



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ECONOMIA**

THIAGO IGOR DA COSTA FERREIRA

**ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DOS GASTOS PÚBLICOS EM EDUCAÇÃO NOS
MUNICÍPIOS DO ESTADO DE PERNAMBUCO NO PERÍODO DE 2011 A 2017
UTILIZANDO A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DOS DADOS (DEA)**

CARUARU

2020

THIAGO IGOR DA COSTA FERREIRA

**ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DOS GASTOS PÚBLICOS EM EDUCAÇÃO NOS
MUNICÍPIOS DO ESTADO DE PERNAMBUCO NO PERÍODO DE 2011 A 2017
UTILIZANDO A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DOS DADOS (DEA)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Área de concentração: Economia Regional.

Orientador (a): Prof^{ta}. Dr^a. Alane Alves Silva

CARUARU

2020

Catálogo na fonte:
Bibliotecária – Maria Regina Borba - CRB/4 - 2013

F383a Ferreira, Thiago Igor da Costa.
Análise de eficiência dos gastos públicos em educação nos municípios do Estado de Pernambuco no período de 2011 a 2017 utilizando a Análise Envoltória dos Dados (DEA). / Thiago Igor da Costa Ferreira – 2020.
86 f.; il.: 30 cm.

Orientadora: Alane Alves Silva.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Economia, 2020.
Inclui Referências.

1. Educação – Finanças. 2. Despesa pública – Política governamental – Pernambuco. 3. Análise de envoltória de dados. I. Silva, Alane Alves (Orientador). II. Título.

CDD 330 (23. ed.) UFPE (CAA 2020-71)

THIAGO IGOR DA COSTA FERREIRA

**ANÁLISE DE EFICIÊNCIA DOS GASTOS PÚBLICOS EM EDUCAÇÃO NOS
MUNICÍPIOS DO ESTADO DE PERNAMBUCO NO PERÍODO DE 2011 A 2017
UTILIZANDO A ANÁLISE ENVOLTÓRIA DOS DADOS (DEA)**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Economia.

Aprovada em: 23 / 07 / 2020.

BANCA EXAMINADORA

Profª. Dra. Alane Alves Silva (Orientadora)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. Klebson Humberto de Lucena Moura (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

Prof. Dr. Márcio Miceli Maciel de Sousa (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco (UFPE)

À minha Esposa
Janaina Cristina

AGRADECIMENTOS

Ao Grande Arquiteto do Universo pela minha existência.

À Minha adorável e incrível esposa Janaina Ferreira, pela paciência, carinho e apoio incondicional. Foi chave importantíssima na construção e alcance deste objetivo, de forma parceira e impulsionadora, nos momentos em que o gás aparentou acabar.

À minha Mãe Roseane e a minha família pelo suporte e carinho.

À minha orientadora, professora Dra. Alane Alves, por ter aceito o meu convite e pela paciência devido ao meu tempo escasso e conturbado.

Ao meu grande amigo e primo Adriano Ricardo, pelas contribuições de formatação e debates sobre o tema.

Aos meus colegas do Banco do Brasil, Paulo Guimarães, Luiz Armando, Anderson Ataíde, Carlos Vitor, George Hacker e toda a Equipe da Rede PSO Recife Sul, em especial a Agência CEASA-PE, pela força e apoio para que eu tivesse a oportunidade de frequentar as aulas.

À todo o corpo docente do PPGECON/UFPE.

Agradeço aos membros da banca de qualificação do meu Projeto e da versão final da minha Dissertação, ao professor Dr. Márcio Micelli Maciel de Sousa e a professora Dra. Monaliza de Oliveira Ferreira, pela disponibilidade e as suas contribuições para o desenvolvimento da pesquisa.

Aos meus caros companheiros da turma 8 do PPGECON, parceiros de aulas e viagens.

Agradeço à secretaria do PPGECON, Jordana Lira e aos bolsistas Robson e Emanuel, por toda ajuda e paciência durante o curso, desejo a todos eles sucesso em suas carreiras.

Agradeço também a todos aqueles que contribuíram de alguma forma para a elaboração desta pesquisa.

“So carry on, there's a meaning to life. Which someday we may find. Carry on, it's time to forget. The remains from the past, to carry on”. (Carry on, Angra, 1992)

RESUMO

A relação entre educação e economia, partindo do aspecto do investimento, visando o desenvolvimento econômico, tem sido objeto de muita discussão no mundo. Nessa perspectiva, torna-se relevante o desenvolvimento de pesquisas, visando analisar, sob a ótica da eficiência, a relação entre o financiamento público no setor e seu respectivo retorno produtivo. O presente trabalho teve como objetivo avaliar a eficiência e a produtividade dos municípios pernambucanos, com gastos públicos em educação, para os anos de 2011 a 2017, separados em biênios, com 2011-2013, 2013-2015, 2015-2017. Foram formados 4 grupos de municípios homogêneos, através da técnica de Clusters, para o qual foi aplicado o modelo DEA-BCC para avaliar a eficiência, tendo como parâmetros os repasses do FUNDEB, o Número de Matrículas e as notas obtidas no IDEB. Verificou-se ainda, os índices de produtividade da eficiência, utilizando o modelo DEA-Malmquist. Para o biênio 2011-2013, os resultados apresentaram ineficiência técnica para a maioria dos municípios, e uma baixa produtividade. No período compreendido entre 2013-2015, todos os grupos receberam aportes financeiros significativos, que foram correspondidos com ganhos de eficiência e produtividade. Contudo, esses indicadores não obtiveram a continuidade positiva no período compreendido entre 2015 a 2017.

Palavras-chave: Educação. Eficiência. DEA.

ABSTRACT

The relationship between education and economics, starting from the investment aspect, aiming at economic development, has been the subject of much discussion in the world. In this perspective, the development of research becomes relevant, aiming to analyze, from the perspective of efficiency, the relationship between public financing in the sector and its respective productive return. The present study aimed to evaluate the efficiency and productivity of Pernambuco municipalities, with public spending on education, for the years 2011 to 2017, separated into biennia, with 2011-2013, 2013-2015, 2015-2017. Four groups of homogeneous municipalities were formed, using the Clusters technique, for which the DEA-BCC model was applied to evaluate efficiency, having as parameters the transfers of FUNDEB, the Number of Enrollments and the grades obtained in IDEB. It was also verified the efficiency productivity indexes, using the DEA-Malmquist model. For the 2011-2013 biennium, the results showed technical inefficiency for most municipalities, and low productivity. In the period between 2013-2015, all groups received significant financial contributions, which corresponded to gains in efficiency and productivity. However, these indicators did not have a positive continuity in the period between 2015 and 2017.

Keywords: Education. Efficiency. DEA.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Resultado do PISA por área, para o ano 2015	18
Tabela 2 –	Média dos valores por grupo	44
Tabela 3 –	Dados das variáveis do Grupo 1	45
Tabela 4 –	Estatística descritiva da Eficiência do Grupo 1	46
Tabela 5 –	Distribuição dos Municípios do grupo 1 por Classes	46
Tabela 6 –	Municípios eficientes do Grupo 1	47
Tabela 7 –	Dados das variáveis do Grupo 1	47
Tabela 8 –	Estatística descritiva da Eficiência do Grupo 1	48
Tabela 9 –	Distribuição dos Municípios do grupo 2 por classes	49
Tabela 10 –	Municípios eficientes do Grupo 2	49
Tabela 11 –	Dados das variáveis do Grupo 3	50
Tabela 12 –	Estatística descritiva da Eficiência do Grupo 3	50
Tabela 13 –	Distribuição dos Municípios do grupo 3 por classes	51
Tabela 14 –	Municípios eficientes do Grupo 3	51
Tabela 15 –	Análise descritiva dos Resultados do Grupo 1	53
Tabela 16 –	Distribuição dos Municípios do Grupo do Grupo 1	54
Tabela 17 –	Análise descritiva dos Resultados do Grupo 2	56
Tabela 18 –	Distribuição dos Municípios do Grupo do Grupo 2	57
Tabela 19 –	Análise descritiva dos Resultados do Grupo 3	59
Tabela 20 –	Distribuição dos Municípios do Grupo do Grupo 3	60

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
1.1	OBJETIVOS	15
1.1.1	Objetivo geral.....	15
1.1.2	Objetivos específicos	15
2	REFERENCIAL TEÓRICO	16
2.1	BENS PÚBLICOS.....	16
2.2	AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO	17
2.3	FINANCIAMENTO DA EDUCAÇÃO	20
2.4	REVISÃO DA LITERATURA	25
3	METODOLOGIA	28
3.1	O MÉTODO DEA	28
3.1.1	Os modelos DEA	31
3.1.2	O modelo DEA-CCR	32
3.1.3	O modelo DEA-BCC	35
3.2	ÍNDICE DE MALMQUIST	37
3.3	ANÁLISE DE CLUSTERS	39
3.4	TRAJETÓRIA METODOLÓGICA	40
4	ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS	42
4.1	HOMOGENEIZAÇÃO POR CLUSTERS	42
4.2	RESULTADOS VIA DEA-BCC	44
4.2.1	Análise do grupo 1	45
4.2.2	Análise do grupo 2	47
4.2.3	Análise do grupo 3	49
4.2.4	Análise do grupo 4	51
4.3	RESULTADOS VIA DEA – MALMQUIST	52
4.3.1	Análise do grupo 1	53
4.3.2	Análise do grupo 2	56
4.3.3	Análise do grupo 3	59
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	62
	REFERÊNCIAS	64
	APÊNDICES	70

APÊNDICE A – APRESENTAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 1 .	71
APÊNDICE B – APRESENTAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 2 .	73
APÊNDICE C – APRESENTAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 3 .	74
APÊNDICE D – EFICIÊNCIA DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 1 VIA DEA-BCC	75
APÊNDICE E – EFICIÊNCIA DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 2 VIA DEA-BCC	79
APÊNDICE F – EFICIÊNCIA DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 3 VIA DEA-BCC	80
APÊNDICE G – PRODUTIVIDADE DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 1 VIA DEA-MALMQUIST.	81
APÊNDICE H – PRODUTIVIDADE DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 2 VIA DEA-MALMQUIST.	85
APÊNDICE I – PRODUTIVIDADE DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 3 VIA DEA-MALMQUIST.	86

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Mankiw (2004), na perspectiva teórica neoclássica, a “questão econômica” nasce do problema da escassez ou, mais precisamente, do confronto entre as necessidades ilimitadas dos agentes econômicos e a escassez de recursos para satisfazer a essas necessidades. Esse dilema desdobra-se nas questões do que produzir, do quanto produzir e do como produzir, que para resolver esses problemas, apresenta-se a forma mais dominante: o Mercado.

O mercado é constituído por agentes econômicos, os quais, através da oferta e demanda de bens e serviços, conformam o sistema de preços. Os preços nada mais são, do que os índices de escassez relativa. É através desse sistema que as questões são resolvidas. Dessa forma, uma economia de mercado, desde que algumas condições fossem satisfeitas, asseguraria uma resposta altamente satisfatória para as questões fundamentais de economia.

Contudo, verifica-se uma série de circunstâncias nas quais o mercado não funciona adequadamente, para proporcionar soluções mais eficientes aos “problemas econômicos”. Tais situações foram denominadas pela literatura neoclássica de “falhas de mercado”, as quais, justificariam a presença do Estado em termos teóricos, independentemente de razões de ordens históricas ou ideológicas.

A educação, segundo Vasconcellos (2005), se enquadra no grupo de bens em que o sistema de mercado (oferta e demanda), apresenta as falhas de mercado, e a existência de externalidades positivas na educação, justifica a atuação do estado neste setor, em termos de eficiência. Diante disso, há a necessidade da oferta de tais serviços pelo setor público, que como agente econômico, possui basicamente, a finalidade de alcançar o bem-estar dos integrantes de uma sociedade.

A relação entre educação e economia, partindo do aspecto do investimento visando o desenvolvimento econômico, tem sido objeto de muita discussão no mundo. A teoria do capital humano, apresentada por Schultz (1964), reforça a ideia de que uma população com maior grau educacional, consegue ser mais produtiva e saudável, ao que melhora a qualidade de vida e o resultado econômico do País.

De acordo com os princípios dessa teoria, a estreita relação entre a qualificação da força de trabalho e o crescimento, se evidencia, na medida em que a aquisição de conhecimentos, leva a um aumento de produtividade, à uma elevação da renda do trabalhador e, conseqüentemente, ao desenvolvimento da sociedade como um todo.

Estudos do Banco Mundial revelam, que nenhum país conseguiu um desenvolvimento sustentável, sem investir substancialmente em educação e em saúde. A Europa, o Oriente Médio, os Estados Unidos e outros países industrializados investem mais em educação pública que os países da América Latina, da África e da Ásia Central. Entre os estudos, o “*Achieving World Class Education in Brazil: The Next Agenda*“, citado no site do Ministério da Educação (MEC, 2019), indica que os progressos alcançados nos últimos 15 anos, por meio de políticas continuadas e de reformas efetivas e duradouras no Brasil, registraram avanços em educação, porém, com grandes desafios ainda a superar, para garantir um progresso sustentável do país.

A partir da década de 1990, assistimos à emergência de diversas iniciativas nacionais, regionais e internacionais de avaliação da educação. No Brasil, em particular, essas iniciativas se traduziram na criação do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), do Provão e do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

O financiamento da educação básica no Brasil apresenta-se como tema central quando se discute, não somente o desenvolvimento no aspecto educacional, mas também o desenvolvimento nacional. Estudos de questões relacionadas à participação do setor público e à atribuição destinada a cada esfera da federação com recursos e responsabilidades, nos diversos níveis de ensino, tem tido espaços cada vez maiores nos estudos acadêmicos.

A literatura educacional tem refletido os diferentes pontos de vista, acerca deste tema, incluindo, como apresentado em Gentili (1996), onde existe a associação entre iniciativas educacionais e políticas neoliberais, bem como a valorização da avaliação como promotora de melhorias da qualidade da educação em Castro e Carnoy (1997), e o papel desempenhado pela avaliação, no acompanhamento de políticas educacionais, e na associação entre avaliação e promoção de políticas de equidade, apresentado por Castro (1999).

Para Arelaro et al (2006), as despesas públicas são consideradas como fator relevante na promoção do crescimento econômico, e do bem-estar social, onde o gasto público em educação destaca-se frente aos demais dispêndios, onde esses investimentos, contribuem para redução das desigualdades sociais, redução da concentração de renda e pobreza, bem como, eleva o nível de produtividade da mão de obra, constituindo, portanto, um importante instrumento para o desenvolvimento econômico e social de uma nação.

Nessa perspectiva, torna-se relevante o desenvolvimento de pesquisas, analisando a educação e os gastos sob a ótica da eficiência, e a relação existente entre os gastos e o rendimento escolar, fundamental para saber se a ação de aumentos nos gastos em educação seria suficiente para resolver os problemas nessa área.

Para Bertê, Borges e Brunet (2008), para que os gastos públicos com educação sejam eficazes, é necessário que o aumento dos gastos esteja acompanhado de mais critério e qualidade, visto que melhorias na educação, demandam investimentos de longo prazo, onde os gastos com educação devem proporcionar a eficiência e a igualdade nos sistemas de ensino, a fim de que, o desempenho e o desenvolvimento dos alunos possam se concretizar. O investimento educacional nas pessoas, finda tornando-se um fator decisivo para garantir o bem-estar humano. As habilidades individuais que são adquiridas pelas pessoas, são condicionantes básicas para se conseguir alcançar o progresso econômico.

A partir da década de 1960, e mais intensamente nas últimas décadas, pôde-se observar um crescente número de publicações, que tinham por objetivo, medir o desempenho dos sistemas educacionais, utilizando métodos paramétricos e não-paramétricos para estimar a função de produção ou fronteira eficiente da educação.

No Brasil, até os anos 1980, poucos eram os pesquisadores que se debruçavam sobre o financiamento da educação, sendo diminuta a quantidade de estudos e pesquisas voltados para a temática (VELLOSO, 2001).

Entretanto, em função do advento do fundo de manutenção e desenvolvimento do ensino fundamental e de valorização do magistério (FUNDEF), que durou de 1997 a 2006, e a criação do FUNDEB em 2007, com previsão de duração até 2020, ampliou-se consideravelmente o interesse pela pesquisa acerca do financiamento da educação no país, acompanhado do correspondente aumento da produção nessa área nas duas últimas décadas, onde estudos têm discutido ganhos, problemas e necessidade de modificações na sistemática aprovada, como em Araújo (2006), Callegari (2002; 2007) e Davies (2004; 2008).

Na literatura internacional, Lovell (2000) e Kalirajan e Shand (1999) fazem uma análise que, além dos estudos revelarem a ineficiência das unidades educacionais, os estudos podem mostrar os motivos da ineficiência, e quais caminhos se apresentam para a melhoria da eficiência.

Moesen e Persoon (2002) inserem um tema relevante com o desdobramento dos resultados, que seria apresentar a sociedade o retorno dos gastos públicos, se eficientes ou não, como forma de tornar a sociedade mais consciente do que ocorre com os gastos públicos.

No contexto de discussões na área educacional, transformações econômicas, políticas e sociais, e da formação de um consenso que colocaram o Governo Federal, como promotor do desenvolvimento nacional e fornecedor oficial da educação básica, e em um contexto de escassez e maior necessidade de racionalidade na utilização das finanças municipais, ganha

relevância o tema da produtividade dos gastos públicos e da eficiência escolar na rede pública de ensino, onde tem-se estudos como os de Silva (2015), Menezes-Filho (2007), Almeida e Gasparini (2011) e Zoghbi et al (2011), trabalhando a eficiência dos gastos públicos na educação.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo do trabalho é avaliar a eficiência dos gastos públicos com educação do Ensino Fundamental I (anos 1 a 5) nos 184 municípios pernambucanos, tendo como referência de estudo os resultados do IDEB dos anos de 2011 a 2017, a quantidade de matrículas dos municípios e os respectivos repasses pelo Governo Federal via FUNDEB nos respectivos anos.

1.1.2 Objetivos específicos

Alguns pontos específicos são necessários para uma análise mais robusta da pesquisa:

- ✓ Utilização da análise de clusters para separar os municípios com características similares e realoca-los em grupos homogêneos;
- ✓ Identificar a produtividade dos gastos públicos via índice de Malmquist através dos resultados obtidos no IDEB pelos municípios pernambucanos.

Além desta Introdução, o presente trabalho está estruturado da seguinte forma: na seção 2, é oferecida um Referencial Teórico sobre Bens Públicos, Avaliação e o Financiamento Público da Educação, e na seção 3, descrevem-se os métodos DEA, Malmquist e a Análise de Clusters. Na seção 4 são descritos os Resultados do estudo e na seção 5 as Considerações Finais do trabalho.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 BENS PÚBLICOS

Na década de 1960, muito se discutiu acerca da natureza dos bens públicos, os quais Samuelson (1966) definiu inicialmente como bens coletivos, que eram não excludentes com relação ao seu consumo, em oposição aos bens privados, onde o consumo de um indivíduo leva à subtração do consumo de outro indivíduo. Posteriormente, com a disseminação do uso da nomenclatura de bens públicos, em 1972 Samuelson defendeu seu ponto de vista, demonstrando que tinha utilizado anteriormente o termo bens coletivos e que, quando falava de bens públicos, não discorria sobre a produção pelo Estado, decorrendo a observação que os bens públicos são definidos pela sua natureza e não pela produção.

Para a microeconomia, bens públicos não são aqueles de domínio público e sim aqueles que possuem duas características: não são rivais e nem excludentes, ou seja, o fato de uma pessoa usar determinado bem não reduz a disponibilidade para outros, e as pessoas não são impedidas de usar esse bem. E, de acordo com a teoria, recursos privados são aqueles rivais, mas não excludentes, de modo que as pessoas não são impedidas de usá-los, mas o uso por uma pessoa pode prejudicar a disponibilidade para os demais (VARIAN, 2006).

O Estado é considerado um produtor de bens e serviços públicos, que não são atendidos em sua totalidade pelo mercado. A eficiência da ação governamental consistiria, neste caso, em otimizar o bem-estar econômico total, obtido pelo somatório das utilidades individuais, a partir de certa produção, e dados os critérios de equidade em vigor, com o papel do Estado reservado a tornar possível o funcionamento de uma economia de livre mercado.

Segundo a teoria tradicional do bem-estar social, sob certas condições, os mercados competitivos geram uma alocação de recursos inapta a atingir o ótimo de Pareto, em decorrência das distorções existentes já denominadas de falhas de mercado. Para uma aproximação da alocação Pareto eficiente, a teoria das finanças públicas salienta que, o governo deve intervir na economia com o objetivo de minimizar os efeitos das falhas inerentes ao sistema de mercado (GIAMBIAGI, 2008)

A alocação dos recursos por parte do governo, tem como principal objetivo, a oferta de bens e de serviços imprescindíveis à população, e que, devido à sua inviabilidade econômica, não são providos pelo sistema privado. As funções econômicas do Estado, quais sejam,

distributiva, estabilizadora e alocativa, dispõem a corrigir ou minimizar as divergências no âmbito da sociedade e de seus segmentos (SILVA, 2009).

De acordo com Riani (1997), para suprir esses bens e serviços públicos, além das características de não-rivalidade e não-exclusividade, é necessário também a indivisibilidade dos produtos e serviços, onde os bens indivisíveis são aqueles para os quais não se podem estabelecer preços via mercado. A existência de bens públicos puros explicita, a impossibilidade do mercado atender, a todas as necessidades da sociedade, tornando justificável a intervenção do Estado na economia.

Riani (1997) ainda comenta que os serviços de saúde e educação são considerados bens intermediários, pois estão entre os Públicos e Privados, e embora passíveis de serem produzidos pelo setor privado, tendo em vista as substanciais economias externas que estão associadas ao elevado do nível de educação e saúde de uma comunidade, a produção desses serviços pelo governo, com caráter gratuito ou a preços subsidiados, é considerada necessária. Nesse caso, a exemplo dos bens públicos, os recursos necessários à sua produção teriam que ser obtidos através da tributação, de forma a repartir os encargos pela sociedade, no qual Musgrave e Musgrave (1980) denominaram de meritórios ou semipúblicos.

Assim, a educação, apesar de não ser um bem público puro, pode ser objetivo de política pública a fim de melhorar a eficiência alocativa, com uma maior oferta de educação do que seria resultado do equilíbrio de mercado. E neste sentido, a Constituição brasileira, no seu artigo 5º, assegura a todo cidadão o direito a educação e no artigo 208, atribui ao Estado o dever de garantir a educação básica obrigatória e gratuita dos 4 (quatro) aos 17 (dezesete) anos de idade.

