UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DEIVISSON SILVA MOTA

PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES SOBRE A ABORDAGEM CONCEITUAL E A MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Caruaru

2020

DEIVISSON SILVA MOTA

PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES SOBRE A ABORDAGEM CONCEITUAL E A MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Área de concentração: Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Augusto Cesar Lima Moreira.

Caruaru

2020

Catalogação na fonte:
Bibliotecária – Paula Silva - CRB/4 - 1223

M917p Mota, Deivisson Silva.
Percepções dos professores sobre a abordagem conceitual e a matemática no ensino de física / Deivisson Silva Mota. – 2020.
136 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Augusto Cesar Lima Moreira.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, CAA, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, 2020.
Inclui Referências.

1. Física – Estudo e ensino. 2. Professores de física. 3. Educação básica - Pernambuco. 4. Conceitos. 5. Linguística matemática. 6. Percepção. I. Moreira, Augusto Cesar Lima (Orientador). II. Título.

CDD 371.12 (23. ed.) UFPE (CAA 2020-030)

DEIVISSON SILVA MOTA

PERCEPÇÕES DOS PROFESSORES SOBRE A ABORDAGEM CONCEITUAL E A MATEMÁTICA NO ENSINO DE FÍSICA

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em: 20/02/2020.

BANCA EXAMINADORA

_____

Prof. Dr. Augusto Cesar Lima Moreira (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

_____

Prof. Dr. José Euzébio Simões Neto (Examinador Interno)

Universidade Federal de Pernambuco

_____

Prof. Dr. João Eduardo Fernandes Ramos (Examinador Externo)

Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por todas as bênçãos que tem me concedido, por me conceder saúde e muita força para superar todas as dificuldades encontradas durante a caminhada, e sabedoria para concluir este trabalho.

A minha mãe, pela motivação diária, além da educação, ensinamentos e amor abnegado.

Ao meu orientador Augusto César de Lima Moreira, por todo o tempo e paciência que dedicou a me ajudar durante o processo de realização deste trabalho, desde a graduação até aqui.

Ao meu companheiro de jornada acadêmica, e que fica para toda uma vida, Everaldo Sebastião da Silva, o qual sempre me ajudou durante a graduação e sem o qual eu não teria chegado até onde cheguei.

Também a minha esposa, Tatiane Grisielly Rocha Neves Mota, que sempre esteve ao meu lado em todos os momentos me encorajando e sempre aconselhando durante toda a caminhada.

A todos que me acompanharam durante esta trajetória, cujos nomes não serão citados para não esquecer nenhum, meu muito obrigado.

E enfim, a todos que contribuíram para a realização deste trabalho, seja de forma direta ou indireta, fica registrado aqui, o meu muito obrigado.

Como um cientista perfeitamente competente pode se preocupar com epistemologia? Não há trabalho mais valioso a ser feito em sua especialidade? Isso é o que eu ouço de muito dos meus colegas e pressinto esse pensamento de muitos outros. Mas eu não posso compartilhar este sentimento. Quando eu penso nos melhores alunos que eu encontrei em minha experiência como professor, isto é, aqueles que se distinguiram por sua independência de julgamento e não apenas por sua rapidez de raciocínio, posso afirmar que todos tinham um interesse vigoroso em epistemologia. (EINSTEIN, 1916 apud HOWARD, 2005, p. 34-35)

RESUMO

Abordar um tema de maneira conceitual tem sido uma das formas de tornar o ensino de algumas disciplinas mais atrativo para os educandos, principalmente quando nos referimos ao ensino de Física, que por vezes é apresentado como mera aplicação de fórmulas pré-determinadas para cada situação já previamente conhecida. Assim, alguns têm defendido que a Matemática vem sendo um problema no ensino de Física, principalmente na educação básica, e sugerido uma abordagem conceitual dos conteúdos físicos. O presente trabalho busca tentar compreender o que se entende por abordagem conceitual dos conteúdos físicos no meio acadêmico, buscando também conhecer como professores da educação básica de Pernambuco tem materializado essas concepções em suas falas e práticas em sala de aula, por meio de suas concepções sobre abordagem conceitual dos conteúdos da Física. Podemos dizer que de maneira geral, os professores entrevistados mostram consenso com respeito a abordagem conceitual, a saber, que está se procede sem o uso, ou com o mínimo possível, de estruturas Matemática, e que a relação entre Física e Matemática é dicotômica, podendo uma cooperar com a outra, mas sem função epistemológica na construção dos conhecimentos. Assim, pudemos observar que a discursão aqui apresentada é mais que importante, é urgente, para podermos estabelecer as bases para um diálogo saudável a respeito do futuro do ensino de Física.

Palavras-chave: Física conceitual. Matematização. Linguagem matemática.

ABSTRACT

Approaching a theme in a conceptual way has been one of the attempts to make the teaching of some subjects more attractive to students, especially when referring to the teaching of physics which is sometimes presented as a mere application of pre-determined formulas for every situation previously known. Thus, some have argued that mathematics has been a problem in the teaching of physics, especially in basic education, and suggested a conceptual approach to physical contente. The present work came to try to understand what has been understood by a conceptual approach of physical contents in the academic environment, also seeking to know how teachers of basic education in Pernambuco have materialized these concepts in their speeches and practices in the classroom, through of their conceptions about a conceptual approach to the contents of Physics. We can say that, in general, from the results obtained, the teachers interviewed have a consensus regarding the conceptual approach, namely, that it is proceeding without the use, or with the minimum possible, of structures mathematic, and that the relationship between physics and mathematics is dichotomous, and that one can provide tools for another, but without an epistemological function in the construction of knowledge, so we could observe that the discourse presented here is more than important, it is urgent for us to establish the foundations for a healthy dialogue about the future of physics education.

Keywords: Conceptual physics. Matematization. Mathematical language.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Modelo para matematização da Física 57

Figura 2- Percentual por postura dos entrevistados 91

LISTA DE QUADROS

Quadro 1- Quantitativo de trabalhos que responderam aos descritores elegidos e quantos destes tratavam da temática objetivada..... 22

Quadro 2- Trabalhos selecionados após análise da correspondência com o descritor "Física and Conceitual” 23

Quadro 3- Trabalhos selecionados após análise da correspondência com o descritor "Física and Matemática” 29

Quadro 4- Trabalhos selecionados após análise do acervo da revista EENCI..... 37

Quadro 5- Delineamento geral dos trabalhos que foram selecionados como relacionados ao tema da pesquisa..... 39

Quadro 6- Posturas frente às relações existentes entre a Física e a Matemática..... 71

Quadro 7- Posturas frente às relações existentes entre a Física e a Matemática (categorias)..... 72

Quadro 8- Categorização mediante posturas previamente estabelecidas..... 92

Quadro 9- Respostas para a primeira, segunda e terceira pergunta..... 117

Quadro 10- Respostas para a quarta pergunta..... 118

Quadro 11- Respostas para a quinta pergunta..... 119

Quadro 12- Respostas para a sexta pergunta..... 120

Quadro 13- Respostas para a sétima pergunta..... 121

Quadro 14- Respostas para a oitava pergunta..... 122

Quadro 15- Respostas para a nona pergunta..... 123

Quadro 16- Respostas para a décima pergunta..... 125

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO.....**	**12**
2	**PRODUÇÃO ACADÊMICA REFERENTE AS RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MATEMÁTICA.....**	**17**
3	**DISCUSSÃO ACERCA DOS ASPECTOS TEÓRICOS SUBJACENTES À PESQUISA.....**	**43**
3.1	MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA REPRESENTACIONAL COM ÊNFASE OPERACIONAL E/OU ORGANIZACIONAL.....	43
3.1.1	*IMPLICAÇÕES DA COMPREENSÃO DA MATEMÁTICA COMO APENAS UMA FERRAMENTA OPERACIONAL/ORGANIZACIONAL PARA A FÍSICA*.....	*46*
3.2	MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE DO CONHECIMENTO FÍSICO.....	50
3.3	ABORDAGENS CONCEITUAIS.....	53
3.3.1	*CONCEITO COMO UM CONCEITO*.....	*54*
3.3.2	*DESFAZENDO ALGUNS EQUÍVOCOS A RESPEITO DA MATEMATIZAÇÃO*.....	*56*
3.3.3	*MATEMATIZAÇÃO NA ABORDAGEM CONCEITUALDA FÍSICA*....	*59*
4	**A PESQUISA ENQUANTO SEUS FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS DE PRODUÇÃO DE DADOS.....**	**63**
4.1	CARACTERIZAÇÕES DA PESQUISA.....	53
4.2	OS PARTICIPANTES.....	65
4.3	ABORDAGEM DO PROBLEMA DE PESQUISA.....	65
4.3.1	*A ENTREVISTA*.....	69
4.4	PERSPECTIVA QUE SUBJAZ A ANÁLISE DOS DADOS.....	*70*
5	**APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS PRODUZIDOS POR MEIO DAS ENTREVISTAS.....**	**75**
5.1	QUESTÕES ALUSIVAS A FORMAÇÃO ACADÊMICA.....	75

5.2 QUESTÕES RELACIONADAS COM OS TEXTOS DE REFERÊNCIA..... 77

5.3 QUESTÕES ALUSIVAS AS PRÁTICAS EM SALA DE AULA..... 82

5.4 DISCUSSÃO E TABULAÇÃO DOS RESULTADOS..... 88

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... 100

REFERÊNCIAS..... 104

APÊNDICE A – ROTEIRO PARA ENTREVISTA..... 112

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO..... 114

APÊNDICE C – RESPOSTAS OBTIDAS PARA AS QUESTÕES DA ENTREVISTA..... 117

ANEXO A – TEXTO RETIRADO DO LIVRO FÍSICA BÁSICA VOLUME 3..... 128

ANEXO B – TEXTO RETIRADO DO LIVRO LIÇÕES DE FÍSICA DE FEYNMAN - VOLUME 2..... 134

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Física tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores. Temas como as relações didáticas no ensino de Física, no qual se tenta entender quais os métodos mais promissores para o ensino de Física, as possíveis dificuldades encontradas para implementação das metodologias didáticas, que torna o ensino mais atraente para o educando, entre outras coisas (BRANDÃO, 2010; HEIDMANN, 2016).

Nos últimos vinte anos, algumas pesquisas têm voltado seu interesse para a epistemologia do conhecimento físico e as nuances que acompanham esta temática, buscando compreender como se dá a apreensão e construção do conhecimento científico a partir de um viés filosófico e às vezes histórico (PEREZ, 2001; MEDEIROS, 2000).

Dentro deste universo de possibilidades de estudo acerca do ensino de Física uma problemática nos chamou à atenção: o tipo de relação existente entre a Física e a Matemática em sua forma algébrica (deste ponto em diante fica subentendido todas as vezes que nos referimos a relação entre Física e Matemática que temos em mente, principalmente, a Matemática em sua forma algébrica), tanto no ensino como na construção do próprio conhecimento físico (MARTENS, 2017).

Infelizmente poucas são as pesquisas voltadas para esta temática como poderemos constatar mais adiante neste trabalho. Quando se pensa a respeito das possíveis relações entre a Física e a Matemática, algumas são evidenciadas nos discursos de uma maneira geral, sejam elas com aportes acadêmicos científicos ou ainda a partir do senso comum a respeito do tema.

Concheti (2015), em sua dissertação de mestrado, intitulada *a pluralidade da relação entre a Física e a Matemática em um curso inicial de licenciatura em Física,* fez uma ampla pesquisa acerca de como estas relações aparecem nos trabalhos acadêmicos publicados na última década, em eventos como o SNEF (Simpósio Nacional de Ensino de Física) e o EPEF (encontro de Pesquisa em Ensino de Física). Dos trabalhos publicados em ambos os eventos foram selecionados 36 que, segundo os critérios elegidos pela pesquisadora, eram relevantes para a temática em questão, o equivalente a 1% do total, evidenciando a escassez de trabalhos que abordem a temática da relação entre a Física e a Matemática.

Como mencionado anteriormente, dentro deste espectro de trabalho muitas são as linhas de estudo que podem ser desdobradas das possíveis relações entre a Física e a Matemática. Partindo de diferentes enfoques, Concheti (2015), evidenciou que, dos trabalhos selecionados por ela, alguns enfoques, pelo menos seis, foram possíveis de serem observados e tratados como categorias:

A) A relação da Física com a Matemática e a resolução de problemas;

B) O conhecimento matemático e a aprendizagem em Física;

C) Experimentação e modelagem Matemática;

D) Relações entre o Ensino de Matemática e o Ensino de Física;

E) A Matemática na construção de um conceito físico – análise histórica e epistemológica;

F) Papel da Matemática na Física - linguagem e estrutura.

A partir destas categorias, os 36 trabalhos selecionados foram agrupados conforme a descrição que cada uma das categorias apresentava.

Foi interessante perceber que 50% dos trabalhos selecionados foram enquadrados nas categorias A e B. Nestas categorias estavam incluídos trabalhos que tratavam dos problemas de defasagem no ensino de Física, relacionando com a defasagem nos conhecimento matemático entendendo, que a Matemática muitas vezes se torna um obstáculo epistemológico para aprendizagem da Física, ou ainda entendendo a Matemática como a responsável pela desmotivação em relação à aprendizagem da Física.

É importante observar que, de maneira indireta, estes trabalhos acreditam em algum grau de participação da Matemática na construção do conhecimento físico, pois, se assim não fosse seria ilógico atribuir a Matemática um papel fundamental na aprendizagem da Física, ainda que eles não reconheçam tal papel. Ainda nessas categorias estavam os trabalhos que se preocuparam com a relação entre a Matemática e a resolução de problema em Física, evidenciando a preocupação das pesquisas em ensino de Física em explorar o ferramental matemático na aprendizagem de Física por meio de problemas.

A categoria F é a categoria de maior relevância para a pesquisa aqui desenvolvida — embora o tema perpasse algumas outras categorias de forma indireta — pois vai abordar os trabalhos que tratam do papel da Matemática na construção do

conhecimento físico, como mera ferramenta ou como estruturante, na qual apenas 9% dos trabalhos se enquadraram.

Assim, além do baixo número de publicações referente ao tema, não obstante, o termo “conceitual” aparece nos discursos dos professores, dos alunos, em livros e em trabalhos acadêmicos de maneira natural como um conceito primitivo que dispensa caracterização. Sendo assim, decidimos nos debruçar sobre este tema para entendermos o que poderíamos classificar como uma abordagem conceitual de um conteúdo, uma vez que não raro, propõe-se um ensino de Física – pelo menos a nível médio – mais ‘conceitual’. Como exemplo, podemos verificar na apresentação do livro *Física de partículas: uma abordagem conceitual e epistemológica*, de Marco Antônio Moreira, a seguinte afirmação:

> Faria muito mais sentido, e provavelmente seria muito mais motivador, se a física do ensino médio fosse mais conceitual... se quisermos recuperar, ou salvar o ensino de física nesse nível, é preciso mudá-lo radicalmente em termos de conteúdos curriculares. (...) Sobretudo, priorizar a conceitualização e a aprendizagem significativa em detrimento da aprendizagem mecânica e do formulismo sem significado (MOREIRA, 2011).

Uma breve reflexão sobre a afirmação feita por Moreira, nos mostra como este tema é de extrema relevância, pois segundo este autor, o ensino de Física deve sua “salvação” a uma abordagem conceitual da Física, portanto, se faz necessário que saibamos o que seria esta tão poderosa abordagem, que pode recuperar e motivar o ensino de Física. Diante do que foi visto, a presente pesquisa tem por intuito responder a seguinte questão de pesquisa: qual a correlação, se existir, entre Física Conceitual e Matemática corroborada por professores de Física da educação básica de Pernambuco?

Esta inquietação gerou outras indagações que podem auxiliar na elucidação da temática principal, sendo por nos consideradas como objetivos gerais para a presente pesquisa, são eles: I) analisar como a perspectiva da minimização da Matemática/aversão a matematização no ensino de Física está relacionada com a abordagem conceitual de conteúdos físicos; II) analisar como professores atuantes na educação básica, com formação inicial em Física ou não, veem a relação entre a Física e a Matemática de uma maneira geral.

É inegável, que a Física e a Matemática estão intrinsecamente relacionadas desde os seus primórdios. Paty (1995) diz que, em relação ao papel exercido pela Matemática no desenvolvimento da Física podemos perceber que:

> Todavia, a matemática era concebida como um conhecimento que permitia uma leitura direta da natureza, da qual, precisamente era a língua. (...) A constituição progressiva da física-matemática substituiu essa "tradução matemática" da natureza por uma mediação física propriamente dita, isto é, a elaboração explicita de conceitos físicos pensados matematicamente: sendo a matematização concebida como inerente aos conceitos, constitutiva desses que serve para construí-los (PATY, 1995, p. 234).

Isso se traduz mais fortemente, na visão de Poincaré, quando este deixa explícito que o papel da Matemática na Física, é ser a linguagem, mas não uma mera linguagem e sim a linguagem por excelência. Em suas palavras "ela (a Matemática) lhe fornece a única língua que ele (o físico) pode falar" (POINCARÉ, 2007, p. 91).

Logo, diante do exposto, temos no capítulo 2 deste trabalho a apresentação de como se encontra o cenário, no que se refere à temática do trabalho em questão, das pesquisas em ensino de Física, trazendo alguns trabalhos que puderam ser encontrados nas principais revistas de circulação nacional e internacional com relevância no âmbito das pesquisas em ensino de Física.

No capítulo 3 dialogamos com vários teóricos que tem apresentado alguma contribuição no campo de interesse da presente pesquisa, sem a menor pretensão de esgotar o tema, apresentando pontos de vista conflitantes e suas argumentações, mas justificando a posição teórica adotada nesta pesquisa e também explicitando como as relações entre Física e Matemática aparecem, tanto nas questões de construção do conhecimento e do ensino de Física, como também nas práticas didáticas dos professores.

No capítulo 4 temos os delineamentos metodológicos do presente trabalho, com a preocupação de caracterizar a pesquisa em questão para que as demais considerações a respeito dos dados produzidos possam ser entendidas dentro deste espectro de características que são a base para as análises realizadas.

No capítulo 5 apresentaremos os dados que foram produzidos a partir das entrevistas realizadas para esta pesquisa, trazendo apontamentos a respeito de

como as posturas reforçadas pelas falas dos entrevistados dialogam entre si, e apresentando uma categorização a partir do exposto nos capítulos anteriores.

Por fim, no capítulo 6, temos as conclusões que alcançamos com está pesquisa bem como algumas considerações a respeito do processo de construção da presente pesquisa e alguns apontamentos futuros para o desenrolar deste trabalho no âmbito educacional.

2 PRODUÇÃO ACADÊMICA REFERENTE AS RELAÇÕES ENTRE FÍSICA E MATEMÁTICA

Tendo em vista os objetivos da pesquisa em questão e as características pertinentes a esta, é possível caracterizá-la como uma pesquisa de campo, ponto que será melhor explanado nos próximos capítulos, desta forma fazendo-se necessária uma revisão da literatura pertinente já publicada a respeito do tema de interesse da pesquisa. Manzo (1971) esclarece que “a bibliografia pertinente ‘oferece meios para definir, resolver, não somente problemas já conhecidos, como também explorar novas áreas onde problemas não se cristalizaram suficientemente” (MANZO, 1971 apud MARCONI; LAKATOS, 2015; p. 57).

Lakatos(2015) nos diz que uma das fases da pesquisa de campo é a pesquisa bibliográfica, a qual “ servirá, como primeiro passo, para se saber em que estado se encontra atualmente o problema, que trabalhos já foram realizados a respeito e quais as opiniões reinantes sobre o assunto”, e ainda permite ao pesquisador estabelecer “um modelo teórico inicial de referência”(MARCONI; LAKATOS, 2015, p. 69).

Neste propósito, buscando-se conhecer como a temática tem sido desenvolvida no campo de pesquisa em ensino de Física, procedeu-se com uma pesquisa em periódicos desta área, no intuito de identificar trabalhos que versassem a respeito da relação entre a conceituação dos conhecimentos físicos e a linguagem Matemática, para que fosse possível conhecer como tem sido abordado o tema e valer-se do que já foi realizado por outros pesquisadores, endossando o trabalho em questão.

Para o propósito da pesquisa foi realizada inicialmente uma busca na plataforma SUCUPIRA, que faz parte da fundação de Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), do ministério da educação, que se apresenta como uma importante ferramenta para coletar informações, realizar análises e avaliações e ainda ser a base de referência do Sistema Nacional de Pós-Graduação (SNPG), no qual são realizadas as avaliações, por exemplo, dos periódicos de divulgação da produção científica dos programas de pós-graduação,

classificados pelo programa QUALIS-PERIÓDICOS. Dentro desse programa foi realizada a busca de periódicos da área de ensino, tanto de Física quanto de Ciências, classificados na última avaliação, que abrange o período de 2013 a 2016, que estivessem nas categorias de A1 à B2, o que abrange quatro categorias.

A primeira surpresa surgiu neste momento inicial, pois a quantidade de periódicos que foram encontrados no âmbito de ensino de Física foi extremamente baixa, apenas quatro periódicos na área de ensino de Física (a plataforma fornece alguns campos para facilitar a pesquisa, em que podemos selecionar a área, nesta pesquisa selecionamos ensino, e também, neste caso específico, ensino de Física) que estavam entre as quatro primeiras categorias do programa.

Dentre os que foram encontrados os que possuem relevância/pertinência no cenário brasileiro são apenas três (a revista 'Física na Escola' não foi alvo da pesquisa, devido a sua baixa circulação entre os pesquisadores), a saber, o Caderno Brasileiro de Ensino de Física (CBEF), a Revista Brasileira de Ensino de Física (RBEF) e a Revista de Enseñanza de la Física (REF), esta última apesar de ser composta em sua maioria de trabalhos em espanhol, ainda sim possui grande influência no cenário brasileiro.

O Caderno Brasileiro de Ensino de Física (ISSN: 1677-2334) é um periódico encabeçado pela Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), voltadas prioritariamente para os cursos de formação de professores de Física. Foi avaliado na última vigência com o Qualis A2 para área de ensino.

A Revista Brasileira de Ensino de Física (ISSN: 0102-4744) é uma publicação encabeçada pela Sociedade Brasileira de Física (SBF), com apoio da CAPES, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e do Ministério de Ciência e Tecnologia. Este periódico é voltado à melhoria do ensino de Física em todos os níveis de escolarização. Foi avaliada na última vigência com o Qualis A1 para área de ensino.

A Revista de Enseñanza de la Física (ISSN:0326-7091) é um periódico que tem como público alvo docentes e investigadores em ensino de Física, e engloba o público em geral interessado em ensino de ciências. Esta revista é encabeçada pela

associação de professores de Física da Argentina, sediada na Universidade Nacional de Córdoba, na Argentina. Foi avaliada na última vigência com o Qualis A1 para área de ensino.

Estas três revistas possuem uma grande relevância para esta pesquisa por terem o foco no ensino de Física, nos podendo apresentar um pequeno diagnostico de como a pesquisa nessa área tem enxergado o tema em questão.

Enxergou-se também a necessidade de identificar como a presente temática tem sido tratada em periódicos mais abrangentes, na linha de ensino de ciência. Como encontramos três periódicos na linha de ensino de Física, adotamos como padrão esse quantitativo e buscamos também três periódicos na linha de ensino de ciências com relevância no cenário brasileiro, seguindo o mesmo critério de escolha das revistas de ensino de Física. As revistas escolhidas foram: Ciência & Educação (C&E), Investigações em Ensino de Ciências (IENCI) e Experiências em Ensino de Ciências (EENCI), neste caso o número de revistas existentes é bem mais expressivo, mas para fins desta pesquisa elencamos estas que são bem conhecidas no meio acadêmico.

A revista Ciência & Educação (ISSN:1980-850X) é uma publicação do Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência da Faculdade de Ciências da Unesp, Campus de Bauru, com área de concentração em Ensino de Ciências. Foi avaliada na última vigência com o Qualis A1 para área de ensino.

A revista Investigações em Ensino de Ciências (ISSN: 1518-8795) é de responsabilidade do Instituto de Física – UFRGS, voltada exclusivamente para a pesquisa na área de ensino/aprendizagem de ciências. Foi avaliada na última vigência com o Qualis A2 para área de ensino.

A revista Experiências em Ensino de Ciências (ISSN: 1982-2413) tem como público prioritário os professores e pesquisadores da Área de Ensino de Ciências no Brasil. Atualmente é publicada pelo Grupo de Ensino do Instituto de Física da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Brasil. Foi avaliada na última vigência com o Qualis B1 para área de ensino.

Em quase todos os periódicos de circulação nacional, embora que alguns deles também tenham relevância internacional, que foram utilizados para a pesquisa, há em seu site um campo destinado a pesquisa no acervo da revista, possibilitando ao pesquisador fazer uma busca rápida em todas as publicações em meio eletrônico da revista em questão.

Desta forma, pudemos buscar em todas as suas publicações por termos/descritores específicos que pudessem fazer alusão ao tema intencionado. Para termos uma pesquisa mais específica usamos a associação de termos para identificarmos trabalhos que poderiam ser de interesse desta pesquisa, foram eles "Física and Conceitual" e ainda "Física and Matemática", descritores que foram pesquisados em todo o corpo dos artigos, não somente em seu resumo ou título.

Além destas revistas em português, excetuando-se a REF, também se fez pertinente uma busca em periódicos internacionais, em inglês, os quais possuem uma circulação internacional mais abrangente que um periódico em português internacional. Para tanto, devido a grande maioria dos periódicos em inglês possuírem poucos artigos com acesso livre, a busca foi realizada através de um acesso remoto ao portal de periódicos[1] Capes, por meio do CAFe[2], e usamos os descritores "Physics and Conceptual" e "Physics and Mathematics", e refinamos a busca para três periódicos do banco de dados do portal de periódicos, mantendo o padrão numérico escolhido inicialmente. Assim, selecionamos as seguintes revistas: Science & Education (S&C), Physical Review Physics Education Research (PRPER) e Physics Education (PED).

A revista Science & Education (ISSN: 1573-1901) promove a inclusão da história e da filosofia nos cursos de ciências e Matemática nos programas de formação

[1] O Portal de Periódicos é uma biblioteca virtual que reúne e disponibiliza a instituições de ensino e pesquisa no Brasil uma parte significativa e relevante da produção científica internacional. O Portal de periódicos foi criado tendo em vista o déficit de acesso das bibliotecas brasileiras à informação científica internacional, dentro da perspectiva de que seria demasiadamente caro atualizar esse acervo com a compra de periódicos impressos para cada uma das universidades do sistema superior de ensino federal.

[2] CAFe (Comunidade Acadêmica Federada) é uma federação de identidade que reúne instituições de ensino e pesquisa brasileiras. Através da CAFe, um usuário pode fazer um acesso remoto ao banco de dados do portal de periódicos mantendo todas as suas informações na instituição de origem à qual pertence e pode acessar serviços oferecidos pelas instituições que participam da federação.

de professores de ciências e Matemática. Foi avaliada na última vigência com o Qualis A1 para área de ensino.

A revista Physical Review Physics Education Research (ISSN: 2469-9896) abrange toda uma gama de pesquisas experimentais e teóricas relacionadas ao ensino e aprendizagem de Física e Astronomia. Não consta na última avaliação do Qualis.

A revista Physics Education (ISSN: 0031-9120) é publicada pela IOP Publishing (anteriormente Institute of Physics Publishing) e a editora do Institute of Physics de Londres. Foi avaliada na última vigência com o Qualis A1 para área de ensino.

Após a busca pelos descritores em questão nem todos os trabalhos que respondessem a estes realmente tratariam do tema intencionado na presente pesquisa, portanto, além de fazer a busca por estes descritores, foi necessário que fossem lidos todos os títulos dos trabalhos que se apresentaram compatíveis com os descritores. Ainda mais, alguns trabalhos apresentam títulos dúbios ou com informações insuficientes para se conseguir compreender a respeito do que se trata o trabalho, portanto, em alguns casos, foi necessário fazer uma leitura do resumo do trabalho para tomar conhecimento dos apontamentos que se fariam relevantes nos trabalhos e em outros casos foi ainda necessária uma leitura completa do trabalho para identificar sua relevância para a pesquisa que aqui se desenvolve.

Portanto esta primeira parte do trabalho se dividiu em quatro etapas:

1) Busca por trabalhos que respondessem aos descritores elegidos
2) Leitura dos títulos dos trabalhos encontrados
3) Leitura dos resumos dos trabalhos com título insuficiente para definição do tema abordado nestes
4) Leitura completa dos trabalhos em que o resumo foi insuficiente para identificar o cerne da discussão.

O quadro a seguir nos apresenta os resultados gerais obtidos após a realização das quatro etapas mencionadas:

Quadro 1: Quantitativo de trabalhos que responderam aos descritores elegidos e quantos destes tratavam da temática objetivada

Revista	Artigos por descritor	Trabalhos relevantes[3]
CBEF	Física and Conceitual - 18	1
	Física and Matemática - 97	3
RBEF	Física and Conceitual – 26	4
	Física and Matemática – 114	2
REF	Física and Conceitual - 0	0
	Física and Matemática – 36	1
IENCI	Física and Conceitual – 17	2
	Física and Matemática – 47	3
C&E	Física and Conceitual – 13	1
	Física and Matemática – 46	1
S&E	Física and Conceitual – 177	4
	Física and Matemática – 20	5
PED	Física and Conceitual – 216	2
	Física and Matemática – 15	1
PRPER	Física and Conceitual – 60	0
	Física and Matemática - 0	0
	Total: 902	**Total:** 30

Fonte: Própria (2020)

A seguir temos o Quadro 2 com os trabalhos que foram relevantes para o tema da pesquisa em questão, e que responderam ao descritor “Física and Conceitual” e “Physics and Conceptual” nos periódicos em inglês.

[3] Relevante neste caso significa que são trabalhos que abordam a temática pré-definida nesta pesquisa, e também para o levantamento bibliográfico aqui realizado.

