UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

SIDCLEI BENEVIDES DA CONCEIÇÃO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM RESERVATÓRIOS CARBONÁTICOS UTILIZANDO UM MODELO DE STOKES-BRINKMAN POR MEIO DE MÉTODOS LOCALMENTE CONSERVATIVOS

Recife
2019

SIDCLEI BENEVIDES DA CONCEIÇÃO

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM RESERVATÓRIOS CARBONÁTICOS UTILIZANDO UM MODELO DE STOKES-BRINKMAN POR MEIO DE MÉTODOS LOCALMENTE CONSERVATIVOS

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

Orientador: Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Maciel Lyra

Recife

2019

Catalogação na fonte
Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

C744s Conceição, Sidclei Benevides da.
Simulação numérica de escoamentos em reservatórios carbonáticos utilizando um modelo de *Stokes-Brinkman* por meio de métodos localmente conservativos / Sidclei Benevides da Conceição. - 2019.
77 folhas, il., abr. e sigl.

Orientador: Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho.
Coorientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Maciel Lyra.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2019.
Inclui Referências.

1. Engenharia Civil. 2. Reservatórios carbonáticos. 3. Método das diferenças finitas. 4. Equações de *Stokes-Brinkman*. I. Carvalho, Darlan Karlo Elisário de (Orientador). II. Lyra, Paulo Roberto Maciel (Coorientador). III. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.) BCTG/2019-443

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Dissertação de Mestrado

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS EM RESERVATÓRIOS CARBONÁTICOS UTILIZANDO UM MODELO DE STOKES-BRINKMAN POR MEIO DE MÉTODOS LOCALMENTE CONSERVATIVOS

defendida por

Sidclei Benevides da Conceição

Considera o candidato APROVADO

Recife, 30 de Outubro de 2019.

Orientador - Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho – UFPE_____

Coorientador - Prof. Dr. Paulo Roberto Maciel Lyra – UFPE _____

Banca Examinadora:

_____

Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho – UFPE

(orientador)

_____

Prof. Dr. Alessandro Romario Echevarria Antunes – UFPE

(examinador externo)

_____

Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes – UFPE

(examinador interno)

Dedico este trabalho aos meus pais, pilares em minha vida, que sempre me incentivaram a nunca desistir diante das adversidades.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu bom Deus, que sempre me ajudou a manter-se firme, mesmo diante de tantas dificuldades.

Aos meus pais e irmão, que me incentivaram a seguir em frente nessa jornada, mantendo sempre a esperança num amanhã melhor para nossa família.

Ao meu professor orientador, Darlan, que dedicou seu tempo para me ensinar e que, com seu olhar crítico e construtivo, me ajudou a superar os desafios deste trabalho. Agradeço também ao meu coorientador Paulo Lyra.

Agradeço aos colegas do PADMEC/LITPEG, por compartilharem suas experiências comigo, especialmente a Marcelo, pela parceria, paciência e por dedicar uma parte do seu tempo para aprender junto comigo.

Agradeço a minha amiga Kelly Cristinne, por estar sempre ao meu lado, desde o começo, em quaisquer situações, me dando o apoio necessário para me fazer acreditar que seria possível.

Agradeço aos meus amigos do Eleven, por nunca se distanciarem de mim, demonstrando todo carinho e cuidado mesmo estando em outra cidade. E aos meus amigos do Grupo Saceiro, por fazerem minha estadia em recife mais agradável e acolhedora.

Agradeço a minha psicóloga Sandra, por me acompanhar durante esta etapa da minha vida, me ajudando a lidar com a ansiedade, e assim a cuidar da minha mente em frente aos desafios encontrados.

Agradeço a FACEPE, *Energy Simulation*, CAPES e CNPq, por todo apoio financeiro.

A Universidade Federal de Pernambuco, pelo apoio institucional.

Agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

RESUMO

A simulação do escoamento em reservatórios de petróleo carbonáticos naturalmente fraturados, com características “vugulares” têm despertado grande interesse na indústria do petróleo. Em consequência do processo de dissolução química, estes reservatórios acabam desenvolvendo estruturas bastante irregulares com diferentes escalas de tamanho, indo de centímetros a metros. Neste sentido, diferentes abordagens podem ser adotadas para a modelagem do escoamento no interior destes reservatórios. Alguns desses métodos incluem conceitos de “múltiplos contínuos” em que fraturas e *vugs* são tratados como meios porosos com valores elevados de permeabilidade. Outra abordagem é baseada na formulação de Darcy-Stokes, onde considera-se que o sistema consiste no escoamento livre nas cavidades e fraturas sendo modelado pelas equações de Stokes e pelo escoamento no interior do meio poroso que é descrito de maneira usual pela Lei de Darcy. O modelo proposto por este trabalho vem por meio das equações de Stokes-Brinkman (S-B), que fornece uma abordagem unificada evitando certas dificuldades encontradas nos modelos já citados. No modelo S-B utilizamos uma única equação para descrever o escoamento no reservatório carbonático, evitando a modelagem explícita da interface por meio da transição automática do escoamento nos *vugs* e no meio poroso através de parâmetros apropriados, o que facilita em muito o processo de modelagem matemática e numérica. Neste trabalho buscou-se estudar, desenvolver e implementar métodos localmente conservativos para a simulação numérica de escoamentos monofásicos em reservatórios carbonáticos, utilizando o modelo matemático de Stokes-Brinkman por meio de malhas estruturadas. Para resolução do problema numérico utilizou-se do Método das Diferenças Finitas (MDF), sendo implementado na Plataforma MATLAB. Duas abordagens foram consideradas para resolver os sistemas de equações: na primeira, não linearidades foram desconsideradas, enquanto na segunda, elas foram incluídas e o sistema resolvido iterativamente pelo método de Newton-Raphson. Foram obtidos resultados dos campos de pressão e velocidade para diversas configurações de escoamento levando em conta as heterogeneidades atribuídas à presença dos *carsts*. A formulação proposta apresentou bons resultados, principalmente no que diz respeito a representação física dos modelos de Stokes e Darcy nos domínios ditos de fluxo livre e meio poroso, respectivamente, demonstrando proximidade com dados disponíveis na literatura, considerando as mesmas condições de escoamento.

Palavras-chave: Reservatórios carbonáticos. Método das diferenças finitas. Equações de *Stokes-Brinkman*.

ABSTRACT

The flow simulation in naturally fractured carbonate oil reservoirs with the presence of vugs has aroused great interest in the oil industry. As a result of the chemical dissolution process, these reservoirs develop quite irregular structures with different size scales, ranging from centimeters to meters. In this sense, different approaches can be adopted for the modeling of the flow inside these reservoirs. Some of these methods include multiple continuous concepts in which fractures and vugs are treated as porous media with high permeability values. Another approach is based on the Darcy-Stokes formulation, where it is considered that the system consists of free flow in cavities and fractures that is modeled by Stokes equations and the flow inside the porous environment that is described in the usual way by the Darcy's Law. The model proposed by this work comes through the Stokes-Brinkman equations (S-B), which provides a unified approach avoiding certain difficulties found in the models already mentioned. In the S-B model we use a single equation to describe the flow in the carbonate reservoir, avoiding explicit modeling of the interface by automatically transitioning the flow in vugs and porous media through appropriate parameters, which greatly facilitates the mathematical and numeric modeling process. This work aimed to study, develop and implement locally conservative methods for the numerical simulation of monophasic flows in carbonate reservoirs, using the Stokes-Brinkman mathematical model using structured meshes. To solve the numerical problem, we used the Finite Differences Method (MDF), being implemented in the MATLAB Platform. Two approaches were considered to solve the systems of equations: in the first, nonlinearities were disregarded, while in the second, they were included, and the system was iteratively solved by the Newton-Raphson method. Pressure and velocity field results were obtained for several flow configurations considering the heterogeneities attributed to the presence of carsts. The proposed formulation presented good results, especially regarding the physical representation of the Stokes and Darcy models in the so-called free-flow and porous medium domains, respectively, demonstrating proximity to data available in the literature, considering the same flow conditions.

Keywords: Carbonate reservoirs. Finite differences method. *Stokes-Brinkman* equations.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Afloramento de calcário corroído de meio poroso fraturado com presença de *vugs*..... 17

Figura 2 – Classificação das estruturas carbonáticas rochosas..... 18

Figura 3 – Histórico da produção de óleo equivalente em diversos tipos de reservatórios brasileiros..... 20

Figura 4 – Visão em mapa com plano horizontal de um meio poroso fraturado carstificado..... 23

Figura 5 – Esquema representativo de sistema rochoso fraturado com *vugs*..... 24

Figura 6 – Efeito da variação da viscosidade efetiva nos campos de pressão e velocidade..... 31

Figura 7 – Esquema de discretização para as pressões e velocidades em duas dimensões..... 34

Figura 8 – Esquema de simulação para a solução do sistema linear..... 40

Figura 9 – Esquema de simulação para a solução do sistema por meio do Método de Newton-Raphson..... 45

Figura 10 – Ilustração da malha computacional unidimensional..... 46

Figura 11 – Perfil de pressão do escoamento unidimensional homogêneo..... 47

Figura 12 – Perfil de pressão do escoamento unidimensional heterogêneo..... 47

Figura 13 – Esquema considerado para o escoamento entre placas planas paralelas. 49

Figura 14 – Comparação entre os perfis de velocidade numérico e analítico para $K=1,5x10^{-12}$ m^2 50

Figura 15 – Comparação entre os perfis de velocidade numérico e analítico para diferentes permeabilidades..... 50

Figura 16 – Comportamento do erro em ralação ao refinamento da malha para o perfil de velocidade..... 51

Figura 17 – Representação do domínio para escoamento de fluxo livre..... 52

Figura 18 – Comparação dos perfis de velocidade analítico e numérico para K= 1 e $K = 10^5$ 53

Figura 19 – Malha computacional para o fluxo monofásico de ¼ de cinco poços com permeabilidade homogênea..... 54

Figura 20 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio homogêneo..... 54

Figura 21 – Campo de pressão para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio homogêneo..... 55
Figura 22 – Valores das pressões entre os poços de produção e de injeção para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio homogêneo... 56
Figura 23 – Perfil de velocidade e campo de permeabilidade para escoamento monofásico de um ¼ de cinco pontos em meio heterogêneo..... 57
Figura 24 – Campo de pressão para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio heterogêneo com caverna centralizada..... 58
Figura 25 – Campos de velocidade e mapa de permeabilidade em meio muito e pouco heterogêneos calculados com as equações de Stokes-Brinkman e com as equações de Darcy..... 69
Figura 26 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com estruturas carbonáticas elípticas..... 60
Figura 27 – Campo de pressão para o escoamento monofásico heterogêneo de ¼ de cincos pontos com estruturas carbonáticas elípticas..... 61
Figura 28 – Campo velocidades e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com feições cársticas e canais conectados..... 62
Figura 29 – Campo de pressão para o escoamento monofásico heterogêneo de ¼ de cincos pontos com vugs conectados por canais..... 63
Figura 30 – Valores das pressões entre os poços de injeção e produção para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio heterogêneo com dois tipos de refinamento para a malha..... 64
Figura 31 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com escoamento linear e escoamento não linear..... 65
Figura 32 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com escoamento não linear com feições cársticas conectadas..... 66
Figura 33 – Campo de pressão para o escoamento não linear monofásico de ¼ de cincos pontos heterogêneo com feições cársticas e canais conectados.... 67

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ANP	Agência Nacional de Petróleo, Gás e Biocombustíveis
EDP	Equações Diferenciais Parciais
MDF	Método das Diferenças Finitas
MVF	Método de Volumes Finitos
1-D	Uma Dimensão
2-D	Duas Dimensões
3-D	Três Dimensões
PADMEC	Processamento de Alto Desempenho na Mecânica Computacional
UFPE	Universidade Federal do Pernambuco
VC	Volume de Controle
CFL	Condição de Courant–Friedrichs–Lewy
S-B	Stokes-Brinkman

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 13
1.1 Motivação 15
1.2 Objetivos 15
1.2.1 Objetivos Específicos **16**
1.3 Organização da Dissertação 16
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 17
2.1 Rochas carbonáticas carstificadas 17
2.1.1 Estruturas Carbonáticas: *Vugs*, Canais e Cavernas **18**
2.1.2 Reservatórios Carbonáticos do Pré-sal **19**
2.1.3 Modelos Matemáticos Contínuos Utilizados em Rochas Carbonáticas **21**
2.1.4 Modelo Matemático de Darcy-Stokes **23**
3 MODELO MATEMÁTICO 26
3.1 Hipóteses Simplificadoras 26
3.2 Lei de Darcy e o Escoamento em Meio Poroso 26
3.3 Navier-Stokes e Escoamento em Meio com Fluxo Livre 27
3.4 A Equação de Stokes-Brinkman 29
3.4.1 Relação entre Termos Viscosos e Termos Inerciais **30**
3.5 Condições Iniciais e de Contorno 32
4 FORMULAÇÃO NUMÉRICA 33
4.1 Método das Diferenças Finitas 33
4.1.1 Discretização das Equações **33**
4.1.2 Solução do Sistema de Equações **37**
4.1.3 Sistema Não Linear Utilizando Stokes-Brinkman **40**
4.1.4 Solução Utilizando o Método de Newton-Raphson **42**
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES 46
5.1 Escoamento Unidimensional **46**
5.2 Escoamento em Placas Planas Paralelas 48
5.3 Escoamento Bidimensional e Meio Homogêneo 53
5.4 Escoamento Bidimensional em meio Heterogêneo 56
5.4.1 Estruturas Carbonáticas “Elípticas” **60**
5.5 Escoamento Heterogêneo – Modelo de Compressibilidade Exponencial 64

6 CONCLUSÕES 68
REFERÊNCIAS 70

1 INTRODUÇÃO

O processo de exploração e produção de um reservatório de petróleo está relacionado a uma série de atividades de alto risco, nas quais existe um elevado grau de incerteza associado aos parâmetros que conduzem o estudo de determinado campo (NIKRAVESH, 2004; SANCEVERO, 2007), e cuja garantia de produtividade está diretamente relacionada ao modo como essas incertezas são amenizadas.

A caracterização do reservatório é de fundamental importância na formação do modelo geológico que será utilizado para fornecer informações sobre diferentes cenários de produção. Para isso, propriedades químicas, físicas, petrofisicas e geológicas, da rocha e do fluido, devem ser medidas e/ou estimadas com o mínimo de erros possíveis (MELANI, 2015).

Assim, após determinadas essas propriedades e, consequentemente, definido o modelo geológico, é imprescindível estabelecer um modelo físico-matemático que represente de forma acurada, e o mais realista possível, o fenômeno físico que se deseja estudar. Neste sentido, surgem diferentes abordagens e equações que levam em consideração aspectos geomecânicos, hidrodinâmicos, químicos, entre outros, para dar subsidio às análises, e com isso, compreender tais fenômenos naturais.

Uma ferramenta que vem potencializando os resultados de pesquisas na área de reservatórios petrolíferos é a simulação computacional. Por meio desta ferramenta, é possível tomar decisões estratégicas no gerenciamento de projetos de exploração, a partir do conhecimento sobre estimativas de produção, e o comportamento de variáveis como pressões, velocidades, e saturações de fluidos, permitindo otimizar o processo de produção como um todo, além de proporcionar um melhor planejamento no que diz respeito às facilidades de produção na superfície (NASCIMENTO, 2005).

Inúmeros cenários de explotação podem ser simulados e avaliados antes mesmo de se existirem quaisquer indícios de produção, mesmo com a grande complexidade associada às rochas e aos fluidos em função das suas condições físicas, como pressão e temperatura. É neste sentido que técnicas de simulação de reservatórios visam obter uma melhor relação custo/benefício no que diz respeito à extração de hidrocarbonetos.

Os simuladores de fluxo funcionam por meio da implementação computacional de equações que governam o escoamento de fluidos em um reservatório, de forma que os dados de entrada, sejam fornecidos, processados no simulador, e se obtenha como resposta a solução do problema. Neste sentido, Rosa et al. (2006) divide os simuladores de fluxo em físicos e matemáticos, sendo os numéricos, objeto de estudo deste trabalho, considerados simuladores matemáticos. Os primeiros simuladores de reservatórios de petróleo surgiram na década de

1950, quando algumas companhias petroleiras juntaram esforços em pesquisa e análise numérica a fim de desenvolver métodos práticos para uso nos computadores da época (ARONOFSKY E JENKIN, 1954).

A modelagem do escoamento de fluidos em reservatórios de petróleo resulta em sistemas de equações diferenciais parciais que não apresentam soluções analíticas simples ou mesmo possíveis. É precisamente nestes casos que os métodos numéricos se aplicam, possibilitando encontrar soluções aproximadas para as equações. Uma das primeiras abordagens numéricas surgiu com a teoria das diferenças finitas, formulada na década de 1950, justamente quando os computadores eletrônicos programáveis começavam a surgir (AZIZ,1993; PEACEMAN,1977; ERTEKIN et al, 2001).

O Método das Diferenças Finitas (MDF) é amplamente utilizado devido a sua robustez comprovada em diversos casos (AZIZ e SETTARI, 1979; ERTEKIN, ABOU-KASSEM e KING, 2001; PEACEMAN, 1977), aliada à facilidade de implementação e baixo custo computacional, decorrentes principalmente da utilização de malhas estruturadas (CARVALHO, 2005).

A maioria dos simuladores de reservatório são baseados no método das diferenças finitas, devido sua rapidez, acurácia e simplicidade de implementação. Entretanto, sua maior dificuldade está associada à discretização de domínios com geometrias complexas, malhas localmente adaptativas, além de limitações no tratamento de meios anisotrópicos com tensor de permeabilidade cheio (HIRSCH, 1988; DURLOFSKY, 1993; LI et al., 2000; CARVALHO, 2007;). Portanto, percebe-se que a representação de um reservatório de petróleo é algo que demanda elevada complexidade, porém, quando feita de maneira correta, apresenta resultados bastante positivos.

Esta complexidade se dá, pois, na natureza, um sistema petrolífero convencional é composto por um conjunto de estruturas geológicas posicionadas naturalmente de maneira que se possibilite a geração, transporte, armazenamento e aprisionamento do hidrocarboneto ao longo de um vasto intervalo de tempo.

Nesse sistema, encontram-se rochas chamadas de geradoras, reservatórios e selantes, além de estruturas geológicas como falhas e fraturas (THOMAS, 2001). As rochas reservatório geralmente possuem uma maior atenção pelo fato dos hidrocarbonetos (material de interesse) estarem armazenados em seus espaços vazios.

Com base no Sistema de Gestão de Recursos Petrolíferos (*Petroleum Resources Management System)*, para se considerar uma rocha como reservatório a mesma deve apresentar espaços vazios interconectados que possibilitem acumulação e circulação de óleo e/ou gás

recuperáveis e em quantidades economicamente viáveis. Carbonatos e arenitos são os principais tipos de rocha reservatório, representando cerca de 90% das reservas provadas no mundo (SPADINI, 2008).

O comportamento do escoamento em reservatórios carbonáticos pode ser muito diferente dos reservatórios areníticos. Estes reservatórios, ao longo da sua formação, podem desenvolver estruturas cársticas que possuem propriedades diferentes da matriz da rocha, conduzindo a um novo domínio com outras características de escoamento (OLSON et al., 2007). Nesses casos, a Lei de Darcy, equação que geralmente rege o fluxo em meios porosos, não é necessariamente válida, pois a presença de certas estruturas carbonáticas pode induzir o escoamento a apresente características tanto de meio poroso quanto de um meio contínuo livre (AURIAULT, 2009). Portanto, nessas situações, recomenda-se a utilização de um modelo que represente os dois domínios, como por exemplo, Darcy no meio poroso e Navier-Stokes no meio contínuo livre, ou ainda, por meio das equações Stokes-Brinkman em ambos os domínios.

1.1 Motivação

Boa parte dos hidrocarbonetos disponíveis em reservas provadas se encontram em reservatórios carbonáticos, sendo estes, caracterizados pela intensa carstificação em seu processo de formação. Estudar reservatórios que passaram pelo processo de carstificação é uma tarefa complexa, pois, este processo gera ainda mais incertezas nas previsões de produção, tanto no que diz respeito à abordagem geológica, quanto às características inerentes ao escoamento dos fluidos. Portanto, minimizar estas incertezas, torna-se uma das principais motivações deste trabalho.

Outro ponto que nos motiva é a escassez de trabalhos na literatura que abordem o escoamento monofásico em reservatórios carstificados. Pesquisas que utilizam a equação de Stokes-Brinkman não são comumente encontradas, mesmo esta abordagem sendo uma solução consideravelmente eficiente para lidar com as peculiaridades geradas pelas estruturas carbonáticas e suas heterogeneidades (LIGAARDEN, 2010).

1.2 Objetivos

Estudar, desenvolver e implementar metodologias numéricas localmente conservativas que sejam acuradas e eficientes para a modelagem e a simulação numérica de escoamentos em reservatórios carbonáticos de petróleo visando compreender o escoamento monofásico de fluidos, em 2D, por meio do modelo de Stokes-Brinkman.

1.2.1 Objetivos Específicos

- Estudar e desenvolver métodos localmente conservativos para a discretização da equação de pressão em 2-D, proveniente do modelo de Stokes-Brinkman;
- Implementar as formulações e técnicas desenvolvidas utilizando um código computacional escrito na Plataforma MATLAB para simular o escoamento monofásico em reservatórios de petróleo muito heterogêneos;
- Analisar a influência de estruturas geológicas como *vugs* e cavernas nos campos de pressão e velocidade em escoamentos incompressíveis e levemente compressíveis por meio da simulação numérica do escoamento.

1.3 Organização da Dissertação

O texto está organizado em seis capítulos, sendo este. No primeiro faz-se uma pequena introdução além de se apresentarem os objetivos do trabalho. No segundo, encontra-se a revisão bibliográfica sobre reservatórios carbonáticos e suas estruturas, além de se discutir alguns modelos matemáticos utilizados para estudar esses reservatórios. No terceiro capítulo se apresenta o modelo matemático descrito pelas equações de Stokes-Brinkman para representar o fluxo de fluidos em meios porosos. O quarto capítulo apresenta o modelo numérico de diferenças finitas e, como as equações foram discretizadas, para resolver os sistemas formados e, assim, encontrar campos de pressão e velocidade. O quinto capítulo apresenta casos simulados e as discussões dos seus respectivos resultados, enfatizando o foco principal desta pesquisa que foi analisar regiões com diferenças consideráveis de permeabilidade e porosidade. O capítulo final contém as conclusões obtidas por meio de todas as discussões levantadas, seguido das referências de estudo.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, apresentaremos uma revisão bibliográfica necessária para a compreensão do estudo ao qual o trabalho se propõe, abordando a modelagem do escoamento multifásico em reservatórios carbonáticos de petróleo, além de apresentar conceitos e técnicas numéricas para a modelagem e simulação do fluxo de fluidos nesses tipos de reservatórios.

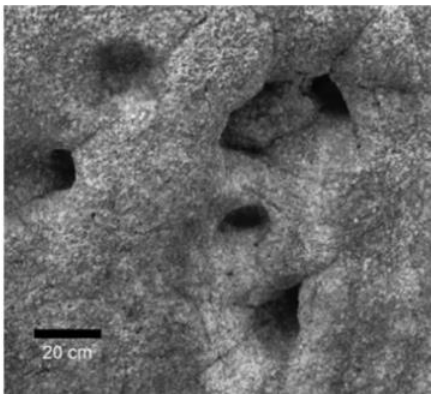
2.1 Rochas carbonáticas carstificadas

Os sedimentos carbonáticos diferem dos siliciclásticos em vários aspectos, como, origem, deposição, diagênese, tipos de petróleo, etc. Com base nos estudos de Lucia (1999), é possível concluir que sedimentos carbonáticos são compostos por partículas que podem mostrar uma ampla variedade de tamanhos, formas e mineralogias. As rochas carbonáticas são formadas no interior da própria bacia deposicional através da ação biogênica e/ou precipitação de material químico a partir de águas superficiais.

Após o processo de formação, estas rochas sofrem influências de processos diagenéticos, físicos e químicos que podem alterar significativamente suas características hidráulicas e mecânicas (OLSON et al., 2007). Os principais tipos de rochas carbonáticas são o calcário, composto predominantemente por calcita ($CaCO_3$) e o dolomito, composto principalmente por dolomita ($CaMg(CO_3)_2$).

Fenômenos de tectonização e carstificação geram macrofraturas e espaços vazios (*vugs*) nas formações rochosas (FIROOZABADI, 2000). Em muitos casos, suas geometrias e tamanhos possuem dimensões muito maiores que o espaço intergranular dos poros, como pode ser visto na Figura 1.

