretanto, outras possibilidades de técnicas não reconhecidas institucionalmente como válidas para o cumprimento dessa tarefa poderiam ser utilizadas pelos estudantes. Apresentamos outras técnicas que podem ser aplicadas, norteados pelos resultados de pesquisas anteriores, as quais foram levantadas por nossa revisão da literatura.

τ_{123} - Comparar o comprimento dos lados verticais das figuras envolvidas; verificar que o comprimento dos lados verticais das figuras verde e rosa são iguais, e então, estabelecer a relação da igualdade de áreas mediante a relação da igualdade de comprimentos dos lados verticais, afirmando assim, que a figura rosa tem a mesma área que a figura verde. Essa técnica foi inferida a partir dos resultados do pré-teste do estudo de Ferreira (2010), os quais apontam que alguns estudantes ao se depararem com tarefas de comparação de áreas recorrem às projeções das larguras das figuras.

No estudo de Pessoa (2010), verificou-se que alguns estudantes desconsideraram a parte fracionária do quadradinho, contando apenas os inteiros, mesmo diante daquelas que correspondiam a metade do quadradinho. Nessa direção, temos como outra possibilidade de técnica, a τ_{124} - Contar a quantidade de unidades inteiras da figura verde desconsiderando as partes não inteiras e associar a sua área à área da figura azul.

Douady e Perrin-Glorian (1989) destacam, dentre os erros dos estudantes relativos à área, o associado à extensão inadequada de fórmulas. Nessa perspectiva, o estudante diante da tarefa posta pode aplicar a seguinte técnica: τ_{125} - Estender a fórmula do cálculo da área do retângulo para calcular a área da figura verde e da figura rosa.

A segunda atividade proposta no teste era composta de quatro tarefas de diferentes tipos, conforme podemos perceber na figura abaixo.

Figura 23 - Extrato da segunda questão proposta no teste elaborado pela professora

Questão 2

Observe as medidas dos cômodos da casa de Maria.



- Qual a medida da área da cozinha? _____
- Qual a medida da área da sala? _____
- Qual dos cômodos tem maior área? Como você chegou a esta conclusão? _____
- Qual dos cômodos tem mesma área? _____

Fonte: Dados da Pesquisa.

As tarefas descritas nos itens “a” e “b” pertencem ao tipo T2: Determinar uma área, já, as dos itens “c” e “d”, pertencem ao tipo T1: Comparar áreas.

Embora as figuras que constituem os cômodos da casa sejam todas retangulares, o que permite aplicar as técnicas associadas ao subtipo de tarefa determinar a área do retângulo, percebemos que, para o cumprimento da tarefa proposta no item “a” o estudante precisaria determinar o comprimento do cômodo antes de realizar o cálculo da área. Nessa atividade em especial, notamos que o distanciamento existente em relação ao trabalhado em sala de aula está na estrutura da figura, isto é, consiste numa composição de cômodos retangulares, enquanto que nas aulas as tarefas trabalhadas apresentavam apenas um retângulo.

Uma das maneiras que os estudantes poderiam utilizar para cumprir a tarefa dos itens “a” e “b” seria aplicar a fórmula da área do retângulo, sendo que no item “a”, seria necessário, primeiramente, encontrar o comprimento da cozinha mediante a subtração do comprimento da casa pelo comprimento da sala, isto é, $10\text{ m} - 5\text{ m} = 5\text{ m}$. Ao aplicar corretamente a fórmula, os estudantes obteriam como resposta 15 m^2 de área da cozinha e 20 m^2 de área da sala.

Outra possibilidade de resposta para estes itens seria utilizar a técnica do ladrilhamento seguida da contagem da quantidade de superfícies unitárias. Ao utilizar essa técnica, os estudantes estariam ladrilhando a figura em unidades quadradas que representariam 1 m^2 , obtendo assim, na cozinha 15 quadrados e na sala 20 quadrados, que correspondem respectivamente às medidas das áreas na unidade tomada.

Uma possibilidade de erro seria expressar a área mediante a soma dos comprimentos dos lados da figura, isto é, 16 m e 18 m. Esse tipo de erro exemplifica confusões existentes entre os conceitos de área e perímetro, aspectos já verificados por Baltar (1996), Facco (2003) e Ferreira (2010), entre outros. Outra possibilidade seria somar apenas os comprimentos dos lados da figura, obtendo assim, 8 m e 9 m, respectivamente, como verificado nos procedimentos de alunos do 9º ano participantes do estudo realizado por Moura e Santos (2016).

Para os itens “c” e “d” temos as seguintes possibilidades de técnicas: determinar a área dos cômodos mediante a aplicação da fórmula da área do retângulo e ordenar suas medidas, o cômodo que possuir maior medida de área possui então, a maior área. Ao fazer isso, o estudante percebe que as áreas dos cômodos são respectivamente: a sala, 20 m^2 ; a cozinha, 15 m^2 ; os quartos, 8 m^2 e o banheiro, 4 m^2 .

Outra possibilidade seria mediante a técnica de estabelecer relação entre área e comprimento. Nesse caso específico, os estudantes precisariam perceber que as figuras que representam os cômodos da casa são todas retangulares, então, se dois retângulos apresentam o mesmo comprimento e larguras diferentes, aquele que tem a maior largura também possui a

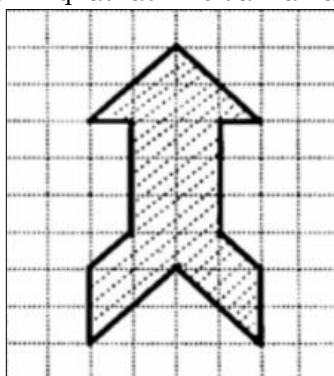
maior área, assim, do mesmo modo que, se dois retângulos possuem as dimensões com mesmo comprimento, suas áreas são iguais. A justificativa dessa técnica está associada à fórmula da área do retângulo, aspecto discutido em nossa fundamentação teórica.

A terceira questão proposta no teste apresentava uma tarefa pertencente ao tipo T2: Determinar uma área.

Figura 24 - Extrato da terceira questão proposta no teste elaborado pela professora

Questão 3

Considere como unidade de medida um quadradinho da malha quadriculada abaixo.



A área da figura hachurada é? _____
Como você fez para obter este resultado? _____

Fonte: Dados da Pesquisa.

Nessa tarefa, encontramos aproximações com as trabalhadas no dia 12/10/2018. Como a figura disponibilizada está desenhada sobre a malha quadriculada, classificamos como uma tarefa do subtipo St₂₁.

Para cumprir essa tarefa corretamente o estudante poderia recorrer à contagem das unidades inteiras e, a cada duas metades acrescentar uma unidade a mais. Ou ainda, decompor a figura e recompô-la em uma figura formada por retângulos e quadrados, contar as superfícies unitárias da nova figura, obtendo assim, a área da figura igual a 17 quadradinhos. Ambas as técnicas supracitadas foram verificadas no estudo de Pessoa (2010) com os estudantes do 6º ano.

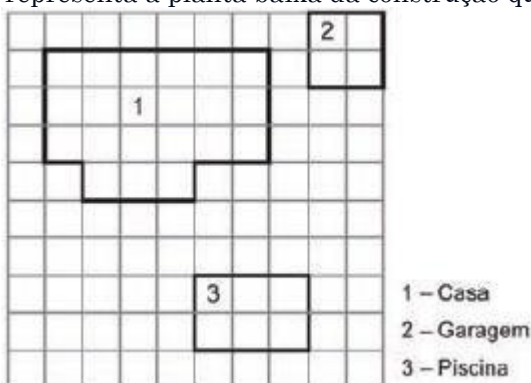
Um possível erro para a tarefa acima pode ser gerado a partir da consideração de apenas unidades inteiras desconsiderando as partes não inteiras, ou seja, expressando a área de 12 quadradinhos, como verificado em Pessoa (2010). Ou ainda, considerar as metades dos quadradinhos como uma unidade a mais, expressando assim, a área igual a 22 quadradinhos.

A questão 4 proposta no teste elaborado e aplicado pela professora também traz uma tarefa do tipo T2: determinar uma área, entretanto, envolve elementos diferentes dos da questão anterior, conforme podemos ver no extrato a seguir.

Figura 25 - Extrato da quarta questão do teste elaborado pela professora

Questão 4

Veja o desenho abaixo, que representa a planta baixa da construção que Francisco vai fazer.



Nesse desenho, cada quadradinho corresponde a 1 metro quadrado. Qual é a área total a ser ocupada pela construção: casa, piscina e garagem?

Como você fez?

Fonte: Dados da pesquisa.

Nessa tarefa, cada quadradinho representa um metro quadrado. Assim, após realizar a contagem da quantidade de unidades necessárias para cobrir cada figura, ao invés de expressar a área em quadradinhos como na questão anterior, a unidade a ser utilizada é o metro quadrado. Outro elemento a ser destacado é que a tarefa solicita a área total da construção, isto é, a área formada pela casa, pela piscina e pela garagem, o que exige que após calcular as áreas separadamente, os alunos devem adicionar os valores obtidos.

Elencamos duas técnicas esperadas, tomando como base os estudos de Pessoa (2010) e de Ferreira (2010). A primeira consiste em realizar a contagem da quantidade total de superfícies unitárias necessárias para recobrir a área destinada à construção contando sucessivamente as quantidades de quadradinhos que recobrem a casa, continuando a partir da quantidade obtida na contagem anterior, a piscina e continuando, a garagem, por exemplo, chegando a 31 quadrados e expressariam a área como sendo igual a 31 m². Outra possibilidade seria obter a área de cada figura mediante a contagem de superfícies unitárias (ou o cálculo,

usando uma fórmula) adicionando-as em seguida, ou seja, a área total seria igual a: $21 \text{ m}^2 + 4 \text{ m}^2 + 6 \text{ m}^2 = 31 \text{ m}^2$.

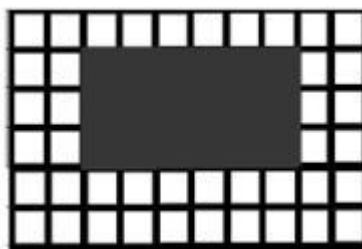
Um possível erro de resolução seria considerar a área total do terreno em que a construção será realizada, expressando a área como sendo igual a 100 m^2 . Outro tipo de erro que poderia surgir, está relacionado à confusão entre a área e o perímetro. Nesse caso, o estudante que associar a área ao comprimento do contorno da figura expressaria com resposta 38 unidades. Do ponto de vista das grandezas, podemos ainda falar nos erros relacionados à ausência de unidade e na não distinção entre as unidades de área e as unidades de comprimento, aspectos verificados nos estudos de Pessoa (2010) e de Moura e Santos (2016), por exemplo.

A questão 5 do teste é também uma tarefa do tipo determinar uma área. Embora apresente uma figura (retângulo) desenhada sobre a malha quadriculada, as condições sobre as quais a tarefa é proposta não apontam para a contagem de quadradinho, nem tampouco para o ladrilhamento, uma vez que o retângulo se encontra pintado. A nosso ver, a malha oferece o suporte para fazer a leitura dos comprimentos dos lados necessários à aplicação da fórmula da área do retângulo, portanto, categorizamos esta tarefa como sendo do subtipo St₂₃ – Determinar a área de um retângulo.

Figura 26 - Extrato da quinta questão do teste elaborado pela professora

Questão 5

O tapete de entrada da sala da vovó está sombreado na malha quadriculada abaixo.



A vovó resolve comprar um novo tapete com medida de área maior que a área do tapete acima, ela quer um tapete com área aumentando um quadradinho na largura e um quadradinho no comprimento. Tomando como medida de área cada quadrinho desta malha quadriculada, qual a área do novo tapete da vovó?

- (A) 60 quadradinhos
- (B) 18 quadradinhos
- (C) 28 quadradinhos
- (D) 10 quadradinhos

Como você fez para obter o resultado acima?

Fonte: Dados da Pesquisa.

Por se tratar de uma questão objetiva, conjecturamos que os estudantes não iriam indicar outra resposta diferente das disponibilizadas pelas alternativas. Assim, norteamos nossa análise a priori a partir destes aspectos.

Para cumprimento dessa tarefa os estudantes poderiam utilizar as técnicas τ_{231} - Contar quantas unidades de comprimento possui cada um dos comprimentos dos lados da figura; acrescentar às medidas obtidas uma unidade de comprimento; aplicar a fórmula da área do retângulo, utilizando os comprimentos obtidos, obtendo assim, a área do novo retângulo, ou seja, 28 quadradinhos; e a τ_{232} -Ladrilhar o retângulo dado; construir a partir dele, um novo retângulo cujas dimensões sejam maiores em uma unidade de comprimento; realizar a contagem de unidades necessárias para recobrir a figura, obtendo assim, a área do novo retângulo, isto é, 28 quadradinhos.

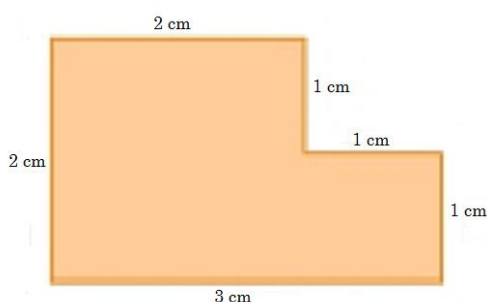
Caso os estudantes não acrescentassem uma unidade de comprimento a cada dimensão do retângulo dado, eles poderiam aplicar a técnica: tomar cada lado do quadrado da malha como unidade de comprimento; identificar a medida do comprimento dos lados adjacentes do retângulo; aplicar a fórmula da área do retângulo com as medidas encontradas e indicar a alternativa “b” como sendo a resposta correta. Caso considerassem toda a malha como sendo o tapete, poderiam recorrer à técnica: tomar cada lado do quadrado da malha como unidade de comprimento; identificar as medidas do comprimento dos lados adjacentes do retângulo como sendo iguais a 6 e 10, respectivamente; aplicar na fórmula da área do retângulo as medidas dos comprimentos obtidos e indicar a alternativa “a”. Já para os que indicassem a alternativa “d” não conseguimos identificar um argumento plausível para justificar a opção da escolha.

A última questão proposta é considerada como outra tarefa do tipo T2: Determinar uma área.

Figura 27- Extrato da sexta questão do teste elaborado pela professora

Questão 6

Qual a medida da área total da figura abaixo?



Fonte: Dados da pesquisa.

Como podemos perceber no extrato anterior, a figura pode ser decomposta em quadrados, por isso, categorizamos como uma tarefa do subtipo St₂₄- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados). Esta tarefa apresenta a mesma natureza das trabalhadas em sala de aula relativas ao mesmo subtipo sendo então, esperadas as técnicas institucionais descritas a seguir: τ_{241} - Decompor a figura em dois quadrados de lados iguais a 2 cm e 1 cm respectivamente, aplicar a fórmula da área do quadrado para obter a área de cada quadrado, somando-as em seguida. Essa técnica foi verificada na abordagem do saber dada pelo professor por Santos (2015). Outra técnica possível seria: ladrilhar a figura em superfícies unitárias de que representem 1 cm², em seguida, realizar a contagem das superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura. Assim, o número de quadradinhos corresponde à medida da área na unidade cm², ou seja, 5 quadradinhos correspondem a uma área de 5 cm².

Caso os estudantes não aplicassem as técnicas institucionalmente esperadas poderiam recorrer a outras técnicas para cumprir a tarefa, como por exemplo, a subtração de áreas, técnica já apresentada em nossa fundamentação. Se optassem por esta técnica, precisariam calcular a área do retângulo de dimensões 3 cm por 2 cm e fazer a retirada da área do quadrado de lado igual a 1 cm, realizando assim, a tarefa corretamente.

Caso os estudantes associassem área a perímetro – aspectos verificados em Ferreira (2010) e Pessoa (2010), entre outros – eles poderiam informar a área como sendo igual a 10 cm, ou 10 cm². Ou ainda como verificado em Moura e Santos (2016), aplicar a fórmula da área do o retângulo considerando $c = 3$ cm e $l = 2$ cm, obtendo uma área de 6 cm².

4.5 Respostas esperadas pela professora para o teste aplicado

Nessa subseção trazemos uma discussão a respeito do teste sob a perspectiva da professora. Realizamos essa discussão mediante as informações obtidas por meio de uma entrevista semiestruturada com a professora. A entrevista ocorreu após a aplicação do teste.

Começamos perguntando à professora sobre a escolha das questões proposta no teste. Nossa intenção era conhecer os fatores que haviam influenciado na escolha de cada questão, em especial buscávamos compreender as diferenças entre as tarefas propostas no teste e as trabalhadas em sala de aula. O comentário da professora mostra que ela enfatiza a proximidade entre o que foi abordado nas aulas e o que foi solicitado, conforme podemos ver no relato abaixo.

A partir do que foi trabalhado em sala. A gente começou trabalhando a comparação de áreas, bem depois eles começaram a calcular, vamos dizer assim, aplicar a fórmula. Então, a partir do que foi visto na sala foi que eu pensei ver o que foi que eles conseguiram assimilar a partir do que foi vivenciado. (TRANSCRIÇÃO, 3-6 APÊNDICE B)

Embora essas questões, mais precisamente as questões 1, 2a e 5, contemplassem tarefas de mesmos tipos que as trabalhadas em sala de aula, havia algumas diferenças que exigiam adaptações das técnicas ensinadas. Por exemplo, a tarefa proposta na primeira questão, exigia do estudante habilidades de tomar pelo menos duas técnicas que foram trabalhadas separadamente e reuni-las em uma só técnica capaz de cumprir a tarefa proposta. A segunda por sua vez, solicitava do estudante a identificação do cômodo, associá-lo ao retângulo mediante suas características, e assim, aplicar a fórmula da área do retângulo. Já a tarefa proposta na questão 5 exigia do estudante o ladrilhamento da figura dada, a construção de uma nova figura aumentando uma unidade no comprimento e na largura da figura dada e a contagem da quantidade de quadradinhos contidos na nova figura.

Confrontando as técnicas necessárias à resolução dessas três questões com as trabalhadas em sala de aula, percebemos certo distanciamento, entretanto, podemos inferir que a professora esperava que os estudantes mediante ao repertório de técnicas trabalhadas em sala pudessem selecionar aquelas adequadas para o cumprimento de cada uma dessas tarefas, visto que, essas técnicas foram trabalhadas separadamente.

Em seguida, questionamos a professora a respeito das respostas esperadas para cada questão. Nesse momento, a professora aponta quais técnicas esperava que os estudantes aplicassem em cada questão.

As questões que trabalham com malha quadriculada, eu esperava, eles contarem os quadradinhos e as outras figuras tipo... a questão dois, a questão seis eles já começarem a tentar aplicar o cálculo de área utilizando os números mesmo que tem. Então será que eles conseguiriam assimilar isso daí? Contar os quadradinhos e aplicar a fórmula do retângulo. (TRANSCRIÇÃO, 9-13, APÊNDICE B).

Como é percebida na declaração acima, a expectativa da professora é coerente com as que esperava como técnicas efetivamente trabalhadas durante as aulas.

Em seguida, questionamos a professora, qual(is), dentre as questões, ela achava que os estudantes apresentariam dificuldades para responder.

A questão seis. Porque na questão seis, eles teriam que ter a percepção de que teria que separar aqui essa figura, vamos dizer em duas partes e, a partir daí, calcular a área de uma, calcular a área da outra e fazer o somatório. Na dois, ele também pede o cálculo de área, mas na dois, se ele observar, tem as medidas. Era só assimilar que esse lado era igual a esse, e aí era só calcular a área. Já nesse, ele teria que separar

(referindo-se à questão seis), então eu acho que esse aqui é um pouquinho mais complexo que aquele. (TRANSCRIÇÃO, 16-22, APÊNDICE B)

Percebemos na fala da professora que o trabalho com a decomposição e a percepção das medidas dos lados de figuras que podem ser decompostas em quadrados se configura como dificuldades aos estudantes. Esse ponto alerta para a importância do trabalho com a decomposição de figuras e o estudo das variações dos elementos que constituem a figura.

Perguntamos também qual das questões ela considerava que os estudantes apresentariam o maior índice de acertos e que fatores favoreciam a esse desempenho. Para esse caso, ela firma: “A questão quatro. Porque na quatro a gente tem os quadradinhos por completo, e nesse caso, eles precisariam apenas contar a quantidade de quadradinhos inteiros” (TRANSCRIÇÃO, 25-27, APÊNDICE B).

Percebemos na declaração da professora sua percepção de que as técnicas para a resolução do subtipo de tarefas no qual nas figuras desenhadas em malhas há quadradinhos que não estão completos, como a disponibilizada na questão três, por exemplo, é mais complexa que a técnica a ser empregada quando todos os quadradinhos da figura são inteiros, visto que será necessário juntar duas metades e considerá-las como uma unidade a mais.

4.5 Análise da relação pessoal dos estudantes com as tarefas propostas no teste

Nosso objetivo nessa seção é analisar alguns indícios da relação pessoal dos estudantes com o objeto área, com base nas resoluções das tarefas propostas no teste elaborado e aplicado pela professora, no dia 12/10/2018, logo após o ensino deste tema. Buscamos assim, identificar elementos das praxeologias pessoais dos estudantes ao se depararem com as tarefas.

Esse teste era composto de seis questões, que de acordo com a modelização feita nesta pesquisa correspondiam a nove tarefas a serem cumpridas pelos estudantes. Conforme discutido nas seções anteriores, associamos essas nove tarefas a apenas dois tipos: T1: Comparar áreas e T2: Determinar uma área. De uma maneira geral, a análise da praxeologia pessoal estará orientada pelos seguintes subtipos de tarefas exploradas pela professora:

Tabela 4 - Mapeamento das tarefas por subtipos presentes no teste aplicado pela professora

Tipo de tarefa	Subtipo de tarefas	Questões correspondentes contempladas no Teste	Quantidade de Tarefas
T1: Comparar áreas.	St ₁₂ - Comparar áreas de figuras planas com unidade de área dada.	Q ₁ ; Q _{2c} ; Q _{2d}	03
T2: Determinar uma área.	St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	Q ₃ ; Q ₄ ;	02
	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	Q _{2a} ; Q _{2b} ; Q ₅	03
	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	Q ₆	01
Total			09

Fonte: elaborada pelo autor.

De acordo com os dados da tabela acima, percebemos uma maior ênfase no instrumento avaliativo a tarefas do tipo T2, nas quais os aspectos numéricos e algébricos são colocados em destaque com mais intensidade. Essa constatação reforça o privilégio dado aos aspectos numéricos e algébricos em detrimento dos aspectos geométricos e das grandezas, corroborando com os desdobramentos de várias pesquisas (FACCO, 2003, LESSA, 2017, SANTOS, 2015, SILVA, 2011, dentre outras), os quais apontam que o ensino de área é marcado com forte ênfase no tratamento algébrico e numérico.

Realizaram este teste 30 estudantes do 6º ano de uma escola municipal situada no agreste pernambucano. A aplicação foi realizada na última aula do turno e durou cerca de 50 minutos. Durante a realização do teste, os estudantes estavam bastante agitados, tendo em vista que estava acontecendo um festival de artes e ciências em uma escola vizinha, do qual eles não puderam prestigiar as atividades nesse dia.

Durante a aplicação, percebemos que muitos não estavam predispostos a resolver as tarefas propostas no teste, e respondiam apenas para cumprir o que havia sido solicitado pela professora.

De maneira geral, a análise das respostas dos estudantes às questões do teste revelou que as tarefas com maior índice de acerto foram as propostas na questão 2, nos itens c e d nas quais 25 e 21 dos 30 alunos, respectivamente, resolveram corretamente. Esse resultado não corresponde à expectativa da professora, que pensava que seria a questão 4. Pertencentes ao tipo T1: Comparar áreas, essas tarefas poderiam ser cumpridas pela técnica visual perceptiva, a qual foi verificada mediante as entrevistas como a mais utilizada pelos estudantes.

Percebemos também que a tarefa que os estudantes apresentaram o menor índice de acertos foi a da questão 6, a qual foi resolvida corretamente por apenas 1 dos 30 participantes da pesquisa que responderam o teste. Essa tarefa pertencia ao subtipo St₂₄- Determinar a área

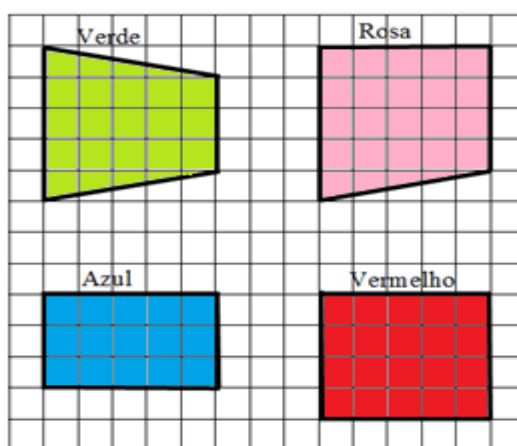
de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados). Esse resultado era esperado pela professora, que havia indicado que essa era a questão na qual os estudantes teriam mais dificuldades em resolver.

A análise dos resultados aponta que a ausência de resposta foi relativamente baixa, pois nenhuma das questões tem mais que quatro respostas em branco; na questão 5, 9 dos 30 estudantes participantes resolveram corretamente; a questão 4 somando acertos plenos e parciais²³ constitui um total apresentado por 9 estudantes; nas demais questões, menos de 5 estudantes resolveram corretamente.

Realizando uma análise por questões, percebemos que os estudantes não apresentaram dificuldades em identificar os comandos das questões, entretanto, verificamos que a classificação em tipos de tarefas por partes dos estudantes está associada ao suporte que a questão disponibiliza. Assim, constatamos que, ao se deparar com as tarefas em que são disponibilizadas figuras desenhadas em malha a técnica aplicada é a contagem de unidades de área, já as figuras em que são disponibilizados os comprimentos, a técnica é o uso dos comprimentos dos lados adjacentes, seja para somá-los ou multiplicá-los. Dessa forma, pudemos categorizar as tarefas pessoais, para esse grupo em específico, nos seguintes tipos: T_{p2}. Determinar a área de uma figura desenhada em malha, T_{p5}. Determinar a área de uma figura cujos comprimentos dos lados são conhecidos.

Considerando as questões do teste, percebemos que as tarefas propostas nas questões 1, 2c e 2d foram associadas pelos estudantes ao tipo T1: Comparar áreas. Resgatamos a questão na intenção de tornar mais claro o emprego das técnicas pelos estudantes.

Questão 1:



Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área que a figura verde? O que você fez para chegar essa conclusão?

²³ Estamos considerando como acertos parciais, aqueles nos quais os estudantes aplicaram uma técnica válida, informaram a medida da área correta, entretanto, não informaram a unidade de medida corretamente.

Dos que obtiveram acertos plenos nessa questão, utilizaram como técnica a sobreposição seguida da decomposição e recomposição de figuras, e a decomposição e recomposição seguida da contagem da quantidade de superfícies unitárias, conforme os extratos dos protocolos dos estudantes apresentados abaixo.

Figura 28- Extrato de protocolo do estudante A13

Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área da figura verde? O que você fez para chegar a esta conclusão? a figura vermelha. eu coloquei uma em cima da outra dando a mesma área	
--	--

Fonte: Dados da pesquisa.

Figura 29 - Extrato de protocolo do estudante A10

Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área da figura verde? O que você fez para chegar a esta conclusão? o verde e o vermelho eu contei os quadradinhos e cheguei ao mesmo resultado.	
2) Observe as medidas dos cômodos da casa de Maria. 	

Fonte: Dados da pesquisa.

Embora nos extratos acima não apresentem uma descrição detalhada da técnica utilizada, percebemos que para o primeiro caso, apenas sobrepor as figuras não é suficiente para afirmar que as figuras possuem a mesma área, afinal as figuras não coincidem. No entanto, ao fazer isso, é possível recortar a parte que não coincide e movê-la até a outra extremidade completando a parte que está em falta. No segundo caso, percebemos que para aplicar a técnica da contagem da quantidade dos quadradinhos, antes é necessário decompor a figura verde e compor formando um retângulo. Embora o estudante não tenha descrito como fez para realizar a tarefa, percebemos em sua declaração dada em entrevista, que há conformidade com o que foi trabalhado pela professora em sala de aula. Vejamos o argumento utilizado pelo estudante A10 para a técnica utilizada: “Eu peguei a metade desse aqui coloquei aqui, aí dá pra um quadradinho aqui. Aí, esse aqui eu coloquei aqui, esse eu coloquei aqui, e esse que é a metadzinha eu coloquei aqui. Aí deu o mesmo resultado do vermelho” (TRANSCRIÇÃO, 376- 378, APÊNDICE C).

Os extratos do teste e a declaração em entrevista dão indícios de conformidade com técnicas ensinadas durante as aulas e com a expectativa da professora, representante da instituição, ensino de Matemática no 6º ano.

Os estudantes que não apresentaram conformidade de suas respostas com as esperadas pela professora apresentaram técnicas pessoais como exemplifica o extrato a seguir.

Figura 30- Extrato de protocolo do estudante A3

1) Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área da figura verde? O que você fez para chegar a esta conclusão? <i>A figura rosa, eu observei e vi que as são iguais, só muda que um é mais inclinado</i>
--

Fonte: Dados da pesquisa.

A declaração do estudante nos permite inferir que para comparar áreas de figuras pode-se recorrer a uma técnica do tipo visual perceptiva e o argumento utilizado para justificar sua resposta está sustentado na percepção de que para apresentar mesma área, as figuras precisam ser iguais. Durante a realização das aulas não percebemos esse tipo de declaração por parte da professora, sendo assim, conjecturamos como sendo fruto da relação pessoal construída pelo estudante com o tipo de tarefa, configurando-se assim, como uma tecnologia pessoal. Do ponto de vista das concepções relativas à área postuladas por Douady e Perrin-Glorian (1989), percebemos nesse argumento indícios de uma concepção geométrica, decorrente da não distinção entre a área e a figura.

Esse mesmo argumento também é colocado pelo estudante A15 (ver figura 31), assim como na declaração dada pelo estudante A7 para resolver a tarefa proposta no item “d” da questão: “Já basta ver aqui o maior cômodo é a sala, de cara já dar pra ver. Nem precisa medir nada. Aí, como você chegou a essa conclusão? Nem precisa tirar conclusão aqui, é a sala” (TRANSCRIÇÃO, 276-278, APÊNDICE C).

Figura 31- Extrato de protocolo do estudante A15

1) Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área da figura verde? O que você fez para chegar a esta conclusão? <i>A figura verde tem a mesma área que a rosa que tem a mesma formato</i>
--

Fonte: Dados da Pesquisa.

Identificamos também, estudantes que recorreram aos elementos da figura para comparar as áreas. No extrato abaixo percebemos que o estudante associa as figuras verde e rosa como sendo de mesmo formato (trapézios) e recorre à comparação entre os comprimentos dos lados correspondentes das figuras.

Figura 32 - Extrato de protocolo do estudante A7

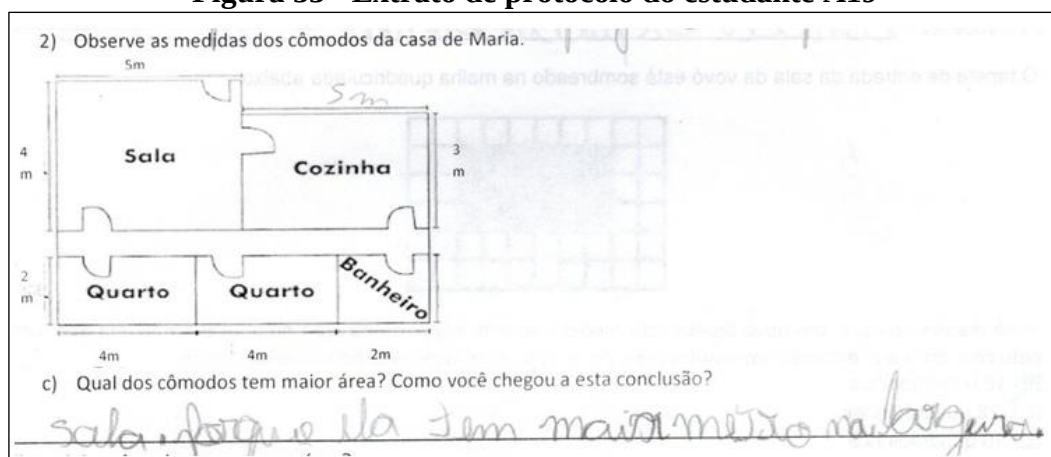
Observe as figuras acima. Tome como base a figura verde, qual a figura que tem a mesma área da figura verde? O que você fez para chegar a esta conclusão? <i>Rosa medindo com a régua e cada comprimento e laterais.</i>
--

Fonte: Dados da Pesquisa.

No argumento utilizado para resolver a tarefa percebemos indícios da extensão indevida da fórmula da área do retângulo. Portanto, sinaliza uma possível tecnologia pessoal, a qual indica: se em duas figuras de mesmo formato os lados correspondentes possuem o mesmo comprimento, então as áreas dessas figuras são iguais.

Verificamos também que esta técnica foi aplicada por outro estudante para o cumprimento da tarefa proposta na questão 2c, como podemos ver no extrato abaixo:

Figura 33 - Extrato de protocolo do estudante A19



Fonte: Dados da pesquisa.

Diante das variadas respostas apresentadas pelos estudantes para as tarefas do subtipo St₁₂: Comparar áreas de figuras planas com unidade de área dada modelizamos as praxeologias pessoais dos estudantes, da seguinte forma:

Quadro 12 - Descrição dos elementos de praxeologias pessoais apresentada pelos estudantes relativos ao subtipo de tarefa comparar as áreas de figuras com unidade de área dada

(continua)

Subtipo de tarefa institucional	Tipo de tarefa pessoal	Técnica pessoal (τ_p)	Tecnologia pessoal (θ_p)
St ₁₂ : Comparar as áreas de figuras planas com unidade de área dada.	T_{p1} – Comparar as áreas de figuras planas utilizando unidades de medida.	τ_{p11} – Tomar uma figura, colocar em cima da outra; verificar quais delas possuem o mesmo “tanto de espaço” ocupado.	θ_{p11} -Figuras que possuem o mesmo “tanto de espaço” possuem a mesma área.
		τ_{p12} – Decompor o trapézio (a figura verde) e compor um retângulo, contar as unidades de área do novo retângulo e associar a quantidade de unidades de área do retângulo vermelho.	θ_{p12} -Ao decompor uma figura e compor outra, a área permanece igual; o número de superfícies unitárias necessárias para recobrir o interior de uma figura corresponde à medida de sua área. Escolhida uma unidade de área, duas figuras que possuem o mesmo número de superfícies em seu interior possuem a mesma área.

Quadro 12- Descrição dos elementos de praxeologias pessoais apresentada pelos estudantes relativos ao subtipo de tarefa comparar as áreas de figuras com unidade de área dada

(conclusão)

Subtipo de tarefa institucional	Tipo de tarefa pessoal	Técnica pessoal (τ_p)	Tecnologia pessoal (θ_p)
St ₁₂ : Comparar as áreas de figuras planas com unidade de área dada.	T _{p1} – Comparar as áreas de figuras planas utilizando unidades de medida.	τ_{p13} -Associar as figuras envolvidas ao mesmo formato; medir os comprimentos dos lados correspondentes, verificar se os lados correspondentes possuem a mesma medida.	(θ_{p13}) - Se em duas figuras de mesmo formato os lados correspondentes possuem o mesmo comprimento, então as áreas dessas figuras são iguais.
		τ_{p14} - Verificar se as figuras possuem o mesmo formato mediante a percepção visual.	(θ_{p14})- Se duas figuras apresentam o mesmo formato, então possuem a mesma área.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Conforme a modelização dos elementos das praxeologias pessoais dos estudantes apresentada acima, percebemos que o tipo de tarefa pessoal corresponde ao institucional. Entretanto, as técnicas pessoais (τ_{p13} e τ_{p14}) e tecnologias pessoais (θ_{p13} e θ_{p14}), respectivamente, não correspondem às técnicas e tecnologias institucionais. Esse dado aponta para uma categoria de praxeologia pessoal em que o tipo de tarefa pessoal corresponde ao institucional e cujas técnicas e tecnologias são distintas das institucionais.

Continuando nossa análise, percebemos que as tarefas do tipo T2: Determinar uma área propostas nas questões do teste foram reconhecidas pelos estudantes, exceto aqueles que não as realizaram. Associamos as tarefas do tipo T2 contempladas no teste aos subtipos: St₂₁, St₂₃, e St₂₄. Assim, para as tarefas desses subtipos eram esperadas dos estudantes a realização da contagem da quantidade de unidades necessárias para recobrir a figura e a aplicação de fórmulas, aspectos observados tanto na abordagem do saber quanto na expectativa da professora.

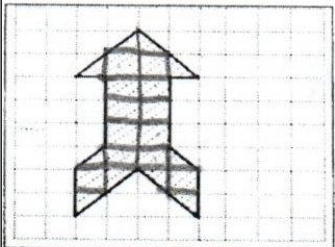
As questões que trabalham com malha quadriculada eu esperava eles contarem os quadradinhos e as outras figuras tipo... a questão dois, a questão seis eles já começaram a tentar aplicar o cálculo de área utilizando os números mesmo que tem.” (TRANSCRIÇÃO, 9-12, APÊNDICE B)

Fazendo um levantamento das técnicas utilizadas pelos estudantes para cumprir as tarefas do subtipo St₂₁, constatamos que foi privilegiada a contagem da quantidade de quadradinhos, como o esperado pela professora. Entretanto, percebemos que na tarefa proposta na questão 3, alguns estudantes não consideraram na contagem das metades dos quadradinhos, deixando de fora, a contagem das unidades formadas por duas metades, tal como podemos ver

no extrato do estudante A25. Esse comportamento também foi observado na pesquisa de Pessoa (2010).

Figura 34- Extrato de protocolo do estudante A25

Considere como unidade de medida um quadradinho da malha quadriculada abaixo.



A área da figura hachurada é? *12 área*

Fonte: Dados da Pesquisa.

Também percebemos que, alguns estudantes, ao resolver a mesma tarefa consideraram as metades dos quadradinhos como sendo uma superfície unitária, indicando assim, a medida da área igual a 22 unidades. Essa técnica também foi verificada na pesquisa de Pessoa (2010) e corrobora com a nossa análise a priori.

Embora em ambos os casos os estudantes coloquem como maneira de fazer a contagem da quantidade de quadradinhos, as técnicas utilizadas para a resolução possuem elementos diferentes. Assim, para os estudantes que consideraram na contagem apenas a quantidade de quadrados inteiros que estão internos à figura, não estão atentando para a propriedade aditiva das áreas que permite juntar duas metades e formar uma nova unidade, nem tampouco, para a possibilidade de associar que as duas metades do quadrado reunidas equivalem à área do quadrado tomado como unidade.

Já, os estudantes que consideraram na contagem as metades dos quadrados como uma unidade apresentam dificuldades em reconhecer a unidade de medida indicada para determinar a área. Nessa direção, podemos conjecturar que essas técnicas utilizadas são frutos da relação pessoal que os estudantes tiveram com o subtipo de tarefa, assim, inferimos as técnicas e tecnologias pessoais para esse subtipo de tarefa:

Quadro 13- Descrição dos elementos de praxeologias pessoais apresentada pelos estudantes relativa ao subtipo determinar a área de uma figura desenhada em malha

Subtipo de tarefa institucional	Tipo de tarefa pessoal	Técnica pessoal	Tecnologia pessoal
St ₂₁ -Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	T _{p2} – Determinar a área de uma figura desenhada em malha.	τ_{p21} – Realizar a contagem das unidades inteiras de área necessárias para recobrir a figura e, a cada duas metades, adicionar uma a mais.	θ_{p21} – A área de uma figura desenhada sobre a malha quadriculada é dada pela quantidade de quadradinhos (superfícies unitárias) necessária para recobrir totalmente o interior de uma figura.
		τ_{p22} Contar as superfícies unitárias inteiras que estão na parte interna da figura.	(θ_{p22}) - A área de uma figura desenhada sobre a malha quadriculada é dada pela quantidade de quadradinhos (superfícies unitárias) que estão totalmente localizadas no seu interior.
		τ_{p23} Contar a quantidade de superfícies unitárias inteiras que estão dentro da figura, considerando as metades como sendo uma unidade a mais.	(θ_{p23}) - A área de uma figura desenhada sobre a malha quadriculada é dada pela quantidade de quadradinhos (superfícies unitárias) que estão parcialmente contidos na figura.

Fonte: Dados da Pesquisa.

Com relação às tarefas do subtipo St₂₃- Determinar a área de um retângulo propostas no teste, percebemos conformidade das técnicas dos alunos que realizaram corretamente essas tarefas com o que a professora esperava, ou seja, que os estudantes aplicassem a fórmula da área do retângulo (5 estudantes). A declaração do estudante A5 mediante a transcrição, 130 a 131 do Apêndice C, permite visualizar claramente esse posicionamento: “Eu calculei três vezes cinco que deu quinze, aí eu botei quinze metros quadrados, do mesmo jeito que eu fiz ali, calculei largura e comprimento”. Durante o ensino a professora também explorou o ladrilhamento para resolver tarefas desse subtipo, no entanto, não verificamos a aplicação dessa técnica pelos estudantes diante de tarefas propostas no teste para esse subtipo.

Os estudantes que não apresentaram conformidade com o esperado pela professora, nem pelo que foi efetivamente ensinado, expressaram enquanto técnicas: a) adicionar os comprimentos dos lados adjacentes da figura (7 estudantes); determinar o perímetro do retângulo (4 estudantes); c) informar apenas a medida do comprimento ou da largura da figura (8 estudantes). As duas primeiras técnicas supracitadas, também foram verificadas entre estudantes do 9º ano do ensino fundamental diante de tarefas do subtipo St₂₃ na pesquisa de Moura e Santos (2016). Nas entrevistas percebemos que os argumentos utilizados por aqueles que aplicaram a segunda técnica estão associados ao conceito de perímetro. Esse fato pode ser observado no diálogo a seguir.

Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?

Estudante: A área da cozinha.

Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?

Estudante: Eu somei os lados.

Pesquisador: Então, para você encontrar a área de um retângulo, basta somar os comprimentos dos lados?

Estudante: Na minha opinião é.

