



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

ALEXANDRE RAMALHO ALBERTI

**MODELOS PARA APOIO À AVALIAÇÃO DE POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO  
PARA SISTEMAS DE PROTEÇÃO**

Recife

2020

ALEXANDRE RAMALHO ALBERTI

**MODELOS PARA APOIO À AVALIAÇÃO DE POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO  
PARA SISTEMAS DE PROTEÇÃO**

Tese de Doutorado apresentada à UFPE para a obtenção de grau de Doutor como parte das exigências do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção.

Área de Concentração: Pesquisa Operacional.

Orientador: Prof. Dr. Cristiano Alexandre Virgínio Cavalcante.

Recife

2020

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

A334m     Alberti, Alexandre Ramalho.  
              Modelos para apoio à avaliação de políticas de manutenção para sistemas de  
              proteção / Alexandre Ramalho Alberti. – 2020.  
              101 folhas, il., gráfs., tabs.

              Orientador: Prof. Dr. Cristiano Alexandre Virgínio Cavalcante.  
              Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.  
              Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2020.  
              Inclui Referências e Apêndice.

              1. Engenharia de Produção. 2. Manutenção. 3. Sistema de proteção. 4.  
              Avaliação de custo. 5. Avaliação de risco. 6. Qualidade da manutenção. 7.  
              Modelos de choque. I. Cavalcante, Cristiano Alexandre Virgínio.  
              (Orientador). II. Título.

UFPE

658.5 CDD (22. ed.)

BCTG/2020-42

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA  
DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE  
MESTRADO ACADÊMICO DE

**ALEXANDRE RAMALHO ALBERTI**

***“MODELOS PARA APOIO À AVALIAÇÃO DE POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO PARA  
SISTEMAS DE PROTEÇÃO”***

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do(a) primeiro(a), considera o(a) candidato(a) **ALEXANDRE RAMALHO ALBERTI, APROVADO(A)**.

Recife, 03 de fevereiro de 2020.

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Dr. Cristiano Alexandre Virgínio Cavalcante (Orientador)  
Universidade Federal De Pernambuco

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Caroline Maria de Miranda Mota (Examinadora Interna)  
Universidade Federal De Pernambuco

---

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Eduarda Asfora Frej (Examinadora Interna)  
Universidade Federal De Pernambuco

---

Prof. Dr. Gilberto Francisco Martha de Souza (Examinador Externo)  
Universidade de São Paulo

---

Prof. Dr. Nei Yoshihiro Soma (Examinador Externo)  
Instituto Tecnológico de Aeronáutica

## AGRADECIMENTOS

Começo agradecendo aos meus pais, Leonice e Luiz Henrique, e à minha irmã, Izabela, por todo o apoio que me deram. Não seria possível chegar aqui sem o apoio que minha família me deu ao longo de toda a minha vida.

Agradeço ao meu orientador, Professor Cristiano Cavalcante, por sua dedicação, que me proporcionou um grande aprendizado na pós-graduação. Sou muito grato à oportunidade que tive de ter um bom orientador e com quem tive uma boa relação: isso faz uma grande diferença. Agradeço também à equipe do RANDOM (Grupo de Pesquisa em Risco e Análise de Decisão em Operações e Manutenção), pela amizade e pelo compartilhamento de experiências e conhecimento, muito do meu aprendizado se deu nesse processo.

Agradeço aos professores e amigos do PPGEF-UFPE, pelo grande apoio e incentivo que me deram nessa jornada. Agradeço também a todos os amigos que me acompanharam ao longo da pós-graduação, seja presencialmente ou a distância.

Agradeço à banca examinadora, pelas valiosas contribuições para a elaboração desta tese.

Agradeço à FACEPE (Fundação de Amparo à Ciência e Tecnologia do Estado de Pernambuco) pelas bolsas concedidas, que permitiram que eu me dedicasse tanto ao mestrado quanto ao doutorado, e também agradeço ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) e à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro que concederam ao PPGEF, do qual pude desfrutar seja direta ou indiretamente.

Por fim, agradeço a todos aqueles que me deram suporte e me inspiraram força e determinação nesse processo de transformação que é a pós-graduação, mesmo em um cenário de desvalorização e tentativa de desmoralização da educação superior pública brasileira por parte da sociedade e por setores do atual governo.

## RESUMO

Sistemas de proteção frequentemente exercem um papel importante na redução de riscos, atuando na contenção de eventos críticos e de natureza estocástica, que podem levar a perdas severas caso não sejam contidos. Para que se exerça bem esse papel, é importante garantir um nível satisfatório de disponibilidade para sistemas dessa natureza; posto isso, é de grande importância o planejamento adequado das políticas de manutenção. A pesquisa operacional pode prover um suporte valioso para tal planejamento, por meio do uso de modelos matemáticos para a obtenção de orientações para a tomada de decisões. Nesse sentido, o presente trabalho apresenta contribuições para o estudo de políticas de manutenção para sistemas de proteção, que foram motivadas por estudos de caso sobre sistemas reais. Primeiro, são propostos um modelo e uma abordagem para otimização de uma política híbrida de inspeção e manutenção preventiva, motivados por um estudo de caso sobre manutenção de válvulas de fechamento utilizadas em redes urbanas de coleta e transporte de esgoto. O modelo, baseado no conceito *delay-time*, permite analisar o impacto de um amplo conjunto de aspectos de qualidade da manutenção que foram observados no estudo de caso, para estimar o desempenho de uma política em termos de taxa de custo e taxa de demandas não atendidas, sendo que esta última medida pode ser entendida como uma medida de risco. Para a definição de políticas de manutenção nesse contexto, é proposta uma abordagem de otimização de custo sob restrição de risco, que permite tratar de maneira mais adequada situações onde há preocupação com perdas em dimensões críticas de natureza não financeira. Em seguida, partindo da percepção de que o acionamento de um sistema de proteção para contenção de demanda pode agir como um choque sobre o mesmo, contribuindo para o aumento do seu nível de deterioração, é proposta uma nova política de manutenção que considera não apenas a idade do sistema, como também o número de demandas atendidas, como parâmetros para a tomada de decisões sobre manutenção. A referida política é modelada e analisada, tendo como base um modelo de falha baseado no conceito de processo *shot-noise*. Aplicações numéricas são apresentadas mostrando como os modelos propostos podem ser utilizados para obter orientações para a tomada de decisões. Vale destacar as vantagens da nova política proposta em comparação a suas variações mais simples, já exploradas na literatura, conforme verificado por meio de uma aplicação numérica.

Palavras-chave: Manutenção. Sistema de proteção. Avaliação de custo. Avaliação de risco. Qualidade da manutenção. Modelos de choque.

## ABSTRACT

Protection systems often play an important role in reducing risks, acting to contain critical and stochastic events, which can lead to severe losses, or even disaster, if not contained. In order to play this role well, it is important to guarantee a satisfactory level of availability for such systems; thereby, proper planning and the correct implementation of maintenance policies are very important. Operational research can provide valuable support for maintenance planning, through the use of mathematical models to obtain guidance for decision making. In this sense, this work presents some contributions to the study of maintenance policies for protection systems, which were motivated by case studies on maintenance of real systems. First, a model and approach are proposed to optimize a hybrid inspection and preventive maintenance policy, motivated by a case study on maintenance of shut-off valves used in urban sewage collection and transportation networks. The model, based on the delay-time concept, allows for considering a wide range of aspects of maintenance quality that were observed in the case study to estimate the performance of a policy in terms of cost rate and rate of unmet demands, the latter measure can be understood as a risk measure. For the definition of maintenance policies in this context, a risk constrained cost optimization approach is proposed, which allows for dealing more properly with situations where there is a concern on losses in non-financial critical dimensions such as, in the case studied, the environmental dimension. Following, a new maintenance policy is proposed that considers the system age and the number of demands met as parameters for decision making on preventive maintenance. The policy was motivated by the perception that the activation of a protection system for demand containment can act as a shock on it, contributing to the increase of its level of deterioration. This maintenance policy is modeled and analyzed, considering a failure model based on the shot-noise process concept. Numerical applications are presented throughout the work, showing how the proposed models can be used to obtain important guidelines for decision making in maintenance planning. It is worth to highlight the advantages of the proposed new policy in comparison to its simpler variations that have been already explored in the literature, as verified through a numerical application.

Keywords: Maintenance. Protection system. Cost evaluation. Risk evaluation. Maintenance quality. Shock models.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	9
1.1	OBJETIVOS.....	11
1.1.1	<b>Objetivo geral</b> .....	11
1.1.2	<b>Objetivos específicos</b> .....	11
1.2	METODOLOGIA .....	12
1.3	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	12
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	13
2.1	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....	13
2.1.1	<b>Sistemas de proteção</b> .....	13
2.1.2	<b>Manutenção e confiabilidade</b> .....	14
2.1.2.1	Tipos de manutenção.....	15
2.1.2.2	Planejamento da manutenção .....	16
2.1.2.3	Medidas de confiabilidade.....	18
2.1.2.4	O conceito delay-time .....	19
2.1.2.5	Choques e processo shot-noise.....	21
2.1.2.6	Qualidade da manutenção .....	23
2.1.3	<b>Risco</b> .....	25
2.1.4	<b>Processo de Poisson</b> .....	26
2.2	REVISÃO DA LITERATURA.....	28
2.3	SÍNTESE CONCLUSIVA E POSICIONAMENTO DESTE TRABALHO NO ESTADO DA ARTE .....	32
<b>3</b>	<b>MODELO E ABORDAGEM PARA DEFINIÇÃO DE POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO PARA SISTEMAS DE PROTEÇÃO SUJEITOS A MANUTENÇÃO IMPERFEITA</b> .....	35
3.1	MOTIVAÇÃO.....	35
3.2	NOTAÇÃO .....	38
3.3	MODELO MATEMÁTICO .....	40
3.3.1	<b>Descrição do sistema e política de manutenção</b> .....	40
3.3.2	<b>Pressupostos do modelo</b> .....	41
3.3.3	<b>Uma discussão sobre os pressupostos e o procedimento de modelagem</b> .....	42

<b>3.3.4</b>	<b>Desenvolvimento do modelo</b> .....	44
3.3.4.1	Desenvolvimento matemático dos cenários .....	46
3.3.4.2	Unindo os cenários .....	56
3.3.4.3	Cálculo das medidas de desempenho .....	56
3.3.4.4	Possíveis adaptações do modelo.....	57
3.4	<b>UMA ABORDAGEM PARA DEFINIÇÃO DE POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO</b> .....	57
3.5	<b>APLICAÇÃO NUMÉRICA</b> .....	58
<b>3.5.1</b>	<b>Especificação dos parâmetros (caso base)</b> .....	59
<b>3.5.2</b>	<b>Resultados e discussão</b> .....	59
3.6	<b>SÍNTESE CONCLUSIVA</b> .....	63
<b>4</b>	<b>PROPOSIÇÃO DE UMA POLÍTICA DE MANUTENÇÃO PARA SISTEMAS DE PROTEÇÃO SUJEITOS A CHOQUES NO ATENDIMENTO DE DEMANDAS</b> .....	65
4.1	<b>MOTIVAÇÃO</b> .....	65
4.2	<b>NOTAÇÃO</b> .....	68
4.3	<b>DESCRIÇÃO DO SISTEMA</b> .....	69
4.4	<b>PROPOSIÇÃO DE UMA POLÍTICA DE MANUTENÇÃO</b> .....	70
4.5	<b>DESENVOLVIMENTO DO MODELO</b> .....	72
<b>4.5.1</b>	<b>Pressupostos do modelo</b> .....	72
<b>4.5.2</b>	<b>O modelo de falha</b> .....	72
<b>4.5.3</b>	<b>O modelo da política de manutenção</b> .....	74
4.5.3.1	Desenvolvimento matemático dos cenários .....	76
4.5.3.2	Unindo os cenários e calculando medidas de desempenho.....	79
4.5.3.3	Possíveis adaptações do modelo.....	80
4.6	<b>APLICAÇÃO NUMÉRICA</b> .....	80
<b>4.6.1</b>	<b>Especificação dos parâmetros do modelo</b> .....	80
<b>4.6.2</b>	<b>Resultados e discussão</b> .....	81
<b>4.6.3</b>	<b>Síntese dos resultados e comentários</b> .....	86
4.7	<b>SÍNTESE CONCLUSIVA</b> .....	86
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	88
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	92
	<b>APÊNDICE A – Modelo De Falha Baseado Em Processo <i>Shot-Noise</i></b> .....	98

## 1 INTRODUÇÃO

Sistemas de proteção usualmente permanecem inativos durante períodos de operação normal, e só são requeridos a funcionar diante de demandas específicas, tipicamente eventos de emergência. Por conta disso, sistemas dessa natureza apresentam falhas ocultas, que só podem ser identificadas através de inspeções, ou quando ocorre uma demanda, sendo que este último caso resulta em demanda não atendida, evento este que frequentemente representa uma situação crítica com consequências negativas (CAVALCANTE, SCARF & DE ALMEIDA, 2011).

Exemplos diversos têm sido apresentados na literatura, evidenciando a importância de sistemas de proteção em diferentes contextos: Berrade, Cavalcante & Scarf (2012), por exemplo, apresentaram o exemplo de um equipamento de segurança utilizado em uma linha de produção de bebidas, responsável por evitar o desalinhamento de uma máquina que é responsável por cortar, formatar e selar embalagens flexíveis: tal desalinhamento faz com que essa máquina seja danificada de forma irreversível, incorrendo em grande custo para a empresa. Já Alberti *et al.* (2018a) apresentaram o exemplo de válvulas de isolamento utilizadas em redes de distribuição de água: tais equipamentos são requisitados quando é necessário isolar um determinado segmento da rede de distribuição, seja para a manutenção de um duto quebrado ou contenção de um evento de contaminação: a falha de uma ou mais válvulas diante de uma demanda significa maior custo para implementação de um novo plano de isolamento, e o tempo a mais requerido para execução de tal plano pode implicar em maior perda de água ou até mesmo em um maior espalhamento de um agente contaminante na rede. Cavalcante, Scarf & Berrade (2019), por sua vez, abordaram como exemplo o sistema de defesa contra inundações do rio Tâmisa em Londres, cuja falha diante de uma situação crítica pode significar um custo da ordem de bilhões de libras esterlinas para o governo britânico. Outros exemplos de sistemas de proteção são alarmes, airbags automotivos, sistemas de proteção contra incêndios e freios de emergência. Observa-se que, em diversos contextos, o não atendimento de uma demanda por conta da falha do sistema de proteção pode resultar em perdas severas ou até mesmo em um desastre, por isso a importância do planejamento adequado da manutenção de sistemas dessa natureza (CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019).

O processo de planejamento da manutenção envolve a obtenção de respostas para algumas questões importantes: quais são os tipos de ação mais apropriados para o sistema em estudo? Com que frequência essas ações devem ser realizadas? Que recursos devem ser utilizados na sua execução? (DE ALMEIDA *et al.*, 2015). Responder a estas questões pode ser

algo um tanto complicado, e a pesquisa operacional pode prover um suporte valioso para esse processo, por meio do uso de modelos matemáticos para obtenção de orientações para a tomada de decisões (AVEN & JENSEN, 1999).

Neste trabalho são apresentadas algumas contribuições para a modelagem, análise e otimização de políticas de manutenção para sistemas de proteção, que foram motivadas por estudos de caso sobre manutenção de sistemas de proteção reais, onde foram verificadas algumas oportunidades de contribuição para o estado da arte nesse assunto, conforme detalhado abaixo.

Primeiro, no Capítulo 3, são apresentados um modelo e uma abordagem para avaliação de políticas de manutenção para sistemas de proteção sujeitos a manutenção imperfeita, que foram motivados por um estudo de caso sobre manutenção de válvulas de fechamento utilizadas em redes urbanas de coleta e transporte de esgoto. O modelo, baseado no conceito *delay-time*, permite considerar um amplo conjunto de aspectos de qualidade da manutenção, que foram observados no estudo de caso, para estimar o desempenho de uma política híbrida de inspeção e manutenção preventiva em termos de taxa de custo e taxa de demandas não atendidas, sendo a última uma medida que pode ser interpretada como uma medida de risco. É então proposto o uso do modelo para a definição de políticas de manutenção considerando uma abordagem de otimização de custo sob restrição de risco, que é adequada para incorporar nesse processo requisitos de segurança ambiental, que são importantes no contexto que foi estudado. Uma aplicação numérica é apresentada de modo a mostrar como o modelo e a abordagem podem ser utilizados para obter orientações para a definição de políticas de manutenção, e também para avaliar cenários de investimento em manutenção de maior qualidade. É importante ressaltar que, embora tenham sido motivadas por um contexto específico, as contribuições apresentadas são de natureza mais geral, e podem ser úteis para apoiar a tomada de decisões sobre manutenção de outros tipos de sistemas de proteção.

Na sequência, no Capítulo 4, é proposta uma nova política de manutenção para sistemas de proteção que considera não apenas a idade do sistema como também o número de demandas atendidas como variáveis de decisão para a definição de quando devem ser realizadas ações de manutenção. Tal política foi concebida a partir da percepção de que os acionamentos de sistemas de proteção para atendimento de demandas podem atuar como choques, contribuindo para o aumento da deterioração do sistema (FINKELSTEIN & CHA, 2013). Um modelo matemático é apresentado para estimar o desempenho da política proposta (também em termos

de taxa de custo e taxa de demandas não atendidas), e tem como base um modelo do processo de falha onde o efeito dos choques é modelado por meio da taxa de falha do sistema. Uma aplicação numérica é apresentada, com uma ampla análise de resultados, demonstrando as vantagens que essa política pode ter em comparação a suas variantes mais simples, que já vêm sendo exploradas na literatura. A abordagem feita no Capítulo 4 é inédita no contexto de sistemas de proteção, e tem um forte apelo prático (vide discussão apresentada no referido capítulo) dando abertura para a realização de novas pesquisas nesse campo.

Este trabalho traz, então, contribuições em diferentes sentidos para o estudo de políticas de manutenção para sistemas de proteção.

## 1.1 OBJETIVOS

Nesta seção são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos deste trabalho.

### 1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é apresentar contribuições para o processo de avaliação de políticas de manutenção para sistemas de proteção, por meio da apresentação de modelos matemáticos e abordagens de análise para apoiar tal processo, desenvolvidos conforme necessidades e oportunidades de contribuição observadas no estudo de contextos reais.

### 1.1.2 Objetivos específicos

Para atingir o objetivo geral, buscou-se alcançar os seguintes objetivos específicos:

- Investigar aspectos relevantes para o planejamento da manutenção de sistemas de proteção através de revisão da literatura e da observação de contextos reais;
- Investigar aspectos relevantes relacionados ao processo de deterioração e falha de sistemas de proteção;
- Definir formatos de políticas de manutenção que sejam adequados para sistemas dessa natureza;
- Desenvolver modelos matemáticos para estimação do desempenho das políticas de manutenção propostas em termos de custo e de perdas de outras naturezas, levando em consideração os aspectos observados;
- Propor uma abordagem de análise que permita considerar requisitos de segurança das operações;

- Realizar aplicações numéricas e investigar possíveis tendências nos resultados, fazendo comparações com outros resultados disponíveis na literatura ou neste mesmo trabalho.

## 1.2 METODOLOGIA

Este trabalho foi desenvolvido a partir de observações feitas em uma pesquisa sobre manutenção de sistemas de proteção, em continuidade ao estudo de caso que foi apresentado em Alberti *et al.* (2018a,b). A partir dessas observações, foram desenvolvidas novas contribuições para a literatura nessa área, que são apresentadas nos próximos capítulos.

Para a proposição de políticas de manutenção e desenvolvimento dos modelos matemáticos, foram levados em consideração os seguintes aspectos, destacados por Turban (1967):

- Atratividade: os modelos devem representar a realidade tão bem quanto possível e apresentar soluções robustas, sem exigir um esforço computacional impraticável;
- Competividade: os modelos devem ser capazes de apresentar resultados mais completos que os de outras alternativas disponíveis, e as políticas devem apresentar resultados atrativos;
- Comunicação: para a efetividade de sua aplicação, é importante a proposição de políticas que sejam fáceis de ser compreendidas e implementadas na prática.

Com base em suas características, a presente pesquisa pode ser classificada como: quantitativa, visto que explora as relações entre causas e efeitos por meio da aplicação de modelos matemáticos, e aplicada, dada a motivação e o interesse práticos (MARCONI & LAKATOS, 1985; MARTINS, 2012).

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta tese está estruturada em cinco capítulos: no próximo capítulo, Fundamentação Teórica e Revisão da Literatura, são apresentados os conceitos que fundamentaram o desenvolvimento desta pesquisa, e uma revisão da literatura sobre manutenção de sistemas de proteção. No Capítulo 3 e no Capítulo 4 são apresentadas as contribuições principais deste trabalho, conforme descrito no início deste capítulo. Por fim, no Capítulo 5 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO DA LITERATURA

O objetivo deste capítulo é apresentar os principais conceitos teóricos que sustentaram o desenvolvimento desta pesquisa e uma revisão da literatura sobre manutenção de sistemas de proteção.

### 2.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundamentação teórica deste trabalho explana os principais conceitos relacionados aos seguintes tópicos: sistemas de proteção, manutenção e confiabilidade, risco e processo de Poisson.

#### 2.1.1 Sistemas de proteção

Sistemas de proteção frequentemente exercem um papel importante na contenção dos efeitos de incidentes indesejados e aleatórios. Tais sistemas usualmente permanecem inativos durante períodos de operação normal do processo produtivo principal e só são requeridos a funcionar diante de demandas específicas, tipicamente eventos de emergência. Conseqüentemente, sistemas dessa natureza apresentam falhas ocultas, que só podem ser detectadas através de inspeções ou em eventos de demanda (ALBERTI *et al.*, 2018a).

Alarmes, freios de emergência, sistemas de proteção contra incêndios e desfibriladores são alguns exemplos clássicos de sistemas de proteção. Observa-se que, dependendo do contexto, a não contenção de uma demanda por conta da ausência ou falha de um sistema de proteção pode resultar em perdas severas ou até mesmo em um desastre. Sistemas de proteção exercem, portanto, um papel crucial na prevenção ou redução de perdas, e para que exerçam bem esse papel, é necessário prover um nível satisfatório de disponibilidade para os mesmos, por isso a importância da implementação de uma política de manutenção apropriada (CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019).

Alguns sistemas de proteção específicos podem apresentar modos de falha alternativos, por exemplo: válvulas de isolamento utilizadas em redes de distribuição de água (ALBERTI *et al.*, 2018a), podem apresentar um modo de falha no qual não é possível fazer a sua reabertura após um fechamento realizado para contenção de uma demanda. Já no caso de sistemas de proteção utilizados para isolar componentes danificados em redes de distribuição de energia, um possível modo de falha é o acionamento indevido em situações que não caracterizam uma demanda real, levando ao isolamento desnecessário de parte da rede (VERMEULEN,

RIJANTO & VAN DER DUYN SCHOUTEN, 1998). No entanto, o modo de falha mais crítico para sistemas de proteção, e que tem recebido a maior atenção da literatura sobre o assunto, especialmente no que concerne à modelagem de políticas de manutenção, diz respeito às falhas ocultas que impedem o acionamento para atendimento de demandas, conforme observado na revisão da literatura apresentada na Seção 2.2.

Cabe pontuar as diferenças entre sistemas de proteção e dois outros importantes tipos de sistemas que têm recebido atenção da literatura sobre manutenção, a saber: sistemas críticos e sistemas de *standby*. Em sistemas críticos, as falhas são pronunciadas, isto é, são detectadas assim que ocorrem, uma vez que levam a parada de um processo: este é o caso da maioria dos sistemas de manufatura. Em sistemas de proteção e sistemas de *standby*, as falhas podem ser ocultas, pois tais sistemas não são de uso contínuo, de modo que inspeções podem ser necessárias para detectar falhas. O que os diferencia é o seguinte: sistemas de *standby* usualmente são utilizados como sistemas redundantes, e são colocados em operação quando o sistema principal falha e são mantidos operando até o completamento de uma missão, um bom exemplo são componentes redundantes utilizados em aeronaves, que são utilizados para substituir componentes que venham a falhar até o término de um voo (missão). Sistemas de proteção, por outro lado, tem como função a contenção momentânea de demandas assim que estas ocorrem, e sua operação pode ser caracterizadas como um processo aproximadamente pontual (WEI *et al.*, 2018; CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019). Na língua portuguesa, o termo “sistemas de prontidão” pode ser adequado tanto para sistemas de proteção quanto para sistemas de *standby*, uma vez que estes permanecem inativos durante as condições normais de operação e se espera que este estejam de prontidão, isto é, disponíveis para o caso de serem requeridos a funcionar.

### **2.1.2 Manutenção e confiabilidade**

A manutenção pode ser definida como a “[c]ombinação de todas as ações técnicas e administrativas, incluindo as de supervisão, destinadas a manter ou recolocar um sistema em um estado no qual possa desempenhar uma função requerida” (NBR 5462/1994). A gestão da manutenção lida com processos de natureza estocástica, que podem levar sistemas técnicos a um estado de falha no qual não é possível cumprir a sua função em conformidade com requisitos pré-estabelecidos (NAKAGAWA, 2005).

Falhas podem ocorrer devido a fatores diversos, e podem ser classificadas em três tipos principais, de acordo com os mecanismos predominantes que levam a sua ocorrência (DE ALMEIDA et al., 2015):

- Falhas precoces: ocorrem principalmente devido a defeitos de fabricação ou erros de projeto ou configuração do sistema. Tendem a ocorrer com maior frequência na fase inicial de operação do sistema, e a sua prevenção envolve ações que devem ser realizadas antes do início da operação.
- Falhas casuais: ocorrem de forma completamente aleatória, normalmente devido a fatores externos ao sistema. Tendem a ocorrer com uma taxa de incidência aproximadamente constante ao longo do tempo, e a sua prevenção pode envolver o controle e monitoramento de variáveis externas ao sistema, como por exemplo, a qualidade do material processado.
- Falhas por desgaste: ocorrem principalmente devido ao desgaste ou envelhecimento do sistema. Tendem a ocorrer com maior frequência quanto maior a idade do sistema, e ações de manutenção preventiva podem ser efetivas para reduzir a sua incidência.

Os sistemas técnicos, por sua vez, podem ser classificados como reparáveis, quando com ações de reparo é possível recuperá-los de um estado de falha, retomando a sua funcionalidade, e não reparáveis, quando para isso é necessário proceder com a sua substituição (NAKAGAWA 2005).

Sistemas técnicos frequentemente representam uma proporção importante do capital de organizações, e a crescente dependência de sistemas dessa natureza para a produção de bens e/ou prestação de serviços tem levados as organizações a dar mais importância para a gestão da manutenção. Com isso, tem havido cada vez mais interesse no desenvolvimento e implementação de boas estratégias de manutenção, com o objetivo de aumentar a confiabilidade e reduzir os custos da operação de sistemas (WANG, 2002).

Nas subseções a seguir são apresentados os tipos básicos de manutenção e uma visão geral do processo de planejamento da manutenção, e na sequência é feita uma exposição dos principais conceitos que embasaram o desenvolvimento deste trabalho.

#### 2.1.2.1 Tipos de manutenção

A norma NBR 5462/1994 destaca três tipos básicos de manutenção, a saber:

- Manutenção corretiva: procedimento realizado após a ocorrência da falha, com o objetivo de colocar o sistema em operação novamente.

- Manutenção preventiva: ações planejadas que tem por objetivo prevenir a ocorrência de falhas e reverter o processo de deterioração do sistema.
- Manutenção preditiva: ações planejadas definidas com base no monitoramento do estado do sistema.

A manutenção preditiva pode ser entendida como um tipo de manutenção preventiva que se vale de técnicas de análise e monitoramento do estado do sistema para definir sobre a realização ou o adiamento de intervenções de manutenção. O termo “manutenção preventiva”, de uma forma mais ampla, também se refere a ações que são planejadas somente com base no monitoramento do tempo, seja tomando como referência o tempo de operação do sistema ou o tempo de calendário (DING & KAMARUDDIN, 2015). O desenvolvimento tecnológico tem contribuído para a disseminação da manutenção preditiva, com a concepção de tecnologias que permitem fazer acompanhamentos pontuais ou contínuos do estado de sistemas com um grau razoável de precisão e custo viável (ALASWAD & XIANG, 2016).

Uma política de manutenção é o que define quais tipos de ações devem ser realizadas, e quando devem ser realizadas. Políticas de manutenção podem ser agrupadas em duas categorias principais: políticas de manutenção corretiva, caracterizadas por serem basicamente reativas, indicando ações apenas em resposta a ocorrência de falhas; e políticas de manutenção preventiva, que são mais proativas e estabelecem um conjunto de condições mais amplo para a tomada de decisões sobre a manutenção do sistema, incluindo a possibilidade de intervenções preventivas (DING & KAMARUDDIN, 2015). Ding & Kamaruddin (2015) ainda consideram uma terceira categoria, de políticas que consideram a manutenção a um nível estratégico na organização, mas esta diz mais respeito à visão organizacional sobre a manutenção do que propriamente ao seu *modus operandi*.

#### 2.1.2.2 Planejamento da manutenção

De acordo com Almeida *et al.* (2015), o processo de planejamento da manutenção de um sistema pode ser resumido em três fases principais, que de modo resumido consistem na obtenção de respostas para as seguintes perguntas:

- Quais ações de manutenção são adequadas para o sistema em estudo?
- Com que frequência essas ações devem ser realizadas?
- Com que recursos?