Quadro 2: Trabalhos selecionados após análise da correspondência com o descritor "Física and Conceitual"

Sequência / Periódico	Título	Resumo	Autor(es)/ Ano
1) CBEF	**Conceitos de Física quântica na formação de professores: relato de uma experiência didática centrada no uso de experimentos virtuais**	Neste trabalho é relatado a respeito da reestruturação e implementação de uma unidade didática conceitual sobre Física Quântica. As autoras asseveram que a unidade conceitual, foco do trabalho, foi apresentada sem o uso de qualquer formalismo matemático, o que elas chamam de apresentação qualitativa, sendo essa abordagem eficiente para promover a mudança principalmente das concepções referentes às diferenças entre objetos clássicos e quânticos.	*F. Osterman n, T. S. F. Ricci / 2005*
Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6392. Acesso em: 16 de outubro de 2018			
2) RBEF	**Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na teoria da relatividade de Einstein**	Neste trabalho apresenta-se uma exposição conceitual, sem qualquer recurso ao formalismo matemático, das ideias de espaço e de tempo, desde a mecânica newtoniana, que se fundamenta no conceito de espaço absoluto, até as grandes transformações introduzidas pela teoria da relatividade de Einstein.	*C.M. Porto, M.B.D.S. M. Porto/ 2008*
Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000100017&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
3) RBEF	**O conceito de "campo" em sala de aula - uma abordagem histórico-conceitual**	O conceito de campo é uma das ideias fundamentais da Física e pode motivar um rico debate em sala de aula sobre as noções básicas desta ciência. Apesar de sua importância, quando é apresentado em sala de aula geralmente somente seus aspectos matemático-conceituais são enfatizados deixando-se em segundo plano os aspectos histórico-conceituais, quando estes	*J. F. M. Rocha/ 2009*

		não são simplesmente ignorados. Neste trabalho, pretende-se mostrar que uma apresentação com ênfase apenas matemático-conceitual deste conceito não explora toda a sua potencialidade.	
Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172009000100013&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
4) RBEF	**Estudo da simetria de translação e de suas consequências: uma proposta para o ensino médio**	Neste artigo discute-se a importância de se explorar o conceito de simetria no programa de Física básica do Ensino Médio. A partir do exame de um conjunto significativo de livros didáticos de Física, constata-se que nenhuma alusão é feita à ideia de simetria e ao papel deste conceito no desenvolvimento da ciência. Argumenta-se que, do ponto de vista pedagógico, não há qualquer tipo de impedimento a que se fale de simetria para alunos do Ensino Médio.	*F. Caruso/ 2008*
Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000300009&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
5) RBEF	**Um Presente de Apolo: lasers, história e aplicações**	Este artigo apresenta uma breve discussão histórica e conceitual sobre a invenção do maser e do laser que pode ser utilizada no Ensino Médio e permite discutir tanto o princípio de funcionamento e as principais características de lasers, como monocromaticidade e coerência, quanto aspectos da relação entre ciência e sociedade no século XX, em especial sobre a influência das duas grandes guerras mundiais e da Guerra Fria na Física.	*C. P. S. Neto, O. F. Júnior/ 2017*
Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172017000100602&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
6)IENCI	**Conflito entre escolas de pensamento da Matemática:**	Neste trabalho exploram-se alguns aspectos das concepções surgidas durante a primeira metade do século XX sobre os fundamentos da Matemática. Os	*B. L. G. B. Bastos, J.*

	exploração de potencialidades para a melhoria dos ensinos da Matemática e da Física	autores tratam do conflito entre quatro escolas de pensamento rivais (a logicista, a intuicionista, a formalista e a conjuntista) no que se refere às potencialidades capazes de prover uma melhoria dos ensinos da Matemática e da Física principalmente nos níveis médio e superior. São tentadas também algumas conexões com a situação do ensino da mecânica quântica e com o conceito de aprendizagem significativa. São discutidos traços da riqueza conceitual do termo intuição.	*B. B. Filho/ 2003*
Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/551/343.Acesso em: 25 de março de 2019			
7)IENCI	**Multimodos e múltiplas representaçõe s: fundamentos e perspectivas semióticas para a aprendizagem de conceitos científicos**	A natureza do conhecimento científico está necessariamente vinculada a um tipo particular de linguagem que emprega uma variedade de representações e utiliza diversos modos discursivos para comunicá-las. Compreender esse conhecimento envolve dar significação a essas representações. Por essa perspectiva, são destacados neste trabalho alguns conceitos teóricos da ciência semiológica com a finalidade de realizar uma reflexão a respeito das dificuldades de estudantes com as representações científicas.	*C. E. Laburú, O. H. M. da Silva/ 2011*
Disponível em : https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/244.Acesso em: 25 de março de 2019			
8) C& E	**O ensino de teorias Físicas mediante uma estrutura histórico-filosófica**	A contribuição da História e Filosofia da Ciência para o ensino de Física tem sido tema de várias pesquisas preocupadas com a conexão dessas três áreas, particularmente com a explicitação da relação história-filosofia-cognição. Este trabalho se insere no contexto do desenvolvimento de referenciais teóricos que	*I. L. Batista/ 2004*

		auxiliem na criação de instrumentos de aperfeiçoamento de uma capacidade analítica para a implementação de uma aprendizagem de conceitos e teorias Físicas de forma estruturada, articulada e integrada, e que demonstrem a organicidade da relação citada.	
Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1516-73132004000300010&lng=en&nrm=iso&tlng=pt.Acesso em: 25 de março de 2019			
9) S&C	**Modelling Mathematical Reasoning in Physics Education**	Muitas descobertas de pesquisas, bem como relatórios de professores, descrevem as estratégias de resolução de problemas dos alunos como manipulação de fórmulas por rotina. A insatisfação resultante com problemas quantitativos de livros didáticos físicos parece influenciar a atitude em relação ao papel da Matemática na educação em Física em geral. A Matemática é frequentemente vista como uma ferramenta de cálculo que impede uma compreensão conceitual dos princípios físicos. No entanto, o papel da Matemática não pode ser reduzido a esse aspecto técnico. Assim, em vez de afastar a Matemática, nos aprofundamos na natureza da ciência Física para revelar a forte relação conceitual entre Matemática e Física.	*O. Uhden , R. Karam , M. Pietro cola, G. Pospie ch/ 2012*
Disponível em:https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-011-9396-6. Acesso em: 25 de março de 2019			
10) S&C	**Language of physics, language of math: disciplinary culture and dynamic epistemology**	A Matemática é uma parte crítica de muita pesquisa científica. A Física em particular se vale da Matemática extensivamente em sua instrução começando no ensino médio. Em muitas pesquisas sobre o aprendizado tanto da Física quanto da Matemática, o problema de como incluir efetivamente	*E. F. Red ish, E. Kuo/ 2015*

		a Matemática na Física de uma forma que atinja a maioria dos alunos permanece sem solução. Neste artigo, os autores sugerem que uma questão fundamental recebeu uma exploração insuficiente: o fato de que, na ciência, não usamos apenas Matemática, fazemos sentido com ela de uma maneira diferente da que os matemáticos fazem.	
Disponível em:https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-015-9749-7. Acesso em: 25 de março de 2019			
11) S&C	**Reality–theoretical models–mathematics: a ternary perspective on physics lessons in upper-secondary school**	Neste artigo discute-se o papel da Matemática durante as aulas de Física no ensino médio. A Matemática é uma parte inerente dos modelos teóricos da Física e possibilita previsões poderosas de fenômenos naturais. A capacidade de usar modelos teóricos e matemáticos é central na Física. Neste artigo parte-se do princípio de que as relações realizadas durante as aulas de Física entre as três entidades *Realidade, Modelos Teóricos* e *Matemática* são de extrema importância. O estudo descrito neste artigo explorou o papel da Matemática no ensino e aprendizagem de Física no ensino médio durante diferentes tipos de aulas de Física (palestras, resolução de problemas e trabalhos em laboratório).	*L. Hansson, Ö. H. K. Juter, A. Redfors/ 2015*
Disponível em:https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-015-9750-1. Acesso em: 25 de março de 2019			
12) S&C	**Obtaining laws through quantifying experiments: justifications of pre-service physics teachers in the case of electric**	A linguagem da Física é a Matemática, e as ideias, leis e modelos da Física que descrevem os fenômenos são geralmente representados na forma Matemática. Portanto, um entendimento de como navegar entre os fenômenos e os modelos que os representam em forma Matemática é importante para	*T. Mäntylä, A. Hämäläinen/ 2015*

	current, voltage and resistance	um professor de Física, para que ele possa tornar a Física compreensível para os alunos. Aqui, o foco está na "matematização experimental", como as leis são estabelecidas por meio de experimentos de quantificação. É examinada uma sequência de experimentos qualitativos para formulações Matemáticas, através de experimentos de quantificação de corrente elétrica, tensão e resistência nos relatórios de laboratório de professores de Física em fim de graduação.	
Disponível em:https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-015-9752-z. Acesso em: 25 de março de 2019			
13)PED	**An empirical-mathematical modelling approach to upper secondary physics**	Neste artigo, descreve-se uma abordagem de ensino focada na modelagem em Física, enfatizando o raciocínio científico com base em dados empíricos e usando a noção de múltiplas representações de fenômenos físicos como estrutura. São descritas algumas das atividades de modelagem de um projeto (PHYS 21) e relatam-se algumas experiências da implementação da abordagem de modelagem em salas de aula de Física do ensino médio norueguês.	*C. Angell, P. M. Kind, E. K. Henriksen, Ø. Guttersrud/ 2008*
Disponível em:https://iopscience.iop.org.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1088/0031-9120/43/3/001. Acesso em: 20 de março de 2019			
14)PED	**Wave modelling: a lesson illustrating the integration of mathematics, science and technology through multiple**	Como as fórmulas Matemáticas e a solução de problemas são componentes importantes da maioria dos cursos introdutórios de Física, muitos estudantes consideram esses cursos nada mais que cursos de Matemática aplicada. Como resultado, os alunos geralmente não desenvolvem uma compreensão aceitável da relação entre Matemática e ciências e do	*J. A. Bryan, B. D. Fennell/ 2009*

	representations	papel que a modelagem Matemática desempenha na geração de conhecimento científico. Neste artigo descreve-se uma sequência instrucional sobre movimento de ondas com base no ensino por meio de modelagem que serve não apenas para aumentar a compreensão do aluno sobre as características das ondas, mas também para demonstrar através de múltiplas representações uma relação primária entre ciência e Matemática.	
Disponível em:https://iopscience.iop.org.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1088/0031-9120/44/4/010. Acesso em: 20 de março de 2019			

Fonte: Própria (2019)

A seguir temos o Quadro 3 com os trabalhos que foram relevantes para o tema da pesquisa em questão, os quais responderam ao descritor “Física and Matemática” e “Physics and Mathematics” nos periódicos em inglês.

Quadro 3: Trabalhos selecionados após análise da correspondência com o descritor "Física and Matemática"

Sequência / Periódico	Título	Resumo	Autor(es)/ Ano
15)CBEF	**A complementaridade dos pensamentos narrativo e matemático na gestação da teoria da Relatividade Geral**	Neste trabalho os autores investigam o papel de linguagens, inclusive a Matemática, e pensamentos, na vertente narrativa, envolvidos nos processos de criação científica. Neste sentido os autores vão discorrer sobre a relevância de outras linguagens, além da Matemática, no desenvolvimento do conhecimento científico.	*D. Cardoso, I. Gurgel/ 2017*
Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2017v34n3p745. Acesso em: 16 de outubro de 2018			

16) CBEF	**Uma análise histórica da construção de significados físicos para o conceito de potencial vetor no eletromagnetismo clássico**	Atualmente o conceito de potencial vetor é geralmente tratado nos livros-texto e ensinado nos cursos universitários de eletromagnetismo como um artifício matemático para o cálculo dos campos elétrico e magnético. Porém, a investigação histórica da origem e desenvolvimento deste conceito, principalmente nos trabalhos de Michael Faraday e James Clerk Maxwell, deu indícios de que estes cientistas atribuíam significados físicos e análogos mecânicos a grandezas que atualmente recebem a denominação de potencial vetor.	*A. A. G. Pereira, C. C. Silva/ 2017*
Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2017v34n3p798. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
17) CBEF	**A Matemática nos processos de ensino e aprendizagem em Física: funções e equações no estudo da quantidade de movimento e sua conservação**	Este estudo trata de uma pesquisa que buscou investigar a relação dialógica entre as aprendizagens significativas de conteúdos da Matemática (funções e equações lineares) e da Física (momento linear e conservação). Ou seja, procurou-se verificar as possibilidades de os conteúdos matemáticos contribuírem para o aprendizado significativo dos conteúdos da Física e estes para com o aprendizado significativo das funções e equações lineares, no âmbito da Matemática.	*A. J. S. dos Anjos, C. C. Sahelices, M. A. Moreira/ 2017*
Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2017v34n3p673/35413. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
18) RBEF	**Produção de espelhos parabólicos e construção do conceito de função polinomial de 2º grau**	Um dos maiores obstáculos para aprender Física no Ensino Médio é, segundo o relato dos professores, sua abordagem Matemática. Neste trabalho propôs-se uma atividade integrativa de conteúdos de Física e Matemática, de forma a tornar a função quadrática significativa para os estudantes.	*M. A. T. Rodrigues, L. F. Mackedanz/ 2017*

Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172018000100602&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
19) RBEF	**O que diferencia as Feynman lectures de livros tradicionais?**	Neste artigo buscou-se apontar alguns aspectos que diferenciam as Feynman lectures de livros tradicionais de Física, com o objetivo de extrair princípios didáticos gerais que possam guiar uma discussão mais fundamentada sobre o que entendemos por qualidade no ensino de Física. Ressaltando o papel da Matemática no ensino de Física na visão de Feynman.	*R. Karam/ 2018*
Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172018000400104&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
20) REF	**Magnitudes vectoriales: una propuesta didáctica para articular Matemática y Física**	Neste trabalho é apresentada uma proposta didática a ser desenvolvida em uma aula de Matemática com futuros professores de Física, com o objetivo de ligar as grandezas vetoriais que são estudadas na Matemática, com aquelas que eles estudarão nos primeiro conteúdos da aulas de Física. Espera-se que o aluno compreenda a necessidade de estudar Matemática, pois esta é uma ferramenta fundamental na sua formação profissional.	*P. Torroba, M. L. M. Trípoli, E. Devece, L. Aquilano/ 2017*
Disponível em: https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/18479/18326. Acesso em: 17 de outubro de 2018			
21) IENCI	**O aprendizado da sintaxe da linguagem Física**	Os autores discutem neste artigo o processo de aprendizagem de um aluno matriculado em um curso de Introdução à Mecânica Clássica, disciplina ministrada em um curso de pós-graduação em uma universidade do Estado do Paraná, Brasil. Como resultado, apontam para o fato de que o aluno analisado – formado em Matemática – ainda que tenha participado das aulas, as quais abordaram	*H. C. E. Ballesteros, S. M. Arruda, M. M. Passos, M. R.*

		conteúdos relacionados aos formalismos newtoniano, lagrangeano e hamiltoniano, não conseguiu construir uma aprendizagem significativa da linguagem Física, embora tenha sido bem-sucedido na aprendizagem da sintaxe da linguagem Física envolvida no curso.	*Silva/ 2015*
Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/20/5. Acesso em: 15 de abril de 2019			
22)IENCI	**O cálculo nas aulas de Física da UFRGS: um estudo exploratório**	Com o objetivo específico de identificar situações-problema da Física que possam dar sentido aos conceitos matemáticos desenvolvidos no Cálculo I e de linguagens e notações que possam ser adotadas no ensino do Cálculo para favorecer o aprendizado da Física neste trabalho investigou-se, através de um estudo do tipo etnográfico, a forma como a Matemática é transposta nas aulas de Física Geral e Experimental I, em turmas dos Cursos de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS). Ao longo da investigação foram identificados problemas que corroboram aqueles apontados na literatura com relação ao processo de ensino e aprendizagem nas disciplinas introdutórias dos Cursos de Física.	*M. C. P. Santarosa, M. A. Moreira/ 2011*
Disponível em:https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/232/164. Acesso em: 15 de abril de 2019			
23)IENCI	**Os lugares da Matemática na Física e suas dificuldades contextuais: implicações para um sistema de ensino integrado**	Neste trabalho apresentam-se as descrições de trabalhos documentados na literatura científica que tratam das relações entre a Matemática e a Física em disciplinas introdutórias dos cursos de graduação em Física.Os artigos analisados foram distribuídos em quatro categorias: Relações entre a Matemática e a Física; Estratégias Articuladoras; Dificuldades com a	*M. C. P. Santarosa/ 2013*

		Aprendizagem da Matemática e Problemas Originários da Formação Básica.	
Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/170/114. Acesso em: 15 de abril de 2019			
24) C&E	**Matematização e ensino de Física: uma discussão de noções docentes**	Este artigo é resultado de uma pesquisa que teve por objetivo investigar o papel da matematização na Física e no seu ensino, segundo professores de Física. Tendo em vista os estudos que evidenciam os benefícios da História e Filosofia da Ciência no ensino e na formação de professores, procurou-se estabelecer alguns elementos que demonstram a presença de noções de História e Filosofia da Ciência na estruturação do conceito de matematização. Para tanto, elaborou-se um questionário aberto que foi respondido por dez professores que lecionam disciplinas de Física. Para análise dos dados, adotou-se a Análise de Conteúdo; a análise desses questionários resultou na estruturação de unidades temáticas que evidenciam as noções dos professores a respeito da matematização.	*G. H. G. I. Mendes, I. L. Batista/ 2014*
Disponível em:http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S1516-73132016000300757&script=sci_abstract&tlng=pt. Acesso em: 13 de novembro de 2018			
25) S&C	**Physics teaching: mathematics as an epistemological tool**	Estudou-se as interconexões entre Física e Matemática em casos concretos, partindo da expressão usual para o campo elétrico de Coulomb, produzido por uma carga pontual. Ele é examinado por meio de seis perguntas intensivas em epistemologia e respostas radicais são propostas, com o objetivo de ampliar a compreensão do sujeito. As intervenções agem em duas direções complementares. Uma delas diz respeito à ontologia,	*F. B. Kneubil, M. R. Robilotta/ 2015*

		pois as perguntas induzem a olhar atentamente para a carga elétrica, sob diferentes perspectivas, promovendo reflexões sobre sua natureza e reforçando o conceito correspondente. As manipulações formais dependem da identificação de conceitos com símbolos, e a outra direção diz respeito à extensão espacial das estruturas Matemáticas.	
Disponível em:https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-014-9727-5. Acesso em: 12 de maio de 2019			
26)S&C	**Epistemic views of the relationship between physics and mathematics: its influence on the approach of undergraduate students to problem solving**	A relação entre Física e Matemática dificilmente é apresentada com clareza suficiente para satisfazer físicos ou matemáticos. É uma situação que muitas vezes leva a mal-entendidos que podem se espalhar rapidamente de professor para aluno, como a ideia de que a Matemática é um mero instrumento para o físico. Neste artigo, examinou-se a construção histórica dessa relação, com referência ao filósofo francês Michel Paty, e analisamos brevemente sua presença na construção da termodinâmica. Em seguida, apresentou-se os resultados de um estudo empírico sobre como essas relações são percebidas entre os estudantes de graduação, no último ano de um curso universitário de Física, na disciplina de Termodinâmica.	*A. R. P. A taíde, I. M. Greca/ 2013*
Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-012-9492-2. Acesso em: 12 de maio de 2019			
27)S&C	**Mathematics and physics: the idea of a pre-established harmony**	o artigo apresenta alguns episódios históricos, bem como o pensamento de algumas figuras ilustre da Física e da Matemática, que trazem a Matemática e a Física como duas ciências imbricadas e mutuamente construtivas uma da outra.	*H. Kragh/ 2015*

Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-014-9724-8. Acesso em: 12 de maio de 2019			
28)S&C	**The Mathematics of High School Physics**	As dificuldades dos alunos com a Matemática da Física do ensino médio são bem conhecidas. A pesquisa em educação científica os atribui à compreensão inadequadamente profunda da Matemática e principalmente à compreensão inadequada do significado das expressões Matemáticas simbólicas. Parece haver, no entanto, mais causas dessas dificuldades. Um deles, não independente dos anteriores, é o significado complexo dos conceitos algébricos usados na Física da escola (por exemplo, variáveis, parâmetros, funções), bem como as complexidades adicionadas pela própria Física (por exemplo, que os símbolos das equações representam magnitudes com significado e unidades empíricos em vez de números puros). Portanto, os alunos precisam entender e participar de uma complexa interação entre conceitos e teorias da Física, modelos físicos e matemáticos e o mundo real.	*N. Kanderakis/ 2016*
Disponível em:https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-016-9851-5. Acesso em: 12 de maio de 2019			
29)S&C	**Physics and mathematics as interwoven disciplines in science education**	O artigo discute elementos de teorias relevantes para a história da Física a partir de desenvolvimentos matemáticos concomitantes, trazendo à tona qual a visão corroborada pela história a respeito do papel da Matemática neste processo, discutindo o desenvolvimento e estabelecimento destas teorias.	*I. Galili/2018*
Disponível em:https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-018-9958-y. Acesso em: 12 de maio de 2019			

30) PED	**Bsc in natural philosophy: a fresh proposal**	Neste artigo o autor entende que pela análise dos números anuais de alunos que ingressam nas graduações em Física, pode-se subentender que o interesse pela Física está em declínio e que um dos motivos é o forte uso da Matemática presente na Física, portanto ele propõe-se como uma das possíveis soluções para tanto uma "licenciatura em filosofia natural", que seria para ele uma Física sem Matemática, assim, uma vez que seria muito mais atraente para o público em geral esta abordagem, espera-se que o quadro apresentado pelos números anuais de alunos ingressantes nos cursos de Física sofram uma mudança positiva.	*P. R. Evans/ 1994*
Disponível em:https://iopscience.iop.org.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1088/0031-9120/29/1/005. Acesso em: 12 de maio de 2019			

Fonte: Própria (2019)

Encontramos um número limitado de trabalhos relevantes a respeito do tema em questão, em um universo de 902 trabalhos que responderam à pesquisa pelos descritores 30 tinham relação com o tema da pesquisa, o que corresponde a menos de 4% dos trabalhos encontrados. Se tomássemos para a pesquisa apenas trabalhos que abordassem de maneira direta o tema em questão, ou ainda que se alinhassem com a perspectiva que será delineada em páginas futuras deste trabalho, este número seria ainda menor, o que torna este campo de pesquisa muito promissor, haja vista a escassez e consequente necessidade de aprofundamento nestes estudos.

Além dos levantamentos já mencionados, também analisamos o acervo da revista Experiências em Ensino de Ciências, porém, a análise neste periódico teve que ser de uma forma diferente. O site da revista não fornece nenhum mecanismo de busca eficiente para navegar pelo seu acervo, assim, se fez necessário analisar, seguindo a metodologia já apresentada, cada um dos volumes que a revista

disponibilizava em seu site no momento da pesquisa, que se procedeu em meados do primeiro semestre de 2019.

A revista possuía um acervo digital de 515 artigos publicados em 13 volumes, cada um com vários números para um mesmo ano, seguindo a metodologia adotada para análise dos periódicos relevantes para a pesquisa em questão, um total de 3 artigos relevantes dentro da amostra de 515 artigos foi encontrado, o que corresponde a menos de 0,6% do acervo da revista. Esse número revela ainda mais como a pesquisa em questão se faz necessária diante deste cenário de escassez de produção acadêmica neste sentido.

Quadro 4: Trabalhos selecionados após análise do acervo da revista EENCI

Título	Resumo	Autor(es)
As analogias no ensino de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais em aulas de Física do ensino médio	Relata-se a análise da implementação de atividades didáticas com uso de analogias no ensino de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais em aulas de Física do Ensino Médio. Especificamente, considerou-se a preocupação em avaliar a influência do recurso analógico na aprendizagem de circuitos elétricos. Os resultados obtidos mostram que a eficácia das analogias na aprendizagem esteve fortemente condicionada as habilidades dos alunos nos procedimentos de estabelecer relações, identificar diferenças, sintetizar ideias, entre outros	*L. L. da Silva, E. A. Terrazzan/ 2011*
Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID137/v6_n1_a2011.pdf. Acesso em: 16 de março de 2019		
O plano inclinado: uma atividade de modelização Matemática	Este artigo se constitui no relato de uma experiência de ensino realizada nas aulas das disciplinas de Matemática e ciências, com alunos de duas turmas de oitava série do ensino fundamental. É o relato de uma das atividades de uma sequência didática desenvolvida para explorar as três formas de representação de uma função Matemática e também para estudar o movimento de queda livre dos corpos. A principal atividade desenvolvida se constitui na montagem e realização do	*O. Hammes, E. Schuhmacher/ 2011*

	célebre experimento de Galileu com o plano inclinado. Assim, foi realizada uma atividade experimental onde se fez uso das funções enquanto linguagem estruturante no estudo de um fenômeno físico, nesse caso, do movimento de rolagem de esferas sobre um plano inclinado.	
Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID147/v6_n2_a2011.pdf. Acesso em: 20 de março de 2019		
Evidenciando as aptidões cognitivas na aprendizagem de Física de estudantes com baixo rendimento em Matemática	São notórias as dificuldades enfrentadas pelos estudantes no estudo das Ciências Exatas, principalmente a Física, no que diz respeito ao uso da Matemática como fator relevante no processo de aprendizagem da Ciência em questão. Dessa forma, este artigo tem por objetivo demonstrar que o pouco domínio da Matemática, nem sempre, rotula o aluno com baixo conhecimento em Física.	*R. C. G. Júnior, J. R. S. Neves/ 2018*
Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID511/v13_n4_a2018.pdf. Acesso em: 16 de março de 2019		

Fonte: Própria (2019)

Assim, dos 1417 trabalhos analisados nesta pesquisa, encontramos 33 trabalhos que abordam o tema ao qual a pesquisa se propõe tratar, seja esta abordagem direta ou indireta, correspondendo a menos de 2,4% da amostra total de trabalhos analisados.

Destes trabalhos podemos delinear de maneira geral algumas perspectivas, perspectivas estas que emergiram da leitura dos trabalhos analisados, que têm sido abordadas nas pesquisas em ensino de Física, enfatizando de alguma maneira a Matemática em relação com a Física.

Quadro 5: Delineamento geral dos trabalhos que foram selecionados como relacionados ao tema da pesquisa

Trabalhos	Perspectiva	Descrição
1,2,10,30 e 31	**Física sem Matemática**	Entendem que a Física e a Matemática são campos do conhecimento humano distintos e por isso não

		devem ser tratadas como possuindo algum tipo de relação de imbricação intrínseca. No ensino esta perspectiva se reflete na chamada “Física conceitual” que se resume a uma “Física” sem uso de elementos Matemáticos. Outro ponto relevante nesta perspectiva é que, em geral, quando os seus defensores vão apresentar as alternativas a uma abordagem da Física em conexão com a Matemática, utilizam argumentos pautados na apresentação da história dos eventos relacionados aos conceitos a serem estudados ou ainda o uso de analogias desconectadas do contexto Físico-Matemático.
4,17,18,20 e 33	**Superação do obstáculo matemático**	A Matemática é vista como um obstáculo para o ensino de Física, o qual deve ser superado, em geral, com a exclusão, ou minimização, da Matemática no ensino de Física. Muitas vezes aqui também temos defensores da abordagem conceitual da Física, neste caso, não por acharem que estes são elementos separados do conhecimento, mas por entenderem que a Matemática torna a Física por vezes difícil e pouco atraente. Assim, de forma “inconsciente”, os defensores desta perspectiva advogam em favor da existência de uma profunda relação entre a Física e a Matemática, uma vez que a Matemática parece ter um forte poder de interferência na aprendizagem da Física, mesmo que para eles apenas de forma negativa.
8, 11, 12,13, 14 e 22	**Matemática como ferramenta**	Neste caso entendesse que a Matemática tem um papel fundamental na Física e em seu ensino, uma vez que pode ser extremamente útil quando se faz necessário minimizar o esforço de trabalho, reduzindo

		a quantidade de esforço realizado para expressar um determinado conceito ou ainda contribuindo com o poder de previsibilidade característico da Matemática aplicada as mais diversas ciências, mas não existe uma relação de construção de conhecimento entre a Física e a Matemática. É uma relação meramente organizacional.
3,5 e 16	**História da construção de conceitos**	Nestes trabalhos encontramos uma análise histórica de como um determinado conceito foi construído e (re)formulado ao longo dos anos, e como, semelhante a toda a Física, este conceito foi sendo cada vez mais matematizado até alcançar o presente status a ele concedido. Estes trabalhos nos munem de exemplos históricos da imbricada relação existente entre a Física e a Matemática.
7 e 21	**Aprendizagem de Conceitos**	Nestes trabalhos são investigadas as possíveis causas para as dificuldades em Física relacionadas a aprendizagem de conceitos. Uma das possíveis causas são as diferenças semióticas entre a linguagem Matemática, utilizada na Matemática e em seu ensino, e na Física e em seu ensino. Ressaltando que a Matemática pode se tornar uma vilã no ensino de Física quando não compreendida como participante da construção dos conceitos em Física, mas sim como uma mera ferramenta que pode ser utilizada em qualquer contexto sem as devidas considerações.
6 e 23	**Levantamento Bibliográfico**	Nestes trabalhos podemos encontrar uma boa fundamentação para o que vem sendo produzido com

		relação aos temas subjacentes a relação entre Física e Matemática.
9, 15, 19, 24, 25, 26, 27, 28, 29 e 30	**Matemática é fundamental para a Física e seu ensino**	Nestes trabalhos temos uma perspectiva que se alinha diretamente com o objetivo adotado pela presente pesquisa[4], em que os autores defendem que existe uma relação de imbricação intrínseca entre a Física e a Matemática, de tal forma que separa-las, mesmo que seja no nível básico de ensino, seria um desfavor ao processo de aprendizagem da Física.

Fonte: Própria (2019)

Portanto é relevante a pesquisa nesta linha de estudo, uma vez que localizamos 15 trabalhos, dos que trataram do tema da Física e Matemática, que abordaram a temática da correlação entre essas duas áreas na construção do conhecimento, sendo que destes 15 trabalhos cerca de metade deles, são estudos de fora do cenário brasileiro. Nos parece que está temática ainda não alcançou uma posição de importância no território brasileiro, uma vez que temos o dobro de revistas nacionais.

Ainda mais relevante se torna a pesquisa quando entendemos que ela está atrelada a muitas áreas da pesquisa em ensino de Física, de forma direta e indireta, interferindo na formação do professor e nas suas concepções didático-metodológicas. Por isso, a pesquisa em questão se faz necessária em um cenário relativamente escasso e ao mesmo tempo promissor de estudos que possam referenciar e subsidiar propostas metodológicas e didáticas no ensino de Física, bem como no próprio desenvolvimento da ciência Física, sendo este um dos motivadores para o trabalho aqui desenvolvido.

[4] A saber, qual a relação existente entre a abordagem conceitual de conteúdos físicos e o uso do formalismo matemático.

3 DISCUSSÃO ACERCA DOS ASPECTOS TEÓRICOS SUBJACENTES À PESQUISA

Diante do que já foi exposto em páginas anteriores, sabendo-se o rumo que esta pesquisa tem tomado, faz-se necessário uma apresentação dos aportes teóricos que a embasam. Apresentaremos então pelo menos dois pontos de vista (que puderam ser observados a partir da revisão bibliográfica) acerca da relação existente entre a Física e a Matemática— e um terceiro como desdobramentos destes dois pontos — de maneira que possa ser conhecido o ponto em que a pesquisa está ancorada, e também um contraponto, justificando a escolha teórica realizada nesta pesquisa, entre as seguintes visões:

I. Matemática como ferramenta representacional com ênfase operacional e/ou organizacional do conhecimento físico;
II. Matemática com ênfase na construção do conhecimento físico.

De I e II temos o seguinte desdobramento: Matemática e/ou[5] abordagem conceitual.

3.1 MATEMÁTICA COMO FERRAMENTA REPRESENTACIONAL[6] COM ÊNFASE OPERACIONAL E/OU ORGANIZACIONAL

Quando se iniciou a pesquisa de tendências, observamos pelo menos dois pontos de vistas dicotômicos: de um lado alguns entendem que a *Matemática é uma ferramenta que é auxiliar na Física* (Visão-I). Dentro deste espectro podemos encontrar ainda três ramificações para o papel que a Matemática exerce na Física:

a- Os que advogam o ponto de que a Matemática não pode ser dispensada da Física pois é uma ferramenta muito poderosa para elucidação dos conceitos da Física de forma concisa e precisa;

[5] Usamos neste sentido para explicitar uma relação de imbricação entre a Matemática e abordagem conceitual dos conteúdos fiscos, ou uma abordagem excludente no que se refere a matemática e a abordagem conceitual, deixando claro que ambas não têm relação entre si, e quando uma aparece a outra não pode estar presente.
[6] Neste caso representacional seria uma visão da matemática como mero simbolismo para um dado objetivo de ilustrar algo do qual a representação não faz parte essencialmente, ou ainda de que apesar de relevante a matemática tem um papel meramente organizacional no contexto da Física.

b- Os que vão entender que a Matemática é apenas mais uma ferramenta (GALILI, 2018) que não é de todo indispensável;

c- Os que vão mais longe, entendendo que a Matemática pode (ou deve) ser minimizada o máximo possível, principalmente, no ensino de Física.

No outro espectro, temos aqueles que vêm a Matemática como uma *participante indispensável na construção do conhecimento físico* (Visão-II), uma vez que faz parte do seu âmago, ou seja, para se apreender um conteúdo de Física, não se pode prescindir do conhecimento matemático.

Vamos inicialmente entender um pouco mais a respeito da primeira visão que identificamos no meio acadêmico. Vejamos, por exemplo, como a Matemática tem sido encarada nos PCN+ do Ensino Médio para Física (BRASIL, 2007, p. 63), os quais são orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Nos PCN+, quando da apresentação das competências gerais esperadas para os alunos do ensino médio, é esperado que estes saibam:

> Compreender que tabelas, gráficos e expressões matemáticas podem ser diferentes formas de representação de uma mesma relação, com potencialidades e limitações próprias, para ser capaz de escolher e fazer uso da linguagem mais apropriada em cada situação, além de poder traduzir entre si os significados dessas várias linguagens (BRASIL, 2007, p. 63).

Da forma como os textos dos PCN+ foram redigidos, pode-se levar a interpretação de que, neste caso, a Matemática aparece como uma linguagem dentre muitas que poderiam ser utilizadas para representar o conhecimento físico com a mesma eficácia. Ou seja, parece indicar que a Matemática não faz parte da construção do conhecimento físico, podendo ser entendida como uma ferramenta meramente operacional deste conhecimento.

Já nos parâmetros curriculares para o Ensino Médio de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2013), temos, na apresentação de seus temas estruturantes e expectativas de aprendizagem, alguns apontamentos de como se entende a relação entre a Física e a Matemática.

Vejamos, por exemplo, quando o tema estruturante é “movimento, variações e conservação”. As expectativas de aprendizagem são que o aluno saiba “**Reconhecer e realizar operações** com grandezas escalares e vetoriais que

caracterizam o movimento"; "**Descrever matematicamente**, de forma algébrica e geométrica, os diferentes tipos de movimento, a partir dos modelos que os caracterizam"; "I**dentificar as grandezas Físicas, que determinam a quantidade** de movimento de um corpo (massa e velocidade), bem como suas unidades de medida, **realizando cálculos** dessa grandeza" (PERNAMBUCO,2013, p. 44, grifo nosso).

Já quando o tema estruturante é "equipamentos elétricos e telecomunicações", as expectativas de aprendizagem são que o aluno saiba "**Representar grandezas utilizando códigos, símbolos e nomenclatura** específicos da Física**,** (...)"; "**Identificar as características geométricas de campos elétricos** gerados por cargas puntiformes e distribuídas"; "**Realizar cálculos** de tensão elétrica, resistência, capacitância e intensidade de corrente elétrica em circuitos elétricos compostos por diferentes componentes."(PERNAMBUCO, 2013, p. 49, grifo nosso).

Quando refletimos a respeito dos dizeres que as expectativas de aprendizagem destes parâmetros trazem, observamos que carregam a essência de como se compreende a relação entre Física e Matemática neste documento. As expressões destacadas em negrito trazem operações que os alunos devem ser capazes de realizar com a ferramenta Matemática adequada para o momento.

A Matemática, neste caso, assume uma conotação puramente representacional operacional, sem nenhum tipo de contribuição para construção do conhecimento ou mesmo apreensão deste. E esta visão se prolonga por várias das expectativas que são elencadas nos diversos temas propostos, sempre condicionando os elementos matemáticos a um lugar de ferramenta representacional.

Nos parece que existe uma divisão entre o mundo físico (real) e o matemático (imaginário). O aluno precisa saber escolher as ferramentas corretas para utilizar no momento correto, quando lhe for solicitado. Essa divisão não é algo recentemente observado, na história do desenvolvimento do conhecimento, por vezes, o 'mundo matemático' foi considerado metafísico, ou sem existência real, pois é composto por números infinitesimais, pontos sem dimensões, linhas sem espessura, superfícies sem profundidade, etc., elementos que não podem ser encontrados na natureza (KANDERAKIS, 2016).

Está separação entre mundo físico e matemático acaba por gerar uma visão negativa da apresentação de estruturas Matemáticas no ensino de Física, sendo

este um ponto negativo que deve ser superado e que acaba por gerar *o extremo* da minimização (ou exclusão) da Matemática no ensino de Física. Nesse contexto, a Matemática é vista como algo que não acrescenta nada fundamentalmente na compreensão dos conhecimentos físicos, visão essa que possui raízes históricas no contexto brasileiro (MARTENS, 2017).

Isso também se reflete no material que chega as salas de aula. Quando analisamos os livros didáticos, podemos perceber que o discurso de que a Matemática tem alcançado um papel de destaque mais elevado que o próprio conhecimento físico, é justificado pela apresentação que os livros didáticos fazem da Física. Concordamos com Pietrocola (2002) quando, analisando livros didáticos, nos indica que, no contexto educacional, muitas vezes a Matemática apresentada nos livros de Física aparece apenas como uma forma sintética e precisa de expressar resultados fenomenológicos.

Assim, vemos que, de maneira geral, dentro de uma narrativa empírico-indutivista esboçada em muitos livros didáticos, a Matemática assume este papel ferramental operacional, passando assim a ter o papel de proporcionar uma melhor nitidez a imagem produzida pela descrição verbal de um fenômeno. Pietrocola (2002) faz uma analogia entre este papel representacional operacional da Matemática e uma imagem fotográfica, que torna mais nítida qualquer descrição verbal do ocorrido. Nesse caso, a fotografia passa a ser um algo importante, pois deixa uma descrição de um objeto mais fiel, mas de maneira alguma acrescenta ou gera algo novo neste objeto, fica restrita a uma simples descrição, por mais fiel que possa ser.

3.1.1 IMPLICAÇÕES DA COMPREENSÃO DA MATEMÁTICA COMO APENAS UMA FERRAMENTA OPERACIONAL/ORGANIZACIONAL PARA A FÍSICA

Podemos observar em conversas com professores e alunos de Física, que, em muitos casos, a Matemática é apresentada como a vilã no ensino de Física e determinante para seu fracasso. Alguns têm argumentado que o ensino de Física vem sofrendo uma decadência devido ao excesso de Matemática, seja na educação básica ou superior (MARTENS, 2017).

