



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Murilo Araujo Souza

**Alocação, Quantificação e Parametrização Ótimas de Filtros Harmônicos em Sistemas de
Distribuição de Energia Elétrica**

Recife

2019

Murilo Araujo Souza

**Alocação, Quantificação e Parametrização Ótimas de Filtros Harmônicos em Sistemas de
Distribuição de Energia Elétrica**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento de Energia.

Orientador: Prof. Geraldo Leite Torres, *PhD*

Recife

2019

Catálogo na fonte
Bibliotecário Gabriel da Luz, CRB-4 / 2222

S729a Souza, Murilo Araujo.

Alocação, quantificação e parametrização ótimas de filtros harmônicos em sistemas de distribuição de energia elétrica / Murilo Araujo Souza – Recife, 2019.

83 f., figs., tabs., abrevs., simbols.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Leite Torres.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2019.

Inclui referências e anexos.

1. Engenharia Elétrica. 2. Qualidade da energia elétrica. 3. Método da soma de potências. 4. Método da injeção de correntes. 5. Programação não linear inteira mista. 6. *Branch-and-Bound*. I. Torres, Geraldo Leite (Orientador). II. Título.

UFPE

621.3 CDD (22. ed.)

BCTG/2019 - 433

Murilo Araujo Souza

Alocação, Quantificação e Parametrização Ótimas de Filtros Harmônicos em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Processamento de Energia.

Aprovada em: 25 de julho de 2019.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Geraldo Leite Torres, *PhD* (Orientador e Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Ronaldo Ribeiro Barbosa de Aquino (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Prof. Dr. José Filho da Costa Castro (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao professor Geraldo, por todo o apoio dado durante o curso e não apenas pela orientação para a elaboração deste trabalho. O seu profundo conhecimento na área, que foi parcialmente transmitido para mim durante esses anos, foi de extrema importância e sou eternamente grato por isso. A todos os colegas do curso, tanto aos do LDSP quanto aos do GEPAE, pela amizade, companhia e auxílios prestados. Aos membros do fórum de discussão da linguagem Julia, por todas as dúvidas sanadas e auxílios prestados para aperfeiçoar os códigos desenvolvidos nesse trabalho. A meus pais, Antônio e Nelma, e aos meus irmãos, Marcelo e Milena, por terem mais uma vez, me dado todo o suporte e incentivo necessários para que eu pudesse vir para Recife realizar o curso e por compreenderem minha ausência durante longos períodos. Minha eterna gratidão, sem vocês eu não teria chegado aqui. Ao CNPq, pela concessão da bolsa para que este trabalho pudesse ser concluído de maneira satisfatória.

Muito obrigado!

RESUMO

Distúrbios harmônicos presentes nos sistemas de energia elétrica são normalmente fenômenos periódicos que distorcem as formas de onda originais de tensão e corrente. Essa distorção implica em uma redução da qualidade da energia elétrica. Os harmônicos são gerados por cargas e/ou dispositivos não lineares conectadas ao sistema. Um dos métodos para analisar as distorções harmônicas em um alimentador de distribuição de energia elétrica, é o Método da Injeção de Correntes, onde cada carga não linear é considerada como uma fonte injetora de correntes harmônicas. Para que este método seja aplicado, é necessário conhecer dados que são obtidos através de um fluxo de carga na frequência fundamental da rede, e o Método da Soma de Potências é aplicado para sistemas radiais de distribuição. A correção dos índices harmônicos quando estão acima dos níveis permitidos em normas técnicas, pode ser realizada por meio da alocação de filtros passivos conectados aos barramentos. O problema da alocação, quantificação e parametrização ótimas dos filtros harmônicos é não linear, e foi formulado utilizando variáveis inteiras e contínuas, assim, ele pertence à classe da Programação Não Linear Inteira Mista, um dos mais difíceis de serem resolvidos. Para sua solução, é aplicado o algoritmo *Branch-and-Bound* que está implementado no *solver Couenne*. As simulações foram realizadas no *software Atom* através da linguagem de programação Julia.

Palavras-chave: Qualidade da Energia Elétrica. Método da Soma de Potências. Método da Injeção de Correntes. Programação Não Linear Inteira Mista. *Branch-and-Bound*.

ABSTRACT

Harmonic disturbance in the electrical energy systems is usually a periodical phenomenon that distorts the original wave forms of voltage and current. This distortion causes a reduction in the power quality. Harmonic are generated due to nonlinear loads and/or nonlinear devices connected to the system. One of the methods to analyze the harmonic distortions in an electrical distribution feeder, is the Current Injection Method, where each nonlinear load/device it is considered as an injection source of harmonic currents. For this method to be applied, it is necessary to know the data that are obtained through a power flow in the fundamental network frequency, and the Power Summation Method is applied for radial distribution systems. The correction of harmonic indexes when they are above the levels allowed in the technical norms, can be accomplished by allocating passive filters in the busbars. The problem of optimal allocation, quantification and parametrization of harmonic filters is nonlinear, and was formulated using integer and continuous variables, so it belongs to the Mixed Integer Nonlinear Programming class, one of the most difficult to solve. For its solution, the Branch-and-Bound algorithm is applied, which is implemented in the Couenne solver. All simulations were performed in the Atom software through the Julia programming language.

Keywords: Power Quality. Power Summation Method. Current Injection Method. Mixed Integer Nonlinear Programming. Branch-and-Bound.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Alimentador com carga não linear.	22
Figura 2 – Curva $B \times H$ de um transformador.	23
Figura 3 – Corrente de inrush no transformador.	24
Figura 4 – Distorção da corrente em um ar-condicionado residencial.	24
Figura 5 – Forma de onda da corrente através de um conversor de eletrônica de potência.	25
Figura 6 – Trecho de um alimentador radial.	31
Figura 7 – Alimentador para exemplificar os níveis das barras.	34
Figura 8 – Modelo π -equivalente de uma linha.	35
Figura 9 – Diferentes modelos de cargas lineares.	37
Figura 10 – Filtro Sintonizado.	41
Figura 11 – Árvore de busca do <i>Branch-and-Bound</i> (Busca em profundidade).	46
Figura 12 – Árvore de busca do <i>Branch-and-Bound</i> (Busca em largura).	50
Figura 13 – Árvore de busca do exemplo numérico.	52
Figura 14 – Exemplo numérico escrito na linguagem JuMP.	54
Figura 15 – Ilustração da curva de Pareto.	56
Figura 16 – Formação da curva de Pareto através da variação dos pesos.	57
Figura 17 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 4 barras, com $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.	62
Figura 18 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 4 barras, com $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização.	63
Figura 19 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 17 barras, com $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.	65
Figura 20 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 17 barras, com $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização.	66
Figura 21 – Distorções harmônicas múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.	68
Figura 22 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.	68
Figura 23 – Distorções harmônicas múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização.	70

Figura 24 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com

$w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização. . . 70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Consumo de energia elétrica no Brasil nos últimos anos.	17
Tabela 2 – Valores de referência para as distorções harmônicas totais de tensão.	45
Tabela 3 – Subproblemas relaxados do exemplo numérico.	53
Tabela 4 – Resultado do fluxo de harmônicos para o sistema de 4 barras.	61
Tabela 5 – Perdas totais de potências ativas e reativas sem filtros para o sistema de 4 barras.	61
Tabela 6 – Resultado da otimização para o primeiro caso do sistema de 4 barras.	61
Tabela 7 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtro para o primeiro caso do sistema de 4 barras.	62
Tabela 8 – Resultado da otimização para o segundo caso do sistema de 4 barras.	63
Tabela 9 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o segundo caso do sistema de 4 barras.	63
Tabela 10 – Resultado do fluxo de harmônicos para o sistema de 17 barras.	64
Tabela 11 – Perdas totais de potências ativas e reativas sem filtros para o sistema de 17 barras.	64
Tabela 12 – Resultado da otimização para o primeiro caso do sistema de 17 barras.	65
Tabela 13 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtro para o primeiro caso do sistema de 17 barras.	65
Tabela 14 – Resultado da otimização para o segundo caso do sistema de 17 barras.	66
Tabela 15 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o segundo caso do sistema de 17 barras.	67
Tabela 16 – Perdas totais de potências ativas e reativas sem filtros para o sistema de 33 barras.	67
Tabela 17 – Resultado da otimização para o primeiro caso do sistema de 33 barras.	67
Tabela 18 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o primeiro caso do sistema de 33 barras.	69
Tabela 19 – Resultado da otimização para o segundo caso do sistema de 33 barras.	69
Tabela 20 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o segundo caso do sistema de 33 barras.	71

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EPE	Empresa de Pesquisa Energética
QEE	Qualidade de Energia Elétrica
CA	Corrente Alternada
HVDC	<i>High Voltage Direct Current</i>
SVC	<i>Static Var Compensator</i>
APLC	<i>Active Power Line Conditioners</i>
MIC	Método da Injeção de Corrente
MSP	Método da Soma de Potências
PL	Programação Linear
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
BB	<i>Branch-and-Bound</i>
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
PRODIST	Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional
LIFO	<i>Last-In-First-Out</i>
FIFO	<i>First-In-First-Out</i>
<i>Couenne</i>	<i>Convex Over and Under Envelopes for Nonlinear Estimation</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

B	Densidade de fluxo
H	Intensidade do campo magnético
E_a	Tensão senoidal aplicada ao transformador
I_a	Corrente senoidal gerada pela tensão E_a
ϕ_1	Fluxo não senoidal que percorre o material ferromagnético devido à E_a e I_a
ϕ_a	Fluxo fundamental que compõe ϕ_1
ϕ_3	Fluxo de terceiro harmônico que compõe ϕ_1
E_3	Tensão gerada pelo fluxo ϕ_3
I_3	Corrente gerada pelo fluxo ϕ_3
x	Vetor das variáveis de decisão contínuas de um problema de otimização
y	Vetor das variáveis de decisão inteiras de um problema de otimização
$f(x, y)$	Função objetivo de um problema de PNLIM
$g(x, y)$	Restrições de desigualdade de um problema de PNLIM
$h(x, y)$	Restrições de igualdade de um problema de PNLIM
V	Módulo da tensão na barra de origem de um trecho do alimentador
δ	Fase da tensão na barra de origem de um trecho
U	Fase da tensão na barra de origem de um trecho do alimentador
γ	Fase da tensão na barra de destino de um trecho do alimentador
I_1	Módulo da corrente na barra de destino de um trecho do alimentador
θ^1	Fase da corrente na barra de destino de um trecho do alimentador
P_L	Potência ativa de uma carga conectada a uma barra do alimentador
Q_L	Potência reativa de uma carga conectada a uma barra do alimentador

P_l	Potência ativa transferida ao trecho seguinte do alimentador
Q_l	Potência reativa transferida ao trecho seguinte do alimentador
P	Potência ativa que chega a barra de destino do alimentador
Q	Potência reativa que chega a barra de destino do alimentador
P_o	Potência ativa fornecida pela barra de origem do alimentador
Q_o	Potência reativa fornecida pela barra de origem do alimentador
ΔP	Perdas de potência ativa em um trecho do alimentador
ΔQ	Perdas de potência reativa em um trecho do alimentador
h	Ordem harmônica (na frequência fundamental, $h = 1$)
$\mathbf{Y}^h$	Matriz admitância de barra do alimentador, na ordem harmônica h
$\mathbf{V}^h$	Vetor de tensões harmônicas nas barras do alimentador, na ordem harmônica h
$\mathbf{I}^h$	Vetor de correntes harmônicas injetadas nas barras do alimentador, na ordem harmônica h
i	i -ésimo trecho de um alimentador
y_i^h	Admitância do i -ésimo trecho do alimentador, na ordem harmônica h
R_i	Resistência do i -ésimo trecho de um alimentador
X_i	Reatância indutiva do i -ésimo trecho de um alimentador
y_{Ti}^h	Admitância do transformador que está no i -ésimo trecho do alimentador, na ordem harmônica h
R_{Ti}	Resistência dos enrolamentos do transformador que está no i -ésimo trecho do alimentador
X_{Ti}	Reatância de dispersão do transformador que está no i -ésimo trecho do alimentador

X_{Ci}^1	Reatância capacitiva na frequência fundamental de um banco de capacitores que está no i -ésimo trecho do alimentador
Q_{SHUNTi}	Potência reativa fornecida pelo banco de capacitores instalado na barra de destino no i -ésimo trecho do alimentador
y_{Ci}^h	Admitância de um banco de capacitores instalado na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador, na ordem harmônica h
y_{CLi}^h	Admitância de uma carga linear instalada na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador, na ordem harmônica h
R_i	Resistência de uma carga linear instalada na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
X_{Li}	Reatância indutiva de uma carga linear instalada na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
$\bar{P}_i$	Potência ativa total da carga linear na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
$\bar{Q}_i$	Potência reativa total da carga linear na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
$\tilde{P}_i$	Potência ativa total da carga não linear na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
$\tilde{Q}_i$	Potência reativa total da carga não linear na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
I_i^h	Magnitude da fonte de corrente injetora de harmônicos na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
θ_i^h	Fase da fonte de corrente injetora de harmônicos na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
Z_f^h	Impedância do filtro sintonizado em uma ordem harmônica h
R_f	Resistência do filtro sintonizado
X_{Lf}^h	Reatância indutiva do filtro sintonizado em uma ordem harmônica h

X_{Cf}^h	Reatância capacitiva do filtro sintonizado em uma ordem harmônica h
y_{fi}^h	Admitância do filtro sintonizado em uma ordem harmônica h na barra de destino do i -ésimo trecho do alimentador
f_s	Frequência de sintonia do filtro sintonizado
h_s	Ordem harmônica de ressonância
L_f	Indutância do filtro sintonizado
C_f	Capacitância do filtro sintonizado
f_Q	Fator de qualidade do filtro sintonizado
k	Número de módulos capacitivos que compõem o filtro sintonizado
Q_c	Potência reativa nominal de cada módulo do filtro sintonizado
DIT_i^h	Distorção harmônica individual de tensão na i -ésima barra, na ordem harmônica h
$DTTI_i$	Distorção Harmônica de Tensão para componentes ímpares não-múltiplas de 3 na i -ésima barra
$DTT3_i$	Distorção Harmônica de Tensão para componentes ímpares múltiplas de 3 na i -ésima barra
a_i	Variável binária que indica a alocação de um filtro na i -ésima barra

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	OBJETIVOS DA PESQUISA	18
1.1.1	Objetivos Específicos	18
1.2	METODOLOGIA	19
1.3	ORGANIZAÇÃO DO TEXTO	19
2	REVISÃO DA LITERATURA	21
2.1	GERAÇÃO DE HARMÔNICOS	21
2.2	FLUXO DE HARMÔNICOS E FLUXO DE CARGA	25
2.3	MÉTODO <i>BRANCH-AND-BOUND</i>	26
2.4	LINGUAGEM JULIA	28
2.4.1	Utilização da Linguagem	28
2.4.2	Comandos	28
2.4.3	Pacotes	29
3	FLUXOS DE POTÊNCIA E DE HARMÔNICOS	30
3.1	MÉTODO DA SOMA DE POTÊNCIAS	30
3.2	MÉTODO DA INJEÇÃO DE CORRENTES	34
3.3	MODELOS DOS COMPONENTES DO SISTEMA	35
3.3.1	Linhas de Distribuição	35
3.3.2	Transformadores	36
3.3.3	Banco de Capacitores	36
3.3.4	Cargas Lineares	37
3.3.5	Cargas Não Lineares	39
3.3.6	Filtros Harmônicos Passivos	40
3.4	TERMINOLOGIAS E VALORES DE REFERÊNCIA	43
4	MÉTODO <i>BRANCH-AND-BOUND</i>	46
4.1	<i>BRANCH-AND-BOUND</i>	46
4.1.1	Relaxação	47
4.1.2	Partição	48
4.1.2.1	Escolha da Variável	48
4.1.2.2	Escolha do Nó	49
4.1.3	Eliminação	50

4.2	EXEMPLO NUMÉRICO	51
5	OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E MODELO PARA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE FILTROS HARMÔNICOS	55
5.1	CONCEITO DE OTIMALIDADE DE PARETO	55
5.2	MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO	58
6	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	60
6.1	SISTEMA DE 4 BARRAS	60
6.1.1	Sistema de 4 barras - Primeiro caso: $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$	61
6.1.2	Sistema de 4 barras - Segundo caso: $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$	62
6.2	SISTEMA DE 17 BARRAS	63
6.2.1	Sistema de 17 barras - Primeiro caso: $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$	64
6.2.2	Sistema de 17 barras - Segundo caso: $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$	65
6.3	SISTEMA DE 33 BARRAS	67
6.3.1	Sistema de 33 barras - Primeiro caso: $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$	67
6.3.2	Sistema de 33 barras - Segundo caso: $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ e $w_3 = 0$	69
7	CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	72
7.1	SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	73
	REFERÊNCIAS	74
	ANEXO A – DADOS DO SISTEMA DE 4 BARRAS	77
	ANEXO B – DADOS DO SISTEMA DE 17 BARRAS	78
	ANEXO C – DADOS DO SISTEMA DE 33 BARRAS	80

1 INTRODUÇÃO

O crescimento econômico que o Brasil vivenciou nos últimos anos, acarretou em uma crescente demanda por energia elétrica no País. De acordo com dados da Empresa de Pesquisa Energética (EPE), que podem ser visualizados na Tabela 1 (EPE, 2019), este crescimento do consumo de energia elétrica, se deu praticamente em todos os setores da sociedade (residencial, comercial, industrial e outros, como o de serviços públicos).

Sabe-se que as distribuidoras de energia são avaliadas em diversos aspectos no que tange ao fornecimento da energia elétrica. Entre estes aspectos, destacam-se a qualidade do produto (caracteriza os fenômenos da qualidade de energia elétrica, QEE) e a qualidade do serviço (define indicadores da qualidade para que o serviço prestado pelas distribuidoras possa ser avaliado). Então, com este aumento da demanda por energia elétrica, e com a preocupação em fornecer um serviço de qualidade para os consumidores, a QEE, é um assunto que vem sendo muito discutido e estudado.

Tabela 1 – Consumo de energia elétrica no Brasil nos últimos anos.

Ano	Consumo(GWh)					Crescimento (%)				
	Brasil	Residencial	Comercial	Industrial	Outros	Brasil	Residencial	Comercial	Industrial	Outros
2008	388,472	94,746	61,813	175,834	56,079	3,0	5,4	5,4	0,8	3,6
2009	384,306	100,776	65,255	161,799	56,477	-1,1	6,4	5,6	-8,0	0,7
2010	415,683	107,215	69,170	179,478	59,820	8,2	6,4	6,0	10,9	5,9
2011	433,034	111,971	73,482	183,576	64,006	4,2	4,4	6,2	2,3	7,0
2012	448,126	117,646	79,226	183,425	67,829	3,5	5,1	7,8	-0,1	6,0
2013	463,142	124,908	83,704	184,685	69,846	3,4	6,2	5,7	0,7	3,0
2014	474,823	132,302	89,840	179,106	73,575	2,5	5,9	7,3	-3,0	5,3
2015	465,708	131,190	90,768	169,289	74,462	-1,9	-0,8	1,0	-5,5	1,2
2016	461,780	132,872	87,873	165,314	75,721	-0,8	1,3	-3,2	-2,3	1,7
2017	467,161	134,368	88,292	167,398	77,103	1,2	1,1	0,5	1,3	1,8
2018	472,242	136,022	88,815	169,549	77,856	1,1	1,2	0,6	1,3	1,0

Fonte: EPE (2019).

Existem diversos aspectos que afetam a QEE. Alguns desses aspectos são o desequilíbrio de tensão, a flutuação de tensão, a variação de frequência e a influência de harmônicos na rede.

Nas décadas de 1960 e 1970, o consumidor residencial utilizava basicamente cargas lineares, ou seja, cargas resistivas, como chuveiros elétricos, ferros de passar roupa e a iluminação que era composta exclusivamente por lâmpadas incandescentes. Nessas residências, a utilização de equipamentos eletrônicos se dava apenas por um aparelho de televisão. Atualmente, este quadro é muito distinto, visto que a utilização de cargas com características não lineares, como computadores, ar condicionados, fornos de micro-ondas, mais de um aparelho de televisão, e a substituição das lâmpadas incandescentes por lâmpadas fluorescentes, implicam nessa mudança de como a carga deve ser considerada, ou seja, não é mais simplesmente resistiva.

Cargas e dispositivos não lineares, que de acordo com Pamplona (2006) vem aumentando em todos os setores da sociedade, são os geradores de harmônicos em uma rede elétrica. Exemplos de dispositivos não lineares são os dispositivos de chaveamento eletrônico (relacionados a eletrônica de potência), como os sistemas de retificação, de acionamento CA e fontes chaveadas (SANTOS, 2017). Em relação às cargas não lineares, se dá destaque aos fornos a arco (VARIZ, 2006), que são amplamente utilizados em indústrias para a fusão e o refino de metais, e as lâmpadas de descarga. Neste texto, com o intuito de simplificar a leitura, tanto as cargas não lineares quanto os dispositivos de eletrônica de potência, serão denominados carga não linear. Os distúrbios harmônicos são fenômenos na grande maioria das vezes periódicos, que acabam por modificar o formato original da forma de onda da corrente do sistema e, consequentemente, esta forma de onda distorcida fluindo através das impedâncias do sistema acarreta em uma alteração da forma de onda da tensão, que deveria ser senoidal. Assim, constata-se que a distorção harmônica é um problema ligado à QEE (SOUZA, 2008).

