



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

KELLY CRISTINNE LEITE ANGELIM

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA 2-D DO ESCOAMENTO BIFÁSICO DE ÓLEO E ÁGUA
EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO NATURALMENTE FRATURADOS
UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO MPFA ACOPLADA AO MÉTODO DAS
LINHAS DE FLUXO**

Recife

2019

KELLY CRISTINNE LEITE ANGELIM

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA 2-D DO ESCOAMENTO BIFÁSICO DE ÓLEO E ÁGUA
EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO NATURALMENTE FRATURADOS
UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO MPFA ACOPLADA AO MÉTODO DAS
LINHAS DE FLUXO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos necessários para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Simulação e Gerenciamento de Reservatórios de Petróleo.

Orientador: Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho.

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Maciel Lyra.

Recife

2019

- A582 Angelim, Kelly Cristinne Leite.
Simulação numérica 2-D do escoamento bifásico de óleo e água em reservatórios de petróleo naturalmente fraturados utilizando uma formulação MPFA acoplada ao método das linhas de fluxo / Kelly Cristinne Leite Angelim. – Recife, 2019.
76f., il., figs., acrs. e sigls.
- Orientador: Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho.
Coorientador: Prof. Dr. Paulo Roberto Maciel Lyra.
- Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2019.
Inclui Referências.
1. Engenharia Civil. 2. Reservatórios Naturalmente Fraturados. 3. Fluxo Bifásico de Óleo e Água. 4. MPFA-D. 5. Método das Linhas de Fluxo. I. Carvalho, Darlan Karlo Elisiário de (Orientador). II. Lyra, Paulo Roberto Maciel (Coorientador). III. Título.



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Dissertação de Mestrado

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA 2-D DO ESCOAMENTO BIFÁSICO DE ÓLEO E ÁGUA
EM RESERVATÓRIOS DE PETRÓLEO NATURALMENTE FRATURADOS
UTILIZANDO UMA FORMULAÇÃO MPFA ACOPLADA AO MÉTODO DAS
LINHAS DE FLUXO**

defendida por

Kelly Cristinne Leite Angelim

Considera a candidata APROVADA

Recife, 28 de agosto de 2019.

Orientador - Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho – UFPE _____

Coorientador - Prof. Dr. Paulo Roberto Maciel Lyra – UFPE _____

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Darlan Karlo Elisiário de Carvalho – UFPE
(orientador)

Dr. Luiz Otávio Schmall dos Santos – PETROBRAS
(examinador externo)

Prof. Dr. Márcio Rodrigo de Araújo Souza – UFPB
(examinador externo)

Prof. Dr. José Antônio Barbosa – UFPE
(examinador interno)

Dedico este trabalho aos meus pais, pilares em minha vida, que sempre me incentivaram a nunca desistir diante das adversidades.

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao meu bom Deus, que sempre me ajudou a manter-se firme, mesmo diante de tantas dificuldades.

Aos meus pais e irmãos, que me incentivaram a seguir em frente nessa jornada, mantendo sempre a esperança num amanhã melhor para nossa família.

Agradeço ao meu namorado Nicholas, por me dar forças e acreditar em mim quando nem eu mesma acreditava.

Ao meu professor orientador, Darlan, que dedicou seu tempo para me ensinar e que, com seu olhar crítico e construtivo, me ajudou a superar os desafios deste trabalho. Agradeço também ao meu coorientador Paulo Lyra.

Agradeço aos colegas do PADMEC/LITPEG, por compartilharem suas experiências comigo, especialmente a Túlio e Jonathan, por todo suporte, paciência e por dedicar uma parte do seu tempo para dividir seus conhecimentos comigo.

Agradeço ao meu amigo Sid Benevides, por estar sempre ao meu lado em qualquer caminhada, tornando-a mais fácil e agradável de seguir.

Agradeço a FACEPE, *Energy Simulation*, CAPES e CNPq, por todo apoio financeiro.

A Universidade Federal de Pernambuco, pelo apoio institucional.

Agradeço a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

RESUMO

A simulação numérica do fluxo de fluidos em reservatórios de petróleo naturalmente fraturados é uma ferramenta importante e com grande aplicabilidade na indústria petrolífera para o planejamento e gerenciamento da produção do reservatório. De maneira geral, a modelagem do escoamento de fluidos em meios porosos envolve a solução de um sistema de equações diferenciais parciais não-lineares que pode ser expressa por uma equação elíptica de pressão e uma equação hiperbólica de saturação, acopladas através do campo de velocidade total. Considerando que soluções semi-analíticas são possíveis apenas para casos específicos e muito simplificados, para resolver essas equações, são necessários métodos numéricos apropriados, capazes de lidar com ambientes deposicionais que apresentem grande complexidade estrutural e geométrica, o que dificulta a utilização de malhas estruturadas para representar adequadamente esses sistemas. Neste trabalho, apresentamos uma formulação numérica para simular, em domínios bidimensionais, o escoamento bifásico de óleo e água em reservatórios de petróleo naturalmente fraturados, utilizando malhas quadrilaterais não estruturadas. Para a resolução do problema difusivo da pressão, utilizou-se um Método de Volumes Finitos com Aproximação de Fluxo por Múltiplos Pontos com um estêncil de Diamante (MPFA-D), que representa uma formulação robusta e flexível, capaz de lidar com domínios fraturados altamente heterogêneos e anisotrópicos em malhas poligonais quaisquer. Para a aproximação do problema advectivo de saturação, utilizou-se o Método das Linhas de Fluxo, que é bastante eficiente devido ao desacoplamento das equações de transporte de 2-D em múltiplos problemas 1-D que são resolvidos ao longo de cada linha de corrente, reduzindo consideravelmente o custo computacional. Esses métodos foram implementados no contexto do Modelo de Fratura com Malha Híbrida (HyG), no qual, para a modelagem do escoamento bidimensional, a matriz é representada por volumes de controle de uma malha 2-D cujas arestas são alinhadas com as fraturas, que são representadas geometricamente por entidades de dimensão inferior (1-D), mas que são, posteriormente, expandidos para 2-D no espaço computacional. A formulação com o Modelo de Malha Híbrida apresentou bons resultados quando comparada com formulações similares que utilizam métodos clássicos da literatura.

Palavras-chave: Reservatórios Naturalmente Fraturados. Fluxo Bifásico de Óleo e Água. MPFA-D. Método das Linhas de Fluxo.

ABSTRACT

Numerical simulation of fluid flows in naturally fractured petroleum reservoirs is an important tool with great applicability in the oil industry for reservoir production planning and management. Modeling fluid flow can be described by a system of nonlinear partial differential equations that comprises an elliptic pressure equation and a hyperbolic saturation equation coupled through the total velocity field. Considering that semi-analytical solutions are possible only for specific and very simplified cases, to solve these equations, appropriate numerical methods are required, capable of dealing with depositional environments that present great structural and geometric complexity, which makes it difficult to use structured meshes to adequately represent these systems. In this work, we present a numerical formulation to simulate, in two-dimensional domains, the biphasic oil and water flow in naturally fractured oil reservoirs using unstructured quadrilateral meshes. For the resolution of the diffusive pressure problem, we have used a Finite-Volume Method with a Multipoint Flux Approximation with a Diamond stencil (MPFA-D), which represents a very robust and flexible formulation that is capable to deal with highly heterogeneous and anisotropic fractured domains in any polygonal grid. For the approximation of the advective saturation problem, we used the streamline-based method, which is very efficient due to the decoupling of the transport equations from 2-D into multiple 1-D problems that are solved along each streamline, considerably reducing the computational cost. These methods were implemented in the context of the Hybrid Grid Model (HyG), in which, to model the two dimensional fluid flow, the rock matrix is represented by 2-D control volumes whose edges are aligned with the fractures which are geometrically represented by entities of reduced dimension (1-D), that are later expanded to 2-D in the computational space. The formulation with the Hybrid Grid model presents very good results whenever compared with other formulations found in literature.

Keywords: Naturally Fractured Reservoirs. Two-Phase Flow of Oil and Water. MPFA-D. Streamline Method.

LISTA DE FIGURAS

| | | |
|-------------|---|----|
| Figura 1 – | Representação esquemática dos passos de tempo global e local..... | 36 |
| Figura 2 – | Algoritmo ilustrativo de uma formulação baseada em linhas de fluxo... | 36 |
| Figura 3 – | Representação computacional de um reservatório em 2-D: (a) Domínio contínuo (Ω); (b) Domínio discretizado com destaque para um volume de controle genérico | 37 |
| Figura 4 – | Diagrama uma malha poligonal arbitrária, com o "estêncil de diamante" | 39 |
| Figura 5 – | Domínio fraturado. (a) Esboço de um domínio com fraturas. (b) Malha geométrica, com as arestas correspondentes às fraturas. (c) Malha computacional, com as fraturas expandidas como células quadrilaterais. | 41 |
| Figura 6 – | Construção da malha híbrida. (a) Traçado das linhas paralelas e determinação de novos pontos. (b) Configuração da malha híbrida..... | 42 |
| Figura 7 – | Esquema ilustrativo do método de Pollock para o traçado das linhas de fluxo. (a) Campo de velocidade e incógnitas. (b) Determinação da face de saída e tempos de voo para cada face da célula | 43 |
| Figura 8 – | Esquema ilustrativo de transformação de coordenadas. | 46 |
| Figura 9 – | Procedimento de regularização da linha de fluxo traçada. | 50 |
| Figura 10 – | Traçado das linhas de fluxo para o CSP-SPE 10. (a) Campo de permeabilidade da camada 09. (b) Campo de permeabilidade da camada 70. (c) Traçado das linhas de fluxo para a camada 09. (d) Traçado das linhas de fluxo para a camada 70 | 53 |
| Figura 11 – | Malha computacional para o fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com fratura diagonal: (a) Barreira; (b) Canal | 54 |
| Figura 12 – | Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com uma barreira diagonal em $t = 0.3$ VPI: (a) Campo de pressão usando o MPFA-D/SF-HyG; b) Campo de saturação usando o MPFA-D/SF-HyG; (c) Campo de pressão usando o MPFA-D/FOUM-HyG; d) Campo de saturação usando o MPFA-D/FOUM-HyG | 55 |

| | | |
|-------------|--|----|
| Figura 13 – | Reporte de produção para o problema de fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com uma barreira diagonal: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água. | 56 |
| Figura 14 – | Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com uma canal diagonal em $t = 0.55$ VPI: (a) Campo de pressão usando o MPFA-D/SF-HyG; b) Campo de saturação usando o MPFA-D/SF-HyG; (c) Campo de pressão usando o MPFA-D/FOUM-HyG; d) Campo de saturação usando o MPFA-D/FOUM-HyG. | 57 |
| Figura 15 – | Reporte de produção para o problema de fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com um canal diagonal: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água. | 58 |
| Figura 16 – | Traçado das linhas de fluxo em termos de distribuição do TOF: (a) Barreira; (b) Canal. | 59 |
| Figura 17 – | Malha computacional para o fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com canal (linha azul) e barreira (linhas vermelhas) conectados. | 60 |
| Figura 18 – | Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com canal e barreira conectados em $t = 0.5$ VPI: (a) Campo de pressão usando o MPFA-D/SF-HyG; b) Campo de saturação usando o MPFA-D/SF-HyG; (c) Campo de pressão usando o MPFA-D/FOUM-HyG; d) Campo de saturação usando o MPFA-D/FOUM-HyG. | 61 |
| Figura 19 – | Reporte de produção para o problema de fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com canal e barreira conectados: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água. | 62 |
| Figura 20 – | Distribuição da saturação nas linhas de fluxo ao longo do tempo. (a) $t = 0.035$ VPI; $t = 0.15$ VPI; $t = 0.56$ VPI; $t = 0.79$ VPI. | 63 |
| Figura 21 – | Malha computacional para o fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco pontos com múltiplas fraturas. | 64 |
| Figura 22 – | Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com múltiplas fraturas em $t = 0.14$ VPI: (a) Campo de pressão sem o HyG; (b) Campo de pressão usando o HyG; (c) Distribuição da saturação nas linhas de fluxo sem o HyG; (d) Distribuição da saturação nas linhas de fluxo usando o HyG; (e) Campo de saturação sem o HyG; (f) Campo de saturação usando o HyG. | 65 |

Figura 23 – Reporte de produção para o problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com múltiplas fraturas: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água. 67

LISTA DE ACRÔNIMOS E SIGLAS

| | |
|----------|--|
| EDP | Equações Diferenciais Parciais |
| MDF | Método das Diferenças Finitas |
| MVF | Método de Volumes Finitos |
| MPFA | <i>Multipoint Flux Approximation</i> |
| TPFA | <i>Two-Point Flux Approximation</i> |
| MPFA-D | <i>Multipoint Flux Approximation Variant with “Diamond” Stencil</i> |
| MPFA-O | <i>Multipoint Flux Approximation Variant with “O” Stencil</i> |
| DFM | <i>Discrete Fracture Models</i> |
| LDFM | <i>Lower-Dimensional Fracture Model</i> |
| HyG | <i>Hybrid-Grid Model</i> |
| TOF | <i>Time of Flight</i> |
| CVFEM | <i>Control Volume Finite Element Method</i> |
| MFEM | <i>Mixed Finite Element Method</i> |
| CVI | <i>Corner Velocity Interpolation</i> |
| MPFA-FPS | <i>Multipoint Flux Approximation Variant with Full Pressure Support</i> |
| FOUM | <i>First Order Upwind Method</i> |
| IMPES | <i>Implicit Pressure and Explicit Saturation Scheme</i> |
| 1-D | Uma Dimensão |
| 2-D | Duas Dimensões |
| 3-D | Três Dimensões |
| EDFM | <i>Embedded Discrete Fracture Model</i> |
| DPDP | <i>Dual Porosity/Dual Permeability</i> |
| LPWI | <i>Linearity Preserving Weighting Interpolation</i> |
| PADMEC | Processamento de Alto Desempenho na Mecânica Computacional |
| UFPE | Universidade Federal do Pernambuco |
| VC | Volume de Controle |
| CFL | Condição de Courant–Friedrichs–Lewy |
| CVD-MPFA | <i>Control Volume Distributed Variant of Multipoint Flux Approximation</i> |
| FPS | <i>Full-Pressure Support</i> |
| VPI | Volume Poroso Injetado |

SUMÁRIO

| | | |
|------------|---|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO | 14 |
| 1.1 | Motivação | 17 |
| 1.2 | Objetivos | 17 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 18 |
| 2.1 | Reservatórios Naturalmente Fraturados | 18 |
| 2.2 | Simulação Baseada em Linhas de Fluxo | 21 |
| 2.2.1 | Linhas de Fluxo: definição e características | 21 |
| 2.2.2 | Aplicações | 23 |
| 3 | MODELO MATEMÁTICO | 27 |
| 3.1 | Hipóteses Simplificadoras | 27 |
| 3.2 | Conceitos Fundamentais | 27 |
| 3.2.1 | Propriedades das Rochas e Fluidos | 27 |
| 3.2.2 | Lei de Darcy, Velocidade Total e Fluxo Fracionário..... | 30 |
| 3.3 | Equações Governantes | 31 |
| 3.3.1 | Equação da Pressão | 31 |
| 3.3.2 | Equação da Saturação | 32 |
| 3.3.3 | Condições Inicial e de Contorno | 33 |
| 4 | FORMULAÇÃO NUMÉRICA | 35 |
| 4.1 | Equação da Pressão | 37 |
| 4.2 | Modelo de Fratura com Malha Híbrida | 40 |
| 4.3 | Formulação Baseada em Linhas de Fluxo | 42 |
| 4.3.1 | Traçado das Linhas de Fluxo a partir da Solução da Pressão | 43 |
| 4.3.2 | Redefinição da Equação de Conservação de Massa em termos de TOF | 48 |
| 4.3.3 | Solução Numérica da Saturação ao longo das Linhas de Fluxo | 49 |
| 4.3.4 | Mapeamento das Propriedades de Transporte para a Malha Original | 51 |

| | | |
|------------|---|-----------|
| 5 | RESULTADOS E DISCUSSÕES..... | 52 |
| 5.1 | Traçado das Linhas de Fluxo..... | 52 |
| 5.2 | Fluxo Bifásico em $\frac{1}{4}$ de Cinco Poços com Fratura Diagonal | 53 |
| 5.3 | Fluxo Bifásico em $\frac{1}{4}$ de Cinco Poços com Canal e Barreira Conectados..... | 60 |
| 5.4 | Fluxo Bifásico em $\frac{1}{4}$ de Cinco Poços com Múltiplas Fraturas..... | 64 |
| 6 | CONCLUSÕES | 68 |
| | REFERÊNCIAS | 70 |

1 INTRODUÇÃO

O processo de tomada de decisão em projetos de exploração e produção de um campo petrolífero é bastante complexo devido, principalmente, à necessidade de uma análise integrada das características geológicas, fatores econômicos e estratégias de produção para diversos possíveis cenários.

Nesse contexto, segundo Aziz e Settari (1979), a simulação numérica é uma ferramenta estratégica para o planejamento e gerenciamento da produção de reservatórios de petróleo e auxílio à tomada de decisão em projetos de exploração, uma vez que possibilita a análise do reservatório, a partir de estimativas da produção futura, predizendo o seu comportamento em relação à pressão, temperatura e escoamento de fluidos no meio poroso, o que permite planejar as facilidades de produção na superfície.

Várias estratégias de “exploração” podem ser simuladas e avaliadas antes mesmo que o primeiro poço seja perfurado em campo (SOUZA, 2015). Para isso, é necessário o uso de simuladores. De acordo com Rosa et al. (2006), os simuladores numéricos de reservatórios são geralmente conhecidos como simuladores numéricos de fluxo, devido ao fato de que são utilizados para se estudar o comportamento do fluxo de fluidos nos reservatórios de petróleo, empregando uma solução numérica.

De maneira geral, a modelagem do escoamento de fluidos em meios porosos envolve a solução de um sistema de equações diferenciais parciais não lineares (EDPs) mais ou menos acopladas (PEACEMAN, 1977; EWING, 1983; CHEN et al., 2006), cuja solução analítica só é conseguida nos casos mais simples, tanto do ponto de vista do problema físico em si, quanto das geometrias a serem tratadas (CARVALHO, 2005).

Uma formulação particularmente utilizada na literatura para modelar o escoamento bifásico de água e óleo em reservatórios de petróleo, proposta por Peaceman (1977), consiste na segregação das EDPs, obtidas após a aplicação de algumas hipóteses simplificadoras. Neste tipo de formulação, uma equação de transporte ou de saturação, com natureza eminentemente hiperbólica, é definida para cada fase transportada enquanto o campo de pressão é obtido pela solução de uma equação de fluxo de natureza parabólica ou elíptica (SOUZA, 2015). Segundo Kozdon et al. (2011), essa forma segregada possibilita que métodos numéricos apropriados à solução de equações hiperbólicas e elípticas ou parabólicas, respectivamente, possam naturalmente ser incorporados ao contexto da simulação de escoamento multifásico em reservatórios de petróleo.

Dentre os métodos numéricos geralmente empregados no contexto de escoamento de fluidos em meios porosos, a formulação tradicionalmente utilizada é o Método de Diferenças Finitas (MDF) (PEACEMAN, 1977; ERTEKIN et al., 2001). O MDF é amplamente utilizado devido à sua robustez comprovada em diversos casos (PEACEMAN, 1977; AZIZ e SETTARI, 1979; ERTEKIN et al., 2001), aliada à facilidade de implementação e baixo custo computacional, decorrentes principalmente da utilização de malhas estruturadas (CARVALHO, 2005; BRUM, 2017). Esse método é utilizado, por exemplo, em simuladores comerciais, como o IMEX® (CMG, 2006), para a discretização dos termos de difusão. Por outro lado, como mostra Carvalho (2005), a associação do MDF às malhas estruturadas também causa dificuldades importantes, particularmente no que diz respeito à modelagem das geometrias mais complexas, que levaria a excessivos refinamentos locais, sendo mais adequado, nesses casos, a utilização de métodos capazes de lidar com malhas não estruturadas, como, por exemplo, o Método de Volumes Finitos (MVF) (PATANKAR, 1980; MALISKA, 2004).

Atualmente, o MVF tem sido utilizado com sucesso na literatura de simulação numérica de reservatórios de petróleo devido ao fato de tratar domínios com geometrias complexas e à conservação de suas propriedades físicas tanto no nível local quanto no nível global (MALISKA, 2004; EYMARD et al., 2006; EDWARDS et al., 2010; CONTRERAS, 2012). Baseando-se no MVF com as equações em sua forma integral, uma nova formulação foi desenvolvida, simultaneamente, por Aavatsmark et al. (1998) e Edwards e Rogers (1998), denominada *Multi-Point Flux Approximation* (MPFA).

Diferentemente do TPFA (*Two-Point Flux Approximation*), isto é, técnica numérica equivalente ao MDF que utiliza a aproximação do fluxo a partir de dois elementos adjacentes, no MPFA mais de dois pontos são utilizados para a construção dos fluxos nas superfícies de controle (HE e DURLOFSKY, 2006; BRUM, 2017). A concepção desse método implica em flexibilidade para lidar com tensores e malhas arbitrários, configurando, portanto, uma generalização dos tradicionais métodos TPFA (SOUZA, 2015).

A partir dos trabalhos de Aavatsmark et al. (1998) e Edwards e Rogers (1998), muitas variantes do MPFA surgiram, de modo que a formulação original ficou conhecida como MPFA-O, no entanto, esse método apresenta instabilidades ao lidar efetivamente com elevada anisotropia. Para mitigar esse problema, surgiram as variantes *Full-Pressure Support* (FPS) (CHEN et al., 2006; EDWARDS e ZHENG, 2008; GAO e WO, 2010), dentre as quais o MPFA-D está incluído. O método MPFA-D, que usa um "estêncil diamante", dando origem ao seu

nome (*Multi-Point Flux Approximation with Diamond Stencil*), foi apresentado por Gao e Wu (2010) e, posteriormente, adaptado para a simulação de escoamentos bifásicos em reservatórios de petróleo por Contreras et al. (2016). Esta técnica apresenta uma formulação robusta e flexível, capaz de lidar com domínios altamente heterogêneos e anisotrópicos, incluindo camadas inclinadas e fraturas de diferentes tamanhos e formas, usando malhas poligonais quaisquer (CAVALCANTE, 2019), sendo adequadamente aplicada, por exemplo, nos casos de reservatórios de petróleo naturalmente fraturados.

Reservatórios cujas fraturas interferem de forma significativa no escoamento de fluidos são denominados reservatórios naturalmente fraturados (RNF) (FIROOZABADI, 2000). Estimativas sugerem que mais de metade dos recursos de hidrocarbonetos convencionais remanescentes no mundo são armazenados em reservatórios de carbonatos naturalmente fraturados (BURCHETTE, 2012; MARCH et al., 2018). Logo, é evidente a necessidade de compreender adequadamente o mecanismo de fluxo de fluidos nesses reservatórios e desenvolver novas técnicas e ferramentas que possibilitem otimizar sua produção.

O comportamento do escoamento em um RNF é diferente daquele de sistemas homogêneos, pois apresenta complexidades inerentes à interação de dois meios com propriedades distintas: a matriz porosa e as fraturas (SAALFELD, 2016). Desse modo, o desenvolvimento de ferramentas numéricas pode apresentar alguns problemas relacionados à modelagem de geometrias com estruturas geológicas complexas como as fraturas, uma vez que a existência dessas entidades, por conta da diferença de dimensão delas em relação às demais células da malha utilizadas na matriz rochosa, leva a um mal condicionamento da matriz de transmissibilidade e a uma restrição excessiva de passo de tempo no problema de saturação, podendo aumentar consideravelmente o custo computacional e inviabilizar a simulação.