2.2 AVALIAÇÃO DA EDUCAÇÃO

No âmbito das políticas públicas, e no intuito de mensurar o nível do conhecimento adquirido, fez-se necessário uma análise no Brasil e no mundo, do desenvolvimento educacional que os alunos vem apresentando nos últimos anos.

No contexto mundial, o Programme for International Student Assessment (PISA), da Organização para Cooperação e Desenvolvimento Económico (OCDE), é o instrumento utilizado mundialmente para verificar o nível da qualidade e do aprendizado dos alunos.

Oficialmente lançado em 1997, o PISA é um estudo internacional, de avaliação comparada, que, sob a égide da OCDE, avalia a cada três anos o desempenho de mais de um milhão de estudantes, de 15 anos de idade (Turner, 2006; OCDE, 2007), contando com mais de

60 países participantes, incluindo os 30 países da OCDE (OCDE, 2007), onde o estudo assenta em três áreas específicas do conhecimento: a leitura, a matemática e as ciências.

De acordo com o Relatório da OCDE (2016), o setor público do Brasil gasta 5,4% do PIB em educação, acima da média dos países América Latina (4,2%), da Coreia (4,7%), dos Estados Unidos (4,7%), e acima do padrão médio do gasto público com educação dos países que compõem a OCDE, 4,7%.

A Tabela 1 a seguir, apresenta os resultados dos principais países e a média dos membros da OCDE no exame do PISA em 2015.

Tabela 1 - Resultado do PISA por área, para o ano 2015

País	Leitura	Ciência	Matemática
Coreia do Sul	517	516	524
Suécia	500	493	494
França	599	495	493
Canadá	527	528	516
OCDE	493	493	490
Estados Unidos	497	496	470
Chile	459	447	423
México	423	415	413

Fonte: OCDE (2016) - elaboração própria

De acordo com o resultados do Pisa entre 2000 e 2015, os dados do Quadro 1 a seguir, mostram uma evolução da média do Brasil nas três áreas avaliadas: Ciências, Leitura e Matemática. Porém, de acordo com o relatório, o desempenho dos alunos no Brasil está abaixo da média dos alunos dos países participantes OCDE, onde em ciências a média é de 493 pontos, em leitura é 493 e em matemática, 490 pontos, conforme apresentado na Tabela 1.

Quadro 1 – Resultados do Brasil no PISA

Dados	2000	2003	2006	2009	2012	2015	2018
Alunos Participantes	4.893	4.452	9.295	20.127	19.204	23.141	10.961
Leitura	396	403	393	412	407	407	413
Matemática	334	356	370	386	389	377	384
Ciências	375	390	390	405	402	401	404

Fonte: MEC - 2019

Ainda de acordo com o Relatório, o PIB per capita do Brasil (USD 15.893), corresponde a menos da metade da média do PIB per capita nos países da OCDE (USD 39.333). O gasto acumulado por aluno entre 6 e 15 anos de idade no Brasil (USD 38.190) equivale a 42% da

média do gasto por aluno em países da OCDE (USD 90.294). Esta proporção correspondia a 32% em 2012.

Aumentos no investimento em educação precisam agora ser convertidos em melhores resultados na aprendizagem dos alunos. Outros países, como a Colômbia, o México e o Uruguai obtiveram resultados melhores em 2015 em comparação ao Brasil, muito embora tenham um custo médio por aluno inferior. O Chile, com um gasto por aluno semelhante ao do Brasil (USD 40.607), obteve uma pontuação melhor nas 3 áreas do conhecimento (459, 423 e 447 pontos).

No intuito de identificar os resultados da educação básica do Brasil, foi criado em 2007 o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB), que reúne, em um só indicador, os resultados de dois conceitos igualmente importantes para a qualidade da educação: o fluxo escolar e as médias de desempenho nas avaliações.

O IDEB consiste em um indicador sintético de desenvolvimento educacional composto por rendimento (taxa de aprovação) e desempenho – a partir dos resultados de avaliações externas em leitura e resolução de problemas. Como o cálculo envolve bom desempenho nas provas, para obter melhor Índice, a escola precisa não apenas aprovar, mas também garantir que os alunos apresentem melhores resultados nos exames, o que implica no desenvolvimento de ações voltadas para as aprendizagens.

O IDEB é calculado a partir dos dados sobre aprovação escolar, obtidos no Censo Escolar, e das médias de desempenho nas avaliações do INEP, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) – para as unidades da federação e para o país, e a Prova Brasil, para os municípios. O IDEB agrega ao enfoque pedagógico, dos resultados das avaliações em larga escala do INEP, a possibilidade de resultados sintéticos, facilmente assimiláveis, e que permitem traçar metas de qualidade educacional para os sistemas.

A seguir, o Quadro 2 apresenta a nota obtida no IDEB nos anos de 2011 a 2017 pelo Brasil nos anos iniciais (1º ao 5º ano de ensino), envolvendo as redes públicas e privadas, e as respectivas metas de desempenho.

Quadro 2 – Notas e metas do IDEB 2011 - 2017

Região	Notas do 1º ao 5º ano				Metas do 1º ao 5º ano					
	2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017	2019	2021
Total	5.0	5.2	5.5	5.8	4.6	4.9	5.2	5.5	5.7	6.0
Estadual	5.1	5.4	5.8	6.0	4.7	5.0	5.3	5.6	5.9	6.1
Municipal	4.7	4.9	5.3	5.6	4.2	4.5	4.8	5.1	5.4	5.7
Privada	6.5	6.7	6.8	7.1	6.6	6.8	7.0	7.2	7.4	7.5
Pública	4.7	4.9	5.3	5.5	4.4	4.7	5.0	5.2	5.5	5.8

Fonte: Portal do MEC – elaboração própria

De acordo com os resultados do IDEB e suas metas apresentadas no Quadro 2, verifica-se que todos os setores da educação estão atingindo as metas estabelecidas biênio a biênio. A rede pública, porém, possui notas e metas muito abaixo que a rede privada, evidenciando uma distância persistente entre os dois setores da educação, desde o início da implementação do programa. Enquanto a meta da rede pública para 2021 é de 5.9, as unidades escolares privadas superaram essa nota no início da implementação e segue com bons índices desde 2011.

Uma análise simples dos dados das quatro últimas edições do IDEB, nos últimos 09 anos, indica evolução do Índice nas séries iniciais do ensino fundamental, de acordo com as metas estabelecidas quando de sua criação. A meta estabelecida para o ensino fundamental está dimensionada pela busca de um padrão de qualidade referenciado na experiência internacional, traduzido pela nota 6,0, a ser atingida em 2021.

Cabe considerar que a qualidade expressa pelo Índice compreende dois aspectos específicos do processo educacional: aprovação e desempenho em provas. Trata-se de uma noção importante ao se pensar o panorama da educação nacional, que efetivamente contempla multiplicidade de aspectos. Tais considerações se relacionam a questões de natureza técnica, que não deixam de estar atreladas ao plano político.

Fato é que a criação do Índice e de iniciativas de avaliação externa relacionadas, desencadearam efeitos na gestão educacional — tanto no nível de sistemas de ensino, quanto no escolar — e também na pesquisa acadêmica, que procura interpretar como tal movimento se insere na busca por melhoria da qualidade da educação no país. Essa é uma questão sensível e que passa, no âmbito macro político, pelos processos de desenvolvimento, democratização e cidadania.

2.3 FINANCIAMENTO DA EDUCAÇÃO

No Brasil, nos últimos anos, o governo federal vem ampliando os recursos destinados à educação. Em 1996, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Lei no 9.394/1996) estabeleceu as porcentagens mínimas de investimentos que a União, os Estados, o Distrito Federal e os Municípios deveriam destinar à manutenção e ao desenvolvimento do ensino público.

Segundo o Título IV, artigos 8º até o 20º da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – Lei Nº 9.394/96 (LDB), as instituições públicas e privadas estão ao cargo da União, dos Estados, do Distrito Federal e dos Municípios na seguinte distribuição:

- ✓ **União (Federal):** é responsável pelas instituições de educação superior, criadas e mantidas pelos órgãos federais de educação e também pela iniciativa privada;
- ✓ **Estados e o Distrito Federal:** cuidam das instituições estaduais de nível fundamental e médio dos órgãos públicos ou privados. Alguns estados também possuem em seu escopo instituições de nível superior;
- ✓ **Municípios:** são responsáveis, principalmente, pelas instituições de ensino infantil e fundamental, porém, cuidam também de instituições de ensino médio mantidas pelo poder público municipal. Pode optar por se integrar ao sistema estadual de ensino ou compor com ele um sistema único de educação básica.

Em 1996, foi criado o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento do Ensino Fundamental e de Valorização do Magistério (FUNDEF), para um período de 10 anos, por meio da Emenda Constitucional nº 14 e regulamentado pela Lei 9.424/96, que tinha como objetivo inserir todas as crianças acima de 7 anos na escola e que os professores tivessem melhores salários e incentivos para a capacitação.

Em 2007, em substituição ao FUNDEF, foi criado o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação (FUNDEB), sendo instituído pela Emenda Constitucional nº 53, de 19 de dezembro de 2006 e tem por objetivos contribuir para a universalização da educação básica, promover a equidade, melhorar a qualidade do ensino e valorizar os profissionais da educação (BRASIL. Ministério da Educação, 2019).

Para se analisar o financiamento da educação e sua eficiência e produtividade, precisa-se compreender como ocorreu a participação do Setor Público e como houve a implantação do FUNDEF e sua substituição pelo FUNDEB. Desde a aprovação do FUNDEF, importantes estudos foram discutidos nos âmbitos dos ganhos, problemas e necessidade de modificações na sistemática aprovada como em Araújo (2006), Pinto (2002) e Sena (2006) que convergem ao apontar ganhos no Ensino Fundamental, promovidos pela aprovação do FUNDEF, que também apresentam questões como indução à municipalização, desresponsabilização da União e incapacidade para promover a redução das desigualdades regionais.

O FUNDEF comportava apenas o ensino fundamental, de 1997 a 2006, sendo que, nos cinco primeiros anos, deveria ocorrer o ajuste progressivo das contribuições, garantindo um valor por aluno que proporcionasse um padrão mínimo de qualidade. A seguir tem-se um quadro-resumo (Quadro 3) da estrutura tributária do Fundo:

Quadro 3 - Tributação do FUNDEF

Unidade Federativa	Legislação
União	30% dos 18% da arrecadação dos impostos da União destinados à Educação; Complementação para os Estados que não atingirem o mínimo igual à média nacional;
Estados e Distrito Federal	15% do ICMS devido ao Distrito Federal e aos Estados (art. 155, inciso II da Constituição Federal);
	15% do FPE (art. 159, inciso I, alínea a da Constituição Federal e Lei 5.172 de 25 de outubro de 1966);
	15% do IPI-X (art. 159, inciso II da Constituição Federal e lei complementar nº 61, 26/12/1989)
	15% da renúncia fiscal proveniente da Lei Kandir – 87/1996
Municípios	15% do ICMS (art. 158, inciso IV da Constituição Federal);
	15% do FPM (art. 159, inciso I, alínea b da Constituição Federal e lei nº 5.172 de 25/12/1966).
	15% da renúncia fiscal proveniente da Lei Kandir – 87/1996

Fonte: Elaboração própria conforme CF de 1988 e EC 14/1996

Para Melchior (1997), o fundo intensificava o processo de correção das desigualdades com a complementação dos Fundos que não atingissem o mínimo per capita por aluno, estipulado nacionalmente com a tendência de favorecer Estados e Municípios das regiões mais carentes, sendo, contudo, a principal medida, a de vincular 60% dos seus recursos para os salários dos professores.

Segundo Amaral (2001), o principal objetivo do FUNDEF era redistribuir entre municípios de um estado da federação os recursos já existentes para a educação fundamental, a partir da prefixação de um custo médio anual, nacional, do aluno. O FUNDEF previa o aporte de recursos federais para aqueles Estados que não conseguissem, com seus próprios recursos, atingir este custo médio nacional.

De acordo com Guimarães (2004), o impacto da municipalização ocorreu principalmente nos Estados com grande número de matrículas estaduais, devido ao grau de dependência financeira dos Municípios e ao caráter confiscatório do FUNDEF.

Para Callegari (2002), na visão dos Estados e Municípios, o aluno deixa de ser apenas um fator de despesa e torna-se um fator de receita, uma vez que, municípios com menor número de alunos, viram seus recursos transferidos para o Estado por meio da composição do FUNDEF e o valor redistribuído proporcionalmente ao número de alunos matriculados. Já Arretche (2002) observa que o rápido processo de municipalização explica-se em grande parte pelo interesse dos municípios em aumentar suas receitas.

Nesse aspecto, Davies (2004) e Pinto (2006) apontam para a necessidade da superação deste debate na área educacional, sendo necessário o acréscimo de recursos para a melhoria da qualidade do ensino, e não apenas para geração de receitas para estados e municípios, de forma a melhorar a educação no aspecto qualitativo e não apenas no quantitativo de matrículas.

Uma vez que o financiamento da educação está previsto na Constituição Federal de 1988, e que a implantação do FUNDEF ocorreu por meio da Emenda Constitucional nº 14 e regulamentação pela Lei 9.424/96, por 10 anos, uma nova Emenda Constitucional era necessária para a continuidade ou criação de um novo mecanismo que financiasse a educação, sendo então criado em 2007 o FUNDEB, através da Emenda Constitucional nº 53/2006.

Além dos impostos e transferências que já faziam parte do FUNDEF, como o ICMS (Imposto sobre Circulação de Mercadoria e Serviços), FPE e FPM (Fundos de Participação dos Estados e Municípios, respectivamente), IPI – Exportação (Imposto sobre o produto Industrializado – voltados para a exportação) e LC 87/96(Lei Complementar), o FUNDEB incorporou outros três: IPVA (Imposto sobre a Propriedade de Veículos Automotores), ITCMD (Imposto sobre Transmissão Causa Mortis e Doação), e o ITR (Imposto sobre a Propriedade Territorial Rural), no qual, o percentual da subvinculação subiu de 15% para 20% dos recursos arrecadados com os impostos e transferências, agregando ainda a inclusão de todas as modalidades do ensino básico.

O Quadro 4, a seguir, apresenta um resumo da participação tributária ao financiamento do FUNDEB, e a integração das matrículas de todas as modalidades da Educação Básica do Brasil, demonstrando que os impostos advindos do FUNDEF tiveram incrementos anuais durante os três primeiros anos, até comporem a faixa dos 20%, e os novos impostos, com o mesmo ciclo, iniciaram com 6,66% no primeiro ano, 13,33% no segundo ano, findando a tributação estabelecida pela legislação de 20% de recolhimentos das receitas para o FUNDEB. Ainda no Quadro 4, temos a evolução da inserção das demais modalidades de ensino a serem beneficiárias pelo novo Fundo, além do Ensino Fundamental, já abarcado pelo FUNDEF, que

no mesmo molde dos tributos, tiveram 3 períodos anuais, até o estabelecimento de 100% das modalidades.

Quadro 4 – Estrutura do FUNDEB

FUNDEB – 2007				
Duração	De janeiro/2007 a dezembro/2020			
Níveis de Ensino	Educação Infantil			
	Fundamental Regular			
	Médio Regular			
	Educação Especial			
	EJA			
Recursos e projeções	Origem	1º ano (%)	2º ano (%)	3º ano (%)
	ICMS	16,66	18,33	20,00
	FPE/FPM	16,66	18,33	20,00
	IPI/Exp.	16,66	18,33	20,00
	Lei Kandir (LC n° 87/96)	16,66	18,33	20,00
	ITR	6,66	13,33	20,00
	IPVA	6,66	13,33	20,00
	ITCMD	6,66	13,33	20,00
Integração das Matrículas	Níveis e Modalidade de Ensino	1º ano (%)	2º ano (%)	3º ano (%)
	Educação Infantil			
	Creche	33,33	66,66	100
	Pré-Escola	33,33	66,66	100
	Ensino Fundamental	100	100	100
	Anos Iniciais (Urbana)	100	100	100
	Anos Iniciais (Rural):	100	100	100
	Anos Finais (Urbana)	100	100	100
	Anos Finais (Rural)	100	100	100
	Ensino Médio			
	Regular	33,33	66,66	100
	Educação Especial			
	Fundamental	100	100	100
	Médio	33,33	66,66	100
	EJA	33,33	66,66	100

Fonte: Elaboração própria, conforme CF de 88 e EC 53/2006

Diante disto, todas as etapas e modalidades da educação básica pública, não apenas o Ensino Fundamental, passaram a contar com um mecanismo regular de financiamento, permitindo uma melhor integração entre a educação infantil com o nível fundamental e, deste, com o ensino médio. Além disso, fica facilitada a articulação cooperativa de equipes profissionais, que atuam em diferentes níveis, ao passo que permite uma maior dinâmica participativa das famílias e da comunidade.

Para Saviani (2008), nesta nova sistemática de financiamento da educação básica, entram, proporcionalmente, mais alunos do que verbas, minando o efeito positivo da ampliação dos recursos do FUNDEB, propalado pelo governo federal, devido ao incremento das demais estruturas da Educação Básica.

Davies (2008) argumenta que o impacto positivo do acréscimo, a partir do terceiro ano, de 5% (de 15% para 20%) dos impostos do FUNDEF (ICMS, FPE, FPM, IPI – Exportação e

LC 87/96), que são os mais vultosos, e de 20% de dos novos tributos (IPVA, ITCMD e ITR), que não representam volumes proporcionalmente significativos em termos nacionais, seria bastante reduzido ou mesmo anulado pela inclusão das matrículas de educação infantil, EJA e ensino médio.

2.4 REVISÃO DA LITERATURA

Na última década, pode-se observar, um grande número de publicações, com o objetivo de mensurar se os gastos públicos em educação tinha eficiência, e se gerava qualidade no ensino de forma satisfatória, utilizando diversos métodos estatísticos e matemáticos, para estimar a função de produção ou Fronteira Eficiente de educação.

A seguir, tem-se alguns trabalhos realizados sob a ótica da eficiência dos gastos públicos na educação, e seus resultados.

Belloni (2000), em sua tese de doutorado, construiu uma metodologia DEA na avaliação da eficiência produtiva de Universidades Federais Brasileiras, e Hanushek e Luque (2002), utilizando Funções de Produção, trabalharam com eficiência e equidade em escolas no mundo, e os resultados das análises das funções de produção educacional dentro de uma faixa de países desenvolvidos e em desenvolvimento, mostraram problemas gerais com a eficiência do uso dos recursos em ambas as faixas, descartando as ideias que os efeitos são ditados por variações relacionadas ao nível de renda do país, seja por níveis de recursos nas escolas, ou por políticas escolares que envolvam aplicação compensatória de recursos.

Silva et al (2015), enfatizando o contexto do New Public Management e de accountability, buscou identificar, os municípios brasileiros que apresentaram os melhores e piores níveis de eficiência técnica na aplicação de recursos públicos em educação, observados durante oito anos, agrupados em quatro biênios, no qual foi Identificado que apenas 5% dos municípios obtiveram resultados tecnicamente eficientes, indicando a necessidade de mais investimentos na educação pública brasileira e uma melhor gestão dos recursos.

Menezes-Filho (2007) examinou o desempenho dos alunos da 4ª e 8ª séries do ensino fundamental e da 3ª série do ensino médio nos testes de proficiência em Matemática no Brasil, mostrando uma heterogeneidade muito grande nas notas dentro de cada estado, com escolas muito boas e muito ruins dentro da mesma rede. Os exercícios econométricos mostraram que, as variáveis que mais explicaram o desempenho escolar foram, as características familiares, tais como educação da mãe e presença de computador em casa, e do aluno, como atraso escolar,

reprovação prévia, número de livros e trabalho fora de casa. Uma variável importante foi a idade de entrada no sistema escolar, onde os alunos que fizeram pré-escola tiveram um desempenho melhor em todas as séries do que os que entraram a partir da 1ª série. Segundo o autor, isto indica que investimentos públicos na pré-escola podem ser portas de entrada para um futuro mais eficiente.

Almeida e Gasparini (2011), realizaram um estudo de eficiência e qualidade dos gastos públicos em educação para os municípios do estado da Paraíba, usando o DEA, com o intuito de verificar quais as cidades mais e menos eficientes, na oferta do serviço educacional, e os resultados indicaram que os municípios menores são os que apresentaram uma situação inferior, e os maiores centros do Estado, aparentemente, influenciavam positivamente a performance dos municípios vizinhos.

Zoghbi et al (2011), avaliaram a eficiência relativa dos municípios Paulistas com gastos em educação fundamental em 2005, utilizando a metodologia Free Disposable Hull (FDH), para construção da fronteira de eficiência, observando-se que para alguns municípios, o desperdício é extremamente elevado, e ao verificar o ranking dos municípios por grupos populacionais, para o indicador médio como IDEB, o grupo mais populoso, com mais de 100 mil habitantes, foi o mais eficiente, e o menos populoso, com até 5 mil habitantes, foi o menos eficiente. Foi realizada também uma análise sobre a relação entre eficiência e municipalização, e verificou-se que os municípios que possuem a rede de ensino mais municipalizada, tendem a buscar excelência e eficiência em termos de desempenho dos alunos, explorando trade-off entre taxa de retenção e o desempenho médio.

Pena et al (2012) trataram da evolução da produtividade e da eficiência dos gastos com ensino, feitos pelos municípios Goianos, nos anos de 2005, 2007 e 2009, por meio do Índice de Produtividade de Malmquist combinado com o DEA, e da técnica de Cadeias de Markov, revelaram progressos nos níveis de produtividade, com suas causas relacionadas a variação positiva da eficiência produtiva e das mudanças tecnológicas. Mostraram também que, se as redes de ensino mantiverem a dinâmica apresentada no período analisado, o número inicial de estados de eficiência devem ser mantidos.

D'Abreu e Wilbert (2013), avaliaram a eficiência dos gastos públicos com educação fundamental dos municípios alagoanos, identificando os municípios mais e menos eficientes, por meio da Análise Envoltória de Dados (DEA), e identificaram nos municípios ineficientes, aqueles com as piores condições de partida, em termos de riqueza média e nível educacional, e que gastaram pouco por aluno matriculado. Já os municípios eficientes, foram aqueles com a

melhor condição de partida em termos de PIB per capita e que apresentaram elevados gastos por aluno.