1.1 OBJETIVOS DA PESQUISA

Realizar um estudo sobre harmônicos em sistemas de distribuição de energia elétrica. Verificar como esses distúrbios são gerados através de cargas não lineares conectadas aos barramentos e como eles afetam o comportamento do sistema (reduzindo a QEE). Propor um modelo matemático de otimização para solucionar o problema das distorções harmônicas, a fim de que estejam dentro de valores estabelecidos nas normas técnicas.

1.1.1 Objetivos Específicos

- a) implementar computacionalmente o algoritmo de cálculo de fluxo de potência em sistemas radiais de distribuição de energia;
- b) implementar computacionalmente o algoritmo de cálculo de fluxo de harmônicos para calcular as tensões e distorções harmônicas no sistema. Comparar com valores de referência que são encontrados em normas técnicas, e corrigi-los, caso necessário;
- c) formular o problema de otimização para minimização de distorções harmônicas na rede e/ou o número de filtros que serão alocados no sistema;
- d) aplicar o algoritmo *Branch-and-Bound* para resolver o problema de otimização, corrigindo os valores de distorção harmônica de tensão obtidos no fluxo de harmônicos.

1.2 METODOLOGIA

Implementar computacionalmente um fluxo de potência pelo Método da Soma de Potências, para obter dados do sistema em regime permanente, como as tensões, correntes e fluxos de potência do sistema. A seguir, implementar o fluxo de harmônicos pelo Método da Injeção de Correntes para obter os valores de tensões harmônicas em todas as barras. Consequentemente, são calculadas as distorções harmônicas.

Os valores obtidos de distorção harmônica total múltiplas e não-múltiplas de 3 foram comparados com valores preestabelecidos em normas técnicas e corrigidos com a utilização de filtros harmônicos passivos sintonizados. Estes filtros foram alocados e parametrizados de maneira ótima no alimentador.

Todos os códigos foram desenvolvidos no software Atom, através da linguagem de programação Julia. No estudo, foram utilizados três alimentadores diferentes para os testes. Estes possuem 4, 17 e 33 barras. O problema de otimização foi implementado através da linguagem JuMP e resolvido pelo *solver Couenne*, que utiliza a técnica *Branch-and-Bound*.

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

O texto é apresentado da seguinte forma:

O Capítulo 1 traz uma breve perspectiva histórica sobre cargas em diversos setores da sociedade. Como eram consideradas em décadas passadas e como são consideradas atualmente, muitas delas geradoras de harmônicos. Apresenta informações sobre o consumo de energia elétrica no Brasil nos últimos anos, como ele vem aumentando, tornando assim a qualidade da energia elétrica um tema de suma importância.

O Capítulo 2 aborda uma revisão da literatura sobre a geração de harmônicos devido as cargas não lineares, sobre os métodos utilizados para o cálculo do fluxo de potência e do fluxo de harmônico e por fim sobre a Programação Não Linear Inteira Mista.

No Capítulo 3 os métodos da soma de potências e da injeção de correntes são apresentados. Eles são utilizados para a determinação do fluxo de potência e de harmônicos, respectivamente. Também são apresentados as terminologias e os valores de referência dos distúrbios harmônicos de acordo com as normas vigentes no Brasil.

O Capítulo 4 trata sobre o método *Branch-and-Bound*. São demonstradas as partes básicas do método e como ele é utilizado para resolver problemas de Programação Não Linear Inteira Mista.

No Capítulo 5 o conceito de ótimo de Pareto é apresentado como forma para resolver problemas de programação multi-objetivo. Também é apresentado o modelo matemático do problema de alocação, quantificação e parametrização ótimas dos filtros harmônicos.

No Capítulo 6 encontram-se as simulações realizadas e os resultados obtidos.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões de trabalhos futuros.

2 REVISÃO DA LITERATURA

Existem na literatura diversos estudos sobre harmônicos. Os estudos começam na sua geração, passando por sua influência nos sistemas elétricos e vão até a sua correção. Como são diversas as ordens harmônicas em estudos envolvendo as distorções harmônicas, uma grande quantidade de variáveis estão presentes no problema. Devido a isso, se faz necessário a utilização de ferramentas matemáticas e computacionais que auxiliem na obtenção de uma solução.

A seguir, apresenta-se a revisão da literatura feita, partindo da geração dos distúrbios harmônicos, passando por métodos para determinar o fluxo de carga e o fluxo de harmônicos, o método de otimização determinístico utilizado para resolver o problema é apresentado e por fim é feita uma breve explicação do *software* empregado para a realização do trabalho.

2.1 GERAÇÃO DE HARMÔNICOS

De acordo com Dugan et al. (2002), os estudos sobre distorções harmônicas em sistemas de potência são conhecidos desde os anos 1930 e 1940. Naquela época, as principais fontes geradoras de harmônicos na rede eram transformadores (devido a saturação do núcleo magnético). Porém, a partir da década de 1980, a QEE, em geral, começou a ser tratada com mais enfoque e os fenômenos que a afetam passaram a ser estudados mais frequentemente. O interesse na análise de harmônicos aumentou ainda mais na década de 1990 (DAS, 2015), devido à preocupação com os sistemas de alta tensão em corrente contínua (HVDC, do inglês *High Voltage Direct Current*) e com o aumento da utilização dos compensadores estáticos de reativos (SVC, do inglês *Static Var Compensator*).

Dessa forma, cada vez mais, as redes elétricas (linhas e equipamentos) passam a sofrer com os efeitos das distorções harmônicas. Diversos problemas acabam por surgir, como: falha da atuação dos equipamentos de proteção, perdas ôhmicas em linhas de transmissão e distribuição, erros em medidores de energia, dentre outros (ALVES; DA SILVA, 2012).

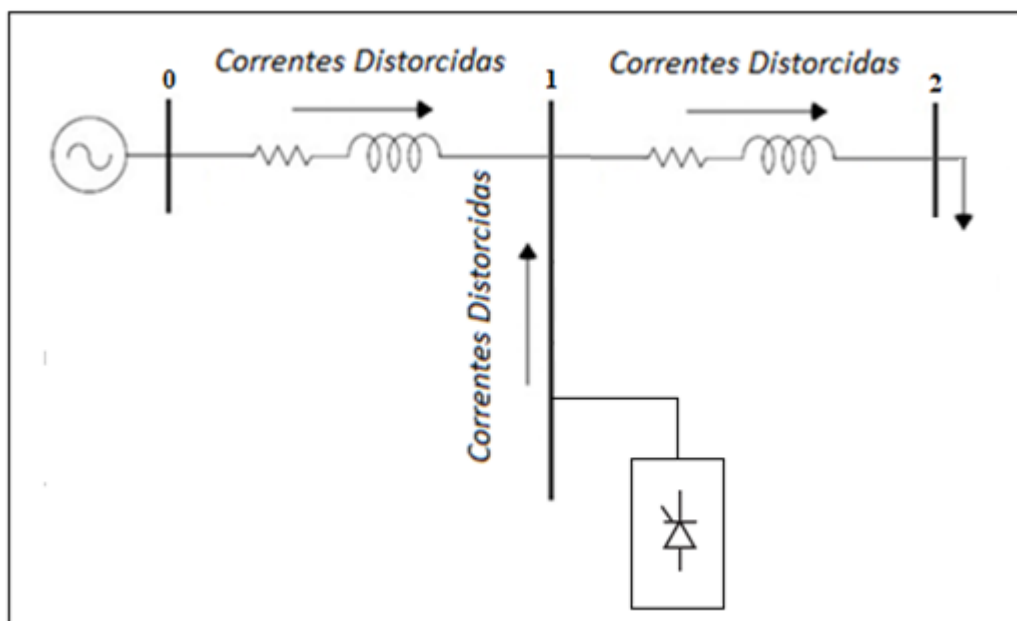
Devido a todos esses problemas citados, se torna necessário a busca por soluções que reduzam a distorção harmônica em uma rede, melhorando, assim, a QEE. A forma mais comum encontrada na literatura é através da alocação de filtros harmônicos. Existem diversos trabalhos que tratam sobre a alocação de filtros passivos (CHANG; WANG; CHU, 2014; PAMPLONA, 2006; SANTOS, 2017) e outros sobre a alocação de filtros ativos (KEYPOUR; SEIFI; YAZDIAN-VARJANI, 2004; AKMAZ; ERISTI, 2014).

Os filtros ativos, como os APLC (*Active Power Line Conditioners*), apresentam melhores

resultados em relação a redução da distorção harmônica na rede. Porém, na grande maioria das vezes, os filtros passivos são empregados, devido a sua simplicidade e custo de instalação (SWATHISRIRANJANI et al., 2017), obtendo-se resultados aceitáveis.

Como já foi mencionado, as cargas não lineares são fontes geradoras de harmônicos em um sistema elétrico de potência. Normalmente, essas cargas são consideradas fontes de corrente que injetam correntes harmônicas na rede. Na Figura 1 observa-se um alimentador para ilustrar como as tensões harmônicas são geradas em um sistema. Uma carga não linear conectada no barramento 1 gera as correntes harmônicas que irão fluir pelo sistema. Assim, através das impedâncias das linhas de distribuição (ou de transmissão) deste sistema, uma queda de tensão é produzida, originando a distorção harmônica de tensão em todos os barramentos. Ou seja, qualquer carga que venha ser conectada neste alimentador, como a carga linear no barramento 2, será submetida a uma tensão distorcida, que a depender do quão grande seja essa perturbação, pode acabar por afetar seu bom funcionamento.

Figura 1 – Alimentador com carga não linear.



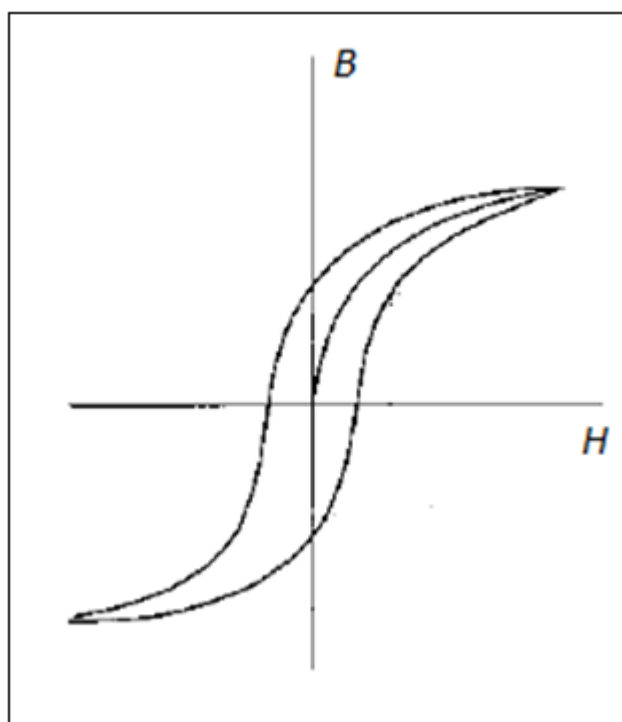
Fonte: O Autor (2019).

Como já foi mencionado anteriormente, a geração de harmônicos ocorre devido a dois tipos distintos de cargas presentes nos sistemas de potência (cargas e dispositivos não lineares), sendo ambas com características não lineares:

- a) cargas não lineares clássicas, como circuitos magnéticos, que podem saturar, gerando harmônicos. Por exemplo, transformadores quando submetidos a tensões muito elevadas

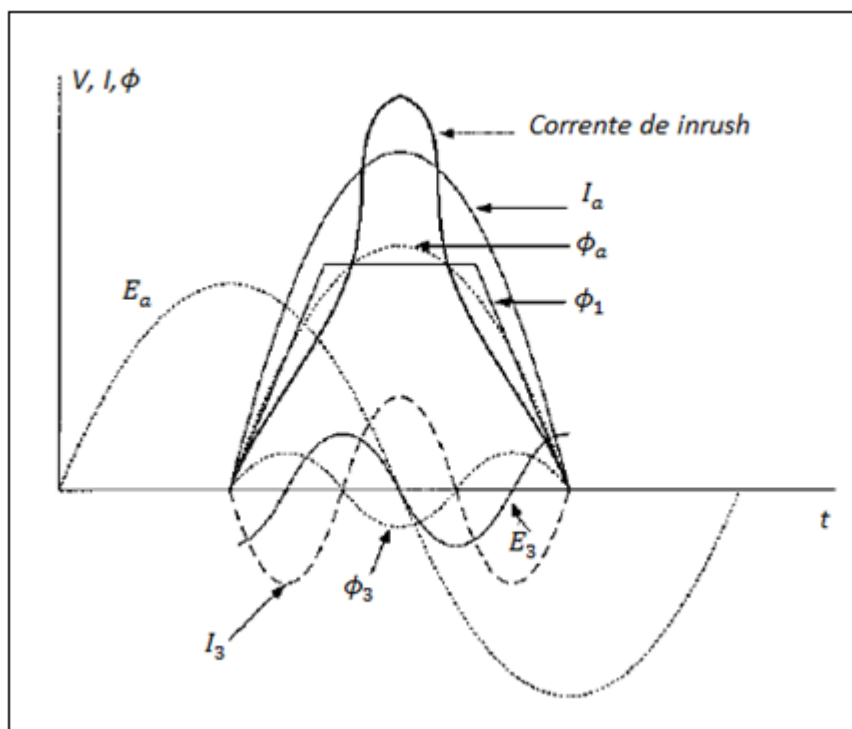
saturam, visto que a relação entre a densidade de fluxo B e a intensidade do campo magnético H é não linear, como pode ser observado na Figura 2. A Figura 3 ilustra como a corrente de *inrush* em um transformador produz harmônicos. Uma tensão senoidal E_a é aplicada ao transformador, gerando a corrente senoidal, I_a , atrasada 90° (circuito indutivo) da tensão. Porém, devido à saturação magnética, o fluxo ϕ_1 não será senoidal, e este pode ser decomposto em diversos fluxos, ou seja, o fluxo na frequência fundamental mais os fluxos das frequências múltiplas dessa fundamental. Para facilitar o entendimento, aqui foram apenas representados os fluxos ϕ_a (fluxo fundamental) e ϕ_3 (fluxo da terceira harmônica). Por sua vez, ϕ_3 está relacionado com a tensão E_3 e a corrente I_3 , que, quando somada com a corrente I_a , gera a corrente de pico, isto é, a corrente de *inrush*. Por fim, temos na Figura 4, a forma de onda da corrente de um ar-condicionado residencial padrão, operando em 220 V. A distorção harmônica em um equipamento desse tipo chega a até 10,5% (GRADY, 2012).

Figura 2 – Curva $B \times H$ de um transformador.



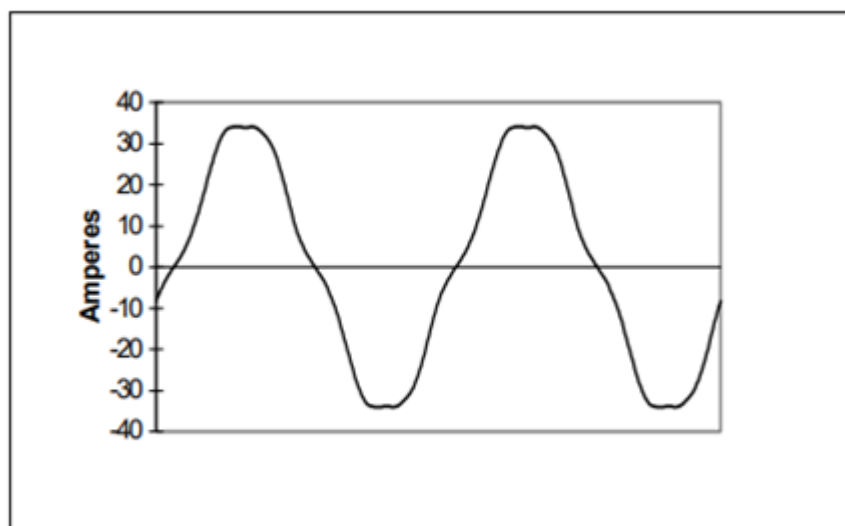
Fonte: Das (2002).

Figura 3 – Corrente de inrush no transformador.



Fonte: Das (2002).

Figura 4 – Distorção da corrente em um ar-condicionado residencial.

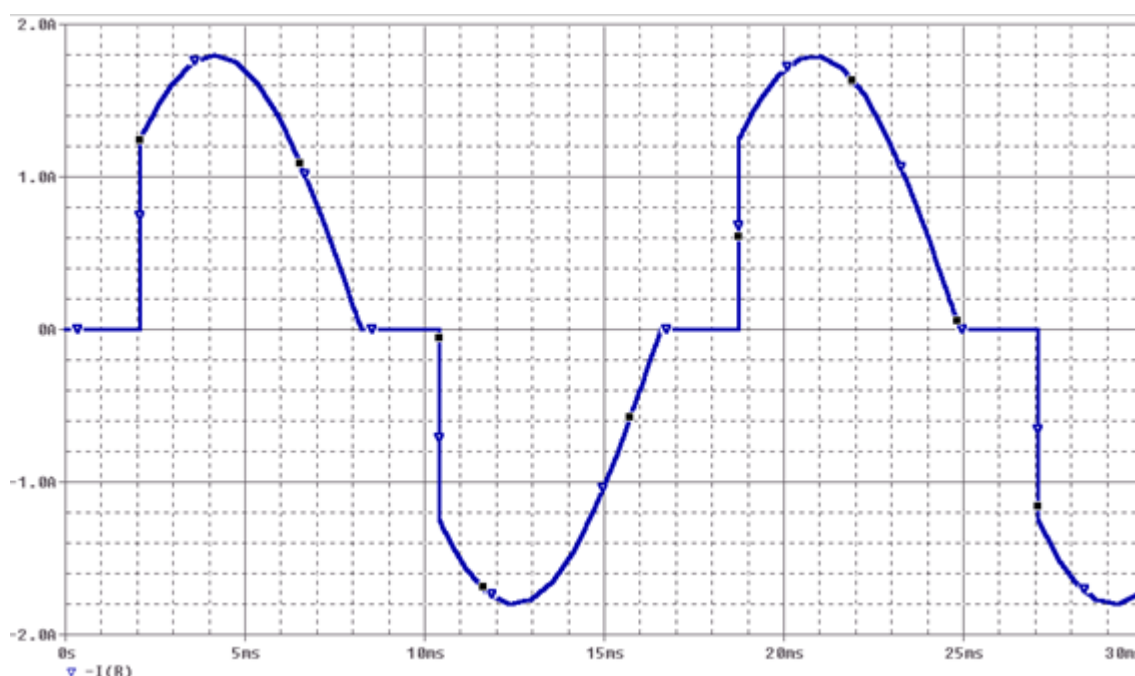


Fonte: Grady (2012).

b) harmônicos também são gerados por dispositivos de eletrônica de potência. Segundo (INGALE, 2014), a maior razão para uma má qualidade da energia elétrica é a disseminação dos aparelhos eletrônicos, a exemplo de fontes chaveadas que estão presentes em computadores, impressoras, carregadores de celulares, dentre outros. Em indústrias, esses aparelhos eletrônicos estão na forma de grandes retificadores, que são os maiores

causadores de poluições harmônicas em um sistema de potência. Um exemplo clássico desses conversores de eletrônica de potência conectado a uma carga resistiva possui tensão e corrente de saída, de acordo com a Figura 5. O dispositivo bloqueia a passagem da corrente elétrica até que o ângulo de disparo de 45° de um dos tiristores em anti-paralelo seja atingido. Assim, a corrente passa a fluir pelo sistema, aumentando senoidalmente até seu valor de pico e diminuindo depois até o momento em que o dispositivo pare de conduzir. O mesmo processo ocorre durante o semi-ciclo negativo da forma de onda, onde a partir do ângulo de disparo de 225° o outro tiristor deixa a corrente fluir pelo sistema.

Figura 5 – Forma de onda da corrente através de um conversor de eletrônica de potência.



Fonte: O Autor (2019).

Com isso, observa-se que a corrente não é mais senoidal e, sim, composta de uma série de pulsos positivos e negativos. Assim, devido à presença desses tipos de cargas no sistema, a QEE é afetada e um estudo de harmônicos deve ser realizado.

2.2 FLUXO DE HARMÔNICOS E FLUXO DE CARGA

Uma técnica conhecida para a determinação do fluxo de harmônicos, ou seja, para terminar as tensões harmônicas (e consequentemente as distorções harmônicas totais e/ou individuais) em uma rede elétrica é o Método da Injeção de Correntes (MIC), também conhecido como Método da Matriz Admitância de Barra (PENG; LO, 2013), que é amplamente utilizado em alimentadores radiais de distribuição. Trata-se de um método no domínio da frequência, em que

as tensões harmônicas nos barramentos do sistema são determinadas em todas as ordens harmônicas de interesse, e, assim, pode ser utilizado tanto para determinar harmônicas de frequências pares quanto ímpares. A viabilidade em aplicar esse método, se dá ao fato que os dados necessários são obtidos com certa facilidade em medições na prática, ou ainda, podem ser estimados. De acordo com Pamplona (2006), esse método apresenta resultados satisfatórios, embora métodos no domínio do tempo possam ser mais precisos. A desvantagem dos métodos no domínio do tempo, é que eles necessitam que todos os elementos do sistema (transformadores, linhas de distribuição, capacitores, cargas lineares e não lineares) tenham suas características e dados bem detalhados, o que nem sempre é possível de se obter em um caso real.