À Matemática vem sendo entendida como um obstáculo para o ensino de Física, uma vez que esta é considerada como pré-requisito para que se possa ter o domínio dos conteúdos da Física, ou seja, ter domínio das ferramentas Matemáticas

implica, necessariamente, em ter domínio dos conteúdos da Física. Sendo assim, sem o conhecimento do ferramental matemático se torna quase, ou mesmo impossível, a aprendizagem dos conteúdos da Física. Por este motivo, nesta visão, e sabendo que de maneira geral o ensino brasileiro não tem suprido as necessidades Matemáticas destes alunos, se torna inviável ensinar Física, ou pelo menos ensinar Física com uso da Matemática (MENDES, 2016).

Mendes (2014) apresenta, um panorama a respeito dos resultados obtidos pelo Brasil no *Programme for International Student Assessment* (PISA), ou Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. Este programa avalia três eixos: leitura, matemática e ciências. Ele apresenta como são preocupantes os resultados obtidos pelo Brasil, no que se refere ao eixo da Matemática.

Por exemplo, no primeiro ano de avaliação, de 41 países, o Brasil ocupou a posição de número 41, ou seja, foi o último colocado, e ao passar dos anos não tem conseguido uma melhora significativa. No ano de 2012 de 65 países participantes o Brasil alcançou a posição 58º. Em dados mais recentes, na avaliação de 2015, de um total de 70 países o Brasil ocupou a posição 66º, portanto com o aumento de países participantes da avaliação, e com o passar dos anos o Brasil nem ao menos manteve sua posição original, vem assumindo posições ainda mais inferiores.

Corroborando o que temos nos dados do PISA, aparece-nos os indicadores da última avaliação do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica). Realizada no ano de 2017 (BRASIL, 2017), esta avaliação ocorre bianualmente por amostragem de alunos, no ano de 2017 participaram alunos dos 5º e 9º anos do Ensino Fundamental e ainda alunos do 3º ano do Ensino Médio.

Quando analisamos os dados por estado, em cada um dos anos escolares avaliados, vemos que a situação brasileira em proficiência Matemática não é boa. A avaliação do SAEB apresenta como resultado uma média das avaliações por estado da proficiência dos alunos em Matemática, e o MEC (Ministério da Educação) as classifica em níveis de 0 a 9 (cada nível estipula o domínio de certos conteúdos que o aluno deve possuir), sendo os resultados entre 0 e 3 insuficientes; de 4 a 6 básicos; e os resultados entre 7 e 9 são considerados adequados.

Observando os resultados de proficiência em Matemática dos alunos de 5º ano, vemos que as médias por estado variaram entre 191,1 e 242, 2, ou seja os

estados estão entre os níveis 3 e 5, de acordo com os parâmetros estabelecidos, sendo classificados com um conhecimento matemático insuficiente ou básico. As regiões norte e nordeste são as únicas que possuem estados com uma avaliação nível 3, ou insuficiente, sendo estes Amapá, Pará e Maranhão, os demais ficaram entre os níveis 4 e 5, com uma avaliação considerada básica para o conhecimento matemático.

Este resultado do 5º ano do Ensino Fundamental vai repercutir nas demais avaliações, pois se no 5º ano os alunos têm um conhecimento básico de Matemática, significando que conteúdos importantes não são dominados por estes, quando alcançarem o 9º ano, está condição não terá melhorado, ou poderá ter piorado, que é justamente o que indica os resultados do 9º ano na avaliação do SAEB.

Observando os resultados médios para o 9º ano, das avaliações por estado, vemos uma variação entre 228,4 e 272,1, o que enquadra todos os estados brasileiros entre os níveis 2 e 3 (os parâmetros avaliativos variam de acordo com o ano escolar avaliado). Desta vez não houve diferença entre as regiões brasileiras, no que diz respeito ao domínio do conhecimento matemático, ou seja, todos os estados brasileiros se encontram com um nível insuficiente de conhecimento matemático frente a avaliação do SAEB.

Este resultado já era esperado, uma vez que a condição do 5º ano do Ensino Fundamental não foi satisfatória, os alunos que o 5º ano com um conhecimento insuficiente ou básico, seguiram em frente nos seus estudos, mas levaram também a falta de domínio de conhecimentos considerados pré-requisito para a aprendizagem dos novos conhecimentos a serem estudados. Assim, eles têm cada vez menos domínio do conhecimento matemático, pois certamente lhes falta a base que não conseguiram alcançar nos anos anteriores, e da qual o professor subentende que o aluno tem domínio, pois não deveria ter chegado até ali sem este conhecimento, o que acaba gerando uma sucessão de conhecimentos não aprendidos, mas de alguma forma os alunos continuam avançando em seus estudos.

Portanto é de se esperar que o quadro não sofra alterações quando partimos para avaliação do 3º ano do Ensino Médio, pois se desde os anos iniciais os alunos têm problemas com o domínio do conteúdo matemático, não será de uma hora para outra, no final de seus estudos escolares, que está situação irá mudar. As avaliações medias por estado neste caso variam entre 245,5 e 291,6, o que enquadra todos os estados entre os níveis 1 e 3, com avaliação insuficiente de domínio do

conteúdo, refletindo como havíamos falado o cenário que se perpetua desde o Ensino Fundamental.

Apesar de usar apenas estes dados de avaliações, nacionais e internacionais, para pautar políticas educacionais de ensino a nível nacional não ser um método assertivo, pois a qualidade da aprendizagem e do ensino leva em consideração muitos outros fatores, não podemos ignorar totalmente estes dados, pois são relevantes e reveladores de uma situação preocupante no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de Matemática no Brasil.

Diante do que revelam os dados a respeito da condição brasileira em relação ao conhecimento matemático, alguns que interpretam os dados sem levar em consideração outros fatores, podem acreditar que talvez seja uma boa alternativa diminuir, ou abolir, o uso da Matemática no ensino de Física, uma vez que só irá atrapalhar a compreensão da Física. Isto é o que se tem advogado por alguns pesquisadores, principalmente quando se trata da educação básica.

Vejamos o que nos diz os parâmetros curriculares de Física para o Ensino Médio em Pernambuco, quando trata de um “ensino de Física voltado para a constituição de um saber significativo e de integração social”:

> (...) é essencial que a ênfase resida na compreensão de conceitos e em sua aplicação às situações concretas, **fugindo ao enfoque matemático** excessivo e à memorização de fórmulas com utilização repetitiva em exercícios numéricos artificiais. **É importante, distinguir o conhecimento físico das ferramentas** utilizadas para o seu ensino – por exemplo, reconhecer que uma grandeza física, como a força, utiliza para sua descrição **a ferramenta matemática** denominada vetor, um conteúdo matemático (PERNAMBUCO, 2013, p. 34, grifo nosso).

No trecho citado dos parâmetros curriculares de Pernambuco é nos dada uma indicação de como a Matemática é entendida neste documento, uma vez que fica explícito que temos na Matemática uma “ferramenta”, e ainda mais, que a compreensão de conceitos não tem relação com o uso dessa ferramenta, e portanto se faz necessário reconhecer e fazer distinção entre uma grandeza, ou conhecimento físico, e a ferramenta Matemática usada para sua descrição.

Se o aluno não tem domínio da ferramenta Matemática, como indicam alguns dos dados já apresentados, talvez se faça necessário a minimização, ou

exclusão, desta ferramenta que provavelmente ao invés de ajudar na compreensão dos conteúdos apenas irá atrapalhar, pois é necessário “fugir do enfoque matemático”.

3.2 MATEMÁTICA COMO ESTRUTURANTE[7] DO CONHECIMENTO FÍSICO

Do outro lado da discussão temos aqueles que reconhecem a Matemática como fundamental e indispensável no ensino e também para o avanço da Física (Visão-II), perspectiva corroborada por esta pesquisa. Concheti (2015) acredita, a partir dos levantamentos históricos e filosóficos realizados, que não é possível ensinar ou aprender Física sem a Matemática.

Podemos observar essa intricada relação entre Física e Matemática também quando tomando como referencial o desenvolvimento histórico tanto da Física quanto da Matemática.

Vargas (1996) traz um apanhado histórico muito elucidativo da relação entre a Matemática e a Física ao longo da história apresentando diversos episódios históricos que remetem a visão adotada em cada época do desenvolvimento das ciências, a partir do qual podemos observa que a Física e a Matemática nunca estiveram de todo separadas uma da outra como alguns advogam, mas que em maior ou menor grau sempre estiveram relacionadas com os avanços no conhecimento do *κόσμος (Kósmo*).

Podemos concordar com a afirmação de que a Matemática é a linguagem da Física — não no sentido empirista-indutivista — contanto que entendamos como uma linguagem estruturante do pensamento, não que a Matemática não seja usada na Física em alguns momentos como ferramenta representacional meramente descritiva, mas esse não é o mais importante, nem o único papel que ela exerce.

Michel Paty (1995), divide em dois níveis o papel da Matemática na Física:

> No nível mais “fraco”, ela representa apenas um simples instrumento externo, despojado de conteúdo físico: é ocaso do cálculo, da escolha de variáveis ou de unidades que podem ser mudadas sem acarretar qualquer modificação da teoria física,

[7] Neste caso abordaremos a matemática com ênfase na construção do conhecimento físico, não esquecendo dos demais aspectos que está pode assumir em sua relação com a física.

> como é também o caso da teoria das matrizes, da teoria das perturbações… Essas teorias matemáticas seguem o jogo próprio, que é, evidentemente, necessário respeitar, no caso de utilização em física. Mas elas são neutras do ponto de vista físico, enquanto nenhuma carga semântica lhe é outorgada. Ao contrário no nível mais "forte", a matemática pode entrar na própria construção de um conceito físico (um exemplo simples disso é a velocidade, definida como dx/dt; é igualmente o caso das observáveis, definidas por seus operadores, em mecânica quântica) ou numa abstração geral de leis físicas erigida em princípio (ver, por exemplo, a enunciação do princípio da relatividade, ou da ação mínima, etc.)(PATY, 1995, p. 251).

Desta forma, é preciso entender e reconhecer que a Matemática vai muito além de uma simples linguagem representativa operacional para a Física, ela se constitui como participante na estruturação do conhecimento físico. O segundo nível apresentado por Paty é de maior interesse para o objetivo desta pesquisa, portanto vamos focar neste ponto quando nos referirmos ao papel da Matemática na Física, sem nos esquecer que ela também pode aparecer como um instrumento externo a Física em alguns casos.

Essa relação entre Física e Matemática está tão intricada que para alguns parece uma discussão desnecessária tentar entender qual o papel da Matemática na Física. Boniolo e Budinich (Apud KARAM, 2009) entendem que a teoria Física não é algo ao qual a Matemática pode ser acrescida quando se tem o objetivo de quantificar.

Atualmente quando estudamos o desenvolvimento da Física podemos entender que a Física tem trabalhado com signos físico-matemáticos. Estes signos não podem ser divididos em uma parte Matemática e uma parte Física. Portanto não existe um problema entre Física e Matemática, pois não se pode separar a Física da Matemática, ambos possuem elementos um do outro.

Tal é o caso, da profunda relação de mutualismo entre a Física e a Matemática, que o físico e filósofo Michel Paty em seu livro *A matéria roubada (1995),* discorre a respeito de vários casos em que o desenvolvimento da teoria, incluindo o desenvolvimento matemático, levou a novas descobertas, o que vai de encontro a uma noção apenas representativa da Matemática.

Podemos citar o caso dos neutrinos. Até 1930 estes eram ignorados como entidades Físicas e muito pouco considerados como uma ferramenta

Matemática útil para o momento. Durante os vinte anos que se seguiram a postulação do neutrino, esta assumiu um caráter puramente de hipótese Matemática, e devido a problemas, principalmente com o princípio da conservação do momento angular

> (…) Pauli inventou um ‘remédio inesperado para salvar as leis da energia e da estatística’: ele supôs que partículas neutras, de spin 1/2, e que obedecem ao princípio de exclusão, de massa pequena, e muito penetrantes, são emitidas ao mesmo tempo que os elétrons, de tal modo que a soma das energias de uma tal partículas e do elétron seja constante. Essas ‘partículas’ são os ‘neutrinos’ (PATY, 1995, p. 244).

Essa hipótese Matemática de Pauli não foi aceita inicialmente, pois não havia evidências experimentais, caso estas partículas realmente existissem alguém já as haveria detectado. Assim, o neutrino inicialmente era apenas uma hipótese ‘ad hoc’, ou seja, algo inverificável que servia apenas para que a Física construída até o momento não viesse a desmoronar.

Hoje temos diversas evidências experimentais para corroborar esta hipótese Matemática, que foi ganhando corpo e realidade ontológica ao passar dos anos. Fermi fez uso do neutrino na construção de sua teoria da desintegração beta (1933), inserindo o neutrino como conceito fundamental da Física quântica. Em anos posteriores, 1953, foi realizada a primeira observação experimental do que se entendia por neutrino, quando em uma câmara com uma substância hidrogenada contendo cádmio um detector/absorvedor identificava os vestígios deixados pelo encontro de pósitrons e nêutrons gerando a emissão de um fóton, sendo assim, consolidado como uma partícula, uma vez que agora, após os estudos de Fermi, o neutrino passava a ser gerador de um efeito e não uma consequência (PATY, 1995).

O caso do neutrino é apenas um dos muitos que podemos observar na história da Física em que um desenvolvimento teórico-matemático levou a novas descobertas científicas, evidenciando o caráter estrutural da Matemática como linguagem da Física. Poderíamos também fazer o caminho inverso, em que necessidades da Física levaram a elaborações Matemáticas ainda não existentes, tal como no caso do cálculo diferencial de Newton e Leibniz, porém, este não é o foco deste trabalho.

3.3 ABORDAGENS CONCEITUAIS

Já discutimos a respeito de como tem se desenrolado as perspectivas acerca das relações entre Física e Matemática, mas um ponto em questão da pesquisa é como podemos entender que uma abordagem de determinado conteúdo da Física é conceitual. Ser conceitual está ligado ao fato de não haver formalismo matemático envolvido?

Ostermann (2005) apresenta algumas considerações a respeito de uma unidade conceitual sobre mecânica quântica ministrada em um dos polos do Mestrado Nacional Profissional em Ensino de Física (MNPEF), em que o módulo conceitual "foi realizada sem o uso de qualquer formalismo matemático, apenas de uma forma qualitativa, realçando aspectos conceituais". Uma boa saída para revigorar o ensino de Física pode ser a exclusão, total ou parcial, da Matemática, uma vez que uma disciplina do currículo de formação de professores que estão atuando no ensino de Física nas escolas de educação básica, tem essa premissa.

Moreira (2011), na apresentação do seu livro *Física de partículas: uma abordagem conceitual e epistemológica,* nos diz que "faria muito mais sentido, e provavelmente seria muito mais motivador, se a Física do Ensino Médio fosse mais conceitual (…)". Se como Osterman (2003) nos diz, ser conceitual significa ausência de linguagem Matemática, ou uso da maneira mais racionada possível, como observamos no livro de Moreira, em que abordagem é puramente histórica e fenomenológica dos eventos relacionados ao desenvolvimento da Física de partículas, então podemos entender que Moreira faz coro com a noção de que a Matemática tem sido um aparente problema no ensino de Física e que, pelo menos para o Ensino Médio, esta deve ser minimiza, na melhor das hipóteses, ao máximo.

Desta forma já identificamos que, tanto a nível de educação básica como de educação superior e em programas de pós-graduação, encontramos defensores do ensino de Física sem Matemática, por isso, é preciso discorrer um pouco sobre conceitos e sobre matematização, dois pontos chave para entendermos está relação e podermos ver a Matemática não como uma vilã no ensino de Física, mas como um possível potencializadora na compreensão dos conceitos trabalhados em sala de aula.

3.3.1 CONCEITO[8] COMO UM CONCEITO

Discutir a respeito do conceito de *conceito* é complexo, pois este é um dos conceitos que está, de certa maneira, inerente a todo discurso, mesmo que não se tenham definido. É senso comum que todos saibam o que é um *conceito* no que se refere a uma ideia tácita, mas quando se pede para alguém definir o que é um *conceito* as dificuldades começam a aparecer. Muitas vezes as definições são cíclicas usando um conceito implícito de *conceito* para definir o que venha a ser um *conceito*, e assim não se chega a lugar algum.

Vergnaud é um matemático, filosofo e psicólogo Francês que tem grande influência no campo da didática com sua teoria dos campos conceituais, em que apresenta formas de entender o funcionamento cognitivo. Alguns conceitos são fundamentais para essa teoria, e um deles é o de *conceito.* Ele apresenta para definir tal conceito uma tríade, na qual um *conceito* é composto por situações (S), invariantes (I) e representações (R), sendo que:

> S é um conjunto de situações que dão sentido ao conceito; I é um conjunto de invariantes (objetos, propriedades e relações) sobre os quais repousa a operacionalidade do conceito, ou o conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito, ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto; R é um conjunto de representações simbólicas (linguagem natural, gráficos e diagramas sentenças formais, etc.) que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, consequentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas (MOREIRA, 2002, p. 10).

Podemos observar que se faz uso do conceito de *conceito* para definir o que seja um *conceito*, assim, mesmo nessa teoria que tem o *conceito* como um dos seus pilares, não conseguimos de forma clara entender o que é um *conceito*, esboçando o quão complexo é definir o que é um *conceito.* Podemos depreender do que é dito por Vergnaud não uma definição do que venha a ser um *conceito*, mas sim características pertencentes a um conceito.

[8] Quando a palavra conceito a parecer em itálico nos referimos as definições formais que lhe são características, do contrário estamos utilizando a palavra de forma tácita.

Dahlberg (1978) apresenta um esboço do que seria um *conceito*. Ele traz a ideia de que um conjunto de enunciados verdadeiros sobre algo se torna o conceito deste mesmo algo, assim, cada enunciado traz um elemento do *conceito*, mas não é o *conceito* em si.

Esta definição de *conceito* se alinha com o que temos pensando a respeito dos conceitos em Física na presente pesquisa, entendendo que estes são um compilado de enunciados a respeito de algo, expresso por um símbolo, na maioria das vezes, não verbal, mas matemático, e ainda compreendendo que estes enunciados verdadeiros a respeito de um dado objeto podem ser construtos matemáticos.

Podemos ampliar um pouco nossa noção de *conceito* entendendo que "os conceitos são universais abstratos, organizados sistematicamente, que aplicam a representação de propriedades invariantes de uma categoria a objetos particulares em função de um critério" (HARDY-VALLÉE, 2013, P. 20), e ainda a partir de Barros (2011) temos "(...) que um conceito pode ser (...) uma formulação passível de generalização, que o indivíduo pensante utiliza para tornar alguma coisa inteligível nos seus aspectos essenciais ou fundamentais, para si e para outros. (p. 31).

De maneira geral assumimos neste trabalho que o conceito de *conceito* traz consigo o sentido de uma generalização de características (em geral observáveis) de certos objetos, mas podendo também ser de objetos idealizados. Quando passamos para os conteúdos físicos entendemos que as generalizações Matemáticas podem ser considerada um dos principais fatores para a Matemática ser a língua por excelência da Física.

Um *conceito* em Física carrega muito da Matemática, ou melhor dizendo, uma formulação Matemática carrega e constrói muitos dos conteúdos físicos. Por exemplo, podemos dizer verbalmente que os objetos próximos à superfície da Terra tendem a cair em direção ao centro desta, mas é muito mais geral expressar essa relação por meio da formulação Matemática da gravitação universal de Newton, e mesmo a primeira colocação a respeito do comportamento de objetos próximos a superfície da terra, carrega elementos fundamentalmente matemáticos, como será discutido mais adiante.

3.3.2 DESFAZENDO ALGUNS EQUÍVOCOS A RESPEITO DA MATEMATIZAÇÃO

Compreendendo um pouco do que seja um conceito e aplicando a Física, podemos agora buscar compreender o que viria a ser a matematização, termo que já apareceu em páginas anteriores, mas com sentido diferente do qual nos utilizamos para subsidiar esta pesquisa, portanto, se faz necessário que apresentemos o que entendemos por matematização.

Precisamos entender antes de tudo que matematização não significa excesso de Matemática ou uso inconsciente da Matemática, mas sim como nos diz Biembengut (2009), que nos traz a matematização como uma das etapas da modelagem Matemática, "*É aqui que se dá a "tradução" da situação-problema para a linguagem matemática*[9]." (BIEMBENGUT, 2009, p. 14).

Dentro das etapas destacadas para a formulação de um problema, dois pontos importantes e relevantes para o estudo em questão são destacados, a saber: a seleção de símbolos apropriados e a descrição das relações entre esses símbolos (termos matemáticos) com o problema em questão, ou seja, com o fenômeno estudado, entendendo a relevância da Matemática na descrição de fenômenos/problemas a partir da análise dos símbolos referenciados nos fenômenos e não apenas uma simples descrição relacional de cada termo utilizado.

Portanto a Matemática é uma constituinte da Física e não algo externo, que pode ser acrescentada ou retirada ao bel prazer de quem está produzindo, ou ensinando, o conhecimento físico do mundo. Ainda a matematização pode ser relacionada com o aspecto representacional dos conceitos apresentados por Vergnaud, no qual vamos ter a interação entre as situações e os invariantes, de forma que vai muito além de uma simples representação simbólica de um conteúdo físico.

A matematização também vai muito além de uma simples quantificação de enunciados. Silva (2003), fazendo uma análise histórica do desenvolvimento da teoria eletromagnética com fins educacionais, a respeito da matematização conclui que:

> (...) A matematização não é uma mera tradução da teoria para a linguagem matemática: a matematização é uma operação que faz parte da construção da teoria.(...) falar de matematização

[9] Não podemos inferir deste texto, qual seria a visão de linguagem que é apresentada pelo autor, mas para nossos fins, vamos entender como linguagem estruturante do pensamento no sentido já exposto anteriormente.

> não significa unicamente quantificar, porque na formulação de teorias utilizam-se também ferramentas matemáticas como cálculo vetorial, cálculo diferencial integral e outros, dependendo da teoria, que estão intimamente relacionadas com os aspectos conceituais da própria teoria (SILVA, 2003, p. 10).

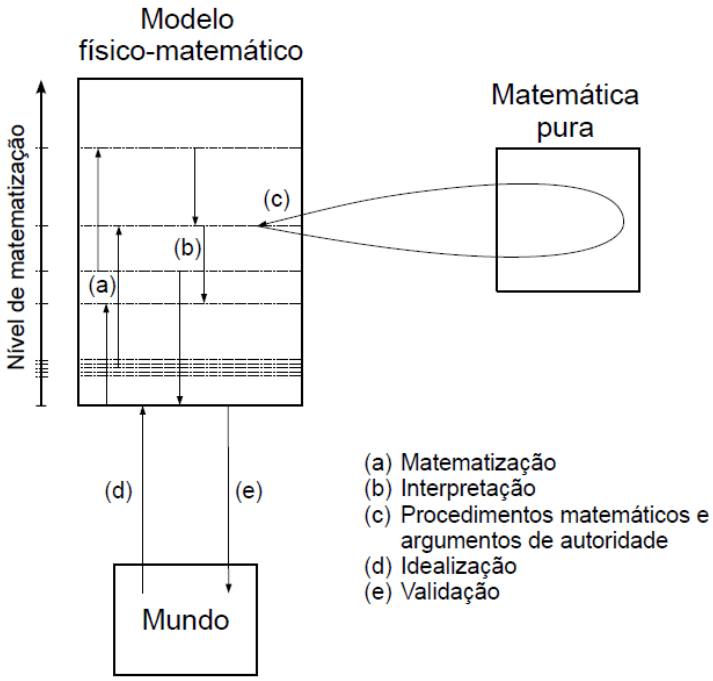
Alguns autores vão mais além quando pensam relação entre Física e Matemática, do ponto de vista da matematização, entendendo que podemos chegar a um ponto no futuro em que será indistinguível a Matemática da Física, talvez no momento que a Matemática deixe de ter o papel de ferramenta que ainda lhe é concedido na construção dos conhecimentos físicos.

Dirac (1939) observou que aparentemente os matemáticos, quando fazem suas escolhas de 'regras' para operacionalizar o conhecimento do universo que os rodeiam, geralmente se alinham com as regras as quais a própria natureza está sujeita, e para ele em algum momento no futuro todos os ramos da Matemática terão aplicação pratica na Física.

Podemos observar melhor essa relação de mutualismo da Física e da Matemática quando olhamos para a história da humanidade, e pensamos em alguns personagens como Newton, Euler, Lagrange, Fourier, Bernoulli, entre outros, os quais teremos dificuldades ao rotula-los de físicos ou matemáticos. Quando pensamos na Física pós-matematização, temos alguns indícios de por que observamos esta tão forte relação entre essas duas áreas do conhecimento humano, quando consideramos, por exemplo, o aspecto epistemológico da Matemática na Física, vemos que a matematização trouxe para os conceitos físicos a necessidade de formulações Matemáticas (UHDEN, 2012).

Karam (2012) em sua tese de doutorado, faz uma modificação em alguns modelos de matematização da Física que pode nos servir como um resumo bastante ilustrativo de como esse processo acontece e dos elementos que ele possui, ele utiliza este modelo para analisar alguns episódios de ensino que são ilustrativos para apresentar o potencial educacional que este modelo tem:

Figura1: Modelo para matematização da Física



Fonte: (KARAM, 2012, p. 62)

Do modelo podemos depreender que a matematização, tanto na construção da Física, como até mesmo no ensino, é um processo gradativo, ou deveria ser, que vai cada vez mais se aprofundando, processo que se inicia no mundo real, e que por fim precisa voltar para ele, de forma que as limitações que cada modelo teórico possui sejam explicitadas. Também notamos que neste modelo a Matemática pura aparece, mas neste caso seria por exemplo consultas a tabelas, isolar uma variável, operações com frações ou coisas semelhantes, este modelo é representativo da abordagem dada ao tema nesta pesquisa.

3.3.3 MATEMATIZAÇÃO NA ABORDAGEM CONCEITUALDA FÍSICA

Bassanezi (2009) quando se refere a um modelo objeto — ou objeto-modelo usando a linguagem de Bunge (2013) — diz que este pode ser pictórico, quando se utiliza de desenhos, esquemas, ou outras representações semelhantes; simbólico, não apresentando definição para o termo; e também conceitual, quando faz uso de formulações Matemáticas. Portanto para Bassanezi, ser conceitual significa ter

representações Matemáticas, dando a entender que as formulações Matemáticas não somente clarificam conceitos, também fazem parte do conceito.

Aqueles que defendem uma minimização ou exclusão da Matemática no ensino de Física, parecem entender que “Física conceitual” é o mesmo que Física sem Matemática, outros a chamam de abordagem qualitativa, como se fosse possível separar os conceitos da Matemática, na qual o conceito seria a Física propriamente dita, de maneira que a depender do objetivo educacional, seria mais interessante ensinar a Física a partir de uma abordagem qualitativa, que chamaria muito mais a atenção dos alunos e seria muito mais compreensível para estes.

Vejamos por exemplo como Greca (2002) enxerga essa questão da divisão entre a “Física pura” e a Matemática:

> Uma teoria Física é um sistema representacional no qual dois conjuntos de signos coexistem: os sinais matemáticos e os linguísticos. Os signos linguísticos são organizados em declarações em relação aos fenômenos físicos, que a teoria pretende descrever, e eles adquirem seus significados no contexto de tal teoria. Os modelos físicos desenvolvem plenamente a potencialidade da teoria. Por outro lado, os signos matemáticos moldam o formalismo da teoria; eles são um conjunto de declarações sem o conteúdo semântico. Esta estrutura sintática constitui o que é geralmente chamado de modelo matemático da teoria. (...) O modelo matemático constitui um sistema axiomático dedutivamente articulado, que pode expressar as declarações da teoria em termos de equações. Portanto, mesmo que o modelo físico carregue dentro de si um modelo matemático, este não é em si uma descrição dos fenômenos(...) a compreensão em um determinado campo da Física, é alcançada quando é possível predizer um fenômeno a partir de seus modelos físicos, sem ter que se referir previamente à um formalismo matemático(...) (GRECA, 2002, p. 107-108, tradução nossa).

Desta forma podemos perceber que, para Greca, a Matemática possui um papel importante na Física, pois “os signos matemáticos moldam o formalismo da teoria”, mas eles não possuem nenhum papel relevante na construção de conceitos físicos ou teorias Físicas, a não ser de axiomatização destas. Neste caso, a verdadeira compreensão de um fenômeno físico por meio de uma teoria só é alcançada quando podemos, por meio dessa teoria, fazer predições sem que recorramos a qualquer

conteúdo matemático, o que vai de encontro ao que muitos professores e pesquisadores pensam sobre o papel da Matemática.

Pode parecer um entendimento equilibrado para o ensino de Física, mas alguns autores discordam dessa separação, e esse é o ponto que nós defendemos nesta pesquisa. Vejamos o que nos diz Uhden (2012):

> "(...) pode-se argumentar que existem modelos qualitativos puros, por exemplo, um gás com bolas quicando. Para esta interpretação qualitativa da modelagem de um gás no ensino de Física, nossos argumentos para a natureza Matemática intrínseca da Física parecem não se sustentar. Mas assim que a descrição for mais elaborada **com o objetivo de fornecer explicações Físicas** ou fazer previsões, serão utilizados ***conceitos físicos***: as bolas saltitantes recebem massas, estão localizadas em algum lugar no espaço e no tempo, têm velocidades, momento, exercem pressão e assim por diante. Isso implica diretamente em algum grau de matematização, uma vez que esses ***conceitos físicos*** estão profundamente enredados com estruturas Matemáticas, como indicamos acima. Portanto, argumentamos que é mais adequado ver a imagem qualitativa pura como o primeiro estágio de um modelo físico-matemático, em vez de ser apenas um modelo distinto" (UHDEN, 2012, p. 490-491, tradução e grifo nosso).

Podemos observar que Uhden é taxativo com relação ao que ele chama de conceitos físicos, que podemos entender são objetos modelos, ou invariantes, que estão enredados com estruturas Matemáticas, ele também nos traz a questões de que alguém, um professor ou pesquisador, pode começar com um "modelo" a ser estudado com simples asserções, mas que se este deseja fornecer explicações Físicas, inevitavelmente ele irá recorrer a estruturas matematizadas, de forma que mesmo um modelo dito qualitativo necessita recorrer a estruturas Matemáticas.

Quando, nos parâmetros curriculares de Pernambuco, temos que é importante que os alunos possa fazer a distinção de que "uma grandeza Física, como a força, utiliza para sua descrição a ferramenta Matemática denominada vetor, um conteúdo matemático" (PERNAMBUCO, 2013, p. 34), vemos que o caráter do conceito de força está totalmente distorcido, vago e sem amparo/estrutura. A ferramenta Matemática 'vetor' parece não acrescentar nenhum conteúdo ao conceito de força, visão totalmente contrária a que temos em Pietrocola, e adotada nesta

pesquisa, que vê a Matemática como linguagem estruturante do conhecimento físico. Analisando o mesmo caso dos vetores e do conceito de força ele nos diz que:

> A linguagem dos vetores empresta ao conceito de força sua estruturação para que ele possa ser definido enquanto conceito físico. A flecha colocada acima da letra $\vec{F}$ indica que se trata de uma grandeza com direção e sentido. A linguagem vetorial dispõe de uma gramática, sintaxe e ortografia próprias que são os axiomas, teorema, lemas, regras de aplicação etc. Um conceito físico como a Força, ao ser identificado à grandeza vetorial $\vec{F}$, passa a se submeter a todas as suas regras de linguagem. Torna-se difícil expressá-lo de outra forma, por exemplo, através da linguagem escrita comum (PIETROCOLA, 2002, p. 105).

Ou seja, quando fazemos uso da linguagem dos vetores para definir uma grandeza Física, ou um conceito físico, estamos não apenas reescrevendo em outra linguagem o que já havia sido expresso, mas estamos agregando novos enunciados aos que anteriormente faziam parte do conceito. Estamos ainda acrescendo os invariantes deste conceito, fazendo uso dos elementos constituintes de um conceito de acordo com Vergnaud (apud MOREIRA, 2002), podermos então dizer que a partir de agora temos um novo conceito, pois diante da linguagem vetorial não podemos dizer que estamos falando do conceito de força se não apresentarmos as características vetoriais deste conceito.

Por vezes a abordagem dita conceitual que visualizamos em livros, ou mesmo em fala de professores em geral, é tal que a Matemática e totalmente afastada deste momento e tem-se colocado como alternativa uma abordagem experimental, ou seja fenomenológica, do conteúdo em questão, como sendo a verdadeira abordagem conceitual, mas, nos diz Mendes “que tais alternativas não possibilitariam a enunciação e/ou desenvolvimento do conteúdo, e sim uma visualização de um fenômeno e uma dedução de uma possível regularidade” (MENDES, 2014, p. 114).

Portanto, falar em abordagem conceitual da Física, em nosso ponto de vista, não significa que será feita uma apresentação dos conteúdos sem o uso de formalismo matemático, mas antes que as formulações Matemáticas serão também alvo desta abordagem, porém não como representações pictóricas do que se tem verbalizado, mas sim como estruturantes dos conceitos físicos ao qual se está fazendo referência, de forma que as relações apresentadas possam ser entendidas e

compreendidas como uma construção, não só fenomenológica, mas principalmente Matemática.

Assim, ao entrevistar professores de Física esperamos que apresentem, em graus diversificados, elementos que possam remeter a uma aprendizagem de conceitos, ou até mesmo uma clarificação destes, a partir da implementação de estruturas matemáticas durante o ensino de Física. Mesmo que não consigamos identificar falas que estejam direta e explicitamente relacionando a Matemática a construção do conhecimento Físico, seria muito interessante que em suas respostas os entrevistados fizessem referência as estruturas matemáticas inerentes ao conhecimento físico como elementos fundamentais, ou até mesmo auxiliares, para a compreensão dos conceitos estudados em física.

Também em alinhamento com a postura adotada nesta pesquisa, esperasse que os entrevistados possam compreender que as estruturas Matemáticas ligadas aos conteúdos da Física, são diferentes quando estudadas do ponto de vista físico em comparação com o ponto de vista matemático, e ainda mais, que a incompreensão de certos conteúdos em Física podem estar relacionados não a falta de domínio dessas estruturas, mas sim a dificuldade em transpor estes conhecimentos entre as áreas da Física e da Matemática.

4 A PESQUISA ENQUANTO SEUS FUNDAMENTOS METODOLÓGICOS DE PRODUÇÃO DE DADOS

Este capítulo traz uma apresentação dos aspectos metodológicos que orientam a presente pesquisa, trazendo os autores que subjazem e corroboram suas características, de forma que o leitor possa entender o que nos leva a tipificar, como temos tipificado, a pesquisa em questão.