Figura 1 - Afloramento de calcário corroído de meio poroso fraturado com presença de *vugs*.



Fonte: Adaptado de YAO (2010)

Esta reatividade química associada aos carbonatos possibilita uma multiplicidade de texturas e composições químicas que fornecem uma gama de qualidades ao reservatório. Grau

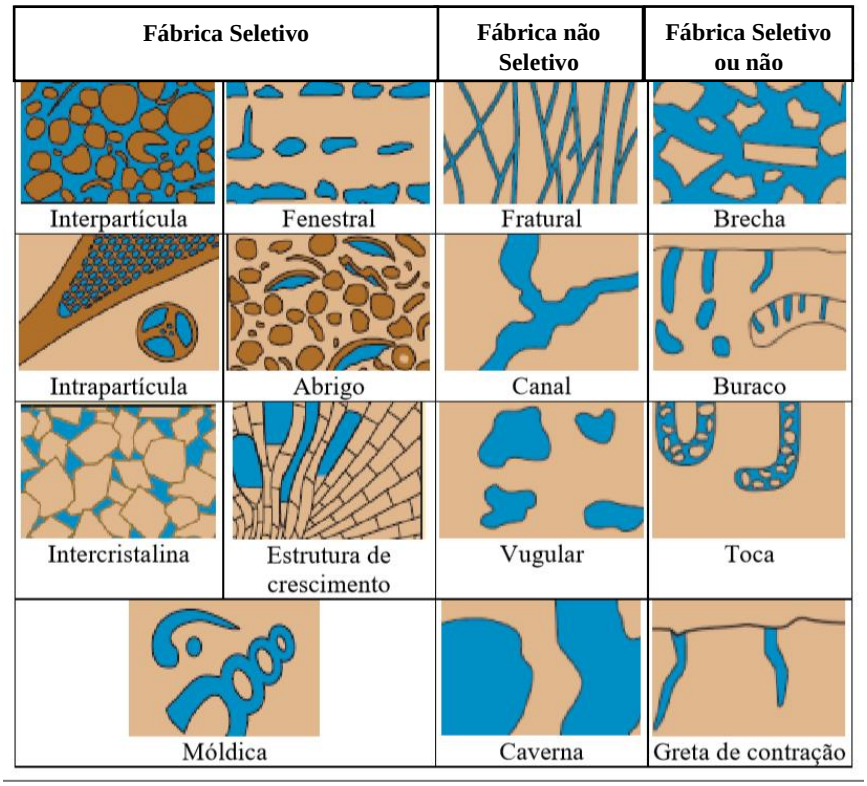
de fraturamento, variação acentuada de tamanho dos grãos, distribuição e conectividade dos poros, são fatores que influenciam diretamente na capacidade de armazenamento da rocha. Essas características estão presentes nesses tipos de rochas, explicando, assim, o fato pelo qual os reservatórios carbonáticos vêm se destacando no mundo e, principalmente, no cenário nacional (BUST et al., 2009; MELANI, 2015).

Propriedades físicas, como porosidade e permeabilidade, podem variar consideravelmente ao longo das diferentes escalas, o que, em geral, nos leva a necessidade de incluir uma grande quantidade de dados nos modelos geológicos para, então, conseguir resultados mais fiéis à realidade (Zhou e Tchelepi, 2008).

2.1.1 Estruturas Carbonáticas: *Vugs*, Canais e Cavernas

A Figura 2 ilustra uma representação dos diferentes tipos de porosidade feita por Scholle e Scholle (2003) com base na classificação de Choquette e Pray (1970). Nesta classificação podemos observar a existência de três grupos definidos pelo modo como os grãos foram se aglomerando no ambiente deposicional para formar a rocha. Assim temos: Fábrica Seletivo, Fábrica não Seletivo e Fábrica Seletivo ou não.

Figura 2 – Classificação das estruturas carbonáticas rochosas.



Fonte: Adaptado de Scholle e Scholle (2003)

Os dois grupos que serão representados, portanto de maior interesse para esta pesquisa são:

- Grupo fábrica seletivo: a formação dos poros se dá por meio da aglomeração de grãos, não ultrapassando os limites primários de formação. Neste grupo encontramos porosidades que variam entre 10 µm e 100 µm;
- Grupo de fábrica não seletivo, os poros podem atravessar seus limites primários, justamente por terem sofrido algum tipo de alteração posterior a sua formação. Nesse grupo, encontramos estruturas conhecidas como:
    - As estruturas fraturadas, que são originadas pelo faturamento da rocha, podendo ou não induzir à formação de outros tipos de poros e aumentos significativos da permeabilidade;
    - As estruturas vugulares, que possuem diâmetros maiores a 1 mm, sendo formadas geralmente por dissolução com baixo grau de comunicação.
    - Megaporos, considerados verdadeiras cavernas, no qual a porosidade associada é originada por processos de dissolução com elevado grau de comunicação, podendo ter diâmetros na escala de metros.

Chang et al. (2008) afirma que, do ponto de vista geológico, é possível dizer que os carbonatos são rochas quebradiças ou rúpteis que, quando sujeitas às tensões decorrentes de sua subsidência e dos movimentos das placas tectônicas, formam fraturas e/ou fissuras. Esta característica possui grandes implicações na maneira como o petróleo reside nessas rochas e, mais importante ainda, como deve ser extraído.

2.1.2 Reservatórios Carbonáticos do Pré-sal

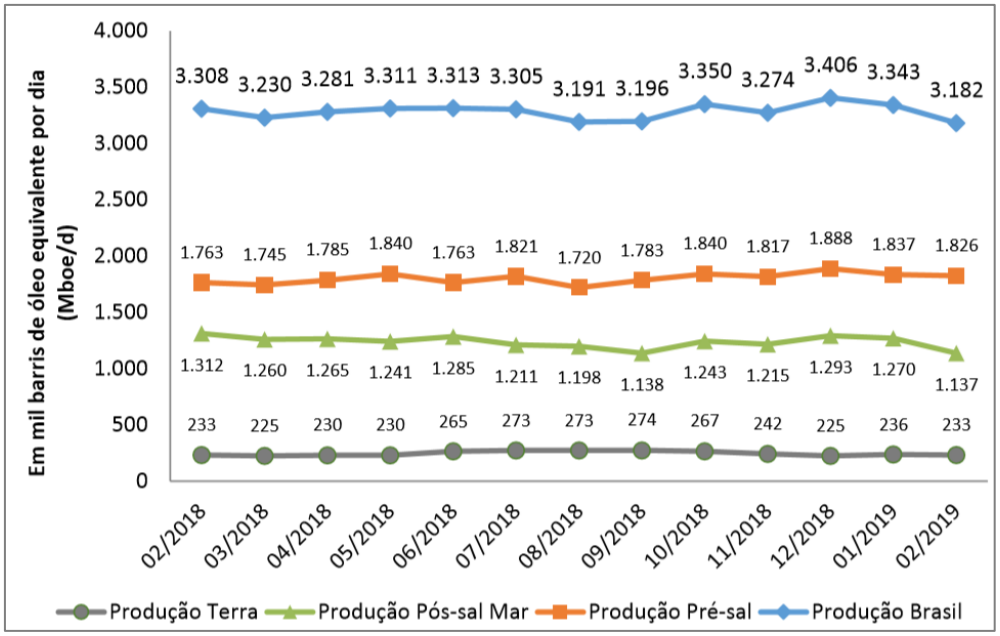
Boa parte dos carbonatos do pré-sal, no Sudeste do Brasil, são compostos por uma considerável parcela de carbonato de cálcio de origem orgânica, com significativa influência da ação de bactérias. Estas condições de formação proporciona uma diversidade na qualidade e no tipo de material que dá origem a reservatórios (ESTRELLA et al., 2008; DOBOREK, 2012).

No caso específico das bacias brasileiras do pré-sal, além da dissolução natural no processo de diagênese dos carbonatos, existiram outros fatores que contribuíram para configuração atual desses reservatórios. Durante o processo natural de elevação do magma e abertura dos continentes, uma série de efeitos tectônicos influenciaram na ascensão de fluidos hidrotermais, como o dióxido de carbono, que acabaram aprisionados por conta da impermeabilidade do sal contribuindo ainda mais para a corrosão do meio (CORREA, 2013). Este cenário possibilitou a formação de estruturas típicas a estes reservatórios, dando a eles a

capacidade de comportar gigantescas acumulações de óleo não tão comuns em outros tipos de reservatórios.

Os números gerados a partir da produção em campos do pré-sal servem para exemplificar o grande potencial que os mesmos possuem em relação aos demais campos brasileiros. A produção do pré-sal em fevereiro desse ano totalizou 1,826 milhão de BOE/d, dos quais, foram produzidos 1,450 milhão de barris de petróleo e 59,8 milhões de metros cúbicos de gás natural por meio de apenas 88 poços representando 57,4% da produção total nacional (ANP, 2019). Na figura 3, pode-se observar o seu destaque em relação aos demais reservatórios ao longo dos últimos meses.

Figura 3 - Histórico da produção de óleo equivalente em diversos tipos de reservatórios brasileiros.



Fonte: Adaptado de ANP (2019)

Entretanto, apesar dos dados serem visivelmente atraentes, vários novos desafios surgem com a exploração desses campos. O tamanho do modelo de simulação necessário para representar os campos gigantes e suas heterogeneidades, por exemplo, é um problema a ser enfrentado. Carvalho (2005) também chama atenção para a ocorrência de múltiplas escalas, fato que se apresenta como um problema que interfere diretamente na maneira como estes reservatórios são modelados numericamente.

Pode-se dizer que o desenvolvimento de ferramentas numéricas se depara com diversos problemas, além dos já citados, temos por exemplo, a dificuldade de modelagem de geometrias com estruturas geológicas complexas, a existência de camadas estratificadas inclinadas, *pinchouts* e a presença de poços direcionais (CARVALHO, 2005).

2.1.3 Modelos Matemáticos Contínuos Utilizados em Rochas Carbonáticas

Para representar estruturas geológicas complexas de forma satisfatória, é necessário compor um modelo geológico abundante em propriedades das rochas com o máximo de precisão e acurácia possível.

Neste sentido, duas principais propriedades devem ser levadas em consideração, a primeira delas é a permeabilidade. Esta representa a capacidade de um meio poroso de permitir a passagem de fluidos, podendo ser classificada como, primária, que foi originada no período de deposição da camada sedimentar, ou secundária, resultante da alteração da matriz rochosa (SANSONE, 2014).

A permeabilidade de uma rocha pode ser encontrada por de meio alguns procedimentos práticos como: análise de testemunhos com estudos da granulometria da rocha em testes de laboratório; testes em poços por meio de ensaios de fluxo; dados de produção como o registro do fluxo de fluidos drenados pelo poço; e perfilagem de poços (ROSA et al, 2006).

A segunda propriedade é a porosidade, podendo ser definida como a relação entre o volume de vazios de uma rocha e o volume total da mesma, representando, portanto, a sua capacidade de armazenamento de fluidos. Deste conceito, surge a definição de porosidade efetiva, que corresponde a razão entre os espaços vazios interconectados de uma rocha sobre seu volume total. Do ponto de vista da engenharia de reservatórios, este é o valor que de fato interessa, pois, representa o espaço ocupado por fluidos que podem ser deslocados.

Além disso, deve-se considerar também os conceitos de porosidades primária e secundária, sendo, respectivamente, a porosidade que se desenvolve durante a deposição do material sedimentar e formação da rocha, e a porosidade resultante após alguns processos geológicos subsequentes à conversão dos sedimentos em rochas (THOMAS, 2001; ROSA et al, 2006).

Conhecendo a permeabilidade, porosidade e algumas outras propriedades da rocha e do fluido, é possível, por meio da geoestatística e registros de correlação, gerar um perfil que caracterizará as diferentes formações que compõem a região a ser explorada. Este é apenas um dos primeiros passos para o desenvolvimento do campo, sendo necessário, ainda, determinar como estes valores serão utilizados em um modelo de fluxo.

A modelagem do escoamento através de meios porosos vugulares ou carstificados é uma tarefa extremamente complexa devido a coexistência de regiões porosas e de regiões de fluxo livre em múltiplas escalas (YAO et al., 2010).

Ao se observar na literatura estudos que abordam assuntos relacionados à reservatórios de petróleo encontra-se significativos progressos em relação à compreensão da modelagem de processos de fluxo de fluidos em rochas fraturadas desde a década de 1960 (KAZEMI, 1969; PRUESS e NARASIMHAN, 1985). Entretanto, a maioria desses estudos eram focados, principalmente, em reservatórios naturalmente fraturados com poucas, ou nenhumas observações em relação às cavidades. O modelo mais utilizado para representar esse tipo de escoamento era o *dual porosity model* - modelo de dupla porosidade (ULEBERG e KLEPPE, 1996) em que se tem porosidade/permeabilidade associadas à matriz rochosa e fratura.

Do ponto de vista físico, o sistema que representaria fraturas e *vugs* não poderia ser aproximado por um modelo de porosidade dual, pois os *vugs* não podem ser agrupados na matriz por meio de um '*upsacling'* por conta das suas diferentes forças capilares (WU et al., 2011). Devido à esta limitação, outro modelo começou a ser considerado por alguns geólogos e geofísicos, agora, levando em consideração três diferentes porosidades/permeabilidades no sistema (BARENBLATT,1960; ABDASSAH, 1986; CLOSEMANN,1975; GUO, 2012; BAI, 1993; KANG, 2006;).

A partir destas observações, variadas configurações começaram a ser adotadas afim de encontrar o modelo que melhor representasse cada situação de escoamento respeitado, assim, o reservatório e suas singularidades. Como exemplos, temos os modelos de dupla porosidade e única permeabilidade por Ng e Aguilera (1999), Ozkan e Raghavan (1991 a, b); tripla porosidade e única permeabilidade por Pulido et al. (2006), Nie et al. (2011); tripla porosidade e dupla permeabilidade por Camacho-Velázquez et al. (2005).

Em todas estas possibilidades de modelagem, algumas considerações devem ser adotadas afim de se obter boa representatividade, tais como: fraturas devem ser consideradas altamente permeáveis (quando representarem canais), e possuem maior influência no sentido do fluxo global; a matriz deve possuir permeabilidade relativamente baixa; *vugs,* cavernas e feições cársticas podem assumir diferentes formas e tamanhos, sabendo que as cavidades pequenas variavam da escala de milímetros ou centímetros de tamanho até as maiores com tamanhos de centímetros a metros (LIU, 2003; KOSSACK; 2001; WU et al., 2006).

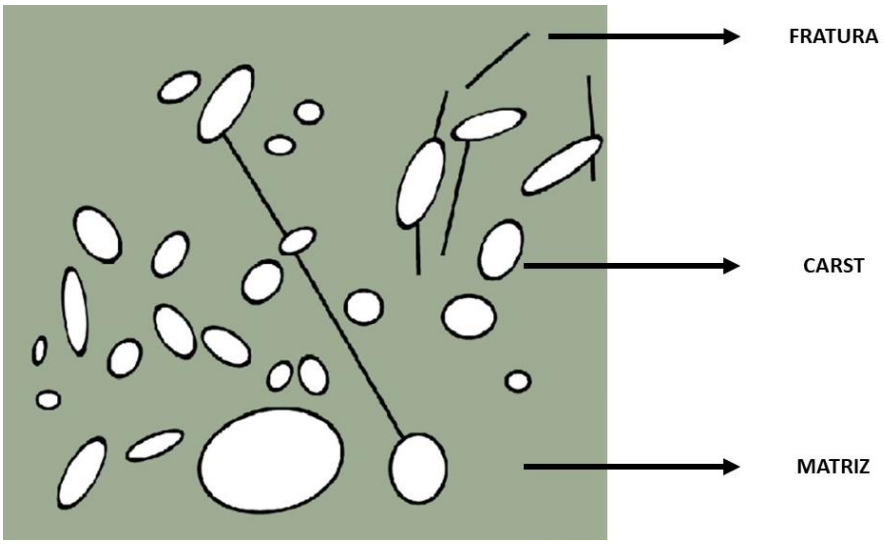
A equação que modela o escoamento em meios porosos é proveniente da Lei de Darcy, cujo modelo matemático representa bem situações em que os espaços vazios possuem escalas menores que centímetros. Como já visto, esta não é a realidade de alguns reservatórios carbonáticos.

Alguns autores, como Martin et al. (2005), Frih et al. (2008) e Lopes et al. (2017), utilizam, em alguns casos, valores aproximados para as propriedades, considerando

permeabilidades e porosidades da matriz, bem como, das estruturas cársticas, chegando, então, à valores equivalentes que, de certo modo, respeitam as influências de todas as heterogeneidades encontradas na rocha.

A metodologia proposta por Lopes et al. (2017) consiste em trazer informações da microescala para a mesoescala baseada em homogeneização auto-coerente, estes métodos descrevem, com precisão, propriedades equivalentes associadas às estruturas cársticas em matrizes sólidas com inclusões de formato elítico, como mostra a Figura 4.

Figura 4 – Visão em mapa com plano horizontal de um meio poroso fraturado carstificado.



Fonte: Adaptado de Lopes et al. (2017)

Neste contexto, é descrita mais precisamente a presença de fraturas, veios e carstes, para, com isso, se analisar suas influências sobre a magnitude das permeabilidades equivalentes a serem computadas.

Hallack (2018) considera todos estes métodos, até agora descritos, como modelos de meio contínuo, se destacando pelo fato de reduzirem drasticamente a complexidade geométrica dos padrões de fluxo para formas matemáticas que não são difíceis de se implementar. No entanto, não são capazes de descrever padrões de fluxo livre dentro de cavidades mais expressivas, pois regularizam e simplificam a geometria do sistema no modelo.

2.1.4 Modelo Matemático de Darcy-Stokes

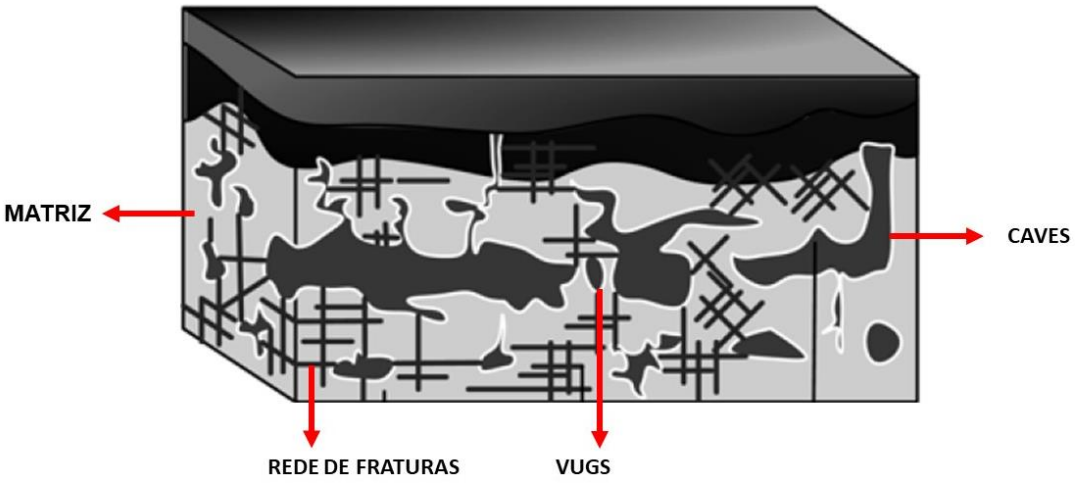
Outra possibilidade para representar os reservatórios carbonáticos é por meio da combinação das equações de Navier-Stokes e Darcy, evitado, assim, a necessidade do cálculo de propriedades equivalentes entre as diferentes heterogeneidades.

As equações de Darcy-Stokes são usadas para modelar problemas em diversas áreas da engenharia, tais como: estudos de infiltração industrial e fluxo acoplado de superfície e subsuperfície (CESMELIOGLU, 2013); contentores de resíduos subterrâneos, (GRÉGORIE, 2009); e também a área de reservatórios petrolíferos com abordagens analíticas (ARBOGAST e LEHR, 2006; CANNON, 1971) ou numéricas (GATICA, 2009; BABUSKA, 2010);

Esta configuração consiste na lei de Darcy combinada com a conservação de massa no subdomínio poroso, com as equações de Navier-Stokes no subdomínio de fluxo livre e, para fechar o modelo, condições contorno bem definidas nas interfaces entre os subdomínios Darcy e Stokes (ARBOGAST e LEHR, 2006; MU, 2007).

Um grande problema associado a esse modelo se dá devido ao fato de que os domínios porosos e vugulares não estão bem separados, *vugs* e matriz rochosa estão entrelaçados ao longo do reservatório de maneira desordenada, como ilustra a Figura 5.

Figura 5 – Esquema representativo de sistema rochoso fraturado com *vugs*.



Fonte: Adaptado de Yao (2010)

Desse modo, alguns autores (ARBOGAST e LEHR, 2006; HE, 2017) destacam a relevância de se investigar alguns pontos que, se mal discutidos, põem em risco a eficácia do modelo, sendo:

- Primeiro, em muitos casos, para se obter significativa representatividade, seria necessário obter informações precisas sobre a localização e geometria da interface entre os *vugs* e a matriz porosa, o que não é possível determinar considerando apenas um pequeno testemunho de rocha;

- A representação explícita do meio em uma escala centimétrica, conforme necessário para representar *vugs* e fraturas, tornaria o problema de fluxo computacionalmente intratável;
- O interior dos *vugs* contém material de enchimento solto ou partículas em suspensão que ocasionalmente podem preencher o espaço vazio da matriz, situação ligeiramente difícil de se prever, mas que interferiria fortemente no fluxo preferencial dos fluidos.

Desta forma, é importante avaliar os impactos que estas estruturas (carstes, *vugs, caves)* causam no fluxo de fluidos desses reservatórios (YAN, 2013). Informações obtidas através de testemunhos de rochas podem ajudar na modelagem do sistema como um todo, porém, ainda assim, podem não ser representativas o suficiente para se aplicar o modelo clássico de Darcy, ou ainda o modelo de Darcy-Stokes. Outra configuração físico-matemática que pode representar o que acontece nesses reservatórios surge por meio das equações de Stokes-Brinkman (BRINKMAN, 1949; HE, 2017; GULBRANSEN et al, 2009).

Este modelo tem sua origem nas equações de Darcy e de Stokes, podendo retratar o escoamento tanto na matriz porosa, quanto em meios com elevadas porosidades como *vugs* e cavernas. Com esta configuração, conseguimos evitar alguns problemas encontrados no sistema Darcy-Stokes, pois é utilizada uma abordagem unificada com apenas uma equação de momento para descrever ambos domínios.

A equação de Stokes-Brinkman pode se mostrar equivalente às de Darcy e Stokes, uma vez que determinados parâmetros sejam corretamente selecionados nas regiões de fluxo correspondentes (GULBRANSEN et al, 2009, 2010; LIGAARDEN, 2010). Na literatura, encontramos inúmeras aplicações para essas equações, sendo utilizadas em uma larga variedade de problemas que abordem fluxo em meios porosos e/ou de domínio livre, como por exemplo: estudos da viscosidade de fluidos em meios submetidos a presença de partículas em suspensão (GIVLER, 1994); indústria têxtil - reforços e impermeabilidade de tecidos (VERLEYE et al, 2006); análises cardiovasculares (KHALED e VAFAI, 2003; MELODY, 2007; FORMAGGIA, 2009).

3 MODELO MATEMÁTICO

Esta seção contém as equações que correspondem ao modelo matemático utilizado para simular o fluxo de fluidos em meios porosos e em regiões de fluxo livre. Começamos por descrever as leis de conservação de massa e de momento que equacionam os fenômenos aqui estudados.

3.1 Hipóteses Simplificadoras

Devido à complexidade associada aos escoamentos de fluidos, torna-se necessário a utilização de algumas simplificações físico-matemáticas. Deste modo, neste trabalho assumimos que:

1. Ocorre o escoamento de uma única fase líquida;
2. O fluido é considerado Newtoniano;
3. A rocha é incompressível e está completamente saturada;
4. Quaisquer reações químicas, térmicas e capilares são desconsideradas;
5. A influência da gravidade não é levada em consideração.

3.2 Lei de Darcy e o Escoamento em Meio Poroso

Na dinâmica dos fluidos e hidrologia, a lei de Darcy é uma equação constitutiva que descreve o fluxo de fluidos através de um meio poroso. Formulada por Henry Darcy, com base nos resultados experimentais do escoamento de água através de leitos de areias, esta equação foi publicada em 1856 e, desde então, tem sido a principal ferramenta para modelar tal tipo de fenômeno físico (BEAR, 1972; CARVALHO, 2005; ROSA et al, 2006).