Uma estratégia para lidar com modelos físicos complexos que exijam alto desempenho computacional é procurar ferramentas de simulação de fluxo mais rápidas e mais avançadas. Nesse sentido, uma nova linha de simuladores que vem recebendo mais atenção nas últimas décadas e está se tornando uma alternativa atrativa para a modelagem do escoamento de fluidos são os chamados simuladores baseados em linhas de fluxo (*streamlines*).

Estes simuladores são especialmente aplicáveis, com grande redução de tempo de processamento, à solução de sistemas de grandes dimensões, heterogêneos e geologicamente complexos, podendo ser da ordem de 100 vezes mais rápidos que os simuladores tradicionais (THIELE, 1994; BATYCKY, 1997; BAKER, 2001; DAMIANI, 2007).

A formulação baseada em linhas de fluxo aproxima as equações de escoamento bifásico 2-D/3-D em múltiplos problemas 1-D ao longo das linhas de fluxo. A trajetória das linhas e a aproximação unidimensional da equação de transporte torna a formulação eficiente para problemas dominados pela advecção e nos casos que apresentam elevada heterogeneidade e grandes quantidades de fraturas, onde estes fatores influenciam o comportamento do fluxo dos fluidos no reservatório (THIELE, 2005; TEIXEIRA, 2015).

1.1 Motivação

As maiores reservas de petróleo descobertas no Brasil nos últimos anos estão nos campos do Pré-Sal, predominantemente em reservatórios compostos por carbonatos naturalmente fraturados (BELTRÃO et al., 2009; CORREIA, 2014; SAALFELD, 2016). A complexidade crescente dos modelos matemáticos que descrevem os reservatórios naturalmente fraturados requer o desenvolvimento de formulações numéricas implementadas de maneira eficiente que permitam um gerenciamento adequado da produção. Nesse sentido, torna-se importante o uso de ferramentas de simulação de fluxo mais robustas e mais rápidas. Portanto, esforços consideráveis têm sido dedicados à compreensão dos processos físicos que ocorrem nos RNF, o que implica na necessidade por melhoria continuada de pesquisas, estudos e desenvolvimentos na área de simulação e gerenciamento de reservatórios de petróleo.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver uma formulação numérica para simular em domínios bidimensionais o escoamento bifásico de água e óleo em reservatórios de petróleo naturalmente fraturados, utilizando malhas não estruturadas quadrilaterais.

Os objetivos específicos do presente trabalho são:

- apresentar o MPFA-D, método de volumes finitos adotado para a solução do problema difusivo de pressão em reservatórios fraturados;
- apresentar a metodologia do Modelo de Malha Híbrida para o tratamento das fraturas e seu acoplamento ao MPFA-D;
- propor uma alternativa mais barata e eficiente para a modelagem do problema advectivo de saturação com a presença de fraturas, alcançada através do Método das Linhas de Fluxo.
- resolver alguns problemas *benchmark* encontrados na literatura, a fim de avaliar a acurácia e eficiência da metodologia e formulação utilizadas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, apresentaremos uma revisão bibliográfica necessária para a compreensão do estudo ao qual o trabalho se propõe, abordando a modelagem do escoamento multifásico em reservatórios de petróleo naturalmente fraturados, além de apresentar conceitos e técnicas numéricas para a modelagem e simulação do fluxo de fluidos nesses tipos de reservatórios.

2.1 Reservatórios Naturalmente Fraturados

As fraturas presentes nos reservatórios caracterizados como naturalmente fraturados são descontinuidades que ocorrem devido às tensões geológicas as quais as rochas foram submetidas, cuja principal fonte é o movimento de placas tectônicas, embora outros fatores como a pressão litostática e anomalias térmicas também possam contribuir (SAAFELD, 2016).

Nelson (2001) define um reservatório naturalmente fraturado como sendo um reservatório no qual as fraturas que nele ocorrem naturalmente têm um efeito significativo no escoamento de fluidos. Quando estas se comportam como canais, costumam ser fraturas abertas; enquanto barreiras, são originadas após alguma cimentação em seu interior. A abertura da fratura pode variar de micrômetros a centímetros, seu comprimento de centímetros a quilômetros e sua influência no escoamento no interior do reservatório pode ser, tanto devido a grandes fraturas, como a uma densa rede de pequenas fraturas (BERKOWITZ, 2002; AHMED et al., 2015).

Os reservatórios naturalmente fraturados apresentam importantes diferenças de reservatórios homogêneos, isto é, reservatórios sem a presença das fraturas, e seus processos e mecanismos são muito mais complexos devido às suas características. É por isso que tratar um reservatório naturalmente fraturado sem considerar a influência direta das fraturas no escoamento dos fluidos pode trazer efeitos negativos do ponto de vista da estratégia de produção e no comportamento produtivo desse reservatório. Isto faz com que o estudo do comportamento da produção nesses sistemas demande modelos e análises apropriados que os diferencie dos sistemas homogêneos (SAAFELD, 2016).

Os modelos mais utilizados para a simulação numérica de reservatórios naturalmente fraturados são baseados na hipótese do dual-contínuo, no qual não são feitas distinções geométricas entre matriz e fraturas, e as propriedades das fraturas dentro de um determinado volume de controle podem ser representadas como um meio poroso com propriedades médias.

A primeira abordagem de modelagem no contexto dual-contínuo surgiu com o trabalho de Barenblatt et al. (1960), declarando que, para cada ponto no espaço, a matriz porosa e a rede

de fraturas compõem dois meios separados e com propriedades distintas, interligados entre si por uma função que representa a cinética da transferência de fluidos entre os meios. Nesse estudo, os autores definiram um tempo característico de transferência matriz-fratura que é dependente da permeabilidade da matriz e do espaçamento entre planos de fraturas.

Posteriormente, Warren e Root (1963) apresentaram uma aplicação do modelo de Barenblatt et al. (1960) a partir da idealização de um sistema com blocos regulares que consiste na sobreposição de dois domínios, um com uma porosidade primária (matriz) e outra secundária (fraturas). O domínio primário é representado por paralelepípedos idênticos, e o secundário está contido em um sistema ortogonal de fraturas uniformes orientadas paralelas aos eixos principais do sistema de coordenadas adotado. O fluxo não ocorre diretamente através de blocos de porosidade primária, mas sim entre porosidade primária e secundária através de funções de transferência aproximadas pela diferença de pressão entre a rocha matriz e a fratura, entre outros parâmetros físicos (DA PRAT, 1990; ULEBERG e KLEPPE, 1996; SANDVE, BERRE e NORDBOTTEN, 2012). Kazemi et al. (1976) estenderam as equações de Warren e Root (1963) para a simulação de escoamento bifásico óleo-água em reservatórios fraturados, empregando uma função de transferência na qual o efeito da gravidade não foi considerado.

No entanto, formulações do tipo dual-contínuo precisam de uma base muito complexa, em termos de relações constitutivas de pressões capilares e permeabilidades relativas e funções de transferência – que não são de fácil determinação – para garantir uma solução precisa (HOTEIT e FIROOZABADI, 2008; AHMED et al., 2015; CAVALCANTE FILHO, 2016; BRUM, 2017; CAVALCANTE, 2019). Nesse aspecto, estratégias que descrevem as fraturas explicitamente, com distinções geométricas entre a matriz e as fraturas, foram desenvolvidas para simplificar seu tratamento em escoamentos multifásicos.

Os métodos explícitos de representação de fraturas podem ser divididos em dois grupos com base nas abordagens de discretização: formulações para malhas conformes e malhas não-conformes. No primeiro grupo, a malha é gerada respeitando a distribuição das fraturas, de modo que coincidam com as superfícies de controle, diferentemente do segundo grupo, no qual as fraturas podem atravessar as células da malha. Neste segundo grupo, existem os Métodos de Elementos Finitos Estendidos ou *Extended Finite Elements Methods* (FUMAGALLI e SCOTTI, 2013; SCHWENCK, FLEMISCH, HELMIG, 2015; FLEMISCH, FUMAGALLI e SCOTTI, 2016) e os Modelos Discretos de Fratura Embutida ou *Embedded Discrete Fracture Models* (EDFM) (LI e LEE, 2008), nos quais os graus de liberdade da matriz e das fraturas são discretizados separadamente, mas a estrutura de acoplamento é idêntica à do dual-contínuo,

com a diferença de que os termos de acoplamento são modelados em termos de variáveis discretas diretamente (BERRE, DOSTER e KEILEGAVLEN, 2018; CAVALCANTE, 2019). Todavia, o desempenho do EDFM depende muito da precisão com que a transmissibilidade modificada pode capturar os efeitos das fraturas.

Já no primeiro grupo (o de malhas conformes) estão incluídos os Modelos de Fraturas Discretas ou *Discrete Fracture Models* (DFM) (AHMED et al., 2015; HOTEIT e FIROOZABADI, 2008; MARTIN, JAFFRÉ e ROBERTS, 2005; SANDVE, BERRE e NORDBOTTEN, 2012), nos quais as fraturas são modeladas explicitamente no espaço, existindo uma interface clara entre matriz e fratura, o que permite capturar os efeitos individuais dessas estruturas no fluxo e transporte de fluidos (HÆGLAND, 2009; AHMED et al., 2015). No entanto, ainda não é viável utilizar o DFM para tratar, por exemplo, domínios com milhares de fraturas, devido a limitações de capacidade computacional. Nesses casos, é possível utilizar uma técnica de *upscaling* para simular o efeito da maioria das fraturas, utilizando o DFM apenas para as mais relevantes (LEE, LOUGH e JENSEN, 2001; CAVALCANTE, 2019).

O DFM pode ser classificado em três grupos: Equidimensionais, Modelos de Fraturas com Dimensão Reduzida e Modelos de Fratura com Malha Híbrida.

Nos Modelos Equidimensionais ou *Equidimensional Models* (HÆGLAND, ASSTEERAWATT e DAHLE, 2009), as fraturas são discretizadas na mesma dimensão espacial que a matriz. Esse modelo não é comumente utilizado devido ao elevado custo computacional decorrente do número de células necessárias para discretizar as fraturas, o que também pode levar a uma redução significativa no passo de tempo máximo, necessário para garantir a estabilidade da solução para abordagens com discretização explícita do tempo (AHMED et al., 2015; CAVALCANTE, 2019).

Nos Modelos de Fraturas com Dimensão Reduzida ou *Lower Dimensional Fracture Models* (LDFM) (MARTIN, JAFFRÉ e ROBERTS, 2005; HOTEIT e FIROOZABADI, 2008; AHMED et al., 2015; BERRE, DOSTER e KEILEGAVLEN, 2018), as equações de fluxo para as fraturas são discretizadas separadamente da matriz, em um subdomínio (n-1)-dimensional, isto é, são modeladas com uma dimensão a menos que a matriz. Por exemplo, em 2-D, as fraturas são representadas por um conjunto de arestas (1-D) associadas às superfícies de controle da malha (AHMED et al., 2015).

Já nos Modelos de Fratura com Malha Híbrida ou *Hybrid Grid Models* (KARIMI-FARD, DURLOFSKY e AZIZ, 2004; SANDVE, BERRE e NORDBOTTEN, 2012; AHMED,

EDWARDS, LAMINE et al., 2017), as fraturas são modeladas como estruturas (n-1)-dimensionais em um domínio geométrico n-dimensional, porém, são expandidas de volta para o espaço n-dimensional no domínio computacional. Portanto, as equações das fraturas e da matriz são discretizadas de maneira equivalente, o que as torna mais adequadas para aproveitar as vantagens dos métodos *Full Pressure Support* (FPS) (CHEN et al., 2006; EDWARDS e ZHENG, 2008; GAO e WO, 2010), permitindo reproduzir métodos com tensor de permeabilidade cheios no interior das fraturas.

Assim, o Método de Fratura com Malha Híbrida atende às características de capacidade de representar geometrias complexas e facilidade para melhorar a representação dos fenômenos físicos, apesar do custo computacional aumentar por fratura, quando comparado àqueles métodos que não representam explicitamente as fraturas. Também é mais adequado para aproveitar ao máximo os métodos FPS, quando comparado ao modelo de dimensão reduzida, sem um aumento importante no custo computacional (CAVALCANTE, 2019).

2.2 Simulação Baseada em Linhas de Fluxo

Nas últimas décadas, os simuladores baseados em linhas de fluxo vêm recebendo mais atenção e estão se tornando uma alternativa atrativa para a modelagem do escoamento de fluidos em meios porosos. Para entender adequadamente esses simuladores, é necessário definir conceitos, características e suas aplicações, os quais serão abordados a seguir.

2.2.1 Linhas de Fluxo: definição e características

Define-se uma linha de fluxo (*streamline*) como a curva instantânea no espaço ao longo da qual cada ponto é tangente ao vetor de velocidade local (BATYCKY, 1997; PREVOT et al., 2001; THIELE, 2005; HAEGLAND, 2009; CHEN et al., 2018). Aplicando esse conceito ao contexto da engenharia de petróleo, uma linha de fluxo é o caminho de partículas fluidas que fluem do poço de injeção para o poço de produção, representando um “canal de escoamento unidimensional” que muda progressivamente ao longo do tempo (DATTA GUPTA e KING, 1995).

Técnicas modernas de simulação baseada em linhas de fluxo surgiram para superar os esforços computacionais enfrentados pelo tradicional Método das Diferenças Finitas (MDF) ao lidar com modelos grandes, heterogêneos e geologicamente complexos, sendo especialmente aplicáveis em problemas dominados pela advecção (THIELE, 2005).

Nos simuladores de linhas de fluxo, diferentemente dos simuladores convencionais, é necessário o uso de duas malhas para realização dos cálculos. Inicialmente, a equação de

pressão é resolvida implicitamente em uma malha euleriana 2-D ou 3-D e, então, a velocidade total é obtida através da lei de Darcy. A partir desse campo de velocidades, as linhas de fluxo são traçadas de injetores em direção aos produtores e, em seguida, as equações de transporte de massa são resolvidas explicitamente ao longo de linhas de fluxo 1-D (malhas lagrangeanas). Finalmente, os resultados atualizados em linhas de corrente são mapeados de volta para a malha euleriana subjacente e esse processo se repete até que a simulação chegue ao final do tempo desejado (AHMADPOUR et al., 2018). Como as equações são unidimensionais ao longo das linhas de fluxo, o número de cálculos e, portanto, a quantidade de memória necessária para a simulação, são menores do que nos métodos convencionais (MESBAH et al., 2018).

Datta-Gupta e King (1995) apontam como principais vantagens deste tipo de simulador: as linhas de fluxo são atualizadas com pouca frequência; as equações de transporte de massa ao longo da linha de fluxo podem ser resolvidas analiticamente; as soluções numéricas 1-D ao longo das linhas de fluxo são menos susceptíveis aos critérios de estabilidade da solução, permitindo assim maiores passos de tempo.

Além do uso eficiente de memória e alta velocidade computacional, essa técnica ainda é reconhecida por sua simplicidade de implementação e capacidade de visualizar padrões de fluxo, podendo ser utilizada como ferramenta de diagnóstico de fluxo (*flow diagnostics*) (CHEN, 2015; MESBAH et al., 2018), sendo útil em diversas aplicações, incluindo delimitação de áreas de drenagem e alocação de poços, validação e classificação de modelos de *upscaling* (SHAHVALI, 2012), ajuste de histórico (MESBAH et al., 2018) e otimização de campo (THIELE, 2005).

Por outro lado, o método de linhas de fluxo também apresenta algumas desvantagens. É um método mais adequado para problemas dominados pela advecção do que problemas dominados pela difusão. Além disso, a suposição de que as linhas de fluxo são independentes entre si dificulta a captura de fenômenos transversais à direção do fluxo, como segregação gravitacional e composicional, efeitos de capilaridade, difusão, compressibilidade e efeitos térmico-transversais (BATYCKY, 1997). A eficiência também pode ser prejudicada quando variações nas condições de produção são bastante frequentes, como em problemas de ajuste de histórico, onde as vazões são alteradas a cada mês, à medida que novos poços são acrescentados ao reservatório (TEIXEIRA, 2015).

2.2.2 Aplicações

Existe na literatura numerosos exemplos do uso de simuladores de linhas de fluxo para modelar o escoamento de fluidos em meios porosos, tanto em reservatórios de petróleo quanto em aquíferos (águas subterrâneas). Neste trabalho, daremos ênfase aos estudos acerca de reservatórios de petróleo.

Os simuladores de linhas de fluxo tiveram suas raízes na década de 1930 através do método analítico descrito no trabalho de Muskat (1937), o qual apresenta as equações básicas que definem os tubos de fluxo (*streamtubes*) e as linhas de fluxo (*streamlines*) para problemas de escoamento de fluidos em meios porosos em domínios bidimensionais. Em 1951, Fay e Pratts desenvolveram estudos utilizando a teoria de Muskat (1937) para traçar linhas de fluxo em problemas envolvendo uma configuração de cinco poços (*five-spot*) submetida à injeção de água. Higgins e Leighton (1962) introduziram a ideia de usar tubos de fluxo para modelar deslocamentos multifásicos em meios porosos. Cada tubo de fluxo foi tratado como um sistema unidimensional, ao longo do qual as soluções de Buckley-Leverett (BUCKLEY e LEVERETT, 1941) puderam ser obtidas. Posteriormente, Shafer (1987), aplicando o método de Runge-Kutta, ampliou o traçado das linhas de fluxo para um modelo bidimensional heterogêneo com múltiplos poços (*multiwells*). Desde então, essa técnica vem recebendo bastante atenção e importantes contribuições foram feitas por diversos autores que estenderam esses conceitos para problemas de simulação de reservatórios.

Pollock (1988) apresentou um método semi-analítico para obtenção das trajetórias das linhas de corrente e o “tempo de voo” (*time of flight*) dentro de cada célula da malha, através de um estudo no qual as equações de fluxo eram resolvidas por diferenças finitas em malha cartesiana. O algoritmo era baseado em, a partir de qualquer ponto de entrada, determinar o ponto de saída de uma linha de corrente e o seu respectivo tempo de saída, assumindo uma aproximação linear do campo de velocidade, na qual cada componente da velocidade das partículas do fluido varia linearmente em cada direção. Ao considerar essas premissas, tem-se uma solução analítica para cada elemento da malha, e essas soluções são, então, conectadas para traçar as linhas de fluxo para todo o domínio. Embora originalmente desenvolvido para malhas ortogonais, o algoritmo de Pollock foi adaptado e estendido para malhas não-estruturadas e malhas *corner points* (CORDES e KINZELBACH, 1992; PRÉVOST et al., 2001).

A primeira abordagem do método de linhas de fluxo em malhas não-estruturadas veio do trabalho de Cordes e Kinzelbach (1992) que, utilizando o método de elementos finitos,

propuseram um pós-processamento do campo de velocidades a fim de recuperar a continuidade do campo, uma vez que o campo de velocidade obtido pelo MEF apresenta um caráter descontínuo e, conseqüentemente, linhas de fluxo imprecisas são geradas através deste método. Para tal, foi necessário o uso da transformação isoparamétrica para mapear as coordenadas e o campo de velocidade, respectivamente, e realizar o traçado das linhas de corrente.

Prévost et al. (2001) forneceram uma extensão consistente da técnica de pós-processamento do campo de velocidade de Cordes e Kinzelbach (1992) para o método dos elementos finitos com volume de controle (CVFEM), e incluíram uma generalização do traçado para polígonos. Jimenez et al. (2005) analisaram detalhadamente como erros na discretização espacial e no mapeamento podem afetar a precisão da solução em células distorcidas. Os autores investigaram como a imprecisão do cálculo do tempo de voo poderia contribuir para erros de balanço de massa, o que resultaria em efeitos de dispersão numérica e orientação de malha, especialmente nos casos de geometrias complexas.

A partir da teoria do método de elementos finitos misto (MFEMs), Matringe et al. (2007) propuseram uma formulação unificada para o traçado das linhas de fluxo em malhas não-estruturadas de quadriláteros e triângulos, com base no uso de uma função de fluxo (*stream function*). Nesse estudo, os autores identificaram diferentes classes de espaços de velocidade, de ordem inferior (Raviart-Thomas – RT^0) e de ordem superior (Brezzi-Douglas-Marini – BDM^1) que são adequados para o traçado. As linhas de fluxo são obtidas analiticamente através da função de fluxo, no interior das células, entretanto, o ponto de saída e o tempo de voo devem ser obtidos numericamente. Apesar do traçado apresentar maior precisão que o método convencional, observou-se que o método proposto apresenta um custo computacional adicional. Mais adiante, o autor estendeu o algoritmo ao método de volumes finitos (MATRINGE et al., 2008), explorando uma relação entre este método de discretização e o MFEMs.

Hægland et al. (2007) desenvolveram, em células quadrilaterais e hexaédricas, em domínios 2-D e 3-D, um método de interpolação da velocidade denominado *Corner Velocity Interpolation* (CVI), no qual pode-se interpolar diretamente a velocidade em todos os lugares dentro de um volume de controle por uma combinação linear de suas velocidades nos nós no espaço físico. A principal vantagem dessa abordagem é que ela pode reproduzir exatamente o fluxo uniforme além de permitir boa precisão no traçado das linhas. Todavia, este método é válido apenas para malhas levemente distorcidas, uma vez que, se aplicado para malhas com elevado grau de distorção, poderia produzir balanços de fluxo não conservativos. Esta

construção foi posteriormente estendida para células poligonais quaisquer por Rasmussen (2010).

Batycky (1997) desenvolveu um simulador tridimensional e bifásico, baseado em linhas de fluxo, aplicável em escala de campo. Em seu trabalho, foram apresentados casos de escoamento de traçadores, influxo de água, deslocamento imiscível e deslocamento com miscibilidade de primeiro contato. As soluções para o problema de transporte sobre as linhas de corrente foram obtidas tanto de maneira analítica como numérica. As soluções analíticas foram obtidas com tempo de simulação bastante curto e livres de problemas de difusão numérica, sendo, entretanto, somente aplicáveis em algumas situações. Utilizando a solução numérica, foi possível estender o método para condições dinâmicas de produção dos poços e efeitos gravitacionais.

Desde o trabalho de Batycky (1997), vários trabalhos foram publicados empregando os simuladores baseados em linhas de fluxo para uma vasta gama de aplicações.

No contexto de reservatórios naturalmente fraturados, Di Donato et al. (2004) apresentaram um simulador por linhas de corrente para a modelagem de injeção de água. Nesse estudo, foram analisadas diferentes funções de transferência de fluidos entre as fraturas e a rocha porosa e os resultados obtidos foram similares aos de simuladores por diferenças finitas para diferentes malhas, porém com tempos de simulação uma ou duas ordens de grandeza menores. Essa implementação foi posteriormente melhorada através da utilização de um esquema adaptativo na solução das linhas de corrente por Thiele (2005).

Ahmed e Datta-Gupta (2004) apresentaram uma formulação generalizada, baseada em linhas de fluxo, para descrever o transporte de fluidos em reservatórios naturalmente fraturados através de uma abordagem *dual-media*. Nessa abordagem, as interações matriz-fratura são obtidas através de duas funções de transferência diferentes: uma função de transferência convencional e uma função de transferência empírica. Os resultados obtidos foram comparados com um simulador comercial de diferenças finitas e mostraram estreita concordância em termos do corte de água e perfis de saturação, apresentando, também, uma redução acentuada na dispersão numérica e nos efeitos de orientação de malha, além de uma economia significativa do custo computacional em escala de campo.