Para a definição dos tipos de ação que são adequados para o sistema em estudo, é necessário levar em consideração aspectos relacionados ao seu processo de deterioração e falha,

às suas características operacionais, e também ao ambiente onde se encontra inserido: ações de manutenção preventiva baseada na idade, por exemplo, são adequadas para sistemas que apresentam falhas devido a desgaste e envelhecimento, cuja incidência tende a aumentar com o envelhecimento do sistema (DE ALMEIDA *et al.*, 2015). Ações de inspeção, por sua vez, são adequadas para situações onde é possível, por meio de inspeções, obter informações que sejam úteis para embasar tomadas de decisão sobre manutenção: no caso de sistemas críticos, por exemplo, a possibilidade de identificar um estado de defeito anterior à falha justifica a prática de inspeções (CHRISTER & WALLER, 1984); já no caso de sistemas de proteção, inspeções são necessárias até mesmo para a identificação de falhas, pois nesse contexto as falhas podem ser ocultas (VAURIO, 1999). Já ações de manutenção oportuna são possíveis quando o ambiente onde o sistema está inserido gera situações que são oportunas para a sua manutenção, com possibilidades de economias em termos de custo e tempo. Tais oportunidades podem surgir, por exemplo, a partir da falha de outros equipamentos da mesma planta ou em períodos de baixa demanda de produção (GENG, AZARIAN & PECHT, 2015). A partir da definição dos tipos de ação que são adequadas para o sistema em estudo, é possível definir possíveis formatos de políticas de manutenção.

Uma vez definidas as ações de manutenção que são adequadas para o sistema em estudo, o próximo passo é definir a frequência com que essas ações devem ser realizadas, e as condições que devem ser observadas para justificar a sua realização. Isso pode ser feito por meio de avaliações subjetivas e qualitativas, como na metodologia da Manutenção Centrada em Confiabilidade (SELVIK & AVEN, 2011), ou por meio do uso de modelos matemáticos, que permitem avaliar de forma quantitativa o desempenho de políticas de manutenção, e otimizá-lo com base em um critério de decisão adequado (SCARF, 1997).

Um modelo, segundo Arenales *et al.* (2007), pode ser visto como um objeto abstrato que busca reproduzir as principais características de um objeto real, a fim de representá-lo. Ding & Kamaruddin (2015) observaram que modelos utilizados para avaliar políticas de manutenção geralmente cobrem quatro aspectos principais: uma descrição do sistema a ser mantido; um modelo de como o sistema se deteriora ao longo do tempo e as consequências disso; uma indicação das opções disponíveis de ação e, por fim, uma função objetivo. Quanto maior o nível de informação sobre o estado da natureza do problema e quanto mais aspectos cobertos pelo modelo, maior a acurácia dos resultados obtidos.

Para a construção de modelos matemáticos, duas alternativas são mais frequentemente encontradas na literatura: modelos analíticos e modelos baseados em simulação. Os modelos analíticos são modelos abstratos que usam linguagem matemática para descrever um determinado problema, e normalmente são desenvolvidos a partir de um conjunto de pressupostos simplificadores. Já os modelos de simulação buscam reproduzir as operações de um sistema real com o avanço do tempo, por isso são boas alternativas para a análise de problemas complexos (AVEN & JENSEN, 1999; ALRABGHI & TIWARI, 2015; DING & KAMARUDDIN, 2015).

Estabelecido um modelo matemático como uma ferramenta de análise, o próximo passo para a otimização da política de manutenção é a aplicação de um método de otimização. Os métodos de otimização podem ser exatos, aproximados ou heurísticos (que não dão qualquer garantia sobre a otimalidade das soluções recomendadas, mas que frequentemente resultam em boas soluções), e a sua escolha depende do que é possível de acordo com o modelo matemático para avaliação da política de manutenção, e do esforço computacional requerido para obtenção de uma solução. Modelos baseados em simulação, por exemplo, tem a vantagem de permitir considerar um conjunto maior de aspectos de um problema em análise, mas, em contrapartida, são mais difíceis de incorporar a métodos de otimização exatos ou aproximados, sendo comum o uso de métodos heurísticos nesse caso (HILLIER & LIEBERMAN, 2006; HORENBEEK, PINTELON & MUCHIRI, 2010; ALRABGHI & TIWARI, 2015).

Por fim, uma vez definida a política de manutenção ótima, devem ser definidos os recursos necessários para a sua implementação. Frequentemente as três perguntas que resumem o processo de planejamento da manutenção são respondidas nessa ordem e de forma hierárquica (DE ALMEIDA *et al.*, 2015), mas nesse processo um fator importante pode ser ignorado: a qualidade dos recursos utilizados para realização da manutenção (ALBERTI *et al.*, 2018a). Alberti *et al.* (2018a) propuseram que o processo de planejamento da manutenção seja feito de forma mais interativa, com aspectos relacionados a qualidade dos recursos sendo considerados já na definição da frequência mais adequada das ações de manutenção, a fim de evitar a tomada de decisões equivocadas.

### 2.1.2.3 Medidas de confiabilidade

A modelagem do processo de deterioração e falha de sistemas ao longo do tempo é fundamental para a posterior modelagem de políticas de manutenção, como apontado na subseção anterior. O principal interesse dessa parte da análise é a obtenção de certas medidas,

denominadas medidas de confiabilidade, que permitem analisar como evolui a funcionalidade dos sistemas ao longo do seu tempo de operação (NAKAGAWA, 2005).

Duas importantes medidas de confiabilidade que descrevem o comportamento de falha de sistemas ao longo do tempo podem ser destacadas: a confiabilidade  $R(t)$ , definida como a probabilidade de que um sistema realize uma função requerida, sob determinadas condições, por um período de tempo  $t$ , e a taxa de falha  $h(t)$ , que permite avaliar a evolução da probabilidade de falha do sistema com o seu envelhecimento (NAKAGAWA, 2005).

Considerando que o tempo até a falha de um sistema é uma variável aleatória de natureza contínua e não negativa, a sua distribuição de probabilidade pode ser descrita por meio de uma função densidade de probabilidade  $f(t)$ . A relação entre as funções  $f(t)$  e  $R(t)$  é dada pela equação (2.1) (NAKAGAWA, 2005):

$$R(t) = \int_t^{\infty} f(u) du \quad (2.1)$$

A função taxa de falha, por sua vez, representa uma probabilidade condicional: dado que um sistema se encontra em estado operacional com uma idade  $t$ , a probabilidade de que ele venha a falhar num instante de tempo próximo, dentro de um intervalo de tempo  $\Delta t$  pequeno, pode ser aproximadamente calculada como  $h(t) \cdot \Delta t$ . A função taxa de falha e a função confiabilidade estão relacionadas entre si, conforme as equações (2.2) e (2.3) (NAKAGAWA, 2005).

$$h(t) = f(t) / R(t) \quad (2.2)$$

$$R(t) = \exp \left[ - \int_0^t h(u) du \right] \quad (2.3)$$

Nakagawa (2005) destacou ainda outra medida que é importante na teoria da confiabilidade para a avaliação do efeito da manutenção: a disponibilidade, que diz respeito à proporção do tempo no qual o sistema se encontra funcional, ou, seguindo outra abordagem, à probabilidade de que o sistema esteja funcionando em um determinado instante de tempo. O termo “disponibilidade pontual” é frequentemente utilizado para se referir a essa segunda abordagem.

#### 2.1.2.4 O conceito *delay-time*

O conceito *delay-time* parte do pressuposto de que, antes da ocorrência de uma falha, é possível identificar, por meio de uma inspeção, um estado de defeito no qual o sistema ainda

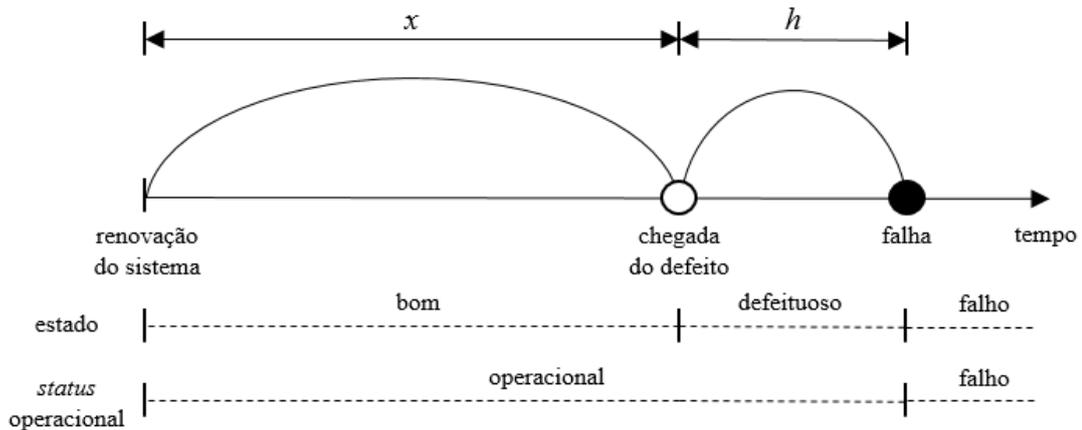
se encontra operacional, mas apresenta sinais que indicam a proximidade de uma falha. Tais sinais podem ser, por exemplo, vibração excessiva, ruído ou odor incomum, calor excessivo, mudanças de cor de superfícies, variação na qualidade ou na quantidade de itens produzidos, entre outros. O tempo transcorrido entre o primeiro instante a partir do qual é possível identificar um defeito e a falha associada a ele é chamado de *delay-time* (WANG, 2012).

Uma vez que um defeito chega no sistema, o seu *delay-time* representa uma janela de oportunidade para que uma inspeção possa detectá-lo e, a partir disso, uma ação de manutenção ou reparo possa ser agendada para removê-lo antes da ocorrência de uma falha, com menor custo e menor impacto na operação. É importante destacar que a extensão do *delay-time* depende não somente das características do sistema e do modo de defeito e falha analisado, mas também da natureza da inspeção e, eventualmente, até mesmo da pessoa que a realiza, uma vez que, dependendo das atividades envolvidas e da tecnologia de suporte utilizada na inspeção, alguns modos de defeito podem não ser detectáveis (WANG, 2012).

O conceito *delay-time* considera que o processo de deterioração e falha de um sistema é dividido em pelo menos dois estágios: primeiro ocorre a chegada do defeito, e depois a falha. O tempo até a chegada do defeito ( $x$ ) e o *delay-time* ( $h$ ) são variáveis aleatórias não negativas e, em geral, supõe-se que são estatisticamente independentes (WANG, 2012). O processo de estimação das distribuições de probabilidade de  $x$  e  $h$  pode ser complexo, uma vez que são requeridas informações mais complexas sobre a evolução do estado do sistema ao longo do tempo. Baker & Wang (1992) apresentaram um procedimento para a estimação dessas distribuições a partir de dados históricos objetivos, e Wang (1997), considerando as dificuldades que podem ser encontradas nesse processo, principalmente no que diz respeito a disponibilidade de dados confiáveis, apresentou um método para estimação subjetiva da distribuição de probabilidade do *delay-time*.

Modelos de políticas de manutenção baseados no conceito *delay-time* exploram a relação entre o estado de deterioração do sistema, que pode ser verificado através de inspeções, e o seu *status* operacional, que diz respeito a sua capacidade de exercer uma função requerida (WANG, 2012). Na Figura 1 é apresentada uma representação do processo de deterioração e falha de um sistema ao longo do tempo de acordo com o conceito *delay-time*.

Figura 1 – Representação do processo de deterioração e falha de um sistema ao longo do tempo de acordo com o conceito delay-time.



Fonte: Alberti (2018).

A premissa de políticas de inspeção é a recomendação de manutenção preventiva apenas quando um defeito é observado, de modo a evitar possíveis desperdícios da vida útil de sistema (WANG, 2012).

#### 2.1.2.5 Choques e processo *shot-noise*

O termo choque pode ser entendido em um sentido amplo como um evento instantâneo potencialmente danoso para um sistema em análise. Modelos de choques têm sido amplamente utilizados em disciplinas diversas, com aplicações em sistemas biológicos e sistemas financeiros, por exemplo, e têm apresentado uma grande contribuição para a modelagem de confiabilidade e manutenção de sistemas técnicos (FINKELSTEIN & CHA, 2013).

A modelagem de choques é um tópico popular na literatura sobre confiabilidade e manutenção, uma vez que choques são comuns de serem observados na prática: impulsos elétricos acima de um limiar aceitável, por exemplo, podem agir como choques em sistemas eletrônicos; da mesma forma, impactos mecânicos representam choques para estruturas de sustentação. Outro exemplo prático é o caso de turbinas eólicas, que estão sujeitas a choques devido a condições climáticas extremas: fortes rajadas de vento, por exemplo, podem afetar as suas engrenagens, causando aquecimento, e o eixo das turbinas, causando rachaduras. De modo semelhante, aeronaves também estão sujeitas a choques devido a condições climáticas extremas. Estes e muitos outros exemplos podem ser encontrados na literatura, o que evidencia a relevância desse tópico para aplicações práticas (FINKELSTEIN & CHA, 2013; CHA, FINKELSTEIN & LEVITIN, 2018a; LEVITIN, FINKELSTEIN & HUANG, 2019).

Os efeitos de choques em sistemas técnicos podem ser diversos e modelados de diferentes maneiras. Finkelstein & Cha (2013) distinguiram dois tipos principais de modelos de choque: modelos de choques cumulativos, adequados para casos onde a falha do sistema ocorre devido ao efeito acumulado de choques; e modelos de choques extremos, que consideram que ou um choque leva a falha do sistema, ou o sistema sobrevive a ele sem qualquer impacto em sua confiabilidade. Modelos híbridos, que consideram tanto efeitos cumulativos quanto choques extremos, também têm sido apresentados na literatura.

Para este trabalho, destaca-se uma importante classe de modelos de choque, baseada no conceito de processo *shot-noise*. Inicialmente proposto por Lemoine & Wenocur (1985,1986) como uma possibilidade para a modelagem da confiabilidade de sistemas técnicos sujeitos a choques, o conceito de processo *shot-noise* tem sido explorado em trabalhos mais recentes para modelar os efeitos de choques sobre a taxa de falha de um sistema (CHA & FINKELSTEIN, 2019).

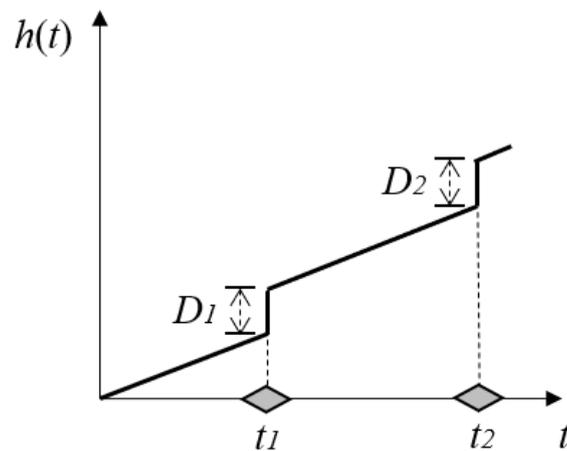
O processo *shot-noise* é particularmente útil para modelar o processo de falha de sistemas que estão sujeitos a deterioração não apenas por conta do efeito de choques, como também por conta de suas características intrínsecas e do ambiente onde está inserido. Cha & Mi (2007) apresentaram um modelo de falha onde o efeito dos choques, que ocorrem aleatoriamente de acordo com um processo de Poisson, se dá por meio de saltos na taxa de falha do sistema, cuja função já apresenta um comportamento crescente ao longo do tempo, mesmo na ausência de choques. A taxa de falha verificada quando na ausência de choques é chamada, nesse contexto, de taxa de falha de linha de base. Turbinas eólicas são um exemplo de sistema cuja taxa de falha pode ser modelada seguindo essa abordagem, uma vez que estão sujeitas a degradação ao longo do tempo devido às suas condições normais de operação, e também a choques decorrentes de condições climáticas extremas (CHA, FINKELSTEIN & LEVITIN, 2018a).

Uma representação gráfica do efeito conjunto do ambiente de linha de base e dos choques, de acordo com o modelo de taxa de falha baseado no processo *shot-noise* apresentado por Cha & Mi (2007), é apresentada na Figura 2.

A abordagem baseada no processo *shot-noise* que modela o efeito de choques através da função taxa de falha tem sido mais explorada em pesquisas recentes para a modelagem da confiabilidade e manutenção de sistemas técnicos (CHA & MI, 2007, 2011; CHA, FINKELSTEIN & LEVITIN, 2017a, 2017b, 2018a, 2018b; QIU & CUI, 2018; QIU, CUI &

DONG, 2018; YANG *et al.*, 2019; CHA & FINKELSTEIN, 2019; QINGAN & LIRONG, 2019; ZHANG, 2019, para indicar alguns, são trabalhos que consideraram essa abordagem).

Figura 2 - Representação gráfica do efeito conjunto do ambiente de linha de base e dos choques no modelo de taxa de falha baseado no processo shot-noise.



Fonte: O Autor (2020).

$t_i$  - instante de ocorrência do  $i$ -ésimo choque,  $D_i$  - efeito do  $i$ -ésimo choque na taxa de falha.

#### 2.1.2.6 Qualidade da manutenção

Uma manutenção/reparo perfeito é aquela(e) que leva um sistema a um estado no qual se encontra tão bom quanto novo, enquanto uma inspeção perfeita é aquela que identifica com precisão a condição de um sistema, sem qualquer possibilidade de erro ou efeito nas suas características de confiabilidade. Esse é um cenário ideal e frequentemente considerado no desenvolvimento de modelos matemáticos para políticas de manutenção. Porém, na prática, frequentemente as ações de manutenção são imperfeitas: uma manutenção/reparo pode não levar um sistema a um estado tão bom quanto novo, mas a um estado melhor ou igual ao verificado no momento imediatamente anterior a ocorrência da falha. Inspeções, por sua vez, podem estar sujeitas a erros na identificação do estado de um sistema. Tem sido verificada até mesmo a possibilidade de ações de manutenção terem um efeito negativo sobre a confiabilidade de um sistema, devido a fatores como erro humano, caracterizando manutenção danosa (PHAM & WANG, 1996; ALBERTI *et al.*, 2018a).

A qualidade da manutenção está intimamente relacionada aos recursos utilizados na sua realização. Causas recorrentes de manutenção imperfeita ou danosa são erros humanos e uso de tecnologias inadequadas. Dependendo das condições encontradas na prática, ações de manutenção imperfeita podem ser previstas no planejamento da manutenção, seja por conta de

empecilhos técnicos que impossibilitam a manutenção perfeita, ou por conta dos custos envolvidos, afinal, é plausível esperar que quanto maior a qualidade de um serviço, maior o seu custo. Ao considerar a possibilidade de manutenção imperfeita no desenvolvimento de modelos matemáticos para avaliar o desempenho de políticas de manutenção, mais realistas são os resultados e melhores as recomendações que podem ser obtidas (PHAM & WANG, 1996; ALBERTI *et al.*, 2018a; NGUYEN *et al.*, 2019).

Diversas formas de modelar a qualidade da manutenção têm sido propostas na literatura: para modelar o efeito de ações de reparo em sistemas reparáveis, por exemplo, têm sido amplamente disseminados modelos de confiabilidade baseados na redução da idade virtual ou da intensidade de falha do sistema. Nos dois casos, a qualidade das ações de reparo é modelada através do efeito que podem ter na redução (ou até mesmo aumento) da taxa de falha do sistema, o que difere é apenas a forma como os parâmetros característicos da qualidade do reparo definem como se dá esse efeito (YAÑEZ, JOGLAR & MODARRES, 2002; DOYEN & GAUDOIN, 2004).

Já para modelar a qualidade da substituição de componentes, Scarf *et al.* (2009) consideraram que tais componentes podem provir de uma população heterogênea, composta por itens fracos, sujeitos a falhas precoces e com vida característica curta, e itens fortes, com vida característica longa e mais sujeitos a falhas por desgaste devido ao envelhecimento. Tal heterogeneidade pode resultar de variações na qualidade da fabricação ou requalificação dos componentes, de variações na qualidade dos serviços de instalação, ou de ambas (BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012). Os itens fracos e os itens fortes possuem funções de confiabilidade características, e a função da confiabilidade da população como um todo pode ser obtida através de uma mistura dessas funções, isto é, uma soma ponderada pelas proporções de cada tipo de item. O parâmetro característico da qualidade da substituição, nesse caso, é a proporção de itens fracos na população de componentes (SCARF *et al.*, 2009).

A qualidade das inspeções é um outro aspecto importante, principalmente no contexto de sistemas de proteção. Inspeções de má qualidade podem resultar na obtenção de informações equivocadas sobre a condição do sistema, e até mesmo ter um efeito negativo sobre ela (ALBERTI *et al.*, 2018a). Diversos modos de modelar a qualidade de inspeções têm sido apresentados na literatura: no que diz respeito a qualidade da informação obtida, por exemplo, Berrade, Cavalcante & Scarf (2012) consideraram que uma inspeção realizada quando o sistema se encontra em estado bom pode resultar em falso positivo com uma determinada probabilidade,

e da mesma forma quando o sistema se encontra em estado de defeito ou falha, uma inspeção pode resultar em falso negativo com uma outra probabilidade. Um falso positivo leva a um falso alarme para a necessidade de manutenção do sistema, podendo resultar em intervenções desnecessárias e precoces, enquanto um falso negativo significa que uma condição ruim não é visualizada, levando ao adiamento de uma ação necessária de manutenção. Já para modelar o efeito negativo que inspeções podem ter sobre a condição do sistema, algumas abordagens também baseadas em probabilidades têm sido propostas: Scarf & Cavalcante (2012), por exemplo, consideraram que uma inspeção realizada quando o sistema se encontra em estado bom tem uma certa probabilidade de ocasionar uma indução de defeito, enquanto Flage (2014) considerou que existe uma probabilidade de indução de falha. As probabilidades de falso positivo, falso negativo, indução de defeito ou falha, nesses casos, são parâmetros que caracterizam a qualidade das inspeções.

Outras maneiras de modelar a qualidade das ações de manutenção podem ser encontradas na literatura, mas para este trabalho destacam-se as que foram apresentadas.

### **2.1.3 Risco**

Diversas definições para o conceito de risco podem ser encontradas na literatura. Na área de engenharia, o conceito de risco frequentemente é relacionado a perda esperada de algo que tem valor para as pessoas. Porém, tal entendimento implica na não distinção entre situações que envolvem cenários raros com perdas severas associadas, e situações que envolvem cenários frequentes, mas com perdas menores. A perda esperada pode ser igual para os dois casos, mas a abordagem de gerenciamento de risco necessária em cada caso é diferente (AVEN, 2010, 2012).

Aven (2010) destacou que é importante ir além das perdas esperadas quando da avaliação de risco. O autor verificou que o que é comum às definições mais difundidas na área de engenharia é que o conceito de risco compreende três elementos principais: a descrição de um cenário crítico, a sua probabilidade de ocorrência e a consequência associada a ele. Considerando os elementos apresentados, o gerenciamento do risco pode se dar de duas formas principais, buscando reduzir ou manter dentro de um limite aceitável a probabilidade de ocorrência do cenário crítico e/ou buscando reduzir ou manter dentro um limite aceitável a perda resultante de sua ocorrência (COX, 2009).

Em diversos contextos que envolvem questões de segurança para seres humanos e/ou o meio ambiente, os limites de risco aceitáveis são definidos por regulamentação. O princípio

ALARP (*As Low as Reasonably Practicable*) é frequentemente utilizado para classificar os níveis de risco associado a perdas humanas, considerando três categorias: risco negligenciável, aceitável para a maioria das pessoas; risco tolerável, que inclui riscos os quais usualmente seria preferível não ter, mas que são assim considerados em função da relação custo-benefício que apresentam; e risco inaceitável, que é alto demais para ser compensado por qualquer eventual benefício (ALMEIDA *et al.*, 2015).

Vale ressaltar que o gerenciamento da manutenção e o gerenciamento do risco podem estar estreitamente relacionados. Falhas de sistemas são eventos indesejados e, dependendo do contexto, podem ter efeitos críticos, levando a perdas severas em múltiplas dimensões. O exemplo do gerenciamento de risco em gasodutos, abordado por Brito & Almeida (2009), é bastante emblemático: o vazamento de gás devido a falha de um gasoduto pode ter consequências severas, levando a perdas significativas nas dimensões financeira, humana e ambiental, por isso a importância de um gerenciamento adequado da manutenção destas estruturas para a redução do risco por meio da redução da frequência de falhas.

#### 2.1.4 Processo de Poisson

Um processo estocástico  $\{N(t), t \geq 0\}$  é chamado de processo de contagem se  $N(t)$  representa o número total de eventos que ocorreram em um intervalo de tempo  $(0, t]$ . Um processo de contagem é classificado como um processo de incrementos independentes se os números de eventos que ocorrem em intervalos de tempo disjuntos são independentes entre si, de forma que  $N(t)$  é independente de  $[N(t + s) - N(t)]$ , e vice-versa. Além disso, um processo de contagem é classificado como um processo de incrementos estacionários se a distribuição de probabilidade do número de eventos em qualquer intervalo de tempo depende unicamente do comprimento desse intervalo, de modo que o valor esperado de  $[N(t + s) - N(t)]$  depende somente do valor de  $s$ , sendo independente de  $t$  (ROSS, 1996).

Um dos tipos mais importantes de processos de contagem é o processo de Poisson. Um processo de contagem é definido como um processo de Poisson com taxa  $\lambda$  se (ROSS, 1996):

- $N(0) = 0$ ;
- O processo tem incrementos independentes;
- O número de eventos em qualquer intervalo de comprimento  $t$  tem uma distribuição de Poisson com média  $\lambda.t$ , de modo que, para todo  $s$  e  $t \geq 0$ , a probabilidade de que ocorram  $n$  eventos em um intervalo  $(t, t + s]$  é dada pela equação (2.4):

$$Pr\{N(t + s) - N(t) = n\} = \frac{(\lambda \cdot t)^n \cdot \exp(-\lambda \cdot t)}{n!} \quad (2.4)$$

Ao considerar que taxa de ocorrência de eventos  $\lambda$  é constante ao longo do tempo, obtém-se um caso particular que é chamado de processo homogêneo de Poisson (PHP). Uma característica importante do PHP é que o tempo de espera entre a chegada de dois eventos consecutivos ( $T_w$ ) é uma variável aleatória exponencialmente distribuída, de modo que a probabilidade de que esse tempo seja maior que um dado tempo  $t$  é dada pela equação (2.5) (ROSS, 1996):

$$Pr\{T_w > t\} = \exp(-\lambda \cdot t) \quad (2.5)$$

A distribuição exponencial apresenta uma propriedade interessante conhecida como ausência de memória. Essa propriedade implica que, a partir de um determinado instante de referência, a distribuição de probabilidade do tempo até o próximo evento a partir deste instante independe do tempo transcorrido desde o último, conforme representado na equação (2.6) (DOANE & SEWARD, 2014).

$$Pr\{T_w > t + s | T_w > t\} = Pr\{T_w > s\} = \exp(-\lambda \cdot s) \quad (2.6)$$

Uma generalização do PHP é o processo não homogêneo de Poisson (PNHP), que permite considerar possíveis variações na taxa de chegada de eventos ao longo do tempo. Nesse caso, o processo de Poisson é não estacionário, e para todo  $s$  e  $t \geq 0$ , a probabilidade de que ocorram  $n$  eventos num intervalo  $(t, t + s]$  é dada pela equação (2.7) (ROSS, 1996):

$$Pr\{N(t + s) - N(t) = n\} = \frac{\left(\int_t^{t+s} \lambda(u) du\right)^n \cdot \exp\left(-\int_t^{t+s} \lambda(u) du\right)}{n!} \quad (2.7)$$

Processos de Poisson têm sido amplamente utilizados na modelagem de confiabilidade e manutenção de sistemas técnicos, sendo considerados para modelar, por exemplo, o processo de ocorrência de choques (CHA, FINKELSTEIN & LEVITIN, 2018a) e o processo de chegada de demandas para sistemas de proteção (CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019).

Outro tipo de processo de contagem que vale destacar é o processo de Hawkes, que, diferentemente do processo de Poisson, não apresenta incrementos independentes, preservando uma memória do processo e com propriedades de auto estímulo e clusterização. O processo de Hawkes tem sido utilizado em diversas aplicações, como em finanças, sismologia,

criminologia, neurociências, entre outros, sendo também utilizado para caracterização de confiabilidade de sistemas onde não é verificada a propriedade de incrementos independentes (LI & CUI, 2020).

## 2.2 REVISÃO DA LITERATURA

A literatura tem dedicado bem menos atenção ao problema do planejamento da manutenção de sistemas de proteção do que de sistemas críticos ou sistemas de *stand-by*. Uma busca de artigos científicos na base de dados *Web of Science* leva a um número limitado de trabalhos que abordam de fato esse tópico, ou cujas contribuições podem ser diretamente aplicadas nesse contexto. No entanto, isso não significa que se trata de assunto pouco importante: exemplos variados têm sido apresentados na literatura, evidenciando a importância de sistemas de proteção em contextos diversos, como, por exemplo, para proteção de equipamentos contra choques em linhas de produção (BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012), segurança em usinas nucleares (VAN DER WEIDE & PANDEY, 2015), defesa contra inundações (CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019), proteção de componentes de redes de distribuição de energia (VERMEULEN, RYANTO & VAN DER DUYN SCHOUTEN, 1998; RUDSARI, RAZI-KAZEMI & SHOOREHDELI, 2019; FEIZIFAR & USTA, 2019) e suporte à operação e manutenção de redes de distribuição de água (ALBERTI *et al.*, 2018a,b) e de redes ferroviárias (OU, XUE & CUI, 2019).

Sistemas de proteção frequentemente exercem um papel importante na redução de perdas devido a incidentes críticos e aleatórios, especialmente quando atuam como dispositivos de segurança. Contudo, para que cumpram bem esse papel, é importante garantir um nível satisfatório de disponibilidade para sistemas dessa natureza, e políticas de inspeção têm sido apresentadas como uma boa alternativa para alcançar esse objetivo a um custo razoável (ALBERTI *et al.*, 2018a). Vaurio (1995) e Jia & Christer (2002), por exemplo, apresentaram modelos para uma política de inspeção periódica aplicada a sistemas de proteção e consideraram como objetivo a ser alcançado a maximização da proporção do tempo na qual o sistema se encontra disponível, isto é, apto para conter eventuais demandas.