4.1 CARACTERIZAÇÕES DA PESQUISA

A primeira classificação que podemos trazer para esta pesquisa com respeito a abordagem que será utilizada na produção dos dados que serão o nosso objeto de estudo é a de qualitativa. Diante de tudo que já foi exposto a respeito do tipo de pesquisa que foi realizada e conhecendo também o público que participou desta pesquisa, podemos a considerar como qualitativa, sabendo que estamos interessados em aprofundar o estudo sobre o objeto e não em fazer um levantamento estatístico a respeito da periodicidade de algum evento.

Concordamos com Minayo (2002) quando nos traz o seguinte posicionamento a respeito de uma pesquisa qualitativa

> A pesquisa qualitativa responde a questões muito particulares. (...) ela trabalha com o universo de significados, motivos, aspirações, crenças, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações dos processos e fenômenos que não podem ser reduzidos a operacionalização de variáveis. (...) abordagem qualitativa aprofunda-se no mundo dos significados das ações e relações humanas, um lado não perceptível e não captável em equações, médias e estatísticas. Os autores que seguem tal corrente não se preocupam em quantificar, mas, sim, em compreender e explicar a dinâmica das relações (...) trabalham com a vivencia, com a experiência, com a cotidianidade e também com a compreensão de estruturas (...) desse ponto de vista, a linguagem, as práticas e as coisas são inseparáveis (MINAYO, 2002, p. 21-22,24).

Analisando a fala de Minayo podemos identificar características da presente pesquisa que se identificam com as características dos estudos qualitativos nesta perspectiva. Quando se diz que a pesquisa qualitativa se preocupa com as relações e ações, então o contexto da pesquisa deve ser o contexto no qual o

fenômeno acontece, entendemos que está é uma característica de extrema relevância, por isso realizamos a pesquisa a partir dessa perspectiva, assim como temos por objetivo conhecer a concepção dos professores de Física da educação básica a respeito da relação entre a Física conceitual e a linguagem Matemática, se faz necessário, para nos alinharmos com uma pesquisa de cunho qualitativo, que nossa pesquisa lide diretamente com professores que estão atuando na educação básica no ensino de Física.

Bogdan e Biklen (apud LÜDKE; ANDRÉ, 1986) também trazem elementos característicos de uma pesquisa qualitativa, os quais podemos trazer para esta pesquisa. A pesquisa qualitativa adota o ambiente natural como lócus da pesquisa e promove um contato maior do pesquisador com este, também, utiliza uma diversidade prioritariamente de dados descritivos, afim de caracterizar o evento/objeto de pesquisa da maneira mais completa possível, o foco está no processo e não no produto da pesquisa e por fim busca compreender também ponto de vista dos participantes além de trazer as devidas considerações sobre o tema.

A pesquisa, além de qualitativa, também deve ser considerada uma pesquisa de campo, pois esta “tem como objetivo conseguir informações e/ou conhecimento acerca de um problema para o qual se procura uma resposta ou as relações entre eles” (MARCONI; LAKATOS, 2015, p. 69). Assim, quando dissemos que teríamos como objetivo conhecer qual a concepção que os professores da educação básica possuem a respeito da relação entre a Física e a Matemática, não podemos prescindir da pesquisa de campo, a qual se realiza no contexto em que o fenômeno acontece, ou seja, pesquisando os professores que estão atuando na educação básica, sem necessariamente precisarmos adentrar salas de aula, uma vez que nossa principal preocupação é com as concepções dos professores.

Uma terceira característica pode ser acrescentada a esta pesquisa, quando entendemos que esta não tem o objetivo de esgotar o problema de pesquisa, muito menos de propor alguma metodologia para tanto, pois, temos especificamente o intuito de conhecer como se tem apresentado pelos professores da educação básica esta relação entre a Física conceitual e a Matemática, mais especificamente no que diz respeito a conceituação dos conteúdos/conhecimentos físicos.

Portanto temos aqui uma pesquisa de cunho exploratório, “cujo objetivo é a formulação de questões ou de um problema, com tripla finalidade: desenvolver hipóteses, aumentar a familiaridade do pesquisador com um ambiente, fato ou fenômeno e clarificar conceitos” (MARCONI; LAKATOS, 2015, p. 71), assim, queremos desenvolver a hipótese de que a Matemática tem sido vista como vilã no ensino de Física e por isso rechaçada, e ainda clarificar como as relações entre Física e Matemática tem se mostrado no ensino de Física na educação básica.

4.2 OS PARTICIPANTES

Como nosso objetivo tem por foco professores atuantes na educação básica no estado de Pernambuco, então, o público alvo desta pesquisa se compõe de alunos do MNPEF, no polo 46, Centro Acadêmico do Agreste-UFPE. O programa é voltado para professores em atividade na educação básica, com o objetivo de capacita-los quanto ao domínio de conteúdos de Física, bem como de familiariza-los com as técnicas atuais de ensino para aplicação em sala de aula.

A escolha destes alunos de mestrado se deu tanto pelo alinhamento com os objetivos da pesquisa em questão, como também pela possibilidade de podermos entrevistar professores de diversas regiões de Pernambuco, com formações diferenciadas, tempos de atuação na educação básica também diferenciados, entre outros aspectos subjacentes as suas formações que acreditamos serem influenciadores nas concepções destes a respeito da temática da pesquisa. Para tanto, procuramos abordar sete professores, os quais se mostraram dispostos a participar da pesquisa, de maneira que podemos, pelo caráter qualitativo desta pesquisa ter uma amostragem muito rica dos professores em atuação no ensino básico.

Estes professores se diferenciam por estarem em busca de qualificação para sua atuação profissional, portanto, são sujeitos que podem fazer a diferença em suas profissões, de maneira que esta pesquisa também se torna atrativa para eles, sabendo que os resultados advindos dela repercutem nas salas de aula do Estado de Pernambuco.

4.3 ABORDAGEM DO PROBLEMA DE PESQUISA

A pesquisa tem por objetivo conhecer qual a concepção de professores da educação básica de Pernambuco a respeito das relações entre Física conceitual e linguagem Matemática, e de maneira mais especifica como estes relacionam à Física e a Matemática. Sendo assim, inicialmente a ideia foi aplicar um questionário com perguntas abertas para tentarmos identificar estas concepções, mas para sabermos se realmente seria suficiente este instrumento, procedemos com alguns pré-testes a fim de identificar as limitações que o instrumento inicial apresentava. Marconi e Lakatos (2015) nos dizem que

> Nem sempre é possível prever todas as dificuldades e problemas decorrentes de uma pesquisa que envolva coleta de dados. Questionários podem não funcionar; serem as perguntas subjetivas, mal formuladas, ambíguas, de linguagem inacessível; reagirem os respondentes ou se mostrarem equívocos; a amostra ser inviável (grande ou demorada demais). Assim, a aplicação do pré-teste poderá evidenciar possíveis erros e possibilitar a reformulação da falha no questionário definitivo (MARCONI;LAKATOS, 2015, p. 18).

Após o projeto piloto, identificamos que seria insuficiente apenas um questionário, devido as suas limitações, tais como divergências na informação oral repassada em relação à informação escrita, dificuldade de compreensão das respostas apresentadas de forma escrita, entre outros fatores. Assim, optamos por outro instrumento que pudesse nos proporcionar maior precisão nos dados a serem produzidos.

A partir das leituras das literaturas específicas a respeito da pesquisa social, entendemos que, para os nossos objetivos, o instrumento que melhor correspondia as nossas necessidades seria a entrevista semiestruturada, que para Minayo (2002) é uma maneira de o pesquisador buscar informação na fala do entrevistado, sendo assim, não é uma mera conversa despretensiosa ou isenta de objetivo, mas uma conversa direcionada pelo entrevistador de acordo com o objetivo pré-estabelecido.

Entendemos que este seria o melhor instrumento pois permite a interação entre entrevistador e entrevistado, permitindo, em caso de dúvida a respeito do que está sendo perguntado, ser esclarecido pelo pesquisador qual o objetivo da pergunta, de forma a evitar respostas que fujam do objetivo proposto. Também

permite ao pesquisador acrescentar indagações conforme o decorrer da entrevista, de maneira a evitar equívocos nas respostas ou insuficiência de elementos relevantes para a pesquisa nas falas dos entrevistados, no que diz respeito ao objetivo da pesquisa. Assim, para Quaresma (2005),

> As **entrevistas semiestruturadas** combinam perguntas abertas e fechadas, onde o informante tem a possibilidade de discorrer sobre o tema proposto. O pesquisador deve seguir um conjunto de questões previamente definidas, mas ele o faz em um contexto muito semelhante ao de uma conversa informal. O entrevistador deve ficar atento para dirigir, no momento que achar oportuno, a discussão para o assunto que o interessa fazendo perguntas adicionais para elucidar questões que não ficaram claras ou ajudar a recompor o contexto da entrevista, caso o informante tenha "fugido" ao tema ou tenha dificuldades com ele. Esse tipo de entrevista é muito utilizado quando se deseja delimitar o volume das informações, obtendo assim um direcionamento maior para o tema, intervindo a fim de que os objetivos sejam alcançados. (QUARESMA, 2005, p.75)

Para complementar e nortear as perguntas realizadas durante a entrevista, apresentaremos também dois textos aos entrevistados, com abordagens diferentes de um mesmo conteúdo, para que eles possam ter um referencial objetivo ao qual possam se referir quando estiverem descrevendo o que, para eles, seja uma abordagem conceitual, ou não, de um conteúdo da Física.

O texto 1 (anexo A) foi retirado do volume 3 da coleção *Curso de Física Básica* (NUSSENZVEIG, 1997), com sua primeira edição em 1997, e 5ª reimpressão em 2006, escrita pelo físico Herch Moysés Nussenzveig. Neste volume ele discorre sobre o eletromagnetismo e inicia no capítulo 3, escolhido para ser utilizado nesta pesquisa, tratando a respeito do campo elétrico, tema que também deveria ser abordado no segundo texto. Fizemos um recorte de algumas páginas destes livros, das páginas 22 à 27, para que o texto não ficasse demasiadamente extenso, escolhendo neste intervalo alguns tópicos que também fossem tratados no texto 2, de maneira que os entrevistados pudessem fazer comparações entre os elementos textuais que considerassem relevantes.

O texto 2 (anexo B) foi retirado do volume 2, edição definitiva, da coleção *Lições de Física de Feynman* (FEYNMAN, 2008) editado originalmente em 1972, tendo a edição definitiva sendo editada em 2008, coleção produzida a partir de

palestras ministradas pelo físico Richard P. Feynman, e revisadas por professores e alunos que se dispuseram a ouvir os áudios das palestras e verificar o conteúdo das imagens dos quadros utilizados durantes as palestras.

As palestras foram ministradas por Feynman entre 1961 e 1963, para turmas de calouros do Instituto de Tecnologia da Califórnia (CALTECH). No segundo volume da coleção Feynman aborda os conteúdos relacionados ao eletromagnetismo e a matéria a nível de graduação. O conteúdo aqui escolhido foi o mesmo do livro anterior, que se encontra no capítulo 4 deste livro, com o título de eletrostática. Para os fins da pesquisa, fizemos uma seleção no capítulo de maneira que os mesmos conteúdos abordados no texto 1 fossem também abordados aqui, para tanto selecionamos seções 4-5 e 4-6. O livro dispensa a apresentação por páginas, assim, os entrevistados tinham duas amostras de abordagens diferenciadas do mesmo conteúdo.

As escolhas destes textos foram realizadas devido ao caráter de cada um deles, e dá visão que estes têm passado para seus leitores ao longo dos anos. O livro do Feynman traz uma abordagem permeada por diversas aplicações do conteúdo abordado, discutindo cada passo da equação Matemática apresentada e suas implicações e limitações, sem uma preocupação de apresentar primeiramente a equação, mas sim de construir um caminho que leve a necessidade do desenvolvimento matemático.

É interessante saber se os entrevistados vão necessariamente reconhecê-lo como um texto conceitual a respeito do tema, uma vez que entendemos que muito da concepção do que seja uma abordagem conceitual de determinado conteúdo esteja relacionado a quantidade de texto que a abordagem apresenta do conteúdo e a uma dita contextualização deste.

Já o livro do H. Moysés Nussenzveig tem sido tratado como livro mais complexo e aprofundado sobre os conteúdos físicos, a nível de graduação, e com bastante formulação Matemática, de modo que os alunos ao lerem suas páginas podem entender erroneamente, de acordo com a visão já advogada nesta pesquisa, que este tem um excesso de formulação Matemática sem significação, portanto, seria um extremo oposto do que popularmente se entende por abordagem conceitual.

Agora nos voltemos novamente para a entrevista propriamente dita, entendendo o contexto em que ele se aplica, para entendermos mais detalhadamente o que será tratado durante a entrevista.

4.3.1 A ENTREVISTA

Antes de apresentarmos como se dará a entrevista, é importante que o leitor conheça contexto em que esta será realizada: o entrevistado recebeu alguns minutos para que pudesse avaliar os dois textos a ele apresentados, sabendo que deveria avaliar com relação aos aspectos conceituais a forma que o texto aborda os conteúdos em questão, sem ter conhecimento de onde cada um foi retirado, para que a leitura não fosse carregada de preconceitos. Após a análise, que se procedeu como o entrevistado achou melhor, o pesquisador iniciou a entrevista.

O roteiro (apêndice A) que foi utilizado nesta pesquisa é composto por algumas perguntas que nos trazem o perfil do entrevistado. Logo após as perguntas relativas ao perfil do entrevistado, se procedeu com as perguntas direcionadas para os objetivos elegidos para a pesquisa em questão, observando a fluidez da apresentação de cada uma das perguntas a ser realizada.

Na abordagem que se antecedeu ao momento propriamente dito da entrevista, em que os entrevistados foram gravados, deixou-se claro que não seriam identificados na apresentação dos dados da pesquisa, de forma que podemos garantir o anonimato dele, concedendo a pesquisa mais credibilidade pois o entrevistado se sente mais à vontade por não ter sua identidade expostas diante de suas respostas. A pesquisa segue a Resolução n° 466 de 12 de dezembro de 2012 e a Resolução n° 510 de 07 de abril de 2016, do conselho Nacional de Saúde que visa a proteção humana e o direito de participação livre em pesquisas de cunho científico.

Para registro da entrevista foi utilizado um tablet, de uso próprio do entrevistador, com o qual foi feita a gravação em áudio das entrevistas, e em um momento posterior as gravações foram transcritas para facilitar a visualização dos elementos pertinente a pesquisa.

Para que pudéssemos conhecer um pouco dos nossos entrevistados constam no roteiro da entrevista, qual a formação e tempo de atuação na educação básica do entrevistado, uma vez que são fatores que podem ter relevância nas suas

respostas. Após alguns pré-testes, se identificou como relevante saber se o entrevistado já passou por alguma disciplina durante a graduação que tivesse um caráter conceitual em sua abordagem dos conteúdos, caso afirmativo está poderia repercutir na concepção que o entrevistado esboça a respeito do tema.

Após estas questões iniciais, temos as perguntas que tratam sobre a temática da pesquisa, por exemplo, a respeito da abordagem que os textos que foram apresentados a eles fazem do conteúdo proposto, como os textos podem ser utilizados para ministrar aulas, quais os tipos de problemas eles identificam em suas salas de aulas no que se refere a relação entre Física e Matemática e como eles lidam com estes problemas.

4.4 PERSPECTIVA QUE SUBJAZ A ANÁLISE DOS DADOS

A produção de dados procede da realização de entrevistas e para a análise dos dados nos valeremos das relações apresentadas no Quadro 7, uma vez com as falas copiladas dos professores entrevistados poderemos identificar os aspectos trazidos por eles, mesmo que sejam implícitos, que possa nos levar a resposta da pergunta que norteia toda está pesquisa, precisamos para tanto trazer uma noção a respeito da linguagem, neste caso transcrita diretamente da fala para a escrita, que vá além da mera comunicação neutra, portanto, trazemos aqui “uma rejeição da noção realista de que a linguagem é simplesmente um meio neutro de refletir, ou descrever o mundo, e uma convicção da importância central do discurso na construção da vida social” (CAREGNATO; MUTTI, 2006, p. 680).

Assim, entendemos que o discurso do entrevistado não está isolado de todo o contexto no qual ele está inserido, tudo que o constitui e o que é construído por ele, não pode ser entendido como neutro em contexto histórico e social, é carregado de sentidos que vão além da própria formação dele. Sendo assim,

> A formação discursiva constitui-se na relação com o interdiscurso e o intradiscurso. O interdiscurso significa os saberes constituídos na memória do dizer; sentidos do que é dizível e circula na sociedade; saberes que existem antes do sujeito; saberes pré-construídos constituídos pela construção coletiva. O intradiscurso é a materialidade (fala), ou seja, a formulação do texto; o fio do discurso; a linearização do discurso (CAREGNATO; MUTTI, 2006, p.681).

Desta forma, estamos interessados também em saber se os professores da educação básica de Pernambuco têm em sua formação discursiva se utilizado do interdiscurso que apresentamos em páginas anteriores, relacionado a visão de que a Matemática é para a Física uma mera ferramenta representacional, e que se assim for está será a visão que irão levar para a educação básica, e que fará parte da formação discursiva dos estudantes que de lá saírem.

Dito isto, após a realização das entrevistas, procederemos com a análise de cada uma das respostas que os entrevistados forneceram, de maneira a identificar em suas falas elementos que possam indicar qual a perspectiva que ele tem a respeito das relações entre Física e Matemática, buscando identificar elementos que remetam as posturas elencadas no capítulo 3, e justificando como cada elemento da fala dos entrevistados nos leva a entender que este se alinha, ou não, com uma as determinadas posturas do quadro de categorias.

Quadro 6: Posturas frente às relações existentes entre a Física e a Matemática

Relações	Posturas adotadas
Eixo 1 - Quanto à função da Matemática na construção do conhecimento físico	i) Ênfase operacional representativa ou pictórica ii) Ênfase na estruturação/construção do conhecimento
Eixo 2 - Quanto ao papel da Matemática no ensino de Física	i) A Matemática pode se tornar um obstáculo para o aprendizado da Física ii) A Matemática tem papel coadjuvante no ensino de Física, sendo irrelevante para o processo iii) O ensino de Física não pode prescindir da Matemática, uma vez que está faz parte da significação dos conceitos físicos
Eixo 3 - Quanto às práticas em sala de aula	i) A Matemática deve ser minimizada (ou excluída) do ensino de Física, ao menos na educação básica

	ii) Deve-se deixar clara a separação entre Física e Matemática para o aluno conseguir diferenciar, por exemplo, grandezas Físicas das ferramentas Matemáticas utilizadas para às representar iii) A Matemática deve ser significada na construção dos conceitos físicos, entendida como participante fundamental desta construção

Fonte: Própria (2019)

Sabendo que estes elementos que buscamos podem aparecer sobre os mais diversos formatos, sendo necessário reconhecer cada argumento em seu contexto, entendendo como o entrevistado tem se relacionado com a Matemática ao longo de sua formação, e como isto tem implicado na sua perspectiva a respeito do papel que a Matemática pode exercer, seja como facilitadora no ensino de Física ou como um obstáculo. Assim, de maneira geral o roteiro da entrevista aborda todos os aspectos do objetivo geral e dos específicos elencados para esta pesquisa, e ainda visa identificar elementos que possam ser indicativos de como a visão destes professores entrevistados a respeito das relações entre a Física e a Matemática poderiam ser classificadas.

Também vale salientar que, após alguns pré-testes e pré-análises dos resultados obtidos, vimos que se fazia necessária algumas modificações no quadro 6, afim de que pudéssemos comtemplar de maneira mais ampla as respostas dos entrevistados. Assim, reformulamos algumas das acessões contidas no quadro 6 e utilizamos como fundamento para nossas categorizações que se seguem nas próximas seções, o quadro, com as categorizações reformuladas:

Quadro 7: Posturas frente às relações existentes entre a Física e a Matemática (categorias)

Relações	Posturas adotadas

Eixo 1- Quanto à função da Matemática na construção do conhecimento físico	i) ii) iii)	Ênfase meramente operacional (sistemas algébricos), representativa ou pictórica (sistemas geométricos), ou seja, a construção “completa” e a organização dos conceitos físicos não necessitam de qualquer linguagem Matemática. (Moretzsohn, Ostermann, Moreira); Ênfase na organização do conhecimento, reconhecendo também o papel operacional da Matemática. Os conceitos podem ser construídos sem a linguagem Matemática, mas não podem ser organizados sem ela; Ênfase na construção do conhecimento, ou seja, sem a Matemática os conceitos não podem ser construídos nem organizados/estruturados em sua forma “completa” (Concheti, Pietrocola, Paty, Boniolo e Budinich, Karam).
Eixo 2- Quanto ao papel da Matemática no ensino de Física	i) ii) iii)	A Matemática tem papel coadjuvante na construção e na estruturação dos conceitos em Física, sendo irrelevante para o ensino destes, podendo ser um obstáculo meramente operacional para o aprendizado da Física; A Matemática tem papel coadjuvante na construção dos conceitos em Física e relevante na estruturação deste último, portanto se faz relevante para o ensino, pois torna o conhecimento físico sistematizado; O ensino de Física não pode prescindir da Matemática, uma vez que esta faz parte da construção e organização/estruturação dos conceitos físicos. Neste caso podendo torna-se um obstáculo também conceitual.
Eixo 3- Quanto às práticas em sala de aula	i)	A Matemática não possui um caráter relevante na construção e organização/estruturação do conhecimento físico, portanto, uma das possíveis consequências é que uma vez que ela em geral é um dos maiores problemas na

	aprendizagem de Física deve ser minimizada (ou excluída) do ensino de Física, principalmente na educação básica
ii)	A Matemática possui um papel relevante na organização/estruturação do conhecimento físico, assim deve-se deixar clara a separação entre Física e Matemática para o aluno conseguir diferenciar, por exemplo, grandezas Físicas das ferramentas Matemáticas utilizadas para às representar, trazendo para o ensino de Física apenas o conhecimento matemático necessário para tanto;
iii)	A Matemática é relevante tanto na construção quanto na organização/estruturação do conhecimento físico, portanto deve ser significada na construção dos conceitos físicos.

Fonte: Própria (2019)

Temos, portanto, que as três primeiras perguntas do roteiro (apêndice A) tem por objetivo abordar questões gerais da formação do entrevistado que podem vir a ser relevantes na formação de suas concepções acerca das relações teórico-educacionais entre a Matemática e a Física, com as questões 4 e 7 intencionamos atingir o eixo 1 do Quadro 7, com as perguntas 4, 5, 6, 7, 9 e 10 pretendemos atingir o eixo 2 e com as perguntas 5, 7, 8, 9 e 10, temos também a intenção de abordarmos as concepções elencadas no eixo 3. Portanto, podemos observar que as perguntas não se limitam a abordar apenas um dos eixos elencados, mas sim perpassam os outros eixos, sendo possível que durante as entrevistas e análises das respostas possamos ainda identificar elementos não previstos na estruturação da análise previamente elaborada.

5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS DADOS PRODUZIDOS POR MEIO DAS ENTREVISTAS

Nesta seção iremos apresentar os dados produzidos por meio das entrevistas realizadas para esta pesquisa.

Como já mencionado para esta pesquisa realizamos entrevistas com professores de Física em atuação na educação básica de Pernambuco, todos eles discentes do MNPEF, polo caruaru. Conseguimos a colaboração e participação de sete professores neste perfil, com diferentes formações e tempo de atuação na educação, assim, temos uma amostra heterogênea de docentes da educação básica pernambucana, o que nos dá uma visão ampla de como as diferentes gerações, têm refletido a respeito das relações entre Física e Matemática.

Para manter as identidades dos entrevistados anônimas, mas ainda sim podermos identificar a quem pertence cada uma das respostas, vamos enumerar cada um dos entrevistados com P1 a P7, de forma que podemos saber a quem pertence cada uma das falas citadas. Para uma melhor apresentação dos resultados das entrevistas vamos abordar cada uma das questões e apresentar o panorama das respostas obtidas para elas individualmente e em seguida faremos uma análise coletiva dos resultados obtidos.

5.1 QUESTÕES ALUSIVAS A FORMAÇÃO ACADÊMICA

Vamos discutir, sem contudo esgotar todas as possibilidades de interpretações, as respostas obtidas para as três primeiras perguntas da entrevista, as quais tinham como objetivo traçar um perfil dos entrevistados, que pode influenciar diretamente nas respostas subsequentes referentes as relações entre Física e Matemática e, portanto, são de extrema importância para a presente pesquisa.

Devido a dinamicidade da entrevista semiestruturada, durante a entrevistas foram realizadas algumas pequenas alterações nas perguntas do roteiro, de forma a se encaixar no contexto, mas sem alterações significativas, apenas alterações que pudessem tornar a entrevista mais fluida, como pode ser observado nas transcrições no apêndice C.

As três perguntas a que nos referimos aqui são as seguintes: 1) qual a sua formação? 2) há quanto tempo atua na educação? e 3) em sua graduação houve alguma disciplina de cunho estritamente conceitual?

Foi possível constatar com as respostas a pergunta 1, que temos uma amostra de professores bem diversificada quanto a formação acadêmica que possuem em comum entre eles que todos cursaram licenciatura em Física, embora a maioria tenha outras graduações ou especializações na área de ensino, este panorama nos indicam que estes professores têm o ensino de Física em alta estima uma vez que têm a preocupação de estarem cada vez mais conhecendo a respeito do tema, uma vez que todos estão em busca do título de mestres em ensino de Física.

Também observamos que a vivência de sala de aula é bem heterogênea, com um dos professores atuando a dois anos e outro a quarenta e quatro anos.

Com relação a pergunta 3, utilizamos o termo conceitual, sem definir o que entendemos por conceitual, uma vez que queremos extrair das falas dos professores o que eles acreditam ser uma abordagem conceitual. Três dos sete afirmaram que, em sua graduação, houve pelo menos uma disciplina de cunho estritamente conceitual, a saber P2, P4 e P7, para esses pedimos que nos dessem uma breve discrição de como essa disciplina se procedeu.

Pudemos inferir (ver apêndice C) que para P2, em acordo com a disciplina ministrada, os conceitos estão desassociados de qualquer estrutura Matemática. Neste caso, já identificamos em P2 uma tendência em assumir uma postura de separação entre Física e Matemática, podendo, aparentemente, serem ensinadas de forma separadas e desconexas, dessa forma se alinhando com as primeiras posturas de cada um dos eixos do quadro 7, que remetem a uma minimização/exclusão da Matemática do ensino de Física.

Com relação a P4 temos uma resposta um tanto quanto contraditória, pois apesar de dizer que todas as disciplinas foram conceituais acrescenta, que uma delas foi ministrada sem o uso de estruturas Matemáticas.

Para P7, temos algo um pouco diferente, quando pedimos para que este faça uma descrição de como se procedeu a disciplina conceitual em sua graduação, podemos ver que a ideia geral é que ser conceitual está diretamente relacionado com pouca ou nenhuma estrutura Matemática e em alguns casos com apresentação fenomenológica, a partir de experimentos, ou apresentação histórico-filosófica, sem

nenhuma reflexão da construção do conhecimento físico, se alinhando pelo menos com a primeira postura do eixo 1, a saber, ênfase meramente operacional, representativa ou pictórica para as estruturas matemáticas na Física.

Também em P1 apesar de não ter cursado nenhuma disciplina conceitual, pois os professores recorriam a frequentemente a problemas, que nos parecem estar diretamente relacionado com resoluções Matemáticas, ele afirma que hoje em dia ele considera muito importante esta abordagem e que em suas aulas ele preza por uma abordagem conceitual recorrendo a muita exemplificação.

Já em P3 temos uma resposta intrigante, durante a entrevista iremos observar como se desenvolveram, pois ele diz que não teve nenhuma disciplina com apenas este objetivo, o que nos parece sinalizar que a abordagem conceitual está presente em diversos momentos das disciplinas que ele cursou, mas queremos entender melhor o que para ele seria abordagem conceitual.

P5 nos dá uma resposta inconclusiva para a questão referida, mas dá a entender em outros momentos da entrevista que a Física do seu ponto de vista é conceitual e deve ser abordada dessa forma para que seu aprendizado seja mais efetivo, ao decorrer da entrevista iremos observar melhor o que seria essa abordagem conceitual.

Ainda vale ressaltar que P6 nega que houve uma disciplina de cunho estritamente conceitual em sua graduação, mas afirma que houve uma disciplina de Física aplicada, que foi bem conceitual e não havia cálculo algum (o que nos leva a crer que neste caso também temos um alinhamento com a postura i do eixo 1, a saber, ênfase meramente operacional, representativa ou pictórica para as estruturas matemáticas na Física).

5.2 QUESTÕES RELACIONADAS COM OS TEXTOS DE REFERÊNCIA

As quatro seguintes questões da entrevista eram voltadas para os textos que foram fornecidos aos entrevistados, para que analisassem a abordagem que cada um fazia do conteúdo proposto. Como já mencionado na seção 4, escolhemos dois textos de livros costumeiramente utilizados em cursos de Física, tanto licenciatura como bacharelado, que refletissem o senso comum a respeito do que é uma abordagem conceitual da Física, e pedimos que os professores atentassem para cada

um dos textos com um olhar crítico para o tratamento dado por cada um deles ao conteúdo a ser abordado.

Em seguida procedemos com as seguintes perguntas:4) qual seria o papel da Matemática em ambos os textos? E na Física de maneira geral? 5) enquanto estudante qual dos textos você escolheria para seu estudo e por quê? De que maneira você se identifica com o texto escolhido? 6) qual dos dois textos é mais conceitual e por quê? O que torna o outro texto menos conceitual? e 7) pensando na construção de uma aula sobre fluxo e lei de Gauss qual seria o melhor texto, para você, a ser utilizado como referência e por quê?".

Para a pergunta 4 encontramos algumas posturas bem interessantes dentro do espectro que já havíamos apresentado, tanto na seção 3 como na seção 4. Observamos que P1, P2, P4 e P7 entendem que a Matemática é a linguagem da Física, apresentando frases tais como "(...) *então a Matemática ela traduz a quantização da Física (P1)", "acredito que seja a linguagem né (P2)"* ou ainda "*Física ela precisa da Matemática pra ser representada, é a mesma coisa pra escrever, eu preciso das letras pra poder representar meus problemas, ai eu acho que a Matemática entra nesse contexto com relação a Física (P7)".*

Apesar de acreditar que a Matemática é a linguagem da Física, como podemos depreender da última fala, está linguagem está no sentido pictográfico da palavra, ou seja, são apenas símbolos que assumem diferentes significados a depender do contexto em que estão inseridos.

Assim como na linguagem falada podemos representar a mesma ideia por meio de diferentes línguas, como português, inglês, chinês, polonês, e etc., também na Física teremos o mesmo. Sendo assim, não temos exclusividade para a Matemática, esta é apenas a linguagem mais conveniente, mas não a única, ou seja, podemos então neste caso entender que estes professores se alinha tanto no eixo 1 quanto no eixo 2 do espectro que apresentamos, com as posturas ii em ambos os casos, a saber ênfase na organização do conhecimento físico, a partir de estruturas Matemáticas, assim sendo estas necessárias no ensino de Física, mas contendo também elementos das posturas i, que traz uma ênfase meramente operacional, representativa ou pictórica para as estruturas matemáticas no ensino e construção do conhecimento físico.

Já no caso de P5 e P6 a Matemática aparece explicitamente como uma ferramenta para a Física, podendo ser muito importante, mas ainda assim fica no âmbito técnico da operacionalização, pois como P5 diz "a *Matemática pra mim(...) é uma ferramenta poderosa demais pra compreensão do conceito (...) ela é uma ferramenta a mais",* ou ainda em P6 que "(acredita) *que a Matemática é um instrumento importante na Física"*. Portanto, a Matemática nesse caso é uma mera ferramenta, importante, mas não fundamental, também se alinhando de certa forma com as posturas ii dos eixos 1 e 2 mais fortemente.

Em P3 também temos uma ideia de linguagem, porém neste caso parece-nos que a linguagem vai além de uma representação pictórica e ganha um papel mais relevante, uma vez que está linguagem acrescenta algo que sem ela não seria possível observar. Para P3 a linguagem Matemática na Física concede a Física generalidade e previsibilidade, algo que segundo P3 não é possível sem a Matemática. Também é levantado o aspecto do papel estético, pois a partir da Matemática é possível compactar os conceitos físicos em poucas palavras ou expressões Matemáticas, apesar da maior sofisticação de suas assertivas ainda assim podemos reconhecer nesse discurso posturas ligadas postura ii dos eixos 1 e 2.

Com relação aos textos, P1, P5, P6 e P7 não forneceram respostas conclusivas e diretas, apresentando apenas a noção mais geral com relação a Matemática na Física.

Para P2 a Matemática nos textos é apresentada de formas diferentes, no texto 2, extraído das lições de Física de Feynman, a Matemática aparece como uma forma de confirmar o que a Física diz (compreensão errônea ao nosso ver, uma vez que neste texto a Matemática acompanha o desenvolvimento do conceito na Física), como visualmente as expressões Matemáticas aparecem em menor quantidade que no texto 1, extraído do livro curso de Física básica, então, este segundo texto é visto como apresentando mais detalhadamente a Matemática por trás da Física.

O que dissemos ao final do parágrafo anterior a respeito da classificação que P2 faz dos textos, fica ainda mais explicito em P3, que nos diz "*em um ele trabalha muito mais a Física (*texto 2*) e no outro ele trabalha muito mais a Matemática (*texto 1*)".* Para P3, então, o foco do texto 2 é generalizar a ideia Física, e para tanto se vale

da Matemática, já o texto 1 apresenta o enfoque puramente matemático sem contextualizar o conteúdo.

Já em P4 nós temos uma separação entre os conceitos físicos e o enfoque matemático, que no texto 2 é menor que no texto 1, portanto, voltando a noção já mencionada de uma separação entre Física pura e Matemática pura, se aproximando das posturas i dos eixos 1 e 2, tendo assim uma ênfase meramente operacional, representativa ou pictórica para as estruturas matemáticas e portanto, estas são irrelevantes, quando não prejudiciais, para o ensino de Física.

Na pergunta 5 queríamos saber como eles enxergavam os textos para uso pessoal. A maioria dos professores, P2, P3, P4, P6 e P7, responderam que para uso pessoal escolheriam o texto dois, e como justificativas mais frequente temos o fato de considerarem o texto 2 mais conceitual ou mais físico.

P5, apesar de acreditar que o texto 2 é mais conceitual, para uso pessoal ele considera que o texto 1 é uma escolha melhor, pois como ele já se considera com uma boa base Matemática, então, o texto com “muita” Matemática é mais interessante. Essa visão em sala de aula pode levar a uma compreensão de que a Matemática, ou o pouco conhecimento dela, pode ser um obstáculo ao ensino de Física, ou ainda que saber “muita” Matemática seria suficiente para aprender Física.