Recentemente, Chen et al. (2018) apresentaram uma formulação robusta para o traçado das linhas de fluxo a serem usadas nos modelos de permeabilidade dupla e porosidade dupla (DPDP) por meio de uma estrutura de Modelos Discretos de Fratura Embutida (EDFM)

incorporada. A estratégia desenvolvida pelos autores é baseada em um método de camada limite que pode ser usado para representar os fluxos na interface da fratura e da matriz durante o traçado das linhas de corrente, respeitando a continuidade do fluxo em cada conexão. O método proposto é aferido com uma solução semi-analítica e uma série de exemplos numéricos, que englobam diferentes níveis de complexidade geológica e geométrica, foram testados para ilustrar a precisão e robustez do método proposto.

3 MODELO MATEMÁTICO

Neste capítulo, serão apresentadas as equações governantes do escoamento bifásico de água e óleo em meios porosos, que se baseiam nas Leis de Conservação de Massa e de Darcy e podem ser representadas por um sistema de equações diferenciais parciais não-lineares, composto por uma equação elíptica de pressão e uma equação hiperbólica de saturação (PEACEMAN, 1977; CARVALHO, 2005; CONTRERAS, 2012; BRUM, 2017). Além disso, apresentaremos os conceitos fundamentais dos parâmetros relacionados às propriedades da rocha e do fluido, bem como as hipóteses simplificadoras do modelo e as condições auxiliares, importantes para a compreensão do problema.

3.1 Hipóteses Simplificadoras

As principais hipóteses simplificadoras adotadas no modelo são descritas a seguir (PEACEMAN, 1977):

1. Fluxo bifásico: água (w) e óleo (o);
2. Escoamento imiscível;
3. O fluido e a rocha são incompressíveis;
4. Os efeitos térmicos, químicos e capilares são desconsiderados;
5. Os efeitos de dispersão e adsorção são negligenciados;
6. O fluxo em meio poroso obedece à Lei de Darcy.

3.2 Conceitos Fundamentais

Nesta seção, serão apresentados, brevemente, os conceitos fundamentais dos parâmetros relacionados à simulação de reservatórios de petróleo.

3.2.1 Propriedades das Rochas e Fluidos

Para compreender adequadamente o modelo matemático, é necessário fazer algumas definições com relação às propriedades das rochas e dos fluidos, as quais são de suma importância para os métodos de recuperação de petróleo.

- Porosidade

A porosidade (ϕ) é um parâmetro físico adimensional utilizado para quantificar os espaços vazios ou poros existentes em um determinado material (BERRYMAN e WANG, 2000). De acordo com Rosa et al. (2006), essa propriedade está relacionada à capacidade de

armazenamento dos fluidos e da fração que o fluido ocupa no volume total de uma rocha, sendo, matematicamente, definida pela razão entre o volume de poros (V_v) em uma amostra de rocha e o volume total desta (V_T).

$$\phi = \frac{V_v}{V_T} \quad (3.1)$$

Esta porosidade pode ser classificada como a porosidade total ou absoluta, que considera todos os poros da amostra de rocha. No entanto, em simulação de reservatórios de petróleo, a porosidade relevante é a efetiva, em que os poros considerados são apenas os interconectados, que apresentam influência direta no fluxo (ERTEKIN, ABOU-KASSEM e KING, 2001). Desse modo, no restante deste texto, o termo porosidade é usado para se referir à porosidade efetiva, porque indica a capacidade do reservatório de acumular fluidos que podem ser deslocados.

- Saturação

O parâmetro que indica a fração do volume total de poros preenchido por cada uma dessas fases i é a saturação dessa fase (S_i). Considerando que o meio poroso está totalmente ocupado pelas fases água (w) e óleo (o), a soma das saturações de todas as fases precisa ser igual a 1.

$$S_w + S_o = 1 \quad (3.2)$$

Nos processos de drenagem, existe um valor de saturação abaixo do qual a fase água se torna imóvel, denominada saturação irreduzível de água (S_{wi}). De maneira semelhante, para a fase óleo, em processos de embebição, o valor limite mínimo é chamado de saturação residual de óleo (S_{or}) (THOMAS, 2001).

- Permeabilidade

Outra propriedade bastante importante para a engenharia de reservatórios de petróleo é a permeabilidade, que indica quanto um meio poroso permite o escoamento de um fluido através de seus poros interconectados (ROSA et al., 2006). Se o meio poroso é completamente saturado por uma única fase, essa permeabilidade é chamada de absoluta. No caso de haver mais de uma fase ocupando os poros, a permissividade do meio ao deslocamento de uma dessas fases é denominada permeabilidade efetiva da fase (ERTEKIN; ABOU-KASSEM; KING, 2001).

Uma amostra de rocha, no entanto, pode ser mais permeável ao fluxo em uma direção do que em outra, indicando a existência de anisotropia. É por isso que a permeabilidade absoluta do meio é geralmente descrita como um tensor, que, para um sistema bidimensional e de coordenadas cartesianas, pode ser representado por (SOUZA, 2015; CAVALCANTE, 2019):

$$\underline{\tilde{K}}(\vec{x}) = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} \\ K_{xy} & K_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

onde \vec{x} é o vetor posição. O tensor de permeabilidade deve ser simétrico e satisfazer a seguinte condição de elipticidade (CRUMPTON et al., 1995; EDWARDS e ROGERS, 1998):

$$K_{xy}^2 \leq K_{xx}K_{yy} \quad (3.4)$$

Em geral, os poros da rocha estão preenchidos com mais de um fluido ou fase. A relação entre a permeabilidade efetiva de uma fase i e a permeabilidade absoluta, no caso em que o meio poroso esteja completamente saturado por essa fase i , é denominada de permeabilidade relativa (k_{ri}). Para um sistema óleo/água, o valor da permeabilidade relativa do óleo (o) ou da água (w) é uma função da saturação dos fluidos e pode ser definido através de relações constitutivas presentes na literatura. Neste trabalho, utilizamos o modelo de Brooks e Corey (BEAR, 1972; SOUZA, 2015) para calcular os valores dessa propriedade, definida por:

$$k_{rw} = (S_n)^{n_w}; \quad k_{ro} = (1 - S_n)^{n_o} \quad (3.5)$$

onde n_w e n_o são expoentes que podem assumir valores diferentes (SOUZA, 2015) e S_n é a normalização da saturação da fase em relação à saturação irreduzível da água (S_{wi}) e à saturação residual do óleo (S_{or}), definida como (CHEN et al., 2006):

$$S_n = \frac{S_w - S_{wi}}{1 - S_{wi} - S_{or}} \quad (3.6)$$

- Densidade

A densidade (ρ), ou massa específica, de um fluido é definida pela razão entre a massa (m) e o volume (V) ocupado pelo mesmo (FOX, MCDONALD e PRITCHARD, 2006).

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (3.7)$$

- Viscosidade

A viscosidade (μ) é a propriedade que mede a resistência que um fluido exibe ao escoamento e é resultante das forças de atrito internas que se desenvolvem devido às interações intermoleculares (FOX, MCDONALD e PRITCHARD, 2006; ÇENGEL e CIMBALA, 2007).

- Mobilidade

A mobilidade de um fluido (λ_i) é definida como a relação entre a permeabilidade efetiva desse fluido e a sua viscosidade nas condições de reservatório. Assim, para cada fase i , essa propriedade é dada por (FANCHI, 2005):

$$\lambda_i = \frac{k_{ri}}{\mu_i} \quad (3.8)$$

A partir disso, pode-se dizer que quanto maior a permeabilidade relativa de um fluido, maior a sua facilidade em se deslocar pelo reservatório. Por outro lado, quanto mais viscoso, menos móvel ele é (FANCHI, 2005).

O somatório das mobilidades de todas as fases presentes, neste caso, mobilidade da água (λ_w) e mobilidade do óleo (λ_o), é definido como mobilidade total (λ):

$$\lambda = \lambda_o + \lambda_w \quad (3.9)$$

3.2.2 Lei de Darcy, Velocidade Total e Fluxo Fracionário

A equação de Darcy, de grande aplicabilidade no estudo do fluxo de fluidos em meios porosos, foi formulada por Henry Darcy em 1856, a partir de um experimento baseado no escoamento de água em um sistema com leitos de areia. Por meio dessa análise, estabeleceu-se uma relação linear empírica entre a velocidade do fluido e o potencial hidráulico (EWING, 1983; FANCHI, 2005; ROSA et al., 2006).

Apesar de ser uma lei empírica, estudos posteriores levaram a uma forma generalizada da lei de Darcy para uma fase i na presença de outras fases, que é amplamente utilizada na simulação de reservatórios (BEAR, 1972; PEACEMAN, 1977; EWING, 1983):

$$\vec{v}_i = -\lambda_i K \left(\vec{\nabla} p_i - \rho_i \vec{g} \right) \quad (3.10)$$

onde \vec{v}_i é a velocidade da fase i , $\vec{\nabla}$ é o operador gradiente, p_i é a pressão da fase i , \vec{g} é o vetor de aceleração gravitacional, K é a permeabilidade absoluta e ρ_i é a densidade da fase i . Negligenciando os efeitos capilar e gravitacional, obtemos:

$$\vec{v}_i = -\lambda_i \tilde{K} \vec{\nabla} p \quad (3.11)$$

onde p é a pressão do fluido.

Define-se, ainda, a velocidade total do fluido (\vec{v}) como a soma das velocidades de todas as fases presentes no escoamento. Nesse trabalho, temos a velocidade da água (\vec{v}_w) e velocidade do óleo (\vec{v}_o), logo:

$$\vec{v} = \vec{v}_w + \vec{v}_o \quad (3.12)$$

Além disso, o fluxo fracionário de uma fase (f_i) é definido como a razão da mobilidade de uma fase i pela mobilidade total. Desconsiderando efeitos da gravidade e capilaridade e, após manipulações algébricas, esse parâmetro é dado por (FANCHI, 2005):

$$f_i = \frac{\lambda_i}{\lambda} \quad (3.13)$$

onde λ é a mobilidade total.

3.3 Equações Governantes

Conforme apresentado em Peaceman (1977), Aziz e Settari (1979) e Helmig (1997), o sistema de equações diferenciais que governa o escoamento de fluidos bifásicos imiscíveis, pode ser obtido combinando-se a equação de conservação da massa com a Lei de Darcy.

Com as hipóteses adotadas (seção 3.1), o princípio de conservação da massa para a fase i , poder expressa por:

$$\phi \rho_i \frac{\partial S_i}{\partial t} + \rho_i \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_i = q_i \quad (3.14)$$

onde t é o tempo e q_i é a vazão do termo fonte/sumidouro.

3.3.1 Equação da Pressão

Escrevendo a equação (3.14) para cada uma das fases presentes no escoamento temos:

$$\phi \rho_w \frac{\partial S_w}{\partial t} = -\rho_w \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_w + q_w \quad (3.15)$$

$$\phi \rho_o \frac{\partial S_o}{\partial t} = -\rho_o \vec{\nabla} \cdot \vec{v}_o + q_o \quad (3.16)$$

Somando-se as Equações (3.15) e (3.16) e agrupando e reordenando os termos correspondentes, obtém-se a seguinte expressão:

$$\phi \frac{\partial (S_w + S_o)}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\vec{v}_w + \vec{v}_o) = \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o} \quad (3.17)$$

Aplicando a restrição da Equação (3.2) elimina-se a saturação e utilizando o conceito da velocidade total da Equação (3.12), temos:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = \frac{q_w}{\rho_w} + \frac{q_o}{\rho_o} \quad (3.18)$$

Definindo-se a vazão volumétrica, para cada fase i , como:

$$Q_i = \frac{q_i}{\rho_i} \quad (\text{com } i = w, o) \quad (3.19)$$

A vazão volumétrica total é dada por:

$$Q = Q_w + Q_o \quad (3.20)$$

Assim, a equação diferencial da pressão, de natureza elíptica, pode ser rapidamente obtida por (PEACEMAN, 1977; EDWARDS; ROGERS, 1998; CARVALHO et al., 2005; CONTRERAS et al., 2016; CAVALCANTE, 2019):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = Q \quad (3.21)$$

onde velocidade total \vec{v} é calculada através da lei de Darcy pela Equação (3.11).

3.3.2 Equação da Saturação

Devido à restrição imposta na saturação, Equação (3.2), é suficiente que a equação da continuidade, Equação (3.14), seja resolvida para apenas uma fase, sendo escolhida a fase água, conforme prática usual da literatura (PEACEMAN, 1977; CARVALHO, 2005; BRUM, 2017).

Definindo a Equação (3.11) para cada fase, temos:

$$\vec{v}_w = -\lambda_w \underline{K} \vec{\nabla} p \quad (3.22)$$

$$\vec{v}_o = -\lambda_o \underline{K} \vec{\nabla} p \quad (3.23)$$

Multiplicando as Equações (3.22) e (3.23) pelas mobilidades λ_o e λ_w , respectivamente, obtemos:

$$\lambda_o \vec{v}_w = -\lambda_o \lambda_w \underline{K} \vec{\nabla} p \quad (3.24)$$

$$\lambda_w \vec{v}_o = -\lambda_w \lambda_o \underline{K} \vec{\nabla} p \quad (3.25)$$

Subtraindo a Eq. (3.24) da (3.25):

$$\lambda_w \vec{v}_o - \lambda_o \vec{v}_w = \lambda_o \lambda_w \underline{K} \vec{\nabla} p - \lambda_w \lambda_o \underline{K} \vec{\nabla} p \quad (3.26)$$

Resolvendo o termo do lado direito da igualdade, obtemos a seguinte expressão:

$$\lambda_w \vec{v}_o - \lambda_o \vec{v}_w = 0 \quad (3.27)$$

Agora substituindo \vec{v}_o dado por $\vec{v}_o = \vec{v} - \vec{v}_w$, ver Equação (3.12), temos:

$$\lambda_w (\vec{v} - \vec{v}_w) - \lambda_o \vec{v}_w = 0 \quad (3.28)$$

Rearranjando os termos, obtém-se:

$$\lambda_w \vec{v} = (\lambda_w + \lambda_o) \vec{v}_w = \lambda \vec{v}_w \quad (3.29)$$

Então, a velocidade da fase água é dada por:

$$\vec{v}_w = \frac{\lambda_w}{\lambda} \vec{v} = f_w \vec{v} \quad (3.30)$$

Por fim, substituindo a Equação (3.30) na equação da conservação da massa, Equação (3.14), temos:

$$\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (f_w \vec{v}) = Q_w \quad (3.31)$$

Esta Equação (3.31) é conhecida como a equação hiperbólica de saturação. As Equações (3.21) e (3.31) são acopladas pelo campo de velocidade total \vec{v} (PEACEMAN, 1977).

3.3.3 Condições Inicial e de Contorno

Além de estabelecer o sistema de equações diferenciais que governa o escoamento de fluidos no meio poroso, é preciso definir condições de contorno e inicial para a descrição completa do problema (NAVEIRA, 2007). Neste caso, considerando um domínio Ω , seu contorno Γ é definido como:

$$\Gamma = \Gamma_D \cup \Gamma_N \cup \Gamma_P \cup \Gamma_I \quad (3.32)$$

onde Γ_D e Γ_N representam as fronteiras externas de Dirichlet (pressão prescrita) e Neumann (fluxo prescrita), respectivamente, e Γ_P e Γ_I os poços produtores e injetores, respectivamente. Portanto, essas condições auxiliares podem ser definidas como (AZIZ e SETTARI, 1979; CONTRERAS et al., 2016; CAVALCANTE, 2019):

$$\begin{aligned}
 p(\vec{x}, t) &= g_D && \text{em } \Gamma_D \times [0, t] \\
 \vec{v} \cdot \vec{n} &= g_N && \text{em } \Gamma_N \times [0, t] \\
 S_w(\vec{x}, t) &= \bar{S}_w && \text{em } \Gamma_I \times [0, t] \\
 S_w(\vec{x}, 0) &= \bar{S}_w^0 && \text{em } \Omega \text{ e } t = 0
 \end{aligned} \tag{3.33}$$

onde \vec{x} é o vetor posição, t é o tempo, g_D e g_N são funções escalares conhecidas de pressão e fluxo, respectivamente, \vec{n} é o vetor normal unitário externo à superfície de controle, \vec{v} é a velocidade total, \bar{S}_w é a saturação de água prescrita no poço injetor e \bar{S}_w^0 é a distribuição inicial da saturação de água no reservatório.

4 FORMULAÇÃO NUMÉRICA

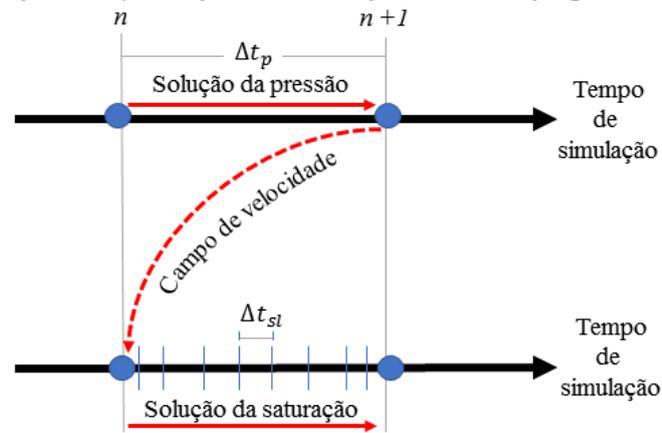
Neste capítulo, apresentaremos as estratégias numéricas utilizadas para resolver as Equações (3.21) e (3.31) em meios porosos fraturados, utilizando o método MPFA-D acoplado ao Modelo de Fratura com Malha Híbrida e uma Formulação Baseada em Linhas de Fluxo.

Para utilizar a técnica de simulação baseada em linhas de fluxo no estudo de reservatórios de petróleo, são necessários dois tipos de malhas computacionais e passos de tempo. As malhas computacionais incluem: uma malha euleriana 2-D cobrindo todo o reservatório; e múltiplas malhas 1-D (lagrangeanas) ao longo de diferentes linhas de corrente. Os passos de tempo também incluem dois tipos principais: o “passo de tempo global” ou “passo de tempo da pressão” que é usado para atualizar o campo de pressão na malha euleriana; e o “passo de tempo local” ou “passo de tempo de saturação”, que é usado para resolver a equação de saturação ao longo das linhas de fluxo (AHMADPOUR et al., 2018).

Similarmente a um método IMPES (*Implicit Pressure Explicit Saturation*) (EWING, 1983; CARVALHO, 2005; CHEN, 2007; AHMED e EDWARDS et al., 2015), na estratégia adotada, as equações de pressão e saturação são resolvidas de maneira segregada. Isso significa que, inicialmente, a saturação é assumida como constante, prescrita como condição inicial, e a equação de pressão é resolvida implicitamente em uma malha 2-D para um passo de tempo global (Δt_p). Posteriormente, o campo de velocidade é calculado usando a Lei de Darcy a partir do campo de pressão. O campo de pressões e, conseqüentemente, a velocidade, são assumidos constantes durante o intervalo de tempo global, então determina-se as linhas de corrente e o tempo de voo (*time of flight* - TOF), bem como as variações de saturação usando passos de tempo locais (Δt_{sl}), conforme ilustrado na Figura 1, onde cada nível de tempo é representado como um vértice sobre a linha de tempo de simulação.

Portanto, nessa formulação, cada passo de tempo global (Δt_p) é equivalente a um certo número de passos de tempo local (Δt_{sl}), determinados de modo que a restrição de estabilidade do algoritmo explícito (condição CFL) seja satisfeita (TEIXEIRA, 2015). Dessa forma, a equação da saturação é resolvida repetidamente até que o campo de saturação atinja o mesmo instante do campo de pressão, assim como num esquema IMPES modificado ou MIMPES (HURTADO et al., 2006; DA SILVA et al., 2016), no qual, diferentes passos de tempo são considerados para as Equações (3.21) e (3.31), estabelecidos para diminuir às restrições de estabilidade associadas à solução explícita do problema de transporte no esquema IMPES convencional (HOTEIT e FIROOZABADI, 2008).

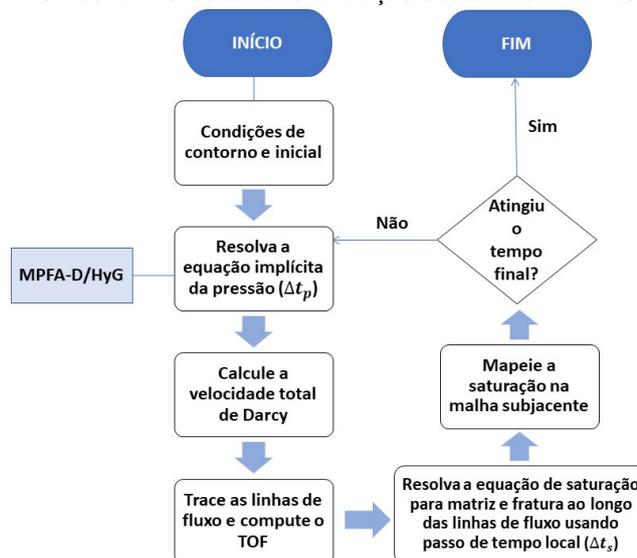
Figura 1 – Representação esquemática dos passos de tempo global e local.



Fonte: A Autora (2019)

O esquema descrito na Figura 1 permite reduzir significativamente o tempo de computação necessário para completar a simulação, uma vez que a principal vantagem dessa estratégia é que a equação implícita de pressão, que pode representar cerca de 90% de todos os cálculos em cada etapa, é resolvida um número menor de vezes que a equação de saturação. Isso ocorre devido ao fato de que, geralmente, o campo de velocidades varia lentamente ao longo da simulação, implicando que o campo de saturação pode ser atualizado várias vezes antes da necessidade de atualizar os campos de pressão/velocidade (HURTADO et al., 2006; DA SILVA et al., 2016). Neste contexto, o algoritmo utilizado neste trabalho é ilustrado na Figura 2 e exibe diferentes etapas da simulação baseada em linhas de fluxo para reservatórios fraturados. Detalhes de cada etapa serão discutidos nas seções subsequentes.

Figura 2 – Algoritmo ilustrativo de uma formulação baseada em linhas de fluxo.



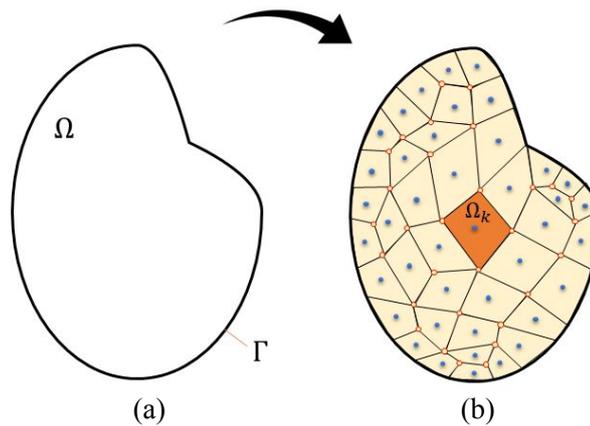
Fonte: A Autora (2019)

No presente trabalho, a formulação numérica foi implementada no código *in house* do grupo de pesquisa PADMEC da UFPE, modificando e estendendo algoritmos desenvolvidos por Souza (2015), Teixeira (2015), Contreras et al. (2016) e Cavalcante (2019), utilizando-se a linguagem MATLAB®. A geração da malha foi realizada através do *software* GMSH (GEUZAINÉ e REMACLE, 2009). O pós-processamento foi realizado usando o VisIt® (VISIT USER'S MANUAL, 2005), o qual permitiu a visualização dos campos de pressão e saturação dos resultados e, por fim, os gráficos comparativos foram obtidos no MATLAB®.

4.1 Equação da Pressão

A fim de resolver a Equação (3.21), discretizamos o domínio 2-D (Ω), com contorno Γ , em k células poligonais (volumes de controle – VCs), conforme apresentado na Figura 3.