(TRANSCRIÇÃO, 73-79, APÊNDICE C)

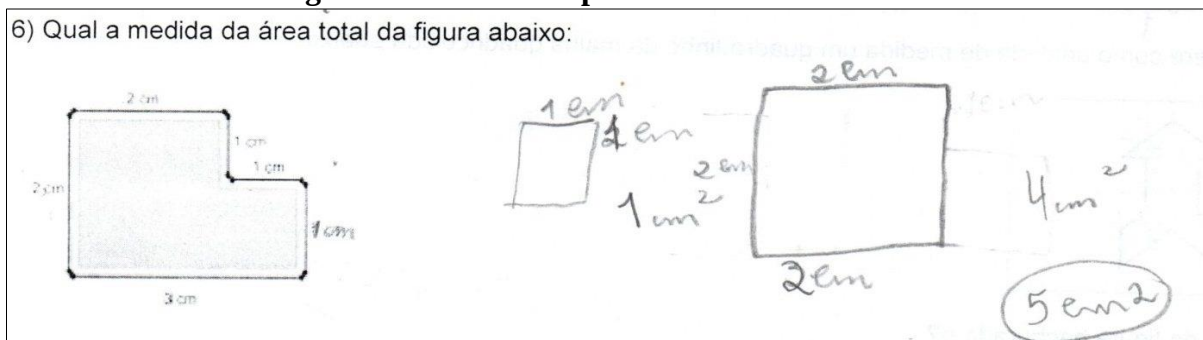
Esse dado revela dificuldades do estudante em relação à dissociação de área e perímetro, um dos aspectos comuns apresentados nas pesquisas de Baltar (1996); Chiummo (1998), Facco (2003), Ferreira (2010), Moura e Santos (2016), entre outras.

Sobre a tarefa do subtipo St₂₄ explorada no teste, era esperado que o estudante realizasse a decomposição da figura em um retângulo e um quadrado, aplicasse as fórmulas correspondentes para obter as suas respectivas áreas, somando-as em seguida, conforme podemos observar na descrição da professora: “(...) na questão seis, eles teriam que ter a percepção de que teria que separar aqui essa figura, vamos dizer, em duas partes e, a partir daí, calcular a área de uma, calcular a área da outra e fazer o somatório” (TRANSCRIÇÃO, 16-18, APÊNDICE B). Essa tarefa também era uma tarefa mais complexa que as demais, portanto, era esperado que os estudantes apresentassem algumas dificuldades para cumpri-la.

Durante a realização das aulas percebemos que a professora também recorreu ao ladrilhamento para cumprir as tarefas desse subtipo, assim, o estudante que recorresse a essa técnica também apresentaria conformidade com o que foi trabalhado em sala de aula.

Ao verificar os protocolos dos estudantes percebemos que apenas um estudante conseguiu cumpri-la em conformidade com o que era esperado (ver extrato abaixo).

Figura 35- Extrato de protocolo do estudante A5



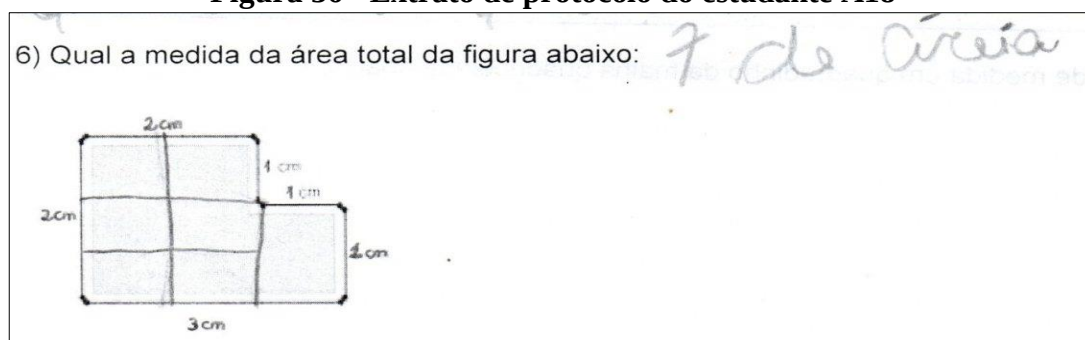
Fonte: Dados da Pesquisa.

Ao ser questionado sobre como ele fez para realizar a tarefa, o estudante argumenta: “Eu dividi porque não estava entendendo bem, se eu pegar essa figura e colocar aqui fica

igualzinho a essa. Aí é determinar a área dessa figura e dessa outra e somar” (TRANSCRIÇÃO, 179-181, APÊNDICE C).

Percebemos também que houve dois estudantes que recorreram ao ladrilhamento da figura seguido da contagem da quantidade de unidades necessárias para recobrir a figura, mas apresentaram dificuldades em escolher a unidade de medida. No extrato a seguir podemos perceber a aplicação da técnica supracitada.

Figura 36 - Extrato de protocolo do estudante A18



Fonte: Dados da pesquisa.

Dos estudantes que não apresentaram técnica em conformidade com o esperado, recorreram a: 1- Soma dos comprimentos dos lados associando o cálculo da área ao cálculo do perímetro (19 estudantes); 2- A decomposição da figura em um retângulo e um quadrado, seguida da multiplicação dos perímetros das figuras (1 estudante); e, 3 - A multiplicação dos comprimentos de todos os dos lados da figura (2 estudantes).

No quadro a seguir apresentamos as praxeologias pessoais apresentadas pelos estudantes ao cumprir a tarefa do subtipo St₂₄: Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).

Quadro 14- Descrição dos elementos de praxeologias pessoais apresentada pelos estudantes relativa ao subtipo determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados)

Subtipo de tarefa institucional	Tipo de tarefa Pessoal	Técnica pessoal	Tecnologia pessoal
St ₂₄ : Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	T_{p4} – Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	τ_{p4} - Decompor a figura em retângulos; identificar as medidas de suas dimensões e multiplicá-las; somar as medidas de áreas obtidas.	θ_{p4} – Se uma figura pode ser decomposta em retângulos, então sua área corresponde à soma das áreas dos retângulos que formam a figura.
	T_{p5} – Determinar a área de uma figura cujos comprimentos dos lados são conhecidos.	τ_{p51} - Somar os comprimentos dos lados da figura	(θ_{p51}) - A soma dos comprimentos dos lados de uma figura corresponde a sua área
		τ_{p52} Decompor uma figura em retângulo e quadrado, somar os comprimentos dos lados das duas figuras obtidas, somar os resultados obtidos nas duas figuras.	(θ_{p52}) - Se uma figura pode ser decomposta então a sua área corresponde ao somatório dos comprimentos lados das figuras que foram decompostas.
		τ_{p53} Multiplicar todos os comprimentos dos lados da figura.	(θ_{p53}) - Está associada à extensão da fórmula do retângulo fora de um domínio de validade.

Fonte: Dados da Pesquisa.

De acordo com a modelização das praxeologias pessoais dos estudantes percebemos a presença de pelo menos três categorias: a) praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa, técnica e tecnologia pessoais estão em conformidade com os da praxeologia institucional; b) praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa corresponde ao institucional e cujas técnicas e tecnologias pessoais estão erradas; e, c) praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e a tecnologia pessoais erradas. Em nossa pesquisa não identificamos praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e tecnologia pessoais corretas, entretanto, conjecturamos que essa constitui outra categoria de praxeologia pessoal que pode ser posta a vida pelo sujeito institucional.

4.6 Distanciamentos e aproximações entre o saber ensinado e o saber aprendido

Nessa subseção trazemos uma breve discussão a respeito dos elementos da praxeologia matemática presentes no estudo conduzido pela professora, apontando as proximidades e distanciamentos entre o que foi ensinado e o que foi aprendido ao fim do processo de ensino do saber área.

Resgatamos, inicialmente, alguns aspectos situados em seções anteriores, para permitir ao leitor uma visualização mais geral do comparativo entre os tipos de tarefas adotadas nessa pesquisa enquanto modelo de referência, os contemplados na explicação da professora, os colocados nos exercícios a serem respondidos pelos estudantes e os contemplados nas questões do teste. Nessa direção, apresentamos a tabela a seguir.

Tabela 5 - Quantitativo de tarefas contempladas no ensino de áreas de figuras plana

Modelo de Referência	Explicação da professora	Exercícios a serem respondidos pelos estudantes	Questões do teste
T1: Comparar áreas.	01	07	03
T2: Determinar uma área.	10	16	06
T3: Estudar os efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies.	01	-	-
T4: Produzir uma superfície de área dada.	01	06	-
T5: Converter unidades de área.	-	-	-
T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problema cujo enunciado comporta dados relativos à área.	-	01	-
T7: Operar com medidas de área.	-	-	-
Total	13	30	09

Fonte: Dados da Pesquisa.

Os dados da tabela revelam que os tipos de tarefas contemplados nas três ações que perpassam o ensino foram os T1 e T2, dos quais o último ocorre com maior frequência. Esse fato corrobora com os resultados verificados por Santos (2015), os quais apontam que durante a abordagem do saber 97% das tarefas trabalhadas pelo professor eram do tipo determinar uma área. No entanto, nossos resultados diferem dos de Santos (2015) no que se refere à variedade dos tipos de tarefas contempladas no ensino, no nosso caso, verificamos que a professora contemplou cinco tipos de tarefas durante o ensino, enquanto que Santos (2015) verificou que o professor participante de sua pesquisa trabalhou apenas tarefas de dois tipos.

Direcionando nosso olhar para os subtipos de tarefas apresentados mediante os tipos de tarefas majoritariamente contemplados na explicação da professora, nos exercícios respondidos pelos estudantes e nas questões do teste, temos a seguinte configuração.

Tabela 6- Quantitativo de tarefas relativas aos subtipos contemplados na explicação da professora, nos exercícios propostos aos estudantes e nas questões do teste

Tipo de tarefa	Subtipo de tarefa	Explicação da professora	Exercícios a serem respondidos pelos estudantes	Questões do teste
T1: Comparar áreas.	St ₁₁ - Comparar as áreas de figuras planas sem unidades de medidas.	-	06	-
	St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras planas utilizando unidades de medidas.	01	01	03
T2: Determinar uma área.	St ₂₁ - Determinar a área de uma figura desenhada na malha.	03	06	02
	St ₂₂ - Determinar a área de um quadrado.	02	03	-
	St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	04	05	03
	St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	01	02	01

Fonte: Dados da Pesquisa.

De acordo com a tabela acima, apenas as tarefas dos subtipos St₁₁ e St₂₂ não foram contempladas no teste. Percebemos também, que os subtipos St₂₁ e St₂₃ foram majoritariamente trabalhados tanto na explicação da professora quanto nos exercícios a serem respondidos pelos estudantes, o que a nosso ver, apresenta um indicativo para as razões de escolha da quantidade de tarefas desse subtipo no instrumento avaliativo pela professora. Nessa direção, verificamos aproximações entre os tipos de tarefas abordadas durante o ensino de áreas e no instrumento avaliativo.

Diante das tarefas propostas no teste, percebemos que os estudantes realizaram uma divisão em tipos de tarefas diferentes da realizada pela instituição ensino de Matemática no 6º ano do ensino fundamental, a partir dos quais modelizamos as praxeologias pessoais. Apresentamos no quadro a seguir os subtipos de tarefas institucionais e os tipos de tarefas pessoais associados a eles.

Quadro 15- Tipologia de tarefas pessoais associadas a subtipos de tarefas institucionais

Subtipo de tarefa institucional	Tarefa pessoal
St ₁₂ - Comparar as áreas de figuras planas utilizando unidades de medidas.	T _{p1} – Comparar as áreas de figuras planas utilizando unidades de medida.
St ₂₁ - Determinar a área de uma figura desenhada na malha.	T _{p2} – Determinar a área de uma figura desenhada em malha.
St ₂₃ - Determinar a área de um retângulo.	T _{p3} – Determinar a área de um retângulo dados os comprimentos dos lados adjacentes.
	T _{p5} – Determinar a área de uma figura cujos comprimentos dos lados são conhecidos.
St ₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).	T _{p4} – Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).
	T _{p5} – Determinar a área de uma figura cujos comprimentos dos lados são conhecidos.

Fonte: Dados da Pesquisa.

No trabalho da divisão em tipo de tarefas percebemos daqueles estudantes que recorreram à técnica institucional para resolver a tarefa, uma conformidade entre a tarefa pessoal e a institucional. Entre aqueles que utilizaram uma técnica diferente da institucional, verificamos diferenças entre o tipo de tarefa pessoal e o institucional.

Os tipos de tarefas pessoais distintos dos institucionais foram modelizados a partir da percepção de que o critério usado por alguns alunos para decidir que técnica usar, era essencialmente influenciado pelo suporte material no qual as figuras estavam desenhadas. Isto é, as tarefas que apresentavam figuras desenhadas em malhas, por exemplo, eram cumpridas pela mesma técnica – realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura – enquanto que, para resolver as tarefas que disponibilizavam figuras informando o comprimento dos lados, ora determinavam o perímetro da figura, ora recorriam à soma dos comprimentos de dois lados adjacentes.

Quanto às técnicas utilizadas pelos estudantes na resolução do teste, verificamos conformidade por parte dos estudantes diante dos quatro subtipos explorados no teste. Diante do subtipo St_{12} - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas, percebemos em 3 dos 30 estudantes participantes, o uso das seguintes técnicas: decomposição e recomposição de figuras seguida da contagem de quadradinhos (unidades de área) que compunham as figuras, e a sobreposição seguida da compensação das partes. Para o subtipo de tarefa St_{21} - Determinar a área de uma figura desenhada em malha, identificamos a técnica: realizar a contagem da quantidade de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura e, a cada duas metades, adicionar uma a mais, apresentada por apenas um estudante. Salientamos que esta técnica foi explorada pela professora no mesmo dia da aplicação do teste.

Mediante a resolução das tarefas do subtipo St_{23} - Determinar a área de um retângulo, cinco estudantes apresentaram conformidade com a técnica institucional, ou seja, recorreram à aplicação da fórmula da área do retângulo.

Finalmente, verificamos para o subtipo St_{24} - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados), uma conformidade com as técnicas relativas à decomposição da figura em quadrados seguida da aplicação da fórmula da área do retângulo e da adição das áreas desses quadrados, assim como, o ladrilhamento seguido da contagem de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura apresentadas por 3 alunos. Salientamos que para este caso específico, os estudantes que recorreram ao ladrilhamento seguido da contagem de superfícies unitárias necessárias para recobrir a figura, apresentaram dificuldades no uso da técnica, o que gerou uma resposta incorreta.

De maneira geral, verificamos que as técnicas que envolviam a decomposição e recomposição, a inclusão e sobreposição, a contagem da quantidade de superfícies unitárias, a aplicação da fórmula da área do retângulo e, o ladrilhamento de figuras, foram observadas tanto nas aulas como nas resoluções dos alunos às questões do teste. Por outro lado, a aplicação da fórmula da área do retângulo e o ladrilhamento foram observados nas aulas, mas apareceram de maneira pouco expressiva nas resoluções do teste pelos estudantes.

Quanto às técnicas usadas pelos estudantes na resolução das questões do teste que apresentaram diferenças em relação às trabalhadas pela professora, verificamos em um grupo de alunos a aplicação de mesmas técnicas diante das tarefas dos subtipos:

- a) St₁₂ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas.
 - $\tau_{p_{13}}$ - Associar as figuras envolvidas ao mesmo formato; medir os comprimentos dos lados correspondentes, verificar se os lados correspondentes possuem a mesma medida;
 - $\tau_{p_{14}}$ - Verificar se as figuras possuem o mesmo formato mediante a percepção visual.
- b) St₂₁ - Determinar a área de uma figura desenhada na malha.
 - $\tau_{p_{22}}$ - Contar as superfícies unitárias inteiras que estão na parte interna da figura;
 - $\tau_{p_{23}}$ - Contar a quantidade de superfícies unitárias inteiras que estão dentro da figura, considerando as metades como sendo uma unidade a mais.
- c) St₂₃ - Determinar a área de um retângulo.
 - $\tau_{p_{32}}$ - Adicionar os comprimentos dos lados adjacentes;
 - $\tau_{p_{33}}$ - Adicionar os comprimentos de todos os lados da figura;
 - $\tau_{p_{34}}$ - Informar apenas a medida do comprimento ou da largura da figura.
- d) St₂₄ - Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).
 - $\tau_{p_{51}}$ - Adicionar os comprimentos dos lados da figura;
 - $\tau_{p_{52}}$ - Decompor uma figura em retângulos e quadrados, adicionar os comprimentos dos lados das duas figuras obtidas, adicionar os resultados obtidos nas duas figuras;
 - $\tau_{p_{53}}$ - Multiplicar todos os comprimentos dos lados da figura.

Diante do rol de técnicas pessoais apresentadas pelos estudantes perante os subtipos contemplados no teste, as quais são diferentes das técnicas institucionais, percebemos nos erros cometidos pelos estudantes uma convergência com os repertoriados em pesquisas anteriores, a exemplo de Baltar (1996), Chiummo (1998), Douady e Perrin-Glorian (1989), Facco (2003),

Ferreira (2010), Pessoa (2010), Moura e Santos (2016). Apresentamos resumidamente esses erros a seguir:

- *A extensão inadequada da fórmula da área do retângulo:* verificamos esse erro diante da tarefa do subtipo St₂₄- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados) mediante a aplicação da técnica $\tau_{p_{53}}$.
- *Associação da área ao perímetro:* esse erro foi verificado diante das tarefas dos subtipos St₂₃- Determinar a área de um retângulo e St₂₄- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados), nas quais foram feitos usos das técnicas $\tau_{p_{33}}$ e $\tau_{p_{51}}$, respectivamente.
- *A comparação das áreas mediante a projeção de um dos lados da figura:* Constatamos esse erro diante das tarefas dos subtipos St₁₂ - Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medidas e St₂₃- Determinar a área de um retângulo, nas quais os estudantes aplicaram respectivamente, as técnicas $\tau_{p_{13}}$ e $\tau_{p_{34}}$.
- *Área associada ao ladrilhamento efetivo:* a ocorrência desse erro foi verificada diante de tarefas do subtipo St₂₁-Determinar a área de uma figura desenhada na malha perante o uso da técnica $\tau_{p_{22}}$.
- *Omissão e/ou uso inadequado de unidades de medida:* esse tipo de erro foi verificado através das técnicas usadas para o cumprimento das tarefas dos subtipos: St₂₁- Determinar a área de uma figura desenhada na malha, St₂₃- Determinar a área de um retângulo; St₂₄- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).
- *O cálculo da área do retângulo e de figuras que podem ser decompostas em retângulos (quadrados e não quadrados) a partir da soma dos comprimentos de lados adjacentes.*

O discurso tecnológico-teórico elaborado pela professora para justificar o porquê das técnicas utilizadas para permitirem cumprir uma determinada tarefa são válidas, nem sempre é identificável, muitas vezes ele é gerado mediante a própria aplicação da técnica. Percebemos que o discurso tecnológico-teórico ganhou mais relevo na primeira aula mediante as técnicas do ladrilhamento e decomposição e recomposição de figuras do que durante a exploração das tarefas nas aulas posteriores.

Os argumentos como: “A área é o espaço ocupado por uma figura; figuras diferentes podem apresentar mesma área; a área é a quantidade de quadradinhos necessária para recobrir uma figura; a unidade de área é sempre ao quadrado devido ao produto das dimensões

da figura; o perímetro é a soma dos lados que contornam a figura” foram identificados explicitamente na fala da professora durante a abordagem do saber em sala de aula. Identificamos também embriões de argumentos que eram iniciados e deixados a cargo dos estudantes a sua validação, dos quais destacamos: *“A decomposição e recomposição conserva a área; a sobreposição seguida da compensação das partes permite comparar as áreas; dada uma superfície unitária, figuras que possuem em seu interior a mesma quantidade de superfícies unitária possuem a mesma área; a área do retângulo é produto dos comprimentos dos lados adjacentes; a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos e quadrados é igual à soma das áreas dos retângulos e quadrados que foram decompostos”*.

Quanto ao discurso tecnológico-teórico apresentado pelos estudantes, verificamos aproximações e diferenças com o da professora. Dos que apresentaram conformidade com as técnicas institucionais identificamos indícios dos seguintes argumentos: *“a área é o espaço ocupado por uma figura; figuras diferentes podem apresentar mesma área; a área é a quantidade de quadradinhos necessária para recobrir uma figura; a área do retângulo é produto dos comprimentos dos lados; se uma figura pode ser decomposta em retângulos, então sua área corresponde à soma das áreas dos retângulos que formam a figura”*.

Entre aqueles cujas técnicas pessoais diferem das institucionais, verificamos indícios das proposições:

- Se em duas figuras de mesmo formato os lados correspondentes possuem o mesmo comprimento, então as áreas dessas figuras são iguais;
- Se duas figuras apresentam o mesmo formato, então possuem a mesma área;
- A área de uma figura desenhada sobre a malha quadriculada é dada pela quantidade de quadradinhos (superfícies unitárias) que estão totalmente localizadas no seu interior;
- A área de uma figura desenhada sobre a malha quadriculada é dada pela quantidade de quadradinhos (superfícies unitárias) que estão parcialmente contidos na figura;
- A soma dos comprimentos dos lados de uma figura corresponde a sua área;
- Se uma figura pode ser decomposta, então a sua área corresponde ao somatório dos comprimentos dos lados das figuras nas quais foi decomposta;
- Está associada à extensão da fórmula do retângulo fora de um domínio de validade;
- A soma dos comprimentos dos lados de uma figura corresponde a sua área

De maneira geral, podemos inferir que a relação entre o que é ensinado pela professora e o aprendido pelos estudantes, ao final do processo de ensino, é marcada por aproximações e

distanciamentos. Ambos são verificados através do emprego de técnicas para o cumprimento das tarefas. As aproximações indicam que as técnicas e as tecnologias utilizadas pela professora e pelos alunos estão em conformidade com o esperado pela instituição ensino de Matemática no 6º ano do ensino fundamental. Os distanciamentos apontam para os entraves que persistem no ensino da área. Dentre eles, destacamos aquele em que parte dos estudantes associa uma tarefa relativa à área a uma relativa a perímetro. Nesse caso particular, eles aplicam uma técnica correta no domínio do perímetro, mas errada, para o tipo de tarefa institucional, ao qual se refere à área.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E ENCAMINHAMENTOS

Nessa pesquisa, procuramos elementos de resposta para a seguinte questão: Que aproximações e distanciamentos existem entre o saber área ensinado pelo professor e o saber área aprendido pelos alunos do 6º ano do ensino fundamental?

Assim, elegemos como objetivo geral da pesquisa, analisar distanciamentos e aproximações entre os saberes ensinado e aprendido em relação ao objeto área de figuras planas no 6º ano do ensino fundamental. Para tanto, nos apropriamos das contribuições da Teoria Antropológica do Didático (TAD), a partir das noções de praxeologias matemática e didática para modelizar o saber ensinado e da noção de praxeologia pessoal para olhar para o saber aprendido.

Situamos a discussão da área enquanto grandeza autônoma adotando como referência a modelização dos quadros proposta por Douady e Perrin-Glorian (1989) e assumida em várias pesquisas como: Baltar (1996), Bellemain (2000), Ferreira (2010) e Santos (2015). Segundo essa abordagem é preciso distinguir e articular três quadros: o quadro geométrico no qual estão as figuras, o das grandezas, onde estão a área e comprimento, e o numérico, no qual estão as medidas, que são números reais não negativos. Com base nesses estudos estabelecemos uma tipologia de tarefas e de técnicas que funcionaram como referência para a análise das praxeologias matemáticas relativas ao saber área.

Escolhemos como participantes da pesquisa uma professora e seus 30 estudantes do sexto ano B do turno da tarde de uma escola pública situada no Agreste de Pernambuco. As razões que justificaram essa escolha estão associadas à disponibilidade da professora em participar da pesquisa, e, ao fato de acreditarmos que neste ano escolar o tratamento dado à área não está exclusivamente voltado à aplicação de fórmulas, sendo possível identificar o uso de outras técnicas.

Para identificarmos a praxeologia da professora, acompanhamos 14 aulas em que foi trabalhado o conteúdo áreas de figuras planas, registrando-as por meio da videogravação. Em seguida, realizamos as transcrições dessas aulas, e analisamos com o olhar do quadro teórico adotado.

No tocante à modelização dos elementos da praxeologia pessoal dos estudantes, realizamos a análise de suas respostas dadas às tarefas propostas no instrumento avaliativo elaborado e aplicado pela professora ao fim do processo de estudo do saber área. Elegemos 10

estudantes para participar de uma entrevista semiestruturada, com a qual, buscamos conhecer as razões e os modos de fazer as tarefas propostas no teste.

Para verificar as aproximações e os distanciamentos entre o saber ensinado e o saber aprendido, realizamos uma análise a priori do teste proposto pela professora, tomando como referência a caracterização da praxeologia matemática realizada a partir do estudo realizado pela professora. Em seguida, buscando elementos de resposta para as razões de escolhas das tarefas propostas no teste, e intencionados na identificação das técnicas esperadas ao cumprimento de cada uma delas, realizamos uma entrevista semiestruturada com a professora. Feito isso, conseguimos eleger os elementos de conformidade que precisaríamos levar em consideração ao confrontarmos os elementos da praxeologia caracterizada a partir do estudo conduzido pela professora com os elementos das praxeologias pessoais caracterizadas a partir da análise das respostas dos estudantes ao teste e de suas declarações concedidas por meio das entrevistas.

Objetivos e resultados encontrados na pesquisa:

Nosso primeiro objetivo era caracterizar a organização matemática e didática estabelecida pela professora ao abordar a área de figuras planas no 6º ano. Optamos em realizar a modelização da praxeologia matemática integrada à praxeologia didática, dessa forma apresentamos a condução da aula dividida em duas etapas: a primeira referente à exposição do conteúdo realizada pela professora, e a segunda diz respeito à exploração das tarefas colocadas para os estudantes resolverem. Na primeira etapa, percebemos que a professora trabalhou tarefas contemplando pelo menos quatro tipos: T1: Comparar áreas, T2: Determinar uma área, T3: Estudar efeitos de deformação e transformação geométricas e numéricas sobre a área de uma família de superfícies, e T4: Produzir uma superfície de área dada. Já na segunda etapa, percebemos a ausência do T3 e a inclusão do T6: Determinar o valor de uma espécie de grandeza diferente da área, em problemas cujo enunciado comporta dados relativos à área.

Dos tipos de tarefas presentes na primeira etapa, reorganizamos em cinco subtipos diferentes, da seguinte forma: St₁₂- Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida; St₂₂- Determinar a área de um quadrado; St₂₃: Determinar a área de um retângulo; St₂₄- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados); St₃₁-Estudar efeitos de modificação das figuras sobre sua área e sobre seu perímetro; St₄₁- Produzir figuras de mesma área.

No tocante aos exercícios a serem respondidos pelos estudantes identificamos oito subtipos de tarefas, foram eles: St₁₁- Comparar as áreas de figuras sem unidades de medida; St₁₂- Comparar as áreas de figuras utilizando unidades de medida; St₁₁- Determinar a área de uma figura desenhada em malha; St₂₂- Determinar a área de um quadrado; St₂₃: Determinar a área de um retângulo; St₂₄- Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados); St₄₁- Produzir figuras de mesma área; e, St₄₂- Produzir uma superfície com área maior ou menor que uma figura dada.

Ao confrontarmos os subtipos de tarefas presentes nas duas etapas, percebemos que no caso das tarefas dos subtipos St₁₁, St₂₁, e St₄₂ foram deixadas a cargo do estudante a escolha de uma técnica plausível para cumpri-las, enquanto que para os demais foram esboçadas algumas técnicas.

A análise do estudo conduzido pela professora revelou que as técnicas priorizadas para o cumprimento das tarefas propostas consistiram na decomposição e recomposição, na inclusão e sobreposição, na contagem de superfícies unitárias, na adição e subtração de áreas, no ladrilhamento de superfícies, e, na aplicação da fórmula da área do quadrado e do retângulo, sendo esta última utilizada com maior frequência. Os elementos tecnológico-teóricos utilizados para justificar os modos de fazer aparecem algumas vezes de maneiras explícitas e em algumas ocasiões embriões de argumentos eram iniciados e deixados a cargo dos estudantes a sua validação.

Ao realizarmos a análise do teste elaborado e aplicado pela professora, constatamos que dos cinco tipos de tarefas explorados na condução do estudo pela professora, apenas dois foram contemplados no teste, o T1 e o T2, dos quais, T2 foi explorado por meio de seis tarefas as quais associamos a três subtipos: St₂₁, St₂₃ e St₂₄, enquanto que T1 foi explorado apenas por três tarefas do subtipo St₁₂.

Embora no teste tenha-se contemplado tarefas do mesmo subtipo daqueles trabalhados em sala de aula, a análise a priori apontou certos distanciamentos entre as características das tarefas propostas nas questões 1, 2a, e 5, para as quais as técnicas trabalhadas em sala de aula não permitiam resolvê-las, sem que houvesse um incremento a essas técnicas. A questão 2a, por exemplo, apresentava uma planta baixa com cinco cômodos retangulares, dos quais era solicitada a medida da área da cozinha. Embora essa tarefa seja do subtipo St₂₃- Determinar a área de um retângulo, para calcular a área da cozinha, antes era necessário, descobrir a medida de seu comprimento mediante a comparação entre as linhas paralelas da planta baixa que representam a dimensão comprimento.

A tarefa proposta pela questão 1 solicitava a comparação entre as áreas de figuras desenhadas em uma malha quadriculada, das quais a figura referente tratava-se de um trapézio que não apresentava em seu interior apenas superfícies unitárias inteiras, portanto era necessário recorrer à decomposição da figura e composição de uma nova figura a partir das partes decompostas, de modo que as superfícies unitárias da nova figura apresentassem inteiras.

Na condução do estudo, percebemos apenas uma tarefa de comparação de áreas de figuras desenhadas em malha, a qual era disponibilizada uma mesma figura desenhada sobre malhas diferentes. Para o cumprimento dessa tarefa recorreu-se à transformação da unidade de uma figura para a unidade da outra, seguida da contagem de superfícies unitárias, não sendo percebida enquanto elemento de técnica a utilização da decomposição e recomposição de figuras, no tratamento do tipo T1: Comparar áreas. Entretanto, constatamos que a decomposição e recomposição de figuras foi uma técnica explorada para a realização de tarefas do tipo T2: Determinar uma área.

A questão 5 solicitava a área de um retângulo obtido a partir do acréscimo de uma unidade em cada um dos lados adjacentes de um dado retângulo desenhado na malha. Assim a técnica a ser usada pelos estudantes exigia a produção de uma figura (retângulo) para depois calcular a sua área. Salientamos que durante as aulas a professora trabalhou tarefas de produção de superfícies, entretanto, não envolveram as características contempladas nesta questão.

Dessa forma, conjecturamos que, ao propor essas tarefas era esperada dos estudantes, diante do repertório de técnicas disponíveis ao final do estudo, a escolha daquela que melhor se adequava ao cumprimento da tarefa, mas também, a combinação de técnicas utilizadas em diferentes contextos, constituindo uma nova técnica capaz de cumprir a tarefa proposta.

Nosso segundo objetivo foi caracterizar as praxeologias pessoais dos estudantes do 6º ano em relação à área de figuras planas. Para isso recorreremos às respostas dadas às questões do teste elaborado e aplicado pela professora ao final do ensino de áreas, e às entrevistas realizadas com 10 estudantes que foram selecionados.

Mediante a análise dos protocolos percebemos que alguns estudantes associavam tarefas aos mesmos tipos que foram trabalhados pela professora em sala de aula, enquanto que outros apresentavam tipos de tarefas diferentes do institucional. Assim, ao realizarmos a modelização das praxeologias pessoais, identificamos cinco tipos de tarefas pessoais, para as quais foram empregadas quinze técnicas pessoais diferentes, conforme relatado a seguir:

T_{p1} – Comparar as áreas de figuras planas utilizando unidades de medida.

- τ_{p11} – Tomar uma figura, colocar em cima da outra, verificar quais delas possuem o mesmo “tanto de espaço” ocupado;
- τ_{p12} – Decompor o trapézio (a figura verde) e compor um retângulo, contar as unidades de área do novo retângulo e associar a quantidade de unidades de área do retângulo vermelho;
- τ_{p13} – Associar as figuras envolvidas ao mesmo formato; medir os comprimentos dos lados correspondentes, verificar se os lados correspondentes possuem a mesma medida;
- τ_{p14} – Verificar se as figuras possuem o mesmo formato mediante a percepção visual.

T_{p2} – Determinar a área de uma figura desenhada na malha.

- τ_{p21} – Realizar a contagem das unidades inteiras de área necessárias para recobrir a figura e, a cada duas metades, adicionar uma a mais;
- τ_{p22} – Contar as superfícies unitárias inteiras que estão na parte interna da figura;
- τ_{p23} – Contar a quantidade de superfícies unitárias inteiras que estão dentro da figura, considerando as metades como sendo uma unidade a mais.

T_{p3} – Determinar a área de um retângulo dados os comprimentos dos lados adjacentes.

- τ_{p31} – Multiplicar os comprimentos dos lados adjacentes;
- τ_{p32} – Adicionar os comprimentos dos lados adjacentes;
- τ_{p33} – Somar os comprimentos de todos os lados da figura;
- τ_{p34} – Informar apenas a medida do comprimento ou da largura da figura.

T_{p4} – Determinar a área de uma figura que pode ser decomposta em retângulos (quadrados e não quadrados).

- τ_{p4} – Decompor a figura em retângulos; identificar as medidas de suas dimensões e multiplicá-las; somar as medidas de áreas obtidas.

T_{p5} – Determinar a área de uma figura cujos comprimentos dos lados são conhecidos.

- τ_{p51} – Somar os comprimentos dos lados da figura;
- τ_{p52} – Decompor uma figura em retângulo e quadrado, somar os comprimentos dos lados das duas figuras obtidas, somar os resultados obtidos nas duas figuras;
- τ_{p53} – Multiplicar todos os comprimentos dos lados da figura.

Nosso terceiro e último objetivo específico consistia em comparar as praxeologias ensinadas pelo professor e as efetivamente aprendidas pelos alunos em relação ao saber área de

figuras planas no 6º ano do ensino fundamental. Ressaltamos que estamos considerando enquanto saber aprendido aquele que está disponível no fim de um processo de aprendizagem para iniciar novos processos.

Diante das modelizações das praxeologias institucional e pessoais constatamos diferenças nas interpretações das tarefas por parte dos alunos. Verificamos que uma parte dos estudantes identificou as tarefas de acordo com as tarefas institucionalmente trabalhadas, outra parte associou a tipos de tarefas distintos das ensinadas em sala de aula.

Quanto às técnicas usadas pelos estudantes que apresentaram um maior índice de acertos estão em conformidade com as trabalhadas pela professora. Estes recorreram às técnicas e/ou elementos de técnicas: a contagem da quantidade de superfícies unitárias, a decomposição e composição de figuras, a multiplicação dos comprimentos dos lados adjacentes do retângulo, a relação de ordem entre as medidas de áreas, a adição de áreas, e o ladrilhamento de figuras.

Já os que apresentaram diferenças nos modos de fazer, percebemos uma variedade de elementos que compunham as técnicas, das quais, podemos destacar: determinar a ordem das áreas a partir da comparação dos comprimentos dos lados correspondentes; utilizar a técnica visual perceptiva; contar apenas as superfícies inteiras que estão na parte interna de uma figura e/ou considerar na contagem as metades de uma superfície unitária como sendo uma unidade a mais; adicionar os comprimentos das dimensões das figuras; somar os comprimentos dos lados da figura; informar apenas a medida do comprimento ou da largura da figura; multiplicar todos os comprimentos da figura; decompor uma figura em quadrados e somar os comprimentos dos lados desses quadrados.

Para conseguirmos indicar o quão próximo e o quão distante está o saber aprendido do saber ensinado recorreremos aos tipos de tarefas propostos no teste ao final do processo de estudo do saber área, tendo em vista que é nessa ocasião em que os estudantes são convidados a realizar as tarefas sem a participação da professora, assim seus registros dão indícios de sua relação pessoal com o saber. Vale ressaltar que a relação pessoal do aluno na posição de sujeito institucional põe a existência da praxeologia pessoal.

A modelização das praxeologias dos estudantes revelou três categorias relativas à praxeologia pessoal: i) praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa, técnica e tecnologia pessoais estão em conformidade com os da praxeologia institucional; ii) praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa corresponde ao institucional e cujas técnicas e tecnologias pessoais estão erradas; e, iii) praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e a tecnologia pessoais erradas. Embora em nossa pesquisa não tenhamos identificado praxeologias pessoais em que o tipo de tarefa é diferente do institucional e com a técnica e

tecnologia pessoais corretas, conjecturamos que essa constitui outra categoria de praxeologia pessoal que pode ser posta a vida pelo sujeito institucional.

Um comentário adicional

Existem elementos importantes a serem resgatados e valorizados quanto à organização do saber realizada pela professora, como, por exemplo: o repertório de tarefas utilizadas para o tratamento da área é nitidamente mais amplo do que aquele comumente observado nos livros didáticos e verificados em pesquisas. Percebemos também a valorização das técnicas de decomposição e recomposição de figuras para o tratamento da equivalência de figuras, aspecto inclusive sugerido por várias pesquisas citadas nesse trabalho, quanto ao tratamento da área enquanto grandeza.

Observamos ainda, uma reorganização matemática e didática por parte da professora diante das dificuldades dos estudantes com algumas tarefas específicas, como por exemplo, ao perceber que a tarefa de comparação de áreas sem unidades de medida gerou dificuldades na compreensão dos estudantes, na aula seguinte, ela retoma a atividade fazendo uso de material concreto, o que a nosso ver, valorizou o aspecto dinâmico através da manipulação das figuras, como também, favoreceu a percepção e o emprego de diferentes técnicas, a exemplo da sobreposição e compensação das partes, decomposição e recomposição seguida de sobreposição. Ainda com relação às reorganizações, verificamos o emprego do ladrilhamento como alternativa para a resolução das tarefas nas quais foi utilizada a fórmula da área do retângulo, o que a nosso ver, favoreceu a alguns estudantes elementos que envolvem a dissociação entre o cálculo da área e o do perímetro, embora tenhamos percebido no teste dificuldades quanto ao emprego desta técnica por aqueles que a aplicaram.

Perspectivas futuras

Nossa pesquisa abre caminhos para reflexões e desenvolvimento de novas investigações no que tange ao objeto áreas na perspectiva das teorias da didática. Assim, comprometidos com a educação matemática brasileira, e intencionados em difundir a discussão da área enquanto grandeza comprometemo-nos em divulgar os resultados desse trabalho junto à secretaria de educação do município, à qual a escola lócus da pesquisa é vinculada, e propor um momento de formação continuada com o corpo docente de Matemática, expondo os resultados e fomentando a discussão do tratamento da área enquanto grandeza autônoma.

Muitas questões ficam ainda em aberto, podendo ser frutos de novas investigações, como por exemplo, quais são as decisões didáticas tomadas pelo professor durante a preparação do estudo do saber área? Que decisões são tomadas pelo professor em interação com os alunos? Que efeitos essas decisões tomadas pelo professor em interação com o estudante provocam na aprendizagem dos estudantes? Quais as cláusulas de contrato didático estabelecidas na abordagem do saber área? Como ocorrem as renegociações e as rupturas desse contrato?

Assim, mesmo conscientes de que esta dissertação traz elementos importantes à manutenção do trabalho acadêmico, acreditamos que não foi possível esgotar a riqueza dos elementos aqui tratados.

REFERÊNCIAS

- AGRANIONIH, N. T. A teoria da transposição didática e o processo de didatização dos conteúdos matemáticos. EDUCERE – Revista da Educação da UNIPAR, Toledo, PR, v. 1, n.1, p. 3-22, jan./jun. 2001. Disponível em: «<http://revistas.unipar.br/index.php/educere/article/view/812/709> » acesso em: 05/01/2018.
- ANWANDTER-CUELLAR, N. **Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France**. Thèse (doctorat en Histoire Philosophie et Didactique des Sciences)- Université Montpellier 2, Montpellier, 2012.
- ARAÚJO, J. C. **Situações que dão sentido ao conceito de área**: um estudo com estudantes do 9º ano do Ensino Fundamental em relação à área do paralelogramo. Monografia apresentada à Universidade de Pernambuco – Campus Mata Norte, Curso Licenciatura em Matemática, julho, 2014.
- BALTAR, P.M. **Enseignement et apprentissage de la notion d'aire de surface planes: une étude de l'acquisition des relations entre les longueurs et les aires au collège**. 1996. 352 f. Tese (Doutorado em Didática da Matemática) - Université Joseph Fourier, Grenoble, 1996.
- BARROS, A. L. S. **Uma análise das relações entre área e perímetro em livros didáticos do 3º e 4º ciclos do ensino fundamental**. 2006. 213f. Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2006.
- BELLEMAIN, P. M. B. **Estudo de situações problema relativas ao conceito de área**. In: ENCONTRO DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 2000, Rio de Janeiro. Anais do X ENDIPE: Ensinar e aprender: sujeitos, saberes, espaços e tempos. Rio de Janeiro: 2000. CD-ROM.
- _____. Análise comparativa da relação institucional às grandezas geométricas no ensino fundamental, no Brasil e na França. **Relatório das atividades desenvolvidas no âmbito do projeto de estágio pós doutoral no exterior financiado pelo CNPq**. Recife, 2013. 95p.
- BELLEMAIN, P. & LIMA, P. **Um estudo da noção de grandeza e implicações no ensino fundamental**. Natal: SBHMat, 2002.
- BESSA DE MENEZES, M. **Praxeologia do professor e do aluno: uma análise das diferenças no ensino de equações do segundo grau**. 2010. 177f. Tese (Doutorado em Educação). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2010.
- BESSOT, Annie. **As decisões didáticas do professor : um modelo para tentar compreendê-las**. Conferência de Abertura do 2º Simpósio Latino-Americano de didática da matemática – II Ladima, São Paulo.
- BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y. **La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs**. In: Recherches en didactique des mathématiques. França. vol. 19, no 1, p. 77-124, 1999.

BOSCH, M.; GARCIA, F. J.; GASCÓN, J.; RUIZ HIGUERAS, L. **La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar: una propuesta desde la teoría antropológica de lo didáctico**. Educación Matemática, vol. 18, núm. 2, agosto, 2006, p. 37-74.

BOSH, M.; GASCÓN, J. 25 años de Transposicion Didactica. In: RUIZ-HIGUERAS, L.; ESTEPA, A.; GARCIA, F.J. (Org.). **Sociedad, Escuela y matemáticas, Aportaciones de la Teoria Antropológica de lo Didáctico**. Jaen: Universidad de Jaen, 2007. p.385- 406.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2017.

CARVALHO, D. G. **Uma análise da abordagem da área de figuras planas No guia de estudo do Projovem Urbano sob a ótica da Teoria antropológica do didático**. 2012. 120f. Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2012.

CHAACHOUA, H. **La praxéologie comme modèle didactique pour la problématique EIAH. Etude de cas: la modélisation des connaissances des élèves**. Présentation au séminaire national de didactique des mathématiques. La praxé. 2011, pp.82.

CHAACHOUA, H.; BITTAR, M. **A teoria antropológica do didático: paradigmas, avanços e perspectivas**. Anais do I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática – LADIMA. Bonito, Mato Grosso do Sul, 2016.