Já P1 acredita que o texto 1 seria melhor para ele, devido a maior quantidade de imagens no texto, referindo-se aos desenhos de superfícies gráficos que o texto utiliza.

A pergunta 6 foi de extrema relevância para nossa pesquisa, pois tratava diretamente do objetivo geral dessa pesquisa, a saber analisar como docentes em atuação na educação básica de Pernambuco interpretam o termo Física conceitual/abordagem conceitual. Quando perguntamos aos entrevistados qual texto é mais conceitual e porque o outro é menos conceitual, poderemos ter uma expressão das ideias que norteiam as posturas destes professores a respeito desse tema.

Com relação a qual texto é mais conceitual tivemos quase uma unanimidade a respeito do texto 2 ser mais conceitual, excetuando-se apenas P1, que entendeu o texto 1 como mais conceitual que o texto 2. Ainda a maioria entendeu que o texto 1 não trata de conceitos da Física, ou aborda muito pouco. Algumas falas são reveladoras desse entendimento, por exemplo “*(o texto 2) explicar mais os conceitos do que as fórmulas,(...) já o texto um aborda muuuuito Matemática, muito cálculo”, “ele*

(texto 2) traz muito mais a teoria do que a Matemática", "o texto 2 dá mais ênfase aos conceitos físicos e o texto 1 dá mais ênfase aos conceitos matemáticos".

Portanto, nos parece que 6 dos 7 professores entrevistados entendem que conceito, ou abordagem conceitual, em Física não tem relação direta com a Matemática, e ainda mais, nos parece que não é interessante quando se trata de abordagem conceitual, que exista uma estrutura Matemática envolvida, ou ainda, caso exista, que seja a menor possível. Não foi nenhuma surpresa para nós identificarmos essa quase unanimidade em dizer que Física conceitual seria Física sem estruturas Matemáticas, o que nos deixa ainda mais preocupado quanto ao entendimento do que é Física por parte dos educadores.

Neste caso podemos dizer que em geral os entrevistados tendem a se alinha, no eixo 3, com a postura i ou ii, que trazem, respectivamente, que a Matemática não possui um caráter relevante na construção e organização/estruturação do conhecimento físico, portanto, uma das possíveis consequências é que uma vez que ela em geral é um dos maiores problemas na aprendizagem de Física deve ser minimizada (ou excluída) do ensino de Física, ou que a Matemática possui um papel relevante na organização/estruturação do conhecimento físico, assim deve-se deixar clara a separação entre Física e Matemática para o aluno conseguir diferenciar, por exemplo, grandezas Físicas das ferramentas Matemáticas utilizadas para às representar.

P1 foi o único que foi na contramão, ele diz que "(...) *mais conceitual não significa mais palavras, significa mais conteúdo, explicação de conteúdo (...) se você botar a lei de Gauss só com palavras, então você restringe, da primeiramente o conceito mecânico de produto escalar, é uma coisa que eu acho que tem que ter, faz as figuras, ai depois vai dar a ideia de campo elétrico(...)*. Nos parece que neste caso P1 assume uma posição saudável em relação à o que seria abordagem conceitual, da fala dele o que podemos perceber é que ser conceitual vai muito além de elucidar conceitos apenas com palavras.

Com relação a pergunta número 7, também se configura de extrema importância para elucidar melhor o nosso objetivo geral, pois quando pedimos para que apresentassem a justificativa para o motivo da escolha de um dos textos para a ministração de uma possível aula a respeito do tema, a questão do conceitual veio à tona mais uma vez.

Neste caso tivemos, mais uma vez, uma quase unanimidade, e mais uma vez P1 foi o único que seguiu na contramão dos outros. A grande maioria disse que para uma ministração de aula referente ao tema dos textos, o que escolheria como bibliografia básica seria o texto 2, ou o mais conceitual como eles afirmaram. Esses professores nos parecem ter uma propensão por buscar um ensino de Física que minimize ou exclua as estruturas Matemática do processo, pois não conseguem perceber que o problema do ensino de Física não está na relação da Matemática com a Física, mas sim do professor com o ensino de Física a partir de estruturas Matemáticas, o que só reforça o alinhamento com a postura i em maior grau, do eixo 3.

P1 escolheu o texto 1 porque para ele as imagens que este texto traz, são o diferencial para a aprendizagem do conteúdo, mas não apresenta nenhuma justificativa que nos remeta as relações entre Física e Matemática. Mas, indiretamente, ele está advogando a matematização do conteúdo uma vez que considera de extrema importância os gráficos e analogias Matemáticas que o texto 1 apresenta.

5.3 QUESTÕES ALUSIVAS AS PRÁTICAS EM SALA DE AULA

As três últimas perguntas da entrevista tinham como foco principal a sala de aula, como estas relações entre Física e Matemática se desenvolvem na prática educacional.

As questões foram as seguintes: 8) você considera ser possível ensinar Física sem Matemática? Por quê? Caso afirmativo como você ministraria essas aulas? 9) pensando na relação entre Física e Matemática qual a dificuldade que você observa em suas salas de aula no que diz respeito a aprendizagem dos conteúdos de Física? Qual a razão para essa dificuldade? Como você lida, ou acha que se deveria lidar, com essa dificuldade? e 10) considere duas turmas, uma com bom conhecimento prévio matemático e uma sem, como você ensinaria os mesmos conceitos para cada uma das turmas? A turma com boa bagagem Matemática teria alguma diferenciação no ganho conceitual em relação a outra?

A pergunta 8 foi de grande interesse para nossa pesquisa, pois ilustrou diretamente o que os professores pensam a respeito da relação entre Física e

Matemática. A partir das questões anteriores nos extraímos informações indiretas sobre esse ponto, mas aqui teremos uma fala explicita sobre o tema, vejamos então como os professores se posicionaram sobre esse tema.

Neste caso quatro professores, P2, P5, P6 e P7, entendem ser possível ensinar Física sem Matemática (alinhando-se de maneira geral com a postura i do eixo 3, a qual diz que a Matemática não possui um caráter relevante na construção e organização/estruturação do conhecimento físico).

Já P1, P3 e P4, acreditam que não é possível ensinar Física sem Matemática (alinhando-se em maior grau com a postura ii do eixo 3, que nos diz que a Matemática possui um papel relevante na organização/estruturação do conhecimento físico, e que se faz necessário entender a separação entre a Física e suas ferramentas). Vejamos agora as justificativas para a possibilidade ou não de se ensinar Física sem Matemática e como seriam, caso possível, essas aulas sem Matemática.

P2, P6 e P7 afirmaram que em suas graduações passaram por disciplinas de cunho conceitual, e que estas disciplinas não faziam uso de estruturas Matemáticas em sua abordagem conceitual, como foi exposto em perguntas anteriores, e agora vemos estes afirmando ser possível ensinar Física sem Matemática. Não podemos dizer com certeza a respeito de P6 e P7, se estas disciplinas tiveram repercussão em suas respostas, embora acreditemos que sim, mas podemos sim afirmar isso a respeito de P2, pois nos diz que *“Sim é, até por que na disciplina de conceitual nós não vimos cálculo nenhum, nenhum mesmo, só a questão de conceito, e foi uma disciplina muuuuito produtiva”.*

Para responder a nossa pergunta P2 faz referência direta a disciplina cursada na graduação a qual não apresentava “*cálculo nenhum, nenhum mesmo*”, portanto se essa disciplina foi possível, logo é possível sim ensinar Física sem Matemática, assim podemos perceber como as práticas que são realizadas em salas de aula têm o poder de repercutir nas concepções dos alunos.

Para P7 apesar de não ser possível ensinar toda a Física sem Matemática, ainda sim existem “*muitos conceitos que não requerem Matemática”,* ou seja, existe partes da Física que não fazem uso de estruturas Matemáticas.

P5 foi o único que apesar de achar possível ensinar Física sem Matemática, não teve nenhuma referência na graduação para fazer essa afirmação.

P5 faz uma ressalva, pois não acredita que seja o melhor caminho, ensinar Física sem Matemática, mas acha "*que é possível sim, sem a Matemática por completo é".* Nesses casos quanto as práticas em sala de aula, como a Matemática não possui um caráter relevante na construção e organização/estruturação do conhecimento físico, ela pode ser dispensada a depender do objetivo e educacional, se alinhando com a postura i do eixo 3.

Para P1 é impossível ensinar Física sem Matemática, pois a Matemática é a linguagem da Física, assim como o português ou a língua de sinais, a Matemática tem esta mesma função representativa. Portanto, para se comunicar, a Física necessita da Matemática, ou seja, a Matemática pode surgir como uma ferramenta poderosa para organização dos conceitos físicos, o que nos remete a postura ii do eixo 3, e dos demais eixos.

Já P3 traz a noção de que não é possível ensinar Física sem Matemática, pois a Matemática é a ferramenta que dá a Física a previsibilidade e ainda concede o status de ciências a Física, uma vez que a Matemática é um dos componentes do "método cientifico". P3 reconhece ainda uma separação entre Física e Matemática, pois considera ser possível trabalhar apenas conceitos sem Matemática, caso "*eu queria fazer um curso de filosofia natural, aí sim eu poderia trabalhar somente o conceito".* O fato intrigante é que para P3 existem conceitos físicos sem Matemática, mas esses não se configuram como a completude da Física, mas sim como Filosofia, portanto a Física necessita da Matemática para se afirmar como ciência.

P4 foi a exceção nesse caso, pois apesar de ter tido uma disciplina de cunho conceitual, no sentido sem Matemática, ainda assim não considera ser possível ensinar Física de sem Matemática, e ainda reconhece que a Matemática pode está implícita no ensino de Física. Assim, tanto P3 quanto P4, por motivos diferentes, como explicitados, se encaixam mais em um alinhamento com a postura ii do eixo 3.

Para aqueles que consideraram ser possível ensinar Física sem Matemática, ainda perguntamos como uma aula neste sentido se desenvolveria. Para P2 a chave está na abordagem histórica e ainda com foco principal em exemplificações cotidianas para os alunos e conceitos sem nenhuma Matemática. P5 também aposta nas analogias e exemplos do cotidiano. P6 e P7 apostam nos experimentos em sala de aula, para fugirem das estruturas Matemáticas. Assim, a

parte fenomenológica seria o foco em aulas de Física sem Matemática, mais uma vez reforçando a dicotomia entre Física e Matemática e se alinhando com a postura ii do eixo 3.

De certa maneira podemos observar uma compreensão no mínimo incoerente do que seria experimentação, pois esta também pressupõe necessariamente um aporte matemático para sua compreensão, principalmente após Galileu como podemos constatar na história da física e demais ciências. Assim, o professor pode acabar tendo a experimentação como um simples momento lúdico e contemplativo. A experimentação precisa servir aos objetivos educacionais como ferramenta para aprendizagem de conceitos também, não deve ser utilizada como apenas um chamariz para a atenção dos alunos, esse papel deve ser secundário no ensino de ciências.

Com a pergunta 9 nós queríamos observar se os professores entendiam a Matemática como obstáculo para o ensino de Física, ou se algum à apresentaria como uma aliada nesse processo.

Partindo para as respostas de cada um dos entrevistados constatamos que, excetuando-se P2, todos os demais apontaram como dificuldade no ensino de Física a falta de conhecimento matemático por parte dos alunos, como vemos nas seguintes frases: *“é simplesmente essa relação Matemática que é a falha que o aluno vem quando ele chega em Física, ele não entende a linguagem Matemática (P1)”, “então a maior dificuldade que se encontra do aluno (...) são ferramentas Matemáticas que dependendo do assunto o aluno tem que ter domínio (P3)”, “outra coisa é a base Matemática (P4) (...)”.*

Portanto como apresentamos em páginas anteriores, estes professores são espelho do que a literatura na área já vem apresentando, que a Matemática tem se tornado um obstáculo para o ensino de Física, ou no caso o pouco conhecimento dela, visão está que pode leva-los a em maior ou menor grau se alinhar com a postura i dos eixos 2 e 3, que veem um papel coadjuvante para a Matemática na construção e na estruturação dos conceitos em Física e sabendo que os alunos têm um déficit em Matemática, esta deve ser minimizada/excluída do processo de ensino-aprendizagem.

P1 e P3 acreditam que o maior problema com relação a Matemática esta não no conhecimento matemático em si, mas em conseguir transpor esse

conhecimento para o contexto físico, o que chamam de aplicação de fórmulas, saber qual fórmula usar e em qual momento usar, ponto também levantado por P2, mesmo não acreditando que o problema esteja na Matemática, mas sim na interpretação textual, uma vez que "a *dificuldade ao ensinar Física é eles compreender o enunciado da questão".*

Já os demais, P4, P5, P6 e P7, apontam que o problema está realmente na falta de conhecimento matemático básico, elementos que eles consideram ser pré-requisitos para a aprendizagem em Física, *"então a gente tem muito mais analfabetismo matemático do que em linguagens (P5)"* ou ainda "*os grandes entraves são números decimais, potenciação, radiciação, esses conteúdos são entraves (P6)"*.

Como possibilidades de solução para estes problemas, ou ainda, a forma que estes professores lidam com essas dificuldades em sala de aula, vamos ver que existe uma variedade de abordagens, mas que em resumo podemos dizer que todos em algum momento, assim como P3, "(têm) *que parar de dar uma aula de Física e voltar a dar aula de Matemática"*, ou ainda "*tem uma conta com número decimal, aí eu tento fazer no quadro".* Lidar com o problema desta forma leva a uma preocupação que fica clara na fala de P7 quando diz que "*fico pensando(...) se eu para de falar de conceitos e de ensinamentos de Física pra falar de base Matemática acabo gastando as poucas aulas que a gente tem de Física com Matemática".*

Portanto, existe um problema com a base Matemática dos alunos e que acabam tornando a aula de Física uma aula de Matemática, pois se faz necessário interromper os ensinamentos físicos e partir para os ensinamentos matemáticos, já que estes conteúdos não parecem estar relacionados entre si, uma consequência de um alinhamento com as posturas i e ii de cada um dos eixos, que têm uma sequência lógica.

Nas posturas i temos uma ênfase meramente operacional, representativa ou pictórica, para as estruturas matemáticas, portanto a Matemática tem papel coadjuvante na construção e na estruturação dos conceitos em Física, sendo irrelevante para o ensino destes, e uma vez que ela em geral é um dos maiores problemas na aprendizagem de Física deve ser minimizada (ou excluída) do ensino de Física.

No que diz respeito as posturas ii temos uma ênfase na organização do conhecimento físico a partir de estruturas matemáticas, assim sendo relevantes na

estruturação deste conhecimento, se fazendo necessárias para o ensino destes, pois tornam o conhecimento físico sistematizado, e sendo ferramentas organizacionais do conhecimento físico não podem se confundir com este, portanto é importante que esta divisão seja explicitada.

A pergunta de número 10 foi interessante pois nos revelou algumas inconsistências nas falas dos entrevistados, vejamos o que podemos identificar nas respostas. P1 seguiu uma sequência de pensamento bem coerente nas 3 últimas perguntas. Primeiro, ele afirmou que não é possível ensinar Física sem Matemática e que um dos maiores problemas no ensino de Física é a falta de conhecimento matemático dos alunos, assim, na última questão ele conclui o pensamento afirmando que *"é proporcional ter conhecimento Matemática e aprender os conceitos físicos"*, finalizando a sequência de pensamento de maneira coerente, e nos dando a possibilidade de categorizar suas respostas nas posturas ii de todos os eixos.

P2 também foi bem coerente em sua linha de pensamento, mas vai no sentido oposto de P1. Entendendo que é possível ensinar Física sem Matemática e um dos maiores problemas do ensino de Física não está na falta de conhecimento matemático, mas na dificuldade de interpretação dos alunos, e portanto o conhecimento matemático não tem interferência relevante na aprendizagem de conceitos físicos, o que nos possibilitou identificar seu alinhamento em todos os eixos com as posturas i.

No caso de P3 temos uma linha de pensamento, ao nosso ver, divergente, pois apesar de não acreditar na possibilidade de um ensino de Física sem Matemática e afirmar que um dos maiores problemas do ensino de Física é a falta de conhecimento matemático, conclui na pergunta final que não há diferença alguma de aprendizagem entre um aluno que tem um bom conhecimento matemático e um que não tem, assim, a Matemática não interfere na aprendizagem da Física. O mesmo acontece com P4 que acredita *"que os conceitos físicos...eles vão ter....ambos as turmas vão ter o mesmo aprendizado",* independentemente de terem conhecimentos prévios matemáticos suficientes ou não.

No caso de P5, P6 e P7 temos uma linha de pensamento semelhante, pois estes acreditam ser possível ensinar Física sem Matemática, mas para eles a falta de conhecimento matemático tem se tornado o problema do ensino de Física,

mas, por fim, entendem que ter ou não conhecimento matemático prévio não interfere na aprendizagem de Física.

Nestes casos a única diferença apontada é na questão técnica da Matemática, na resolução de exercícios, como P4 nos diz, "*o diferencial vai ser nos resultados, na questão técnica, quando eles forem resolver...ter o resultado ali"*, no mais a aprendizagem segue a mesma. Isso pode levar a um entendimento de que, se o aprendizado é o mesmo, com ou sem conhecimento prévio matemático, e o déficit maior está no conhecimento matemático, fazendo com que o professor tenha que parar a aula de Física para dar aula de Matemática, então talvez como alguns autores já apresentados argumentam seja melhor que as aulas de Física tenham o mínimo possível de Matemática (postura i dos três eixos).

5.4 DISCUSSÃO E TABULAÇÃO DOS RESULTADOS

Nesta seção vamos nos debruçar mais profundamente sobre os resultados apresentados na seção anterior, de maneira a esboçar com mais ênfase nossas conclusões a respeito da fala dos entrevistados, e trazer o panorama geral que encontramos.

Para os pontos a serem levantados aqui faremos uso das categorias que apresentamos no Quadro 7. Inicialmente vale ressaltar que não podemos dizer que nenhum dos professores entrevistados pode ser colocado em uma caixa fechada como sendo totalmente concordante com uma determinada postura, nós iremos nos limitar a tentar apresentar, de acordo com as falas de cada um dos professores, quais elementos, em nossa análise, se alinham mais ou menos com as posturas que apresentamos como categorias.

Começando com P1 observamos que suas falas por vezes se apresentaram um tanto quanto confusas, mas ao decorrer da entrevista conseguimos extrair elementos que nos proporcionaram entender melhor a linha de pensamento do entrevistado.

Com relação ao Eixo 1, P1 se encaixa na segunda postura, pois por diversas vezes em suas falas temos elementos que rementem a um papel da Matemática como organizadora, sintetizadora dos conhecimentos físicos, mas em nenhum momento percebemos algum indício de que a Matemática tenha papel ativo

na construção do conhecimento físico, ou mesmo de um papel esclarecedor para as estruturas matemáticas diante de conceitos físicos. Destacamos a seguinte falas de P1 para podermos visualizar tais elementos, "(...)*a equação Matemática é uma síntese".*

Quando partimos para o Eixo 2, P1 também se alinha com a segunda postura desse eixo, pois considera a Matemática imprescindível para o ensino de Física, devido ao fato dela fornecer essa síntese e organização do conhecimento físico, pois para ele é a sistematização do conhecimento que torna-o mais facilmente compreensível, mas não necessariamente a Matemática, é apenas, ao nosso ver, uma coincidência que a Matemática tenha esse poder, assim, se "*você botar a lei de Gauss só com palavras, então você restringe, da primeiramente o conceito mecânico de produto escalar, é uma coisa que eu acho que tem que ter, faz as figuras, ai depois vai dar a ideia de campo elétrico*", conhecimento precisa ser sistematizado.

Por fim, com relação ao Eixo 3, observamos que P1 se alinha mais fortemente com a segunda postura, pois na sala de aula parece-nos que a divisão entre Física e Matemática são bem acentuadas, e a Matemática é apresentada como uma ferramenta extremamente útil para o entendimento da Física, uma vez que é a linguagem que os cientistas utilizam. Por vezes em suas aulas ele afirma que necessitava deixar a Física de lado para poder ensinar Matemática.

Com relação a P2 temos uma linha um pouco diferente, pois como pudemos ver na seção anterior adota uma postura que não vê na Matemática um papel relevante para construção da Física. Quando analisamos as falas que nos remetem ao Eixo 1, percebemos que neste caso há um alinhamento com a primeira postura, pois a Matemática não parece ser relevante para construção ou organização da Física, é um elemento extra que pode ser utilizado.

Quando analisando os textos apresenta o papel da Matemática da seguinte forma "*a Matemática aqui (texto 2) vem como notação pra confirmar a Física, já o texto 1 ele é bem mais matematicamente detalhado, vem trazendo todas as expressões e as sequências que levam a chegar as fórmulas*". Em nenhum dos dois textos P2 vê a Matemática como participante da organização ou construção dos conceitos. A Matemática neste caso é vista como um adendo a Física.

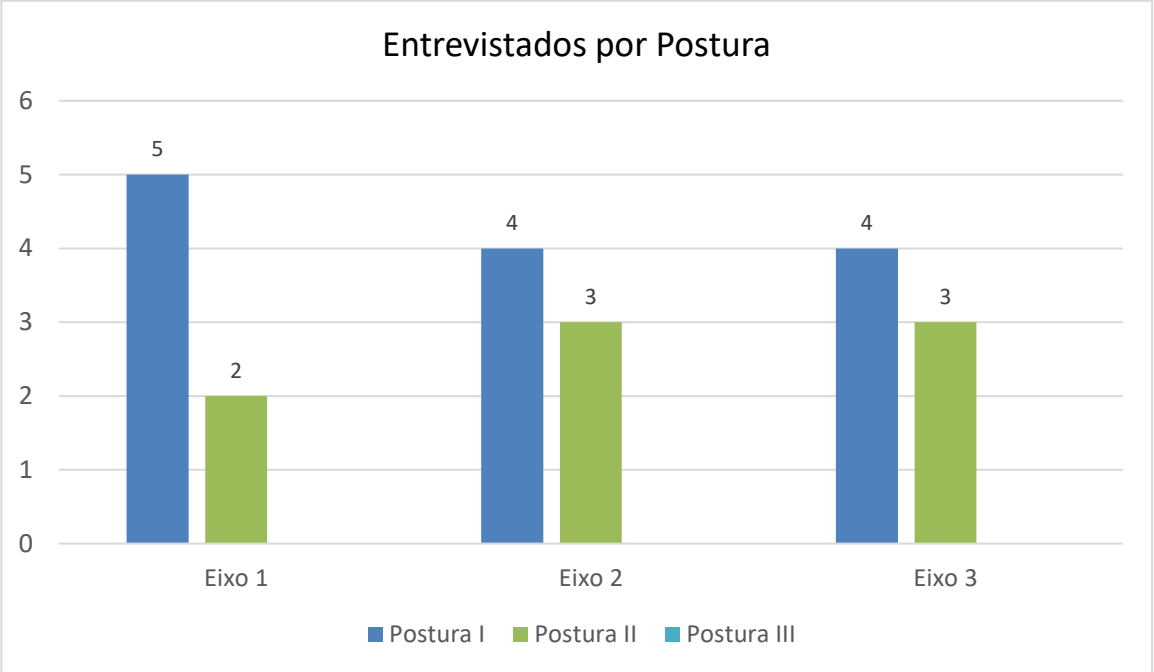
Com relação ao Eixo 2 e 3, P2 se alinha com a primeira postura de cada um dos eixos, entendemos que isto é uma consequência da postura adotada no Eixo

1. Quando perguntado a respeito da possibilidade de uma abordagem da Física sem Matemática P2 é bastante enfático ao dizer que é possível, e que a experiência que teve na graduação foi extremamente positiva, assim, a tendência é que esta postura se reflita nas salas de aula de P2, se alinhando com Eixo 3-i, e quando perguntado as dificuldades em sala de aula no ensino de Física a Matemática não tem nenhum papel, tanto positivo quanto negativo, assim sendo irrelevante para o processo.

P1 e P2 são casos opostos e tipificadores dos demais, portanto não iremos apresentar uma análise de cada um dos professores, pois as argumentações seguem o mesmo padrão de P1 ou P2.

A figura 2 apresenta um gráfico de como os entrevistados se dividiram entre as categorias mencionadas.

Figura 2: Número de entrevistados por postura



Fonte: Própria (2019)

A seguir temos um quadro com uma categorização de cada um dos professores entrevistados, trazendo frases que consideramos como indicadoras de pertencimento a categoria na qual o professor foi classificado.

Quadro 8: Categorização mediante posturas previamente estabelecidas

Relações	Categorização dos entrevistados mediada pelas posturas previamente estabelecidas
Eixo 1	i) **P2**: "*acredito que seja a linguagem né(...) e a Matemática ela vem realmente expressar que é comprovadamente científico*". **P4**: "*a gente estudou somente a... digamos a teoria sem equações(...) acho que descrever quantitativamente as leis e conceitos físicos".* **P5**: "*é uma ferramenta poderosa demais pra compreensão do conceito, a Matemática por si só não, mas como complemento sim(...) a Matemática pra mim, na minha compreensão é a ferramenta, talvez, mais poderosa da Física, apesar de que só Matemática não explica a Física, mas é a ferramenta mais importante pra mim, é fundamental".* **P6***: "era só mais a teoria não fazia cálculo não(...) explicar os conceitos implícitos, tentar demostrar eles de uma forma mais usual".* **P7**: *"eu acho que a parte de Física ela precisa da Matemática pra ser representada, é a mesma coisa pra escrever, eu preciso das letras pra poder representar meus problemas, aí eu acho que a Matemática entra nesse contexto com relação a Física".* ii) **P1**: *"'não estude Física', Física é uma conversa com a natureza, estude Matemática por que é a linguagem, então a Matemática ela traduz a quantização da Física"* **P3**: *"eu vejo a Matemática na Física, primeiro como uma linguagem que se torna uma linguagem universal(...) você consegue generalizar uma ideia, a Matemática ela traz essa ideia justamente de você conseguir generalizar um conceito, então você tende a trazer uma regra geral escrita em poucas linhas(...) então ela tem esse poder de enxugar a ideia(...) você ganha o poder de previsão daquele fenômeno que antes você só tava entendendo"* iii) Nenhum representante
Eixo 2	i) **P2**: "*nós não vimos cálculo nenhum, nenhum mesmo, só a questão de conceito, e foi uma disciplina muuuuito produtiva".* **P5**: *"quando o aluno tem dificuldade em Matemática, que é o caso da maioria dos meus alunos, a Física se torna difícil, eu tento mostra a eles que o problema está (...) na formação inicial, nas series iniciais (...) sem essas ferramentas (Matemáticas) a matéria vai continuar sendo difícil (...) sem a ferramenta não tem como (...)"* **P6**: Entrevistador: você acha que é possível ensinar Física sem Matemática? P6**:** é **P7**: "*eles entendem por exemplo que no movimento uniforme a velocidade é constante, mas eles não entendem como determinar isso, numa questão, por exemplo, pega um enunciado e desse enunciado conseguir tirar o contexto matemático(...) aí eu fico pensando(...) se eu para de falar de conceitos e de ensinamentos de Física pra falar de base Matemática acabo gastando as poucas aulas que a gente tem de Física com Matemática".*

	ii) **P1**: "*o ordenamento dos conceitos(...) facilita muito o entendimento do aluno(...) se você botar a lei de Gauss só com palavras, então você restringe, da primeiramente o conceito mecânico de produto escalar, é uma coisa que eu acho que tem que ter, faz as figuras, aí depois vai dar a ideia de campo elétrico(...) ai você incorpora isso, a ideia de versor, o 's' da área, então aquilo ali vai ser gradativo, extremamente organizado".* **P3**: "*porque a Física é uma ciência que trabalha na ideia de previsão(...) um efeito trabalhado como uma teoria cientifica ele tem que ter a noção de previsibilidade, então eu só consigo fazer a previsão através da Matemática, então eu preciso da Matemática(...) a Matemática e a generalização da Matemática na realidade ela entra justamente nesse aspecto(...) então são ferramentas Matemáticas que dependendo do assunto o aluno tem que ter domínio".* **P4**: *"então é... acho que os conceitos físicos...eles vão ter....ambos as turmas vão ter o mesmo aprendizado se for a mesma aula, o diferencial vai ser nos resultados, na questão técnica, quando eles forem resolver...ter o resultado ali, acho que isso vai ser o diferencial, mas do conceito em si...eu creio que....enfim eu acho que não".* iii) Nenhum representante
Eixo 3	I) **P2**: *"(...)abordaria muito mais o conceitual, além de avaliar conceitualmente também, nem sempre(...) quem sabe mais Matemática vai saber mais o conceito".* **P4**: ***"****eu prefiro uma aula, pelo menos no ensino médio, que não abra muito as equações, falta um pouco de base nos alunos(...) usar a Matemática somente como uma forma de representar o que foi dito, e calcular quantitativamente alguma coisa".* **P5**: *"a Matemática pesada, na minha opinião só atrapalha(...)se eu fosse dar aula com certeza eu escolheria o texto conceitual(...) eu acho que ensina muito mais do que a Matemática pura, a Matemática pura é importante, mas as vezes atrapalha mais do que ajuda".* **P6: *"***as grandes dificuldades, eu costumo dizer que eles têm muita dificuldade com a Matemática básica, não é nem com a Matemática do ensino médio é com a Matemática básica mesmo, os grandes entraves são números decimais, potenciação, radiciação, esses conteúdos são entraves".* *II)* **P1**: *"então isso significa mostrar ao aluno a ideia de linguagem(...) você conversa com Matemática, a ciência ela abdica na condição de prolongar um texto se você usar a equação Matemática, a equação Matemática é uma síntese tenta traduzir a segunda lei de Newton com palavras, se o aluno entende o a=f/m, é uma redução de texto absurda, de tempo e tudo mais, de assimilação".* **P3**: "*eu tenho muito mais enfoque na ideia de trabalhar o conceito físico como algo teórico, pra depois que esse conceito tá bem estruturado eu parti pra Matemática(...) quando você trabalha a partir de texto, a partir*

		de conceito, e depois traz a Matemática ou traz a Matemática em digamos assim em "doses homeopáticas" ele se torna mais agradável pro aluno". **P7: "***geralmente eu abordo eles com vídeo, com documentário ou algum experimento, pra criar uma intimidade maior com o conteúdo, pra depois fazer abordagem Matemática, ai quando eles já tem um conhecimento (...) ai eu venho com a Matemática, por que eles já estão familiarizados com Física, se a outra turma tiver uma base Matemática melhor ai eu já vou com a parte Matemática***"** III) Nenhum representante

Fonte: Própria (2019)

Diante das posturas adotadas, ou confirmadas por cada um dos professores entrevistados, alguns pontos se fazem relevantes para discussão.

Primeiramente, foi importante poder perceber que, de maneira geral, todos os professores entendem que Física e Matemática são dois campos do conhecimento totalmente distintos, mesmo que eles possam se ajudar em algum momento, mas aparentemente existe algo como uma "Física pura" e a "Matemática pura", que em algum momento se encontram mas não se misturam.

Podemos comparar com o encontro do Rio Negro e Solimões, que devido a densidades e velocidades diferentes de suas águas, apesar de se encontrarem e fluírem juntos durante um longo trecho, suas águas não se unem, assim, também nesta visão a Matemática e a Física, apesar de muitas vezes caminharem juntas, com a Matemática sendo sempre uma ferramenta para a Física, esse encontro não promove união entre elas, pois lidam com instancias diferentes do conhecimento, a Física lida com o real e a Matemática com o ideal, portanto concordamos com Uhdem, quando aponta o seguinte:

> (...) consideramos problemática essa distinção entre um modelo físico puro e um modelo matemático puro. A separação implica a noção de uma teoria Física fechada sem Matemática. Nesta visão, os fenômenos são representados por um modelo físico puro. **Somente a necessidade de resultados quantitativos impulsiona a criação de um modelo matemático externo**. Esse modelo matemático, então, **simplesmente representa o modelo físico em uma linguagem Matemática, quantificando-o**. Essa distinção clara não parece ser sustentada pelos argumentos históricos e filosóficos apresentados para sustentar o caráter matemático essencial da

> ciência Física. Além disso, a fronteira entre um modelo físico e um modelo matemático é normalmente bastante difícil de traçar. Considere, por exemplo, a representação geométrica de situações Físicas (por exemplo, considerando um feixe de luz como uma linha reta na óptica) ou entidades Físicas (por exemplo, forças de desenho como vetores). Elas implicam certa matematização desde o início e, portanto, são melhor representadas por um modelo físico-matemático conjunto." (UHDEN, 2012, p.491, tradução e grifo nosso).

Uhden (2012) chama nossa atenção para o fato de como uma separação entre Física e Matemática pode ser perigosa para a ciência de maneira geral e para o ensino, pois neste caso, a Matemática é tida como uma ferramenta que se utiliza quando há a necessidade de se quantificar alguma teoria Física, o que nem sempre é necessário. P4 nos informa que tende, em suas aulas, a *"usar a Matemática somente como uma forma de representar o que foi dito, e calcular quantitativamente alguma coisa".* Outras falas dos entrevistados remetem a esse ponto ou a ainda a Matemática como esse momento de traduzir quantitativamente o que se vem estudando.

Esta visão também é aparente quando os professores fazem a análise das abordagens que cada um dos textos de referência apresenta, pois nos parece que estes professores de Física, que atuam na educação básica (um deles atua também no ensino superior) têm uma propensão por buscar um ensino de Física que tenha o mínimo possível de estruturação Matemática. Como a leitura do texto do Feynman foi superficial, devido ao tempo da entrevista, então por visualmente o texto parecer que possui uma abordagem Matemática mais racionada que o texto 1, os professores tendem a concordaram que este seria um texto ideal, ou conceitual, para uma aula, em detrimento do texto 1, que tem uma abordagem Matemática mais explicita.

O texto 1 faz uso de uma linguagem Matemática mais explicita, preocupando-se em abordar com minucias Matemáticas o desenvolvimento dos conceitos físicos, já o texto 2, apesar de também abordar estruturas Matemáticas tão complexas quanto, apresenta-as de maneira mais fluida, enquanto apresenta o desenvolvimento do conceito, de maneira que a preocupação com a semiótica Física da Matemática é maior no texto 2 que no texto 1, mas nenhum dos professores justifica sua escolha com algo semelhante a isto, mas simplesmente acreditam que o texto 2 possui menos estrutura Matemática que o texto 1.

Com relação ao ensino também temos algumas preocupações que são postas à tona pelas respostas que cada um dos professores apresentou em diversos momentos da entrevistas, as quais, quando observadas no contexto geral, nos levam a entender que estes professores, em maior ou menor grau, consideram a Matemática, ou a ausência de certos conhecimentos matemáticos, como danosos para o ensino de Física, pois na maioria dos casos, como mencionado durante a entrevista, se faz necessário que se para de ensinar princípios e conceitos físicos para se iniciar a ministração de uma aula de Matemática.