Figura 3– Representação computacional de um reservatório em 2-D: (a) Domínio contínuo (Ω); (b) Domínio discretizado com destaque para um volume de controle genérico.



Fonte: A Autora (2019)

Desse modo, integrando a Equação (3.21) em um domínio Ω (Fig. 3a), a seguinte expressão é obtida:

$$\int_{\Omega} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \, \partial\Omega = \int_{\Omega} Q \, \partial\Omega \quad (4.1)$$

Particionando o domínio contínuo em um conjunto finito de subdomínios chamados volumes de controle (Fig. 3b), e considerando um volume de controle arbitrário, temos:

$$\int_{\Omega_k} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \, \partial\Omega = \int_{\Omega_k} Q \, \partial\Omega_k \quad (4.2)$$

Usando o Teorema da Divergência de Gauss (STEWART, 2006) no termo da esquerda e o Teorema do Valor Médio (STEWART, 2006) no da direita da Eq. (4.2), obtemos:

$$\int_{\partial\Omega_k} \vec{v} \cdot \vec{n} \, \partial\Gamma = \bar{Q}_k \Omega_k \quad (4.3)$$

onde \vec{n} é o vetor normal unitário externo para a superfície de controle Γ . É possível, ainda, utilizar o Teorema do Valor Médio na integral à esquerda da Equação (4.3) chegando à:

$$\int_{\partial\Omega_k} \vec{v} \cdot \vec{n} \, \partial\Gamma \cong \sum_{j \in \Gamma_k} \vec{v}_j \cdot \vec{N}_j \quad (4.4)$$

onde é \vec{N}_j o vetor área associado à cada face $j \in \Gamma_k$.

A partir das Equações (4.3) e (4.4) podemos escrever a Equação (3.21) em sua forma discreta como:

$$\sum_{j \in \Gamma_k} \vec{v}_j \cdot \vec{N}_j = \bar{Q}_k \Omega_k \quad (4.5)$$

onde \bar{Q}_k é o termo fonte médio, Ω_k é o volume (ou área em 2-D) e Γ_k é o conjunto de faces da k -ésima célula da malha.

Para resolver a Equação (4.5), é adotado o método MPFA-D, proposto, inicialmente, por Gao e Wu (2010), aplicado à simulação de reservatórios de petróleo por Contreras et al. (2016) e, recentemente, estendido para meios porosos fraturados por Cavalcante (2019). De modo geral, o MPFA-D depende de valores de pressão nos centroides dos volumes de controle e valores de pressão nos vértices que, após o uso de interpolações que preservam linearidade, se tem uma formulação completamente centrada na célula.

Nesse sentido, a fim de obter a expressão de fluxo para uma superfície de controle (aresta em 2-D), é necessário destacar o conjunto local de células da malha em torno dessa aresta e construir o estêncil do MPFA-D, conforme ilustrado na Figura 4. Assim, a expressão para o fluxo que cruza a aresta IJ , obtida após manipulações algébricas adequadas (CONTRERAS et al., 2016; CAVALCANTE, 2019), pode ser compactamente expressa como:

$$\vec{v}_{IJ} \cdot \vec{N}_{IJ} = \sigma_{IJ} \left[p_{\hat{R}} - p_{\hat{L}} - \upsilon_{IJ} (p_J - p_I) \right] \quad (4.6)$$

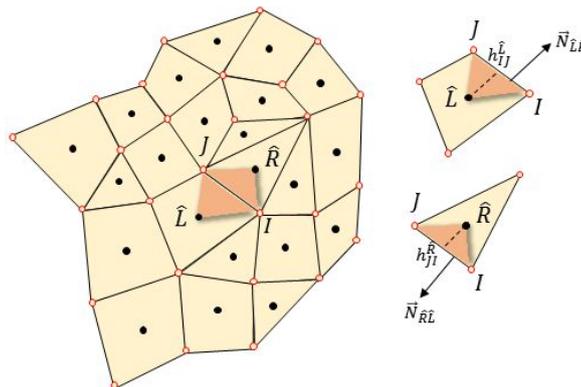
sendo

$$\sigma_{IJ} = -\lambda_{IJ} \frac{K_{IJ_{\hat{L}}}^{(n)} K_{IJ_{\hat{R}}}^{(n)}}{K_{IJ_{\hat{L}}}^{(n)} h_{JI}^{\hat{R}} + K_{IJ_{\hat{R}}}^{(n)} h_{IJ}^{\hat{L}}}; \quad \upsilon_{IJ} = \frac{\vec{\hat{L}\hat{R}} \cdot \vec{IJ}}{|\vec{IJ}|^2} - \frac{1}{|\vec{IJ}|} \left(\frac{K_{IJ_{\hat{L}}}^{(t)}}{K_{IJ_{\hat{L}}}^{(n)}} h_{IJ}^{\hat{L}} + \frac{K_{IJ_{\hat{R}}}^{(t)}}{K_{IJ_{\hat{R}}}^{(n)}} h_{JI}^{\hat{R}} \right) \quad (4.7)$$

Na Equação (4.6), $p_{\hat{R}}$ e $p_{\hat{L}}$ são aproximações de pressão nos baricentros dos volumes de controle direito e esquerdo da face IJ , σ_{IJ} representa um termo de transmissibilidade e \mathcal{U}_{IJ} representa a componente não-ortogonal à face IJ da mesma. Além disso, as pressões nodais, p_I e p_J são calculadas usando os valores de pressão dos VCs que rodeiam os nós I e J , respectivamente, através de uma interpolação linear chamada *Linear Preserving Weighted Interpolation (LPWI)* (CONTRERAS et al., 2016).

Na Equação (4.7), os segmentos \vec{IJ} e \vec{JI} são as faces das células \hat{L} e \hat{R} , respectivamente. $\vec{N}_{IJ} = \mathfrak{R}\vec{IJ}$ e $\vec{N}_{JI} = \mathfrak{R}\vec{JI}$, em que $\vec{N}_{IJ} = -\vec{N}_{JI}$, são os vetores área normal às arestas \vec{IJ} e \vec{JI} , respectivamente, e \mathfrak{R} é uma matriz de rotação $\pi/2$. As alturas dos baricentros até a face são denotadas como $h_{IJ}^{\hat{L}}$ e $h_{JI}^{\hat{R}}$ para as células \hat{L} e \hat{R} , respectivamente (Ver Fig. 4). $\kappa(\hat{L}) = \kappa_{\hat{L}}$ é a permeabilidade da célula à esquerda da aresta considerada (análoga à direita).

Figura 4 – Diagrama uma malha poligonal arbitrária, com o "estêncil de diamante".



Fonte: A Autora (2019)

A aproximação linear da mobilidade para a aresta IJ (λ_{IJ}) é dada pela simples média aritmética entre as mobilidades nas células à esquerda e à direita, conforme abaixo:

$$\lambda_{IJ} = \frac{\lambda_{\hat{L}} + \lambda_{\hat{R}}}{2} \quad (4.8)$$

Em muitas aplicações, este valor é assumido como sendo a mobilidade no VC que está à montante em relação ao fluxo (AZIZ e SETTARI, 1979; HURTADO, 2005; KOZDON et al, 2011; SOUZA, 2015). Outra forma de se determinar esse parâmetro, poderia ser através de alguma média de ponderação volumétrica das mobilidades nas células vizinhas à aresta em estudo. No entanto, segundo Cavalcante (2019), essa abordagem pode retornar resultados incorretos devido às aplicações em reservatórios naturalmente fraturados, uma vez que, em virtude do volume (ou área, em 2-D) das células das fraturas ser muito pequeno, qualquer

ponderação volumétrica levaria a uma incoerência física. Além disso, Souza et al. (2018) investigaram diferentes ponderações para a mobilidade total, dentre as quais, a média aritmética foi a mais promissora, especialmente no que se refere à redução de efeito de orientação de malha e ganho de acurácia no campo de saturação.

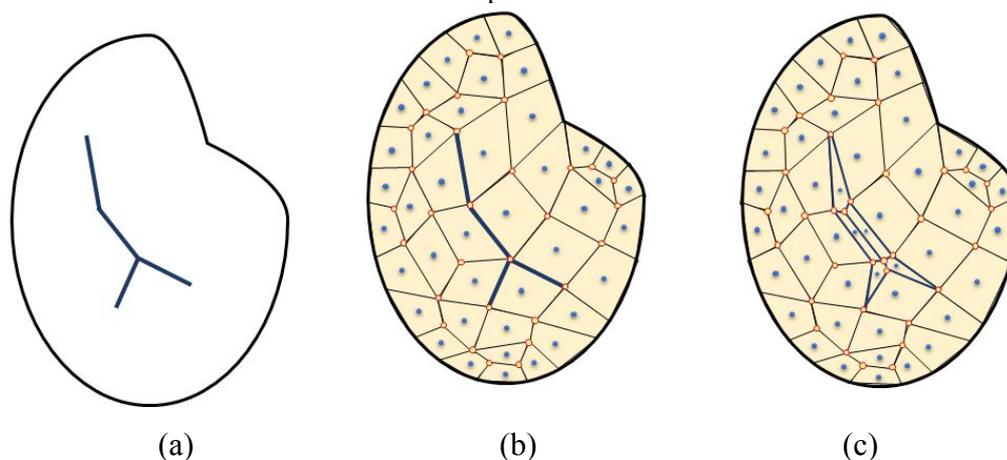
4.2 Modelo de Fratura com Malha Híbrida

Neste trabalho, a técnica adotada para o tratamento das fraturas foi o Modelo de Fratura com Malha Híbrida ou *Hybrid-Grid Model* (HyG), que atende à capacidade de representar adequadamente geometrias complexas e apresenta algumas vantagens quando comparado à outros métodos. O nome para esse esquema foi atribuído por Sandve, Berre e Nordbotten (2012), que o demonstraram no contexto do método MPFA, seguido de Ahmed et al. (2017), os quais apresentaram um acoplamento do mesmo com uma formulação FPS, o CVD-MPFA (*Control Volume Distributed Variant of Multipoint Flux Approximation*).

No HyG, a malha é gerada respeitando a distribuição espacial das fraturas, de modo que estas coincidam com as superfícies de controle das células, sendo modeladas como estruturas $(n-1)$ -dimensionais em um domínio geométrico n -dimensional. Por exemplo, considerando um domínio em 2-D (Fig. 5a), as fraturas são representadas por um conjunto de arestas (1-D) associadas às superfícies de controle da malha (Fig. 5b). Entretanto, no domínio computacional, essas entidades são expandidas para n -dimensionais (2-D) (Fig. 5c). Portanto, as equações das fraturas e da matriz são discretizadas em conjunto, diferentemente do LDFM, em que as equações para as fraturas são discretizadas separadamente da matriz, em um subdomínio $(n-1)$ -dimensional (1-D), ou seja, são modeladas com uma dimensão a menos que a matriz.

Embora no HyG as fraturas na malha geométrica sejam representadas como entidades de dimensão inferior, a dimensão transversal ausente é indicada a partir de um parâmetro que deve ser previamente definido para cada família de fratura – a abertura da fratura – uma vez que seu conhecimento é de extrema importância para a construção da malha híbrida, isto é, malha computacional para a qual as fraturas são dimensionalmente expandidas (CAVALCANTE, 2019).

Figura 5 – Domínio fraturado. (a) Esboço de um domínio com fraturas. (b) Malha geométrica, com as arestas correspondentes às fraturas. (c) Malha computacional, com as fraturas expandidas como células quadrilaterais.



Fonte: Adaptado de Cavalcante (2019)

Neste trabalho, utilizamos uma adaptação do método HyG original para tratar as fraturas presentes em um reservatório discretizado apenas por elementos quadrilaterais. A construção da malha híbrida foi feita seguindo o procedimento a seguir:

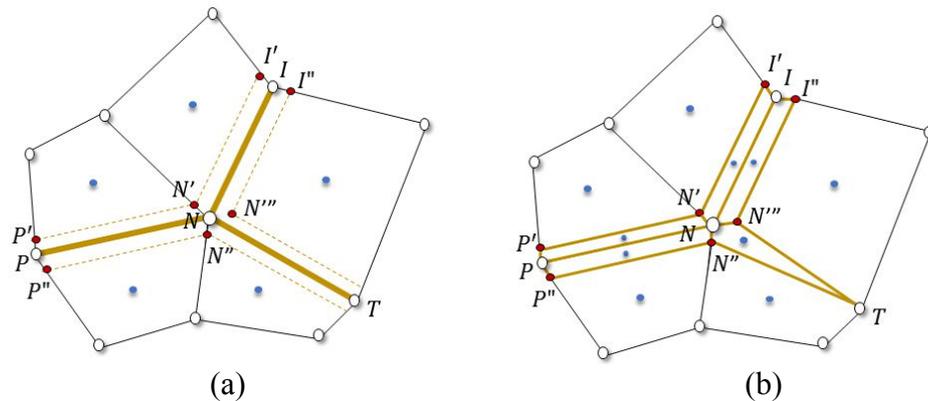
1 – Na vizinhança de cada aresta da fratura, traça-se duas linhas retas paralelas (linhas auxiliares), cada uma na distância de metade da abertura ajustada para aquela fratura, pré-determinada pelo usuário (Fig. 6a).

2 – Se um nó é compartilhado por n arestas de fratura (com $n > 1$), ocorrerão n interseções por linhas auxiliares adjacentes que corresponderão aos novos pontos da malha computacional. Na Figura 6a, o nó N é compartilhado por três arestas de fratura, o que levou ao surgimento de três novos nós, representados por N' , N'' e N''' . Assim, cada ponto compartilhado por n arestas de fratura se tornará n novos pontos. Supondo que os nós I e P são compartilhados por duas arestas de fratura, por exemplo, eles se tornam os novos nós I' , I'' , P' e P'' . Se o nó for compartilhado por apenas uma aresta de fratura, não ocorrerá nenhuma interseção e o nó original será mantido (consulte o nó T na Fig. 6).

3 – Conecte os pontos para formar os novos polígonos correspondentes às fraturas expandidas (Fig. 6b).

4 – Para evitar colinearidade e formação de quadrados degenerados num triângulo, eventualmente, deve-se ajustar a posição do nó original.

Figura 6 – Construção da malha híbrida. (a) Traçado das linhas paralelas e determinação de novos pontos. (b) Configuração da malha híbrida.



Fonte: Adaptado de Cavalcante (2019)

Segundo Cavalcante (2019), essa estratégia facilita o gerenciamento da ponderação associada ao cálculo dos valores da função no nó (que é necessário para algumas formulações centradas nas células), se comparado, por exemplo, com outros métodos que não expandem as fraturas e resolvem suas equações em uma dimensão inferior, como o esquema LDFM (AHMED et al., 2015; BRUM, 2017). Além disso, o HyG permite tratar fraturas com permeabilidade anisotrópica que são representadas por tensores completos (*full tensor*) no interior das fraturas.

4.3 Formulação Baseada em Linhas de Fluxo

A formulação baseada em linhas de fluxo segue alguns princípios fundamentais apresentados nos trabalhos de Batycky (1997), Thiele (2005), Teixeira (2015) e Ahmadpour et al. (2018), os quais são descritos a seguir:

1. Traçado das linhas de fluxo a partir da solução da pressão;
2. Redefinição da equação de conservação de massa em termos de TOF;
3. Solução numérica da saturação ao longo das linhas de fluxo;
4. Mapeamento das propriedades de transporte para a malha original;
5. Cálculo dos efeitos gravitacionais, capilares, de compressibilidade, etc. Devido às considerações do item 3.1, neste trabalho esse tópico não será abordado.
6. Atualização periódica das linhas de fluxo e repetição das etapas anteriores.

4.3.1 Traçado das Linhas de Fluxo a partir da Solução da Pressão

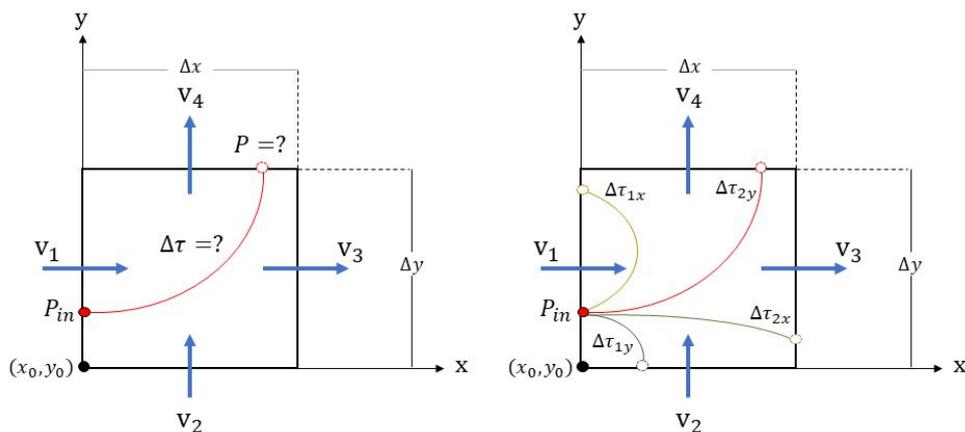
Para realizar o traçado das linhas de fluxo do poço injetor ao produtor, inicialmente, é necessário estabelecer os pontos de lançamento no domínio. Na formulação implementada neste trabalho, as linhas são lançadas a partir das superfícies de controle de todos os elementos que possuem um poço injetor e, em seguida, conduzidas até o centroide desses blocos. O número total de linhas de corrente nas superfícies de controle é distribuído proporcionalmente à vazão total de injeção, logo, para o caso homogêneo e isotrópico, as linhas serão igualmente distribuídas em cada face do poço injetor.

Uma vez definido o ponto de lançamento, a construção das linhas de fluxo é baseada na expressão semi-analítica da trajetória da linha dentro do elemento, descrita por Pollock (1988). A suposição básica do método de Pollock é que o campo de velocidades ao longo de cada direção (x,y,z) varia linearmente e é independente das velocidades nas outras direções numa mesma malha. Desse modo, sabendo as velocidades de entrada e saída da célula, pode-se encontrar o ponto de saída da trajetória da linha de fluxo e o tempo necessário para alcançá-lo partindo de um ponto de entrada. Este é estabelecido, inicialmente, a partir do lançamento. O método de Pollock é atrativo porque é analítico e consistente com a equação de balanço de materiais do reservatório (DATTA-GUPTA e KING, 2007).

- Método de Pollock

Por conveniência, o método semi-analítico de Pollock (1988) para malhas cartesianas é descrito em um sistema bidimensional, para o qual definimos um sistema de coordenadas local e uma origem, conforme apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Esquema ilustrativo do método de Pollock para o traçado das linhas de fluxo. (a) Campo de velocidade e incógnitas. (b) Determinação da face de saída e tempos de voo para cada face da célula.



Fonte: Adaptado de Teixeira (2015)

Sabendo que a velocidade intersticial na superfície de controle, obtida a partir da velocidade de Darcy, para cada uma das faces da célula, é dada por:

$$v_i = \bar{v} \cdot \bar{n}_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (4.9)$$

onde \bar{n}_i é o vetor normal unitário externo à superfície de controle.

Podemos calcular as componentes da velocidade nas direções x e y , como:

$$\begin{aligned} v_x &= v_1 + m_x(x - x_0) \\ v_y &= v_2 + m_y(y - y_0) \end{aligned} \quad (4.10)$$

sendo m_x e m_y os gradientes da velocidade no interior da célula, dados por:

$$\begin{aligned} m_x &= \frac{v_3 - v_1}{\Delta x} \\ m_y &= \frac{v_4 - v_2}{\Delta y} \end{aligned} \quad (4.11)$$

A relação entre tempo de voo (τ) e velocidade dentro de um VC é expressa por:

$$\frac{d\tau}{\phi} = \frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y} \quad (4.12)$$

Substituindo a Equação (4.10) na Equação (4.12), podemos determinar o tempo de percurso que as partículas levam para alcançar uma face de saída pela integração explícita de Equação (4.12) e independente para cada direção, de tal forma que:

$$\frac{\Delta\tau_{e,x}}{\phi} = \frac{1}{m_x} \ln \left\{ \frac{v_1 + m_x(x - x_0)}{v_1 + m_x(x_{in} - x_0)} \right\} \quad (4.13)$$

$$\frac{\Delta\tau_{e,y}}{\phi} = \frac{1}{m_y} \ln \left\{ \frac{v_2 + m_y(y - y_0)}{v_2 + m_y(y_{in} - y_0)} \right\} \quad (4.14)$$

onde (x, y) são as coordenadas do ponto de saída na face a partir do gradiente linear da velocidade, $e=1,2$ é o índice que representa as duas faces em cada direção e (x_{in}, y_{in}) são as coordenadas para o ponto de entrada, P_{in} , conforme ilustrado na Figura 7.

Nos casos em que a velocidade é uniforme numa dada direção, isto é, o gradiente assume o valor zero, as Equações (4.13) e (4.14) tornam-se:

$$\frac{\Delta\tau_{e,x}}{\phi} = \frac{x - x_{in}}{v_1}$$

$$\frac{\Delta\tau_{e,y}}{\phi} = \frac{y - y_{in}}{v_2}$$
(4.15)

A face onde a linha de fluxo irá sair será àquela que apresentar o menor valor não negativo de tempo de percurso. Assim,

$$\Delta\tau_e = \text{MinPositivo}(\Delta\tau_{1,x}, \Delta\tau_{2,x}, \Delta\tau_{1,y}, \Delta\tau_{2,y})$$
(4.16)

Uma vez determinado o tempo mínimo, a posição exata de saída da linha de fluxo pode ser determinada por:

$$x_e = x_0 + v_1 \left(\frac{e^{m_x \Delta\tau_e} - 1}{m_x} \right)$$
(4.17)

$$y_e = y_0 + v_2 \left(\frac{e^{m_y \Delta\tau_e} - 1}{m_y} \right)$$
(4.18)

que se reduzem às expressões abaixo quando $m_x = 0$ ou $m_y = 0$.

$$x_e = x_0 + v_1 \Delta\tau_e$$

$$y_e = y_0 + v_2 \Delta\tau_e$$
(4.19)

- Malhas Não Estruturadas

O método de Pollock original é limitado apenas para malhas ortogonais, mas posteriormente, essa abordagem foi estendida para malhas não estruturadas e malhas *corner points* (CORDES e KINZELBACH, 1992; PREVOST et al., 2001; JIMENEZ et al., 2007), usando uma transformação isoparamétrica adequada, na qual cada elemento da malha do espaço real é mapeado em um quadrado unitário (em 2-D) no domínio de referência e vice-versa, conforme mostra a Figura 8.

Para traçar as linhas de fluxo em malhas não estruturadas, um sistema adimensional precisa ser introduzido, no qual a relação entre coordenadas adimensionais e coordenadas físicas pode ser expressa como:

$$\xi = \frac{x}{\Delta x}; \eta = \frac{y}{\Delta y}$$
(4.20)

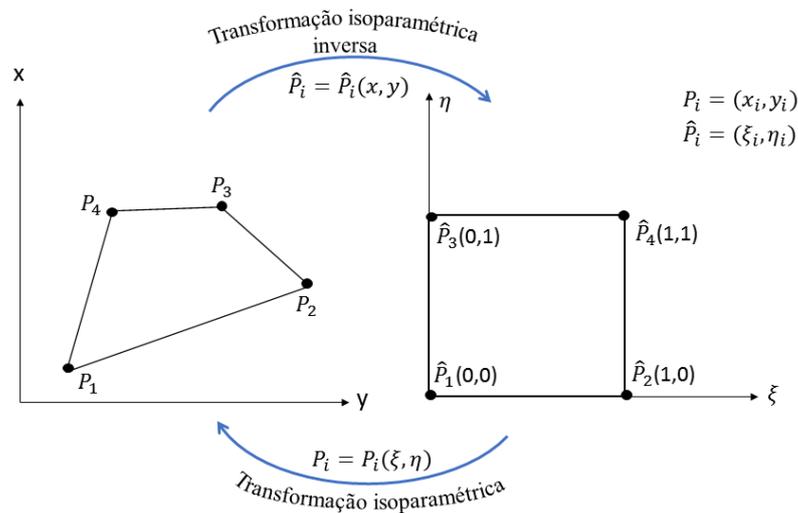
onde ξ, η são as coordenadas adimensionais do espaço de referência e x, y são as coordenadas do espaço físico (malha de simulação). Além disso, as velocidades intersticiais são convertidas em fluxos volumétricos pela multiplicação do comprimento da i -ésima face da célula (ε_i), obtendo:

$$f_i = \vec{v} \cdot \vec{n}_i \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (4.21)$$

A partir das Eqs. (4.20) e (4.21) e dividindo a Eq. (4.12) pela área da célula, obtemos:

$$\frac{d\tau}{\phi \cdot \Delta x \cdot \Delta y} = \frac{d\xi}{f_\xi(\xi)} = \frac{d\eta}{f_\eta(\eta)} \quad (4.22)$$

Figura 8 – Esquema ilustrativo de transformação de coordenadas.