CHEVALLARD, Y. **Latransposición didáctica: Del saber sabio al saber enseñado**. AIQUE. Traducción: Claudia Gilman. Título original: CHEVALLARD, Y. (1984), La transposition didactique : Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble, 1991.

_____. **Familière et problematique, la figure du professeur**. In: **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 1997.

_____. **El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico**. **Recherches en didactique des mathématiques**. França. vol.19, nº 2, 221-226, 1999.

_____. **Approche anthropologique du rapport au savoir et didactique des mathématiques**. Editions Fabert: Paris, 2003, p.81 -104. Disponível em: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/article.php3?id_article=62. Acesso em: 12/04/2017.

CHIUMMO, A. **O conceito de área de figuras planas: capacitação para professores do ensino fundamental**. 1998. 181f. Dissertação (Mestrado em Ensino de matemática). PUC. São Paulo, 1998.

CROSET, M.C. **Modélisation des connaissances des élèves au sein d'un logiciel d'algèbre. Études des erreurs stables inter-élèves et intra-élève en termes de praxis-en-acte**. 2009. 349f. Tese (Doutorado em Didactique des Mathématiques). Université Joseph-Fourier - Grenoble I, França, 2009.

CROSET, M. C; CHAACHOUA, H. Une réponse à la prise en compte de l'apprenant dans la TAD: la praxéologie personnelle. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, v. 36, n.2, p161-186, 2016.

DOUADY, R.; PERRIN- GLORIAN, M.J. (1989). Un processus d' apprentissage du concept d'aire de surface plane. **Educational Studies in Mathématiques**, vol. 20, n.4, p. 387- 424, 1989.

FACCO, S. R. **Conceito de área: uma proposta de ensino- aprendizagem**. 2003.185f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC. São Paulo, 2003.

FERREIRA, L. F. D. **A Construção do Conceito de Área e da Relação entre Área e Perímetro no 3º ciclo do Ensino Fundamental: Estudos sob a Ótica da Teoria dos Campos Conceituais**. 2010. 191f. Dissertação (Mestrado em Educação). Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2010.

JARDIM, L. M; CAMARGO, S; ZIMER, T. T. B. Transposição didática no ensino de ciências: diferentes olhares. **Anais**. XII Congresso Nacional de educação- EDUCERE. PUC-PR, 2015.

LESSA, L. F. C. F. **Construção de um modelo epistemológico de referência considerando as análises das relações institucionais acerca do objeto matemático área**. 2017.218f. Dissertação (Mestrado em Ensino Filosofia e História das Ciências). UFBA. Salvador, 2017.

LIMA, F. H.. Um método de transcrições e análise de vídeos: a evolução de uma estratégia. In: VII Encontro Mineiro de Educação Matemática (VII EMEM), 2015, São João Del Rei. **Anais do VII Encontro Mineiro de Educação Matemática (VII EMEM)**. São João Del Rei: Universidade Federal de São João Del Rei, 2015. v. 7. p. 1-11.

MOURA, A. P.; SANTOS, M.R. **Concepção de estudantes do 9º ano do ensino fundamental em relação ao conceito de área de figuras planas**. Anais do XIII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, 2016. Disponível em: «http://www.sbem.com.br/enem2016/anais/pdf/7207_3386_ID.pdf » Acesso em 02/09/2017.

PESSOA, G. S. **Um estudo diagnóstico sobre o cálculo da área de figuras planas na malha quadriculada: influência de algumas variáveis**. 2010. 141f. Dissertação (Mestrado em educação). UFPE. Recife, 2010.

RAVEL, L. **Des programmes à la classe: etude de la transposition didactique interne. Exemple de l'arithmétique en terminale S spécialité mathématique**. 2003. 277f. Tese (Doutorado em didactique des mathematiques). Université Joseph-Fourier, Grenoble I, 2003.

SANTANA, W. M. G. **O uso de recurso didático no ensino do conceito de área: uma análise de livros didáticos para as séries finais do ensino fundamental**. 2006. 189f. Dissertação (Mestrado em Educação). UFPE. Recife, 2006.

SANTOS, M. R. **A Transposição Didática do conceito de área de figuras geométricas planas no 6º ano do ensino fundamental: um olhar sob a ótica da Teoria Antropológica do Didático**. 2015. 281f. Tese (Doutorado em Ensino das Ciências e Matemática). Universidade Federal Rural de Pernambuco. Recife, 2015.

SERRANO, L. M. **La modelización matemática en los estudios universitarios de economía y empresa: análisis ecológico y propuesta didáctica.** 2013. 359f. Tese (Doutorado em Estadística Aplicada). Universitat Ramon Llull. Barcelona, 2013.

SILVA, J. V. **Análise da abordagem de comprimento, perímetro e área em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental sob a ótica da teoria antropológica do didático.** 2011. 194f. Dissertação (Mestrado em Educação) Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE. Recife, 2011.

TELES, R.A.M. **Imbricações entre campos conceituais na matemática escolar: um estudo sobre as fórmulas de área de figuras geométricas planas.** 2007. 297f. Tese (Doutorado em Educação) Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2007.

APÊNDICE A: AULAS DA PROFESSORA

Legenda

P = Professora

A(n) = Aluno

A(s) = Vários estudantes falando ao mesmo tempo

... = pequenas pausas e mudança de sentido da frase

= registro no quadro da professora ou do estudante

Observação: A identidade de todos os estudantes foi preservada, para isso, seus nomes foram modificados.

1ª e 2ª Aulas

Dia: 21/09/2018 - Sexta-feira

Horário: 13h20min às 14h40min

Diálogos

- 01 P- Boa tarde, pessoal! Vamos começar a aula de hoje!
- 02 P- Pra iniciarmos, quando falamos em área, vocês se lembram de quê? O que é área?
- 03 A(1) - Área de serviço.
- 04 P- Área de serviço!
- 05 A(2) - O campo.
- 06 P- O campo.
- 07 A(3) - O quadrado.
- 08 P- O quadrado, o que mais?
- 09 A(s)- O triângulo, retângulo, uma sala espaçosa, a sala de aula.
- 10 Pausa
- 11 P- Então vejam, psiu! Partindo do que vocês acabaram de falar, do que vocês conhecem
- 12 área, se eu mostrasse pra vocês... dois voluntários! Um aqui, e outro aqui (entrega uma
- 13 folha de papel sulfite A4 no formato de um retângulo e de um quadrado aos voluntários
- 14 que estão nas primeiras carteiras próximas ao birô). Então, é o seguinte: eu trouxe aqui
- 15 uma folha (apontando para a folha) e, junto a essa folha, alguns quadradinhos, certo? E
- 16 eu quero que os colegas verifiquem pra mim quantos quadradinhos cabem neste espaço
- 17 aqui (aponta para a região interna da folha). Encaixe aí, por favor!
- 18 A(6)- Aqui professora? (apontando para a folha)
- 19 P- Isso! Encaixe nesse espaço aí.
- 20 A(7)-Vinte e um, professora.
- 21 P- Dá vinte e um? Como você chegou a essa conclusão, só de olhar assim?
- 22 A(8)- Sabe quanto vai caber, professora? Vinte e cinco.
- 23 A(7)- Oh professora, o tamanho da folha e o tamanho dos quadrados.
- 24 P- O tamanho da folha e o tamanho dos quadrados.
- 25 A(7) – Vai dar vinte.
- 26 A(9)- Vai dar setenta.
- 27 A(7)- Vai dar vinte, vai ver só.

28 *Ação: A professora pausa a discussão para entregar fita adesiva aos estudantes*
 29 *voluntários, a fim de que eles cole os quadradinhos na folha de papel sulfite. Nesse*
 30 *momento, continua a discussão a respeito de quantas unidades serão necessárias para*
 31 *cobrir o espaço da folha de papel.*

32 A(7)- Vai dar vinte! Quatro vezes cinco?

33 A(9)- Vai dar vinte ou vinte e um. Só é medir com a régua.

34 A(8)- Ô professora, sabe com o que parece? Parece com uma tabela.

35 P- Tabela?

36 A(8)- Aqui vai caber nove, e ali vai caber vinte. Deu vinte foi, Aline?

37 A(9)- Vai ser vinte e dois.

38 *Ação: À medida que a professora entrega pedaços de fitas adesivas aos estudantes*
 39 *voluntários, continua a dialogar com alguns estudantes que se mostravam interessados*
 40 *com a atividade. Vários alunos falando ao mesmo tempo.*

41 P- É o quê?

42 A(7)- Quatro vezes cinco.

43 P- Quatro vezes cinco.

44 *Comentário: Pausa para os estudantes cumprirem a atividade solicitada.*

45 A(7)- É vinte. Aqui é quatro e aqui é cinco (apontando para o lado da figura)

46 P- Então veja!

47 *Ação: a professora pega a atividade de um dos estudantes e começa a explorar alguns*
 48 *elementos.*

49 P- Atenção! A princípio eu tinha mostrado pra vocês esse quadro, não é isso?
 50 (mostrando a superfície branca do papel sulfite) e, a partir daí, eu também
 51 disponibilizei, além desse quadro, esses quadradinhos pequeninhos.

52 A(9)- Aí tem nove e do outro lado tem oito.

53 P- Oi? Então vejam! Eu trouxe o quê? Quadradinhos menores e pedi pra Ana encaixar
 54 aqui e verificasse quantos caberiam. Então, ao encaixar, ela verificou quantos
 55 quadradinhos?

56 A(7)- Nove.

57 P- Nove quadradinhos. Então, se a gente fosse pensar nisso como área, eu poderia
 58 comparar o espaço maior (aponta para a folha de papel sulfite) com os menorzinhos,
 59 né isso? E o menorzinho, seria como isso aqui?

60 A(7)- Seria três por três.

61 P- Seria o quê? Três por três. E aí eu consideraria isso como área de quanto?

62 A(s)- De nove.

63 P- De nove. Como aqui estou utilizando o quadradinho como unidade, então teria nove
 64 unidades, não é assim?

65 A(7)- Oh professora, oh professora, assim fica mais fácil, olha, não é área de três?
 66 Então, três vezes três nove.

67 P- Aí eu teria três por três e três vezes três dá nove?

68 A(8)- Oh professora, é como aqui nessa sala (aponta para o cobogó da sala).

69 P- Oi?

70 A(8)- Aqui na sala dá cinco cubos.

71 P- Você está comparando os cubinhos que vocês tem, psiu!... Nos blocos, não é isso?
 72 O espaço que temos aqui nos blocos. Quando partimos...

73 A(8)- Tem cento e cinquenta bloquinhos.

74 A(9)- Quinze vezes... dezesseis...

75 P- Deu um total de quanto?

76 A(8)- Cento e cinquenta bloquinhos.

77 P- Como vocês acharam cento e cinquenta?

- 78 A(7)- Porque cada bloco desse tem dez...
- 79 A(9)- É não, professora, a gente pode fazer assim, vinte vezes ...
- 80 *Ação: várias conversas surgem no momento e perdem o foco da exploração do bloco.*
- 81 P- Então vamos voltar para cá! A figura maior, o espaço que mostrei, ela colou também
- 82 quadradinhos.
- 83 A(9)- Essa aí, é quatro por cinco.
- 84 P - É quatro por cinco.
- 85 A(8)- É quatro descendo, que é a lateral e cinco embaixo.
- 86 P- Dá um total de:
- 87 A(8)- De vinte.
- 88 P- Então, cada unidade dessa corresponde a uma unidade de medida. Então, aqui nós
- 89 temos vinte unidades não é isso? Então, a área aqui seria de quanto?
- 90 A(8)- Vinte por vinte.
- 91 P- Vinte por vinte?
- 92 A(7)- Não, não! Seria quatro por cinco.
- 93 A(8)- Quatro vezes cinco.
- 94 P- Quatro vezes cinco, então, a área seria de vinte unidades, porque tem vinte
- 95 quadradinhos aqui, não é isso?
- 96 A(7)- Quatro do lado e cinco assim (acenando para a posição horizontal)
- 97 A(9)- É cinco sobre quatro.
- 98 P- Oi? Não é cinco sobre quatro porque eu teria uma fração, e aqui eu tenho quatro por
- 99 cinco (apontando para o comprimento dos lados adjacentes da folha de papel sulfite).
- 100 A(10)- Oh professora, e se fosse oitenta?
- 101 P- Como assim?
- 102 A(10)- Se tivesse oitenta desse aí.
- 103 P- Eu teria oitenta, então, seria oitenta unidades de área, não é isso? Considerando cada
- 104 quadradinho como unidade de área.
- 105 A(8)- Oh professora, é a mesma coisa que umas figuras que tem no livro.
- 106 P: Oi?
- 107 A(8)- Umas figuras amarelas no livro.
- 108 P- Umas figuras amarelas do livro? Pronto! Nós vamos observar isso no livro. E aí,
- 109 vocês já viram ou já estudaram o cálculo de área?
- 110 A(s)- Não.
- 111 P- Não?
- 112 A(8)- Eu nem sei o que é isso?
- 113 P- Mas aí só é observar aqui. Vocês já sabem em princípio o que é calcular a área, não
- 114 é isso? Quando vocês falam quatro por cinco dá vinte ou quatro vezes cinco dá vinte,
- 115 vocês estão calculando o quê? A área. Mas a gente para calcular uma área... o que seria
- 116 a área em si?
- 117 A (9)- A área em si?
- 118 P- A área, a área seria o quê?
- 119 A (8)- Ela própria.
- 120 A (11)- Um espaço grande.
- 121 P- Um espaço grande, o que mais?
- 122 A (7)- Um espaço reto, e... um espaço reto.
- 123 P- Imagine isso aqui! (pega a folha de papel preenchida com as unidades de área) Então,
- 124 o espaço... quando eu coloco (se referindo à unidade), eu preencho este espaço (se
- 125 referindo à folha de papel sulfite). Então, neste espaço maior coube alguns menores,
- 126 então, a área está sendo o espaço que está sendo ocupado.
- 127 A (2)- Dentro.

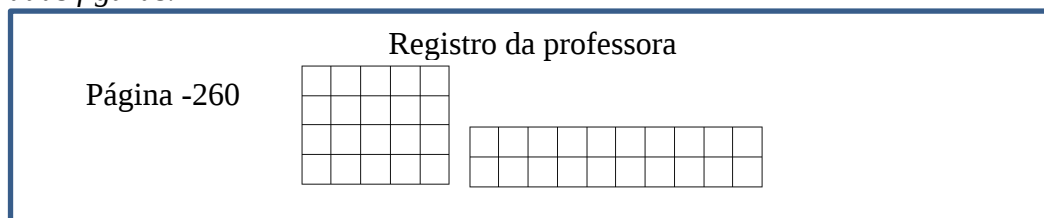
- 128 P- Exato, é o espaço ocupado. Então, eu estou comparando o quê? O espaço maior com
 129 os menorzinhos. Quantos menorzinhos cabem aqui?
- 130 A(s)- Vinte.
- 131 P- São vinte. Aqui tem quantos? Vinte unidades.
- 132 A (9)- Não, tinha dezenove porque a senhora tirou um.
- 133 A (8)- Ô professora, só um exemplo: a metade do quadro, acho que dá cinquenta.
- 134 P- Cinquenta o quê?
- 135 A(8)- Cinquenta cubinhos.
- 136 P- Só cinquenta quadradinhos assim? (mostrando o quadradinho)
- 137 A(s)- Não, cinquenta pra cada um.
- 138 A(8)- Oh, aí vocês têm um detalhe: cuidado! Psiu! Cuidado quando eu falo em
 139 cubinhos! Cuidado quando eu falo em quadradinhos. Um é da ordem espacial, a gente
 140 vai ver... se eu pego um dado, o dado é espacial, não é isso? Ele tem as três dimensões.
 141 Quando eu pego esse daqui, (referindo-se ao quadradinho) isso é a mesma coisa que
 142 um dado? Esse daqui é apenas uma face do dado. Seria o quê? Uma forma plana, seria
 143 um quadrado. Certo?
- 144 A(8)- O filé dele.
- 145 P- Uma face.
- 146 A(s)- Uma parte.
- 147 A(7)- Uma parte, né professora?
- 148 A(2) - Uma face, né professora?
- 149 A(8)- Ô professora, aí no quadro tem três por três. Se parece com o jogo da velha.
- 150 P- Olhe, quando você fala três por três, vocês estão falando de uma figura de que tipo?
- 151 Três vezes três daria o quê?
- 152 A(s)- Nove.
- 153 P- Mas aí, quando eu tenho uma figura em que um lado e o outro têm as mesmas
 154 dimensões, eu estou falando de: de quadrado. Se eu observar esse daqui (aponta para o
 155 quadro) você considera isso aqui, isso aqui é quadrado, esse quadrado?
- 156 A(7)- Não
- 157 A(8)- É
- 158 A(7)- É um retângulo.
- 159 A(9)- Isso é um retângulo?
- 160 A(7)- Porque a de base quadrada seria mais fechadinha.
- 161 P- Teria que ter o quê? As medidas...
- 162 A(s)- Certa.
- 163 P- Iguais, não é isso? As mesmas medidas. Então veja! Se por acaso, na escola, não
 164 tem esse quadro aqui, não é isso? Se ele tivesse aqui... se eu precisasse aqui colocar
 165 uma moldura nesse quadro. A moldura é só essa borda daqui do quadro. Então, se eu
 166 precisasse colocar a moldura e eu precisasse... e, quisesse verificar quanto eu precisaria
 167 comprar de moldura, o que eu precisava fazer? O que é que eu precisava? Quais as
 168 informações eu precisaria?
- 169 A(s)- Tirar as medidas
- 170 P- Oi?
- 171 A(s)- Tirar as medidas
- 172 P- Tirar as medidas das laterais, né isso? Então vejam, se eu meço a lateral e isso aqui
 173 (indicando para a região interna do quadro) é a mesma coisa? O meio e a lateral é a
 174 mesma coisa?
- 175 A(7)- Não. Porque cada vez que vai botando um (refere-se à unidade de medida) vai
 176 diminuindo a medida.
- 177 P- Repete aí!

- 178 A(7)- Cada vez que coloca um (referindo-se à unidade de área) mais vai diminuindo a
179 medida.
- 180 A(9)- O tamanho!
- 181 A(7) - Sim, o tamanho.
- 182 *Ação: a professora toma a folha pavimentada com os quadradinhos e tenta*
183 *compreender o que o aluno estava tentando dizer.*
- 184 P- É isso que você está tentando dizer, quando eu vou encaixando os quadradinhos?
- 185 *Ação: Surgem discussões paralelas enquanto a professora procura compreender a*
186 *colocação do estudante A(7).*
- 187 P- A pergunta é a seguinte: essa área aqui, esse espaço aqui, a gente considera como
188 sendo o quê? A área, não é isso? Essa bordazinha aqui, se eu quiser colocar uma borda
189 aqui, a forma que eu meço para calcular isso aqui de dentro é a mesma que a lateral?
- 190 A(s)- Não...
- 191 A(7)- Porque...
- 192 P- Para eu calcular, se eu quiser saber quantos metros de borda, que eu vou comprar
193 pra colocar aqui, o que é que eu preciso fazer?
- 194 A(s)- Tirar as medidas.
- 195 P- A partir da medição eu faço o que mais?
- 196 A(8)- Calcula.
- 197 A(6)- Calcula a área.
- 198 P- Eu meço essa parte (aponta para a largura do quadro) meço essa (aponta para
199 comprimento do quadro), meço aquela (aponta para largura) e meço aquela (aponta
200 para o comprimento), é isso?
- 201 A(9)- Calcular
- 202 P- Só que aí se eu pegar essa daqui (apontando para a borda vertical do quadro) e essa
203 (apontando para a borda horizontal do quadro) eu faço o que?
- 204 A(s)- Calculo, divido, mede...
- 205 P- Vou pegar essa (referindo à largura do quadro) e dividir por essa? (referindo ao
206 comprimento do quadro)
- 207 A(s)- Não
- 208 A(8)- Multiplicação.
- 209 P- Se eu quero somente isso aqui (aponta para a borda do quadro)
- 210 A(7)- Sim! Aí a pessoa mede, né professora?
- 211 A(s)- Risos.
- 212 P- Após medir, se eu quero saber apenas isso daqui, (aponta para a borda do quadro) o
213 que é que eu faço?
- 214 A(8)- Da metade do quadro pra baixo? Da metade do quadro pra baixo?
- 215 A(9)- É a dos dois, a de baixo e a de cima.
- 216 P- Vamos dizer que eu quero desenhar essa figura aqui. Certo? (mostrando uma folha
217 de papel sulfite) Então, eu peguei e fiz essa borda aqui, se eu quisesse verificar quanto
218 mede isso daqui (apontando para o contorno da folha), qual o comprimento disso aqui?
219 Então essa linha daqui é uma coisa, e isso, no interior aqui, é outra coisa, não é assim?
220 Vamos dizer que eu passo a fita, fita de cetim, passo aqui, aqui, aqui e aqui. Você vai
221 verificar o quanto de fita eu gastei, o que é que eu faço?
- 222 A(8)- Uma fita métrica.
- 223 P- Com as medidas. Se eu vou medir esse, vejo quanto deu, meço esse, vejo quanto
224 deu, meço esse... (aponta para os outros lados da figura) as laterais são as minhas
225 medidas.
- 226 A(7)- Faz assim professora:
- 227 P- E aí?

- 228 A(7) - Mede esse (se referindo ao lado maior da folha), aí se medir esse já sabe o de
 229 baixo, se medir esse daí (se referindo à largura), sabe do outro, depois faz o cálculo dos
 230 dois.
- 231 P- Qual é o cálculo que eu faço?
- 232 A(9)- Não, professora! Tem que medir os dois...
- 233 A(9)- O de multiplicação.
- 234 A(7)- O cálculo de dividir.
- 235 A(10)- De mais.
- 236 A(9)- De multiplicação.
- 237 A(10)- De mais.
- 238 P- De?
- 239 A(s)- De mais!
- 240 A(7)- Bota, por exemplo, cabe quatro (se referindo ao comprimento da figura), quatro
 241 mais quatro oito e aí cabe três (se referindo à largura da figura) aí dá seis.
- 242 A(s)- Ô professora! (inaudível)
- 243 A(8)- Professora, vou dizer um negócio que a senhora nunca vai perceber que o
 244 chocolate está diminuindo.
- 245 *Ação: o Estudante A(8), tenta explicar como cortar o chocolate, retirar uma parte e*
 246 *manter o mesmo formato da barra original.*
- 247 P- Então fica com a mesma imagem, mas ela vai acabar reduzindo, não é isso? Então a
 248 área vai reduzir ou vai continuar a mesma?
- 249 A(s)- Reduzir.
- 250 P- Ela vai reduzindo, não é isso? Então veja! Quando eu estava falando pra vocês, isso
 251 daqui (apontando para o interior da folha de papel sulfite) é diferente dessa borda aqui,
 252 não é isso? Isso é uma coisa (apontando para o interior da folha de papel sulfite), e isso
 253 aqui é outra (apontando para a margem da figura), não é isso? Então essa lateral aqui,
 254 essa borda é chamada de Perímetro.
- 255 A(8)- Ô professora, mas tem alguma chance de todas as laterais ser igual, do mesmo
 256 tanto?
- 257 A(s)- Tem.
- 258 P- Depende da forma, isso aqui é o quê? (mostrando a folha de papel sulfite com o
 259 maior lado na horizontal)
- 260 A(s)- Um quadrado, uma folha...
- 261 P- Ela tem quatro por cinco, ela é um quadrado? Psiu!
- 262 A(9)- Isso é um retângulo.
- 263 P- Nesse retângulo, essa medida e essa é a mesma? (comparando os comprimentos dos
 264 lados adjacentes)
- 265 A(s)- Não.
- 266 A(9)- A de baixo é maior, e a de cima também.
- 267 A(10)- Não! A de cima também o quê?
- 268 A(7)- A de baixo e da cima são iguais, mas as de lado são diferentes.
- 269 A(s)- São maior.
- 270 A(7) - É como aqui nesse quadro, a de cima é maior e essa daqui (acenando com o
 271 braço para a posição vertical) é menor.
- 272 P- Então o retângulo, as duas... psiu!
- 273 A(9)- Porque a senhora não faz um quadrado no quadro, professora?
- 274 A(7) - Ô professora, toda vez a lateral tem que ser menor.
- 275 A(8)- Ô professora...
- 276 P- Para retângulo...
- 277

- 278 A(8)- A senhora mostrou uma tarefa que o menino vai fazer um percurso e outro vai
 279 também, aí tem que medir quanto vai dá o percurso.
 280 P- Então veja! Essa medida que eu acabei de falar pra vocês, a gente mede aqui, no
 281 caso ao passar a fitinha aqui. Então, eu posso verificar o seguinte: essa medida da borda
 282 que eu usei para desenhar, vamos dizer que eu gastei cinquenta centímetros. Se trata de
 283 quê? Perímetro. Tá certo?
 284 A(s)- Ah!
 285 P- Lembram? Já viram isso?
 286 A(s) - Já, no quinto ano.
 287 P- Perímetro é essa linha que determina a minha figura. Certo? Perímetro.
 288 A(8) - Eu já havia esquecido.
 289 P- Agora a gente vai relembrar pra não esquecer, não é isso? Então isso aqui é o
 290 perímetro e a parte interior quando eu olho para o interior. Nesse caso, estamos
 291 calculando a área. E aí, a gente pode comparar áreas maiores, eu posso observar esse
 292 menorzinho e ver quantos deles cabem, aqui nesse maior. Eu estou comparando as
 293 áreas, estou verificando isso aí, tá certo? Psiu! Menino!
 294 Então vamos fazer o seguinte: vamos pegar o livro de vocês pra fazer uma observação.
 295 A(1): Não trouxe o meu hoje.
 296 P - Sabia que teríamos aula hoje.
 297 Pausa
 298 *Ação: A professora se dirige ao quadro para registrar a página do livro e desenhar*
 299 *duas figuras.*

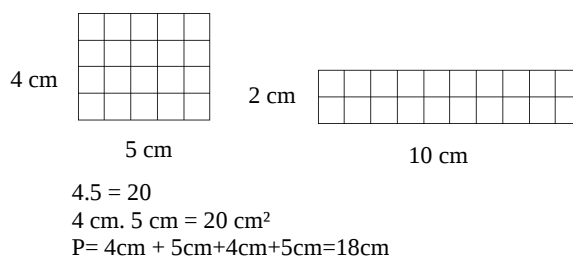
300



- 301 P- Minha gente, por favor! Veja o seguinte aqui, psiu! Uma observação: nesta primeira
 302 imagem da construção aqui (pega a folha de papel ladrilhada com quadradinhos) vocês
 303 disseram que tem vinte quadradinhos, quatro por cinco, não foi assim? Agora vejam o
 304 seguinte: eu peguei agora, construí, desenhei uma forma que apresenta aqui (se
 305 referindo à largura) dois quadradinhos e dez.
 306 A(7) - Tem vinte.
 307 P- Dá um total de quanto?
 308 A(s)- Vinte.
 309 P- É o mesmo que eu pegasse esse maiorzinho e também desse vinte quadradinhos.
 310 A(7)- O de cá é maior que o de lá, é menor
 311 *Ação: Várias conversas ao mesmo tempo*
 312 P- Aí vejam, esses dois tem a mesma o quê?
 313 A(7) - Quantidade de quadradinhos
 314 P- E essa quantidade de quadradinho está representando quem? Tá representando o
 315 quê? A gente está falando de quê?
 316 A(s)- O comprimento, ... centímetro ... área.
 317 P – A gente está falando de área. Então esse quadradinho aqui é uma unidade de área.
 318 E aqui nós tínhamos que, nesse primeiro espaço, eu tinha vinte unidades de área, não é
 319 isso? Aqui eu tenho quanto (apontando para o retângulo de dimensões dois por dez)
 320 A(s)- Vinte.
 321 P- Vinte. A quantidade mudou?
 322 A(s)- Não!

- 323 A(7)- Só o tamanho!
 324 A(8)- Só a largura e o comprimento.
 325 P- Ou seja, mudou a forma da figura, mas a área é a mesma. Psiu!
 326 A(9)- Professora!
 327 P- Ou seja, será que imagens... é... espaços com formas diferentes não podem ter a
 328 mesma área?
 329 A(s)- Sim! ... Não! ...Sim! Sim!
 330 P- Não Pode? Pode. Está claro aqui que eu tenho formato deferentes e ...
 331 A(s)- Vários alunos interagindo ao mesmo tempo. Diálogo inaudível.
 332 A(7)- Sim, tem formas diferentes e mesma quantidade de quadradinhos.
 333 P- Eles têm formas diferentes, mas apresenta a mesma?
 334 A(s)- Quantidade de unidades ... quadradinhos.
 335 P- Quadradinhos. Então, seria a mesma área.
 336 A(s)- Quantidade de quadradinhos.
 337 P- Um quadradinho é uma unidade de área.
 338 Pausa
 339 P- Veja o seguinte aí! Psiu! Quando a gente vai na página 260, referente a questão de
 340 área, não é isso? Ele fala aí, considere... quem é que vai colaborar hoje com a leitura?
 341 A(s)- Eu, eu, eu, ...
 342 A(7)- É qual? O dois é?
 343 A(s)- Página 260.
 344 A(9)- Área do Retângulo. Considere um retângulo...
 345 A(s)- com 4 centímetro de medida da base e 3cm de medida da altura. Vamos
 346 considerar com unidade de medida um quadrado de 1cm de lado, cuja medida da
 347 superfície corresponde a 1centímetro. Veja na figura ao lado que esse quadrado cabe
 348 exatamente 12 vezes no retângulo. Assim verificamos que o retângulo tem doze
 349 centímetros de área. A medida dessa superfície também pode ser obtida assim: área,
 350 quatro vezes três centímetros, área, doze centímetros. Logo para um...
 351 A(9)- Tá bom! Não muda nada.
 352 A(s)- Diálogo inaudível!
 353 A(9)- Ô professora esse dois em cima do centímetro é o quê?
 354 P- É isso que nós vamos falar agora, certo? Então, esse dois que vocês...
 355 A(7)- É centímetro? Milímetro...
 356 P- Centímetro o que?
 357 A(9)- Não lembro nada, professora.
 358 P- Vai lembrar ainda, né? Centímetros quadrados, porque isso? Então veja, nós vimos
 359 aqui... vamos dizer, vamos adotar isso daqui como centímetro (apontado para o lado do
 360 quadradinho tomado como unidade), tá certo? Aí cada quadradinho tem um centímetro
 361 de lado.
 362

Registro da professora



- 363 P-Aqui eu vou considerar esse daqui como sendo cinco centímetros (apontando para o
364 comprimento do retângulo) ao todo, e vamos considerar este outro como sendo quatro.
365 E, como antes mesmo de lermos, vocês tinham dito que para calcular a área bastava
366 pegar um lado vezes o outro. Se vocês pegassem quatro vezes o cinco, daria o quê?
367 A(s)- Vinte!
- 368 P- Vinte não é assim? Mas aqui eu tenho quem?
369 A(s)- Centímetro!
- 370 P- E nós temos aqui o quê? (apontando para o comprimento).
371 A(s)- Quatro centímetros, cinco centímetros.
- 372 P- Quem está se repetindo aqui?
373 A(7)- O centímetro.
- 374 P- O centímetro. Só que aqui a gente tem um detalhe: a questão de potência. Nós temos
375 aqui, vamos lá, aqui tem um e aqui tem um (referindo-se ao expoente do cm). É uma
376 coisa que vocês vão ver um pouquinho depois. Mas vejam, quando a gente tem um
377 daqui e um daqui (referindo-se ao expoente do cm), se são duas potências na
378 multiplicação, eu posso somar os expoentes. Então um daqui com mais um daqui dá o
379 quê?
- 380 A(7)- Dois.
- 381 P- E aí, quando a gente passa a trabalhar com área, a unidade de área vai ser dada em...
382 no expoente dois, ao quadrado.
- 383 A(s)- Ah!
- 384 A(7) – Ah professora, entendi. Por exemplo, se tiver quatro quadrado de cada lado vinte
385 quadrados.
- 386 P- Olhe, preste atenção! Isso daqui eu estou multiplicando. Eu estou calculando...
387 quando eu for trabalhar com perímetro, eu tenho: cinco centímetros, aqui têm quanto?
388 (apontando para largura do retângulo)
- 389 A(s)- Dois (confundiu as figuras)
- 390 P- Aqui tem dois? Nessa figura?
- 391 A(s)- Quatro.
- 392 P- Se eu considerar aqui, eu tenho quanto?
- 393 A(s)- Cinco.
- 394 P- E aqui eu tenho quanto?
- 395 A(s)- Quatro.
- 396 A(7)- Ô professora, assim é mais fácil, professora, dez e quatorze, dez e oito. Fica mais
397 fácil.
- 398 A(s)- É, fica mais fácil.
- 399 P- Pronto. Então vejam: dez, cinco mais cinco, quatro mais quatro, oito, daria um total
400 de quanto?
- 401 A(s)- De dezoito.
- 402 P- Daria um total de dezoito o quê? Centímetros. Então vejam, quando nós formos...
403 Pausa
- 404 A(7)- Ô conversa!
- 405 Ação: A professora se dirige a quatro alunas que estão a conversar não interagindo
406 com a aula e as separa.
- 407 P- Então veja, prestem atenção, por favor! Psiu! Então olhe, a princípio se eu quisesse
408 verificar o perímetro, como nós falamos de perímetro, seria apenas somar os segmentos
409 que contornam a figura. Vamos dizer assim certo? Então, vocês viram que deu quanto?
410 Dezoito centímetros. Eu não estou falando da área, do espaço aqui (apontando para a
411 região interna da figura), estou falando somente dessa bordazinha.
- 412 A(7)- Mas ainda está faltando o negocinho de cima. Aí tem que botar o quatro.

- 413 P- (fazendo sinal negativo com o dedo) Psiu! Isso aqui a gente só trabalha quando eu
 414 estou no produto, olhe multiplicação de um pelo outro. Aqui eu estou somando. Esse
 415 espaço, esse mais esse, mais esse, mais esse (se referindo aos comprimentos dos lados
 416 da figura). Agora quando a gente for trabalhar com área, as unidades de área, é quando
 417 a gente vê as unidades quadradas, como o centímetro quadrado.
- 418 A(7)- Mas isso aí não é área também não?
- 419 P- Isso aqui não é área. Isso aqui é o quê? Perímetro.
- 420 A(9)- Perímetro, e existe é?
- 421 P- Perímetro (anotando no quadro). Então vejam!
- 422 A(9)- Professora, como se lê aqui?
- 423 P- Vinte centímetros quadrados. Certo?
- 424 A(9). Diga de novo!
- 425 P -Vinte centímetros quadrados.
- 426 A(9)- Ah! E se de repente, não tiver um; tiver dois ali? Tipo assim... não tiver um aqui
 427 e tiver dois?
- 428 P- Aqui (apontando para cima do centímetro), veja o seguinte: como aqui nós estamos
 429 calculando a área do espaço da região plana, eu só vou ter aqui comprimento e largura,
 430 só vou ter duas dimensões, então é uma vez a outra. Então não aparece aqui em cima
 431 outro expoente a não ser o um (se referindo ao comprimento), portanto vai aparecer
 432 sempre o quadrado.
- 433 A(9)- Mas aqui aparece (apontando para o livro)
- 434 P- Sim, mas esses...
- 435 A(7)- Professora! Assim...
- 436 P- Assim, neste exemplo que vocês têm aí, está dizendo o quê? Que cada quadradinho
 437 desse pequenininho ele corresponde a um centímetro quadrado. A área de cada um dele,
 438 ou seja, diz o que, que aí é um por um. Um centímetro vezes um centímetro, daria o
 439 quê? Um centímetro ...
- 440 A(7)- Dois centímetros.
- 441 P- Um vezes um?
- 442 A(9)- Dois.
- 443 P- Um vezes um?
- 444 A(8)- Um, oxe!
- 445 P- Tá certo? Essa é a diferença, por isso apareceram quadrados pequenininhos. Tá
 446 dizendo que em cada um desses a área é de um centímetro quadrado.
- 447 A(s)- Vários diálogos entre os estudantes. Inaudível!
- 448 Pausa
- 449 *Ação: uma estudante diz que não entendeu e a professora pega a folha pavimentada*
 450 *com quadradinhos e retoma a discussão realizada anteriormente.*
- 451 P- Cada lado desse tem um centímetro de lado, então pra calcular a área, pega um lado
 452 e multiplica ao outro desse lado, tendo então um centímetro quadrado. Só que aí, mostra
 453 o quê? Que nesse maior, nesse quadro maior que vocês têm aí, isso é tudo um, um,
 454 um,... tudo corresponde a um centímetro quadrado. Se eu for verificar o espaço todinho
 455 quanto dá, a gente vai somar cada um quadrado desse e cada um quadrado desse
 456 corresponde a um; então no caso, no de vocês tem um total de quanto? O de vocês aí
 457 deu um total de quanto?
- 458 A(8)- Doze centímetro.
- 459 P- Deu um total de quanto? Doze, num foi isso? Doze o quê? Centímetros quadrados.
 460 Porque cada um é um centímetro quadrado.
- 461 A(7)- Do jeito que tá aí, aí tem quatro fileiras...
- 462

- 463 P- Tem quatro quadradinhos não é isso? Como ele considerou cada um como sendo um
 464 centímetro dá quatro por três, que é o exemplo que vocês têm.
- 465 A(7)- Aí os cara vão somar, professora, é de somar, aí ele soma assim ou é de outro
 466 jeito?
- 467 P- Oi?
- 468 A(7)- Daquele jeito que eu falei.
- 469 A(9)- Pra somar.
- 470 P- Somar. Quando eu somo – adição – eu estou trabalhando perímetro, não é isso? Ou
 471 se eu for fazer o comparativo entre as áreas (pega a folha de papel pavimentada de
 472 quadradinhos). A área maior e verifica quantos menorzinhos tem aqui. Aí eu posso
 473 verificar cada uma fileirinha dessa e quantas dessa eu tenho aqui.
- 474 A(7)- Por exemplo, isso aqui é um terreno (mostra o formato do livro), é uma, uma,
 475 três e três quinto aí faz a conta, a senhora sabe como é? É como fosse área também, né?
- 476 P- É área que ele calcula. Só que eles fazem o seguinte: eles verificam quanto tem,
 477 vamos dizer... um terreno vai ser vendido... essa sala por exemplo, se precisa verificar
 478 ... o pedreiro colocar cerâmica aqui na sala. Eu quero saber o seguinte: eu quero
 479 verificar quantos metros de cerâmicas cabe aqui.
- 480 A(s)- Uns dez.
- 481 P- O que é que ele faz? Ele verifica quanto tem na largura e quanto tem no comprimento
 482 e ele descobre a área. Observando o piso da sala, a sala, no piso apresenta o quê? Psiu!
- 483 A(7)- Quadrado.
- 484 A(10)- Dá doze metros.
- 485 P – Então, se a gente for observar, se tomar como unidade de medida de área cada um
 486 espacinho desse (se referindo ao quadrado que tem no piso).
- 487 A(s)- É um metro, é um centímetro...
- 488 P- É muito mais que isso. Um metro tem quantos centímetros?
- 489 A(10)- Cem.
- 490 P- Então, veja o seguinte: se nós formos tomar como unidade de medida cada espaço
 491 desse e eu quisesse verificar quanto de área eu teria aqui na sala, tomando como unidade
 492 de medida cada quadrado desse.
- 493 A(7)- Tem quarenta e seis, ... e sete.
- 494 P - Tem quarenta e seis nessa sala?
- 495 A(s)- Tem quarenta e seis não. Tem quarenta e sete.
- 496 A(8)- Tens uns...
- 497 P- Então, se nós fôssemos contar, um ali...
- 498 A(9)- Temos quadrado ali também, um, dois três, quatro, cinco, seis.
- 499 P- Certo, seis e depois?
- 500 A(7)- É treze, professora. Porque tem sete assim (se referindo ao comprimento da sala)
 501 e seis assim (referindo-se à largura da sala).
- 502 P- Aí dá uma área de quanto? Cabem quantos quadrados aqui?
- 503 A(8)- Sete vezes seis.
- 504 A(9)- Trinta e seis
- 505 P- Oi?
- 506 A(8)- Sete vezes seis, trinta e seis.
- 507 P- Sete vezes seis?
- 508 A(7)- Dá quarenta e dois.
- 509 P- Então, quer dizer que nesta sala cabem quantos desses?
- 510 A(s)- Quarenta e dois.
- 511
- 512

513 P- Então, seria quarenta e dois, se eu tomasse ele como unidade de área, caberia
 514 quarenta e dois unidades dessa, não é isso? E aí como vocês falaram, poderia ser feito
 515 o quê? Seis vezes sete que deu quanto?

516 A(s)- Quarenta e dois.

517 P- Quarenta e dois. Então é diferente eu pegar e somar essa lateral, se eu pegar esse
 518 lado e multiplicar por esse, são coisas diferentes. Então para eu calcular o perímetro eu
 519 tenho que ver o quê? A volta (apontando para o contorno da figura). Pra calcular a área
 520 é como vocês pensaram, ou eu faço o comparativo entre as unidades quando o objeto
 521 menor cabe sob o objeto maior, que é o que nós fizemos aqui nesse exemplo. Ou como
 522 vocês fizeram aqui. Ou seja, área seria o quê? O espaço não é isso? E ele pode ser
 523 calculado. Então vejam: eu trouxe uma atividade aqui pra vocês, bem simples a
 524 princípio certo?

525 A(s)- Professora, vale visto?

526 *Ação: A professora entrega a cada um dos estudantes uma lista de exercícios e solicita*
 527 *que eles respondam mediante as discussões realizadas em sala de aula. Passados*
 528 *alguns minutos, os estudantes começam a solicitar a instrução da professora para a*
 529 *realização dos exercícios. Devido à procura de muitos estudantes, a professora realiza*
 530 *alguns esclarecimentos para toda a classe.*

531 P- Então, minha gente, vejam o seguinte: cuidado para não confundirem as coisas! A
 532 volta que determina a figura a gente chama de perímetro. A área é a parte interior, é o
 533 espaço que eu tenho dentro é que é a área.

534 A(7)- E esse pontinho, professora?

535 P- E não confundam esses pontinhos no plano que vocês acabaram de reforçar aí que
 536 vocês viram no ano anterior. Os pontinhos são os pontinhos dos vértices que são os
 537 encontros das arestas, não é isso? A área é a parte interior, é o espaço que eu tenho....
 538 é o espaço ocupado.

539 *Ação: Após o esclarecimento da professora, o aluno A7 a questiona sobre a segunda*
 540 *questão, que consiste em construir figuras com mesma área que uma figura dada.*

541 P- Olhe! Nós vimos o seguinte... minha gente, prestem atenção aqui, por favor! Quando
 542 nós falamos em área, pra não ficar tudo confuso. A área é a parte interior, é o plano não
 543 é isso? O interior. Quando eu falo em perímetro, eu estou falando de quê? Apenas da
 544 borda pra não confundir. Outra coisa... outra coisa, foi o seguinte: quando eu perguntei
 545 a área desse daqui, ficou de vinte por quê? Psiu! Heim, minha gente? Esse daqui
 546 correspondeu a uma área de vinte unidades ou vinte centímetros não é, se eu considerar
 547 cada quadradinho como unidade, se for um centímetro quadrado seria vinte centímetros
 548 porque teria vinte o quê?