As equações fundamentais que descrevem o transporte de um fluido são equações diferenciais parciais que consideram as relações dinâmicas e cinemáticas entre o fluido e o meio. A descrição é macroscópica, assim, tanto fluido quanto matriz porosa, são considerados contínuos. Com base nesses conceitos e por meio do Teorema da Divergência, é possível chegarmos à expressão da conservação da massa Equação (3.1), derivada do método de homogeneização que relaciona o fluxo de massa passando um determinado volume de controle (BEAR, 1972; EWING, 1983; WENDT, 2009).

O fluxo monofásico na matriz rochosa dos carbonatos, assim como em qualquer meio poroso, é completamente descrito pela equação do balanço de massa:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\phi\rho\right)+\vec{\nabla}\cdot\left(\rho\vec{v}\right)=\dot{q} \tag{3.1}$$

e pela equação de Darcy:

$$\nabla p = -\frac{\mu}{K}\rho\vec{v} + \rho g \tag{3.2}$$

onde ϕ é a porosidade do meio, ρ e μ são a massa específica e a viscosidade do fluido, respectivamente, $\vec{v}$ é conhecida como a velocidade de Darcy, $\dot{q}$ representa a vazão mássica por unidade de volume, também visto como termo de fonte/sumidouro sendo associado a injeção ou produção, K é o tensor de permeabilidade, convencionalmente assumido como um tensor diagonal e ortotrópico, a variável p representa a poro pressão média distribuída em todo o interior do reservatório e g é a gravidade (HALLACK, 2018).

3.3 Navier-Stokes e Escoamento em Meio com Fluxo Livre

Geralmente, o sistema que compõe as equações de Navier-Stokes considera a conservações de energia, da massa e momento (DREW e PASSMAN, 1999). Aqui, apenas as equações de conservação da massa e momento são consideradas e desenvolvidas. O caso da conservação da massa assemelha-se ao escoamento em meios porosos, entretanto, considera-se que o fluido ocupa cem por cento do volume do meio pois todo o espaço é considerado como um grande vazio sem a presença da matriz, ou seja, $\phi = 1$, e assim a Equação (3.1) passa a ser representada por:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla\cdot\left(\rho\vec{v}\right) = \dot{q} \tag{3.3}$$

Já a equação da conservação do momento segue conforme premissas estabelecidas pela segunda lei de Newton, assumindo que, a taxa de variação do momento de qualquer porção do fluido deve ser igual à soma de todas as forças atuando nesta mesma porção do fluido, sendo expressa assim por:

$$\frac{D\left(\rho\vec{v}\right)}{Dt} = -\nabla\cdot\tau - \nabla p + \rho g + F \tag{3.4}$$

onde o primeiro termo do lado esquerdo representa um operador de derivada total em relação ao tempo. No lado direito da equação o τ representa o tensor de tensões de cisalhamento exercido sob o fluido e F inclui quaisquer outras forças exercidas no sistema. Assumimos que

este último item é inexistente em nosso modelo por causa de seu pequeno impacto no comportamento do fluido.

O tensor de tensões τ é descrito pela equação constitutiva (GLOVER E JONES, 1994):

$$\tau = -\mu\left(\nabla\vec{v} + \nabla\vec{v}^T\right) + \left(\frac{3}{2}\mu - \omega\right)\left(\nabla\cdot\vec{v}\right)I \tag{3.5}$$

onde ω é segundo coeficiente de viscosidade e I a matriz identidade. Ao assumirmos as hipóteses de Stokes (STOKES ,1845) podemos dizer que:

$$\left(\frac{3}{2}\mu - \omega\right) = 0 \tag{3.6}$$

e ainda, que dentro de uma grande cavidade preenchida, a variação de pressão é muito pequena, sendo assim, não há grandes diferenças para densidades e viscosidades, sendo possível, portanto, considerá-las constantes nesses casos. Após estas considerações e ao aplicarmos o operador ∇ nos dois lados da Equação (3.5), chegamos à:

$$\nabla\cdot\tau = -\mu\left(\nabla^2\vec{v} + \nabla\cdot\nabla\vec{v}^T\right) \tag{3.7}$$

Se considerarmos $\nabla\cdot\nabla\vec{v}^T = 0$ como proposto por Glover e Jones, (1994) a Equação (3.7) se reduz a:

$$\nabla\cdot\tau = -\mu\left(\nabla^2\vec{v}\right) \tag{3.8}$$

e, ao substituirmos a Equação (3.8) na Equação (3.4), chegamos finalmente à equação de Navier-Stokes:

$$\rho\frac{D\vec{v}}{Dt} = \mu\nabla^2\vec{v} - \nabla p + \rho g \tag{3.9}$$

onde o termo $\mu\nabla^2\vec{v}$ é normalmente chamado de termo de difusão viscosa. O termo $\frac{D\vec{v}}{Dt}$, referente a derivada material da velocidade, representa os termos da aceleração total, sendo estes divididos em aceleração instantânea (termo transiente), e aceleração convectiva (termo inercial) e o termo ρg representa a influência da força gravitacional.

O número de Reynolds (HUSSAIN e REYNALDS, 1975), que corresponde a uma relação entre as forças inerciais e as forças viscosas atuando em um volume de fluido, é um importante parâmetro a ser analisado em casos de domínio de fluxo livre, sendo dado por:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho \vec{v} d}{\mu} \tag{3.10}$$

onde d representa o comprimento característico do problema analisado.

Para escoamentos muito lentos associados a fluidos viscosos o número de Reynolds torna-se muito baixo, implicando na possibilidade de se desconsiderar às forças inercias em relação as forças viscosas (BATCHELOR, 1967).

As regiões formadas por cavidades são consideradas como regiões de fluxo livre, e, portanto, aconselha-se que todo o escoamento que ocorra por meio de estruturas com porosidades/permeabilidades significativamente maiores que a matriz, deve ser representado pelas equações de Navier-Stokes (HE, 2018).

3.4 A Equação de Stokes-Brinkman

Nas definições de Brinkman (1949) procurou-se compreender as influências das forças viscosas sob uma partícula fluida. Desse modo, assumiu-se como modelo uma partícula esférica que está envolvida em uma massa porosa. O fluxo através desta massa porosa, incialmente, é descrito por uma simplificação da Equação (3.2), que, ao desconsideramos o efeito da gravidade, pode ser escrita, como:

$$\nabla p = -\frac{\mu}{K}\vec{v} \tag{3.11}$$

Esta equação na forma que está apresentada ainda não pode ser utilizada justamente pela ausência de um termo que represente o tensor de tensões viscosas, ou seja, falta um termo que represente as tensões de cisalhamento que atuam sobre um elemento de volume do fluido.

As forças viscosas que atuam sob uma partícula podem ser calculadas levando-se em consideração dois fatores: primeiro, o fluxo de fluido em torno desta partícula e, segundo, as influências de outras partículas em torno da partícula de estudo.

Para meios com baixas permeabilidades, a Equação (3.11) pode ser utilizada com pouco erro (AURIAULT, 2009). Entretanto, Brinkman (1949) buscou romper esta limitação para então compreender estudos que abordem ambientes de elevadas permeabilidades.

Uma primeira saída para solucionar o problema foi utilizar a Equação (3.12), assumindo a condição de incompressibilidade, em um espaço vazio em que o escoamento é representado pela equação de Navier Stokes:

$$\nabla p = \mu \nabla^2 \vec{v} \tag{3.12}$$

porém, o fato do $\nabla^2 v$ representar o termo da segunda derivada em relação a velocidade, faz com que se torne difícil a determinação de condições de contorno ideais para acoplar o problema.

O mais indicado, portanto, seria, utilizar-se de uma equação que considere o equilíbrio entre todas forças que atuam sobre um volume de fluido (BRINKMAN, 1949). Ou seja, deve ser feito um balanço de forças que represente o gradiente de pressão, o divergente de tensões viscosas e a força de amortecimento causada pela massa porosa. Desse modo, por meio das Equações 3.11 e 3.12, é possível chegar de maneira empírica na Equação de Stokes-Brinkman na forma estacionária:

$$\nabla p = -\frac{\mu}{K}\vec{v} + \mu' \nabla^2 \vec{v} \tag{3.13}$$

em que μ' é a viscosidade efetiva do fluido, e os demais termos foram citados anteriormente.

A viscosidade efetiva é um valor que deve ser calculado, se, no meio fluido existe a presença de partículas em suspensão, alterando o valor da viscosidade dinâmica do fluido (BRINKMAN, 1949):

$$\mu' = \mu(1 + 2.5\phi) \tag{3.14}$$

onde ϕ é a porosidade do meio em que o fluido se encontra.

3.4.1 Relação entre Termos Viscosos e Termos Inerciais

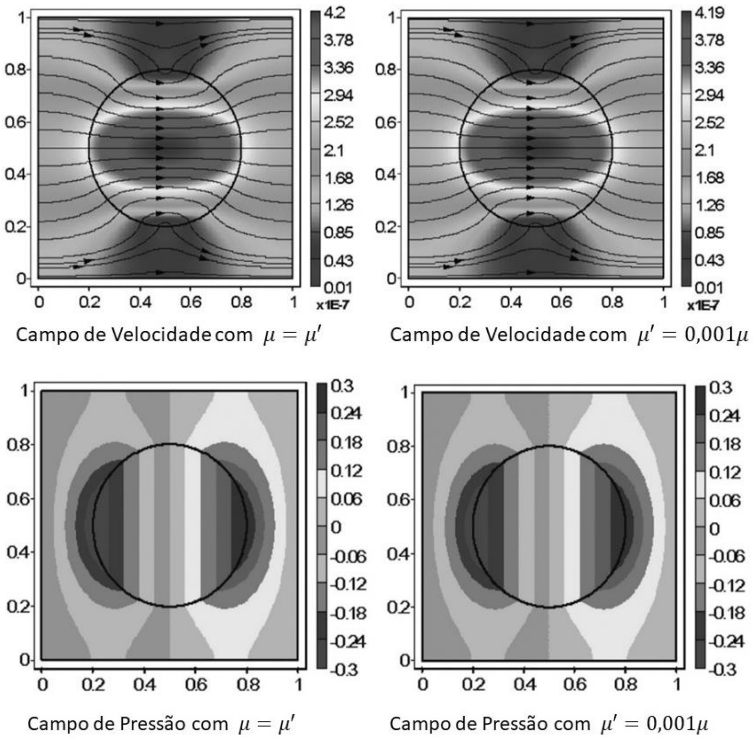
Auriault (2009) realiza uma interessante análise acerca da validade dos domínios de aplicação para as equações de Brinkman e Darcy. Com base nas afirmações do autor, é possível obter uma constante que relaciona os termos viscosos com inerciais. Sendo assim, quando esse parâmetro for pequeno, a equação de Brinkman tende à equação de Darcy, e quando for significativo, distancia-se dela (HALLACK, 2018).

Desse modo, temos que:

$$V = \frac{\left|\mu' \nabla^2\right|}{\left|\frac{\mu \vec{v}}{K}\right|} \tag{3.15}$$

Para chegarmos a constante V devemos considerar que a razão entre as viscosidades dinâmica e efetiva se aproxima de 1, ou seja, que seus valores não praticamente os mesmos. Esta premissa é comumente adotada na literatura, sendo esta discurssão levantada por diversos autores (NEALE, 1974; KOPLIK et al, 1983; MARTYS et al 1994; LAPTEV, 2003). Além disso, Popov (2009) mostra que o distanciamento entre os valores das viscosidades não causam grandes alterações nos perfis de pressão velocidade, como pode ser visto na Figura 6 .

Figura 6 - Efeito da variação da viscosidade efetiva nos campos de pressão e velocidade



Fonte: Adaptado de Gulbransen et al. (2009)

Gulbransen et al. (2009) nos chama atenção ao fato de que esta aproximação uniforme apenas introduz uma pequena perturbação nas soluções numéricas, visto que $\mu' \nabla^2$ normalmente possui ordens de grandeza menor que os outros termos da equação. E, por fim, em uma análise mais extrema, na qual a viscosidade efetiva seja desconsiderada, $\mu' = 0$, a equação de Brinkman recai na equação de Darcy.

Por outro lado, ao se analisar as propriedades da rocha, a exemplo da permeabilidade, percebe-se que na Equação de Brinkam quando se está diante de um meio bastante permeável, assumindo um valor de $K \to \infty$, a equação recai em Stokes, Equação (3.12). Isto se dá pois os termos que são influenciados pela permeabilidade se tornam relativamente menores em relação aos demais, podendo ser desprezados (HE, 2017).

No que diz respeito a porosidade, alguns autores afirmam que não existe coerência física em modelar o fluxo com a equação de Brinkman em meios em que só existam porosidades menores que 60% (NIELD, 2013). Já outros afirmam que não se trata exatamente de um valor limite, mas sim da geometria do espaço poroso (AURIAULT, 2009, HALLACK, 2018).

3.5 Condições Iniciais e de Contorno

Além de estabelecer o sistema de equações diferenciais que governa o escoamento de fluidos no meio poroso, é preciso definir condições de contorno e inicial para a descrição completa do problema (NAVEIRA, 2007). Neste caso, considerando um domínio Ω, seu contorno Γ é definido como:

$$\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_P \cup \Gamma_I \tag{3.16}$$

onde Γ_D e Γ_N representam as fronteiras externas de Dirichlet (pressão prescrita) e Neumann (fluxo prescrito), respectivamente, e Γ_P e Γ_I os poços produtores e injetores, respectivamente. Além de uma pressão inicial P_i considerada em todo o domínio (AZIZ e SETTARI, 1979; CONTRERAS et al., 2016; CAVALCANTE, 2019).

4 FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Nessa seção, apresentaremos as equações do modelo numérico utilizado para descrever o fluxo de fluidos em meios porosos. Levou-se em consideração um modelo robusto que atendesse às necessidades do problema matemático e, ao mesmo tempo, fosse de fácil implementação. Toda a abordagem utilizada tomou-se como referência as considerações feitas nos trabalhos de He (2018) e Hallack (2018).

Em determinados cenários, para se encontrar soluções de problemas na área de engenharia de petróleo, são utilizadas abordagens experimentais, entretanto, em alguns casos devido à complexidade da situação e ao alto custo associado, não é possível realizar este tipo de análise. Uma alternativa é utilizar ferramentas de simulação numérica computacional por exemplo, em casos que envolvem o estudo de reservatórios de hidrocarbontos (CHEN, 2016; SOUZA, 2015, CAVALCANTE, 2019).

4.1 Método das Diferenças Finitas

Este método consiste na reformulação do problema contínuo em um problema discreto, particionando os domínios do espaço e do tempo, para então, representá-los em uma malha temporal, e uma espacial, por meio de blocos ou células. Nestes blocos, as incógnitas estão representadas por pontos discretos ou nós que são resolvidos em um sistema de equações algébricas obtidas através de fórmulas de diferenças finitas para aproximar às derivadas parciais existentes no modelo matemático. Essas fórmulas discretas tem origem nas expansões obtidas por meio de Séries de Taylor (KINCAID e CHENEY, 2002).

4.1.1 Discretização das Equações

Inicialmente, vamos reescrever a equação do balanço de massa Equação (3.1), considerando a compressibilidade do fluido c_o constante, assumindo baixo gradiente de pressão ∇p e ainda, desconsiderando os efeitos da compressibilidade da rocha. Assim, ao considerarmos:

$$c_o = \frac{1}{\rho}\frac{\partial \rho}{\partial p} \tag{4.1}$$

chegamos ao sistema descrito na Equação 4.2, composto pelas Equações da Conservação da Massa e Equação de Stokes-Brinkman:

$$\begin{cases} \phi c_o \dfrac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{v} = \dot{q} \\ \nabla p = -\dfrac{\mu}{K}\vec{v} + \mu' \nabla^2 \cdot \vec{v} \end{cases} \tag{4.2}$$

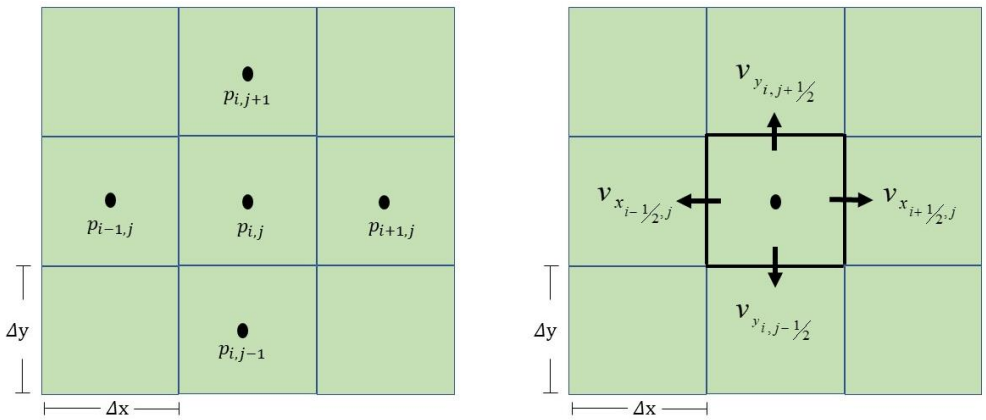
Assumindo que o domínio de estudo é bidimensional, as Equações do sistema (4.2) podem ser apresentadas de maneira escalar em coordenadas cartesianas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \phi c_o \dfrac{\partial p}{\partial t} + \dfrac{\partial (v_x)}{\partial x} + \dfrac{\partial (v_y)}{\partial y} = q & \text{(I)} \\ \dfrac{\partial p}{\partial x} = -\dfrac{\mu}{k_x} v_x + \mu' \left[\dfrac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right] & \text{(II)} \\ \dfrac{\partial p}{\partial y} = -\dfrac{\mu}{k_y} v_y + \mu' \left[\dfrac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right] & \text{(III)} \end{cases} \tag{4.3}$$

onde, v_x , v_y , k_x e k_y são respectivamente as velocidades e as permeabilidades na suas direções correspondentes e, dos demais termos foram descritos anteriormente. Nestas equações, v_x , v_y e p , são as três variáveis que precisamos encontrar para solucionarmos o problema de fluxo, portanto, ao utilizarmos um modelo de discretização por meio do método das diferenças finitas, conseguimos resolver numericamente o sistema.

Para o sistema bidimensional, o esquema de discretização espacial das variáveis pressão p e velocidades (v_y, v_x) é ilustrado na Figura 7. As pressões são calculadas nos centroides dos blocos e as velocidades nas interfaces entre os mesmos.

Figura 7 - Esquema de discretização para as pressões e velocidades em duas dimensões.



Fonte: O Autor (2019)

No que se refere ao tempo, utilizamos o operador de primeira ordem de diferenças progressivas para a variável pressão, e o operador da primeira derivada, com erro de truncamento de segunda ordem de diferenças centradas para as velocidades. Portanto, a equação (I) do sistema 4.3 se torna:

$$\phi_{i,j} c_o \frac{\left(p_i^{n+1} - p_i^n\right)}{\Delta t} + \left(\frac{v_{x_{i+1/2,j}} - v_{x_{i-1/2,j}}}{\Delta x} \right) + \left(\frac{v_{x_{i,j+1/2}} - v_{x_{i,j-1/2}}}{\Delta y} \right) = \dot{q} \tag{4.4}$$

onde os termos Δx e Δy representam o tamanho dos blocos nas direções x e y, $\phi_{i,j}$ a porosidade do bloco, Δt o passo de tempo, os subscritos n e $n+1$ o instante de tempo atual e futuros, respectivamente, enquanto os subscritos i e j a localização da incógnita na malha espacial.

Como pode ser observado, no que diz respeito à discretização temporal, foi utilizado o esquema implícito, onde os termos das derivadas da velocidade e pressão são aproximados no passo de tempo futuro (TANNEHILL e ANDERSON, 1997). A expressão que fornece o passo de tempo relaciona a velocidade do escoamento, o comprimento do bloco e o Número de Courant (COATS et al, 2001):

$$CFL = \frac{v \cdot \Delta x}{\Delta t} \tag{4.5}$$

Foi adotado o Número de Courant igual 1, sendo assim:

$$\Delta t = |v|_{\max} \cdot \Delta x \tag{4.6}$$

onde $|v|_{\max}$ é a máxima velocidade associada ao escoamento. A cada passo de tempo considerou-se a velocidade máxima do passo de tempo anterior. Nos casos não lineares foi acrescido um fator de segurança com o objetivo de diminuir o passo de tempo nos casos onde a simulação tendia a não convergir. Este procedimento foi baseado nas considerações de HALLACK (2018).

Para as Equações (II) e (III) do Sistema (4.3) utilizamos o operador de primeira ordem de diferenças progressivas para a variável pressão, e o operador de segunda ordem utilizando diferenças centradas para as velocidades, assim, a equação (II):

$$\frac{p_{i+1,j}-p_{i,j}}{\Delta x}=-\frac{\mu}{k_{x_{i+1/2,j}}}v_{x_{i+1/2,j}}$$

$$+\mu'\left[\frac{v_{x_{i+3/2,j}}-2v_{x_{i+1/2,j}}+v_{x_{i-1/2,j}}}{\Delta x^2}\right] \tag{4.7}$$

$$+\mu'\left[\frac{v_{x_{i+1/2,j+1}}-2v_{x_{i+1/2,j}}+v_{x_{i+1/2,j-1}}}{\Delta y^2}\right]$$

e a equação (III):

$$\frac{p_{i,j+1}-p_{i,j}}{\Delta y}=-\frac{\mu}{k_{y_{i,j+1/2}}}v_{y_{i,j+1/2}}$$

$$+\mu'\left[\frac{v_{y_{i+1,j+1/2}}-2v_{y_{i,j+1/2}}+v_{y_{i-1,j+1/2}}}{\Delta x^2}\right] \tag{4.8}$$

$$+\mu'\left[\frac{v_{y_{i,j+3/2}}-2v_{y_{i,j+1/2}}+v_{y_{i,j-1/2}}}{\Delta y^2}\right]$$

Os operadores de diferenças finitas utilizados na discretização do sistema (4.3), foram descritos com maiores detalhes por Ertekin et al. (2001) e por He (2018).

Consideramos que a permeabilidade absoluta K pode possuir variações no espaço, portanto, k_x e k_y, encontrados nas Equações (4.6) e (4.7), representam as permeabilidades nas respectivas direções x e y. Estes valores são apresentados nas interfaces, e desse modo, como o fluxo nas interfaces dos blocos, os valores que representam k_x e k_y devem ser encontrados por meio da média harmônica, dada por:

$$k_{l+1/2}=\frac{2k_lk_{l+1}}{k_l+k_{l+1}} \tag{4.9}$$

onde $k_{l+1/2}$ representa a permeabilidade na interface dos blocos e k_l e k_{l+1} a permeabilidade dos blocos vizinhos em ambas as direções x e y. Ertekin et al. (2001) demonstram fisicamente que a expressão correta para representar as permeabilidades entre blocos é da média harmônica.

Desse modo, a Equação (4.9) se torna um caso específico considerando uma malha regular quadrangular, cenário o qual foi analisado neste estudo.

Por se tratar de aproximações, é esperado que se tenham erro entre a solução numérica e a solução exata, os quais são chamados de erros de discretização ou erros de truncamento. Podemos garantir que os erros gerados por estas aproximações não atrapalhem as soluções, desde que os critérios de convergência, estabilidade e consistência sejam atendidos.

Um esquema numérico de diferenças finitas é consistente se o operador discreto tende a se aproximar do operador contínuo da equação diferencial parcial, à medida que diminuímos os erros de truncamento; estável se determinada perturbação gerada a partir de condições iniciais ou erros de arredondamento, por exemplo, não crescem ilimitadamente a medida que reduzmos os erros de truncamento; e convergente quando a solução numérica do problema caminha para a solução analítica (HIRSCH, 1988).

A ferramenta clássica para provar a convergência linear de um método de aproximação numérica é o teorema da equivalência de Lax-Richtmyer (LAX e RICHTMYER, 1956) também chamado de teorema fundamental da análise numérica que permite garantir convergência linear de uma formulação numérica de um problema bem posto matematicamente, uma vez que se prove consistência e estabilidade.

4.1.2 Solução do Sistema de Equações

Conhecendo as equações discretizadas, é possível organizar o sistema para, em seguida, resolvê-lo e encontrar as incógnitas do problema. A equação de Stokes-Brinkman define uma relação entre o vetor de velocidades e a pressão e, diferente do que se comumente realiza ao resolver as Equações de Darcy, em Stokes-Brinkman o sistema deve ser resolvido monoliticamente, no qual pressões e velocidades são encontradas simultaneamente no mesmo passo de tempo.