Fonte: A Autora (2019)

Cordes e Kinzelbach (1992) forneceram uma generalização da Eq. (4.22) para calcular as trajetórias das linhas de fluxo e o tempo de voo em malhas não estruturadas com base em duas hipóteses: interpolar linearmente o fluxo volumétrico ao invés da velocidade; e usar o jacobiano ao invés da área da célula para relacionar fluxo e velocidade. De acordo com essas considerações, temos as equações de Pollock, em termos de vazões volumétricas e comprimentos adimensionais, definidas da seguinte maneira:

$$\frac{d\tau}{\phi \cdot J(\xi, \eta)} = \frac{d\xi}{f_\xi(\xi)} = \frac{d\eta}{f_\eta(\eta)} \quad (4.23)$$

Esta equação acima pode ser reescrita para cada direção como:

$$\begin{aligned}\phi \frac{d\xi}{d\tau} &= \frac{f_\xi(\xi)}{J(\xi, \eta)} \\ \phi \frac{d\eta}{d\tau} &= \frac{f_\eta(\eta)}{J(\xi, \eta)}\end{aligned}\quad (4.24)$$

As vazões volumétricas são linearmente interpoladas em cada direção com base nos fluxos das faces correspondentes, similarmente a Eq. (4.10), da seguinte forma:

$$\begin{aligned}f_\xi(\xi) &= f_1 + m_\xi \xi \\ f_\eta(\eta) &= f_2 + m_\eta \eta\end{aligned}\quad (4.25)$$

Com o intuito de simplificar o processo de integração numérica da Eq. (4.12), Jimenez et al. (2010) introduziram um parâmetro de tempo T , chamado de pseudo-tempo de voo, definido por:

$$dT = \frac{1}{\phi} \frac{d\tau}{J(\xi, \eta)} = \frac{d\xi}{f_\xi(\xi)} = \frac{d\eta}{f_\eta(\eta)}\quad (4.26)$$

Assim, semelhante ao método de Pollock, a Eq. (4.26) pode ser integrada de maneira explícita e independente em cada direção. A solução integral na direção ξ é mostrada a seguir:

$$\begin{aligned}\int_0^{T_e} dT &= \phi \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\xi}{f_\xi(\xi)} = \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\xi}{f_1 + m_\xi \xi} = \frac{\phi}{m_\xi} \ln \left[\frac{f_1 + m_\xi \xi}{f_1 + m_\xi \xi_0} \right] \quad (\text{com } m_\xi \neq 0) \\ \int_0^{T_e} dT &= \phi \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\xi}{f_\xi(\xi)} = \int_{\xi_0}^{\xi} \frac{d\xi}{f_1 + m_\xi \xi} = \phi \left(\frac{\xi - \xi_0}{f_1} \right) \quad (\text{com } m_\xi = 0)\end{aligned}\quad (4.27)$$

Similarmente, obtemos o pseudo-tempo de voo na direção η . A face onde a linha de fluxo irá sair será a que apresentar o menor valor não negativo dos tempos de percurso,

$$\Delta T_e = \text{MinPositivo}(\Delta T_{1,\xi}, \Delta T_{2,\xi}, \Delta T_{1,\eta}, \Delta T_{2,\eta})\quad (4.28)$$

Uma vez determinado o tempo mínimo, a coordenada exata de saída da linha de fluxo pode ser determinada por:

$$\begin{aligned}\xi_e &= \xi_0 + (f_1 + m_\xi \xi_0) \left(\frac{e^{m_\xi \Delta T_e} - 1}{m_\xi} \right) \quad (\text{com } m_\xi \neq 0) \\ \xi_e &= \xi_0 + f_1 \Delta T_e \quad (\text{com } m_\xi = 0)\end{aligned}\quad (4.29)$$

De maneira semelhante, obtemos a posição de saída na direção η . Conhecidas as coordenadas dos nós de saída da linha de corrente no espaço normalizado (ξ_e, η_e) , podemos determinar as coordenadas de saída no espaço real (x, y) por meio de uma transformação isoparamétrica bilinear dada a partir do mapeamento do quadrilátero convexo para um quadrado unitário (Ver Figura 8), através das seguintes equações (TEIXEIRA, 2015):

$$\begin{aligned} x(\xi, \eta) &= x_1(1-\xi)(1-\eta) + x_2\xi(1-\eta) + x_3\xi\eta + x_4(1-\xi)\eta \\ y(\xi, \eta) &= y_1(1-\xi)(1-\eta) + y_2\xi(1-\eta) + y_3\xi\eta + y_4(1-\xi)\eta \end{aligned} \quad (4.30)$$

onde (x_1, y_1) , (x_2, y_2) , (x_3, y_3) e (x_4, y_4) são as coordenadas dos nós no espaço real e $0 \leq \xi \leq 1$ e $0 \leq \eta \leq 1$ no espaço normalizado. No caso da transformação isoparamétrica inversa (do espaço físico para o normalizado), o mapeamento envolve equações adicionais e, portanto, não é obtido diretamente. Para maiores detalhes dessa transformação, consultar Apêndice E do trabalho de Haegland (2003).

4.3.2 Redefinição da Equação de Conservação de Massa em termos de TOF

No método de linhas de fluxo, a Eq. (3.31) é reescrita em termos de tempo de voo (TOF), transformando intuitivamente um problema de transporte 2-D/3-D em múltiplas equações unidimensionais que serão resolvidas ao longo de cada linha de fluxo traçada.

Assumindo que não existem termos de fonte/sumidouro ao longo da linha de fluxo, exceto no poço de injeção, a Eq. (3.31) pode ser escrita como:

$$\vec{\nabla} \cdot (f_w \vec{v}) = -\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (4.31)$$

Expandindo o termo da esquerda da Eq. (4.31), temos:

$$\vec{v} \vec{\nabla} (f_w) + f_w \vec{\nabla} (\vec{v}) = -\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (4.32)$$

Como o sistema é incompressível ($\nabla \cdot \vec{v} = 0$), a equação acima pode ser simplificada e reescrita como (DATTA-GUPTA e KING, 2007; CHEN, 2015):

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} (f_w) = -\phi \frac{\partial S_w}{\partial t} \quad (4.33)$$

Definindo, agora, o tempo de voo ao longo da linha de corrente como uma função do comprimento do arco (s), obtemos:

$$\tau(s) = \int_0^s \frac{\phi(\zeta)}{|\vec{v}(\zeta)|} d\zeta \quad (4.34)$$

Diferenciando os dois lados da Eq. (4.34) em função de s (BLUNT et al., 1996), temos:

$$\frac{\partial \tau}{\partial s} = \frac{\phi}{\|\vec{v}\|} \quad (4.35)$$

que pode ainda ser reescrita como (BATYCKY, 1997; CHEN, 2015):

$$\|\vec{v}\| \frac{\partial}{\partial s} \equiv \vec{v} \cdot \nabla = \phi \frac{\partial}{\partial \tau} \quad (4.36)$$

Logo, o primeiro termo da Eq. (4.33) pode ser reescrito usando a coordenada do tempo de voo, com base na Eq. (4.36), como:

$$\vec{v} \cdot \vec{\nabla} (f_w) = \phi \frac{\partial f_w}{\partial \tau} \quad (4.37)$$

Portanto, aplicando a Eq. (4.37) na Eq. (4.33), podemos reescrever a equação de saturação da fase água do modelo bifásico 2-D para uma formulação baseada em linhas de fluxo, como:

$$\frac{\partial S_w}{\partial t} + \frac{\partial f_w}{\partial \tau} = 0 \quad (4.38)$$

No entanto, para casos que envolvem uma física mais complexa, algumas dessas suposições podem não ser válidas e a solução 1-D, geralmente, envolve divisão do operador, correção anti-difusão ou métodos de projeção ortogonais para levar em consideração gravidade, capilaridade e outros efeitos inerentes à física do problema (BRATVEDT et al., 1996; DATTA-GUPTA e KING, 2007; TANAKA, 2014; CHEN, 2015).

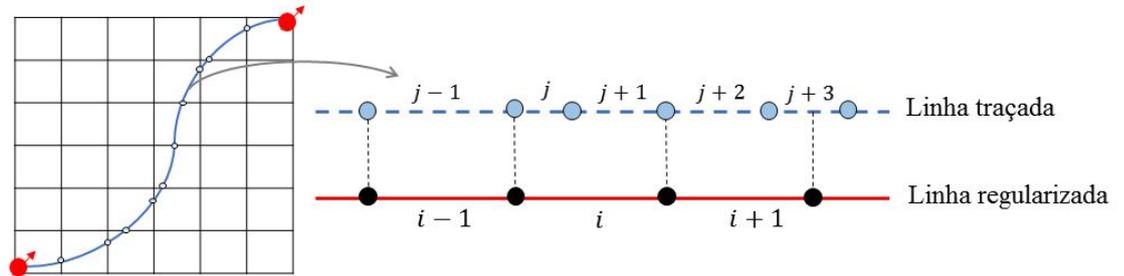
4.3.3 Solução Numérica da Saturação ao longo das Linhas de Fluxo

As malhas de tempo de voo ao longo das linhas de fluxo são altamente irregulares, incluindo segmentos de TOF muito grandes e muito pequenos, o que pode levar a uma restrição do passo de tempo devido ao critério de CFL (AHMADPOUR et al., 2018).

Por essa razão, antes de avançar o campo de saturação ao longo da linha de fluxo, é necessário realizar um processo de regularização da linha de corrente em intervalos de tempo de voo constantes usando uma média ponderada (THIELE, 2005; TEIXEIRA, 2015;

AHMADPOUR et al., 2018), de forma a manter a conservação de massa das fases envolvidas na simulação. A Figura 9 mostra o procedimento de regularização.

Figura 9 – Procedimento de regularização da linha de fluxo traçada.



Fonte: Adaptado de Teixeira (2015)

Com base na Figura 9 e conforme descrito em Teixeira (2015), o i -ésimo segmento da linha regularizada inclui mais de um intervalo do segmento da linha traçada, já o intervalo $i-1$ da linha regularizada está completamente contido dentro de um único intervalo da linha traçada. Além disso, quando não existe coincidência entre os limites dos segmentos, o intervalo da linha traçada é dividido, como pode ser observado em relação ao intervalo $j+3$ da linha traçada.

Na situação onde o trecho regularizado engloba vários intervalos, ou partes de intervalos, o campo de saturação no i -ésimo trecho, é obtido por:

$$S_{w|i} = \frac{\sum_j S_w |_j (\tau_j - \tau_{j-1})}{\Delta \tau_i} \quad (4.39)$$

No caso em que o trecho regularizado está contido no intervalo entre dois nós, intervalo $i-1$, a saturação do intervalo é simplesmente transcrita para o trecho regularizado.

Uma vez realizado o procedimento de regularização da linha de fluxo traçada, a Eq. (4.38) é discretizada usando o Método *Upwind* de Primeira Ordem com discretização explícita no tempo. Logo, a forma discreta para i -ésimo segmento da linha de fluxo regularizada é dada por:

$$S_w^{i,n+1} = S_w^{i,n} + \frac{\Delta t_{sl}}{\Delta \tau} [f_w^{i,n} - f_w^{i-1,n}] \quad (4.40)$$

onde i é o identificador do segmento da linha regularizada e n é o nível de tempo, $\Delta \tau$ é o passo de tempo de voo da linha de fluxo após o processo de regularização, $f_w^{i,n}$ e $f_w^{i-1,n}$ são os fluxos fracionários de água à montante e à jusante do segmento da linha de fluxo regularizada e Δt_{sl} é

o passo de tempo usado na solução da linha de fluxo, satisfazendo o critério de CFL (HIRSCH, 1994), que pode ser obtido por:

$$\Delta t_{sl} = \frac{n_{CFL} \Delta \tau}{v_{\max}^w} \quad (4.41)$$

em que $n_{CFL} \leq 1$ é o número de Courant e v_{\max}^w representa a velocidade máxima do choque, que é definida como (DATTA-GUPTA e KING, 2007):

$$v_{\max}^w = \left[\frac{(f_w^{sl})_i^n - (f_w^{sl})_{i-1}^n}{(S_w^{sl})_i^n - (S_w^{sl})_{i-1}^n} \right] \quad (4.42)$$

sendo $(S_w^{sl})_i$ a saturação para a i^{th} linha de corrente e $(f_w^{sl})_i$ o fluxo fracionário para a i^{th} linha de corrente.

Em cada linha, a Eq. (4.40) é resolvida várias vezes, respeitando-se o máximo intervalo de tempo para estabilidade, até que o intervalo de tempo utilizado na solução de pressão (Δt_p) seja atingido, ou seja, $\Delta t_p = \sum \Delta t_{sl}$.

4.3.4 Mapeamento das Propriedades de Transporte para a Malha Original

Depois que todas as linhas de fluxo são traçadas, os valores de saturação que foram calculados conforme a seção anterior são mapeados de volta para a malha euleriana 2-D, usando uma média ponderada da saturação e tempo de voo das linhas que passam por cada VC individualmente. Essa ponderação é dada por (BATYCKY, 1997; DATTA-GUPTA e KING, 2007; TEIXEIRA, 2015):

$$S_w^{VC} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{VC}^{sl}} [\Delta \tau_i \cdot S_w^{sl,i}]}{\sum_{i=1}^{n_{VC}^{sl}} \Delta \tau} \quad (4.43)$$

onde S_w^{CV} é a saturação de água no volume de controle, n_{CV}^{sl} o número de linhas que passam por esse VC, $\Delta \tau_i$ é o tempo necessário para cruzar esse VC, $S_w^{sl,i}$ é a saturação para a i^{th} linha de corrente.

5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, apresentamos alguns resultados obtidos a partir da aplicação da nossa formulação na simulação em 2-D do escoamento bifásico de água e óleo em reservatórios naturalmente fraturados. Em todos os exemplos, o modelo consiste na clássica configuração de $\frac{1}{4}$ de cinco poços (*five spot*). Salvo indicação na declaração do problema, o domínio é definido como $\Omega = [0,1] \times [0,1]$ e diferentes arranjos da rocha matriz e das fraturas são considerados. O poço de injeção está posicionado no canto inferior esquerdo do domínio apresentando uma vazão específica constante e unitária, $Q_I = 1$. O poço produtor está localizado no canto superior direito do domínio com uma pressão constante e igual à zero, $P_p = 0$. As condições de contorno atribuídas são de fluxo nulo nos contornos externos do reservatório.

Nos casos apresentados, as viscosidades e densidades da água e do óleo são iguais a 1. Além disso, os expoentes n_w e n_o da Eq. (3) são sempre iguais a 2, as porosidades estão definidas como $\phi = 0.5$ na rocha matriz e $\phi = 1$ nas fraturas e o número de Courant é $C_r = 0.8$. As propriedades da rocha matriz são referidas pelo subscrito m e as propriedades da fratura são referidas pelo subscrito f . Todos os parâmetros usados neste trabalho estão adimensionais.

O número de linhas de corrente tende a aumentar linearmente com o número de células da malha (THIELE, 2005) e é arbitrariamente determinado pelo usuário. Nesse trabalho, esse valor foi definido a partir de alguns testes, nos quais observou-se que um número entre 100 e 200 linhas apresenta bons resultados. Na maioria dos casos envolvendo a simulação baseada em linhas de fluxo, a depender da quantidade de linhas definidas, nem todos os volumes de controle serão atravessados. Para esses casos, ocorre o traçado adicional (ou reverso) (BATYCKY, 1997; DATTA-GUPTA e KING, 2007), em que as linhas de corrente são lançadas no centro destes elementos não atingidos. No presente trabalho, não foi considerado o processo de traçado adicional nos elementos não atingidos pelas linhas de fluxo.

Os resultados obtidos pela nossa formulação são apresentados e comparados com outros resultados encontrados na literatura.

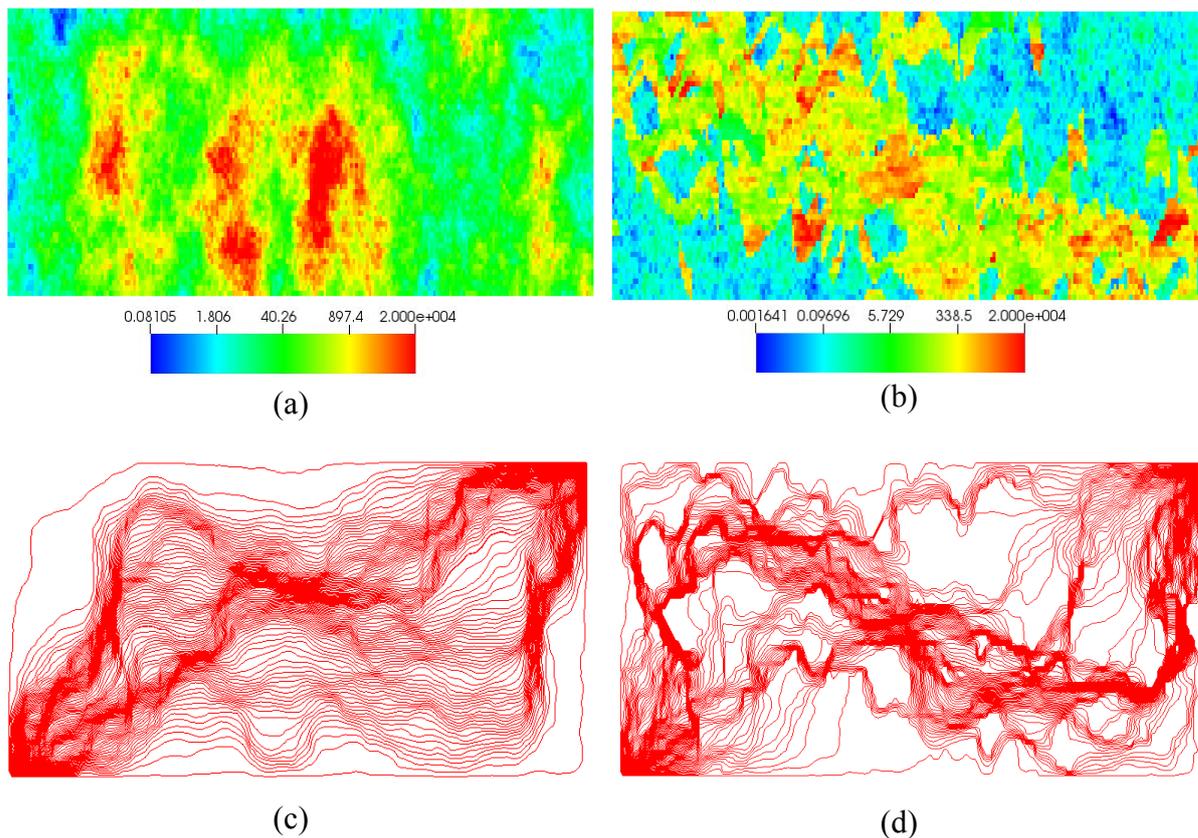
5.1 Traçado das Linhas de Fluxo

Para avaliar a robustez e a qualidade do traçado das linhas de corrente neste trabalho, resolvemos um problema clássico de fluxo em meios porosos altamente heterogêneos e anisotrópicos, o CSP-SPE 10 (SPE; CHRISTIE e BLUNT, 2001). Construímos as linhas para duas diferentes camadas desse *benchmark*, escolhidas aleatoriamente, cujos campos de

permeabilidades estão esboçados, em escala logarítmica, na Figura 10. O domínio é definido como $\Omega = [0; 2.200] \times [0; 1.200]$ m e discretizado em 13200 quadriláteros. Foram traçadas 100 linhas de corrente do injetor em direção ao produtor.

Como podemos observar na Figura 10, a maior concentração de linhas está nas zonas de permeabilidades mais altas, uma vez que estas regiões formam canais preferenciais para o escoamento. Por outro lado, não existe concentração de linhas de corrente nas zonas de baixas permeabilidades, como esperado. As linhas de corrente geradas a partir da nossa formulação apresentam um comportamento qualitativamente semelhante aos trabalhos de Matringe (2004) e Thiele (2005), que também avaliaram o traçado em camadas do SPE 10.

Figura 10 – Traçado das linhas de fluxo para o CSP-SPE 10. (a) Campo de permeabilidade da camada 09. (b) Campo de permeabilidade da camada 70. (c) Traçado das linhas de fluxo para a camada 09. (d) Traçado das linhas de fluxo para a camada 70.



Fonte: A Autora (2019)

5.2 Fluxo Bifásico em $\frac{1}{4}$ de Cinco Poços com Fratura Diagonal

Baseando-se nos trabalhos de Brum (2017), Chen et al. (2018) e Cavalcante (2019), nesse exemplo, foi resolvido o problema de fluxo bifásico em reservatórios contendo uma única fratura diagonal. Esta é representada através de duas configurações distintas, um canal (fratura de alta permeabilidade) e uma barreira (fratura de baixa permeabilidade), ilustradas na Figura

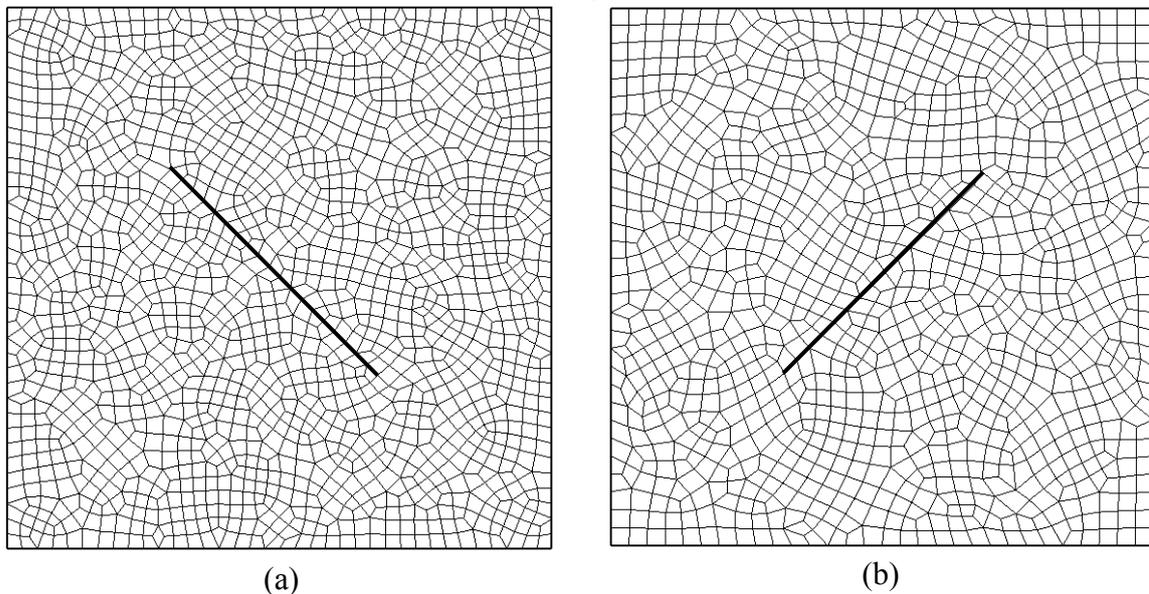
11 com marcação em negrito. O domínio é discretizado por malhas de 1597 e 1120 volumes de controle, respectivamente, para a barreira e o canal. Em ambos os casos, 150 linhas de fluxo foram traçadas.