Para que o MIC seja aplicado, a fim de determinar as tensões harmônicas que estão poluindo a rede, é necessário antes realizar um fluxo de carga que irá determinar a magnitude e a fase das tensões em todas as barras do sistema, na frequência fundamental. Como foi mencionado anteriormente, o MIC é bastante utilizado em alimentadores radiais de distribuição e, assim, é conveniente utilizar um método de fluxo de carga que também seja aplicável para esses alimentadores. Um dos métodos utilizados nesse tipo de alimentador, e que possui boa eficiência, é conhecido como Método da Soma de Potências (MSP) (CESPEDES, 1990). Através do MSP, além do módulo e fase das tensões do sistema, também são obtidas outras grandezas, como o fluxo de potência ativa e reativa, as perdas de potências ativa e reativa e a magnitude e fase das correntes em cada barra.

2.3 MÉTODO *BRANCH-AND-BOUND*

Uma das áreas de estudo da matemática, que é muito utilizada para a solução de problemas de engenharia, é a Programação Matemática. Ela abrange diversos tipos de problemas de otimização, de acordo com o tipo da função objetivo, restrições e suas variáveis. Os problemas de otimização surgem da necessidade de se encontrar a melhor solução possível (solução ótima) entre diversas soluções para um problema.

Um problema em que tanto a função objetivo quanto as restrições (de igualdade e/ou desigualdade) são lineares, é denominado como um problema de Programação Linear (PL), e sua forma padrão pode ser observada em (1), onde x é o vetor das variáveis de decisão do problema. Um dos métodos mais conhecidos para a sua resolução é o método Simplex, que foi

desenvolvido nos anos 1940 pelo matemático Dantzig (NOCEDAL; WRIGHT, 1999).

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && c^T x \\
 &\text{sujeito a:} && Ax = b \\
 &&& x \geq 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

Em relação ao problema de alocação ótima dos filtros harmônicos de um sistema de distribuição, existem variáveis contínuas, como a tensão harmônica em uma determinada barra, e variáveis discretas (mais especificamente, binárias) que irão indicar se um filtro foi alocado ou não em alguma barra do sistema. Considerando, também, que diversas equações que envolvem a modelagem do problema são do tipo não-linear, o problema é definido como um problema de Programação Não Linear Inteiro Misto (PNLIM). Devido a todos esses aspectos, os problemas de PNLIM são considerados um dos mais difíceis de serem resolvidos (FERNANDES, 2014). Em (2) observa-se a forma padrão de um problema de PNLIM, em que $f(x, y)$ é a função objetivo, $g(x, y)$ e $h(x, y)$ são as restrições de desigualdade e igualdade, respectivamente. Em relação às variáveis, x é o vetor de variáveis contínuas enquanto que y é o vetor das variáveis discretas.

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && f(x, y) \\
 &\text{sujeito a:} && g(x, y) \leq 0 \\
 &&& h(x, y) = 0 \\
 &&& x \in X \subseteq \mathbb{R} \\
 &&& y \in Y \subseteq \mathbb{Z}
 \end{aligned} \tag{2}$$

Vários trabalhos na literatura tratam da solução de problemas de PNLIM. Lobato (2009) propõe um algoritmo para resolver problemas que são convexos, ou seja, problemas que tanto a função objetivo quanto suas restrições são convexas. Fernandes (2014) relata um algoritmo capaz de resolver problemas não-convexos sem utilizar derivadas. Melo (2012) traz duas novas abordagens para a solução de um problema de PNLIM, sendo a primeira para a solução de problemas com variáveis binárias e a segunda trata de problemas de otimização global. Todos esses trabalhos utilizam como base para a resolução do problema de otimização o método conhecido como *Branch-and-Bound* (BB). O algoritmo BB foi desenvolvido por Land e Doig (1960) para resolver problemas de Programação Linear Inteiro Misto (PLIM). Dakin (1965) modificou o algoritmo para resolver os problemas de PNLIM. Os primeiros testes para esta metodologia foram realizados no trabalho de Gupta e Ravidran (1985), em que 22 problemas

não lineares com variáveis contínuas foram modificados, ou seja, algumas das variáveis foram consideradas inteiras. O trabalho de Belotti et al. (2013) é bastante completo no que tange a PNLIM, visto que explica o método BB (tanto para problemas convexos quanto não-convexos), e também apresenta outros métodos de solução para esse tipo de problema, além de apresentar meios de modelar os mesmos, de forma que facilite a sua solução. Neste trabalho também consta uma extensa lista de aplicações da PNLIM, em diversas áreas, como a engenharia elétrica, química, de telecomunicações, dentre outras. Além de listar *solvers* computacionais que podem ser utilizados para resolver os problemas.

2.4 LINGUAGEM JULIA

A Julia é uma linguagem de programação dinâmica de alto nível (similiar a MATLAB®, Scilab, Python, entre outras), que foi projetada para atender requisitos da computação de alto desempenho numérico, científico e também para programação em geral, além de ser gratuita e de código aberto (BEZANSON et al., 2017). Uma das vantagens da linguagem Julia, é que ela é rápida como as linguagens C e Fortran.

2.4.1 Utilização da Linguagem

Julia pode ser utilizada em diversas plataformas distintas. Uma das formas é através de um *browser* de internet utilizando o JuliaBox (<<https://www.juliabox.com/>>). Esta forma é recomendada apenas para aprendizado e/ou testes rápidos, visto que o tempo de uma sessão é de apenas 90 minutos para contas gratuitas. A forma indicada para programação é realizando a instalação da Linguagem em sistemas operacionais (Windows, Linux ou macOS). Para usuários do Windows, recomenda-se uma versão posterior ao Windows 7, visto que, nesta versão, o processo de instalação é mais complexo.

2.4.2 Comandos

As linguagens Julia e MATLAB® possuem sintaxes similares, e abaixo podem ser visualizados alguns comandos da Julia:

- a) comentários no código são feitos após um #;
- b) variáveis são *Case-Sensitive*, ou seja, x é diferente de X;

- c) qualquer função criada ou estruturas condicionais (*if*) e de repetição (*for*, *while*) necessitam de um *end* para finalizar o bloco;
- d) um ponto antes de uma operação matemática (multiplicação, divisão, potência) realiza a operação elemento-elemento entre vetores ou matrizes (*.**, *./*, *.^*);
- e) um ponto e vírgula ao final de um comando oculta o resultado;
- f) *strings* de palavras devem ser escritas entre aspas.

2.4.3 Pacotes

Existem milhares de pacotes que podem ser instalados para auxiliar a programação em diversas áreas de pesquisa (otimização, plotagem de gráficos, estatística, *Machine Learning*, biologia, astrofísica, entre outros). Uma lista com todos os pacotes pode ser observada em <https://juliaobserver.com/packages>. Diversos pacotes são mantidos por usuários da comunidade Julia, e são atualizados constantemente.

Para mais informações sobre a linguagem, as seguintes páginas podem ser acessadas:

- a) documentação oficial (Manual): <https://docs.julialang.org/en/v1/>;
- b) fórum de discussão onde dúvidas podem ser sanadas por membros mais experientes da comunidade: <https://discourse.julialang.org/>;
- c) diversos tutoriais podem ser encontrados em: <https://julia.org/learning/>;

3 FLUXOS DE POTÊNCIA E DE HARMÔNICOS

Fluxo de potência (também conhecido como fluxo de carga) é uma ferramenta empregada para determinar variáveis elétricas em sistemas elétricos de potência. O fluxo de harmônicos é uma ferramenta utilizada exclusivamente para determinar as ordens harmônicas que estão afateando o sistema elétrico. A seguir, encontram-se as técnicas empregadas neste trabalho para a determinação de ambos os fluxos.

3.1 MÉTODO DA SOMA DE POTÊNCIAS

O MSP refere-se a de um método iterativo de fluxo de carga utilizado amplamente em sistemas radiais de distribuição, onde as perdas (ativas e reativas) em cada trecho, o módulo e a fase da tensão em cada barra são determinados. Uma das vantagens desse método em relação a outros conhecidos (como o método de Newton-Raphson) é a rapidez na convergência, pois o MSP não necessita realizar inversões de matrizes e converge mesmo em situações de sobrecarga do sistema (SOUSA; DE ALMEIDA; CARVALHO, 2015).

Para que este método possa ser utilizado, são necessários os seguintes dados:

- Módulo e fase da tensão da barra da subestação (origem do alimentador), resistência e reatância de cada trecho, e a potência da carga conectada em cada barra (se houver).

Inicialmente, consideram-se as perdas nulas, e os fluxos de potências são calculados das barras terminais até a barra da subestação. De posse desse fluxo, são calculados os módulos e as fases das tensões em todas as barras, partindo da barra da subestação até a última barra do alimentador.

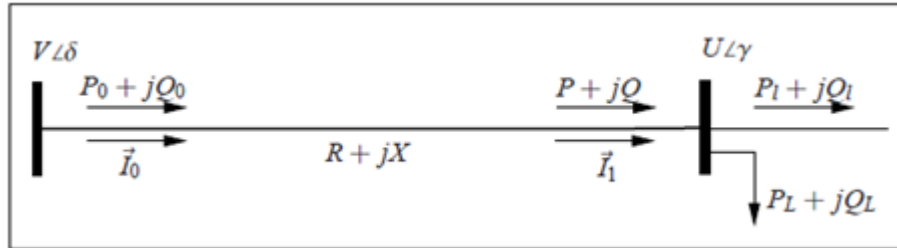
Assim, considerando o trecho do alimentador radial na Figura 6, tem-se:

- a) $\vec{V} = V \angle \delta$: Tensão conhecida na origem de um trecho;
- b) $\vec{U} = U \angle \gamma$: Tensão na barra de destino que será calculada;
- c) $\vec{I}_1 = I_1 \angle \theta^1$: Corrente que chega na barra de destino;
- d) $R + jX$: Impedância de um trecho;
- e) $P_L + jQ_L$: Carga da barra de destino;
- f) $P_l + jQ_l$: Potência complexa transferida ao próximo trecho do alimentador;

g) $P + jQ$: Potência complexa que chega a barra de destino;

h) $P_o + jQ_o$: Potência transmitida ao trecho pela barra de origem.

Figura 6 – Trecho de um alimentador radial.



Fonte: Sousa, De Almeida e Carvalho (2015).

Da figura acima, a corrente $\vec{I}_1$, pode ser determinada através da Lei de Ohm, como:

$$\vec{I}_1 = \frac{V\angle\delta - U\angle\gamma}{R + jX} \quad (3)$$

Sabendo que o conjugado da potência complexa, S^* , na barra de destino é:

$$S^* = P - jQ = \vec{U}^* \vec{I}_1 \quad (4)$$

em que $\vec{U}^* = U\angle -\gamma$.

Substituindo-se a equação (3) em (4), obtém-se:

$$\frac{P - jQ}{U\angle -\gamma} = \frac{V\angle\delta - U\angle\gamma}{R + jX} \quad (5)$$

Daí:

$$VU\angle(\delta - \gamma) - U^2 = (R + jX)(P - jQ) \quad (6)$$

Por fim, transformando a equação (6) para a forma cartesiana, e separando em parte real e imaginária, as seguintes equações são obtidas:

$$VU\cos(\delta - \gamma) = U^2 + RP + XQ \quad (7)$$

$$VU\sin(\delta - \gamma) = XP - RQ \quad (8)$$

Elevando ambas equações ao quadrado, e somando-as, encontra-se a seguinte equação biquadrada, em que a variável é o módulo da tensão na barra de destino, U :

$$U^4 + 2(RP + XQ - \frac{1}{2}V^2)U^2 + (R^2 + X^2)(P^2 + Q^2) = 0 \quad (9)$$

Da equação (9), consideram-se os parâmetros A e C abaixo, para simplificar a sua escrita:

$$A = (RP + XQ - \frac{1}{2}V^2) \quad (10)$$

$$C = (R^2 + X^2)(P^2 + Q^2) \quad (11)$$

E, resolvendo a equação biquadrada, obtém-se o parâmetro B , que pode ser observado na equação (12). Por fim, analisando as quatro possíveis soluções da equação biquadrada, observa-se que apenas uma possui sentido físico, e assim, o módulo da tensão na barra de destino é calculado de acordo com (13):

$$B = \sqrt{A^2 - C} \quad (12)$$

$$U = \sqrt{B - A} \quad (13)$$

No MSP não é necessário determinar o ângulo de fase das tensões e das correntes em cada barra, porém caso o valor dessas variáveis seja necessário para algum outro cálculo, elas podem ser determinadas, respectivamente, como:

$$\gamma = \delta - \text{sen}^{-1} \left(\frac{PX - QR}{VU} \right) \quad (14)$$

$$\theta^1 = \text{tg}^{-1} \left(\frac{\text{imag}(\vec{I}_1)}{\text{real}(\vec{I}_1)} \right) \quad (15)$$

Sendo $\text{real}(\vec{I}_1)$ e $\text{imag}(\vec{I}_1)$ as partes real e imaginária de $\vec{I}_1$.

As perdas de potência ativa e reativa em cada trecho do alimentador podem ser calculadas de acordo com as equações abaixo:

$$\Delta P = R \frac{P^2 + Q^2}{U^2} \quad (16)$$

$$\Delta Q = X \frac{P^2 + Q^2}{U^2} \quad (17)$$

Por fim, o algoritmo a seguir pode ser utilizado para implementar de forma iterativa o MSP:

- a) considerar, inicialmente, nulas todas as perdas ativas e reativas em todos os trechos;
- b) calcular o fluxo de potência, partindo do último trecho até atingir o primeiro, ou seja, até a subestação (processo de varredura reversa);
- c) calcular, para o primeiro trecho, os valores de A e C ;
- d) calcular o valor de B ;
- e) calcular o valor do módulo da tensão (U), no fim do primeiro trecho;
- f) calcular o valor da fase da tensão (γ), no fim do primeiro trecho (se necessário para algum cálculo futuro);
- g) calcular o valor da fase da corrente (θ^1), no fim do primeiro trecho (se necessário para algum cálculo futuro);
- h) calcular as perdas de potência ativa (ΔP) e reativa (ΔQ), no trecho 1;
- i) repetir os passos de c a h em todos os trechos restantes;
- j) repetir os passos de b a i até que não haja uma variação significativa nas perdas de potência, no fluxo de potência ou na tensão, entre uma iteração e outra, ou até que um número máximo de iterações seja atingido.

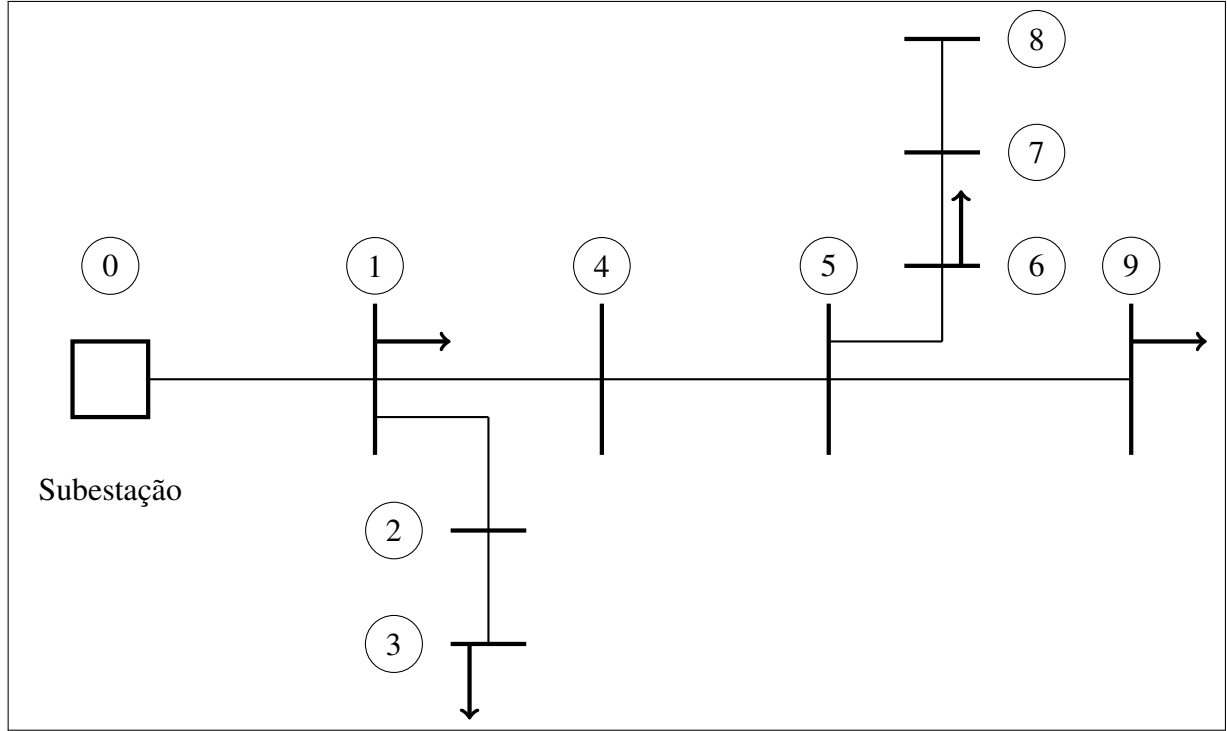
O MSP pode ser implementado de forma geral, ou seja, independentemente da topologia do alimentador radial. Uma das formas de se realizar essa implementação é definindo o nível de proximidade de uma barra, que de acordo com Gutterres (2006), ocorre da seguinte maneira:

- a) a barra da subestação tem nível zero;
- b) o nível da barra final de um trecho é $k+1$ se o nível da barra inicial deste mesmo trecho é k .

Então, como já foi mencionado, é feito o cálculo do fluxo de potência (ativa e reativa) utilizando a varredura reversa, ou seja, partindo das barras com níveis mais elevados e terminando nas barras com menores níveis. Já o cálculo da tensão é feito utilizando uma varredura direta, partindo das barras com menores níveis para as barras com níveis mais elevados. Para fins de

exemplificação, o alimentador da Figura 7 possui as barras 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 com níveis, 1, 2, 3, 2, 3, 4, 5, 6 e 4, respectivamente.

Figura 7 – Alimentador para exemplificar os níveis das barras.



Fonte: O Autor (2019).

3.2 MÉTODO DA INJEÇÃO DE CORRENTES

Através desse método, cada carga não linear do sistema é modelado como uma fonte de corrente (fonte injetora de correntes harmônicas). Assim, de acordo com Pamplona (2006), as tensões harmônicas em cada barra são calculadas através da solução do seguinte sistema:

$$\mathbf{Y}^h \mathbf{V}^h = \mathbf{I}^h \quad (18)$$

$\mathbf{I}^h$ é o vetor das correntes harmônicas que são injetadas nas barras que possuam cargas não lineares, na ordem harmônica h (vale tanto para harmônicos pares quanto ímpares, ou seja, $h = 2, 3, 4, 5, \dots, h_{max}$). Para determinar os valores que compõem $\mathbf{I}^h$, calcula-se inicialmente o valor de corrente que as cargas não lineares injetam no sistema na frequência fundamental, e através de medições do espectro harmônico dessas cargas, determina-se o valor das mesmas em todas as outras ordens harmônicas de interesse. $\mathbf{Y}^h$ é a matriz admitância de barra do sistema, que é obtida através dos modelos de cada componente do sistema. Existem várias técnicas para a solução do sistema (18), afim de se obter o vetor de tensões harmônicas $\mathbf{V}^h$. Uma delas é através da inversão explícita de $\mathbf{Y}^h$, obtendo-se $\mathbf{Y}^{h^{-1}}$. Pré-multiplicando ambos os lados de

(18) por esta matriz inversa, encontra-se o vetor de tensões harmônicas $\mathbf{V}^h$. Porém, técnicas mais eficientes, tanto do ponto de vista de precisão de solução quanto em relação ao tempo de processamento, como a eliminação Gaussiana, são mais indicadas para isso.