Se discretizarmos o reservatório em N_x e N_y blocos da malha, ao impormos as condições de contorno de fluxo nulo em todos os quatro limites do domínio, teremos um total de pressões, velocidades em x e y dados pelas expressões, respectivamente:

$$N_p = N_x N_y \tag{4.10}$$

$$N_{v_x} = N_x N_y - N_y \tag{4.11}$$

$$N_{v_y} = N_x N_y - N_x \tag{4.12}$$

Assim, podemos deduzir que cada pressão está associada à Equação (4.4) em cada bloco da malha, bem como as velocidades v_x e v_y associadas às Equações (4.6) e (4.7) para cada interface. Com estas equações, conseguimos montar um sistema linear representado matricialmente como $\mathbf{A}x = b$.

É importante salientar que o sistema é dito linear devido ao fato de considerarmos que as variações de massa específica e de viscosidade em relação à pressão não são significativas o suficiente para tratarmos as não linearidades, nos permitindo, portanto, assumir estes valores como constantes. Assim, o fluido de estudo neste momento foi considerado como levemente compressível. Na próxima sessão, adotaremos um modelo de compressibilidade que nos leva a outra abordagem do problema proposto.

Para melhor entendimento do leitor, a matriz $\mathbf{A}$ será escrita de maneira segmentada, sendo composta pela matriz $\mathbf{F}$ dos coeficientes das equações da Conservação da Massa,

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 & b & 0 & \cdots & \cdots & 0 & c & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & a_{2,2} & 0 & \cdots & 0 & -b & b & 0 & \cdots & 0 & \vdots & c & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots & -c & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \ddots & 0 & 0 & \cdots & \cdots & b & 0 & \vdots & \ddots & 0 & c & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & a_{N_p,N_p} & 0 & \cdots & \cdots & -b & b & 0 & \cdots & -c & \cdots & c \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

onde os coeficientes são dados por:

$$a_{i,j} = \frac{\phi_{i,j} c_o}{\Delta t} \tag{4.14}$$

$$b = \frac{1}{\Delta x} \tag{4.15}$$

$$c = \frac{1}{\Delta y} \tag{4.16}$$

pela matriz $\mathbf{G}$ com os coeficientes das Equações de Stokes-Brinkman para o eixo x,

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -b & \cdots & b & \cdots & 0 & f_{1,1} & g & \cdots & g & 0 & & & & \\ 0 & -b & \cdots & \ddots & \vdots & e & f_{2,2} & g & \ddots & \ddots & & \ddots & \vdots & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & b & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & & \cdots & 0 & \cdots \\ \vdots & \cdots & 0 & \ddots & 0 & e & & \ddots & \ddots & g & & \ddots & \vdots & \ddots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -b & 0 & \ddots & & e & f_{N_{vx},N_{vx}} & & & & \end{bmatrix} \tag{4.17}$$

sendo os coeficientes dados por:

$$f_{i,j} = -\frac{\mu}{k_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},}} + \frac{2\mu'}{\Delta x^2} + \frac{2\mu'}{\Delta y^2} \tag{4.18}$$

$$g = \frac{\mu'}{\Delta x^2} \tag{4.19}$$

$$e = \frac{\mu'}{\Delta y^2} \tag{4.20}$$

e pela matriz $\mathbf{H}$ com os coeficientes das Equações de Stokes-Brinkman para o eixo y,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} -c & c & 0 & \cdots & 0 & & & & f_{1,1} & g & \cdots & g & 0 \\ 0 & -c & c & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \iddots & e & f_{2,2} & g & & \ddots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ \vdots & \cdots & 0 & \ddots & c & \iddots & \vdots & \ddots & e & & \ddots & \ddots & g \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & -c & & & & 0 & \ddots & & e & f_{N_{vy},N_{vy}} \end{bmatrix} \tag{4.21}$$

Assim, a matriz $\mathbf{A}$ pode ser escrita como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{F} \\ \mathbf{G} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} \tag{4.22}$$

Já o vetor $\mathbf{X}$ de incógnitas se organiza da seguinte maneira:

$$X^T = \begin{bmatrix} p_{1,1}^{n+1} & p_{1,2}^{n+1} & \cdots & p_{1,\mathrm{N}_p}^{n+1} & v_{x_{1,1}}^{n+1} & v_{x_{1,2}}^{n+1} & \cdots & v_{x_{1,\mathrm{N}_{vx}}}^{n+1} & v_{y_{1,1}}^{n+1} & v_{y_{1,1}}^{n+1} & \cdots & v_{y_{1,\mathrm{N}_{vy}}}^{n+1} \end{bmatrix} \tag{4.23}$$

e, por fim, o vetor **b** com os termos conhecidos:

$$\mathbf{b}^T = \begin{bmatrix} q_{1,1} + a_{1,1}p_{1,1}^n & q_{1,2} + a_{1,2}p_{1,2}^n & \cdots & q_{\mathrm{N}_p,\mathrm{N}_p} + a_{\mathrm{N}_p,\mathrm{N}_p}p_{\mathrm{N}_p,\mathrm{N}_p}^n & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix} \tag{4.24}$$

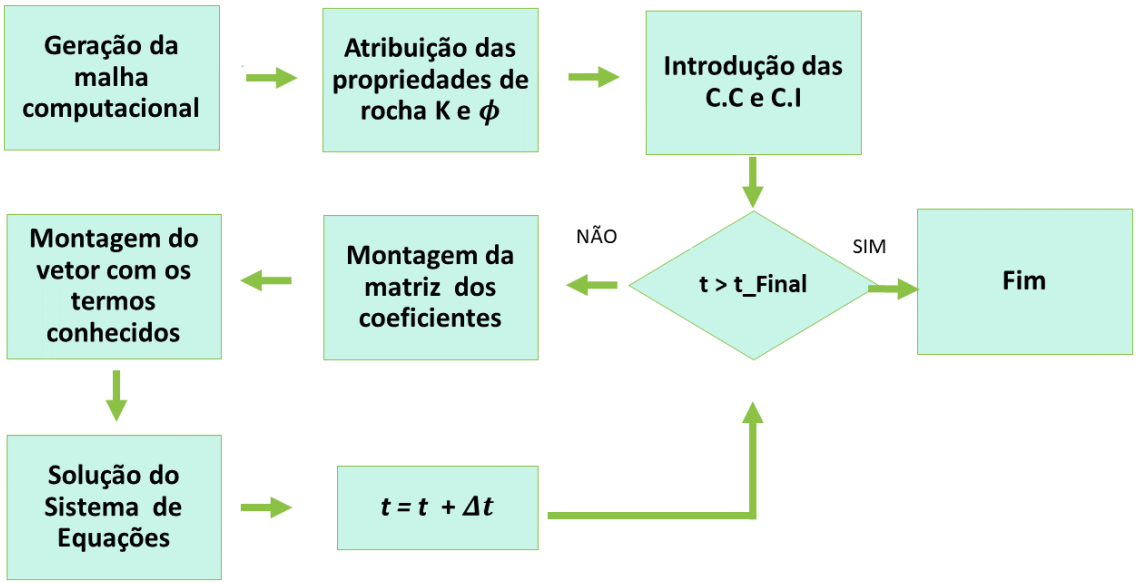
Observa-se que o fato de as velocidades serem encontradas monoliticamente com as pressões, incrementa significativamente no tamanho do sistema como um todo. Assim, em comparação com um sistema clássico de Darcy, percebemos que as matrizes possuem dimensões completamente diferentes para um problema com as mesmas condições.

No caso de um reservatório discretizado por N_x e N_y blocos, temos que o número total de equações se dá por:

$$N_{eq} = 4N_xN_y - N_xN_y - N_x - N_y \tag{4.25}$$

Para resolver o problema linear descrito nesta Equação (4.3), com c_o e μ constantes, foi montado um esquema com as seguintes etapas detalhadas na Figura 8. Nele, encontram-se todos os procedimentos seguidos pelo algoritmo desenvolvido para resolver o problema de fluxo, o qual foi elaborado na Plataforma MatLab.

Figura 8 – Esquema de simulação para a solução do sistema linear.



Fonte: O Autor (2019)

Após a obtenção dos resultados, foram gerados gráficos que nos permitiram a interpretação dos mesmos.

4.1.3 Sistema Não Linear Utilizando Stokes-Brinkman

Quando os coeficientes das equações diferenciais parciais que descrevem o modelo e/ou o termo de fonte/sumidouro dependem das incógnitas, tem-se um problema não linear. Sua discretização resultará em um sistema de equações não linear que tem que ser resolvido por um método iterativo ou através da linearização do mesmo, caso aceitável.

Diferente do que havíamos considerado anteriormente, nesta seção, vamos considerar que a variação da massa específica do fluido em relação à pressão segue um modelo de

compressibilidade do tipo exponencial, descrita pela Lei de Yaws (YAWS, 1998), representado pela expressão:

$$\rho(p) = AB^{-(1-T_{ref}/T_c)^D} \cdot e^{c_o(p-p_{ref})} \tag{4.26}$$

onde ρ representa a massa especifica do fluido, c_o a compressibilidade do fluido, T_c é a temperatura crítica, T_{ref} e p_{ref} são a temperatura e pressão de referência, respectivamente, A, B e D são termos constantes apresentados na Tabela 4.2 (HE, 2018).

Tabela 4.1 Condições adotadas para o modelo de compressibilidade

Variável	**Valor adotado**	**Unidade**
c_o	1 x 10^{-8}	Pa^{-1}
T_c	568,83	K
T_{ref}	393,3	K
p_{ref}	1,0 x 10^5	Pa
A	0,22807	Kg/m^3
B	0,25476	-
D	0,26940	-

Fonte: Adaptado de He (2018)

A viscosidade do fluido é uma propriedade que tem relação direta com as variáveis de estado, pressão e temperatura, ou seja, alterações consideradas significativas na pressão ou a temperatura afetam na viscosidade. Neste trabalho, usamos a Lei de Yaws para encontrar o valor da viscosidade, sendo este dado pela seguinte expressão:

$$\mu = e^{\beta + \frac{\gamma}{T} + \psi T_{ref} + \lambda T^2} \tag{4.27}$$

onde os termos β, γ, ψ e λ são constantes apresentadas na Tabela 4.3 e T a temperatura de referência mencionada anteriormente. Estabeleceu-se uma temperatura fixa ao longo de toda simulação e, possíveis variações na viscosidade, por conta do gradiente de pressão, foram desconsideradas.

Tabela 4.2 Condições adotadas para o modelo de viscosidade

Variável	**Valor adotado**	**Unidade**
β	-8,9245	-
γ	880,09	K
ψ	0,012955	K^{-1}
λ	-1,3596 x 10^{-5}	K^{-2}

Fonte: Adaptado de He (2018)

4.1.4 Solução Utilizando o Método de Newton-Raphson

Como pode ser observado, o modelo de compressibilidade utilizado nos leva sistema de equações diferenciais parciais não. Desse modo, o sistema que envolve as Equações de Stokes-Brinkman e Conservação da Massa, Equação (4.3), ao ser reescrito considerando a não linearidade, toma a seguinte forma:

$$\begin{cases} \phi\dfrac{\partial\rho}{\partial t}+\dfrac{\partial\left(\rho v_x\right)}{\partial x}+\dfrac{\partial\left(\rho v_y\right)}{\partial y}=q & \text{(I)} \\ \dfrac{\partial p}{\partial x}=-\dfrac{\mu}{k_x}v_x+\mu'\left[\dfrac{\partial^2 v_x}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}\right] & \text{(II)} \\ \dfrac{\partial p}{\partial y}=-\dfrac{\mu}{k_y}v_y+\mu'\left[\dfrac{\partial^2 v_y}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 v_y}{\partial y^2}\right] & \text{(III)} \end{cases} \tag{4.28}$$

Agora, a massa específica do fluido depende de uma relação exponencial com a pressão. Tem-se um sistema de equações que pode ser representado matricialmente como $\mathbf{A}(x)x=b$. Por esse motivo, para resolvermos este sistema se faz necessário um processo iterativo e, o escolhido, foi o método de Newton-Raphson (CONTE, 1980).

O método de Newton-Raphson é um método iterativo, baseado na primeira derivada das funções, que busca encontrar raízes para as equações partindo de uma estimativa para o valor inicial da solução. Na maioria dos casos, os métodos iterativos fornecem uma sequência de vetores $\{x^k\}_{k=1}^{\infty}$, onde o k representa o número de iterações, e x^k a aproximação da solução na k-ésima iteração. Estes valores são obtidos a partir de uma estimativa inicial x^1, que poderá divergir ou convergir para uma raiz x' do sistema $res(x)=0$ (BURDEN, 2011).

Por meio do mesmo critério de discretização da seção anterior, utilizando diferenças finitas centradas para a velocidade e diferenças finitas avanças para a pressão, temos que a equação (I) do sistema (4.28) se torna:

$$\phi \frac{\left(\rho_{(p)}^{n+1} - \rho_{(p)}^{n}\right)_{i+1/2}}{\Delta t} + \left[\frac{\left(\rho_{(p)} v_x\right)_{i+1/2,\,j} - \left(\rho_{(p)} v_x\right)_{i-1/2,\,j}}{\Delta x}\right]^{n+1} + \left[\frac{\left(\rho_{(p)} v_x\right)_{i,\,j+1/2} - \left(\rho_{(p)} v_x\right)_{i,\,j-1/2}}{\Delta y}\right]^{n+1} - \dot{q} = 0 \tag{4.29}$$

a equação (II):

$$\frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x} + \frac{\mu}{k_{x_{i+1/2,j}}} v_{x_{i+1/2,j}} - \mu' \left[\frac{v_{x_{i+3/2,j}} - 2v_{x_{i+1/2,j}} + v_{x_{i-1/2,j}}}{\Delta x^2}\right] - \mu' \left[\frac{v_{x_{i+1/2,j+1}} - 2v_{x_{i+1/2,j}} + v_{x_{i+1/2,j-1}}}{\Delta y^2}\right] = 0 \tag{4.30}$$

e a equação (III):

$$\frac{p_{i,j+1} - p_{i,j}}{\Delta y} + \frac{\mu}{k_{y_{i,j+1/2}}} v_{y_{i,j+1/2}} - \mu' \left[\frac{v_{y_{i+1,j+1/2}} - 2v_{y_{i,j+1/2}} + v_{y_{i-1,j+1/2}}}{\Delta x^2}\right] - \mu' \left[\frac{v_{y_{i,j+3/2}} - 2v_{y_{i,j+1/2}} + v_{y_{i,j-1/2}}}{\Delta y^2}\right] = 0 \tag{4.31}$$

As equações discretizadas (4.29 a 4.31) podem, então, ser reformuladas em um sistema de funções residuais não lineares e resolvidas através da construção da matriz Jacobiana. Devido a relação exponencial entre a pressão e a massa específica do fluido, para escrevermos o sistema em função apenas de pressões e velocidades, torna-se necessário, utilizar a Equação (4.26).

Desse modo, substituímos os termos da massa específica $\rho_{(p)}$, na Equação (4.29), pela expressão dada pela Equação (4.26), onde todos os termos são constantes com exceção das pressões. Como a massa específica do fluido é dada nas interfaces e as pressões nos centroides dos blocos, foi-se necessário utilizar uma média aritmética entre as pressões dos blocos vizinhos que formavam as interfaces.

Após estas considerações o sistema não linear pode ser organizado na seguinte equação de resíduo:

$$res(x) = 0 \tag{4.32}$$

onde res é o vetor residual do qual cada entrada é composta por todos os termos do lado esquerdo das Equações (4.28 a 4.30), sendo definidas nos centros dos blocos quando representarem as pressões, e nas faces quando velocidades. A variável X, representa o vetor de incógnitas composto por v_x, v_y e p, sendo:

$$X^T = \begin{bmatrix} p_{1,1}^{n+1} & p_{1,2}^{n+1} & \cdots & p_{1,N_p}^{n+1} & v_{x\,1,1}^{n+1} & v_{x\,1,2}^{n+1} & \cdots & v_{x\,1,N_{vx}}^{n+1} & v_{y\,1,1}^{n+1} & v_{y\,1,2}^{n+1} & \cdots & v_{y\,1,N_{vy}}^{n+1} \end{bmatrix} \tag{4.33}$$

A matriz Jacobiana (**J**) é formada pelas derivadas das equações de Stokes-Brinkman e Conservação da Massa, sendo escritas em função do resíduo. Assim, no caso de um reservatório discretizado por N_x e N_y blocos, temos que a Jacobiana será uma matriz quadrada de dimensões iguais ao total de equações (N_{eq}), desse modo, temos:

$$J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial res_1}{\partial x_1} & \frac{\partial res_1}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial res_1}{\partial x_N} \\ \frac{\partial res_2}{\partial x_1} & \frac{\partial res_2}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial res_2}{\partial x_{N_{eq}}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial res_{N_{eq}}}{\partial x_1} & \frac{\partial res_{N_{eq}}}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial res_{N_{eq}}}{\partial x_{N_{eq}}} \end{bmatrix} \tag{4.34}$$

Por fim, determinadas todas as equações em função dos resíduos e montada a matriz jacobiana, é possível encontrar o vetor X composto por valores de pressão e velocidade de forma iterativa através da seguinte expressão:

$$X^{k+1} = X^{k} - J^{-1}(X^{k})res(X^{k}) \tag{4.35}$$

onde k representa o número de iterações necessárias para se atingir valores de X que atendam os critérios de convergência estabelecidos.

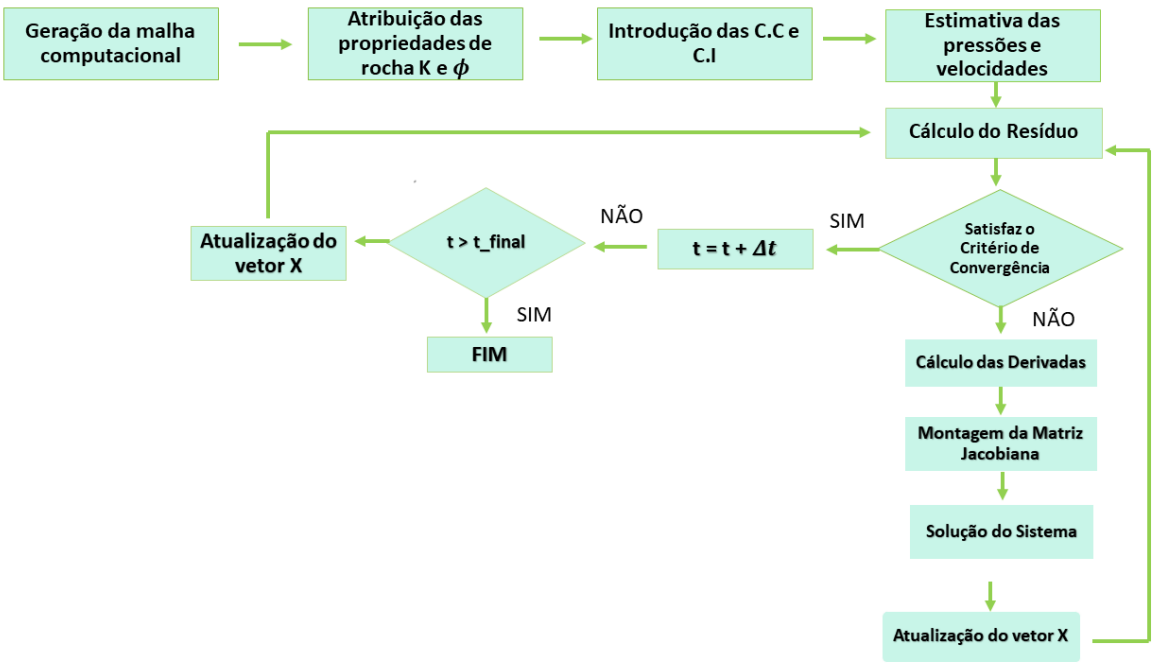
Logo no primeiro passo de tempo é atribuída uma estimativa inicial para os valores das incógnitas. Somente após esta etapa é que entramos, de fato, no processo iterativo do Newton, cujo fim se dá quando atingirmos um critério de convergência estabelecido por meio da Norma L2, dado por:

$$\|res(x)\| \leq 10^{-5} \tag{4.35}$$

Já no passo de tempo seguinte, a estimativa inicial de X acaba sendo o valor obtido pela k-ésima iteração do passo de tempo anterior, após satisfeito o critério de convergência.

Esse processo é repetido a cada passo de tempo até que se chegue ao passo de tempo final, como pode ser visto no esquema ilustrado na Figura 9.

Figura 9 – Esquema de simulação para a solução do sistema por meio do Método de Newton-Raphson.



Fonte: O Autor (2019)

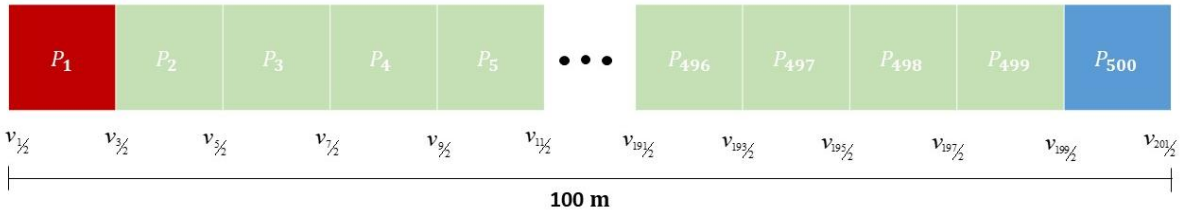
5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, apresentaremos alguns resultados obtidos por meio da utilização da formulação de Stokes-Brinkman para avaliar o escoamento em reservatórios cársticos. Serão abordados, incialmente, um problema simplificado unidimensional e, posteriormente, problemas em duas dimensões.

5.1 Escoamento Unidimensional

As primeiras análises realizadas buscaram compreender o comportamento do campo de pressão em um escoamento unidimensional, monofásico e estacionário, mediante dois cenários distintos com variações no que se refere às permeabilidades do meio. Através das equações de Stokes-Brinkman, foram simulados casos em uma malha com 500 blocos, na qual considerou-se dois poços, um de injeção P_1 e um de produção P_{500}, localizados nas extremidades esquerda e direita do domínio, respectivamente, como ilustrado na Figura 10:

Figura 10 – Ilustração da malha computacional unidimensional.

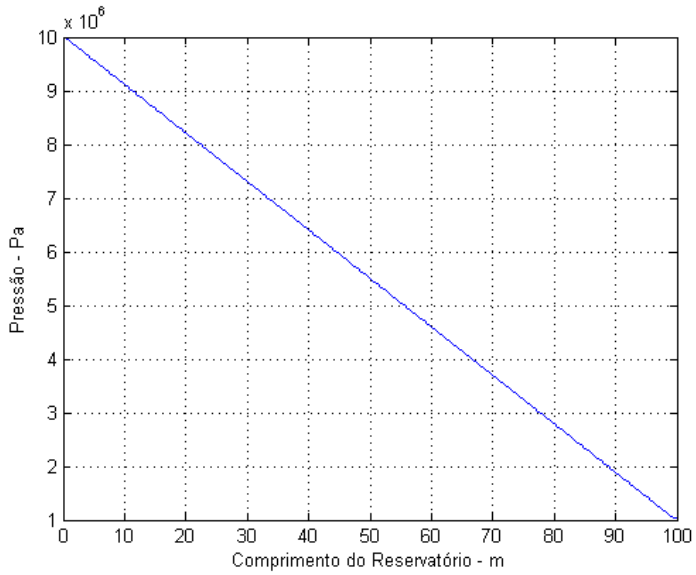


Fonte: O Autor (2019)

Em ambos os casos foram adotadas como condições de contorno fluxo nulo nos contornos externos do reservatório e pressões prescritas nos blocos correspondentes aos poços de injeção e produção. A pressão no poço de injeção foi fixada em $1x10^7$ Pa e a do poço de produção foi fixada em $1x10^6$ Pa. O domínio de estudo possui o comprimento de 100m e, para o primeiro caso simulado, consideramos um meio homogêneo com a porosidade de 0,15 e a permeabilidade de $1,5x10^{-15}$ m^2.

Como pode ser observado na Figura 11, o perfil de pressão possui um comportamento linear, bem similar ao que seria obtido para um problema simulado nas mesmas condições, mas representado pelas equações de Darcy. Neste caso específico para malhas pouco refinadas, notou-se uma leve variação de pressão nas proximidades dos poços. Este comportamento também foi observado em casos simulados por Hallack (2018).

Figura 11 – Perfil de pressão do escoamento unidimensional homogêneo.