549 A(s)- Quadrados.

550 P- Depois eu fiz essa imagem, vocês disseram que eles dois tinham a mesma quantidade
 551 não foi assim?

552 A(s)- Foi.

553 P- Eles têm a mesma forma?

554 A(s)- Não, não.

555 A(7)- Não, porque uma é maior e o outro é a mesma coisa, mas é ...

556 P- Um é mais curto, e o outro é mais comprido, não é assim? Eles têm formas diferentes,
 557 mas eles não têm a mesma área? Eles não têm a mesma quantidade de quadradinhos,
 558 não é isso?

559 A(s)- É.

560 P- A área é a mesma. Então a questão pede o quê? Que vocês construam outras figuras,
 561 mas que tenham a mesma área. Então, a área nessa questão a se considerar seria quem?
 562 Qual seria a unidade de área?

563 A(7)- Seria seis.

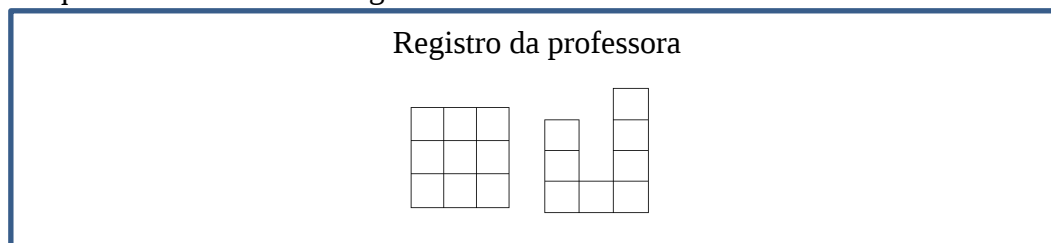
564 P- Seria seis, o quê? Quadrinhos.

565 Ação: *Dirigem-se dois alunos até a professora para pedirem explicação quanto à*
566 *resolução da atividade proposta.*

567 Pausa.

568 Ação: *Uma aluna solicita explicação da atividade mais uma vez. A professora se dirige*
569 *ao quadro e desenha duas figuras.*

570



571 Ação: *Pausa para atender os estudantes que apresentavam suas resoluções. Após*
572 *atender os estudantes que se dirigiram até ela, a professora circula na sala dando*
572 *instruções aos estudantes que não a procuraram. (Aproximadamente 27 minutos).*

573 P- Preste atenção numa coisa aqui. É o seguinte: prestem atenção aqui. Escutem aí
574 agora, por favor! Psiu! Se eu for considerar o perímetro dessa figura (apresenta uma
575 superfície quadrada ladrilhada em três por três). Se eu tomar como medida o lado do
576 quadradinho dessa figura, qual seria o perímetro dessa figura?

577 A(8)- Três por três

578 P- O perímetro dela seria o quê?

579 A(7)- Quatro.

580 P- O perímetro dela seria isso aqui, olha (apontando para o contorno da figura), é a
581 lateral, não é assim?

582 A(7)- Quatro.

583 P- Aqui eu tenho, se o quadrado é uma unidade de área eu tenho: um, dois três, quatro,
584 ...

585 Ação: *a professora começa a contagem dos lados do quadrado tomado como unidade*
586 *de comprimento, e é interrompida pelo A7 que continua a contagem.*

587 A(7)- Um, dois, três, quatro, cinco, seis sete, oito.

588 A(8)- Nove.

589 P- Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze...

590 A(8)- doze.

591 P- Nove. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze. Por que
592 doze? Porque cada lado, se eu estou tomando cada lado do quadrado como unidade de
593 medida, eu estou somando aqui as laterais, não é isso? Eu tenho três, três, três e três.
594 Somando cada um desses.

595 A(s)- Doze.

596 P- Isso aqui é o perímetro. A área dele é quanto?

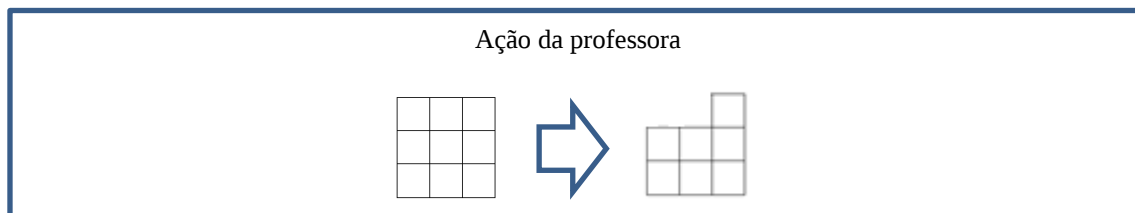
597 A(10)- Doze.

598 P- A área é doze?

599 A(9)- Nove.

600 P- A área é nove, porque tem nove quadrinhos. Se eu retirar isso daqui (faz a retirada
601 de dois quadrinhos). Retirei. Eu vou adotar como unidade de área ainda os
602 quadrados. A figura agora tem uma área de quanto?

603



604 A(9)- Tem a mesma área.

605 A(7)- Tem uma área de dez. Dez, doze menos dois, dez.

606 A(9)- Tem o mesmo tanto, só que retirou dois.

607 P- Antes eu tinha uma área de nove, eu tinha nove quadradinhos. Agora eu tenho uma
608 área de quanto?

609 A(s)- Sete.

610 P- De sete porque agora eu retirei. Eu quero saber a que eu tenho hoje. Eu tenho sete
611 quadradinhos. A área né sete? O perímetro agora seria quanto?

612 A(9)- Dez, dez.

613 *Pausa: a professora precisou atender uma mãe que estava à porta.*

614 P- Então, continuando, minha gente! Voltando aqui. Agora eu tenho uma área de:

615 A(9)- Sete.

616 P- Sete. E o perímetro dessa figura seria quanto?

617 A(s)- Oito, dez...

618 A(8)- Doze tirando dois, dez.

619 P- Dez? O perímetro não é o que eu retirei, o perímetro não é a lateral da figura? Olha!
620 Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, ... treze.(contou
621 duas vezes o mesmo segmento)

622 A(10)- Oxe!

623 P- Certo?

624 A(8)- Tirou e ficou mais ainda.

625 A(9)- Ah! É com o de cima também.

626 P- Eu diminuí a área; mas, à medida que tirei a área, aumentaram os espaços, então
627 quer dizer que o perímetro aumenta.

628 A(9)- Ah!

629 P- Nesse caso ele aumentou. Então vocês têm que perceber isso também. Então, psiu!

630 A(7)- Professora, como assim?

631 P- Eu tirei dois quadradinhos, não foi isso?

632 A(7)- Foi.

633 P- Então o espaço aumentou. Então, significa que aqui também aumentou. E, se o
634 perímetro são as laterais...635 A(9)- Ô professora, é como essa daqui olha! (se referindo à figura da questão 2 proposta
636 pela professora).637 P- Então você vai contar essas bordinhas (se referindo ao lado dos quadradinhos da
638 figura). Deu pra entender agora? Melhorou?

639 A11- Acena com a cabeça em sinal positivo.

640 *Comentário: O restante da aula, a professora passou atendendo os estudantes*
641 *individualmente ou em grupos que se dirigiram até ela em busca de validar as questões*
642 *respondidas e obterem instruções das que não compreenderam. (2 minutos)*

3ª Aula

Dia: 21/09/2018 - Sexta-feira

Horário: 16h39min às 17h20min

Diálogos

643 P- Vamos lá, minha gente, retornar! Nessa aula nós vamos resolver algumas questões
644 e aproveitar pra tirar algumas dúvidas que ainda persistem.

645 *Pausa*

646 *Ação: Alguns alunos se dirigem à professora para mostrar a atividade e solicitar a sua
647 validação.*

648 P- Psiu! Prestem atenção no seguinte: essa questão número quatro, a do quadradinho...
649 presta atenção!

650 A(9)- Oh professora, olha aqui! (dirigindo-se à professora para mostrar a resolução).

651 P- É a questão cinco? Essa questão ela é construída... psiu! Ela apresenta uns
652 quadradinhos também, não é isso? E... e, lá no enunciado, diz o quê? Observe o
653 quadrado Q e responda. O quadrado Q é o quadrado maior, não é isso?

654 A(9)- Que quadrado maior?

655 P- Q é essa figura aqui (apontando para a imagem na atividade proposta). Essa figura
656 aqui é o Q. Olhe aqui! O quadrado Q é o grandão. Se o quadrado Q é esse, usando o
657 quadradinho A, cadê o quadradinho A?

658 A(7)- O primeiro.

659 P- Esse pequenininho aqui. Então esse quadradinho A, ele é... a unidade de medida. Se
660 esse quadrado A é a unidade de medida, qual é a medida da área do quadrado Q? Ou
661 seja, esse quadradinho A, se ele é a unidade de medida, se eu o considero como unidade
662 de medida, então quantos dele compõem a figura (se referindo ao quadrado Q). Não é
663 assim que a gente viu? Foi o exemplo que a gente fez ali. Quando eu mostrei pra vocês
664 aquela folha de papel e comecei a cobri-la...

665 *Ação: Três alunos se dirigem à professora impedindo-a de continuar o raciocínio.*

666 A(10)- É pra encher de A é? Ô professora eu vou encher de A é?

667 P- Não, não. O que eu quero saber é o seguinte: se esse quadradinho é a área, um desse
668 está representando uma área, ao total o quadrado maior tem quantas de área? Se ele é
669 uma unidade de área, quantos têm?

670 A(10)- É pra contar com ele também?

671 P- Ele não faz parte da figura.

672 A(9)- Então coloca o quê?

673 *Ação: A professora começa a atender os alunos individualmente e em grupo conforme
674 se aproxima dela, explicando como fazer as atividades (aproximadamente 11 minutos).*

675 P- Minha gente, sente aí, por favor!

676 *Pausa*

677 P- Aquela questão...

678 *Pausa.*

679 P- Temos o seguinte. A primeira questão diz o seguinte: observe as figuras abaixo e em
680 seguida responda as questões solicitadas. No caso seria a questão, que eu esqueci da
681 outra. Vocês têm aí seis figuras. Vocês iriam observar essas seis figuras que tinham aí
682 e responder... nesse conjunto há figuras que possuem a mesma área? É a primeira
683 pergunta. Depois quer saber o seguinte: se você disser que sim, quais são as que têm a
684 mesma área? E depois, como é que vocês chegaram a essa conclusão que elas têm a
685 mesma área? Aí Vitor quer se propor a responder e vai colocar aqui pra nós. Então,
686 vamos lá!

687 *Ação: O aluno Paulo (A8) registra sua resposta no quadro.*

688

Registro do aluno A8

1. a) Sim. Fig 2 e fig. 6, porque as duas tem os lados iguais. São diferentes, porque o lado da figura dois é mais aberto, e o da figura seis é mais fechado.

689 P- A questão era observar as imagens. Não precisava calcular nada, só era observar,
690 não é isso? Ao observar as imagens, Paulo deu como resposta o seguinte: você
691 considera, Samuel, que existem figuras com a mesma área, não é isso?

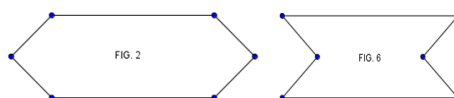
692 A(8)- Balança a cabeça em sinal de positivo.

693 P- Aí você analisou e verificou que é a figura dois e a figura seis, porque as duas têm
694 os lados iguais. São diferentes, porque o lado da figura dois é mais aberto, e o da figura
695 seis é mais fechado. Explique isso aí melhor! Como é que você pensou?

696 *Ação: o estudante se dirige até a professora para justificar sua resposta, mas é*
697 *solicitado por ela para explicar para toda turma. Assim, ele desenha as figuras no*
698 *quadro e justifica sua resposta. Nesse momento, outros estudantes se disponibilizam a*
699 *resolver as questões seguintes.*

700

Registro do aluno A8



701 A(8)- A Minha explicação é porque a figura dois fica com as pontas são pra fora, e a
702 figura seis ficam para dentro.

703 A(7)- Ô professora, tem nada a ver não.

704 A(s)- Tem nada a ver não. Não tem nada a ver. Podia até ser o quatro (se referindo à
705 figura quatro)

706 A(8)- É o que eu penso ué.

707 P- Olhem! Essa foi a resposta que Samuel deu. Ele considera que sim, mas ele analisou
708 essas duas. Quem fez diferente?

709 A(s)- Eu, eu...

710 P- Então, um por vez! João respondeu quais figuras achou que é semelhante. Você acha
711 que tem figuras semelhantes, iguais, com áreas iguais?

712 A(7)- Não. As áreas são diferentes uma da outra.

713 P- Pra você todas têm áreas diferentes?

714 A(7) Tem, professora, porque uma é maior; a outra é fechadinha assim, a outra é mais
715 ...

716 A(s)- Professora, professora eu coloquei...

717 P- Oh! Um por vez, fica melhor.

718 A(9)- Deixe eu falar!

719 P- Samuel!

720 A(9)- Coloquei não, porque tem algumas partes diferentes. Porque tem umas com parte
721 pequenininhas como aquela ali (apontando pra figura seis).

722 A(8)- Na verdade têm quatro, professora.

723 P- Essa parte é menor, e essa parte... (tentando entender a colocação de A(9))

724 A(10)- Deixa eu falar!

725 P- Isaiás...

726 A(10)- Não, porque as áreas são diferentes. Porque uma é aberta, e a outra é fechada.

727 P- Então você também considera que não tem? Psiu! Ô minha gente! Ô Mateus.
728 Mateus, por favor! Estamos querendo escutar o colega falar.

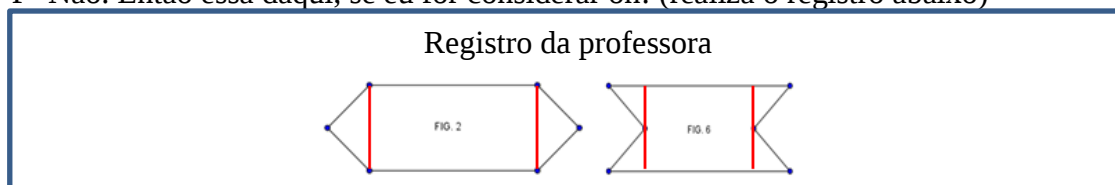
729 A(s)- Vários estudantes falando ao mesmo tempo (inaudível)

730 P- Então vejamos, se nós formos observar o que Samuel colocou aqui, não é isso? Se
 731 vocês observassem esse daqui (apontando para a figura dois) apresenta essas partes
 732 aqui (apontando para as extremidades da figura pontiagudas) tomadas que também faz
 733 parte da área da figura, não é isso? Já esse daqui oh, essa parte daqui oh, (apontando
 734 para as extremidades da figura seis) conta como parte da figura? Como área? Heim,
 735 minha gente, isso daqui está contando como parte da figura?

736 A(s)- Não.

737 P- Não. Então essa daqui, se eu for considerar oh! (realiza o registro abaixo)

738



739 Pausa.

740 P- Então veja! Mas o seguinte: se eu observar aqui, oh, nós consideramos isso aqui
 741 como área (a professora sugere a comparação entre as áreas dos retângulos que foram
 742 traçados na figura dois e seis). Nós temos que considerar que aqui (apontando pra figura
 743 seis) tem a mesma área, não é isso? Então seu tenho... se você observar a folhinha de
 744 vocês, é a mesma que está aí.

745 A(9)- A quatro é pouquinho da dois e um pouquinho da seis.

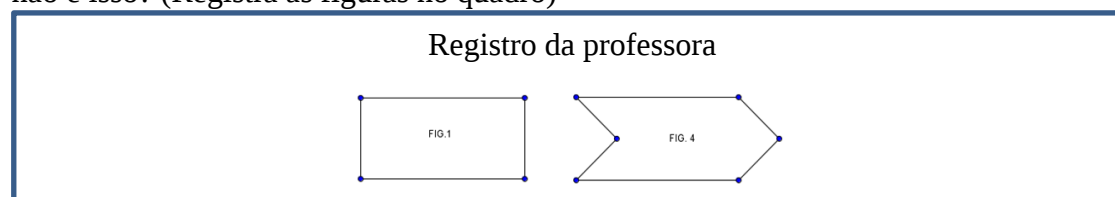
746 P- A quatro...

747 A(8)- Ô professora, mas têm mais duas que é possível cortar, que é a cinco e a três.

748 A(7) - É a quatro, que é um pouquinho da dois e um pouquinho da seis.

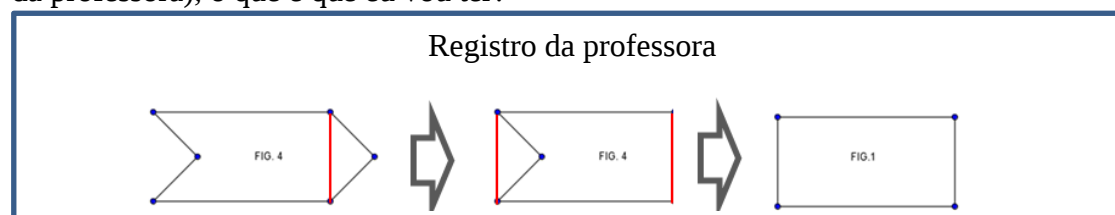
749 P- E por que é assim? Psiu! Se você for observar, um, acaba complementando o outro,
 750 não é isso? Mas eu não quero a complementação, de um completar o outro. Seria a área
 751 mesmo de um para com o outro. Se vocês fossem comparar, observando a figura um e
 752 a figura quatro, você tem o seguinte: a figura um ela é realmente um retângulo não é
 753 isso? A figura quatro você observa que ela tem o mesmo comprimento praticamente,
 754 não é isso? (Registra as figuras no quadro)

755



756 P- Psiu! Então vejamos! Xiii! Então vejamos o seguinte: a imagem da figura dois e da figura
 757 seis, a figura seis apresenta um espaço se nós formos comparar, um pouco menor,
 758 minha gente se vocês observassem a um e a quatro, não é? Então vocês tinham o
 759 seguinte: essa parte daqui, se eu retiro essa parte daqui e encaixo ela aqui (ver registro
 760 da professora), o que é que eu vou ter?

761



762 A(s)- Um retângulo.

763 P- Um retângulo e outro retângulo, não é isso?

764 A(s)- É.

765 P- Será que eles teriam a mesma área?

- 766 A(s)- Sim.
 767 P - Eu observando um e outro, não é isso? Nesse caso, teria.
 768 A(8)- Ô professora, a mesma coisa com a de lá e essa daqui (se referindo a figura seis)
 769 P- Agora essa daqui... (apontando para a figura seis)
 770 A(9) Ô professora, é a mesma coisa que eu tirar da dois e colocar na seis.
 771 P- Se eu cortar aqui. Contando aqui. Então, se eu tentar localizar essas duas, não é isso
 772 aqui, elas também podem...
 773 A(7)- Professora, mas se podem complementar uma a outra
 774 P- Oi? Uma figura não é outra. Não seria uma figura completar a outra. Mas seria entre
 775 elas se eu pudesse mover um trecho para outro, como ela tem aqui essa pontinha
 776 (referindo-se a figura quatro). Se eu movesse o espaço que tem aqui e completar esse
 777 aqui na mesma figura. Porque o que está sobrando de espaço está faltando no outro,
 778 não é isso? O que passa nessa ponta complementa o que falta atrás. Então se eu fazer
 779 isso...
 780 A(9)- E pode fazer isso?
 781 P- Oi? Pra visualizar a imagem, eu posso fazer isso. Se eu estou tirando de um espaço
 782 pra completar outro, eu estou alterando a área? Não. Eu estou mexendo na área?
 783 A(s)- Não.
 784 P- Não, não é isso? Então eu poderia fazer isso. Então nesse caso existem figuras que
 785 apresentam mesma área?
 786 A(9) - Ô professora, não é melhor a senhora fazer assim oh: corta aqui (se referindo a
 787 parte pontiaguda da figura), gira ela e coloca aqui.
 788 P- Pronto. É isso mesmo que eu tentei fazer aqui pra vocês verem. Tirar esta ponta e
 789 encaixar no verso que estava faltando. Então quando eu faço isso, elas apresentam a
 790 mesma área.
 791 A(9) - Ô professora, a três também pode fazer isso?
 792 P- A três?
 793 A(s)- Tem muita aqui professora. Corta essa parte, professora.
 794 P- Só que a três você vai cortar esta parte e esses dois espaços vocês vão preencher
 795 quem?
 796 P- Só que a três e a cinco, a cinco a base dela já é...
 797 Pausa
 798 A(7)- A três e a um.
 799 P- A três e a um. Mas a três não está faltando uma parte.
 800 A(7)- Então professora, corta aqui.
 801 P - E essas duas partes o que eu vou fazer com ela?
 802 A(7) Completa a outra.
 803 P- Completar quem aqui? Eu não posso cortar dessa e completar essa outra não.
 804 A(7) corta aqui e coloca atrás dessa outra.
 805 P- Mas aqui tem espaço pra fazer isso?
 806 *Ação: As perguntas em torno da mesma dúvida começaram a ser colocadas*
 807 *repetidamente pelos alunos. Então a professora toma uma folha de papel e reproduz a*
 808 *figura que estava sendo referida, retomando assim, a discussão.*
 809 P- Prestem atenção aqui, por favor! O que nós temos aí...observem a primeira figura de
 810 vocês, temos aí um...
 811 A(s)- Retângulo.
 812 P- Nós observamos uma e outra figura que ela é assim (mostrando a figura 4)...
 813 *Pausa para conter a euforia da turma.*
 814 P- Então vejam! Voltando pra ver se podemos terminar bem rapidinho pra ver se vocês
 815 entendem. Antes eu tinha esta figura, um retângulo, não é isso? Noutra situação ela está

816 assim (mostra a figura 4), o que eu falei foi o quê? Se eu tirar esta parte (se referindo
817 ao triângulo), eu posso encaixar aqui?

818 A(7)- Pode.

819 P- Aí eu formo o quê?

820 A(7) O retângulo.

821 P- O retângulo. Então essas duas, essa forma que eu tenho (mostrando a figura quatro)
822 e o retângulo eu posso considerar como sendo de mesma área?

823 A(s)- Pode.

824 P- Posso, porque eu estou usando a mesma quantidade de material, eu só complementei,
825 eu não tirei nem acrescentei.

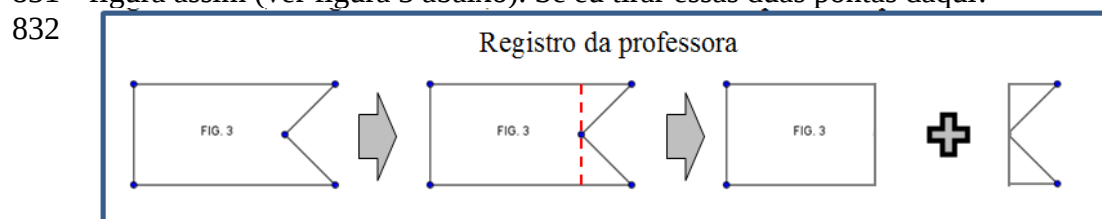
826 A(8)- Ô professora, o meu primeiro está certo mais ou menos, né?

827 A(s)- Tá errado.

828 P- Precisando de ajustes.

829 A(10) Ô professora, e essa três aí?

830 P- Outra situação é essa: eu não tenho isso daqui (se referindo ao retângulo) eu tenho a
831 figura assim (ver figura 3 abaixo). Se eu tirar essas duas pontas daqui?



833 A (9)- Fica um quadrado.

834 P- Ele vai ficar o quê?

835 A(s)- Um quadrado.

836 P- Vai ficar quase, não dá um quadrado ainda, mas fica menor. E eu vou fazer o que
837 com essas duas pontas: eu vou só encaixar aqui? Como eu vou encaixá-la aqui?

838 A(7)- Joga fora.

839 P- Eu não posso. A área tem que ser a mesma. Quando eu tirar esta parte, a área deste
840 será a mesma dos outros? Não, porque eu descartei. Eu não posso descartar nem
841 acrescentar. Eu posso mover ... psiu! Eu posso mover as partes, mas não posso tirar
842 nem acrescentar nada. Entendeu?

843 A(10)- E porque a senhora não falou assim que podia mover as partes?

844 P- Mas a minha intenção era que vocês pensassem. Que vocês olhem e visualizem.
845 Vocês não estão visualizando.

846 A (9)- Então a um e quatro é a resposta.

847 A (7)- Ô professora, mas não pode tirar de um e botar noutra parte não?

848 P- Não.

849 A(7) Tipo... se eu tirar dessa e colocar aqui. (o aluno se refere a retirar uma parte de
850 uma figura para completar outra).

851 P- Se você tirar de uma, você está diminuindo a área daquela, e aumentando a área da
852 outra.

853 A(s) Vários alunos falando ao mesmo tempo (inaudível)

854 A(10)- Ô professora, eu posso tirar essa daqui e colocar nessa parte aqui, né? (o aluno
855 se referindo à decomposição e composição).

856 P- É, aí eu estou movendo uma parte da mesma área, só a forma que eu estou mudando.
857 Então para essa primeira questão existe figuras... Para essa primeira nós... então nessa
858 primeira questão nós...

859 A (6) - Eita conversa!

860 P - Temos figura de mesma área?

861 A(10) - Ahm?

862 P- Temos figuras de mesma área?

863 A(s)- Não.

864 P- Sim, temos.

865 A(10)- Não entendi nada. (Vários alunos falam ao mesmo tempo dificultando o
866 entendimento do diálogo)

867 P- Então se as figuras possuem a mesma área, vocês respondem não é isso, depois dessa
868 explicação? Se a resposta for sim, quais são as figuras? Como você chegou a essa
869 conclusão? Eu quero vocês respondam cada um no caderno, que depois ou vou olhar
870 no caderno. A questão dois... a questão dois tem o seguinte: é pra trabalhar com malha
871 quadriculada.

872 A(13) – Professora, eu não entendi essa questão um, não.

873 P- É o seguinte: nessa questão, vocês iam olhar... não precisava calcular nem medir
874 nada. Olhando essas imagens, eu queria que vocês observassem e tentassem verificar
875 quem tem a mesma área. Quem com quem, se existe isso aí, entendeu?

876 *Pausa para os alunos colaborarem com a aula.*

877 P- Você está observando as figuras, quais delas teriam a mesma área? Se vocês
878 observassem, tem umas pontudas; outras, faltando uma parte, não é isso? E o que eu
879 tinha dito a vocês foi o seguinte: se nós partíssemos a primeira figura... essa que é a
880 figura, não é isso? Um retângulo. Se a primeira figura é um retângulo, existe outra
881 assim (mostra a figura 3), existe outra assim (mostra a figura 4), não tem? O que eu
882 queria era o seguinte: se eu tenho uma figura dessa forma, ela está faltando uma parte
883 (mostrando a figura três). Então se eu for comparar com o outro retângulo, essa está
884 faltando uma parte, então não tá igual à outra, não é assim? Mas, se essa daqui
885 (mostrando a figura 4) tem uma parte aqui ô, e se eu tirar essa parte aqui e encaixar
886 aqui, eu alterei a quantidade de papel pra fazer essa figura? Eu aumentei ou diminuí?
887 Eu só movi a parte, não foi isso?

888 A(s)- Foi.

889 P- Então eu não alterei a área dessa figura. Eu só movi a parte, não alterei a área não.
890 Então quando eu fiz isso, essa figura tá a mesma coisa que a um?

891 A(12)- Sim.

892 P- Que o retângulo? Então eu posso considerar que essas duas têm a mesma área?
894 Posso. Agora o que eu não posso considerar é o seguinte: essa daqui está dessa forma
895 (mostra a figura 3), a primeira é um retângulo, eu corto isso daqui, tirei fora (se
896 referindo à parte pontiaguda da figura) então ela está com a mesma área quando eu
897 corto aqui e tiro fora? Não. Então, aí eu alterei, eu não poderia fazer isso, entendeu?
898 Então, era isso que vocês iam fazer: comparar as imagens e tentar identificar quais delas
899 apresentavam a mesma área.

900 A(12) Ah!

901 P- Deu pra clarear agora?

902 A(9)- Ô professora, é sim, né?

903 A(12)- Ô professora, é a primeira e a quatro é?

904 P- A um e a quatro a gente pode considerar como de mesma área.

905 A(s)- Sim, por quê?

906 P- Porque elas têm a mesma área? Vocês respondem e depois a gente corrige, certo? A
907 questão dois: utilizando a malha quadriculada, considerando cada quadradinho como
908 uma unidade de área, vocês iam fazer o seguinte: realizar o que se pede. Letra a:
909 construa duas figuras diferentes, mas que possua área igual a da figura A. Como é que
910 vocês poderiam ter pensado isso daí? Se vocês observassem a área dela, não é formada
911 a partir de quadradinhos? Então eu pergunto a vocês: a figura A tem quanto de área?

912 A(s)- Seis.

913 P- Tem seis unidades de área, que são seis quadradinhos. Então, o que era que vocês iriam fazer? Construir outras figuras que também tivessem quantos quadradinhos?

915 A(s)- Seis.

916 P- Agora que tivessem formas diferentes.

917 *Ação: Um estudante vai ao quadro e registra sua resposta.*

918

Registro do aluno									

919 P- Então vejam! Como vocês falaram que a figura desenhada tem seis quadrados então...

921 *Comentário: Toca a sirene e os estudantes se organizam rapidamente para sair da sala. Acaba assim a 5ª aula do dia.*

4ª e 5ª Aulas

Dia: 28/09/2018 - Sexta-feira

Horário: 13h10min às 14h50min

Diálogos

923 P- Boa tarde, pessoal! Hoje vamos retornar a falar sobre área de figuras planas.

924 Nós vamos agora fazer uma atividade em grupo, certo? Serão equipes de quatro pessoas.

926 *Ação: À medida que os alunos começam a formarem as equipes, a professora posiciona cada uma delas de maneira afastada uma da outra.*

928 P- Ô gente, prestem atenção, por favor! Prestem atenção todas as equipes, por favor! Cada equipe vai receber um envelope. Dentro desse envelope contém oito figuras, certo? E aí, prestem atenção! Como nós vamos trabalhar a questão de área, vocês, ao receberem as figuras, não vão riscar nem cortar essas figuras. Vão analisar... e eu vou entregar para vocês também folhas de papel em branco, vai ter régua, vai ter tesoura. Vocês vão ver qual o meio que você vai usar para comparar as figuras e vai ter mais duas perguntinhas pra cada um. Então você vai...

935 *Comentário: A atividade proposta pela professora buscava estimular os estudantes a utilizarem procedimentos de decomposição e composição de figuras, corte e colagem e, mediante a esse processo, identificassem as figuras que possuíam a mesma área, a que possuía a menor área, e a que possuía a maior área.*

939 P- Olhem, prestem atenção no seguinte, psiu! Vocês vão observar prestem atenção pra saber o que vai fazer, certo? Vocês receberam aí um envelope. Dentro desse envelope tem algumas figuras, não é isso? Figura um, dois, três quatro,... vocês vão comparar as figuras e ver a relação que existe entre as áreas. Será que tem a mesma área? Quem é que tem a mesma área? Quem tem área maior? Quem tem área menor? Então vocês vão observar as figuras e identificar isso. Vocês vão comparar as figuras, vocês não vão encaixar uma na outra não. Isso é uma figura e isso aqui é outra. Vocês não vão poder cortar essas figuras aqui, certo? Nem riscá-las. Vocês têm aí uma folha de ofício, já distribuí régua e tesoura... então vocês vão utilizar o ofício, vão utilizar a régua, a tesoura, e aí vocês vão procurar um meio que vocês possam comparar essas figuras. E aí vocês vão descrever o que vocês fizeram... psiu! Prestem atenção! A partir do momento em que vocês vão analisando, vocês vão registrando o que vocês estão

- 951 fazendo, está certo? Então analisem as imagens, as figuras e comparem as áreas delas,
 952 certo?
 953 A(8)- Tipo assim: a figura três tem a mesma área que a figura quatro e assim por diante.
 954 P- Isso.
 955 A(1)- Ô professora, e isso aqui é pra fazer o quê? (referindo-se as figuras do envelope
 956 que foi confeccionada para desenvolver a atividade).
 957 P- Vocês vão comparar as figuras e ver a relação que elas têm entre as áreas: se tem a
 958 mesma área, se tem área maior, se tem área menor, tá certo?
 959 Ação: A professora entrega uma atividade composta por duas questões para cada
 960 integrante das equipes, a fim de que os estudantes registrem suas respostas e os
 961 procedimentos utilizados para a resolução de cada questão.
 962 Comentário: O restante da aula, a professora circulou entre os grupos observando os
 963 procedimentos dos estudantes e intervindo quando achava necessário.
 964 (aproximadamente 58 minutos).

6ª Aula

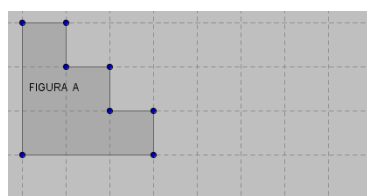
Dia: 28/09/2018 - Sexta-feira

Horário: 16h38 min às 17h20min

Diálogos

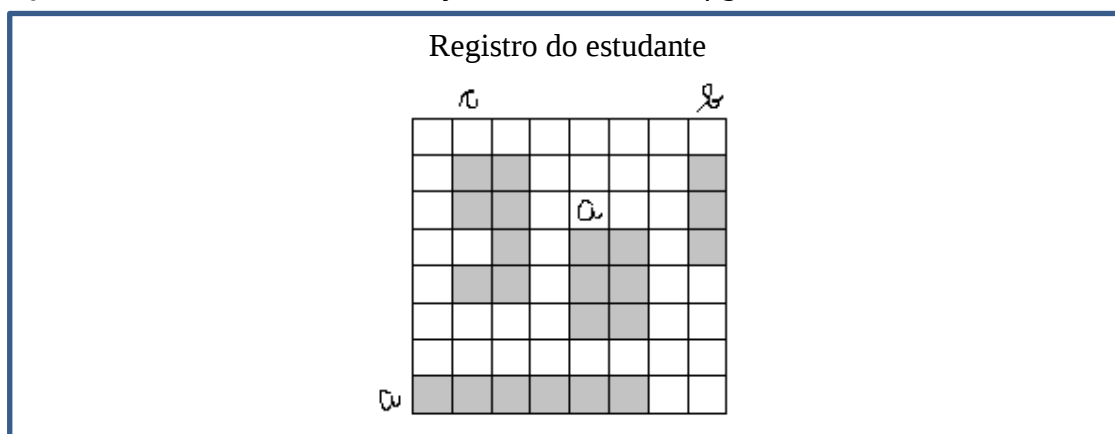
- 965 P- Oh prestem atenção! A aula anterior, na semana passada, vocês realizaram uma
 966 atividade envolvendo cálculo de área. Eu quero que todo mundo pegue aquela
 967 atividade pra gente terminar agora a correção.
 968 A(3)- Eita, eu esqueci em casa.
 969 P- Peguem a folhinha agora e eu vou olhar
 970 A(2) - Ô professora você tem uma folhinha dessa?
 971 Ação: A professora distribui a folha de atividade aos estudantes que faltaram no dia
 972 em que foi proposta e também para aqueles que a esqueceram.
 973 P- Então vejam! Como a questão um já foi discutida e analisada, a questão dois tem o
 974 seguinte: utilize a malha quadriculada considerando cada quadradinho como unidade
 975 de área para realizar o que se pede. Então cada quadradinho desse é uma unidade de
 976 área. Se vocês têm aí a malha quadriculada... (desenha no quadro uma malha)
 977

Registro da professora



- 978 P- Como a questão já afirma, vocês iriam considerar cada quadradinho como unidade
 979 de área. Então, vocês tem aí uma malha quadriculada. Nessa malha, tem uma imagem
 980 lá desenhada, uma figura. Essa figura, se eu perguntasse a vocês, ela tem quanto de
 981 área?
 982 A(s)- Seis
 983 P- Seis, o quê?
 984 A(s)- Quadrados.
 985 P- Seis quadradinhos, não é isso? De área. Se cada quadradinho corresponde a uma
 986 área, unidade de área, então nós temos oh, um dois, três, quatro, cinco, seis
 987 quadradinhos. Então área seis...

- 988 A(2) Tem mais de seis.
 989 P- Oi? Um, dois, três, quatro, cinco, seis. (Apontando para os quadradinhos da figura)
 990 A(2)- Então conta os quadradinhos. Ah! Pensei que fosse essas bolinhas.
 991 P- Isso aqui são os vértices, não é isso? A área é cada quadradinho, o quadradinho não
 992 é unidade de área, se eu tenho seis quadradinhos, são seis ...
 993 A(s)- Quadrados.
 994 P- Quadradinhos como unidade de área não é isso. Então a área seria seis, não é isso?
 995 Então ele quer saber o seguinte: construa duas figuras diferentes que possua área igual
 996 à área da figura A. Se essa é a figura A (aponta para a figura), eu queria construir aqui
 997 mais duas figuras que tivesse a mesma área mas de formato diferente, como é que
 998 poderia fazer isso daqui? Alguém se propõe?
 999 A(2)- Eu, eu, eu , eu! Não, não é João.
 1000 A(s)- Eu faço a três. Não sou eu.
 1001 P- Psiu! Silêncio por favor!
 1002 Ação: O aluno voluntário vai ao quadro e constrói as figuras solicitadas.
 1003



- 1004 A(s)- Não, João! Aquele ali é letra “d” que só tem três (referindo-se a figura que o
 1005 estudante associou à letra “b”). Que é o menor de todo.
 1006 Ação: O estudante convida outros colegas para realizar a tarefa.
 1007 P- Não, não. Senta! Primeiro nós vamos falar da “a” depois a “b”. Então veja o
 1008 seguinte: essa parte eu vou retirar. (se referindo à figura “c” e a figura “b” construída
 1009 pelo estudante)
 1010



- 1011 P- Então vejam!
 1012 A(2)- Aí tem que fazer a maior, a menor.
 1013 P- Como a questão “a” pede que seja construída mais duas figuras com formato
 1014 diferente, mas que apresentam mesma área, então nós vimos que as figuras não
 1015 necessariamente têm que ter o mesmo formato: podem ser diferentes, mas podem ter
 1016 a mesma área, não é assim? Então o que foi que João fez aqui? Ele contou aqui

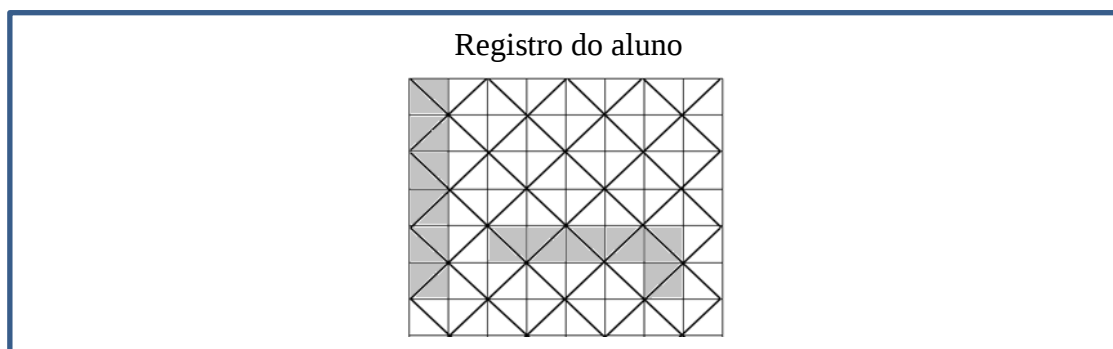
- 1017 (apontando para a figura A), o formato foi diferente do primeiro? Sim. Mas o total de
 1018 quantos quadradinhos?
- 1019 A(s)- Seis.
- 1020 P- Um, dois, três, quatro, cinco, seis. A área dessa figura é quanto?
- 1021 A(s)- Seis.
- 1022 P- Seis quadradinhos como unidade de área, não é isso? Então, certo. (Validando a
 1023 resposta do aluno). O outro exemplo, psiu! Eu tenho quantos quadradinhos aqui?
- 1024 A(s)- Seis.
- 1025 P- Então são seis unidades de área também?
- 1026 A(s)- Sim
- 1027 P- Então, nesse caso, são semelhantes a esse daqui, não é isso? (apontando pra figura
 1028 A). Resposta “a” está ok! Psiu! Então nessa questão, cada um pensava uma forma
 1029 diferente, contanto que tivesse seis quadradinhos. Não é isso?
- 1030 A(s) – É.
- 1031 P- Entendido Pedro? Entendeu? A questão “b” tem o seguinte: vocês iriam construir...
 1032 prestem atenção aqui, estão conversando demais. Questão “b”, construa uma figura
 1033 com área maior que a área da figura A. Psiu! Prestem atenção ao seguinte detalhe: nós
 1034 sabemos que os quadradinhos, eles tem o quê? A medida dos lados iguais. Quando eu
 1035 fiz aqui à mão livre, eles não estão iguaizinhos, mas lembrem que o quadrado tem que
 1036 ser todos os lados do mesmo tamanho, não é assim? Então vejam, a letra “b” pede que
 1037 desenhe uma figura com a área maior que essa da letra “a”. Então pra ter uma área
 1038 maior, vocês iam desenhar quantos quadradinhos?
- 1039 A(7)- Nove.
- 1040 P- Nove quadradinhos? O que mais?
- 1041 A(s)- Dez, doze...
- 1042 P- Ou seja, teria que ter um número acima de quanto?
- 1043 A(s)- Seis.
- 1044 P- Então todos que apresentam acima de seis têm uma área maior que a área da figura
 1045 A. Quem queria responder a letra “b”?
- 1046 A(s)- Eu.
- 1047 P – Venha um!
- 1048 *Ação: Um estudante vai ao quadro e desenha um quadrado com nove quadradinhos*
 1049 *de área.*
- 1050 P- Então, vejam aqui! Gabriel desenhou outra figura e tinha quanto aí?
- 1051 A(s)- Nove.
- 1052 P- Nove quadradinhos. Quem respondeu com sete, com oito, com nove quadradinhos,
 1053 não é isso? Área oito, área nove, área sete, está acima de A? Acima do número de A?
- 1054 Está. Então está correto, certo? A letra “c” pede o seguinte: construa uma figura com
 1055 área menor que A. Então a figura A, se tem seis, todos com número menor que quanto?
- 1056 Seis, estão corretos. Por exemplo:
- 1057 A(7)- Cinco.
- 1058 P- Quatro, cinco, três, dois, um quadradinho, será a resposta ok? Questão três...
- 1059 Pausa.
- 1060 P- Questão três. Você utilizou na questão dois... a unidade de área estava sendo quem?
- 1061 A(s)- (Silêncio)
- 1062 P- Na questão dois, a unidade de área adotada estava sendo quem?
- 1063 A(s) - Três.
- 1064 P- Na dois estava sendo...
- 1065 A(s)- Três e nove.