Almeida e Silva (2012), avaliaram a eficiência e a dinâmica da produtividade dos gastos no ensino fundamental dos municípios do Rio Grande do Norte nos anos de 2005 e 2011, com a finalidade de visualizar a trajetória e a convergência dos índices de eficiência alcançado pelos municípios em análise. Os resultados alcançados com o método DEA e o índice de Malmquist, evidenciaram que os alguns municípios apresentaram uma boa evolução, porém, os dados gerais não apresentaram uma tendência de convergência no longo prazo, entre os eficientes e ineficientes, devido as praticas administrativas divergentes entre eles.

Junior et al (2016), estudaram o nível de eficiência e ineficiência técnica das escolas públicas dos estados do Nordeste, que através do DEA encontraram resultados de eficiência maiores em anos iniciais de estudos que nos anos finais, e utilizando o modelo de Regressão Tobit, encontraram que 37% dos alunos dos anos iniciais (de 0 a 5 anos) convivem com responsáveis analfabetos e com saneamento inadequado, influenciando o desempenho escolar.

De modo geral, sejam acadêmicas ou não, as pesquisas têm sido condicionadas, ainda em graus diferentes, pelas dificuldades próprias à investigação de políticas públicas educacionais. A complexidade desse empreendimento é bem conhecida, pois não escapa à injunção de se lidar com uma matéria difusa, múltipla, móvel que, sobretudo, requer disposição e coragem de prescindir do distanciamento temporal necessário à observação mais acurada da realidade

3 METODOLOGIA

3.1 O MÉTODO DEA

A partir dos trabalhos de Koopmans (1951), Debreu (1951) e Farrel (1957), técnicas não-paramétricas vêm sendo utilizadas para avaliar eficiência operacional de um projeto, que descreve combinações possíveis, que maximizam o produto (output), que pode ser obtido com determinada quantidade necessária de insumo (input), e que se altera com o nível de tecnologia empregada.

O estudo de Koopmans (1951), apresenta o modelo estático de tecnologia da produção, onde um input pode assumir a forma de fatores de produção primários e intermediários, e a produção assume a forma de produtos finais, onde o insumo tem como característica a capacidade de expansão ou redução proporcional constante. Isso implica retornos constantes de escala para cada insumo individualmente selecionado. Debreu (1951), por sua vez, apresentou o conceito de quantidade de insumos não perfeitamente divisíveis e, por conta disso, o conceito de eficiência por economia de escala (retornos crescentes).

Farrel (1957), ampliou o estudo desenvolvido por Debreu (1951) apresentando o conceito de eficiência alocativa (qualidade dos insumos e da gerência desses insumos), definindo, então, a eficiência na teoria da produção, como sendo o resultado entre eficiência técnica e eficiência alocativa.

Entretanto, foi a partir da década de 70, que houve grande progresso na aplicação dessas técnicas, visto que, sob o aspecto gerencial, os seus resultados revelaram-se mais expressivos que os obtidos através da abordagem paramétrica tradicional. Assim, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) generalizaram os estudos de Farrel, tanto no sentido de trabalhar com múltiplos recursos e múltiplos resultados, quanto na obtenção de um indicador que atendesse ao conceito de eficiência de Koopmans. Essa generalização deu origem a uma técnica de construção de fronteiras de produção e indicadores da eficiência produtiva conhecida como DEA (Data Envelopment Analysis).

A origem do DEA localiza-se em um trabalho voltado para a avaliação da eficiência de programas escolares especiais no estado do Texas, nos Estados Unidos (CHARNES, COOPER; RHODES, 1978), onde verificou-se, se cada unidade opera de maneira adequada ou não, relativamente a um elenco específico de recursos utilizados, e de resultados obtidos, em

comparação com unidades consideradas similares por seus administradores, sem a necessidade, de conhecer a priori, qualquer relação de importância (pesos) entre as variáveis consideradas.

A metodologia foi desenvolvida para determinar a eficiência de unidades produtivas, onde não seja relevante ou não se desejava considerar o aspecto financeiro, dispensando assim, a conversão de todos os insumos e produtos em unidades monetárias, e sua atualização para valores presentes. O trabalho informou ainda que o interesse está centrado na tomada de decisões por entidades sem fins lucrativos, em vez de empresas e indústrias, e enfatizava que os dados não foram ponderados pela referência aos preços de mercado.

A definição de eficiência, da qual faz uso a teoria econômica, não diverge muito do conceito utilizado nas demais ciências sociais aplicadas. Tanto na Administração quanto na Economia, a eficiência refere-se à otimização de recursos e à ausência de desperdício. Assim, a eficiência se dá pela utilização máxima dos recursos existentes, para satisfazer as necessidades e os desejos de indivíduos e organizações (VARIAN, 1992).

Em virtude do estudo da eficiência e da fronteira de eficiência, faz-se necessário a apresentação e definição dos termos, fortemente ligados ao aspecto de desempenho, como eficácia, eficiência e produtividade, que segundo Sandroni (2005) são definidos como:

- ✓ Eficácia: Fazer o que precisa ser feito para alcançar determinado objetivo, não levando em consideração os recursos utilizados;
- ✓ Produtividade: utilização eficiente dos recursos, tendo em vista alcançar a máxima produção na menor unidade de tempo e com os menores custos e insumos utilizados;
- ✓ Eficiência: Capacidade de atingir o rendimento máximo com os recursos disponíveis, sendo dividida em eficiência de escala e eficiência técnica;
- ✓ Eficiência de Escala: A eficiência que está ligada ao tamanho da produção de cada unidade analisada, ou seja, quanto maior for a quantidade for a produtividade em termos brutos, ou seja, enormes quantidades de inputs e outputs, maior será a sua eficiência produtiva em termos de escala;
- ✓ Eficiência Técnica: É quando desconsideramos a eficiência de escala na eficiência total, ou seja, a soma da eficiência técnica com a eficiência de escala, nos fornece a eficiência total.

O método DEA permite uma análise da eficiência sob duas perspectivas: a do produto e a do insumo. De acordo com Ferreira e Gomes (2012) e Cooper, Seiford e Tone (2007), o

modelo será considerado orientado ao insumo, quando busca minimizar a quantidade de insumos utilizadas, mantendo a produção no mesmo patamar. Já os modelos orientados ao produto, buscam com a mesma quantidade de insumo, melhorar (ou maximizar) a quantidade produzida.

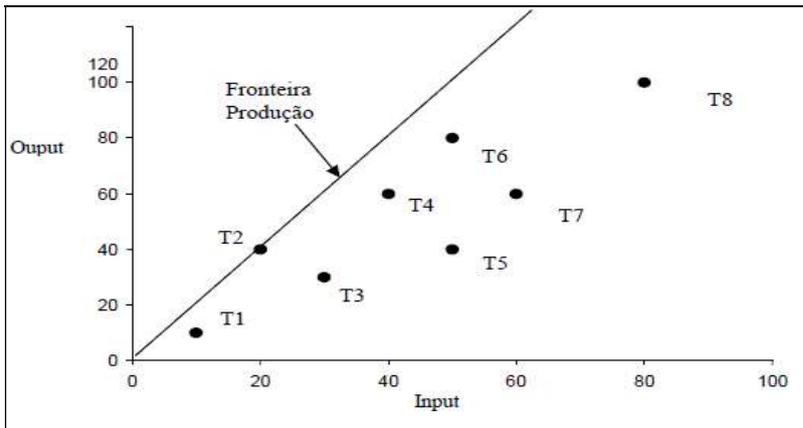
Para Ferreira e Gomes (2012), o principal indicador de desempenho de uma Unidade Tomadora de Decisão (DMU – Decision Making Unit) é a produtividade, que mede o quanto se consegue produzir, em termos de *output*, com uma quantidade unitária de *input*, podendo ser mensurado de duas maneiras: (a) por meio de índices de produtividade parciais (Produtividade Parcial dos Fatores - PPF), que se baseiam em um único *input* e um único *output*; ou (b) por meio de índices de produtividade totais (Produtividade Total dos Fatores - PTF), que tentam levar em conta todas as dimensões de desempenho possíveis.

As curvas de produção, são a base da análise de eficiência, e as considerações em torno destas curvas buscam encontrar, a relação existente entre insumos e produtos. As seguintes hipóteses são consideradas para as relações entre insumos e produtos, conforme a literatura de Varian (2006).

- ✓ Retornos Constantes de Escala: Acréscimos de insumos aumentam proporcionalmente o resultado da produção;
- ✓ Retornos Decrescentes de Escala: Acréscimos de insumos aumentam menos que proporcionalmente o resultado da produção;
- ✓ Retornos Crescentes de Escala: Acréscimos de insumos aumentam mais que proporcional o resultado da produção.

O modelo de Retornos Constantes de Escala fornece a eficiência total para cada unidade analisada, onde não se separam as eficiências técnica e de escala. Este modelo considera que os produtos variam proporcionalmente aos insumos. A Figura 1 a seguir, ilustra as unidades eficientes e ineficientes sob o aspecto constante a escala, onde os pontos sobre a reta são eficientes e os abaixo da reta são ineficientes.

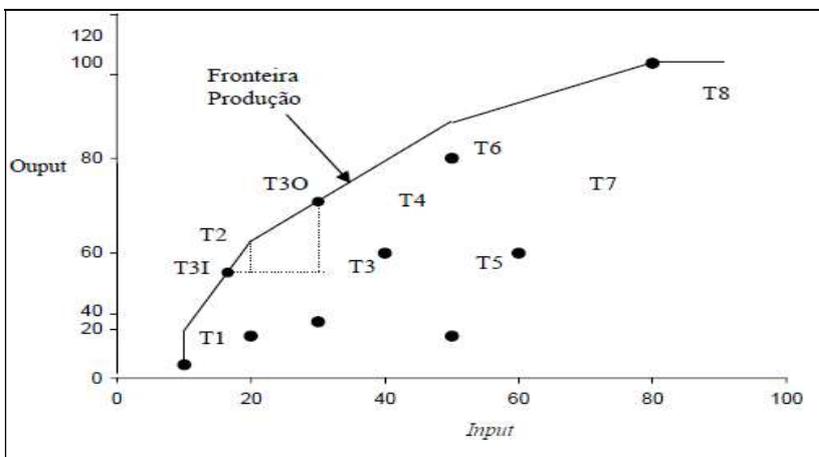
Figura 1 – Retorno Constante de Escala



Fonte: Lins e Meza (2000)

O modelo de retornos variáveis de escala, considera a variação dos produtos de forma crescente, onde os produtos crescem mais que proporcionalmente os insumos, e decrescente, onde os produtos crescem menos que proporcionalmente os insumos e o constante. A Figura 2 apresenta a curva para retornos variáveis de escala, onde conforme os rendimentos mudam, a curva muda, abarcando um maior número de unidades eficientes.

Figura 2 – Retorno variável de escala



Fonte: Lins e Meza (2000)

3.1.1 Os modelos DEA

O modelo inicial ficou conhecido como CCR, em função das letras iniciais dos nomes dos autores, e descreve a tecnologia da produção com base em retornos constantes de escala de produção, apresentando apenas eficiência técnica. Banker, Charnes e Cooper (1984), generalizaram a formulação inicial da DEA-CCR para que exibissem retornos variáveis à escala

de produção, onde este novo modelo DEA ficou conhecido como BCC, também, em função das letras iniciais dos nomes dos autores. O modelo DEA-BCC indica a eficiência produtiva tecnológica, distinguindo a eficiência técnica da eficiência de escala.

Para formalização dos modelos foi seguida a estrutura proposta por Cooper, Seiford, Zhu (2011). Sendo assim, assume-se que há n DMUs (Unidades Tomadoras de Decisão), para serem analisadas. Cada DMU consome quantidades distintas de m diferentes inputs, para produzir s diferentes outputs. Mais especificamente, a DMU_k consome x_{ik} do input i , e produz y_{jk} do output j . Além disso, considera-se $x_{ik} \geq 0$, e $y_{jk} \geq 0$.

3.1.2 O modelo DEA-CCR

A hipótese de retornos constantes de escala, já mencionado anteriormente, considera que os *outputs* variam proporcionalmente aos *inputs* em todas as regiões da fronteira, onde o modelo fornece uma eficiência total, que não separa a eficiência técnica dos ganhos ou perdas de escala. Cooper, Seiford e Tone (2007) mostram que, os modelos visam à minimização dos *inputs* ou a maximização dos *outputs* de forma separada, sendo que os modelos orientados aos *inputs* procuram determinar, dado o atual nível de *outputs*, para quanto os *inputs* poderiam ser reduzidos, e os modelos orientados aos *outputs* procuram determinar, dado o atual nível de *inputs*, para quanto os *outputs* poderiam ser aumentados.

De acordo com Lins e Meza (2000), existem duas formas de se representar o DEA na forma de programação Linear, o problema primal, na forma dos multiplicadores e o Dual, na forma do envelope. A forma dos multiplicadores permite que, além da eficiência, se obtenham os pesos de cada *input* e de cada *output*. A forma do envelope, por outro lado, permite que se obtenham as metas a serem atingidas e as unidades que servem de *benchmarks* para as unidades ineficientes.

Para o problema dos multiplicadores (primal), o Quadro 5 a seguir apresenta as fórmulas orientadas aos inputs e outputs:

Quadro 5 – Modelo dos multiplicadores – Input e Output

Modelo	Forma dos multiplicadores
<p style="text-align: center;">CCR (orientado ao Input)</p>	$\text{Max } z_0 = \sum_{j=1}^s u_j y_{j0}$ <p>Tal que:</p> $\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} \leq 0, \text{ para } k = 1, \dots, n$ $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$ $u_i, v_j \geq 0, \forall x, y$
<p style="text-align: center;">CCR (orientado ao Output)</p>	$\text{Min } q_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0}$ <p>Tal que:</p> $\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} \leq 0, \text{ para } k = 1, \dots, n$ $\sum_{j=1}^s u_j y_{j0} = 1$ $u_i, v_j \geq 0, \forall x, y$

Fonte: Cooper, Seiford, Zhu (2011)

Onde u_i e v_j são, respectivamente, os pesos dos inputs i , (sendo $i = 1, \dots, m$), e outputs j , (com $j = 1, \dots, s$). Os pesos representam a importância relativa de cada variável no conjunto de fatores. Conforme se verifica nesta formulação, os *inputs* e *outputs* são multiplicados por pesos. O problema a ser resolvido pela DEA, é justamente a determinação dos valores desses pesos, visando à maximização da eficiência.

O modelo do envelope, de acordo com Lins e Meza (2000), foi utilizado com o intuito de fornecer mais informações sobre cada DMU analisada na DEA, com objetivo de possibilitar a identificação daquelas DMUs dadas no modelo dos multiplicadores como eficiente, se de fato elas eram eficientes, e quais delas seriam benchmarks para as ineficientes. O modelo trouxe também a possibilidade de identificar desperdícios produtivos, sendo eles nomeados de “folgas”, os quais seriam valores adicionados as DMUs, podendo torná-las em falsas eficientes, ou seja, uma DMU que obtém o valor “1” em sua eficiência relativa no modelo dos

multiplicadores, era considerada eficiente, mais no modelo do envelope, é possível identificar se essa eficiência é realmente válida.

A seguir tem-se o Quadro 6, com as formulações do modelo do Envelope orientado aos inputs e outputs:

Quadro 6 – Modelo do Envelope – Input e Output

Modelo	Forma do envelope
<p style="text-align: center;">CCR (orientado ao <i>input</i>)</p>	$\text{Min } \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^s s_j^+ \right)$ <p>Tal que:</p> $\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = \theta x_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, m;$ $\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + s_j^+ = y_{j0} \quad j = 1, 2, \dots, s;$ $\lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n$
<p style="text-align: center;">CCR (orientado ao <i>output</i>)</p>	$\text{Max } \varphi + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^s s_j^+ \right)$ <p>Tal que:</p> $\sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- = x_{i0} \quad i = 1, 2, \dots, m;$ $\sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + s_j^+ = \varphi y_{j0} \quad j = 1, 2, \dots, s;$ $\lambda_k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, n$

Fonte: Cooper, Seiford, Zhu (2011)

Além dos parâmetros já inseridos no modelo dos multiplicadores, tem-se ainda, θ , que representa a eficiência técnica obtida no modelo dos multiplicadores orientado ao input, φ a eficiência obtida no modelo dos multiplicadores orientado ao output; λ_k o valor atribuído a contribuição de cada DMU_k , para as unidades que estão sendo analisadas para a eficiência, e s_i^- e s_j^+ que representam as “folgas” para os inputs e os outputs respectivamente. De acordo com Ferreira e Gomes (2012), a variável s_i^- representa o excesso de utilização de insumos que devem ser reduzidos, e a variável s_j^+ , indica a existência de escassez de produção, além de

informar quanto deve-se aumentar a produção para se alcançar patamares tecnicamente recomendável.

3.1.3 O modelo DEA-BCC

Banker, Charnes e Cooper (1984) generalizaram a formulação inicial da DEA-CCR, para que exibissem retornos variáveis à escala de produção. Este novo modelo DEA ficou conhecido como DEA-BCC, também, em função das letras iniciais dos nomes dos autores. O modelo DEA-BCC indica a eficiência produtiva tecnológica, distinguindo a eficiência técnica da eficiência de escala, como definido por Koopmans (1951), Debreu (1951) e Farrel (1957).

A referida abordagem introduz a restrição de convexidade ao modelo CCR, em substituição ao axioma da proporcionalidade entre insumos e produtos, de forma que a fronteira de possibilidade de produção torna-se convexa. Na abordagem BCC, a fronteira de eficiência forma uma superfície convexa por meio da intercepção de pontos, conforme já apresentado na Figura 2, sendo uma superfície mais compacta do que a superfície formada pelo modelo com retornos constantes.

Neste sentido, os escores de eficiência alcançados por meio do modelo com retornos variáveis de escala, são superiores aos escores obtidos pela abordagem com retornos constantes (FERREIRA E GOMES, 2012).

De acordo com Lins e Meza (2000), também existem as duas formas de se representar o DEA-BCC na forma de programação Linear, o problema primal, na forma dos multiplicadores, e o Dual, na forma do envelope, com as mesmas proposições do modelo CCR.

O Quadro 7 a seguir, apresenta as fórmulas orientadas aos inputs e outputs no modelo dos Multiplicadores e do Envelope, no qual, apresenta-se ainda os parâmetros u_0 e v_0 , como os fatores de escala orientados para o input e output respectivamente, onde, para valores menores que 0 (zero), estima-se rendimentos decrescente de escala, para valores maiores que 0 (zero), rendimentos crescente de escala, e quando os parâmetros tomam valores nulos, volta-se ao modelo de rendimentos constantes de escala.

Quadro 7 – Formulações BCC – Input e Output

Modelo	Forma dos multiplicadores	Forma do envelope
BCC (orientado ao Input)	$Max z_0 = \sum_{j=1}^s u_j y_{j0} - u_0$ <p>Tal que:</p> $\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ik} - u_0 \leq 0, k = 1, \dots, n$ $\sum_{i=1}^m v_i x_{i0} = 1$ $u_j \geq \varepsilon, v_i \geq \varepsilon, \quad u_0 \text{ livre de sinal}$	$Min \theta_0 - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^s s_j^+ \right)$ <p>Tal que:</p> $\theta_0 x_{i0} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- \quad i = 1, 2, \dots, m;$ $y_{j0} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + s_j^+ \quad j = 1, 2, \dots, s;$ $1 = \sum_{k=1}^n \lambda_k$ $0 \leq \lambda_k, s_i^-, s_j^+ \quad \forall i, j, k$
BCC (orientado ao Output)	$Min q_0 = \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} - v_0$ <p>Tal que:</p> $\sum_{i=1}^m v_i x_{ik} - \sum_{j=1}^s u_j y_{jk} - v_0 \leq 0, k = 1, \dots, n$ $\sum_{j=1}^s u_j y_{jk} = 1$ $u_j \geq \varepsilon, v_i \geq \varepsilon, v_0 \text{ livre de sinal}$	$Max \varphi + \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{j=1}^s s_j^+ \right)$ <p>Tal que:</p> $\varphi y_{j0} = \sum_{k=1}^n y_{jk} \lambda_k + s_j^+ \quad j = 1, 2, \dots, s;$ $x_{i0} = \sum_{k=1}^n x_{ik} \lambda_k + s_i^- \quad i = 1, 2, \dots, m;$ $1 = \sum_{k=1}^n \lambda_k$ $0 \leq \lambda_k, s_i^-, s_j^+ \quad \forall i, j, k$

Fonte: Cooper, Seiford, Zhu(2011)

Conforme apontam Ferreira e Gomes (2012), do modelo CCR é possível obter a eficiência técnica sobre o pressuposto de RCE (Retornos Constantes de Escala, também denominada, medida de produtividade global ou eficiência produtiva, e do modelo BCC, extrai-se a medida técnica sobre o pressuposto RVE(Retornos Variáveis de Escala). A eficiência de escala (ES) é calculada pela relação entre eficiência técnica dos RCE e RVE, conforme demonstra Equação I a seguir, demonstrada pelos autores:

$$E_S = \frac{ET_{RCE}(x_k, y_k)}{ET_{RVE}(x_k, y_k)} \quad (I)$$

Os principais objetivos da DEA podem ser resumidos, conforme Ferreira e Gomes (2012), em comparar um certo número de DMUS que realizam tarefas similares e se diferenciam nas quantidades de inputs que consomem, e de outputs que produzem, identificar as DMUS eficientes, medir e localizar a ineficiência e estimar uma função de produção linear, que fornece o benchmark (referência) para as DMUS ineficientes, determinando a eficiência relativa das DMUS, contemplando cada uma, relativamente a todas as outras que compõem o grupo a ser estudado, e considerar a possibilidade de os outliers não representarem apenas desvios em relação ao comportamento “médio”, mas possíveis benchmarks a serem analisados pelas demais DMUS.

3.2 ÍNDICE DE MALMQUIST

Para analisar a eficiência ao longo do tempo, ou seja, o seu comportamento dinâmico, será utilizado o Índice de Malmquist. O Índice de Malmquist resume-se em aplicar o algoritmo de programação linear do Modelo DEA, para construção da fronteira de produção de um determinado período, e depois para o cálculo da razão entre as distâncias de dois pontos de produção de períodos distintos, de uma mesma unidade de fronteira construída. Färe et al (1994) calcularam o índice de Malmquist (\mathfrak{M}) através da média geométrica de dois índices, onde o primeiro utiliza como referência a fronteira do período 0 e o segundo a fronteira do período t.

A principal vantagem da utilização dessa média geométrica, é evitar a difícil escolha, entre qual das duas fronteiras de produção, deve ser utilizada como referência para o cálculo do índice. Um valor de Malmquist (\mathfrak{M}) maior do que 1, indica um crescimento ou evolução do fator de produtividade total entre os períodos 0 e t, enquanto que um valor menor do que 1 indica um declínio.