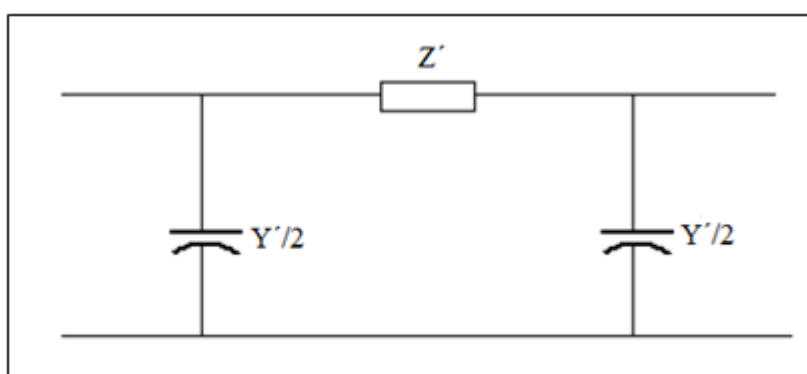
3.3 MODELOS DOS COMPONENTES DO SISTEMA

A matriz admitância de barra $\mathbf{Y}^h$ deve ser montada de acordo com os componentes que estejam conectados ao alimentador em questão, ou seja, além da admitância das linhas do alimentador, deve-se considerar a admitância de transformadores, banco de capacitores, cargas lineares, cargas não lineares e qualquer outro componente que venha a fazer parte do sistema. Ressalta-se que os valores das admitâncias de cada um desses modelos empregados devem variar com a frequência, ou seja, com a ordem harmônica de interesse. De acordo com o trabalho de Pamplona (2006), os modelos de diversos componentes encontrados usualmente em sistemas de distribuição podem ser observados a seguir.

3.3.1 Linhas de Distribuição

As linhas de distribuição podem ser representadas pelo modelo π -equivalente (RIBEIRO, 1992), através de uma impedância série e capacitâncias shunts, como o da Figura 8.

Figura 8 – Modelo π -equivalente de uma linha.



Fonte: O Autor (2019).

Este modelo ainda pode ser mais simplificado, desprezando-se as capacitâncias shunts. Duas razões encontradas na literatura para esta simplificação abrangem o fato que as linhas de distribuição geralmente são modeladas pelo modelo de linha curta ou porque as ordens harmônicas mais comuns encontradas nos sistemas de distribuição dessa capacitância é desprezível (TASK FORCE ON HARMONICS MODELING AND SIMULATION, 1996; PAMPLONA, 2006).

Assim, os trechos de um alimentador são representados apenas pela impedância série. Com isso, a admitância de cada trecho i , em cada ordem harmônica h , é:

$$y_i^h = \frac{1}{R_i + jhX_i} \quad (19)$$

em que:

- a) R_i : Resistência do trecho i ;
- b) X_i : Reatância indutiva do trecho i .

3.3.2 Transformadores

Devido a não praticidade da representação completa do modelo de um transformador, não é justificável o seu uso para estudo de harmônicos. Ribeiro (1992) afirma que as capacitâncias começam a fazer efeito apenas em frequências próximas a 10 kHz. Neves, Dommel e Xu (1995) concluem que as capacitâncias podem ser desprezadas nos casos em que as frequências máximas sejam de até 5 kHz. Dessa forma, um dos modelos utilizados para representar um transformador é uma resistência em série com a reatância de dispersão. Com isso, a admitância harmônica do transformador é:

$$y_{Ti}^h = \frac{1}{R_{Ti} + jhX_{Ti}} \quad (20)$$

em que:

- a) R_{Ti} : Resistência dos enrolamentos do transformador instalado no trecho i ;
- b) X_{Ti} : Reatância de dispersão do transformador instalado no trecho i .

3.3.3 Banco de Capacitores

Bancos de capacitores que normalmente são utilizados em sistemas de distribuição para correção de fator de potência, são representados por sua reatância capacitiva na frequência fundamental, em determinada barra i , X_{Ci}^1 :

$$X_{Ci}^1 = \frac{U_i^2}{Q_{SHUNTi}} \quad (21)$$

sendo Q_{SHUNTi} a potência reativa fornecida pelo banco de capacitores.

Consequentemente, como a admitância é o inverso dessa reatância, e em uma ordem harmônica h de interesse, para os bancos, tem-se:

$$y_{Ci}^h = hy_{Ci}^1 = h \frac{Q_{SHUNTi}}{U_i^2} \quad (22)$$

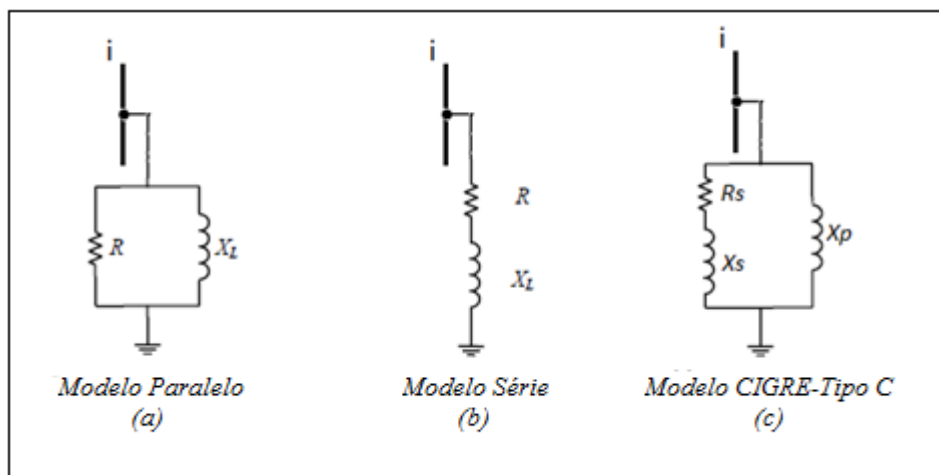
em que y_{Ci}^1 é admitância do banco de capacitor na frequência fundamental da rede, na barra i .

3.3.4 Cargas Lineares

Na literatura encontram-se diversos modelos para cargas lineares em estudos sobre harmônicos. Por exemplo, em Ribeiro (1992) quatro modelos distintos são apresentados. Como na prática, geralmente se tem os valores das potências ativas e reativas consumidas pelas cargas, são utilizados esses valores para determinar os parâmetros (resistências e reatâncias indutivas) das mesmas. Em posse desses parâmetros, representa-se o modelo, através de uma combinação série ou paralelo dessas resistências e reatâncias indutivas.

Na Figura 9 são apresentados três modelos distintos. Na Figura 3.4a, a carga linear é representada por uma combinação em paralelo de uma resistência e uma reatância indutiva. Na Figura 3.4b a carga linear é representada por combinação em série da resistência e da reatância indutiva. O último modelo (Figura 3.4c) é conhecido como modelo CIGRE-Tipo C, que segundo Das (2002), foi derivado de experimentos.

Figura 9 – Diferentes modelos de cargas lineares.



Fonte: Adaptado de Pamplona (2006).

Se a carga linear for representada pelo modelo paralelo (Figura 3.4a), a sua admitância

harmônica, em uma barra i , é:

$$y_{CLi}^h = \frac{1}{R} + \frac{1}{jhX_L} \quad (23)$$

em que:

- a) $R = \frac{U_i^2}{\bar{P}_i}$;
- b) $X_L = \frac{U_i^2}{\bar{Q}_i}$;
- c) $\bar{P}_i$: potência ativa total da carga linear na barra i ;
- d) $\bar{Q}_i$: potência reativa total da carga linear na barra i .

Assim, a admitância de uma carga linear no modelo paralelo pode ser determinada também pela equação (24):

$$y_{CLi}^h = \frac{U_i^2}{\bar{P}_i} - j \frac{\bar{Q}_i}{hU_i^2} \quad (24)$$

Caso seja representada através do modelo série (Figura 3.4b), sua admitância será dada pela equação (25):

$$y_{CLi}^h = \frac{1}{R + jhX_L} \quad (25)$$

em que:

- a) $R = U_i^2 \frac{\bar{P}_i}{\bar{P}_i^2 + \bar{Q}_i^2}$;
- b) $X_L = U_i^2 \frac{\bar{Q}_i}{\bar{P}_i^2 + \bar{Q}_i^2}$.

E quando a carga for representada pelo modelo CIGRE-Tipo C, sua admitância será calculada de acordo com (26):

$$y_{CLi}^h = \frac{1}{R_s + jhX_s} + \frac{1}{jhX_p} \quad (26)$$

em que:

- a) $R_s = \frac{U_i^2}{\bar{P}_i}$;
- b) $X_s = 0,0073hR_s$;

$$c) X_p = \frac{hR_s}{6,7 \frac{\bar{Q}_i}{\bar{P}_i} - 0,74}.$$

3.3.5 Cargas Não Lineares

Como já foi mencionado anteriormente, cargas não lineares são consideradas fontes injetoras de correntes harmônicas e, assim, o método da injeção de correntes é aplicável. Considera-se que uma fonte de corrente é proveniente de todas as cargas não lineares presentes em determinada barra do alimentador de distribuição. Assim, o valor de cada fonte de corrente harmônica, em uma barra i , na frequência fundamental da rede, é:

$$I_i^1 = \left(\frac{\tilde{P}_i + j\tilde{Q}_i}{U_i} \right)^* \quad (27)$$

em que:

- a) $\tilde{P}_i$: Potência ativa total da carga não linear na barra i ;
- b) $\tilde{Q}_i$: Potência reativa total da carga não linear na barra i .

Em certa ordem harmônica h de interesse, a magnitude de cada fonte de corrente assumirá um valor distinto, como pode ser observado em (28):

$$I_i^h = C_i(h) |I_i^1| \quad (28)$$

em que $C_i(h)$ é o percentual do espectro da corrente harmônica na i -ésima barra, na ordem harmônica h . Por exemplo, na frequência fundamental, $C_i(1) = 1$, ou seja, 100%. Este percentual geralmente é estimado, visto que nem sempre é possível fazer medições para obter o espectro real das cargas não lineares (SANTOS, 2017).

Já os ângulos de fase das fontes injetoras de harmônicos, θ_i^h , são determinados de acordo com ângulos do espectro da carga não linear em cada ordem harmônica h :

$$\theta_i^h = \theta_{espi}^h + h(\theta_i^1 - \theta_{espi}^1) \quad (29)$$

em que:

- a) θ_{espi}^h : ângulo de fase do espectro de corrente harmônica na i -ésima barra, na ordem harmônica h ;
- b) θ_i^1 : ângulo de fase da corrente harmônica na i -ésima barra, na frequência fundamental;

- c) θ_{espi}^1 : ângulo de fase do espectro de corrente harmônica na i -ésima barra, na frequência fundamental.

Ou seja, é feito um ajuste no ângulo das fontes de correntes injetoras, de acordo com estimativas (ou medições) feitas dos ângulos do espectro da carga não linear. Este ajuste geralmente é feito quando existe mais de uma fonte de corrente harmônica no sistema (TASK FORCE ON HARMONICS MODELING AND SIMULATION, 2001).

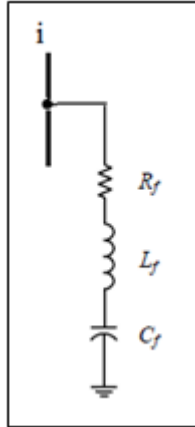
3.3.6 Filtros Harmônicos Passivos

Em sistemas nos quais os níveis de distorções harmônicas estejam elevados, ou seja, acima de valores de referência estabelecidos em normas técnicas, se faz necessário a utilização de filtros para a redução destes níveis. Por exemplo, uma das normas que abordam esses limites é IEEE Standard 519 (2014), na qual se considera limites tanto para as distorções harmônicas individuais quanto para as distorções harmônicas totais. No Brasil, as normas são determinadas pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL, 2019), no Módulo 8, dos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional (PRODIST).

Filtros passivos são uma combinação série e/ou paralelo de resistores, indutores e capacitores, cujos parâmetros são mutuamente dependentes e calculados para operar em uma frequência específica, denominada de frequência de sintonia do filtro. Ele funciona como um caminho de baixa impedância, desviando do sistema parte da corrente harmônica.

Naturalmente, os locais para a alocação de filtros harmônicos são as barras com maiores distorções harmônicas ou as barras com as maiores cargas não-lineares. Porém, após a instalação de um filtro em um sistema elétrico, o fluxo harmônico pode alterar significativamente. Com isso, a tarefa de otimização, de encontrar o melhor local para alocar um filtro, pode se tornar bastante complexa, pois todo o sistema deverá ser analisado (VARIZ et al., 2012). Por questão de simplicidade, o filtro conhecido como *filtro sintonizado* será utilizado neste trabalho, e na Figura 10 encontra-se sua ilustração.

Figura 10 – Filtro Sintonizado.



Fonte: Adaptado de Pamplona (2006).

A impedância de um filtro sintonizado em uma ordem harmônica h , é:

$$Z_f^h = R_f + j(X_{L_f}^h - X_{C_f}^h) \quad (30)$$

Sendo $X_{L_f}^h$ e $X_{C_f}^h$ as reatâncias indutiva e capacitiva do filtro, respectivamente, na ordem harmônica h , e R_f a sua resistência. Então, a admitância do filtro, em uma barra i na ordem harmônica h , é o inverso de (30), isto é:

$$y_{fi}^h = \frac{1}{R_{fi} + j(hX_{L_{fi}} - \frac{X_{C_{fi}}}{h})} \quad (31)$$

Para determinar os valores da resistência, indutância e capacitância do filtro, se faz necessário o entendimento sobre a frequência de sintonia (ou de ressonância) do filtro, f_s (Hz), que é a frequência na qual as reatâncias capacitivas e indutivas são iguais, ou seja:

$$X_{L_f} = X_{C_f} \quad (32)$$

$$2\pi f_s L_f = \frac{1}{2\pi f_s C_f} \quad (33)$$

$$f_s = \pm \frac{1}{2\pi \sqrt{L_f C_f}} \quad (34)$$

Como uma frequência negativa não possui sentido físico neste caso, obtém-se a equação 35 abaixo:

$$f_s = \frac{1}{2\pi \sqrt{L_f C_f}} \quad (35)$$

Sabendo-se que a frequência angular na frequência fundamental (rad/s) é dada pela equação (36), obtém-se a frequência de sintonia angular, ω_s (rad/s), e a ordem harmônica de ressonância (também conhecida como frequência de sintonia do filtro), h_s :

$$\omega_1 = 2\pi f \quad (36)$$

$$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (37)$$

$$h_s = \frac{1}{\omega_1 \sqrt{L_f C_f}} \quad (38)$$

sendo, L_f e C_f os valores nominais da indutância e capacitância do filtro, respectivamente. Como já foi mencionado, na frequência de sintonia as reatâncias indutivas e capacitivas são iguais. Dessa forma, como a impedância do filtro é composta apenas por uma resistência, define-se a seguinte variável na ordem harmônica de ressonância:

$$X_f = X_{L_f}^{h_s} = X_{C_f}^{h_s} \quad (39)$$

em que:

$$\text{a) } X_{L_f}^{h_s} = \omega_s L_f;$$

$$\text{b) } X_{C_f}^{h_s} = \frac{1}{\omega_s C_f}.$$

Usualmente, se determina a resistência, indutância e capacitância do filtro, através da quantidade de módulos capacitivos que serão utilizados para compô-lo. Então, de acordo com 40, pode ser calculada a reatância capacitiva do filtro harmônico na frequência fundamental:

$$X_{C_f}^1 = \frac{U_i^2}{k Q_c} \quad (40)$$

Onde k representa o número de módulos capacitivos que irão compor o filtro, e Q_c a potência reativa de cada módulo.

Assim, a capacitância do filtro é:

$$C_f = \frac{1}{\omega_1 X_{C_f}^1} \quad (41)$$

Elevando ambos os lados de (38) ao quadrado, obtém-se a relação abaixo:

$$X_{Lf}^1 = \frac{X_{Cf}^1}{h_s^2} \quad (42)$$

Com o auxílio de (42), obtém-se o valor da indutância do filtro, de acordo com:

$$L_f = \frac{X_{Lf}^1}{\omega_1} \quad (43)$$

Por fim, dado o fator de qualidade de um filtro, f_Q , que determina a largura de banda que o filtro poderá operar sem problemas, a resistência do filtro é:

$$R_f = \frac{X_f}{f_Q} = \frac{X_{Cf}}{f_Q h_s} \quad (44)$$

Por questão de simplificação, a admitância do filtro, em uma barra i na ordem harmônica h , pode ser expressa apenas em termos da sua reatância capacitiva:

$$y_{fi}^h = \frac{1}{\frac{X_{Cfi}}{f_Q h_{si}} + j \left(\frac{h X_{Cfi}}{h_{si}^2} - \frac{X_{Cfi}}{h} \right)} \quad (45)$$

Para sistemas de distribuição, se atribui um valor entre 50 e 150 para o fator de qualidade (CZARNECKI; GINN, 2004).

Além de reduzir a distorção harmônica, os filtros harmônicos fornecem potência reativa à rede elétrica, visto que eles possuem capacitores em sua composição. Segundo Chang e Chang (1998), a partir da equação abaixo, a potência reativa fornecida por um filtro passivo sintonizado pode ser calculada, na frequência fundamental da rede:

$$Q_f = \frac{h_s^2}{h_s^2 - 1} k Q_c \quad (46)$$

Assim, todos os componentes do sistema são modelados e um fluxo de harmônicos pode ser implementado pelo MIC para obter as tensões harmônicas e, conseqüentemente, os níveis de distorção harmônica do sistema.

3.4 TERMINOLOGIAS E VALORES DE REFERÊNCIA

Como dito, a ANEEL determina os valores de referências de grandezas associadas aos estudos sobre harmônicos. Essas grandezas e seus respectivos valores de referência (limites)

podem ser encontrados no Módulo 8 do PRODIST. A primeira grandeza é definida como Distorção Harmônica Individual de Tensão (DIT_i^h), que expressa a amplitude percentual da tensão harmônica de ordem h , em cada barra i , em relação à tensão na frequência fundamental, i. e:

$$DIT_i^h = \frac{V_i^h}{U_i} * 100\% \quad (47)$$

A outra grandeza é definida como Distorção Harmônica Total de Tensão (DTT_i), que é o grau de distorção total, em cada barra i , em relação à componente fundamental.

A última revisão do Módulo 8 separa ainda a DTT_i em três indicadores diferentes, sendo um para as componentes harmônicas pares não múltiplas de 3, outro para componentes ímpares não múltiplos de 3 e outro para componentes múltiplos de 3. Ressalta-se que as equações para o cálculo desses três indicadores são idênticas, variando apenas as ordens harmônicas que serão utilizadas. Matematicamente, é a raiz quadrada do somatório de todas as tensões harmônicas ao quadrado, na barra i , em relação à componente fundamental. Pode ser entendida como o valor eficaz das componentes harmônicas da forma de onda distorcida. Neste estudo, como apenas as harmônicas ímpares foram consideradas, as duas equações utilizadas para os cálculos da DTT_i podem ser observadas em (48) e em (49).

$$DTTI_i = \frac{\sqrt{\sum_{h=5}^{hmax} V_i^{h^2}}}{U_i} * 100\%, h = 5, 7, 11, 13, 17, \dots \quad (48)$$

$$DTT3_i = \frac{\sqrt{\sum_{h=3}^{hmax} V_i^{h^2}}}{U_i} * 100\%, h = 3, 9, 15, 21, 27, \dots \quad (49)$$

onde $DTTI_i$ representa a Distorção Harmônica de Tensão para componentes ímpares não-múltiplas de 3, na barra i , enquanto que $DTT3_i$ representa a Distorção Harmônica de Tensão para componentes ímpares múltiplas de 3, na barra i .

Observa-se que é necessário para o cálculo desses índices a tensão nominal em cada barra, U_i , que deve ser determinada através de um fluxo de carga. E, ressalta-se que estes índices também são válidos para o cálculo de distorção harmônica de corrente, desde que sejam substituídas as tensões por correntes.

Ainda, segundo as normas do PRODIST, os valores de referência para as distorções de tensão com componentes ímpares múltiplas de 3 e não múltiplas de 3 são indicados na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores de referência para as distorções harmônicas totais de tensão.

Indicador	Tensão Nominal do Barramento		
	$V_n \leq 1kV$	$1kV \leq V_n \leq 69kV$	$69kV \leq V_n \leq 230kV$
$DTTI_i$	7,5%	6%	4%
$DTT3_i$	6,5%	5%	3%

Fonte: ANEEL (2019).

Por fim, ressalta-se que, na última revisão do Módulo 8, a ANEEL retirou os valores de referência para as distorções harmônicas individuais de tensão, por isso elas não serão consideradas neste trabalho.