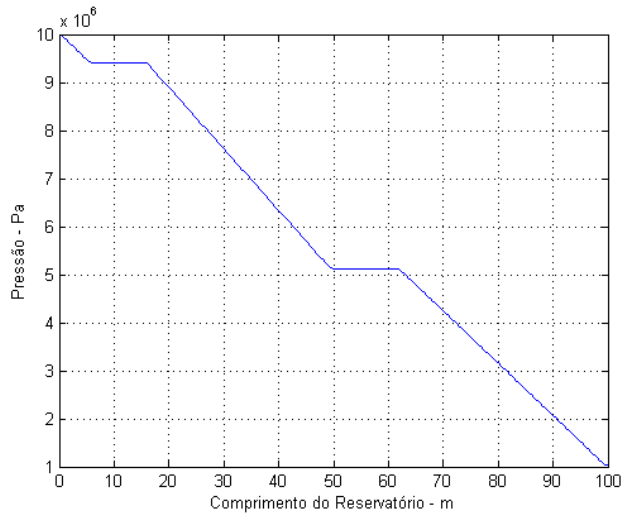


Fonte: O Autor (2019)

O caso unidimensional apresentado nos mostra que as equações de Brinkman representam bem um problema simples de escoamento unidimensional, em meio homogêneo, satisfazendo as condições de contorno e obtendo um perfil de pressão esperado para o cenário proposto.

Nesta mesma malha, ilustrada na Figura 10, considerou-se que duas regiões distintas possuíam valores de permeabilidade e porosidades maiores que a da matriz, desse modo, buscava-se representar regiões de possíveis heterogeneidades da rocha. A Figura 12 apresenta o campo de pressão obtido neste caso.

Figura 12 – Perfil de pressão do escoamento unidimensional heterogêneo.



Fonte: O Autor (2019)

Neste segundo caso, os trechos equivalentes aos comprimentos entre 8m e 18m, e entre 50m e 62m, são regiões que possuem permeabilidade $1{,}5x10^{-13}m^2$ e porosidade de e 0,8, respectivamente. Pode-se perceber que o campo de pressão nestes intervalos assume um perfil praticamente constante em relação ao restante do reservatório. A diferença significativa dos valores das propriedades da rocha induz a este resultado, justamente pelo fato destas regiões, agora, representarem uma física mais próxima ao escoamento de Stokes em meio livre do que a de Darcy em meio poroso.

5.2 Escoamento em Placas Planas Paralelas

A fim de verificar a confiabilidade do programa desenvolvido realizaram-se alguns testes com cenários que possuem soluções analíticas que podem ser comparadas comas soluções numéricas. Além disso, em casos da ausência de soluções analíticas que descrevessem o problema devido a sua complexibilidade, buscou-se a realização de testes de convergência por meio do refinamento da malha computacional.

A equação de Stokes-Brinkman está diretamente ligada à Equação de Navier-Stokes e, desta relação, é possível se tirar algumas conclusões no que diz respeito às velocidades que regem o escoamento representado por estas equações. O trabalho desenvolvido por Jha e Kaurangini (2011) levanta uma discussão acerca do perfil de velocidade formado no escoamento entre duas placas planas paralelas preenchidas por um meio poroso.

No caso do problema descrito, Jha e Kaurangini (2011) apresentam uma solução analítica para o modelo de Brinkman-Forchheimer expandido para Darcy, dado por meio da seguinte expressão:

$$\frac{\mu}{\mu'}\frac{d^2v}{dy^2} - \frac{H^2}{K}v - \frac{C}{\sqrt[4]{\left(\frac{K}{H^2}\right)^n}}v^n - \frac{H^3}{\rho v^2}\frac{dp}{dx} = 0 \tag{5.1}$$

considerando um escoamento monofásico com fluido newtoniano, em regime permanente, tomando H como a distância entre as placas e C o coeficiente de inércia. O fluxo é gerado por um diferencial de pressão entre as extremidades do domínio e limitado pelas placas planas paralelas infinitas.

O interessante desta análise se dá pelo fato de que, ao assumirmos que o escoamento ocorre com o número de Reynolds abaixo de 1, podemos desconsiderar as influências trazidas pelo termo de Forchheimer, terceiro termo do lado esquerdo da Equação (5.1). Assim, a equação que rege este fluxo se assemelha fortemente a equação de Stokes-Brinkman. Desse modo, sob

estas condições, podemos assumir que a solução analítica para o perfil de velocidade, neste caso específico, é dada por: (Jha e Kaurangini 2011)

$$v(\mathrm{y}) = \frac{Sinh(\lambda(1-y))}{Sinh(\mathrm{y})} - \frac{G}{\lambda^2\gamma}\left[\frac{Sinh(\lambda(1-y))}{Sinh(\mathrm{y})} + \frac{Sinh(\lambda y)}{Sinh(\mathrm{y})}\right] \tag{5.2}$$

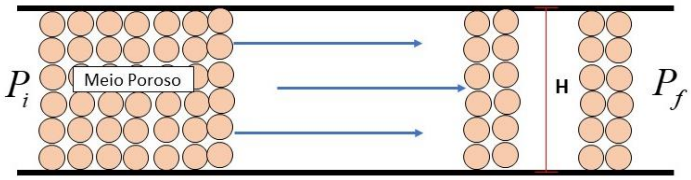
onde G é o gradiente de pressão e λ dado por:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\gamma}}\sqrt{\frac{H^2}{K} + \frac{1}{\sqrt[4]{\frac{K}{H^2}}}} \tag{5.3}$$

onde γ é a razão entre as viscosidades efetiva e dinâmica.

Por meio destas considerações, foi possível verificar a proximidade das soluções obtidas pelo programa desenvolvido com as soluções analíticas provenientes da Equação (5.2). A Figura 13 ilustra o esquema desenvolvido para este caso, onde considerou-se que P_i=100 Pa, P_f =1 Pa, a altura H = 1 m e permeabilidade K=1,5x10^{-12}.

Figura 13 – Esquema considerado para o escoamento entre placas planas paralelas.

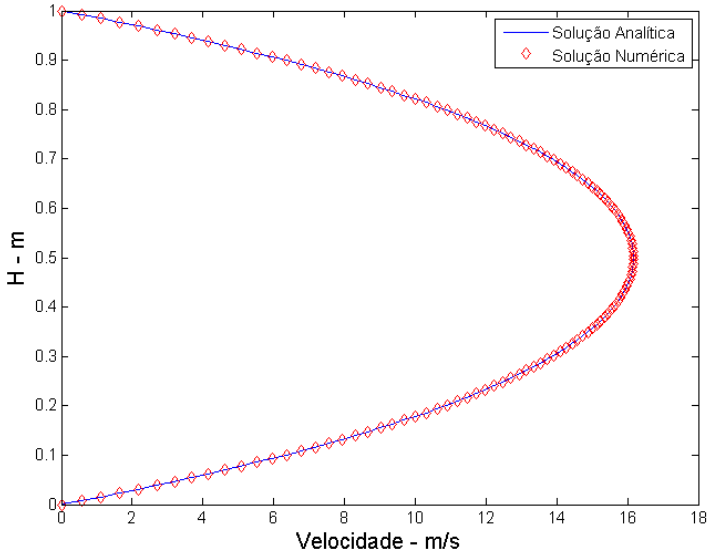


Fonte: O Autor (2019)

Nestas condições de escoamento, foi possível comparar o perfil de velocidade gerado pelas as soluções analítica e numérica, as quais apresentam considerável proximidade, como pode ser visto na Figura 14. Note que a permeabilidade utilizada para representar o meio em que o escoamento acontece está em uma escala que tende mais para um escoamento em meio livre, deste modo, como já esperado, o perfil de velocidade tende a possuir um formato parabólico.

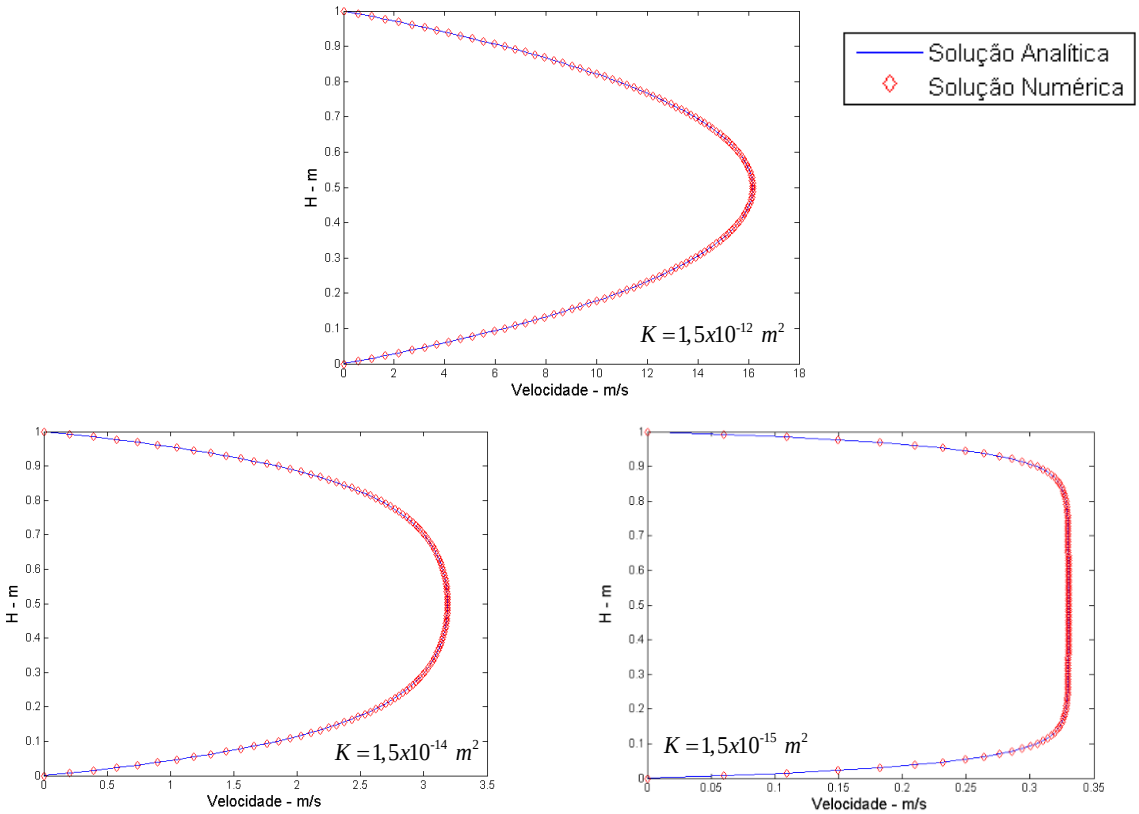
À medida que diminuímos a permeabilidade do meio e nos aproximamos do escoamento em um meio poroso, percebemos que o perfil se torna mais achatado, tendendo a um formato mais próximo ao escoamento regido pela Lei de Darcy, como pode ser observado na Figura 15.

Figura 14 – Comparação entre os perfis de velocidade numérico e analítico para K=1,5x10^{-12} m^2 .



Fonte: O Autor (2019)

Figura 15 – Comparação entre os perfis de velocidade numérico e analítico para diferentes permeabilidades.

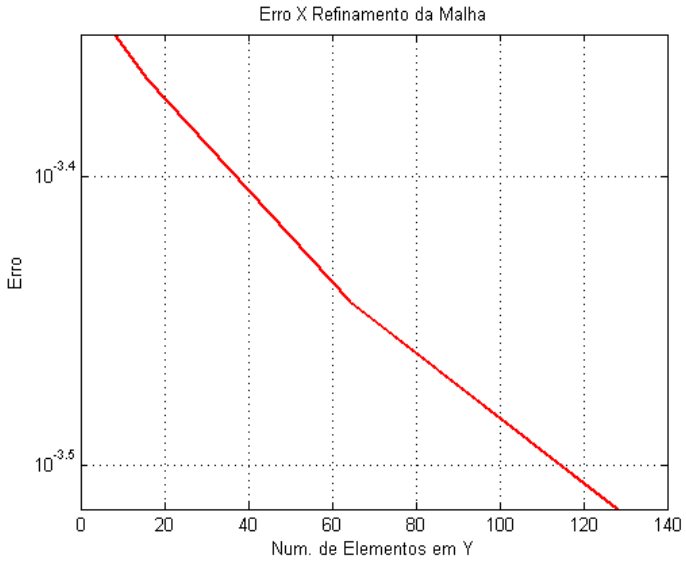


Fonte: O Autor (2019)

Ainda com o objetivo de analisar a proximidade das soluções numéricas do perfil de velocidade com as soluções analíticas, foram simulados alguns casos em malhas com diferentes

graus de refinamento. A proposta era analisar como o erro da solução numérica em relação a solução de referência (solução analítica) se comportava à medida que malhas mais refinadas eram adotadas, e, como esperado, o erro obteve um comportamento decrescente. A permeabilidade considerada para o meio foi de $K = 1,5x10^{-12}$ m^2 e, para calcular os erros, tomou-se como referência a Norma L2 da velocidade. Os resultados foram plotados na Figura 16 em escala semi-log.

Figura 16 – Comportamento do erro em ralação ao refinamento da malha para o perfil de velocidade.



Fonte: O Autor (2019)

Mansur (2018) também analisou o escoamento em placas planas paralelas, entretanto reproduziu apenas o escoamento de fluxo livre, em um domínio quadrado, com dimensões descritas pela Tabela 5.1. Por meio deste caso, foi possível grafar o perfil de velocidade v_y em relação ao comprimento H, que mede a distância vertical do domínio.

Neste caso foi possível observar que a solução obtida pelas equações de Stokes-Brinkman se aproximava da solução obtida pela equação de Stokes à quando a permeabilidade do meio era considerada elevada. A solução de Stokes foi obtida analiticamente por meio da expressão:

$$v(\mathrm{y}) = \left(\frac{H^2}{2\mu}\right)\left(-\frac{dP}{dx}\right)\left(\frac{y}{H}\left(1-\frac{y}{H}\right)\right) \tag{5.4}$$

e, a solução numérica de Mansur (2018) foi obtida por meio do Método dos Volumes Finitos. As condições de fluxo e as dimensões do domínio estão dispostas na Tabela 5.1, e ilustrados na

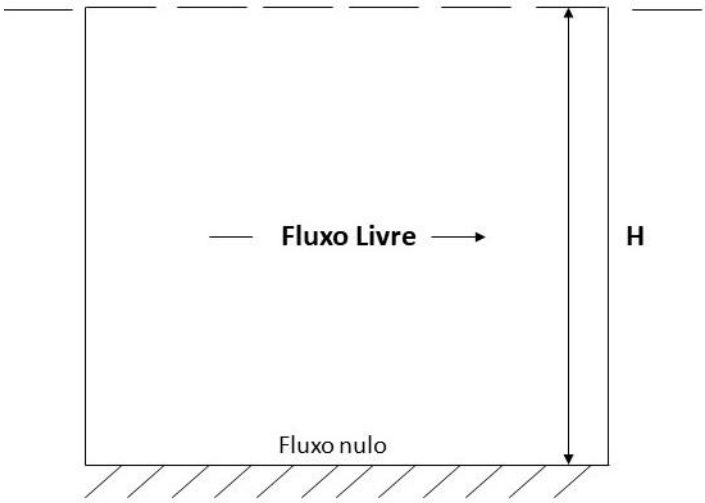
Figura (5.8), todos os dados foram considerados adimensionais. Considerou-se um diferencial de pressão dado da esquerda para direita do domínio, e como condição de contorno, adotou-se fluxo nulo nas extremidades laterais e na inferior.

Tabela 5.1 - Parâmetros adotados para o escoamento de Stokes.

Δp	L_x	L_y	N_x	N_y	k_1	k_2
1	1	1	10	1.280	1	10^5

Fonte: Adaptado de Mansur (2018)

Figura 17 – Representação do domínio para escoamento de fluxo livre.

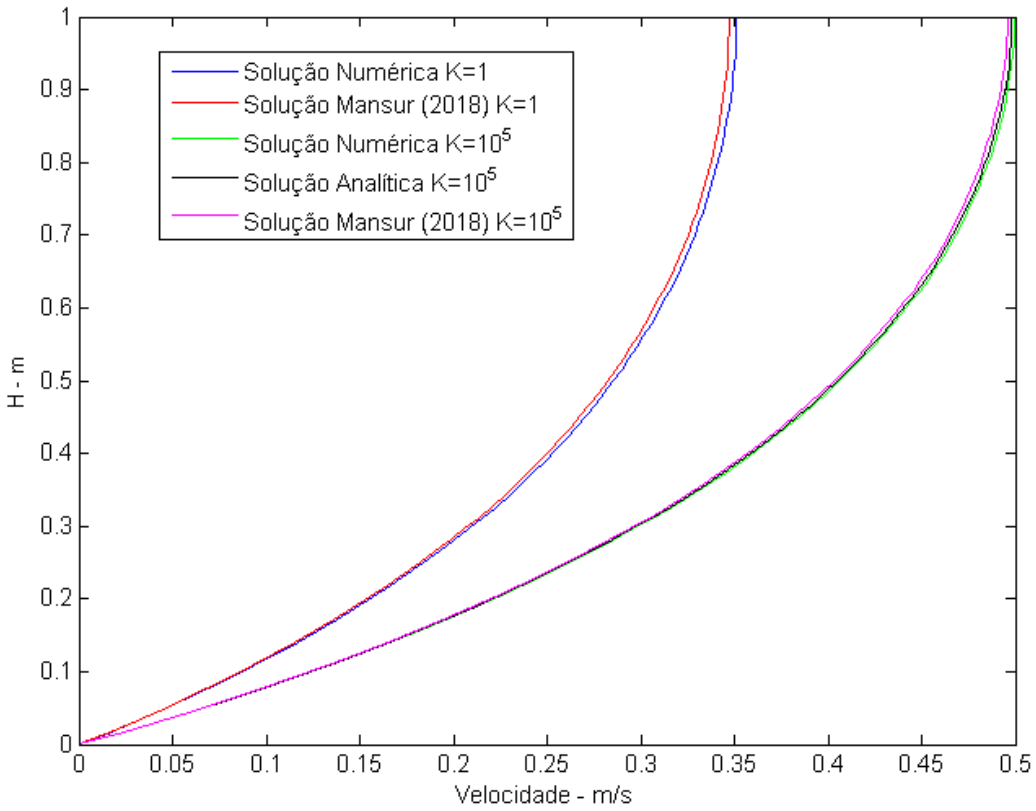


Fonte: Adaptado de Mansur (2018)

Os valores plotados na Figura 18, referentes aos resultados de Mansur (2018), foram adquiridos por meio do programa *Graph Data*, que captura os valores dos eixos das abscissas e ordenadas de uma variável a partir de uma imagem qualquer, desde que esta possua boa qualidade gráfica. Os demais dados foram calculados com base na Equação (5.4), e por meio do algoritmo desenvolvido neste trabalho.

Como pode ser observado, tanto para elevada permeabilidade quanto para baixas permeabilidade, os dados obtidos neste trabalho se aproximam dos resultados obtidos por Mansur (2018). As curvas em vermelho e azul representam perfil de velocidade para o escoamento em um meio com baixa permeabilidade, sendo obtidos por meio das equações de Stokes-Brinkman. E, como já esperado, estão distantes da curva obtida pela solução analítica que representa o problema de Stokes.

Figura 18 – Comparação dos perfis de velocidade analítico e numérico para $K = 1$ e $K = 1\text{x}10^5$.



Fonte: O Autor (2019)

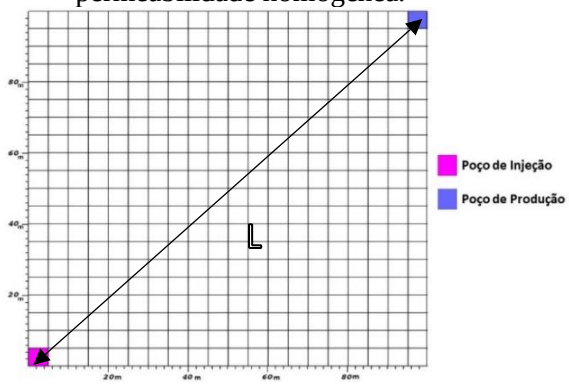
À medida que a permeabilidade aumenta, as curvas obtidas pelas Equações de Brinkman, tendem a se aproximar da solução analítica de Stokes. Isso nos mostra que tais equações representam bem escoamento em meio com fluxo livre, pois as soluções numéricas tendem a coincidir com as soluções analíticas.

Quaisquer possíveis discrepâncias nas comparações com os resultados de Mansur (2018) se dão devido ao fato da utilização do *Graph Data*, este software apesar de muito preciso, faz uso de valores aproximados.

5.3 Escoamento Bidimensional e Meio Homogêneo

Considerou-se uma configuração do tipo ¼ de cinco poços (¼ *of five spot*), no qual são representados dois poços, um de injeção e um de produção, cada um em uma extremidade da diagonal do reservatório. A Figura 19 representa a malha computacional com 400 elementos (20x20) utilizada para simular este caso e localiza os poços.

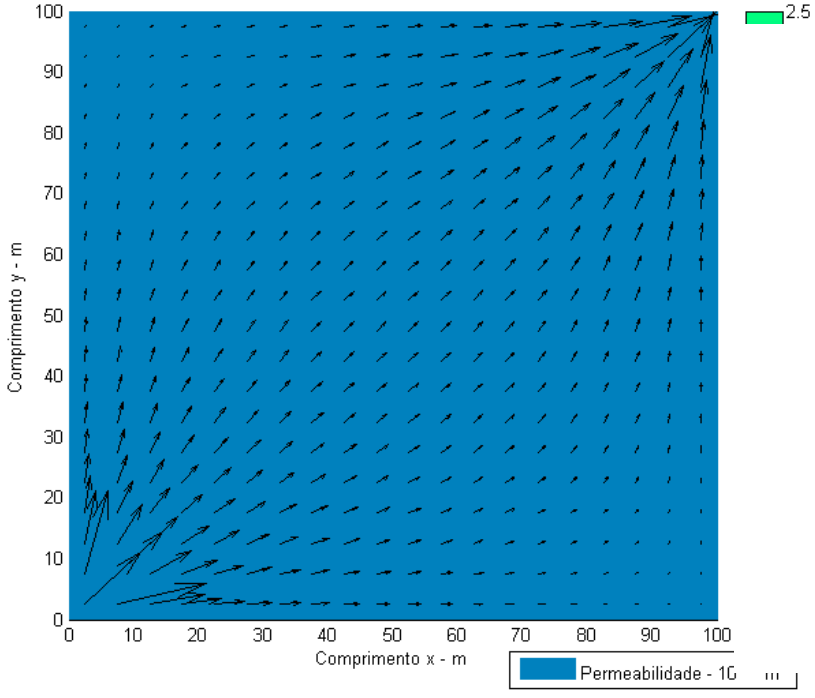
Figura 19 – Malha computacional para o fluxo monofásico de ¼ de cinco poços com permeabilidade homogênea.



Fonte: O Autor (2019)

As condições de contorno adotadas nesse caso foram fluxo nulo nos contornos externos do reservatório e pressões de injeção e de produção prescritas, respectivamente, como $1x10^{7}$ Pa e $1x10^{6}$ Pa. A compressibilidade do fluido foi assumida como $1x10^{-8}$ psi^{-1}, a pressão inicial foi de $5{,}5x10^{6}$ Pa e a viscosidade proveniente da lei de Yaws foi de $7,2x10^{-4}$ Pa.s. Como o objetivo era analisar o comportamento da pressão e da velocidade em um meio considerado poroso, a permeabilidade e a porosidade utilizadas foram de $1{,}5x10^{-15}$ m^2 e 0,15, respectivamente.

Figura 20 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio homogêneo.