De acordo com Almeida (2010), a finalidade do índice Malmquist é comparar períodos adjacentes usando os dados de *input* e *output* de um período base, porque a utilização apenas da Análise por Envoltória de Dados pode comprometer os resultados, tornando-os tendenciosos, visto que a técnica ignora a dinâmica de mercado, segundo a qual as unidades organizacionais podem ser eficientes para alguns períodos no tempo, e ineficientes para outros, tornando-se uma ótima ferramenta para medir a mudança de produtividade das DMUs.

Segundo Malmquist (1953), o índice é definido em termos da razão entre funções distância, conforme a Equação II a seguir:

$$\mathfrak{S} = \frac{ET_t}{ET_0} \quad (\text{II})$$

Onde tem-se ET_t apresenta-se como a Eficiência Técnica Total em t_t , e o ET_0 , apresenta-se como a Eficiência Técnica Total em $t = 0_t$, como descrito por Färe et al. (1994), define-se as alterações de produtividade total dos fatores de produção como modificações no total de produto gerado a partir dos diversos insumos utilizados, e define-se as mudanças tecnológicas como movimentos da fronteira de eficiência, em um dado período de tempo. Desta forma, a modificação do primeiro é decomposta pelo produto das alterações computadas em eficiência e em tecnologia. Sendo o Índice Malmquist representado pela alteração da Produtividade Total dos Fatores de Produção (PTFP), de uma DMU, em um determinado período de tempo, com (AT), a alteração tecnológica, medida a partir da modificação da fronteira de eficiência, no mesmo intervalo de tempo, e (AE), a alteração de eficiência técnica ou Emparelhamento – medida a partir da modificação de desempenho relativo de uma DMU, no mesmo horizonte temporal, considerado para os demais componentes. O índice se caracteriza, por ter a capacidade de medir a mudança, em termos de produtividade total dos fatores, entre diferentes períodos, e decompor esse índice em eficiência técnica e mudança de tecnologia, conforme ilustra a Equação III, apresentada em Färe et al (1994):

$$\mathfrak{S} = \left(\sqrt{\frac{D_0(x_v^t, y_v^t)}{D_t(x_v^t, y_v^t)} \cdot \frac{D_0(x_v^0, y_v^0)}{D_t(x_v^0, y_v^0)}} \right) \cdot \left(\frac{D_t(x_v^t, y_v^t)}{D_0(x_v^0, y_v^0)} \right) = AT \cdot AE \quad (\text{III})$$

Em que:

D_0 = Função distancia relativa à fronteira do período 0;

D_t = Função distancia relativa à fronteira do período t;

Y_v^0 = quantidade do output virtual da DMU em análise no período 0;

X_v^0 = quantidade do input virtual da DMU em análise do período 0;

Y_v^t = quantidade do output virtual da DMU em análise no período t;

X_v^t = quantidade do input virtual da DMU em análise do período t;

$D_0(x_v^0, y_v^0)$ = Distancia da DMU no período 0 relativa a fronteira do período 0;

$D_0(x_v^t, y_v^t)$ = Distancia da DMU no período t relativa a fronteira do período 0;

$D_t(x_v^0, y_v^0)$ = Distancia da DMU no período 0 relativa a fronteira do período t;

$D_t(x_v^t, y_v^t)$ = Distancia da DMU no período t relativa a fronteira do período t;

AT = Alterações Tecnológicas de uma DMU entre os períodos 0 e t;

AE = Alterações de Eficiência de uma DMU entre os períodos 0 e t.

Dentre as diversas virtudes desejáveis dessa técnica, tais como a não imposição de forma funcional e a associada precisão de análise, apresentada por Färe et al. (1994), os autores Caves et al. (1982) destacam ainda a capacidade do Índice Malmquist medir mudanças temporais de produtividade total dos fatores de produção, em termos de alterações de eficiência e em termos de mudanças tecnológicas, relativas as DMU's consideradas.

Os resultados oferecem subsídio para a análise da produtividade, pois permitem identificar, se houve aumento no progresso tecnológico, melhoria da eficiência total da DMU, ou ambos, para a amostra especificada. Logo, este é o procedimento mais adequado para, de maneira direta, identificar se as mudanças no desenvolvimento de um ambiente, foram relativas à mudança tecnológica, ou à produtividade total dos fatores de produção de uma DMU (ALMEIDA, 2010).

3.3 ANÁLISE DE CLUSTERS

A *clusterização* é uma abordagem estatística do tipo multivariada, que busca a identificação de padrões com o objetivo de agrupar em um mesmo *cluster* grupos de dados com características comuns, e em *clusters*, diferentes grupos de dados com características distintas. Existem diversos métodos para se agrupar dados em *clusters*, que podem ser divididos em Métodos de hierarquização, Métodos de Partição, Métodos baseados em redes Neurais e Métodos baseados em eficiência (PO et al. 2009).

Para Bussab et al., (1990), uma das vantagens dos algoritmos hierárquicos é permitirem tratar facilmente quaisquer tipos de medidas de similaridade ou distâncias. Portanto, isso podem ser aplicáveis a quaisquer tipos de atributos. Os métodos hierárquicos são numerosos e o pesquisador deverá decidir qual é o mais indicado ao seu trabalho, uma vez que as diversas técnicas podem levar a diferentes padrões de agrupamento.

Dyson et al. (2001), argumentaram problemas de não-homogeneidade na Análise Envoltória de Dados. Na utilização de dados não-homogêneos, o DEA irá analisar todos

os dados como iguais nos diversos parâmetros utilizados. Neste sentido, segundo os autores, faz-se necessários a aplicação da análise de Clusters, visando a criação de grupos homogêneos, para o tratamento correto dos dados.

Conforme Ferreira e Gomes (2012), além da homogeneidade, precisa-se garantir que o número de DMUs em cada grupo deva ser no mínimo quatro a cinco vezes o número de variáveis utilizadas no modelo, para que haja uma boa dimensão da fronteira de eficiência.

Para analisar o agrupamento dos dados, de modo a mensurar a eficiência dos gastos municipais do Estado de Pernambuco, com a educação, será utilizado o Método de hierarquização k-médias, para formar os grupos homogêneos, onde, de acordo com PO et al.(2009), será obtido um indicador de semelhança entre as DMUs, que, apresentado na equação IV a seguir, para duas variáveis, X e Y, representa a Distancia euclidiana:

$$D_{x,y} = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2, \dots, + (x_n - y_n)^2} = \sqrt{\sum(x_i - y_i)^2} \quad (IV)$$

Com esse resultado, formaremos grupos, com o método não hierárquico k-médias, que segundo o autor, se compõe da seguinte maneira:

- ✓ Definição dos k centralizadores do grupos;
- ✓ Cada elemento do conjunto de dados é comparado com cada centralizador, sendo agrupado pela menor distância;
- ✓ A cada elemento novo, se recalcula os centralizadores e refaz o processo até todos os elementos estarem agrupados.

3.4 TRAJETÓRIA METODOLÓGICA

O presente trabalho utiliza o método DEA – BCC orientado ao output, devido ao fato que se deseja aumentar a produção mantendo os mesmos níveis de insumo. Além disso, far-se-á uso do Índice de Produtividade de Malmquist para avaliar a dinâmica da produtividade para o período em análise.

Os dados do estudo serão, para o input, o repasse do FUNDEB para o município proporcionalmente com educação fundamental (1º ao 5º), disponibilizado no portal do MEC, e a quantidade de alunos matriculados neste mesmo nível da rede municipal de ensino. Para o

Output, foi utilizada as notas do IDEB para os anos iniciais, disponibilizado no Portal do INEP, sendo os valores dos inputs e outputs correspondentes aos anos de 2011, 2013, 2015 e 2017, onde contemplam os 184 municípios pernambucanos.

Para analisar a eficiência técnica dos gastos dos municípios do estado de Pernambuco com educação, o presente trabalho irá criar grupos semelhantes com os municípios para não incorrer em erros nos seus resultados. Será aplicado o método hierárquico *k*-médias para formar os grupos homogêneos, onde as variáveis escolhidas como parâmetros foram, o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM - 2010), o PIB per capita Municipal (2010) e a População (2010). Apesar da defasagem temporal do PIB, o foi escolhido, pra manter-se fiel ao período do IDHM, evitando incorrer em distorções, haja vista ser o período disponibilizado até o momento.

A seguir, tem-se o Quadro 8, com os dados socioeconômicos do Estado de Pernambuco, que foi usado para o referido estudo.

Quadro 8 – Dados dos Municípios Pernambucanos

Dados dos Municípios Pernambucanos	2010		
	IDHM ¹	PIB Per Capita ²	População ³
Média	0.5952	R\$ 6, 524.32	47,792
Máximo	0.7720	R\$ 67, 101.47	1,537,704
Mínimo	0.4870	R\$ 3, 438.92	4,369
Desvio Padrão	0.0455	R\$ 5, 670.60	129,478

Fonte: Elaboração próprio autor, com base nos dados do IBGE (2019) e o Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil (2019).

Observa-se no Quadro 8 que, tanto o indicador do IDHM quanto o PIB per Capita, apresentam a média dos municípios pernambucanos muito próximos aos valores mínimos encontrados, demonstrando uma alta concentração de municípios próximo ao patamar mínimo. No indicador populacional observa-se uma heterogeneidade distributiva, com municípios pouco populosos e uma média populacional muito distante desses micro municípios.

4 ANALISE DOS DADOS E RESULTADOS

Para analisar a eficiência estática e temporal dos gastos municipais com educação, primeiramente foram divididos os municípios pernambucanos em grupos homogêneos, utilizando o método não hierárquico k-médias. Logo em seguida, foi estimado o modelo DEA-BCC para mensurar o nível de eficiência técnica para os anos de 2011 a 2017, utilizando o Programa DEA-SAED. Para analisar o comportamento da produtividade no período (2011 a 2017) foi utilizado o método Malmquist-DEA.

4.1 HOMOGENEIZAÇÃO POR CLUSTERS

Os métodos não-hierárquicos, ou por particionamento, foram desenvolvidos para agrupar elementos em K grupos, onde K é a quantidade de grupos definida previamente. Nem todos valores de K apresentam grupos satisfatórios, sendo assim, aplica-se o método várias vezes para diferentes valores de K, escolhendo os resultados que apresentem melhor interpretação dos grupos ou uma melhor representação gráfica (BUSSAB, 1990).

Para obter a melhor quantidade de grupos de observações a serem constituídos, foi utilizado o método Elbow, também denominado de “*método do cotovelo*”.

A concepção básica deste método consiste em, determinar o melhor número de grupos que pode ser obtido, mesmo sem conhecer a resposta previamente (KODINARIYA; MAKWANA, 2013; SYAKUR et al., 2018).

Segundo Trupti M. Kodinariya (2013), o método de Elbow é um dos mais tradicionais métodos para encontrar o número ideal de cluster de um conjunto de dados, sendo empregado em diversos estudos (BHLOWALIA; KUMAR, 2014; SILVA; NASSER, 2018; SYAKUR et al., 2018).

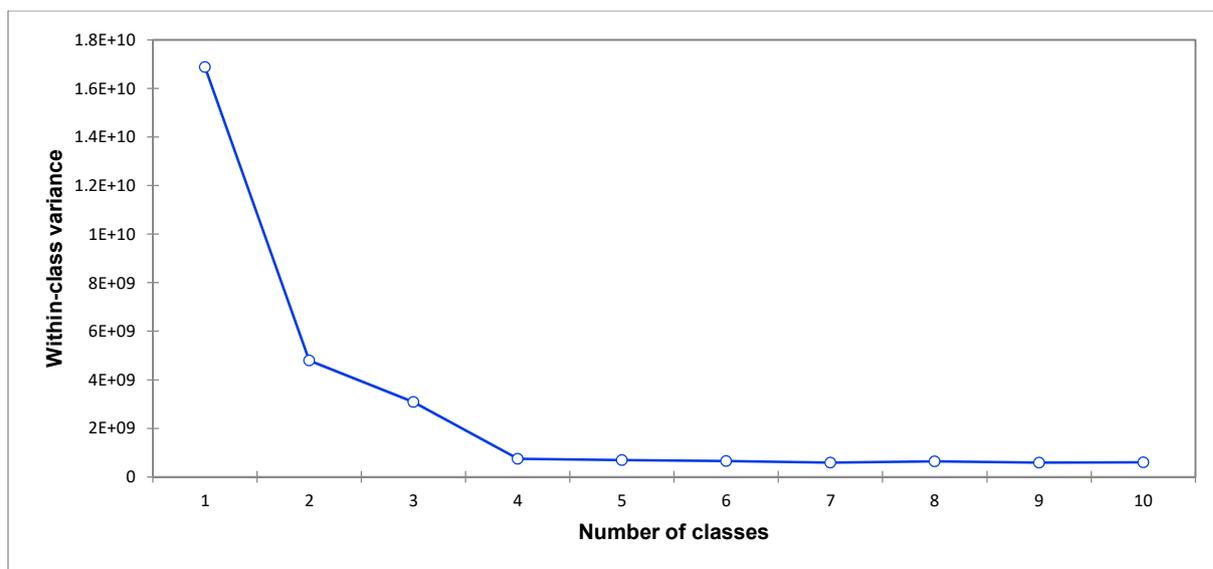
O método analisa a porcentagem de variância entre o número de clusters. Esse método consiste em identificar, em um gráfico, a diferença brusca na variância entre os diferentes números de clusters, indicando que, em determinados casos, a adição de mais clusters não interferirá na variância dos dados presentes no conjunto de dados.

Os agrupamentos iniciais irão inserir bastante informação, todavia, em um determinado ponto, o ganho marginal vai decrescer de forma drástica e formar um ângulo no gráfico. Assim, o “k” ideal para estabelecer a quantidade de grupos é selecionado nesta condição, por isso se chama “*método de cotovelo*”.

Para simular a aplicação de 10 clusters, foi feita uma repetição de 10 interações, calculando a cada interação da repetição, a variância dos dados inseridos no conjunto.

O Gráfico 1 apresenta a análise do método Elbow no conjunto de Dados, após da rodada de 10 interações no programa Excel XLSTAT.

Gráfico 1 – Distribuição dos grupos e suas Variâncias



Fonte: elaboração própria via Excel XLSTAT após 10 interações

- WCV - Representa a variância entre os números de clusters;
- Número de Classes - Uma faixa de valores de 1 à 10, pois foi o número de clusters que foi simulado para esse conjunto de dados.

A curva mostra de forma bem intuitiva, que há uma variância significativa entre a quantidade de clusters 1 para 2 e de 2 para 3. Há uma diferença bastante visual de 3 para 4 clusters, onde seguindo a metodologia do Elbow, o número de clusters ideal para esse conjunto de dados são 4, pois mesmo adicionando mais um cluster, a variância entre os clusters se torna muito semelhante, como podemos observar, no gráfico 4, entre os pontos 4 e 5.

Após identificar a quantidade de clusters ideais para o conjunto de dados, foi aplicado o algoritmo k-média para dividir o conjunto de dados em 4 clusters, com Parnamirim, Serra Talhada e Olinda como centros de seus grupos e um clusters isolado por Recife.

A Tabela 2 a seguir, apresenta a classificação dos grupos com as médias das variáveis utilizadas.

Tabela 2 – Média dos valores por grupo

Observações	Quantidade	IDHM ¹	PIB ² per capita	População ³
Grupo 1	149	0,582	R\$ 5.513,39	20.110
Grupo 2	29	0,637	R\$ 10.625,03	79.769
Grupo 3	5	0,712	R\$ 10.146,38	386.347
Grupo 4	1	0,772	R\$ 21.711,85	1.537.704

Fonte: Elaboração próprio autor, com base nos dados do IBGE (2019) e o Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil (2019).

IDHM¹ (2010) – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal;

PIB² per capita - foi obtido através do PIB do ano de 2010 dividido pela população do ano de 2010;

População³ - População do ano 2010.

O grupo 1, liderado pelo município de Parnamirim, contém 149 municípios, e representa os diversos municípios, com uma população média de até 21 mil habitantes cada, por toda a extensão do estado de Pernambuco. O segundo grupo, liderado por Serra talhada, contém 29 cidades de médio porte do Estado, com renda média Per Capita de R\$ 10.625,03 e uma população média próxima aos 80 mil habitantes. O grupo 3, liderado por Olinda, contém os 3 grandes centros da região metropolitana, sendo Olinda, Jaboatão dos Guararapes e Paulista, juntamente com a “capital” do Agreste, Caruaru e a “capital” do Sertão, Petrolina. Por último, no grupo 4, temos a capital do Estado, Recife, com características diferentes dos demais Municípios.

Com a formação dos clusters homogêneos, aplicou-se a Metodologia DEA-BCC para analisar a eficiência dos gastos públicos nos Municípios pernambucano

4.2 RESULTADOS VIA DEA-BCC

O indicador da eficiência, constitui o resultado mais relevante na avaliação do desempenho via modelo DEA, e por ele se iniciou a análise dos resultados. O indicador calculado, permite identificar, as instituições eficientes e quantificar possibilidades de crescimento da produção, a partir dos resultados das ineficientes, e mensura a eficiência técnica.

O indicador apresentado pelo programa DEA-SAED, com orientação ao Output, corresponde ao inverso da medida de eficiência procurada, onde a medida de eficiência técnica que foi utilizada, orientada ao Output, no procedimento, tem relação inversa do indicador da eficiência técnica calculado via modelo DEA orientada ao Input, necessitando ser menor ou igual a 1, no qual o resultado 1 apresenta-se somente em municípios eficientes.

A análise foi realizada de forma que o grupo 4, contendo a capital do Estado, Recife, foi separada dos demais grupos 1, 2 e 3. A seguir tem-se as análises do modelo DEA-BCC para os 3 primeiros grupos e logo após, o Grupo 4, com os repasses do FUNDEB e a quantidade de matrículas originando os insumos, e as notas do IDEB perfazendo o produto.

4.2.1 Análise do grupo 1

O grupo 1, constituído de 149 municípios, representa de forma geral os micro e pequenos municípios, com matrículas médias próximo aos 3 mil alunos no ensino fundamental. A Tabela 3 a seguir, apresenta os dados estatísticos desse grupo, onde verifica-se o valor de repasse via FUNDEB para os municípios, bem como a quantidade de matrículas e as notas obtidas no IDEB, período a período.

Tabela 3: Dados das variáveis do Grupo 1.

Índices	Repasses FUNDEB (em milhões R\$)				Quantidade de Matrículas				Notas IDEB			
	2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017
Média	5.30	6.02	7.92	8.42	2920	2816	2828	2679	3.91	4.18	4.70	4.80
Máximo	14.01	15.42	20.24	21.13	7671	7512	8614	6671	5.90	6.50	6.50	7.20
Mínimo	1.22	1.33	1.74	1.96	683	641	626	659	2.90	2.60	3.10	3.40
Desvio Padrão	2.67	3.04	3.88	4.06	1468	1419	1439	1282	0.54	0.68	0.65	0.65

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Secretaria da Fazenda de PE e no portal do IDEB

Observa-se na tabela 3 que os repasses via FUNDEB aumentaram ao longo dos anos, porem houve um incremento maior entre os anos de 2013 e 2015 com 31% de aumento nas receitas, com uma queda de incremento de 31% para 6% no biênio de 2015 a 2017. Isso é percebido também nas médias escolares dos respectivos anos, tanto na média quanto nos valores mínimos, evidenciando que um maior incremento de recursos financeiros acarreta melhores desempenhos escolares.

Após a aplicação do modelo DEA-BCC com os dados da Tabela 3, obteve-se os índices de eficiência do grupo 1, no qual, na Tabela 4 verifica o valores médios, mínimos, máximos e os respectivos desvios padrão de cada período analisado.

Tabela 4: Estatística descritiva da Eficiência do Grupo 1.

Índices de eficiência	Períodos			
	2011	2013	2015	2017
Períodos				
Média	0.6674	0.6547	0.7352	0.7246
Máximo	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Mínimo	0.4916	0.4024	0.4769	0.4780
Desvio Padrão	0.0980	0.1135	0.1077	0.1047

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

A partir dos resultados da Tabela 4, pode-se observar que a média de eficiência dos municípios ficou abaixo de 0,75 em todos os períodos, e os valores mínimos observados abaixo de 0,5.

O Grupo 1, apresentou resultados ineficientes em mais de 97% dos municípios, e com 72% das DMU's com índices abaixo de 0,75. Dos municípios com índices abaixo de 0,5, o município de Aliança apresentou os piores resultados, orbitando um índice médio de 0,48 nos quatro períodos.

Observa-se ainda valores muito pequenos do Desvio padrão, indicando que os municípios orbitam valores bem próximos uns dos outros nas faixas avaliadas.

A Tabela 5 apresenta a distribuição dos municípios nas classes de eficiências, período a período, corroborando a perspectiva de melhoria de desempenho é possível com aumento de recursos destinado a educação. No período de 2015, observa-se um ganho de eficiência dos municípios como um todo, onde sai-se de 8 municípios com eficiência abaixo de 0,5 para apenas 1, o município de Aliança. Apesar de ter ocorrido uma melhora no desempenho dos municípios a maioria deles permanece ineficiente ao longo dos períodos avaliados.

Observa-se melhora também nas classes acima de 0,5 e 0,75, bem como um aumento de 3 para 5, o número de municípios eficientes, no qual, para o ano de 2017 percebe-se uma leve manutenção dos scores observados em 2015.

Tabela 5: Distribuição dos Municípios do grupo 1 por classes de scores.

Eficiência técnica	Número de Municípios de acordo com seus Scores			
	2011	2013	2015	2017
Períodos				
0,00 — 0,25	0	0	0	0
0,25 — 0,50	3	8	1	1
0,50 — 0,75	123	115	89	97
0,75 — 0,99	20	23	54	46
Eficientes	3	3	5	5

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

A Tabela 6 a seguir, apresenta quais os municípios foram eficientes, no grupo 1, entre 2011 a 2017.

Tabela 6: Municípios eficientes do Grupo 1

DMU's	2011	2013	2015	2017
Grupo 1	Ingazeira	Ingazeira	Ingazeira	Barra de Guabiraba
	Quixaba	Quixaba	Jupi	Bonito
	Tuparetama	Tupanatinga	Lajedo	Brejinho
			Solidão	Ingazeira
			Tuparetama	Panelas

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

Ainda no grupo 1, de acordo com os lambdas (λ_k) das variáveis, que apresentam os índices de referências de eficiência para cada DMU em relação a outra DMU, o município de Ingazeira, com eficiência nos 4 períodos, não foi o benchmark para a maioria das DMU's, onde em 2011 e 2013 foi o município de Quixaba, em 2013 Tuparetama e em 2017 Barra de Guabiraba.