Como em geral a Matemática é vista como uma ferramenta que tem o potencial para ajudar, mas que nem sempre o faz, se assemelhando a um martelo, no que diz respeito a sua função no ensino de Física, que ajuda muito quando a intenção é pregar um prego em determinado lugar, mas que na ausência dele outra ferramenta qualquer pode ser útil, e apesar de o martelo ser ideal para este trabalho não é indispensável, assim, de maneira geral se caracteriza o papel da Matemática para os professores entrevistados.

Dessa forma, assim como o martelo é indispensável para o profissional que trabalha com alvenaria, mas pode ser substituído por outras ferramentas no caso do uso doméstico caso não esteja presente, a Matemática é indispensável para um físico profissional que precisa de exatidão, sintetização e sistematização no seu trabalho cotidiano, mas para aqueles que não trabalharam com a Física em laboratórios ou ambientes semelhantes, ela pode ser substituída por outras ferramentas.

Por isso, se faz necessário que os professores entendam o verdadeiro papel da Matemática no ensino de Física, e como ela além de não ser uma vilã, pode contribuir para o melhor entendimento da Física, pois o maior problema pode não ser simplesmente a falta de conhecimento matemático que se entende como pré-requisito básico para o aprendizado em Física, mas em maior grau o problema reside nas pressuposições feitas em sala de aula, de que a matemática que se estuda nas disciplinas de Matemática sempre é a mesma Matemática que se faz necessária nas aulas de Física, seja em apresentação pictográfica ou em semiótica dos signos e significantes. Portanto pode acontecer de mesmo que o aluno tenha um conhecimento de estruturas Matemáticas, vistas da na ótica Matemática, ainda assim este venha a

ter dificuldades em aprender Física devido aos significados diferentes que os mesmo elementos podem vir a assumir na estrutura do conhecimento físico.

Não se faz necessário que, assim como P7 apresenta, o professor de Física pare sua aula de Física e passe para uma aula de Matemática, mas é necessário reconhecer primeiramente que a Matemática no contexto da Física é dramaticamente diferente da Matemática no próprio contexto matemático, as interpretações que são conferidas as mesmas expressões nos dois contexto possuem diferenças abissais. O que um discente aprende na aula de Matemática, quando é apresentado a ele nas aulas de Física, assume uma estética e semântica tão diferentes daquela que ele conhecia que, em geral, ele não consegue reconhecer o que está sendo apresentado como um conhecimento que ele já possui.

O professor de Física precisa entender que a linguagem que é falada nas aulas de Física difere em muito da linguagem que é falada em Matemática, portanto não é condição suficiente o aluno ter conhecimento matemático para ter domínio do conhecimento físico, podemos dizer que é condição necessária, mas não suficiente (REDISH,2015).

Não conseguimos identificar, na fala dos entrevistados, nenhum indício de que acreditassem no papel construtor da Matemática na Física, ou a Matemática foi vista como irrelevante para a construção do conhecimento físico, ou quando muito estimada, foi entendida como uma ferramenta importante para sintetizar e organizar o conhecimento físico, mas sem participação na construção ou ressignificação deste.

O que como vimos na seção 3, e também depreendemos das entrevistas, reflete diretamente nas práticas em sala de aula, exemplificadas em aulas em que existe o momento de apresentação da Física e depois segue-se para a Matemática, ou momentos em que se entende que a Matemática prejudica mais do que ajuda ou ainda quando se defende que a Física pode ser muito mais atraente e as aulas muito mais produtivas quando a Matemática assume um papel coadjuvante no ensino de Física.

São essas práticas didáticas que têm, em nossa opinião, causado o “fracasso” do ensino de Física, pois o que se tem ensinado nas aulas de Física nas escolas, levando em consideração os pontos aqui apresentados, não pode ser caracterizado como Física, assim, os que têm adquirido aversão pela Física devido a

isso, têm espancado um espantalho, algo que não representa a ciências chamada Física.

Foi por isso que tanto no quadro 8 como na figura 2 não pudemos colocar nenhum representante da postura iii em nenhum dos eixos, o que nos deixa preocupados, pois a visão que é advogada em toda está pesquisa não encontrou dentre os entrevistados, ao nosso ver e como o leitor bem pode verificar nas respostas elencadas no apêndice C, convergências de pensamento.

Portanto, está visão que nós advogamos a respeito da relação entre Física e Matemática nos parece que, apesar de ser encontrada em alguns textos no meio acadêmico, ainda não chegou, ou se chegou foi de maneira muito tímida, aos professores que estão nas salas de aula do ensino básico, isso se pudermos extrapolar nossos dados, que são os formadores dos futuros estudantes de Física e consequentemente futuros professores de Física, o que pode perpetuar o ciclo de inconsistências quanto ao caráter epistemológico da Física.

Esse resultado nos chama atenção, pois nos indica que é possível que a grande maioria dos professores em atuação no ensino básico, e talvez até no ensino superior, tem um entendimento dicotômico da relação entre Física e Matemática, o que nos entendemos pode ser um dos problemas que tem sido responsável pelo suposto fracasso do ensino de Física, ao contrário do que advogam alguns dos autores que já apresentamos, pois sendo consideradas campos distintos e estudados de maneira distintas o link entre estas duas disciplinas pode acabar se perdendo no desenvolver das atividades didáticas em sala de aulas e se tornar um empecilho para a boa aprendizagem do educando.

Vale salientar que como temos uma pesquisa de cunho exploratório, não temos a intenção, muito menos espaço para tanto, de trazer elementos que possam ser a respostas para os problemas identificados, ainda que alguns pontos gerais aqui apresentados possam dar indicações de um caminho a se seguir.

Um ponto que pode nos indicar um caminho que talvez nos leve a sanar um pouco do que aqui foi entendido como algo problemático, é a valorização, tanto na formação de professores como na educação básica, de elementos alusivos à história e a filosofia da ciência. A filosofia e a história da ciência podem ser fundamentais para que professores e alunos venham a compreender como a Matemática tem desempenhado, e continua desempenhando, um papel fundamental na construção do

que hoje chamamos de Física. Sem que seja necessário aprofundamentos demasiadamente técnicos, principalmente para a educação básica, nos fundamentos matemáticos que são suporte ao conhecimento físico, os estudantes de Física podem compreender essa imbricação entre Física e Matemática.

Não se faz necessário, por exemplo, que o professor traga para sala de aula todo o desenvolvimento que Newton realizou através do cálculo para conseguir chegar as formulações das conhecidas leis da mecânica (as quais tem uma formulação, em nossos dias, que transcendem o desenvolvimento matemático atingindo por Newton, e ainda mais profundo). O aluno pode compreender essa dependência matemática das formulações newtoniana com uma boa reflexão da história destes conceitos e dos fundamentos matemáticos que hoje estes possuem. Portanto diferentemente do que P7 afirma, a saber "*eu não preciso, por exemplo, de Matemática pra conceituar as três leis de newton",* podemos nos utilizar dos elementos que fazem parte da construção destes conhecimento, ao invés de tentar separa-los.

Assim, tínhamos com esta pesquisa o objetivo de esclarecer e familiarizar-nos com o problema em questão, pontos estes devidamente alcançados. Portanto em um outro momento podem-se aprofundar tais questões levantadas no presente trabalho e buscar com mais empenho formas de solucionar estas questões, ou ainda elementos que possam servir a este propósito.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho foi produzido no intuito de clarificar a relação tríplice Professor-Física-Matemática no âmbito da educação básica pernambucana, por meio de entrevistas foi possível observar que aquilo que já documentado na literatura se concretiza também neste trabalho.

Para além do que foi possível observar na literatura da área a partir de uma revisão bibliográfica extensa, o trabalho também pode evidenciar que, em geral, devido a relação conflituosa entre o professor de Física e a Matemática em sala de aula, a relação entre estes dois campos do conhecimento humano acaba sendo prejudicada.

Por vezes o professor acaba se abstendo de abordar a Matemática que está presente no conteúdo físico com o intuito de tornar o conteúdo mais palatável ao alunos, mas acaba, com isso, deixando de apresentar os conceitos de maneira completa, e passa a apresentar apenas algum elementos do conceito, isso quando não incorre em simplificações demasiadas, passando a apresentar algo que não é um conceito físico como se assim o fosse.

Preocupados com questões técnicas e operacionais do ensino, principalmente na educação básica, estes professores tem deixado de refletir, assim podemos inferir dos dados da pesquisa, a respeito de questões da construção, desenvolvimento e aprendizagem de conceitos da Física. Tentando ganhar praticidade e efetividade no ensino em sala da aula, estes professores parecem entender que, deixar a matemática em segundo plano é uma boa escolha, a qual pode até surtir um efeito imediato em suas aulas, mas a longo prazo, ou seja, no decorrer da complexificação dos conceitos, o problema “sanado” com a minimização da Matemática acaba retornando com mais força.

Sabemos que em sala de aula os conteúdos do conhecimento científico necessitam de adaptações e releituras para que possam ser apreendidos pelos educandos, mas o que temos observado é que estas adaptações tem deixado de lado elementos fundamentais para construção da Física.

Com isso temos aquilo que ficou conhecido popularmente como Física conceitual, ou qualitativa, que seria uma abordagem de ensino de Física em que ela é apresentada sem referências as estruturas Matemáticas que pertencem a esta.

Alguns autores, advogam que este tipo de abordagem deve ser mais frequente, uma vez que torna o ensino de Física mais atraente. O problema é que, do nosso ponto de vista, não se ensina, e no presente momento de desenvolvimento da Física, não existe Física, sem estruturas Matemáticas.

Para que não haja confusão o que se advoga aqui não é a redução da Física à Matemática, como condição suficiente, mas sim a Matemática como condição necessária para se apresentar algo que chamamos de Física.

Apresentamos em momentos anteriores alguns problemas advindos desse entendimento de que Física pode ser separada da estrutura Matemática, os mais importantes são relacionados diretamente as práticas em sala de aula, como uma forma de reação a fala comum entre os estudantes partindo do senso comum, em que muitas vezes comparam Física a Matemática, ou dizem que Física é simplesmente Matemática aplicada, ou ainda que aprendem mais Matemática na aula de Física que na aula de Matemática propriamente dita.

Alguns professores, se levarmos em consideração a amostra utilizada para a presente pesquisa e extrapolarmos os dados, a grande maioria, tem optado em maior grau por apresentar a Física com mínimo de Matemática, ou ainda deixando claro a separação entre Física e Matemática, para assim talvez poder culpar a Matemática pelo fracasso do aluno em compreender determinado conteúdo/conceito, apresentando aos alunos algo que tem se distanciado cada vez mais do que realmente podemos chamar de Física.

Portanto, nós entendemos que se faz necessário os professores terem em suas formações discussões que os façam compreender melhor a natureza das ciências que estão estudando, e futuramente irão ensinar, de maneira holística, compreendendo todos os aspectos relacionados a esta, ou seja, discussões a respeito da história e filosofia da ciência.

Portanto este trabalho assume um caráter de estudo a respeito da natureza da ciências (NDC), área de estudo da história e filosofia da ciência, trazendo contribuições significativas também para o ensino de Física e suas práticas, uma vez que discute a respeito de posicionamentos epistemológicos e ontológicos que interferem diretamente nas práticas em sala de aula.

Ainda entendemos que professores que trabalham Física e Matemática de maneiras separadas estão de certo modo fazendo um desfavor para o ensino de

Física, pois estão perpetuando uma visão da Física totalmente distorcida. Neste sentido ficam como encaminhamentos futuros pensar a partir dos estudos em história e filosofia da ciência de maneira integrada ao ensino de Física meios para que esta noção equivocada possa ser superada.

Alguns pontos desta pesquisa podem no futuro serem aprimorados, pois algumas dificuldades foram encontradas no desenvolvimento do trabalho, assim, no futuro uma revisão bibliográfica mais vasta pode ser realizada, incluindo mais artigos internacionais no seu escopo. Como artigos internacionais em sua grande maioria precisam de uma acesso pago, não foi possível para esta pesquisa acessar todos os periódicos que se intencionou, também devido a limitações de uma pesquisa para mestrado a amostra de professores entrevistados foi pequena, porém suficiente, assim, no futuro pode se realizar uma coleta de dados mais ampla o que pode gerar dados para uma análise estatística destas posturas.

No que concerne aos objetivos estabelecidos na presente pesquisa, e também no que concerne as limitações de uma dissertação de mestrado, podemos dizer que os dados obtidos foram suficientemente satisfatórios, nos capacitando a responder à questão estabelecida para direcionamento da pesquisa, de maneira que foi possível constatar que para os professores entrevistados, temos uma noção geral que uma abordagem conceitual da Física se caracteriza principalmente por minimização, ou exclusão, das estruturas Matemáticas.

Assim, reconhecemos que outros elementos também podem influenciar nas respostas que obtemos com as entrevistas, tais como objetivos educacionais dos professores, motivação intrínseca e extrínseca dos alunos para aprender, fatores político-sociais, e outros tantos. Porém para os limites que foram estabelecidos para a presente pesquisa, e tendo em consideração os objetivos aqui intencionados, não cabia, pelo menos a princípio, levar todos estes pontos em consideração.

Nossos dados aqui apresentados são um recorte que ilustram alguns dos possíveis motivos para os problemas por nos identificados, outros pesquisadores, ou até mesmo nos, com outros objetivos podem fazer uma leitura diferente para os dados aqui apresentados, convidamos outros pesquisadores para enriquecerem ainda mais nossa pesquisa com suas contribuições.

Por isso neste trabalho os aspectos que consideramos importantes durante a analise das entrevistas, foram aqueles que se referiam diretamente a

relação entre Física e Matemática, mesmo que em alguns momentos durante as entrevistas alguns professores tenham levantado outros pontos que não desprezamos, mas não foram relevantes para nossos objetivos. Assim, foi importante percebemos e levantarmos mais esse ponto para refletirmos a respeito do ensino e aprendizagem do conhecimento físico.

REFERÊNCIAS

ANGELL, C.; KIND, P. M.; HENRIKSEN, E. K.; GUTTERSRUD, Ø.An empirical-mathematical modelling approach to upper secondary physics. **Physics Education**, Londres, v.43, n. 3, p. 256-264, maio, 2008. Disponível em: https://iopscience.iop.org.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1088/0031-9120/43/3/001. Acesso em: 20 de março de 2019.

ANJOS, A. J. S.dos; SAHELICES, C. C.; MOREIRA, M. A.A matemática nos processos de ensino e aprendizagem em física: funções e equações no estudo da quantidade de movimento e sua conservação. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** Florianópolis, v. 34, n. 3, p. 673-696, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2017v34n3p673/3541. Acesso em 17 de outubro de 2018.

ATAÍDE,A. R. P. de; GRECA, I. M. Epistemic views of the relationship between Physics and Mathematics: its influence on the approach of undergraduate students to problem solving. **Science & Education,** Sydney**,** v. 22, n. 6, p. 1405-1421, junho, 2013. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-012-9492-2. Acesso em: 12 de maio de 2019. DOI:https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-012-9492-2.

BALLESTERO,H. C. E.; ARRUDA, S. de M.; PASSOS, M. M.; SILVA M. R. da. O aprendizado da sintaxe da linguagem Física. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.20, n. 3, p. 1-20,dezembro, 2015. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/20/5. Acesso em: 15 de abril de 2019.

BARROS, José D' Asunção. Sobreo uso de conceitos nas ciências humanas e sociais**:** uma contribuição ao ensino de metodologia. **Revista eletrônica de iniciação científica, tecnológica e artística**, São Paulo, v. 1, n. 2, p 30-45.,2011. Disponível em: http://www1.sp.senac.br/hotsites/blogs/revistainiciacao/wp-content/uploads/2013/07/6-art.pdf. Acesso em: 16 de novembro de 2018.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** 3.Ed. São Paulo: Contexto,2009.

BASTOS, B. L. G. B.; FILHO, J. B. B. Conflito entre escolas de pensamento da matemática: exploração de potencialidades para a melhoria dos ensinos da matemática e da física. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.8, n. 1, p. 53-90, abril, 2003. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/551/343. Acesso em 25 de março de 2019.

BATISTA, Irinéa de Lourdes. O ensino de teorias físicas mediante uma estrutura histórico-filosófica. **Ciência & Educação**, Bauru, v. 10, n. 3, p. 461-476, 2004. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1516-73132004000300010&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 25 de março de 2019. DOI:http://dx.doi.org/10.1590/S1516-73132004000300010.

BIEMBENGUT, Mª Salett; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino.** 5.ed. São Paulo: Contexto, 2009.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio**: Orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais. Ciências Da Natureza, Matemática E Suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2002, 141p. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/CienciasNatureza.pdf. Acesso em: 12 de novembro de 2018.

_____. **Sistema de Avaliação da Educação Básica (Saeb).** Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2017. Disponível em: http://portal.inep.gov.br/educacao-basica/saeb. Acesso em: 12 de novembro de 2018.

BRYAN, J. A.; FENNELL, B. D. Wave modelling: a lesson illustrating the integration of Mathematics, science and technology through multiple representations. **Physics Education**, Londres, v.44, n. 4, p. 403-410, julho, 2009. Disponível em: https://iopscience.iop.org.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1088/0031-9120/44/4/010. Acesso em: 20 de março de 2019.

BUNGE, Mario. **Teoria e realidade.** São Paulo: Perspectiva, 2013

CARDOSO, Danilo; GURGEL, Ivã. A complementaridade dos pensamentos narrativo e matemático na gestação da teoria da Relatividade Geral. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** Florianópolis, v. 34, n. 3, p. 745-773, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2017v34n3p745. Acesso em 16 de outubro de 2018.

CAREGNATO, R. C. A.; MUTTI, Regina. Pesquisa qualitativa: análise de discurso versus análise de conteúdo. **Texto e Contexto Enfermagem**, Santa Catarina, v.15, n.4, p. 679-684, 2006. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/tce/v15n4/v15n4a17. Acesso em: 17 de novembro de 2018.

CARUSO, F. Estudo da simetria de translação e de suas consequências: uma proposta para o ensino médio. **Revista Brasileira de Ensino Física,** São Paulo, v.30, n.3, 2008.Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000300009&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018.

CONCHETI, A. Fernanda. A pluralidade da relação entre a física e a matemática em um curso inicial de licenciatura em física. 2015. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências) — Instituto de Física, Instituto de Química, Instituto de Biociências,

Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo. Disponível em: http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/81/81131/tde-25112015-142118/pt-br.php. Acesso em: 12 de novembro de 2018

DAHLBERG, Ingetraut. Teoria do conceito. **Ciência da Informação**, Rio de Janeiro, v.7, n.2, p.101-107, 1978. Disponível em: http://revista.ibict.br/ciinf/article/view/115/115. Acesso em: 17 de novembro de 2018.

EVANS, Peter Rice. Bsc in natural Philosophy: a fresh proposal. **Physics Education**, Londres, v.29, n. 1, p. 23-25, 1994. Disponível em: https://iopscience.iop.org.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1088/0031-9120/29/1/005. Acesso em: 12 de maio de 2019.

FEYNMAN, Richard P; LEIGHTON, Robert B.; SANDS, Matthew. **Lições de física de Feynman: edição definitiva**. Porto Alegre: Bookman, v. 2, 2008.

GALILI, Igal. Physics and Mathematics as interwoven disciplines in science education. **Science & Education,** Sydney**,** v. 27, n. 1-2, p. 7-37, março, 2018. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-018-9958-y. Acesso em: 12 de maio de 2019. DOI: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-018-9958-y.

GRECA, Ileana María; MOREIRA, Marco Antonio. Mental, physical, and mathematical models in the teaching and learning of physics. **Science Education**, v.86, n. 1, p.106-121, 2002. Disponível em: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1002/sce.10013. Acesso em: 20 de outubro de 2019. DOI: 10.1002/sce.10013

HAMMES, Odair; SCHUHMACHER, Elcio.O plano inclinado: uma atividade de modelização Matemática. **Experiências em Ensino de Ciências,** Cuiabá, v. 6, n. 2, p. 66-85, novembro, 2011. Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID147/v6_n2_a2011.pdf.Acesso em: 20 de março de 2019.

HANSSON, Len; JUTER, Ö. H.K.; REDFORS, Andreas. Reality–theoretical models–mathematics: a ternary perspective on physics lessons in upper-secondary school. **Science & Education,** Sydney**,** v. 24, n. 5-6, p. 615-644, julho, 2015. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-015-9750-1. Acesso em: 25 de março de 2019. DOI:https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-015-9750-1.

HOWARD, D. Albert Einstein as a philosopher of science. **Physics Today**, v. 58, n. 12, p.34-40, 2005.Disponível em: https://physicstoday.scitation.org/doi/pdf/10.1063/1.2169442. Acesso em: 04 de dezembro de 2019. DOI:10.1063/1.2169442

JÚNIOR,R. C. G.; NEVES,J. R. da S. Evidenciando as aptidões cognitivas na aprendizagem de Física de estudantes com baixo rendimento em Matemática.

Experiências em Ensino de Ciências, Cuiabá,v. 13, n. 4, p. 170-180, maio, 2018. Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID511/v13_n4_a2018.pdf. Acesso em: 16 de março de 2019.

KANDERAKIS, Nikos. The Mathematics of HighSchool Physics. **Science & Education,** Sydney**,** v. 25, n. 7-8, p. 837-868, outubro, 2016. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-016-9851-5. Acesso em: 12 de maio de 2019. DOI: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-016-9851-5.

KARAM, Ricardo; PIETROCOLA, Maurício. Discussão das relações entre Matemática e Física no ensino de relatividade restrita: um estudo de caso. In: ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS, 7., 2009, Florianópolis. **Anais do VII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências.** Florianópolis: Associação Brasileira de Pesquisa em Educação em Ciências, 2009. Disponível em: http://posgra20d.fae.ufmg.br/posgrad/viienpec/pdfs/1529.pdf. Acesso em: 13 de novembro de 2018.

_____. O que diferencia as Feynman lectures de livros tradicionais? **Revista Brasileira de Ensino Física,** São Paulo, v.40, n.4, 2018. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172018000400104&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018.

KNEUBIL, Fabiana B.; ROBILOTTA, Manoel R.Physics teaching: mathematics as an epistemological tool. **Science & Education,** Sydney**,** v. 24, n. 5-6, p. 645-660, julho, 2015. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-014-9727-5. Acesso em: 12 de maio de 2019. DOI: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-014-9727-5.

KRAGH, Helge. Mathematics and Physics: the idea of a pre-established harmony **Science & Education,** Sydney**,** v. 24, n. 5-6, p. 515-527, julho, 2015. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-014-9724-8. Acesso em: 12 de maio de 2019. DOI: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-014-9724-8.

LABURÚ,C. E.; SILVA,O. H. M. da. Multimodos e múltiplas representações: fundamentos e perspectivas semióticas para a aprendizagem de conceitos científicos. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.16, n. 1, p. 7-33, abril, 2011.Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/244. Acesso em: 25 de março de 2019.

LÜDKE, M.; ANDRÉ M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: EPU, 1986.

MÄNTYLÄ, Terhi; HÄMÄLÄINEN,Ari. Obtaining laws through quantifying experiments: justifications of pre-service physics teachers in the case of electric

current, voltage and resistance. **Science & Education,** Sydney**,** v. 24, n. 5-6, p. 699-723, julho, 2015. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-015-9752-z. Acesso em: 25 de março de 2019. DOI: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-015-9752-z.

MARCONI, M. de A.; LAKATOS, Eva Mª. **Técnicas de pesquisa**: planejamento e execução de pesquisas, amostragens e técnicas de pesquisa, elaboração, análise e interpretação de dados. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2015.

MARTENS, A. Santos; SILVA, M. Virginio da. A matematização do ensino de física: o que revelam as pesquisas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 14., 2017, Cascavel. **Anais do XIV Encontro Paranaense De Educação Matemática.** Cascavel: Sociedade Brasileira de Educação Matemática do Paraná, 2017. Disponível em: http://www.sbemparana.com.br/eventos/index.php/EPREM/XIV_EPREM/paper/viewFile/138/53. Acesso em: 12 de novembro de 2018.

MINAYO, M. C. de S.; DESLANDES, S. F.; NETO, O. C.; GOMES, R. **Pesquisa social**: teoria, método e criatividade. Petrópolis: Editora vozes, 2002.

MENDES, G. G. H. I. Matematização e ensino de Física: Uma discussão de noções docentes. 2014. **Dissertação** (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) — Centro de Ciências exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina. Disponível em: http://www.bibliotecadigital.uel.br/document/?code=vtls000189569. Acesso em: 13 de novembro de 2018

_____. Matematização e ensino de Física: uma discussão de noções docentes. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 22, n. 3, p. 757-771, 2016. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-73132016000300757&lng=pt&tlng=pt. Acesso em: 13 de novembro de 2018.

MOREIRA, Marco Antônio. **Física de partículas**: uma abordagem conceitual e epistemológica. São Paulo: Livraria da Física, 2011.

_____.A teoria dos campos conceituais de Vergnaud, o ensino de ciências e a pesquisa nesta área. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.7, n. 1, p. 7-29, 2002. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/569/361. Acesso em 17 de novembro de 2018.

MORETZSOHN, Ricardo S. T.;NOBRE, Eloneid F.;DIEB, Vagner. Introdução ao ensino da Física: uma abordagem fenomenológica ou Matemática? In: SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE FÍSICA, 15., 2013, CURITIBA, **Atas do XV Simpósio Nacional de Ensino de Física.** Curitiba: CEFET-PR, 2003. p. 904-909**.** Disponível em: http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xv/.Acesso em: 13 de novembro de 2018.

NETO, C. P. da Silva; JÚNIO, Olival Freire. Um presente de Apolo: lasers, história e aplicações. **Revista Brasileira de Ensino Física,** São Paulo, v.39, n.1, 2017.Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172017000100602&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018.

NUSSENZVEIG, Herch Moysés. **Curso de Física básica 3: eletromagnetismo**. 1. ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1997.

OSTERMANN, Fernanda; RICCI, Trieste. F. Conceitos de Física Quântica na formação de professores: relato de uma experiência didática centrada no uso de experimentos virtuais. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** Florianópolis, v. 22, n. 1, p. 9-35, abril, 2005. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/6392. Acesso em 18 de outubro de 2018.DOI: https://doi.org/10.5007/%x.

PATY, Michel. **A matéria roubada**: a apropriação crítica do objeto da física contemporânea. São Paulo: EdUSP,1995.

PEREIRA, A. A. G.; SILVA, C. C. Uma análise histórica da construção de significados físicos para o conceito de potencial vetor no eletromagnetismo clássico. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física,** Florianópolis, v. 34, n. 3, p. 798-822, 2017. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/2175-7941.2017v34n3p798. Acesso em 17 de outubro de 2018.

PÉREZ, Daniel Gil; MONTORO, Isabel Fernández; ALÍS, Jaime Carrascosa; CACHAPUZ, António; PRAIA, João. Para uma imagem não deformada do trabalho científico. **Ciência & Educação**, São Paulo, v.7, n.2, p.125-153, 2001. Disponível em: http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v7n2/01.pdf. Acesso em 16 de outubro de 2018.

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação de. **Parâmetros Curriculares de Física Ensino Médio**. Pernambuco, 2013, 60p. Disponível em: http://www.educacao.pe.gov.br/portal/upload/galeria/4171/fisica_parametros_em.pdf. Acesso em: 13 de novembro de 2018.

PIETROCOLA, Maurício. A matemática como estruturante do conhecimento físico. **Caderno Catarinense Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v.19, n.1, p.89-109, 2002. Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/fisica/article/view/9297. Acesso em: 12 de novembro de 2018.

POINCARÉ, Henri. **O valor da ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1995.

PORTO, C.M.; PORTO, M. B. D. S. M. Uma visão do espaço na mecânica newtoniana e na teoria da relatividade de Einstein. **Revista Brasileira de Ensino Física,** São Paulo, v.30, n.1, 2008. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172008000100017&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018.

REDISH, E. F.; KUO, Eric. Language of physics, language of math: disciplinary culture and dynamic epistemology. **Science & Education,** Sydney**,** v. 24, n. 5-6, p. 561-590, julho, 2015. Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-015-9749-7. Acesso em: 25 de março de 2019. DOI: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-015-9749-7.

ROCHA, José Fernando Moura. O conceito de "campo" em sala de aula - uma abordagem histórico-conceitu*al*. **Revista Brasileira de Ensino Física,** São Paulo, v.31, n.1, 2009.Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172009000100013&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018.

RODRIGUES, M. A.T.; MACKEDANZ, L. F. Produção de espelhos parabólicos e construção do conceito de função polinomial de 2º grau. **Revista Brasileira de Ensino Física,** São Paulo, v.40, n.1, 2017. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172018000100602&lng=en&nrm=iso&tlng=pt. Acesso em: 17 de outubro de 2018.

SANTAROSA, M. C. P.; MOREIRA, M. A. O cálculo nas aulas de Física da UFRGS: um estudo exploratório**. Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.16, n. 2, p. 317-351,agosto, 2011. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/232/164. Acesso em: 15 de abril de 2019.

_____. Os lugares da Matemática na Física e suas dificuldades contextuais: implicações para um sistema de ensino integrado. **Investigações em Ensino de Ciências**, Porto Alegre, v.18, n. 1, p. 215-235, abril, 2013. Disponível em: https://www.if.ufrgs.br/cref/ojs/index.php/ienci/article/view/170/114. Acesso em: 15 de abril de 2019.

SILVA, Cibelle Celestino; PIETROCOLA, Maurício. O papel estruturante da matemática na teoria eletromagnética: um estudo histórico e suas implicações didáticas. **IV Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências,** Bauru, novembro, 2003. Disponível em: http://abrapecnet.org.br/enpec/iv-enpec/orais/ORAL116.pdf. Acesso em: 15 de abril de 2019.

SILVA,L. L. da; TERRAZZAN, E. A. As analogias no ensino de conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais em aulas de Física do ensino médio. **Experiências em Ensino de Ciências,** Cuiabá, v. 6, n. 1, p. 133-154, abril, 2011. Disponível em: http://if.ufmt.br/eenci/artigos/Artigo_ID137/v6_n1_a2011.pdf. Acesso em: 16 de março de 2019.

TORROBA, Patricia; TRÍPOLI,M. de Las M.;DEVECE, Eugenio; AQUILANO, Luisina. Magnitudes vectoriales: una propuesta didáctica para articular matemática y física. **Revista de Enseñanza de la Física,** V. 29, N. Extra, p. 305–313, 2017.Disponível em: https://revistas.unc.edu.ar/index.php/revistaEF/article/view/18479/18326. Acesso em: 17 de outubro de 2018.

UHDEN, Olaf; KARAM, Ricardo; PIETROCOLA, Maurício; POSPIECH, Gesche. Modelling mathematical reasoning in physics education. **Science & Education,** Sydney**,** v. 21, n. 4, p. 485-506, abril, 2012.Disponível em: https://link-springer-com.ez16.periodicos.capes.gov.br/article/10.1007/s11191-011-9396-6. Acesso em: 25 de março de 2019. DOI: https://doi-org.ez16.periodicos.capes.gov.br/10.1007/s11191-011-9396-6.

VARGAS, Milton. História da matematização da natureza. **Estudos Avançados**, São Paulo, v. 28, n. 10, p. 249-276, março, 1996. Disponível em: http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0103-40141996000300011 Acesso em: 17 de outubro de 2019.

APÊNDICE A – ROTEIRO PARA ENTREVISTA

Universidade Federal de Pernambuco – UFPE

Centro Acadêmico do Agreste – CAA

Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática

1 Qual a sua formação?
2 Há quanto tempo atua na educação?
3 Em sua graduação houve alguma disciplina de cunho estritamente conceitual? Caso a resposta à pergunta anterior seja afirmativa, descreva como está disciplina se desenvolveu.
4 Qual seria o papel da Matemática em ambos os textos? E na Física de maneira geral?
5 Enquanto estudante qual dos textos você escolheria para seu estudo e por quê? De que maneira você se identifica com o texto escolhido?
6 Qual dos dois textos é mais conceitual e por quê? O que torna o outro texto menos conceitual?
7 Pensando na construção de uma aula sobre (tema dos textos escolhidos) qual seria o melhor texto, para você, a ser utilizado como referência e por quê?
8 Você considera ser possível ensinar Física sem Matemática? Por quê? Caso afirmativo como você ministraria essas aulas?
9 Pensando na relação entre Física e Matemática qual a dificuldade que você observa em suas salas de aula no que diz respeito a aprendizagem dos conteúdos de Física? Qual a razão para essa dificuldade? Como você lida, ou acha que se deveria lidar, com essa dificuldade?
10 Considere duas turmas, uma com bom conhecimento prévio matemático e uma sem, como você ensinaria os mesmos conceitos para ambas as turmas?

A turma com bom conhecimento prévio matemático teria alguma diferenciação no ganho conceitual em relação a outra?

APÊNDICE B – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO ACADÊMICO DO AGRESTE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

(PARA MAIORES DE 18 ANOS OU EMANCIPADOS - Resolução 466/12)

Convidamos o (a) Sr. (a) para participar como voluntário (a) da pesquisa **Percepções dos professores sobre a abordagem conceitual e a matemática no ensino de física**, que está sob a responsabilidade do pesquisador Deivisson Silva Mota, residente na Rua 4ª Travessa do Cedro, Nº 92, Cedro, Caruaru/PE, 55020-631, Telefone: (081) 99105-5951, e-mail: deivissonmota@gmail.com.Esta pesquisa está sob a orientação de: Prof. Dr. Augusto Cesar de Lima Moreira, Telefone:(081) 996675543, e-mail: aclm.ufpe@gmail.com.

Caso este Termo de Consentimento contenha informações que não lhe sejam compreensíveis, as dúvidas podem ser tiradas com a pessoa que está lhe entrevistando e apenas ao final, quando todos os esclarecimentos forem dados, caso concorde com a realização do estudo pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma via lhe será entregue e a outra ficará com o pesquisador responsável.

Caso não concorde, não haverá penalização, bem como será possível retirar o consentimento a qualquer momento, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

- A presente pesquisa têm por objetivo principal analisar como docentes em atuação na educação básica de Pernambuco interpretam o termo Física conceitual/abordagem conceitual, fazendo uso de uma entrevista semiestrutura para coletar informações que possam explicitar tais concepções, ainda a partir destes dados será analisado de que forma os professores entendem que a perspectiva da minimização da Matemática/aversão a matematização no ensino de Física está relacionada com a abordagem conceitual de conteúdos físicos, e por fim será investigado como professores atuantes na educação básica, com formação inicial em Física ou não, veem a relação entre a Física e a Matemática de uma maneira geral.