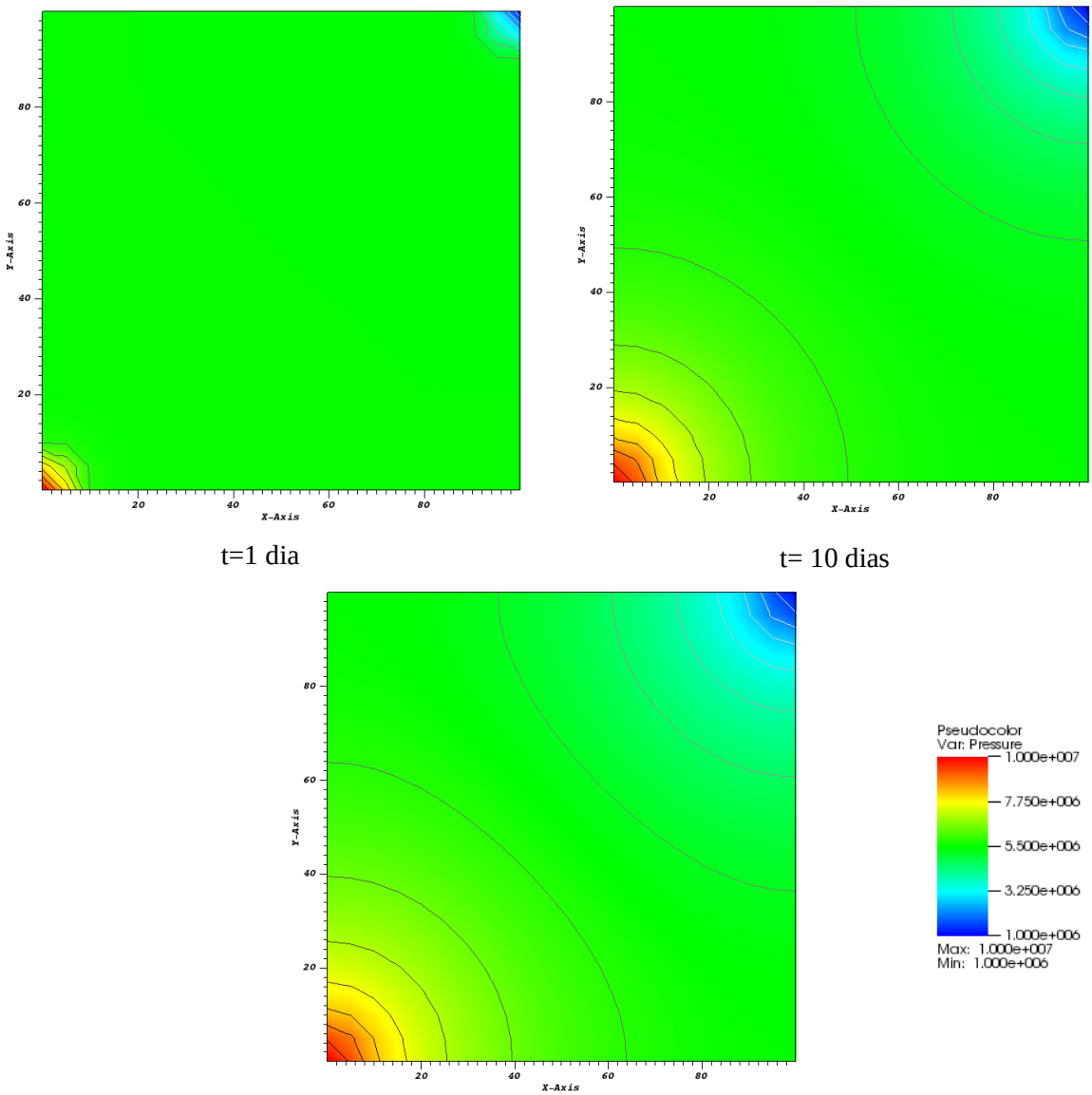
Fonte: O Autor (2019)

O perfil de velocidade obtido pode ser observado junto ao mapa de permeabilidade na Figura 20. Nota-se que as maiores velocidades se encontram nas proximidades dos poços de

injeção e produção, de acordo com o esperado, e se mantém ao longo da diagonal principal L, conforme a tendência do escoamento de um poço ao outro. Nas extremidades opostas aos poços não são observados grandes valores de velocidades, indicado que o fluxo nestas regiões é baixo.

Para o mesmo caso, foram grafados três perfis de pressões, Figura 21, em diferentes tempos, sendo o último se aproximando do estado estacionário, pois as pressões já não apresentavam significativas alterações com o passar do tempo.

Figura 21 – Campo de pressão para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio homogêneo.



t=1 dia

t= 10 dias

t= 100 dias

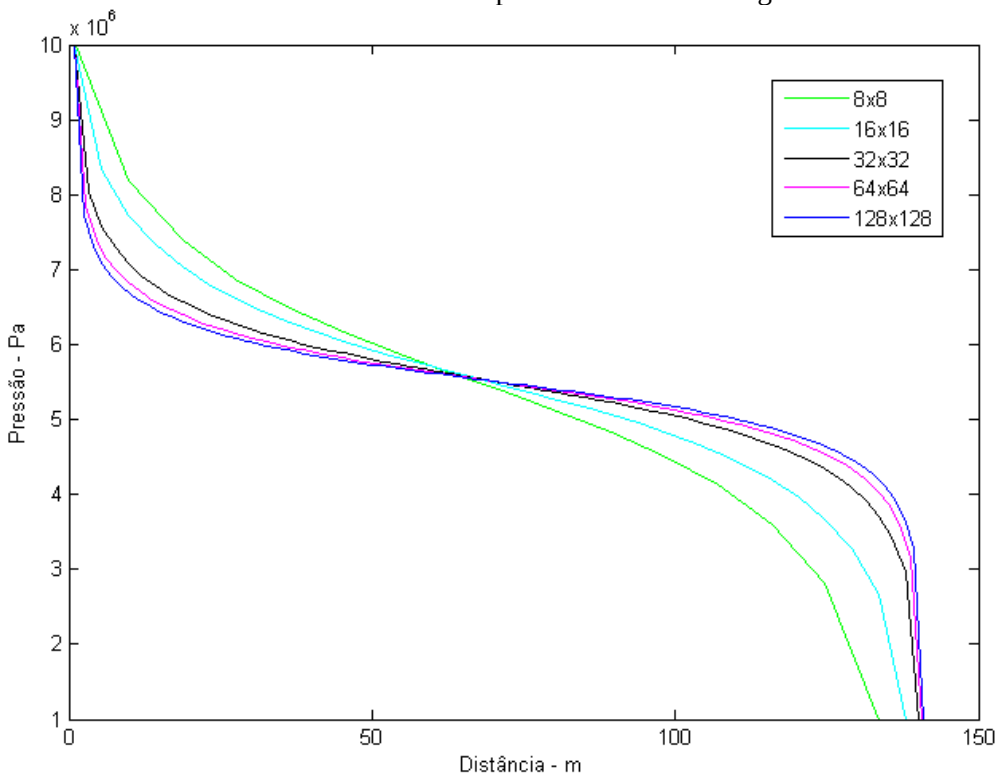
Fonte: O Autor (2019)

O perfil de pressão se comporta de maneira radial se distribuindo simetricamente, com maiores e menores valores de pressão nas proximidades dos poços injetor e produtor,

respectivamente, região de maior intensidade no fluxo. Este perfil é comumente esperado para o caso homogêneo, nestas condições de escoamento, e representa uma solução clássica para o modelo de Darcy.

Para este mesmo caso, realizou-se um estudo de convergência de malha com o intuito de verificar como a solução convergia à medida que refinávamos a malha. Foi observado que, para uma malha muito refinada, os perfis já não possuíam diferenças significativas. As pressões plotadas foram ao longo da diagonal L e podem ser observadas na Figura 22.

Figura 22 – Valores das pressões entre os poços de injeção e produção para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio homogêneo.

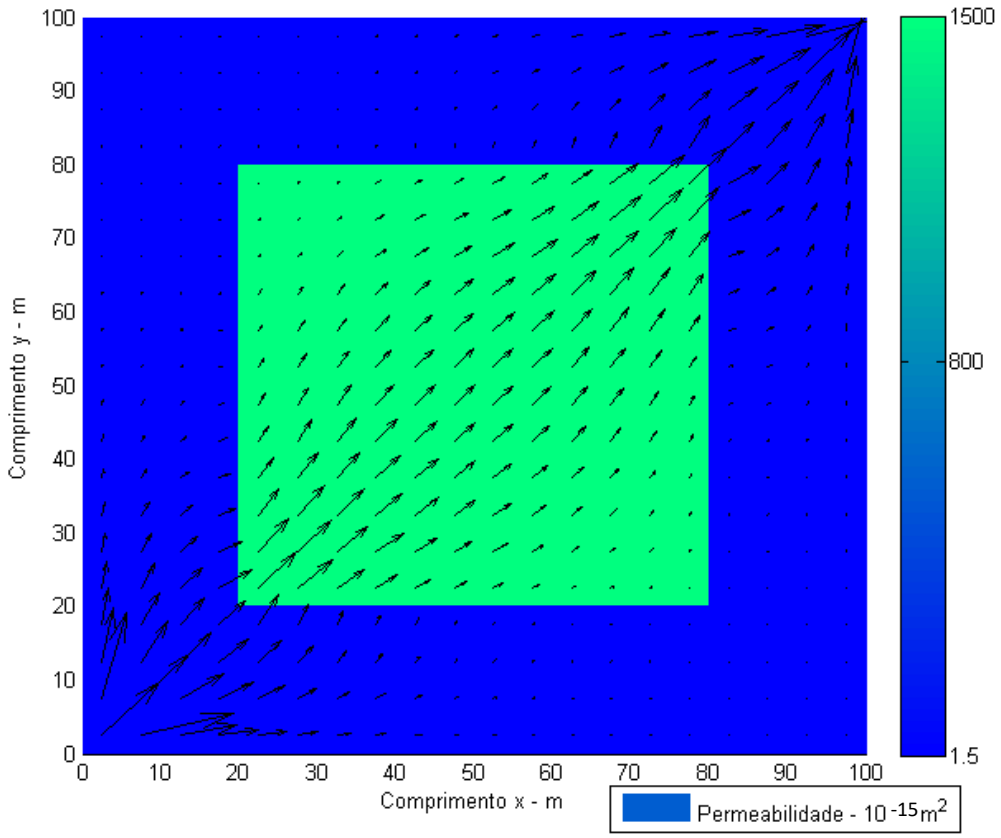


Fonte: O Autor (2019)

5.4 Escoamento Bidimensional em meio Heterogêneo

Com o objetivo de compreender as influências de grandes heterogeneidades em meio ao reservatório, iniciamos nossos estudos simulando um caso onde o fluxo de fluidos ocorria em um problema com configuração de ¼ de cinco poços com as mesmas condições de contorno e iniciais descritas para o problema homogêneo, entretanto, nesta etapa o reservatório foi dividido em duas regiões com permeabilidades diferentes, como pode ser visto na Figura 23.

Figura 23 - Perfil de velocidade e campo de permeabilidade para escoamento monofásico de um ¼ de cinco pontos em meio heterogêneo

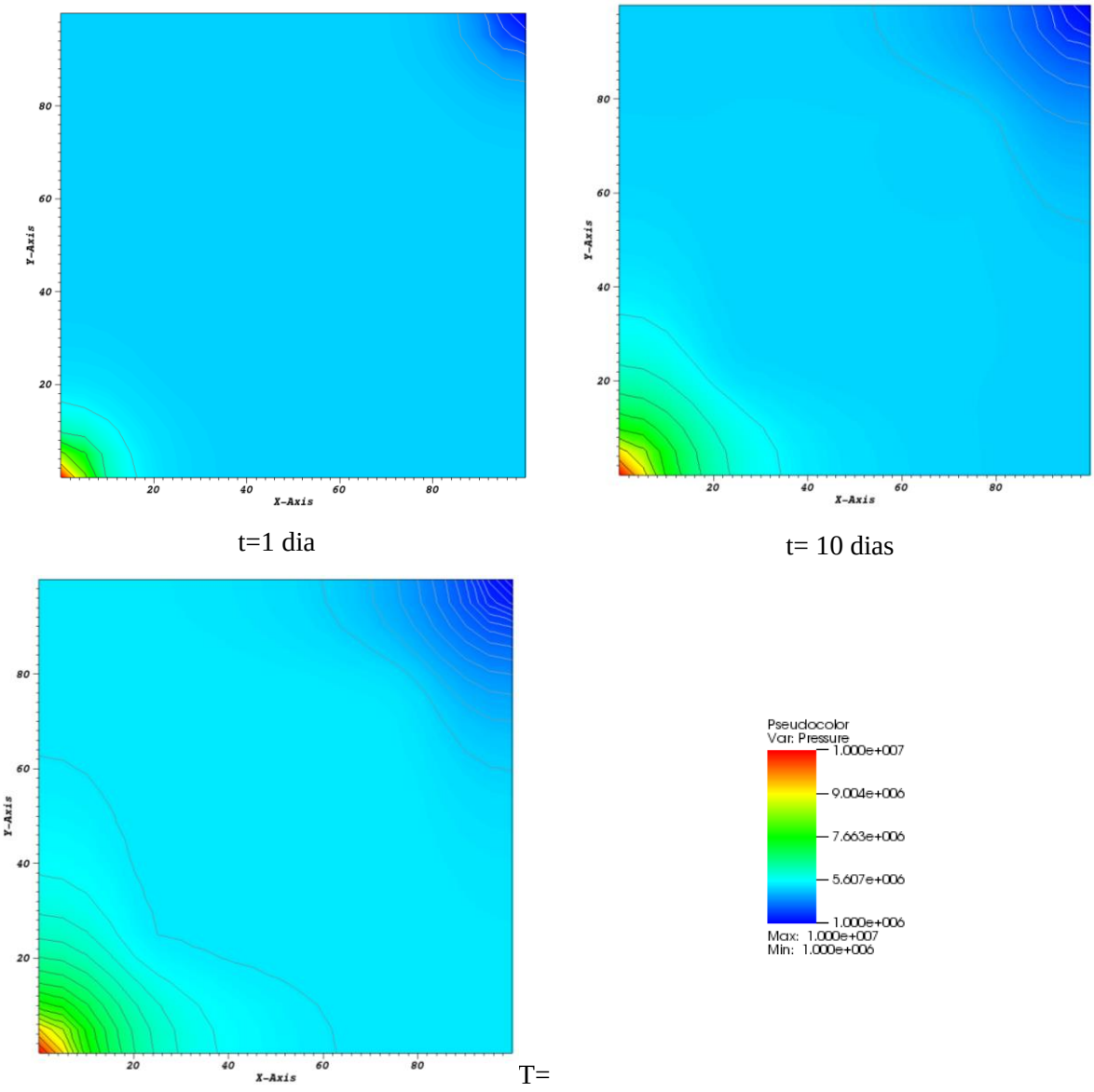


Fonte: O Autor (2019)

Na Figura 23 a região em azul representa a matriz rochosa com permeabilidade de $1{,}5x10^{-15}$ m^2 e porosidade de 0,15 e a região em verde representa uma estrutura carbonática com permeabilidade de $1{,}5x10^{-12}$ m^2 e porosidade de 0,8, que, pelas suas dimensões, se enquadraria nas definições de uma caverna (*cave*). O fluxo na região da matriz só apresenta maiores valores nas proximidades dos poços, visto que, os maiores gradientes de pressão estão nestas regiões. No restante da matriz, a velocidade do fluido é bem menor, isto nos diz que, o fluxo acontece com maior intensidade na região da caverna, e esta estrutura acaba servindo como um verdadeiro canal para o escoamento.

A Figura 24 apresenta o campo de pressão para o caso heterogêneo e nos mostra a ausência de grandes variações na pressão no quadrado com maior permeabilidade ao longo de toda simulação. Para t=100 dias é possível ver que as isolinhas do campo de pressão se formam ao redor da região mais permeável e, devido ao baixo gradiente dentro da caverna, nenhuma linha aparece nesta região, ou seja, a pressão dentro da caverna se mantém praticamente constante.

Figura 24 – Campo de pressão para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio heterogêneo com caverna centralizada.



t=1 dia

t= 10 dias

T=

t=100 dias

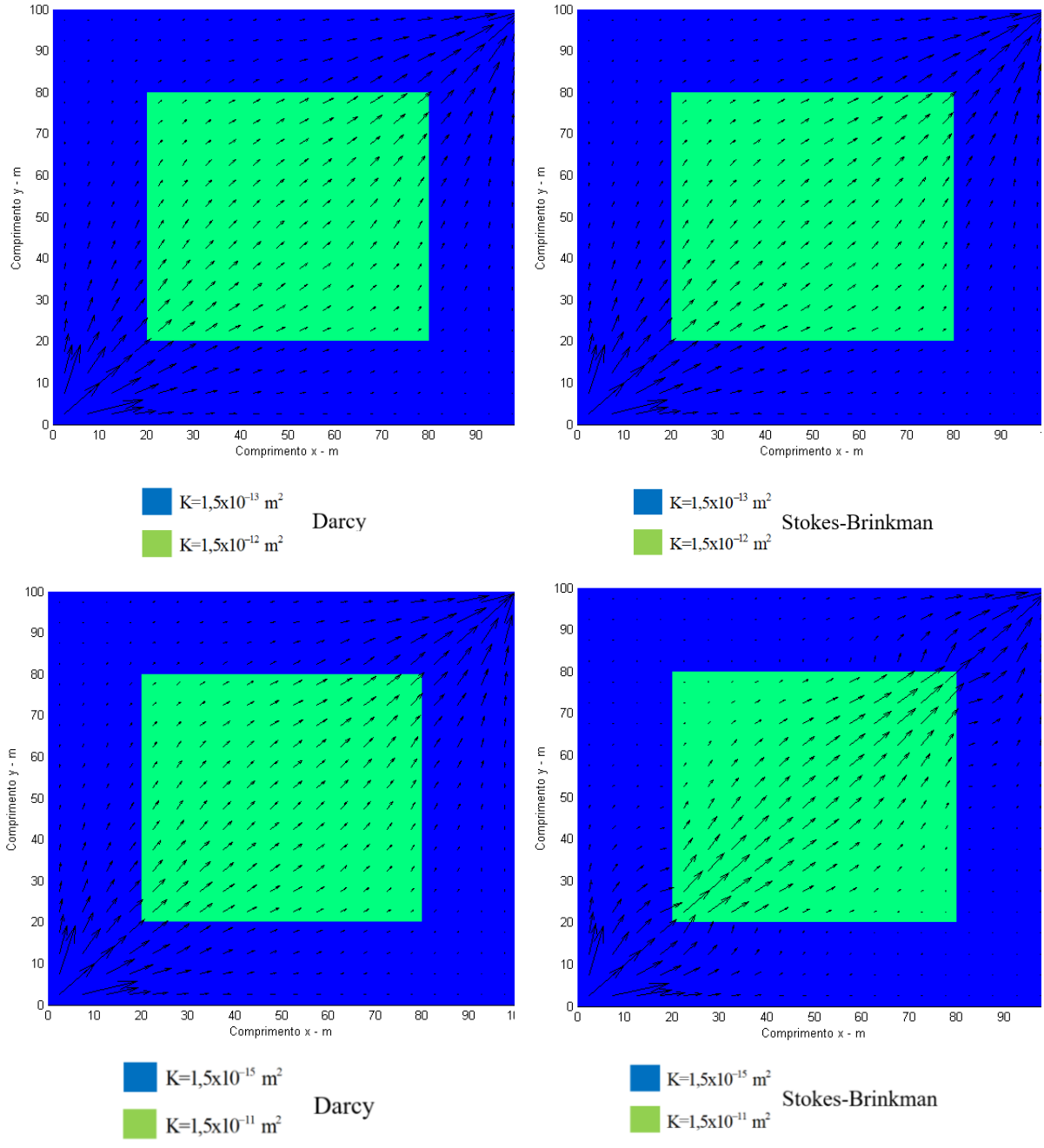
Fonte: O Autor (2019)

Estes casos foram reproduzidos de maneira semelhante aos trabalhos desenvolvidos por Hallack (2018) e os resultados obtidos foram praticamente os mesmos. O autor ainda compara as soluções obtidas por meio das equações de Brinkman, nas mesmas condições de escoamento, com a solução obtida por meio da equação de Darcy e, conclui, que os perfis tanto de pressão quanto de velocidade não apresentaram significativas diferenças para os dois modelos matemáticos.

Realizamos esta mesma análise em dois cenários diferentes, o primeiro, levando em consideração uma baixa variação de permeabilidade entre a matriz da rocha $K=1{,}5x10^{-13}\ m^2$ e a

cavidade cárstica $K=1,5x10^{-12}\ m^2$. Para este caso, verificou-se que tanto para o perfil de pressão, quanto para o perfil de velocidades, nenhuma diferença significativa foi observada quando se comparados os gráficos obtidos pela equação de Darcy com as equações de Brinkman.

Figura 25 – Campos de velocidade e mapa de permeabilidade em meio muito e pouco heterogêneos calculados com as equações de Stokes-Brinkman e com as equações de Darcy



Em um segundo cenário, os perfis de pressão e de velocidades obtidos pelas duas diferentes equações foram comparados, mas agora, em um escoamento ocorrendo em um

ambiente bastante heterogêneo, com permeabilidade da matriz da rocha de $K=1,5x10^{-15}\ m^2$ e da cavidade cárstica $K=1,5x10^{-11}\ m^2$.

Neste segundo cenário, nota-se que as equações de Stokes-Brinkman se mostraram sensíveis as variações da permeabilidade, pois com o aumento da mesma, o perfil de velocidade mudou e os vetores se concentraram na região permeável.

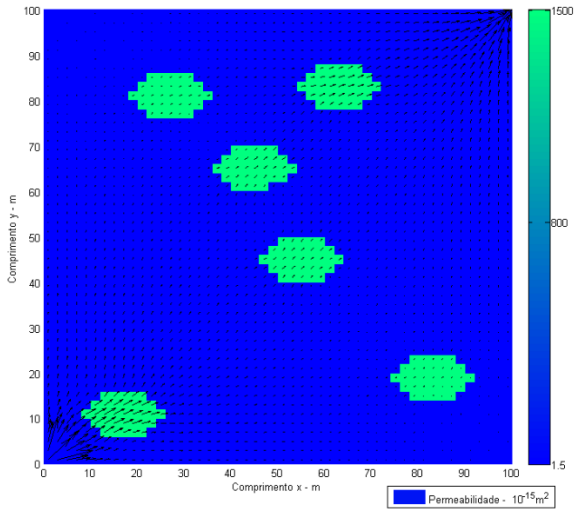
Já a equação Darcy mostra pouca variação no campo de velocidade. E, no que diz respeito ao campo de pressão nenhum dos dois cenários teve variações consideráveis. Os gráficos com os resultados descritos estão na Figura 25.

5.4.1 Estruturas Carbonáticas “Elípticas”

Na natureza, devido ao seu processo de formação, as estruturas carbonáticas não possuem uma forma geométrica previsível, e ainda, podem estar presentes em quantidades variadas e dispersas aleatoriamente no reservatório. Neste sentido, adotou-se uma geometria que se aproxima de uma elipse, comum na literatura, para representar as feições cársticas.

Para conseguir representar as deformações carbonáticas no formato desejado, foi necessário utilizar uma malha mais refinada para o problema. A malha utilizada possuía 2.500 elementos e as demais condições de escoamento foram as mesmas para os casos abordados anteriormente. A Figura 26 apresenta o mapa de permeabilidade e o campo de velocidades para este caso.

Figura 26 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com estruturas carbonáticas elípticas.