4.2.2 Análise do grupo 2

O grupo 2, constituído de 29 municípios, representa de forma geral os municípios de médio porte, com matrículas médias próximo aos 8 mil alunos da rede de ensino fundamental, onde observa-se também a diferença dos recursos recebidos em comparação ao grupo 1 na média de 3 vezes os valores percebidos pelo primeiro grupo, tanto em valores médios, quanto em valores absolutos máximos.

A Tabela 7 a seguir apresenta os dados estatísticos desse grupo, onde verifica-se o valor de repasse via FUNDEB para os municípios, bem como a quantidade de matrículas e as notas obtidas no IDEB, período a período.

Tabela 7: Dados das variáveis do Grupo 1.

Índices	Repasse FUNDEB (em milhões R\$)				Quantidade de Matrículas				Notas IDEB			
	2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017
Média	14.7	17.0	22.2	24.2	8,166	7,950	7,858	7,767	3.80	4.02	4.50	4.68
Máximo	40.8	49.1	65.6	70.4	22,465	22,288	23,193	22,703	4.50	4.90	5.70	5.80
Mínimo	6.7	9.3	12.0	12.9	3,688	4,282	4,118	4,240	3.30	3.20	3.80	3.80

Desvio Padrão	6.8	8.1	10.6	11.7	3,749	3,702	3,795	3,791	0.33	0.42	0.44	0.54
---------------	-----	-----	------	------	-------	-------	-------	-------	------	------	------	------

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Secretaria da Fazenda de PE e no portal do IDEB

Observa-se na Tabela 7 que os repasses via FUNDEB aumentaram ao longo dos anos, porém houve um incremento maior entre os anos de 2013 e 2015 com 29% de aumento nas receitas, com uma queda de incremento de 29% para 9% no biênio de 2015 a 2017. Isso é percebido também nas médias escolares dos respectivos anos, tanto na média quanto nos valores mínimos, evidenciando que um maior incremento de recursos financeiros acarreta melhores desempenhos escolares. Pode-se observar que houve uma diminuição no número médio de alunos matriculados para todos os biênios avaliados.

Após a aplicação do modelo DEA-BCC com os dados da Tabela 7, obteve-se os índices de eficiência do grupo 1, no qual, na Tabela 8 verifica o valores médios, mínimos, máximos e os respectivos desvios padrão de cada período analisado.

Tabela 8: Estatística descritiva da Eficiência do Grupo 1.

Índices de Eficiência	Períodos			
	2011	2013	2015	2017
Períodos				
Média	0.8444	0.8238	0.8170	0.8169
Máximo	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Mínimo	0.7331	0.6532	0.6667	0.6553
Desvio Padrão	0.0728	0.0911	0.0981	0.1033

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

A partir dos resultados da Tabela 8, pode-se observar que a média de eficiência dos municípios ficou abaixo de 0,85 em todos os períodos, e os valores mínimos observados abaixo de 0,70 entre os anos de 2013 a 2017 e uma leve subida em 2011.

O Grupo 2, apesar de não apresentar municípios com scores abaixo de 0,5, apresentou resultados ineficientes em mais de 89% dos municípios, e dos municípios com índices abaixo de 0.75, o município de Moreno apresentou os piores resultados nos quatro períodos.

Assim como no grupo 1, o grupo 2 também apresenta valores muito pequenos do Desvio padrão, indicando que os municípios orbitam valores bem próximos uns dos outros nas faixas avaliadas.

A Tabela 9 apresenta a distribuição dos municípios nas classes de eficiências, período a período, onde nos períodos analisados, observa-se uma redução de eficiência dos municípios

como um todo, onde em 2011 apresenta-se apenas 1 município com eficiência abaixo de 0,75 e esse número sobe ao longo do tempo para 10 em 2017,

Tabela 9: Distribuição dos Municípios do grupo 2 por classes de scores.

Eficiência técnica	Número de Municípios de Acordo com seus Scores			
	2011	2013	2015	2017
Períodos				
0,00 — 0,25	0	0	0	0
0,25 — 0,50	0	0	0	0
0,50 — 0,75	1	6	8	10
0,75 — 0,99	26	20	17	16
Eficientes	2	3	4	3

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

A Tabela 10 a seguir, apresenta quais os municípios foram eficientes, no grupo 2, entre 2011 a 2017.

Tabela 10: Municípios eficientes do Grupo 2.

DMU's	2011	2013	2015	2017
Grupo 2	SALGUEIRO	ARCOVERDE	ARCOVERDE	ABREU E LIMA
	ST CRUZ DO C.	LIMOEIRO	BEZERROS	ARCOVERDE
		SALGUEIRO	IGARASSU	LIMOEIRO
			LIMOEIRO	

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

De acordo com os índices de referências de eficiência para cada DMU em relação a outra DMU, em 2011 e 2013 o município de Salgueiro foi benchmark para todos os municípios ineficientes, em 2015 foi o município de Bezerros e em 2017 Arcoverde.

4.2.3 Análise do grupo 3

O grupo 3, constituído de 5 municípios, representa de forma geral os grandes municípios de Pernambuco, com matrículas médias próximo de 25 mil alunos da rede de ensino fundamental, onde observa-se também a diferença dos recursos recebidos em comparação ao grupo 2 na média também de 3 vezes os valores percebidos, igualmente como foi comparado entre os grupos 1 e 2, tanto em valores médios, quanto em valores absolutos máximos.

A Tabela 11 a seguir apresenta os dados estatísticos desse grupo, onde verifica-se o valor de repasse via FUNDEB para os municípios, bem como a quantidade de matrículas e as notas obtidas no IDEB, período a período.

Tabela 11: Dados das variáveis do Grupo 3.

Índices	Repasse FUNDEB (em milhões R\$)				Quantidade de Matrículas				Notas IDEB			
	2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017
Média	41.2	49.7	70.5	82.5	23,005	23,414	25,204	26,712	4.08	4.22	4.62	5.08
Máximo	60.5	74.3	113.1	137.5	34,292	36,040	40,680	44,907	4.70	5.10	5.60	5.80
Mínimo	22.2	23.9	32.0	38.3	12,948	11,627	11,970	12,836	3.60	3.60	4.00	4.50
Desvio Padrão	15.9	21.3	32.8	40.0	8,689	10,103	11,449	12,748	0.43	0.56	0.65	0.51

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Secretaria da Fazenda de PE e no portal do IDEB

Observa-se na Tabela 11, que os repasses via FUNDEB para o Grupo 3, como nos demais grupos, também aumentaram ao longo dos anos, porém, no biênio 2013-2015, esse foi o maior incremento entre os 3 grupos, com 42% de variação, onde essa variação de receita pode ser percebida na média escolar do respectivo período analisado. Percebe-se ainda, que a média de alunos matriculados aumentou ao longo dos períodos em análise.

Após a aplicação do modelo DEA-BCC com os dados da tabela 12, obteve-se os índices de eficiência do grupo 3, no qual, na Tabela 12 verifica o valores médios, mínimos, máximos e os respectivos desvios padrão de cada período analisado.

Tabela 12: Estatística descritiva da Eficiência do Grupo 3.

Índices de Eficiência	Períodos			
	2011	2013	2015	2017
Média	0.9261	0.9083	0.9201	0.9448
Máximo	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
Mínimo	0.8299	0.8258	0.8224	0.8969
Desvio Padrão	0.0741	0.0854	0.0785	0.0510

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

A partir dos resultados da Tabela 12, pode-se observar que a média de eficiência dos municípios ficou acima de 0,90 em todos os períodos, e os valores mínimos observados abaixo de 0,80 entre os anos de 2011 a 2017.

A Tabela 13 apresenta a distribuição dos municípios nas classes de eficiências, período a período, onde nos períodos analisados, observa-se uma manutenção de eficiência dos

municípios como um todo, onde entre 2011 a 2017, apresentou 3 municípios ineficientes, e 2 eficientes, sendo os mesmo municípios em todos os anos nas mesmas classes de scores.

Tabela 13: Distribuição dos Municípios do grupo 3 por classes de scores.

Eficiência técnica	Número de Municípios de Acordo com seus Scores			
	2011	2013	2015	2017
Períodos				
0,00 — 0,25	0	0	0	0
0,25 — 0,50	0	0	0	0
0,50 — 0,75	0	0	0	0
0,75 — 0,99	3	3	3	3
Eficientes	2	2	2	2

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

A Tabela 14 a seguir, apresenta quais os municípios foram eficientes, no grupo 2, entre 2011 a 2017.

Tabela 14: Municípios eficientes do Grupo 3.

DMU's	2011	2013	2015	2017
Grupo 3	PAULISTA	PAULISTA	PAULISTA	PAULISTA
	PETROLINA	PETROLINA	PETROLINA	PETROLINA

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

De acordo com os índices de referências de eficiência para cada DMU em relação a outra DMU, em 2011 e 2017 os município de Paulista e Petrolina foram benchmark para todos os municípios ineficientes.

4.2.4 Análise do grupo 4

O grupo 4 se caracteriza por constituir-se em apenas um Município, a Capital do estado, Recife. Como não foi possível mensurar sua eficiência através do DEA, verificou-se os dados obtidos pelo portal do IDEB e do Governo do Estado, no qual, conforme Quadro 9, o Recife, diante das notas do IDEB, metas e custo por aluno (relação entre repasse do FUNDEB e quantidade de Matrículas), apresenta eficiência técnica em todos os períodos, pois teve incremento no custo por aluno, aumento das notas e cumprimento das metas estabelecidas pelo programa.

Quadro 9 – Grupo 4 – Município do Recife

Notas IDEB - PE				Metas IDEB - PE						Custo por aluno(R\$)			
2011	2013	2015	2017	2011	2013	2015	2017	2019	2021	2011	2013	2015	2017
4.1	4.3	4.6	5.0	4.1	4.4	4.6	4.9	5.2	5.5	1762.27	2113.35	2738.38	3072.50

Fonte: Elaboração própria com base nos dados da Secretaria da Fazenda de PE e no portal do IDEB

4.3 RESULTADOS VIA DEA – MALMQUIST

De acordo com os resultados e a distribuição dos índices de produtividade de Malmquist no período 2011-2017, apresenta-se os períodos de observação de produtividade em 3 estágios, de forma a verificar, nos anos de incidência da prova do IDEB a produtividade alcançada pelos municípios da seguinte maneira:

- Período T1 – Ano 2011;
- Período T2 – Ano 2013;
- Período T3 – Ano 2015;
- Período T4 – Ano 2017.

Como forma de verificar o avanço ou recuo entre os anos, utilizou-se os parâmetros de referência em T1 a produtividade 1, partindo desse ponto, verificando-se os intervalos T1-T2, no qual estima-se qual a produtividade do município, entre o ano de 2011 e 2013, e sucessivamente os períodos T2-T3 e T3-T4 entre os anos 2013-2015 e 2015-2017 respectivamente.

O índice de Malmquist foi analisado tanto de forma decomposta, onde, além do próprio índice (IM), apurou-se também a Alteração de Eficiência Técnica (AE), e a Alteração Tecnológica (AT), apresentando a relação entre eles ao longo do tempo. Vale lembrar que se o IM for maior que 1, pode-se afirmar que a unidade em análise melhorou sua produtividade para o período em estudo. Se $IM < 1$, afirma-se o contrário, a unidade piorou sua produtividade, e caso o $IM = 1$, afirma-se que a produtividade permanece a mesma. Interpretação análoga se faz para os componentes Alteração da Eficiência Técnica (AE) e Alteração Tecnológica (AT).

Em seguida foi demonstrado a distribuição dos municípios índice a índice ao longo do tempo.

4.3.1 Análise do grupo 1

O índice de Malmquist (IM) pode ser decomposto em dois componentes: mudança na eficiência técnica (AE) e mudança na tecnologia (AT), e ao apresentar a decomposição do Índice, observa-se quais fatores terão mais impacto na produtividade média, grupo a grupo. Pode-se observar que para o Grupo 1, a mudança de produtividade deve-se mais ao aumento da eficiência técnica (AE) do que da melhora na tecnologia (AT).

A Tabela 15 a seguir, apresenta a distribuição percentual dos municípios ao longo do tempo, onde verifica-se se houve melhora nos índices, se houve piora ou se os municípios se mantiveram estáveis.

Tabela 15: Distribuição dos Municípios do Grupo do Grupo 1.

Índice de Malmquist	Distribuição dos municípios								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
Melhorou	3%	53%	40%	100%	94%	56%	-	18%	42%
Manteve	-	1%	-	-	1%	-	-	1%	-
Piorou	97%	46%	60%	-	5%	44%	100%	81%	58%

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

A Tabela 15 mostra a distribuição dos municípios, de acordo com os resultados do índice de Malmquist e seus componentes. Desta forma, para o período de 2011-2013 (T1-T2), observa-se que 94% dos municípios do Grupo 1 apresentaram piora na sua produtividade, que pode ser consequência tanto da piora na eficiência técnica, quanto por retrocesso tecnológico, uma vez que 46% pioraram sua eficiência e 60% apresentaram perda tecnológica. Para o período subsequente (2013- 2015), 100% dos municípios deste grupo apresentaram melhora em sua produtividade, que pode ser justificada pela melhora na eficiência técnica, uma vez que 94% apresentou melhora nesse indicador. No entanto, para o período T3 – T4 (2015 -2017), todos os municípios mostraram uma piora em sua produtividade. Pode-se considerar que a piora na produtividade foi decorrente de um pior desempenho na eficiência, uma vez que 81% perderam eficiência no período.

Conforme a Tabela 16 a seguir, pode-se considerar que a alteração da tecnologia média se manteve estável ao longo dos períodos, enquanto a Alteração da Eficiência técnica atingiu uma média de 1,22 no tempo T2-T3, com um máximo de 2,21, porém voltando para um índice de 0,98 no último período. Ou seja, no período de T2-T3, o progresso na produtividade pode ser explicado pela melhoria na média tanto da eficiência técnica quanto na mudança tecnológica. Porém, no período seguinte (T3-T4) percebe-se uma piora na produtividade (IM <1), justificado por um baixo desempenho tanto da eficiência técnica quanto da mudança tecnológica.

A Tabela 16 ainda apresenta os desvios padrão, onde percebe-se que os valores são baixos, demonstrando que os municípios apresentaram índices próximos uns dos outros.

Tabela 16: Análise descritiva dos Resultados do Grupo 1.

Índice de Malmquist	Grupo 1								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
MEDIA	0.982	1.021	0.981	1.217	1.226	1.015	0.880	0.908	0.985
MÍNIMO	0.949	0.638	0.602	1.154	0.824	0.537	0.861	0.568	0.697
MÁXIMO	1.027	1.613	1.536	1.413	2.218	1.706	0.897	1.235	1.545
DESVIO PADRÃO	0.011	0.147	0.142	0.025	0.194	0.155	0.012	0.113	0.130

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

O grupo 1 apresentou oscilações de produtividade (IM) para o período em análise. Obteve uma média de 0,982 no seu índice de produtividade para o período T1-T2, o que indica uma piora na produtividade média, tendo o score máximo atingido pelo município de Buenos Aires com 1.027, e o mínimo com 0.949 pelo município de Itacuruba. No período T2-T3, teve o seu maior ganho de produtividade dentre todos os anos analisados, com o município de Iguaracy com um score máximo de 1.413 e Tacaratu, mesmo com o menor índice, 1,154, esteve com a produtividade acima de 1.

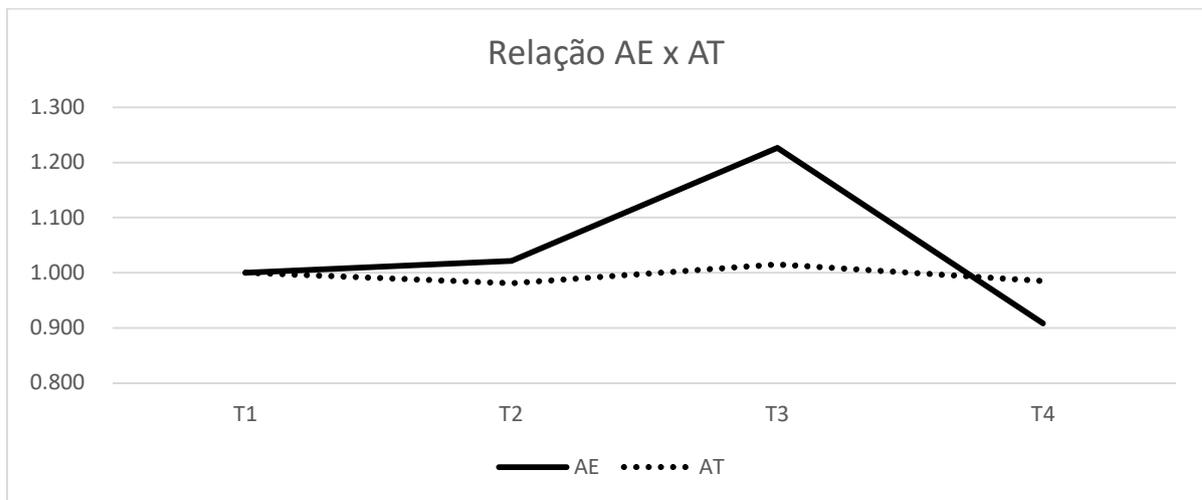
No último período, a produtividade média voltou a cair, tendo valores máximos e mínimos abaixo de 0,90.

Observa-se ainda que os valores obtidos pelos desvios padrão ao longo dos períodos são muito baixos, significando que os municípios obtiveram scores muito próximos uns dos outros.

A seguir, o Gráfico 2 relaciona a trajetória da Alteração de Eficiência com a Trajetória Tecnológica, em que fica evidenciado o nível de impacto que a AE causou na produtividade média do grupo 1.

A trajetória da AE entre T1-T2 tem leve alta, com grande pico entre T2-T3 e uma brusca redução de eficiência em T3-T4, no quanto a Alteração tecnológica do grupo 1 apresenta-se constante em toda sua extensão.

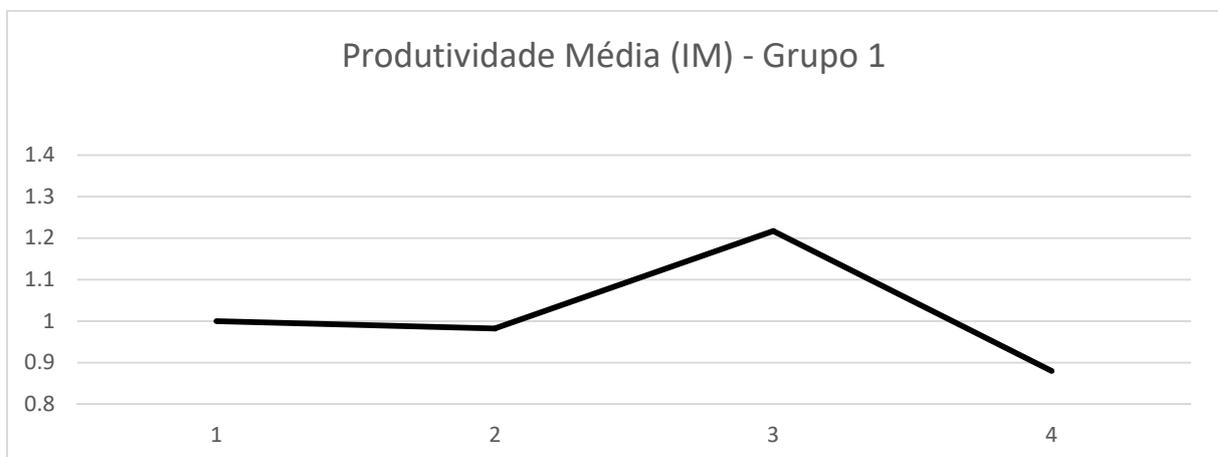
Gráfico 2: Relação AE x AT do Grupo 1.



Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

O Gráfico 3 apresenta a trajetória da produtividade média ao longo do tempo, com uma redução de produtividade no primeiro período, um alto ganho de produtividade no período 2 e uma redução de produtividade da mesma magnitude no período 3.

Gráfico 3 - Produtividade média do Grupo 1.



Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

Observa-se a proximidade ilustrativa do gráfico da produtividade média com a AE, inferindo que a produtividade do grupo 1 foi traduzida pela Alteração de Eficiência técnica do referido grupo.

4.3.2 Análise do grupo 2

O grupo 2, por apresentar uma quantidade menor de municípios, não só pelo tamanho, mas pelas condições desses municípios, no que diz respeito a população e renda per capita, apresentou alguns resultados diferentes em seus índices em relação ao grupo 1.

A Tabela 17 a seguir apresenta a distribuição percentual dos municípios ao longo do tempo, onde verifica-se se houve melhora nos índices, se houve piora ou se os municípios se mantiveram estáveis.

Tabela 17: Distribuição dos Municípios do Grupo do Grupo 2.

Índice de Malmquist	Distribuição dos municípios								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
Melhorou	100%	97%	52%	100%	69%	59%	3%	31%	58%
Manteve	-	0%	-	-	3%	-	-	0%	-
Piorou	-	3%	48%	-	28%	41%	97%	69%	48%

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

Ao analisar a distribuição do comportamento da produtividade destes municípios, observa-se na Tabela 17 que, 100% dos municípios desse grupo melhoraram este indicador em dois períodos consecutivos; de 2011 para 2013 (T1-T2), e de 2013 para 2015 (T2-T3). De maneira análoga ao Grupo 1, pode-se atribuir esta melhora na produtividade a melhoria da eficiência técnica, uma vez que ao longo dos dois períodos, a maioria dos municípios apresentou melhora da eficiência técnica, onde para o período T1-T2, 97% dos municípios, e para T2 – T3, 69%. Porém, entre os anos 2015 e 2017, noventa e sete por cento (97%) dos municípios pioraram sua produtividade.

A Tabela 18 apresenta a estatística descritiva do índice de Malmquist (IM), da eficiência técnica (AE) e da mudança tecnologia (AT) para os municípios do Grupo 2. A começar pelos índices AE e AT, percebe-se que a eficiência técnica apresentou valores médios maiores que 1 nos períodos T1-T2 e T2-T3, o que representa uma melhora na eficiência. No entanto, este

indicador exibiu valor menor que 1 no último período, o que mostra uma queda na eficiência média do grupo. Já o índice referente a tecnologia (AT), permaneceu sem alteração entre T2-T3, uma vez que $AT=1$ e entre T1- T2 e T3-T4 apresenta um melhoria na tecnologia.