A disponibilidade do sistema também foi o ponto central das análises apresentadas por Tang *et al.* (2013) e van der Weide & Pandey (2015). Tang *et al.* (2013) propuseram um modelo para avaliar a disponibilidade de sistemas sujeitos a falhas ocultas e periodicamente inspecionados, considerando que a indisponibilidade devido a ações de inspeção e

manutenção/reparo não é negligenciável. Os autores compararam o desempenho de políticas de inspeção periódica com escalas de referência baseadas na idade do sistema e no tempo calendário (quando a programação das ações de manutenção é fixa e independe da idade do sistema), avaliando a disponibilidade esperada no longo prazo e a evolução da disponibilidade pontual ao longo do tempo. Van der Weide & Pandey (2015), por sua vez, focaram na análise da evolução da disponibilidade pontual ao longo do tempo de um sistema com falhas ocultas sujeito a uma política de inspeção.

Entretanto, a maximização da disponibilidade de um sistema de proteção pode levar a políticas de manutenção excessivamente conservadoras, implicando em um aumento desnecessário dos custos devido a frequência exacerbada das ações de manutenção. Alguns trabalhos têm então proposto modelos para otimização da taxa de custo (ou custo esperado por unidade de tempo no longo prazo) que consideram uma penalidade de custo para a indisponibilidade do sistema, proporcional a taxa de demandas e ao custo médio associado a um evento de demanda não atendida (VAURIO, 1999; CAVALCANTE, SCARF & DE ALMEIDA, 2011; TAGHIPOUR & BANJEVIC, 2011; BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012; FLAGE, 2014; BERRADE, SCARF & CAVALCANTE, 2015; ALBERTI, 2018; ALBERTI *et al.*, 2018a; CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019).

Políticas de inspeção são apropriadas para sistemas de proteção mesmo em situações onde há apenas dois estados possíveis de serem distinguidos: operacional e falho, uma vez que as falhas são ocultas. Nessas condições, uma política que orienta a manutenção apenas quando uma inspeção detecta uma falha sempre resulta em certo nível de indisponibilidade, e uma alternativa que tem sido frequentemente considerada para compensar isso é a adoção de políticas híbridas que orientam tanto a prática de inspeções como também de manutenções preventivas programadas (VAURIO, 1999; CAVALCANTE, SCARF & DE ALMEIDA, 2011; BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012; FLAGE, 2014; BERRADE, SCARF & CAVALCANTE, 2015; ALBERTI, 2018; ALBERTI *et al.*, 2018a; CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019). Tal modelo de política é particularmente útil para compensar o efeito de acelerações acentuadas no crescimento da taxa de falha que podem ocorrer com o envelhecimento do sistema (BERRADE, SCARF & CAVALCANTE, 2015).

Por outro lado, em alguns contextos específicos, também tem havido um crescente interesse no desenvolvimento de técnicas que permitem a identificação de estados de defeito prévios a falhas com baixa probabilidade de erro: Ou, Xue & Cui (2019), por exemplo,

desenvolveram um método para diagnóstico de defeitos em aparelhos de mudança de via, que são componentes cruciais em infraestruturas ferroviárias. Rudsari, Razi-Kazemi & Shoorehdeli (2019) e Feizifar & Usta (2019), por sua vez, focaram em circuitos de proteção utilizados em redes de distribuição de energia elétrica para proteger componentes críticos contra incidentes como curtos-circuitos e sobrecargas. A possibilidade de identificar um estado de defeito, com sinais indicadores de iminência da falha, em uma inspeção contribui para o estabelecimento de ações de manutenção mais acertada, garantindo melhores níveis de disponibilidade com menor custo associado. Esse aspecto tem sido incorporado em modelos de manutenção por meio do uso do conceito *delay-time* para modelar o processo de deterioração e falha do sistema (JIA & CHRISTER, 2002; CAVALCANTE, SCARF & ALMEIDA, 2011; ALBERTI, 2018; ALBERTI *et al.*, 2018; CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019).

Um outro aspecto importante que tem sido explorado é o impacto da qualidade da manutenção no desempenho das políticas de manutenção de sistemas de proteção. Um aspecto frequentemente considerado é a variação na qualidade da substituição de componentes, incorporada nos modelos através da suposição de que os componentes utilizados provêm de uma população heterogênea, composta por itens fracos e itens fortes, conforme proposto por Scarf *et al.* (2009) (CAVALCANTE, SCARF & DE ALMEIDA, 2011; BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012; BERRADE, SCARF & CAVALCANTE, 2015; ALBERTI, 2018; ALBERTI *et al.*, 2018a; CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019). Cavalcante, Scarf & De Almeida (2011) e Berrade, Cavalcante & Scarf (2012) até mesmo propuseram um formato de política de manutenção com duas fases desenhado para lidar de forma mais eficiente com esse aspecto de qualidade da manutenção: a política proposta orienta a prática de inspeções com maior frequência em uma fase inicial da vida do sistema, de modo a possibilitar a detecção mais rápida de defeitos ou falhas de itens fracos, e uma vez ultrapassado um determinado de tempo e quase descartada a possibilidade de que o item instalado seja fraco, a frequência das inspeções pode ser reduzida.

A qualidade da inspeção, por sua vez, tem se mostrado como um fator crítico no contexto de sistemas de proteção. Diversos aspectos que são afetados pela qualidade da inspeção têm sido mapeados e incorporados em modelos de políticas de inspeção e manutenção preventiva: Berrade, Cavalcante & Scarf (2012); Berrade, Scarf & Cavalcante (2015) e Cavalcante, Scarf & Berrade (2019), por exemplo, verificaram a possibilidade de inspeções não identificarem uma falha do sistema de proteção, por conta, por exemplo, da impossibilidade de reproduzir de

forma exata as condições de operação do sistema quando do atendimento de uma demanda, e para incluir isso nos modelos consideraram uma probabilidade de falso negativo para o estado de falha. Alberti (2018), Alberti *et al.* (2018a,b) e Cavalcante, Scarf & Berrade (2019), por sua vez, consideraram a possibilidade de se identificar um estado de defeito anterior a falha, mas que inspeções estão sujeitas a erros ao identificar tal estado; então, para abordar esse aspecto, os autores propuseram modelos baseados no conceito *delay-time* que consideram uma probabilidade de falso negativo para o estado de defeito. Os trabalhos citados nesse parágrafo também consideraram uma probabilidade de falso positivo em inspeções, quando o sistema se encontra em um estado no qual não se faz necessária uma manutenção, mas a inspeção indica o contrário.

Outro aspecto importante relacionado a qualidade das inspeções é o efeito indesejado que estas podem ter no estado/confiabilidade do sistema: Alberti *et al.* (2018a,b), ao apresentar um estudo de caso sobre válvulas de isolamento utilizadas em redes de distribuição de água, mostraram a possibilidade de uma inspeção induzir defeito no sistema de proteção. Para incorporar tal aspecto em modelos matemáticos baseados no conceito *delay-time*, Alberti (2018) e Alberti *et al.* (2018a) consideraram que em uma inspeção realizada quando o sistema se encontra em estado bom há uma probabilidade de indução de defeito. Flage (2014), por sua vez, em um estudo sobre válvulas de segurança utilizados em sistemas de transporte de óleo e gás *offshore*, verificou a possibilidade de inspeções até mesmo induzirem falhas, e incorporou esse aspecto no modelo que propôs. Vale ressaltar que Flage (2014) apresentou um modelo para sistemas críticos, mas que, como destacado pelo autor, pode ser utilizado diretamente no contexto de sistemas de proteção, desde que respeitadas algumas condições.

O gerenciamento da manutenção de sistemas de proteção, em diversos contextos, tem estreita relação com o gerenciamento de riscos, uma vez que a manutenção tem como objetivo garantir um bom nível de disponibilidade de tais sistemas, de modo a reduzir a ocorrência de demandas não atendidas, que são eventos críticos e que potencialmente podem resultar em perdas severas em múltiplas dimensões (financeira, humana, ambiental), como pode ser visto através dos exemplos apresentados ao longo deste trabalho. Nesse sentido, Ahmadi & Kumar (2011) propuseram, uma abordagem de gerenciamento da manutenção visando a otimização da taxa de custo, mas considerando uma restrição de risco. Os autores focaram o seu estudo em sistemas com falhas ocultas utilizados em aeronaves, e consideraram como medida de risco a indisponibilidade esperada do sistema durante uma missão (vôo). Alberti (2018), por sua vez,

apresentou uma forma de calcular a taxa esperada de demandas não atendidas no longo prazo, e indicou que essa medida também pode ser interpretada como uma medida de risco. O autor propôs uma abordagem multicritério que permite considerar os critérios custo e risco em um modelo de decisão de natureza compensatória.

Embora o risco seja um aspecto importante a ser analisado no planejamento da manutenção de sistemas de proteção, são poucos os trabalhos que deram destaque a esse tópico de forma direta. A taxa de custo é a medida de desempenho que recebe maior atenção nas análises e que tem mais frequentemente sido considerada como um critério de otimização.

Os trabalhos mapeados nessa revisão da literatura abordaram diferentes fatores observados em problemas envolvendo o planejamento da manutenção de sistemas de proteção, e apresentaram formas de avaliação do desempenho de políticas de manutenção focadas em diferentes aspectos. Entretanto, os trabalhos apresentados têm algo em comum: nas políticas de manutenção propostas o agendamento das ações é feito somente com base na escala de tempo (seja relacionado a idade do sistema ou ao tempo calendário), além disso, em nenhum caso foi considerado o conceito de choques no modelo de deterioração e falha do sistema.

### 2.3 SÍNTESE CONCLUSIVA E POSICIONAMENTO DESTE TRABALHO NO ESTADO DA ARTE

Neste capítulo foram apresentados os principais conceitos teóricos que embasaram o desenvolvimento deste trabalho, e foi apresentada uma revisão da literatura sobre planejamento da manutenção para sistemas de proteção. Os exemplos apresentados evidenciam a importância de um planejamento de manutenção adequado para sistemas de proteção, visto o importante papel que exercem na contenção dos efeitos de incidentes aleatórios e potencialmente críticos.

As contribuições apresentadas nos próximos capítulos do presente trabalho foram motivadas por estudos de caso sobre operação e manutenção de sistemas de proteção reais, onde foi verificada a necessidade do desenvolvimento de novos modelos e abordagens de análise para lidar com aspectos particulares dos problemas analisados, conforme detalhado abaixo.

O Capítulo 3 deste trabalho, baseado no artigo “*Methodological contributions to modelling and analysis of maintenance policies for protection systems*” (ALBERTI & CAVALCANTE, 2019a), foi motivado por um estudo de caso sobre operação e manutenção de válvulas de fechamento utilizadas em redes urbanas de coleta e transporte de esgoto. No referido capítulo é apresentado um modelo baseado no conceito *delay-time* que permite considerar um amplo

conjunto de aspectos de qualidade da manutenção (que foram observados no estudo de caso, mas ainda não considerados em conjunto em nenhum modelo apresentado na literatura) para calcular o desempenho de uma política híbrida de inspeção e manutenção preventiva em termos de taxa de custo e taxa de demandas não atendidas (que pode ser interpretadas como uma medida de risco). Na sequência, é proposta uma abordagem de otimização de custo sob restrição de risco, inspirada na abordagem proposta por Ahmadi & Kumar (2011), mas que considera a taxa de demandas não atendidas como medida para avaliar o risco.

Já o Capítulo 4, baseado no artigo “*Modelling a two-scale based inspection and preventive maintenance policy for protection systems that are subject to shocks due to demands meeting*” (ALBERTI & CAVALCANTE, 2019b), foi motivado por observações feitas em estudos de caso sobre válvulas de isolamento utilizadas em redes de distribuição de água e válvulas de fechamento utilizadas em redes de coleta e transporte de esgoto, onde se verificou que o acionamento do sistema de proteção (nesse caso a válvula) para a contenção de uma demanda pode agir como um choque contribuindo para a deterioração no sistema. No referido capítulo é proposta, modelada e analisada uma política híbrida de inspeção e manutenção preventiva para sistemas de proteção sujeitos a choques no atendimento a demandas, que considera não apenas a idade do sistema como também o número de demandas vivenciadas como parâmetros para tomada de decisão sobre manutenção preventiva. O efeito dos choques é modelado diretamente através da taxa de falha do sistema. Trata-se de uma abordagem inédita no contexto de sistemas de proteção, com forte apelo prático, e que dá abertura para a realização de novas pesquisas nesse campo, como discutido no Capítulo 5, dedicado aos comentários finais.

Na Tabela 1 é apresentada uma síntese do estado da arte sobre modelagem da manutenção de sistemas de proteção, mostrando, de um conjunto de tópicos importantes, quais são abordados nos principais trabalhos sobre o assunto que foram citados na revisão da literatura apresentada anteriormente, e quais são abordados nos próximos capítulos deste trabalho. Na Tabela 1 é possível observar as contribuições deste trabalho, e fica evidente que as abordagens feitas nos capítulos 3 e 4 são diferentes, de forma que tais contribuições se dão em diferentes sentidos.

Tabela 1 – Síntese do estado da arte e posicionamento deste trabalho.

	Medida de desempenho analisada			Modelo de deterioração e falha			Qualidade da manutenção						
	Taxa de custo	(In)disponibilidade	Taxa de demandas não atendidas	Dois estados (operacional e falho)	<i>Delay-time</i>	Choques	Manutenção perfeita	Componentes heterogêneos	Falso positivo	Falso negativo tipo 1 (para defeito)	Falso negativo tipo 2 (para falha)	Indução de defeito	Indução de falha
Vaurio (1995)		X											
Vaurio (1999)	X												
Jia & Christer (2002)		X											
Ahmadi & Kumar (2011)	X	O											
Cavalcante, Scarf & De Almeida (2011)	X												
Berrade, Cavalcante & Scarf (2012)	X												
Tang <i>et al.</i> (2013)													
Flage (2014)	X												
Berrade, Scarf & Cavalcante (2015)	X												
Van der Weide & Pandey (2015)													
Alberti (2018)	X		X										
Alberti <i>et al.</i> (2018a)	X												
Cavalcante, Scarf & Berrade (2019)	X												
Capítulo 3 – Alberti & Cavalcante (2019a)	X		O										
Capítulo 4 – Alberti & Cavalcante (2019b)	X												

Fonte: O Autor (2020).

### **3 MODELO E ABORDAGEM PARA DEFINIÇÃO DE POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO PARA SISTEMAS DE PROTEÇÃO SUJEITOS A MANUTENÇÃO IMPERFEITA**

O desenvolvimento deste capítulo foi motivado por um estudo de caso sobre operação e manutenção de válvulas de fechamento utilizadas em redes urbanas de coleta e transporte de esgoto, apresentado na Seção 3.1. No estudo de caso foram observados alguns fatores importantes que demandaram o desenvolvimento de um novo modelo e uma nova abordagem para avaliar e otimizar políticas de manutenção nesse contexto, que são apresentados neste capítulo. Vale ressaltar que, por mais que tenham sido motivadas por um contexto específico, as contribuições apresentadas neste capítulo são de natureza mais geral, podendo ser úteis para diversos outros contextos envolvendo o planejamento da manutenção de sistemas de proteção, desde que sejam pertinentes às condições observadas.

Este capítulo é baseado no artigo “*Methodological contributions to modelling and analysis of maintenance policies for protection systems*” (ALBERTI & CAVALCANTE, 2019a).

#### **3.1 MOTIVAÇÃO**

Redes urbanas de coleta e transporte de esgoto são infraestruturas essenciais, cuja performance tem impacto na saúde pública, no controle de poluição e na sustentabilidade econômica e ambiental das cidades. Por conta disso, é de grande importância a elaboração e correta implementação de planos apropriados para a manutenção e reabilitação desses sistemas (BAAH *et al.*, 2015, DIOGO *et al.*, 2018).

Redes de coleta e transporte de esgoto geralmente são formadas por tubos ramificados, enterrados e que operam em regime de canal aberto (isto é, com pressão interna igual à pressão atmosférica) e com fluxo por gravidade, que transportam o esgoto dos pontos de coleta para as estações de tratamento. O projeto do sistema deve garantir o declive necessário para assegurar o fluxo do esgoto por gravidade e com a velocidade necessária para manter os canais limpos e transportar materiais nas águas residuais. Quando não é possível manter o declive necessário (restrição que pode ocorrer, por exemplo, devido a condições do relevo), estações elevatórias (ou estações de bombeamento) podem ser utilizadas para bombear o fluido para altitudes superiores e assim viabilizar novas rotas de gravidade (GRIGG, 2012). Outros modelos menos

comuns de sistemas de coleta e transporte de esgoto podem ser encontrados, a exemplo de sistemas com fluxo por pressão, mas seu estudo não é de interesse para o presente trabalho.

Válvulas de fechamento são utilizadas para interromper o fluxo de esgoto, procedimento este necessário para a realização da manutenção de componentes do sistema, como tubos e, principalmente, bombas e outros componentes das estações elevatórias (HUMES & STOLBERGH, 2006). Por conta de suas características operacionais, as válvulas de fechamento podem ser caracterizadas como sistemas de proteção, uma vez que só são acionadas diante de demandas específicas, que neste caso são situações que exigem a interrupção do fluxo de esgoto em uma área específica.

A ocorrência de demandas não atendidas nesse contexto pode ter impactos negativos tanto do ponto de vista econômico quanto do ponto de vista ambiental, dependendo do local afetado. A falha de equipamentos em uma estação elevatória é um exemplo importante de um cenário de demanda que pode resultar em um evento crítico: quando uma ou mais bombas de uma estação elevatória falham, o não funcionamento da válvula de fechamento na entrada da estação inviabiliza a interrupção da chegada de esgoto ao poço da estação, impedindo a execução do plano de manutenção dos equipamentos no tempo devido, podendo levar ao transbordamento do poço em caso de longo atraso. O transbordamento do poço de uma estação elevatória pode ter um impacto ambiental significativo, com risco de contaminação de fontes de água potável e grande incômodo a comunidades próximas, para além dos custos diretos para a empresa responsável pela operação do sistema. O planejamento adequado da manutenção das válvulas de fechamento é, então, algo importante e deve levar em consideração os custos e as perdas ambientais esperados com a adoção de uma política de manutenção.

Perdas na dimensão ambiental, assim como perdas na dimensão humana (que podem ser críticas em outros contextos envolvendo sistemas de proteção), frequentemente são difíceis de serem mensuradas em termos de custo, e tal mensuração pode ser um assunto bastante controverso (DE ALMEIDA, FERREIRA & CAVALCANTE, 2015). Por mais que o custo seja um critério importante que frequentemente deve ser levado em consideração na tomada de decisões, ele nem sempre é uma medida bem representativa de todas as consequências associadas à adoção de uma política de manutenção. Observa-se, então, que dois critérios são importantes na definição de uma política de manutenção para as válvulas de fechamento: custo e perdas ambientais. Estes critérios podem ser conflitantes, uma vez que a minimização do custo envolve um balanço entre o custo devido à execução das ações de manutenção e o custo devido a falhas e demandas não atendidas, enquanto que a minimização das perdas ambientais depende

basicamente das restrições operacionais impostas à política de manutenção, uma vez que, quanto mais frequentes as ações de manutenção, menor a incidência de demandas não atendidas.

Para além dos fatores que devem ser levados em consideração na definição de uma política de manutenção para válvulas de fechamento, também foram observados no estudo de caso sobre a manutenção de válvulas de fechamento alguns aspectos relevantes relacionados a prática da manutenção em si: primeiro, observou-se que o processo de deterioração e falha das válvulas de fechamento pode ser modelado considerando o conceito *delay-time*, com um estado de defeito caracterizado por dificuldades para fechamento da válvula e pequenos vazamentos, tal qual verificado em válvulas de isolamento utilizadas em redes de distribuição de água, conforme estudo de caso apresentado por Alberti *et al.* (2018a,b).

Outro aspecto importante está relacionado à qualidade das ações de manutenção: assim como no caso das válvulas de isolamento (ALBERTI *et al.*, 2018a,b), também se verificou que a substituição de componentes na manutenção está sujeita a variações de qualidade, e que inspeções estão sujeitas a falsos positivos, falsos negativos e também a indução de defeitos devido a aplicação de força excessiva durante o procedimento. Inspeções danosas têm sido frequentemente observadas em estudos sobre manutenção de válvulas, de modo que esse assunto tem recebido alguma atenção da literatura (SCARF & CAVALCANTE, 2012; FLAGE, 2014; ALBERTI *et al.*, 2018a,b). Outro fator crítico observado neste estudo é a possibilidade de inspeções resultarem em falsos negativos mesmo quando o sistema se encontra falho: no caso das válvulas de isolamento estudadas por Alberti *et al.* (2018a,b), as falhas na tentativa de interromper o fluxo de água são prontamente identificadas por medidores de pressão localizados à jusante (no sentido do fluxo), mas esse recurso não serve para detectar falhas de válvulas de fechamento na maioria das redes de esgoto, uma vez que o fluxo de esgoto se dá em regime de canal aberto; desse modo, a identificação da falha em inspeção depende muito mais da percepção do inspetor, estando mais sujeita a erros.

Todos os aspectos de qualidade da manutenção que foram descritos acima já foram abordados em trabalhos anteriores, mas até então não foram considerados em conjunto no contexto de sistemas de proteção (SCARF *et al.*, 2009; CAVALCANTE, SCARF & DE ALMEIDA, 2011; BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012; SCARF & CAVALCANTE, 2012; BERRADE, SCARF & CAVALCANTE, 2015; ALBERTI *et al.*, 2018; CAVALCANTE, SCARF & BERRADE, 2019).

Os fatores descritos acima adicionam complexidade ao processo de planejamento da manutenção, afinal, uma análise focada em custos não é suficiente para tratar de todas as consequências da adoção de uma política de manutenção, e modelos que ignoram aspectos críticos de qualidade da manutenção podem levar a tomada de decisões equivocadas (ALBERTI *et al.*, 2018). Então, de modo a garantir o devido tratamento dessas características do problema estudado, foi necessário o desenvolvimento de um modelo e a concepção de uma abordagem alternativa para avaliação e otimização de políticas de manutenção para sistemas de proteção, que são apresentados neste capítulo.

O restante deste capítulo está organizado da seguinte forma: na Seção 3.2 é apresentada a notação utilizada ao longo deste capítulo, e na sequência, na Seção 3.3 é apresentado um modelo matemático que foi desenvolvido para estimar a taxa de custo (uma medida de custo) e a taxa de demandas não atendidas (uma medida de risco) resultantes da adoção de uma política híbrida de inspeção e manutenção preventiva para sistemas de proteção, que permite considerar os aspectos de qualidade da manutenção descritos acima. Na Seção 3.4 é proposta uma abordagem de otimização de custo sob restrição de risco, que é adequada para contextos onde há uma preocupação com relação a perdas em dimensões críticas de natureza não financeira. Na Seção 3.5 é então apresentada uma aplicação numérica no contexto de uma válvula de fechamento de uma estação elevatória, de modo a mostrar como o modelo e abordagem propostos podem ser utilizados para obter orientações importantes, por vezes não triviais, para a tomada de decisões sobre manutenção. Por fim, na Seção 3.6 é apresentada uma síntese conclusiva deste capítulo.

## 3.2 NOTAÇÃO

A notação apresentada na Tabela 2 foi utilizada ao longo do deste capítulo.

Tabela 2 – Notação utilizada no Capítulo 3.

---

$M$	número máximo de inspeções até a substituição preventiva
$T$	intervalo de tempo entre o início de duas inspeções consecutivas
$Y$	tempo até a falha – variável aleatória não negativa
$X$	tempo até a chegada do defeito – variável aleatória não negativa
$f_x, F_x, R_x$	para $X$ , função densidade de probabilidade, função de probabilidade acumulada e função confiabilidade

- $H$  tempo de permanência no estado defeituoso (*delay-time*) – variável aleatória não negativa
- $f_h, F_h, R_h$  para  $H$ , função densidade de probabilidade, função de probabilidade acumulada e função confiabilidade
- $D$  tempo até a primeira demanda após a falha – variável aleatória não negativa
- $Z$  tempo entre a falha e a primeira demanda subsequente – variável aleatória não negativa
- $f_z, F_z, R_z$  para  $Z$ , função densidade de probabilidade, função de probabilidade acumulada e função confiabilidade
- Pr Probabilidade
- UD demanda não atendida
- $\mu$  taxa de demandas
- $r$  probabilidade de indução de defeito em uma inspeção
- $w$  probabilidade de falso positivo em uma inspeção
- $q_1$  probabilidade de falso negativo tipo 1 em uma inspeção
- $q_2$  probabilidade de falso negativo tipo 2 em uma inspeção
- $p$  parâmetro de mistura – proporção de itens fracos na população de componentes
- $C_v$  custo de uma inspeção
- $C_p, C_d, C_f$  respectivamente, custos da substituição quando o sistema se encontra bom, defeituoso e falho
- $C_{ud}$  custo de uma demanda não atendida
- $T_v$  tempo necessário para realizar uma inspeção
- $T_p, T_d, T_f$  respectivamente, tempos necessários para realizar a substituição quando o componente se encontra em estado bom, defeituoso e falho
- $T_{ud}$  tempo necessário para recuperar o sistema após uma demanda não atendida
- $EC, EL$  respectivamente, valores esperados do custo e do comprimento (duração) de um ciclo de renovação
- $\rho$  probabilidade de um ciclo de renovação terminar em demanda não atendida
- $C_\infty$  taxa de custo (custo esperado por unidade de tempo no longo prazo)

$\lambda$  taxa de demandas não atendidas (número esperado de demandas não atendidas por unidade de tempo no longo prazo)

---

Fonte: O Autor (2020).

### 3.3 MODELO MATEMÁTICO

Nesta seção é apresentado o desenvolvimento de um modelo matemático para apoiar o processo de avaliação de políticas de manutenção para sistemas de proteção em contextos como o observado no estudo de caso sobre válvulas de fechamento utilizadas em redes urbanas de coleta e transporte de esgoto.

#### 3.3.1 Descrição do sistema e política de manutenção

Para o desenvolvimento do modelo, foi considerado um sistema de proteção composto por um componente não reparável e um suporte que juntos desempenham uma função operacional (ASCHER & FEINGOLD, 1984), e que está sujeito a demandas que ocorrem de acordo com um processo homogêneo de Poisson (PHP). O componente se deteriora ao longo do tempo e seu processo de deterioração e falha pode ser modelado considerando o conceito *delay-time*. O status operacional do sistema depende do estado do componente: se o componente se encontrar em estado bom ou defeituoso, o sistema se encontra operacional, mas se o componente se encontrar falho, o sistema se torna incapaz de cumprir a sua missão. Além disso, considerou-se também que o sistema como um todo é renovado com a substituição do componente.

A política híbrida de inspeção e substituição preventiva apresentada por Vaurio (1999), chamada de política de *MT*, foi considerada para o desenvolvimento do modelo. Essa política orienta que, após a sua renovação, o sistema seja periodicamente inspecionado com um intervalo de tempo  $T$  entre duas inspeções consecutivas, e que uma substituição preventiva seja realizada após a  $M$ -ésima inspeção caso o sistema não venha a falhar antes. Trata-se de um formato de política flexível, e dois casos especiais são a política de inspeção pura (Política PI,  $M = \infty$ ) e política de substituição preventiva com base na idade (Política ABR,  $M = 1$ ).

Para incorporar no modelo os aspectos de qualidade da manutenção observados no estudo de caso, considerou-se que tanto as substituições do componente quanto as inspeções são imperfeitas: no que diz respeito a qualidade da substituição, que pode estar relacionada a qualidade do serviço de instalação ou qualidade da fabricação do componente, considerou-se que os componentes provêm de uma população heterogênea, formado por itens fracos e itens

fortes, com um parâmetro de mistura  $p$  referente a proporção de itens fracos. Já no que diz respeito a qualidade da inspeção, considerou que, quando o sistema se encontra em estado bom, há uma probabilidade  $w$  de uma inspeção resultar em falso positivo, com falso alarme sobre a necessidade de substituição do componente, e uma probabilidade  $r$  de a inspeção levar a uma indução de defeito. Além disso, também se considerou que as inspeções estão sujeitas a dois tipos de falsos negativos: falso negativo tipo 1, que ocorre com uma probabilidade  $q_1$  quando o sistema se encontra defeituoso, e falso negativo tipo 2, que ocorre com uma probabilidade  $q_2$  quando o sistema se encontra falho. Espera-se que a probabilidade de falsos negativos tipo 1 sejam maiores que a probabilidade de falsos negativos tipo 2, uma vez que condições anormais do sistema tendem a ficar mais evidentes quando ele se encontra falho.

### 3.3.2 Pressupostos do modelo

Para além do que já foi indicado na subsecção anterior, também foram consideradas as seguintes suposições para o desenvolvimento do modelo:

- a) A política de manutenção é reprogramada no início de todo ciclo de renovação.
- b) O componente é substituído imediatamente após uma inspeção que indica que ele se encontra defeituoso ou falho, imediatamente após uma demanda não atendida, ou imediatamente após a  $M$ -ésima inspeção independentemente do seu estado, o que ocorrer primeiro.
- c) A distribuição de probabilidade do tempo até a chegada do defeito ( $X$ ) é uma mistura das distribuições características das subpopulações de itens fracos e fortes, de modo que  $f_x(x) = p.f_{x1}(x) + (1-p).f_{x2}(x)$ , onde  $f_{x1}(x)$  é a distribuição de probabilidade  $X$  para os itens fracos, e  $f_{x2}(x)$ , a distribuição de probabilidade de  $X$  para os itens fortes.
- d) As variáveis  $X$  e  $H$  são estatisticamente independentes.
- e) O defeito induzido em uma inspeção só pode ser detectado em inspeções posteriores.
- f) O tempo e o custo das ações de manutenção são constantes e conhecidos.
- g) Durante o tempo dedicado à inspeção ou substituição do componente, o processo de chegada de demandas para o sistema é interrompido.
- h) As demandas ocorrem de acordo com um PHP com taxa  $\mu$ .
- i)  $T_v$  é desprezível.
- j) Ao final de todo ciclo de renovação é feita uma inspeção para fins de registro de informação.

