



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

ULISSES PÔRTO DE FARIAS FILHO

**MINIMIZAÇÃO DO FENÔMENO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR
VÓRTICES UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO POR APROXIMAÇÃO
SEQUENCIAL**

Recife

2012

ULISSES PÔRTO DE FARIAS FILHO

**MINIMIZAÇÃO DO FENÔMENO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR
VÓRTICES UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO POR APROXIMAÇÃO
SEQUENCIAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de concentração: Estruturas.

Orientadora: Prof^ª Dr^ª Silvana Maria Bastos Afonso da Silva

Recife

2012

Catálogo na fonte
Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

- F224m Farias Filho, Ulisses Pôrto de.
Minimização do fenômeno de vibrações induzidas por vórtices utilizando
otimização por aproximação sequencial / Ulisses Pôrto de Farias Filho. - 2012.
95 folhas, il., tab. e sigl.
- Orientadora: Prof^a. Dr^a. Silvana Maria Bastos Afonso da Silva.
- Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa
de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2012.
Inclui Referências.
1. Engenharia Civil. 2. Interação fluido-estrutura. 3. Formulação ALE FEM. 4. VIV.
5. Otimização. 6. Modelos substitutos. 7. SAO. I. Silva, Silvana Maria Bastos Afonso
da (Orientadora). II. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.)

BCTG/2019-376

ULISSES PÔRTO DE FARIAS FILHO

**MINIMIZAÇÃO DO FENÔMENO DE VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR
VÓRTICES UTILIZANDO OTIMIZAÇÃO POR APROXIMAÇÃO
SEQUENCIAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Aprovada em: 31/08/2012

BANCA EXAMINADORA

Prof^a Dr^a Silvana Maria Bastos Afonso da Silva (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a Dr^a Lindaura Maria Steffens (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o Dr^o Bernardo Horowitz (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

RESUMO

O objetivo deste trabalho é o estudo e aplicação de técnicas de otimização em problemas de interação fluido-estrutura (FSI). A análise desse tipo de problema envolve a modificação do domínio computacional, uma vez que a geometria em consideração é movida com o tempo. Para evitar atualizações muito frequentes da malha computacional, é adotada uma formulação Lagrangeana-Euleriana arbitrária (ALE), que implica na necessidade um algoritmo de movimentação de malha. O algoritmo adotado para construção da malha dinâmica é baseado na equação modificada de Laplace. Os fenômenos de Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) são avaliados, e a redução das vibrações do cilindro é analisada através de técnicas como a aplicação de uma excitação acústica na superfície do cilindro. Problemas de otimização são então formulados com objetivo de busca dos parâmetros de projeto que resultem na minimização das vibrações do cilindro. Devido ao alto custo computacional associado às simulações numéricas, modelos substitutos são construídos utilizando-se de um esquema de ajuste de dados por Krigagem. Deste modo, o algoritmo de otimização opera somente nos modelos substitutos, que são construídos baseados em poucas avaliações do modelo de alta fidelidade. Essas avaliações são conduzidas num número limitado de pontos, obtidos através de uma técnica de Projeto de Experimentos. As soluções ótimas são resultado da aplicação da estratégia de Otimização por Aproximação Sequencial (Sequential Approximation Optimization - SAO), que utiliza um método baseado em regiões de confiança para atualizar o espaço das variáveis de projeto para cada solução local da otimização (iteração SAO). O algoritmo de escolha para a otimização local é o de Programação Quadrática Sequencial (SQP). A metodologia e formulações empregadas foram bem-sucedidas na solução de problemas modelo analisados, demonstrando o potencial para o tratamento de aplicações mais complexas.

Palavras-chave: Interação fluido-estrutura. Formulação ALE FEM. VIV. Otimização. Modelos substitutos. SAO.

ABSTRACT

The objective of this work is the study and application of optimization techniques in fluid-structure interaction (FSI) problems. The analysis of such problem involves the modification of the computational domain as the geometry under consideration is moved with time. To avoid updating the computational mesh too frequently, an arbitrary Lagrangian Eulerian (ALE) formulation is adopted which leads to the need of a mesh movement algorithm. The algorithm adopted to build the dynamic mesh is based on the Modified Laplacian Equation. The phenomena of Vortex-Induced Vibrations (VIV) are evaluated, and the reduction of vibrations of the cylinder is analyzed through techniques such as the application of an acoustic excitation on the surface of the cylinder. Optimization problems are then formulated with the aim to find the design parameters that lead to the minimization of the cylinder vibration. Due to the high computational cost associated with numerical simulations, surrogate models are built using Kriging based data fitting scheme. Thus, the optimization algorithm operates solely on surrogates, which are built based on few high fidelity model evaluations. These evaluations are conducted on a limited number of designs obtained by a Design of Experiments technique (DOE). The optimal solutions results from application of the Sequential Approximation Optimization strategy (SAO), which uses a trust region based method to update the design variables space for each local optimization solution (SAO iteration). The local optimization algorithm of choice is the sequential quadratic programming (SQP). The methods and formulations used were successful in solving the model problems analyzed, demonstrating the potential for the treatment of more complex applications.

Keywords: Fluid structure interaction. ALE FEM Formulation. VIV. Optimization. Surrogate models. SAO.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1-	Relação entre o número de Reynolds e o desenvolvimento da esteira de Von Karman.....	15
Figura 2-	(a) Deslocamentos e (b) Esforços de um corpo rígido.....	22
Figura 3-	Cinco amostras LHS num espaço de projeto bidimensional.....	41
Figura 4-	Esquema da evolução das regiões de confiança da estratégia SAO...	49
Figura 5-	Região de Confiança de procedimento SAO na 6ª iteração.....	51
Figura 6-	Comparação entre algoritmos SAO: Número de iterações.	55
Figura 7-	Comparação entre algoritmos SAO: Percentual de convergência para o valor ótimo conhecido.	55
Figura 8-	Descrição do domínio para aplicação do estudo do lock-in.....	56
Figura 9-	Velocidade e Amplitude de oscilação em um regime sob oscilação transversal forçada, $a/D = 3,5\%$ em $Re=120$	58
Figura 10-	Isolinhas da pressão em um regime sob oscilação transversal forçada, $a/D = 3,5\%$ em $Re=120$	59
Figura 11-	Formação de vórtices por trás do cilindro: (a) Linhas de fluxo e (b) Contorno de pressões.....	59
Figura 12-	Parâmetros físicos e condições de contorno utilizados no modelo computacional.....	61
Figura 13-	Representação esquemática da velocidade periódica de excitação na superfície do cilindro.	61
Figura 14-	Histórico do deslocamento transversal para $f_a/f_s=1.00, 3.51, 4.45$, respectivamente.	63
Figura 15-	Histórico de deslocamentos transversais do cilindro.	65
Figura 16-	Estudo paramétrico de uma variável de projeto: frequência.....	66
Figura 17-	Estudo paramétrico de uma variável de projeto: amplitude.....	67
Figura 18-	Análise das vibrações do cilindro com amplitude da excitação acústica em (a) 150 cm/s e (b) 60cm/s.	67
Figura 19-	Estudo paramétrico de uma variável de projeto: ângulo.....	68
Figura 20-	Modelo substituto das vibrações do cilindro: Superfície.	69
Figura 21-	Modelo substituto das vibrações do cilindro: Curvas de nível.	69

Figura 22-	Otimização com uma variável de projeto: Frequência da excitação acústica: (a) Histórico da variável de projeto (b) Histórico da função objetivo	71
Figura 23-	Otimização de uma variável de projeto: Amplitude da excitação acústica: (a) Histórico da variável de projeto e (b) Histórico da função objetivo.	71
Figura 24-	Otimização de uma variável de projeto: Ângulo da excitação acústica: (a) Histórico da variável de projeto (b) Histórico da função objetivo	72
Figura 25-	Otimização com duas variáveis de projeto (esquema tradicional de amostragem): (a) Histórico da variável de projeto Frequência e (b) Histórico da variável de projeto Amplitude.	73
Figura 26-	Otimização com duas variáveis de projeto (esquema tracional de amostragem): Histórico da Função Objetivo.....	73
Figura 27-	Otimização com duas variáveis de projeto (esquema de reuso das amostras): (a) Histórico da variável de projeto frequência e (b) Histórico da variável de projeto amplitude.....	74
Figura 28-	Otimização com duas variáveis de projeto (esquema de reuso das amostras): Histórico da função objetivo.....	74
Figura 29-	Otimização com três variáveis de projeto: Histórico da (a) Frequência, (b) histórico da amplitude, (c) histórico do ângulo e (d) histórico da função objetivo.	76
Figura 30-	Histórico do deslocamento do cilindro com parâmetros da excitação acústica otimizados.....	78
Figura 31-	Definição do problema e esquema de malha adotado para solução da placa posicionada atrás do cilindro. Dimensões em centímetros.	79
Figura 32-	Histórico de análise considerando placa na posição inicial: (a) Deslocamento do Cilindro (b) Coeficiente de Sustentação (lift).....	80
Figura 33-	Imagens da destruição da malha ao mover a placa em direção ao cilindro: (a) Visão geral e (b) Visão ampliada.	82
Figura 34-	Esquema do espaço de projeto dividido.....	83
Figura 35-	Imagem da malha ao mover a chapa em direção ao cilindro, após processo de aferição da malha.	83