Tabela 18: Análise descritiva dos Resultados do Grupo 2.

Índice de Malmquist	Grupo 2								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
MEDIA	1.231	1.225	1.012	1.081	1.107	1.000	0.986	0.949	1.109
MINIMO	1.188	0.983	0.865	1.050	0.841	1.293	0.960	1.086	1.095
MAXIMO	1.275	1.432	1.432	1.157	2.311	1.298	1.054	1.405	1.900
DP	0.046	0.104	0.092	0.036	0.261	0.174	0.023	0.123	0.484

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

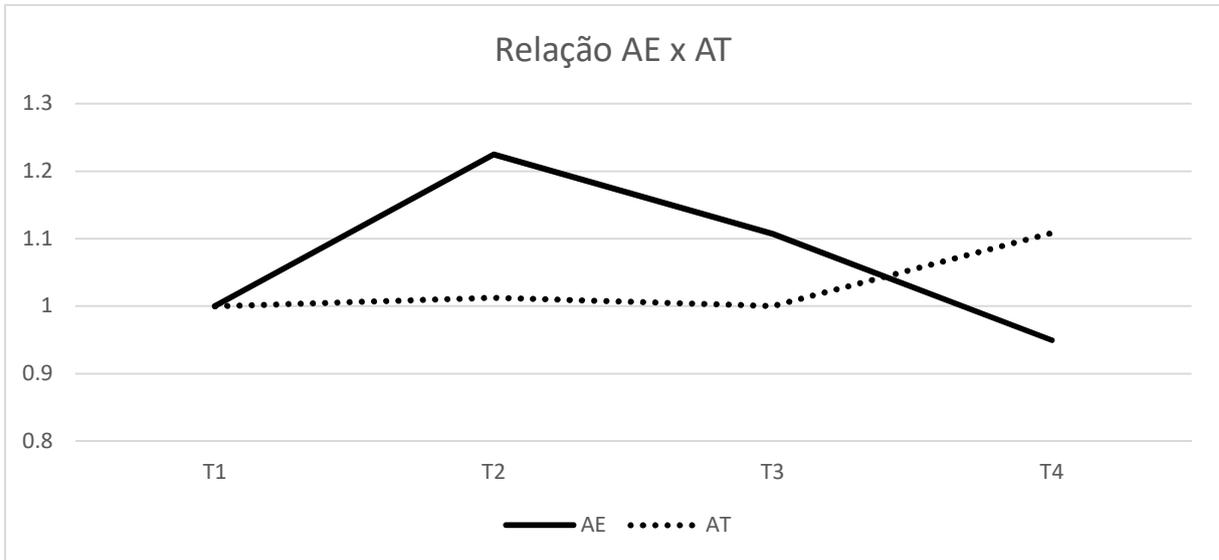
O grupo 2 apresentou scores de produtividade (IM) maiores que 1 para o período T1-T2 e T2-T3. Obteve uma média de 1,231 no seu índice de produtividade para o período T1-T2, tendo o score máximo atingido pelo município de Camaragibe, com 1.275, e o mínimo com 1.188 pelo município de Buíque. No período T2-T3 continuou com uma produtividade média acima de 1, porém já em desaceleração, com o município de Igarassu obtendo um score máximo de 1.157, menor que o mínimo do período anterior, e Bezerros, com o menor índice, 1,050, perfazendo uma média de 1,081 para o grupo 2.

No último período, a produtividade média voltou a cair, agora abaixo de 1, com uma média de 0,986, com Igarassu e Bezerros novamente despontando os máximos e mínimos do grupo.

Observa-se ainda que os valores obtidos pelos desvios padrão ao longo dos períodos são muito baixos, significando que os municípios obtiveram scores muito próximos uns dos outros.

O Gráfico 4 a seguir, apresenta a trajetória relacionando AE x AT, apresentando um cruzamento, no qual as curvas se invertem.

Gráfico 4: Relação AE x AT do Grupo 2.

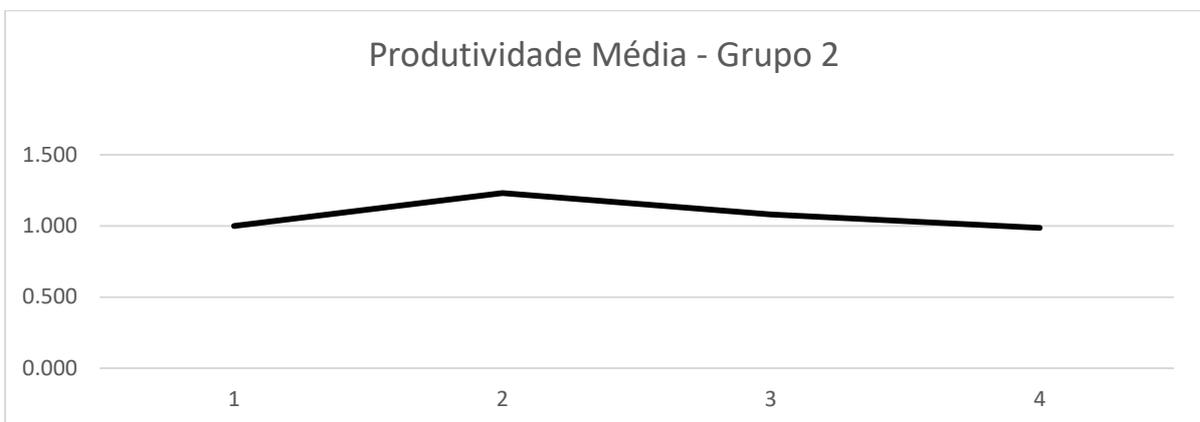


Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

De acordo ainda com a Tabela 18, verifica-se que a inversão dos scores AE e AT no último período, a produtividade média teve sua redução suavizada, como mostra o Gráfico 5, a seguir.

O Gráfico 5 apresenta a trajetória da produtividade média ao longo do tempo, com um ganho de produtividade no primeiro período, e uma queda constante ao longo do tempo, suavizada pelas curvas contrárias dos índices AE e AT.

Gráfico 5 - Produtividade média do grupo 2



Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

4.3.3 Análise do grupo 3

O grupo 3 apresenta uma quantidade muito pequena de municípios, cinco no total, no qual se difere dos demais grupos, pelo perfil desse grupo, sendo o grupo com maior população média, maior IDHM, maior número de matrículas e maior repasse do FUNDEB.

A Tabela 19 a seguir, apresenta a distribuição percentual dos municípios ao longo do tempo, onde verifica-se se houve melhora nos índices, se houve piora ou se os municípios se mantiveram estáveis.

Tabela 19: Distribuição dos Municípios do Grupo do Grupo 3.

Índice de Malmquist	Distribuição dos municípios								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
Melhorou	-	-	80%	100%	40%	100%	-	40%	40%
Manteve	-	20%	-	-	20%	-	-	20%	-
Piorou	100%	80%	20%	-	40%	-	100%	40%	60%

Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

Ao analisar a distribuição do comportamento da produtividade destes municípios, observa-se na Tabela 19 que, 100% dos municípios desse grupo pioraram este indicador em dois períodos; de 2011 para 2013 (T1-T2), e de 2015 para 2017 (T3-T4). Pode-se atribuir esta piora na produtividade no primeiro período, ao índice de eficiência técnica (AE), uma vez que 80% dos municípios apresentaram piora neste indicador. Para o período subsequente (2013-2015), 100% dos municípios deste grupo apresentaram melhora em sua produtividade, que pode ser justificada, em parte pela melhora na eficiência técnica, uma vez que 40% apresentou melhora nesse indicador, e muito substancialmente, pela eficiência tecnológica, com 100% dos municípios apresentando melhora neste índice. No entanto, para o período T3 – T4 (2015 - 2017), todos os municípios mostraram uma piora em sua produtividade. Pode-se considerar que a piora na produtividade foi decorrente de um pior desempenho na eficiência técnica, uma vez que 40% perderam eficiência no período e em eficiência tecnológica, onde 60% dos municípios apresentaram piora.

A Tabela 20 a seguir, apresenta a estatística descritiva do índice de Malmquist (IM), da eficiência técnica (AE) e da mudança tecnologia (AT) para os municípios do Grupo 3. A começar pelos índices AE e AT, percebe-se que a eficiência técnica apresentou valores médios menores que 1 nos períodos T1-T2 e T3-T4, representando uma piora na eficiência. No entanto,

este indicador exibiu valor maior que 1 no período compreendido entre 2013 e 2015, o que mostra uma melhora na eficiência média do grupo. Já o índice referente a tecnologia (AT), apresentou valores médios maiores que 1 entre T1-T2 e T2-T3, e valor médio menor que 1 em T3-T4.

Tabela 20: Análise descritiva dos Resultados do Grupo 3.

Índice de Malmquist	Grupo 1								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
MEDIA	0.965	0.933	1.037	1.100	1.002	1.098	0.969	0.982	0.990
MINIMO	0.947	0.841	0.984	1.085	0.988	1.058	0.953	0.899	0.926
MAXIMO	0.984	1.000	1.126	1.116	1.028	1.127	0.988	1.033	1.127
DP	0.015	0.059	0.054	0.015	0.016	0.028	0.015	0.059	0.059

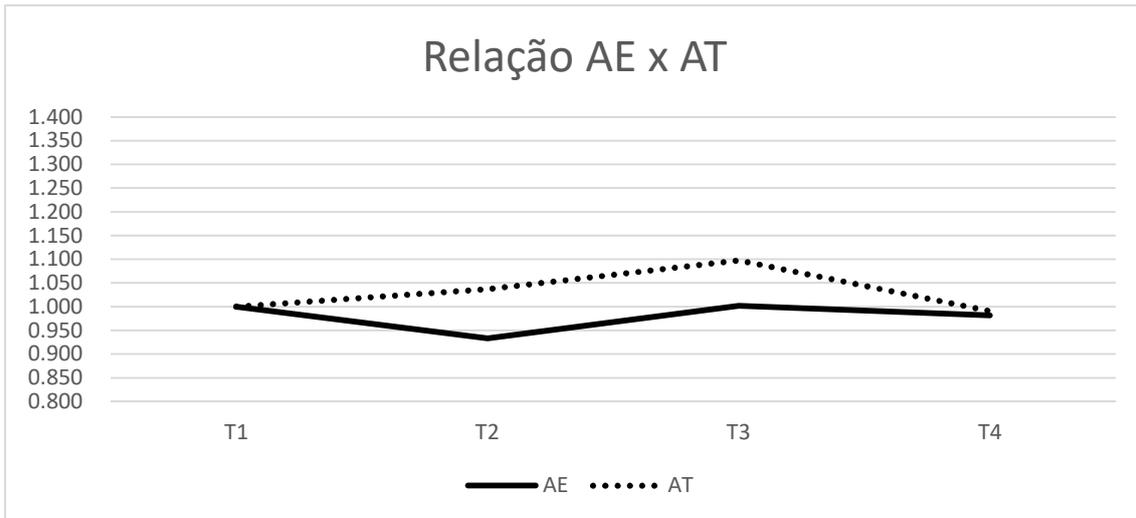
Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

O grupo 3 apresentou scores de produtividade (IM) menores do que 1 para o período T1-T2 e T3-T4. Obteve médias próximas em ambos os períodos de 0,965 e 0,969 no seu índice de produtividade, respectivamente. No período T1-T2, o município de Paulista obteve o score máximo, com 0.984, e o município de Caruaru, o mínimo, com 0.947. Nos período T2-T3 e T3-T4, os scores Máximos e Mínimos foram obtidos por Paulista e Petrolina respectivamente.

Observa-se ainda que os valores obtidos pelos desvios padrão ao longo dos períodos são muito baixos, significando que os municípios obtiveram scores muito próximos uns dos outros.

O Gráfico 6 a seguir, apresenta a trajetória relacionando AE x AT, onde verifica-se que no período correspondente a 2011-2013, o índice AT apresenta ganhos de produtividade e o índice AE redução produtiva, invertendo os sentidos em relação aos grupos 1 e 2. Nos períodos subsequentes, os índices apresentam um comportamento similar de ganhos de produtividade em T2-T3, e nova redução em T3-T4, traduzindo em picos e vales no índice de Produtividade de Malmquist.

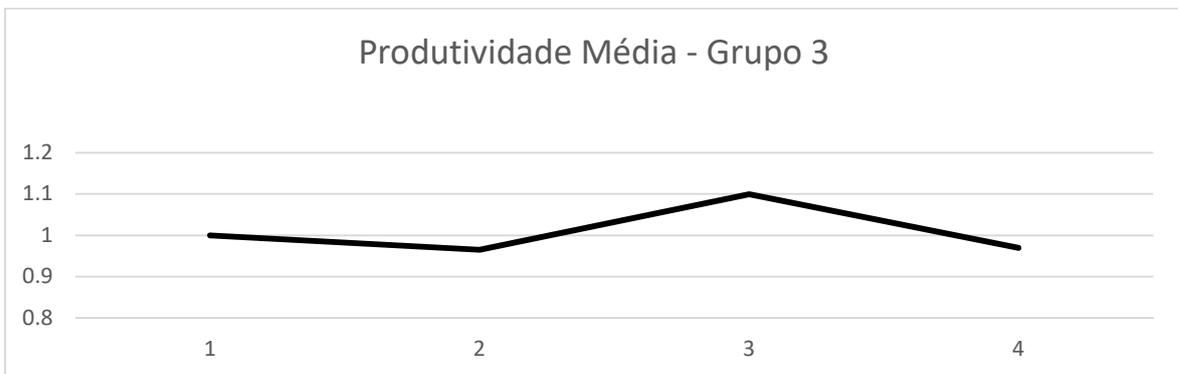
Gráfico 6: Relação AE x AT do Grupo 3.



Fonte: Elaboração própria com base nos dados apresentados pelo DEA-SAED

O Gráfico 7 apresenta a trajetória da produtividade média ao longo do tempo, com uma redução de produtividade no primeiro período, suavizada pelos sentidos opostos dos índices de eficiência e tecnologia. No período seguinte, obteve-se um ganho de produtividade expressiva, devido ao aumento nos índices AE e AT, e em T3-T4, o IM volta a ter um movimento de queda, acentuadas pelos sentidos similares dos índices que a compõem.

Gráfico 7 - Produtividade média do grupo 3



Fonte: DEA-SAED – elaboração própria

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do presente trabalho foi avaliar a eficiência dos gastos públicos com educação dos municípios do estado de Pernambuco, divididos por grupos clusterizados, onde por meio do método de Análise Envoltória de Dados, identificou-se os municípios mais eficientes e menos eficientes entre eles. Foi utilizada a abordagem com retornos variáveis de escala, com orientação ao Output, e o Índice de Produtividade de Malmquist, indicando os níveis de produtividade ao longo dos períodos.

O estudo mostrou que em média 97% dos municípios do grupo 1 apresentaram ineficiência dos Gastos com educação, 89% no grupo 2 e 60% no grupo 3.

No que se refere ao período analisado, nota-se uma redução de produtividade em T1-T2 nos grupos 1 e 3, quando o grupo 2 apresenta uma elevação em 23% na média agregada do Índice de Malmquist das unidades analisadas. O progresso do IM apresenta-se em razão da variação positiva dos índices de Alteração da Eficiência e das Alterações Tecnológicas.

No período T2-T3 observa-se que houve aumento de produtividade dos 3 grupos, embora o grupo 2 apresente uma desaceleração de produtividade tendo em vista seu resultado obtido em T1-T2. Destaca-se ainda que, dos 3 grupos analisados, o grupo 1 apresenta uma alta significativa em sua produtividade, porém com um desvio padrão duas vezes maior que o período anterior, indicando a existência de valores extremos que impactaram a média produtiva do grupo, tendo como produtividade máxima mais de 40% da referência.

O período 3, apresentado por T3-T4, apresenta uma queda na produtividade dos 3 grupos analisados, onde o maior impacto também foi percebido no grupo 1, demonstrando que o grupo, composto por municípios pequenos, com menor renda per capita e menor IDHM, apresenta uma alta volatilidade, inferindo que qualquer movimento na rede educacional imprime um ritmo rápido de melhora ou piora na educação, visto ter poucas matrículas e pouco recurso bruto vinculado.

Os resultados encontrados mostraram que muitos municípios, em face dos inputs empregados, poderiam ter gerado um resultado mais satisfatório no nível de aprendizagem dos alunos. Observou-se que apenas 3%, 11% e 40% dos municípios dos Grupos 1, 2, e 3 respectivamente, foram eficientes, podendo ser tomados como parâmetros para as outras localidades.

Considerando a distribuição geográfica da performance municipal ao longo do território Pernambucano, se evidenciou uma clara concentração dos resultados de ineficiência nos pequenos e médios municípios. Além disso, observou-se que o maior número de cidades com

baixo desempenho se concentra nas áreas mais distantes, mais precisamente no Sertão, fornecendo evidências de que as políticas educacionais nessa mesorregião precisam ser mais discutidas.

Uma maior uniformidade na provisão dos serviços educacionais, pode gerar menor sobrecarga sobre os grandes centros do Estado, e evitar que populações interioranas busquem um Ensino Público Fundamental de melhor qualidade na Região Metropolitana, onde de um modo geral, o Estado de Pernambuco é formado por municípios pequenos e de baixo desenvolvimento econômico.

Os municípios de menor porte, com menos de 20 mil habitantes, apresentaram os piores resultados. Destaca-se que nesses municípios foram observados os desempenhos mais fracos, devido à baixa densidade demográfica, derivando a necessidade unidades escolares mais afastadas dos centros e com isso, serem de baixa qualidade e com poucos investimentos.

Além dos requisitos de natureza espacial, social e econômica, pode-se atentar para os impactos políticos causados nestes municípios, cuja as administrações, que sobrevivem basicamente dos repasses do FPM e apoio do Governo Estadual, passaram por mudanças em 2012 e 2016, com um alto grau de concentração pelo partido do PSB, que administra o Estado e a Prefeitura da Capital, obtendo em 2012, 59 prefeituras, um acréscimo de 19 ante 2008, e em 2016, um total de 70 municípios sob sua legenda, mais um acréscimo de 11 prefeituras.

Esses mecanismos impactam positivamente ou negativamente toda a administração municipal, e a alocação dos recursos nos diversos setores tutelados pelo poder Público.

Um aprofundamento deste estudo seria um afinilamento em municípios eficientes e com ganhos de produtividade, a fim de entender, como os Índices de Alteração de Eficiência e Alteração Tecnológica respondem aos estímulos financeiros, quais impactos o aumento da verba do FUNDEB representa para os municípios dos Grupos 1, 2 e 3, dado suas diferenças socioeconômicas.

Por fim, um grande campo de atuação para pesquisas futuras continua aberto ao debate da eficiência dos gastos públicos para um contexto dinâmico, pois a análise dos índices de eficiência e produtividade aplicados neste trabalho, foi estática. A inserção de probabilidades e projeções permitirá abordar questões importantes sobre o progresso da educação pernambucana, no qual, como cada município se comportará no futuro, e como as inovações tecnológicas, em constante mudanças, impactarão a maneira de ensinar e de aprender do atores da rede municipal de ensino, e como isso afeta a forma de distribuição e alocação dos recursos do FUNDEB ou de outro Fundo que esteja em vigor a época.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA. A.T.C, GASPARINI, C. E. *Gastos Públicos Municipais e Educação Fundamental na Paraíba: Uma Avaliação usando DEA*. Revista Econômica do Nordeste - Documentos técnico-científicos - Volume 42 | Nº 03 | Julho - Setembro | 2011.

ALMEIDA. M. R. de. *A eficiência dos investimentos do programa de inovação tecnológica em pequena empresa (PIPE): uma integração da Análise Envoltória de Dados e Índice Malmquist*. (Tese de Doutorado). Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. São Carlos, 2010.

AMARAL. N. C. *Um novo Fundef? as ideias de Anísio Teixeira*. *Educação e Sociedade*, Campinas, v.22, n. 75. p.277-90, ago. 2001.

ARAÚJO. L. *Insuficiente, mas necessário!* In: LIMA, M. J. R.; DIDONET, V. (Org.). *FUNDEB: avanços na universalização da educação básica*. Brasília: INEP, 2006.

ARELARO. L. R. G; GIL, J. *Política de fundos na educação: duas posições*. In: LIMA, M. J. R., DIDONET, V. (Org.). *FUNDEB: avanços na universalização da educação básica*. Brasília: INEP, 2006. p. 71-88.

ARRETICHE. M. *Relações federativas nas políticas sociais*. *Educação e Sociedade*, Campinas, SP, v. 23, n. 80, p. 25-48, set. 2002.

BANKER. R. D. CHARNES. A. COOPER. W. W. *Some models for estimating and scale inefficiencies*. *Management Science*, p. 1078-1092, 1984.

BELLONI. J.A. *Uma Metodologia de Avaliação da Eficiência Produtiva de Universidades Federais Brasileiras*. (Tese de Doutorado). Escola de Engenharia de Produção da UFSC. Florianópolis, 2000.

BERTÊ. A. M. de A. BORGES. C.B. BRUNET, J. F. G. *Qualidade do Gasto Público em Educação nas Redes Públicas Estaduais e Municipais*. XIII Prêmio Tesouro Nacional, 2008.

BHOLOWALIA, P.; KUMAR, A. *EBK-means: A clustering technique based on elbow method and k-means in WSN*. *International Journal of Computer Applications*, v. 105, n. 9, p. 17-24, 2014.

BRASIL, Lei 11.494 de 20 de junho de 2007. *Regulamenta o Fundo de Manutenção e Desenvolvimento da Educação Básica e de Valorização dos Profissionais da Educação – FUNDEB*. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 21 jun. 2007.

BRASIL. Constituição (1988). *Constituição da República Federativa do Brasil*. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988.

CALLEGARI, C. *O FUNDEF e a municipalização do ensino fundamental no Estado de São Paulo*. São Paulo: Aquariana, 2002.

CASTRO, C. M.; CARNOY, M. *A melhoria da educação na América Latina: e agora, para onde vamos?* In: CASTRO, C. M. *Como anda a reforma da educação na América Latina?* Rio de Janeiro: FGV, 1997.

CASTRO, M.H. *A educação para o século XXI: o desafio da qualidade e da equidade*. Rio de Janeiro: FGV, 1999.

CAVES. D.W. CHRISTENSEN. L.R. DIEWERT. W.E. (1982), *Multilateral Comparisons of Output, Input and Productivity using Superlative Index Numbers*, The Economic Journal, 92, p. 73–86.