### 3.3.3 Uma discussão sobre os pressupostos e o procedimento de modelagem

Cabe uma discussão a respeito dos pressupostos que foram considerados para o desenvolvimento do modelo: o mesmo permite considerar de forma conjunta os aspectos de qualidade da manutenção que foram abordados por Alberti *et al.* (2018) e Cavalcante, Scarf & Berrade (2019), mas não se trata apenas de uma generalização destes modelos, uma vez que considera a possibilidade de substituição imediatamente após a ocorrência de uma demanda não atendida (suposição *b*).

Os modelos apresentados por Alberti *et al.* (2018) e Cavalcante, Scarf & Berrade (2019) foram desenvolvidos de acordo com o procedimento de modelagem apresentado por Vaurio (1999), que consiste no cálculo das medidas esperadas do custo, do comprimento e do *downtime* de um ciclo de renovação em função das variáveis de decisão da política de manutenção ( $M$  e  $T$ ), e posterior uso dessas medidas para calcular o custo esperado por unidade de tempo no longo prazo (taxa de custo) de acordo com o princípio do Teorema da Renovação por Recompensa (ROSS, 1996). No cálculo do custo médio de um ciclo de renovação é considerada uma penalização de custo referente ao número esperado de demandas não atendidas por ciclo de renovação, que é calculado multiplicando o *downtime* esperado pela taxa de demandas e pelo custo de uma demanda não atendida. Esse procedimento de modelagem também foi considerado em outros trabalhos (CAVALCANTE, SCARF & DE ALMEIDA, 2011; BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012; BERRADE, SCARF & CAVALCANTE, 2015).

Os modelos desenvolvidos com base no procedimento descrito no parágrafo anterior partem da suposição de que a substituição do componente só é realizada quando uma inspeção indica que o ele se encontra defeituoso ou falho, ou no tempo programado para a substituição preventiva ( $M.T$ ), não considerando a substituição logo após a ocorrência de uma demanda não atendida, evento este que inoportunamente torna evidente a falha do sistema. Tal pressuposto frequentemente não é realista, visto que em diversos contextos pode ser considerado até mesmo irresponsável dar continuidade a operação de um sistema produtivo sabendo-se da falha do sistema de proteção, assumindo-se o risco de novas demandas não atendidas. Além do mais, um evento de demanda não atendida pode configurar uma oportunidade para manutenção do sistema de proteção, uma vez que, sendo necessária a intervenção de uma equipe técnica para lidar com tal situação, essa tarefa pode ser incluída no escopo de suas atividades.

Modelos desenvolvidos considerando esse pressuposto irrealista podem ter algumas limitações: as estimativas do desempenho das políticas de manutenção apresentam desvios dos valores reais, que tendem a ser tão maiores quanto maior a probabilidade de um ciclo de renovação terminar em demanda não atendida. Desse modo, tais modelos não são úteis para estimar o desempenho de políticas pouco conservadoras, que não levam a uma redução significativa da incidência de demandas não atendidas. Além disso, uma outra limitação dos trabalhos citados é o foco somente na análise de custo, logo, quando o foco não é a otimização de custo, mas, por exemplo, uma análise probabilística de segurança, os modelos apresentados têm sua utilidade limitada.

A possibilidade de considerar a substituição do componente imediatamente após a ocorrência de demandas não atendidas (pressuposto *b*) foi inicialmente explorada em Alberti (2018). Dois pressupostos tornam possível tal alteração no procedimento de modelagem: os pressupostos *g* e *h*. O primeiro implica que demandas não atendidas ocorrem somente em decorrência da falha do sistema de proteção, nunca em decorrência da indisponibilidade do sistema por conta de ações de manutenção. Esta suposição é particularmente verdadeira para contextos onde, a fim de se realizar a manutenção do sistema de proteção, é necessário interromper o processo produtivo principal, como no caso de freios de emergência ou válvulas de isolamento, esse é o caso considerado neste trabalho. Porém, em outros contextos onde isso não é verificado, é comum considerar a adoção de soluções alternativas para atender a demandas que venham a ocorrer nesses períodos, de forma que o pressuposto continua válido para a elaboração de modelos matemáticos. Mas, de todo modo, pode-se esperar sempre uma boa aproximação dos resultados quando  $T_p, T_f, T_v \ll T$ .

O pressuposto *h*, por sua vez, também é considerado nos artigos citados, e implica que o tempo de espera entre demandas é uma variável aleatória exponencialmente distribuída. Então, como consequência da propriedade de ausência de memória da distribuição exponencial (DOANE & SEWARD, 2014), tem-se que a distribuição de probabilidade do tempo entre a falha do sistema e a primeira demanda subsequente a ela (*Z*) independe dos instantes em que ocorreram a falha (*Y*) e última demanda antes dela, conforme a relação apresentada na equação (3.1):

$$\Pr(D > y + z | Y = y) = \Pr(Z > z) = R_z(z) = \exp(-\mu \cdot z) \quad (3.1)$$

Considerando isso, é possível modelar analiticamente duas situações para o caso de falha do sistema antes de *M.T*: a falha é identificada e corrigida antes da ocorrência de uma demanda

ou, caso contrário, ocorre uma demanda não atendida. Ao possibilitar essa separação de cenários, é possível calcular a probabilidade de um ciclo de renovação terminar em demanda não atendida, e com isso calcular a taxa de demandas não atendidas esperada no longo prazo, conforme apresentado a seguir, no desenvolvimento do modelo.

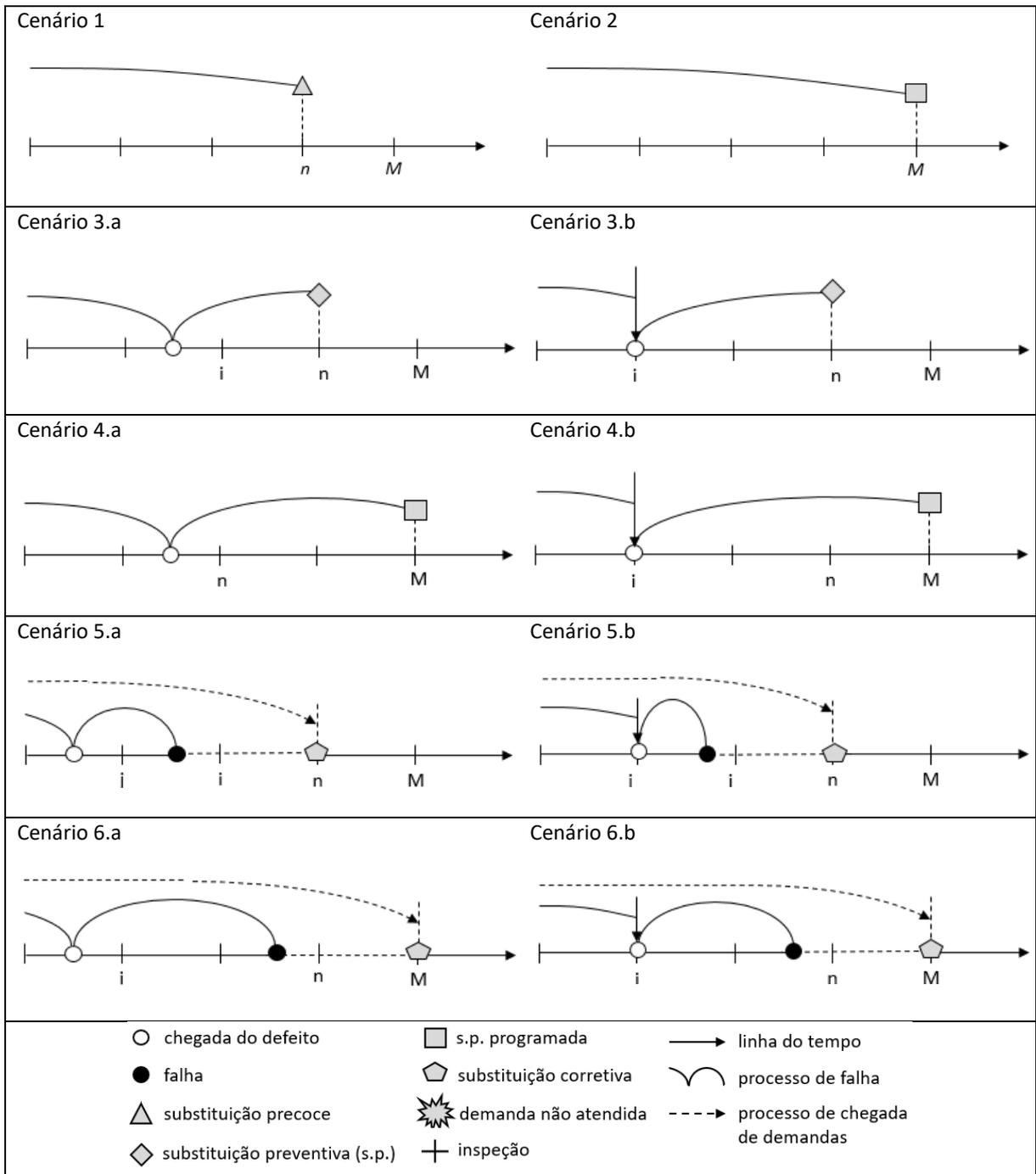
### 3.3.4 Desenvolvimento do modelo

O modelo foi desenvolvido a partir da enumeração de todos os cenários distintos de ciclo de renovação que podem ocorrer nas condições apresentadas. Neste caso, obteve-se um conjunto exaustivo de doze cenários mutuamente exclusivos, de modo que a soma das suas probabilidades deve ser sempre igual a 1, independentemente dos valores atribuídos às variáveis de decisão da política de manutenção.

Para cada cenário é apresentado o cálculo de sua probabilidade de ocorrência ( $P_{cenário}$ ), e as contribuições que apresenta para o cálculo final dos valores esperados do custo ( $EC_{cenário}$ ) e comprimento (duração) ( $EL_{cenário}$ ) de um ciclo de renovação. Os cenários são representados graficamente nas Figuras 3 e 4, e o seu detalhamento matemático é apresentado na sequência, na Subseção 3.3.4.1 (alguns cenários não são plausíveis para alguns valores de  $M$ , o que é devidamente indicado nas suas descrições).

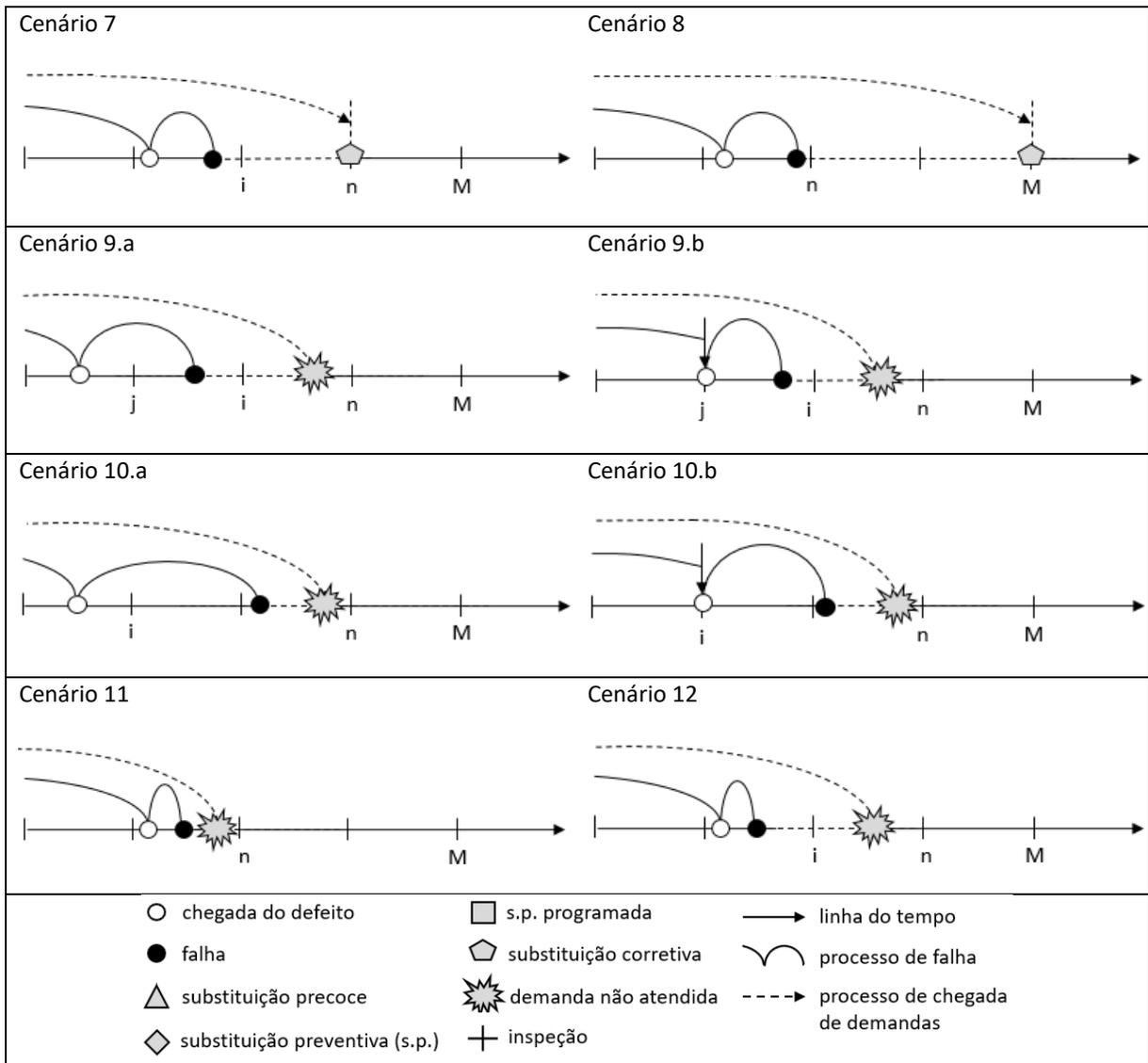
O modelo foi implementado em um sistema algébrico computacional e um algoritmo de otimização aproximada foi utilizado para obtenção dos resultados da aplicação numérica apresentada na Seção 3.5. Vale ressaltar que o modelo pode ser implementado em qualquer software que permita a realização dos cálculos apresentados, e diferentes algoritmos de otimização, aproximados ou heurísticos, podem ser aplicados para a obtenção de recomendações de políticas de manutenção.

Figura 3 – Representação gráfica dos cenários 1 a 6 de ciclos de renovação.



Fonte: O Autor (2020).

Figura 4 – Representação gráfica dos cenários 7 a 12 de ciclos de renovação.



Fonte: O Autor (2020).

### 3.3.4.1 Desenvolvimento matemático dos cenários

- *Cenário 1 – substituição precoce após um falso positivo ( $M > 1$ ):* um falso positivo ocorre na  $n$ -ésima inspeção, levando a uma substituição precoce do componente ( $n < M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n \cdot C_v + C_p)$ , e sua duração é  $(n \cdot T + T_p)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_1(T, n) = (1 - r)^{n-1} \cdot (1 - w)^{n-1} \cdot w \cdot R_x(n, T) \quad (3.2)$$

Consequentemente:

$$EC_1(T, M) = \sum_{n=1}^{M-1} [(n \cdot C_v + C_p) \cdot P_1(T, n)] \quad (3.3)$$

$$EL_1(T, M) = \sum_{n=1}^{M-1} [(n \cdot T + T_p) \cdot P_1(T, n)] \quad (3.4)$$

- *Cenário 2 – substituição preventiva em M.T com o componente em estado bom* (qualquer  $M$ ): o componente é preventivamente substituído em M.T, quando ainda se encontra em estado bom. Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(M \cdot C_v + C_p)$ , e a sua duração é  $(M \cdot T + T_p)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_2(T, M) = (1 - r)^{M-1} \cdot (1 - w)^{M-1} \cdot R_x(M, T) \quad (3.5)$$

Consequentemente:

$$EC_2(T, M) = (M \cdot C_v + C_p) \cdot P_2(T, M) \quad (3.6)$$

$$EL_2(T, M) = (M \cdot T + T_p) \cdot P_2(T, M) \quad (3.7)$$

- *Cenário 3 – substituição preventiva após uma inspeção em que o defeito é detectado* ( $M > 1$ ): o defeito chega naturalmente no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções (3.a) ou é induzido na  $i$ -ésima inspeção (3.b), e é detectado na  $n$ -ésima inspeção, antes da falha ( $i \leq n < M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n \cdot C_v + C_d)$ , e a sua duração é  $(n \cdot T + T_d)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_3(T, n) = \sum_{i=1}^n P_{3i}(T, i, n) \quad (3.8)$$

Onde:

$$P_{3i}(T, i, n) = \left[ (1 - w)^{i-1} \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot q_1^{n-i} \cdot (1 - q_1) \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_x(x) \cdot R_h(n, T - x) dx \right] + \left[ (1 - w)^i \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot r \cdot q_1^{n-i-1} \cdot (1 - q_1) \cdot R_x(i, T) \cdot R_h[(n - i) \cdot T] \right] \quad (3.9)$$

se  $i < n$

$$P_{3i}(T, i, n) = (1 - w)^{i-1} \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot q_1^{n-i} \cdot (1 - q_1) \cdot \int_{(i-1)T}^{i.T} f_x(x) \cdot R_h(n.T - x) dx \quad \text{se } i = n \quad (3.10)$$

Consequentemente:

$$EC_3(T, M) = \sum_{n=1}^{M-1} [(n \cdot C_v + C_d) \cdot P_3(T, n)] \quad (3.11)$$

$$EL_3(T, M) = \sum_{n=1}^{M-1} [(n \cdot T + T_d) \cdot P_3(T, n)] \quad (3.12)$$

- *Cenário 4 – substituição preventiva em M.T com o componente em estado defeituoso* (qualquer M): o defeito chega naturalmente no n-ésimo intervalo entre inspeções (4.a) ou é induzido na n-ésima inspeção (4.b), e o componente é preventivamente substituído em M.T, antes da falha ( $n \leq M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é ( $M \cdot C_v + C_d$ ), e a sua duração é ( $M \cdot T + T_d$ ). Isso ocorre com probabilidade:

$$P_4(T, M) = \sum_{n=1}^M P_{4n}(T, n, M) \quad (3.13)$$

Onde:

$$P_{4n}(T, n, M) = \left[ (1 - w)^{n-1} \cdot (1 - r)^{n-1} \cdot q_1^{M-n} \cdot \int_{(n-1)T}^{n.T} f_x(x) \cdot R_h(M.T - x) dx \right] + [(1 - w)^n \cdot (1 - r)^{n-1} \cdot r \cdot q_1^{M-n-1} \cdot R_x(n.T) \cdot R_h[(M - n) \cdot T]] \quad (3.14)$$

se  $n < M$

$$P_{4n}(T, n, M) = (1 - w)^{n-1} \cdot (1 - r)^{n-1} \cdot q_1^{M-n} \cdot \int_{(n-1)T}^{n.T} f_x(x) \cdot R_h(M.T - x) dx \quad (3.15)$$

se  $n = M$

Consequentemente:

$$EC_4(T, M) = (M \cdot C_v + C_d) \cdot P_4(T, M) \quad (3.16)$$

$$EL_4(T, M) = (M \cdot T + T_d) \cdot P_4(T, M) \quad (3.17)$$

- *Cenário 5 – substituição corretiva, caso 1* ( $M > 2$ ): o defeito chega naturalmente no  $j$ -ésimo intervalo entre inspeções (5.a) ou é induzido na  $j$ -ésima inspeção (5.b), a falha ocorre no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções e é detectada na  $n$ -ésima inspeção, antes de uma demanda não atendida ( $j < i \leq n < M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n \cdot C_v + C_f)$ , e a sua duração é  $(n \cdot T + T_f)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_5(T, n) = \sum_{i=2}^n \sum_{j=1}^{i-1} P_{5ji}(T, j, i, n) \quad (3.18)$$

Onde:

$$P_{5ji}(T, j, i, n) = Parte_{5,1}(T, j, i, n) + Parte_{5,2}(T, j, i, n) \quad (3.19)$$

$$Parte_{5,1}(T, j, i, n) = (1 - w)^{j-1} (1 - r)^{j-1} q_1^{i-j} q_2^{n-i} \cdot (1 - q_2) \cdot \int_{(j-1)T}^{jT} f_x(x) \int_{(i-1)T-x}^{iT-x} f_h(h) \cdot R_z(n \cdot T - x - h) dh dx \quad (3.20)$$

$$Parte_{5,2}(T, j, i, n) = (1 - w)^j (1 - r)^{j-1} \cdot r \cdot q_1^{i-j-1} q_2^{n-i} \cdot (1 - q_2) \cdot R_x(j \cdot T) \cdot \int_{(i-j-1)T}^{(i-j)T} f_h(h) \cdot R_z(n \cdot T - j \cdot T - h) dh \quad (3.21)$$

Consequentemente:

$$EC_5(T, M) = \sum_{n=2}^{M-1} [(n \cdot C_v + C_f) \cdot P_5(T, n)] \quad (3.22)$$

$$EL_5(T, M) = \sum_{n=2}^{M-1} [(n \cdot T + T_f) \cdot P_5(T, n)] \quad (3.23)$$

- *Cenário 6 – substituição corretiva, caso 2* ( $M > 1$ ): o defeito chega naturalmente no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções (6.a) ou é induzido na  $i$ -ésima inspeção (6.b), a falha ocorre no  $n$ -ésimo intervalo entre inspeções e o componente é substituído corretivamente em  $M.T$ , antes da ocorrência de uma demanda não atendida ( $i < n \leq M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(M.C_v + C_f)$ , e a sua duração é  $(M.T + T_f)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_6(T, n) = \sum_{i=2}^M \sum_{j=1}^{i-1} P_{6ji}(T, j, i, M) \quad (3.24)$$

Onde:

$$P_{6ji}(T, j, i, n) = \text{Parte}_{6,1}(T, j, i, n) + \text{Parte}_{6,2}(T, j, i, n) \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} \text{Parte}_{6,1}(T, j, i, n) &= (1-w)^{j-1}(1-r)^{j-1}q_1^{i-j}q_2^{M-i} \\ &\cdot \int_{(j-1).T}^{j.T} f_x(x) \int_{(i-1).T-x}^{i.T-x} f_h(h) \cdot R_z(M.T - x - h) dh dx \end{aligned} \quad (3.26)$$

$$\begin{aligned} \text{Part}_{6,2}(T, j, i, n) &= (1-w)^j(1-r)^{j-1} \cdot r \cdot q_1^{i-j-1}q_2^{M-i} \\ &\cdot R_x(j.T) \cdot \int_{(i-j-1).T}^{(i-j).T} f_h(h) \cdot R_z(M.T - j.T - h) dh \end{aligned} \quad (3.27)$$

Consequentemente:

$$EC_6(T, M) = (M.C_v + C_f) \cdot P_6(T, M) \quad (3.28)$$

$$EL_6(T, M) = (M.T + T_f) \cdot P_6(T, M) \quad (3.29)$$

- *Cenário 7 – substituição corretiva, caso 3* ( $M > 1$ ): o defeito chega naturalmente no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções, a falha ocorre antes da inspeção subsequente e é detectada na  $n$ -ésima inspeção, antes de uma demanda ( $i \leq n < M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n.C_v + C_f)$ , e sua duração é  $(n.T + T_f)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_7(T, n) = \sum_{i=1}^n P_{7i}(T, i, n) \quad (3.30)$$

Onde:

$$P_{7i}(T, i, n) = (1 - w)^{i-1} \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot q_2^{n-i} \cdot (1 - q_2) \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_x(x) \int_0^{iT-x} f_h(h) \cdot R_z(n \cdot T - x - h) dh dx \quad (3.31)$$

Consequentemente:

$$EC_7(T, M) = \sum_{n=1}^{M-1} [(n \cdot C_v + C_f) \cdot P_7(T, n)] \quad (3.32)$$

$$EL_7(T, M) = \sum_{n=1}^{M-1} [(n \cdot T + T_f) \cdot P_7(T, n)] \quad (3.33)$$

- *Cenário 8 – substituição corretiva, caso 4* (qualquer  $M$ ): o defeito chega naturalmente no  $n$ -ésimo intervalo entre inspeções, a falha ocorre antes da inspeção subsequente e o componente é substituído corretivamente em  $M \cdot T$ , antes da demanda ( $n \leq M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(M \cdot C_v + C_f)$ , e a sua duração é  $(M \cdot T + T_f)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_8(T, M) = \sum_{i=1}^M P_{8n}(T, n, M) \quad (3.34)$$

Onde:

$$P_{8n}(T, n, M) = (1 - w)^{n-1} \cdot (1 - r)^{n-1} \cdot q_2^{M-n} \cdot \int_{(n-1)T}^{nT} f_x(x) \int_0^{nT-x} f_h(h) \cdot R_z(M \cdot T - x - h) dh dx \quad (3.35)$$

Consequentemente:

$$EC_8(T, M) = (M \cdot C_v + C_f) \cdot P_8(T, M) \quad (3.36)$$

$$EL_8(T, M) = (M \cdot T + T_f) \cdot P_8(T, M) \quad (3.37)$$

- *Cenário 9 – demanda não atendida, caso 1* ( $M > 2$ ): o defeito chega naturalmente no  $j$ -ésimo intervalo entre inspeções (9.a) ou é induzido na  $j$ -ésima inspeção (9.b), a falha ocorre no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções e não é detectada até uma demanda que ocorre

no  $n$ -ésimo intervalo, resultando em uma demanda não atendida ( $j < i < n \leq M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n \cdot C_v + C_f + C_{ud})$ , e a sua duração é  $(X + H + Z + T_f + T_{ud})$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_9(T, n) = \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{i-1} P_{9ji}(T, j, i, n) \quad (3.38)$$

Onde:

$$P_{9ji}(T, j, i, n) = Parte_{9,1}(T, j, i, n) + Parte_{9,2}(T, j, i, n) \quad (3.39)$$

$$\begin{aligned} Parte_{9,1}(T, j, i, n) &= (1 - w)^{j-1} \cdot (1 - r)^{j-1} \cdot q_1^{i-j} \cdot q_2^{n-i} \\ &\cdot \int_{(j-1)T}^{jT} f_x(x) \int_{(i-1)T-x}^{iT-x} f_h(h) \int_{(n-1)T-x-h}^{nT-x-h} f_z(z) dz dh dx \end{aligned} \quad (3.40)$$

$$\begin{aligned} Parte_{9,2}(T, j, i, n) &= (1 - w)^j \cdot (1 - r)^{j-1} \cdot r \cdot q_1^{i-j-1} \cdot q_2^{n-i} \\ &\cdot R_x(j \cdot T) \cdot \int_{(i-j-1)T}^{(i-j)T} f_h(h) \int_{(n-j-1)T-h}^{(n-j)T-h} f_z(z) dz dh \end{aligned} \quad (3.41)$$

Consequentemente:

$$EC_9(T, M) = \sum_{n=3}^M [(n \cdot C_v + C_f + C_{ud}) \cdot P_9(T, n)] \quad (3.42)$$

O cálculo de  $EL_9$  é mais complexo, uma vez que a duração do ciclo de renovação é aleatória neste cenário:

$$EL_9(T, M) = \sum_{n=3}^M \sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=1}^{i-1} EL_{9ji}(T, j, i, n) \quad (3.43)$$

Onde:

$$EL_{9ji}(T, j, i, n) = Parte_{9,3}(T, j, i, n) + Parte_{9,4}(T, j, i, n) \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned}
\text{Parte}_{9,3}(T, j, i, n) &= (1 - w)^{j-1} \cdot (1 - r)^{j-1} \cdot q_1^{i-j} \cdot q_2^{n-i} \\
&\cdot \int_{(j-1)T}^{jT} f_x(x) \int_{(i-1)T-x}^{iT-x} f_h(h) \int_{(n-1)T-x-h}^{nT-x-h} f_z(z) \cdot (x + h + z + T_f + T_{ud}) dz dh dx \quad (3.45)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Parte}_{9,4}(T, j, i, n) &= (1 - w)^j \cdot (1 - r)^{j-1} \cdot r \cdot q_1^{i-j-1} \cdot q_2^{n-i} \\
&\cdot R_x(j, T) \cdot \int_{(i-j-1)T}^{(i-j)T} f_h(h) \int_{(n-j-1)T-h}^{(n-j)T-h} f_z(z) \cdot (j \cdot T + h + z + T_f + T_{ud}) dz dh \quad (3.46)
\end{aligned}$$

- *Cenário 10 – demanda não atendida, caso 2 ( $M > 1$ ):* o defeito chega naturalmente no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções (10.a) ou é induzido na  $i$ -ésima inspeção (10.b), a falha ocorre no  $n$ -ésimo intervalo entre inspeções e uma demanda ocorre antes da inspeção subsequente, resultando em uma demanda não atendida ( $i < n \leq M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n \cdot C_v + C_f + C_{ud})$ , e a sua duração é  $(X + H + Z + T_v + T_f + T_{ud})$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{10}(T, n) = \sum_{i=1}^{n-1} P_{10i}(T, i, n) \quad (3.47)$$