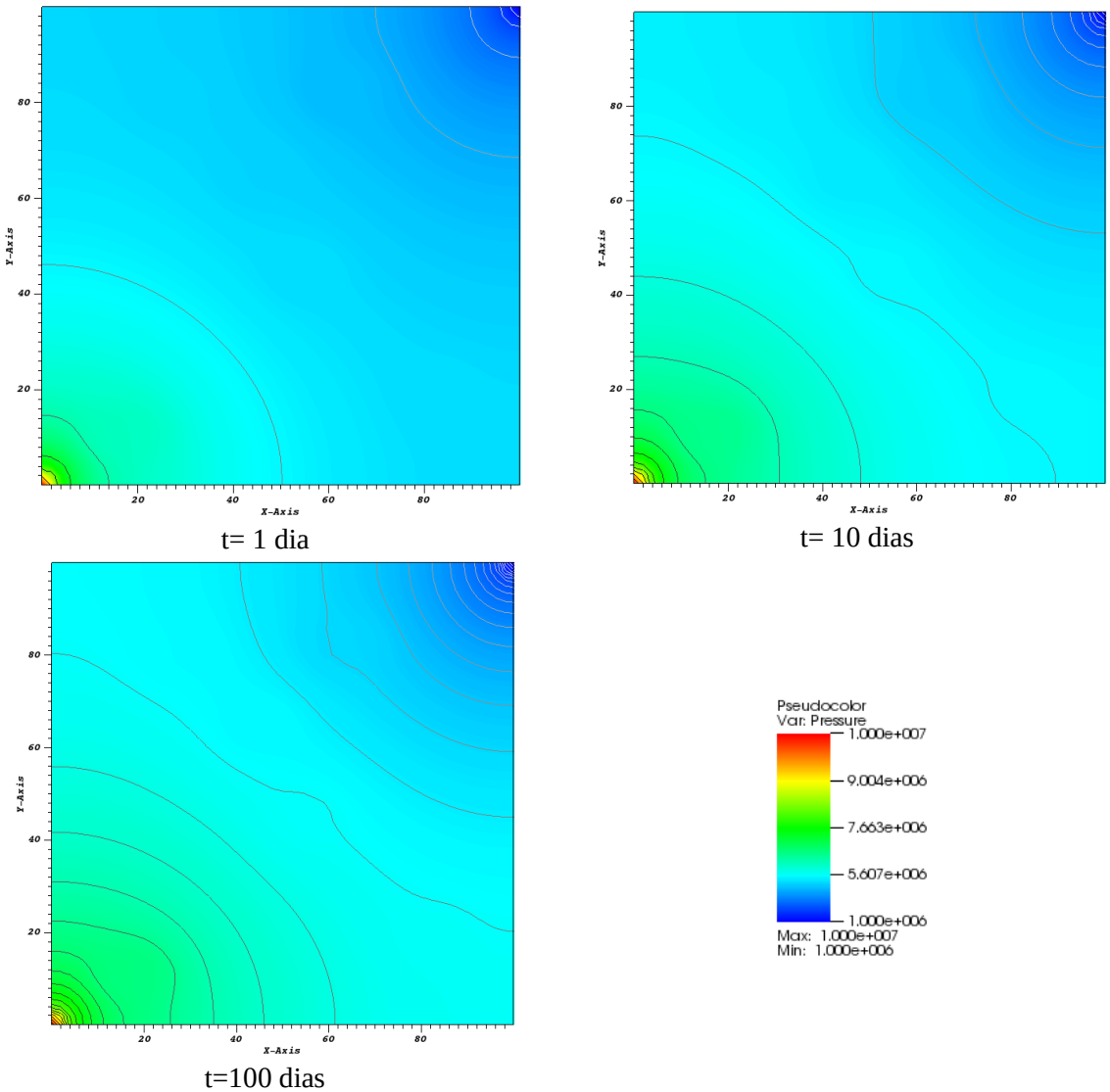


Fonte: O Autor (2019)

Por meio da Figura 26 é possível perceber que a presença das estruturas carbonáticas possui determinada influência no campo de velocidades, pois, esta configuração de escoamento,

como visto para o caso homogêneo, deveria apresentar um sentido preferencial para o fluxo bem definido ao longo da diagonal entre os poços. Entretanto, o fluido logo ao passar pela primeira região de alta permeabilidade nas proximidades do poço de injeção já apresenta variações na direção do escoamento. Por meio da Figura 27 é possível chegar a conclusões parecidas no que diz respeito ao campo de pressão.

Figura 27 – Campo de pressão para o escoamento monofásico heterogêneo de ¼ de cincos pontos com estruturas carbonáticas elípticas.



t= 1 dia

t= 10 dias

t=100 dias

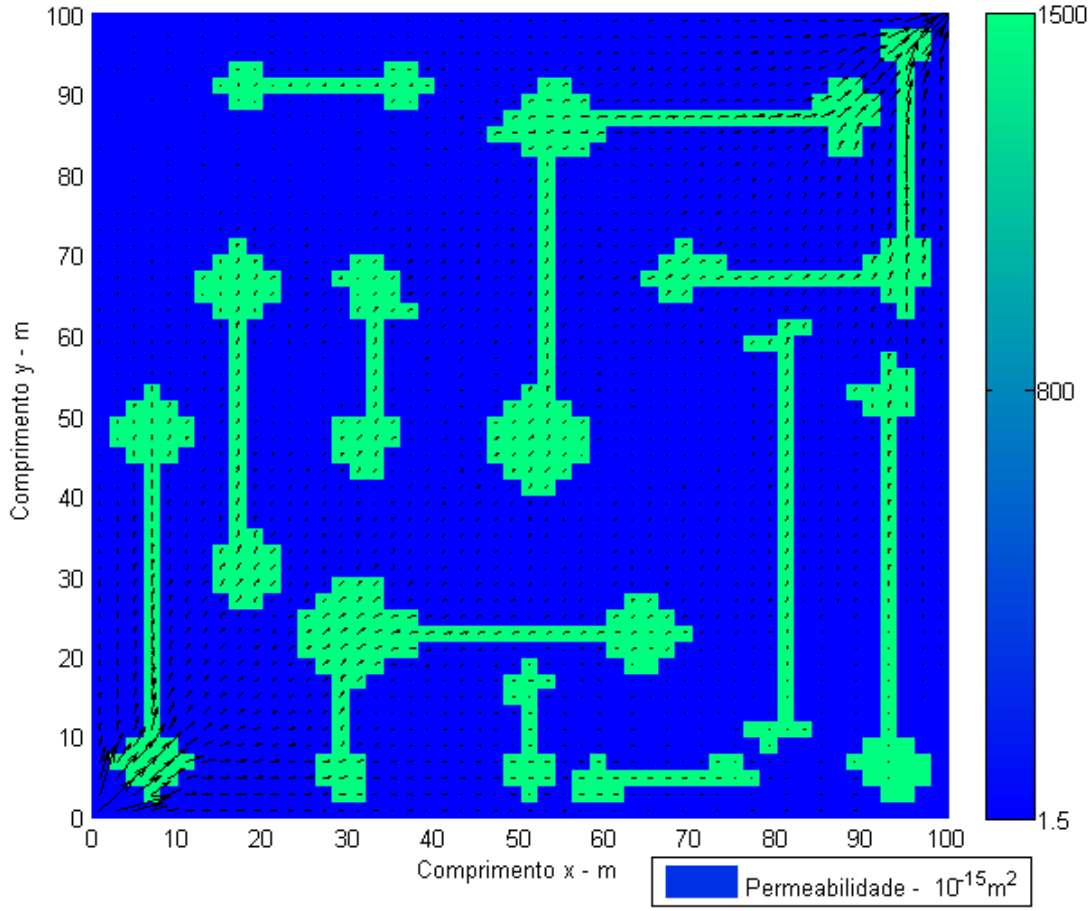
Fonte: O Autor (2019)

A presença das estruturas carbonáticas causa uma leve distorção do campo de pressão, no entanto, este comportamento se dá apenas nas regiões onde se estão localizadas estas estruturas, fora das feições cársticas a distribuição de pressão tende a recuperar seu perfil radial.

Em uma terceira análise, levou-se em consideração o caso onde as estruturas carbonáticas pudessem estar conectadas, de maneira a formarem canais no interior do

reservatório. Esta configuração de escoamento é a que mais se aproxima da realidade dos reservatórios carbonáticos, visto que *vugs*, *caves* e feições cársticas podem estar presentes em variadas proporções e com geometrias completamente imprevisíveis, interconectadas ou não. Esta distribuição de permeabilidade foi tomada como referência dos trabalhos desenvolvidos por He (2018). A Figura 28 apresenta o campo de permeabilidade e o perfil de velocidades gerado para este caso heterogêneo.

Figura 28 – Campo velocidades e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com feições cársticas e canais conectados.

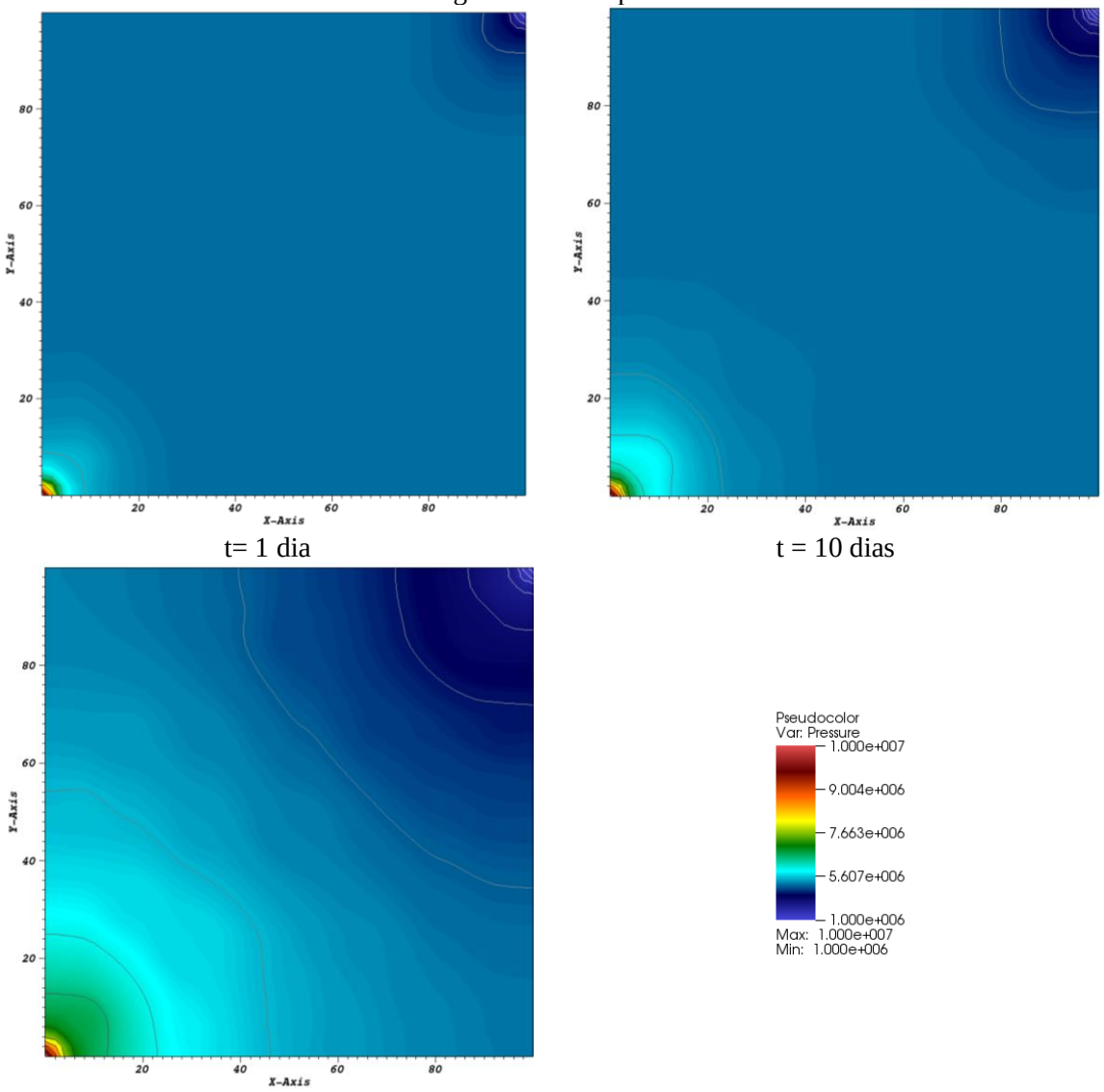


Fonte: O Autor (2019)

A presença dos canais ligando as feições cársticas influenciou de maneira significativa no escoamento. O fluxo se concentrou nos canais e, por consequência, nas estruturas maiores que eram conectadas por eles, fazendo com que, em alguns trechos, a matriz porosa praticamente não apresentasse escoamento.

O campo de pressão, Figura 29, diferente dos demais casos, agora se apresenta completamente distorcido em relação ao caso homogêneo, provavelmente devido ao fato das regiões permeáveis estarem conectadas e dominando o escoamento.

Figura 29 – Campo de pressão para o escoamento monofásico heterogêneo de ¼ de cincos pontos com vugs conectados por canais.



t= 1 dia

t = 10 dias

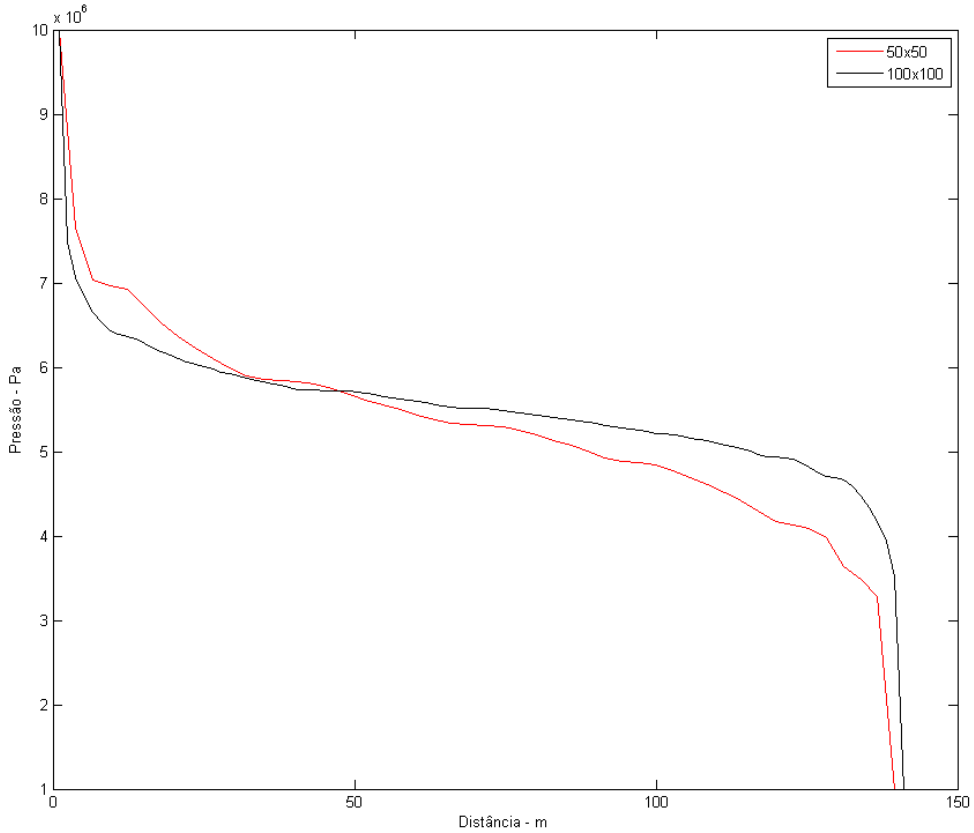
t=100 dias

Fonte: O Autor (2019)

Com este perfil fica evidente que as regiões permeáveis tornam a distribuição de pressão no reservatório completamente irregular, influenciando de maneira direta no fluxo dos fluidos, visto que, é o gradiente de pressão entre as extremidades do domínio que gera o fluxo de um poço para o outro.

A variação do campo de pressão também pode ser vista na Figura 30 que apresenta os valores de pressão entre os poços de injeção e produção para malhas com dois tipos de refinamento diferentes. Neste caso, ambas as malhas representam a mesma variação de permeabilidade entre matriz e cavidade.

Figura 30 – Valores das pressões entre os poços de injeção e produção para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos em meio heterogêneo com dois tipos de refinamento para a malha.



Fonte: O Autor (2019)

5.5 Escoamento Heterogêneo – Modelo de Compressibilidade Exponencial

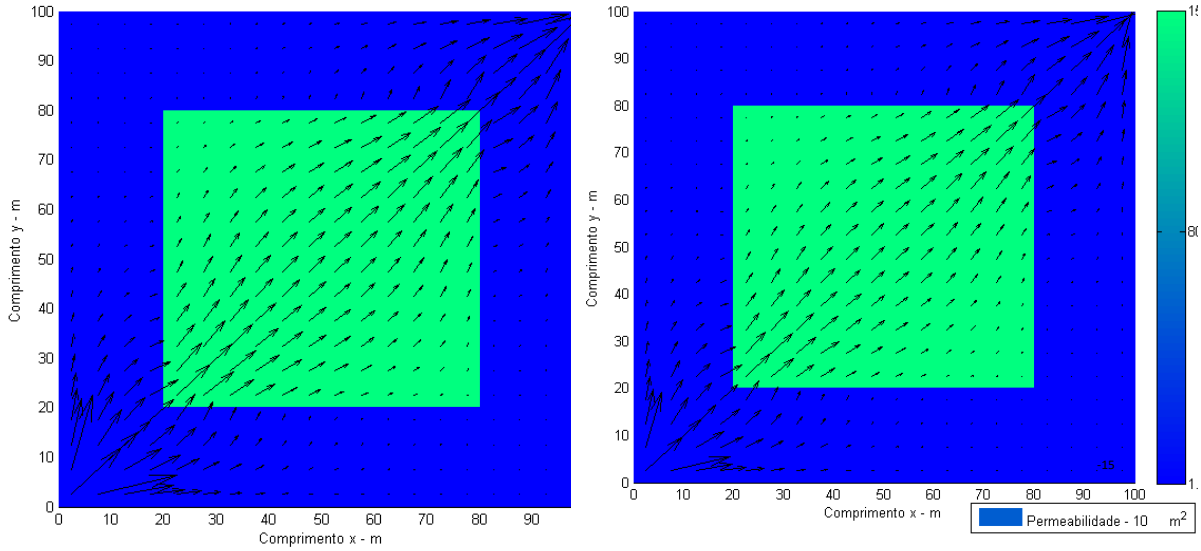
Como já descrito ao longo do texto, duas abordagens foram escolhidas para solucionar o problema de fluxo por meio das equações de Brinkman. Nesta segunda metodologia adotou-se um modelo de compressibilidade exponencial, no qual as não linearidades do problema foram consideradas e, para se chegar a uma solução, tornou-se necessário resolver o sistema de maneira iterativa por meio do Método de Newton-Raphson (BURDEN, 2011). Maiores detalhes do problema foram discutidos anteriormente e os dados utilizados estão disponíveis nas Tabelas 4.1 e 4.2.

O primeiro caso simulado apresentou as mesmas condições de contorno e iniciais dos problemas anteriores, considerando fluxo nulo nos contornos externos do reservatório e pressões de injeção e de produção prescritas, respectivamente, como $1x10^7$ Pa e $1x10^6$ Pa. A pressão inicial foi de $5,5x10^6$ Pa e a viscosidade proveniente da lei de Yaws foi de $7,2x10^{-4}$ Pa.s. A permeabilidade e a porosidade da matriz foram de $1,5x10^{-15}$ m^2 e $0,15$, e da caverna $1,5x10^{-12}$ m^2 e $0,80$, respectivamente. O objetivo era comparar as duas abordagens

utilizadas neste trabalho. A Figura 31 apresenta os dois campos de velocidade juntamente com as permeabilidades do meio.

Nota-se que, para ambos os casos (solução linear e solução não linear), o perfil mostrou-se coerente e sem significativas variações entre si. Porém, os valores máximos e mínimos das velocidades apresentaram uma pequena diferença, tendo o caso não linear, maiores velocidades para o escoamento.

Figura 31 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com escoamento linear e escoamento não linear.



Não Linear Linear

Fonte: O Autor (2019)

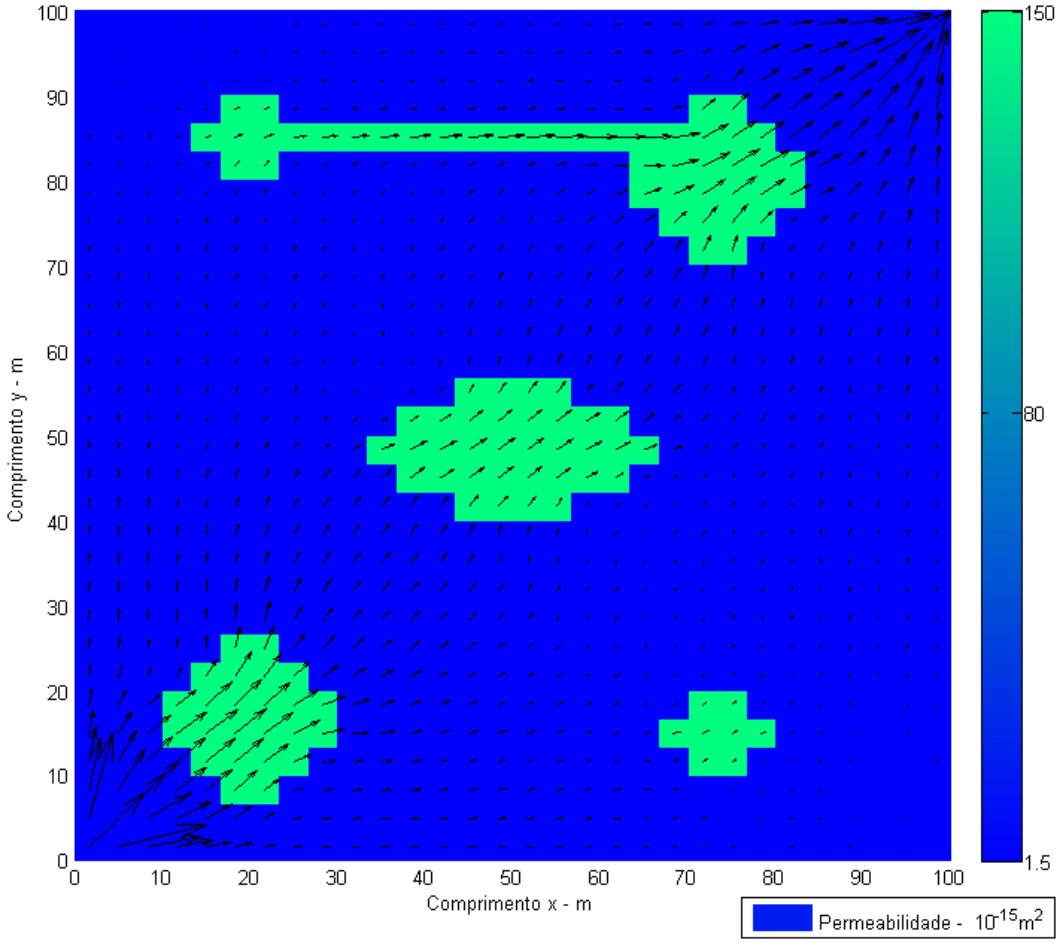
Para os dois casos, no que diz respeito ao campo de pressão, não foi possível verificar grandes diferenças entre os perfis. Com relação ao tempo de simulação, o caso não linear levou consideravelmente mais tempo para ser concluído. Para se chegar ao tempo final de 100 dias o caso linear levou cerca de 20,11s, enquanto o não linear 32,11s.

Outra observação importante acerca do caso não linear diz respeito às heterogeneidades, que, à medida que aumentavam, tanto em quantidade de regiões carstificadas, quanto em discrepância entre os valores de permeabilidade, o tempo de simulação aumentava. Para uma razão de permeabilidade entre matriz e as feições carsticas de 1000, os valores dos resíduos não reduziam, indicando que a simulação não convergia.

A Figura 32 apresenta o campo de velocidade e o mapa de permeabilidade para o escoamento em meio heterogêneo, simulado em uma malha de 900 elementos com pressões prescritas nos poços, conforme problemas anteriores, e fluxo nulo nos contornos. Neste caso,

consideramos as não linearidades e os valores de permeabilidades da matriz e das feições cársticas foram, respectivamente, $1{,}5x10^{-15}$ m^2 e $1.5x10^{-13}$ m^2.

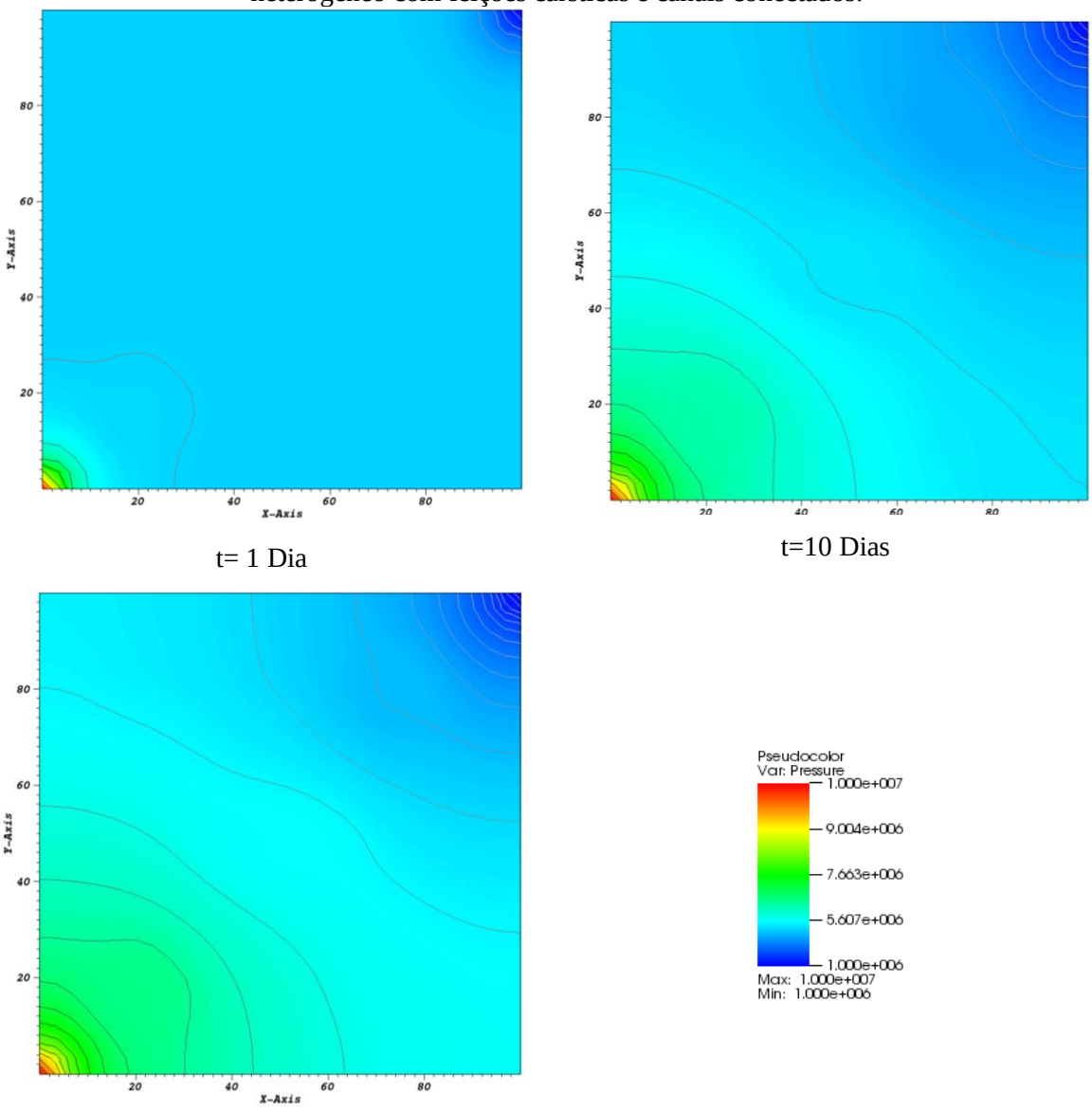
Figura 32 – Campo de velocidade e mapa de permeabilidade para o escoamento monofásico de ¼ de cincos pontos com escoamento não linear com feições cársticas conectadas.