CHARNES. A. COOPER. W. W. RHODES. E. *Measuring the efficiency of decision making units*. European Journal of Operational Research, p. 429-444, 1978.

COOPER. W.W; SEIFORD. L.M. TONE. K. *Data envelopment analysis: a comprehensive text with models, applications, references and DEA-Solver Software*. Springer. 2007.

DAVIES. N. *FUNDEB: a redenção da educação básica?* Campinas: Autores Associados, 2008.

_____. *FUNDEB: a redenção da educação básica?* Educação e Sociedade, Campinas. v. 27, n. 96, p.753-774, 2006.

DEBREU, G.; *The Coefficient of Resource Utilization*. Journal of the Econometric Society, vol. 19, nº 3, July 1951, Chicago.

DYSON, R. G.; ALLEN, R.; CAMANHO, A. S.; PODINOVSKI, V.V.; SARRICO, C. S.; SHALE, E. A. *Pitffal and protocols in DEA*. European Journal of Operation Research, v. 132, p. 245-259, 2001.

FÄRE, R., GROSSKOPF, S.; NORRIS, M.; & ZHANG, Z. *Productivity growth, technical progress, and efficiency change in industrialized countries*. American Economic Review, v. 84(1), p. 66-83, 1994.

FARREL, M.J. *The measurement of productive efficiency*. J. Royal Statistical Society, v. 120, Part III, p. 253-290, 1957.

FERREIRA, C.M.C. GOMES, A.P. *Introdução a Análise Envoltória de Dados: Teoria, Modelos e Aplicações*. Viçosa – MG – UFV, 2012.

GENTILI, P. *Neoliberalismo e educação: manual do usuário*. In: SILVA, T.T.; GENTILI, P. (Org.). *Escola S.A.: quem ganha e quem perde no mercado educacional do neoliberalismo*. Brasília, DF. CNT, 1996.

GIAMBIAGI, F. ALÉM, A. C. D. *Finanças públicas: teoria e prática no Brasil*. Rio de Janeiro: Elsevier Brasil, 2008.

GUIMARÃES, J. L. *Alguns Impactos do Fundef: apontamentos e incertezas após sua implantação*. In: MARTINS, A. M.; OLIVEIRA, C.; BUENO, M. S. S. (Org.). *Descentralização do estado e municipalização do ensino: problemas e perspectivas*. Rio de Janeiro: DP&A, p. 193-210, 2004.

HANUSHEK, E. A. LUQUE, J. *Efficiency and equity in schools around the world*. Cambridge, Mass: National Bureau of Economic Research p. 42, 2002.

HILLIER, F.S. e LIEBERMAN, G.J. *Introdução à Pesquisa Operacional*, McGraw-Hill (2006)

JÚNIOR, J. N. de A. et al. *Eficiência Técnica das Escolas Públicas dos Estados do Nordeste: uma Abordagem em Dois Estágios*. In: Revista Econômica do Nordeste. v. 47, n. 3, p. 61-73. 2017.

KALIRAJAN, K. P.; SHAND, R. T. *Frontier Production Functions and Technical Efficiency Measures*. Journal of Economic Surveys, v. 13, n. 2, p. 149-172, 1999.

- KODINARIYA, T. M.; MAKWANA, P. R. *Review on determining number of Cluster in K-Means Clustering*. International Journal of Advance Research in Computer Science and Management Studies, v. 1, n. 6, p. 90-95, 2013.
- KOOPMANS, T. C. *Efficient allocation of resources*. Econometrica, v.19, no.1, october 1951.
- LINS, M.P.E. MEZA.L.A. (ED) *Análise Envoltória de Dados e perspectivas de integração no ambiente de apoio à decisão*. Rio de Janeiro. COPPE/UFRJ, 2000.
- LOVELL, C. *Measuring Efficiency in the Public Sector*. In: BLANK, J. L. T. (Ed.). *Public Provision and Performance*. Amsterdam: North-Holland, 2000.
- MALMQUIST, S. *Index numbers and indifference surfaces*. *Trabajos de Estadística*, v. 4, p. 209–242, 1953.
- MANKIW, N.G. *Introdução à economia*. São Paulo. Cenage Learning, 2008.
- MELCHIOR, J. C. de A. *Mudanças no financiamento da educação no Brasil*. Campinas: Autores Associados, 1997.
- MENEZES-FILHO, N. A. *Os determinantes do desempenho escolar no Brasil*. In: [Texto para discussão]. São Paulo: Instituto Futuro Brasil, p. 30, 2007.
- MOESEN, W; PERSON, A. *Measuring and Explaining the Productive Efficiency of Tax Offices: a Non-Parametric Best Practice Frontier Approach*. *Tijdschrift voor Economie en Management*, v. XLVII, n. 3, 2002.
- MUSGRAVE, R; MUSGRAVE, P. *Finanças públicas – teoria e prática*. Editora Campus, SP, 1980.
- PINTO, J. M. R *Financiamento da educação no Brasil: um balanço do governo FHC (1995-2002)* . *Educação e Sociedade*, Campinas. v. 23, n. 80, p. 108-135, 2002.
- PINTO, J. M. R. *A política recente de fundos para o financiamento da educação e seus efeitos no pacto federativo*. *Educação e Sociedade*, Campinas, v.28, n.100, p. 877-897, 2007.
- PINTO, J. M. R.;CARREIRA, D. *Custo Aluno-Qualidade Inicial: rumo à educação pública de qualidade no Brasil*. São Paulo: Campanha Nacional pelo Direito à Educação, 2007.

PO, R. W.; GUH, Y. Y.; YANG, M. S. *A new Clustering approach using data envelopment analysis*. European Journal of Operational Research, v. 199, p. 276–284. 2009.

RIANI, F. *Economia do setor público – uma abordagem introdutória*. 3ª ed., São Paulo, 1997 Atlas.

ROSANO-PENA, C. ALBUQUERQUE, P. H. M. DAHER, C. E. *Dinâmica da produtividade e eficiência dos gastos na educação dos municípios goianos*. Rev. adm. contemp. [online]. v.16, n.6, p.845-865, 2012.

SALLES, E. *Nova LDB Comentada*. 9º ed. - Rio de Janeiro: Booklink, 2014.

SAMUELSON, Paul A. *Indeterminacy of governmental role in public-good theory*. Cambridge: The Massachusetts Institute of Technology Press, p.521, 1972.

SAMUELSON, Paul A. *The pure theory of public expenditure*. Cambridge: The Massachusetts Institute of Technology Press, p.1223-1225, 1966.

SANDRONI, P. *Dicionário de Economia do século XXI* – Rio de Janeiro: Record, 2005.

SAVIANI, D. *Da nova LDB ao FUNDEB: por uma outra política educacional*. 2. ed. rev. e amp. Campinas: Autores Associados, 2008.

_____. *Educação brasileira: estrutura e sistema*. 9. ed. Campinas: Autores Associados, 2005.

SENA, P. *Financiamento da educação básica: critérios conceitos e diretrizes*. In: LIMA, M. J. R.; DIDONET, V. (Org.). *FUNDEF: avanços na universalização da educação básica*. Brasília, INEP, 2006.

SILVA, A. A. P. *Eficiência na alocação de recursos públicos e qualidade de vida nos municípios de Minas Gerais*. Dissertação (Mestrado em Administração) – Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2009.

SILVA, A. B. NASCIMENTO, J. C. H. B. do; FERREIRA, A da C. S. LIMA, J. R. F. *Accountability para a Gestão de Verbas da Educação Pública em Municípios Brasileiros: Análise com Envoltória de Dados (DEA)*. Revista Iberoamericana de Contabilidad de Gestión, 12, p.1-16, 2015.

SILVA, A. M.; NASSER, I. *Uma metodologia para agrupamento de amostras de água da região Amazônica*. South American Journal of Basic Education, Technical and Technological, v. 5, n. 2, p. 225-231, 2018.

SILVA, J. L. M.; ALMEIDA, J. C. L. *Eficiência no gasto público com educação: uma análise dos municípios do Rio Grande do Norte*. Planejamento e Políticas Públicas, n. 39, 2012.

SYAKUR, M. A. et al. *Integration K-Means Clustering Method and Elbow Method For Identification of The Best Customer Profile Cluster*. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, v. 336, p. 012017, 2018.

VARIAN, H. R. *Microeconomia: Principios Básicos*. Rio de Janeiro. Elsevier, 2006.

VARIAN, H. R. *Microeconomic analysis*. New York: W.W. Norton, 1992.

VASCONCELLOS, L. *Economia da Educação*. In: BIDERMAN, Ciro e ARVATE, Paulo. *Economia do setor público no Brasil*. Rio de Janeiro: Elsevier; 2004.

VIANA, J. S. SALVATO, M. A. ARAÚJO, J. R. *Tem sido a oferta pública de educação um fator relevante para a redução da desigualdade de renda? O caso da região sul brasileira 2003 e 2009*. In: Encontro de Economia da Região Sul, 2011, Florianópolis. Anais do XII Encontro de Economia da Região Sul. Florianópolis, 2011.

WILBERT, M. D. D'ABREU, E. C. C. F. *Eficiência dos gastos públicos na educação: análise dos municípios do estado de alagoas*. Advances in Scientific and Applied Accounting, v. 6, n. 3, p. 348-372, 2013.

ZOGHBI, A. C. et al. *Análise da eficiência nos gastos em educação fundamental para os municípios paulistas*. Planejamento e Políticas Públicas, n. 36, jan./jun. 2011.

<http://portal.mec.gov.br/component/tags/tag/34913> acessado em 03/11/2019

<http://www.oecd.org/pisa/> acessado em 03/11/2019

APÊNDICES

APÊNDICE A: APRESENTAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 1.

DMU 1	Afogados da Ingazeira	DMU 41	Condado
DMU 2	Afrânio	DMU 42	Correntes
DMU 3	Agrestina	DMU 43	Cortês
DMU 4	Água Preta	DMU 44	Cumaru
DMU 5	Águas Belas	DMU 45	Cupira
DMU 6	Alagoinha	DMU 46	Custódia
DMU 7	Aliança	DMU 47	Dormentes
DMU 8	Altinho	DMU 48	Exu
DMU 9	Amaraji	DMU 49	Feira Nova
DMU 10	Angelim	DMU 50	Ferreiros
DMU 11	Araçoiaba	DMU 51	Flores
DMU 12	Barra de Guabiraba	DMU 52	Floresta
DMU 13	Barreiros	DMU 53	Frei Miguelinho
DMU 14	Belém de Maria	DMU 54	Gameleira
DMU 15	Belém do São Francisco	DMU 55	Glória do Goitá
DMU 16	Betânia	DMU 56	Granito
DMU 17	Bodocó	DMU 57	Iati
DMU 18	Bom Conselho	DMU 58	Ibimirim
DMU 19	Bom Jardim	DMU 59	Ibirajuba
DMU 20	Bonito	DMU 60	Iguaracy
DMU 21	Brejão	DMU 61	Ilha de Itamaracá
DMU 22	Brejinho	DMU 62	Inajá
DMU 23	Brejo da Madre de Deus	DMU 63	Ingazeira
DMU 24	Buenos Aires	DMU 64	Ipubi
DMU 25	Cabrobó	DMU 65	Itacuruba
DMU 26	Cachoeirinha	DMU 66	Itaíba
DMU 27	Caetés	DMU 67	Itambé
DMU 28	Calçado	DMU 68	Itapetim
DMU 29	Calumbi	DMU 69	Itapissuma
DMU 30	Camocim de São Félix	DMU 70	Itaquitinga
DMU 31	Camutanga	DMU 71	Jaqueira
DMU 32	Canhotinho	DMU 72	Jataúba
DMU 33	Capoeiras	DMU 73	Jatobá
DMU 34	Carnaíba	DMU 74	João Alfredo
DMU 35	Carnaubeira da Penha	DMU 75	Joaquim Nabuco
DMU 36	Casinhas	DMU 76	Jucati
DMU 37	Catende	DMU 77	Jupi
DMU 38	Cedro	DMU 78	Jurema
DMU 39	Chã de Alegria	DMU 79	Lagoa de Itaenga
DMU 40	Chã Grande	DMU 80	Lagoa do Carro

DMU 81	Lagoa do Ouro	DMU 121	São João
DMU 82	Lagoa dos Gatos	DMU 122	São Joaquim do Monte
DMU 83	Lagoa Grande	DMU 123	São José da Coroa Grande
DMU 84	Lajedo	DMU 124	São José do Belmonte
DMU 85	Macaparana	DMU 125	São José do Egito
DMU 86	Machados	DMU 126	São Vicente Ferrer
DMU 87	Manari	DMU 127	Serrita
DMU 88	Maraial	DMU 128	Sertânia
DMU 89	Mirandiba	DMU 129	Sirinhaém
DMU 90	Moreilândia	DMU 130	Solidão
DMU 91	Nazaré da Mata	DMU 131	Tabira
DMU 92	Orobó	DMU 132	Tacaimbó
DMU 93	Orocó	DMU 133	Tacaratu
DMU 94	Palmeirina	DMU 134	Tamandaré
DMU 95	Panelas	DMU 135	Taquaritinga do Norte
DMU 96	Paranatama	DMU 136	Terezinha
DMU 97	Parnamirim	DMU 137	Terra Nova
DMU 98	Passira	DMU 138	Toritama
DMU 99	Pedra	DMU 139	Tracunhaém
DMU 100	Petrolândia	DMU 140	Trindade
DMU 101	Poção	DMU 141	Triunfo
DMU 102	Pombos	DMU 142	Tupanatinga
DMU 103	Primavera	DMU 143	Tuparetama
DMU 104	Quipapá	DMU 144	Venturosa
DMU 105	Quixaba	DMU 145	Verdejante
DMU 106	Riacho das Almas	DMU 146	Vertente do Lério
DMU 107	Ribeirão	DMU 147	Vertentes
DMU 108	Rio Formoso	DMU 148	Vicência
DMU 109	Sairé	DMU 149	Xexéu
DMU 110	Salgadinho		
DMU 111	Saloá		
DMU 112	Sanharó		
DMU 113	Santa Cruz		
DMU 114	Santa Cruz da Baixa Verde		
DMU 115	Santa Filomena		
DMU 116	Santa Maria da Boa Vista		
DMU 117	Santa Maria do Cambucá		
DMU 118	Santa Terezinha		
DMU 119	São Benedito do Sul		
DMU 120	São Caitano		

APÊNDICE B: APRESENTAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 2.

DMU 1	Abreu e lima
DMU 2	Araripina
DMU 3	Arcoverde
DMU 4	Belo jardim
DMU 5	Bezerros
DMU 6	Buíque
DMU 7	Cabo de Santo Agostinho
DMU 8	Camaragibe
DMU 9	Carpina
DMU 10	Escada
DMU 11	Garanhuns
DMU 12	Goiana
DMU 13	Gravatá
DMU 14	Igarassu
DMU 15	Ipojuca
DMU 16	Limoeiro
DMU 17	Moreno
DMU 18	Ouricuri
DMU 19	Palmares
DMU 20	Paudalho
DMU 21	Pesqueira
DMU 22	Salgueiro
DMU 23	Santa Cruz do Capibaribe
DMU 24	São Bento do Una
DMU 25	São Lourenço da Mata
DMU 26	Serra talhada
DMU 27	Surubim
DMU 28	Timbaúba
DMU 29	Vitória de Santo Antão

APÊNDICE C: APRESENTAÇÃO DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 3.

Caruaru	DMU1
Jaboatão dos Guararapes	DMU2
Olinda	DMU3
Paulista	DMU4
Petrolina	DMU5

APÊNDICE D: EFICIÊNCIA DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 1 VIA DEA-BCC.

DMU's	Eficiência			
	2011	2013	2015	2017
DMU 1	0.763	0.772	0.831	0.773
DMU 2	0.729	0.711	0.708	0.683
DMU 3	0.542	0.574	0.646	0.643
DMU 4	0.559	0.492	0.677	0.646
DMU 5	0.610	0.523	0.646	0.708
DMU 6	0.695	0.687	0.628	0.750
DMU 7	0.492	0.462	0.477	0.478
DMU 8	0.678	0.637	0.637	0.743
DMU 9	0.644	0.558	0.615	0.664
DMU 10	0.695	0.546	0.630	0.690
DMU 11	0.559	0.590	0.646	0.686
DMU 12	0.576	0.592	0.749	1.000
DMU 13	0.593	0.523	0.584	0.615
DMU 14	0.593	0.607	0.688	0.774
DMU 15	0.712	0.622	0.725	0.736
DMU 16	0.864	0.779	0.778	0.739
DMU 17	0.576	0.569	0.646	0.557
DMU 18	0.712	0.600	0.693	0.639
DMU 19	0.712	0.677	0.769	0.713
DMU 20	0.729	0.693	0.954	1.000
DMU 21	0.763	0.561	0.875	0.818
DMU 22	0.695	0.784	0.947	1.000
DMU 23	0.661	0.600	0.677	0.625
DMU 24	0.772	0.684	0.652	0.791
DMU 25	0.814	0.742	0.784	0.716
DMU 26	0.644	0.717	0.783	0.797
DMU 27	0.644	0.446	0.784	0.686
DMU 28	0.610	0.609	0.676	0.620
DMU 29	0.789	0.803	0.828	0.808
DMU 30	0.593	0.700	0.877	0.693
DMU 31	0.576	0.618	0.656	0.774
DMU 32	0.831	0.650	0.723	0.692
DMU 33	0.661	0.402	0.769	0.742
DMU 34	0.932	0.823	0.938	0.935
DMU 35	0.575	0.782	0.813	0.727
DMU 36	0.610	0.653	0.697	0.800
DMU 37	0.593	0.601	0.723	0.573
DMU 38	0.678	0.765	0.692	0.782
DMU 39	0.576	0.607	0.668	0.627
DMU 40	0.627	0.650	0.661	0.606

DMU 41	0.610	0.558	0.693	0.632
DMU 42	0.559	0.590	0.584	0.618
DMU 43	0.610	0.621	0.726	0.715
DMU 44	0.593	0.591	0.622	0.724
DMU 45	0.712	0.651	0.739	0.700
DMU 46	0.729	0.649	0.769	0.678
DMU 47	0.898	0.993	0.969	0.917
DMU 48	0.661	0.601	0.784	0.715
DMU 49	0.661	0.652	0.677	0.770
DMU 50	0.644	0.624	0.677	0.691
DMU 51	0.746	0.745	0.831	0.760
DMU 52	0.678	0.650	0.708	0.674
DMU 53	0.661	0.686	0.766	0.729
DMU 54	0.559	0.528	0.615	0.513
DMU 55	0.678	0.665	0.631	0.605
DMU 56	0.542	0.630	0.707	0.910
DMU 57	0.627	0.602	0.677	0.648
DMU 58	0.712	0.635	0.800	0.707
DMU 59	0.732	0.709	0.750	0.853
DMU 60	0.797	0.734	0.709	0.833
DMU 61	0.627	0.656	0.712	0.778
DMU 62	0.729	0.606	0.661	0.602
DMU 63	1.000	1.000	1.000	1.000
DMU 64	0.678	0.600	0.677	0.671
DMU 65	0.766	0.794	0.830	0.779
DMU 66	0.627	0.508	0.646	0.574
DMU 67	0.576	0.493	0.615	0.605
DMU 68	0.661	0.794	0.843	0.818
DMU 69	0.610	0.481	0.631	0.764
DMU 70	0.492	0.498	0.592	0.555
DMU 71	0.508	0.530	0.655	0.681
DMU 72	0.576	0.542	0.615	0.585
DMU 73	0.768	0.826	0.902	0.797
DMU 74	0.661	0.695	0.754	0.675
DMU 75	0.593	0.652	0.631	0.641
DMU 76	0.729	0.794	0.935	0.844
DMU 77	0.763	0.917	1.000	0.838
DMU 78	0.610	0.669	0.693	0.728
DMU 79	0.678	0.686	0.750	0.699
DMU 80	0.576	0.542	0.739	0.670
DMU 81	0.729	0.652	0.693	0.675
DMU 82	0.627	0.622	0.729	0.707
DMU 83	0.712	0.682	0.784	0.917
DMU 84	0.678	0.769	1.000	0.653

DMU 85	0.610	0.606	0.693	0.670
DMU 86	0.576	0.515	0.739	0.752
DMU 87	0.492	0.509	0.584	0.549
DMU 88	0.559	0.530	0.608	0.619
DMU 89	0.644	0.546	0.733	0.625
DMU 90	0.678	0.734	0.755	0.738
DMU 91	0.627	0.654	0.684	0.693
DMU 92	0.576	0.666	0.907	0.912
DMU 93	0.627	0.622	0.634	0.587
DMU 94	0.695	0.546	0.582	0.564
DMU 95	0.746	0.770	0.907	1.000
DMU 96	0.559	0.652	0.846	0.749
DMU 97	0.627	0.651	0.739	0.700
DMU 98	0.661	0.727	0.816	0.717
DMU 99	0.559	0.512	0.584	0.671
DMU 100	0.763	0.739	0.800	0.750
DMU 101	0.746	0.749	0.767	0.760
DMU 102	0.593	0.603	0.600	0.605
DMU 103	0.559	0.639	0.754	0.615
DMU 104	0.593	0.602	0.723	0.661
DMU 105	1.000	1.000	0.932	0.953
DMU 106	0.661	0.620	0.693	0.663
DMU 107	0.627	0.633	0.693	0.618
DMU 108	0.797	0.697	0.631	0.552
DMU 109	0.797	0.608	0.706	0.812
DMU 110	0.597	0.855	0.822	0.904
DMU 111	0.678	0.589	0.616	0.844
DMU 112	0.678	0.574	0.615	0.743
DMU 113	0.559	0.620	0.709	0.742
DMU 114	0.814	0.765	0.854	0.791
DMU 115	0.746	0.637	0.803	0.712
DMU 116	0.593	0.508	0.600	0.542
DMU 117	0.729	0.637	0.774	0.797
DMU 118	0.695	0.687	0.788	0.762
DMU 119	0.695	0.608	0.673	0.689
DMU 120	0.729	0.662	0.723	0.672
DMU 121	0.746	0.695	0.846	0.729
DMU 122	0.695	0.682	0.739	0.651
DMU 123	0.542	0.527	0.584	0.603
DMU 124	0.644	0.677	0.754	0.743
DMU 125	0.779	0.835	0.877	0.815
DMU 126	0.559	0.529	0.635	0.668
DMU 127	0.593	0.589	0.677	0.744
DMU 128	0.729	0.664	0.831	0.661

DMU 129	0.559	0.523	0.631	0.614
DMU 130	0.716	0.818	1.000	0.986
DMU 131	0.695	0.776	0.800	0.794
DMU 132	0.576	0.531	0.628	0.673
DMU 133	0.712	0.715	0.723	0.772
DMU 134	0.576	0.635	0.661	0.682
DMU 135	0.695	0.713	0.831	0.791
DMU 136	0.661	0.656	0.896	0.906
DMU 137	0.779	0.762	0.776	0.887
DMU 138	0.610	0.539	0.584	0.613
DMU 139	0.581	0.644	0.701	0.773
DMU 140	0.729	0.677	0.769	0.742
DMU 141	0.915	0.919	0.923	0.963
DMU 142	0.644	1.000	0.923	0.546
DMU 143	1.000	0.972	1.000	0.942
DMU 144	0.712	0.700	0.772	0.711
DMU 145	0.576	0.593	0.693	0.660
DMU 146	0.695	0.618	0.784	0.848
DMU 147	0.661	0.621	0.646	0.657
DMU 148	0.559	0.495	0.615	0.648
DMU 149	0.559	0.636	0.693	0.714

APÊNDICE E: EFICIÊNCIA DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 2 VIA DEA-BCC.