A permeabilidade da rocha matriz é dada por:

$$\underline{K}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Já a permeabilidade da fratura para o caso com barreira é de $\underline{K}_{f_1} = 10^{-16} \underline{K}_m$ e para o caso com canal é de $\underline{K}_{f_2} = 10^4 \underline{K}_m$. A abertura da fratura para ambos os casos é $a_f = 10^{-3}$.

Figura 11– Malha computacional para o fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com fratura diagonal: (a) Barreira; (b) Canal.



Fonte: A Autora (2019)

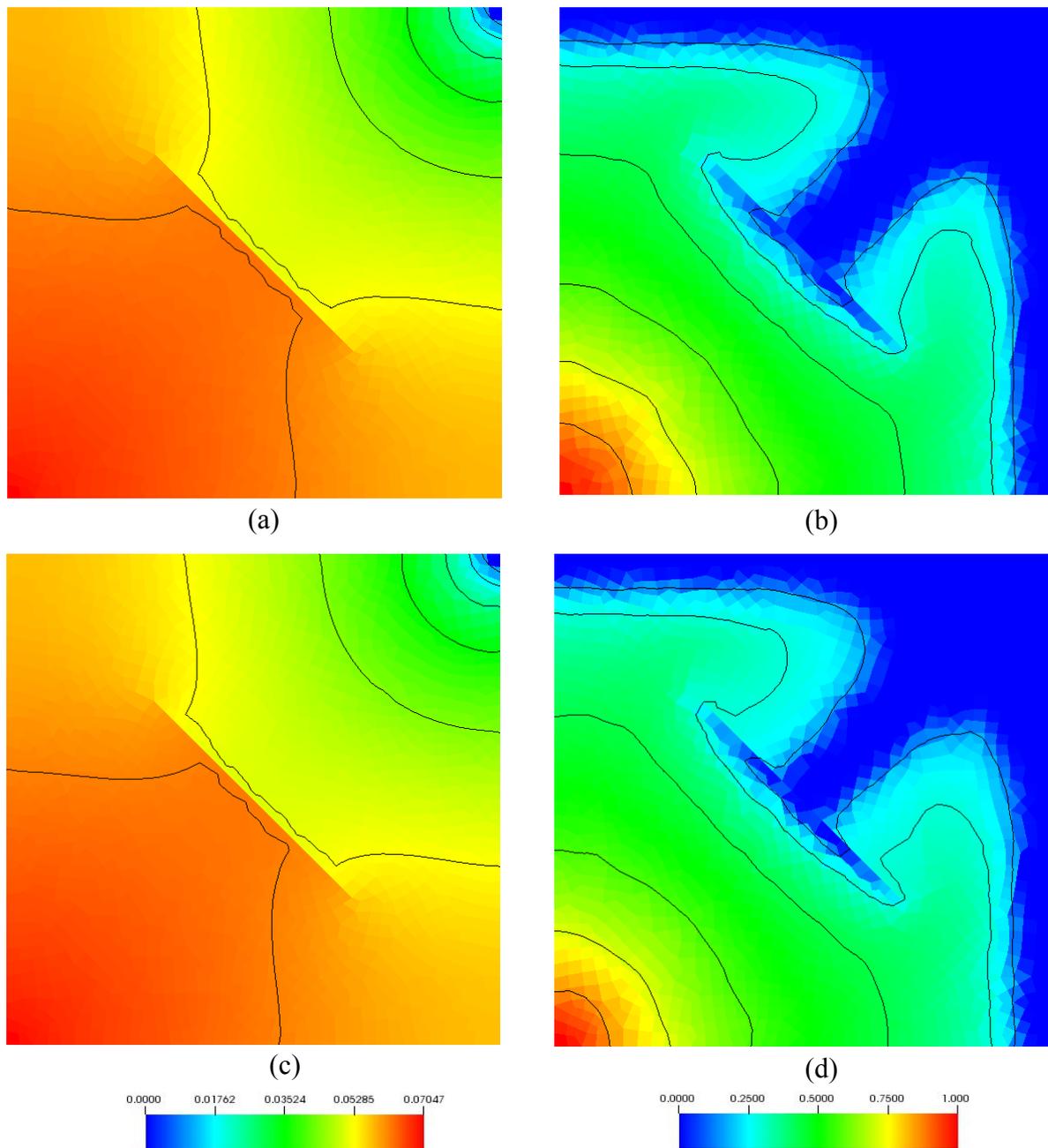
A fim de avaliar a robustez de nossa formulação (MPFA-D/SF-HyG), comparamos nossos resultados com os resultados obtidos usando uma estratégia IMPES com MPFA-D/HyG para solução da pressão em conjunto com o tradicional Método *Upwind* de Primeira Ordem (FOUM) para a solução da equação de saturação.

- Barreira

Na Figura 12, apresentamos os campos de pressão e saturação para 0,3 VPI (Volume Poroso Injetado). Como pode ser visto, os resultados são bastante semelhantes para ambas as estratégias. Nesse exemplo, o MPFA-D/SF-HyG produz um perfil de saturação que é menos difusivo do que o MPFA-D/FOUM-HyG e apresenta curvas de corte da água (Fig. 13b) e produção acumulada de óleo (Fig. 13a) quase idênticas a estratégia adotada como referência.

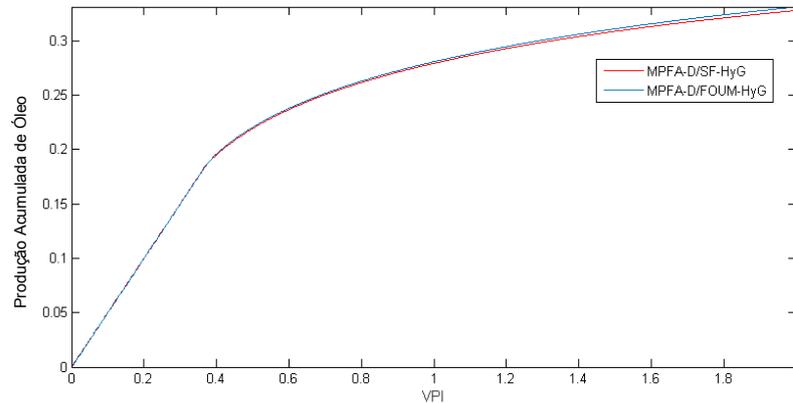
Além disso, analisando o comportamento físico, podemos notar que a frente de saturação contorna a região de baixa permeabilidade (fratura), como esperado, evitando qualquer barreira dentro do domínio (Figs. 12b e 12d). Observa-se também um gradiente de pressão acentuado em ambos os casos, evidenciando a presença da barreira no reservatório (Figs. 12a e 12c).

Figura 12 – Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com uma barreira diagonal em $t = 0.3$ VPI: (a) Campo de pressão usando o MPFA-D/SF-HyG; b) Campo de saturação usando o MPFA-D/SF-HyG; (c) Campo de pressão usando o MPFA-D/FOUM-HyG; d) Campo de saturação usando o MPFA-D/FOUM-HyG.

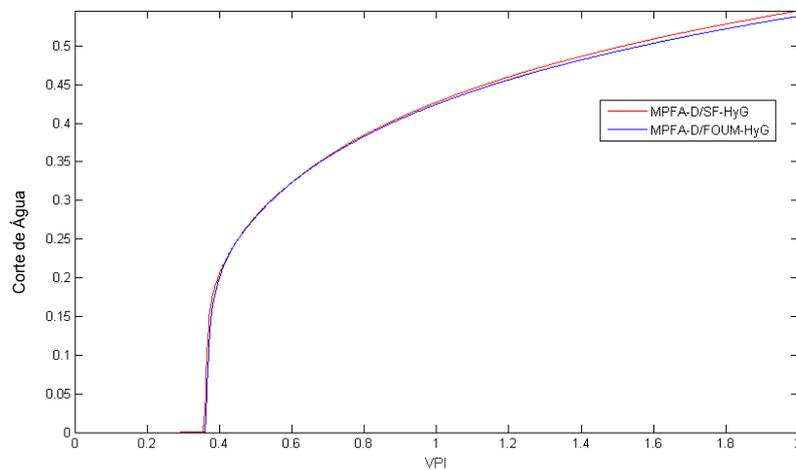


Fonte: A Autora (2019)

Figura 13 – Reporte de produção para o problema de fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com uma barreira diagonal: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água.



(a)



(b)

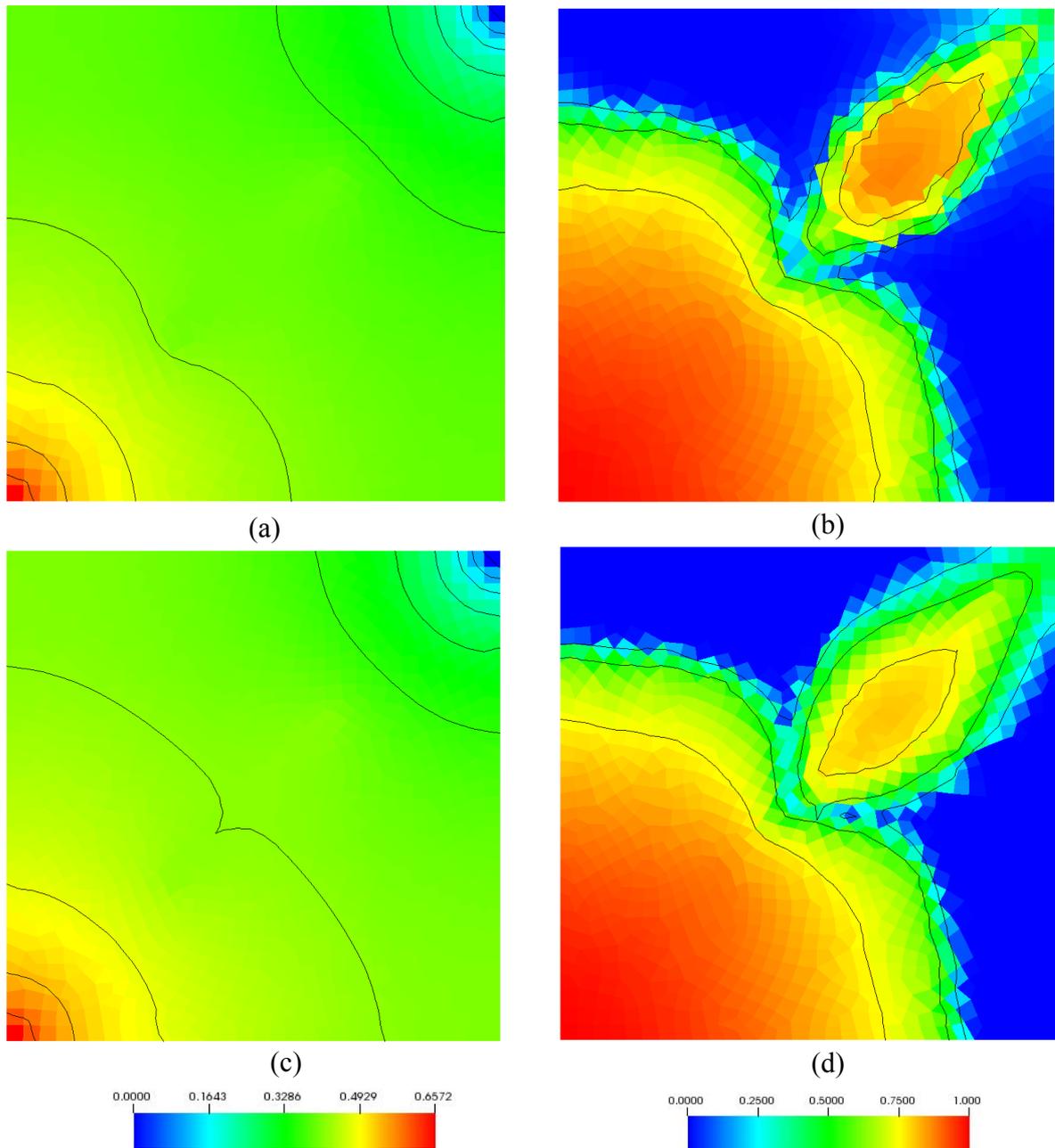
Fonte: A Autora (2019)

- Canal

Na Figura 14, apresentamos os campos de pressão e saturação para 0,55 VPI (Volume Poroso Injetado). Comparando os resultados para as duas formulações, os perfis de pressão e saturação são muito próximos, mas é possível identificar algumas diferenças qualitativas. Note que no MPFA-D/SF-HyG, as variações de saturação são relativamente maiores na extremidade do canal do que no MPFA-D/FOUM-HyG.

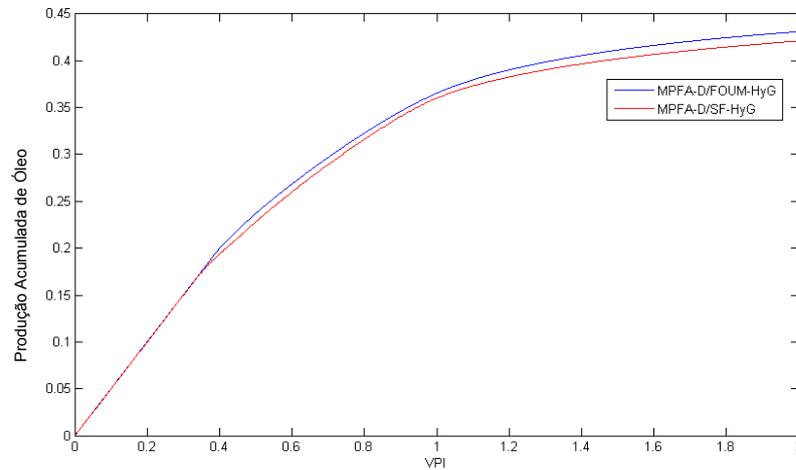
Nesse exemplo, observamos uma pequena antecipação do corte da água (*breakthrough*) para o MPFA-D/SF-HyG, quando comparada com a solução obtida com MPFA-D/FOUM-HyG, como pode ser visto na Figura 15b.

Figura 14 – Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com uma canal diagonal em $t = 0.55$ VPI: (a) Campo de pressão usando o MPFA-D/SF-HyG; b) Campo de saturação usando o MPFA-D/SF-HyG; (c) Campo de pressão usando o MPFA-D/FOUM-HyG; d) Campo de saturação usando o MPFA-D/FOUM-HyG.

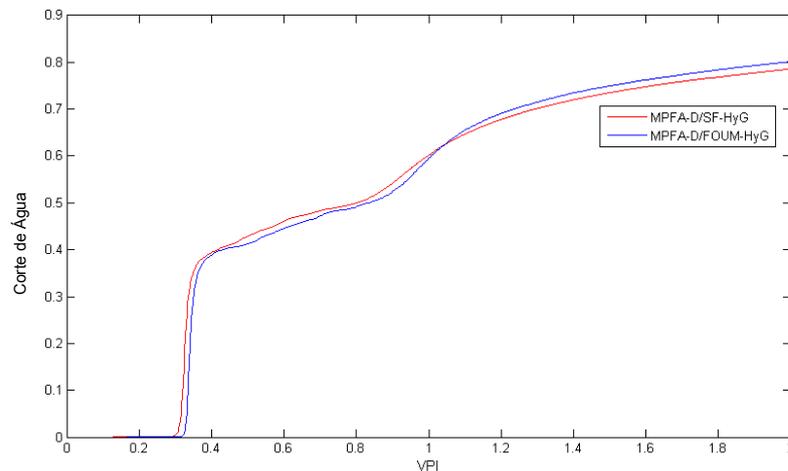


Fonte: A Autora (2019)

Figura 15 – Reporte de produção para o problema de fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com um canal diagonal: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água.



(a)

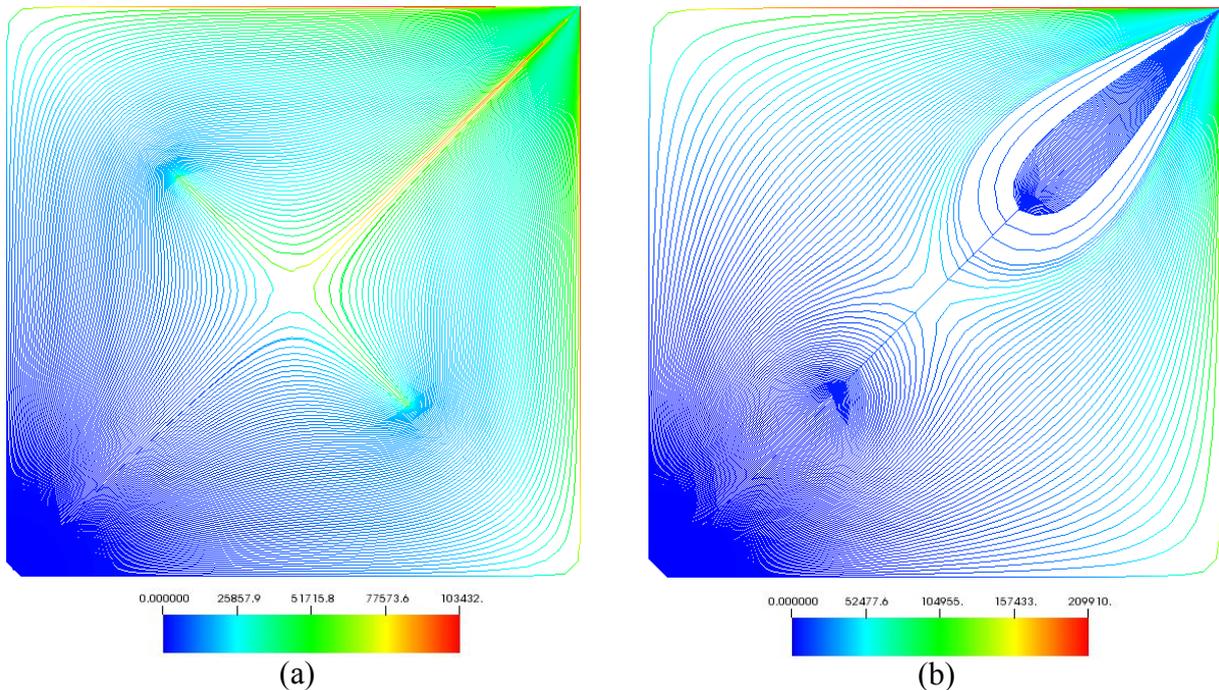


(b)

Fonte: A Autora (2019)

Além dos campos de pressão e saturação, podemos analisar o traçado das linhas de fluxo para os dois casos (barreira e canal) em termos de distribuição de tempo de voo. Na Figura 16, observamos que os maiores valores de TOF estão, predominantemente, nas extremidades do domínio em ambos exemplos. Além disso, notamos que altos valores de TOF também são registrados logo após a barreira (Fig. 16a). Isso acontece porque, nessas regiões, o campo de velocidade é mais baixo que no restante do domínio, portanto, valores maiores de TOF são computados nesses trechos. Esses resultados mostraram uma boa concordância em termos de distribuições do TOF quando comparados, qualitativamente, com o trabalho de Chen et al. (2018).

Figura 16– Traçado das linhas de fluxo em termos de distribuição do TOF: (a) Barreira; (b) Canal.



Fonte: A Autora (2019)

Apesar de reforçarmos que nosso código computacional foi escrito na linguagem MATLAB e sem nenhuma preocupação na otimização do mesmo, para termos uma ideia do custo computacional relativo entre as diferentes formulações, na Tabela 1, apresentamos o número de passos de tempo, bem como o tempo total de simulação para nossa estratégia (MPFA-D/SF-HyG) e a formulação de referência adotada (MPFA-D/FOUM-HyG), para cada uma das malhas utilizadas.

Tabela 1 – Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com fratura diagonal: custo computacional.

| | BARREIRA | | CANAL | |
|------------------------|-----------------|------------------------|-----------------|------------------------|
| | Passos de tempo | Tempo de Simulação (s) | Passos de tempo | Tempo de Simulação (s) |
| MPFA-D/SF-HyG | 500 | 967 | 800 | 1292 |
| MPFA-D/FOUM-HyG | 4964 | 7280 | 8722 | 9193 |

Fonte: A Autora (2019)

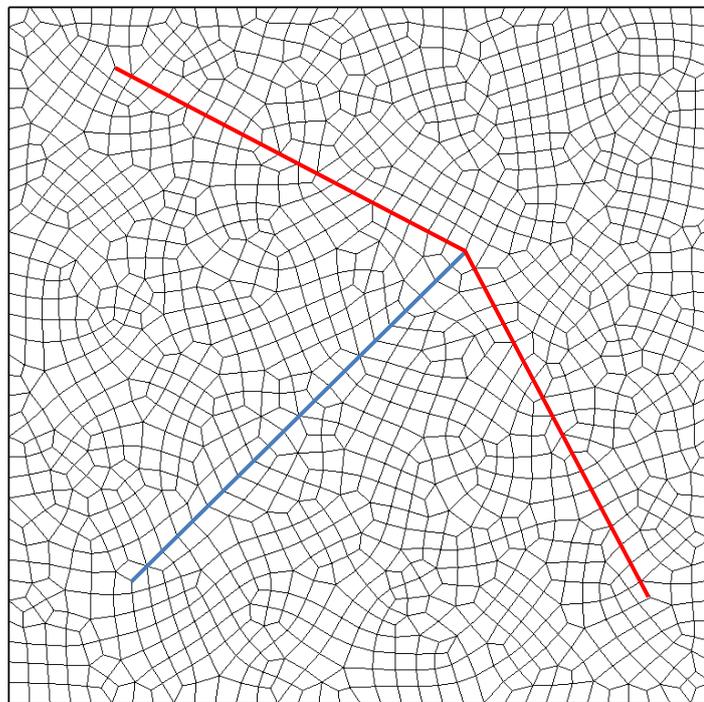
Podemos observar que, para ambos os casos, o MPFA-D/SF-HyG resolveu o problema com um custo computacional inferior ao método MPFA-D/FOUM-HyG, apresentando um número de passos aproximadamente 10 vezes menor. Além disso, nota-se que a velocidade elevada na fratura do caso com canal provoca uma maior restrição no passo de tempo do que no caso com barreira. Neste último caso, as baixas velocidades na fratura não influenciaram de

forma significativa no passo de tempo máximo e, conseqüentemente, no tempo total de simulação.

5.3 Fluxo Bifásico em ¼ de Cinco Poços com Canal e Barreira Conectados

Neste exemplo, testamos nossa formulação (MPFA-D/SF-HyG) para um problema de fluxo bifásico de ¼ de cinco pontos, adaptado de Brum (2017) e Cavalcante (2019). O domínio é representado por um canal diagonal (fratura de alta permeabilidade) conectado à duas barreiras (fraturas de baixa permeabilidade) e discretizado por 1545 células quadrilaterais, como mostra a Figura 17. Ao todo, 200 linhas de fluxos foram traçadas.

Figura 17 – Malha computacional para o fluxo bifásico de ¼ de cinco poços com canal (linha azul) e barreira (linhas vermelhas) conectados.