Figura 36-	Estudo paramétrico considerando a variação do afastamento da placa em relação ao cilindro.....	84
Figura 37-	Histórico das iterações do SAO considerando o afastamento da chapa como variável de projeto na otimização: (a) Variável de projeto e (b) Função objetivo.	85
Figura 38-	Histórico do SAO de otimização do afastamento da chapa (ponto inicial em $c/D=2,0$): (a) Variável de projeto, (b) Função objetivo....	87
Figura 39-	Região de confiança da sétima iteração SAO.	88

LISTA DE TABELAS

Tabela 1-	Resultados numéricos do SAO utilizando esquema com reaproveitamento das amostras	53
Tabela 2-	Resultados numéricos do SAO utilizando esquema tradicional de amostragem.	54
Tabela 3-	Influência da razão de deslocamento para obtenção do “lock-in” em diferentes números de Reynolds.	58
Tabela 4-	Resumo dos procedimentos SAO conduzidos - Variáveis de projeto.....	77
Tabela 5-	Resumo dos procedimentos SAO conduzidos - Função Objetivo e número de iterações.....	77

LISTA DE SIGLAS

ALE	(formulação) Euleriana-Lagrangeana arbitrária (<i>arbitrary Eulerian-Lagrangean</i>)
CFD	Dinâmica dos Fluidos Computacional (<i>Computational Fluid Dynamics</i>)
DOE	Projeto de Experimentos (<i>Design of Experiments</i>)
FEM	Método dos Elementos Finitos (<i>Finite Element Method</i>)
FSI	Interação Fluido-Estrutura (<i>Fluid-Structure interaction</i>)
LHS	Hipercubo Latino (<i>Latin Hypercube Sampling</i>)
LSM	Método dos Mínimos Quadrados (<i>Least Squares Method</i>)
MC	Monte Carlo
OA	Vetor Ortogonal (<i>Orthogonal Array</i>)
QMC	Quasi Monte Carlo
SAO	Otimização por Aproximação Sequencial (<i>Sequential Approximation Optimization</i>)

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
1.1	Otimização e Modelos Substitutos.....	13
1.2	Fenômenos de interação Fluido-Estrutura	14
1.3	Organização deste trabalho.....	16
2	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA.....	18
2.1	Equações de Navier-Stokes incompressíveis.....	18
2.1.1	Condições Iniciais e de Contorno	19
2.1.2	Descrição Euleriana-Lagrangeana arbitrária (ALE)	20
2.2	Análise Estrutural Dinâmica.....	21
2.3	Acoplamento fluido-estrutura.....	23
2.3.1	Compatibilidade Cinemática	23
2.3.2	Compatibilidade Dinâmica.....	24
3	SOLUÇÃO NUMÉRICA E ASPECTOS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE FSI.....	26
3.1	Modelo discreto das equações de Navier-Stokes incompressível.....	26
3.2	Modelo discreto do problema estrutural.....	28
3.3	Acoplamento Fluido-Estrutural.....	29
3.4	Movimento de Malha	31
4	OTIMIZAÇÃO.....	33
4.1	Conceitos Preliminares	33
4.2	Programação Matemática	35
4.2.1	Programação Quadrática Sequencial.....	37
4.3	Modelos Substitutos	38
4.4	Projeto de Experimentos	39
4.4.1	Hipercubo Latino (LHS)	40
4.5	Modelos Substitutos baseados no ajuste de pontos	42
4.5.1	Superfície de Resposta	42
4.5.2	Krigagem.....	44
4.6	Otimização por Aproximação Sequencial.....	46
4.6.1	Atualização da Região de Confiança	48

4.6.2	Reuso de amostras.....	49
5	APLICAÇÕES.....	56
5.1	Lock-in	56
5.2	Otimização de Supressão das Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV).....	59
5.2.1	Através da aplicação de uma excitação acústica.....	60
5.2.1.1	<i>Descrição do problema e estudos preliminares.....</i>	<i>60</i>
5.2.1.2	<i>Formulação do problema de otimização</i>	<i>63</i>
5.2.1.3	<i>Estudos Paramétricos</i>	<i>65</i>
5.2.1.4	<i>Otimização com uma variável de projeto: Frequência da excitação acústica</i>	<i>70</i>
5.2.1.5	<i>Otimização com uma variável de projeto: Amplitude da excitação acústica</i>	<i>71</i>
5.2.1.6	<i>Otimização com uma variável de projeto: Ângulo do ponto de aplicação da excitação acústica</i>	<i>72</i>
5.2.1.7	<i>Otimização com duas variáveis de projeto: frequência e amplitude da excitação acústica</i>	<i>72</i>
5.2.1.8	<i>Otimização com três variáveis de projeto: frequência, amplitude e ângulo de aplicação da excitação acústica</i>	<i>75</i>
5.2.2	Através do uso de uma placa posicionada atrás do cilindro.....	78
5.2.2.1	<i>Descrição do Problema.....</i>	<i>78</i>
5.2.2.2	<i>Aspectos computacionais</i>	<i>81</i>
5.2.2.3	<i>Estudo Paramétrico</i>	<i>84</i>
5.2.2.4	<i>Otimização</i>	<i>84</i>
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	89
6.1	Conclusões.....	89
6.1.1	Modificação no SAO.....	89
6.1.2	Otimização com aplicação de uma excitação acústica.....	90
6.1.3	Otimização através de uma chapa atrás do cilindro	90
6.2	Sugestões para trabalhos futuros.....	91
	REFERÊNCIAS	92

1 INTRODUÇÃO

Quando desejamos realizar uma tarefa, naturalmente planejamos executá-la gastando o mínimo de energia, ou custo. Ao planejarmos o transporte de algo para um determinado destino, buscamos a mínima distância. O conceito de otimização é bastante intuitivo ao ser humano, pois é natural sempre a busca pela minimização ou maximização de determinado objetivo ou objetivos. Necessitamos de eficiência, isto é reduzir ao máximo desperdícios. É também possível observar processos otimizados pela natureza, os sistemas físicos tendem a um estado de mínima energia.

A Engenharia, que tem como uma das funções a resolução de problemas e viabilização de projetos, está diretamente associada ao estudo de otimização. Isto porque, no desenvolvimento dos projetos, existe a busca pela minimização do consumo de materiais, energia e mão de obra, ou ainda, objetiva-se a maximização de resultados, como o lucro ou a produção. Esta busca se dá através da variação dos parâmetros do projeto que influam em seu resultado.

1.1 Otimização e Modelos Substitutos

Matematicamente, o processo de otimização é definido como a minimização ou maximização de uma função $f(\mathbf{x})$, chamada de função objetivo, onde $\mathbf{x}$ é o vetor das variáveis de projeto. Mais adiante, serão discutidos alguns dos conceitos e técnicas matemáticas utilizadas para obtenção das variáveis de projeto $\mathbf{x}^*$ que otimizam uma função $f(\mathbf{x})$.

Em muitos problemas de otimização, podem ser encontradas dificuldades na obtenção da resposta do modelo matemático desenvolvido para representação do problema físico. Em outras palavras, dificuldades associadas às avaliações das funções objetivo, restrições e seus gradientes. Por exemplo, essas dificuldades podem ser um elevado custo computacional associado ou uma resposta que apresente ruído numérico. Uma forma apontada na literatura de contornar estes inconvenientes é a utilização de estratégias de otimização baseadas em Modelos Substitutos.

Métodos aproximados baseados na construção de meta modelos (ou modelos substitutos) têm sido utilizados objetivando uma resposta computacional rápida, e também para obtenção de um comportamento mais suave para uma dada resposta, livre de

ruído numérico, que é um problema típico de funções avaliadas a partir de um procedimento numérico, tal como o método dos elementos finitos (FEM). Especificamente para aplicações em procedimentos de otimização, que se baseiam no uso de funções provenientes da solução via simulação numérica, este último inconveniente citado deve ser evitado, uma vez que pode confundir o procedimento de determinação do ponto de ótimo.

A abordagem básica da metodologia mencionada consiste em construir uma aproximação matemática simplificada para o problema original. Esta vem comumente sendo adotada na literatura em substituição ao emprego das análises do simulador (problema original), facilitando os processamentos requeridos na otimização, exploração do espaço de projeto, análise de confiabilidade entre outros. Uma vez que o modelo aproximado atua como um substituto (*surrogate*) para o problema original, este é comumente referenciado como um modelo substituto (*surrogate model*), aproximação substituta, modelo aproximado ou meta modelo (SIMPSON, PEPLINSKI, *et al.*, 2001; GIUNTA, 2002).