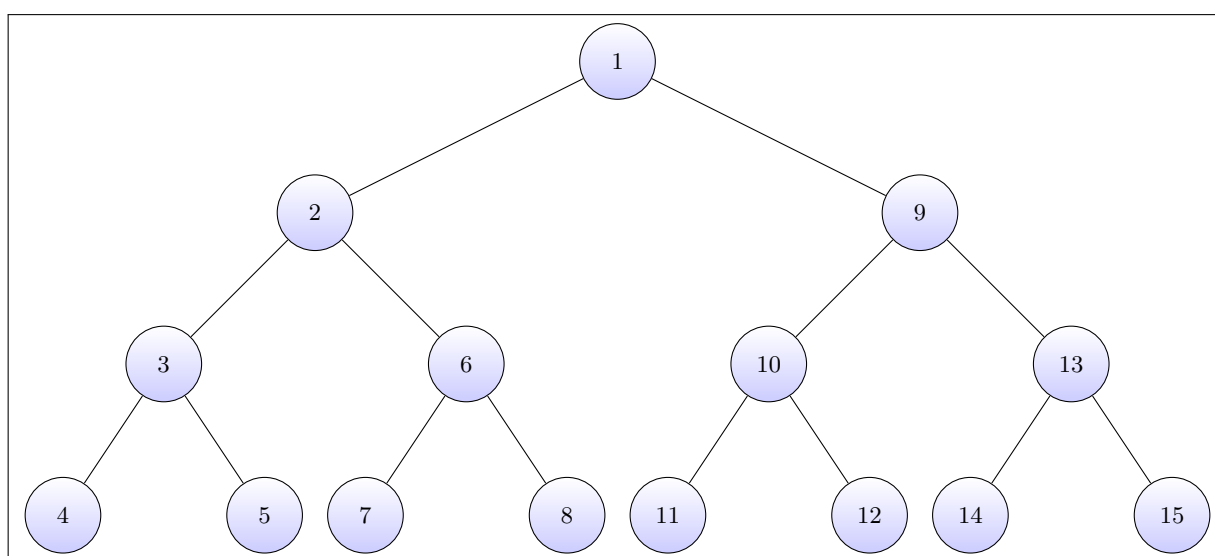
4 MÉTODO *BRANCH-AND-BOUND*

Na literatura, encontram-se alguns métodos para solucionar problemas de otimização que possuam variáveis inteiras e contínuas. O método da aproximação externa (*Outer Approximation*) e o método *Branch-and-Bound* são amplamente utilizados para essa finalidade. Neste trabalho, foi utilizada a técnica *Branch-and-Bound*, apresentada com mais detalhes a seguir.

4.1 *BRANCH-AND-BOUND*

O método *Branch-and-Bound* (Ramificar e Limitar) usa a filosofia de dividir para conquistar. Em outras palavras, tem-se um problema de otimização inicial de maior complexidade, que vai aos poucos sendo transformado em subproblemas mais fáceis de serem resolvidos, até chegar na solução ótima. A Figura 11 ilustra uma típica árvore de enumeração que é criada ao longo da solução do problema através desse método, em que cada nó representa um subproblema a ser resolvido e cada ramo uma nova restrição a ser considerada.

Figura 11 – Árvore de busca do *Branch-and-Bound* (Busca em profundidade).



Fonte: O Autor (2019).

A técnica consiste em dividir a região viável do problema (*Branch*) e a partir daí serão determinados limites inferiores e superiores para a função objetivo (*Bound*). Essa ramificação e limitação (conhecidos também como partição e avaliação) possibilitam a eliminação de alguns nós da árvore de busca, evitando a resolução de alguns subproblemas e acelerando o processo de obtenção da solução ótima (FERNANDES, 2014).

O BB é um método determinístico e exato, da área de otimização global, visto que o ótimo encontrado é o ótimo global. Sua aplicação varia desde a Programação Inteira (PI) até a PNLIM.

Existem três conceitos fundamentais que formam a base do BB, a relaxação, a partição e a eliminação.

4.1.1 Relaxação

O objetivo da relaxação é encontrar um novo problema, que será mais simples de resolver do que o problema inicial. Esta relaxação geralmente é feita removendo a restrição de integridade do problema original (relaxação contínua), ou seja, se considera que as variáveis inteiras são reais e, assim, um problema de PNLIM passa a ser de Programação Não-Linear (PNL) (LOBATO, 2009). Por exemplo, relaxando o problema (2), obtém-se o seguinte problema:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && f(x, y) \\
 &\text{sujeito a:} && g(x, y) \leq 0 \\
 &&& h(x, y) = 0 \\
 &&& x \in X \subseteq \mathbb{R} \\
 &&& y \in Y_R \subseteq \mathbb{R}
 \end{aligned} \tag{50}$$

Ou seja, Y_R é um conjunto com variáveis reais limitado, da seguinte forma:

$$Y_R = \{y \in \mathbb{R} : y_l \leq y \leq y_u\} \tag{51}$$

onde y_l e y_u , são os limites inferiores e superiores na variável y , respectivamente. A relaxação aumenta o espaço de busca do problema original, visto que um tipo de restrição está sendo ignorado. Assim, as seguintes propriedades são válidas tanto para o problema original (2), quanto para o problema relaxado (50):

- a) se o problema relaxado não tem uma solução viável, o problema original também não tem;
- b) se z_p é o valor ótimo do problema original, e z'_p o valor ótimo do problema relaxado, então $z'_p \leq z_p$. Em outras palavras, a solução do problema relaxado fornece um limite inferior para a solução do problema original;
- c) se a solução do problema relaxado é viável também para o problema original, então ela também é solução desse último.

Assim, o nó 1 da árvore de busca da Figura 11 (conhecido como nó raiz) é o problema inicial relaxado, que é um problema de PNL. A partir daí, vão sendo resolvidos todos os subproblemas relaxados e duas situações podem ocorrer:

- a) se a solução obtida para um subproblema possui valores inteiros para todas as variáveis inteiras do problema original, então a solução correspondente é um limite superior, $\bar{z}_p$, da solução original do problema;
- b) se a solução obtida para um subproblema não possui valores inteiros para todas as variáveis inteiras do problema original, então a solução correspondente é um limite inferior, z_p , da solução original do problema.

Ou seja, ao longo da resolução dos subproblemas da árvore, vão sendo obtidos limites superiores e inferiores, até se encontrar a solução ótima. Sempre que se obtenha uma solução não inteira, será necessário ramificar a árvore, gerando dois novos subproblemas, pelo processo conhecido como partição.

4.1.2 Partição

A partição envolve um processo de escolha de variável e escolha de nó a ser resolvido. A ramificação da árvore de busca sempre é relacionada com alguma variável inteira que assumiu um valor não inteiro.

4.1.2.1 Escolha da Variável

Segundo Belotti et al. (2013), existem muitas possibilidades de escolher qual variável será escolhida para a ramificação, como por exemplo:

- a) escolhe-se aleatoriamente uma variável inteira que assumiu um valor não inteiro;
- b) escolhe-se uma variável que não assumiu um valor inteiro, que esteja mais próxima do seu valor inteiro;
- c) a escolha pode ser realizada de acordo com o interesse do usuário. Por exemplo, caso haja variáveis inteiras e binárias, se dá prioridade as variáveis binárias.

Supondo o nó k na árvore de busca, cuja solução é (x^k, y^k) . E supondo que a variável escolhida para fazer a partição seja y_i^k . Duas ramificações, consequentemente, dois novos subproblemas são criados, que introduzem limites simples sobre a variável y_i^k .

- a) adiciona-se a restrição $y_i \leq \lfloor y_i^k \rfloor$ a um dos subproblemas;
- b) adiciona-se a restrição $y_i \geq \lfloor y_i^k \rfloor + 1$ ao outro subproblema.

Em que $\lfloor y \rfloor$ representa a função chão, que converte um número real y no maior inteiro menor ou igual a y . Por exemplo, em dado subproblema, após a sua solução, foi encontrado o valor $y = 3,7$ para uma variável que deveria ser inteira. Então esse problema é ramificado em dois novos subproblemas, sendo que um terá a restrição $y \leq 3$ e o outro terá a restrição $y \geq 5$. Seja o nó k (nó-pai) e os nós $k + 1$ e $k + 2$ (nós-filhos), eles possuem uma relação entre si, visto que os filhos representam o mesmo problema do pai, acrescido de uma restrição simples. Daí, observa-se que o valor da função objetivo em um nó filho será sempre maior (no caso de um problema de minimização) que o valor da função objetivo do seu nó pai, se ela existir.

4.1.2.2 Escolha do Nó

Após a ramificação, é necessário escolher um nó que será resolvido primeiro. Assim, a depender dessa ordem de escolha, a árvore terá uma enumeração diferente. A seguir, observa-se os dois métodos mais comumente usados para a escolha de um nó.

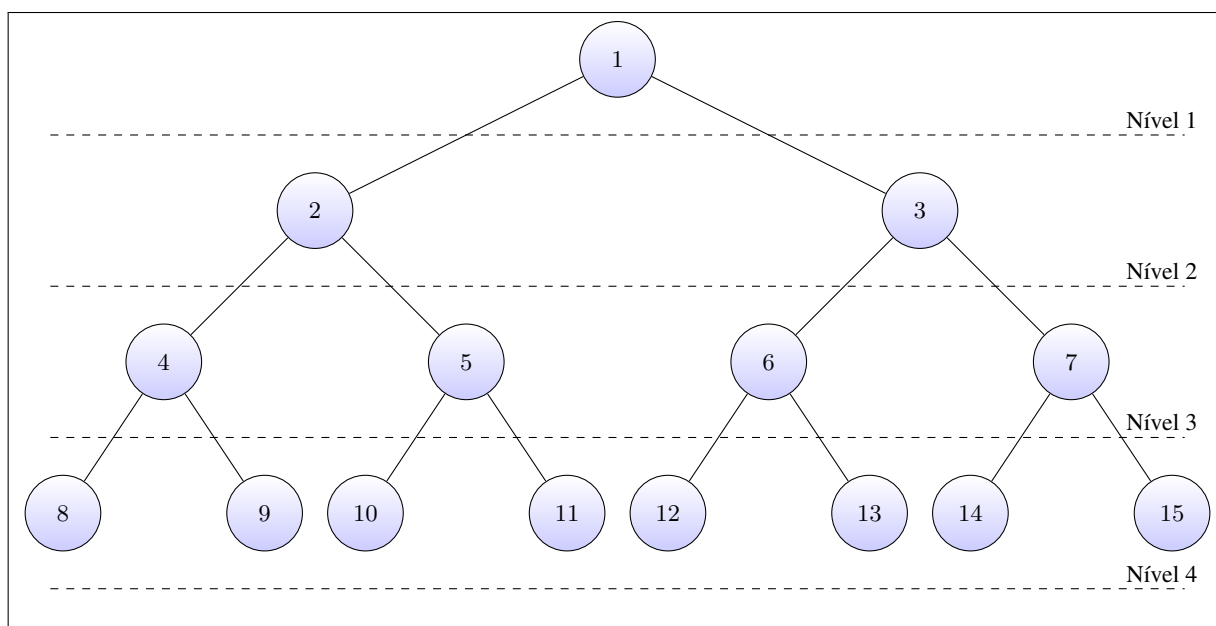
- a) escolha em profundidade (LIFO – *Last-In-First-Out*);
- b) escolha em largura (FIFO – *First-In-First-Out*).

A pesquisa em profundidade sempre seleciona o último subproblema gerado pelo algoritmo, ou seja, sempre será um dos nós filhos do nó atual. No caso de um nó ser eliminado (as formas de eliminação serão explicadas mais a frente), recua-se na árvore até encontrar um nó que possua filhos não explorados. A grande vantagem desse método é que os valores ótimos geralmente se encontram em camadas mais profundas da árvore e, por isso, os limites superiores são encontrados mais cedo. Esse é o método mais comumente utilizado (FERNANDES, 2014). A Figura 11 ilustra como seria a enumeração (ordem de solução dos nós) para a escolha em profundidade.

A pesquisa em largura sempre resolve os nós por níveis, como ilustrado na Figura 12. Uma analogia à busca em profundidade seria que, neste caso, são resolvidos primeiro os “nós irmãos”. Ou seja, os subproblemas gerados são inseridos no final da lista e o próximo que será resolvido é o primeiro dessa lista. Em outras palavras, sendo o nó 1 no nível 1, o problema inicial relaxado, que após a sua solução, gera os nós 2 e 3 no nível 2. Resolve-se então o nó 2,

e conseqüentemente o nó 3. Mas, como geralmente os pontos ótimos são encontrados em profundidade na árvore, esse método é menos utilizado em relação à pesquisa em profundidade. Esta estratégia é preferível quando a solução se encontra em níveis mais elevados da árvore, reduzindo, assim, a quantidade de nós que serão explorados.

Figura 12 – Árvore de busca do *Branch-and-Bound* (Busca em largura).



Fonte: O Autor (2019).

4.1.3 Eliminação

O método BB pode se tornar muito exaustivo se forem consideradas todas as possibilidades (combinações) de variáveis inteiras, visto que o número de subproblemas irá aumentar exponencialmente. A eliminação tem como objetivo diminuir a quantidade de nós que serão resolvidos, ou seja, cortar alguns ramos da árvore. Existem três regras para a eliminação de um nó, que são:

- eliminação por Inviabilidade:** O subproblema relaxado não tem solução viável (consequentemente, o problema de PNLIM também não tem);
- eliminação por Avaliação:** O limite inferior da função objetivo que foi obtido é maior ou igual ao valor da melhor solução obtida até o momento;
- eliminação por Otimalidade:** A solução do problema relaxado também é solução do problema original (ou seja, não há necessidade de ramificar).

Todos estes conceitos apresentados até aqui são utilizados na resolução de problemas de PLIM e também nos problemas de PNLIM convexos ou não-convexos. O algoritmo do BB pode ser encontrado em Leyffer (1993), Melo (2012) e Fernandes (2014).

Deve-se ressaltar que, para problemas não convexos, ou seja, quando a função objetivo e/ou as restrições são funções não convexas, modificações devem ser realizadas no algoritmo, visto que mesmo após a relaxação do problema, a sua região viável pode ser não convexa e, além disso, o problema relaxado pode ter vários ótimos locais e globais em sua solução (BELOTTI et al., 2013; FERNANDES, 2014).

Uma das formas de resolver os problemas de PNLIM não convexos, é obter a sua relaxação convexa. Essa relaxação é obtida a partir de um processo de fatorização, que adiciona novas variáveis (variáveis auxiliares) e restrições para que no problema de PNLIM resultante seja mais fácil de se obter um limite inferior do que seria no problema original. Esse processo de fatorização (e muitas outras técnicas para auxiliar no processo de convergência) é utilizado no *solver Couenne (Convex Over and Under Envelopes for Nonlinear Estimation)* (BELOTTI et al., 2013). Neste trabalho, o Couenne foi utilizado para resolver o problema de otimização, que consiste na alocação, quantificação e parametrização ótima dos filtros harmônicos no sistema de distribuição.

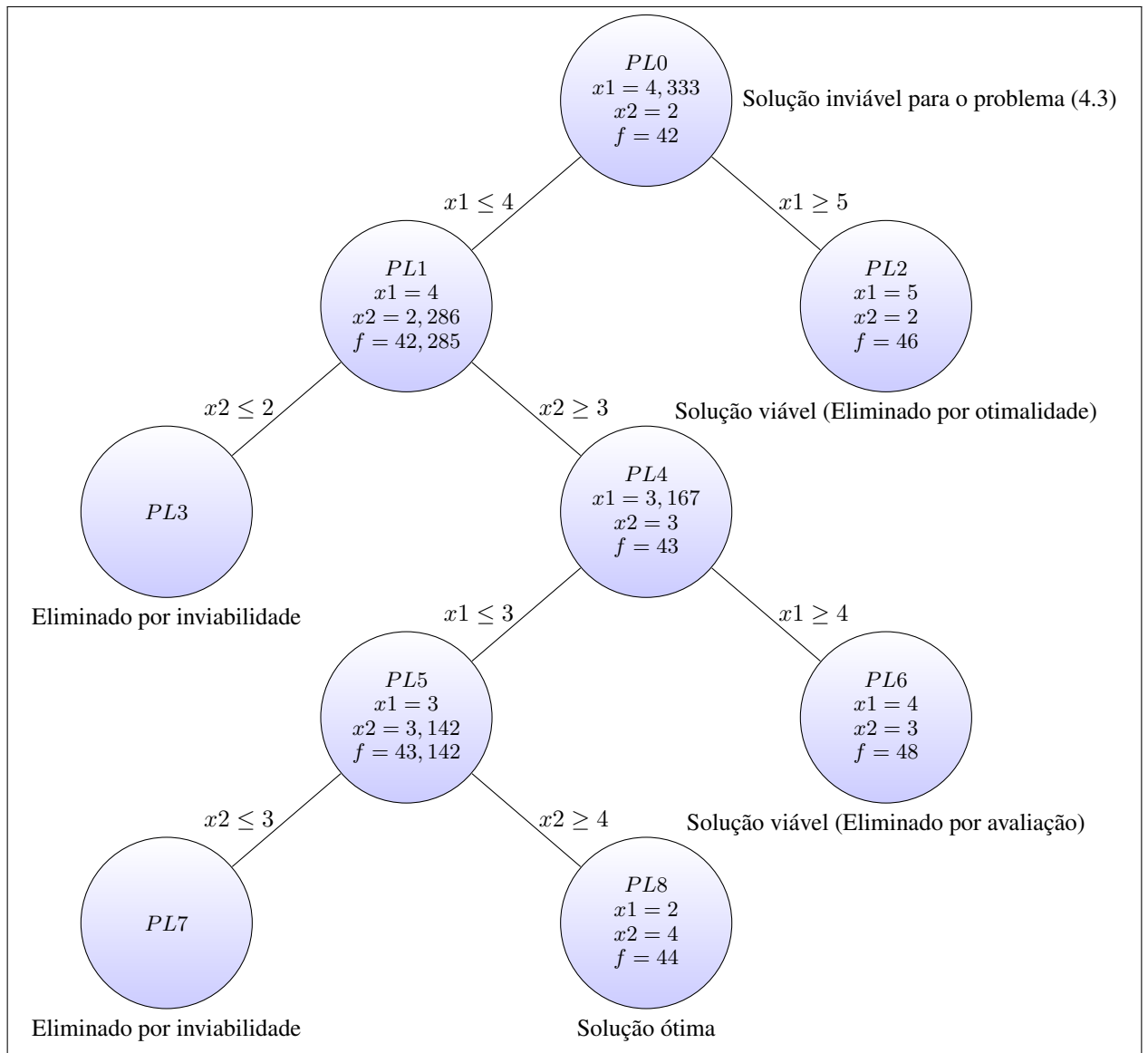
4.2 EXEMPLO NUMÉRICO

Segue um pequeno exemplo de um problema de PLIM para melhor exemplificar o método BB. Ressalta-se que o mesmo processo ocorre em problemas de PNLIM, apenas o método de solução dos problemas relaxados é que irá mudar.

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && 6x_1 + 8x_2 \\
 &\text{sujeito a:} && 6x_1 + 7x_2 \geq 40 \\
 &&& x_2 \geq 2 \\
 &&& x_1, x_2 \in \mathbb{Z}^+
 \end{aligned} \tag{52}$$

A Figura 13 ilustra como os limites superiores e inferiores da função objetivo vão sendo obtidos em cada nó do problema. Também pode-se observar a poda da árvore em alguns nós. Na Tabela 3 estão detalhados todos os subproblemas relaxados.

Figura 13 – Árvore de busca do exemplo numérico.



Fonte: O Autor (2019).

Tabela 3 – Subproblemas relaxados do exemplo numérico.

PL0	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	PL5	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \leq 4$ $x_2 \geq 3$ $x_1 \leq 3$ $x_1, x_2 \geq 0$
PL1	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \leq 4$ $x_1, x_2 \geq 0$	PL6	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \leq 4$ $x_2 \geq 3$ $x_1 \geq 4$ $x_1, x_2 \geq 0$
PL2	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \geq 5$ $x_1, x_2 \geq 0$	PL7	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \leq 4$ $x_2 \geq 3$ $x_1 \leq 3$ $x_2 \leq 3$ $x_1, x_2 \geq 0$
PL3	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \leq 4$ $x_2 \leq 2$ $x_1, x_2 \geq 0$	PL8	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \leq 4$ $x_2 \geq 3$ $4x_1 \leq 3$ $x_2 \geq 4$ $x_1, x_2 \geq 0$
PL4	minimize $6x_1 + 8x_2$ sujeito a: $6x_1 + 7x_2 \geq 40$ $x_2 \geq 2$ $x_1 \leq 4$ $x_2 \geq 3$ $x_1, x_2 \geq 0$		

Fonte: O Autor (2019).

Neste trabalho, as simulações foram realizadas no software ATOM, onde os códigos foram escritos na linguagem de programação Julia 0.6.3. Além da linguagem Julia, foi necessário utilizar a linguagem JuMP 0.18, especificamente para escrever o problema de otimização. A JuMP também é uma linguagem em código aberto, que permite o usuário escrever uma grande variedade de problemas de otimização (linear, não linear, quadrático, semi-definido, inteiro-misto, não linear inteiro-misto, entre outros) em uma sintaxe algébrica de alto nível, ou seja,

o código é escrito de forma similar ao modelo matemático criado, facilitando o seu entendimento (DUNNING; HUCHETTE; LUBIN, 2017). A JuMP é uma Linguagem de Modelagem Algébrica (LMA), onde as mais famosas nesse quesito são a GAMS e a AMPL, porém estas são comerciais. Na Figura 14, pode-se observar como o exemplo numérico (52) é escrito na linguagem JuMP, ou seja, como são definidas as variáveis, a função objetivo, as restrições e os comandos para obtenção da solução.

Figura 14 – Exemplo numérico escrito na linguagem JuMP.

```
using JuMP, CouenneNL

m = Model(solver=CouenneNLSolver()) # Especificando o solver para resolver o problema
@variable(m, x[1:2], Int) # Declaração das variáveis do problema
@objective(m, Min, 6*x[1]+8*x[2]) # Declaração da função objetivo do problema
@constraint(m, 6*x[1]+7*x[2] >= 40) # Declaração de restrição do problema
@constraint(m, x[2] >= 2) # Declaração de restrição do problema

print(m) # Imprime na tela o problema

status = solve(m) # Resolve o problema

println("Valor de função objetivo: ", getobjectivevalue(m)) # Imprime o valor da função objetivo
println("x = ", getvalue(x)) # Imprime o valor das variáveis
```

Fonte: O Autor (2019).