1066 P- Na dois estava sendo o quadrado não foi isso? Quando passamos pra questão três,
1067 a unidade de área passa a ser o quê? Os triangulozinhos. Então vocês iam fazer o
1068 seguinte: letra “a” figuras diferentes com mesma área. Então se são triângulos, vocês
1069 teriam que observar agora... esquecer o quadrado e considerar como triângulos, não é
1070 isso?

1071 Pausa para desenhar a malha no quadro.

1072 P- Então vejam o seguinte: se eu tenho uma malha triangular, tentei reproduzir aqui.
1073 Aí nós vamos determinar letra “a”, figuras diferentes que têm a mesma área. Duas
1074 figuras que tenham formatos diferentes, mas que apresentam mesma área. Quem quer
1075 fazer este?

1076



1077 P- Prestem atenção! A questão três, a letra “a” que Mateus respondeu, ele considerou
1078 cada quadradinho... cada triângulo, melhor dizendo, como unidade de área. E aí, nós
1079 temos o seguinte, contando, temos oh, um, dois, três quatro, cinco, seis, sete, oito,
1080 nove, dez, onze...

1081 A(s) – doze.

1082 P- Se eu tenho doze unidades, a área dessa figura seria quanto?

1083 A (9) – Doze

1084 P- Doze não é isso, triângulos como unidades de área. Doze unidades de área. A
1085 mesma área ... foi construída, mas com formato diferente, não é isso?

1086 Ação: Os estudantes estavam dispersos; então a professora parou e ficou observando
1087 as atitudes deles.

1088 P- Então eu tenho... o formato aqui seria o quê? (apontando para o retângulo
1089 construído pelo estudante)

1090 A(2) Quadrado.

1091 P- Isso é um quadrado? (apontando para o retângulo). Isso é o quê, minha gente?

1092 A(s): Silêncio.

1093 P- Isso aqui é um retângulo, não é isso? Essa área desse retângulo é composta por
1094 doze triangulozinhos, doze unidades de área. Psiu! A segunda figura...

1095 Ação: Pausa para chamar atenção dos estudantes, visto que eles estavam dispersos
1096 e sem prestar atenção à resolução das atividades. (Aproximadamente 38 segundos)

1097 P- Letra “b”. Alternativa “b”, figuras iguais que apresentam áreas diferentes. Então
1098 como é que poderíamos fazer isso aqui?

1099 A(7)- Fazer figuras iguais com as áreas diferentes.

1100 P- Então elas teriam o mesmo formato e suas áreas teriam que ser o quê?

1101 P e A(s)- Uma menor que a outra.

1102 P- Então, se eu considerasse aqui oh! (Constrói no quadro o quadrado menor,
1103 conforme o registro). Eu tenho aqui a construção de um quadradinho com dois
1104 triângulos, então, duas unidades de área, não é isso?

1105 Ação: Pausa

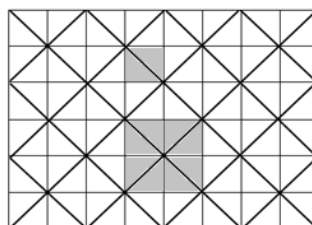
1106 P- E agora, minha gente, que formato é essa figura aqui? (aponta para o quadrado
1107 menor)

1108 A(9) – Um quadrado.

1109 P- Eu preciso construir outro quadrado, que tenha o mesmo formato, mas com áreas
1110 diferentes. Se esse é composto por dois triângulos, o outro tem que ser construído por
1111 mais, não é isso? Então, eu posso formar aqui... (desenha o quadrado maior no quadro
1112 conforme registro) também um quadrado composto por quantos triangulozinhos? Um,
1113 dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Tem o mesmo formato, só que as áreas são
1114 diferentes. Mas vocês podem responder usando outros formatos em necessariamente
1115 ser este, certo?

1116

Registro da professora



1117 P- A questão “c” figuras com áreas iguais, mas com perímetros diferentes. Na aula
1118 passada, falamos de área e também falamos de perímetro, não foi isso? E aí, quando
1119 a gente fala de perímetro, se a área é a superfície, não é isso? O que é o perímetro?
1120 Nós já falamos na aula passada.

1121 A(s)- É os cubos

1122 P- É os cubinhos?

1123 A(9) – É a face.

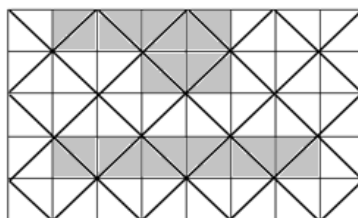
1124 P – Assim (apontando para a região interna da figura).

1125 A(s) – A borda, a borda...

1126 P- A borda. O comprimento da linha que determina a figura é o perímetro. Então
1127 vejam o seguinte: se vocês comparassem a figura A (referindo-se ao retângulo
1128 construído pelo estudante Mateus no item “a”), e essa outra figura (constrói um
1129 hexágono conforme o registro abaixo”) ambas têm a mesma área. Ambas não têm a
1130 mesma área?

1131

Registro da professora



1132 A(s) – Sim. Tem.

1133 P- Doze triângulos e doze triângulos (apontando para as figuras). Será que o perímetro
1134 é o mesmo?

1135 A(s)- Não, não.

1136 P- Se eu pegar isso daqui (aponta para o lado do quadrado menor) nós vamos contar
1137 até o final. Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze,
1138 quatorze (contagem de unidades de comprimento do retângulo). O perímetro daqui
1139 (referindo-se ao retângulo figura a) corresponde a quanto?

- 1140 A(s)- Quatorze
 1141 P- Então, se eu for comparar com essa outra figura que tem a mesma área, será que
 1142 tem o mesmo perímetro?
 1143 A(s)- Não.
 1144 P- Vamos lá verificar! Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze,
 1145 doze. Ou seja, essas duas figuras apresentam a mesma área, mas apresentam
 1146 perímetros diferentes.
 1147 *Pausa (cerca de 1 minuto e 4 segundos)*
 1148 P- Questão quatro. Júlia reproduziu... psiu! Pegue a sua folhinha! (dirigindo-se a um
 1149 estudante). Júlia reproduziu em duas folhas quadriculadas diferentes uma mesma
 1150 figura, conforme a ilustração. Observando estas duas figuras, uma está composta...
 1151 qual é a diferença da figura um pra figura dois?
 1152 A(9)- Porque numa tem quadradinhos menores, e a outra tem quadradinhos maiores.
 1153 P- Uma com quadradinhos maiores, e a outra com quadradinhos menores, não é isso?
 1154 Pergunta: A figura um e dois possuem a mesma área? Sim ou não?
 1155 A(s)- Sim.
 1156 P- Sim? Se foi sim, como é que vocês...
 1157 A(9)- Porque uma tem quadrado pequeno, e a outra tem quadrado pequeno.
 1158 P- Como é que vocês justificam isso daqui? Então vejam, a figura um... prestem
 1159 atenção!
 1160 *Ação: A Professora faz uma pausa para chamar atenção dos estudantes que não estão*
 1161 *participando da discussão durante a resolução da atividade.*
 1162 P – Ô Pedro, me responda, por favor! A figura um e a figura dois... disseram que tem
 1163 a mesma área, me diga como chegaram a esta conclusão?
 1164 *Ação: Vários alunos falando ao mesmo tempo.*
 1165 P- E então, Pedro, qual é a resposta? Eu quero a resposta.
 1166 *Ação- Toca a sirene e os alunos se organizam para a saída. Fim da aula.*

7ª Aula

Dia: 02/10/2018 – Terça-feira

Horário: 14h45min às 15h30min

Diálogos

- 1167 *Comentário: Ao chegar à sala, primeiramente a professora organizou as bancas dos*
 1168 *estudantes em fila, de forma que a permitisse circular entre eles. Apresentou uma*
 1169 *estudante do curso de Matemática da UFPE- CAA, aos estudantes, justificando que*
 1170 *ela estava cumprindo uma carga horária do estágio supervisionado e que precisaria*
 1171 *assistir a algumas aulas. Em seguida, entregou aos estudantes uma ficha de controle,*
 1172 *na qual ela computa os vistos daqueles que realizam as atividades propostas por ela.*
 1173 P- Então vejam! Na aula passada, nós começamos a corrigir uma atividade e ficou o
 1174 restante para concluir, não foi isso? E assim, a conversa, por ser demais, atrapalhou
 1175 muito e nós não conseguimos terminar, não fazer nem a metade do que eu tinha
 1176 programado. Então eu quero terminar a atividade, ver o restante do conteúdo hoje.
 1177 Assim nós temos o restante da atividade para corrigir, assunto para terminar e também
 1178 um exercício. Na próxima aula, na sexta-feira, vou trazer uma atividade pra vocês
 1179 responderem e me entregar. Só que a atividade é sem consulta. Então vão dá uma
 1180 olhada no conteúdo, dá uma estudada, pra sexta-feira fazer essa atividade pra me
 1181

- 1182 entregar esse trabalhinho, tá certo? Envolvendo somente cálculo de área. Ok? Peguem
 1183 a atividade de vocês!
- 1184 A(7)- Entregue a prova logo, professora!
- 1185 P- A prova vai ser no final dessa aula.
- 1186 A(6)- Agora, professora!
- 1187 P- Não!
- 1188 A(s)- A senhora disse desde a outra semana, já faz três semanas já.
- 1189 P- Presta atenção: se eu entregar agora, vocês não vão ficar quietos, vão sair
 1190 comparando um com outro, então vou entregar próximo ao intervalo que, na hora do
 1191 intervalo, vocês fazem essas coisas. Agora não!
- 1192 *Ação: Vários alunos falando ao mesmo tempo, reivindicando a entrega da prova.*
 1193 *Nesse momento, a professora se dirige ao quadro anotando a data e a palavra*
 1194 *correção.*
- 1195 P- Prestem atenção, depois eu dou visto. Vamos corrigir a atividade; depois eu passo
 1196 e dou o visto, tá certo? Vamos lá!
- 1197 *Ação: Várias conversas ao mesmo tempo.*
- 1198 P- Minha gente! Quem é que compreende quatro, cinco, dez, falando ao mesmo
 1199 tempo?!
- 1200 A(s)- Risos.
- 1201 P-Vamos colaborar! Vejam o seguinte: peguem a folha pra concluir a correção, que
 1202 eu preciso explicar assunto. Vamos lá! Psiu! Paulo, pegou a folhinha? Vitória
 1203 também? Vamos corrigir!
- 1204 A(10)- Professora, professora, oh professora! Sábado não é o ultimo dia da semana?
- 1205 P- Oi?
- 1206 A(10) - Sábado.
- 1207 A(s)- Não. É sim. Domingo. É, mais domingo é o primeiro.
- 1208 P- Questão quatro: vamos ler e começar nossa aula, prestando atenção, por favor!
 1209 Sexta feira... sexta feira, a atividade pra nota. Por favor! Tiago, colabora! Puxe a sua
 1210 banca, tem espaço pra trás... vá! Então vejam, sexta-feira tem atividade pra ser feita
 1211 com este conteúdo, não tem consulta. Então prestem atenção, certo?
- 1212 Pausa
- 1213 P- Questão quatro: Júlia... minha gente, se não colaborar, eu vou pedir que sai da sala.
 1214 Ou presta atenção, ou sai da sala! Júlia reproduziu em duas folhas quadriculadas
 1215 diferentes uma mesma figura, conforme a ilustração abaixo. Então vocês observaram
 1216 no caderno de vocês, que vocês tinham aí duas figuras, não era isso?
- 1217 A(6) Silêncio, Silas!
- 1218 P- Essas duas figuras... a questão era pra vocês... letra "a": as figuras um e dois
 1219 possuem a mesma área? Essa era a pergunta.
- 1220 A(7)- Sim!
- 1221 P- Se sim ou se não, vocês iam justificar a resposta de vocês. Se vocês observassem a
 1222 figura, vocês consideraram com mesma área ou não?
- 1223 A(s)- Não. Não. Sim!
- 1224 P- Por que sim?
- 1225 A(7) Porque se a pessoa cortar cada quadradinho grande ao meio, vai ficar mesma
 1226 coisa da figura um.
- 1227 P- As figuras... elas têm o mesmo formato... a mesma figura.
- 1228 A(6)- Tem. Tem o mesmo formato.
- 1229 A(s)- Não.
- 1230 P- Se vocês observarem a questão dos quadradinhos.
- 1231 A(7)- Mas, se cortar, fica a mesma coisa.

- 1232 P- Oi? Se cortar o maior... se dividir o maior, chega a quantidade do menor. Ou seja...
 1233 A(6)- Cala a boca!
 1234 P- Aí depois não entende, não é? (referindo-se aos estudantes que estavam
 1235 conversando e não prestando atenção). Então veja, como disse Mateus, se você
 1236 observasse, comparasse um com o outro, se você dividisse o quadradinho maior da
 1237 figura dois, chegaria ao tamanho do quadradinho menor da figura um, não é isso? Ou
 1238 seja, diferente aqui seria quem? As unidades de medida, que são os quadradinhos um
 1239 maior e outro menor, mas a área... psiu! A área da figura, ela é sempre o quê?
 1240 A(6) – Igual.
 1241 P- Igual. É sempre a mesma. A diferença é na unidade de medida, seria cada
 1242 quadradinho. Então digam aí como a gente poderia fazer isso daqui. Vamos justificar
 1243 agora! Vamos justificar! Sim, eles têm a mesma área, não é isso? Vocês disseram, e
 1244 seria a justificativa pra isso?
 1245 A(7)- Tem que cortar o quadradinho da figura dois, dá mesma coisa.
 1246 Ação: A professora dirige-se ao quadro para anotar a justificativa do estudante.
 1247 P- Sim. Se dividirmos...
 1248 P- Podemos? Psiu! Então vejam o seguinte: então vocês disseram o quê? Que sim e
 1249 que se dividimos a unidade de área, não é isso, o quadradinho, não é Mateus?
 1250 A(7)- Aham!
 1251 P- Psiu, o que mais?
 1252 A(7)- O que mais, como assim?
 1253 P- Continue!
 1254 A(7)- Se dividirmos a unidade de área, o quadrado maior da figura dois, chegaria a
 1255 mesma quantidade da figura um.
 1256 P- Não é assim que a gente havia discutido. Que se a gente dividi a unidade de área,
 1257 que é o quadrado maior da figura dois, o que mais?
 1258 A(7) -Ia ficar a mesma quantidade da figura um.
 1259 Pausa para a anotação da resposta mediante a justificativa do aluno.
 1260
- | |
|--|
| <p>Registro da professora</p> <p>Sim. Se compararmos a quantidade de unidades de área da figura A, ela aumenta o dobro. Mas, ao compararmos a área, ela é a mesma.</p> |
|--|
- 1261 Comentário: Nesse momento há alguns estudantes conversando e brincando com um
 1262 estilete. A professora se dirige a eles e recolhe o objeto.
 1263 P- Psiu! Concluindo... a questão quatro, se vocês observassem a área como nós
 1264 falamos... área não é o espaço preenchido, o espaço ocupado no plano. Se
 1265 compararmos as duas, elas têm a mesma área?
 1266 A(s)- Têm.
 1267 P- Tem. Então o que vocês estão observando aqui dentro é o quê? Que, na primeira,
 1268 a quantidade de quadradinhos é maior do que na segunda; mas, se nós observarmos
 1269 cada unidade de área da figura dois, cada quadradinho representa o quê? O dobro do
 1270 outro. Questão cinco. A questão cinco é a seguinte: ô Matheus! Psiu!
 1271 Pausa.
 1272 A(10)- A senhora já corrigiu não, esse papel não? Já corrigiu.
 1273 P- Eu comecei, mas não terminamos. Vocês conversaram tanto que, na aula passada,
 1274 não consegui terminar. Hoje do mesmo jeito.
 1275 A(6)- Já vai em três aulas corrigindo.
 1276 A(10)- Mas, mas eu perdi meu papel.
 1277 P- Vamos terminar agora. Preste atenção. Questão cinco: observe o quadrado Q e
 1278 responda. Vocês tem aí um quadrado, um quadrado Q, você tem um quadrado maior

1279 composto por quadradinhos menores, não é isso? E o quadradinho menor ele
 1280 representou por quem? Por A. Então ele quer saber o seguinte: usando o quadradinho
 1281 A, como unidade de medida pra medir a área deste quadrado, eu estou utilizando um
 1282 quadradinho como unidade de área, cada um quadradinho. Ele quer saber o seguinte:
 1283 qual a medida da área do quadrado Q. então nesse quadrado Q, quanto ele tem de
 1284 área? Tem quanto de área?

1285 A(s)- trinta e dois.

1286 P- Trinta dois?

1287 A (7)- Trinta e seis.

1288 P- Tem quanto?

1289 A(s) - Trinta seis.

1290 *Ação: A professora registra no quadro*

1291

Registro da professora

36 quadradinhos.

1292 P- Ou seja, a pergunta era quanto de área tem. Ele tem o quê (apontando para a
 1293 resposta no quadro).

1294 A(s)- Trinta e seis centímetros.

1295 P- Quadradinhos. Não centímetro, porque ele está utilizando como unidade de área...
 1296 a medida aí está sendo os quadrados, então trinta e seis quadradinhos, certo? Como é
 1297 que vocês fizeram pra chegar a esse resultado?

1298 A(2) – Conta o de cima assim, o de cima assim e faz a multiplicação.

1299 A(7) – Conta a de cima e lateral.

1300 P- A gente tem isso daqui (desenha no quadro um quadrado).

1301 *Pausa para os estudantes prestarem atenção*

1302 P- Então é o seguinte: contaram, os colegas... se eu contasse quantos quadradinhos
 1303 tem aqui (referindo-se ao comprimento), nesse caso tem quantos?

1304 A(8)- One, two, three, for..

1305 P- Quantos quadradinhos eu tenho aqui? (referindo-se à largura)

1306 A(8)- Six.

1307 P – Seis. Então eu faço o que com esses dois resultados?

1308 A(s)- Multiplica.

1309 P – seis vezes seis daria...

1310 A(s)- Trinta e seis.

1311 P- Trinta e seis. Teria outra maneira de fazer?

1312 A (7)- Tem.

1313 P- Como?

1314 A(11)- Tem, mas não sabe qual é.

1315 A(7)- Multiplicando de doze em 12?

1316 A(7) - Sim.

1317 P- Psiiu! Heim, minha gente?!

1318 A(7)- Num tem seis fileira, professora?

1319 P- Como é que eu vou multiplicar doze por doze?

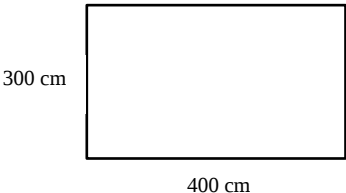
1320 A(7)- Duas fileiras num é doze...

1321 A(s)- Trinta mais seis.

1322 P- Além de fazer a multiplicação horizontal vezes vertical, se eu contasse, ou seja, o
 1323 comprimento pela largura da figura, eu tenho trinta e seis ou outra maneira seria eu
 1324 contar os quadradinhos. Esse espaço é composto por um, dois, três, quatro, seis.
 1325 (ladrilhando a figura). Se eu contasse seis e seis, seis vezes seis, trinta e seis que foi o
 1326 que vocês disseram, não foi isso? Seria comprimento e largura.

- 1327 A(7)- Ô Professora, poderia ser assim também, de doze em doze.
 1328 P- E somar não é isso? Ou seja, poderia somar toda a coluna ou eu poderia...
 1329 P- Outra maneira: concluindo questão cinco.
 1330 A(11)- Contar também. Um, dois, três, quatro, cinco...
 1331 P- A outra maneira seria fazer a contagem de quantos quadradinhos tem aqui. Outra
 1332 opção seria contar o número de quadradinhos. Seriam duas maneiras que vocês
 1333 poderiam utilizar para calcular a área, tá certo?
 1334 *Pausa.*
 1335 P- Questão seis...
 1336 *Comentário: Devido à conversa, a professora pausa a aula para chamar atenção dos*
 1337 *que não estão envolvidos com a correção da atividade.*
 1338 P- Questão seis, vamos terminar esse? Psiu! Na questão seis, tem o seguinte: o quarto
 1339 de Joaquim é revestido de madeira; no entanto, o piso está com um pouco de umidade
 1340 e, por isso, ele pretende removê-lo. As figuras abaixo representa a planta do quarto de
 1341 Joaquim com as medidas internas do mesmo e o modelo da cerâmica escolhida por
 1342 ele. Psiu! Então a questão era a seguinte: o quarto de Joaquim tem as seguintes
 1343 dimensões: (desenha no quadro um retângulo de dimensões 400 cm por 300 cm) o
 1344 quarto de Joaquim tem esse formato. Que figura seria isso daqui?
 1345 A(8) – Um retângulo.
 1346 P- Isso aqui é um...
 1347 A(s)- retângulo
 1348 P- Um retângulo.
 1349 *Pausa*
 1350 P- Na atividade de vocês, tem um retângulo representando o formato do quarto de
 1351 Joaquim. O formato é um retângulo, as dimensões desse quarto é o seguinte:
 1352 quatrocentos centímetros de comprimento e trezentos centímetros de largura.
 1353 A(10)- Cem de diferença.
 1354 P- Cem de diferença, não é isso? Aí nós temos o seguinte: pra esse quarto vai ser
 1355 colocado cerâmicas e tamanho de cada pedra de cerâmica é cinquenta centímetro por
 1356 cinquenta. Eu quero saber o seguinte: quantas pedras serão necessárias para por aqui.
 1357 A(11)- Oito
 1358 A(11)- Quarenta e oito. É quarenta e oito.
 1359 P- Como foi que vocês chegaram a este resultado?
 1360 A(7) - Aqui: faz duas contas de vezes e depois divide por cinquenta.
 1361 A(11) – É Oito vezes seis professora, dá quarenta e oito.
 1362 P- Calma aí, vamos devagar! Mateus disse primeiro, depois o seu tá certo? Mateus
 1363 disse que iria pegar quem? Quatrocentos vezes trezentos, vamos calcular, né isso?
 1364 (Realiza a operação)

1365

Registro da professora	
	$ \begin{array}{r} 400 \\ \times 300 \\ \hline 000 \\ 000 - \\ \hline 1200 - - \\ \hline 120000 \text{ cm}^2 \end{array} $

- 1366 A(8)- Cento e vinte mil.
 1367 P- Cento e vinte mil o quê?
 1368 A(s)- Centímetros.
 1369 P- Centímetros...

1370 A(8)- Quadrados.

1371 P- Centímetros o quê?

1372 A(8) - Quadrados.

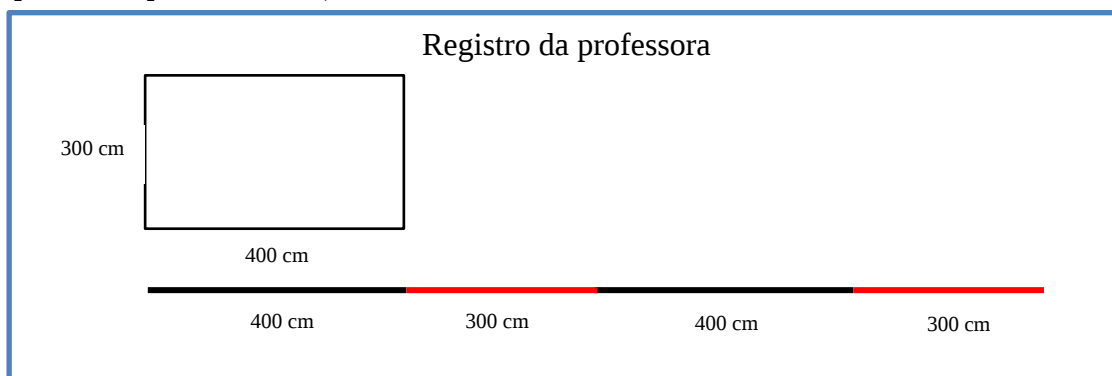
1373 P- Alguém aqui na sala, quando eu coloquei aqui, disse o seguinte: coloca duas vezes quatrocentos e duas vezes trezentos...

1375 A(10)- Ô professora, deixe eu falar um negócio! Eu fiz assim oh: eu fiz oito assim em cima e seis assim oh! (apontando para a largura do retângulo).

1377 A(12)- Mas está errado.

1378 P- Vamos fazer o seguinte: vamos expor a dele pra depois fazer o seu. Então veja: se eu pegar esse mais esse (apontando para os lados opostos que representam o comprimento do retângulo), mais esse e mais esse (apontando para os lados opostos que representam a largura do retângulo) eu vou estar somando quem? Somando essa linha, não é isso minha gente? Não anota agora, presta atenção, primeiro! Se eu somar esses segmentos aqui, é a mesma coisa que eu fazer isso daqui oh! (Representa o perímetro por uma linha)

1385



1386 P- Se eu pegasse... psiu! Se eu pegasse esse pontinho (referindo-se ao vértice superior esquerdo) e esticasse isso aqui, puxasse aqui, então eu teria essa linha, não teria? Essa parte todinha aqui, esses segmentos, não chegava a essa linha? Não chegava a essa linha? E isso daqui é a área? Não. Isso aqui é só o contorno.

1390 A(11) – A borda.

1391 P- A borda da figura. Esse quadro aqui, se eu pegasse a madeira e revestisse a daqui até ali (referindo-se aos lados do quadro). Então vejam o seguinte... deixa eu concluir o pensamento aí a gente discute, tá certo? Então, se eu esticasse, não ficaria assim: esse pedacinho, quatrocentos centímetros, esse trezentos, esse quatrocentos e esse trezentos, não é assim? O comprimento dessa linha seria de quanto? Setecentos mais setecentos, mil e quatrocentos. O que é o mil e quatrocentos? É o comprimento da linha. Então se é o comprimento da linha eu devo dizer que é centímetros. Porque eu estou trabalhando apenas com uma dimensão, que é o comprimento. Psiu! Isso daqui é só é o comprimento. Se a gente pegar isso daqui, a largura e esse comprimento é o quê? O comprimento. A largura e o comprimento, né?

1401 *Comentário: Pausa para chamar atenção dos alunos dispersos*

1402 P- Preste atenção, vocês também! Neste caso, quando eu estiquei a linha, eu estou medido apenas o comprimento da linha não é isso? Eu só tenho o quê? Uma dimensão, que é o comprimento. Quando vocês vão colocar aqui esse lado vezes esse, vocês estão mexendo com o comprimento e a largura. Então eu vou está dando quem? A área. Então o cálculo da área é em centímetros quadrados. Então, existe essa diferença: a área...

1408 A(6)- De novo Davi?!

- 1409 P- Minha gente, pelo amor de Deus! Quando a gente está trabalhando com cálculo de
 1410 área... entendeu, Davi? Entendeu por que dá centímetros quadrados? Eu estou
 1411 trabalhando com quem? Comprimento e largura, com duas dimensões. Então quando
 1412 nós estamos trabalhando apenas com uma, então eu vou ter somente ou centímetro ou
 1413 metro ou quilômetro. Só vai pra quadrado quando eu estou trabalhando a questão de
 1414 área. E aí, Mateus, após multiplicar comprimento e largura deu quanto? Cento e vinte
 1415 mil centímetros quadrados, é o espaço, é a área do quarto de Joaquim. Aí agora eu
 1416 quero saber o seguinte: a proposta é: eu tenho o espaço né.
 1417 A(4) – É dessa sala.
 1418 P- É dessa sala, será? Então veja o seguinte: quando a gente vai verificar quantas
 1419 pedras de cerâmicas cabem aqui dentro, o que é que você fez depois de multiplicar os
 1420 dois?
 1421 A(7)- Divide
 1422 P- Dividisso por quanto?
 1423 A(7)- Divide por...
 1424 P- dividiu pra quem? Cinquenta? Pra cinquenta?
 1425 A(7)- Cinco.
 1426 P- Cinco? Por que cinco? Se você calculou a área dessa figura, eu preciso saber a qual
 1427 é a área dessa aqui, tá certo?
 1428 A(7)- Porque a área dessa não é cinquenta, professora.
 1429 P- A área é cinquenta? Ou a lateral, o comprimento do lado é cinquenta?
 1430 A(10)- Eu fiz de um jeito mais fácil.
 1431 P- Como é que você fez aqui? Quatrocentos vezes quanto?
 1432 A(s)- trezentos
 1434 P- Que deu essa área. Pra achar a área desse, o que é que eu faço? Eu multiplico quem?
 1435 A(s)- Cinquenta vezes cinquenta.
 1436 A(s)- zero, zero, zero, zero, vinte e cinco
 1437 A(7)- Dá duzentos e cinquenta.
 1438 P- Deu quanto?
 1439 A(s)- Dois mil e quinhentos
 1440 P- A área do quarto: cento e vinte mil, a área do...
 1441 *Toca a sirene e os alunos saem para o intervalo. Fim da aula.*

8ª e 9ª aulas

Dia: 02/10/2018 – Terça-feira

Horário: 15h55min às 17h20min

Diálogos

- 1442 *Comentário: Após acalmar os ânimos dos estudantes, que se apresentavam bastantes*
 1443 *eufóricos após o intervalo, a professora inicia a aula fazendo uma retomada na*
 1444 *atividade da aula anterior.*
 1445 P- Continuando... terminando a questão... psiu! Prestem atenção! Então vejam: a
 1446 princípio, para esta questão, Mateus tinha sugerido que nós íamos fazer o quê?
 1447 Multiplicar os trezentos vezes o quatrocentos, ou seja, o comprimento pela largura e
 1448 nós encontramos cento e vinte mil centímetros quadrados. Não foi isso? E nós vimos...
 1449 A(7)- Mas teve o dali também que a senhora mediu: cinquenta vezes cinquenta.
 1450 P- A área do quarto de Joaquim corresponde a cento e vinte mil centímetros
 1451 quadrados. Ô minha gente, por favor!

1452 *Comentário: Pausa*

1453 P- Para a área da cerâmica, que é de cinquenta por cinquenta, a área dessa cerâmica
1454 corresponde a quanto? Qual o valor da área dessa cerâmica? Como foi que vocês
1455 disseram na aula passada?

1456 *Comentário: Os estudantes ainda permanecem eufóricos e a professora espera que
1457 eles se acalmem e voltem a interagir com ela.*

1458 P- A área seria de quanto? Cinquenta vezes cinquenta, não foi assim? Cinquenta vezes
1459 cinquenta deu quanto? Dois mil e quinhentos, o quê? Centímetros quadrados. Então
1460 vejam!

1461 *Pausa*

1462 P- Cento e vinte mil, a área de cada cerâmica é de dois mil e quinhentos, o que é que
1463 eu vou fazer? Eu devo dividir cento e vinte mil por dois mil e quinhentos.

1464 A(10) Tem que ter um pontinho ali, né?

1465 P- Eu vou pôr aqui o pontinho. Corta aqui e aqui (apontando para os dois zeros
1466 comuns aos dois números que estão posicionados na unidade e dezena) então vamos
1467 lá: cento e vinte divido pra vinte e cinco dá quanto?

1468 A (7)- Quatro.

1469 A (2)- Dá quatro e sobra vinte.

1470 P- Quatro vezes vinte cinco?

1471 A(s)- Cem.

1472 P- Cem. Pra cento e vinte?

1473 A(s)- Vinte.

1474 P- Duzentos ...

1475 A(8)- Oito.

1476 P- Dá quantas?

1477 P e A(s) - quarenta e oito peças.

1478

Registro da professora

120.000 | 2500
200 48 cerâmicas
(00)

1479 A(7) - Está certo, professora?

1480 P- Está correto.

1481 A(7) – Tá?

1482 P- Tá. Agora, Artur, diga como você pensou a resposta que foi diferente da de Mateus.

1483 A de Mateus foi a seguinte... a de Mateus foi multiplicar, calcular a área da figura
1484 maior, que é o quarto. Calcular a área de cada pedrinha, dividir e encontrar a
1485 quantidade de pedra, não é isso? Só que Artur fez diferente. Como é que Artur pensou?

1486 Diga aí!

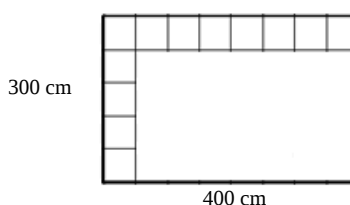
1487 A(10) – Foi daquele jeito que falei. Eu dividi não.

1488 P- Como é que você fez?

1489 *Ação: O aluno dirige-se ao quadro e ladrilha a figura desenhada pela professora.*

1490

Registro do estudante



- 1491 A(10)- Eu fiz assim oh: aqui deu oito (apontando para o comprimento) e aqui deu seis.
 1492 Eu fiz oito vezes seis, dá quarenta e oito.
 1493 A(2)- Ô professora, tá certo assim?
 1494 P- Como Artur pensou a seguinte maneira: Artur observou... cada cerâmica tem
 1495 quanto Artur?
 1496 A(s)- Cinquenta
 1497 P- Pra isso daqui dá seis (apontando pra largura do retângulo) como é que você
 1498 pensou? Por que deu seis aqui?
 1499 A(10)- Porque trezentos dividido pra cinquenta dá seis.
 1500 P- É assim? Cinquenta para dar trezentos, eu preciso de seis pedrinhas?
 1501 A(10)- É.
 1502 P – Aqui eu tenho quanto? (apontando para o comprimento)
 1503 A(s)- Quatrocentos.
 1504 P- Cada pedrinha tem quanto?
 1505 A(s)- cinquenta.
 1506 P- Então, quatrocentos de cinquenta em cinquenta deu quanto?
 1507 A(s)- Oito.
 1508 P- Deu oito pedrinhas. Então oito vezes seis deu quarenta e oito, que também é uma
 1509 outra forma de pensar, tá certo?
 1510 A(10)- Está certo?
 1511 P- Está certo também. O seu está certo, como o de Mateus também. Foram maneiras
 1512 diferentes, mas que chegaram ao mesmo resultado. O que foi que ele fez? Entendeu a
 1513 dele? (referindo-se ao aluno Mateus)
 1514 A(7)- Uhum.
 1515 *Ação: A professora se dirige ao birô, pega uma embalagem no formato de um*
 1516 *paralelepípedo, desmonta-a e apresenta a superfície planificada aos estudantes.*
 1517 P- Nós temos o seguinte: eu trouxe aqui uma caixinha e eu quero saber quanto de
 1518 papel é necessário para construir uma caixinha dessa.
 1519 A(s)- Sete... seis... sete... trinta... seis...
 1520 P- Seis o quê?
 1521 A(s)- Metro
 1522 A(9)- Seis lados
 1523 P - Eu tenho aqui seis...
 1524 A(2)- Tem que ser quatro retângulo, dois quadrados ...
 1525 P- Então veja, eu tenho aqui quantos? Dois o quê?
 1526 A(2) – Retângulo ... quadrados.
 1527 P- E esse aqui?
 1528 A(s)- Retângulos.
 1529 P- Retângulo, não é isso? Deixa eu desmontar aqui pra gente ver. Então você tem aqui
 1530 a caixa desmontada, não é isso? Então vejam! Se eu quero saber quanto de papel é
 1531 necessário para construir essa caixa, eu preciso do quê? Eu preciso saber o quê? O
 1532 que é isso daqui? (apontando para superfície desmontada da caixa).
 1533 A(s)- A área.
 1534 P- Eu preciso saber a área da figura, não é isso?
 1535 A(8)- Mil centímetros.
 1536 P- E aí é em centímetro porque são pequenas, não é isso? As dimensões. E aí, nós
 1537 vamos fazer o seguinte: pra saber o quanto de papel gasta, eu preciso calcular a área.
 1538 Até agora, nas aulas anteriores, vocês fizeram muito sobreposição, como na aula

1539 passada eu trouxe figuras e vocês iam identificar quem é maior, quem é menor, quem
1540 tem maior área, colocando uma sobre a outra não foi isso?

1541 A(s)- Foi.

1542 P- E agora, para calcular a área desse aqui (apontando para o retângulo que
1543 representava o quarto de Joaquim), vocês já fizeram o seguinte: se eu tenho uma certa
1544 quantidade aqui (se referindo ao comprimento do retângulo), eu tenho uma dimensão
1545 aqui e eu tenho outra. Eu posso fazer o quê?

1546 A(11)- Multiplicar.

1547 P- Eu posso multiplicar as dimensões, não é isso? O comprimento pela largura.

1548 A(10)- Ô professora, mas tem que medir primeiro, né?

1549 P- Neste caso aqui Então vejam! Nós vamos fazer o seguinte: agora eu quero
1550 calcular quanto de papel é necessário para formar essa caixinha. Então ela era uma
1551 figura espacial, ela teria aqui três dimensões, por isso que ela é chamada de
1552 tridimensional, ela tinha o quê? Comprimento, ela tinha largura e ela tinha altura.
1553 Quando eu abro e junto ela, ficou agora só o plano, não é isso? Uma figura plana e a
1554 gente aqui pode calcular a área dessa figura. Então pra calcular vocês disseram que
1555 ela tinha um quadrado, eu tenho outro quadrado, e eu tenho o que aqui?

1556 A(s)- Retângulo.

1557 P- Retângulos. Então será que eu posso calcular a área dessa figura, a área dessa e
1558 depois juntar tudo?

1560 A(11)- Pode.

1561 P- E aí eu vou saber a área da figura total, não é isso? Primeiro vamos fazer o seguinte:
1562 primeiro, a gente precisa de quê? Verificar quanto eu tenho aqui, na dimensão, não é
1563 isso? Esse quadrado tem quanto centímetros aqui? (pega a régua para realizar a
1564 medição)

1565 A(7)- Quatro.

1566 P- Tem o quê? Cinco centímetros. Cinco por quanto?

1567 A(7)- Quatro.

1568 P- Se é cinco, é cinco por cinco, né? Corrigindo é seis, tá. É seis por seis. Então se é
1569 um quadrado de seis por seis, eu posso fazer o que para encontrar a área desse? Eu
1570 posso... multiplicar. Seis vezes seis dá uma área de quanto?

1571 A(s)- Trinta e seis ... doze ...

1572 P- Trinta e seis.

1573 *Pausa.*

1574 *Ação: A professora se dirige ao quadro e representa a planificação da figura.*

1575



1576 P-Vamos supor que nós temos isso daqui (referindo-se a figura representada no
1577 quadro). Esse lado daqui medimos e deu quanto? Seis centímetros por seis
1578 centímetros.

1579 A(7)- Agora esse daqui professora, deu quanto? (referindo-se ao comprimento do
1580 paralelepípedo)

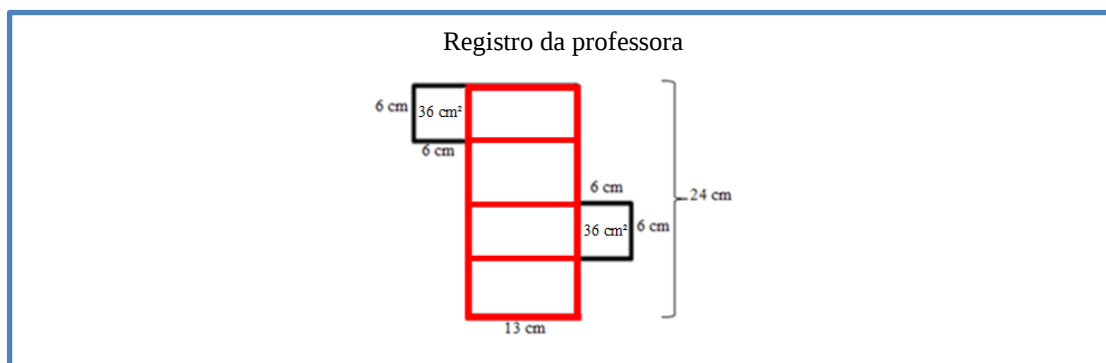
- 1581 P- Esse daqui, nós temos oh: daqui pra aqui (realizando a medição) ... ele tem treze
 1582 centímetros. Por quanto? Por seis, não é isso? Então, treze por seis, treze por seis, ...
 1583 A(7)- Aqui, professora. Treze vezes ... um, dois, três, quatro. Treze vezes quatro e seis
 1584 vezes ... um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.
 1585 P- Ahm?
 1586 A(7)- Oito... vinte e quatro.
 1587 P- Calma aí! Vinte e quatro aonde?
 1588 A(7) – E num é isso aqui tudinho?
 1589 P- Certo.
 1590 *Comentário: A professora percebe que a conversa está atrapalhando a interação com*
 1591 *os estudantes, interrompe a aula a fim de conversar com os estudantes.*
 1592 P- Então veja! Mateus tinha comentado aí: seis, seis, seis, seis e somou deu quanto?
 1593 Você disse que dava vinte e quatro, não foi isso?
 1594 A(s)- Foi.
 1595 P- O que mais que você tinha comentado?
 1596 A(7)- E treze vezes quatro.
 1597 P- Treze vezes o quê?
 1598 A(7)- Vezes quatro.
 1599 P- Aqui é treze vezes quatro?! Oi?
 1600 A(7)- Por que não tem quatro...
 1601 P- Certo. Mas se eu for calcular a área... eu vou calcular a área desse, posso calcular
 1602 a área desse, a desse, a desse e juntar tudo. Isso daqui também é um retângulo?
 1603 A(2)- Não, é um quadrado.
 1604 A(7)- É, professora.
 1605 A(2)- É um paralelepípedo. Não, não! É uma geladeira.
 1606 A(s)- Risos.
 1607 P- Se eu fizer isso, eu tenho um retângulo?

1608



- 1609 A(2)- Não. Tem uma pistola.
 1610 P- Isso aqui ao meio é um retângulo? De quanto? De vinte e quatro por quanto?
 1611 A(s)- Treze.
 1612 P- Também. Então...psiu! Pra calcular a área dessa figura, você poderia calcular a área
 1613 dos menores. Seis por seis dá uma área de quanto?
 1614 A(s)- Trinta e seis
 1615 P- Trinta e seis. A área desse é igual à área desse?
 1616 A(s)- É.
 1617 P- É. Ele não é seis por seis também? Então dá o quê? Trinta e seis o quê?
 1618 A(s)- Centímetro.
 1619 P-Centímetros quadrados, não é isso?
 1620 A(7)- Professora, dá cinquenta e dois o de cima.

1621



1622 P- Dá cinquenta e dois? Agora veja eu não estou somando isso daqui, (referindo-se ao
 1623 comprimento de 13cm) esse mais esse, mais esse, mais esse. Se eu estivesse fazendo
 1624 isso, eu estaria fazendo o quê? Estou somando os segmentos, mas o que eu quero saber
 1625 não é a área?