Onde:

$$P_{10i}(T, i, n) = \text{Parte}_{10,1}(T, i, n) + \text{Parte}_{10,2}(T, i, n) \quad (3.48)$$

$$\begin{aligned}
\text{Parte}_{10,1}(T, i, n) &= (1 - w)^{i-1} \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot q_1^{n-i} \\
&\cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_x(x) \cdot \int_{(n-1)T-x}^{nT-x} f_h(h) \cdot F_z(n \cdot T - x - h) dh dx \quad (3.49)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{Parte}_{10,2}(T, i, n) &= (1 - w)^i \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot r \cdot q_1^{n-i-1} \\
&\cdot R_x(i, T) \cdot \int_{(n-i-1)T}^{(n-i)T} f_h(h) \cdot F_z[(n - i) \cdot T - h] dh \quad (3.50)
\end{aligned}$$

Consequentemente:

$$EC_{10}(T, M) = \sum_{n=2}^M [(n \cdot C_v + C_f + C_{ud}) \cdot P_{10}(T, n)] \quad (3.51)$$

Já para calcular  $EL_{10}$ :

$$EL_{10}(T, M) = \sum_{n=2}^M \sum_{i=1}^{n-1} EL_{10in}(T, i, n) \quad (3.52)$$

Onde:

$$EL_{10in}(T, i, n) = Parte_{10.3}(T, i, n) + Parte_{10.4}(T, i, n) \quad (3.53)$$

$$Parte_{10.3}(T, i, n) = (1 - w)^{i-1} \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot q_1^{n-i} \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_x(x) \cdot \int_{(n-1)T-x}^{nT-x} f_h(h) \int_0^{nT-x-h} f_z(z) \cdot (x + h + z + T_f + T_{ud}) dz dh dx \quad (3.54)$$

$$Parte_{10.4}(T, i, n) = (1 - w)^i \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot r \cdot q_1^{n-i-1} \cdot R_x(i, T) \cdot \int_{(n-i-1)T}^{(n-i)T} f_h(h) \cdot \int_0^{(n-i)T-h} f_z(z) \cdot (iT + h + z + T_f + T_{ud}) dz dh \quad (3.55)$$

- *Cenário 11 – demanda não atendida, case 3* (qualquer  $M$ ): o defeito chega naturalmente no  $n$ -ésimo intervalo entre inspeções, a falha e uma demanda ocorrem antes da inspeção subsequente, resultando em uma demanda não atendida ( $n \leq M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n \cdot C_v + C_f + C_{ud})$ , e a sua duração é  $(X + H + Z + T_v + T_f + T_{ud})$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{11}(T, n) = (1 - w)^{n-1} \cdot (1 - r)^{n-1} \cdot \int_{(n-1)T}^{nT} f_x(x) \int_0^{nT-x} f_h(h) \cdot F_z(nT - x - h) dh dx \quad (3.56)$$

Consequentemente:

$$EC_{11}(T, M) = \sum_{n=1}^M [(n \cdot C_v + C_f + C_{ud}) \cdot P_{11}(T, n)] \quad (3.57)$$

Já para calcular  $EL_{11}$ :

$$EL_{11}(T, M) = \sum_{n=1}^M EL_{11n}(T, n) \quad (3.58)$$

Onde:

$$EL_{11n}(T, n) = (1 - w)^{n-1} \cdot (1 - r)^{n-1} \cdot \int_{(n-1)T}^{nT} f_x(x) \cdot \int_0^{nT-x} f_h(h) \cdot \int_0^{nT-x-h} f_z(z) \cdot (x + h + z + T_f + T_{ud}) dz dh dx \quad (3.60)$$

*Cenário 12 – demanda não atendida, caso 4 ( $M > 1$ ):* o defeito chega naturalmente no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções, a falha ocorre antes da inspeção subsequente, e não é detectada antes de uma demanda não atendida que ocorre no  $n$ -ésimo intervalo entre inspeções, após um falso negativo tipo 2 ( $i < n \leq M$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(n \cdot C_v + C_f + C_{ud})$ , e sua duração é  $(X + H + Z + T_v + T_f + T_{ud})$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{12}(T, n) = \sum_{i=1}^{n-1} P_{12i}(T, i, n) \quad (3.61)$$

Onde:

$$P_{12i}(T, i, n) = (1 - w)^{i-1} \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot q_2^{n-i} \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_x(x) \int_0^{iT-x} f_h(h) \int_{(n-1)T-x-h}^{nT-x-h} f_z(z) dz dh dx \quad (3.62)$$

Consequentemente:

$$EC_{12}(T, M) = \sum_{n=2}^M [(n \cdot C_v + C_f + C_{ud}) \cdot P_{12}(T, n)] \quad (3.63)$$

Já para calcular  $EL_{12}$ :

$$EL_{12}(T, M) = \sum_{n=2}^M \sum_{i=1}^{n-1} EL_{12in}(T, i, n) \quad (3.64)$$

Onde:

$$EL_{12in}(T, i, n) = (1 - w)^{i-1} \cdot (1 - r)^{i-1} \cdot q_2^{n-i} \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_x(x) \int_0^{iT-x} f_h(h) \cdot \int_{(n-1)T-x-h}^{nT-x-h} f_z(z) \cdot (x + h + z + T_v + T_f + T_{ud}) \quad (3.65)$$

### 3.3.4.2 Unindo os cenários

Considerando o desenvolvimento apresentado na subsecção anterior, as medidas esperadas de um ciclo de renovação médio podem ser calculadas da seguinte forma:

$$EQ(T, M) = \sum_{cenario=1}^{12} EQ_{cenario}(T, M) \quad (3.66)$$

A medida  $EQ$  pode ser custo esperado ( $EC$ ) ou comprimento esperada ( $EL$ ) de um ciclo de renovação. Já a probabilidade de um ciclo de renovação terminar em demanda não atendida pode ser calculada como a soma das probabilidades dos cenários que terminam dessa forma:

$$\rho(T, M) = \sum_{n=3}^M P_9(T, n) + \sum_{n=2}^M P_{10}(T, n) + \sum_{n=1}^M P_{11}(T, n) + \sum_{i=2}^M P_{12}(T, n) \quad (3.67)$$

As equações acima são válidas para  $M \geq 3$ . Se  $M = 2$ , os cenários 5 e 9 não são pertinentes e devem ser removidos, e se  $M = 1$ , apenas os cenários 2, 4, 8 e 11 devem ser considerados.

### 3.3.4.3 Cálculo das medidas de desempenho

A taxa de custo esperada no longo prazo pode ser, então, calculada da seguinte forma, em função das variações de decisão da política de manutenção, de acordo com o Teorema da Renovação por Recompensa (ROSS, 1996):

$$C_{\infty}(T, M) = \frac{EC(T, M)}{EL(T, M)} \quad (3.68)$$

Esse modelo também leva a uma medida de desempenho que pode ser de bastante interesse para a análise da manutenção de sistemas de proteção: a taxa de demandas não atendidas. Conforme observado por Scarf *et al.* (2009): dentro de um intervalo de tempo  $[0, t]$ , o número de ciclos de renovação é aproximadamente  $n = t/EL$ . Uma vez que os ciclos de renovação são estatisticamente independentes uns dos outros, a distribuição de probabilidade do número de demandas não atendidas em  $[0, t]$  é, então, aproximadamente uma distribuição de Poisson com taxa  $\lambda$  calculada da seguinte forma, em função das variáveis de decisão da política de manutenção:

$$\lambda(T, M) = \frac{n \cdot \rho(T, M)}{t} = \frac{\rho(T, M)}{EL(T, M)} \quad (3.69)$$

Em contextos diversos envolvendo sistemas de proteção, a ocorrência de demandas não atendidas pode incorrer em riscos à vida humana e ao meio ambiente, como no caso das válvulas de fechamento apresentado na Seção 3.1. A perda nestas dimensões decorre somente da ocorrência de demandas não atendidas, de modo que a taxa de perda esperada no longo prazo para estas dimensões pode ser calculada multiplicando a taxa de demandas não atendidas pela perda esperada em um cenário de demanda não atendida. Como a manutenção do sistema de proteção tem impacto somente sobre a taxa de demandas não atendidas, essa medida pode ser considerada diretamente para a avaliação de risco na análise de políticas de manutenção.

Uma outra medida de desempenho que pode ser de interesse para os gestores é a proporção do tempo que é dedicada às intervenções de manutenção sobre o sistema de proteção. Em contextos onde tais intervenções implicam na parada do processo produtivo principal, é desejado minimizar o tempo de produção que é perdido por conta disso. O cálculo dessa medida de desempenho pode ser feito apenas substituindo, nas expressões de custo do modelo apresentado acima, os custos pelos tempos necessários para a execução das atividades de manutenção: esse cálculo provê uma boa aproximação se  $T_v$  é desprezível em comparação a  $T$ .

#### 3.3.4.4 Possíveis adaptações do modelo

No modelo apresentado considerou-se que o custo da substituição do componente depende somente do estado em que ele se encontra. Porém, em algumas situações, os custos da substituição também podem variar de acordo com a situação em que ela se dá, por exemplo: a mobilização da equipe de manutenção para realizar uma substituição preventiva antes do tempo programado para isso ( $M.T$ ) pode ser mais custosa. Adaptar o modelo para essa situação é algo simples, basta definir o custo de uma substituição preventiva fora de  $M.T$ , e considerar ele nos cenários 1 e 3.

### 3.4 UMA ABORDAGEM PARA DEFINIÇÃO DE POLÍTICAS DE MANUTENÇÃO

A taxa de custo é a medida de desempenho mais explorada e considerada como critério de otimização no estudo de políticas de manutenção para sistemas técnicos (DE ALMEIDA, FERREIRA & CAVALCANTE, 2015). Entretanto, conforme discutido ao longo deste capítulo, medidas de custo podem não ser bem representativas das consequências de eventos críticos decorrentes de falhas, de modo que, dependendo do contexto, pode ser necessário incluir uma análise dos riscos quando da avaliação de políticas de manutenção. A taxa de demandas não atendidas pode ser considerada como uma medida para avaliação do risco, visto que é através

do impacto nessa medida que a manutenção de um sistema de proteção pode contribuir para a redução das perdas esperadas em dimensões críticas de natureza não financeira.

Uma forma de incluir requisitos de segurança na análise de políticas de manutenção é o estabelecimento de um limite de risco aceitável, que divide as políticas que podem ser adotadas daquelas que não podem de acordo com este critério. A abordagem de otimização de custo sob restrição de risco proposta por Ahmadi & Kumar (2011) é uma alternativa interessante para o planejamento da manutenção, visto que busca a solução de menor de custo dentro do espaço de soluções aceitáveis. Com base nessa ideia, e considerando as medidas de desempenho que podem ser estimadas com o modelo apresentado na seção anterior, propõe-se uma abordagem de otimização da taxa de custo sob restrição de risco para a definição de políticas de manutenção para sistemas de proteção, onde a restrição de risco é definida como um valor máximo aceitável para a taxa de demandas não atendidas.

A abordagem proposta é uma boa alternativa para lidar com incertezas na estimação dos custos do modelo, principalmente o custo de uma demanda não atendida: se tal custo é subestimado, a restrição de risco tende a ser ativada (isto é, a solução viável de custo mínimo se encontra na fronteira do risco aceitável) de modo a evitar a recomendação de uma política de manutenção que ultrapassa um limite de risco aceitável. Uma vez considerando essa abordagem, é razoável, então, desconsiderar componentes do custo de uma demanda não atendida que sejam incertos, e dedicar mais atenção ao estabelecimento de um limite de risco que seja razoável.

Uma situação possível de ser enfrentada quando da aplicação dessa abordagem é a inexistência de soluções viáveis para o problema, isto é, políticas que respeitam a restrição de risco. Caso isso aconteça, é necessário redefinir outras condições do problema, como restrições operacionais para a política de manutenção ou até mesmo o modelo do sistema de proteção.

### 3.5 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Para ilustrar como o modelo pode ser utilizado de modo a se obter informações e orientações para o processo de decisão sobre manutenção, foi feita uma aplicação considerando uma instância numérica realística referente a uma válvula de fechamento específica utilizada junto a uma estação elevatória de uma rede de coleta e transporte de esgoto. Ao se considerar uma instância realística, os resultados obtidos são mais coerentes com o que pode ser verificado na realidade.

Os valores atribuídos aos parâmetros do modelo foram definidos com base em estimativas subjetivas feitas por um engenheiro que trabalha em uma empresa responsável pela operação de uma rede urbana de esgoto. Como o foco deste trabalho é outro, não é apresentada uma discussão aprofundada sobre como estes parâmetros podem ser estimados.

### 3.5.1 Especificação dos parâmetros (caso base)

Esta instância foi chamada de caso base, e é a partir de variações sobre ela que são obtidos os resultados para discussão apresentados na próxima subseção.

Foram consideradas distribuições Weibull (com parâmetro de forma  $\beta$  e parâmetro de escala  $\eta$ ) para caracterizar as distribuições de  $X$  para itens fracos ( $\beta_1 = 1,5, \eta_1 = 1$  un) e itens fortes ( $\beta_2 = 2,5, \eta_2 = 4$  un), e a distribuição de  $H$  ( $\beta_3 = 1, \eta_1 = 0,25$  un). Os valores atribuídos aos demais parâmetros são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Especificação dos parâmetros do modelo (caso base).

Parâmetros de qualidade:	Custos (\$):	Tempos ( $10^{-3}$ un):	Demandas:
$p = 0,10$	$C_v = 0,04$	$T_v = 0,00$	$\mu = 2$
$r = 0,05$	$C_p = 1,00$	$T_p = 0,34$	demandas/un
$w = 0,05$	$C_d = 1,50$	$T_d = 0,68$	
$q_1 = 0,30$	$C_f = 3,00$	$T_f = 1,37$	
$q_2 = 0,10$	$C_{ud} = 30,00$	$T_{ud} = 2,74$	

Fonte: O Autor (2020).

\$ – unidade monetária não especificada, un – unidade de tempo não especificada.

Além disso, foram consideradas as seguintes restrições para a política de manutenção, referentes a limitações na disponibilidade de recursos para a manutenção:  $T \geq 1/12$  un e  $M.T \geq 1/2$  un (essas restrições restringem a um nível aceitável a proporção de tempo dedicada as ações de manutenção sobre o sistema de proteção). A minimização do risco de demandas não atendidas depende basicamente destas restrições, uma vez que ele tende a ser tão menor quanto mais frequentes puderem ser as ações de manutenção.

### 3.5.2 Resultados e discussão

Para este exemplo, a política que minimiza a taxa de custo é  $M = 1, T = 0,872$  un, que resulta em  $C_\infty = 2,028$  \$/un e  $\lambda = 2,30 \cdot 10^{-2}$  UD/un. Por outro lado, a política que minimiza a taxa de demandas não atendidas (risco) é  $M = 1, T = 0,5$  un, que resulta em  $C_\infty = 2,432$  \$/un

e  $\lambda = 8,82 \cdot 10^{-3}$  UD/un. Em ambos os casos, uma política ABR é recomendada, pois o nível de qualidade da inspeção faz com que essa prática não seja vantajosa.

Para entender o impacto dos aspectos de qualidade da manutenção estudados no desempenho da política de manutenção, foi feita uma análise variando os valores destes parâmetros e obtendo as políticas MT, PI e ABR que minimizam os critérios custo (taxa de custo) e risco (taxa de demandas não atendidas). Os resultados são apresentados nas Tabelas 4 e 5. O caso base é destacado na primeira linha das tabelas, e nas demais linhas os parâmetros que foram alterados são destacados em cinza.

Tabela 4 – Políticas ótimas com base no critério custo para diferentes valores dos parâmetros de qualidade.

	Parâmetros de qualidade da manutenção					Política MT ótima para custo				Política ABR ( $M = 1$ ) ótima para custo			Política PI ( $M = \infty$ ) ótima para custo		
	$p$	$r$	$w$	$q1$	$q2$	$M$	$T$	$C_{\infty}^*$	$\lambda$	$T$	$C_{\infty}^*$	$\lambda$	$T$	$C_{\infty}^*$	$\lambda$
1	0,10	0,05	0,05	0,30	0,10	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,155	2,573	3,50
2	0,10	0,05	0,05	0,30	0	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,164	2,421	3,20
3	0,10	0,05	0,05	0,30	0,20	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,145	2,743	3,90
4	0,10	0,05	0,05	0,20	0,10	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,157	2,474	3,30
5	0,10	0,05	0,05	0,40	0,10	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,153	2,682	3,80
6	0,10	0,05	0	0,30	0,10	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,122	2,442	3,10
7	0,10	0,05	0,10	0,30	0,10	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,192	2,664	3,90
8	0,10	0	0,05	0,30	0,10	18	0,161	1,244	0,82	0,872	2,028	2,30	0,130	1,285	0,73
9	0,10	0,03	0,05	0,30	0,10	14	0,180	2,023	2,60	0,872	2,028	2,30	0,145	2,068	2,40
10	0,10	0,10	0,05	0,30	0,10	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,172	3,775	6,30
11	0	0,05	0,05	0,30	0,10	1	1,191	1,229	0,99	1,191	1,229	0,99	0,161	2,442	3,50
12	0,20	0,05	0,05	0,30	0,10	1	0,671	2,601	2,80	0,671	2,601	2,80	0,149	2,715	3,60
13	0,10	0,05	0	0	0	1	0,872	2,028	2,30	0,872	2,028	2,30	0,141	2,055	2,40
14	0,10	0	0	0	0	23	0,141	0,949	0,41	0,872	2,028	2,30	0,118	0,969	0,36
15	0	0	0	0	0	17	0,165	0,866	0,37	1,191	1,229	0,99	0,118	0,911	0,32

Fonte: O Autor (2020).

$T$  em un.,  $C_{\infty}^*$  em \$/un (taxa de custo mínima),  $\lambda$  em  $10^{-2}$  UD/un.

Tabela 5 – Políticas ótimas com base no critério risco para diferentes valores dos parâmetros de qualidade.

	Parâmetros de qualidade da manutenção					Política MT ótima para risco			Política ABR ( $M = 1$ ) ótima para risco			Política PI ( $M = \infty$ ) ótima para risco			
	$p$	$r$	$w$	$q1$	$q2$	$M$	$T$	$C_{\infty}$	$\lambda^*$	$T$	$C_{\infty}$	$\lambda^*$	$T$	$C_{\infty}$	$\lambda^*$
1	0,10	0,05	0,05	0,30	0,10	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	2,953	21,0
2	0,10	0,05	0,05	0,30	0	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	2,857	18,0
3	0,10	0,05	0,05	0,30	0,20	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	3,067	25,0
4	0,10	0,05	0,05	0,20	0,10	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	2,880	19,0
5	0,10	0,05	0,05	0,40	0,10	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	3,039	23,0
6	0,10	0,05	0	0,30	0,10	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	2,578	22,0
7	0,10	0,05	0,10	0,30	0,10	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	3,383	20,0
8	0,10	0	0,05	0,30	0,10	6	0,083	2,852	1,08	0,500	2,432	8,82	0,083	1,477	2,61
9	0,10	0,10	0,05	0,30	0,10	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	4,330	37,0
10	0	0,05	0,05	0,30	0,10	1	0,500	2,116	0,85	0,500	2,116	0,85	0,083	2,847	20,0
11	0,20	0,05	0,05	0,30	0,10	1	0,500	2,748	17,0	0,500	2,748	17,0	0,083	3,066	22,0
12	0,10	0,05	0	0	0	1	0,500	2,432	8,82	0,500	2,432	8,82	0,083	2,290	14,0
13	0,10	0	0	0	0	6	0,083	2,568	0,54	0,500	2,432	8,82	0,083	1,061	1,42
14	0	0	0	0	0	6	0,083	2,491	0,08	0,500	2,116	0,85	0,083	1,000	0,11

Fonte: O Autor (2020).

$T$  em un.,  $C_{\infty}$  em \$/un.,  $\lambda^*$  em  $10^{-2}$  UD/un.

Nota-se que apenas com a diminuição da probabilidade  $r$  que políticas que consideram a prática de inspeções passam a ser mais vantajosas que a política ABR, o que mostra que mesmo que a probabilidade de indução de defeito seja pequena, este fator tem um impacto muito significativo sobre o desempenho das políticas de manutenção. Observa-se que o desempenho da política PI ótima para os dois critérios é drasticamente afetado pela variação de  $r$ . Além disso, mesmo com a ausência de erros de classificação (que no caso base possuem probabilidades significativas de ocorrência), a prática de inspeções é contraindicada, por conta do forte impacto da possibilidade de indução de defeito.

Outras tendências já observadas em trabalhos anteriores (ALBERTI *et al.*, 2018) também podem ser observadas aqui: a variação do parâmetro de mistura  $p$  tem um efeito mais significativo sobre a política ABR, pois influencia na variabilidade das distribuições de probabilidade de  $X$ , melhorando ou piorando a previsibilidade do modelo de falha. Esse efeito é menor em políticas de inspeção, pois estas normalmente são recomendadas justamente para lidar melhor com tais variabilidades do tempo até a falha. Além disso, observa-se que o aumento da probabilidade de falsos positivos leva a recomendação de inspeções menos frequentes, a fim de reduzir a incidência de substituições precoces. No sentido oposto, o aumento da probabilidade de falsos negativos leva a recomendação de inspeções mais frequentes, a fim de reduzir a possibilidade de se prolongar o tempo do sistema no estado falho (esses efeitos podem ser melhor observados na coluna da política PI na Tabela 4).

O efeito da indução do defeito já é significativo e é potencializado quando combinado aos falsos negativos. O falso negativo tipo 2 tem um efeito ainda mais forte que o falso negativo tipo 1, uma vez que implica na preservação do sistema em estado de falha por pelo menos mais  $T$  un. Esse efeito de potencialização pode ser bem observado na coluna da política PI nas Tabelas 4 e 5.

Os casos apresentados nas duas últimas linhas das Tabelas 4 e 5 mostram como equívocos podem ser cometidos quando estes aspectos de qualidade da manutenção estão presentes na realidade, mas não são considerados no modelo matemático da política de manutenção.

O modelo também pode ser utilizado para avaliar cenários de investimento em manutenção de maior qualidade. A qualidade da manutenção pode ser melhorada de diversos modos, como por exemplo, através de treinamento de equipe ou uso de melhores tecnologias de suporte. Em geral, melhoria na qualidade requer investimento, e isso pode ser incluído no modelo considerando um aumento no custo das ações de manutenção que foram melhoradas (ALBERTI *et al.*, 2018; NGUYEN *et al.*, 2019). Na Tabela 6 são apresentados os cenários de

investimento que foram considerados para análise. O caso base é destacado na primeira linha, e nas demais linhas os parâmetros que foram alterados são destacados em cinza.

Tabela 6 – Cenários de investimento.

Caso	Descrição	Custos				Parâmetros de qualidade				
		$C_v$	$C_p$	$C_d$	$C_f$	$p$	$r$	$w$	$q_1$	$q_2$
01	Caso base	0,04	1	1,5	3	0,10	0,05	0,05	0,30	0,10
02	Melhorando a detecção	0,08	1	1,5	3	0,10	0,05	0,01	0,10	0,02
03	Reduzindo indução de defeito	0,08	1	1,5	3	0,10	0,01	0,05	0,30	0,10
04	Melhorando inspeção em geral	0,12	1	1,5	3	0,10	0,01	0,01	0,10	0,02
05	Reduzindo os itens fracos	0,04	1,2	1,8	3,6	0,05	0,05	0,05	0,30	0,10
06	Melhoria conjunta	0,08	1,2	1,8	3,6	0,05	0,05	0,01	0,10	0,02
07	Melhoria conjunta	0,08	1,2	1,8	3,6	0,05	0,01	0,05	0,30	0,10
08	Melhoria conjunta	0,12	1,2	1,8	3,6	0,05	0,01	0,01	0,10	0,02

Fonte: O Autor (2020).

Custos em \$.

Para cada cenário foram calculadas as políticas ótimas para custo e risco, e também a política de custo ótimo considerando que o limite máximo de risco aceitável é  $\lambda = 1 \cdot 10^{-2}$  UD/un, conforme abordagem proposta na Seção 3.4. Os resultados são apresentados na Tabela 7.

Tabela 7 – Análise dos cenários de investimento.

Caso	Política ótima para custo				Política ótima para risco				Política ótima para custo sob restrição de risco ( $\lambda \leq 1,10^{-2}$ UD/un,)			
	$M$	$T$	$C_\infty$	$\lambda$	$M$	$T$	$C_\infty$	$\lambda$	$M$	$T$	$C_\infty$	$\lambda$
01	01	0,872	2,028	2,30	01	0,500	2,432	0,88	01	0,536	2,335	1,00
02	01	0,888	2,074	2,40	01	0,500	2,512	0,88	01	0,536	2,410	1,00
03	11	0,215	1,714	1,70	06	0,083	3,553	0,42	19	0,130	1,859	1,00
04	10	0,246	<b>1,654</b>	1,50	06	0,083	3,785	0,32	15	0,169	<b>1,735</b>	1,00
05	01	1,102	1,867	2,00	01	0,500	2,684	0,48	01	0,729	2,086	1,00
06	01	1,113	1,903	2,10	01	0,500	2,764	0,48	01	0,729	2,141	1,00
07	08	0,265	1,756	1,70	06	0,083	3,993	0,38	16	0,145	1,908	1,00
08	08	0,285	1,701	1,50	06	0,083	4,188	<b>0,29</b>	11	0,196	1,776	1,00

Fonte: O Autor (2020).

$T$  em un.,  $C_\infty$  em \$/un.,  $\lambda$  em  $10^{-2}$  UD/un.

Em todos os cenários as políticas de manutenção de custo ótimo sob restrição de risco apresentam restrição ativa (isto é, apresentam  $\lambda = 1 \cdot 10^{-2}$  UD/un.), o que significa que neste exemplo as medidas de custo não são tão bem representativas das consequências da adoção de uma política de manutenção, de modo que é necessário considerar a restrição de risco para incluir informações a respeito de requisitos de segurança do sistema, e garantir que estes requisitos sejam respeitados.

O cenário 4, de investimento na qualidade da inspeção, é o mais vantajoso do ponto de vista do custo, considerando ou não a restrição de risco. Mas observa-se que as políticas de manutenção recomendadas diferem significativamente: ao considerar a restrição de risco, recomenda-se a prática de mais inspeções, e com um intervalo de tempo significativamente menor. Já quando se busca a minimização do risco, o cenário 8, de investimento total, é o indicado, mas esse objetivo é alcançado a um alto custo.

Essa aplicação numérica mostra como, com o uso do modelo apresentado neste capítulo, é possível obter informações importantes para entender melhor os fatores que influenciam o desempenho de uma política de manutenção e, principalmente, orientações para a tomada de decisões sobre manutenção: primeiro, observou-se que a probabilidade de indução de defeito, mesmo que significativamente baixa, é o aspecto de qualidade da manutenção que tem maior impacto no desempenho de uma política que orienta a prática de inspeções, de modo que deve ser direcionada uma atenção maior para evitar a ocorrência desse tipo de evento. Verificou-se também que, na possibilidade de indução de defeitos em inspeções, pode ser mais vantajoso desconsiderar a prática de inspeções, optando-se por uma política ABR mais conservadora, que não apresente grande sensibilidade e pequenas variações do parâmetro de mistura da população de componentes. Também foi possível avaliar cenários de investimento na melhoria da qualidade da manutenção, de modo a se verificar que tal investimento pode valer a pena, e qual o melhor modo de fazê-lo. Por fim, verificou-se como a restrição de risco pode ser utilizada para obter orientações para a definição de políticas de manutenção e também de cenários de investimento em qualidade da manutenção.

### 3.6 SÍNTESE CONCLUSIVA

Neste capítulo foram apresentadas algumas contribuições para a análise e modelagem de políticas de manutenção para sistemas de proteção, que foram motivadas por um estudo de caso sobre operação e manutenção de válvulas de fechamento utilizadas em redes de coleta e transporte de esgoto. O estudo de caso foi apresentado logo no início do capítulo, destacando aspectos importantes que foram observados e que devem ser considerados quando da avaliação e definição de políticas de manutenção para as válvulas de fechamento: verificou-se que, para além da análise de custo, é necessária uma análise do risco de incidentes críticos (demandas não atendidas), que nesse contexto podem ter impacto significativo na dimensão ambiental. Também foi observada uma série de aspectos de qualidade da manutenção que podem ter um

efeito significativo sobre o desempenho da manutenção, que não haviam ainda sido considerados de forma conjunta no desenvolvimento de um modelo para avaliar o desempenho de políticas de manutenção.

De modo a possibilitar o devido tratamento a esses aspectos do problema, foi desenvolvido um modelo matemático que permite considerar todos os aspectos de qualidade da manutenção observados, para calcular o desempenho de uma política de manutenção em termos de taxa de custo (que pode ser tratada como um critério de custo) e taxa de demandas não atendidas (que pode ser tratada como um critério de risco) esperados no longo prazo. Na sequência foi proposta uma abordagem de otimização de custo sob restrição de risco para a definição de políticas de manutenção, que permite dar o devido tratamento a requisitos de segurança ambiental. Por fim, uma aplicação numérica foi apresentada, mostrando como o modelo e abordagem propostos podem ser utilizados para obter informações e orientações importantes para a tomada de decisões sobre manutenção.

Vale ressaltar, novamente, que embora tenham sido motivadas por um contexto específico, as contribuições apresentadas neste capítulo são de natureza mais geral, e podem ser úteis para a avaliação de políticas de manutenção para outros tipos de sistemas de proteção.

No próximo capítulo é apresentado um novo formato de política de manutenção que considera não apenas o tempo transcorrido desde a instalação do sistema de proteção, como também o número de demandas atendidas como parâmetro para a tomada de decisão sobre manutenção preventiva. Tal política também foi motivada por um estudo de caso real, onde se observou que o acionamento do sistema de proteção para contenção de uma demanda pode ser caracterizado como um choque. Foi necessária uma abordagem diferente para o desenvolvimento do modelo matemático, onde se considerou que os choques, decorrentes do acionamento do sistema de proteção para contenção de demandas, têm um efeito incremental sobre a sua taxa de falha.