- Os riscos em participar dessa pesquisa de maneira geral, devido ao contato pessoal e registro em áudio da entrevista, podem estar relacionados a intimidação, insatisfação, irritação e algum mal-estar frente aos questionamentos**.**

- Em contrapartida entendemos que explicitar tais relações entre a Física e a Matemática, serão de extrema importância para proporcionar posturas metodológicas e didáticas acertadas a respeito do ensino de Física, tanto a nível fundamental, médio ou superior

Todas as informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a sua participação. Os dados coletados nesta pesquisa, a saber, os áudios referentes as entrevistas,ficarão armazenados emum computador de uso pessoal do pesquisador, o qual terão acesso apenas o pesquisador responsável pela pesquisa e o orientador deste, no endereço acima informado,pelo período de mínimo 5 anos.

Nada lhe será pago e nem será cobrado para participar desta pesquisa, pois a aceitação é voluntária, mas fica também garantida a indenização em casos de danos, comprovadamente decorrentes da participação na pesquisa, conforme decisão judicial ou extrajudicial. Se houver necessidade, as despesas para a sua participação serão assumidas pelos pesquisadores (ressarcimento de transporte e alimentação).

Em caso de dúvidas relacionadas aos aspectos éticos deste estudo, você poderá consultar o Comitê de Ética em Pesquisa Envolvendo Seres Humanos da UFPE no endereço: **(Avenida da Engenharia s/n – 1º Andar, sala 4 - Cidade Universitária, Recife-PE, CEP: 50740-600, Tel.: (81) 2126.8588 – e-mail: cepccs@ufpe.br).**

_____

(assinatura do pesquisador)

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, _____, CPF _____, abaixo assinado, após a leitura (ou a escuta da leitura) deste documento e de ter tido a oportunidade de conversar e ter esclarecido as minhas dúvidas com o pesquisador responsável, concordo em participar do estudo **Percepções dos professores sobre a abordagem conceitual e a matemática no ensino de física,**como voluntário (a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pelo(a) pesquisador (a) sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes de minha participação. Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade.

Local e data _____

Assinatura do participante: _____

Presenciamos a solicitação de consentimento, esclarecimentos sobre a pesquisa
e o aceite do voluntário em participar. (02 testemunhas não ligadas à equipe de pesquisadores):

Nome:	Nome:
Assinatura:	Assinatura:

APÊNDICE C – RESPOSTAS OBTIDAS PARA AS QUESTÕES DA ENTREVISTA

Quadro 9: Respostas para a primeira, segunda e terceira pergunta

	Qual a sua formação?	Há quanto tempo atua na educação?	Em sua graduação houve alguma disciplina de cunho estritamente conceitual?
P1	"*Eu sou licenciado em Física, embora eu também tenho curso de comunicação social e marketing".*	*"Desde 1975, vão fazer 44 anos".*	*"Não, sempre os professores do departamento de Física invocavam muitos problemas, as provas eram de problemas, dificilmente havia essa abordagem conceitual, coisa que hoje em dia valorizo muito, minhas provas sempre têm um exemplo...".*
P2	*"Licenciada em Física na UFPE-CAA, e mestranda em ensino de Física".*	*"3 anos".*	*"Sim".*
P3	*"Eu sou formado em licenciatura em Física(...) especialização em andamento em ensino de astronomia e tenho o mestrado em andamento em ensino de Física".*	*"Acho que já entorno de 6 anos".*	*"Não, como único objetivo da disciplina não".*
P4	*"Licenciada em Física pela UFPE campus CAA".*	*"Em sala de aula a 2 anos".*	*"Então todos foram de cunho conceitual, mas se tiver falando sem equação só uma".*
P5	*"Rapaz sou formado (...) primeira graduação que eu fiz foi biologia (...) depois me formei em Matemática (...) depois me formei em Física (...)".*	*"Rapaz...escola pública eu tenho 22 anos...".*	*"(...) a disciplina em si, Física, é muito conceitual(...) eu acho que ela deve ser abordada desse jeito (conceitual) pra ser entendida melhor, (...) na minha graduação isso variava muito de professor pra professor (...)".*
P6	*"(...) licenciatura em Física, fiz lá na universidade federal rural em recife, depois eu fiz uma especialização em ensino superior (...)".*	*"8 anos".*	*"Não, a gente teve uma disciplina de Física aplicada, ela era bem conceitual".*
P7	*"Sou licenciado em Física pela rural, fiz especialização em ensino*	*"Atuo na educação desde que eu tinha 19 anos, tô com 31,*	*"Sim teve".*

	superior na FG, tenho cursos de astronomia, Física quântica (...)".	*faz um tempo bom" (10 anos)* *.*	

Quadro 10: Respostas para a quarta pergunta

	Qual seria o papel da Matemática em ambos os textos? E na Física de maneira geral?
P1	*"Eu costumo dizer pra os meus alunos "não estude Física, Física é uma conversa com a natureza estude Matemática por que é a linguagem, então a Matemática ela traduz a quantização da Física, ela torna a Física quantizada, pra Física não existe palavras de muito, pouco, longe e perto existe 20, 30(...)".*
P2	*"A matemática aqui (texto 2) vem como notação pra confirmar a Física, já o texto 1 ele é bem mais matematicamente detalhado, vem trazendo todas as expressões e as sequencias que levam a chegar as fórmulas; (...) acredito que seja a linguagem né, ela transforma, se for só conceito seria tido como uma filosofia, e a matemática ela vem realmente expressar que é comprovadamente científico".*
P3	*"No texto 2, ele tá muito mais na ideia de dá uma ideia de generalização do conceito (...) a Matemática vem como uma forma de generalizar a ideia, nesse texto 1(...) não traz uma ideia contextualizada na maioria dos pontos, (...) ele trabalha muito mais o enfoque da lei de Gauss, do que a ideia do campo aplicado a ele, eu notei mais essa diferença, em um ele trabalha muito mais a Física e no outro ele trabalha muito mais a Matemática, mas a ideia de ambos é generalizar; eu vejo a Matemática na Física, primeiro como uma linguagem que se torna uma linguagem universal, (...) você consegue generalizar uma ideia, a Matemática ela traz essa ideia justamente de você conseguir generalizar um conceito, então você tende a trazer uma regra geral escrita em pouca linhas, (...) que com a fórmula Matemática, com a expressão Matemática você consegue trazer todo um conceito que você traria ali em 50 ou 60 linhas, em uma única linha, ou até menos do que isso, algo do tamanho de uma palavra, então ela tem esse poder de enxugar a ideia e ainda ao mesmo tempo generalizar para várias situações e você gerar até uma previsibilidade, você com a formula Matemática, (...) você ganha o poder de previsão daquele fenômeno que antes você só tava entendendo.*
P4	*"Então no texto 2 a Matemática é apresentada, é dado ênfase a Matemática, mas é dada mais ênfase aos conceitos físicos, a Matemática é mais uma forma de representar o que tá sendo dito das leis e princípios físicos. No texto 1 a Matemática, ela é, durante todo texto é dada mais ênfase a Matemática, apesar de o texto também aborda conceitos físicos só que em escala menor; acho que descrever quantitativamente as leis e conceitos físicos, e também apresentar algumas teorias, tais como vetor, como a gente vai trabalhar vetor se a gente não tiver a Matemática?".*
P5	*"A Matemática pra mim(...) é uma ferramenta poderosa demais pra compreensão do conceito, a Matemática por si só não, mas como complemento sim, (...) eu acho que a*

	Matemática é extremamente importante, mas por si só não, ela é uma ferramenta a mais, (...)mas eu acho que não é a única ferramenta importante; (...) a Matemática pra mim, na minha compreensão é a ferramenta, talvez, mais poderosa da Física, apesar de que só Matemática não explica a Física, mas é a ferramenta mais importante pra mim, é fundamental".
P6	*"Explicar os conceitos físicos, tentar demostrar eles de uma forma mais usual; eu acho que a Matemática é um instrumento importante na Física, eu costumo dizer aos meus alunos que a Física tem dois instrumentos fundamentais, que é o português e a Matemática, saber ler, interpretar e aplicar os conceitos matemáticos, eles são instrumentos que a gente usa".*
P7	*"Então a função da Matemática nos dois textos são bem similares, a abordagem da explicação que eu acho que no texto 2 ele enfatiza mais a imagem pra facilitar a visualização, já no texto 1 acho que já é pra uma pessoa que tem um conhecimento mais firme do assunto, porque ele explica mais do que ele mostra (...) eu acho que a (...) Física ela precisa da Matemática pra ser representada, é a mesma coisa pra escrever, eu preciso das letras pra poder representar meus problemas, ai eu acho que a Matemática entra nesse contexto com relação a Física, então eu acho que a importância é justamente essa, pra poder a gente compreender o que tá acontecendo, a gente necessita escrever em termos matemáticos".*

Quadro 11: Respostas para a quinta pergunta

	Enquanto estudante qual dos textos você escolheria para seu estudo e por quê? De que maneira você se identifica com o texto escolhido?
P1	*"Pela concepção e ideia o primeiro, o aluno gostam muito de ter uma figuração, porque traduz pra mente dele, por causa da imagem, tem mais imagem, um assunto de Física cheio de texto eles abdicam".*
P2	*"Seria o texto 2, porque além do cálculo ele traz mais conceito, então seria mais fácil eu assimilar o conteúdo por causa dos conceitos, a abordagem conceitual é maior."*
P3	*"O 2, eu tenho muito mais enfoque na ideia de trabalhar o conceito físico como algo teórico, pra depois que esse conceito tá bem estruturado eu parti pra Matemática, então esse texto (texto 2) eu prefiro ele por conta disso, esse daqui (texto 1) ele dá uma abordagem muito Matemática de cara, que pra um aluno que muitas vezes tá se deparando com esse tipo de abordagem, eu digo abordagem Matemática e não abordagem do texto em si, (...) pela primeira vez(...), então se fosse um texto de ensino médio, a abordagem Matemática táva lá equação do primeiro grau, equação do segundo grau, as equações típicas lá, mas ele táva começando a ver elas agora, sendo um texto superior, (...) são linguagens que você tá vendo recentemente, então se você põe muito aquela linguagem recente de uma forma muito evidente pode distanciar o aluno de querer aprender, então quando você trabalha a partir de texto, a partir de conceito, e depois traz a Matemática ou traz a Matemática em, digamos assim, "doses homeopáticas" ele se torna mais agradável pro aluno, então eu prefiro esse tipo de texto, tanto pra estudar como se fosse pra lecionar".*

P4	*"Então eu escolheria o texto2, por que como licenciada em Física, como ele dá mais ênfase aos conceitos físicos, segundo a minha análise eu escolheria mais ele do que o 1".*
P5	*"Rapaz eu vou ser sincero a tempos atrás eu escolheria o texto conceitual (referindo-se ao texto 2), por que eu acho que ensina, o texto prático (referindo-se ao texto 1), na minha opinião, (...) a Matemática pura ajuda quando você já tem uma base, (...) então hoje eu escolheria o texto que tem muita Matemática, por que hoje a Matemática já não é mais tão misteriosa como já foi, mas pra um aluno que está iniciando, um aluno de graduação, a Matemática pesada, na minha opinião só atrapalha (...).*
P6	*"Acho que esse (texto 2), por que justamente ele é mais físico, esse é mais matemático (texto 1)".*
P7	*"O texto 2, por que ele é mais detalhado".*

Quadro 12: Respostas para a sexta pergunta

	Qual dos dois textos é mais conceitual e por quê? O que torna o outro texto menos conceitual?
P1	*"Pelo conteúdo, a sequência, o primeiro têm mais conceito, mais conceitual não significa mais palavras, significa mais conteúdo, explicação de conteúdo,(...) ai já tem outra concepção, em uma outra dimensão que a palavra não traduz isso, (...) quando você, da conceitos é muito bom você ordenar os conceitos, o ordenamento dos conceitos, a explanação dos conceitos, facilita muito o entendimento do aluno, (...) se você botar a lei de Gauss só com palavras, então você restringe, da primeiramente o conceito mecânico de produto escalar, é uma coisa que eu acho que tem que ter, faz as figuras, ai depois vai dar a ideia de campo elétrico, já foi dado antes né, ai você incorpora isso, a ideia de versor (...)".*
P2	*"A questão dele (texto 2) explicar mais os conceitos do que as fórmulas, e traz mais a questão, a noção, ele traz uma noção de abordagem, acredito que acontece no dia a dia, ele traz alguns exemplos aqui, então a gente consegue assimilar com mais facilidade, por causa que a gente leva ao cotidiano o que tá escrito nele, já o texto dois aborda muuuuito Matemática, muito cálculo".*
P3	*"Ainda fico com o segundo, no meu entendimento de conceitual, pelo fato de ele trazer muito mais a teoria do que a Matemática, (...) pelo fato dele (texto 1) abordar menos as ideias, trabalhar muito mais, não a Matemática em si, mas ele trabalhar muito mais a generalização, se deixou de trabalhar um pouco a ideia você já tá assumindo que você entende a ideia e parte pra generalização, pra trabalhar a generalização (...) você não vai partir pra uma expressão algébrica de, por exemplo, leis de newton f=ma, sem entender que o f é força, o m é massa e que o a é aceleração, entender o que cada um é, então quando você bota muitas expressão você já tá assumindo que você sabe de alguns detalhes, e ele começa assim (se referindo ao texto 1)" (...).*

P4	*"Então ambos são conceituais, mas o texto 2 dá mais ênfase aos conceitos físicos e o texto 1 dá mais ênfase aos conceitos matemáticos, mas ambos são conceituais"*
P5	*"Pra mim esse aqui (referindo-se ao texto 2), esse aqui pra mim (referindo-se ao texto 1) é um texto que mais parece um texto de Matemática".*
P6	*"O 2, ele (texto 1) faz uma abordagem maior da Matemática (...) ele só vem falar mais de Física conceitual, mais no final".*
P7	*"O 2, por que o texto 1 ele é mais informativo, ele informa mais do que conceitua (...)".*

Quadro 13: Respostas para a sétima pergunta

	Pensando na construção de uma aula sobre (tema dos textos escolhidos) qual seria o melhor texto, para você, a ser utilizado como referência e por quê?
P1	*"Esse aqui (apontando para o primeiro texto), sem dúvida nenhuma. (...) pela questão das imagens traduzir muito, uma imagem vale mais que 1000 palavras, quando você tenta traduzir esse produto aqui (apontando um produto vetorial), esse vetor "s", primeiramente ele não vai entender de que área você tá falando, você dizer "o tampo lá do cilindro", a esfera como um todo, um segmento, ai isso aqui (as imagens), facilitam muito, esse texto aqui tá muito mais explicadinho".*
P2	*"O texto 2, novamente por causa da questão conceitual dele".*
P3	*"O 2, eu tenho muito mais enfoque na ideia de trabalhar o conceito físico como algo teórico, pra depois que esse conceito tá bem estruturado eu parti pra Matemática, então esse texto (texto 2) eu prefiro ele por conta disso, esse daqui (texto 1) ele dá uma abordagem muito Matemática de cara, que pra um aluno que muitas vezes tá se deparando com esse tipo de abordagem, eu digo abordagem Matemática e não abordagem do texto em si, (...) pela primeira vez(...), então se fosse um texto de ensino médio, a abordagem Matemática táva lá equação do primeiro grau, equação do segundo grau, as equações típicas lá, mas ele táva começando a ver elas agora, sendo um texto superior, (...) são linguagens que você tá vendo recentemente, então se você põe muito aquela linguagem recente de uma forma muito evidente pode distanciar o aluno de querer aprender, então quando você trabalha a partir de texto, a partir de conceito, e depois traz a Matemática ou traz a Matemática em, digamos assim, "doses homeopáticas" ele se torna mais agradável pro aluno, então eu prefiro esse tipo de texto, tanto pra estudar como se fosse pra lecionar".*
P4	*"Sem dúvida o texto 2, e volto naquela coisa né, existe mais conceitos físicos e eu prefiro uma aula, pelo menos no ensino médio, que não abra muito as equações, falta um pouco de base nos alunos, pelo menos na escola que eu ensino, então eu preferiria o texto 2 mesmo, usar a Matemática somente como uma forma de representar o que foi dito, e calcular quantitativamente alguma coisa"*
P5	*"Se eu fosse dar aula com certeza eu escolheria o texto conceitual(referindo-se ao texto 2), não resta dúvida, se eu fosse dar aula eu nunca trataria um assunto...a não ser que eu fosse um professor de mestrado, ai não tem mais o que tá tentando...mesmo assim eu*

	acho que analogia, usar a parte conceitual, mesmo nesse nível ainda é importante, mas quando chega um certo nível talvez seja até desnecessário(...)mas na graduação com certeza o texto conceitual, eu acho que ensina muito mais do que a Matemática pura, a Matemática pura é importante mas as vezes atrapalha mais do que ajuda, dependendo de como é abordado".
P6	*"Rapaz....é por que assim, o texto 1 eu acho que ele explica mais a Matemática, o passo a passo matemático, o 2 é mais o físico, eu acho que eu escolheria o 2 ainda".*
P7	*"O 2, ele é mais visual, por ter mais imagens, e mostrar com termos até mais simples, sempre colocando imagens, então isso facilita pra uma aula, não sei como meu público vai estar com a base conceitual, aí eu prefiro pegar algo mais simples pra compreensão".*

Quadro 14: Respostas para a oitava pergunta

	Você considera ser possível ensinar Física sem Matemática? Por quê? **Caso afirmativo como você ministraria essas aulas?**
P1	*"Em um encontro de Matemática eu dei uma palestra, "a Física precisa de Matemática?" (...) claro que precisa, você não conversa com sinais, só surdo-mudo, você conversa com Matemática, a ciência ela abdica na condição de prolongar um texto se você usar a equação Matemática, a equação Matemática é uma síntese, (...) é isso que gosto na Matemática, ela é significadora, vetores é Matemática, a linguagem da natureza é a Matemática e não adianta que não tem outra não".*
P2	*"Sim é, até por que na disciplina de conceitual nós não vimos cálculo nenhum, nenhum mesmo, só a questão de conceito, e foi uma disciplina muuuuito produtiva. Veria uma abordagem histórica, e em seguida os conceitos, trazendo exemplos do cotidiano dos alunos, pra que eles com as concepções prévias deles, eles assimilassem com mais facilidade os conceitos que estariam sendo repassados".*
P3	*"Não, porque a Física é uma ciência que trabalha na ideia de previsão, um efeito pra ele ser considerado, um efeito trabalhado como uma teoria cientifica ele tem que ter a noção de previsibilidade, então eu só consigo fazer a previsão através da Matemática, então eu preciso da Matemática, sem sombra de dúvida, a não ser que eu queria fazer um curso de filosofia natural, ai sim eu poderia trabalhar somente o conceito, só que ai eu sairia de uma ciência, propriamente de uma ciência no aspecto de utilizar o método cientifico, não ciência no contexto geral, mas ciência como aquele estudo que utiliza o método cientifico, que é o caso da Física".*
P4	*"Não, é...como eu já tinha citado, a questão até de você apresentar grandezas vetoriais, você fazer uma setinha, dizer que aquela setinha representar uma força, você chama isso de vetor, eu acho que não tem com ensinar Física sem Matemática não, no geral, você sempre usa ela diretamente ou indiretamente".*
P5	*"Possível, mas não é o melhor caminho, eu acho que é possível sim, sem a Matemática por completo é. Procuraria fazer analogia ao máximo com o dia a dia, eu sempre uso isso,*

	eu sempre procuro fazer analogias, pra que meu pensamento seja claro, pra que eu esteja sendo claro, então eu uso muitos exemplo, que eu sei que vai facilitar a compreensão, muitas analogias, então seria dessa forma".
P6	*"É, assim por exemplo, tem alguns conteúdos de Física no ensino médio, por exemplo, do segundo ano, que a gente quase não ver Matemática, que é por exemplo uma parte de ótica, espelhos, lentes, ondas, a gente tem mais conceitos e pouca Matemática. Eu tento levar mais experimentos, mais atividades práticas, as vezes um vídeo, um simulador, pra eles verem como funciona, já que a gente não tem muito cálculo nessa parte".*
P7	*"Nenhuma Matemática, toda Física é impossível, agora assim tem muitos conceitos que não requerem Matemática. Então geralmente demonstrativo, por exemplo, dois corpos caem igual independentemente da massa, eu não preciso de Matemática pra isso, com experimento eu consigo isso (...) ai eu mostro pra eles um conceito sem requerer Matemática, agora tem outros conceitos que não, por exemplo se eu for conceituar força, força é um conceito abstrato (...) então eu não tenho como concretizar algo tão abstrato, ai eu acho que a Matemática entra nesse conceito.*

Quadro 15: Respostas para a nona pergunta

	Pensando na relação entre Física e Matemática qual a dificuldade que você observa em suas salas de aula no que diz respeito a aprendizagem dos conteúdos de Física? Qual a razão para essa dificuldade? Como você lida, ou acha que se deveria lidar, com essa dificuldade?
P1	*"(...) então é exatamente isso, é você querer conversar com um surdo-mudo falando português na linguagem, mas não fala em sinais é muito difícil, é a essência da comunicação, (...) é simplesmente essa relação Matemática que é a falha que o aluno vem quando ele chega em Física, ele não entende a linguagem Matemática, ele não entende que Matemática é comunicação como é português. Eu acho que a solução ai se resume(...) dialogo entre os professores e pedagogos, por que o professor de Física devia conversa com o professor de Matemática, pra ver a abordagem dele em relação ao que o futuro vai chegar pra o aluno que tá vendo raiz quadrada onde que ele vai aplicar, que ta vendo matriz onde que ele aplica, produto escalar cosseno, aquela história toda, o professor de Matemática tem que induzir o aluno onde que ele vai chegar, mostrar um fim, é esse diálogo que falta nas escolas, é essa falha que o aluno vem, e não é culpa do professor de Matemática, é culpa da falta de diálogo entre o professor de Matemática e o de Física, orientado pela pedagogia".*
P2	*"A dificuldade ao ensinar Física é eles compreender o enunciado da questão, então muitas vezes eles decoram as fórmulas, mas não sabe interpretar ela, então com os dados da questão eles não conseguem assimilar qual a fórmula que vai utilizar, a Matemática nem tanto complicada, mas a questão é a interpretação, qual a fórmula que ele vai usar. É aquele bem básico de ir lendo a questão e tirando os dados, e de acordo com o que ele pediu e os dados que ele oferecer, a gente vê qual é a fórmula que melhor se adequa pra questão".*

P3	*"Conceito de Física em si, o conceito puro e seco, por exemplo, o que é um fluxo, ele pode ser aprendido sem a Matemática, mas ele vai perder (...) aquele poder de previsibilidade, a Matemática e a generalização da Matemática na realidade ela entra justamente nesse aspecto, então a maior dificuldade que se encontra do aluno, dele fazer essa relação é ele realmente conhecer e saber resolver as operações necessárias naquela situação especifica, então você tem das mais simples as mais complexas, você tem equações polinomiais e você pode chegar até integrais duplas, triplas, de linha, de superfície, então são ferramentas Matemáticas que dependendo do assunto o aluno tem que ter domínio, e que não cabe ao professor de Física ensinar, mas muitas vezes é necessário ele reensinar ou ensinar pela primeira vez, então a maior dificuldade é essa, é digamos assim o conhecimento prévio que o aluno deveria ter ao chegar naquele ponto. Muitas vezes eu tenho que parar de dar uma aula de Física e voltar a dar aula de Matemática, pelo menos não vou trabalhar, por exemplo se eu tiver dando aula de Física geral 1, eu não vou trabalhar todas as derivadas, mas eu vou ter que mostrar as derivadas polinomiais, então eu pego todo aquele assunto que seria assunto de uma disciplina Matemática e vejo só que vou precisar usar e vejo só aquilo, de forma superficial também".*
P4	*"Então a primeira é o nível de abstração dos alunos, pelo menos no 9 ano, primeiro (referente ao ensino médio), no segundo e terceiro eles já vem um pouco mais acostumados, eles já conseguem abstrais mais, mas primeira coisa o nível de abstração deles, é um fato que eu colocaria, outra coisa é a base Matemática já.... pelo menos nas escolas que eu ensino, você pega um aluno de primeiro ano e vai ensinar equação de segundo grau e os alunos não sabe (...). Então o nível de abstração é uma questão de tempo, ele vai vendo o conteúdo e ao longo do tempo com esforço ele vai conseguindo aumentar essa abstração e essa base Matemática é questão técnica, eu acho que o tradicional de.... tem uma equação e você resolve uma equação do mesmo jeito 10 vezes, acho que isso é valido, por exemplo, integrais a gente calcula integrais na faculdade de todo jeito e várias integrais, "não mais isso é muito técnico o computador faz", sim o computador faz mas você precisa daquela base Matemática, então eu acho importante resolver, então nos alunos pra melhorar isso eu acho que é treinar, treinar e tempo, por que muitas vezes os professores de Física não tem, por que na verdade as vezes a gente necessitava de 4 aulas e temos 2".*
P5	*"Eu acho que no brasil inteiro (...) a dificuldade Matemática em si, então a gente tem muito mais analfabetismo matemático do que em linguagens, então os meus alunos, a maioria, salvo as exceções (...) 10% tem uma base Matemática, 90% tem deficiência, e ai, eu sempre procuro deixar claro isso, por que eu passei por isso (...) no caso da área de exatas o essencial é a Matemática, quando o aluno tem dificuldade em Matemática, que é o caso da maioria dos meus alunos, a Física se torna difícil, eu tento mostra a eles que o problema está (...) na formação inicial, nas series iniciais (...) sem essas ferramentas (Matemáticas) a matéria vai continuar sendo difícil (...) sem a ferramenta não tem como (...) o (professor) pode até não abordar matematicamente as coisa, não abordar de forma pratica, não usar equação, mas não fica uma abordagem completa (...) fica sempre faltando um complemento".*
P6	*"Rapaz, as grandes dificuldades, eu costumo dizer que eles têm muita dificuldade com a Matemática básica, não é nem com a Matemática do ensino médio e com a Matemática básica mesmo, os grandes entraves são números decimais, potenciação, radiciação, esses conteúdos são entraves. Eu tento, por exemplo, tem uma conta com número decimal, aí*

	eu tento fazer no quadro, tentar resgatar mesmo, como faz? Por que muitas vezes quando a gente coloca a resposta tem aluno que pergunta como chegou ali, eu costumo fazer mesmo a conta com número decimal, dizendo a eles as propriedades(...)".
P7	*"A Matemática, vejo que os meninos conseguem, no contexto geral, eles entendem a essência, mas eles não conseguem elaborar, eles entendem por exemplo que no movimento uniforme a velocidade é constante, mas eles não entendem como determinar isso, numa questão, por exemplo, pega um enunciado e desse enunciado conseguir tirar o contexto matemático (...). Ai eu fico pensando, fico meio em contrapartida, se eu para de falar de conceitos e de ensinamentos de Física pra falar de base Matemática acabo gastando as poucas aulas que a gente tem de Física com Matemática, agora quando eu vejo que esse problema é muito gritante, o que ocorre muito quando a gente vai ver gráfico, é muito fraca a base gráfica dos meninos, eles não conseguem ver um gráfico e interpretar um gráfico por exemplo, ai eu tenho que parar pra ensinar o gráfico e tudo mais, a mesma coisa acontece com vetores que usa muito trigonometria (...)".*

Quadro 16: Respostas para a décima pergunta

	Considere duas turmas, uma com boa bagagem Matemática e uma sem, como você ensinaria os mesmos conceitos para ambas as turmas? A turma com boa bagagem Matemática teria alguma diferenciação no ganho conceitual em relação a outra?
P1	*"Eu levei um choque, eu ensinei em colégio militar, onde os alunos já eram bombardeados com a Matemática puxada desde lá da quinta série, então pra essas turmas eu não fazia problemas, eu conversava sobre os problemas, "professor problema 45?...ah tu faz assim e assado...", nessa escola que a aluna não sabia dividir 3/10, eu quando fui fazer a parte de exponencial, exponencial não, potência de 10^-1, expoente negativo, meu amigo, passava muito mais tempo explicando o que era aquilo ali matematicamente do que fisicamente, (...)então se você pega uma turma com conhecimento matemático transmitido por professores de Matemática que conhece a concepção da aplicação daquilo ali, é outra coisa.1000 vezes mais, eu acho que seria ao quadrado, seria uma exponencial, é proporcional ter conhecimento Matemática e aprender os conceitos físicos, todo aluno meu sabe disso, por favor não estude Física, Física é conversa com a natureza, estude Matemática".*
P2	*"De formas diferentes, na que tem dificuldade em Matemática abordaria muito mais o conceitual, além de avaliar conceitualmente também. E a que tem Matemática agente poderia avaliar de forma Matemática. Nem sempre, nem sempre a que tem mais, que sabe mais Matemática vai saber mais o conceito muitas vezes é só a questão da mecânica de realizar tantas atividades que já ficou fácil pra eles de assimilar a questão de Matemática, mas nem sempre eles vão entender o conceito, com tanta facilidade, acredito que como sendo assunto novo acho que ele vão ter mais ou menos a mesma dificuldade em assimilar os conceitos".*
P3	*"A abordagem, a metodologia, se você tem turmas distintas, a metodologia tem que ser distinta independente do foco, se eu tenho uma turma que tá em um nível superior do que a outra, eu tenho que pensar no seguinte, eu não vou nivelar na média das duas, de forma*

	algum, eu tenho uma ideia de que olhando pra um aluno específico, saindo das turmas, (...) eu tenho que ensinar ao aluno o máximo que ele pode aprender, então se eu tenho uma turma, que seria uma generalização de um grupo de alunos, eu vou ver o máximo que aquela turma pode aprender, então se eu tenho uma turma que ela tem um conhecimento matemático básico, fraco, eu tenho que ensinar no mínimo o básico essencial daquela disciplina, então eu tenho que dar o arcabouço matemático pra eles e depois ensinar a disciplina, já na turma que já tem aquele arcabouço matemático, o tempo eu usaria pra dar aquele arcabouço matemático, eu usaria pra ver algo mais específico, aprofundar um pouco mais, ir além do conhecimento básico(...). Conceitual no sentido de teoria, não. Ela poderia ter um ganho maior em analisar situações específicas, por que a Matemática ela entra como uma forma geral mas que você vai usar pra analisar situações especificas, então se eu tenho mais tempo em uma aula de Física, por exemplo, de fluxo você vai trabalhar a ideia de fluxo lá passando por uma superfície, e você vai... a ideia geral ela se resume de uma forma "rápida", e depois disso você vai começar a trabalhar situações específicas, o que vai acontecer e que a turma que tem um conhecimento matemático maior ela vai findar vendo mais situações específicas ou até mesmo situações especificas mais complexas, mas não necessariamente o conceito vai ser maior".
P4	*"Então eu ensinaria da mesma forma a ambos, abordaria os conceitos e a forma Matemática, mas na turma que tem um conhecimento matemático num nível mais baixo eu acredito que eu daria o conteúdo da mesma forma, só que eu passaria mais tempo dando o conteúdo porque eu teria que no meio do conteúdo ir abrindo e fazendo a base Matemática deles(...). Então é... acho que os conceitos físicos...eles vão ter....ambos as turmas vão ter o mesmo aprendizado se for a mesma aula, o diferencial vai ser nos resultados, na questão técnica, quando eles forem resolver...ter o resultado ali, acho que isso vai ser o diferencial, mas do conceito em si...eu creio que....enfim eu acho que não".*
P5	*"Não, isso eu tenho na prática (...) a aula que eu dou no terceiro A (turma que tem conhecimento prévio matemático elevado) é totalmente diferente da aula que eu dou no terceiro B (turma com pouco conhecimento prévio matemático), porque eu sei dá maneira que.... se eu for tratar do mesmo jeito, eu sei que vai funcionar de um lado e não vai funcionar do outro, vai funcionar pra uma turma e não pra outra, então a aula do terceiro A ela é uma aula especifica pra lá, eu sei que o pessoal entende a linguagem Matemática, por que eu sei que eles estão entendendo, não posso fazer isso no terceiro B (...) por que era perda de tempo, perda de tempo e só iria complicar a situação, hoje eu vejo que a importância do professor não é dar aula é fazer com que o aluno entenda o assunto (...) então hoje eu sei que ele (o aluno) não tem culpa de não se interessar, por que se você colocar uma situação que a pessoa não entende uma virgula não tem como prender a atenção do aluno. Bem mais rápido, consegue andar mais rápido, você consegue caminhar mais rápido, por causa da facilidade da compreensão dos conceitos matemáticos, da ferramenta Matemática, é uma ferramenta que você vai poder utilizar, você usa a Matemática onde você pode....já que eu dou aula pra ensino médio, e mesmo pra faculdade...é a mesma coisa, em turmas que...eu tenho aluno lá que foi aluno da UFPE, e ele tem uma formação extremamente boa, e pra esse tipo de aluno você consegue andar mais rápido, por que você usa a ferramenta (...)".*
P6	*"no geral, o conteúdo, sim eu até tenho algumas turmas assim, no geral a abordagem do conteúdo eu do mesmo jeito, onde é que tá a grande diferença? Na abordagem de exercícios, por exemplo, quando você vai abordar exercício, as vezes tem exercício que*

	uma turma consegue fazer e outra não, quando eu vou resolver no quadro tem exercício que eu consigo resolver mais rápido, justamente por que eu não preciso fazer todo esse passo a passo de resgate dos cálculos e tudo mais, em outra turma não, eu demoro mais por que tem que fazer todo esse resgate de coisa que eles ou não aprenderam ou já esqueceram. Rapaz...geralmente a turma que tem um conhecimento matemático melhor tem um rendimento melhor, geralmente sim, mesmo na questão do conceito.
P7	*"Então, eu já me deparei com situações similares a isso, e assim quando eu era inexperiente, eu fazia do mesmo jeito, ai eu vi que eu tinha que começar a podar e a separar, não só de turma diferentes, mas dentro da mesma turma tem grupos de alunos bem avançados e outros bem atrasados, o que eu faço hoje em dia, vou pegar ideia de turma mesmo, se eu tenho uma turma muito avançada e outra muito atrasada, a turma que tá mais atrasada geralmente eu abordo eles com vídeo, com documentário ou algum experimento, pra criar uma intimidade maior com o conteúdo, pra depois fazer abordagem Matemática, ai quando eles já tem um conhecimento (...) ai eu venho com a Matemática, por que eles já estão familiarizados com Física, se a outra turma tiver uma base Matemática melhor ai eu já vou com a parte Matemática, talvez eu use os vídeos mais de link, pra poder também não ficar tão discrepante o ensino, mas eu já vou mais rápido pra parte Matemática. Então ai depende do nosso ponto de vista, na ideia da aprendizagem acho que é indiferente, por que assim, eu não preciso de certa maneira ter um aprofundamento em Matemática pra compreender os conceitos de Física, eu preciso da Matemática pra expressar algumas coisas em Física mas não tudo, eu não preciso, por exemplo, de Matemática pra conceituar as três leis de newton, então uma pessoa consegue simplesmente entender que a inércia é de um determinado jeito, ela consegue entender que a força quando age no corpo ele vai entrar em movimento (...) mas se a gente for pegar na ideia de como é a base de ensino da gente, a gente tem uma discrepância muito grande por que uma vez que hoje a gente quando vai cobrar Física pra eles (...) a gente cobra junto com Matemática então a turma que não sabe ou não tem base Matemática fica completamente pra trás, e acaba se achando que não sabe Física por que não sabe Matemática".*

ANEXO A – TEXTO RETIRADO DO LIVRO FÍSICA BÁSICA VOLUME 3

3.4 Fluxo e lei de Gauss

Vimos no curso de hidrodinâmica o conceito de *fluxo* ou *vazão* de um fluido através de uma superfície. No entorno de um ponto do fluido onde a velocidade é **v**, o

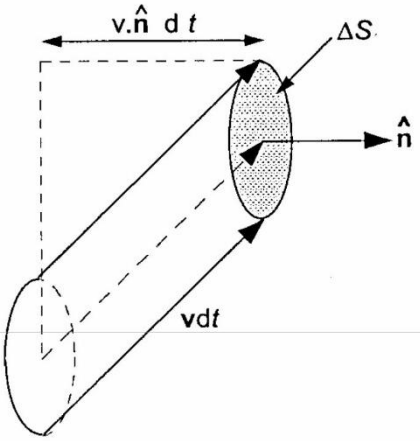


Figura 3.9 Volume de fluido que atravessa ΔS durante dt

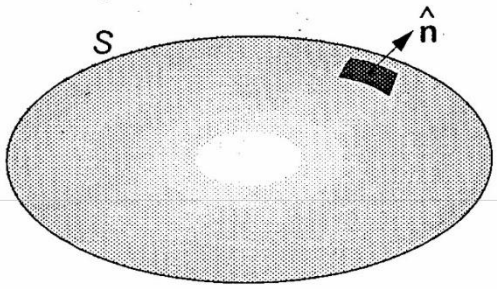


Figura 3.10 Superfície fechada S com normal externa $\hat{\mathbf{n}}$

volume de fluido que atravessa um elemento de superfície ΔS (cuja normal tem a direção $\hat{\mathbf{n}}$) durante um intervalo de tempo dt é o volume dv (fig. 3.9) contido num cilindro de base ΔS e geratriz $\mathbf{v}\,dt$ (altura $\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}}\,dt$), ou seja:

$$dv = (\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dt)\Delta S$$

O volume de fluido por unidade de tempo que se escoa através de ΔS (*fluxo*, vazão) é então

$$\mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, \Delta S$$

Em particular, se o fluido é incompressível, e se S é uma superfície fechada dentro da qual não há *fontes* nem *sorvedouros* de fluido, e $\hat{\mathbf{n}}$ é o versor da normal externa a S (fig.3.10),

$$\oint_S \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, dS = 0 \qquad (3.4.1)$$

onde $\oint_S$ significa integral estendida a toda a superfície fechada S. Isso eqüivale a dizer que o volume de fluido que sai através de S é igual ao que entra.