Optou-se por utilizar o *solver Couenne* pois este também é em código aberto, ainda que outros *solvers* (a grande maioria deles comerciais) são mais eficientes na resolução de problemas de PNLIM (KRONQVIST et al., 2019). Apesar do tamanho do problema (o sistema de 33 barras possui em torno de 16000 variáveis e 16000 restrições) e da dificuldade inerente à sua não convexidade, o *Couenne* conseguiu encontrar a solução para os três sistemas testados.

5 OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO E MODELO PARA ALOCAÇÃO ÓTIMA DE FILTROS HARMÔNICOS

O objetivo deste trabalho é demonstrar como se pode minimizar simultaneamente a distorção harmônica da rede e a quantidade de filtros que serão empregados para isso. Dessa forma, o problema possui mais de uma função objetivo, e por isso deve ser tratado como um problema multiobjetivo. Matematicamente, um problema multiobjetivo é definido, segundo Belegundo e Chandrupatla (2011), como:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize } \mathbf{f} = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)] \\
 &\text{sujeito a: } g(x) \geq 0 \\
 &\quad h(x) = 0 \\
 &\quad x \in \Omega
 \end{aligned} \tag{53}$$

Um conceito central para resolver problemas com mais de uma função objetivo é o conceito do ótimo de Pareto.

5.1 CONCEITO DE OTIMALIDADE DE PARETO

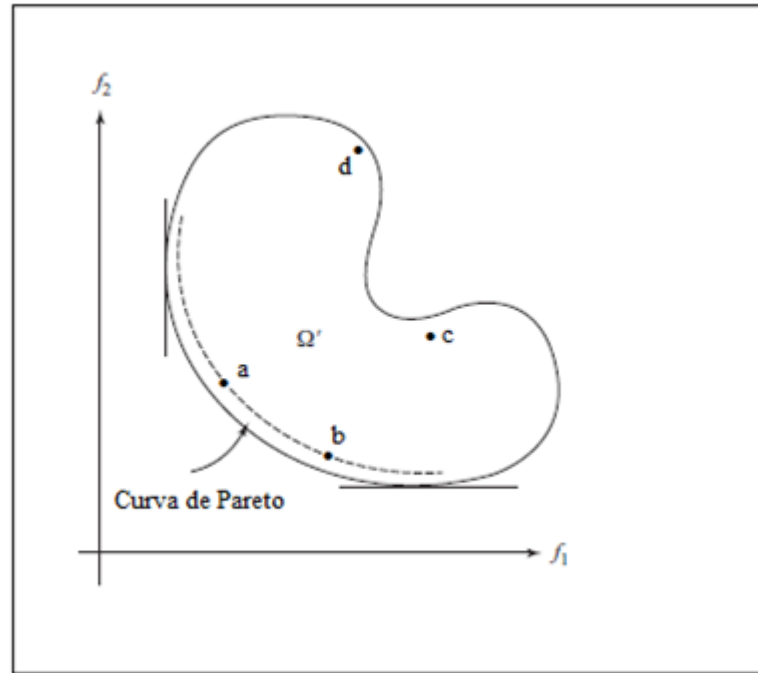
Geralmente, em um problema multiobjetivo, suas funções objetivo são conflitantes entre si. Supondo um problema com duas funções, $f_1(x)$ e $f_2(x)$. Ao melhorar a função $f_1(x)$, a função $f_2(x)$ piora, e vice-versa. O conceito do ótimo de Pareto serve para comparar as soluções do problema (SANTOS, 2017).

Uma solução $x^* \in \Omega$ é um ótimo de Pareto para o problema (53) se, e apenas se, existe um vetor $x \in \Omega$ que satisfaça as seguintes condições:

- a) $f_i(x^*) \leq f_i(x) \quad \forall i, i = 1, 2, \dots, n$ (a solução x^* é melhor ou igual que x em todas as funções objetivos);
- b) $f_j(x^*) < f_j(x) \quad \exists j, 1 \leq j \leq n$ (a solução x^* é melhor que x em pelo menos uma função objetivo).

Em outras palavras, diz-se que o conjunto de soluções x^* é dominante em relação ao conjunto x . A Figura 15 ilustra melhor este conceito da dominância, para um problema com duas funções que precisa ser minimizado.

Figura 15 – Ilustração da curva de Pareto.



Fonte: Adaptado de Belegundo e Chandrupatla (2011).

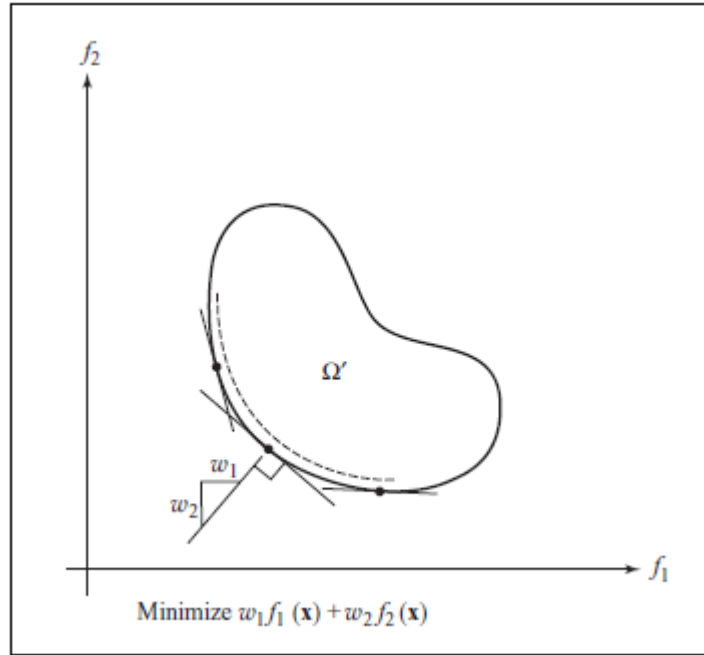
Seja Ω' o espaço dos objetivos relacionados ao espaço de busca Ω . Observa-se que as soluções a e b são dominantes em relação a c e d , visto que o valor das funções objetivos nesses pontos é menor. Porém, a não domina b e vice-versa. Visto que o ponto a possui um valor menor para f_1 que b , e um valor maior de f_2 . Então, a curva de Pareto é formada justamente ao longo desses pontos de dominância, e está representada pela linha pontilhada.

Assim, uma das formas mais utilizadas para formar essa curva de Pareto é considerando pesos para cada função objetivo, como segue:

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && w_1 f_1(x) + w_2 f_2(x) \\
 &\text{sujeito a:} && g(x) \geq 0 \\
 &&& h(x) = 0 \\
 &&& x \in \Omega
 \end{aligned} \tag{54}$$

A Figura 16, adaptada de Belegundo e Chandrupatla (2011), ilustra como toda a curva de Pareto é formada de acordo com a variação dos pesos. Porém, ressalta-se que a formação completa da curva só é possível para problemas convexos (KOSKI, 1985; DEB, 2001).

Figura 16 – Formação da curva de Pareto através da variação dos pesos.



Fonte: Adaptado de Belegundo e Chandrupatla (2011).

Este método é conhecido como Método da Soma Ponderada. De forma geral, ele pode ser observado em (55):

$$\begin{aligned}
 &\text{minimize} && \sum_{m=1}^n w_m f_m(x) \\
 &\text{sujeito a:} && g(x) \geq 0 \\
 &&& h(x) = 0 \\
 &&& x \in \Omega
 \end{aligned} \tag{55}$$

sendo que os pesos devem respeitar as seguintes condições:

- a) $\sum_{m=1}^n w_m = 1;$
- b) $w_m \geq 0 \quad \forall m.$

Os pesos são atribuídos de acordo com o interesse ou o conhecimento do projetista em relação ao problema em questão. Como mencionado anteriormente, a depender da escolha dos pesos, para um problema não convexo, pode ocorrer que alguns ótimos de Pareto não sejam encontrados. Neste trabalho, apesar do problema de otimização ser não convexo e de terem sido testados diferentes pesos para a função objetivo, foi possível encontrar a solução ótima do mesmo.

Porém, caso seja constatado a deficiência do Método da Soma Ponderada, pode-se utilizar o método conhecido como Método de Restrições- ϵ (DEB, 2001). Neste outro método, é sugerido que apenas um dos objetivos seja minimizado (ou maximizado), enquanto que os outros objetivos se tornarão restrições de desigualdade do problema, que terão seus limites estipulados pelo projetista/usuário. Por exemplo, para o problema da minimização simultânea da alocação dos filtros e da distorção harmônica de tensão do sistema, pode-se considerar minimizar apenas a distorção harmônica, enquanto que o número de filtros deve ser menor ou igual a certo valor estipulado.

5.2 MODELAGEM DO PROBLEMA DE OTIMIZAÇÃO

A seguir, encontra-se o modelo matemático proposto neste trabalho para a solução do problema da alocação ótima dos filtros harmônicos. Considera-se um sistema com N barras. Este modelo possui três funções objetivos, cada uma com seu respectivo peso, w_1, w_2 e w_3 . Além de possuir restrições de igualdade que são equações apresentadas anteriormente para determinar a admitância do filtro passivo, equações do MIC para determinar as tensões harmônicas nos barramentos e equações para o cálculo da distorção harmônica total. As restrições de desigualdade são limites de distorção harmônica total estabelecidos no Módulo 8 dos PRODIST e existem também limites sobre as ordens harmônicas que os filtros estarão sintonizados. A variável binária a_i indica se um filtro foi ou não alocado na barra i , e o seu produto pela admitância do filtro y_{fi}^h será considerado para o cálculo da nova matriz admitância de barra. Observa-se que é um problema complexo, difícil de ser solucionado, devido a sua não convexidade e ao elevado número de restrições e variáveis (reais e inteiras).

$$\begin{aligned}
& \text{minimize} \quad \sum_{i=1}^N (w_1 DTT3_i + w_2 DTTI_i + w_3 a_i) \\
& \text{sujeito a:} \quad y_{fi}^h = \frac{1}{\frac{X_{Cfi}}{f_Q h_{si}} + j \left(\frac{h X_{Cfi}}{h_{si}^2} - \frac{X_{Cfi}}{h} \right)} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad h = 3, 5, 7, \dots \\
& \quad \mathbf{Y}^h \mathbf{V}^h = \mathbf{I}^h \quad h = 3, 5, 7, \dots, h_{max} \\
& \quad DTT3_i = \frac{\sqrt{\sum_h V_i^{h^2}}}{U_i} \times 100\%, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad h = 3, 9, 15, \dots \\
& \quad DTTI_i = \frac{\sqrt{\sum_h V_i^{h^2}}}{U_i} \times 100\%, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad h = 5, 7, 11, \dots \\
& \quad DTT3_i \leq \overline{DTT3_i} \quad i = 1, 2, \dots, N \\
& \quad DTTI_i \leq \overline{DTTI_i} \quad i = 1, 2, \dots, N \\
& \quad \underline{h}_{si} \leq h_{si} \leq \bar{h}_{si} \quad i = 1, 2, \dots, N \\
& \quad a_i \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, N
\end{aligned} \tag{56}$$

6 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Para a obtenção dos resultados, simulações foram realizadas em 3 sistemas diferentes. Inicialmente, foi criado um alimentador hipotético de 4 barras, com o intuito de validar a modelagem e o código computacional escrito na linguagem Julia. Após essa validação, foram feitos testes em outros dois sistemas obtidos na literatura. Um sistema de 17 barras obtido do trabalho de Pamplona (2006) e outro sistema de 33 barras obtido do trabalho de Santos (2017). Os dados de linha, barra e espectro harmônico das cargas não lineares para os três alimentadores podem ser observados no apêndice desse texto.

É comum em problemas de alocação ótima, escolher apenas algumas barras candidatas onde poderão ser instalados certos equipamentos. A razão disso é para reduzir o número de variáveis inteiras do problema, visto que uma grande quantidade de variáveis desse tipo (como as variáveis binárias a_i e a frequência de sintonia dos filtros h_{si}) acarreta em uma explosão combinatorial deixando o problema muito mais difícil de ser resolvido. Neste trabalho, as barras candidatas foram escolhidas aleatoriamente, porém próximas entre si.

Para os sistemas de 4 e 17 barras a tensão na subestação é igual a 12,5 kV, enquanto que para o sistema de 33 barras essa tensão é igual a 11 kV. Em todos os sistemas, considerou-se a fase igual a 0° na barra da subestação (barra 0), a ordem harmônica máxima igual a 15, os filtros eram compostos por apenas um módulo capacitivo com potência reativa de 100 kvar e fator de qualidade igual a 100. O modelo da carga linear utilizado foi o paralelo. Todos os dados dos sistemas testados (dados de linhas, de barras e espectro das correntes harmônicas encontram-se no Anexo desse texto).

6.1 SISTEMA DE 4 BARRAS

Inicialmente, o fluxo de harmônicos é calculado para verificar os níveis de distorção harmônica no sistema e proceder ao processo de otimização caso necessário. Para o sistema de 4 barras, na Tabela 4 encontram-se os valores das distorções nas barras do sistema, e observa-se que, nas barras 2, 3 e 4, estes estão muito acima do limite permitido. Como o sistema de 4 barras não possui harmônicas ímpares múltiplas de 3, o peso referente a essas distorções, w_1 , foi zerado. Sendo assim, dois testes foram realizados em relação aos pesos da função objetivo. Considerando a minimização apenas do número de filtros, ou seja, $w_3 = 1$. E, depois, considerando a minimização das distorções harmônicas ímpares não múltiplas de 3, ou seja, $w_2 = 1$. As barras candidatas para este sistema foram as barras 2, 3 e 4.

Tabela 4 – Resultado do fluxo de harmônicos para o sistema de 4 barras.

Barra	DTTI (%)
1	0,714465
2	10,8996
3	11,8806
4	12,3663

Fonte: O Autor (2019).

Através do fluxo de carga, obteve-se as perdas técnicas (ativas e reativas) do sistema, que podem ser observadas na Tabela 5.

Tabela 5 – Perdas totais de potências ativas e reativas sem filtros para o sistema de 4 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
2,690	44,110

Fonte: O Autor (2019).

6.1.1 Sistema de 4 barras - Primeiro caso: $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$

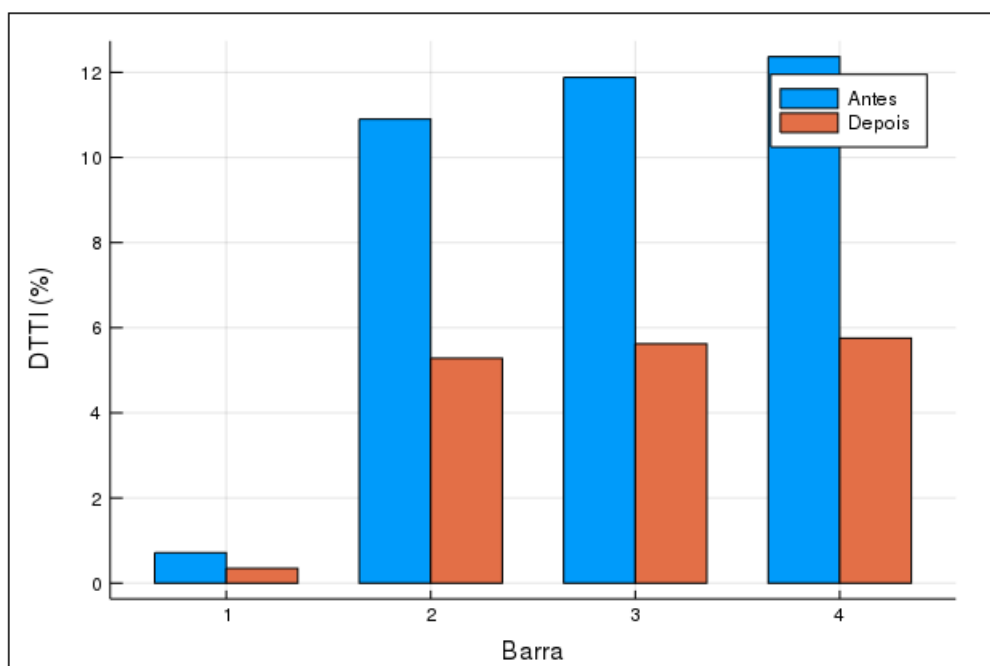
Neste teste, como a função objetivo visa minimizar apenas o número de filtros, não importa o valor da distorção harmônica encontrada durante o processo de otimização, desde que estejam dentro dos valores máximos permitidos. Sendo assim, na Tabela 6 encontram-se a quantidade de filtros alocados e suas respectivas ordens harmônicas e localizações no sistema. Já na Figura 17, encontra-se a comparação do valor da distorção harmônica não-múltipla de 3, antes e depois do processo de otimização.

Tabela 6 – Resultado da otimização para o primeiro caso do sistema de 4 barras.

Filtro	Ordem Harmônica	Barra
1	13 ^a	3

Fonte: O Autor (2019).

Figura 17 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 4 barras, com $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.



Fonte: O Autor (2019).

Após a alocação do filtro, o fluxo de carga foi novamente simulado para verificar as perdas de potência, e estas podem ser observadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtro para o primeiro caso do sistema de 4 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
2,656	42,995

Fonte: O Autor (2019).

Ou seja, houve uma pequena redução em ambas as perdas.

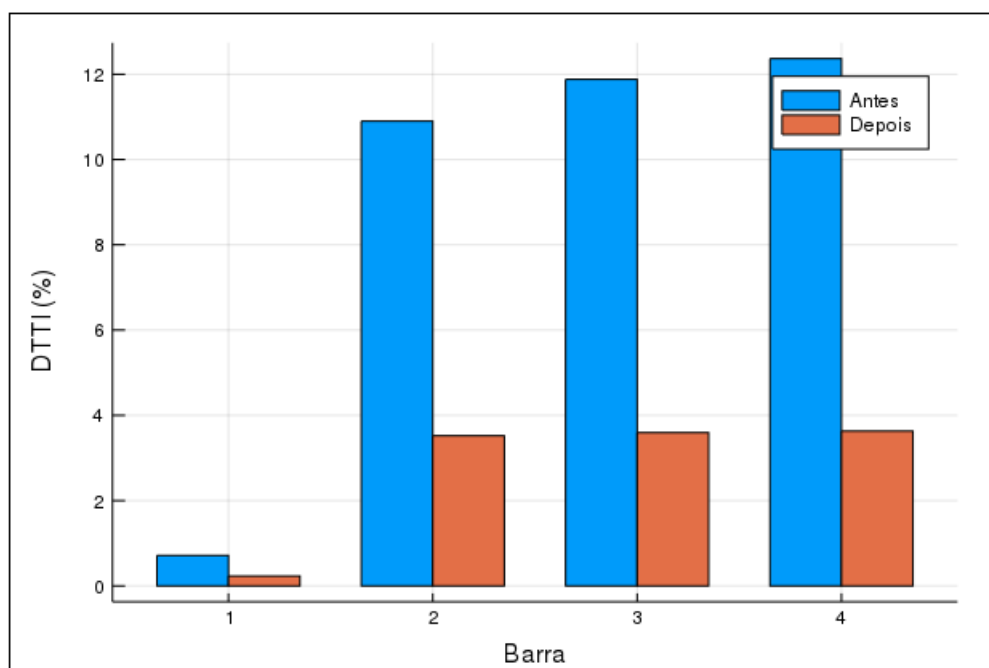
6.1.2 Sistema de 4 barras - Segundo caso: $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$

Para este caso, prioriza-se a minimização da distorção harmônica, não importando o número de filtros a serem utilizados. Sendo assim, espera-se um maior número de filtros, visando reduzir a distorção harmônica do sistema. Após o processo de otimização, constatou-se que foram alocados filtros em todas as barras candidatas, resultando em uma menor distorção harmônica em relação ao primeiro caso. Na Tabela 8 encontram-se a quantidade de filtros e suas respectivas ordens harmônicas e localizações no sistema, enquanto que na Figura 18 encontra-se a comparação do valor da distorção harmônica não-múltipla de 3, antes e depois do processo de otimização.

Tabela 8 – Resultado da otimização para o segundo caso do sistema de 4 barras.

Filtro	Ordem Harmônica	Barra
1	13 ^a	2
2	7 ^a	3
3	11 ^a	4

Fonte: O Autor (2019).

Figura 18 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 4 barras, com $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização.

Fonte: O Autor (2019).

Novamente, foi simulado o fluxo de carga para verificar a redução das perdas do sistema. Como esperado, houve uma redução ainda maior, devido ao maior número de filtros alocados neste caso. O resultado pode ser observado na Tabela 9.

Tabela 9 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o segundo caso do sistema de 4 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
2,603	41,251

Fonte: O Autor (2019).

6.2 SISTEMA DE 17 BARRAS

O sistema de 17 barras também não possui harmônicas ímpares múltiplas de 3. Por essa razão, os mesmos pesos foram considerados para as simulações referentes a ele. Para este

sistema, os valores das distorções harmônicas não-múltiplas de 3 foram excedidas nas barras 12, 13, 14, 15, 16 e 17. Na Tabela 10 encontram-se os valores dessas distorções em todas as barras do sistema.