Fonte: O Autor (2019)

Por meio da Figura 32 é possível perceber que a velocidade tende a aumentar nas regiões mais permeáveis, igualmente aos demais casos simulados. Para esse caso específico, fica mais fácil de visualizar o crescimento dos vetores de velocidade ao longo da região que conecta as duas estruturas carbonáticas, localizado na parte superior da Figura 32, o que reforça a tendência de o fluxo ocorrer nas feições cársticas ao invés da matriz. E, no que diz respeito ao campo de pressão, como pode ser visto na Figura 5.24, as maiores alterações no perfil se dão entre as regiões de interface entre as feições cársticas e a matriz.

Figura 33 – Campo de pressão para o escoamento não linear monofásico de ¼ de cincos pontos heterogêneo com feições cársticas e canais conectados.



t= 1 Dia

t=10 Dias

t=100 Dias

Fonte: O Autor (2019)

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, seguindo o trabalho de He (2018) e Hallack (2018), apresentamos e implementamos uma formulação do método das diferenças finitas para a simulação numérica do escoamento monofásico de óleo em reservatórios de petróleo carstificados por meio de malhas computacionais estruturadas. Analisou-se, portanto, a influência de estruturas carbonáticas como feições carsticas e cavernas nestes reservatórios. Para solucionar o modelo matemático proposto pelas equações de Stokes-Brinkman, utilizamos um método numérico de diferenças finitas considerando duas abordagens: uma linear resolvida de maneira não iterativa e outra não linear resolvida iterativamente pelo método de Newton-Raphson.

É importante destacar a contribuição deste trabalho no contexto dos reservatórios carbonáticos ao considerar a utilização das Equações de Stokes-Brinkman, modelo este que representa de maneira automática o escoamento de fluidos tanto em meios porosos quanto em meios de fluxo livre, sem a necessidade de uma distinção precisa dos dois domínios. Neste sentido, percebemos que, na literatura, são poucos os trabalhos que tratam de maneira detalhada o problema gerado pela presença destas heterogeneidades nestes reservatórios. A fim de testar a formulação implementada, resolvemos alguns problemas envolvendo o escoamento monofásico, usando malhas quadrilaterais estruturadas, em situações que possuíam soluções analíticas para servirem de comparação com os resultados numéricos obtidos. Visto que as equações de Stokes-Brinkman possuem uma relação direta com as equações de Stokes e de Darcy, nada mais coerente que as soluções de Brinkman se aproximarem das demais quando representadas em ambientes correspondentes.

Para todos os exemplos analisados, nossa formulação apresentou resultados semelhantes aos das referências adotadas. Representando de maneira coerente o fluxo nos reservatórios carbonáticos cársticos, respeitando o escoamento de Darcy quando posto na matriz porosa, e o escoamento de Stokes, quando posto nas estruturas carbonáticas. Percebemos ainda que, para estes casos, as não linearidades podem ser desconsideradas, não apresentando grandes influências pelo menos no que diz respeito aos campos de pressão e velocidade.

Por fim, verificamos a importância de aplicar métodos apropriados para representar adequadamente *vugs* e cavernaka visto a influência destas estruturas no modo como o escoamento ocorre nos reservatórios. Esta afirmação se justifica, pois, notou-se mudanças consideráveis nos campos de pressão e velocidade quando estas heterogeneidades foram representadas de maneira adequada usando o modelo de Stokes-Brinkman.

Como sugestão para trabalhos futuros, propomos:

- Implementar metodologias que representem melhor a geometria das estruturas carbonáticas em 2-D usando volumes de controle poligonais quaisquer, por meio de malhas não-estruturadas empregando aproximações que se adaptem ao problema, como por exemplo os métodos de volumes finitos com aproximação de fluxo por múltiplos pontos (MPFA);
- Expandir a formulação para então representar o escoamento bifásico de água e óleo analisando as influências das estruturas carbonáticas em variáveis como a saturação e nas previsões de produção;
- Aperfeiçoar a representação física do escoamento, introduzindo termos de capilaridade e efeitos da gravidade estendendo a formulação para 3-D.

REFERÊNCIAS

ABDASSAH, D; ERSHAGHIS, I. **Triple-porosity system for representing naturally fractured reservoirs**. SPE Form. P. 113–127, 1986.

ANP, Agência Nacioal de Petroleo Gas e Biocombustiveis. **Boletim da Produção de Petróleo e Gás Natural.** Fevereiro de 2019.

ARBOGAST, T. E.; LEHR, H. L. **Homogenization of a Darcy–Stokes system modeling vuggy porous media. Comput Geosci**. p. 10 - 291. 2006.

ARONOFSKY, J.S; JENKINS, R. **A Simplified Analysis of Unsteady Radial Gas Flow.** Journal of Petroleum Technology, Vol 6, No 7, July, pp. 23-28. 1954.

AURIAULT, J. L. **On the domain of validity of Brinkman's equation**. Transport in porous media, v. 79, n. 2, p. 215-223. 2009.

AZIZ, K.; SETTARI, A. **Petroleum Reservoir Simulation**. 1ª. ed. Barking: Applied Science. 1979.

BAI, M.; ELSWORTH, D.; ROEGIERS, J.C. **Multiporosity/multipermeability approach to the simulation of naturally fractured reservoirs**. Water Resour. Res. 29 p. 1621–1633.1993.

BARENBLATT, G.I.; ZHELTOV, I.P.; KOCHINA, I.N. **Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks.** PMM, Sov. Appl. Math. Mech., 24(5), 852–864, 1960.

BATCHELOR, G. K. **An introduction to fluid dynamics**. Cambridge, England: Cambridge University Press. 615 p. Applied Mathematics, University of Cambridge, England. 1967.

BEAR, J. **Dynamics of Fluids in Porous Media**. Elsevier, 1972.

BRINKMAN, H. C. **A Calculation of the Viscous Force Exerted by a Flowing Fluid on a Dense Swarm of Particles. Applied Scientific Research**. p. 27–34. 1949.

BURDEN, R. L.; FAIRES, J. D. **Numerical Analysis**. Cengage Learning, Canada, 2011.

BUST, V.K.; OLETU, J.U.; WORTHINGTON, P.F. **The Challenges for Carbonate Petrophysics in Petroleum Resource Estimation.** International Petroleum Technology Conference. Doha, Qatar. 14p. IPTC 13772. 2009.

CAMACHO-VELÁZQUEZ, R.; VÁSQUEZ-CRUZ, M.; CASTREJÓN-AIVAR, R. **Pressure transient and decline curve behaviors in naturally fractured vuggy carbonate reservoirs.** SPE Reservoir Evaluat. Eng, p. 95–112. 2005.

CARVALHO, D. K. E. **Uma Formulação do Método dos Volumes Finitos com Estrutura de Dados por Aresta para a Simulação de Escoamentos em Meios Porosos.** 2005. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. Recife, 2005.

CARVALHO, D. K. E; WILLMERSDORTF, R. B; LYRA, P. R. M, **A node-centred finite volume formulation for the solution of two-phase flows in non-homogeneous porous media.** International Journal for numerical Methods in Fluids v.53, pp.1197- 1219, Mar. 2007.

CESMELIOGLU, A.; GIRAULT, V.; RIVIÈRE, B. **Time-dependent coupling of Navier Stokes and Darcy flows. ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis - Modélisation Mathématique et Analyses Numérique.** Volume 47. p. 539-554. 2013.

CHANG, H. K.; ASSINE, M. L.; CORRÊA, F. S.; TINEN, J. T.; VIDAL, A. C.; KOIKE, L. **Sistemas Petrolíferos e modelos de Acumulação de Hidrocarbonetos na Bacia de Santos,** in Revista Brasileira de Geociências, 38 (suplemento), p. 29-46. 2008.

CHEN, Y.; HE, J.; ZHENGCHUN, L.; SAMUEL, R. **Global correlation of rock brittleness indices with petrophysical and geomechanical properties and its application to the prediction of rate of penetration (ROP).** *In:* SPE Proceedings, ser. APDT. Singapore: Society of Petroleum Engineers, 2016, Conference Paper. 2016.

CLOSEMANN, P.J.; et al. **The aquifer model for fissured fractured reservoir**, SPE Journal, p. 385–398, 1975.

COATS, K. **IMPES stability: the CFL limit**. In: SPE Reservoir Simulation Symposium. Society of Petroleum Engineers. 2001.

CONTE, S. D.; DE-BOOR, D C. **Elementary Numerical Analysis an Algorithmic Approach.** McGraw-Hill Book Company, São Paulo, 1980.

DARCY, H. **Les fo ntain es Publiques de lu Ville de Dijon**. Paris, Dalmont, 1856.

DREW, D. A.; PASSMAN, S. L. **Theory of Multicomponent Fluids**. Springer-Verlag New York. 1999.

DURLOFSKY, L.J. **A triangle Based Mixed Finite Element- Finite Volume Technique for Modeling two Phase Flow Through Porous Media**, Journal of Computational Physics, v. 105, p. 252-266, 1993.

SANSONE, E. C. **Permeabilidade Das Rochas.** Slides da disciplina. Mecânica de Fluidos Aplicada a Reservatórios. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo Departamento de Engenharia de Minas e de Petróleo. 2014.

ERTEKIN, T.; ABOU-KASSEN, J. H.; KING, G. R. **Basic Applied Reservoir Simulations.** Society of Petroleum Engineers. 2001.

ESTRELLA, G. O.; AZEVEDO, R. L. M.; FORMIGLI, J. M. **Pré-sal: Conhecimento, Estratégia e Oportunidades.** J. P. R. Teatro Mágico da Cultura, Crise Global e Oportunidades do Brasil. Rio de Janeiro, pp. 67-78. 2009.

EWING, R. E. **The Mathematics of Reservoir Simulation**. SIAM, 1983.

FORMAGGIA, L; QUARTERONE, A; VENEZIANI, A. **Cardiovascular Mathematics: Modeling and simulation of the circulatory system**. Springer Verlag, Italia. 2009.

FIROOZABADI, A. **Recovery Mechanisms in Fractured Reservoirs and Field Performance.** Journal of Canadian Petroleum Technology, v.39, n.11, p.13-17, 2000.

FRIH, N., ROBERTS, J. E., AND SAADA, A. **Modeling fractures as interfaces: a model for Forchheimer fractures**. Computational Geosciences, 12(1), p. 91–104. 2008.

GATICA, G. N.; MEDDAHI, S.; OYARZUA, R. **A conforming mixed finite-element method for the coupling of fluid flow with porous media flow**. IMA J. Numer. Anal – 29, p. 86–108, 2009.

GIVLER, R.; ALTOBELLI, S. **A determination of the effective viscosity for the Brinkman-Forchheimer ow model**, Journal of Fluid Mechanics, v. 258, pp. 355-370. 1994.

GLOVER, C. J.; JONES, H. **Conservation Principles for Continuous Media,** 3rd ed. McGraw-Hill, 1994.

GRÉGORIE, A; MARC, B; BRIZZI R; YVES C. **Two asymptotic models for arrays of underground waste containers.** Applied Analysis, 88 (no. 10-11):1445–1467. 2009.

Guidelines for Application of the Petroleum Resources Management System. Disponível em: http://www.spe.org/industry/docs/PRMS_Guidelines_Nov2011.pdf; Acessado em Junho de 2019.

GULBRANSEN, A. F.; HAUGE, V. L.; LIE, K.A. **A multiscale mixed finite element method for vuggy and naturally fractured reservoirs**. SPE Proceedings. The Woodlands, TX, USA: Society of Petroleum Engineers. 2009.

GULBRANSEN, A. F; HAUGE, V. L; LIE, K.A. **A multiscale mixed finite element method for vuggy and naturally fractured reservoirs.** SPE Journal. p. 15. 2010.

GUO, J.C.; NIE, R. S., JIA, Y. L. **Dual permeability flow behavior for modeling horizontal well production in fractured-vuggy carbonate reservoirs**. Journal of Hydrology. Available online 26 July 2012.

HALLACK, D. M. C**. Implementação de Simulador Bifásico baseado na Equação de Brinkman Para reservatórios Carstificados**. 2018. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro. 2018.

HE, J. **Finite Difference Simulation of the Stokes-Brinkman Equation for Transient Flow in Naturally Fractured Carbonate Karst Reservoirs**.2017. Dissertation of Doctoral Degree. Texas A&M University. 2017.

HIRSCH, C. **Numerical Computation of Internal and External Flows**: Volume I, Fundamentals of Numerical Discretization. New York, Wiley & Sons. 1988.

HUSSAIN, A. K. M.; REYNOLDS, W. C. **Measurements in fully developed turbulent channel flow. Trans**. ASME I: J. Fluids Engng 97. 1975.

BABUSKA, I.; GATICA G. N. **A residual-based a posteriori error estimator for the Stokes-Darcy coupled problem**. SIAM J. Numer. Anal., 48(2), p. 498–523, 2010.

JHA, B. K.; KAURANGINI, M. L. **Approximate analytical solutions for the nonlinear Brinkman-Forchheimer-extended Darcy flow model**, Applied Mathematics, v. 2, n. 12, pp. 1432. 2011.

KANG, Z.; YU-SHU, WU.; LI, J.; YONGCHAO, W.; JIE, Z. **Modeling multiphase flow in naturally fractured vuggy petroleum reservoirs**, PSE-1-2356. SPE Annual Technical Cobference and Exhibition, San Antonio, Texas, p. 24-27. 2006.

KAZEMI, H. **Pressure Transient Analysis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fracture Distribution**. SPE Journal, 451–462. AIME, 246. 1969.

KINCAID, D. R.; CHENEY, E. W. **Numerical Analysis: Mathematics of Scientific Computing**, 3rd ed. American Mathematical Society, 2002.

KOPLIK, J.; LEVINE, H.; AND ZEE, A. **Viscosity renormalization in the Brinkman equation**. Physics of Fluids, p 2864–2870. 1983.

KOSSACK, C. **A methodology for simulation of vuggy and fractured reservoirs**, SPE-66366. SPE Reservoir Simulation Symposium, Houston, Texas, 11-14, 2001.

LAPTEV, V. **Numerical solution of coupled flow in plain and porous media.** 2003. PhD dissertation – Universität Kaiserslautern, Germany, 2003.

LAX, P. D.; RICHTMYER, R. D. **Survey of the stability of linear finite difference equations**, Communications on Pure and Applied Mathematics, vol. 9, pp. 267–293, 1956.

LI, R.; CHEN, Z.; WU, W. *In*: **Generalized Finite Differences Methods for Differential Equations: Numerical Analysis of Finite Volume Methods**., 2000, New York, Marcel Dekker, 2000.

LIGAARDEN, I. S.; KROTKIEWSKI, M.; LIE. K.-A. M.; PAL, D. W. **On the Stokes Brinkman equations for modeling flow in carbonate reservoirs.** *In:* Proceedings of 12th European Conference on the Mathematics of Oil Recovery., 2010, Oxford, UK: European Association of Geoscientists and Engineers, 2010.

LIU, J.C.; BODVARSSON, G.S.; WU, Y.S. **Analysis of pressure behavior in fractured lithophysal reservoirs**. Journal of Contaminant Hydrology, p. 62-62, 189-211, 2003.

LOPES, T. V; GARCIA, E. L. M. et al. **Modelagem Hierárquica de Reservatórios Carbonáticos Fraturados Carstificados**. XXXVIII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering – CILAMCE. Santa Catarina. 2017.

LUCIA, F. **Carbonate Reservoir Characterization**. Berlin, Springer-Verlag, p. 226. 1999.

MARTIN, V.; JAFFRE, J.; ROBERTS, J. E. **Modeling Fractures and Barriers as Interfaces for Flow in Porous Media.** SIAM Journal on Scientific Computing, 26(5), p. 1667–1691. 2005.

MARTYS, N.; BENTZ, D.P.; GARBOCZI, E.J. **Computer simulation study of the effective viscosity in Brinkman's equation. Physics of Fluids**, p. 1434–1439. 1994.

MELANI, L. H. **Caracterização Petrofísica de Reservatório Carbonático**. 2015 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual de Campinas. Campinas, 2015.

MELODY, A.; SWARTZ, M.; FLEURY, E. **Interstitial Flow and Its Effects in Soft Tissues.** Annual Review of Biomedical Engineering. 2007.

MU, M.; XU, J. **A Two-Grid Method of a Mixed Stokes–Darcy Model for Coupling Fluid Flow with Porous Media Flow**. Society for Industrial and Applied Mathematics. Vol. 45, No. 5, pp. 1801–18132007, 2007.

NASCIMENTO, J.M. A. **Simulador Computacional para Poços de Petróleo com Método de Elevação Artificial por Bombeio Mecânico**. 2005. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2005.

NEALE, G.; NADER, W. **Practical significance of Brinkman's extension of Darcy's law: Coupled parallel flows within a channel and a bounding porous-medium.** Canadian Journal of Chemical Engineering 52: 475–478. 1974.

NG, M.G.; AGUILERA, R., 1999. **Well test analysis of horizontal wells in bounded naturally fractured reservoirs**. PETSOC 94-14. J. Canadian Petroleum Technol. 38 (7), p. 20–24. 1999.

NIE, R.S.; DING, Y. **Research on the nonlinear spherical percolation model with quadratic pressure gradient and its percolation characteristics**. Nat. Sci. 2 (2), p. 98–105. 2011.

NIELD, D.; KUZNETSOV, A. **An historical and topical note on convection in porous media, Journal of Heat Transfer**, v. 135, n. 6, pp. 061201. 2013.

NIKRAVESH, M. Soft Computing-Based Computational Intelligent for Reservoir Characterization. **Expert Systems with Applications**, v.26, p.19-38, 2004.

OLSON, J.E.; LAUBACH, S.E.; LANDER, R.H. **Combining Diagenesis and Mechanics to Quantify Fracture Aperture Distributions and Fracture Pattern Permeability**. SPE Journal, 2007.

OZKAN, E.; RAGHAVAN, R. **New solutions for well-test-analysis problems: Part 1—Analytical considerations**. SPE 18615-PA. SPE Formation Evaluat. 6 (3), 359– 368. 1991a

OZKAN, E.; RAGHAVAN, R. **New solutions for well-test-analysis problems: Part 2 Computational considerations and applications.** SPE 18616-PA. SPE Formation Evaluat. 6 (3), 369–378. 1991b.

PEACEMAN, D. W. **Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation**. New York, Elsevier, 1977.

POPOV, P.; EFENDIEV, Y.; QIN, G. **Multiscale modeling and simulations of flows in naturally fractured karst reservoirs**. Commun Comput. Phys, p. 162–184..2009. v6. p162. 2009.

PRICE, J. F. **Lagrangian and Eulerian Representations of Fluid Flow: Kinematic and Equations of Motion**. Woods Hole Oceanographic Institution, p. 91. 2006.

PRUESS, K; NARASIMHAN, T.N. **A practical method for modeling fluid and heat flow in fractured porous media.** Soc. Pet. Eng. J., 25, 14-26, 1985.

PULIDO, H.; SAMANIEGO, F.; RIVERA, J. **On a well-test pressure theory of analysis for naturally fractured reservoirs, considering transient inter-porosity matrix, microfractures, vugs, and fractures flow**. SPE 104076-MS. *In:* First International Oil Conference and Exhibition., 2006. Cidade do México, Mexico, 2006.

ROSA, A. J.; CARVALHO, R. S.; XAVIER, J. A. D. **Engenharia de Reservatórios de Petróleo**. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Interciencia, 2006.

SANCEVERO, S. S. **Estudo de Aplicação de Métodos Quantitativos em Dados Sísmicos no Processo de Caracterização Integrada de Reservatórios**. 2007. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.

SOUZA, M. R. **Numerical Simulation of Two-phase Flow in Heterogeneous and Anisotropic Oil Reservoirs Using a "Truly" Multidimensional Finite Volume Method with High Order Approximation**. 2015. PhD Thesis (In Portuguese). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2015.

SPADINI, A.R. **Carbonate Reservoirs in Brazilian Sedimentary Basins**. 19th World Petroleum Congress, Spain. P. 16 2008.

STOKES, G.G. **On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids.** Trans. Camb. Philos. Soc. 8, p. 287–319.1845.

TANNEHILL, J. C.; ANDERSON, D. A.; PLETCHER, R. H. **Computational Fluid Dynamis and Heat Transfer**. Taylor & Francis, 1997.

THOMAS, J. E. **Fundamentos de Engenharia de Petróleo**. Interciência: Petrobrás, Rio de Janeiro-RJ, 2001.

ULEBERG, K.; KLEPPE, J. **Dual porosity, dual permeability formulation for fractured reservoir simulation**. Trondheim RUTH Seminar, Norwegian University of Science and Technology/Stavanger. 1996.

VAFAI, K.; KHALED, A.-R. **The role of porous media in modeling ow and heat transfer in biological tissues**. International Journal of Heat and Mass Transfer, v. 46, n. 26, p. 4989 - 5003. 2003.

VERLEYE B.; KLITZ, M.; CROCE, R.; GRIEBEL, M.; LOMOV, S.; ROOSE, D. et al. **Predicting the permeability of textile reinforcements via a hybrid Navier–Stokes/Brinkman solver**. *In:* International conference on flow processes in composite materials, 2006, Douai, France; 2006.

VIDYASAGAR, M. **Nonlinear Systems Analysis**. 2nd. edition, Prentice Hall, 1993.

WENDT, J. F. **Computational Fluid Dynamics.** Springer. 3º ed, 2009.

WU, Y.S.; DI, Y.; KANG, Z.J. **A multiple-continuum model for simulating single-phase and multiphase flow in naturally fractured vuggy reservoirs.** J. Petroleum Sci. Eng. 78 (1), p.13–22. 2011.

WU, Y.; et al. **A Multiple-Continuum Approach for Modeling Multiphase Flow in Naturally Fractured Vuggy Petroleum Reservoirs.** *In:* International Society of Petroleum Engineers Oil & Gas Conference and Exhibition, 2006, China. 2006.

YAN, B. M; ALFI, Y. W; KILLOUGH, J. E. **A new approach for the simulation of fluid flow in unconventional reservoirs through multiple permeability modeling.** *In:* SPE Proceedings, ser. ATCE. New Orleans, 2013, LA, USA: Society of Petroleum Engineers, 2013, Conference Paper. 2013.

YAO, J.; HUANG, Z; LI, Y. et al. **Discrete fracture-vug network model for modeling fluid ow in fractured vuggy porous media.** *In:* International oil and gas conference and exhibition, 2010, China, 2010.

YAWS, C. L. **Chemical Properties Handbook: Physical, Thermodynamics, Engiron-mental Transport, Safety & Health Related Properties for Organic & Inorganic Chemical,** 1st ed., ser. McGraw-Hill Handbooks. McGraw-Hill Professional. 1998.