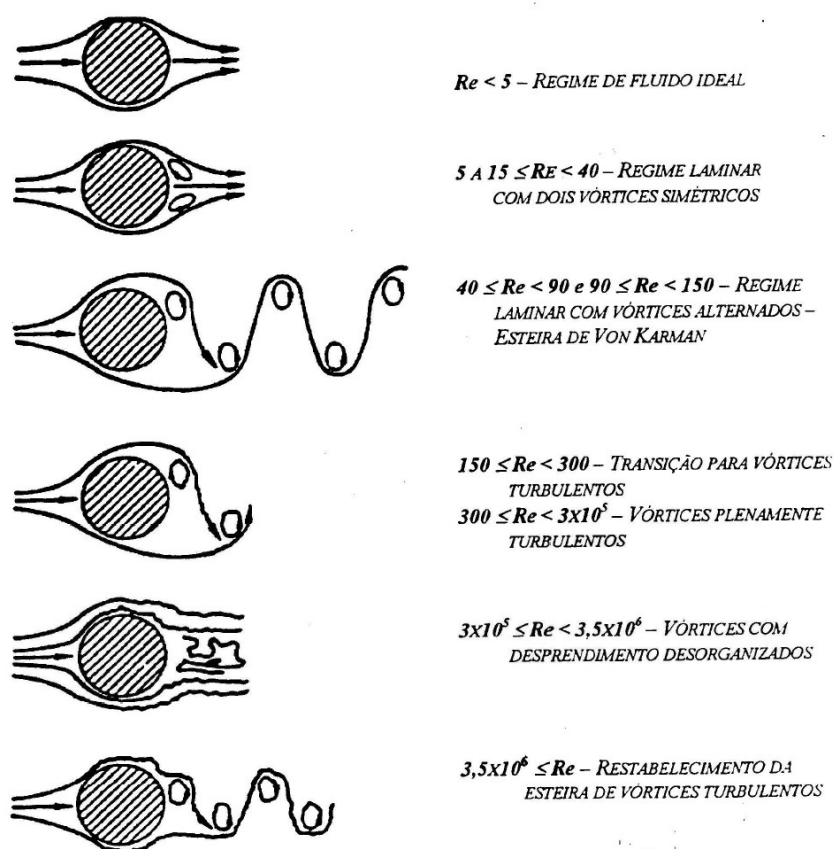
1.2 Fenômenos de interação Fluido-Estrutura

O foco do estudo da interação fluido-estrutura (FSI) são os sistemas mecânicos envolvendo um fluido e uma estrutura, onde ambos têm influência sobre o outro através de uma interface. Problemas desta natureza estão presentes em diversos campos da engenharia. Provavelmente os estudos mais conhecidos estejam na área da indústria aeroespacial, isto porque, no caso da aviação, um dos propósitos principais é a utilização das forças físicas do ar exercidas sobre a asa da aeronave para sustentá-la. Na Engenharia Civil o carregamento provocado pelo vento torna-se importante em estruturas de elevada altura como torres, chaminés, edifícios altos, entre outras. Sendo o fluido um líquido, problemas de FSI surgem em pilares de pontes, estruturas *off-shore* como as plataformas de petróleo e diversas outras.

Um caso de interesse no campo de problemas de FSI é o fenômeno de Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV). Para ilustrar a ideia central do problema, consideremos o exemplo clássico da literatura de um sólido cilíndrico imerso num escoamento, para o qual, em determinadas faixas de números de Reynolds, a esteira de vórtices de Von Karman é desenvolvida por trás do cilindro, como ilustrado na Figura 1. O desprendimento dos vórtices de forma assimétrica e periódica conduz a uma diferença de pressão sobre a superfície do cilindro, originando assim, deslocamentos periódicos, isto é, vibrações. Alguns efeitos indesejáveis são observados decorrentes deste fenômeno. Quando

a estrutura é destinada ao uso humano, um desses efeitos é o desconforto físico aos seus usuários, provocado pela percepção das vibrações. Outro efeito mais importante diz respeito ao colapso da estrutura. Um exemplo de destaque é o fenômeno de ressonância, que surge quando a frequência das forças dinâmicas exercidas na estrutura aproxima-se de sua frequência natural. Outros problemas estruturais podem ser citados, como a fadiga do material, provocada pela repetição da atuação da força dinâmica, e os possíveis problemas de fixação estrutural, por exemplo, em ligações aparafusadas, onde as vibrações podem causar folgas na fixação.

Figura 1- Relação entre o número de Reynolds e o desenvolvimento da esteira de Von Karman.



Fonte: (BLEVINS, 1986).

Algumas soluções para supressão do fenômeno de VIV já foram investigadas na literatura. Uma dessas soluções é dada através da aplicação de uma excitação acústica na superfície do cilindro. A excitação acústica tem como função adicionar quantidade de movimento à camada limite e alterar a configuração da esteira de vórtices por trás do cilindro. Outra solução possível já investigada é o posicionamento de uma chapa por trás do cilindro, diretamente na esteira de vórtices.

O objetivo deste trabalho é o estudo das referidas soluções para supressão do fenômeno de VIV aplicando-se técnicas de otimização. Com a formulação de um problema de otimização para este caso, busca-se encontrar os parâmetros das soluções que conduzam à minimização das vibrações do cilindro. Para isto, o programa desenvolvido para análise de interação fluido-estrutura, desenvolvido por Antunes (2002), foi adaptado para plataforma MATLAB para ser utilizado como simulador do modelo de alta fidelidade pelo algoritmo de Otimização por Aproximação Sequencial (SAO). Esse tipo de estratégia de otimização é necessário para o caso em particular, porque apenas uma simulação do modelo de alta fidelidade custa em média dez horas de processamento computacional. A estratégia SAO, que é baseada em modelos substitutos, tem como objetivo a condução de um processo de otimização com reduzido número de avaliações das funções do modelo de alta fidelidade.

1.3 Organização deste trabalho

Para apresentação do trabalho de pesquisa realizado, esta dissertação é dividida em seis capítulos ao total. Além do presente capítulo, que introduz os objetivos, as motivações e os assuntos que são tratados neste trabalho.

O segundo capítulo resume os conceitos matemáticos necessários para o desenvolvimento da ferramenta computacional utilizada para análise de fenômenos de interação fluido-estrutura (FSI). A primeira parte deste capítulo trata da Dinâmica dos Fluidos Computacional (CFD) e apresenta as equações de Navier-Stokes considerando o fluido incompressível numa formulação Euleriana-Lagrangeana arbitrária (ALE). Em seguida são revistos os conceitos associados à análise dinâmica de estruturas rígidas e o desenvolvimento das equações do movimento. O capítulo é concluído com a apresentação das condições de compatibilidade necessárias ao acoplamento do problema fluido com o problema estrutural.

No terceiro capítulo deste trabalho, são apresentados os métodos numéricos utilizados para a solução das equações governantes do problema de interação fluido-estrutura. A formulação do método dos elementos finitos (FEM) com estabilização para discretização do problema de CFD é apresentada. Em seguida, é descrita a implementação do método de Newmark, utilizado para a solução da equação do movimento. Por fim, é abordada a solução numérica utilizada para o problema da movimentação de malha, através da equação modificada de Laplace.

O capítulo quatro brevemente apresenta a programação matemática e os conceitos fundamentais de otimização. São descritos os conceitos de Projeto de Experimentos (DOE) e Krigagem, que são as técnicas envolvidas na estratégia de otimização baseada em modelos substitutos utilizada neste trabalho, o SAO, cuja metodologia também é descrita. O capítulo é concluído com a apresentação de uma modificação realizada no algoritmo SAO, que objetiva o reuso de amostras de iterações anteriores para construção dos modelos substitutos nas regiões de confiança correspondentes.

As aplicações numéricas são apresentadas no Capítulo 5. Inicialmente foi realizado o estudo do fenômeno do *lock-in*, que consiste em aplicar um movimento periódico prescrito no cilindro e observar a frequência da esteira de vórtices. Para determinados parâmetros, esta frequência torna-se igual ao do movimento prescrito, quando se caracteriza o fenômeno. As duas outras aplicações numéricas consistem no emprego das técnicas de otimização para a supressão das vibrações induzidas por vórtices (VIV), utilizando-se para tal, a aplicação de uma excitação acústica na superfície do cilindro, e o posicionamento de uma chapa por trás do cilindro. Os resultados obtidos são apresentados e discutidos.

No sexto e último capítulo, são apresentadas as conclusões desta dissertação e algumas sugestões para trabalhos futuros. As referências bibliográficas são listadas em seguida.

2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA DO PROBLEMA DE INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA

Problemas de interação fluido estrutura (FSI – *Fluid-Struture Interaction*) são problemas que envolvem o acoplamento de fenômenos da mecânica dos fluidos com análise estrutural dinâmica. Em problemas FSI, as tensões e deformações de uma dada estrutura são computadas simultaneamente com as variáveis do escoamento em contato com a estrutura (ANTUNES, 2002). Neste capítulo, serão revistos os conceitos matemáticos envolvidos no desenvolvimento da ferramenta computacional utilizada para análise deste tipo de problema.