Fonte: A Autora (2019)

A permeabilidade da rocha matriz é dada por:

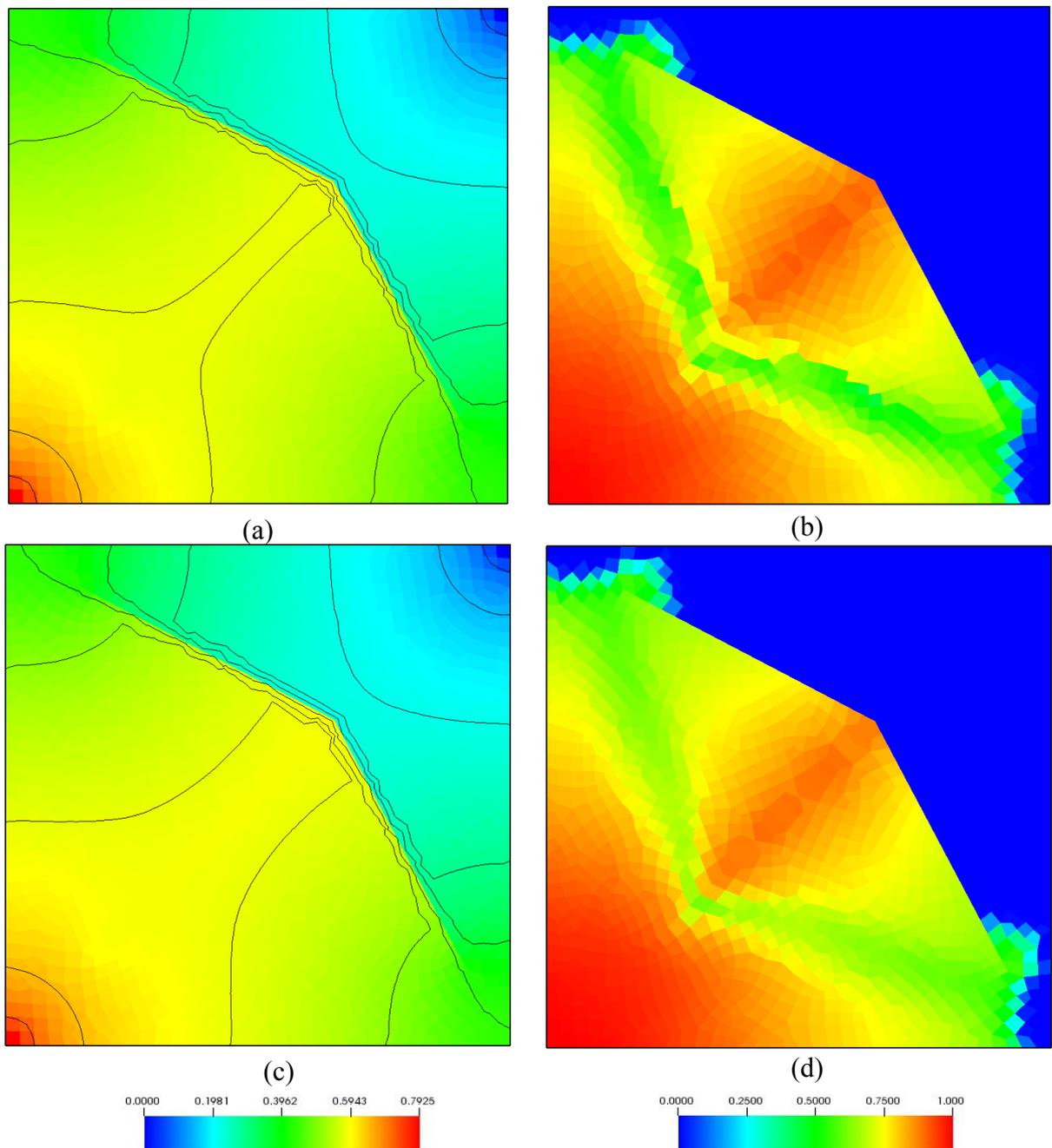
$$\underline{K}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Já a permeabilidade da fratura para a barreira é de $\underline{K}_{f_1} = 10^{-16} \underline{K}_m$ e para o canal é de $\underline{K}_{f_2} = 8 \cdot 10^7 \underline{K}_m$. A abertura da fratura de ambos é $a_f = 10,5 \cdot 10^{-3}$.

As Figuras 18a e 18c mostram um gradiente de pressão acentuado, evidenciando como a presença das fraturas modifica o campo de pressão do domínio, como esperado fisicamente.

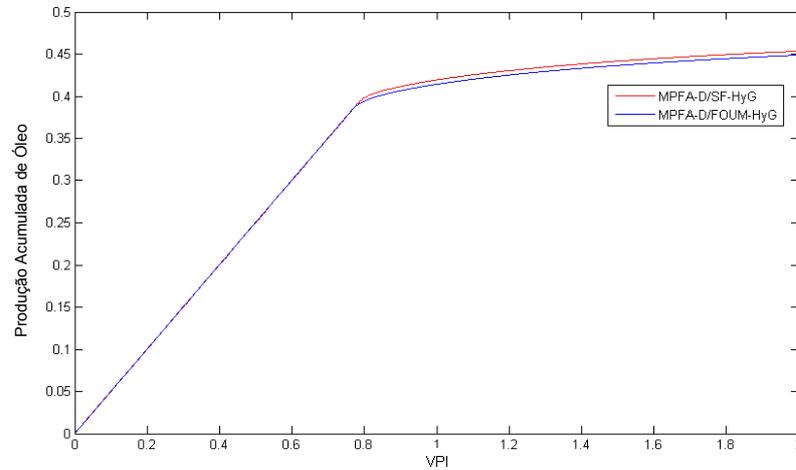
Além disso, observe que a frente de saturação de água precisa contornar as barreiras (Fig. 18b e 18d) e, por causa disso, a água pode varrer mais óleo do reservatório, aumentando a produção acumulada de óleo (Fig. 19a) e retardando o tempo de irrupção de água (*breakthrough*) (Fig. 19b). Novamente, vemos que nossos resultados combinam muito bem com àqueles obtidos usando o MPFA-D/FOUM-HyG.

Figura 18 – Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com canal e barreira conectados em $t = 0.5$ VPI: (a) Campo de pressão usando o MPFA-D/SF-HyG; b) Campo de saturação usando o MPFA-D/SF-HyG; (c) Campo de pressão usando o MPFA-D/FOUM-HyG; d) Campo de saturação usando o MPFA-D/FOUM-HyG.

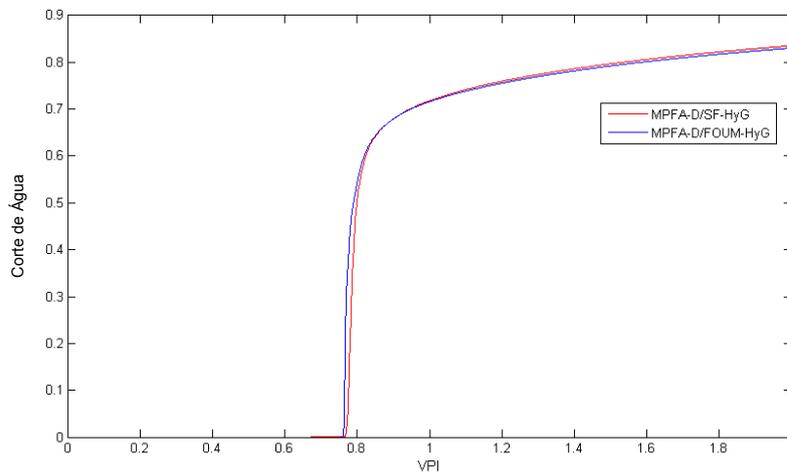


Fonte: A Autora (2019)

Figura 19 – Reporte de produção para o problema de fluxo bifásico de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com canal e barreira conectados: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água.



(a)

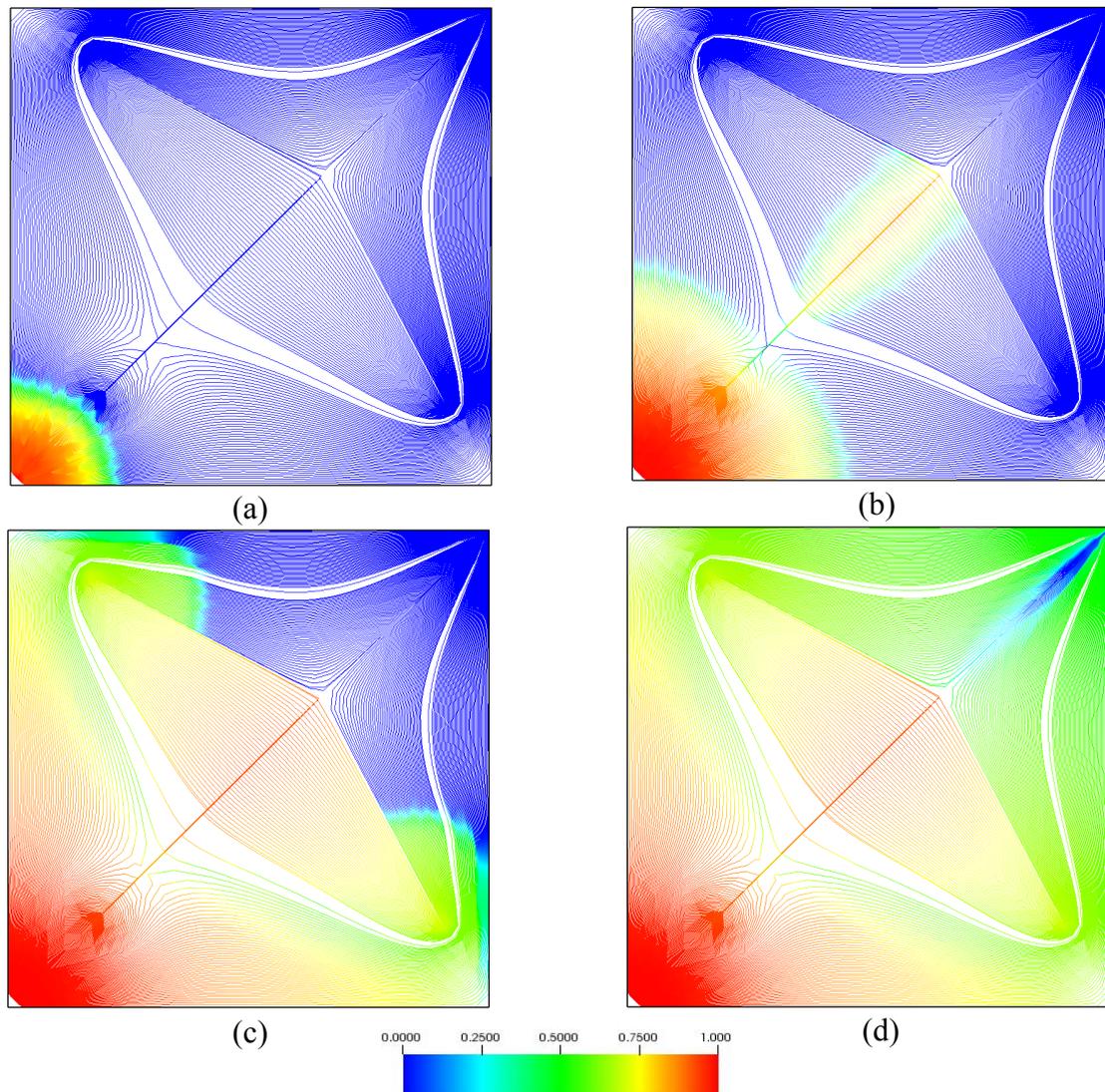


(b)

Fonte: A Autora (2019)

Na Figura 20, podemos avaliar o traçado das linhas de fluxo através da distribuição de saturação ao longo das linhas em diferentes intervalos de tempo. Observe nessa ilustração que, à medida que a frente de saturação de água avança ao longo do tempo, as linhas de corrente entram no canal (zona de alta permeabilidade) e circundam a barreira (zona de baixa permeabilidade), apresentando o comportamento esperado. Portanto, este exemplo fornece uma evidência importante da robustez de nossa formulação, que mostra ser capaz de lidar com um problema de domínio fraturado, simultaneamente com canal e barreira, usando uma malha totalmente não-estruturada.

Figura 20 – Distribuição da saturação nas linhas de fluxo ao longo do tempo. (a) $t = 0.035$ VPI; $t = 0.15$ VPI; $t = 0.56$ VPI; $t = 0.79$ VPI.



Fonte: A Autora (2019)

Também analisamos o custo computacional da estratégia adotada nesse trabalho e o modelo de referência para esse exemplo, esboçado na Tabela 2.

Tabela 2 – Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com barreira e canal conectados: custo computacional.

| BARREIRA E CANAL CONECTADOS | | |
|------------------------------------|-----------------|------------------------|
| | Passos de tempo | Tempo de Simulação (s) |
| MPFA-D/SF-HyG | 800 | 1186 |
| MPFA-D/FOUM-HyG | 6400 | 8571 |

Fonte: A Autora (2019)

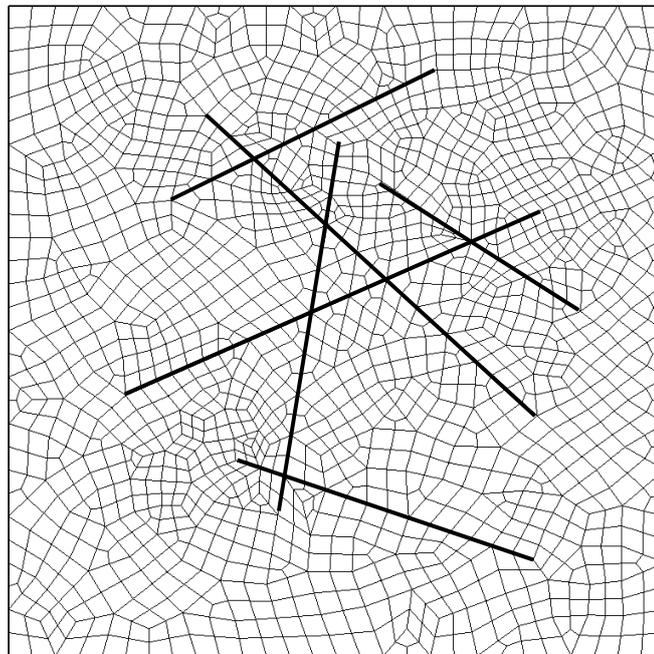
Podemos observar que, novamente, o MPFA-D/SF-HyG apresentou um custo computacional inferior ao método MPFA-D/FOUM-HyG, reduzindo consideravelmente o

número de passos de tempo para a solução do problema. Vale salientar que também pode-se comparar a formulação baseada em linhas de fluxo com um método sequencial implícito, o qual permite empregar passos de tempo de qualquer magnitude sem comprometer a estabilidade numérica da solução do problema, porém, neste trabalho essa análise não foi realizada.

5.4 Fluxo Bifásico em ¼ de Cinco Poços com Múltiplas Fraturas

Como último exemplo, apresentamos o resultado de uma simulação num domínio com múltiplas fraturas, adaptado de Ahmed et al. (2017) e Brum (2017). A Figura 21 ilustra a malha utilizada no problema composta por 1620 volumes de controle quadrilaterais. São representados 6 canais interconectados, marcados em negrito e, ao todo, foram traçadas 200 linhas de fluxo.

Figura 21 – Malha computacional para o fluxo bifásico de ¼ de cinco pontos com múltiplas fraturas.



Fonte: A Autora (2019)

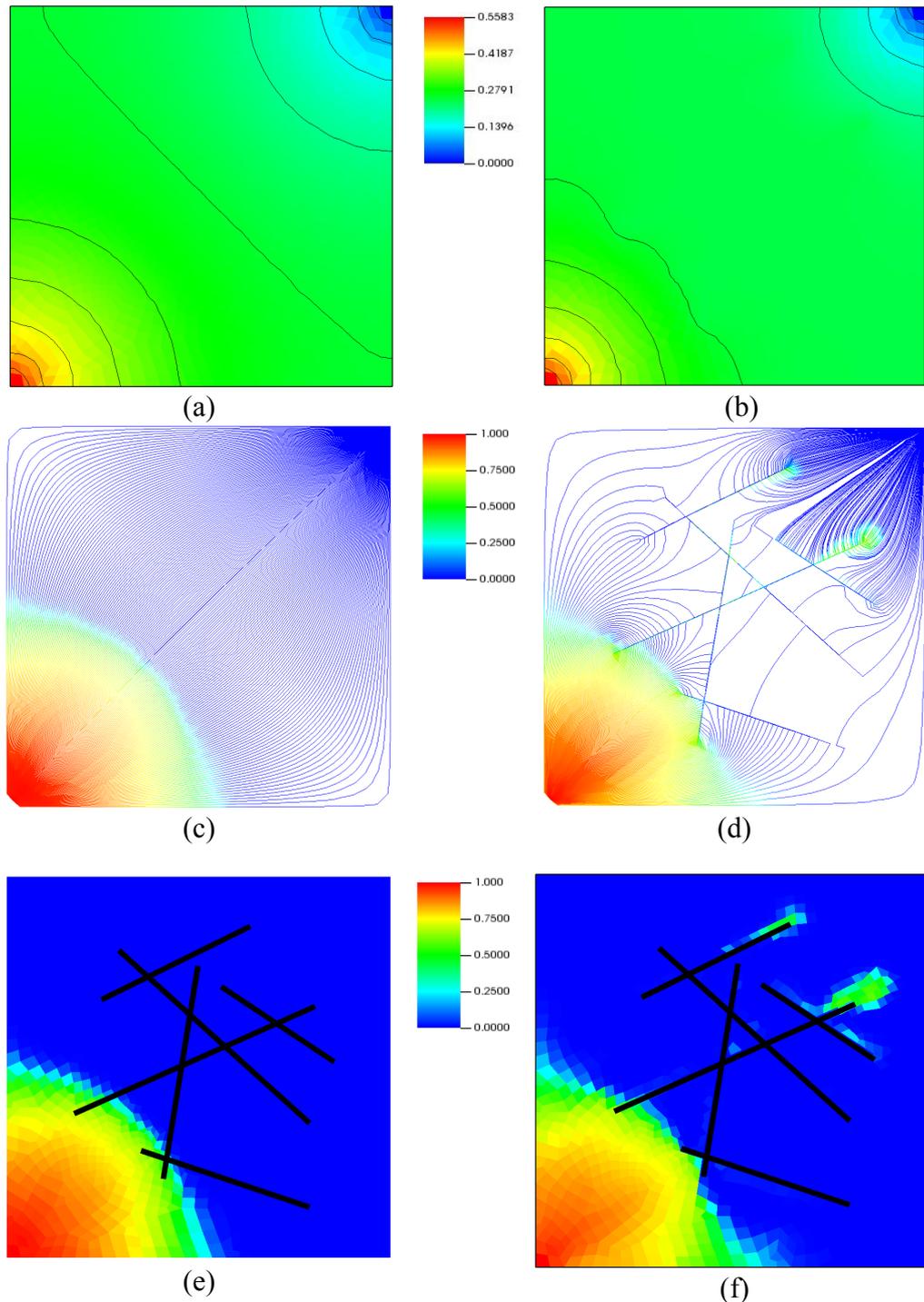
A permeabilidade da rocha matriz é dada por:

$$\underline{K}_m = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

A permeabilidade das fraturas é de $\underline{K}_f = 10^5 \underline{K}_m$. As aberturas das fraturas são $a_f = 10^{-3}$.

Com o objetivo de avaliar a influência da presença das fraturas no reservatório através da nossa formulação, a Figura 22 exhibe os perfis de pressão, saturação e as linhas de fluxo considerando a malha da Figura 21, porém ativando e desativando o HyG.

Figura 22 – Problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com múltiplas fraturas em $t = 0.14$ VPI: (a) Campo de pressão sem o HyG; (b) Campo de pressão usando o HyG; (c) Distribuição da saturação nas linhas de fluxo sem o HyG; (d) Distribuição da saturação nas linhas de fluxo usando o HyG; (e) Campo de saturação sem o HyG; (f) Campo de saturação usando o HyG.



Fonte: A Autora (2019)

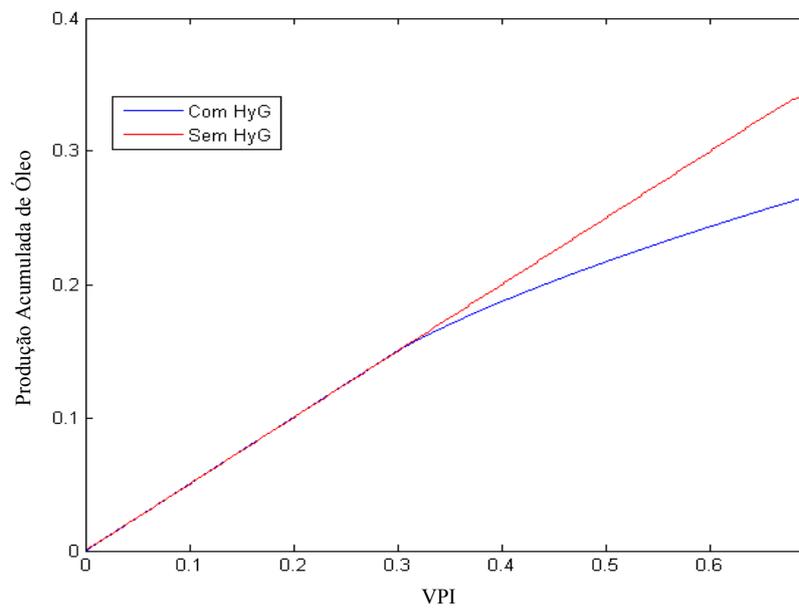
Podemos observar que a rede de fraturas, devido à sua permeabilidade elevada, promoveu uma distribuição suave do campo de pressão na região das fraturas (Fig. 22b), o que não ocorreria caso as mesmas não estivessem presentes no domínio (Fig. 22a). Da mesma

forma, analisando as linhas de fluxo, nota-se que as fraturas se comportam como caminhos preferenciais para o escoamento da água, distribuindo-a rapidamente ao longo de toda a rede de fraturas (Fig. 22d) e dificultando a recuperação de óleo em vários trechos do reservatório. Por outro lado, no caso em que estas entidades são desconsideradas (desativando o HyG), o perfil segue uma distribuição homogênea ao longo do reservatório (Fig. 22c). Esse comportamento também é observado ao se verificar os campos de saturação (Figs. 22e e 22f).

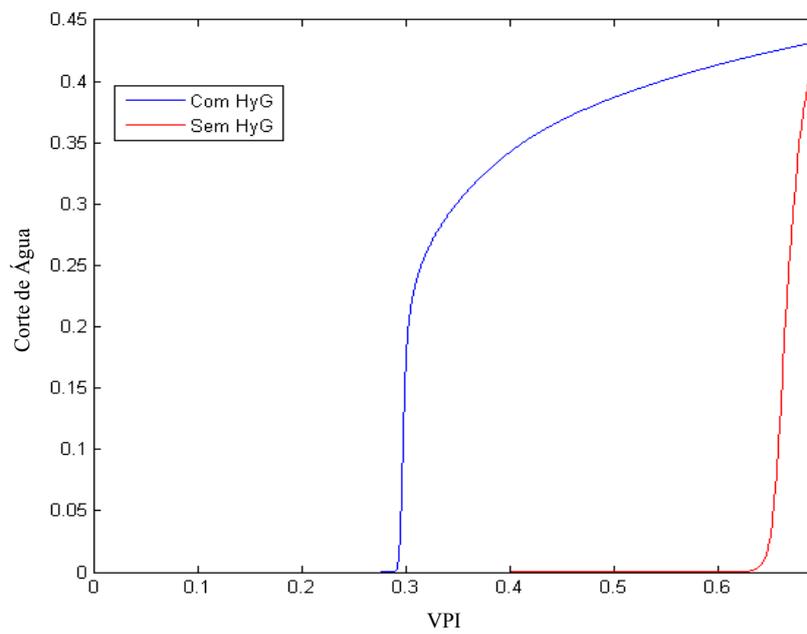
Avaliando, agora, as curvas de produção nesse exemplo, ilustradas na Figura 23, evidenciamos um ponto importante no que diz respeito ao tratamento adequado das fraturas. Note que, para o domínio analisado, quando as fraturas são modeladas a partir do HyG, podemos verificar que a irrupção de água ocorre para um VPI de aproximadamente 0,30 (Fig. 23b). Caso esse fenômeno não fosse considerado e o HyG não fosse ativado, o *breakthrough* só seria previsto para aproximadamente 0,65 VPI, o que aumentaria bastante a produção acumulada de óleo, pois a água iria varrer mais o óleo do reservatório (Veja Fig. 23a).