Por analogia com a hidrodinâmica, chama-se *fluxo* do campo elétrico através de um elemento de superfície ΔS (cujo versor da normal é $\hat{\mathbf{n}}$) a grandeza $\Delta\Phi$ definida por

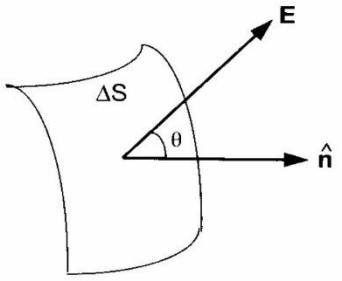


Figura 3.11 Fluxo através de ΔS

$$\Delta\Phi \equiv \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}}\, \Delta S = |\mathbf{E}| \cos\theta\, \Delta S \qquad (3.4.2)$$

onde θ é o ângulo entre $\mathbf{E}$ e $\hat{\mathbf{n}}$ (fig. 3.11).

Deve-se notar que:

(i) o elemento de superfície é *orientado*, ou seja, sua normal $\hat{\mathbf{n}}$ tem um sentido preferencial.

(ii) $\Delta\Phi$ é > 0 ou < 0 conforme θ seja agudo ou obtuso. Assim, na (3.4.1), contribuições positivas e negativas se cancelam.

(iii) A unidade de fluxo é $1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2 / \mathrm{C}$.

Fluxo devido a uma carga puntiforme

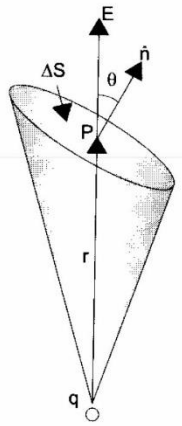


Figura 3.12 Fluxo devido a q

Para uma carga q puntiforme situada num ponto O, o campo $\mathbf{E}$ num ponto P de um elemento de superfície ΔS é dado por

$$\mathbf{E}(\mathbf{P}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\hat{\mathbf{r}}}{r^2} \qquad (3.4.3)$$

onde $\hat{\mathbf{r}} = \mathbf{r} / r$ é o versor de $\mathbf{OP}$ (fig. 3.12). O fluxo através de ΔS é então dado por

$$\Delta\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\Delta S \cos\theta}{r^2} \qquad (3.4.4)$$

onde $\cos\theta = \hat{\mathbf{r}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$.

Digressão sobre ângulo sólido

A expressão que aparece na (3.4.4)

$$\boxed{\Delta\Omega = \frac{\Delta S \cos\theta}{r^2}} \tag{3.4.5}$$

é o que se chama um *elemento de ângulo sólido*. Trata-se de uma extensão do conceito de ângulo plano expresso em radianos, cujas propriedades vamos discutir agora.

Num plano, o ângulo $\Delta\phi$ (em radianos) subtendido por um elemento de arco orientado Δl em relação a um ponto O, situado à distância r de Δl, é o mesmo que aquele associado ao arco de círculo Δs com centro em O, de raio r, compreendido entre as mesmas direções (fig. 3.13), ou seja,

$$\Delta\phi = \Delta s / r = \Delta l \cos\theta / r \tag{3.4.6}$$

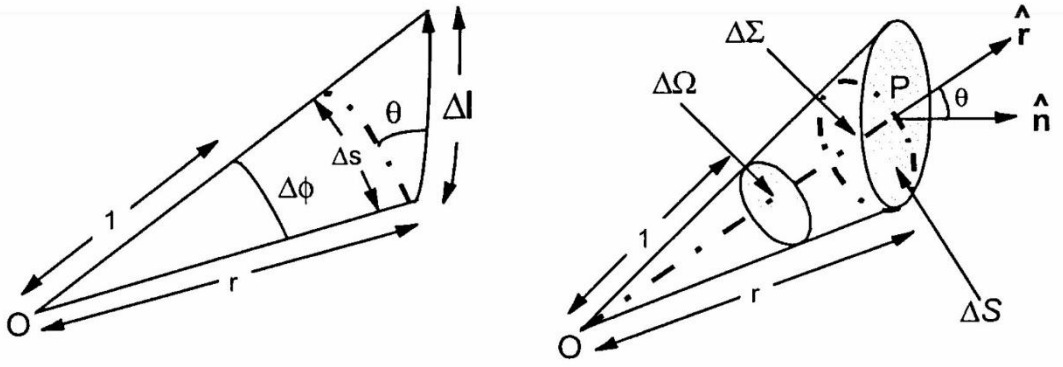


Figura 3.13 Comparação entre um ângulo plano $\Delta\phi$ (radianos) e um ângulo sólido $\Delta\Omega$ (esterradianos).

que pode ser positivo ou negativo, conforme a orientação do arco. Note-se que $\Delta\phi$ é o arco de um círculo de raio *unitário* compreendido entre essas direções: Δs é proporcional a r.

Analogamente, no espaço, o *ângulo sólido* $\Delta\Omega$ subtendido por um elemento de superfície orientado ΔS, com normal $\hat{\mathbf{n}}$, em relação a um ponto O, situado à distância r de ΔS, é o mesmo que para $\Delta\Sigma$, área correspondente da *esfera* de raio r compreendida dentro do mesmo cone de direções (fig. 3.13). Temos

$$\Delta\Sigma = \Delta S \cos\theta = \Delta S\,(\hat{\mathbf{n}} \cdot \hat{\mathbf{r}}) \tag{3.4.7}$$

onde $\hat{\mathbf{n}}$ e $\hat{\mathbf{r}}$ são as normais a ΔS e $\Delta\Sigma$, respectivamente, que crescem como r^2. Definimos assim

$$\Delta\Omega \equiv \Delta\Sigma / r^2 = \Delta S \cos\theta / r^2 \tag{3.4.8}$$

que se mede em *esterradianos*, e pode ser positivo ou negativo conforme θ seja agudo ou obtuso (o sinal muda com a orientação de $\hat{\mathbf{n}}$). Note-se que $|\Delta\Omega|$ é também a área de uma esfera *unitária* compreendida dentro do mesmo cone.

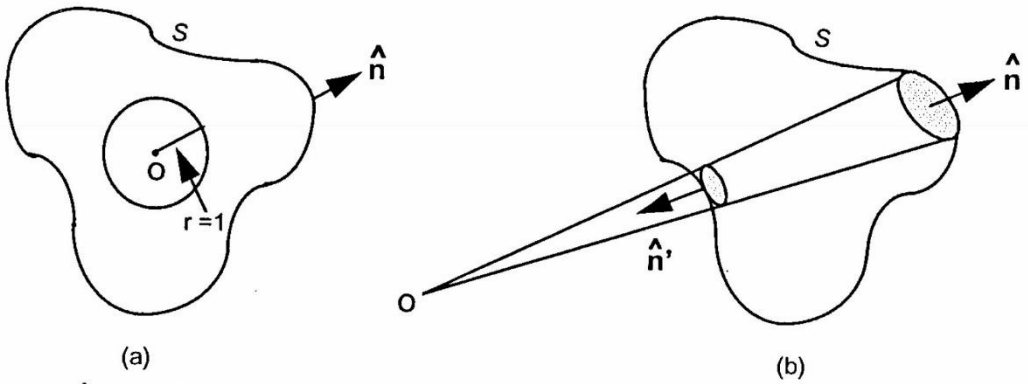


Figura 3.14 Ângulo sólido subtendido por uma superfície fechada *S* vista de um ponto O: (a) interno; (b) externo

Seja S uma superfície *fechada*, orientada em cada ponto (segundo a normal *externa* $\hat{\mathbf{n}}$).

Temos então, se O é um ponto *interno* a S [fig. 3.14 (a)], e $\oint_S$ representa a integral sobre a superfície S fechada,

$$\Omega = \oint_S d\Omega = 4\pi \quad \text{(O interno)} \tag{3.4.9}$$

pois esta é a área de uma superfície esférica de raio $r = 1$.

Por outro lado, se O é um ponto *externo* a S [fig. 3.14 (b)],

$$\oint_S d\Omega = 0 \qquad \text{(O externo)} \tag{3.4.10}$$

pois neste caso há duas intersecções e elementos correspondentes delas dão contribuições de mesmo módulo e sinais contrários ($\hat{\mathbf{n}}' = -\hat{\mathbf{n}}$).

Esses resultados sobre pontos internos e externos continuam valendo quando há mais de duas intersecções, como mostra a fig. 3.15 (contribuições adicionais em número par se cancelam).

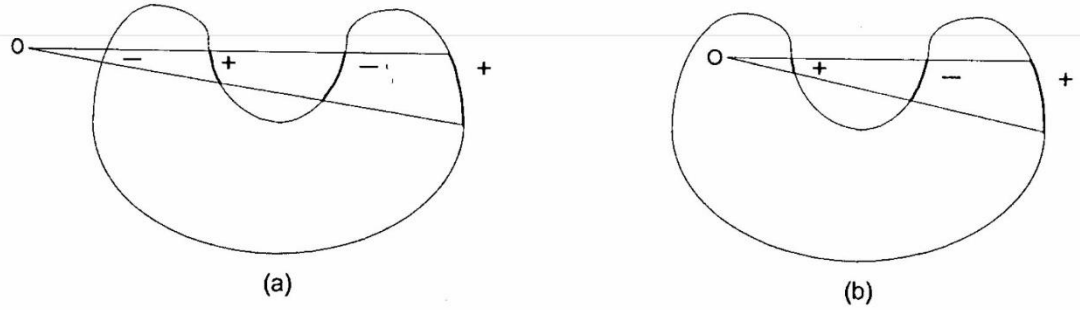


Figura 3.15 (a) Número par de intersecções, $\Omega = 0$; (b) Número ímpar de intersecções, $\Omega = 4\pi$

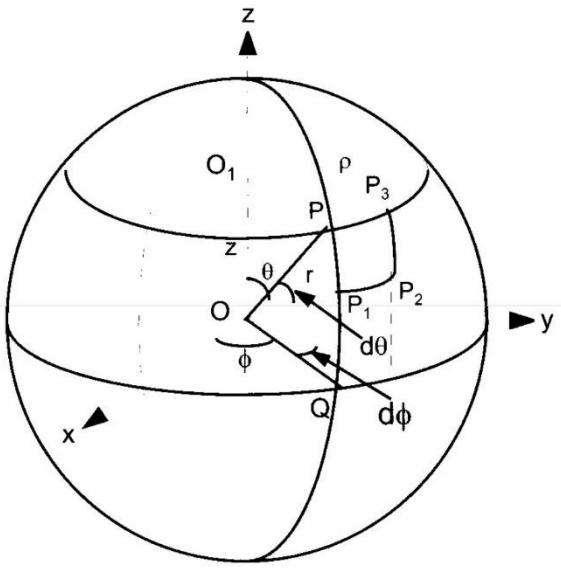


Figura 3.16 Elemento de área em coordenadas esféricas

O elemento de área dS sobre uma esfera de raio r, em coordenadas esféricas (fig. 3.16), é o produto dos arcos

$$\overset{\frown}{PP_1}\,(= r\,d\theta) \times \overset{\frown}{P_1P_2}\,(= r\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\phi)$$

o que dá

$$dS = r^2\,\mathrm{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi$$

e

$$d\Omega \equiv dS\,/\,r^2 = \mathrm{sen}\,\theta\,d\theta\,d\phi \qquad (3.4.11)$$

Essa expressão é importante em grande número de aplicações. Vamos usá-la, a título de exemplo, para calcular o ângulo sólido subtendido pelo círculo equatorial da esfera da fig. 3.16 com centro em O_1, de raio ρ, à distância $OO_1 = z$ do centro O. Para isso, basta integrar a expressão (3.4.11) sobre o domínio de variação das coordenadas esféricas ao longo desse círculo:

$$\Omega = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta} \mathrm{sen}\theta' d\theta' = 2\pi \quad \left[-\cos\theta'\right]_0^{\theta}$$

o que dá

$$\Omega = 2\pi\,(1 - \cos\theta) \qquad (3.4.12)$$

ou seja, usando o triângulo OO_1 P da fig 3.16,

$$\Omega = 2\pi\left[1 - \frac{z}{\left(\rho^2 + z^2\right)^{1/2}}\right] \qquad (3.4.13)$$

Comparando essa expressão com o resultado obtido no Ex. 2, Seç. 3.2, vemos que aquele resultado (com $D \mid \rho$ e $a \mid z$) corresponde a (Ω = ângulo sólido subtendido pelo disco em P)

$$|\mathbf{E}| = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{\Omega}{2\pi} = \frac{\sigma\Omega}{4\pi\varepsilon_0} \qquad (3.4.14)$$

A razão é simples. Na contribuição para o campo de um anel de largura infinitésima (figs. 3.4, 2.5), basta considerar, por simetria, a componente perpendicular, dada por (fig. 2.5)

$$|\mathbf{dE}_\perp| = |\mathbf{dE}|\cos\theta = \frac{\sigma\,dS\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{\sigma}{4\pi\varepsilon_0}\,d\Omega$$

Em particular, para um plano infinito, tem-se $\Omega = 2\pi$ acima do plano, $\Omega = -2\pi$ abaixo dele, o que leva à (3.2.6).

Terminada essa digressão sobre o conceito de ângulo sólido, voltemos à expressão (3.4.4) para o fluxo do campo de uma carga q puntiforme através de um elemento de superfície dS orientado com normal $\hat{\mathbf{n}}$. Vemos pela (3.4.4) que esse fluxo é

$$d\Phi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} d\Omega \tag{3.4.15}$$

onde $d\Omega$ é o ângulo sólido subtendido por dS, visto da posição da carga. O fluxo Φ_S através de uma superfície S fechada de normal externa $\hat{\mathbf{n}}$ é então, pelas (3.4.9) e (3.4.10),

$$\Phi_S = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \oint_S d\Omega = \begin{cases} q/\varepsilon_0 & \text{se } q \text{ está } \textit{dentro} \text{ de } S \\ 0 & \text{se } q \text{ está } \textit{fora} \text{ de } S \end{cases} \tag{3.4.16}$$

Todos esses resultados valem para o campo de uma carga q puntiforme.

Como qualquer distribuição de cargas pode ser decomposta em elementos de carga assimiláveis a cargas puntiformes, e o campo resultante, pelo princípio de superposição, é a soma dos campos de todos esses elementos, resulta então a *lei de Gauss*:

$$\boxed{\Phi_S \equiv \oint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{dS} = Q/\varepsilon_0} \tag{3.4.17}$$

onde

$$\boxed{\mathbf{dS} \equiv \hat{\mathbf{n}}\, dS} \tag{3.4.18}$$

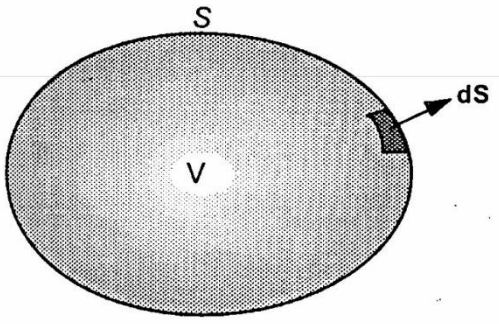


Figura 3.17 Superfície fechada S, com volume V interno e elemento de superfície orientado **dS**

é o *elemento de superfície orientado* associado à *normal externa* $\hat{\mathbf{n}}$ à superfície fechada S, e Q é a *carga total* contida dentro do volume V interno à superfície S (fig. 3.17). Daqui por diante, adotaremos sempre a abreviação (3.4.18).

Vemos assim que é possível detectar a presença de carga dentro de uma superfície fechada pelo *fluxo* do campo elétrico através desta superfície, da mesma forma que se pode detectar a presença de fontes (ou sorvedouros) de fluido dentro de uma superfície fechada medindo a *vazão total* do fluido através dela.

Dizemos assim que *as cargas são as fontes do campo eletrostático.*

ANEXO B – TEXTO RETIRADO DO LIVRO LIÇÕES DE FÍSICA DE FEYNMAN - VOLUME 2

4–5 O fluxo de *E*

Deduziremos, agora, uma equação de campo que depende específica e diretamente do fato da lei de força ser do tipo inverso do quadrado da distância. Que o campo varie inversamente com o quadrado da distância parece, para algumas pessoas, ser "apenas

natural", porque "este é o jeito com que as coisas se propagam". Pegue uma fonte luminosa irradiando: a quantidade de luz que passa através de uma superfície cortada por um cone com o ápice na fonte é a mesma, não importa em que raio esta superfície é colocada. Isto deve ser assim para que haja a conservação da energia luminosa. A quantidade de luz por unidade de área – a intensidade – deve variar com o inverso da área cortada pelo cone, ou seja, inversamente com o quadrado da distância da fonte. Certamente, o campo elétrico deve variar inversamente com o quadrado da distância pela mesma razão! Mas aqui não existe esta coisa de "a mesma razão". Ninguém pode dizer que o campo elétrico mede o fluxo de algo que, como a luz, deve ser conservada. *Se* tivermos um "modelo" de campo elétrico, no qual o vetor do campo elétrico represente a direção e a velocidade – quer dizer, a corrente – de algum tipo de pequenas "balas" que estão voando, *e* se nosso modelo requer que estas balas sejam conservadas, ou seja, que, uma vez disparada por uma carga, nenhuma delas possa jamais desaparecer, então teremos como afirmar que podemos "ver" que a lei do inverso do quadrado da distância é necessária. Por outro lado, deve haver alguma maneira de expressar matematicamente esta idéia física. Se o campo elétrico *fosse* como as balas atiradas que se conservam, então ele deveria variar inversamente com o quadrado da distância e nós devemos ser capazes de descrever este comportamento por uma equação – que é puramente matemática. Não há nada errado em pensar desta forma, desde que não digamos que o campo elétrico é *formado* por balas, mas compreendamos que estamos usando um modelo para nos ajudar a encontrar a matemática correta.

Suponha que imaginemos, por um momento, que o campo elétrico realmente represente o fluxo de alguma coisa que se conserva – em toda parte, isto é, exceto nas cargas (ele precisa começar em algum lugar!). Imaginamos que, seja lá o que for, está fluindo da carga para o espaço ao seu redor. Se $\boldsymbol{E}$ for o vetor de tal fluxo (como $\boldsymbol{h}$ é o vetor do fluxo de calor), ele deve ter uma dependência com $1/r^2$ próximo a uma fonte pontual. Desejamos agora usar este modelo para determinar como estabelecer a lei do inverso do quadrado da distância de uma forma mais profunda ou mais abstrata; no lugar de simplesmente dizer "inverso do quadrado" (você pode estar se perguntando por que desejaríamos evitar o enunciado de uma lei tão simples e ao invés disso, afirmar a mesma coisa de forma obscura mas diferente. Paciência! Isto se mostrará útil).

Perguntamos: O que é o "fluxo" de $\boldsymbol{E}$ através de uma superfície fechada arbitrária nas vizinhanças de uma carga pontual? Primeiramente, tomemos uma superfície simples – a mostrada na Figura 4–5. Se o campo $\boldsymbol{E}$ é como um fluido, o fluxo resultante por esta caixa deve ser zero. Isto é o que obtemos se por "fluxo" através da superfície entendermos a integral de superfície da componente normal de $\boldsymbol{E}$ – isto é, o fluxo de $\boldsymbol{E}$. Nas faces radiais, a componente normal vale zero. Nas faces esféricas, a componente normal E_n é simplesmente a magnitude de $\boldsymbol{E}$ – com sinal de menos para a face menor e de mais para a face maior. A magnitude de $\boldsymbol{E}$ decai com $1/r^2$, mas a área da superfície é proporcional a r^2, então, o produto é independente de r. O fluxo de $\boldsymbol{E}$ que entra na face a é simplesmente cancelado pelo fluxo que sai da face b. O fluxo total por S é zero, o que significa que, para esta superfície

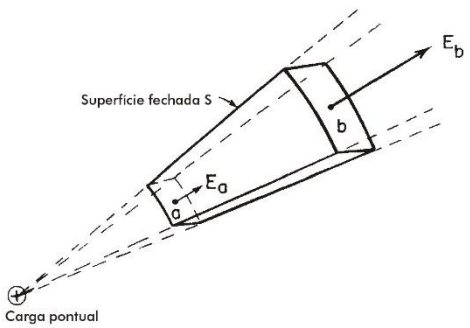


Figura 4–5 O fluxo de $\boldsymbol{E}$ pela superfície S é zero.

$$\int_S E_n \, da = 0. \tag{4.30}$$

Em seguida, mostraremos que as duas superfícies extremas podem ser inclinadas em relação a linha radial sem alterar a integral (4.30). Embora isto seja verdade em geral, para nossos propósitos é necessário apenas mostrar que isto é verdade quando estas superfícies extremas são pequenas, de forma que elas subentendam um ângulo pequeno a partir da fonte – na verdade, um ângulo infinitesimal. Na Figura 4–6, mostramos uma superfície S cujos "lados" são radiais, mas cujos "extremos" estão inclinados. Na figura, as superfícies externas não são pequenas, mas você deve imaginar uma situação com superfícies externas muito pequenas. Com isto, o campo $\boldsymbol{E}$ será suficientemente uniforme sobre a superfície, de modo que podemos usar apenas o seu valor no centro. Quando inclinamos a superfície de um ângulo θ, sua área aumenta por um fator de $1/\cos\theta$. Mas E_n, a componente de $\boldsymbol{E}$ normal à superfície, diminui por um fator de $\cos\theta$. O produto $E_n \, \Delta a$ permanece inalterado. O fluxo por toda a superfície S continua sendo zero.

Agora é fácil ver que o fluxo por um volume encerrado por uma superfície S *qualquer* deve ser zero. Todo volume pode ser imaginado como feito de pedaços, como os da Figura 4–6. A superfície será subdividida em pares de superfícies externas e como o fluxo através das faces de cada uma destas superfícies externas se cancela, o fluxo total pela superfície será zero. Esta idéia está ilustrada na Figura 4–7. Temos o resultado completamente geral que o fluxo de $\boldsymbol{E}$ através de *qualquer* superfície S no campo de uma carga pontual é zero.

Mas repare! Nossa prova funciona, apenas, se a superfície S *não envolver* a carga. O que aconteceria se a carga pontual estivesse *dentro* da superfície? Continuamos podendo dividir a nossa superfície em pares de áreas emparelhadas com as linhas radiais que partem da carga, como mostrado na Figura 4–8. O fluxo através de cada uma das duas superfícies continua sendo igual – pelo mesmo argumento de antes – mas agora estes fluxos possuem o *mesmo* sinal. O fluxo através de uma superfície que *envolve* uma carga *não é* zero. Então, quanto ele vale? Podemos descobrir usando um pequeno truque. Suponha que "removamos" a carga do "interior", circundando-a por uma superfície S' totalmente inserida na superfície original S, como mostrado na Figura 4–9. Agora, o volume encerrado *entre* as duas superfícies S e S' não possui nenhuma carga em seu interior. O fluxo total por esta superfície (incluindo aquele através de S') é zero, pelos argumentos dados anteriormente. Estes argumentos nos dizem, de fato, que o fluxo que *entra* no volume, através da superfície S' é o mesmo fluxo que sai através de S.

Podemos escolher qualquer forma que desejarmos para S'. Façamos, então, desta superfície, uma esfera centrada na carga, como na Figura 4–10. Com isto, podemos facilmente calcular o fluxo através de S'. Se o raio desta pequena esfera for r, o valor de $\boldsymbol{E}$ em qualquer ponto de sua superfície valerá

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2},$$

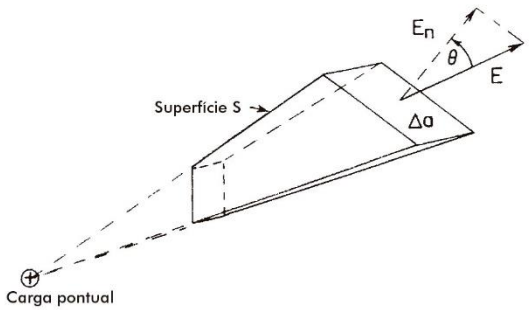


Figura 4–6 O fluxo de $\boldsymbol{E}$ pela superfície S é zero.

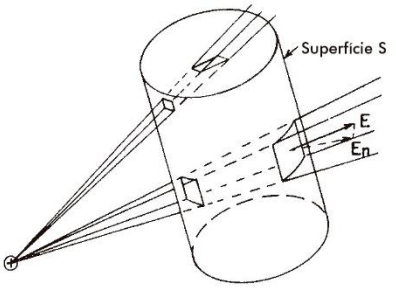


Figura 4–7 Qualquer volume pode ser pensado como sendo feito de cones infinitesimais truncados. O fluxo de $\boldsymbol{E}$ numa das extremidades de cada segmento cônico é igual e oposto ao fluxo pela outra extremidade. O fluxo total pela superfície S é, portanto, zero.

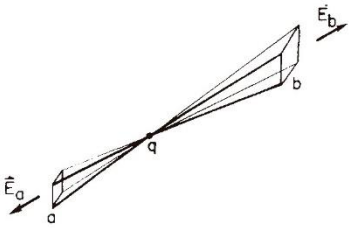


Figura 4–8 Se uma carga está dentro da superfície, o fluxo por esta superfície não é zero.

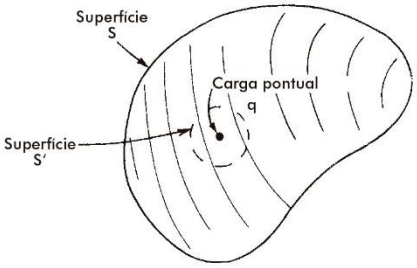


Figura 4–9 O fluxo através de S é o mesmo que o fluxo através de S'.

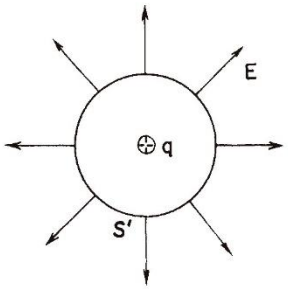


Figura 4–10 O fluxo através de uma superfície esférica contendo uma carga pontual q é q/ϵ_0.

e estará sempre na direção normal à superfície. Podemos encontrar o fluxo através de S' multiplicando esta componente normal de $\boldsymbol{E}$ pela área da superfície:

$$\text{Fluxo através da superfície } S' = \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\right)(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}, \tag{4.31}$$

um número que independe do raio da esfera! Sabemos, então, que o fluxo que sai da superfície S será também q/ϵ_0 – um valor independente da forma de S, desde que esta superfície tenha a carga em seu interior.

Podemos escrever nossas conclusões como segue:

$$\int_{\text{qualquer superfície S}} E_n\, da = \begin{cases} 0; & q \text{ fora de } S \\ \dfrac{q}{\epsilon_0}; & q \text{ dentro de } S \end{cases} \tag{4.32}$$

Retornemos à nossa analogia com as "balas" e vejamos se isto faz sentido. Nosso teorema afirma que o fluxo total de balas através de uma superfície é zero se esta superfície não encerra a arma que atira as balas. Se a arma estiver envolvida pela superfície, seja qual for o tamanho ou a forma desta superfície, o número de balas que a atravessa é o mesmo – este número é dado pela taxa com que as balas são lançadas pela arma. Tudo isto parece extremamente razoável para balas que se conservem. Mas, pode este modelo nos informar algo além daquilo que podemos extrair simplesmente escrevendo a Eq. (4.32)? Ninguém teve sucesso em fazer com que estas "balas" forneçam qualquer coisa além do produzido por esta lei. Além disso, elas não produzem nada além de erros. Esta é a razão pela qual, atualmente, preferimos representar o campo eletromagnético de uma forma puramente abstrata.

4–6 A Lei de Gauss; o divergente de E

Nosso belo resultado, a Eq. (4.32), foi provado para uma única carga pontual. Suponha agora que haja duas cargas, uma carga q_1 em um ponto e uma carga q_2 em outro. Este problema parece mais difícil. O campo elétrico, cuja componente normal devemos integrar para encontrar o fluxo, é produzido por ambas as cargas. Isto é, se $\boldsymbol{E}_1$ representa o campo elétrico que seria produzido apenas pela carga q_1 e $\boldsymbol{E}_2$, o campo elétrico produzido apenas pela carga q_2, o campo elétrico total será $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_1 + \boldsymbol{E}_2$. O fluxo através de qualquer superfície fechada S será

$$\int_S (E_{1n} + E_{2n})\, da = \int_S E_{1n}\, da + \int_S E_{2n}\, da. \tag{4.33}$$

O fluxo com as duas cargas presentes é o fluxo devido a uma das cargas mais o fluxo devido a outra carga. Se ambas as cargas estão fora de S, o fluxo através de S será zero. Se q_1 estiver dentro de S, mas q_2 estiver fora, então, a primeira integral fornecerá q_1/ϵ_0 e a segunda integral, zero. Se a superfície englobar ambas as cargas, cada uma dará sua contribuição e teremos que o fluxo será $(q_1 + q_2)/\epsilon_0$. A regra geral é, claramente, que o fluxo total por uma superfície fechada é igual ao total de cargas em seu *interior*, divido por ϵ_0.

Nosso resultado é uma importante lei geral do campo eletrostático, chamada lei de Gauss.

Lei de Gauss:

$$\int_{\substack{\text{qualquer superfície}\\ \text{fechada S}}} E_n\, da = \frac{\text{soma das cargas internas}}{\epsilon_0}, \tag{4.34}$$

ou

$$\int_{\substack{\text{qualquer superfície}\\ \text{fechada S}}} \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{n}\, da = \frac{Q_{\text{int}}}{\epsilon_0}, \tag{4.35}$$

onde

$$Q_{\text{int}} = \sum_{\text{dentro de } S} q_i. \tag{4.36}$$

Se descrevermos a localização das cargas em termos de uma densidade de cargas ρ, poderemos considerar que cada volume infinitesimal dV contém uma carga "pontual" $\rho\, dV$. A soma de todas as cargas será, então, a integral

$$Q_{\text{int}} = \int_{\substack{\text{volume} \\ \text{dentro de } S}} \rho\, dV. \tag{4.37}$$

Pela nossa dedução, você vê que a lei de Gauss decorre do fato do expoente na lei de Coulomb ser exatamente dois. Um campo com $1/r^3$, ou qualquer campo com $1/r^n$ com $n \neq 2$, não resultaria na lei de Gauss. Então, a lei de Gauss é apenas uma expressão, numa forma diferencial, da lei de Coulomb das forças entre as cargas. Na verdade, trabalhando a partir da lei de Gauss, podemos derivar a lei de Coulomb. As duas são completamente equivalentes, se mantivermos em mente a regra de que as forças entre as cargas são radiais.

Gostaríamos, agora, de escrever a lei de Gauss em termos de derivadas. Para isto, aplicamos a lei de Gauss a uma superfície cúbica infinitesimal. Mostramos, no Capítulo 3, que o fluxo de $\boldsymbol{E}$ por tal cubo é o $\nabla \cdot \boldsymbol{E}$ vezes o volume dV do cubo. A carga dentro do cubo, pela definição de ρ, é igual a $\rho\, dV$, então a lei de Gauss fornece

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E}\, dV = \frac{\rho\, dV}{\epsilon_0},$$

ou

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \tag{4.38}$$

A forma diferencial da lei de Gauss é a primeira de nossas equações fundamentais da eletrostática, Eq. (4.5). Mostramos que as duas equações da eletrostática, Eqs. (4.5) e (4.6), são equivalentes à lei de força de Coulomb. Consideraremos, agora, um exemplo simples do uso da lei de Gauss (muitos outros exemplos surgirão no futuro).