A análise do escoamento do fluido é obtida a partir da construção de um modelo matemático baseado nas equações de Navier-Stokes. Como será exposto a seguir, na formulação matemática deste problema, são consideradas algumas simplificações, como incompressibilidade do fluido, e desacoplamento da equação de conservação de energia. Em problemas FSI, é necessária uma formulação que possibilite a consideração de domínios móveis e deformáveis, então, uma descrição Euleriana-Lagrangeana arbitrária (ALE) foi utilizada. As equações de Navier-Stokes modificadas para esta descrição serão apresentadas. Também são brevemente descritas as condições iniciais e de contorno que devem ser consideradas.

Neste tipo de problema, a estrutura é tratada através de uma análise dinâmica, isto é, o foco da referida análise é a obtenção do histórico dos diversos campos envolvidos no intervalo de tempo considerado. Serão discutidos os conceitos principais envolvidos na respectiva seção.

Por fim, as condições de compatibilidade necessárias para o acoplamento do fluido com a estrutura são apresentadas.

2.1 Equações de Navier-Stokes incompressíveis

Em vários casos práticos, principalmente para os líquidos, é possível ignorar variações da massa específica do fluido, isto é, para uma determinada massa de fluido, não somente sua massa é conservada, como também, seu volume e consequentemente sua massa específica. Em tais casos, se diz que o fluido é incompressível (CURRIE, 1974). Esta condição normalmente adotada para líquidos, também pode ser assumida para gases

com velocidades baixas quando comparadas com a velocidade local de propagação do som e com pequenas variações de temperatura (ANTUNES, 2002; CURRIE, 1974).

Usando-se notação vetorial e o operador de Euler ∇ , que representa o divergente de um campo vetorial ou gradiente de um campo escalar, considerando ainda a incompressibilidade do fluido, as equações de Navier-Stokes, podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla \left(\frac{p}{\rho} \right) - \nu \Delta \mathbf{u} &= \mathbf{f} \end{aligned} \quad (2.1)$$

onde $\mathbf{u}$ representa o campo de velocidades, p é a pressão termodinâmica, ν é a viscosidade cinemática, ρ a massa específica, ∇ é o operador gradiente, Δ o operador Laplaciano e $\mathbf{f}$ o vetor de forças externas.

Estas equações descrevem o movimento de um fluido Newtoniano livre de divergente com viscosidade constante. A hipótese de divergente nulo tem muitas implicações, não apenas nos conceitos físicos envolvidos e no modelo matemático que descreve o fluxo, mas também, na natureza dos algoritmos numéricos desenvolvidos para este tipo de simulação (ANTUNES, 2002).

2.1.1 Condições Iniciais e de Contorno

O contorno físico é dividido em duas partes não sobrepostas Γ_{du} e Γ_{nu} , onde, respectivamente, as condições de contorno de Dirichlet e Neuman são prescritas para cada equação (ANTUNES, LYRA, *et al.*, 2011). As condições de contorno de Dirichlet e Neuman são:

$$\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} \quad \text{em} \quad \Gamma_{du}, \quad p = \bar{p} \quad \text{e} \quad \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \bar{\mathbf{t}} \quad \text{em} \quad \Gamma_{nu} \quad (2.2)$$

onde $\boldsymbol{\sigma}$ é o tensor de tensões viscosas, $\mathbf{n}$ é o versor normal para fora da superfície do contorno, e $\bar{\mathbf{t}}$ são as tensões de superfície, ou *traction*. A barra superior refere-se ao valor prescrito. Por fim, condições iniciais necessitam ser conhecidas em todo o domínio, no tempo inicial.

2.1.2 Descrição Euleriana-Lagrangeana arbitrária (ALE)

Quando problemas de mecânica dos fluidos são analisados, é necessária a escolha do tipo de sistema de referências para o desenvolvimento do modelo matemático que descreverá o problema.

Numa descrição Euleriana, as variáveis independentes são as coordenadas espaciais x , y e z , e o tempo t . As equações de conservação com essa descrição são derivadas considerando um volume de controle fixo no espaço, onde em diferentes intervalos de tempo, diferentes partículas do fluido estarão contidas neste volume.

O foco da descrição Lagrangeana é acompanhar uma porção de massa específica durante o escoamento. Desta forma, nesta descrição, as variáveis independentes não serão mais x , y e z , e o tempo t . Isto porque, sabendo-se que num tempo t_0 , as coordenadas da porção de massa passaram pelas coordenadas x_0 , y_0 e z_0 , sua posição pode ser calculada em qualquer tempo t , caso seja conhecida sua velocidade. Sendo assim, as variáveis independentes deste tipo de descrição são x_0 , y_0 e z_0 e o tempo t .

Para desenvolver uma discretização através do Método dos Elementos Finitos, aplicável a domínios móveis, é necessário o uso de uma formulação Euleriana-Lagrangeana arbitrária (ALE) como proposto por Hughes, et al., (1981).

Em problemas de interação fluido-estrutura, a interface entre a estrutura e o fluido é movida com uma dada velocidade $\mathbf{w}$, sendo esta a velocidade da própria estrutura, seguindo uma descrição Lagrangeana. Em regiões a uma distância suficientemente grande da interface, o fluido é analisado segundo uma descrição Euleriana, onde a malha permanece fixa, isto é, $\mathbf{w} = 0$. Entre essas duas regiões referidas, uma terceira região caracteriza a descrição ALE. Nesta região de transição, a malha computacional move-se com uma velocidade computada convenientemente, cujo cálculo é apresentado no 3.

Considerando uma descrição ALE, as equações de Navier-Stokes são reescritas na forma compacta vetorial a seguir:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{u} &= 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{c} \cdot \nabla) \mathbf{u} + \nabla p - \nu \Delta \mathbf{u} &= \mathbf{f} \end{aligned} \tag{2.3}$$

onde c é a velocidade relativa entre o fluido e a malha computacional ($\mathbf{u}-\mathbf{w}$). Os demais parâmetros têm a mesma definição da Eq. (2.1).

O desenvolvimento mais detalhado da descrição ALE e das equações de Navier-Stokes considerando esta descrição, pode ser encontrado em Antunes (2002) e Hughes, et al. (1981).

2.2 Análise Estrutural Dinâmica

A análise estrutural dinâmica consiste em obter as tensões e deformações resultantes de uma estrutura submetida a determinado carregamento (ANTUNES, 2002). O termo dinâmico pode ser definido simplesmente como variação no tempo, assim, um carregamento dinâmico é qualquer carregamento no qual sua magnitude, direção e/ou posição variam no tempo. De forma similar, a resposta estrutural a um carregamento dinâmico, isto é, as tensões e deformações resultantes, também são variáveis no tempo, ou seja, dinâmicas (CLOUGH, 1995). Quando a variação no tempo do carregamento é conhecida, a análise da resposta do sistema estrutural é definida como análise determinística. Em geral, a resposta estrutural a um carregamento dinâmico pode ser expressa em função dos deslocamentos da estrutura, então, uma análise determinística objetiva a obtenção da história dos deslocamentos no tempo em função do histórico no tempo do carregamento. A partir dos deslocamentos conhecidos, as outras grandezas como tensões e deformações podem ser obtidas em fase secundária (ANTUNES, 2002).

Quando os sistemas estruturais estão submetidos a carregamentos dinâmicos, estes carregamentos podem ser classificados em periódicos ou não-periódicos. Os carregamentos periódicos são aqueles que apresentam uma repetição de sua forma em vários ciclos durante o intervalo de tempo analisado. Podem ser citados como exemplos de carregamentos periódicos os efeitos de uma distribuição de massa não balanceada de máquinas rotatórias, ou, as forças resultantes da incidência da formação de vórtices em estruturas imersas num fluido em escoamento, para determinados regimes. Destaca-se este último exemplo, por ser objeto de estudo deste trabalho.