## 4 PROPOSIÇÃO DE UMA POLÍTICA DE MANUTENÇÃO PARA SISTEMAS DE PROTEÇÃO SUJEITOS A CHOQUES NO ATENDIMENTO DE DEMANDAS

Neste capítulo é proposta uma política de manutenção alternativa para sistemas de proteção que considera não apenas a idade do sistema como também o número de demandas atendidas como parâmetros para o agendamento de ações de inspeção e manutenção preventiva. A proposição dessa política foi motivada por observações feitas em um estudo de caso sobre manutenção de válvulas de isolamento utilizadas em redes de distribuição de água (apresentado por ALBERTI *et al.*, 2018a,b), que provocaram outras ponderações sobre aspectos de operação e manutenção de sistemas de proteção em geral. O que se verificou é que o acionamento de sistemas de proteção para atendimento de demandas pode contribuir para o aumento do seu nível de deterioração, caracterizando um evento de choque, por isso a ideia de considerar o número de demandas atendidas como um parâmetro para a tomada de decisão sobre manutenção.

Um modelo para avaliar o desempenho da política proposta é apresentado, e o efeito de choques devido ao atendimento de demandas é modelado por meio da taxa de falha do sistema, de acordo com o conceito de processo *shot-noise*. Uma aplicação numérica é apresentada, a fim de se observar em que condições a política proposta pode ser vantajosa.

Este capítulo é baseado no artigo “*Modelling a two-scale based inspection and preventive maintenance policy for protection systems that are subject to shocks due to demands meeting*” (ALBERTI & CAVALCANTE, 2019b).

### 4.1 MOTIVAÇÃO

No estudo de caso sobre válvulas de isolamento utilizadas redes de distribuição de água (ALBERTI *et al.*, 2018a,b) se observou que existem dois fatores principais que contribuem para a deterioração de uma válvula: um é o ambiente onde ela se encontra instalada, que influencia fatores como corrosão e acúmulo de detritos. Uma válvula instalada em um local onde o solo tem propriedades corrosivas, por exemplo, tende a se deteriorar mais rapidamente que uma outra instalada num ambiente não corrosivo, mesmo que ambas tenham sido operadas o número de vezes dentro um intervalo de tempo. O outro fator diz respeito às operações da válvula para atendimento de demandas: se, ao fechar a válvula para atender a uma demanda ou mesmo para realizar uma inspeção, o operador faz uso de mais força do que o necessário (situação essa relativamente comum), ele pode levar a deformação de componentes mecânicos do

equipamento, aumentando o seu nível de deterioração, conseqüentemente acelerando o processo de falha. Desse modo, é razoável esperar que quanto mais utilizada seja uma válvula de isolamento, maior o seu nível de deterioração. Os acionamentos da válvula para atendimento de demandas podem então ser caracterizados como choques, uma vez que são eventos aproximadamente instantâneos e potencialmente danosos para o sistema (FINKELSTEIN & CHA, 2013).

Resumidamente, os dois fatores principais que atuam na deterioração de uma válvula de isolamento são o ambiente onde ela está instalada (denominado ambiente de linha de base), e choques devido a demandas. Tal consideração pode ser estendida para outros tipos de sistemas de proteção, afinal, por mais que frequentemente sejam projetados para mais de um uso, é esperado que usos sucessivos tenham um efeito incremental sobre a deterioração do sistema. Demandas usualmente representam circunstâncias adversas e a ativação do sistema de proteção frequentemente é feita de forma abrupta, com um efeito sobre a sua deterioração com uma extensão que depende da severidade da situação.

Aparelhos de mudança de via, por exemplo, que são equipamentos de grande importância para infraestruturas ferroviárias (OU, XUE & CUI, 2019), são altamente estressados quando do atendimento de demandas, e também estão sujeitos a deterioração ao longo do tempo por conta de condições ambientais. Disjuntores são outro bom exemplo: utilizados para proteger componentes críticos de redes de distribuição de energia contra eventos aleatórios como curtos-circuitos (FEIZIFAR & USTA, 2019; RUDSARI, RAZI-KAZEMI & SHOOREHDELI, 2019), os disjuntores possuem componentes que são sujeitos a degradação devido a estresses ambientais, como umidade, temperatura e contaminações, e componentes que são sujeitos a degradação devido ao atendimento de demandas, como corrosão e oxidação devido a estresses de carga. Sendo assim, em ambos os casos é razoável esperar a deterioração dos sistemas ao longo do tempo independentemente do processo de chegada de demandas, mas também uma maior deterioração quanto maior o número de demandas atendidas.

Normalmente é uma tarefa fácil registrar a informação sobre o número de demandas atendidas por um sistema de proteção: essa informação pode ser registrada manualmente, em casos onde é necessária a intervenção de uma equipe técnica, seja para fazer o acionamento do sistema de proteção ou para regularizar a operação após um evento que caracteriza uma demanda; ou então pode ser registrada automaticamente, a partir do recebimento de um sinal, em casos onde o mecanismo de acionamento do sistema de proteção é automatizado. Além disso, conforme discutido acima, essa informação pode ser útil para se fazer inferências sobre

a confiabilidade do sistema. Desse modo, é razoável considerar o número de demandas atendidas (em outras palavras, o número de choques vivenciados) por um sistema de proteção como um parâmetro para tomada de decisão sobre manutenção preventiva.

Considerando a possibilidade de acesso e a utilidade da informação sobre o número de choques experienciados por um sistema, alguns trabalhos têm proposto políticas de manutenção que consideram tal número como um parâmetro para a tomada de decisão sobre manutenção: Finkelstein & Gertsbakh (2015, 2016), por exemplo, propuseram uma política de manutenção que considera apenas esse parâmetro para definir quando devem ser realizadas as substituições de estruturas com múltiplos componentes. Chen (2012) e Cha, Finkelstein & Levitin (2018a,b), por sua vez, propuseram um política de manutenção com duas variáveis de decisão que orienta a manutenção preventiva quando o sistema atinge uma determinada idade, ou após um certo número de choques, o que ocorrer primeiro. A política com duas variáveis tem sempre um desempenho melhor, ou pelo menos não pior, que o das políticas correspondentes com apenas uma variável de decisão (CHA, FINKELSTEIN & LEVITIN, 2018a). Contudo, os trabalhos citados foram desenvolvidos para o contexto de sistemas críticos, e não sistemas de proteção.

Não foram encontrados na literatura, até então, trabalhos que propõem políticas que consideram o número de demandas atendidas como um parâmetro para a definição de ações de manutenção para sistemas de proteção. Então, neste capítulo é proposto um formato alternativo de política de manutenção que considera tanto a idade do sistema como o número de demandas atendidas como parâmetros para a tomada de decisões sobre inspeções e manutenção. A concepção de tal política foi motivada pela observação dos aspectos práticos envolvendo operação e deterioração de sistemas de proteção apresentados acima.

O restante deste capítulo está organizado da seguinte forma: na Seção 4.2 é apresentada a notação utilizada ao longo deste capítulo. Na Seção 4.3 é apresentada a descrição do sistema conceitual que foi considerado para modelagem matemática, e na Seção 4.4, a política de manutenção proposta é detalhada, ressaltando seus aspectos práticos. Seguindo, na Seção 4.5 é apresentado o desenvolvimento de um modelo matemático para estimar o desempenho da política de manutenção em função das suas variáveis de decisão, em termos de taxa de custo e taxa de demandas não atendidas (que, como discutido no capítulo anterior, pode ser interpretada como uma medida de risco). Na Seção 4.6, então, é apresentada uma aplicação numérica com uma ampla discussão dos resultados obtidos, de modo a identificar algumas tendências importantes. Por fim, na Seção 4.7 é apresentada uma síntese conclusiva deste capítulo.

## 4.2 NOTAÇÃO

A notação apresentada na Tabela 8 foi utilizada ao longo do deste capítulo e no Apêndice A.

Tabela 8 – Notação utilizada no Capítulo 4 e no Apêndice A.

---

$T$	intervalo de tempo entre duas inspeções consecutivas
$M$	número máximo de inspeções até a substituição preventiva
$K$	número máximo de demandas até a substituição preventiva
$Y$	tempo até a falha – variável aleatória não negativa
$h_0(t)$	função taxa de falha de linha de base
$\{N(t): t \geq 0\}$	PHP referente a chegada de demandas
$\mu$	taxa de demandas
$D$	tempo entre demandas – variável aleatória não negativa
$\theta(t)$	probabilidade de uma demanda resultar em choque efetivo
$\{S(t): t \geq 0\}$	processo de Poisson referente a chegada de choques efetivos
$\{O(t): t \geq 0\}$	processo de Poisson referente a chegada de choques não efetivos
$\mu_s(t), \mu_o(t)$	respectivamente, taxas de choques efetivos e de choques não efetivos
$\xi$	salto na taxa de falha ocasionado por um choque efetivo
$f_{T,N}(t,n), F_{T,N}(t,n)$	função densidade de probabilidade, função de probabilidade acumulada e função confiabilidade para $Y = t, N(t) = n$
$f_T(t,m), F_T(t,m)$	função densidade de probabilidade, função de probabilidade acumulada e função confiabilidade $Y = t, N(t) \leq m$
$p$	probabilidade de falso positivo na inspeção
$q$	probabilidade de falso negativo na inspeção
$C_v$	custo de uma inspeção
$C_p, C_f$	respectivamente, custos de uma substituição quando o componente se encontra operacional e falho
$C_{ud}$	custo de uma demanda não atendida
$T_v$	tempo necessário para realizar uma inspeção
$T_p, T_f$	respectivamente, tempos necessários para realizar uma substituição quando o componente se encontra operacional e falho

---

---

$T_{ud}$	tempo necessário para reestabelecer o sistema após uma demanda não atendida
$EC, EL$	respectivamente, valores esperados do custo e do comprimento de um ciclo de renovação
$\rho$	probabilidade de um ciclo de renovação terminar uma demanda não atendida
$C_{\infty}$	custo esperado por unidade de tempo no longo prazo (taxa de custo)
$\lambda$	taxa de demandas não atendidas
UD	demanda não atendida

---

Fonte: O Autor (2020).

### 4.3 DESCRIÇÃO DO SISTEMA

Para fins de modelagem matemática, foi considerado um sistema de proteção composto por um componente não reparável e um suporte, que juntos desempenham uma função operacional (ASCHER & FEINGOLD, 1984). O componente se deteriora ao longo do tempo e apresenta apenas dois estados possíveis de serem diferenciados: operacional ou falho, e com a sua substituição por um novo, o sistema é renovado como um todo. Na ausência de choques danosos, o sistema apresenta uma função taxa de falha  $h_0(t)$ , que é chamada de função taxa de falha de linha de base.

O sistema é sujeito a demandas que ocorrem de acordo com um PHP  $\{N(t), t \geq 0\}$  com taxa  $\mu$ . Uma ativação do sistema para atendimento de demanda resulta em um choque efetivo (que resulta em aumento no nível de deterioração do componente) com uma probabilidade  $\theta(t)$ , que pode ser crescente em função da idade do componente, evidenciando um possível aumento da susceptibilidade do mesmo a choques. Consequentemente, uma demanda resulta em um choque não efetivo com probabilidade  $1 - \theta(t)$ . Desse modo, o PHP referente a chegada de demandas resulta em dois processos de Poisson: o processo de Poisson referente a chegada de choques efetivos  $\{S(t), t \geq 0\}$ , com taxa  $\mu_s = \mu \cdot \theta(t)$ , e o processo de Poisson referente a chegada de choques não efetivos  $\{O(t), t \geq 0\}$ , com taxa  $\mu_o = \mu \cdot (1 - \theta(t))$ . O efeito de um choque efetivo é modelado diretamente via taxa de falha: na ocorrência de um choque efetivo, a taxa de falha do componente é acrescida de um valor determinístico  $\xi$ . A taxa de falha do componente em uma idade  $t$  é, então, dada por:

$$h(t) = h_0(t) + \xi.S(t) \quad (4.1)$$

$S(t)$  é o número de choques efetivos ocorridos no intervalo  $[0, t)$ . O processo de chegada de choques efetivos é aleatório, o que faz com que a função taxa de falha  $h(t)$  também seja aleatória. Essa abordagem, baseada no conceito de processo *shot-noise*, foi considerada por Cha, Finkelstein & Levitin (2017a, 2017b, 2018) para modelar o processo de falha de um sistema.

Cha, Finkelstein & Levitin (2018a) consideraram que é possível distinguir na operação se um choque é efetivo ou não, e sua política considera apenas o número de choques efetivos como parâmetro para tomada de decisão. Diferentemente destes autores, considerou-se para o desenvolvimento deste capítulo que não é possível distinguir na operação do sistema de proteção se um choque é efetivo ou não. Tal suposição é mais adequada para esse caso, especialmente porque, na prática, o efeito de choques tende a ser aleatório e dependente do nível de severidade das demandas: do ponto de vista da modelagem matemática, choques não efetivos podem ser boas aproximações para o efeito de demandas não severas, enquanto choques efetivos podem ser boas aproximações para o efeito de demandas severas, acontece que pode não ser algo trivial diferenciar na prática se um choque pode ser bem aproximado por um choque efetivo ou não.

#### 4.4 PROPOSIÇÃO DE UMA POLÍTICA DE MANUTENÇÃO

Políticas híbridas de inspeção e manutenção preventiva são apropriadas para sistemas de proteção, uma vez que sistemas dessa natureza apresentam falhas ocultas. Ademais, o principal objetivo de políticas de manutenção nesse contexto é evitar a ocorrência de demandas não atendidas, que são situações críticas indesejadas. A política MT, por exemplo, conforme apresentado no Capítulo 3, tem apresentado bons resultados quando comparada às políticas de inspeção pura (PI) e de substituição preventiva baseada na idade (ABR).

Entretanto, em cenários onde o processo de falha do sistema de proteção pode ser aproximadamente modelado conforme a abordagem apresentada na seção anterior, é razoável considerar o número de demandas atendidas desde a renovação do componente como um parâmetro para definir o agendamento de substituições preventivas. Considerando isso, propõe-se uma política de manutenção, denominada política KMT, com três variáveis de decisão:  $T$  – intervalo de tempo entre duas inspeções consecutivas,  $M$  – número máximo de inspeções até a substituição preventiva programada,  $K$  – número máximo de demandas até a substituição

preventiva. Essa política orienta que o componente seja substituído por um novo quando uma inspeção indica que ele está falho, em  $M.T$ , imediatamente após a  $K$ -ésima demanda ou imediatamente após uma demanda não atendida, o que ocorrer primeiro.

A política KMT proposta pode ser implementada sempre que é possível contar e registrar o número de demandas atendidas, e pode ser até mesmo ter algumas vantagens dependendo do contexto analisado: se uma demanda representa uma situação problemática que requer a intervenção de uma equipe técnica (como no caso de válvulas de fechamento abordado no Capítulo 3, onde um evento de demanda pode ser a falha de equipamentos em uma estação elevatória, que exige a intervenção de uma equipe de manutenção), a manutenção do sistema de proteção pode ser incluída no conjunto de atividades da equipe, de modo que tal intervenção pode ser vista como uma oportunidade (CAVALCANTE, LOPES & SCARF, 2018).

Algumas políticas de manutenção já exploradas na literatura são simplificações da política KMT, que podem ser obtidas ao fixar valores para algumas das suas variáveis de decisão, conforme apresentado na Tabela 9. Desse modo, o modelo apresentado neste capítulo também pode ser utilizado para estimar o desempenho dessas políticas, de modo que se alguma delas for a melhor alternativa, será recomendada pelo algoritmo de otimização.

Tabela 9 – Simplificações da política KMT.

Política	Adaptação da política KMT	Trabalhos prévios que consideram a política
MT	$K = \infty$	Vaurio (1995), Berrade, Scarf & Cavalcante (2015), Alberti <i>et al.</i> (2018), Cavalcante, Scarf & Berrade (2019)
PI	$K = \infty, M = \infty$	Vaurio (1995), Jia & Christer (2002)
ABR	$K = \infty, M = 1$	Cha, Finkelstein & Levitin (2017a)*
K	$M = 1, T = \infty$	Finkelstein & Gertsbakh (2015, 2016)*
KT	$M = 1$	Chen (2012)*, Cha, Finkelstein & Levitin (2018a,b)*

Fonte: O Autor (2020).

\*Trabalhos que não abordaram o contexto de sistemas de proteção.

Para a modelagem matemática da política de manutenção, considerou-se que as inspeções são imperfeitas, estando sujeitas a falsos positivos (com probabilidade  $p$ ) e falsos negativos (com probabilidade  $q$ ), mas não têm efeito sobre a confiabilidade do sistema.

## 4.5 DESENVOLVIMENTO DO MODELO

O desenvolvimento do modelo é apresentado em duas partes. Primeiro, é apresentado o modelo de falha, que resulta na formulação das medidas de confiabilidade consideradas no desenvolvimento do modelo da política de manutenção, apresentado na sua sequência.

### 4.5.1 Pressupostos do modelo

O modelo foi desenvolvido a partir dos seguintes pressupostos:

- a) A política de manutenção é reagendada no início de todo ciclo de renovação.
- b) A substituição do componente é realizada quando uma inspeção indica que ele encontra falho, imediatamente após a  $K$ -ésima inspeção, imediatamente após a  $M$ -ésima inspeção, ou imediatamente após uma demanda não atendida, o que ocorrer primeiro.
- c) Demandas ocorrem de acordo com um PHP com taxa  $\mu$ .
- d) Demandas podem resultar em um choque efetivo com probabilidade  $\theta(t)$ , causando um aumento súbito na taxa de falha do componente de valor determinístico  $\xi$ .
- e) Em uma inspeção realizada quando o componente se encontra operacional, há uma probabilidade  $p$  de haver falso positivo.
- f) Em uma inspeção realizada quando o componente se encontra falho, há uma probabilidade  $q$  de haver falso negativo.
- g) Os tempos e os custo das ações de manutenção são constantes e conhecidos.
- h)  $T_v$  é desprezível.
- k) Durante o tempo dedicado a inspeção ou substituição do componente, o processo de chegada de demandas para o sistema é interrompido.
- i) Ao fim de todo ciclo de renovação, uma inspeção é realizada a fim de verificar o estado do componente e registrar a informação.

### 4.5.2 O modelo de falha

Seja um evento do tipo  $r$  que ocorre de acordo com um processo de Poisson com taxa  $\mu_r(t)$ . A probabilidade de ocorrerem  $w$  eventos do tipo  $r$  num intervalo de tempo  $[0, t)$  é (ROSS, 1996):

$$P_r(w, t) = \frac{\left[ \int_0^t \mu_r(u) du \right]^w \cdot \exp \left[ - \int_0^t \mu_r(u) du \right]}{w!} \quad (4.2)$$

No contexto deste capítulo,  $r$  pode ser  $n$  (demandas),  $s$  (choques efetivos) ou  $o$  (choques não efetivos).

A seguir são apresentadas as funções das medidas de confiabilidade que foram consideradas no desenvolvimento do modelo matemático da política de manutenção. O desenvolvimento do modelo de falha apresentado a seguir, baseado no conceito de processo *shot-noise*, é similar ao apresentado por Cha, Finkelstein & Levitin (2018a), mas difere dele pois neste trabalho se considera tanto os choques efetivos quanto os choques não efetivos na análise, uma vez que se considerou que não é possível diferenciá-los na operação do sistema de proteção.

A função densidade de probabilidade conjunta para  $Y = t$ ,  $N(t) = n$  e  $S(t) = s \leq n$  (ou seja, o componente falha em  $t$ , após  $n$  demandas, das quais  $s$  resultam em choques efetivos) é dada por:

$$f_{T,S,N}(t, s, n) = P_s(0, t) \cdot P_o(n, t) \cdot h_0(t) \cdot \exp\left[-\int_0^t h_0(u) du\right] \quad \text{se } s = 0 \quad (4.3)$$

$$f_{T,S,N}(t, s, n) = P_o(n - s, t) \cdot [h_0(t) + \xi \cdot s] \cdot \left[ \exp\left(-\int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)] du\right) \right] \cdot \frac{\left[ \int_0^t (\exp[-\xi \cdot (t - u)]) \cdot \mu_s(u) du \right]^s}{s!} \quad (4.4)$$

se  $s > 0$

A demonstração das equações (4.3) e (4.4) é apresentada no Apêndice A.

A função densidade de probabilidade conjunta para  $Y = t$ ,  $N(t) = n$  e  $S(t) \leq n$  pode, então, ser obtida da seguinte forma:

$$f_{T,N}(t, n) = \sum_{s=0}^n f_{T,S,N}(t, s, n) \quad (4.5)$$

A função densidade de probabilidade conjunta para  $Y = t$  e  $N(t) \leq m$ , por sua vez, é dada por:

$$f_T(t, m) = \sum_{n=0}^m f_{T,N}(t, n) \quad (4.6)$$

As funções de confiabilidade são obtidas de maneira semelhante, de modo que a probabilidade conjunta de  $Y > t$ ,  $N(t) = n$  e  $S(t) = s \leq n$  é dada por:

$$R_{T,S,N}(t, s, n) = P_s(0, t) \cdot P_o(n, t) \cdot \exp\left[-\int_0^t h_0(u) du\right] \quad \text{se } s = 0 \quad (4.7)$$

$$R_{T,S,N}(t, s, n) = P_o(n - s, t) \cdot \left[ \exp\left(-\int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)] du\right) \right] \cdot \frac{\left[ \int_0^t (\exp[-\xi \cdot (t - u)]) \cdot \mu_s(u) du \right]}{s!} \quad (4.8)$$

se  $s > 0$

A demonstração das equações (4.7) e (4.8) também é apresentada no Apêndice A.

A probabilidade conjunta de  $Y > t$ ,  $N(t) = n$  e  $S(t) \leq n$  pode, então, ser obtida da seguinte forma:

$$R_{T,N}(t, n) = \sum_{s=0}^n R_{T,S,N}(t, s, n) \quad (4.9)$$

A probabilidade conjunta para  $Y > t$  e  $N(t) \leq m$ , por sua vez, é dada por:

$$R_T(t, m) = \sum_{n=0}^m R_{T,N}(t, n) \quad (4.10)$$

As funções de distribuição acumuladas  $F_{T,S,N}(t, s, n)$ ,  $F_{T,N}(t, n)$  e  $F_T(t, m)$  são complementares as funções de confiabilidade.

### 4.5.3 O modelo da política de manutenção

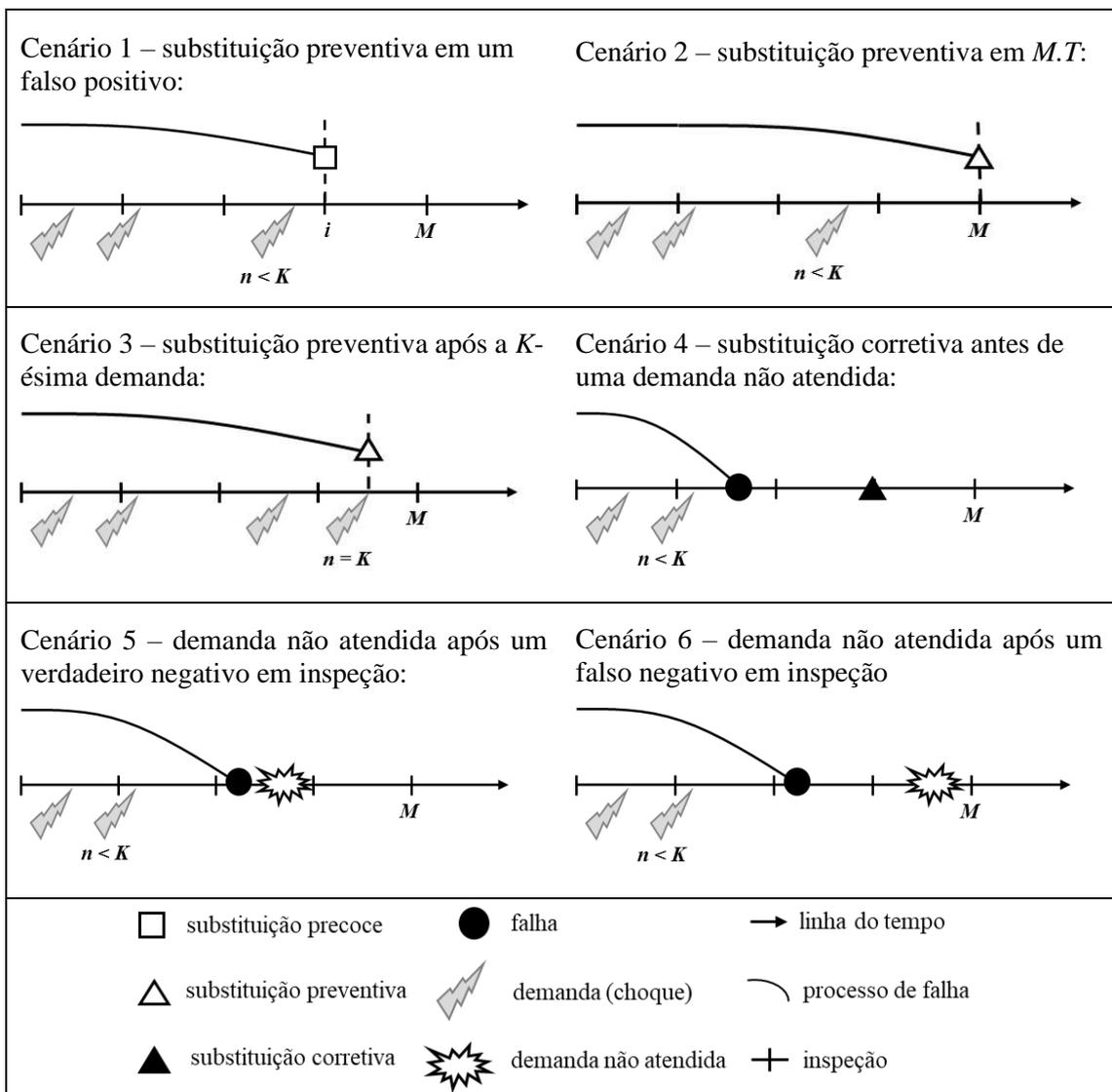
O modelo foi desenvolvido a partir da enumeração de todos os cenários distintos de ciclo de renovação que podem ocorrer nas condições apresentadas. Neste caso, obteve-se um conjunto exaustivo de seis cenários mutuamente exclusivos, de modo que a soma das suas probabilidades deve ser igual a 1, independentemente dos valores atribuídos às variáveis de decisão da política de manutenção.

O número de cenários possíveis verificados para o desenvolvimento deste modelo é menor que o do modelo apresentado no Capítulo 3, pois os pressupostos que foram considerados são diferentes: para o presente modelo, não se considerou que o processo de deterioração e falha do sistema pode ser modelado de acordo com o conceito *delay-time*, nem que inspeções podem ter qualquer efeito sobre a confiabilidade do sistema, estas são possibilidades a serem exploradas em trabalhos futuros.

Para cada cenário é apresentado o cálculo da sua probabilidade de ocorrência ( $P_{cenario}$ ), e a contribuição que apresenta para o cálculo final dos valores esperados do custo ( $EC_{cenario}$ ) e do comprimento (duração) ( $EL_{cenario}$ ) de um ciclo de renovação. Os cenários são representados graficamente na Figura 5, e o desenvolvimento matemático é apresentado na sequência.

O modelo foi implementado em um sistema algébrico computacional e um algoritmo de otimização aproximada foi utilizado para obtenção dos resultados da aplicação numérica apresentada na Seção 4.6. Vale ressaltar que o modelo pode ser implementado em qualquer software que permita a realização dos cálculos apresentados, e diferentes algoritmos de otimização, aproximados ou heurísticos, podem ser aplicados para a obtenção de recomendações de políticas de manutenção.

Figura 5 – Representação gráfica dos cenários.



Fonte: O Autor (2020).