DMU's	Eficiência			
	2011	2013	2015	2017
DMU 1	0.800	0.828	0.847	1.000
DMU 2	0.911	0.837	0.737	0.741
DMU 3	0.889	1.000	1.000	1.000
DMU 4	0.755	0.877	0.789	0.741
DMU 5	0.889	0.918	1.000	0.948
DMU 6	0.778	0.776	0.737	0.776
DMU 7	0.822	0.796	0.807	0.828
DMU 8	0.867	0.796	0.824	0.862
DMU 9	0.822	0.816	0.837	0.810
DMU 10	0.822	0.694	0.667	0.690
DMU 11	0.867	0.837	0.789	0.810
DMU 12	0.778	0.755	0.754	0.690
DMU 13	0.911	0.816	0.737	0.724
DMU 14	0.778	0.796	1.000	0.793
DMU 15	0.800	0.735	0.842	0.776
DMU 16	0.934	1.000	1.000	1.000
DMU 17	0.733	0.653	0.733	0.690
DMU 18	0.755	0.714	0.667	0.655
DMU 19	0.934	0.898	0.842	0.828
DMU 20	0.778	0.714	0.667	0.707
DMU 21	0.800	0.714	0.797	0.776
DMU 22	1.000	1.000	0.917	0.914
DMU 23	1.000	0.939	0.877	0.914
DMU 24	0.845	0.816	0.860	0.965
DMU 25	0.822	0.796	0.702	0.724
DMU 26	0.934	0.877	0.860	0.880
DMU 27	0.867	0.877	0.825	0.862
DMU 28	0.845	0.837	0.808	0.862
DMU 29	0.755	0.776	0.772	0.724

APÊNDICE F: EFICIÊNCIA DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 3 VIA DEA-BCC.

DMU's	Eficiência			
	2011	2013	2015	2017
DMU 1	0.914	0.825	0.822	0.908
DMU 2	0.829	0.843	0.874	0.896
DMU 3	0.885	0.872	0.903	0.919
DMU 4	1.000	1.000	1.000	1.000
DMU 5	1.000	1.000	1.000	1.000

APÊNDICE G: PRODUTIVIDADE DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 1 VIA DEAMALMQUIST.

Índice de Malmquist	Grupo 1								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
DMU 1	0.992	0.977	1.015	1.233	1.112	1.109	0.893	0.895	0.997
DMU 2	0.961	0.979	0.982	1.182	1.254	0.943	0.878	0.978	0.898
DMU 3	0.992	1.299	0.763	1.223	1.176	1.040	0.889	0.910	0.977
DMU 4	0.982	0.891	1.102	1.214	1.663	0.730	0.892	1.032	0.865
DMU 5	0.980	0.922	1.063	1.212	1.362	0.890	0.891	1.092	0.816
DMU 6	0.991	1.016	0.976	1.225	0.824	1.487	0.889	0.948	0.938
DMU 7	0.997	1.054	0.946	1.230	1.159	1.062	0.893	1.072	0.833
DMU 8	0.973	1.018	0.956	1.197	1.173	1.021	0.870	1.098	0.793
DMU 9	0.960	0.942	1.019	1.218	1.128	1.079	0.861	1.088	0.792
DMU 10	0.992	0.790	1.255	1.241	1.136	1.092	0.893	0.851	1.049
DMU 11	0.992	1.001	0.990	1.185	1.214	0.976	0.882	0.876	1.007
DMU 12	0.984	1.217	0.808	1.220	1.259	0.969	0.861	1.235	0.697
DMU 13	0.991	0.950	1.043	1.231	1.180	1.043	0.893	1.056	0.845
DMU 14	0.980	1.097	0.893	1.204	1.291	0.932	0.861	1.065	0.809
DMU 15	0.992	0.996	0.996	1.226	1.294	0.948	0.876	0.991	0.884
DMU 16	0.963	0.984	0.978	1.179	0.873	1.351	0.861	0.947	0.910
DMU 17	0.985	1.010	0.976	1.200	1.238	0.969	0.882	0.880	1.002
DMU 18	0.968	0.859	1.127	1.205	1.162	1.037	0.863	0.926	0.932
DMU 19	0.960	1.019	0.942	1.187	1.247	0.952	0.864	0.932	0.927
DMU 20	0.980	0.965	1.016	1.198	1.616	0.742	0.861	1.088	0.792
DMU 21	0.980	0.638	1.536	1.185	1.594	0.744	0.875	0.863	1.014
DMU 22	0.991	1.221	0.812	1.205	1.284	0.938	0.887	0.837	1.060
DMU 23	0.997	0.929	1.073	1.230	1.249	0.985	0.883	0.965	0.915
DMU 24	1.027	0.819	1.255	1.241	0.938	1.323	0.893	0.867	1.030
DMU 25	0.984	0.933	1.055	1.213	1.196	1.014	0.864	0.735	1.176
DMU 26	0.998	1.188	0.840	1.266	1.092	1.159	0.896	0.845	1.061
DMU 27	0.972	0.712	1.365	1.199	2.021	0.594	0.867	0.843	1.028
DMU 28	0.991	1.036	0.957	1.216	1.100	1.105	0.880	0.776	1.134
DMU 29	0.984	1.007	0.977	1.213	1.126	1.077	0.861	0.795	1.084
DMU 30	0.991	1.176	0.843	1.205	1.238	0.973	0.861	0.731	1.178
DMU 31	0.992	1.135	0.874	1.249	1.113	1.123	0.892	0.950	0.940
DMU 32	0.972	0.791	1.229	1.201	1.208	0.994	0.861	0.949	0.908
DMU 33	0.967	0.650	1.487	1.191	2.218	0.537	0.874	1.001	0.872

DMU 34	0.970	0.855	1.135	1.198	1.099	1.090	0.869	1.065	0.816
DMU 35	1.010	1.415	0.714	1.288	1.105	1.166	0.897	0.781	1.149
DMU 36	0.964	1.211	0.796	1.204	1.153	1.044	0.872	1.059	0.823
DMU 37	1.001	0.916	1.093	1.230	1.208	1.018	0.873	0.743	1.174
DMU 38	0.980	1.116	0.878	1.210	0.925	1.308	0.886	1.002	0.884
DMU 39	0.989	1.058	0.935	1.218	1.184	1.029	0.892	0.824	1.083
DMU 40	0.982	1.164	0.844	1.217	1.162	1.047	0.879	0.877	1.002
DMU 41	0.987	0.978	1.009	1.218	1.362	0.895	0.890	0.847	1.052
DMU 42	0.974	1.036	0.941	1.204	1.149	1.048	0.893	0.972	0.918
DMU 43	0.991	1.029	0.963	1.212	1.473	0.823	0.882	0.892	0.989
DMU 44	0.972	1.063	0.915	1.222	1.146	1.067	0.893	1.062	0.840
DMU 45	0.982	0.988	0.994	1.204	1.322	0.911	0.893	0.932	0.958
DMU 46	0.983	0.957	1.027	1.200	1.224	0.980	0.877	0.954	0.920
DMU 47	0.972	1.193	0.815	1.204	1.114	1.081	0.890	0.821	1.083
DMU 48	0.983	0.963	1.020	1.205	1.416	0.851	0.884	0.861	1.027
DMU 49	0.983	1.107	0.888	1.230	1.006	1.223	0.892	1.070	0.834
DMU 50	0.985	0.992	0.993	1.219	1.155	1.056	0.889	0.881	1.009
DMU 51	0.967	1.135	0.852	1.196	1.156	1.034	0.861	0.915	0.941
DMU 52	0.971	0.934	1.040	1.191	1.221	0.976	0.887	0.891	0.995
DMU 53	0.980	1.059	0.925	1.217	1.042	1.168	0.869	0.783	1.110
DMU 54	0.988	1.102	0.897	1.216	1.188	1.023	0.862	0.755	1.141
DMU 55	0.979	1.019	0.960	1.201	1.021	1.177	0.884	0.929	0.952
DMU 56	0.972	1.214	0.801	1.214	1.207	1.006	0.870	1.053	0.827
DMU 57	0.988	1.012	0.976	1.230	1.314	0.936	0.893	0.879	1.016
DMU 58	0.991	0.919	1.079	1.222	1.466	0.833	0.893	0.815	1.096
DMU 59	0.992	0.985	1.007	1.218	1.106	1.102	0.868	0.978	0.888
DMU 60	0.992	1.075	0.922	1.413	0.828	1.706	0.893	1.021	0.874
DMU 61	0.991	1.046	0.948	1.200	1.100	1.091	0.896	0.854	1.050
DMU 62	0.987	0.850	1.161	1.215	0.994	1.222	0.887	0.806	1.101
DMU 63	0.991	1.000	0.991	1.230	1.000	1.230	0.892	1.000	0.892
DMU 64	0.987	0.914	1.080	1.213	1.243	0.977	0.890	0.961	0.925
DMU 65	0.949	1.038	0.914	1.170	1.131	1.035	0.875	0.883	0.990
DMU 66	0.982	0.853	1.151	1.218	1.501	0.811	0.893	0.902	0.989
DMU 67	0.992	0.912	1.087	1.249	1.474	0.847	0.893	0.979	0.912
DMU 68	0.983	1.126	0.873	1.222	1.135	1.077	0.890	0.804	1.107
DMU 69	0.991	0.749	1.323	1.204	1.511	0.797	0.861	1.137	0.757
DMU 70	0.992	1.065	0.932	1.230	1.277	0.963	0.883	0.790	1.118
DMU 71	0.981	1.119	0.877	1.212	1.273	0.952	0.865	0.904	0.957
DMU 72	0.978	1.113	0.879	1.215	1.323	0.918	0.861	0.960	0.897
DMU 73	0.994	0.986	1.009	1.257	1.204	1.044	0.892	0.675	1.321
DMU 74	0.950	0.983	0.967	1.187	1.155	1.028	0.861	0.846	1.018
DMU 75	0.986	1.152	0.856	1.221	1.057	1.155	0.861	0.920	0.936
DMU 76	0.988	1.153	0.857	1.250	1.342	0.931	0.893	0.742	1.203
DMU 77	0.983	1.189	0.827	1.201	1.195	1.004	0.882	0.733	1.204

DMU 78	0.991	1.179	0.841	1.226	1.011	1.212	0.881	0.978	0.900
DMU 79	0.998	0.921	1.083	1.230	1.123	1.095	0.880	0.766	1.149
DMU 80	0.977	1.079	0.906	1.216	1.596	0.762	0.861	0.922	0.934
DMU 81	0.966	0.900	1.074	1.200	1.230	0.975	0.893	0.871	1.025
DMU 82	0.990	1.053	0.940	1.259	1.426	0.883	0.893	0.885	1.008
DMU 83	0.968	1.072	0.903	1.196	1.200	0.996	0.861	1.166	0.739
DMU 84	0.992	1.245	0.797	1.257	1.560	0.806	0.893	0.590	1.513
DMU 85	0.987	1.011	0.976	1.224	1.177	1.040	0.892	0.909	0.981
DMU 86	0.979	1.021	0.959	1.208	1.332	0.907	0.862	0.896	0.962
DMU 87	0.987	0.949	1.039	1.215	1.238	0.981	0.882	0.923	0.956
DMU 88	0.983	1.130	0.870	1.220	1.174	1.039	0.888	0.889	0.999
DMU 89	0.986	0.799	1.234	1.222	1.269	0.963	0.869	0.787	1.105
DMU 90	0.997	1.203	0.829	1.247	1.040	1.199	0.893	0.876	1.019
DMU 91	1.008	1.060	0.950	1.238	1.087	1.139	0.892	0.905	0.987
DMU 92	0.976	1.325	0.737	1.220	1.496	0.815	0.861	0.935	0.921
DMU 93	0.967	0.894	1.081	1.192	1.087	1.097	0.868	0.917	0.946
DMU 94	0.985	0.801	1.229	1.214	1.158	1.049	0.863	0.878	0.983
DMU 95	0.983	1.239	0.793	1.258	1.447	0.869	0.893	1.153	0.774
DMU 96	0.984	1.135	0.867	1.204	1.447	0.832	0.861	0.785	1.097
DMU 97	0.986	0.954	1.034	1.202	1.340	0.897	0.879	0.843	1.042
DMU 98	0.979	1.074	0.912	1.219	1.157	1.054	0.889	0.798	1.113
DMU 99	0.981	0.855	1.147	1.206	1.307	0.922	0.878	1.041	0.843
DMU 100	0.985	0.898	1.097	1.209	1.082	1.118	0.888	0.856	1.036
DMU 101	0.996	1.067	0.933	1.230	1.017	1.209	0.879	0.804	1.094
DMU 102	0.974	1.188	0.819	1.202	1.183	1.016	0.875	0.961	0.910
DMU 103	0.994	1.345	0.739	1.262	1.413	0.893	0.893	0.689	1.296
DMU 104	0.978	1.089	0.898	1.222	1.386	0.882	0.893	0.852	1.048
DMU 105	0.975	0.975	0.999	1.206	0.843	1.430	0.861	0.766	1.124
DMU 106	0.961	1.022	0.940	1.195	1.170	1.022	0.878	0.952	0.922
DMU 107	0.992	1.159	0.855	1.222	1.074	1.138	0.893	0.910	0.980
DMU 108	1.001	0.971	1.031	1.243	0.904	1.375	0.893	0.796	1.122
DMU 109	0.972	0.908	1.071	1.197	1.361	0.880	0.878	1.054	0.834
DMU 110	0.979	1.512	0.648	1.227	1.085	1.131	0.893	0.972	0.919
DMU 111	0.988	0.918	1.076	1.230	1.312	0.938	0.893	1.223	0.730
DMU 112	0.987	0.975	1.012	1.211	1.173	1.032	0.875	1.078	0.811
DMU 113	0.983	1.149	0.856	1.221	1.432	0.853	0.893	0.990	0.902
DMU 114	0.981	0.811	1.209	1.229	1.199	1.025	0.893	0.752	1.186
DMU 115	0.971	0.912	1.065	1.186	1.459	0.813	0.861	0.800	1.076
DMU 116	0.974	0.849	1.148	1.192	1.240	0.962	0.870	0.955	0.911
DMU 117	0.973	0.863	1.128	1.197	1.427	0.839	0.875	0.959	0.912
DMU 118	0.992	0.915	1.084	1.237	1.217	1.016	0.893	0.781	1.143
DMU 119	0.974	0.852	1.143	1.209	1.204	1.004	0.866	0.878	0.986
DMU 120	0.979	1.019	0.961	1.215	1.164	1.043	0.890	0.895	0.994
DMU 121	0.980	1.004	0.977	1.212	1.294	0.937	0.863	0.889	0.971

DMU 122	0.968	1.101	0.880	1.204	1.151	1.046	0.887	0.840	1.056
DMU 123	0.964	0.959	1.006	1.226	1.163	1.054	0.893	0.942	0.947
DMU 124	0.974	1.143	0.852	1.196	1.228	0.974	0.878	1.000	0.879
DMU 125	0.980	0.983	0.997	1.219	1.070	1.140	0.885	0.809	1.094
DMU 126	0.991	1.020	0.971	1.235	1.322	0.934	0.893	0.913	0.978
DMU 127	0.991	1.065	0.931	1.227	1.318	0.931	0.893	0.989	0.903
DMU 128	0.977	0.898	1.088	1.210	1.357	0.892	0.868	0.802	1.083
DMU 129	0.974	0.839	1.161	1.219	1.346	0.906	0.877	0.931	0.942
DMU 130	0.970	1.171	0.828	1.193	1.393	0.856	0.881	0.834	1.056
DMU 131	0.992	1.083	0.916	1.225	1.060	1.156	0.887	0.867	1.022
DMU 132	0.991	0.833	1.190	1.222	1.205	1.014	0.861	1.003	0.858
DMU 133	0.953	0.967	0.986	1.154	1.072	1.077	0.861	0.895	0.962
DMU 134	0.991	1.158	0.856	1.239	1.266	0.979	0.892	0.925	0.965
DMU 135	0.988	1.014	0.975	1.223	1.229	0.995	0.891	0.903	0.987
DMU 136	0.977	1.008	0.969	1.208	1.718	0.703	0.881	0.852	1.034
DMU 137	0.992	1.084	0.914	1.237	1.007	1.228	0.893	0.875	1.020
DMU 138	0.986	0.858	1.149	1.221	1.035	1.180	0.893	0.983	0.908
DMU 139	0.992	1.098	0.904	1.230	1.159	1.061	0.863	0.869	0.992
DMU 140	0.992	0.957	1.036	1.222	1.204	1.015	0.888	0.933	0.952
DMU 141	0.964	0.985	0.979	1.201	1.084	1.107	0.861	0.859	1.002
DMU 142	0.972	1.613	0.602	1.210	1.063	1.138	0.877	0.568	1.545
DMU 143	0.967	0.913	1.059	1.189	1.029	1.156	0.888	0.777	1.143
DMU 144	0.988	0.954	1.036	1.221	1.204	1.014	0.863	0.799	1.080
DMU 145	0.975	1.137	0.857	1.204	1.199	1.004	0.873	0.855	1.021
DMU 146	0.981	0.978	1.003	1.214	1.350	0.899	0.874	0.907	0.964
DMU 147	0.981	0.921	1.065	1.213	1.072	1.132	0.892	0.981	0.909
DMU 148	0.987	0.962	1.027	1.216	1.322	0.920	0.883	1.101	0.802
DMU 149	0.992	1.238	0.801	1.226	1.169	1.049	0.868	1.025	0.847

APÊNDICE H: PRODUTIVIDADE DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 2 VIA DEAMALMQUIST.

Índice de Malmquist	Grupo 2								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
DMU 1	1.236	1.383	0.894	1.064	1.001	1.063	0.995	1.040	0.957
DMU 2	1.227	1.225	1.002	1.057	0.925	1.143	0.970	1.048	0.925
DMU 3	1.231	1.269	0.970	1.075	0.988	1.088	0.977	1.012	0.964
DMU 4	1.239	1.432	0.865	1.058	0.998	1.061	0.976	0.881	1.108
DMU 5	1.214	1.153	1.052	1.050	1.182	0.889	0.960	0.965	0.995
DMU 6	1.188	1.262	0.941	1.058	1.090	0.971	0.976	0.995	0.981
DMU 7	1.221	1.186	1.029	1.071	1.070	1.001	0.984	0.979	1.005
DMU 8	1.275	1.269	1.005	1.095	1.099	0.996	0.989	1.024	0.966
DMU 9	1.245	1.332	0.935	1.065	1.010	1.054	0.995	1.047	0.950
DMU 10	1.231	1.011	1.218	1.102	1.159	0.951	0.990	1.023	0.967
DMU 11	1.247	1.092	1.141	1.086	0.879	1.236	0.987	0.945	1.044
DMU 12	1.241	1.323	0.938	1.069	1.105	0.967	0.990	0.952	1.039
DMU 13	1.248	1.289	0.968	1.082	0.968	1.117	0.978	0.946	1.035
DMU 14	1.247	1.319	0.945	1.157	2.311	0.298	1.054	0.405	3.595
DMU 15	1.234	1.145	1.078	1.121	1.307	0.857	0.997	0.827	1.205
DMU 16	1.195	1.311	0.911	1.053	1.000	1.053	0.978	0.985	0.993
DMU 17	1.228	1.179	1.042	1.120	1.295	0.864	0.992	0.914	1.085
DMU 18	1.220	1.166	1.046	1.101	1.276	0.863	0.984	0.921	1.068
DMU 19	1.228	1.275	0.963	1.076	1.026	1.048	0.983	0.947	1.039
DMU 20	1.240	1.213	1.022	1.069	0.957	1.117	0.980	0.986	0.994
DMU 21	1.239	1.084	1.143	1.084	1.216	0.891	0.989	1.037	0.953
DMU 22	1.239	0.983	1.260	1.087	0.841	1.293	0.987	1.040	0.948
DMU 23	1.226	1.137	1.079	1.087	1.022	1.063	0.989	0.930	1.063
DMU 24	1.223	1.169	1.046	1.087	1.180	0.921	0.977	0.999	0.978
DMU 25	1.251	1.288	0.971	1.077	0.934	1.153	0.990	0.944	1.048
DMU 26	1.211	1.188	1.019	1.051	1.005	1.046	0.980	0.856	1.145
DMU 27	1.230	1.273	0.966	1.083	1.010	1.072	0.982	0.942	1.042
DMU 28	1.220	1.260	0.969	1.081	1.048	1.031	0.978	1.086	0.900
DMU 29	1.231	1.306	0.942	1.090	1.209	0.902	0.987	0.851	1.160

APÊNDICE I: PRODUTIVIDADE DOS MUNICÍPIOS DO GRUPO 3 VIA DEAMALMQUIST.

Índice de Malmquist	Grupo 3								
	T1-T2			T2-T3			T3-T4		
Períodos	IM	AE	AT	IM	AE	AT	IM	AE	AT
DMU 1	0.947	0.841	1.126	1.087	1.028	1.058	0.956	1.032	0.926
DMU 2	0.970	0.942	1.030	1.114	0.988	1.127	0.969	0.899	1.077
DMU 3	0.970	0.962	1.009	1.096	0.991	1.106	0.981	1.033	0.950
DMU 4	0.984	1.000	0.984	1.116	1.000	1.116	0.988	1.000	0.988
DMU 5	0.954	0.920	1.037	1.085	1.003	1.081	0.953	0.943	1.011