A equação do movimento de um sistema estrutural pode ser formulada expressando o equilíbrio das forças efetivas associadas com cada grau de liberdade. Em geral, quatro tipos de forças estão envolvidos em um ponto da estrutura: a força externa aplicada e as três forças resultantes do movimento, ou seja, a força de inércia f_i , a força de amortecimento f_D e a força elástica f_s (CLOUGH, 1995). Fazendo-se o somatório dessas

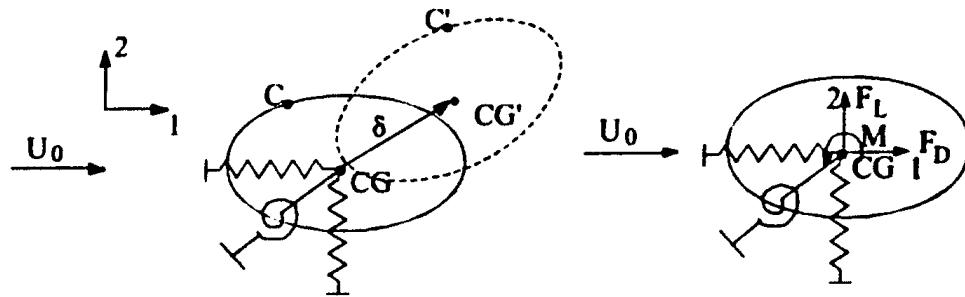
forças, isto é, estabelecendo-se as condições de equilíbrio, é possível escrever a equação do movimento em sua forma matricial como:

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \Phi}{dt^2} + \mathbf{C} \frac{d\Phi}{dt} + \mathbf{K} \Phi = \mathbf{F}, \quad \text{em } \Omega_e(t) \times I \quad (2.4)$$

Na Eq. 2.4, $\mathbf{M}$ é a matriz de massa, $\mathbf{C}$ a matriz de amortecimento e $\mathbf{K}$ a matriz de rigidez. O vetor de deslocamentos é representado por Φ . O domínio estrutural é Ω_e e I representa o intervalo de tempo considerado.

Uma vez que nos problemas de interação fluido-estrutural de interesse neste trabalho, as deformações da estrutura são pequenas quando comparadas aos deslocamentos, é possível considerar a estrutura como um corpo rígido, ou seja, indeformável. Desta forma, o cálculo dos deslocamentos e a aplicação das forças externas são referentes ao centro de gravidade (CG) do sólido. Com este tratamento, considerando um espaço bidimensional, o movimento do sólido é descrito através das três componentes de deslocamentos do seu centro de gravidade (x_{cg}, y_{cg}) conforme ilustrado na Figura 2 (a). Assim, o modelo empregado para a estrutura é limitado a esses três graus de liberdade.

Figura 2- (a) Deslocamentos e (b) Esforços de um corpo rígido



Fonte: (ANTUNES, 2002)

O vetor de deslocamentos é dado por:

$$\Phi^t = [\Phi_1 \quad \Phi_2 \quad \theta] \quad (2.5)$$

onde Φ_1 e Φ_2 representam as componentes da translação em relação aos eixos coordenados e θ a rotação da estrutura. Na Figura 2 (b) acima, onde estão representadas as forças externas aplicadas no centro de gravidade da estrutura, decorrentes do fluido em que ela

está imerso, as componentes F_L , F_D e M são, respectivamente, força de sustentação (“*lift*”), força de arrasto (“*drag*”), e momento atuantes.

São considerados apoios elásticos para a estrutura submetidos a um amortecimento. O Problema de Valor Inicial (PVI) é então caracterizado por encontrar os deslocamentos $\Phi = \Phi(t)$ que satisfaçam a Eq 2.4, segundo as seguintes condições iniciais:

$$\Phi(0) = \Phi^0 \quad \text{e} \quad \left. \frac{d\Phi}{dt} \right|_{t=0} = v^0 \quad (2.6)$$

onde Φ^0 e v^0 são respectivamente, os vetores de deslocamento inicial e velocidade inicial. No caso particular de uma estrutura cilíndrica, onde o centro de pressão coincide com o centro de gravidade, é admitido o desacoplamento dos graus de liberdade. Desta forma, o modelo estrutural para este caso é matematicamente descrito pelas Eqs. (2.4) e (2.6), onde $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$, e $\mathbf{K}$ são matrizes diagonais (ANTUNES, 2002).

2.3 Acoplamento fluido-estrutura

Nas seções precedentes, foram revistos os conceitos para desenvolvimento de modelos matemáticos que descrevem a análise de um escoamento considerando domínios móveis, e análise estrutural dinâmica. Para garantir a consistência dos problemas de interação fluido-estrutural, ou seja, para o acoplamento destas análises, é necessário ainda definir condições de compatibilidade na superfície que separam esses campos. Essas condições serão aqui discutidas.

2.3.1 Compatibilidade Cinemática

Considerando a estrutura como um corpo rígido, a Eq. (2.4) descreverá no tempo o histórico dos deslocamentos do centro de gravidade da estrutura. No entanto, é necessário que as variáveis obtidas (deslocamentos, velocidades) sejam projetadas em todos os pontos da estrutura (NOMURA e HUGHES, 1992). Em um espaço bidimensional, seja um ponto qualquer C da estrutura com coordenadas (x_1, x_2) . Os deslocamentos $\mathbf{d}_C$ de C podem ser obtidos em função dos deslocamentos do centro de gravidade Φ . Esta relação pode ser expressa através de:

$$\begin{bmatrix} d_{c1} \\ d_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cos \theta - 1 & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta - 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Diferenciando a Eq. (2.7) em relação ao tempo, obtém-se a relação entre o vetor velocidade $\dot{\mathbf{d}}_C$ do ponto (x_1, x_2) e o vetor velocidade do centro de gravidade $\dot{\Phi}$, i. e.:

$$\begin{bmatrix} \dot{d}_{c1} \\ \dot{d}_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -L_{c2} \\ 0 & 1 & L_{c1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Phi}_1 \\ \dot{\Phi}_2 \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \dot{\Phi} \quad (2.8)$$

A matriz $\mathbf{T}$ é conhecida como matriz de transformação. As componentes L_{c1} e L_{c2} são dadas por:

$$\begin{aligned} L_{c1} &= x_1 \cos \theta - x_2 \sin \theta \\ L_{c2} &= x_1 \sin \theta + x_2 \cos \theta \end{aligned} \quad (2.9)$$

2.3.2 Compatibilidade Dinâmica

Na Eq. (2.4), as forças externas aplicadas ao centro de gravidade da estrutura são representadas pelo vetor $\mathbf{F}$. Estas estão associadas às forças que o fluido exerce sobre a estrutura na interface fluido-estrutural. As componentes do vetor $\mathbf{F}$ são definidas como:

$$\mathbf{F} = [F_D \quad F_L \quad M] \quad (2.10)$$

onde as componentes do vetor $\mathbf{F}$ representam, respectivamente, a força de arrasto (F_D), que atua paralelamente ao escoamento, a força de sustentação (F_L), orientada na direção perpendicular ao escoamento, e o momento (M) associado à rotação da estrutura, ou seja, um momento cujo vetor apresenta direção normal ao plano do problema. Uma representação dessas forças pode ser vista na Figura 2 (b).

Os valores das forças aqui discutidas são resultantes do escoamento ao qual a estrutura está imersa. Estes valores são obtidos fazendo-se o somatório das forças na superfície da estrutura (Γ_C), isto é, calculando-se as seguintes integrais em Γ_C :

$$\begin{aligned}
F_D &= \int_{\Gamma_C} t_1 d\Gamma; \\
F_L &= \int_{\Gamma_C} t_2 d\Gamma; \\
M &= \int_{\Gamma_C} t_2(x - x_{CG}) - t_1(y - y_{CG}) d\Gamma
\end{aligned} \tag{2.11}$$

As tensões de superfície (t_i) são dadas por:

$$t_i = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}n_j, \quad i, j = 1, 2 \tag{2.12}$$

Na Eq. (2.12), δ_{ij} é o delta de Kronecker, p é a pressão termodinâmica e τ_{ij} é o tensor das tensões cisalhantes.

3 SOLUÇÃO NUMÉRICA E ASPECTOS COMPUTACIONAIS DO PROBLEMA DE FSI

No capítulo anterior, foram apresentadas as equações governantes do modelo matemático construído para representação de problemas de FSI. Neste capítulo serão apresentados os métodos utilizados para a obtenção de soluções numéricas para essas equações. Os métodos aqui apresentados foram empregados na construção de uma ferramenta computacional capaz de simular problemas desta natureza. Os principais aspectos computacionais para esta implementação serão discutidos.

3.1 Modelo discreto das equações de Navier-Stokes incompressível

A formulação final discreta é obtida via aplicação de um método do Passo Fracional, baseado numa fatorização puramente algébrica do tipo LU (ANTUNES, 2008; CODINA, 2002). Neste método, o sistema final é análogo ao método proposto por Chorin em 1967, e Temam em 1969, que aplica uma decomposição de Helmholtz. O sistema discreto final é obtido utilizando um método θ no tempo, resultando numa discretização trapezoidal, e o Método dos Elementos Finitos tipo Galerkin para a discretização espacial (ZIENKIEWICZ e TAYLOR, 1988). As estabilizações dos termos advectivo e de gradiente de pressão são obtidas com uma projeção ortogonal desses termos em um espaço de elementos finitos (CODINA, 2002; SOTO, LOHNER e CEBRAL, 2001).