Tabela 10 – Resultado do fluxo de harmônicos para o sistema de 17 barras.

Barra	DTTI (%)
1	0,23575
2	4,57005
3	4,67966
4	4,84057
5	4,86696
6	4,98429
7	5,00340
8	5,10738
9	5,10712
10	4,67964
11	5,49303
12	6,00750
13	6,00730
14	7,49598
15	7,95267
16	8,25290
17	8,25288

Fonte: O Autor (2019).

Para a alocação dos filtros nesse sistema, foram consideradas as barras 5, 6 e 7 como barras candidatas.

Para este sistema, as perdas técnicas podem ser observadas na Tabela 11.

Tabela 11 – Perdas totais de potências ativas e reativas sem filtros para o sistema de 17 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
182,086	1366,49

Fonte: O Autor (2019).

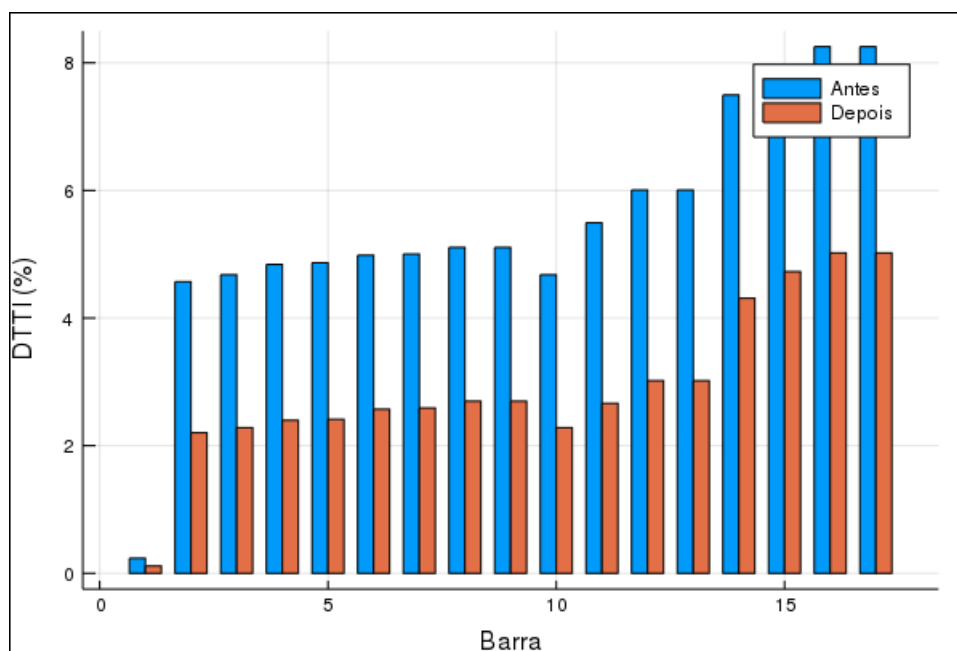
6.2.1 Sistema de 17 barras - Primeiro caso: $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$

Considerando apenas a minimização do número de filtros, observa-se que, com apenas a alocação de um filtro, o problema de otimização foi resolvido, deixando os limites de distorção harmônica dentro dos valores estabelecidos nas normas técnicas. Na Tabela 12 encontra-se a ordem harmônica e localização do filtro no sistema. A Figura 19 ilustra a comparação do valor da distorção harmônica não-múltipla de 3, antes e depois da alocação ótima do filtro.

Tabela 12 – Resultado da otimização para o primeiro caso do sistema de 17 barras.

Filtro	Ordem Harmônica	Barra
1	5 ^a	5

Fonte: O Autor (2019).

Figura 19 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 17 barras, com $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.

Fonte: O Autor (2019).

Na Tabela 13 encontram-se as perdas do sistema após o processo de otimização com a alocação do filtro passivo.

Tabela 13 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtro para o primeiro caso do sistema de 17 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
181,534	1361,666

Fonte: O Autor (2019).

6.2.2 Sistema de 17 barras - Segundo caso: $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$

Novamente, foi priorizada a redução da distorção harmônica, e o resultado foi similar ao sistema de 4 barras. Foram alocados filtros em todas as barras candidatas, o que propiciou uma distorção harmônica menor do que no caso em que se buscava minimizar apenas o número de filtros.

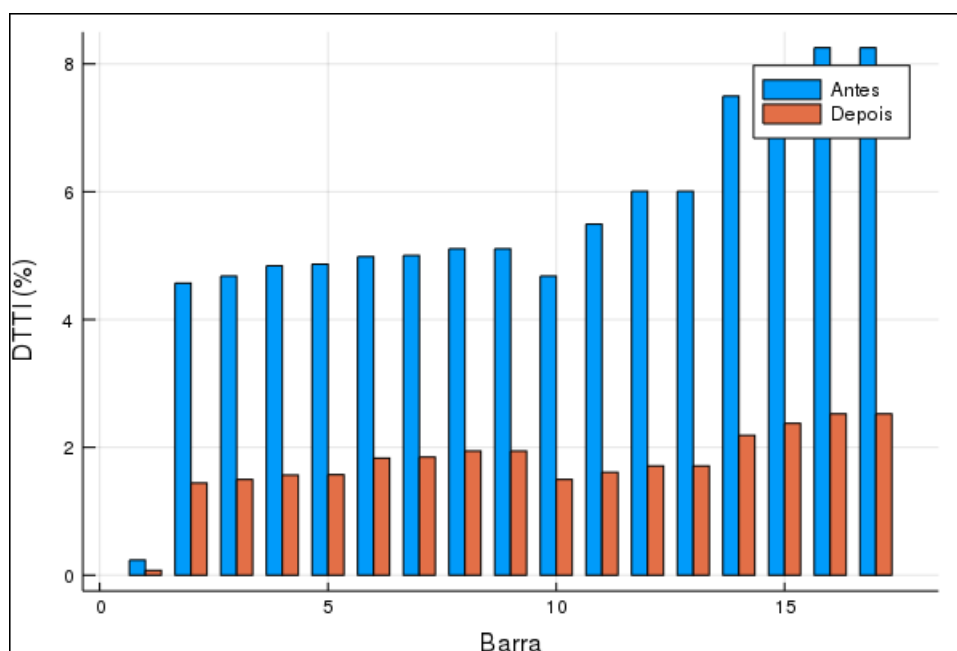
Na Tabela 14 pode-se observar o resultado da otimização, onde foram alocados filtros em todas as barras candidatas. E a Figura 20 ilustra o valor da distorção harmônica do sistema, antes e após a alocação dos filtros.

Tabela 14 – Resultado da otimização para o segundo caso do sistema de 17 barras.

Filtro	Ordem Harmônica	Barra
1	11 ^a	5
2	5 ^a	6
3	7 ^a	7

Fonte: O Autor (2019).

Figura 20 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 17 barras, com $w_2 = 1$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização.



Fonte: O Autor (2019).

Para esta solução, a função objetivo (somatório das distorções nas barras) possui um valor de 29,846%. Antes de encontrar a solução global, o *solver* encontrou diversas soluções (locais), mostrando como o método *Branch-and-Bound* vai buscando soluções até que o ótimo global seja encontrado. Por exemplo, uma das soluções encontradas, que possuía um valor de 30,719%, alocava os filtros nas barras 5, 6 e 7, nas ordens harmônicas 11^a, 5^a e 7^a, respectivamente.

A Tabela 15 contém os valores das perdas do sistema após a alocação dos três filtros sintonizados.

Tabela 15 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o segundo caso do sistema de 17 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
180,261	1352,147

Fonte: O Autor (2019).

6.3 SISTEMA DE 33 BARRAS

O sistema de 33 barras possui duas cargas não lineares, e os seus respectivos espectros possuem tanto harmônicas ímpares múltiplas de 3 quanto ímpares não-múltiplas de 3. Novamente, foram feitos duas análises, uma considerando a minimização do número de filtros, e outra considerando a minimização das distorções harmônicas. Os limites das distorções ímpares múltiplas de 3 foram excedidos nas barras 8, 9, 10, 11, 30, 31, 32 e 33, enquanto os limites das distorções ímpares não-múltiplas de 3 foram excedidos nas barras 9, 10, 11, 30, 31, 32 e 33. Neste sistema, as barras candidatas foram as 7, 8, 9 e 10.

As perdas técnicas do sistema podem ser observadas na Tabela 16.

Tabela 16 – Perdas totais de potências ativas e reativas sem filtros para o sistema de 33 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
1385,291	395,617

Fonte: O Autor (2019).

6.3.1 Sistema de 33 barras - Primeiro caso: $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$

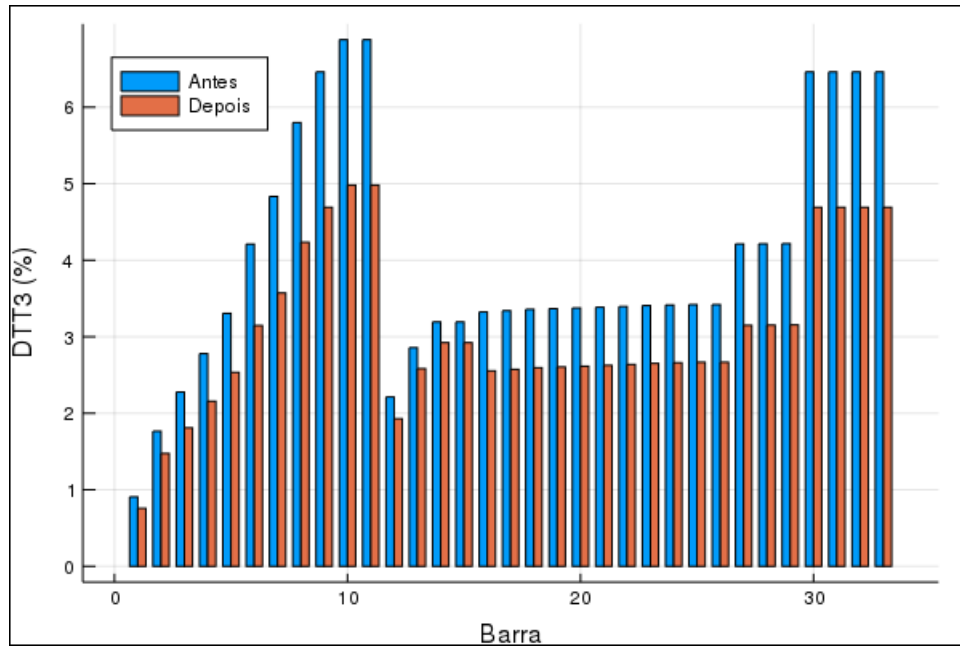
No caso da minimização do número de filtros harmônicos, foram necessários dois filtros para colocar os limites de distorção dentro dos valores aceitáveis. A causa disso, é que as cargas não lineares possuem em seu espectro harmônicos, tanto valores ímpares múltiplos de 3 quanto ímpares não-múltiplos de 3. Na Tabela 17 encontram-se as ordens harmônicas dos filtros alocados no sistema. As Figuras 21 e 22, ilustram a comparação dos valores das distorções harmônicas múltiplas e não-múltiplas de 3, antes e depois da alocação dos filtros. Observa-se que, para o caso das distorções harmônicas múltiplas de 3, o valor ficou próximo do limite permitido em algumas barras, como as 10 e 11.

Tabela 17 – Resultado da otimização para o primeiro caso do sistema de 33 barras.

Filtro	Ordem Harmônica	Barra
1	5 ^a	7
2	3 ^a	10

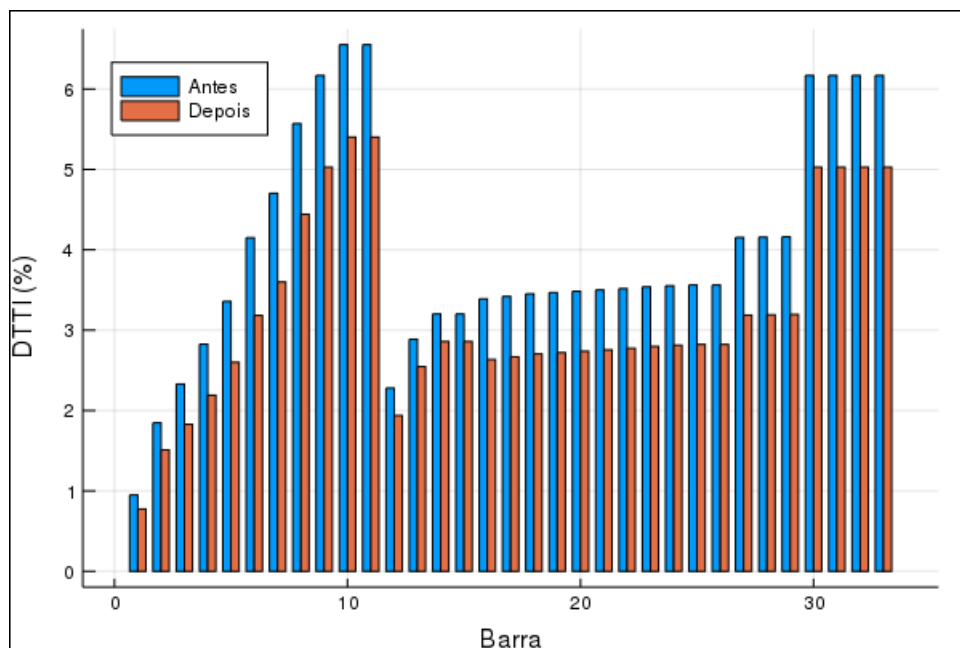
Fonte: O Autor (2019).

Figura 21 – Distorções harmônicas múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.



Fonte: O Autor (2019).

Figura 22 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com $w_1 = 0$, $w_2 = 0$ e $w_3 = 1$, antes e depois do processo de otimização.



Fonte: O Autor (2019).

Na Tabela 18 encontram-se as perdas do sistema após o processo de otimização com a alocação dos dois filtros passivos.

Tabela 18 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o primeiro caso do sistema de 33 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
1353,611	387,007

Fonte: O Autor (2019).

6.3.2 Sistema de 33 barras - Segundo caso: $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ e $w_3 = 0$

Para o caso da minimização das distorções harmônicas, com pesos iguais para ambas, foi necessário colocar um critério de parada menos rigoroso no *solver Couenne*, visto que o tempo de processamento para encontrar o ótimo global nesse problema se tornou muito grande, devido ao elevado número de variáveis do problema. Este critério de parada é um aumento do gap entre a melhor solução encontrada até o momento e a melhor solução possível. Para realizar esse procedimento, cria-se um arquivo com o nome *couenne.opt* (a extensão *.opt* indica que é um arquivo de opções do *Couenne*), que deve ser colocado na mesma pasta em que se encontra o arquivo que será simulado. O gap considerado foi de 20% (lembrando que sem esse critério de parada mais rigoroso, o método *Branch-and-Bound* continua buscando soluções até o ótimo global, ou seja, quando esse gap é igual a 0). O comando que deve ser acrescentado nesse arquivo, é:

```
allowable_fraction_gap 0.20
```

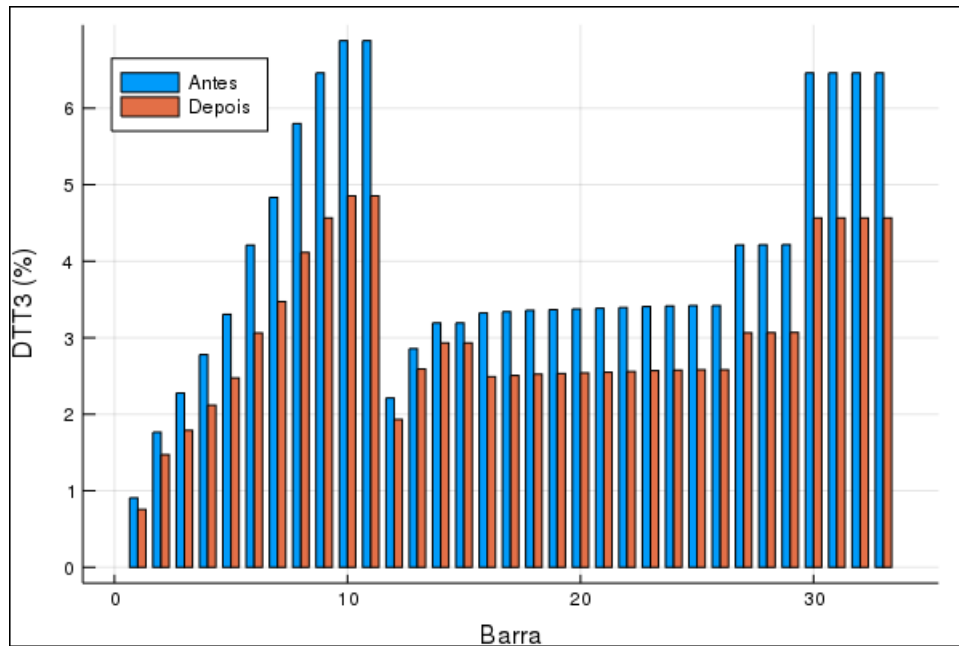
Assim, na Tabela 19 encontram-se as ordens harmônicas dos filtros alocados no sistema. As Figuras 23 e 24 ilustram a comparação dos valores das distorções harmônicas múltiplas e não-múltiplas de 3, antes e depois da alocação dos filtros. Houve uma pequena redução das distorções múltiplas de 3, em comparação ao primeiro caso, e uma redução considerável das distorções não-múltiplas de 3.

Tabela 19 – Resultado da otimização para o segundo caso do sistema de 33 barras.

Filtro	Ordem Harmônica	Barra
1	13 ^a	7
2	7 ^a	8
3	5 ^a	9
4	3 ^a	10

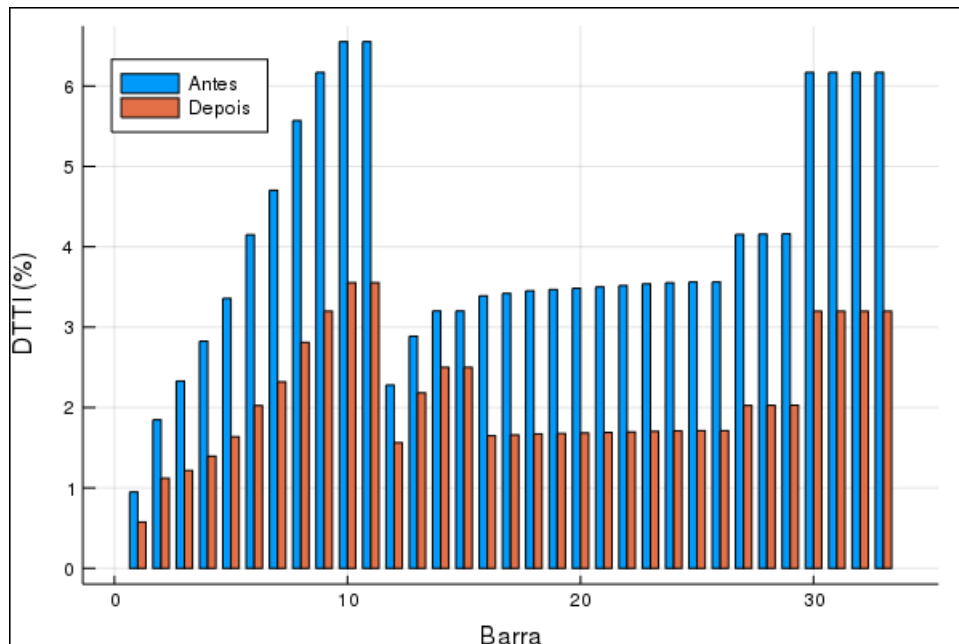
Fonte: O Autor (2019).

Figura 23 – Distorções harmônicas múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização.



Fonte: O Autor (2019).

Figura 24 – Distorções harmônicas não-múltiplas de 3, para o sistema de 33 barras, com $w_1 = 0,5$, $w_2 = 0,5$ e $w_3 = 0$, antes e depois do processo de otimização.



Fonte: O Autor (2019).

Novamente, foram alocados filtros em todas as barras, como nos outros sistemas quando se buscava minimizar o somatório das distorções harmônicas. A razão disso é que a variável binária que representa a alocação de um filtro possui peso zero.

Por fim, para esse segundo caso, a Tabela 20 contém os valores das perdas técnicas após a alocação dos filtros.

Tabela 20 – Perdas totais de potências ativas e reativas com filtros para o segundo caso do sistema de 33 barras.

$\Delta P_{total}(kW)$	$\Delta Q_{total}(kvar)$
1324,132	379,063

Fonte: O Autor (2019).

7 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Neste trabalho, foi apresentado o método da Soma de Potências, que é bastante eficaz para a solução de fluxo de potência em sistemas radiais de distribuição. Constatou-se como as cargas não lineares aumentam o nível de distorção harmônica do sistema. O método da Injeção de Correntes foi utilizado para calcular o valor das tensões harmônicas nas barras do sistema e, conseqüentemente, foram calculados os índices de distorções harmônicas que foram comparados com valores estabelecidos em normas técnicas. Com o intuito de reduzir os níveis de distorção, foi apresentada uma forma para solucionar esse problema de maneira ótima, através do algoritmo *Branch-and-Bound*, visto que o modelo matemático do problema é de natureza não convexa e possui variáveis reais e inteiras.