Portanto, nota-se a importância de aplicar modelos apropriados no tratamento das fraturas, visto que estas apresentam um comportamento distinto de sistemas homogêneos, podendo influenciar significativamente na produção do reservatório.

Figura 23 – Reporte de produção para o problema de $\frac{1}{4}$ de cinco poços com múltiplas fraturas: (a) Produção Acumulada de Óleo; (b) Corte de água.



(a)



(b)

Fonte: A Autora (2019)

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho, apresentamos uma formulação para a simulação numérica do escoamento bifásico de óleo e água em reservatórios de petróleo naturalmente fraturados usando malhas computacionais não estruturadas. Para representar as fraturas, usamos um modelo *Hybrid Grid* (HyG). Já com o intuito de solucionar a equação de pressão elíptica no meio fraturado, utilizamos um método de volume finitos baseado em uma Aproximação do Fluxo por Múltiplos Pontos com um Estêncil Diamante (MPFA-D). A equação hiperbólica de saturação, por sua vez, foi espacialmente discretizada pelo método das Linhas de Fluxo.

É importante destacar a contribuição deste trabalho no contexto dos reservatórios fraturados ao considerar a utilização do Modelo de Malha Híbrida em conjunto com uma formulação baseada em Linhas de Fluxo usando malhas não estruturadas, visto que, na literatura, é mais frequente encontrar trabalhos que utilizem essa metodologia acoplada aos modelos dual-contínuo.

A fim de testar a formulação implementada, resolvemos alguns problemas envolvendo o escoamento bifásico de água e óleo usando malhas quadrilaterais não estruturadas em diferentes situações: meios altamente heterogêneos e anisotrópicos; fraturas com diferentes configurações e permeabilidades; influência da presença da fratura no domínio, dentre outras.

Para todos os exemplos analisados, nossa formulação apresentou resultados semelhantes aos das referências adotadas. Por outro lado, para os casos estudados, nossa formulação mostrou-se particularmente útil do ponto de vista computacional, uma vez que o IMPES torna-se extremamente ineficiente devido à restrição severa dos passos de tempo associada à modelagem dos reservatórios fraturados usando um DFM.

Por fim, verificamos a importância de aplicar métodos adequados para representar adequadamente as fraturas, visto a influência destas na previsão da produção do reservatório, e o método das Linhas de Fluxo se mostrou uma formulação promissora para ser aplicada no contexto dos Reservatórios Naturalmente Fraturados, particularmente em problemas 3-D, onde esperamos ganhos computacionais ainda maiores que aqueles obtidos para os problemas 2-D.

Como sugestão para trabalhos futuros, propomos:

- Implementar metodologias que realizem o traçado das linhas de fluxo em 2-D usando volumes de controle poligonais quaisquer, empregando aproximações mais robustas para o problema de pressão, tais como os métodos de volumes finitos não lineares, além de métodos de ordem superior para o problema de saturação;

- Realizar o acoplamento do método das Linhas de Fluxo a outros modelos de fratura (LDFM ou EDFM, por exemplo);
- Aperfeiçoar a representação física do escoamento, introduzindo termos de capilaridade e efeitos da gravidade, além da compressibilidade;
- Expandir a formulação para um domínio tridimensional usando malhas poliédricas quaisquer (Tetraédricas, Hexaédricas, Híbridas, etc).

REFERÊNCIAS

- AAVATSMARK, I.; BARKVE, T.; BØE, O.; MANNSETH, T. Discretization on unstructured grids for inhomogeneous, anisotropic media. Part I: Derivation of the Methods. *SIAM Journal on Scientific Computing*, v. 19(5), p. 1717-1736, 1998.
- AHMADPOUR, M.; SIAVASHI, M.; MOGHIMI, M. Numerical simulation of two-phase mass transport in three-dimensional naturally fractured reservoirs using discrete streamlines. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications*, v. 73, n. 7, p.482-500. 2018.
- AHMED, R.; EDWARDS, M.; LAMINE, S.; HUISMAN, B.: CVD-MPFA full pressure support, coupled unstructured discrete fracture-matrix Darcy-flux approximations. *Journal of Computational Physics*, v. 349, p. 265-299, 2017.
- AHMED, R.; EDWARDS, M.G.; LAMINE, S.; HUISMAN, B.A.H.; PAL, M. Control-volume distributed multi-point flux approximation coupled with a lower-dimensional fracture model. *Journal of Computational Physics*, v. 284, p. 462-489, 2015.
- AHMED H. A.; DATTA-GUPTA. Streamline Simulation of Water Injection in Naturally Fractured Reservoirs. *Society of Petroleum Engineers Journal*, Oklahoma, U.S.A., 17–21. 2004.
- AZIZ, K.; SETTARI, A. *Petroleum Reservoir Simulation*. 1ª. ed. Barking: Applied Science. 1979.
- BAKER, R. Streamline Technology: Reservoir History Matching and Forecasting = its Success, Limitations, and Future, *JCPT*, v. 40, 2001.
- BARENBLATT, G. I.; ZHELTOV, I. P.; KOCHINA, I. N. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, v. 24(5), p. 1286–1303, 1960.
- BATYCKY, R. P. *Three-Dimensional Two-Phase Field Scale Streamline Simulator*. 177 p. PHD Thesis. Stanford University. 1997.
- BEAR, J. *Dynamics of fluids in porous media*. 1ª. ed. New York: Dover Publications, 1972.
- BELTRÃO, R. L. C.; SOMBRA, C.L.; LAGE, A. C. V. M.; FAGUNDES NETTO, J. R., HENRIQUES, C. C. D. Challenges and New Technologies for the Development of the PreSalt Cluster, Santos Basin, Brazil. OTC 19880, *Offshore Technology Conference*, Texas, 4-7. 2009.
- BERKOWITZ, B. Characterizing flow and transport in fractured geological media: A review. *Advances in Water Resources*, v. 25, p. 861-884, 2002.
- BERRE, I.; DOSTER, F.; KEILEGAVLEN, E. *Flow in fractured porous media: A review of conceptual models and discretization approaches*. Cornell University Library, 2018.

BERRYMAN, J.G; WANG, H.F. Elastic wave propagation and attenuation in double-porosity dual-permeability medium, *Intern. J. Rock Mech.* 37, 63–78. 2000.

BLUNT, M.J; LUI, K; THIELE, M.R. A Generalized Streamline Method to Predict Reservoir Flow, *Petroleum Geoscience*. 2, 259-269. 1996.

BRATVEDT, F; GIMSE, T; TEGNANDER, C. Streamline Computations for Porous Media Flow Including Gravity: *Transport Porous Media* 25 (1): 63-78, 1996.

BRUM, B. S. *Simulação do Escoamento Bifásico de Água e Óleo em Reservatórios de Petróleo Naturalmente Fraturados Utilizando Métodos de Volumes Finitos Acoplados a Modelos de Fraturas com Dimensão Reduzida*. 162 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2017.

BUCKLEY, S.E.; LEVERETT, M.C. *Mechanism of Fluid Displacement in Sands*, AIME, 249, 107 –116. 1941.

BURCHETTE, T. P. Carbonate rocks and petroleum reservoirs: A geological perspective from the industry. *Geological Society Special Publications*, 370, 17–37. London. 2012.

CARVALHO, D. K. E. *Uma Formulação do Método dos Volumes Finitos com Estrutura de Dados por Aresta para a Simulação de Escoamentos em Meios Porosos*. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2005.

CAVALCANTE FILHO, J. S. A. *Mobility control of gas injection in highly heterogeneous and naturally fractured reservoirs*. PHD thesis The University of Texas. Austin. 2016.

CAVALCANTE, T. M. *A finite volume scheme coupled with a hybrid-grid method for the 2-D simulation of two-phase flows in naturally fractured reservoirs*. 81 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2019.

CHEN, H.; ONISHI, T.; OLALOTITI-LAWAL, F.; DATTA-GUPTA, A.; Streamline Tracing and Applications in Naturally Fractured Reservoirs Using Embedded Discrete Fracture Models. *SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in Dallas, Texas*, 24-26, 2018.

CHEN, R. *Streamline Tracing and Time of Flight Diagnostics for Waterflooding Optimization: Theory and Application*. 93p. Master thesis. Texas A&M University. 2015.

CHEN, Z. *Reservoir Simulation: Mathematical Techniques in Oil Recovery*. Philadelphia: *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 2007.

CHEN, Z.; HUAN, G.; MA, Y. *Computational Methods for Multiphase Flows in Porous Media*. SIAM, 2006.

CHRISTIE, M.A.; BLUNT, M.J. Tenth SPE Comparative Solution Project: A Comparison of Upscaling Techniques, *SPE Reservoir Engineering and Evaluation*, 4, 308-317. 2001.

CMG. *IMEX User Guide*. Calgary, Computer Modelling Group Ltd, 2014.

CONTRERAS, F. R. L.; LYRA, P.R.M.; SOUZA, M.R.A.; CARVALHO, D.K.E. A cell-centered multipoint flux approximation method with a diamond stencil coupled with a higher

order finite volume method for the simulation of oil–water displacements in heterogeneous and anisotropic petroleum reservoirs. *Computers & Fluids*, v. 127, p. 1-16, 2016.

CONTRERAS, F. R. L. *Um Método de Volumes Finitos Centrado na Célula para a Simulação de Escoamentos Bifásicos em Reservatórios de Petróleo Heterogêneos e Anisotrópicos*. 108 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2012.

CORDES, C.; KINZELBACH, W. Continuous groundwater velocity fields and path lines in linear, bilinear and trilinear finite elements. *Water Resources Research*, v. 28, n. 11, p. 2903–2911. 1992.

CORREIA, M. G. *Representação de reservatórios carbonáticos naturalmente fraturados em simulação de reservatórios*. Tese (Doutorado). Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas. 2014.

CRUMPTON, P. I; SHAW, G. J; WARE, A. F. Discretization and Multigrid Solution of Elliptic Equations with Mixed Derivative Terms and Strongly Discontinuous Coefficients. *Journal of Computational Physics*, 116:343-358. 1995.

DA PRAT, G. Well test analysis for fractured reservoir evaluation. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Co., *Developments in Petroleum Science*, v. 27, 1990.

DA SILVA, R.S.; LYRA, P. R. M; WILLMERSDORF, R. B; CARVALHO, D. K. E. A higher resolution edge-based finite volume method for the simulation of the oil–water displacement in heterogeneous and anisotropic porous media using a modified IMPES method. *Int. J. Numer. Meth. Fluids*. vol. 82, 12, 953-978. 2016.

DAMIANI, M. C. *Determinação De Padrões De Fluxo Em Simulações De Reservatório De Petróleo Utilizando Traçadores*. 83 p. Dissertação (Mestrado). COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro. 2007.

DARCY, H. *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*. Victor Dalmont. Paris. 1856.

DATTA-GUPTA, A; KING, M. J. *Streamline Simulation: Theory and Practice*, SPE Textbook series Vol. 11., Society of Petroleum Engineers. Richardson, Texas, U.S.A. 2007.

DATTA-GUPTA, A.; KING, M. A semianalytic approach to tracer flow modeling in heterogeneous permeable media. *Advances in Water Resources*, v. 18, p. 9–24, 1995.

DI DONATO, G.; BLUNT, M. Streamline-based dual-porosity simulation of reactive transport and flow in fractured reservoirs. *Water Resources Research*, v. 40, 2004.

EDWARDS, M; ZHENG, H; LAMINE, S. Continuous Elliptic and Multi-Dimensional Hyperbolic Darcy-Flux. *Computer and Fluids*, Swansea: Elsevier, v. 46, 2010.

EDWARDS, M.; ZHENG, H. A quasi-positive family of continuous Darcy-flux finite-volume schemes with full pressure support. *Journal of Computational Physics*, v. 227, p. 9333-9364, 2008.

EDWARDS, M. G.; ROGERS, C.F; Finite Volume Discretization with Imposed Flux Continuity for the General Tensor Pressure Equation. *Computational Geosciences*. USA: v. 2, p. 259-292, 1998.

ERTEKIN, T. ABOU-KASSEM, J. H.; KING, G. R. Basic Applied Reservoir Simulation. 1^a. ed. Richardson: *Society of Petroleum Engineers*, Inc, 2001.

EWING, R. E. *The Mathematics of Reservoir Simulation*. Philadelphia: Frontiers in Applied Mathematics, v. 1^a, 1983.

EYMARD, R.; GALLOUET, T; HERBIN, R. *Finite Volume Methods*. Paris: Handbook of Numerical Analysis, v. 7, 2006.

FANCHI, J. R. *Principles of Applied Reservoir Simulation*. 3^a. ed. Burlington: Elsevier, 2005.

FAY, C.; PRATS, M. The application of numerical methods to cycling and flooding problems. *3rd World Petroleum Congress*. 1951.

FIROOZABADI, A. Recovery Mechanisms in Fractured Reservoirs and Field Performance. *Journal of Canadian Petroleum Technology*, v.39, n.11, p.13-17, 2000.

FLEMISCH, B.; FUMAGALLI, A.; SCOTTI, A. *A review of the XFEM-based approximation of flow in fractured porous media*. Politecnico di Milano, 2016.

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T.; PRITCHARD, P. J. *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. 6^a. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

FUMAGALLI, A.; SCOTTI, A. A numerical method for two-phase flow in fractured porous media with non-matching grids. *Advances in Water Resources*, v. 62, p. 454-464, 2013.

GAO, Z.; WU, J. A linearity-preserving cell-centered scheme for the heterogeneous and anisotropic diffusion equations on general meshes. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, v. 67, p. 2157–2183, 2010.

GEUZAINÉ, C.; REMACLE, J. F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. *Int. J. Numer. Meth.* 1309-1331. 2009.

HELMIG, R. *Multiphase Flow and Transport Processes in the Subsurface*. 1^a. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1997.

HIGGINS, R.V; LEIGHTON, A.J. A Computer Method to Calculate Two Phase Flow in Any Irregularly Bounded Porous Medium, *Journal of Petroleum Technology*. 14, 679–683. 1962.

HIRSCH, C. *Numerical Computation of Internal and External Flows*. Brussels: Wiley. 1994.

HOTEIT, H.; FIROOZABADI, A. An efficient numerical model for incompressible two-phase flow in fractured media. *Advances in Water Resources*, v. 31(6), p. 891-905, 2008.

HURTADO, F.S.V; CORDAZZO, J; MALISKA, C.R; SILVA, A.F.C. Advanced Numerical Techniques for Improving Reservoir Simulation. *In Rio Oil and Gas*, Rio de Janeiro, 2006.

HÆGLAND, H., ASSTEERAWATT, A., DAHLE, H. K. et al. Comparison of Cell- and Vertex-Centered Discretization Methods for Flow in a Two-Dimensional Discrete-Fracture-Matrix System. *Adv. Water Resour.* 32 (12): 1740–1755. 2009.

HÆGLAND, H; *Streamline methods with application to flow and transport in fractured media.* 220p. PHD thesis. University of Bergen, Norway. 2009.

HÆGLAND, H; ASSTEERAWATT, A.; DAHLE, H.K.; EIGESTAD, G.T.; HELMIG, R. Comparison of cell-and vertex-centered discretization methods for flow in a two-dimensional discrete-fracture-matrix system. *Advances in Water Resources*, v. 32, p. 1740-1755, 2007.

HÆGLAND, H; *Streamline Tracing on Irregular Grids.* 127p. Master thesis. Department of Mathematics. University of Bergen. 2003.

JIMENEZ, E.; SABIR, K.; DATTA-GUPTA, A.; KING, M. J. Spatial error and convergence in streamline simulation. *Society of Petroleum Engineers Journal*, p. 221–232, 2005.

KARIMI-FARD, M.; DURLOFSKY, L. J.; AZIZ, K. An efficient discrete-fracture model applicable for general-purpose reservoir simulators. *SPE Journal*, v. 9, n. 2, p. 227–236, 2004.

KAZEMI, H., MERRIL, LSL., POTTERFIELD, K.L., ZEMAN, P.R. Numerical Simulation of Water-Oil Flow in Naturally Fractured Reservoirs. *SPE Journal*, v.16, n.6, p.317-326, 1976.

KOZDON, J. E; MALLISON, B. T.; GERITSEN, G. T. Multidimensional Upstream Weighting for Multiphase Transport in Porous Media. *Computational Geoscience*, 2011; 15: 399–419.

LEE, S. H.; LOUGH, M. F.; JENSEN, C. L. Hierarchical modeling of flow in naturally fractured formations with multiple length scales. *Water Resources Research*, v. 37, n. 3, p. 443-455, 2001.

LI, L.; LEE, S. H. Efficient field-scale simulation of black oil in a naturally fractured reservoir through discrete fracture networks and homogenized media. *SPE Journal*, v. 11, n. 4, p. 750-758, 2008.

MALISKA, C. R. *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional: fundamentos e coordenadas generalizadas.* Livros Técnicos e Científicos. 2004.

MARCH, R.; DOSTER, F.; GEIGER, S. Assessment of CO₂ Storage Potential in Naturally Fractured Reservoirs with Dual-Porosity Models. *Water Resources Research*, v. 54, n. 3, p.1650-1668, 2018.

MARTIN, V.; JAFFRÉ, J.; ROBERTS, J. E. Modelling fractures and barriers as interfaces for flow in porous media. *SIAM Journal on Scientific Computing*, v. 26, n. 5, p. 1667–1691, 2005.

MATRINGE, S.; JUANES, R.; TCHELEPI, H. Tracing streamlines on unstructured grids from finite volume discretizations. *Society of Petroleum Engineers Journal*, p. 423–431, 2008.

MATRINGE, S.; JUANES, R.; TCHELEPI, H. Mixed finite element and related control volume discretizations for reservoir simulation on three-dimensional unstructured grids. In: *SPE Reservoir Simulation Symposium.* 2007.

- MATRINGE, S. B. *Accurate Streamline Tracing and Coverage*. 89p. Master thesis. Stanford University. June 2004.
- MESBAH, M; ALI, V; SIAVASHI, M. Streamline simulation of water-oil displacement in a heterogeneous fractured reservoir using different transfer functions. *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP Energies nouvelles* 73, 14. 2018.
- MUSKAT, M. *Flow of homogenous fluids*. International Human Resources Development Corporation, Newbury Street, Boston MA, v. 137, 1937.
- NAVEIRA, L. P. *Simulação de Reservatórios de Petróleo utilizando o Método de Elementos Finitos para Recuperação de Campos Maduros e Marginais*. 97 p. COPPE/UFRJ, Dissertação (Mestrado) Rio de Janeiro. 2007.
- NELSON, R. *Geological Analysis of Naturally Fractured Reservoirs*. 2. ed. Houston, Texas, EUA: Gulf Publishing Company, 2001.
- PATANKAR, S. *Numerical heat transfer and fluid flow*. CRC Press. 1980.
- PEACEMAN, D. W. *Fundamentals of Numerical Reservoir Simulation*. Amsterdam: Elsevier Scientific Publishing Co., Developments in Petroleum Science, v. 6, 1977.
- POLLOCK, D. Semianalytical computation of path lines for finite-difference models. *Ground Water*, v. 26, n. 6, p. 743–750, 1988.
- PRÉVOST, M.; BLUNT, M.; EDWARDS, M. Streamline tracing on curvilinear structured and unstructured grids. *Society of Petroleum Engineers Journal*, p. 139–148, 2001.
- ROSA, A. J.; CARVALHO, R. S.; XAVIER, J. A. D. *Engenharia de Reservatórios de Petróleo*. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Interciencia, 2006.
- SAALFELD, R. Q. *Simulação de Reservatórios Naturalmente Fraturados Utilizando Modelos Equivalentes de Porosidade Simples*. 105 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Campinas. 2016.
- SANDVE, T. H., BERRE, I.; NORDBOTTEN, J. M. An efficient multi-point flux approximation method for discrete fracture-matrix simulations. *J. Comput. Phys.*, 231(9), 3784–3800. 2012.
- SCHWENCK, N.; FLEMISCH, B.; HELMIG, R. Dimensionally reduced flow models in fractured porous media: crossings and boundaries. *Comput. Geosci.*, v. 19, n. 6, p. 1219–1230, 2015.
- SHAFER, J. Reverse pathline calculation of time-related capture zones in nonuniform flow. *Ground Water*, v. 23, n. 3, p. 283–289, 1987.
- SOUZA, M. R. et al. A Higher Resolution Flow Oriented Scheme with an Adaptive Correction Strategy for Distorted Meshes Coupled with a Robust MPFA-D Method for the Numerical Simulation of Two-Phase Flows in Heterogeneous and Anisotropic Petroleum Reservoirs. *SPE Journal*, 2018.

SOUZA, M. R. A. *Simulação Numérica de Escoamento Bifásico em Reservatórios de Petróleo Heterogêneos e Anisotrópicos Utilizando um Método de Volumes Finitos “Verdadeiramente” Multidimensional com Aproximação de Alta Ordem*. 210 p. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2015.

SPE Comparative Solution Project (2001). Disponível em: <<https://www.spe.org/web/csp/#top>> Acesso em: maio de 2019.

STEWART, J. *Cálculo*. 5º. ed. São Paulo: Thomson Learnig, v. II, 2006.

TANAKA, S. 2014. *Effective Reservoir Management Using Streamline-Based Reservoir Simulation, History Matching and Rate Allocation*. PhD. Dissertation, Texas A&M University, College Station, Texas, U.S.A.

TEIXEIRA, J. C. *Simulação por Linhas de Fluxo com Acoplamento Geomecânico*. 156 p. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2015.

THIELE, M. R. Streamline Simulation. StreamSim Technologies, *In: 8th International Forum on Reservoir Simulation*. Stresa/Lago Maggiore, Italy. 2005.

THIELE, M. R. *Modeling multiphase flow in heterogeneous media using streamtubes*. 203 p. PHD Thesis, 1994.

THOMAS, J. E. *Fundamentos de Engenharia de Petróleo*. 1ª. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 2001.

ULEBERG, K.; KLEPPE, J. *Dual porosity, dual permeability formulation for fractured reservoir simulation*. Trondheim RUTH Seminar, Norwegian University of Science and Technology/Stavanger. 1996.

VISIT USER'S MANUAL, 2005. Disponível em: <https://visit-sphinx-github-user-manual.readthedocs.io/en/develop/gui_manual/index.html> Acesso em: janeiro de 2018.

WARREN, J.E., ROOT, P.J. The Behavior of Naturally Fractured Reservoirs. *SPE Reservoir Journal*, v.3, n.3, p.245-255, 1963.

ÇENGEL, Y.U.; CIMBALA, J.M. *Mecânica dos Fluidos – Fundamentos e Aplicações*, Mc Graw Hill, 2007.