A formulação variacional discreta (SOTO, LOHNER, *et al.*, 2004) pode ser escrita da seguinte forma. Conhecendo-se $\mathbf{u}_h^n$ e p_h^n , deseja-se encontrar $(\mathbf{u}_h^{n+1}, p_h^{n+1}, \boldsymbol{\pi}_h^{n+1}, \boldsymbol{\xi}_h^{n+1})$ em $V_h \times Q_h \times \tilde{V}_h \times \tilde{V}_h$ tal que:

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{\delta t} (\mathbf{u}_h^{n+1,i} - \mathbf{u}_h^n, v_h) + (\mathbf{c}_h^{n+1,i-1} \cdot \nabla \mathbf{u}_h^{n+\theta,i}, v_h) \\
 & + (v \cdot \nabla \mathbf{u}_h^{n+\theta,i}, \nabla v_h) - (p_h^{n+1,i-1}, \nabla v_h) \\
 & \cdot (\tau(\mathbf{c}_h^{n+\theta,i-1} \cdot \nabla \mathbf{u}_h^{n+\theta,i} \\
 & - \beta^{n+1,i-1} \boldsymbol{\pi}_h^{n+\theta,i-1}), \mathbf{u}_h^{n+\theta,i-1} \cdot \nabla v_h) \\
 & = (\mathbf{f}_h^{n+\theta}, v_h) + (\boldsymbol{\sigma}_h^{n+\theta,i-1} \cdot \mathbf{n}, v_h)_{\Gamma_{nu}}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

$$\begin{aligned}
& \delta t (\nabla p_h^{n+1,i} - \nabla p_h^{n+1,i-1}, \nabla q_h) \\
& + (\tau (\nabla p_h^{n+1,i} - \beta^{n+1,i-1} \xi_h^{n+1,i-1}), \nabla q_h) \\
& = -(\nabla \mathbf{u}_h^{n+1,i}, q_h)
\end{aligned} \tag{3.2}$$

$$(\boldsymbol{\pi}_h^{n+\theta,i}, \tilde{v}_h) = (\mathbf{c}_h^{n+\theta,i} \cdot \nabla \mathbf{u}_h^{n+\theta,i}, \tilde{v}_h) \tag{3.3}$$

$$(\xi_h^{n+1,i}, \tilde{v}_h) = (\nabla p_h^{n+1,i}, \tilde{v}_h) \tag{3.4}$$

$$\forall (v_h, q_h, \tilde{v}_h, \tilde{v}_h) \in V_h \times Q_h \times \tilde{V}_h \times \tilde{V}_h \tag{3.5}$$

onde $\mathbf{u}_h^{n+1}, p_h^{n+1}, \boldsymbol{\pi}_h^{n+1}, \xi_h^{n+1}$ são respectivamente, o vetor velocidade, pressão, projeção do termo advectivo e projeção do termo de gradiente de pressão, e $V_h \times Q_h \times \tilde{V}_h \times \tilde{V}_h$ são respectivamente, os espaços funcionais de elementos finitos correspondentes. Os sobrescritos n e i referem-se ao passo de tempo e ao contador da iteração Gauss-Seidel em cada passo de tempo, o subíndice h refere-se às variáveis discretas, o tamanho do passo de tempo é representado por δt , β é o parâmetro baseado no gradiente de pressões (ANTUNES, 2008), limitado no intervalo $I=[0,1]$. Quando em regiões com um suave campo de pressões, o valor de β é tomado próximo de um, enquanto que em regiões do escoamento com altos gradientes de pressões, esse valor torna-se próximo de zero. O parâmetro que garante a estabilidade e convergência é representado por τ (ANTUNES, 2008), θ é o parâmetro de integração no tempo ($\theta=1.0$ implica no método Backward Euler e $\theta=0.5$ o método de Crank-Nicholson), $v_h, \tilde{v}_h, q_h$ são as funções de ponderação de elementos finitos. As variáveis $\boldsymbol{\pi}$ e ξ são obtidas através de fatorização LU do sistema. A forma funcional $(\cdot, \cdot)$ é definida como:

$$\begin{aligned}
(a, b) &= \int_{\Omega} a \cdot b d\Omega & (a, b)_{\Gamma} &= \int_{\Gamma} a \cdot b d\Gamma
\end{aligned} \tag{3.6}$$

O sistema de Eqs (3.1) a (3.4) é resolvido de forma segregada aplicando-se um procedimento de Gauss-Seidel. Quando da convergência do bloco de Gauss-Seidel, todo o sistema converge para o sistema monolítico.

Foi utilizada uma estrutura de dados baseada nas arestas dos elementos, que apresenta vantagem em termos de tempo de processamento computacional, porque, esta

é uma estrutura de dados com menor redundância e no procedimento adotado, a maioria dos termos discretos não necessita ser recalculada em cada iteração através de *loop* nos elementos, podendo, portanto, serem pré-computados.

Os detalhes da formulação matemática-numérica e de implementação computacional podem ser encontrados em Antunes (2008).

3.2 Modelo discreto do problema estrutural

Considerando a hipótese de estrutura indeformável, a solução discreta das equações governantes de uma análise estrutural dinâmica, cujo modelo matemático foi apresentado na seção 2.2, é obtido através do Método de Newmark (HUGHES, 1987). O Método consiste na solução do sistema de equações a seguir:

$$\mathbf{M}\mathbf{a}^{t+\Delta t} + \mathbf{C}\mathbf{v}^{t+\Delta t} + \mathbf{K}\mathbf{d}^{t+\Delta t} = \mathbf{F}^{t+\Delta t} \quad (3.7)$$

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t} = \mathbf{v}^t + [(1 - \gamma)\mathbf{a}^t + \gamma\mathbf{a}^{t+\Delta t}]\Delta t \quad (3.8)$$

$$\mathbf{d}^{t+\Delta t} = \mathbf{d}^t + \mathbf{v}^t\Delta t + \left[\left(\frac{1}{2} - \beta \right) \mathbf{a}^t + \beta \mathbf{a}^{t+\Delta t} \right] \Delta t^2 \quad (3.9)$$

Os vetores $\mathbf{a}^t$, $\mathbf{v}^t$, e $\mathbf{d}^t$ aproximam, respectivamente, $\ddot{\Phi}(t)$, $\dot{\Phi}(t)$ e $\Phi(t)$. Uma vez conhecidos, permitem a definição dos mesmos vetores no passo de tempo $(t + \Delta t)$. A Eq. (3.7) é simplesmente uma representação discreta da equação do movimento, dada por Eq. (2.4). As Eqs. (3.8) e (3.9) são obtidas através de aproximações por diferenças finitas.

Os parâmetros γ e β , definem o tipo de método considerado. Para $\gamma = 0$ e $\beta = 0$, obtém-se o método explícito, já com $\gamma = 1/2$ e $\beta = 1/4$ é obtido o método da aceleração média constante, também conhecido como regra trapezoidal. Tal método é implícito, tem precisão de segunda ordem e é incondicionalmente estável. Destaca-se a importância da estabilidade incondicional para garantia da robustez do algoritmo utilizado na análise do problema acoplado, uma vez que o incremento de tempo adotado ao longo da integração temporal do problema estrutural é o mesmo proveniente da integração temporal do problema de dinâmica dos fluidos (ANTUNES, 2002).

Na obtenção dos vetores $\mathbf{a}^{t+\Delta t}$, $\mathbf{v}^{t+\Delta t}$, e $\mathbf{d}^{t+\Delta t}$, são utilizadas as Eqs. (3.7) a (3.9). Desta forma, resolve-se o sistema de três equações e três incógnitas. Há várias formas

para implementação deste método. Neste trabalho, utiliza-se um algoritmo preditor-corretor descrito a seguir. Conhecendo-se as condições iniciais $\mathbf{d} = \mathbf{d}^0$ e $\mathbf{v} = \mathbf{v}^0$, a aceleração inicial $\mathbf{a}^0$ é obtida introduzindo-se as mesmas na Eq. (3.7), i. e.:

$$\mathbf{M}\mathbf{a}^0 = \mathbf{F}^0 - \mathbf{C}\mathbf{v}^0 - \mathbf{K}\mathbf{d}^0 \quad (3.10)$$

Conhecendo-se no passo de tempo t , os vetores de deslocamento, velocidade e aceleração, o cálculo dos vetores de deslocamento e velocidade no passo de tempo $(t + \Delta t)$ é obtido definindo-se os preditores:

$$\tilde{\mathbf{d}}^{t+\Delta t} = \mathbf{d}^t + \mathbf{v}^t \Delta t + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \mathbf{a}^t \Delta t^2 \quad (3.11)$$

$$\tilde{\mathbf{v}}^{t+\Delta t} = \mathbf{v}^t + (1 - \gamma) \mathbf{a}^t \Delta t \quad (3.12)$$

É possível então determinar $\mathbf{a}^{t+\Delta t}$ utilizando-se uma relação de recursão da seguinte forma:

$$(\mathbf{M} + \gamma \Delta t \mathbf{C} + \beta \Delta t^2 \mathbf{K}) \mathbf{a}^{t+\Delta t} = \mathbf{F}^{t+\Delta t} - \mathbf{C} \tilde{\mathbf{v}}^{t+\Delta t} - \mathbf{K} \tilde{\mathbf{d}}^{t+\Delta t} \quad (3.13)$$

Por fim, conhecendo-se $\mathbf{a}^{t+\Delta t}$, os vetores $\mathbf{v}^{t+\Delta t}$ e $\mathbf{d}^{t+\Delta t}$ podem ser determinados, num passo corretor, reescrevendo-se as Eqs. (3.8) e (3.9) com os valores preditores obtidos nas Eqs. (3.11) e (3.12), ou seja:

$$\mathbf{v}^{t+\Delta t} = \tilde{\mathbf{v}}^{t+\Delta t} + \gamma \mathbf{a}^{t+\Delta t} \Delta t \quad (3.14)$$

$$\mathbf{d}^{t+\Delta t} = \tilde{\mathbf{d}}^{t+\Delta t} + \beta \mathbf{a}^{t+\Delta t} \Delta t^2 \quad (3.15)$$

3.3 Acoplamento Fluido-Estrutural

O acoplamento entre os campos fluido e estrutural é imposto de uma maneira segregada, então, condições de compatibilidade são impostas em seguida, ao fim de cada passo de tempo, para garantir a consistência da interface entre os campos. Em contraste

com a abordagem monolítica, a maneira segregada de abordagem tem a vantagem de permitir a utilização da técnica numérica mais eficiente para cada campo particular. No entanto, vale ressaltar que em casos de acoplamento forte nem sempre a forma segregada é convergente.