O problema foi abordado de forma multiobjetiva, ou seja, se buscou minimizar uma ou mais parcelas de uma função objetivo. O método da soma ponderada foi utilizado e foram considerados pesos que representavam casos extremos na solução do problema. No caso da minimização do número de filtros, o tempo de processamento se torna muito menor, visto que menos nós da árvore de busca são resolvidos até que a solução seja encontrada. Outra vantagem que pode ser constatada na minimização do número de filtros é que o investimento financeiro para a aquisição deles será menor. Porém, no caso da minimização das distorções, uma solução mais segura é encontrada, no que tange uma possível ultrapassagem dos limites de distorção, caso novas cargas não lineares sejam inseridas no sistema.

Durante a elaboração do trabalho, observou-se uma carência de literatura que abordem a alocação ótima de filtros harmônicos utilizando técnicas determinísticas. Uma das possíveis razões, é o longo tempo de processamento e recursos computacionais que são necessários para esse tipo de algoritmo encontrar a solução de problemas não convexos com muitas variáveis. Para contornar essa deficiência, no sistema de 33 barras, se fez necessário aumentar o gap de proporcionalidade para interromper o algoritmo antes dele encontrar o ótimo global. Mesmo assim, todos os problemas foram solucionados de maneira satisfatória.

Além da redução das distorções harmônicas de tensão, que era o principal objetivo desse trabalho, foram encontradas reduções nas perdas de potências ativas e reativas de todos os sistemas após a alocação dos filtros, indicando outra grande vantagem na instalação dos filtros, que pode reduzir os custos de operação do sistema a longo prazo.

7.1 SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

Segue uma breve lista de sugestões para trabalhos futuros:

- a) modificar o modelo matemático, afim de incluir novas variáveis de decisão (como o número de módulos capacitivos que irão compor o filtro), ou ainda, incluir mais ordens harmônicas para o estudo;
- b) considerar custos na alocação dos filtros, para minimizar o investimento financeiro que será realizado para resolver o problema;
- c) realizar um estudo comparativo entre métodos determinísticos e heurísticos para a solução do problema;
- d) modificar o método para solução do fluxo de potência, afim de incluir sistemas malhados;
- e) realizar a alocação ótima de dois equipamentos simultaneamente, como, por exemplo, os filtros passivos para redução da distorção harmônica e dispositivos FACTS para controle de potência do sistema.

REFERÊNCIAS

- AKMAZ, D.; ERISTI, H. Design of active power filters for harmonics on power systems and reducing harmonic currents. *International Journal of Electrical and Computer Engineering*, v. 8, n. 7, 2014.
- ALVES, H. N.; DA SILVA, R. L. Estimação de distorção harmônica de sinal coletado em sistemas de distribuição utilizando um algoritmo híbrido. In: *Congresso Brasileiro de Automática, XIX CBA*. Campina Grande: , 2012.
- ANEEL. *Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional: Módulo 8 – Qualidade da Energia Elétrica*. 2019. Disponível em: <<https://www.aneel.gov.br/modulo-8>>. Acesso em: 09 jul. 2019.
- BELEGUNDO, A. D.; CHANDRUPATLA, T. R. *Optimization Concepts and Applications in Engineering*. 2. ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
- BELOTTI, P. et al. Mixed-integer nonlinear optimization. *Acta Numerica*, n. 22, p. 1–131, 2013.
- BEZANSON, J. et al. Julia: A fresh approach to numerical computing. *SIAM*, v. 59, n. 1, p. 65–98, 2017.
- CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 5, n. 1, p. 391–396, Jan 1990.
- CHANG, G. W.; WANG, H. L.; CHU, S. Y. Strategic placement and sizing of passives filters in a power system for controlling voltage distortion. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 3, p. 1204–1211, July 2014.
- CHANG, T. T.; CHANG, H. C. Application of differential evolution to passive shunt harmonic filter planning. *Proceedings of 8th International Conference on Harmonics and Quality of Power*, v. 1, p. 149–153, October 1998.
- CHIS, M.; SALAMA, M. M. A.; JAYARAM, S. Capacitor placement in distribution systems using heuristic search strategies. *IEEE Proceedings Generation Transmission and Distribution*, v. 144, n. 3, p. 225–230, May 1997.
- CZARNECKI, L.; GINN, H. Effects of damping on the performance of resonant harmonic filters. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 19, n. 2, p. 846–853, April 2004.
- DAKIN, R. J. A tree search algorithm for mixed programming problems. *The Computer Journal*, v. 8, n. 3, p. 250–255, 1965.
- DAS, J. C. *Power System Analysis: Short-Circuit Load Flow and Harmonics*. 1. ed. Atlanta, Georgia: Marcel Dekker, 2002.
- DAS, J. C. *Power System Harmonics and Passive Filters Design*. 1. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2015.
- DEB, K. *Multi-objective optimization using evolutionary algorithms*. 1. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2001.
- DUGAN, R. C. et al. *Electrical Power Systems Quality*. 2. ed. New York: McGraw-Hill Professional, 2002.

DUNNING, I.; HUCHETTE, J.; LUBIN, M. Jump: A modeling language for mathematical optimization. *SIAM*, v. 59, n. 2, p. 295–320, 2017.

EPE. *Empresa de Pesquisa Energética: Consumo Anual de Energia Elétrica por Classe (Nacional)*. 2019. Disponível em: <[http://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/consumo-de-energia-eletrica/consumo-anual-de-energia-eletrica-por-classe-\(nacional\)](http://www.epe.gov.br/pt/publicacoes-dados-abertos/publicacoes/consumo-de-energia-eletrica/consumo-anual-de-energia-eletrica-por-classe-(nacional))>. Acesso em: 09 jul. 2019.

FERNANDES, F. A. P. *Programação Não Linear Inteira Mista e Não Convexa Sem Derivadas*. Tese (Doutorado) — Universidade do Minho, Braga, 2014.

GRADY, W. M. *Understanding Power Harmonics*. 1. ed. Austin, Texas: University of Texas at Austin, 2012.

GRADY, W. M.; SAMOTYJ, M. J.; NOYOLA, A. H. The application of network objective functions for actively minimizing the impact of voltage harmonics in power systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 7, n. 3, p. 1379–1386, July 1992.

GUPTA, O. K.; RAVIDRAN, A. Branch and bound experiments in convex nonlinear integer programming. *Management Science*, v. 31, n. 12, p. 1533–1546, 1985.

GUTTERRES, J. G. G. *Cálculo do Fluxo de Carga em Redes de Distribuição Radiais com Geração Distribuída Utilizando o Método da Soma de Potências Modificado*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências de Tecnologia, Campina Grande, 2006.

INGALE, R. Harmonic analysis using FFT and STFT. *International Journal of Signal Processing, Image Processing and Pattern Recognition*, v. 7, n. 4, p. 345–362, 2014.

KEYPOUR, R.; SEIFI, H.; YAZDIAN-VARJANI, A. Genetic based algorithm for active power filters allocation and sizing. *Electric Power System Research*, v. 71, p. 41–49, 2004.

KOSKI, J. Defectiveness of weighting method in multicriterion optimization of structures. *Communications in Applied Numerical Methods*, v. 1, n. 6, p. 333–337, 1985.

KRONQVIST, J. et al. A review and comparison of solvers for convex minlp. *Optimization and Engineering*, v. 20, n. 2, p. 397–455, Jun 2019.

LAND, A. H.; DOIG, A. G. An automatic method for solving discrete programming problems. *Econometrica*, v. 28, n. 3, p. 497–520, 1960.

LEYFFER, S. *Deterministic Methods for Mixed Integer Nonlinear Programming*. Tese (Doutorado em Matemática) — University of Dundee, Department of Mathematics & Computer Science, Dundee, 1993.

LOBATO, R. D. *Algoritmos para Problemas de Programação Não-Linear com variáveis inteiras e contínuas*. Dissertação (Mestrado) — Universidade de São Paulo, Instituto de Matemática e Estatística, São Paulo, 2009.

MELO, W. A. X. *Algoritmos para Programação Não Linear Inteira Mista*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2012.

NEVES, W. L. A.; DOMMEL, H. W.; XU, W. Practical distribution transformer models for harmonic studies. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 10, n. 2, p. 906–912, April 1995.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. *Numerical Optimization*. 1. ed. New York: Springer, 1999.

PAMPLONA, F. M. P. *Planejamento Ótimo de Filtros Harmônicos Passivos em Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica: Uma Abordagem com Algoritmos Evolutivos*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, Campina Grande, 2006.

PENG, Z.; LO, K. L. A method for harmonic analysis in distribution system with distributed generator. In: *Universities Power Engineering Conference (UPEC) 48th International*. [S.l.]: , 2013. p. 1–5.

RIBEIRO, P. F. Guidelines on distribution system and load representation for harmonic studies. In: *Proceedings of 5th International Conference on Harmonics in Power Systems*. [S.l.]: , 1992. p. 272–280.

SANTOS, F. S. *Planejamento Integrado de Filtros Harmônicos e Reguladores de Tensão em Sistemas de Distribuição Utilizando um Algoritmo Multiobjetivo*. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2017.

SOUSA, A. A.; DE ALMEIDA, A. M. F.; CARVALHO, C. S. Modelo do dispositivo FACTS STATCOM para o método da soma de potências. In: *CBQEE, XI Conferência Brasileira de Qualidade de Energia Elétrica*. Campina Grande: , 2015.

SOUZA, A. S. *Algoritmos Genéticos Aplicados à Proteção e Estimação de Harmônicos em Sistemas Elétricos de Potência*. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, 2008.

SWATHISRIRANJANI, M. et al. Optimal placement and sizing of active power line conditioners for minimizing power quality problems. *Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science*, v. 5, n. 2, p. 267–276, February 2017.

TASK FORCE ON HARMONICS MODELING AND SIMULATION. The modeling and simulation of the propagation of harmonic in electric power networks. part 1: Concepts, models and simulation techniques. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 11, n. 1, p. 452–465, January 1996.

TASK FORCE ON HARMONICS MODELING AND SIMULATION. Characteristics and modeling of harmonic sources—power electronic devices. *IEEE Transactions on Power Delivery*, v. 16, n. 4, p. 791–800, October 2001.

VARIZ, A. M. *Cálculo do Fluxo de Harmônicas em Sistemas Trifásicos Utilizando o Método da Injeção de Correntes*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

VARIZ, A. M. et al. Allocation of power harmonic filters using genetic algorithm. In: *15th IEEE International Conference on Harmonics and Quality of Power – ICHQP*. Hong Kong: , 2012. p. 143–149.

ANEXO A – DADOS DO SISTEMA DE 4 BARRAS

O sistema de 4 barras foi criado com o intuito de validar o código escrito na linguagem Julia, visto que possui um menor número de variáveis, sendo mais rápida a sua execução.

Os dados de linha podem ser observados na Tabela 21 e os dados de barra (cargas lineares, não-lineares e banco de capacitores) estão na Tabela 22. Na Tabela 23 encontra-se o espectro harmônico da carga não-linear.

Tabela 21 – Dados de linha para o sistema de 4 barras.

De	Para	L (km)	R (Ω /km)	X (Ω /km)
0	1	1,402	0,005783	0,06345
1	2	1,278	0,052551	0,98516
2	3	0,553	0,068359	0,20013
3	4	0,392	0,099001	0,27224

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 22 – Dados de barra para o sistema de 4 barras.

Barra	Plin (kW)	Qlin (kvar)	Pnlin (kW)	Qnlin (kvar)	Qshunt (kvar)
1	200	120	0	0	0
2	0	0	1500	1330	0
3	200	120	0	0	500
4	400	240	0	0	500

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 23 – Dados do espectro harmônico da carga não linear para o sistema de 4 barras.

Ordem Harmônica	Valor(%) $\angle$ (graus)
3	0 $\angle$ 0
5	27 $\angle$ -34,8
7	12,1 $\angle$ 10,9
9	0 $\angle$ 0
11	10,1 $\angle$ -6,45
13	8,9 $\angle$ 88,6
15	0 $\angle$ 0

Fonte: O Autor (2019).

ANEXO B – DADOS DO SISTEMA DE 17 BARRAS

O alimentador de 17 barras, foi originalmente concebido por Grady, Samotyj e Noyola (1992). Neste texto, ele foi adaptado do trabalho de Pamplona (2006), aumentando-se o valor das potências das cargas não lineares, com o intuito de aumentar o valor das distorções harmônicas, afim de deixar o sistema mais crítico, forçando a instalação dos filtros. Os respectivos dados de linha, de barra e do espectro harmônico da carga não-linear, podem ser observados nas Tabelas 24, 25 e 26, respectivamente.

Tabela 24 – Dados de linha para o sistema de 17 barras.

De	Para	L (km)	R (Ω /km)	X (Ω /km)
0	1	1,342	0,007813	0,05375
1	2	1,234	0,048750	1,05516
2	3	0,318	0,067344	0,18813
3	4	0,443	0,093906	0,26203
4	5	0,223	0,049375	0,13781
5	6	0,661	0,140000	0,39094
6	7	0,218	0,046094	0,12875
7	8	0,455	0,268750	0,33125
8	9	0,568	0,635938	0,47703
3	10	0,451	0,266563	0,34516
2	11	0,769	0,454688	0,58875
11	12	0,587	0,347188	0,44953
12	13	1,269	0,750469	0,97156
12	14	1,053	0,622656	0,80625
14	15	0,769	0,454688	0,58875
14	16	0,985	0,582344	0,71766
16	17	0,583	0,345000	0,42500

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 25 – Dados de barra para o sistema de 17 barras.

Barra	Plin (kW)	Qlin (kvar)	Pnlin (kW)	Qnlin (kvar)	Qshunt (kvar)
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	200	120	0	0	600
4	400	250	0	0	600
5	1500	930	0	0	600
6	0	0	3000	2260	1800
7	800	500	0	0	0
8	200	120	0	0	600
9	1000	620	0	0	0
10	500	310	0	0	0
11	1000	620	0	0	600
12	300	190	0	0	600
13	200	120	0	0	0
14	800	500	0	0	0
15	500	310	0	0	600
16	1000	620	0	0	600
17	200	120	0	0	0

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 26 – Dados do espectro harmônico da carga não linear para o sistema de 17 barras.

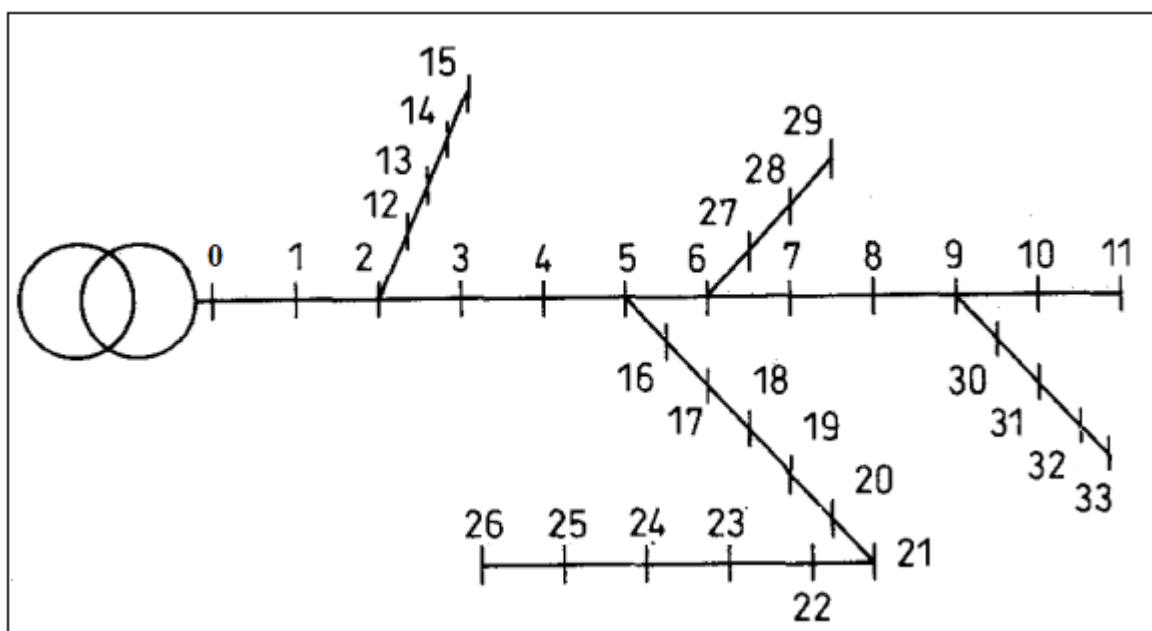
Ordem Harmônica	Valor(%) $\angle$ (graus)
3	0 $\angle$ 0
5	20 $\angle$ -67,8
7	13,4 $\angle$ 11,9
9	0 $\angle$ 0
11	9,11 $\angle$ -7,13
13	7,7 $\angle$ 68,6
15	0 $\angle$ 0

Fonte: O Autor (2019).

ANEXO C – DADOS DO SISTEMA DE 33 BARRAS

O alimentador de 33 barras foi originalmente concebido por Chis, Salama e Jayaram (1997). Neste texto, ele foi adaptado do trabalho de Santos (2017), e pode ser observado na Figura 25. Foram incrementados os valores das potências das cargas não lineares, com o intuito de aumentar o valor das distorções harmônicas, afim de deixar o sistema mais crítico, forçando a instalação dos filtros. E também foi considerado diferentes espectros harmônicos para as cargas não lineares. Os respectivos dados de linha, de barra e do espectro harmônico das cargas não-lineares podem ser observados nas Tabelas 27, 28 e 29, respectivamente.

Figura 25 – Alimentador com 33 barras.



Fonte: O Autor (2019).

Tabela 27 – Dados de linha para o sistema de 33 barras.

De	Para	L (km)	R (Ω/km)	X (Ω/km)
0	1	0,600	0,195	0,08
1	2	0,550	0,195	0,08
2	3	0,550	0,299	0,083
3	4	0,500	0,299	0,083
4	5	0,500	0,299	0,083
5	6	0,600	0,524	0,09
6	7	0,400	0,524	0,09
7	8	0,600	0,524	0,09
8	9	0,400	0,524	0,09
9	10	0,250	0,524	0,09
10	11	0,200	0,524	0,09
2	12	0,300	0,524	0,09
12	13	0,400	0,524	0,09
13	14	0,200	0,524	0,09
14	15	0,100	0,524	0,09
5	16	0,600	0,299	0,083
16	17	0,550	0,299	0,083
17	18	0,550	0,378	0,086
18	19	0,500	0,378	0,086
19	20	0,500	0,378	0,086
20	21	0,500	0,524	0,09
21	22	0,500	0,524	0,09
22	23	0,600	0,524	0,09
23	24	0,500	0,524	0,09
24	25	0,250	0,524	0,09
25	26	0,200	0,524	0,09
6	27	0,300	0,524	0,09
27	28	0,300	0,524	0,09
28	29	0,300	0,524	0,09
9	30	0,300	0,524	0,09
30	31	0,400	0,524	0,09
31	32	0,300	0,524	0,09
32	33	0,200	0,524	0,09

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 28 – Dados de barra para o sistema de 33 barras.

Barra	Plin (kW)	Qlin (kvar)	Pnlin (kW)	Qnlin (kvar)	Qshunt (kvar)
1	257,6	159,6	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	257,6	159,6	0	0	0
4	257,6	159,6	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	257,6	159,6	0	0	0
8	257,6	159,6	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	176,0	79,6	3400,0	2500,0	0
11	131,5	80,6	0	0	0
12	74,9	46,8	0	0	0
13	74,9	46,8	0	0	0
14	0	0	3900,0	3150,0	0
15	15,12	8,4	0	0	0
16	257,6	159,6	0	0	0
17	257,6	159,6	0	0	0
18	257,6	159,6	0	0	150,0
19	257,6	159,6	0	0	0
20	257,6	159,6	0	0	0
21	257,6	159,6	0	0	0
22	257,6	159,6	0	0	0
23	176,0	79,6	0	0	0
24	257,6	159,6	0	0	0
25	257,6	159,6	0	0	150,0
26	131,5	81,6	0	0	0
27	90,0	57,6	0	0	0
28	90,0	57,6	0	0	0
29	90,0	57,6	0	0	50,0
30	57,45	34,78	0	0	0
31	57,45	34,78	0	0	0
32	57,45	34,78	0	0	0
33	57,45	34,78	0	0	0

Fonte: O Autor (2019).

Tabela 29 – Dados do espectro harmônico das cargas não lineares para o sistema de 33 barras.

Ordem Harmônica	Valor(%)∠(graus)	
	Carga 1	Carga 2
3	50∠87,5	57∠33,9
5	33∠-67,8	38∠-37,2
7	16,0∠11,9	16,9∠8,2
9	14,3∠0	14,3∠1
11	12,0∠-7,13	12,3∠7,13
13	9,1∠68,6	8,1∠88,6
15	7,7∠0	6,7∠5

Fonte: O Autor (2019).