#### 4.5.3.1 Desenvolvimento matemático dos cenários

- *Cenário 1 – substituição precoce por conta de um falso positivo em inspeção:* um falso positivo ocorre na  $i$ -ésima inspeção, levando a uma substituição precoce do componente. Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(i \cdot C_v + C_p)$ , e a sua duração é  $(i \cdot T + T_p)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{1i}(K, T, i) = (1 - p)^{i-1} \cdot p \cdot R_T(i \cdot T, K - 1) \quad (4.11)$$

Consequentemente:

$$EC_1(K, T, M) = \sum_{i=1}^{M-1} [(i \cdot C_v + C_p) \cdot P_{1i}(K, T, i)] \quad (4.12)$$

$$EL_1(K, T, M) = \sum_{i=1}^{M-1} [(i \cdot T + T_p) \cdot P_{1i}(K, T, i)] \quad (4.13)$$

- *Cenário 2 – substituição preventiva em  $M \cdot T$ :* o componente é substituído preventivamente em  $M \cdot T$ , antes da falha e da  $K$ -ésima demanda. Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(M \cdot C_v + C_p)$ , e a sua duração é  $(M \cdot T + T_p)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_2(K, T, M) = (1 - p)^{M-1} \cdot R_T(M \cdot T, K - 1) \quad (4.14)$$

Consequentemente:

$$EC_2(K, T, M) = (M \cdot C_v + C_p) \cdot P_2(K, T, M) \quad (4.15)$$

$$EL_2(K, T, M) = (M \cdot T + T_p) \cdot P_2(K, T, M) \quad (4.16)$$

- *Cenário 3 – substituição preventiva por ocasião da  $K$ -ésima demanda:* o componente é substituído preventivamente imediatamente após a  $K$ -ésima demanda, que ocorre no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções, antes da falha. Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(i \cdot C_v + C_p)$ , e a sua duração é o tempo até a  $K$ -ésima demanda mais  $T_p$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{3i}(K, T, i) = (1 - p)^{i-1} \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} \mu \cdot R_{T,N}(x, K - 1) dx \quad (4.17)$$

Consequentemente:

$$EC_3(K, T, M) = \sum_{i=1}^M [(i \cdot C_v + C_p) \cdot P_{3i}(K, T, i)] \quad (4.18)$$

$$EL_3(K, T, M) = \sum_{i=1}^M \left[ (1-p)^{i-1} \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} (x + T_p) \cdot \mu \cdot R_{T,N}(x, K-1) dx \right] \quad (4.19)$$

- *Cenário 4 – substituição corretiva antes de uma demanda não atendida:* a falha ocorre no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções, antes da  $K$ -ésima demanda, e é identificada na  $j$ -ésima inspeção ( $i \leq j < M$ ), ou o componente é substituído em  $M \cdot T$ , antes da ocorrência de uma demanda. Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(j \cdot C_v + C_f)$ , e a sua duração é  $(j \cdot T + T_f)$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{4ij}(K, T, M, i, j) = (1-p)^{i-1} \cdot q^{j-i} \cdot (1-q) \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_T(x, K-1) \cdot R_d(j \cdot T - x) dx \quad (4.20)$$

se  $j < M$

$$P_{4ij}(K, T, M, i, j) = (1-p)^{i-1} \cdot q^{j-i} \cdot \int_{(i-1)T}^{iT} f_T(x, K-1) \cdot R_d(j \cdot T - x) dx \quad (4.21)$$

se  $j = M$

Consequentemente:

$$EC_4(K, T, M) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^j [(i \cdot C_v + C_f) \cdot P_{4ij}(K, T, M, i, j)] \quad (4.22)$$

$$EL_4(K, T, M) = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^j [(i \cdot T + T_f) \cdot P_{4ij}(K, T, M, i, j)] \quad (4.23)$$

- *Cenário 5 – demanda não atendida após um verdadeiro negativo em inspeção:* a falha ocorre no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções, antes da  $K$ -ésima demanda, e uma demanda ocorre antes da inspeção subsequente, resultando em uma demanda não atendida. Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(i \cdot C_v + C_f + C_{ud})$ , e a sua duração é o tempo até a ocorrência da demanda não atendida mais  $T_f$  mais  $T_{ud}$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{5i}(K, T, i) = (1 - p)^{i-1} \cdot \int_{(i-1).T}^{i.T} f_T(x, K - 1) \cdot F_d(i.T - x) dx \quad (4.24)$$

Consequentemente:

$$EC_5(K, T, M) = \sum_{i=1}^M [(i \cdot C_v + C_f + C_{ud}) \cdot P_{5i}(K, T, i)] \quad (4.25)$$

$$EL_5(K, T, M) = \sum_{i=1}^M EL_{5i}(K, T, i) \quad (4.26)$$

Onde:

$$EL_{5i}(K, T, i) = (1 - p)^{i-1} \cdot \int_{(i-1).T}^{i.T} f_T(x, K - 1) \cdot \int_0^{i.T-x} f_d(z) \cdot (x + z + T_f + T_{ud}) dz dx \quad (4.27)$$

- *Cenário 6 – demanda não atendida após um falso negativo em inspeção:* a falha ocorre no  $i$ -ésimo intervalo entre inspeções, antes da  $K$ -ésima demanda, e uma demanda ocorre no  $j$ -ésimo intervalo entre inspeções, antes da identificação da falha, resultando em uma demanda não atendida ( $i < j$ ). Nessas circunstâncias, o custo do ciclo de renovação é  $(j \cdot C_v + C_f + C_{ud})$ , e a sua duração é o tempo até a ocorrência da demanda não atendida mais  $T_f$  mais  $T_{ud}$ . Isso ocorre com probabilidade:

$$P_{6ij}(K, T, i, j) = (1 - p)^{i-1} \cdot q^{j-i} \cdot \int_{(i-1).T}^{i.T} f_T(x, K - 1) \cdot [F_d(j.T - x) - F_d((j - 1).T - x)] dx \quad (4.28)$$

Consequentemente:

$$EC_6(K, T, M) = \sum_{j=2}^M \sum_{i=1}^{j-1} [(j \cdot C_v + C_f + C_{ud}) \cdot P_{6ij}(K, T, i, j)] \quad (4.29)$$

$$EL_6(K, T, M) = \sum_{j=2}^M \sum_{i=1}^{j-1} EL_{6ij}(K, T, i, j) \quad (4.30)$$

Onde:

$$EL_{6ij}(K, T, i, j) = (1 - p)^{i-1} \cdot q^{j-i} \cdot \int_{(i-1)T}^{i.T} f_T(x, K - 1) \cdot \int_{(j-1)T-x}^{j.T-x} f_d(z) \cdot (x + z + T_f + T_{ud}) dz dx \quad (4.31)$$

#### 4.5.3.2 Unindo os cenários e calculando medidas de desempenho

O valor esperado de uma medida de interesse para um ciclo de renovação  $EQ$  é igual a soma das contribuições de todos os cenários:

$$EQ(K, T, M) = \sum_{cenario=1}^6 EQ_{cenario}(K, T, M) \quad (4.32)$$

$EQ$  pode corresponder ao custo ( $EC$ ) ou ao comprimento ( $EL$ ) esperado de um ciclo de renovação. Além disso, a probabilidade de um ciclo de renovação terminar em demanda não atendida pode ser calculada como a soma das probabilidades dos cenários que terminam dessa forma:

$$\rho(K, T, M) = \left[ \sum_{i=1}^M P_{5i}(K, T, i) \right] + \left[ \sum_{j=2}^M \sum_{i=1}^{j-1} P_{6ij}(K, T, i, j) \right] \quad (4.33)$$

Se  $M = 1$ , os cenários 1 e 6 não são pertinentes e devem ser removidos.

De acordo com o Teorema da Renovação por Recompensa (ROSS, 1996), a taxa de custo esperada pode ser calculada da seguinte forma, em função das variáveis de decisão da política de manutenção:

$$C_{\infty}(K, T, M) = \frac{EC(K, T, M)}{EL(K, T, M)} \quad (4.34)$$

Por sua vez, seguindo a lógica apresentada no Capítulo 3, a taxa esperada de demandas não atendidas pode ser calculada da seguinte forma, em função das variáveis de decisão da política de manutenção:

$$\lambda(K, T, M) = \frac{\rho(K, T, M)}{EL(K, T, M)} \quad (4.35)$$

#### 4.5.3.3 Possíveis adaptações do modelo

O modelo apresentado pode ser facilmente adaptado para contextos diferentes. Se, por exemplo, considerar-se que é possível classificar os choques devido ao atendimento de demandas como efetivos ou não efetivos, e que variável de decisão  $K$  da política KMT se refere apenas ao número de choques efetivos, é necessário alterar a descrição dos cenários e considerar o modelo de falha mais simples apresentado por Cha, Finkelstein & Levitin (2018a), que não considera a contagem do número de choques não efetivos. Outras adaptações também podem ser feitas de acordo com a estrutura de custos do problema, de modo semelhante ao que já foi apresentado na Subseção 3.3.4.4.

## 4.6 APLICAÇÃO NUMÉRICA

Nesta seção é apresentada uma aplicação numérica, com uma ampla discussão dos resultados obtidos. A fim de se investigar algumas tendências, foi arbitrada uma instância numérica onde o efeito do ambiente de linha de base não predomina sobre o efeito dos choques devido a demandas, nem vice-versa. Essa instância foi chamada de caso base, e os resultados para análise foram obtidos a partir da variação de alguns de seus parâmetros. Para essa análise a taxa de custo foi considerada como critério de decisão, e a taxa de demandas não atendidas foi considerada como um critério auxiliar, para desempate de soluções.

### 4.6.1 Especificação dos parâmetros do modelo

Para a aplicação numérica, foi considerado um sistema de proteção com um componente cuja distribuição de probabilidade do tempo até a falha na ausência de choques é caracterizada por uma distribuição Weibull com parâmetro de forma  $\beta = 2$  e parâmetro de escala  $\eta = 5$  un (unidades de tempo). O sistema é sujeito a demandas que ocorrem de acordo com um PHP com taxa  $\mu = 1,5$  demandas/un. As demandas resultam em choque efetivo com probabilidade constante  $\theta = 0,7$ , de modo que os choques também ocorrem de acordo com um PHP, e um choque efetivo ocasiona um salto na taxa de falha de  $\xi = 0,08$  un<sup>-1</sup>.

Os custos são estabelecidos tomando como unidade de referência o custo de uma substituição preventiva, de modo que:  $C_p = \$ 1$ ,  $C_v = \$ 0,05$ ,  $C_f = 2$  e  $C_{ud} = \$ 50$ . Já o tempo para execução de uma inspeção é desprezível, e  $T_p = 1 \cdot (10^{-4})$  un,  $T_f = 2 \cdot (10^{-4})$  un e  $T_{ud} = 1 \cdot (10^{-4})$  un.

<sup>3)</sup> un. Além disso, considerou-se que as inspeções podem resultar em falsos positivos com probabilidade  $p = 0,1$  e em falsos negativos com probabilidade  $q = 0,1$ .

#### 4.6.2 Resultados e discussão

Para avaliar a política de manutenção proposta, nomeada política KMT, buscou-se comparar o seu desempenho ótimo com o desempenho ótimo de duas de suas derivações mais simples: a política MT, que considera apenas o tempo como escala de referência, e a política K, que considera apenas o número de demandas (choques). É possível estimar o desempenho destas políticas fazendo uso do modelo apresentado neste capítulo: para estimar o desempenho da política MT, basta considerar  $K = \infty$ , e para fazer isso numericamente, basta designar um valor grande o suficiente para  $K$ , que leve a convergência dos resultados. Já para a política K, basta considerar  $T = \infty$  e  $M = 1$ , e para fazer isso numericamente, basta designar um valor grande o suficiente para  $T$ .

Para a instância numérica apresentada (caso base), a política que minimiza a taxa de custo é  $K = 3$ ,  $M = 9$  e  $T = 0,186$  un, que resulta em  $C_\infty = 2,016$  \$/un e  $\lambda = 0,012$  UD/un (essa taxa significa que, em média, uma a cada 125 demandas não é atendida). Visto que o custo decorrente de uma demanda não atendida é bastante alto comparado aos demais, espera-se que a política ótima seja conservadora, buscando reduzir significativamente a probabilidade de ocorrência desse evento, e de fato, a política recomendada é bastante conservadora, não tolerando mais que três demandas e limitando a duração de um ciclo de renovação a menos da metade do valor de  $\eta$  ( $M.T = 1,674$  un  $< \eta/2$ ).

Quando se considera a política MT, a política ótima é  $M = 7$  e  $T = 0,188$  un, que resulta em  $C_\infty = 2,042$  \$/un e  $\lambda = 0,013$  UD/un. Já quando se considera a política K, a política ótima é  $K = 1$ , que resulta em  $C_\infty = 4,046$  \$/un e  $\lambda = 0,048$  UD/un.

A política MT ótima apresenta um desempenho muito próximo ao da política KMT ótima. Isso acontece porque as inspeções compensam os efeitos negativos que os choques podem ter sobre a confiabilidade do sistema. Já a política K ótima apresenta um desempenho significativamente inferior, em decorrência de ser excessivamente conservadora, a fim de compensar os efeitos da degradação natural que ocorre ao longo do tempo, que também é significativa neste exemplo.

A fim de investigar os efeitos de alguns fatores sobre as políticas KMT, MT e K ótimas, foi feita uma análise de sensibilidade variando os valores de alguns parâmetros do modelo, e os

resultados são apresentados na Tabela 10. O caso base é destacado na primeira linha da tabela, e nas demais linhas os parâmetros que foram modificados são destacados em cinza.

Tabela 10 – Análise de sensibilidade.

	Parâmetros do modelo						Política KMT ótima				Política MT ótima			Política K ótima	
	$\mu$	$\theta$	$\xi$	$C_{ud}$	$p$	$q$	$K$	$M$	$T$	$C_{\infty}$	$M$	$T$	$C_{\infty}$	$K$	$C_{\infty}$
1	1,5	0,7	0,08	50	0,1	0,1	3	9	0,186	2,016	7	0,188	2,042	1	4,046
2	0,5	0,7	0,08	50	0,1	0,1	3	7	0,308	1,295	7	0,304	1,299	1	5,244
3	3,0	0,7	0,08	50	0,1	0,1	4	9	0,133	2,823	8	0,126	2,874	1	4,475
4	1,5	0,5	0,08	50	0,1	0,1	3	8	0,203	1,925	7	0,199	1,930	1	4,046
5	1,5	0,9	0,08	50	0,1	0,1	3	8	0,186	2,102	8	0,169	2,145	1	4,046
6	1,5	0,7	0,02	50	0,1	0,1	6	7	0,224	1,723	7	0,223	1,723	1	4,046
7	1,5	0,7	0,16	50	0,1	0,1	2	9	0,193	2,246	8	0,156	2,354	1	4,046
8	1,5	0,7	0,08	25	0,1	0,1	4	7	0,255	1,637	7	0,242	1,651	1	2,835
9	1,5	0,7	0,08	75	0,1	0,1	3	9	0,158	2,286	8	0,153	2,321	1	5,258
10	1,5	0,7	0,08	50	0	0	3	18	0,116	1,682	15	0,111	1,713	1	4,046
11	1,5	0,7	0,08	50	0,2	0,1	3	5	0,272	2,175	4	0,281	2,197	1	4,046
12	1,5	0,7	0,08	50	0,1	0,2	3	7	0,196	2,107	6	0,196	2,130	1	4,046

Fonte: O Autor (2020).

$\mu$  em demandas/un,  $\xi$  em un<sup>-1</sup>,  $C_{ud}$  em \$,  $T$  em un,  $C_{\infty}$  em \$/un.

Primeiramente, observa-se que ao aumentar a taxa de demandas ( $\mu$ ), a política KMT ótima tende a apresentar um  $K$  maior, a fim de evitar substituições precoces; e para compensar os efeitos negativos que os choques podem ter, é recomendada a prática de inspeções mais frequentes, assim como substituição preventiva programada mais cedo. Da mesma forma, o aumento da probabilidade de uma demanda resultar em choque efetivo ( $\theta$ ) implica principalmente na recomendação de inspeções mais frequentes.

A variável de decisão  $K$  se mostrou mais sensível à variação de  $\xi$ , o que é esperado visto que este parâmetro descreve o impacto de um choque efetivo sobre a taxa de falha do sistema, e a variável  $K$  é o aspecto diferencial da política KMT para lidar de forma mais eficiente com os efeitos de choques aleatórios. A variação do custo de uma demanda não atendida ( $C_{ud}$ ), por sua vez, influenciou principalmente nas recomendações sobre a frequência de inspeções.

Nota-se que a prática de inspeções é aspecto muito importante da política, e o impacto da qualidade da inspeção é significativo: com inspeção perfeita (linha 10), é possível obter uma taxa de custo ótima 16,6% inferior à do caso base. Observa-se que o aumento da probabilidade de falso positivo ( $p$ ) tem um efeito inibitório sobre a prática de inspeções, a fim de evitar substituições precoces, e de modo contrário, o aumento da probabilidade de falso negativo ( $q$ ) tende a resultar na recomendação de mais inspeções. Entretanto, neste exemplo, o efeito da probabilidade de falso positivo mostrou-se predominante.

Em geral, o desempenho das políticas KMT e MT ótimas ficaram bastante próximos (com a política KMT apresentando desempenho sempre melhor ou igual ao da política MT), enquanto o desempenho da política K é significativamente inferior, o que reforça a noção da importância de inspeções no contexto de sistemas de proteção.

Mesmo que as diferenças tenham sido pequenas nos casos abordados na Tabela 10, foi possível observar que a diferença entre os desempenhos das políticas KMT e MT tende a ser maior quanto maior o efeito dos choques sobre a taxa de falha do componente em comparação ao efeito da taxa de falha de linha de base. Considerando isso, avaliou-se o desempenho das políticas KMT, MT e K para outros dois cenários, onde o efeito dos choques predomina sobre o efeito da taxa de falha de linha de base. Para fazer essa análise, variou-se o valor do parâmetro de escala da distribuição de probabilidade que caracteriza a taxa de falha de linha de base: quanto maior  $\eta$ , menor a taxa de falha quando na ausência de choques. Os resultados são apresentados na Tabela 11, onde foram considerados três valores distintos de  $\eta$  e três valores distintos do  $C_{ud}$ , a fim de representar diferentes níveis de criticidade de demandas não atendidas.

Tabela 11 – Políticas ótimas para diferentes valores de  $\eta$  e  $C_{ud}$ .

Parâmetros do modelo			Política KMT ótima					Política MT ótima				Política K ótima	
$\eta$	$C_{ud}$		$K$	$M$	$T$	$M.T$	$C_{\infty}$	$M$	$T$	$M.T$	$C_{\infty}$	$K$	$C_{\infty}$
1	5	25	4	7	0,255	1,785	1,637	7	0,242	1,694	1,651	1	2,835
2	5	50	3	9	0,186	1,674	2,016	7	0,188	1,316	2,042	1	4,046
3	5	75	3	9	0,158	1,422	2,286	8	0,156	1,248	2,321	1	5,258
4	12,5	25	3	12	0,354	4,248	1,283	7	0,296	2,072	1,345	2	1,785
5	12,5	50	2	13	0,331	4,303	1,578	8	0,215	1,720	1,677	1	2,003
6	12,5	75	2	14	0,261	3,654	1,763	8	0,188	1,504	1,913	1	2,213
7	20	25	3	12	0,389	4,668	1,223	7	0,308	2,156	1,301	2	1,600
8	20	50	3	12	0,377	4,524	1,493	8	0,215	1,720	1,677	1	1,744
9	20	75	2	13	0,296	3,848	1,665	8	0,192	1,536	1,854	1	1,827

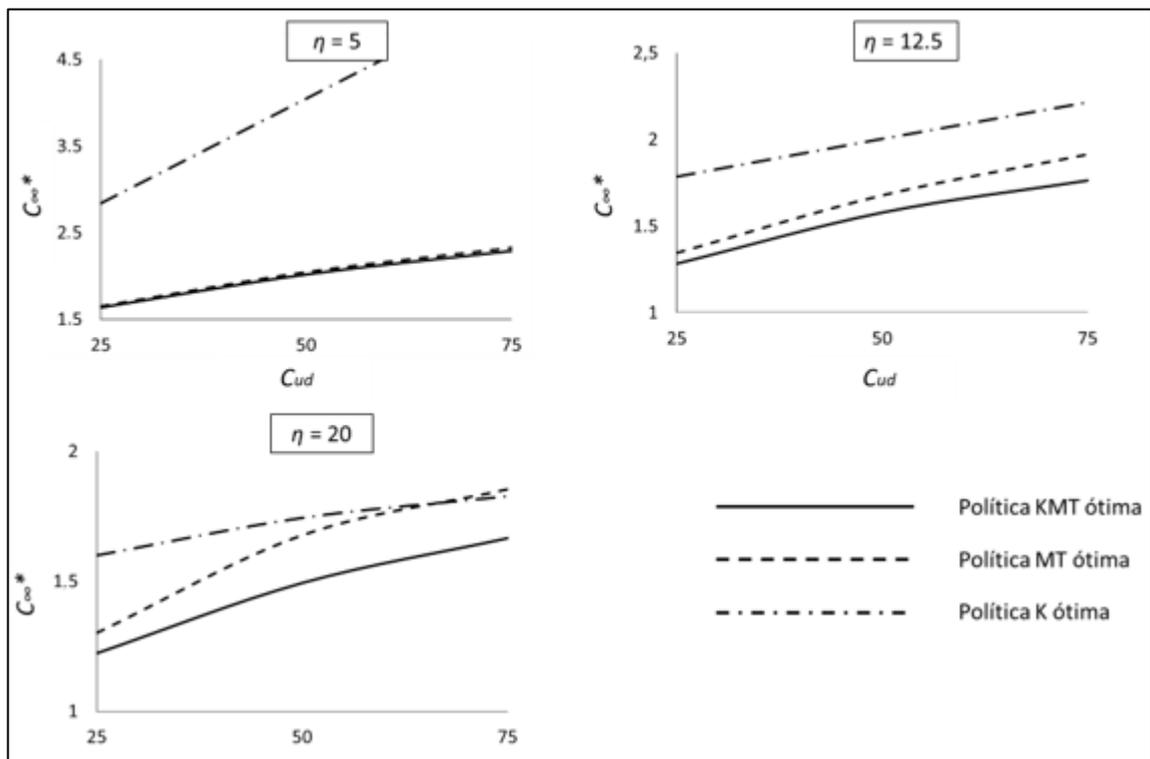
Fonte: O Autor (2020).

$\eta$  em un,  $C_{ud}$  em \$,  $T$  em un,  $C_{\infty}$  em \$/un.

Os resultados apresentados na Tabela 11 confirmam a suposição de que, quanto mais predominante o efeito dos choques sobre a taxa de falha do componente, maior a economia possível de ser obtida com a política KMT quando comparada a política MT. De fato, isso acontece porque a variável de decisão  $K$  adquire maior relevância, a ponto de, no caso apresentado na linha 9, o desempenho da política K ser ligeiramente melhor que o da política MT. Esse comportamento dos resultados pode ser melhor visualizado nos gráficos apresentados na Figura 6.

Para os casos apresentados nas linhas 4 a 9, verificou-se que políticas com os mesmos valores de  $K$  e  $T$ , mas com  $M = \infty$ , apresentam desempenho equivalente às apresentadas na tabela em termos de taxa de custo, mas ligeiramente inferior no que diz respeito a taxa de demandas não atendidas. Observando isso foi possível vislumbrar a possibilidade de se recomendar uma política de inspeção periódica que orienta a manutenção preventiva apenas caso um determinado número de demandas seja atendido, que é adequada para sistemas de proteção sujeitos a deterioração que ocorre principalmente em decorrência de choques em demandas. Isso novamente reforça a noção da importância da prática de inspeções no contexto de sistemas de proteção.

Figura 6 – Gráficos dos valores ótimos de  $C_{\infty}$  ( $C_{\infty}^*$ ) de diferentes políticas em função do  $C_{ud}$ , para diferentes valores de  $\eta$ .



Fonte: O Autor (2020).

$C_{\infty}^*$  em \$/un.,  $C_{ud}$  em \$,  $\eta$  em un.

Nos gráficos apresentados na Figura 6 é possível observar que a política KMT é tão mais vantajosa quanto maior for a predominância do efeito dos choques na taxa de falha. Além disso, quanto maior a criticidade das demandas não atendidas (maior  $C_{ud}$ ), mais se justifica a consideração do número de choques como um parâmetro para tomada de decisão.

Outra questão importante é que, uma vez que  $\theta(t)$  é constante, é razoável esperar que a política KMT absorva melhor o impacto de eventuais variações na taxa de demandas ao longo

do tempo, algo que pode ser facilmente verificado em aplicações práticas: no caso de válvulas de isolamento (ALBERTI *et al.*, 2018a,b), por exemplo, o envelhecimento dos dutos implica num aumento da taxa de demandas com o tempo. Já no caso de um sistema de proteção utilizado para proteger sistemas de manufatura (BERRADE, CAVALCANTE & SCARF, 2012), verifica-se que períodos de alta produção podem levar a um aumento na taxa de demandas, assim como período de baixa produção tem o efeito oposto.

Quando a taxa de demandas aumenta, a política KMT garante que o sistema possa ser renovado por ocasião da  $K$ -ésima demanda, antes de  $M.T$ , reduzindo a probabilidade de falha e consequentemente a probabilidade de uma demanda não atendida. Por outro lado, quando a taxa de demandas diminui, também se espera que a política apresente um melhor desempenho, visto que permite uma maior duração do ciclo de renovação, reduzindo o desperdício da vida útil do componente: como pode ser observado na Tabela 11, o valor de  $M.T$  tende a ser maior para a política KMT em comparação à política MT.

Para analisar esse aspecto, considerou-se as políticas ótimas apresentadas nas linhas 2,5 e 8 da Tabela 11, para aplicação em cenários com diferentes valores de  $\mu$ , que representam possíveis situações de variação da taxa de demandas ao longo do tempo. Os resultados são apresentados na Tabela 12.

Tabela 12 – Desempenho de políticas de manutenção (que foram recomendadas considerando  $\mu = 1,5$ ) para diferentes valores de  $\mu$ .

Parâmetros do modelo			Política KMT ótima (para $\mu = 1.5$ )					Política MT ótima (para $\mu = 1.5$ )				Política K ótima (para $\mu = 1.5$ )	
$\eta$	$\mu$		$K$	$M$	$T$	$M.T$	$C_{\infty}$	$M$	$T$	$M.T$	$C_{\infty}$	$K$	$C_{\infty}$
1	5	1,5	3	9	0,186	1,674	2,016	7	0,188	1,316	2,042	1	4,046
2	5	0,5	3	9	0,186	1,674	1,437	7	0,188	1,316	1,519	1	5,244
3	5	2,5	3	9	0,186	1,674	2,605	7	0,188	1,316	2,748	1	4,198
4	12,5	1,5	2	11	0,335	3,685	1,578	8	0,215	1,720	1,677	1	2,003
5	12,5	0,5	2	11	0,335	3,685	0,893	8	0,215	1,720	1,173	1	1,668
6	12,5	2,5	2	11	0,335	3,685	2,224	8	0,215	1,720	2,451	1	2,885
7	20	1,5	2	16	0,377	6,032	1,493	8	0,223	1,784	1,624	1	1,744
8	20	0,5	2	16	0,377	6,032	0,784	8	0,223	1,784	1,117	1	1,007
9	20	2,5	2	16	0,377	6,032	2,153	8	0,223	1,784	2,417	1	2,727

Fonte: O Autor (2020).

$C_{ud} = 50$  \$,  $\eta$  em un,  $\mu$  em demandas/un,  $T$  em un,  $C_{\infty}$  em \$/un.

Os resultados apresentados na Tabela 12 confirmam a expectativa: é evidente que o aumento (/redução) da taxa de demandas implica em um aumento (/redução) da taxa de custo para todas as políticas consideradas, porém, em todos os casos a política KMT obteve um desempenho melhor, e quando comparado ao desempenho das outras políticas, a diferença é até

mais significativa que nos casos de referência (linhas 1, 4 e 7), mostrando que a sua sensibilidade a variação de  $\mu$  é menor.

#### **4.6.3 Síntese dos resultados e comentários**

Com essa aplicação numérica foi possível observar algumas tendências importantes: primeiro, os resultados reforçaram a noção do papel estratégico de inspeções no contexto de sistemas de proteção, a fim de se garantir um bom desempenho de políticas de manutenção sem grande desperdício da vida útil do sistema. Depois, verificou-se que quanto mais predominante o efeito dos choques devido ao atendimento de demandas sobre a taxa de falha do sistema de proteção, mais vantajosa a política KMT quando comparada a sua variação mais simples que não considera a contagem do número de demandas. Por fim, verificou-se que política KMT tende a absorver melhor os efeitos de possíveis variações da taxa de demandas ao longo do tempo, caso o sistema esteja sujeito a choques devido ao atendimento de demandas.

Um ponto importante é que não foi considerada neste estudo a possibilidade de inspeções terem um efeito danoso sobre o sistema de proteção, caso esse que foi abordado no Capítulo 3, que considera uma abordagem diferente para o desenvolvimento do modelo da política de manutenção. Nessas circunstâncias, a estratégia de considerar o número de demandas como um parâmetro para tomada de decisão sobre manutenção preventiva tende a ser ainda mais vantajosa, uma vez que a prática de inspeções pode ser desencorajada, e nessas condições uma política de substituição preventiva baseada apenas na idade tem que ser muito conservadora para compensar isso.

#### **4.7 SÍNTESE CONCLUSIVA**

Neste capítulo foi proposta política híbrida de inspeção e manutenção preventiva para sistemas de proteção, chamada política KMT, que considera tanto a idade do sistema como o número de demandas atendidas como parâmetros para a tomada de decisões sobre manutenção preventiva. Essa política foi motivada por observações feitas em um estudo de caso sobre manutenção de válvulas de isolamento, que levaram a ponderações sobre os aspectos de operação e condições de deterioração de sistemas de proteção de um modo geral, onde se verificou que o acionamento desses sistemas para o atendimento de demandas pode agir como um choque, contribuindo para o aumento da sua deterioração.

Para avaliar o desempenho da política proposta, foi desenvolvido um modelo matemático, que tem como base um modelo de falha onde o efeito dos choques devido a demandas é

modelado via taxa de falha do sistema, como um processo *shot-noise*. Uma análise numérica foi apresentada, demonstrando as vantagens da política proposta quando comparada a variantes mais simples que já vêm sendo exploradas na literatura.

## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho são apresentadas diferentes contribuições para o estudo de políticas de manutenção para sistemas de proteção, que foram motivadas por observações feitas em estudos sobre manutenção de sistemas reais. Ressalta-se a importância que sistemas dessa natureza podem ter para a contenção de eventos críticos e de natureza estocástica que, caso não sejam contidos por conta de um sistema de proteção indisponível, podem levar a perdas severas ou até mesmo a um desastre. Desse modo, o planejamento adequado e correta implementação de políticas de manutenção para sistemas de proteção pode ser algo de grande importância.

Inicialmente, em um estudo de caso sobre operação e manutenção de válvulas de fechamento utilizadas em redes urbanas de coleta e transporte de esgoto, verificou-se que o processo de planejamento de manutenção para este tipo de sistema envolve alguns fatores complicadores: primeiro, o próprio processo de avaliação do desempenho de uma política de manutenção nesse contexto é algo complexo, uma vez que uma análise focada somente em custo não é suficiente para compreender todos os aspectos do problema (embora uma análise de custo seja importante de ser feita), que também envolve a possibilidade de perdas na dimensão ambiental, cuja mensuração em termos de custo é algo difícil de ser feito, e por vezes até mesmo inapropriado. Logo, para uma avaliação adequada do desempenho de uma política de manutenção nesse contexto, é importante também levar em consideração os riscos de perdas em dimensões críticas de natureza não financeira. Para além disso, também foram observados aspectos importantes relacionados à qualidade da manutenção, que podem ter um impacto significativo no desempenho de uma política, e que se forem ignorados na modelagem matemática, podem levar a recomendações bastante equivocadas.