No início de cada passo de tempo, assume-se que as interfaces são consistentes, isto é, que os pontos localizados na interface entre os domínios fluido e estrutural têm a mesma velocidade. Cada domínio é então atualizado no tempo de forma independente, de acordo com sua própria física. O outro domínio é considerado estático, e usado apenas como uma fonte de condições iniciais e de contorno para o passo de tempo considerado. Ao fim do passo de tempo, as interfaces não são mais consistentes, então, uma série de passos preditores/corretores é efetuada até que seja alcançada uma concordância satisfatória entre os campos. Como as interfaces entre os domínios são movidas com o tempo, a malha é distorcida pelo movimento do contorno do domínio, e quando essas distorções se tornam excessivas, os elementos inadequados devem ser removidos e re-criados nessas regiões.

A técnica adotada preditor/corretor para o acoplamento é adaptada da proposta por (BLOOM e LEYLAND, 1998), e o procedimento geral é resumido a seguir:

Para todos os passos de tempo fazer:

1. Estimar a velocidade V_p ;
2. Enquanto V_p não estiver em concordância com V_c , fazer:
 - 2.1. $V_p = V_c$;
 - 2.2. Mover estrutura e malha no domínio computacional;
 - 2.3. Resolver o problema de dinâmica dos fluidos (CFD);
 - 2.4. Resolver o problema de dinâmica das estruturas;
 - 2.5. Calcular a velocidade corrigida V_c ;
3. Avançar para o próximo passo de tempo;

A velocidade estimada V_p no início de cada incremento (Passo 1) é tomada como uma estimativa da velocidade da estrutura naquele instante. Essa velocidade é calculada através de uma simples extrapolação linear a partir da velocidade da estrutura e aceleração do passo de tempo anterior. A resolução do problema de CFD (Passo 2.3) utiliza como condições de contorno a velocidade corrente da interface, V_p . A velocidade corrigida V_c (Passo 2.5) é a velocidade da interface que resulta da solução do problema estrutural

(Passo 2.4). O teste de convergência verifica se a diferença entre as velocidades V_p e V_c está menor que uma determinada tolerância. Se positivo, o algoritmo avança para o próximo passo de tempo (Passo 3), caso contrário, a atual velocidade corrigida será tomada como a próxima velocidade estimada e o *loop* preditor/corretor é repetido.

3.4 Movimento de Malha

No domínio que segue uma descrição ALE, o movimento dos nós da interface causa distorções nas formas originais dos elementos conectados a esses nós. A fim de evitar a necessidade de gerar uma nova malha a cada passo de tempo e minimizar as distorções excessivas dos elementos, neste trabalho é resolvida a equação modificada de Laplace para o problema da malha, que é solucionado por Método dos Elementos Finitos utilizando uma estrutura de dados baseada nas arestas dos elementos. O coeficiente de difusão é baseado no volume dos elementos, e é idealizado para suavizar as distorções causadas pelos deslocamentos da estrutura (KANJI e MASSUD, 2007).

O domínio é dividido como segue: Ω é o domínio da equação, Γ_m é o contorno móvel (superfície da estrutura), e Γ_f é o contorno fixo. Então, a formulação clássica do problema resulta em: dado $\mathbf{w}$ nos contornos, encontrar $\mathbf{w}$ no domínio de forma que:

$$\nabla \cdot [(1 + \psi)\nabla]\mathbf{w} = 0 \quad (3.16)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{w}_0 \text{ em } \Gamma_m \quad (3.17)$$

$$\mathbf{w} = 0 \text{ em } \Gamma_f \quad (3.18)$$

onde $\Gamma = \Gamma_m \cup \Gamma_f$, $\mathbf{w}$ é o vetor de deslocamentos, $\mathbf{w}_0$ o deslocamento da malha móvel, e é necessário resolver a equação para cada direção.

Pode ser notado que o coeficiente difusivo necessita ser definido com o objetivo de que os menores elementos, normalmente definidos próximos à estrutura, onde os efeitos de pequena escala estão presentes, sofram a mínima deformação. Desta forma, os deslocamentos são transmitidos através da malha até que os elementos maiores, próximos ao contorno fixo, possam suavizar os deslocamentos. Kanchi e Massud (2007) propuseram o cálculo do coeficiente ψ , utilizado na Eq. (3.16), para evitar excessivas deformações nos elementos, dado por:

$$\psi^e = \frac{1 - \frac{V_{min}}{V_{max}}}{\frac{V^e}{V_{max}}} \quad (3.19)$$

onde V_{min} é o volume do menor elemento da malha, V_{max} é o volume do maior elemento da malha e V^e o volume do elemento e .

Há vários aspectos práticos para uma bem-sucedida implementação computacional dos procedimentos acima descritos. É evidente que são aspectos importantes implementações para lidar com domínios móveis, que envolvem geração de malha automática, verificação de qualidade de malha e movimento automático de malha. Entretanto, é importante a escolha do algoritmo de acoplamento a fim de garantir as compatibilidades dinâmica e cinemática e a Lei da Conservação Geométrica. Todos esses aspectos foram considerados e implementados. Para maiores detalhes, ver Antunes, et al. (2005).

No caso de deformações excessivas na malha computacional, se faz necessário a substituição dos elementos excessivamente distorcidos por uma nova malha na região, isto é, o uso de procedimento para geração de malha (*remeshing*) com interpolação de dados entre as malhas. Isto não foi incorporado neste trabalho que lida apenas com pequenos e médios deslocamentos.

4 OTIMIZAÇÃO

Neste capítulo, serão expostos os principais conceitos que fundamentam um problema matemático de Otimização. Também serão abordadas técnicas mais avançadas, desenvolvidas para contornar alguns inconvenientes naturais de problemas mais complexos de engenharia.

4.1 Conceitos Preliminares

Algumas terminologias e definições utilizados na área de otimização são brevemente apresentados a seguir.

Função Objetivo: Representa o objetivo do problema através de uma função matemática de uma ou mais variáveis que se deseja minimizar (ou maximizar). Há problemas de otimização em que se propõe minimizar mais de uma função objetivo, neste caso, denomina-se o processo de otimização multi-objetivo, ou otimização vetorial. No caso de otimização de apenas uma função objetivo, é normalmente utilizado o termo otimização uni-objetivo, ou otimização escalar.

Variáveis de projeto: São os parâmetros alterados durante o processo de otimização visando minimizar (ou maximizar) a função objetivo e atender às restrições.

Restrições: São equações que devem ser satisfeitas pela solução ótima do problema, representando condições impostas ao projeto. Podem ser representadas a partir de equações de igualdade, ou de desigualdade. Ainda, podem ser classificadas como restrições de limites, quando as equações limitam diretamente a magnitude das variáveis de projeto, bem como restrições de comportamento, quando as equações que a representam são funções indiretas das variáveis de projeto, isto é, são funções de outros parâmetros que dependem das variáveis de projeto.

Espaço de busca ou região viável: É o espaço que compreende as soluções possíveis e viáveis do problema a ser otimizado.

Ponto ótimo: É o vetor das variáveis de projeto $\mathbf{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_{nvp}^*]$, onde nvp é o número de variáveis de projeto, que resulta no valor mínimo (ou máximo) da função

objetivo, e ao mesmo tempo, atende às funções restrições do problema, quando estas existirem.

Valor ótimo: É o valor da função objetivo $f(\mathbf{x}^*)$ correspondente ao ponto ótimo $\mathbf{x}^*$.