1626 A(7)- Aham!

1627 P- Eu quero saber a área disso daqui. É treze por quanto?

1628 A(7)- Seis.

1629 P- A área desse é quem?

1630 A(7)- Treze por seis.

1631 P- Treze por seis, treze por seis. Então eu tenho que descobrir a área desse, desse,
 1632 desse e desse e...

1633 A(10)- E somar tudo.

1634 P- E depois somar. Ou se você pensar, como você tinha dito, aqui dá quanto?

1635 A(7)- Vinte e quatro.

1636 P- Se eu pensar que aqui é vinte e quatro, isso aqui não vai existir (referindo-se aos
 1637 segmentos internos que fazem a divisão dos retângulos). Eu vou pensar no retângulo
 1638 inteiro de quanto? De treze por...

1639 A(s)- Vinte e quatro.

1640 P- Vinte e quatro. Aí eu vou saber a área dessa figura todinha. Então, têm duas
 1641 maneiras: você calcula a área do retângulo inteiro, ou, caso contrário, você calcula a
 1642 área das quatro... dos quatro retângulos menores.

1643 A(7)- Ô professora, dá a mesma coisa que as quatro?

1644 P- Dá a mesma coisa.

1645 A(8)- Ô professora, a senhora vai dar dois vistos hoje, né?

1646 P- Se der tempo.

1647 A(10)- Um não já tá pronto.

1648 P- Calma!

1649 A(8) - Ô professora, diga logo a página que dá tempo.

1650 P- Vamos terminar, que depois eu passo exercícios pra vocês. Então vejam: a área
 1651 desse é quanto? Quanto é a área dessa figura aqui? Quanto é a área desse retângulo?

1652 A(2)- Treze.

1653 P- Treze por quanto?

1654 A(s)- Seis.

1655 P- Aí dá um valor de quanto?

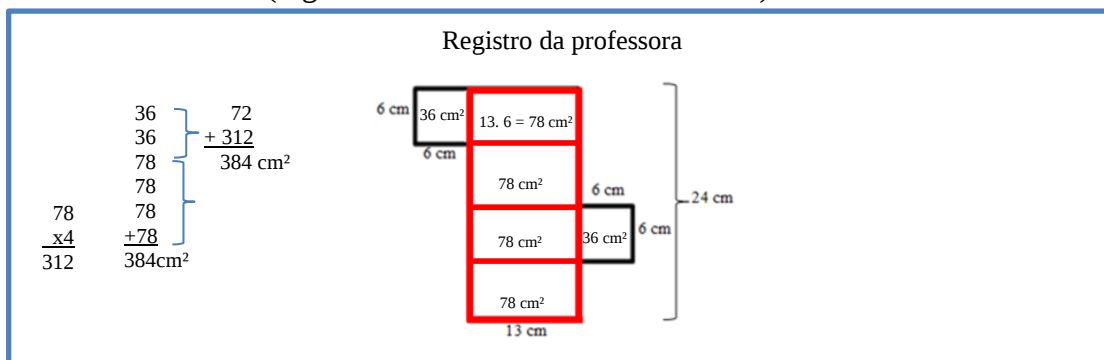
1656 A(s)- Vinte e quatro... dezanove... treze.

1657 P- Ô minha gente, agora pouco vocês disseram que, pra encontrar a área, o que é que
 1658 eu faço?

1659 A(s)- Multiplica.

1660 P- Então se eu tenho aqui treze por seis, eu faço o quê?

- 1661 A(s)- Treze vezes seis.
 1662 P- Dá quanto?
 1663 A(2)- Dá cento e setenta e quatro.
 1664 P- Você calculou isso?
 1665 A(7)- Não, dá... cinquenta e dois, cinquenta e oito... sessenta e cinco.
 1666 A(3)- Sessenta e oito... sessenta e oito.
 1667 P- Sessenta e oito?
 1668 A(4)- Setenta e oito.
 1669 P- Seis vezes dez, sessenta, seis vezes três, dezoito. Sessenta mais dezoito, setenta e oito.
 1671 A(2)- Ah! Setenta e oito.
 1672 P- Setenta e oito o quê?
 1673 A(10)- Centímetro quadrado.
 1674 P- Se esse daqui é a mesma área desse, desse e desse, cada um desse tem uma área de quanto?
 1676 A(8)- Setenta e oito centímetros quadrados.
 1677 P- Não é isso? Então o que você poderiam fazer? Se eu encontrei cada uma área dessa e eu quero saber o total, eu faço o quê?
 1679 A(s)- divide... multiplica... somo...
 1680 P- Saber tudo. Esse (registra a soma das medidas das áreas)
 1681



- 1682 P- Ou eu posso pegar duas vezes trinta e seis, que dá quanto?
 1683 A(s)- Setenta e dois.
 1684 P- E setenta e oito vezes quatro e vou somar lá também, não é assim? Oito vezes quatro? Trinta e dois, a três. Quatro vezes sete?
 1686 A(s)- Vinte e oito.
 1687 P- Vinte e oito com mais três.
 1688 A(s)- Trinta e um.
 1689 Ação: A professora pega o resultado obtido e soma a setenta e dois.
 1690 P- Quatro, oito, três. Deu quanto?
 1691 A(s) -Trezentos e oitenta e quatro centímetros quadrados.
 1692 P- Se vocês somassem tudo isso aqui, daria quanto? (registra 384, como resultado das parcelas). O que eu fiz? Peguei o setenta e oito... setenta e oito multipliquei pra quatro, encontrei esse total, trinta e seis multipliquei por dois, encontrei esse e somei. Ou esse mais esse, mais esse, mais esse, mais esse, mais esse, deu uma área de trezentos e oitenta e quatro. Quando a gente precisar calcular a área de um quadrado ou de um retângulo, o que é que eu faço?
 1698 A(8)- Tem que medir com a régua, né?
 1699 P- Então, minha gente, nós podemos... presta atenção! Nós podemos concluir que, pra calcular a área de um quadrado e de um retângulo, o que é que eu posso fazer? De
 1700 uma forma geral, eu posso multiplicar quem? O comprimento pela largura. Se você
 1701

1702 multiplicar o comprimento pela largura, você encontra quem? A área do quadrado ou
1703 do retângulo.

1704 A (10)- Ô professora, como é que a senhora sabe que é trezentos e oitenta e quatro?

1705 P- Esse daqui?

1706 A(10)-Sim.

1707 P- Somando essas quatro medidas, mais essas duas medidas. E esse trezentos e dose
1708 de vezes 4, e setenta e dois desses dois.

1709 A-Esse “c” e “l” né, cálculo, né?

1710 P- Comprimento e... (anotando no quadro)

1711 A-Largura.

1712 P- Largura. Certo? Ok?

1713

Registro da professora

$$A = c \times l$$

A = comprimento x largura

1714 *Pausa.*

1715 *Ação: A professora anota no quadro a página no livro onde se encontram os*
1716 *exercícios para serem cumpridos na aula. Em seguida, toma a planificação da caixa*
1717 *e explicita as fórmulas para o cálculo da área do retângulo e do quadrado.*

1718 P- Minha gente, presta atenção!

1719 A(6)- Professora, copiar e responder?

1720 P- Responder, precisa copiar não. Agora, escutem aqui primeiro. Se vocês observam
1721 essa figura daqui, isso daqui é o que?

1722 A(6)-Um retângulo.

1723 P-Um retângulo. Ele tem comprimento e tem o quê?

1724 A(10)- largura.

1725 P- São iguais?

1726 A(s) -Não.

1727 P- Não, são diferentes. Então, o comprimento eu chamei de quê? De “c”. E “l” seria
1728 o quê? A largura. Se eu olhar isso daqui (mostrando um quadrado)... isso daqui seria
1729 o quê?

1730 A(10)-Entendi esse negócio não.

1731 P- Oi? A área dessa figura, você não entendeu não? Deixa eu só explicar essa e retorno
1732 pra explicar novamente, certo? Vejam o seguinte! Se olharmos apenas essa parte aqui,
1733 que figura é essa aqui?

1734 A(s)- Um quadrado... quadrado... um cubo...

1735 P- Um quadrado. Se eu chamar esse daqui de quadrado, significa que os lados são o
1736 quê?

1737 A(10)- Iguais.

1738 P- Se eu disser que aqui é “l”, aqui é a largura, esse lado aqui é o quê? Se eu chamar
1739 esse lado aqui de “l” esse lado daqui seria o quê?

1740 A(s)- h...

1741 P- Deixa eu dizer diferente: se o quadrado, os quatros lados são iguais, e eu dissesse
1742 que aqui tem três centímetros, aqui tem quantos?

1743 A(7)- Três.

1744 P- E se aqui fosse dez, aqui era quanto?

1745 A(s) Dez.

1746 P- E se aqui fosse “l”, aqui seria quanto?

1747 A(s)- l.

1748 P- “l”, não é isso? Se aqui é “l”, aqui também é “l”. Então para calcular a área do
 1749 quadrado, é “l” vezes o quê?

1750 A(7)- “l”.

1751 P – “l”!

1752

Registro da professora

Retângulo: $A = c \times l$

Quadrado: $A = l \times l$
 $A = l^2$

1753 A(7)- E quem sabe quem vai ser “l”?

1754 P- o “l” a gente vai ver no decorrer das questões. Isso é uma forma geral, uma fórmula
 1755 geral para calcular...

1756 A(10)- Ô professora, e se um for seis e o outro for três?

1757 P- Aí é um quadrado? É o quê?

1758 A(10) - Um retângulo.

1759 P- Um retângulo, certo?

1760 A(7) – Ô professora, agora eu entendi, professora. Se a gente tiver um lado lá, aí a
 1761 pessoa mede, como é que diz? Dá cinco centímetros, aí bota lá ...

1762 A(7) e P- cinco vezes cinco.

1763 P- Que dá o quê?

1764 P e A(7)- Vinte e cinco.

1765 P- Se for dez por três, aí no caso é aqui oh, dez vezes três, não é isso? E assim, se eu
 1766 tenho um “l” vezes “l”, é a mesma coisa que: ... “l” ao quadrado.

1767 A(10)- Mas se não tiver o “l”, a gente bota qualquer letra, é?

1768 P- Vai depender da questão. A dimensão que eu tiver aqui é o que eu vou substituir.

1769 A(2)- Ô professora, eu não entendi isso daí não. Por que “l” dois quadrados?

1770 P- “l” vezes “l”

1771 A(2)- O que é “l” vezes “l”?

1772 P- Psiu! “l” vezes “l”, se “l” é cinco, cinco vezes cinco?

1773 A(2)- Dez.

1774 P- Cinco vezes cinco?

1775 A(s)- Vinte e cinco.

1776 P- Dez vezes dez?

1777 A(2)- Quatro... vinte.

1778 A(s)- Cem.

1779 P- Dez vezes dez?

1780 A(s)- Cem.

1781 A(2)- Ah! Eu entendi dez mais dez.

1782 P- Isso é a área de quem? Do quadrado. Um lado vezes o outro. Como é igual, eu
 1783 coloquei ao quadrado, porque um lado é igual ao outro.

1784 A(2)- Ah, eu pensei que seria um quadrado!

1785 P- Ele vezes ele mesmo né quadrado, né potência, que a gente já viu na aula passada?

1786 Aí vejam! Vamos agora abrir o livro de vocês. Peguem, por favor! Na página duzentos
 1787 e sessenta e um tem a questão um e, na página duzentos e sessenta e dois tem as
 1788 questões:

1789 A(7)- Dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez.

1790 P- Olhem! Um, dois, três e cinco. Ler e responder. Não copiem as questões, porque
 1791 vai demorar muito.

- 1792 A(13)- Só ler e responder, né, professora?
 1793 P- Ler e responder com todos os cálculos necessários.
 1794 *Comentário: Os alunos começam a responder a atividade e logo solicitam ajuda da*
 1795 *professora, que passa o restante da aula atendendo aos alunos ora individualmente*
 1796 *ora em grupos. (Aproximadamente 48 minutos).*
 1797 P- Atenção essa atividade eu vou corrigir na próxima aula. Então quem não terminou,
 1798 conclua ela em casa, que eu irei dar visto na próxima aula, tá certo?
 1799 A(s)- Aham!
 1800 *Comentário: Os 5 minutos finais foram dedicados à entrega de uma atividade*
 1801 *avaliativa realizada no bimestre.*

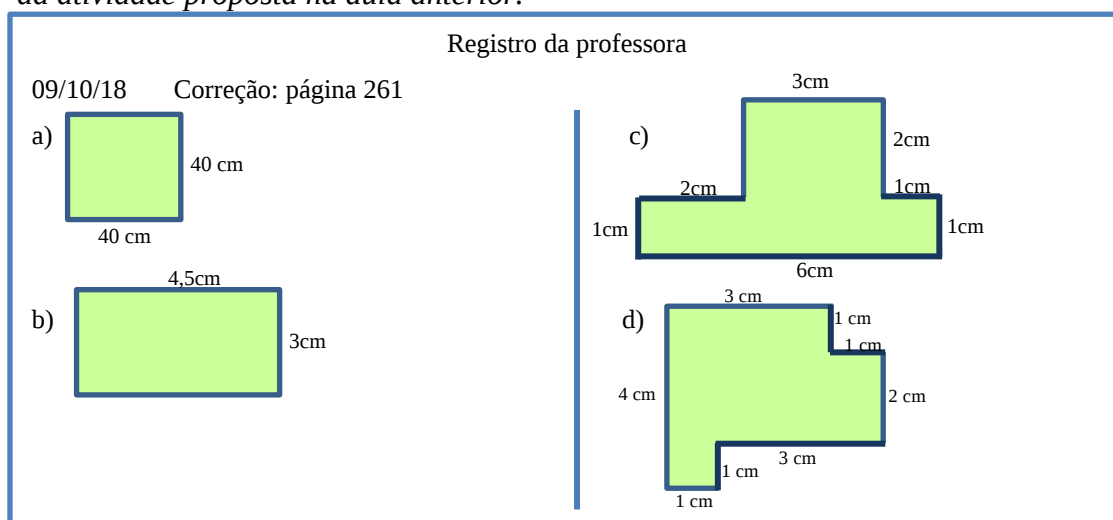
10ª Aula

Dia: 09/10/2018 – Terça-feira

Horário: 14h45min às 15h30min

Diálogos

- 1802 *Comentário: Antes de iniciar a aula, a professora organizou a sala em filas para*
 1803 *facilitar sua circulação entre os estudantes. Passou de banca em banca analisando*
 1804 *os cadernos deles referentes ao cumprimento das atividades solicitadas na aula*
 1805 *anterior.*
 1806 *Ação: A professora dirige-se ao quadro, registrando as representações das figuras*
 1807 *da atividade proposta na aula anterior.*
 1808



- 1809 P- Nas Aulas anteriores, nós vimos a questão de cálculo de áreas. Vocês começaram
 1810 por comparação, colocando uma figura sobre a outra, comparando as áreas, quem é
 1811 maior, quem é menor, quem tem o mesmo tamanho de área, quem tem a mesma
 1812 dimensão. E aí, na aula passada... psiu! Na aula passada, nós vimos que, além de
 1813 comparar áreas, ver quem tem área maior e quem tem área menor, nós também
 1814 podemos calcular essas áreas a partir do momento em que for dada as dimensões da
 1815 figura. Não é isso?
 1816 A(s)- É.
 1817 P- Então vamos pensar neste quadro. Esse quadro... psiu! Se a escola precisasse
 1818 verificar a fórmica do quadro, que não está em perfeito estado e precisa-se trocar,
 1819 então a escola precisa comprar esta fórmica. Então ela precisa saber quanto de fórmica
 1820 vai comprar não é isso? Então nesse caso, se quer comprar a fórmica e a fórmica...

- 1821 psiu! É vendida por metro quadrado, ou seja, por área, não é isso? Com é que vocês,
 1822 ou melhor, como é que a escola, o diretor da escola poderia fazer para comprar a
 1823 fórmica? Ele tem que saber uma primeira coisa: saber o quanto de área teria esse
 1824 quadro não é assim? Por favor, Mateus!
- 1825 A(7)- Eu estou quieto sozinho, não sabia não que ele fica ... ele fica falando as coisas
 1826 dele.
- 1827 P- Então vejam! Psiu! Por que senta aqui e vai pra lá pra tá perturbando.
- 1829 A(7) - Eu não ir pra li também?
- 1830 P - Agora não. Então se a escola for comprar... Tadeu, por favor!
- 1831 A(10)- O quê?
- 1832 P- Preste atenção aqui! Então vejam! Se for comprar a fórmica e é por metros
 1833 quadrados, precisa-se calcular a área desse quadro, não é isso?
- 1834 A(s)- É.
- 1835 P- Como é que eu faço para calcular a área?
- 1836 A(4)- Multiplicar.
- 1837 P- Multiplicando as dimensões. Ela tem um comprimento e uma largura. Vamos dizer
 1838 que esse quadro tenha aqui três metros de comprimento e tenha um metro de largura
 1839 aqui em cima, certo? Eu tenho pra cá, comprimente três e largura mais ou menos de
 1840 um metro. Então, qual seria a área? Quanto de fórmica seria necessário para formar
 1841 isso daqui se ele tivesse essas dimensões?
- 1842 A(7)- Dois assim e seis assim.
- 1843 P- Dois e seis? Nós já falamos que área é essa superfície plana, não é isso? Quando
 1844 eu falo nessa borda...
- 1845 A(4) - Perímetro (inaudível)
- 1846 P- Essa borda aqui do quadro é a área?
- 1847 A(s)- Não.
- 1848 A(7)- Isso é a borda...
- 1849 A(4) - Perímetro.
- 1850 P- A área é o quê?
- 1851 A(4) - O perímetro
- 1852 P- O perímetro. Isso daqui é que é a área, não é isso? (apontando pra região interna da
 1853 figura). Então se ele tem três metros por um, nós vimos que a gente basta fazer o quê?
- 1854 Psiu! Multiplica quem? Três por um, três vezes um?
- 1855 A(10)- Três.
- 1856 P- Então o quadro teria quantos metros quadrados?
- 1857 A(s) e P- Três metros quadrados.
- 1858 A(7)- Ô professora, mas só que o quadro não tem só um lado, tem... tem mais de um
 1859 lado.
- 1860 P- Ele tem o quê? As quatro laterais, não e isso? Mas imagine... é como eu observasse
 1861 isso aqui, olhe esses quadros aqui, no piso nós temos aqui três quadros desse não é
 1862 isso? Se eu fosse... se eles realmente fossem um quadrado de um por um, qual a área
 1863 dele? ... um. Um vezes um, um. Um metro quadrado. Então aqui eu tenho um metro
 1864 quadrado, aqui eu tenho um metro quadrado, aqui eu tenho um metro quadrado, eu
 1865 tenho quanto aqui ao todo?
- 1866 A(s)- Três.
- 1867 P- Três metros quadrados. Se eu fosse comparar isso daqui com o quadro, ele tem
 1868 aqui um metro, ele vai ter ali um metro e assim ele vai ter quantos metros?
- 1869 A(s)- três.
- 1870 P- Um, dois, três. Num era três por um.
- 1871 A(7)- Era.

- 1872 P- Ia dá três metros quadrados. É como se eu fosse comparar com esse aqui.
 1873 A(7)- Fazia uma soma, né?
 1874 P- Nesse caso, eu estava dividindo aqui (apontando para o quadro) em três quadrados
 1875 de área um metro quadrado. Então eu poderia fazer o quê? Pegar as dimensões e
 1876 multiplicar as duas dimensões: base vezes... a base no lugar do comprimento. Então
 1877 vamos dizer base vezes largura. Então era isso que vocês iriam fazer na primeira
 1878 questão da página duzentos e sessenta e um do livro de vocês.
 1879 A(7) - Dá mil e seiscentos, professora, o primeiro.
 1880 P- Então o primeiro tem o seguinte: vamos pensar! Isso daqui é um retângulo ou um
 1881 quadrado?
 1882 A(10)- Um quadrado.
 1883 P- Psiu! Se eu for observar as dimensões, eu poderia considerar isso daqui como
 1884 quadrado ou retângulo?
 1885 A(s) – Um quadrado.
 1886 P- Um quadrado, porque as dimensões possuem a mesma medida, não é isso?
 1887 Quarenta centímetros. E aí pra saber a área desse quadrado, basta fazer o quê?
 1888 A(s)- Quarenta vezes quarenta... multiplicar... mil e sessenta... mil e seiscentos.
 1889 P- Quarenta vezes quarenta quanto é que dá?
 1890 A(s)- Mil e seiscentos...
 1891 P- Alguém tem dúvida com relação à multiplicação, minha gente?
 1892 A(9)- Centímetro...
 1893 A(s) - quadrado.
 1894 A(7)- Professora, falta um negocinho aí.
 1895 P- Que negocinho falta? (apagando o cálculo)
 1896 A(7)- Coloca aí de novo.
 1897 P- A, quarenta vezes quarenta. A, igual a mil e seiscentos (anotando no quadro).
 1898

Registro da professora

a) 

40 cm

40 cm

$A = 40 \cdot 40$

$A = 1600 \text{ cm}^2$

40

x40

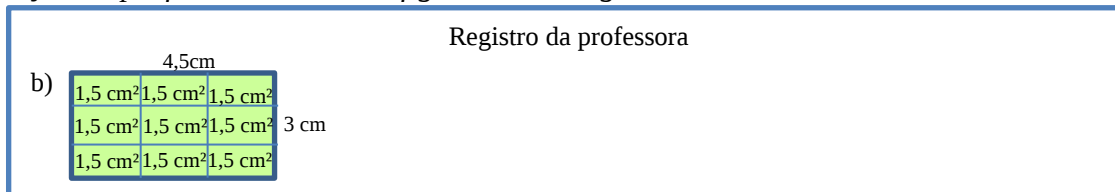
00

160 -

1600

- 1899 P- Que negocinho está faltando?
 1900 A(7)- Era o pontinho.
 1901 P- Não é só o pontinho que está faltando. Mil e seiscentos centímetros quadrados foi
 1902 a área dessa figura. Mas a multiplicação... alguém tem dúvida em fazer? Não, né?
 1903 A(s)- Não.
 1904 P- Zero vezes zero.
 1905 A(7)- Ô professora, eu só tenho dúvida numa coisa: todo valor multiplicado por zero
 1906 é zero é?
 1907 P- Se multiplica por nada, nada.
 1908 A(10)- Meu Deus, tais sabendo isso agora?!
 1909 P- Então zero, zero. Psiu! Quatro vezes nada.
 1910 A(s)- Nada.
 1911 P- Quatro vezes quatro?
 1912 A(s)- Dezesseis.
 1913 P- Zero...
 1914 A(s)- zero, zero, seis, um.

- 1915 P- Mil e seiscentos, certo? Vamos para a letra “b”! Letra “b”, agora é quadrado ou
 1916 retângulo de acordo com as dimensões?
 1917 A(8)- Retângulo.
 1918 A(10)- Mas está parecendo um quadrado.
 1919 *Pausa.*
 1920 P- Oh! Continuando... como já foi dito... letra “b”... na letra “b” eu tenho uma outra
 1921 figura plana.
 1922 A(10) – Um retângulo.
 1922 P- Um retângulo de quatro e meio por três, e aí, eu quero saber a área do retângulo,
 1923 como é que eu faço?
 1924 A(7)- Faz um soma dos dois lados: três mais três, seis. Quatro e meio com quatro e
 1925 meio dá nove.
 1926 P- Olhe se você pegar esse três, puxar pra cá mais quatro e meio, três ...
 1927 A(7) E então, professora, seis e nove.
 1928 P- Isso daqui é como se eu fizesse o seguinte: pegue essa ponta dessa linha, e eu estico
 1929 ela. É isso que você quer dizer? É?
 1930 A(7)- É.
 1931 P- Se eu pegar esse mais esse, mais esse mais esse, então eu estou medindo essa linha,
 1932 que é essa linha escura, não é assim? Então isso é a área? Ou é o comprimento da
 1933 linha?
 1934 A(7)- É o comprimento da linha.
 1935 P- É o comprimento, não é a área.
 1936 A(7)- Eu tô contando as bordas, professora. Olhe, não tem três de cada lado?
 1937 P- Sim, aqui tem três.
 1938 A(7)- três com três do outro lado não dá seis?
 1939 P- São... é se eu somar, se eu somar eu estou fazendo...
 1940 A(10)- Ô professora, não é melhor assim não? (dirige-se até a professora)
 1941 *Ação: A professora ladrilha a figura em retângulos com $1,5\text{ cm}^2$ de área.*
 1942



- 1943 P- Vê o seguinte aqui, Mateus! Vê se dá pra compreender agora. Mateus, o que é a
 1944 área? Não é isso aqui de dentro? Se você somar esse mais, esse mais esse, mais esse,
 1945 você está somando somente quem, Mateus? Oh Mateus, você num só tá somando essa
 1946 linha? Não é a linha; eu quero, eu quero é dentro. Então vejam se eu fosse dividir ...
 1947 tem condição não, porque nem faz; só atrapalha quem quer. Fica difícil. Então veja:
 1948 pra esse aqui, aqui não tem três centímetro? É como eu tivesse três tirinhas de um
 1949 centímetro, certo? Aqui tem quatro e meio, é o mesmo que eu tivesse três tirinhas de
 1950 um e meio, então cada um retângulo desse teria quanto de área? Não seria um por um
 1951 e meio? Um vezes um e meio? Um e meio, um e meio, um e meio, um e meio, um e
 1952 meio, tudo é um e meio. Então se eu juntasse tudinho aqui daria quanto? Oh!
 1953 A(9)- Ô professora, eu posso fazer esse aí?
 1954 P- Deixa eu terminar de explicar. Aí eu deixo você fazer. Entendeu, Mateus? Eu vou
 1955 somar: três, ...
 1956 A(s) - seis, nove, doze, treze e meio.
 1957 P- Então a área aqui seria treze e meio. Mas, será que eu sempre, necessariamente,
 1958 vou ter que sair dividindo?

1959 A(s) - êêêê...

1960 *Comentário: toca a sirene e os estudantes saem para o intervalo.*

11^a e 12^a Aulas

Dia: 09/10/2018 – Terça-feira

Horário: 15h49min às 17h20min

Diálogos

1961 *Ação: A professora desenha no quadro um quadrado, cujo comprimento do lado é*

1962 *igual a 3 dm*

1963 P- Ô minha gente, por favor, prestem atenção agora!

1964 *Pausa.*

1965 P- Vejam o seguinte: voltando a nossa atividade... a correção da atividade, nós temos

1966 o seguinte: letra “a” quarenta centímetro por quarenta centímetro. Quando eu

1967 multipliquei quarenta por quarenta, deu quanto?

1968 A(s)- Mil e seiscentos.

1969 P- Mas a gente tem sempre que lembrar que é quarenta, o quê?

1970 A(4)- Centímetro quadrado.

1971 P- Centímetro por centímetro, dá centímetro quadrado, não é isso? ... na letra “b” ...

1972 letra “b”, no livro de vocês, na atividade de letra “b”, era uma figura onde vocês

1973 tinham três centímetros por quatro e meio, três centímetros por quatro centímetros e

1974 meio, são essas as dimensões da figura. Se nós formos calcular a área, como diz

1975 Mateus, três centímetros por quatro centímetros, não é assim que você fala?

1976 A(7)- É.

1977 P- Então vejam o seguinte: Imaginem... psiu! Se eu pegasse essa dimensão, essa

1978 largura aqui e colocasse nela uma tirinha de um centímetro cada um, era três dividido

1979 por três, três tirinhas de um. E, aqui em baixo, ao invés de ter quatro e meio... ao invés

1980 de ter quatro e meio, o que é que eu fiz? Eu dividi agora em espaços de um e meio.

1981 Eu adquirei em quantos espaços aqui?

1982 A(s)- Três.

1983 P- Três de um em meio por um centímetro. Então neste caso eu consegui obter quanto

1984 de área aqui dentro? Quantos quadradinhos, qual a dimensão... qual a área de cada

1885 quadradinho?

1986 A(7) - Um meio.

1987 P- Eu consegui oh! Eu consegui nove quadradinhos de quanto de área?

1988 A(7) – Um e meio.

1989 P- Então a área aqui dentro era de quanto?

1990 A(7)- Um e meio.

1991 P- A área aqui dentro era de um e meio?

1992 A(7)- Não de treze e meio.

1993 P- De treze e meio, porque cada retangulozinho tinha um centímetro e meio... um

1994 vírgula cinco centímetros quadrados de área, não é isso? Então vejam...

1995 A(7)- Então professora, não era assim que eu falo: três...

1996 P- Sim! Três ... como é que você diz?

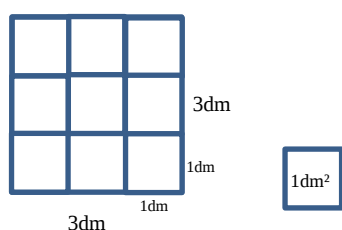
1997 A(7)- Seis.

1998 P- Esse três daqui com esse três daqui, é isso que você quer dizer?

- 1999 A(7)- Que dá seis. Esse valor com quatro e meio dá quanto?
 2000 P- Dez e meio.
 2001 A(7)- Dez e meio né?
 2002 P- Dez e meio com quatro e meio dará quanto?
 2003 A(7)- nove.
 2004 P- Dez e meio com quatro e meio quanto que dá? Dez centímetros e meio com quatro
 2005 centímetros e meio dá quanto?
 2006 A(s)- quatorze e meio ... quinze.
 2007 P- Dá quinze centímetros. A gente tem área daqui quinze centímetros? Nós temos
 2008 quanto de área que você disse agora?
 2009 A(7)- Treze e meio.
 2010 P- Treze centímetros e meio... treze vírgula cinco centímetros quadrados. É a mesma
 2011 coisa, Mateus?
 2012 A(7)- Não.
 2013 A(3)- É quatro e meio vezes três.
 2014 P- Se você tem três centímetros daqui, multiplicado por quatro centímetros daqui, aí
 2015 é diferente. É a mesma coisa aqui oh....
 2016 A(14) - Ô professora, professora! Ô professora, a senhora falou com a diretoria?
 2017 P- Não, que eu precisei resolver outra questão; mas, daqui a pouco, eu vejo isso. Então
 2018 vejam aqui! Observem: eu tentei fazer um quadrado aqui, certo? Pra esse quadrado...
 2019 psiu! Pra esse quadrado eu fiz o seguinte... psiu! Como é que se aprende desse jeito?
 2020 Não se compreende um conteúdo desse jeito, minha gente. Não para pra escutar um
 2021 minuto.
 2022 A(10)- Ô professora, eu estou quieto aqui copiando.
 2023 P- Cadê o caderno? Fizeram, mas será que está correto? Tem que corrigir, observar,
 2024 não é assim não.
 2025 A(15)- O meu está aqui.
 2026 P- A senhora vem pra cá! Volte para o seu lugar. E nem olhe assim com raiva, que
 2027 não vai adiantar. Aqui eu tenho o seguinte: eu desenhei um quadrado com três
 2028 decímetros por três decímetros. Ou seja, o que seria decímetro? A cada decímetro é
 2029 dez centímetros, a gente vai ver essas mudanças de unidades depois. Se eu tenho aqui
 2030 três decímetros por três, qual é a área dessa figura? A área é isso aqui de dentro, não
 2031 é isso? Ela tem quanto de área?
 2032 A(4)- Três.
 2033 P- Ela tem três de área?
 2034 A(9)- Nove. Nove. Nove. Nove. Por que junta três vezes três.
 2035 A(7)- Pode fazer o quadradinho de três em três. Aí junta três vezes de três.
 2036 P- Se eu fizesse quadradinhos, como disse Mateus, aqui eu tenho quantos? Três. Aqui
 2037 oh... eu tenho três tirinhas, cada uma com um decímetro. Agora aqui eu tenho quanto?
 2038 A(s) – Três.

2039

Registro da professora



- 2040 P- Não é três também, não é? Oh! Aqui também tinha três, eu dividi em quadradinhos,
 2041 não é isso? Aqui também tinha, e dividi em mais três. Neste caso aí, se eu for observar

2042 cada um quadradinho, a dimensão aqui é de quanto? Um decímetro, não é isso? Se
 2043 era três, eu dividi em três: é um daqui, um daqui, um daqui. Aqui também tinha três,
 2044 eu também num dividi, não é isso? Um, um e um, então um decímetro. Então a área
 2045 de cada quadradinho desse ... psiu!

2046 A(s)- É um.

2047 P-Então é um decímetro por um. Um vez um dá quanto? Dá uma área de quanto?

2048 A(s)- Um

2049 P- Um decímetro quadrado. Cada um desse num vai ser um decímetro quadrado?

2050 Então é um decímetro quadrado com mais um desse, com mais um desse, com mais
 2051 um desse, dá um total de quanto?

2052 A(s) – Nove.

2053 A(7)- Ô professora, também pode fazer três vezes três.

2054 P- Ou, você também poderia pensar, né: três vezes três, pronto. Agora tem outro
 2055 detalhe, psiu! Quando vocês dizem que é esse segmento, juntando com esse, juntando
 2056 com esse, juntando com esse, isso é área?

2057 A(7)- Não, isso é a borda.

2058 A(10) –Ô professora, deixa eu falar um negócio!

2059 P- Diga.

2060 A(10)- Não é mais fácil a pessoa fazer... não. Não era mais fácil... a lateral dele num
 2061 é três e assim também não é três, aí é só colocar o outro três.

2062 P- Sim, e se eu colocar os outros três?

2063 A(10)- Eu sei que não vai dá a mesma coisa, mas só que... fica a mesma...

2064 P- Escuta a dúvida do colega, que pode ser a de vocês também.

2065 *Ação: A professora pega uma fita crepe, cola nos lados do quadrado desenhado no*
 2066 *quadro.*

2067 P- Veja aqui agora! Psiu! Quando vocês falam: juntar as laterais, não é isso? Oh! Isso
 2068 aqui é a lateral, não é isso? (apontando para os lados do quadrado). Quando eu digo
 2069 três por três, três decímetro por três decímetro, quando eu dividi, encontrei essa área
 2070 daqui de dentro. Mas, quando a gente expõe todas as laterais, se eu puxar isso daqui
 2071 (se referindo a fita crepe), seria o quê? Esse lado... quando eu pego esse lado mais
 2072 esse, mais esse aqui de cima e mais esse isso daqui, tem quanto?

2073 A(s)- Nove... não... doze... doze... doze centímetros qua... não, doze decímetro,
 2074 decímetro.

2075 P- Oh! Veja o seguinte: aqui eu tenho quantos decímetros? (referindo-se a um lado do
 2076 quadrado)

2077 A(s)- Três.

2078 P- Aqui tem quanto?

2079 A(s)- Nove.

2080 P- Mais três. E aqui tem quanto?

2081 A(s)- doze

2082 P- Mais três. Se eu retiro, isso aqui é a borda, não é isso? Essa linha daqui é esse
 2083 comprimento aqui. Isso aqui chama de quê? Perímetro, não é isso? É a borda. É esse
 2084 comprimento aqui, olha. Isso daqui é apenas o comprimento; essa dimensão aqui a
 2085 gente chama de perímetro, que deu um total de quanto?

2086 A(s)- doze.

2087 P- Doze decímetros, não foi? Quando eu olho aqui dentro, eu estou calculando o quê?

2088 A área. Eu tenho quanto? Nove decímetros quadrados e aqui tem doze decímetros, e
 2089 isso é o que? O perímetro, que é só essa linha. Quando eu somo, é só isso. Agora o
 2090 interior todinho é a área. Então, tenham cuidado com isso quando vão calcular a área.
 2091 Ou você ladrilha...

2092 A(7) – Uma área plana, né?

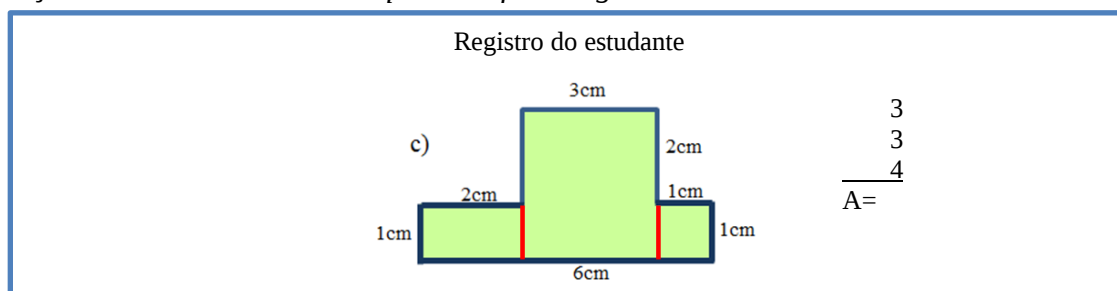
2093 P- Uma área plana, o quanto de espaço ela ocupa. Vamos pra esse aqui agora! Vamos para a letra “c”. Vamos analisar... será que eu vou passar as aulas todinha, as três aulas neste exercício? Tem outras coisas pra fazer. Veja a letra “c”... psiu! Prestem atenção nesta figura! Se nós compararmos com essa, essa deu pra vocês resolverem formando até quadradinhos, não foi isso? Se nós formos calcular a área dessa daqui, como é que nós podemos fazer aqui, Lucas? Com é que eu calculo a área desse aqui? Como é que poderia fazer?

2100 A(4)- Num tem esse negocinho aqui? Corta. Bota uma linha assim outra linha assim, dois vezes um três, ali fica ...

2102 A(7)- Não, professora. Deixa eu fazer esse!

2103 Ação: O estudante vai até o quadro e faz o registro.

2104



2105 A(7)- Agora faz o cálculo, né?

2106 P- Com é que você fez?

2107 Ação: O estudante começa a fazer o algoritmo da adição, conforme o registro.

2108 A(s) – Está errado.

2109 A(7)- Está errado? (Perguntando a professora)

2110 A(s)- Está errado.

2111 A(7)- Quer fazer?

2112 P- Some aí, calma! Como você ia fazer?

2113 A(10)- Ô Mateus, faz uma conta que dê doze.

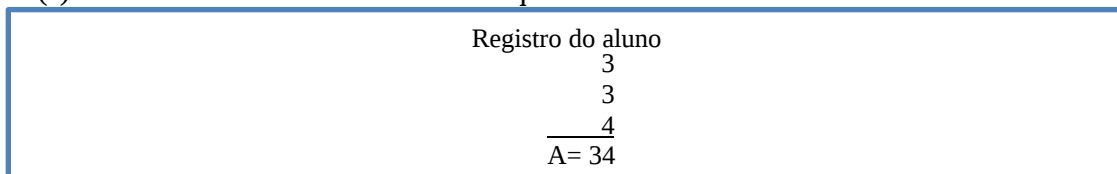
2114 P- Psiu! Eu quero que ele resolva do jeito que ele pensou

2115 A(7)- Nove vezes quatro?

2116 P- Nove vezes quatro?

2117 A(s)- Trinta e... trinta e dois... trinta e quatro.

2118



2119 A(4)- Ô Mateus, é trinta e seis vi?

2120 P- Psiu! Ô minha gente!

2121 A(7)- É trinta e seis, professora. Muda aí.

2122 A(10)- É não, dá doze.

2123 A(11)- Deixa eu fazer, professora, então!

2124 Ação: O aluno A(7) se dirige ao quadro, mais uma vez, e divide 36 por 3 obtendo 12.

2125 A(7)- Professora, é só dividir.

2126 P- Dividir por quanto?

2127 A(7) - Por três.

2128 P- Por que?

2129 A(4)- Eita que gambiarra!

2130 P- Mateus, por favor, de onde você tirou este três?

2131 A(10)- Deixa eu fazer, professora!

2132 P- Deixa ele colocar a ideia dele; caso tenha feito diferente, você expõe a sua.

2133 Ação: O estudante A(11) se dirige ao quadro para resolver a questão.

2134 Registro do estudante

$$\begin{array}{r} 2 \\ \times 1 \\ \hline 2 \end{array} \quad A = 2 + 10 = 12$$

2135 P- Como você pensou pra chegar a esse resultado?

2136 A(11)- Ah professora! Vai dá doze, porque eu somei esse aqui primeiro, aí vai dá dois,
2137 aí eu somei, um vezes um, vai dá um, né? Aqui, aqui já vai juntar essa parte com essa
2138 parte que vai dá três, três vezes três, nove.

2139 P- Vejam aqui! A letra “c”.

2140 P- Oh veja aqui, por favor! O que Artur pensou, não sei se alguém mais fez assim.

2141 Artur fez da seguinte maneira: O que ele fez não dava pra calcular tudo de uma vez.

2142 Ele simplesmente cortou a figura, vamos dizer assim, em três partes. Então nós temos

2143 aí: a figura um, figura dois, figura três (nomeando as figuras que foram decompostas).

2144 Para a figura 1, ele fez como pra encontrar a área dessa figura? Se tinha dois

2145 centímetros de comprimento por um de largura, era a mesma coisa que eu tivesse o

2146 seguinte: aqui eu teria quantos?

2147 A(s)- Dois

2148 P- Dois por um, não é isso? Dá quanto de área aqui?

2149 A(s)- Dois

2150 P- Dois. Dois o quê? Centímetros quadrados, não é isso?

2151 A(7)- Oh professora, mas esse seis de baixo não vai calcular, não é?

2152 P- Oi? Se o seis é daqui até aqui, esse primeiro aqui vale quanto? Esse e esse vale a
2153 mesma coisa, esse aqui vale quanto?

2154 A(7)- Três.

2155 P- Três. E esse e esse, também é a mesma coisa, se aqui é dois, aqui é quanto?

2156 Pausa

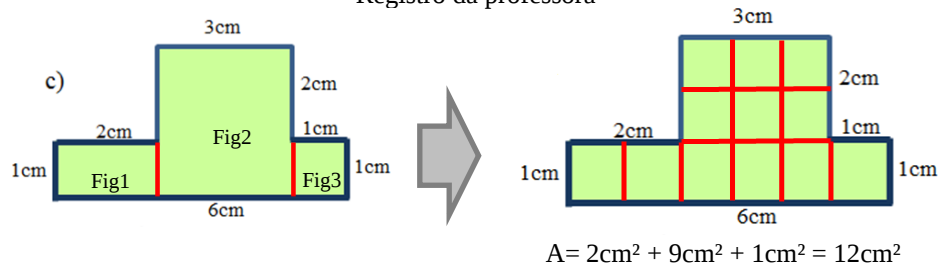
2157 P- Dois. E aqui é um, aqui vai ser quanto?

2158 A(6)- Ô professora, porque aí deu nove?

2159 P- Um mais três, mais dois e o seis total, entendeu?

2160

Registro da professora



2161 A(7)- E então, professora, trinta e seis dividido por três num dá doze.

2162 P- Mas como é trinta e seis dividido para três? Eles têm o mesmo tamanho? Esse é a
2163 mesma coisa desse (referindo-se a figura 1 e 2).