Para conferir o devido tratamento a essas características do problema estudado, propõe-se um modelo baseado no conceito *delay-time*, que permite considerar os aspectos de qualidade da manutenção que foram observados para estimar o desempenho de uma política híbrida de inspeção e manutenção preventiva em termos de taxa de custo e taxa de demandas não atendidas esperadas no longo prazo. A taxa de demandas não atendidas pode ser entendida como uma medida de risco, uma vez que é por meio da diminuição da frequência de tais eventos que a manutenção do sistema de proteção pode contribuir para a redução de perdas de natureza não financeira, que geralmente só ocorrem em decorrência desses eventos críticos. Uma abordagem de otimização da taxa de custo considerando uma restrição de risco, definida como um valor máximo aceitável da taxa de demandas não atendidas, é então apresentada como uma boa

alternativa a ser considerada para a definição de políticas de manutenção para sistemas de proteção em contextos onde há preocupação com perdas em dimensões de natureza não financeira, como no caso das válvulas estudado. Estas contribuições são apresentadas no Capítulo 3, onde também é apresentada uma aplicação numérica para demonstrar como o modelo e abordagem propostos podem ser utilizados para obter orientações para a tomada de decisões sobre manutenção em contextos como esse. O capítulo referido resultou no artigo “*Methodological contributions to modelling and analysis of maintenance policies for protection systems*” (ALBERTI & CAVALCANTE, 2019a), submetido para avaliação em periódico científico internacional.

Também foi a partir de observações de exemplos reais que se verificou a possibilidade de uma abordagem diferente da que vinha sendo até então considerada na literatura sobre manutenção de sistemas de proteção. Observou-se que o acionamento de um sistema de proteção para o atendimento de uma demanda pode agir como um choque sobre o mesmo, contribuindo para o aumento do seu nível de deterioração; logo, é de se esperar que quanto mais vezes o sistema tenha sido utilizado em um intervalo de tempo, maior o seu nível de deterioração e, conseqüentemente, mais próximo ele esteja da falha. Considerando-se a possibilidade de se contar e registrar o número de demandas atendidas pelo sistema, é proposta uma política híbrida de inspeção e manutenção preventiva que também considera tal número como uma variável de decisão para a tomada de decisões sobre manutenção preventiva.

Para avaliar o desempenho da política de manutenção proposta, é apresentado um modelo matemático que tem como base um modelo para o processo de falha onde o efeito dos choques é modelado via taxa de falha do sistema. Uma aplicação numérica é realizada, com uma ampla análise de resultados que mostrou que a política proposta pode ser bastante vantajosa, principalmente em contextos onde o efeito dos choques devido a demandas é predominante na taxa de falha do sistema. Esse conteúdo é apresentado no Capítulo 4. O capítulo referido resultou no artigo “*Modelling a two-scale based inspection and preventive maintenance policy for protection systems that are subject to shocks due to demands meeting*” (ALBERTI & CAVALCANTE, 2019b), submetido para avaliação em periódico científico internacional.

A contribuição central deste trabalho são os modelos matemáticos que permitem obter orientações para a tomada de decisões no âmbito do planejamento da manutenção. Quanto a isso é importante destacar algumas limitações: modelos matemáticos são representações aproximadas da realidade, de modo que não são capazes de cobrir todos os seus aspectos. Além disso, o processo de estimação dos valores dos parâmetros de entrada dos modelos pode ser um

processo um tanto difícil: dados censurados e inadequados, ou mesmo a ausência de dados objetivos são uma realidade frequente, e que inclusive foi vivenciada os estudos de caso citados. Entretanto, mesmo com o uso de parâmetros estimados de forma subjetiva por meio do conhecimento de especialistas, os modelos matemáticos podem ser ferramentas muito úteis para a aquisição de conhecimento sobre o problema e para a obtenção de orientações para a tomada de decisões mais acertadas. Entretanto, para isso, é importante uma análise completa, considerando diferentes cenários e uma análise de sensibilidade, como foi feito nas aplicações que são apresentadas neste trabalho (AVEN & JENSEN, 1999).

Vale ressaltar que os modelos apresentados nos Capítulos 3 e 4 são baseados em abordagens diferentes: primeiro, os modelos do processo de deterioração e falha do sistema são distintos: o modelo considerado no Capítulo 3 é baseado no conceito *delay-time*, enquanto no Capítulo 4 se considera um cenário onde não é possível observar um estado de defeito anterior à falha e os acionamentos do sistema para contenção de demandas pode levar a choques com efeito sobre a taxa de falha do sistema. Além disso, no Capítulo 3 o efeito de inspeções danosas é incluído no modelo por meio de uma probabilidade de uma inspeção levar o sistema do estado bom para o estado defeituoso: no Capítulo 4 não são consideradas inspeções danosas, mas para modelar tal situação pode ser considerada uma outra abordagem, na qual as inspeções podem levar a um salto na taxa de falha do sistema, como um choque. Desse modo, os modelos não podem ser comparados de forma direta: a definição de qual é mais adequado para aplicação em um problema específico depende muito da percepção do analista, das condições encontradas e das políticas de manutenção que podem ser implementadas.

Posto o importante papel que sistemas de proteção podem ter para a segurança de instalações, de pessoas e do meio ambiente, e a importância de um planejamento adequado da manutenção para garantir um nível de disponibilidade satisfatório para sistemas dessa natureza, fica evidente o impacto que as ferramentas e estratégias apresentadas neste trabalho podem ter, seja em termos econômicos, sociais ou ambientais.

Para encerrar esta tese, ressalta-se que a abordagem apresentada no Capítulo 4 é inédita no contexto de sistemas de proteção, e abre a possibilidade de desenvolvimento de novas pesquisas na área. Como sugestões para trabalhos futuros, destaca-se a possibilidade de se considerar um modelo do processo de falha baseado no conceito *delay-time* e que também considera o efeito de choques (QIU & CUI, 2018; ZHANG, 2019): o conceito *delay-time* permite considerar no modelo situações onde é possível identificar um estado de defeito prévio a falha, algo que tende a ser cada vez mais difundido com o desenvolvimento de tecnologias

para coleta e processamento de dados relativos a deterioração de sistemas. Destaca-se também a necessidade de se investigar o comportamento da política proposta em cenários onde as inspeções podem ser danosas para o sistema. Por fim, trabalhos futuros também podem explorar outros formatos de política de manutenção, que considerem, por exemplo, a possibilidade de demandas representarem oportunidades para a inspeção do sistema de proteção.

## REFERÊNCIAS

- AHMADI, A.; KUMAR, U. Cost Based Risk Analysis to Identify Inspection and Restoration Intervals of Hidden Failures Subject to Aging. **IEEE Transactions on Reliability**, 60(1): 197–209, 2011.
- ALASWAD, S.; XIANG, Y. A Review on Condition-Based Maintenance Optimization Models for Stochastically Deteriorating System. **Reliability Engineering and System Safety**, 157: 54–64, 2017.
- ALBERTI, A.R. **Contribuições para a definição de políticas de manutenção para sistemas de prontidão**. 2018. Dissertação (mestrado em engenharia de produção) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2018.
- ALBERTI, A.R.; CAVALCANTE, C.A.V. **Methodological contributions to modelling and analysis of maintenance policies for protection systems**. Artigo submetido para avaliação de periódico, 2019a.
- ALBERTI, A.R.; CAVALCANTE, C.A.V. **Modelling a two-scale based inspection and preventive maintenance policy for protection systems that are subject to shocks due to demands meeting**. Artigo submetido para avaliação de periódico, 2019b.
- ALBERTI, A.R.; CAVALCANTE, C.A.V.; SCARF, P.; SILVA, A.L.O. Modelling inspection and replacement quality for a protection system. **Reliability Engineering and System Safety**, 176: 145–153, 2018a.
- ALBERTI, A.R.; CAVALCANTE, C.A.V.; SCARF, P.; SILVA, A.L.O. Modelling the quality of maintenance of a protection system: a case study on isolation valves used in water distribution systems. *In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MODELLING IN INDUSTRIAL MAINTENANCE AND RELIABILITY*, 10., 2018, Manchester. **Proceedings** [...]. Manchester: IMA, 2018b.
- ALRABGHI, A.; TIWARI, A. State of the art in simulation-based optimization for maintenance systems. **Computers & Industrial Engineering**, 82: 167–182, 2015.
- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H. **Pesquisa Operacional**: para cursos de engenharia. Rio de Janeiro: Elsevier, 2007. 524p.
- ASCHER, H.; FEINGOLD, H. **Repairable Systems Reliability**. New York: Marcel Dekker, 1984. 240 p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5462/1994**: Confiabilidade e Manutenibilidade. Rio de Janeiro: ABNT, 1994.
- AVEN, T. On how to define, understand and describe risk. **Reliability Engineering and System Safety**, 95: 623–631, 2010.
- AVEN, T. The risk concept—historical and recent development trends. **Reliability Engineering and System Safety**, 99: 33–44, 2012.

AVEN, T., JENSEN, U. **Stochastic Models in Reliability**. New York: Springer-Verlag, 1999. 270p.

BAAH, K.; DUBEY, B.; HARVEY, R.; MCBEAN, E. A risk-based approach to sanitary sewer pipe asset management. **Science of the Total Environment**, 505: 1011–1017, 2015.

BAKER, R.D.; WANG, W. Estimating the delay-time distribution of faults in repairable machinery from failure data. **IMA Journal of Mathematics Applied in Business & Industry**, 3: 259–281, 1992.

BERRADE, M.D.; CAVALCANTE, C.A.V.; SCARF, P.A. Maintenance scheduling of a protection system subject to imperfect inspection and replacement. **European Journal of Operational Research**, 218: 716–725, 2012.

BERRADE, M.D.; SCARF, P.A.; CAVALCANTE, C.A.V. Some Insights Into the Effect of Maintenance Quality for a Protection System. **IEEE Transactions on Reliability**, 64(2): 661–672, 2015.

BRITO, A.J.; DE ALMEIDA, A.T. Multi-attribute risk assessment for risk ranking of natural gas pipelines. **Reliability Engineering and System Safety**, 94: 187–198, 2009.

CAVALCANTE, C.A.V.; SCARF, P.A.; DE ALMEIDA, A.T. A study of a two-phase inspection policy for a preparedness system with a defective state and heterogeneous lifetime. **Reliability Engineering and System Safety**, 96: 627–635, 2011.

CAVALCANTE, C.A.V.; SCARF, P.A.; BERRADE, M.D. Imperfect Inspection of a System With Unrevealed Failure and an Unrevealed Defective State. **IEEE Transactions on Reliability**, 68: 764–775, 2019.

CAVALCANTE, C.A.V.; LOPES, R.S.; SCARF, P.A. A general inspection and opportunistic replacement policy for one-component systems of variable quality. **European Journal of Operational Research**, 266(3): 911–919, 2018.

CHA, J.H.; FINKELSTEIN, M. Optimal preventive maintenance for systems having a continuous output and operating in a random environment. **TOP**, 27(2): 327–350, 2019.

CHA, J.H.; FINKELSTEIN, M.; LEVITIN, G. Bivariate preventive maintenance for repairable systems subject to random shocks. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability**, 231(6): 643–653, 2017a.

CHA, J.H.; FINKELSTEIN, M.; LEVITIN, G. On preventive maintenance of systems with lifetimes dependent on a random shock process. **Reliability Engineering and System Safety**, 168: 90–97, 2017b.

CHA, J.H.; FINKELSTEIN, M.; LEVITIN, G. Bivariate preventive maintenance of systems with lifetimes dependent on a random shock process. **European Journal of Operational Research**, 266: 122–134, 2018a.

CHA, J.H.; FINKELSTEIN, M.; LEVITIN, G. On optimal replacement of systems with failure rates described by a random jump process. **Quality and Reliability Engineering International**, 34: 1590–1604, 2018b.

- CHA, J.H.; MI, J. Study of a stochastic failure model in a random environment. **Journal of Applied Probability**, 44: 151–163, 2007.
- CHA, J.H.; MI, J. On a Stochastic Survival Model for a System Under Randomly Variable Environment. **Methodology and Computing in Applied Probability**, 13: 549–561, 2011.
- CHEN, Y.L. A bivariate optimal imperfect preventive maintenance policy for a used system with two-type shocks. **Computers & Industrial Engineering**, 63: 1227–1234, 2012.
- CHRISTER, A.H.; WALLER, W.M. Delay Time Models of Industrial Inspection Maintenance Problems. **The Journal of the Operational Research Society**, 35(5): 401–406, 1984.
- COX, L.A. **Risk Analysis of Complex and Uncertain Systems**. [New York]: Springer, 2009. 436p.
- DE ALMEIDA, A.T.; CAVALCANTE, C.A.V.; ALENCAR, M.H.; FERREIRA, R.J.P.; DE ALMEIDA-FILHO, A.T., GARCEZ, T.V. **Multicriteria and Multiobjective Models for Risk, Reliability and Maintenance Decision Analysis**. [New York]: Springer, 2015. 417p.
- DE ALMEIDA, A.T.; FERREIRA, R.J.P.; CAVALCANTE, C.A.V. A review of the use of multicriteria and multi-objective models in maintenance and reliability. **IMA Journal of Management Mathematics**, 00: 1–23, 2015.
- DING, S.H.; KAMARUDDIN, S. Maintenance policy optimization - literature review and directions. **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, 76: 1263–1283, 2015.
- DIOGO, A.F.; BARROS, L.T.; SANTOS, J.; TEMIDO, J.S. An effective and comprehensive model for optimal rehabilitation of separate sanitary sewer systems. **Science of the Total Environment**, 612: 1042–1057, 2018.
- DOANE, D.P.; SEWARD, L.E. **Estatística aplicada à administração e economia**. 4.ed. Porto Alegre: McGraw Hill, 2014. 826p.
- DOYEN, L.; GAUDOIN, O. Classes of imperfect repair models based on reduction of failure intensity or virtual age. **Reliability Engineering and System Safety**, 84: 45–56, 2004.
- FEIZIFAR, B.; USTA, O. A Novel Arcing Power-Based Algorithm for Condition Monitoring of Electrical Wear of Circuit Breaker Contacts. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 34(3): 1060–1068, 2019.
- FINKELSTEIN, M.; CHA, J. H. **Stochastic modelling for reliability** (Shocks, burn-in and heterogeneous populations). London: Springer, 2013. 388p.
- FINKELSTEIN, M.; GERTSBAKH, I. On ‘time-free’ preventive maintenance of systems with structures described by signatures. **Applied Stochastic Models in Business and Industry**, 31: 836–845, 2015.
- FINKELSTEIN, M.; GERTSBAKH, I. On preventive maintenance of systems subject to shocks. **Journal of Risk and Reliability**, 230: 220–227, 2016.

- FLAGE, R. A delay time model with imperfect and failure-inducing inspections. **Reliability Engineering and System Safety**, 124: 1–12, 2014.
- GENG, J.; AZARIAN, M.; PECHT, M. Opportunistic maintenance for multi-component systems considering structural dependence and economic dependence. **Journal of Systems Engineering and Electronics**, 26(3): 493–501, 2015.
- GRIGG, N.S. **Water, Wastewater, and Stormwater Infrastructure Management**. Boca Raton: CRC Press, 2012. 323p.
- HILLIER, F.S.; LIEBERMAN, G.J. **Introdução à Pesquisa Operacional**. 8. ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2006. 828p.
- HUMES, D.; STOLBERG, C.G. (eds). **Submersible Sewage Pumping Systems (SWPA) Handbook**. 3. ed. Sheridan Road: Submersible Wastewater Pump Association (SWPA), 2006. 167p.
- JIA, X.; CHRISTER, A.H. A periodic testing model for a preparedness system with a defective state. **IMA Journal of Management Mathematics**, 13: 39–49, 2002.
- LEMOINE, A.J.; WENOCUR, M.L. On failure modelling. **Naval Research Logistics Quarterly**, 32: 479–508, 1985.
- LEMOINE, A.J.; WENOCUR, M.L. A Note on shot-noise and reliability modeling. **Operations Research**, 34: 320–323, 1986.
- LEVITIN, G.; FINKELSTEIN, M.; HUANG, H.Z. Scheduling of imperfect inspections for reliability critical systems with shock-driven defects and delayed failures. **Reliability Engineering and System Safety**, 189: 89–98, 2019.
- LI, Z.; CUI, L. Numerical method for means of linear Hawkes processes. **Communications in Statistics – Theory and Methods**, Early Access: 1–17, 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/03610926.2020.1713374>. Acesso em: 08 fev. 2020.
- MARCONI, M.A.; LAKATOS, E.A. **Técnicas de Pesquisa**. São Paulo: Editora Atlas S.A., 1985. 282p.
- MARTINS, R.A. Abordagens Quantitativa e Qualitativa. *In*: MIGUEL, P.A.C. (coord.). **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. cap. 3, p. 47–63.
- NAKAGAWA, T. **Maintenance Theory of Reliability**. [New York]: Springer, 2005. 269p.
- NGUYEN, K.T.P.; DO, P.; HUYNH, K.T.; BÉRENGUER, C.; GRALL, A. Joint optimization of monitoring quality and replacement decisions in condition-based maintenance. **Reliability Engineering and System Safety**, 189: 177–195, 2019.
- OU, D.; XUE, R.; CUI, K. A Data-Driven Fault Diagnosis Method for Railways Turnouts. **Journal of Transportation Research Board**, 2673(4): 448–457, 2019.
- PHAM, H.; WANG, H. Imperfect Maintenance. **European Journal of Operation Research**, 94: 425–438, 1996.

- QINGAN, Q.; LIRONG, C. Optimal mission abort policy for systems subject to random shocks based on virtual age process. **Reliability Engineering and System Safety**, 189: 11–20, 2019.
- QIU, Q.; CUI, L. Reliability evaluation based on a dependent two-stage failure process with competing failures. **Applied Mathematical Modelling**, 64: 699–712, 2018.
- QIU, Q.; CUI, L.; DONG, Q. Preventive maintenance policy of single-unit systems based on shot-noise process. **Quality and Reliability Engineering International**, 35: 550–560, 2018.
- ROSS, S. **Stochastic processes**. New York: John Wiley, 1996. 510p.
- RUDSARI, F.N.; RAZI-KAZEMI, A.A.; SHOOREHDELI, M.A. Fault Analysis of High-Voltage Circuit Breakers Based on Coil Current and Contact Travel Waveforms Through Modified SVM Classifier. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 34(4): 1608–1618, 2019.
- SCARF, P.A. On the application of mathematical models in maintenance. **European Journal of Operational Research**, 99: 493–506, 1997.
- SCARF, P.A.; CAVALCANTE, C.A.V. Modelling quality in replacement and inspection maintenance. **International Journal of Production Economics**, 135: 372–381, 2012.
- SCARF, P.A.; CAVALCANTE, C.A.V.; DWIGHT, R.A.; GORDON, P. An Age-Based Inspection and Replacement Policy. **IEEE Transactions on Reliability**, 58(4): 641–648, 2009.
- SELVIK, J.T.; AVEN, T. A framework for reliability and risk centered maintenance. **Reliability Engineering and System Safety**, 96: 324–331, 2011.
- TAGHIPOUR, S.; BANJEVIC, D. Periodic Inspection Optimization Models for Repairable System Subject to Hidden Failures. **IEEE Transactions on Reliability**, 60(1): 275–285, 2011.
- TANG, T.; LIN, D.; BANJEVIC, D.; JARDINE, A.K.S. Availability of a system subject to hidden failure inspected at constant intervals with non-negligible downtime due to inspection and downtime due to repair/replacement. **Journal of Statistical Planning and Inference**, 143: 176–185, 2013.
- TURBAN, E. (1967). The Use of Mathematical Models in Plant Maintenance Decision Making. **Management Science**, 13(6): B342–B358.
- VAN DER WEIDE, J.A.M.; PANDEY, M.D. A stochastic alternating renewal process model for unavailability analysis of standby safety equipment. **Reliability Engineering and System Safety**, 139: 97–104, 2015.
- VAN HORENBEEK, A.; PINTELON, L.; MUCHIRI, P. Maintenance optimization models and criteria. **International Journal of System Assurance Engineering and Management**, 1(3): 189–200, 2010.
- VAURIO, J.K. Unavailability analysis of periodically tested standby components. **IEEE Transactions on Reliability**, 44(3): 512–517, 1995.

VAURIO, J.K. Availability and cost functions for periodically inspected preventively maintained units. **Reliability Engineering and System Safety**, 63: 133–140, 1999.

VERMEULEN, S.T.J.A.; RIJANTO, H.; VAN DER DUYN SCHOUTEN, F.A. Modelling the influence of preventive maintenance on protection system reliability performance. **IEEE Transactions on Power Delivery**, 13(4): 1027–1032, 1998.

WANG, H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. **European Journal of Operational Research**, 139: 469–489, 2002.

WANG, W. Subjective estimation of the delay time distribution in maintenance modelling. **European Journal of Operational Research**, 99: 516–529, 1997.

WANG, W. An overview of the recent advances in delay-time-based maintenance modelling. **Reliability Engineering and System Safety**, 106: 165–178, 2012.

WEI, W.; ZHIYING, W.; JUNLIN, X.; YAOFENG, X. Redundancy optimization of cold-standby systems under periodic inspection and maintenance. **Reliability Engineering and System Safety**, 180: 394–402, 2018.

YAÑEZ, M.; JOGLAR, F.; MODARRES, M. Generalized renewal process for analysis of repairable systems with limited failure experience. **Reliability Engineering and System Safety**, 77: 167–180, 2002.

YANG, L.; ZHAO, Y.; PENG, R.; MA, X. Hybrid preventive maintenance of competing failures under random environment. **Reliability Engineering and System Safety**, 174: 130–140, 2018.

ZHANG, J. Reliability evaluation and opportunistic maintenance policy based on a novel delay time model. **Quality and Reliability Engineering International**, 35: 978–994, 2019.

## APÊNDICE A – Modelo de Falha Baseado em Processo *Shot-noise*

A notação utilizada ao longo deste apêndice é apresentada na Tabela 8, no Capítulo 4, Seção 4.2.

A demonstração do modelo de falha segue a lógica apresentada por Cha, Finkelstein & Levitin (2018a), mas as diferenças tanto em termos da demonstração quanto em termos de alguns elementos considerados justificam esse detalhamento.

Primeiro cabem algumas considerações iniciais:

- Como os PNHPs  $\{S(t), t \geq 0\}$  e  $\{O(t), t \geq 0\}$  derivam do PHP  $\{N(t), t \geq 0\}$ , tem-se que:

$$Pr(N(t) = n | S(t) = s) = Pr(O(t) = n - s) = P_o(n - s, t) \quad (\text{A.1})$$

- A função taxa de falha  $h(t)$  indica que a probabilidade condicional do componente vir falhar dentro do intervalo de tempo  $(t, t + dt]$  (para um pequeno  $dt > 0$ ), dado que não falhou antes de  $t$ , é  $h(t)dt$ . E a relação entre a função taxa de falha e a função confiabilidade é dada por:

$$R(t) = \exp \left[ - \int_0^t h(u) du \right] \quad (\text{A.2})$$

Onde  $H(t) = \int_0^t h(u) du$  é chamada função taxa de falha acumulada (NAKAGAWA, 2005).

A probabilidade condicional de  $Y = t$ , dado que ocorreram  $s$  choques efetivos nos instantes  $T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_s = t_s$  é dada por:

$$[h_0(t) + \xi \cdot s] \cdot dt \cdot \exp \left[ - \int_0^t h_0(u) du \right] \cdot \exp \left[ - \sum_{j=1}^s \xi \cdot (t - t_j) \right] \quad (\text{A.3})$$

Importante notar que:

- $[h_0(t) + \xi \cdot s] \cdot dt$  é a probabilidade de o componente falhar no intervalo  $(t, t + dt]$  dado que não falhou antes, e a probabilidade de não ter falhado antes de  $t$  é dada pela segunda parte da expressão.
- $\left[ \int_0^t h_0(u) du \right]$  é taxa de falha acumulada devido a função taxa de falha de linha de base.
- $\left[ \sum_{j=1}^s \xi \cdot (t - t_j) \right]$  é a taxa de falha acumulada devido aos saltos decorrentes de choques efetivos.

Por sua vez, a probabilidade conjunta de  $T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_s = t_s$  (onde  $t_1 < t_2 < \dots < t_s \leq t$ ),  $S(t) = s, N(t) = n$  ( $s \leq n$ ) é dada por:

$$\begin{aligned}
& \mu_s(t_1).dt_1.exp\left(-\int_0^{t_1}\mu_s(u)du\right).\mu_s(t_2).dt_2.exp\left(-\int_{t_1}^{t_2}\mu_s(u)du\right) \dots \\
& \dots \mu_s(t_s).dt_s.exp\left(-\int_{t_{s-1}}^{t_s}\mu_s(u)du\right).exp\left(-\int_{t_s}^t\mu_s(u)du\right).P_o(n-s,t) = \\
& = \left(\prod_{j=1}^s \mu_s(t_j).dt_j\right).exp\left(-\int_0^t\mu_s(u)du\right).P_o(n-s,t)
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Importante notar que:

- $[\mu_s(t_j).dt_j]$  é a probabilidade de ocorrer um choque efetivo no intervalo  $(t_j, t_j + dt_j]$ .
- $\left[exp\left(-\int_{t_{j-1}}^{t_j}\mu_s(u)du\right)\right]$  é a probabilidade de não ocorrer nenhum choque efetivo no intervalo  $(t_{j-1}, t_j]$ .

Sendo assim, a probabilidade conjunta de  $Y=t, T_1=t_1, T_2=t_2, \dots, T_s=t_s, S(t)=s, N(t)=n$  é dada por:

$$\begin{aligned}
& [h_0(t) + \xi.s].dt.exp\left[-\int_0^t h_0(u)du\right].exp\left[-\sum_{j=1}^s \xi.(t-t_j)\right].\left(\prod_{j=1}^s \mu_s(t_j).dt_j\right). \\
& \quad exp\left(-\int_0^t \mu_s(u)du\right).P_o(n-s,t) = \\
& = P_o(n-s,t).[h_0(t) + \xi.s].dt.
\end{aligned} \tag{A.5}$$

$$exp\left[-\int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)]du\right].\left[\prod_{j=1}^s \mu_s(t_j).exp[-\xi.(t-t_j)]dt_j\right]$$

Como os choques não efetivos não tem impacto sobre a taxa de falha do componente, não é necessário considerar os instantes em que ocorreram.

A probabilidade conjunta de  $Y=t, S(t)=s$  e  $N(t)=n$  é, então:

$$\begin{aligned}
& P_o(n-s,t).[h_0(t) + \xi.s].dt.exp\left[-\int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)]du\right]. \\
& \quad \cdot \int_0^t \int_0^{t_s} \dots \int_0^{t_3} \int_0^{t_2} \prod_{j=1}^s \mu_s(t_j).exp[-\xi.(t-t_j)] dt_1 dt_2 \dots dt_{s-1} dt_s
\end{aligned} \tag{A.6}$$

O que resulta em:

$$P_o(n-s, t) \cdot [h_0(t) + \xi \cdot s] \cdot \exp \left[ - \int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)] du \right] \cdot \frac{\left[ \int_0^t \exp[-\xi(t-u)] \cdot \mu_s(u) du \right]^s}{s!} \cdot dt \quad (\text{A.7})$$

Conseqüentemente, a função densidade de probabilidade para  $Y = t$ ,  $S(t) = s$  e  $N(t) = n$  pode ser escrita da seguinte forma:

$$f_{T,S,N}(t, s, n) = P_o(n-s, t) \cdot [h_0(t) + \xi \cdot s] \cdot \left[ \exp \left( - \int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)] du \right) \right] \cdot \frac{\left[ \int_0^t (\exp[-\xi \cdot (t-u)]) \cdot \mu_s(u) du \right]^s}{s!} \quad (\text{A.8})$$

se  $s > 0$

$$f_{T,S,N}(t, s, n) = P_s(0, t) \cdot P_o(n, t) \cdot h_0(t) \cdot \exp \left[ - \int_0^t h_0(u) du \right] \quad (\text{A.9})$$

se  $s = 0$

O procedimento para desenvolvimento da função de confiabilidade é semelhante. A probabilidade de  $Y > t$ , dado que ocorreram  $s$  choques efetivos nos instantes  $T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_s = t_s$  é dada por:

$$\exp \left[ - \int_0^t h_0(u) du \right] \cdot \exp \left[ - \sum_{j=1}^s \xi \cdot (t - t_j) \right] \quad (\text{A.10})$$

Então, a probabilidade conjunta de  $Y > t, T_1 = t_1, T_2 = t_2, \dots, T_s = t_s, S(t) = s$  e  $N(t) = n$  é:

$$P_o(n-s, t) \cdot \exp \left[ - \int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)] du \right] \cdot \left[ \prod_{j=1}^s \mu_s(t_j) \cdot \exp[-\xi \cdot (t - t_j)] dt_j \right] \quad (\text{A.11})$$

O que leva a probabilidade conjunta de  $Y > t, S(t) = s$  e  $N(t) = n$ , dada por:

$$R_{T,S,N}(t, s, n) = P_o(n-s, t) \cdot \left[ \exp \left( - \int_0^t [h_0(u) + \mu_s(u)] du \right) \right] \cdot \frac{\left[ \int_0^t (\exp[-\xi \cdot (t-u)]) \cdot \mu_s(u) du \right]^s}{s!} \quad (\text{A.12})$$

se  $s > 0$

$$R_{T,S,N}(t, s, n) = P_s(0, t) \cdot P_o(n, t) \cdot \exp\left[-\int_0^t h_0(u) du\right] \quad (\text{A.13})$$

se  $s = 0$