2164 Ação: vários alunos falando ao mesmo tempo: inaudível.

2165 P- Psui! Não tinha como, Mateus, tu fizesse o quê? Multiplicasse o três vezes o três

2166 depois por quatro, mas quais... onde você encontra uma figura plana com três

2167 dimensões? Se ela... se no plano a gente tem essa dimensão e essa, não é isso? Como

2168 é que você quer multiplicar três valores?

2169 A(7)- Se eu somar um mais dois dá três.

2170 P- Aqui?! Isso aqui é uma dimensão, e isso é outra dimensão. Se eu dividir em
 2171 quadradinhos, aí tem quanto? Se eu dividir em quadradinhos... se eu dividir, eu tenho
 2172 aqui. Ô Mateus, vê aqui de novo! Aqui não é dois, aqui não é um, se eu cortar aqui,
 2173 dividir em dois, eu tenho quanto de área aqui? quantos quadradinhos? Dois. Aqui é
 2174 um por um, eu vou ter quantos quadradinhos?

2175 A(s)- Um.

2176 P- Um. Aqui eu tenho quantos? Aqui tem quantos centímetros?

2177 (7)- Três.

2178 P- Três. Se eu dividir em quadradinhos de um centímetro...

2179 A(10)- Dá um e meio.

2180 P- Um, dá quantas tirinhas?

2181 A(s)- Três.

2182 P- Três de um centímetro. Aqui, daqui até aqui tem quanto?

2183 A(s)- Dois.

2184 P- Dois com mais um?

2185 A(s)- Três.

2186 P- Dá três, então eu posso dividir em tirinhas de quanto?

2187 A(10)- De um centímetro.

2188 P- Três de um centímetro. Mais ou menos isso daqui. Então dá um total de quanto
 2189 aqui, Mateus? Deu um total de quanto? Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito,
 2190 nove, dez, onze, doze. Ele tem quanto de área?

2191 A(s)- Doze.

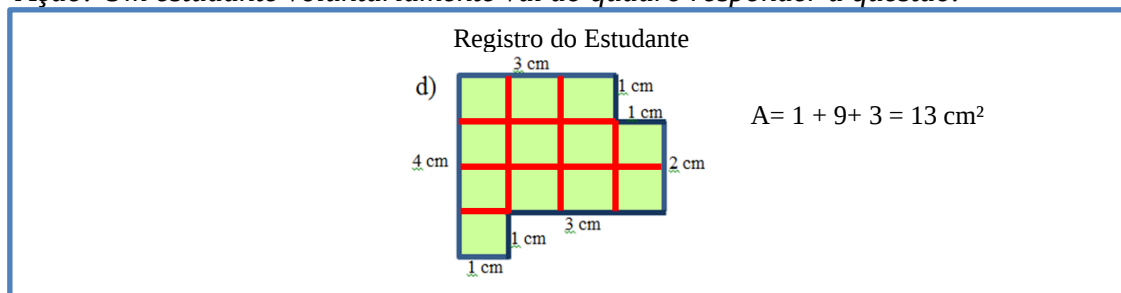
2192 P- Doze. Eu poderia também dividir, tomando como unidade de área, os quadradinhos
 2193 e depois contar. Entendeu? Dois centímetros quadrados é essa área, um centímetro
 2194 quadrado é essa área e nove centímetros quadrados é do maior, dá um total de doze
 2195 centímetros quadrados, certo? Psiu! Então vejam aqui agora! Para a letra “d”, alguém
 2196 se propõe a responder?

2197 A(s)- Eu! Eu!

2198 P- Como é que você poderia fazer? Vamos lá!

2199 Ação: Um estudante voluntariamente vai ao quadro responder a questão.

2200



2201 P- Continuando aqui, a letra “d”. Prestem atenção aqui, por favor! Nós temos o
 2202 seguinte: a figura não estava quadriculada, e aí Anderson partiu pra posta de tentar
 2203 quadricular. Se eu tomar cada quadradinho como unidade de área, qual é a área dessa
 2204 figura? A figura tinha quatro centímetros em um lado, lá em cima tinha três, depois
 2205 desce, um por um, mais dois e mais três. Então se ele cortasse aqui, esse quadradinho
 2206 pequenininho teria quanto de área?

2207 A(10)- Um.

2208 P- Um centímetro quadrado. Se sobrou três, três por três, ele traçou, deu mais quantos
 2209 quadradinhos?

2210 A(s)- Nove.

2211 P- Deu mais nove quadradinhos. E aqui ele tinha um por dois, que deu mais dois
 2212 quadradinhos, então, um dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze,

2213 doze. Doze quadradinhos de um centímetro quadrado de área, que dá um total de
2214 quanto? Doze centímetros quadrados de área.

2215 A(10) - Eu só errei ali, tem que tirar um daí.

2216 P- Aqui não é três! Olhe, é dois.

2217

Registro da professora

$$A = 1\text{cm}^2 + 9\text{cm}^2 + 2\text{cm}^2 = 12\text{cm}^2$$

2218 P- Dessa forma deu pra compreender?

2219 A(s)- Deu.

2220 A(7)- Ô professora, faltou colocar a resposta da letra “b”.

2221 P- A letra “b”, nós temos quanto aqui? Três centímetros de largura, não é isso? E
2222 quanto de comprimento? Quatro vírgula cinco centímetros. Se eu dividisse em
2223 quadradinhos...

2224 *Comentário: A professora precisou acompanhar um estudante até a sala da*
2225 *coordenação, retirando-se da sala.*

2226 P- Antes do intervalo, eu tentei colocar aqui, ao invés de colocar a quatro e meio vezes
2227 três, eu fiz o seguinte: dividi a figura em retângulos que utilizei como unidade de
2228 medida. Cada um desse tem quanto de área? Um e meio centímetro quadrado, então
2229 aqui eu tenho, três, seis, nove, doze com mais um e meio, treze e meio centímetros
2230 quadrados.

2231 *Pausa*

2232 P- Questão dois. É um retângulo de vinte centímetro de comprimento por oito
2233 centímetro de largura. Então, qual é a área desse retângulo? Então vejam! Se eu tenho
2234 vinte centímetros...

2235 A(3)- Deixe eu fazer, professora!

2236 *Ação: Uma estudante se dirige ao quadro e realiza o registro abaixo.*

2237

Registro da Estudante

20

x8

320 cm²

2238 A(s)- Não, não! Dá cento e sessenta. Deixa ela fazer, danado!

2239 P- Vinte vezes oito dá trezentos e vinte?

2240 *Ação: A estudante reflete um pouco e refaz o cálculo, registrando 160 cm².*

2241 P- Vamos prestar atenção pra o que a colega fez! Se o retângulo tinha vinte centímetro
2242 de comprimento por oito de largura, nós poderíamos ter pensado também em tomar
2243 como unidade de área os quadradinhos, não é isso? Eu teria aqui quantos quadradinhos
2244 de um centímetro?

2245 A(6)- Vinte.

2246 P- E aqui, eu teria quantos quadradinhos?

2247 A(6)- Oito.

2248 P- Então eu poderia pensar em vinte quadradinhos aqui (referindo-se ao
2249 comprimento), vamos supor que aqui tem vinte quadradinhos, e aqui teria mais
2250 quanto?

2251 A(s) - Oito.

2252 P- Então seria n colunas cada uma com oito. Ou eu poderia pensar em oito fileiras,
2253 cada uma com quantos quadradinhos? Com vinte. Então, dá um total de quantos
2254 quadradinhos aqui dentro?

2255 A(s) - Cento e sessenta.

2256 P- Cento e sessenta quadradinhos. E, como cada um é centímetro quadrado, então é
2257 cento e sessenta o quê?

2258 A(s)- Centímetros quadrados.

2259 P- Deu pra compreender agora? Por isso que eu pego vinte centímetros de comprimento, multiplico a oito centímetros da largura, que dá um total de cento e sessenta o quê? Centímetros quadrados.

2262 Ação: Pausa para apagar os registros do quadro.

2263 P- Questão três.

2264 Ação: outro estudante se disponibiliza para resolver a questão. Vai até o quadro e constrói um quadrado de lado igual a vinte centímetros de comprimento.

2266

Registro do estudante



20 cm

$20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$

2267 P- Como João fez aqui, a questão três era uma cerâmica, é uma pedra de azulejo de vinte centímetros de comprimento por vinte centímetros de largura. E aí, João pensou: se eu tenho vinte de largura por vinte de comprimento, ele multiplicou e deu quanto?

2270 A(11)- Quatrocentos.

2271 P- Vinte centímetros vezes vinte centímetros, quatrocentos centímetros quadrados de área. Ou quem utilizasse a malha quadriculada, eu teria aqui quantos quadradinhos?

2273 A(s)- Vinte.

2274 P- Vinte quadradinhos e mais vinte. Então, vinte fileiras e cada fileira têm vinte quadradinhos daria quatrocentos quadradinhos. Questão cinco.

2276 Ação: um estudante se dirige espontaneamente ao quadro para responder a questão.

2277

Registro do estudante



1,6

$\times 30$

00

48-

480 m²

2278 P- Vamos prestar atenção nessa questão, por favor! Psiu! A questão cinco tinha o seguinte: um pedreiro construiu um muro. Esse muro tem trinta metros de comprimento.... o muro tem trinta metros de comprimento por um vírgula seis de largura. Sabendo que usa-se vinte e cinco tijolos por cada metro quadrado, quantos tijolos ele utilizou para fazer esse muro?

2283 A(11)- Ah, tem que dividir por vinte e cinco ainda, né?

2284 P- Em cada metro, usa-se vinte e cinco tijolos, dá um total de quanto? Então vamos ver o seguinte: primeiro... vamos ver o seguinte aqui! Eu tenho trinta por um vírgula seis... esqueci de um detalhe: que a gente vai trabalhar a questão decimal, mas aí vamos ver a questão da multiplicação, tá certo? Multiplica normal, zero vez seis, zero vez um, zero, ok! Três vezes seis, dezoito a um, três vezes um, três com mais um, quatro. Somou, ok! Como aqui nós temos, psiu!

2290 A(10)- Ô professora, eu coloquei assim: seiscentos mais seiscentos.

2291 P- Seiscentos de onde?

2292 A(10)- Não, sei não! Eu coloquei.

2293 P- Não é seiscentos mais seiscentos não. Você está vendo esse seiscentos aqui aonde? Ah, eu sei, dá mil e duzentos. Aí tu pesasse seiscentos mais seiscentos, foi isso? Vejam o seguinte: quando vocês multiplicarem, é o que nós vamos começar na próxima semana, trabalhar com decimais, tá certo? E eu antecipei essa questão, e não notei o

2297 decimal que tinha aqui; aí nós vamos fazer o seguinte: todo número decimal, quando
 2298 nós multiplicamos... observe a vírgula aqui! Após essa vírgula, tem quantos números?
 2299 Um só, que é o seis. Ao final da multiplicação, você deixa um número e coloca a
 2300 vírgula, certo?

2301

Registro da professora

$$\begin{array}{r} 1,6 \\ \times 30 \\ \hline 00 \\ 48- \\ \hline 48,0 \text{ m}^2 \end{array}$$

2302 A(10)- Ah!

2303 P- Então o total de área aqui é quanto?

2304 A(s)- Quarenta e oito.

2305 P- Quarenta e oito, o quê?

2306 A(11)- Vírgula zero, centímetro quadrado.

2307 P- Metros quadrados, que a dimensão do muro está em metro. Se a área desse muro é
 2708 quarenta e oito metros quadrados, se cada metro quadrado gasta vinte e cinco tijolos,
 2309 quantos tijolos serão necessários? O que é que eu faço agora?

2310 A(11)- Dividir por vinte e cinco.

2311 P- Dividir por vinte e cinco? Se eu tenho quarenta e oito metros quadrados, cada metro
 2312 eu gasto vinte e cinco tijolos, o que é que eu faço pra saber do total? Divido? Venha
 2313 fazer aqui no quadro!

2314 *Ação: O estudante se dirige ao quadro para registra sua resposta.*

2315 A(11)- Ô professora vá pra outra tarefa. Essa desde a primeira aula.

2316 P- Psiu, presta atenção aqui no seguinte! Psiu! Mateus fez um somatório tá certo, mas
 2317 se a gente for observar, a gente tem o seguinte: se eu tenho quarenta e oito metros
 2318 quadrados, e cada metro quadrado cabe vinte e cinco tijolos, são utilizados vinte e
 2319 cinco tijolos... em um metro é vinte e cinco. Em dois metros?

2320 A(s)- Vinte e cinco ... cinquenta.

2321 P- Em três metros?

2322 A(s)- Setenta e cinco.

2323 P- E, em quatro?

2324 A(s)- Cem.

2325 P- E aí, como é que a gente poderia saber o total?

2326 A(6)- Eita quanto bloco! Ô professora, é bloco demais.

2327 P- É muito bloco; mas, como encontramos o total dos blocos? São quarenta e oito
 2328 metros quadrados, não é isso? E em cada um cabem quantos tijolos?

2329 A(s)- Vinte e cinco.

2330 P - Eu poderia somar quarenta e oito parcelas de vinte e cinco, ou multiplicar quarenta
 2331 e oito vezes vinte e cinco.

2332 A(10)- Ô professora, mas isso aí a gente estudou não.

2333 P- Multiplicação não?

2334 A(10)- Não, essa conta do vinte e cinco.

2335 P- Mas a gente está vendo a partir de agora!

2336 A(s)- Risos.

2337 P- Veja aqui oh! Cinco vezes oito?

2338 A(6)- Trinta.

2339 P- Cinco vezes oito?

2340 A(s)- Quarenta.

2341 P- Zero. Quatro vezes cinco?

- 2342 A(s)- Vinte.
 2343 P - Com mais quatro, vinte e quatro. Oh unidade não pode né, duas vezes oito?
 2344 A(s)- dezesesseis.
 2345 P - A um. Duas vezes quatro?
 2346 A(7)- Oito
 2347 P- Mais um?
 2348 A(s)- Nove.
 2349 P- Zero, dez a um, um mais dois?
 2350 A(s)- Três.
 2351 P- Três mais nove doze. Então dá quanto?
 2352

Registro da professora

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times 25 \\ \hline 240 \\ +96 \\ \hline 1200 \text{ tijolos} \end{array}$$

- 2353 *Ação: A professora entrega uma lista de exercícios aos estudantes, dirige-se ao*
 2354 *quadro e faz a seguinte anotação:*
 2355

Registro da professora

- *Responder a lista de questões e colar no caderno para visto.
- *Questão 3: não é pra fazer, está anulada.
- *Questão 4: onde tem 2 km substituir por 2000m.
- *Questão 5: onde tem 1,45 m substituir por 145 cm.

- 2356 P- Olhem! Vocês vão responder e deixar no caderno, que eu vou dá o visto que vai
 2357 para o conjunto atividade de vocês. A questão três eu anulei. Quando eu elaborei, a
 2358 intenção era trabalhar a mudança de unidades com vocês. Só que até agora a gente
 2359 não trabalhou. Então vocês não têm como responder a três. Assim cancela a três,
 2360 certo? A questão quatro vocês colocam, lá tem dois quilômetros, era mudança de
 2361 unidade que era também voltada para a questão três. São dois mil metros e seiscentos
 2362 e cinquenta, ok! E, na questão cinco, onde tem um vírgula quarenta e cinco metro,
 2363 substitua por cento e quarenta e cinco centímetros. Então adaptem isso daí, por favor!
 2364 Substituíam os valores!
 2365 A(7)- Ô professora, eu estou entendendo a questão um não.
 2366 P- Então vejam! A primeira questão é o seguinte: vocês têm a malha quadriculada.
 2367 Nessa malha quadriculada, tem algumas figuras desenhadas, não é isso? A pergunta
 2368 é: determine a área de cada uma dessas figuras. Quanto cada uma dessas figurinhas
 2369 tem de área?
 2370 *Comentário: O restante da aula, a professora circulou entre a sala observando os*
 2371 *alunos realizarem a atividade e atendendo aqueles que solicitavam a sua ajuda.*
 2372 *(aproximadamente 23 minutos).*

13ª e 14ª Aulas

Dia: 12/10/2018 – Sexta-feira

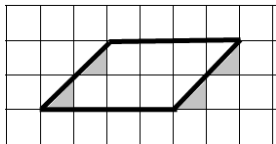
Horário: 15h49min às 17h20min

Diálogos

- 2373 P- Boa tarde pessoal! Como eu falei na aula passada, hoje eu irei analisar a atividade
 2374 que passei na aula anterior nos cadernos de vocês. Em seguida nós vamos fazer uma

2375 correção coletivamente, tá certo? Então abram o caderno de vocês e deixem aberto aí
 2376 onde tem a atividade, que eu vou passar dando uma olhada agora.
 2377 Ação: A professora passa de banca em banca analisando a atividade dos estudantes.
 2378 Ao terminar, vai até o quadro e começa a correção da atividade.
 2379 P- Ô minha gente, peguem a folha agora, por favor! Vamos terminar a atividade da
 2380 aula passada. Primeira questão: vocês têm aí uma malha quadriculada e algumas
 2381 figuras desenhadas nessa malha. Tem umas que têm o quadradinho direitinho, e tem
 2382 outras que não. Então o que é que vocês teriam que fazer aqui? A pergunta seria a
 2383 seguinte: determine a área de cada figura e como você chegou a este resultado, certo?
 2384 Então vocês tinham o seguinte aí: se era pra determinar a área, a figura que estava
 2385 desenhada em uma malha quadriculada. Vocês iam considerar como sendo quem a
 2386 unidade de área? A unidade de área seria quem? Os quadradinhos. Então para calcular
 2387 a área da figura, bastava vocês fazerem o quê?
 2388 A(2)- Contar os quadradinhos.
 2389 P- Contar os quadradinhos. Vejam o seguinte:

2390

Registro da professora				
13/10/2018	Correção	Fig 1-	fig 3-	fig 5-
1)		Fig 2-	fig 4-	fig- 6
				

2391 P- Vocês têm quantas figurinhas aí?
 2392 A(s)- Seis.
 2393 P- Figura um, figura dois, figura três, figura quatro, figura cinco e figura seis.
 2394 A(11) - É não professora, é figura “a”, figura “b”...
 2395 P- É o seguinte: a gente vai tomar como unidade de o quadradinho, não é isso? Aquele
 2396 que...psiu! Aquele que não tá o quadradinho completo, eu não vou considerar?
 2397 Fizeram esta pergunta. E assim, a gente considera sim o que está na parte interior da
 2398 parte demarcada, independente de ser a metade ou o quadradinho completo, não é
 2399 assim? Então vamos ter o seguinte oh! Como.... psiu! Eu tenho a malha quadriculada,
 2400 tenho na malha uma figura determinada, desenhada... se ele passa aqui ao meio, eu
 2401 vou considerar esse quadrado todo como unidade de área?
 2402 A(s)- Não.
 2403 P- Não, eu só posso considerar o que está na parte de dentro, não é, Ruth? Esse aqui
 2404 oh!
 2405 A(8)- Uma parte.
 2406 P- Mas eu vou considerar o quadrado todo?
 2407 A(s)- Não
 2408 P- Só a metade. Então, esse daqui completa...
 2409 A(5)- Tá no meio.
 2410 P- Tá no meio, esse daqui completa esse?
 2411 A(s)- Completa.
 2412 P – Seu tirasse ele daqui e trouxesse ele para aqui, completaria um quadradinho?
 2413 A(s)- Sim!
 2414 P- Então, eu poderia considerar o quê? Essa parte com essa, daria...
 2415 A(5)- Um.

2416 P- Uma unidade. Uma unidade de área, não é isso? Um quadradinho. Se eu pegar esse,
2417 completa quem? Esse. Então esse com esse daria outro, então, um, dois, três, quatro,
2418 cinco, seis, sete, oito. Pra esse desenho, qual seria a área desse, seria quanto? Oito
2419 quadradinhos, não é isso? A primeira de vocês, que é diferente dessa, é um pouco
2420 maior, tem o seguinte:

2421 A(11)- Não é oito centímetros quadrados não?

2422 P - Oi? Não, oito quadradinhos. Porque ele está tomando como área, não está sendo
2423 quadrado. Se tivesse aqui centímetro, era centímetro, mas está tomando como
2424 quadradinho a área; então a unidade de área seria os quadradinhos. Então vocês tem
2425 o seguinte: para a primeira questão, para a figura “a”, vocês tinham o que aí? Um total
2426 de quanto? Quantos quadradinhos?

2427 A(s)- Trinta e seis... trinta e dois... trinta e seis... trinta e dois... trinta e seis...

2428 P- Trinta e seis quadradinhos.

2429 A(s)- Êêêê...

2430 P- Então vejam o seguinte: como o quadradinho é a unidade de área, deu trinta e seis,
2431 o quê? Quadradinhos. Não colocar centímetros, que eu não estou dando aqui a unidade
2432 de área, como sendo centímetros, tá certo? A figura dois, que é a figura “b”. A figura
2433 “b”, ela passa pelo mesmo processo... Lucas presta atenção, por favor! Então vejam:
2434 a figura “b” passa pelo mesmo processo.... era contar também os quadradinhos, os
2435 quadradinhos completos e meio e, nessa contagem, vocês tem um total, uma área de
2436 quanto aí? A letra “b” deu quantos?

2437 *Pausa para a professora realizar a contagem*

2438 P- Daria um total de vinte dois ...

2439 A(10)- e meio.

2440 P – Não é isso? Por que tem três, que é só metade.

2441 A(11) – Vinte dois vírgula cinco.

2442 P- Vinte e dois vírgula cinco... (anotando no quadro)

2443 A(11)- Ô professora, eu pensava que não ia dar não. Deu vinte e dois.

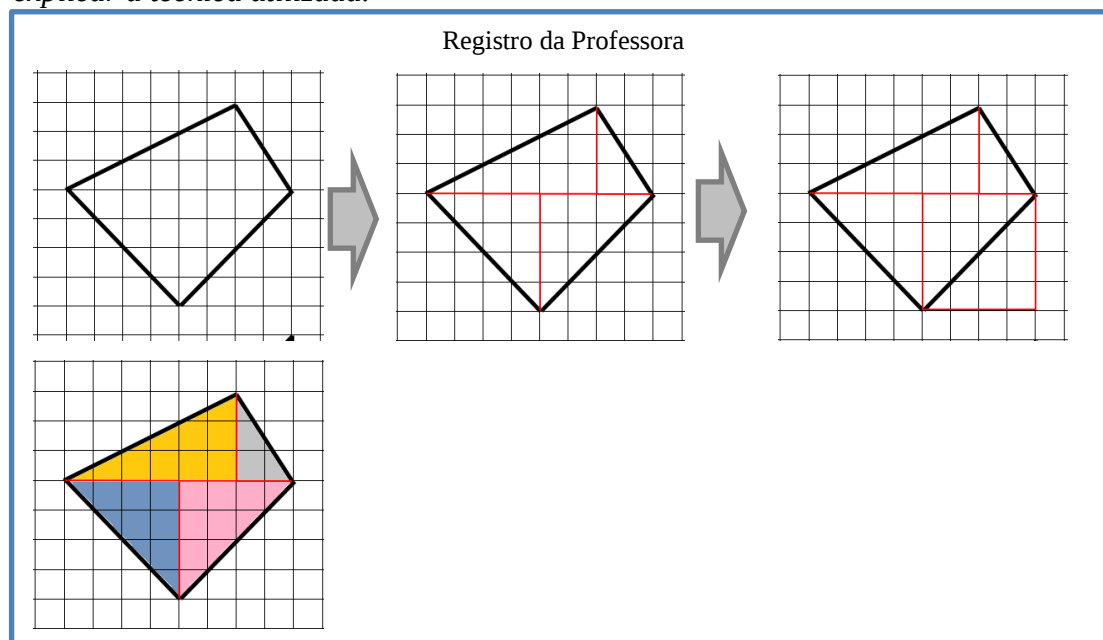
2444 P- Só faltou um pouquinho.

2445 A(11)- o vírgula cinco.

2446 P - Quadradinhos. Letra “c”, figura “c”, psiu! Vamos observar agora, por favor!

2447 *Ação: A professora desenha uma figura similar ao da figura “c” no quadro para*
2448 *explicar a técnica utilizada.*

2449



2450 P- Então, vejam o seguinte! A figura três... a um e dois vocês tem uma situação em
 2451 que realmente passa pelo meio do quadradinho. Então vocês teriam como considerar
 2452 a metade de um quadradinho com outra metade do outro quadradinho, não é isso?
 2453 Então, se aqui passa no meio, e aqui também, daria um quadradinho. Só que, na figura
 2454 três, existem espaços onde ele não passa na metade do quadradinho, ou passa mais ou
 2455 passa menos. Então eu não posso dizer que a metade de um completa o outro. Então,
 2456 uma maneira de vocês fazer ... como é que vocês responderam este?

2457 A(6)- Vinte e dois. Deu vinte e dois. Eu saí contando.

2458 A(5) - Ô professora, eu contava os inteiros, depois eu contava os cortados.

2459 P- Você contou os inteiros, depois contou os cortados. Vamos dizer o seguinte: aqui
 2460 tem esse que passou pela metade; em outro feito esse, ele não passou; passou fora da
 2461 metade. Eu posso dizer que esse e esse é um?

2462 A(s)- Não.

2463 A(6)- Só se pegar aquele pedacinho pequenininho ali.

2464 P- Aí daria errado. Psiu! O que vocês poderiam fazer? Vocês poderiam fazer o
 2465 seguinte: se vocês completassem... oh, se eu pegasse isso aqui... psiu! Se eu
 2466 completasse aqui, que figura é essa que eu tenho aqui?

2467



2468 A(10)- Um quadrado.

2469 P- Não é isso? Essa linha ela está passando aonde? (se referindo a diagonal)... essa
 2470 linha daqui ... psiu!... Então nesta figura... Pedro!

2471 A(2)- Silêncio, gente, silêncio!

2472 P- Então, nessa figura aqui, se vocês tivessem completado ela inteira, completasse o
 2473 que faltava, vocês formariam aqui o quê? Um retângulo, não isso? Ou, nesse caso
 2474 aqui, na minha contagem, deu um quadrado de quatro por quatro, não é assim? Quatro
 2475 quadradinhos por quatro deu um total de dezesseis. Aí dá um total de quantos
 2476 quadradinhos aqui? (referindo-se ao triângulo formado a partir da diagonal do
 2477 quadrado). Nessa figura deu quanto?

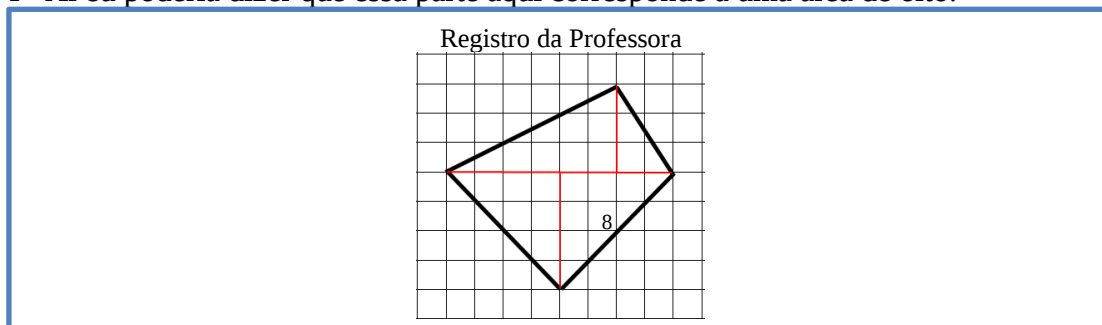
2478 A(11) - Deu dezesseis.

2479 P- Deu dezesseis, como ele cortou na metade, a metade de dezesseis dá quanto?

2480 A(7)- Oito.

2481 P- Aí eu poderia dizer que essa parte aqui corresponde a uma área de oito.

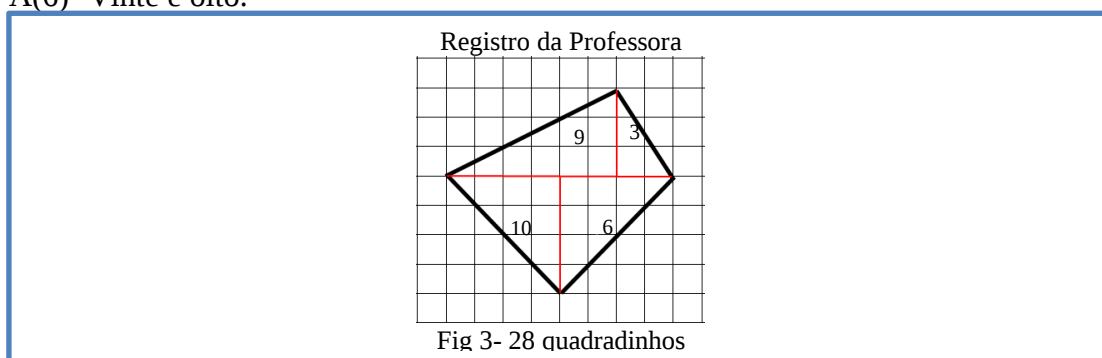
2482



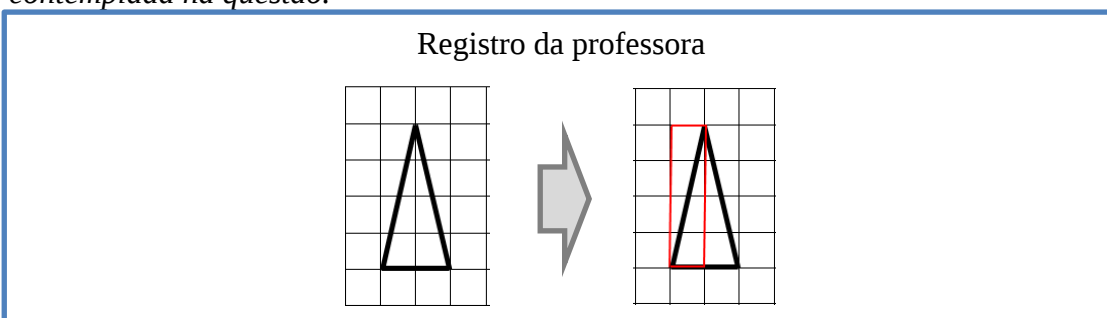
- 2483 P- Então, era assim que vocês poderiam fazer no exercício de vocês. Peguem um lápis,
 2484 por favor, agora! Peguem a figura, o lápis e o exercício... vamos agora completar.
 2485 *Ação: Várias conversas não relacionadas ao assunto abordado.*
 2486 P- Vejam o seguinte: nesta figura “c” de vocês, vocês têm aí oh, essa primeira ponta
 2487 aqui em cima que desce aqui. Se vocês fizerem isso aqui no de vocês, façam aí, por
 2488 favor! Demarquem dessa forma aí!
 2489 A(6)- Eu já demarquei.
 2490 P- Fizeram isso aqui?
 2491 *Ação: Várias conversas (inaudível).*
 2492 P- Fizeram isso daqui no exercício de vocês?
 2493 A(s)- Sim.
 2494 P- Agora façam o seguinte: completa, aqui parou sobe, oh! Quando vocês
 2495 completaram, formou um retângulozinho, não foi isso?
 2496 A(s)- Uham!
 2497 P- Esse retângulo formou com quantos quadradinhos?
 2498 A(5)- Seis.
 2499 P- Aqui tem seis, aí dá seis também? Vejam aí! Contou, Marta? Tem quantos
 2500 quadradinhos? Então tem seis. Se ele cortou aqui no meio, qual a metade de seis?
 2501 A(s)- Três.
 2502 P- Eu posso considerar que essa parte aqui de dentro tem... três quadradinhos.
 2503 Quando eu tinha ele completo, seis, a medida que eu divido, a parte que eu tenho de
 2504 área, eu tenho quantos quadradinhos?
 2505 A(s)- Três.
 2506 P- Construam um retângulo nessa outra parte aqui, psiu! Nessa linha cortada que
 2507 vocês têm, aqui oh! Construíram o retângulo dessa segunda parte? Concluíram o
 2508 retângulo da segunda? Deu quantos quadradinhos, o de vocês?
 2509 A(11) O quê? Esse daí? Deu vinte e dois?
 2510 A(6)- É não! Dezoito... dezesseis...
 2511 P- O de vocês tem quanto?
 2512 A(10)- É no teu, danado!
 2513 A(6)- Ô professora, no meu deu dezesseis.
 2514 P- Ahm?
 2515 A(6)- Deu dezesseis aqui o meu.
 2516 P- Se deu doze, a metade aqui vai dá quanto?
 2517 A(s)- Seis.
 2518 P-Então vamos lá! Psiu! A segunda figura, minha gente, a terceira...
 2519 A(13) – A letra “c”, professora?
 2520 A(s)- Ahm! Ahm! Ahm! (Em tom de brincadeira)
 2521 P- Na letra “c”, não tem esse triângulo aqui em cima? Esse triangulozinho, se vocês
 2522 constassem dá uma área de quantos retângulos... de quantos quadradinhos?
 2523 A(6)- Dezessete.
 2524 A(5)- Dezesseis e meio.
 2525 P- Deu dezoito. Olhem! Quando eu tiro essa parte aqui, se vocês desenhasssem,
 2526 poderiam observar... quando vocês tiram essa parte e essa, o que ficou aqui?
 2527 A(10)- Então, professora, era só botar seis vezes três.
 2528 P- Então dava um total de dezoito aqui em cima. Metade de dezoito dá quanto? Metade
 2529 de dezoito?
 2530 A(s) – Nove.
 2531 P- Essa parte aqui tem quantos? Nove quadradinhos. E sobra essa outra parte aqui,
 2532 que também é um triângulo. Então nesse triângulo se vocês completarem, terão

- 2533 quantos? Esse retângulo final corresponde a quantos quadradinhos no de vocês?
 2534 Contem! Pelo menos tentem!
 2535 A(11)- Como?
 2536 P- Completem. Se eu pegar com esse triângulo aqui... se eu completar o retângulo
 2537 aqui, dá quanto?
 2538 *Ação: uma estudante se dirige até a professora pra resolver uma questão particular.*
 2539 P- Bora, minha gente, prestar atenção! Então aqui quando eu completei e contei o
 2540 número de quadrados no retângulo e dividimos pela metade, nós obtemos aqui dez
 2541 quadradinhos, seis, nove e três. Então, a figura “c” dá quantos quadradinhos de área?
 2542 Seis com mais três, nove, nove mais nove, dezoito, dezoito com mais dez?
 2543 A(6)- Vinte e oito.

2544



- 2545 A(9)- Trinta e três.
 2546 P – Trinta e três?
 2547 Pausa para atender um estudante individualmente.
 2548 A(6)- Eu fiz, deu vinte e seis e meio.
 2549 *Ação: A professora vai até o quadro e desenha uma figura similar à figura*
 2550 *contemplada na questão.*
 2551



- 2552 P- Então vejam o seguinte! A questão na figura quatro tem um triângulo. Só que, nesse
 2553 triângulo, assim como na figura três, nem todos cortam cada quadradinho ao meio.
 2554 Então nessa figura, pra facilitar a contagem, vocês poderiam completar, da mesma
 2555 forma que na figura três. Se vocês completassem aqui, esse aqui eu fiz pequenininho,
 2556 tomando como unidade de área o quadradinho, aqui eu só tenho quatro. Mas, no de
 2557 vocês, a figura é maior; vocês podem contar aí e verificar quanto dá.
 2558 A(6)- Ô professora, o da gente...
 2559 P- O de vocês tem quanto?
 2560 A(6) - O da gente ...
 2561 P- Contaram a metade? Fizeram isso aqui? (apontando para a composição do
 2562 retângulo).
 2563 A(s)- Não.
 2564 P- Façam isso aqui e depois conta.
 2565 A(s) – Ô professora...

2566 *Ação: Um estudante dirige-se até a professora para mostrar a tarefa feita.*

2567 P- Como Paulo fez... Paulo já fez. E aí nós temos o seguinte: ele cortou traçando a
2568 metade do triângulo, construiu um retângulo e deu um total de trinta e dois
2569 quadradinhos. Como a metade de trinta e dois é dezesseis, então quer dizer que esse
2570 lado daqui tem quantos quadradinhos?

2571 A(s) - Dezesseis.

2572 P- Dezesseis. O mesmo vale para o outro lado. Eu tenho aqui trinta e dois; a metade
2573 também deu quanto? Dezesseis. Dezesseis mais dezesseis é um total de quanto? A
2574 área seria de trinta e dois quadradinhos. Agora isso nós sempre fazemos quando a
2575 gente tem... como nesse caso: quando o traço ele não corta realmente a diagonal, não
2576 é isso? A figura cinco, que é a figura “e” ... a figura “e”, ela corta ao meio. Então não
2577 precisava fazer cortes, não é isso? Dava pra vocês contarem meio com meio, um
2578 quadradinho não é assim? Então deu um total de quanto?

2579 A(s)- Quarenta e quatro.

2580 P- Quadradinhos. (anotando o resultado no quadro) e a “f”? A “f” é bem simples, dá
2581 um total de...

2582 A(s)- Vinte e quatro.

2583 P- Na questão dois, vocês teriam aí quatro figuras. Vocês têm quatro figuras, elas não
2584 têm medidas, vocês iriam tentar usar essas figuras e tentar identificar quais as áreas...
2585 quem tem área maior sem medida.

2586 A(6)- A figura dois.

2587 P- Quem tem a maior área?

2588 A(6)- A figura dois.

2589 P- Quem é a menor?

2590 A(6)- A figura quatro.

2591 P- Então, aí vocês sem as medidas iam ter que responder o seguinte... vocês iam fazer
2592 o seguinte na questão... no verso diz o seguinte: letra “a”, qual das figuras apresentam
2593 maior área?

2594 A(6) – A figura três.

2595 P - E ainda diz o seguinte: como você fez para chegar a essa conclusão? Então, cada
2596 um teria que ter pensado...(nesse momento os estudantes se encontram bastante
2597 eufóricos, e a professora pausa a aula para esperá-los retornar a participar da
2598 discussão).

2599 *Ação: a professora recorta as figuras e sobrepõe uma sobre a outra, mostrando aos*
2600 *estudantes como poderia ser a técnica aplicada por eles para resolver a questão.*

2601 P- Vocês disseram que a figura dois é a que tem a maior área, não é isso?

2602 A(s)- Aham!

2603 P- Então, se nós pegássemos duas figuras, a dois e a três... está aqui a figura, olha!
2604 Três, aqui está a figura dois, certo? Aí eu recortei. Se eu colocar essa (figura dois)
2605 sobre essa (figura três), retirei uma parte dessa (figura dois) para completar o espaço
2606 que faltou... quando eu faço isso, psiu!

2607 *Pausa.*

2608 P- À medida que eu fiz isso, quando eu coloquei a figura dois sobre a figura três,
2609 cobriu totalmente?

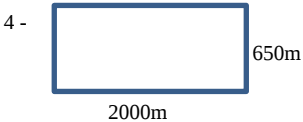
2610 A(s)- Não, faltou quadradinho.

2611 P- Faltou espaço. Quer dizer, quem tem maior área, a figura dois ou a figura três?
2612 Quem é que tem maior área? A figura três que tem a maior área, não é isso?

2613 *Ação: Alguns estudantes se dirigem até a professora para tirar algumas dúvidas que*
2614 *não são compartilhadas com os demais.*

- 2615 P- Letra “b”. Ordene as figuras levando em consideração as áreas, estabeleça relações
 2616 da maior para a menor. A letra “a” a gente já viu a maior, quem é maior?
 2617 A(s)- A figura três .
 2618 P- Quem é menor que a figura três?
 2619 A(s)- A dois, a quatro... a quatro... a um.
 2620 P- Psiu! As duas maiores eram a figura três; e a dois, depois da três vem quem? A
 2621 dois. Depois vem quem? A um. E a menor de todas?
 2622 A(s)- A quatro.
 2623 P- letra “c”: agora utilize a régua, meça os comprimentos e determine a área de cada
 2624 uma delas. Como a figura que vocês têm aí são todas retângulos, nós temos o seguinte:
 2625 pra calcular a área do retângulo, o que vocês poderiam fazer? Como é que faz para
 2626 calcular a área do retângulo?
 2627 A(s)- Utiliza a régua.
 2628 P- E depois, faz o que?
 2629 A(12)- Multiplicar.
 2630 P- Multiplicar, não é isso? Aí na figura 1, dava quanto?
 2631 A(15)- Ô professora, essa aula toca de que horas?
 2632 P- Duas e quarenta.
 2633 *Ação: a professora pega a régua e mede as dimensões da figura. Ao constatar que as*
 2634 *medidas não são inteiras, decide não responder a questão, tendo em vista que os*
 2635 *estudantes ainda não haviam trabalhado com os números decimais.*
 2636 P- Questão quatro diz o seguinte: qual é a área aproximada de um terreno retangular
 2637 cujas dimensões aproximadas a dois mil metros por seiscentos e cinquenta metros,
 2638 certo? Então vejam: se eu tenho dois mil por seiscentos e cinquenta, dá uma área de
 2639 quanto? Pra calcular a área do retângulo, como é que a gente faz? O que é que eu
 2640 faço?
 2641 A(s)- Pega as medidas.
 2642 P- As medidas estão aqui. Eu faço o que com as medidas?
 2643 P- Eu pego dois mil metros de comprimento e multiplico por seiscentos e cinquenta
 2644 metros.
 2645 A(10)- Mil e trezentos
 2646 P-Então, eu tenho dois mil...
 2647 A(15)- É pra fazer isso, professora?
 2648 P- zero, zero, zero, zero (resolvendo o algoritmo da multiplicação). Cinco vezes nada?
 2649 A(s)- Zero, zero, zero, dez.
 2650 P- Seis vezes nada?
 2651 A(s)- Zero, zero, zero, doze.
 2652 A(s)- Dá mil e trezentos...
 2653 A(10)- Que mil e trezentos?
 2654 A(s) - um milhão e ...
 2655 P- Multiplicamos dois mil com seiscentos e cinquenta deu esse, metros vezes metros,
 2656 metros quadrados, certo?

2657

		Registro da Professora $A = 2000m \times 650m$ $A = 1\,300\,000\,m^2$	$\begin{array}{r} 2000 \\ \times 650 \\ \hline 0000 \\ 10000- \\ 12000- - \\ \hline 1300000 \end{array}$
---	--	--	--

2658 P- A questão cinco: dona Maria comprou uma toalha com dimensões de cento e
 2659 quarenta e cinco centímetros por oitenta centímetros de largura; logo a toalha da mesa
 2660 tem uma área de quanto? Quanto deu a questão cinco? Que formato é da toalha?

2661 A(7) – Um retângulo.

2662 P- Retangular, não é isso? Tem quanto de comprimento?

2663 A(6) – Um vírgula quarenta e cinco.

2664 P- Cento e quarenta e cinco centímetros, eu tinha transformado, não foi? E uma
 2665 largura de ...

2666 A(s)- Oitenta.

2667 P- Oitenta centímetros. Então, basta eu pegar aí cento e quarenta e cinco centímetros
 2668 e multiplicar por oitenta centímetros. (Realiza a multiplicação com os estudantes)

2669

Registro da professora

5 -



$A = 145 \text{ cm} \times 80 \text{ cm}$
 $A = 11\,600 \text{ cm}^2$

145	
x 80	

000	
1160-	

11600	

2670 Fim da aula.

APÊNDICE B: ENTREVISTA COM A PROFESSORA

01 **Pesquisador:** Com relação às questões propostas no teste, o que levou você a optar
02 por elas?

03 **Professora:** A partir do que foi trabalhado em sala, a gente começou trabalhando a
04 comparação de áreas, bem depois eles começaram a calcular, vamos dizer assim,
05 aplicar a fórmula. Então, a partir do que foi visto na sala, foi que eu pensei ver o que
06 foi o que eles conseguiram assimilar a partir do que foi vivenciado.

07 **Pesquisador:** De que modo você esperava que os estudantes respondessem a essas
08 questões?

09 **Professora:** As questões que trabalha com malha quadriculada eu esperava eles
10 contarem os quadradinhos e as outras figuras tipo... a questão dois, a questão seis eles
11 já comecem a tentar aplicar o cálculo de área utilizando os números mesmo que tem.
12 Então, será que eles conseguiriam assimilar isso daí? Contar os quadradinhos e
13 aplicar a fórmula do retângulo.

14 **Pesquisador:** Qual (is) dentre as questões do teste você considera que os alunos
15 teriam maior dificuldade em resolver?

16 **Professora:** A questão seis. Porque na questão seis, eles teriam que ter a percepção de
17 que teria que separar aqui essa figura, vamos dizer em duas partes e, a partir daí,
18 calcular a área de uma, calcular a área da outra e fazer o somatório. Na dois, ele
19 também pede o cálculo de área, mas na dois, se ele observar, tem as medidas. Era só
20 assimilar que esse lado era igual a esse, e aí era só calcular a área. Já nesse, ele teria
21 que separar (referindo-se à questão seis), então eu acho que esse aqui é um pouquinho
22 mais complexo que aquele.

23 **Pesquisador:** Em qual das questões você considera que eles apresentariam o maior
24 índice de acertos?

25 **Professora:** A questão quatro. Porque na quatro, a gente tem os quadradinhos por
26 completo e, nesse caso, eles precisariam apenas contar a quantidade de quadradinhos
27 inteiros.

28 **Pesquisador:** Nas questões 1, 2c, 3, 4 e 5, você solicita aos estudantes uma descrição
29 e/ou justificativa do procedimento utilizado na resolução da questão. Em que esse
30 questionamento é útil para você?

31 **Professora:** Assim, cada um tem uma forma de resolver, né? Tem seus pensamentos, aí
32 eu pensei: se eu colocar isso pra eles me mostrar, pra eu tentar identificar qual forma
33 eles estão tentando chegar ao resultado, como é que eles calculam? Será que eles estão
34 realmente contando quadradinhos, ou o que é que eles estão fazendo? Seria uma forma
35 de saber se eles estão fazendo de acordo com o que vivenciei em sala, ou de uma outra
36 forma e que forma seria essa.

37 **Pesquisador:** Nas questões 3 e 4, a maneira de fazer é a contagem de quadradinhos.
38 Nessas questões, se o estudante justificasse que encontrou a resposta mediante a
39 contagem dos quadradinhos e fornecesse a quantidade errada, você consideraria
40 esse fato como sendo um erro ou um descuido?

41 **Professora:** Eu iria tentar ver, se está justificando, né? Eu ia ver se foi descuido. Apesar
42 que a gente teria que a área não estaria correta. Se a pergunta era o valor da área,
43 então a resposta não estaria correta. Porque aí, quando a gente diz contar os
44 quadradinhos, ele teria que lembrar que aqui estou utilizando a metade do
45 quadradinho, e não o completo (referindo-se à questão três), aí eu tentaria analisar o
46 pensamento dele e tentar perceber se ele está caminhado no sentido correto e configura
47 como um descuido. Isso também vai depender do valor que ele atribuirá à área.

APÊNDICE C: ENTREVISTA COM OS ESTUDANTES

ROTEIRO DA ENTREVISTA

Tipo: Entrevista semiestruturada

Quantidade de estudantes entrevistados- 10 Estudantes

Descrição: A cada estudante entrevistado foi solicitado que fizesse a leitura da questão em voz alta. Após a realização da leitura, realizava a primeira pergunta: *O que a questão está solicitando para você realizar?* Em seguida, entregava o protocolo ao estudante e solicitava que observasse sua resolução. Feito isso, realizava a segunda pergunta: *como você fez para obter sua resposta?* À medida que os estudantes mudavam de opinião quanto à resposta dada, fazia-se um novo questionamento: *Qual seria sua resposta para esta questão nesse momento?*

Diálogos

Estudante A2

Questão 1

- 01 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
- 02 **Estudante:** Para identificar as figuras que têm a mesma área.
- 03 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
- 04 **Estudante:** Vendo cada quadradinho.
- 05 **Pesquisador:** Você conseguiu enxergar quantos quadradinhos há na verde?
- 06 **Estudante:** Deixa eu contar! Dezenove.
- 07 **Pesquisador:** E na rosa?
- 08 **Estudante:** Vinte dois.
- 09 **Pesquisador:** Então essas duas figuras apresentam a mesma área?
- 10 **Estudante:** Não.
- 11 **Pesquisador:** Qual seria a figura que possui a mesma área da figura verde?
- 12 **Estudante:** Nenhuma.

Questão 2

Item a)

- 13 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
- 14 **Estudante:** Qual a medida da área da cozinha.
- 15 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
- 16 **Estudante:** Eu coloquei três vezes cinco; aí deu quinze metros.

Item b)

- 17 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
- 18 **Estudante:** Qual a medida da área da sala.
- 19 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
- 20 **Estudante:** Cinco vezes quatro, que dá vinte metros.

Item c)

- 21 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

- 22 *Estudante:* Qual dos cômodos tem a maior área.
 23 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 24 *Estudante:* A sala. Vendo a área de cada um.

Item d)

- 25 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 26 *Estudante:* Qual dos cômodos tem a mesma área.
 27 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 28 *Estudante:* São os quartos. Vendo os dois.
 29 **Pesquisador:** A que você se refere quando diz vendo os dois?
 30 *Estudante:* Os metros. Eles têm os mesmos metros.

Questão 3

- 31 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 32 *Estudante:* A área.
 33 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 34 *Estudante:* Vendo cada quadradinho. Contando os quadradinhos completos e as partes.
 35 Esses dois aqui dá um, esses três aqui dá um, e esses dois aqui dá um, e sobra essa parte,
 36 então, dá dezesseis e meio quadradinho.

Questão 4

- 37 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 38 *Estudante:* A área da construção.
 39 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 40 *Estudante:* Deu trinta e um metros. Eu contei cada quadradinho.

Questão 5

- 41 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 42 *Estudante:* A área do novo tapete da vovó.
 43 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 44 *Estudante:* Dezoito quadradinhos. Contando os quadradinhos de dentro da figura.

Questão 6

- 45 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 46 *Estudante:* A área total da figura.
 47 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 48 *Estudante:* Eu multipliquei dois vezes dois, que deu quatro, um vezes um que deu um,
 49 e três vezes dois, que deu seis.
 50 **Pesquisador:** Então a área total seria de quanto?
 51 *Estudante:* Dez.

Estudante A3

Questão 1

- 52 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 53 *Estudante:* Pra ver qual figura tem a mesma área que essa figura (referindo-se à figura verde).
 54 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 56 *Estudante:* A figura rosa. Eu observei e vi que elas são iguais; só muda que uma é mais inclinada.
 57

- 58 **Pesquisador:** Então para que duas figuras tenham a mesma área, é necessário que
 59 elas apresentem a mesma forma?
 60 *Estudante:* Não. Depende também da quantidade dos quadradinhos, é a minha opinião.
 61 **Pesquisador:** Se você realizasse a contagem dos quadradinhos da figura rosa, teria
 62 a mesma quantidade da figura verde?
 63 *Estudante:* Não.
 64 **Pesquisador:** Se as figuras não apresentam a mesma quantidade de quadradinhos,
 65 então elas possuem a mesma área?
 66 *Estudante:* Não.
 67 **Pesquisador:** Se a figura rosa não possui a mesma área que a figura verde, então
 68 qual das outras figuras possui?
 69 *Estudante:* A vermelha.
 70 **Pesquisador:** Como você chegou a essa conclusão?
 71 *Estudante:* Por eliminação.

Questão 2

Item a)

- 72 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 73 *Estudante:* A área da cozinha.
 74 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 75 *Estudante:* Eu somei os lados.
 76 **Pesquisador:** Então, para você encontrar a área de um retângulo, basta somar os
 77 comprimentos dos lados?
 78 *Estudante:* Na minha opinião é.

Item b)

- 79 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 80 *Estudante:* A área da sala.
 81 **Pesquisador:** Como você fez pra obter a sua resposta?
 82 *Estudante:* Eu fiz a mesma coisa que na “a”: somei os lados.

Item c)

- 83 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 84 *Estudante:* Qual dos cômodos tem a maior área.
 85 **Pesquisador:** Como você fez pra obter a sua resposta?
 86 *Estudante:* A sala. Porque os outros cômodos não chega a dar nove.

Item d)

- 87 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 88 *Estudante:* Qual dos cômodos tem a mesma área.
 89 **Pesquisador:** Qual foi sua resposta?
 90 *Estudante:* Os quartos.
 91 **Pesquisador:** O que tem nos quartos que lhe garante que eles têm a mesma área?
 92 *Estudante:* A quantidade de metros nos lados.

Questão 3

- 93 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 94 *Estudante:* A área da figura hachurada.
 95 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 96 *Estudante:* Eu contei os quadradinhos de dentro. Só que, a cada duas metades, eu
 97 considerava como um quadradinho.

Questão 4

- 98 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 99 *Estudante:* Tá perguntando qual é a área de todas elas juntas.
 100 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 101 *Estudante:* Cada quadradinho eu considerava um metro, aí eu contei todos e deu esse
 102 resultado.

Questão 5

- 103 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 104 *Estudante:* Tá pedindo pra calcular a área do novo tapete da vovó.
 105 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 106 *Estudante:* Eu coloquei um a mais aqui (referindo-se ao comprimento) coloquei esses
 107 três aqui pintando e esses daqui de baixo também e contei todos os quadradinhos.

Questão 6

- 108 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 109 *Estudante:* Qual a área da figura.
 110 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 111 *Estudante:* Contar os centímetros de cada lado e somar.
 112 **Pesquisador:** Ao somar as medidas dos lados você obtém a medida da área?
 113 *Estudante:* Sim.

Estudante A5

Questão 1

- 114 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 115 *Estudante:* Pra você verificar as figuras. Tá perguntando qual é a figura que tem a
 116 mesma área da área verde.
 117 **Pesquisador:** Qual foi sua resposta e como você fez para obtê-la?
 118 *Estudante:* A figura rosa. Aí tá perguntando como você chegou a essa conclusão. Aí eu
 119 coloquei: eu multipliquei as áreas. Eu olhei a verde e a rosa e imaginei assim: dá pra
 120 perceber que a rosa é quase igual a verde, e a verde é quase igual a rosa; mas a rosa é
 121 maior que a verde.
 122 **Pesquisador:** Como eu posso dizer momentaneamente que a área da rosa é maior
 123 que a da verde e, noutro momento, eu digo que elas são iguais? Como eu posso dizer
 124 que uma coisa é maior e igual ao mesmo tempo?
 125 *Estudante:* É porque parece assim.

Questão 2

Item a)

126 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

127 *Estudante:* A medida da área da cozinha.

128 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

129 *Estudante:* Eu calculei três vezes cinco, que deu quinze; aí eu botei quinze metros
130 quadrados, do mesmo jeito que eu fiz ali, calculei largura e comprimento.

Item b)

131 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

132 *Estudante:* A medida da sala

133 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

134 *Estudante:* Quatro vezes cinco, que dá igual a vinte. Porque eu também calculei cinco
135 metros vezes quatro, no caso deu vinte... vinte metros quadrados.

Item c)

136 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

137 *Estudante:* Qual é a maior área entre a sala, cozinha, o banheiro... os dois quartos, a
138 sala, a cozinha e o banheiro.

139 **Pesquisador:** Qual foi sua resposta para esta questão?

140 *Estudante:* A sala.

141 **Pesquisador:** Por que a sala possui a maior área?

142 *Estudante:* Porque ela é a maior daí.

Item d)

143 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

144 *Estudante:* Quais dos cômodos têm a mesma área.

145 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

146 *Estudante:* O quarto, porque é tudo do mesmo tamanho, a mesma área.

147 **Pesquisador:** Então, qual é a área do quarto?

148 *Estudante:* Duas vezes quatro, que dá oito. Oito metros quadrados.

Questão 3

149 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

150 *Estudante:* Qual é a área dessa figura, dessa seta.

151 **Pesquisador:** Como você fez para realizar essa questão?

152 *Estudante:* Eu já fiz diferente: contei os quadrados e, nessa ponta aqui, metade de um
153 quadrado, aí eu contei: um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze,
154 doze, treze, quatorze, quinze metros quadrados.

155 **Pesquisador:** Qual é a unidade que está pedindo para ser considerada na questão?

156 *Estudante:* O quadrinho. Ah! Então, eram quinze quadrinhos. Coloquei errado.

Questão 4

157 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

158 *Estudante:* Ele tá perguntando qual é a área total ocupada pela casa, piscina e
159 garagem.

160 **Pesquisador:** Qual foi sua resposta e como você fez para chegar a ela?

161 **Estudante:** A área ocupada pela construção é de trinta e um metros quadrados,
 162 contando os quadrados.

Questão 5

163 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

164 **Estudante:** Ela quer saber qual é a área do tapete da vovó.

165 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

166 **Estudante:** Primeiramente eu contei os quadradinhos, porque não tem pela metade. Aí
 167 começa daqui: um, dois, três, quatro, cinco, aí um... no caso é para acrescentar um de
 168 largura, né, e um de metro. Aí eu contei os quadradinhos: um, dois, três, por aí... e,
 169 como mandava para acrescentar um de largura e um de comprimento, aí eu coloquei
 170 mais quatro.

171 **Pesquisador:** Então você acrescentou um quadradinho no comprimento e na
 172 largura, formando uma nova figura e considerou todos os quadradinhos que
 173 estavam dentro da nova figura?

174 **Estudante:** Sim.

Questão 6

175 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

176 **Estudante:** Ele quer saber qual a medida da área dessa figura.

177 **Pesquisador:** Como você fez pra resolver essa questão?

178 **Estudante:** Eu dividi, porque não estava entendendo bem. Se eu pegar essa figura e
 179 colocar aqui, fica igualzinho a essa. Aí é determinar a área dessa figura e dessa outra
 180 e somar.

Estudante A6

Questão 1

181 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

182 **Estudante:** Que tenha a mesma área da figura verde. Que tenha a mesma área.

183 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?

184 **Estudante:** Eu medi com a régua, quando eu fiz a primeira vez, medi com a régua a
 185 figura verde, aí medi com todas: a rosa, a vermelha e a azul, medi. Aí eu cheguei à
 186 conclusão de que a azul tinha a mesma área do que a verde.

187 **Pesquisador:** O que você mediu?

188 **Estudante:** Os lados da figura

Questão 2

Item a)

189 **Pesquisador:** O que a questão está pedindo pra você realizar?

190 **Estudante:** A medida da casa de dona Maria.

191 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?

192 **Estudante:** Eu somei um com outro. Não, parece que foi vezes. Foi vezes.

Item b)

193 **Pesquisador:** O que a questão está pedindo pra você realizar?

194 **Estudante:** A medida da área da sala.

195 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

196 *Estudante: Eu coloquei vinte metros, mais era área e não metros. Era pra ser vinte ...*
 197 *esse aí eu não sei muito, área. Era pra ser vinte centímetros de área. Aí eu fiz a mesma*
 198 *coisa, multipliquei cinco por quatro.*

Item c)

199 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

200 *Estudante: O cômodo que tem maior área, aí eu coloquei a sala.*

201 **Pesquisador: Como você fez para obter sua resposta? Porque você acha que a sala**
 202 **possui a maior área?**

203 *Estudante: Porque ela deu mais metro e é mais grande e a área dela também é mais*
 204 *grande que a cozinha, eu pensei que era cozinha mas é a sala. Como você chegou a essa*
 205 *conclusão? Pela medida da área, eu medi as áreas e deu mais.*

Item d)

206 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

207 *Estudante: Qual dos cômodos que tem a mesma área? Os quartos.*

208 **Pesquisador: Como você fez para obter sua resposta?**

209 *Estudante: Porque eu vi assim: os dois têm quase o mesmo tamanho, a mesma área oh!*
 210 *Mesma área, mesmo tamanho.*

Questão 3

211 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

212 *Estudante: A área da figura.*

213 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

214 *Estudante: Eu coloquei dezessete vírgula cinco de área. Parece que eu fui cortando os*
 215 *quadrados. Foi alguma coisa assim.*

Questão 4

216 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

217 *Estudante: Qual é a área total da piscina da garagem e da casa. A área total é de trinta*
 218 *e um.*

219 **Pesquisador: Como você fez para obter sua resposta?**

220 *Estudante: Eu fiz esse cálculo aí. Eu botei assim: vinte e um mais quatro, mais seis e*
 221 *deu trinta e um.*

Questão 5

222 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

223 *Estudante: A área total da medida do tapete.*

224 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

225 *Estudante: É porque esse aí eu não sabia, eu saí contando, aí me deu preguiça na hora,*
 226 *aí eu chutei vinte e oito.*

227 **Pesquisador: Se você fosse responder essa questão agora, você teria alguma ideia**
 228 **de como resolver?**

229 *Estudante: Tenho não.*

Questão 6

230 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

231 *Estudante: Tá pedindo aqui a medida total da área*

232 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

233 **Estudante:** *Eu fiz assim: dois vezes dois, quatro, vezes três, doze, vezes dois, vinte e*
 234 *quatro.*

Estudante A7

Questão 1

235 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

236 **Estudante:** *Pra ver se tem alguma figura igual, tipo assim, se tem uma semelhança uma*
 237 *com a outra. Com base na figura verde, ver se tem a mesma área.*

238 **Pesquisador:** **Como você pensou para obter a sua resposta?**

239 **Estudante:** *Como?*

240 **Pesquisador:** **Na sua justificativa, você coloca que observou o comprimento para**
 241 **dizer que as figuras rosa e verde têm a mesma área. O que você está chamando de**
 242 **comprimento aí?**

243 **Estudante:** *A lateral de lado aqui. (referindo-se aos lados da figura)*

244 **Pesquisador:** **Então você mediu as laterais da figura verde e observou que é igual a**
 245 **da outra, foi isso?**

246 **Estudante:** *Não iguais, semelhantes.*

247 **Pesquisador:** **Então quer dizer que, se as figuras são semelhantes, elas têm a mesma**
 248 **área?**

249 **Estudante:** *Pode ser, e pode não ser. Porque tem um monte partes sobrando aqui, aí*
 250 *pode juntar formando quadradinhos que pode dar o mesmo resultado desse (referindo-*
 251 *se a figura rosa).*

252 **Pesquisador:** **Se você fizer isso com a verde você obterá a rosa?**

253 **Estudante:** *Não. Porque agora que eu percebi que parece que a rosa tem mais. O rosa*
 254 *tem amis quadradinho. Porque esse daqui (referindo-se à figura verde) já é assim.*

255 **Pesquisador:** **Se a rosa tem mais quadrinhos que a verde, ela possui área maior,**
 256 **menor, ou a mesma área que a verde?**

257 **Estudante:** *Maior.*

258 **Pesquisador:** **Então, qual seria a figura que teria a mesma área que a da verde?**

259 **Estudante:** *Essa figura (referindo-se ao retângulo vermelho).*

Questão 2

Item a)

260 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

261 **Estudante:** *Tá pedindo a medida da área da cozinha.*

262 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

263 **Estudante:** *Eu fiz assim: cinco vezes três, aí deu quinze de medida.*

264 **Pesquisador:** **O que você está chamando de medida?**

265 **Estudante:** *Era pra ter colocado quinze metros ao quadrado. Porque aqui (referindo-se*
 266 *à largura da figura) e aqui (referindo-se ao comprimento da figura). Quer dizer que é*
 267 *duas coisas pra dar ao quadrado.*

Item b)

267 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

268 **Estudante:** *A medida da área da sala.*

269 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

270 **Estudante:** *Aqui eu já fiz igual a da “a”. Era pra ser vinte metros ao quadrado, porque*
 271 *a sala é mais grande aqui(referindo-se à largura da sala).*

Item c)

272 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

273 *Estudante: Qual o cômodo que apresenta a maior área.*

274 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

275 *Estudante: Já basta ver aqui o maior cômodo é a sala, de cara já dar pra ver. Nem*
 276 *precisa medir nada. Aí, como você chegou a essa conclusão? Nem precisa tirar*
 277 *conclusão aqui, é a sala.*

Item d)

278 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

279 *Estudante: Os cômodos que têm a mesma área. Essa daqui é mais fácil, são os quartos.*

280 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

281 *Estudante: Porque na minha conclusão, os dois são praticamente iguais. São iguais,*
 282 *porque eles não têm nada de diferente aqui.*

283 **Pesquisador: A que você se refere quando diz que os cômodos são iguais? Para o**
 284 **que você está olhando?**

285 *Estudante: Eu estou olhando para as duas figuras pra ver se têm alguma diferença.*
 286 *Eles têm os mesmos metros de lado, aqui é dois e aqui é quatro.*

Questão 3

287 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

288 *Estudante: Quanto tem de área, né? A área da figura hachurada, ah, tá perguntando*
 289 *quanto é de área. Deu dezesseis quadradinhos.*

290 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

291 *Estudante: Contando. Eu fiquei contando cada quadradinho. Primeiro eu contei esses*
 292 *que estão inteiros, depois eu fui fazendo assim: esse mais esse dá um (juntando duas*
 293 *metades do quadrado), aí já dá... pera aí! Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito,*
 294 *nove, dez, aí aqui dar um, dois. Eita, Aqui ainda tem dois quadradinhos! Aí doze, treze,*
 295 *quatorze, quinze, dezesseis. Eita, faltou esses dois aqui! Dezessete quadradinhos. Eu me*
 296 *esqueci de um ainda.*

Questão 4

297 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

298 *Estudante: A área total contando com a casa, piscina e garagem.*

299 **Pesquisador: Como você pensou para responder essa questão?**

300 *Estudante: Contando: um, dois, três, quatro, cinco, seis, aí é só colocar. Seis*
 301 *quadradinhos, mas no caso é seis metros quadrados. A casa é vinte e um metros*
 302 *quadrados e a garagem é quatro metros quadrados porque tem quatro quadradinhos.*

303 **Pesquisador: Nesse caso, qual seria a resposta para essa questão?**

304 *Estudante: Aí fazia assim: seis mais quatro, dez. Dez mais vinte e um, trinta e um*
 305 *quadradinhos que corresponde a trinta e um metros quadrados*

Questão 5

306 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

307 *Estudante: Ela quer um tapete aumentando um quadradinho na largura e um*
 308 *quadradinho no comprimento.*

309 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

310 *Estudante: Eu contei assim: um, dois, três, quatro, cinco, seis. Aí seis (referindo-se à*
 311 *quantidade de quadradinhos na largura da malha). Aqui tem dez (referindo-se à*

312 quantidade de quadradinhos no comprimento da malha), aí, pra não ficar contando
 313 tudinho, eu fiz assim: seis vezes dez, sessenta.

Questão 6

314 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

315 *Estudante: A área total da figura abaixo.*

316 *Pesquisador: Como você pensou para responder essa questão?*

317 *Estudante: Esse aqui eu achei mais difícil. Eu fiz assim: pegando esse três mais dois,*
 318 *deu cinco, seis, sete, aí deu sete aqui. Aí aqui tem um mais um, dois. Somando tudo, dá*
 319 *nove de área.*

Estudante A8

Questão 1

320 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

321 *Estudante: Pra observar as figuras acima e tomar a base verde e dizer qual a figura*
 322 *que tem a mesma área que a figura verde.*

323 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

324 *Estudante: Porque são a mesma coisa aqui, olha (referindo-se ao maior lado vertical*
 325 *das figuras), mas não vai dar certo. Então não é a mesma área.*

326 **Pesquisador: Se elas não têm a mesma área, digo as figuras verde e rosa, então,**
 327 **qual das outras possui a mesma área que a verde?**

328 *Estudante: Nenhuma.*

Questão 2:

329 **Item a)**

330 **Pesquisador: O que a questão está pedindo pra você realizar?**

331 *Estudante: Dizer a medida da área da cozinha.*

332 **Pesquisador: Como você pensou para responder essa questão?**

333 *Estudante: Eu tirei daqui da figura três metros.*

Item b)

334 **Pesquisador: O que a questão está pedindo pra você realizar?**

335 *Estudante: A medida da área da sala.*

336 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

337 *Estudante: Eu coloquei quatro metros por cinco.*

338 **Pesquisador: Por que você expressou na letra “a” a área como sendo igual a três**
 339 **metros e, na letra “b”, como sendo quatro metros por cinco?**

340 *Estudante: Silêncio.*

341 **Pesquisador: Essas maneiras de expressar a área utilizada por você corresponde a**
 342 **mesma coisa?**

343 *Estudante: Não.*

344 **Pesquisador: Qual dessas, você considera a maneira correta de expressar a área?**

345 *Estudante: Essa (referindo-se à segunda).*

346 **Pesquisador: Então, quando eu digo quatro metros por cinco, é uma forma de**
 347 **expressar a área?**

348 *Estudante: Sim.*

Item c)

349 **Pesquisador: O que a questão está pedindo pra você realizar?**

350 *Estudante: Qual dos cômodos tem a maior área. Eu coloquei a sala.*

- 351 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 352 **Estudante:** Eu cheguei a essa conclusão olhando os metros.

Item d)

- 353 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 354 **Estudante:** Qual dos cômodos tem a mesma área. Os quartos.
 355 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 356 **Estudante:** Porque eles têm os mesmos metros.

Questão 3

- 357 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 358 **Estudante:** Ele tá perguntando a área da figura.
 359 **Estudante:** Como você pensou para responder a essa questão?
 360 **Pesquisador:** Contando cada um desses de dentro e pegando a metade, meio por meio.

Questão 4

- 361 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 362 **Estudante:** Qual é a área total a ser ocupada pela construção.
 363 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 364 **Estudante:** Contando.

Questão 5

- 365 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 366 **Estudante:** O metro da sala da vovó.
 367 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 368 **Estudante:** Contando aqui ao todo.

Questão 6

- 369 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 370 **Estudante:** Qual a medida da área da figura. Eu coloquei dez de área.
 371 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 372 **Estudante:** Somando os centímetros.

Estudante A10

Questão 1:

- 373 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 374 **Estudante:** Se tem a mesma área, a área verde com as outras.
 375 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
 376 **Estudante:** Eu peguei a metade desse aqui coloquei aqui, aí dá pra um quadradinho
 377 aqui. Aí, esse aqui eu coloquei aqui, esse eu coloquei aqui, e esse que é a metadezinha
 378 eu coloquei aqui. Aí deu o mesmo resultado do vermelho.

Questão 2:

Item a)

- 379 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 380 **Estudante:** A medida da área da cozinha.
 381 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?

382 **Estudante:** Ela tem dezesseis, que é cinco de cima com cinco embaixo que dá dez e com
383 três de cada um aqui.

Item b)

384 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

385 **Estudante:** Calcular a medida da área da sala

386 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?

387 **Estudante:** A mesma coisa que esse daqui (referindo-se ao item a) cinco com cinco, dez,
388 quatro com quatro, oito ... dezoito.

Item c)

389 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

390 **Estudante:** O cômodo que tem a maior área.

391 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?

392 **Estudante:** Medindo.

Item d)

393 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

394 **Estudante:** Os cômodos que têm a mesma área

395 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

396 **Estudante:** O quarto e o banheiro. Porque eles têm o mesmo formato, tem o mesmo
397 número de laterais.

Questão 3

398 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

399 **Estudante:** Contasse os quadradinhos e desse a área.

400 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

401 **Estudante:** Quatorze e meio. Eu contei, um, dois, três, quatro, cinco, ..., quinze,
402 dezesseis, dezessete.

403 **Pesquisador:** Deu dezessete? Afinal, qual é a área da figura? Quatorze e meio
404 quadradinhos ou dezessete quadradinhos?

405 **Estudante:** Dezessete.

Questão 4

406 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

407 **Estudante:** A área total da casa, piscina e garagem.

408 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

409 **Estudante:** Doze vírgula um. Eu contei cada um quadradinho: da garagem deu quatro
410 vírgula zero, que só tem quatro quadradinho, aqui (referindo-se a casa) deu vinte e um,
411 e aqui deu seis.

412 **Pesquisador:** Como você chegou a esse (12,5) resultado?

413 **Estudante:** Eu somei.

Questão 5

414 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

415 **Estudante:** A área do tapete da vovó

416 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

417 **Estudante:** Sessenta quadradinhos. Seis daqui (referindo-se à largura) e dez daqui
418 (referindo-se ao comprimento)

Questão 6

419 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

420 *Estudante:* A Área da figura.

421 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

422 *Estudante:* A professora ensinou que a gente corta e conta uma metade aqui, outra aqui
423 outra aqui e outra aqui, aí dar quatro. Aí o total dá dois, quatro, seis com mais um
424 daqui, sete, logo este foi o resultado ($7+3=10$).

Estudante A11

Questão 1

425 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

426 *Estudante:* Tomar como base a figura verde, aí qual a figura que tem a mesma área que
427 a verde.

428 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

429 *Estudante:* A rosa tem a mesma área que verde; portanto, eu cheguei a essa conclusão.
430 Porque eu medi, aí deu o mesmo centímetro; só porque a rosa tem um cortezinho que a
431 verde não tem; mas, se tirar esse corte ela fica a mesma área.

432 **Pesquisador:** Já que a figura verde não tem essa parte, podemos dizer que ela possui
433 a mesma área que a rosa?

434 *Estudante:* Ela não tem a mesma área.

435 **Pesquisador:** Então qual seria das outras que apresenta a mesma área que a da
436 verde?

437 *Estudante:* Eu acho que é a vermelha.

438 **Pesquisador:** Por que você acha que a vermelha tem a mesma área da figura verde?

439 *Estudante:* Pelo tanto de quadrados.

440 **Pesquisador:** Quantos quadrados possui a figura vermelha?

441 *Estudante:* Vinte e um.

442 **Pesquisador:** E a figura verde possui quantos quadrados?

443 *Estudante:* Vinte e um também.

444 **Pesquisador:** Como você fez para chegar a vinte e um quadrados na figura verde?

445 *Estudante:* Esse aqui tem vinte e um inteiros (referindo-se à figura vermelha). Como
446 esse aqui tem quinze inteiros e alguns cortados, aí eu peguei uma metade de um com a
447 metade do outro, aí fiz.

Questão 2

Item a)

448 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

449 *Estudante:* A medida da área da cozinha.

450 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

451 *Estudante:* Eu verifiquei que era cinco na horizontal e três na vertical.

452 **Pesquisador:** Essa é a maneira de expressar a área?

453 *Estudante:* Não. Não é a área.

454 **Pesquisador:** Então, o que teria que fazer para determinar a área?

455 *Estudante:* Não sei.

Item b)

456 **Pesquisador:** O que a questão solicitando para você realizar?

457 *Estudante:* A medida da área da sala.

458 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?

459 **Estudante:** *Eu fiz a mesma coisa que na letra “a”: eu fiz quatro horizontal e cinco*
 460 *vertical.*

Item c)

461 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

462 **Estudante:** *Qual dos cômodos que tem a maior área.*

463 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

464 **Estudante:** *A sala. Eu olhei o comprimento e a largura. Porque ela tem quatro, ela é*
 465 *maior do que a cozinha e cinco a mesma largura da cozinha. Então ela só é maior em*
 466 *horizontal. Em vertical, ela é o mesmo tamanho da cozinha.*

Item d)

467 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

468 **Estudante:** *Qual dos cômodos tem a mesma área.*

469 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

470 **Estudante:** *Os quartos. Eles são dois por quatro.*

Questão 3

471 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

472 **Estudante:** *A área hachurada de uma seta.*

473 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

474 **Estudante:** *Eu contei os quadradinhos, aí recortei a metade e coleí na outra e fui*
 475 *contando, aí eu encontrei quinze.*

Questão 4

476 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

477 **Estudante:** *Qual a área total a ser ocupada pela construção.*

478 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

479 **Estudante:** *Contar os quadradinhos. Deu trinta quadradinhos. Então, são trinta metros*
 480 *quadrados.*

Questão 5

481 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

482 **Estudante:** *Que ela comprou um tapete novo, que a área estava muito pequena e ela*
 483 *queria um tapete maior. Aí qual a área do novo tapete da vó?*

484 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

485 **Estudante:** *Eu acrescentei um quadradinho na vertical e outro na horizontal, como ela*
 486 *queria. Conteí todos os quadradinhos, aí deu vinte e oito quadradinhos.*

Questão 6

487 **Pesquisador:** **O que a questão está solicitando para você realizar?**

488 **Estudante:** *A área total da figura.*

489 **Pesquisador:** **Como você fez para obter a sua resposta?**

490 **Estudante:** *Eu conteí os centímetros da área, aí deu onze metros.*

491 **Pesquisador:** **Então, pra encontrar a área de uma figura, eu somo os comprimentos**
 492 **dos lados?**

493 **Estudante:** *Sim. Mas, se você quiser de outro jeito, tem como.*

494 **Pesquisador:** **Você consegue mostrar outra maneira de encontra a área dessa**
 495 **figura?**

496 **Estudante:** *Tem vários jeitos, mas eu não saberia fazer.*

Estudante A19

Questão 1

- 497 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
- 498 *Estudante:* Qual a figura que tem a mesma área que a figura verde. Se alguma figura
- 499 tem a mesma área que a figura verde.
- 500 **Pesquisador:** Como você fez para obter sua resposta?
- 501 *Estudante:* Vendo os quadrados. Mas eu erreí essa daqui, que eu não vi essa daqui. Aí
- 502 essa daqui (referindo-se à figura rosa) é maior que essa, porque essa está com o
- 503 quadrado completo (referindo-se à rosa) e essa está com o quadrado incompleto.
- 504 **Pesquisador:** Se a área da figura rosa é maior que a da verde, então qual das outras
- 505 figuras possui a mesma área que a figura verde?
- 506 *Estudante:* A vermelha? Não, a azul.
- 507 **Pesquisador:** Por que a azul possui a mesma área que a figura verde?
- 508 *Estudante:* Se não contar esses quadrados que estão tipo cortado assim, ela dá tipo
- 509 dentro.
- 510 **Pesquisador:** Se uma figura couber dentro da outra, essas figuras possuem a mesma
- 511 área?
- 512 *Estudante:* Pode até ser, porque tem as vezes... porque essa pergunta aqui dá tipo...
- 513 cortar e botar noutro lugar pra emendar?
- 514 **Pesquisador:** Mediante o que foi vivenciado em sala, tem como fazer isso?
- 515 *Estudante:* Tem.
- 516 **Pesquisador:** Fazendo isso, qual das figuras apresenta a mesma área que a da figura
- 517 verde?
- 518 *Estudante:* A vermelha. Porque quando completa essa, fica igual a essa. Fica tipo um
- 519 retângulo, só que maior; não fica o mesmo retângulo.

Questão 2

Item a)

- 520 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando pra você realizar?
- 521 *Estudante:* Qual a medida da área da cozinha.
- 522 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
- 523 *Estudante:* Eu coloquei cinco mais três, aí dá oito. Não, é multiplicando!
- 524 **Pesquisador:** Quando você multiplica dar oito?
- 525 *Estudante:* Não. Dá quinze. Cinco vezes três não é quinze?
- 526 **Pesquisador:** Então a área é de quanto?
- 527 *Estudante:* Quinze. Quinze metros quadrados.

Item b)

- 528 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
- 529 *Estudante:* Saber a área da sala.
- 530 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
- 531 *Estudante:* Tipo a mesma coisa, eu fiz tipo a mesma coisa cinco metros vezes quatro, aí
- 532 deu vinte.
- 533 **Pesquisador:** Quando você faz cinco metros vezes quatro metros, dá vinte?
- 534 *Estudante:* Sim.
- 535 **Pesquisador:** Então quando eu faço cinco metros vezes quatro metros, é a mesma
- 536 coisa que fazer cinco vezes quatro?
- 537 *Estudante:* É.

Item c)

538 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

539 *Estudante:* Qual dos cômodos tem a maior área.

540 **Pesquisador:** Qual foi a sua resposta?

541 *Estudante:* A sala.

542 **Pesquisador:** Por que a sala?

543 *Estudante:* Porque ela tem mais metros na largura.

Item d)

544 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

545 *Estudante:* Qual dos cômodos tem a mesma área.

546 **Pesquisador:** Qual foi sua resposta?

547 *Estudante:* O quarto.

548 **Pesquisador:** Por que o quarto?

549 *Estudante:* Porque contando dá a mesma coisa.

Questão 3

550 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

551 *Estudante:* A área dessa seta aqui.

552 **Pesquisador:** E como é que se faz pra encontrar a área dessa seta?

553 *Estudante:* Contando.

554 **Pesquisador:** O que você precisa contar.

555 *Estudantes:* Os quadrados.

556 **Pesquisador:** Para essa questão você não expressou o valor da área. Você pode indicá-la agora?

558 *Estudante:* Sim. Dá dezesseis e meio.

Questão 4

559 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

560 *Estudante:* Qual a área total ocupada pela casa, piscina e garagem. Qual total ocupa casa, garagem e piscina.

562 **Pesquisador:** Como você fez pra encontrar sua resposta?

563 *Estudante:* Eu contei, né. Se cada quadrado corresponde a um metro, aí eu contei. Se aqui tem coisa (lado do quadrado) aí eu coloquei um metro aqui, aí tem três quadrados é três metros, aqui dois né, aqui três e aqui seis, aí eu só somei tudo. Peraí, é casa, garagem e piscina, né? Então, eu só contei a garagem. A casa não foi? E é pra contar tudo. Eu vou contar. Dá trinta e cinco metros quadrados.

Questão 5

568 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?

569 *Estudante:* Ela comprou outro tapete, né? Aí ela quer um tapete com área maior. Aí ela quer saber quantos o tapete mede quantas áreas.

571 **Pesquisador:** Qual foi a sua resposta para essa questão?

572 *Estudante:* Dezoito quadradinhos.

573 **Pesquisador:** Como você chegou a essa resposta?

574 *Estudante:* Contando os quadrados de dentro da figura.

- 575 **Pesquisador:** Essa figura que está aí representa o novo tapete a ser comprado?
 576 **Estudante:** É.

Questão 6

- 577 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 578 **Estudante:** A medida da área total da figura.
 579 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 580 **Estudante:** Multiplicando a largura com comprimento.
 581 **Pesquisador:** Qual foi a sua resposta para essa questão?
 582 **Estudante:** Sete centímetros quadrados.
 583 **Pesquisador:** Como você fez pra chegar a essa resposta?
 584 **Estudante:** Eu completei a figura assim e multipliquei dois vezes dois, que dá quatro;
 585 um vez um dar um e mais dois.

Estudante A29

Questão 1

- 586 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 587 **Estudante:** Pra... qual é a figura que tem a mesma área que a verde.
 588 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 589 **Estudante:** Por que essa aqui é meio igual, quase parecida.
 590 **Pesquisador:** Então, se eu tiver duas figuras parecidas, elas terão a mesma área?
 591 **Estudante:** Quase isso. Era que eu estava contando os quadradinhos.
 592 **Pesquisador:** Se você estava contando os quadradinhos, então, ao fazer isso,
 593 quantos você obteve em cada uma dessas figuras?
 594 **Estudante:** Não sei.

Questão 2

Item a)

- 595 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 596 **Estudante:** Qual é a área da cozinha.
 597 **Pesquisador:** Como você fez para obter a sua resposta?
 598 **Estudante:** Eu multipliquei cinco vezes três.

Item b)

- 599 **Pesquisador:** O que a questão está pedindo pra você realizar?
 600 **Estudante:** Qual a medida da área da sala. Essa eu não fiz.
 601 **Pesquisador:** Neste momento, se você fosse resolver essa questão, como você faria?
 602 **Estudante:** Eu multiplicava cinco vezes quatro.

Item c)

- 603 **Pesquisador:** O que a questão está pedindo pra você realizar?
 604 **Estudante:** Qual dos cômodos que tem a maior área?
 605 **Pesquisador:** Como você pensou para responder essa questão?
 606 **Estudante:** Eu coloquei sala e cozinha, porque, quando eu multipliquei a cozinha, deu
 607 quinze, e a sala deu vinte.

Item d)

- 608 **Pesquisador:** O que a questão está solicitando para você realizar?
 609 **Estudante:** Qual dos cômodos que tem a mesma área? Eu coloquei os dois quartos.

610 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

611 *Estudante: Porque eles têm o mesmo tamanho, aí eu multipliquei esse lado aqui com...*
 612 *esse lado tem o mesmo tamanho desse aqui (comparando os comprimentos dos*
 613 *cômodos), então eu multipliquei dois vezes quatro, aí eu coloquei de novo dois vezes*
 614 *quatro, aí deu oito.*

Questão 3

615 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

616 *Estudante: Ela tá querendo saber qual a figura que é hachurada.*

617 **Pesquisador: Como você pensou para responder essa questão?**

618 *Estudante: Eu estava tão apressada que coloquei dezoito. Eu estava contando, mas*
 619 *perdi a conta e coloquei dezoito.*

620 **Pesquisador: Então, se você fosse resolvê-la agora como você faria?**

621 *Estudante: Mas, pra contar, tem que usar essa parte aqui também, é? A professora*
 622 *explicou assim. Deu vinte e dois.*

Questão 4

623 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

624 *Estudante: Pra falar a área total ocupada.*

625 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

626 *Estudante: Eu contei os quadradinhos, aí esse aqui tinha vinte e um na casa, na piscina*
 627 *tinha seis, e a garagem tinha quatro.*

Questão 5

628 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

629 *Estudante: A área do novo tapete da vovó.*

630 **Pesquisador: Como você pensou para responder essa questão?**

631 *Estudante: Eu contei os quadradinhos de dentro da figura.*

Questão 6

632 **Pesquisador: O que a questão está solicitando para você realizar?**

633 *Estudante: A medida da área total da figura.*

634 **Pesquisador: Como você fez para obter a sua resposta?**

635 *Estudante: Eu somei esse com esse e deu quatro. Somei esses dois, um com um, deu dois*
 636 *e somei três com dois, que deu cinco, que ao total deu onze centímetros.*