Solução ótima: É o par $(\mathbf{x}^*, f(\mathbf{x}^*))$ definido pelo ponto ótimo e o seu correspondente valor ótimo. A solução ótima pode ser classificada em:

$$\begin{cases} \text{local} \rightarrow \text{quando o valor ótimo é localizado} \\ \text{global} \rightarrow \text{quando o valor ótimo é global na região viável} \end{cases}$$

Matematicamente, o termo otimização refere-se a um procedimento que objetiva encontrar a solução que resulta no máximo ou mínimo de uma função, dentro de um conjunto viável. A representação mais genérica para um problema de otimização com uma única função objetivo é:

$$\begin{aligned} \min f(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{nvp} \end{aligned} \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeita a: } h_k(\mathbf{x}) &= 0, & k &= 1, \dots, ne \\ g_i(\mathbf{x}) &\leq 0, & i &= 1, \dots, ni \\ x_{lj} &\leq x_j \leq x_{uj}, & j &= 1, \dots, nvp \end{aligned}$$

Sendo: $f(\mathbf{x})$	$\rightarrow$	função objetivo;
$h_k(\mathbf{x})$	$\rightarrow$	função restrição de igualdade;
$g_i(\mathbf{x})$	$\rightarrow$	função restrição de desigualdade;
$\mathbf{x}$	$\rightarrow$	vetor das variáveis de projeto;
ne	$\rightarrow$	número de restrições de igualdade;
ni	$\rightarrow$	número de restrições de desigualdade;
nvp	$\rightarrow$	número de variáveis de projeto;
$\mathbb{R}^{nvp}$	$\rightarrow$	conjunto dos números reais no espaço de dimensão nvp .
x_{lj}	$\rightarrow$	limite inferior (<i>lower</i>) para a variável de projeto “ j ”.
x_{uj}	$\rightarrow$	limite superior (<i>upper</i>) para a variável de projeto “ j ”.

As funções restrições de igualdade, $h(\mathbf{x})$, e de desigualdade, $g(\mathbf{x})$, definem o espaço viável ou admissível para as variáveis de projeto.

4.2 Programação Matemática

A Programação Matemática pode ser considerada como a primeira alternativa de métodos para resolução de problemas de otimização. Ela trata o problema de forma iterativa e determinística, isto é, através de gradientes, funcionais, operações matriciais, etc., e, por isto, normalmente, necessita de várias informações iniciais, entre elas, o espaço da região viável da função (CASTRO, 2001).

Nas últimas décadas, os métodos diretos (VANDERPLAATS, 1994), que definem um subproblema para a determinação da direção de busca e realizam uma busca linear nessa direção, têm sido os preferidos para solucionar problemas de otimização não-lineares com restrições. Os algoritmos de Programação Matemática são iterativos, onde, através da especificação de um vetor inicial das variáveis $\mathbf{x}^0$, uma sequência de pontos é gerada e, se bem sucedida, converge para o ponto solução $\mathbf{x}^*$. A forma mais comum de atualização das variáveis, para este procedimento iterativo, é dada pela equação:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{d}^{k+1} \quad (4.2)$$

onde $\mathbf{d}$ é o vetor da direção de busca e α representa o tamanho do passo na direção de $\mathbf{d}$ (NOCEDAL e WRIGHT, 2000; VANDERPLAATS, 1994). Na determinação do vetor da direção de busca, duas condições devem ser satisfeitas (KIRSCH, 1993):

- a) A direção deve ser viável, ou seja, o novo ponto obtido através da direção $\mathbf{d}$ deve procurar satisfazer as restrições;
- b) A direção deve ser útil, isto é, o valor da função objetivo deve ser melhorado.

A eficiência e confiabilidade de um algoritmo de programação podem ser baseadas na capacidade da determinação do vetor $\mathbf{d}$ que satisfaça as duas condições acima (MACÊDO, 2002).

A seleção do algoritmo de otimização depende fundamentalmente do problema envolvido. Isto é importante para se obter uma otimização confiável e um alto nível de eficiência (tempo de computação, taxa de convergência).

Vários são os algoritmos utilizados na resolução dos problemas de otimização não-lineares com restrições baseadas no método direto, dentre os quais (KIRSCH, 1993; NOCEDAL e WRIGHT, 2000; HOROWITZ, 1998; ARORA, 1989; ATREK, GALLAGHER, *et al.*, 1984):

- Método de Newton
- Método do Gradiente Conjugado
- Métodos Quase-Newton
- Programação Quadrática Sequencial

A resolução dos problemas de otimização não-linear com restrições pode ser feita também por meio dos chamados métodos indiretos. Estes transformam o problema original definido pela Eq. (4.1) num problema sem restrições através de algum artifício (penalidade, dualidade, Lagrangeana aumentada) (HAFTKA e GURDAL, 1993; KIRSCH, 1993; ARORA, 1989; BEALE, 1988).

As condições de ótimo de um problema de otimização com restrições, conforme definido pela Eq. (4.1), são definidas introduzindo-se a função Lagrangeana dada por:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\lambda}) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{ni} \lambda_j \cdot g_j(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{ne} \lambda_{(ni+k)} \cdot h_k(\mathbf{x}) \quad (4.3)$$

onde $g_j(\mathbf{x})$ e $h_k(\mathbf{x})$ são respectivamente, as restrições de desigualdade e igualdade. As componentes do vetor $\boldsymbol{\lambda}$ são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições no ponto $\mathbf{x}$. Pode ser demonstrado que um ponto $\mathbf{x}^*$ é dito mínimo local de $f(\mathbf{x})$ se forem atendidas as condições necessárias de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT), definidas como:

1. Condição de estacionaridade:

$$\nabla_{\mathbf{x}} \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \boldsymbol{\lambda}^*) = 0 \quad (4.4)$$

2. Condição de viabilidade:

$$\begin{cases} g_j(\mathbf{x}^*) \leq 0, & j = 1, \dots, ni \\ h_k(\mathbf{x}^*) = 0, & k = 1, \dots, ne \end{cases} \quad (4.5)$$

3. Condição de complementaridade:

$$\lambda_j \cdot g_j(\mathbf{x}^*) = 0, \quad j = 1, \dots, ni \quad (4.6)$$

4. Condição de positividade:

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, ne \quad (4.7)$$

A condição de estacionaridade impõe que no ponto de ótimo o gradiente da função objetivo deve ser uma combinação linear dos gradientes das funções de restrição. As equações para condição de viabilidade definem o espaço de busca, isto é, o espaço onde as restrições são satisfeitas. A condição de complementaridade implica que uma restrição de desigualdade inativa tenha multiplicador nulo. A condição de positividade implica que devem ser positivos os multiplicadores de Lagrange associados às restrições de desigualdade ativas em $\mathbf{x}^*$ (MACÊDO, 2002; HOROWITZ, 1998).

4.2.1 Programação Quadrática Sequencial

Considerando uma expansão de segunda ordem em série de Taylor da função $f(\mathbf{x})$ em $\bar{\mathbf{x}}$, de acordo com:

$$f(\mathbf{x}) = f(\bar{\mathbf{x}}) + \nabla f(\bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}(\bar{\mathbf{x}}) \mathbf{d} \quad (4.8)$$

onde $\mathbf{d} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$, $\nabla f(\bar{\mathbf{x}})$ é o vetor gradiente de f em $\bar{\mathbf{x}}$, cujos elementos são definidos por:

$$\nabla f(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (4.9)$$

e $\mathbf{H}(\bar{\mathbf{x}})$ é a matriz Hessiana em $\bar{\mathbf{x}}$, definida por:

$$H_{ij}(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4.10)$$

É assumido que o vetor gradiente e a matriz Hessiana, na Eq. (4.8) irão proporcionar uma boa aproximação da função verdadeira numa vizinhança de $\bar{x}$, especialmente se $\bar{x}$ estiver próximo ao ponto ótimo (SILVA, 2009).

Num algoritmo SQP, uma sequência de subproblemas quadráticos é resolvida. As funções objetivo destes subproblemas são tais que os coeficientes dos termos lineares são formados pelos gradientes da função objetivo do problema principal enquanto para o termo quadrático, uma aproximação da Hessiana da função Lagrangiana (esquema BFGS – método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) do problema principal é usada. Uma descrição detalhada deste algoritmo pode ser encontrada em Nocedal & Wright (2000) e Vanderplaats (1994). Em resumo, as principais etapas envolvidas no algoritmo SQP convencional (SILVA, 2009) são:

1. Estabelecer uma solução inicial x_0 ;
2. Construir uma aproximação inicial para a matriz Hessiana dos termos quadráticos da função objetivo;
3. Enquanto o mínimo local não for encontrado, fazer:
 - a. Resolver o subproblema para encontrar a direção de busca d ;
 - b. Realizar uma busca linear para determinar o tamanho do passo α na direção d ;
 - c. Atualizar a solução, remetendo-a para a posição indicada;
 - d. Atualizar a matriz Hessiana através do esquema BFGS.

4.3 Modelos Substitutos

Na engenharia, modelos matemáticos são construídos para descrever algum fenômeno que se deseja estudar. Na modelagem matemática para representação da evolução ou estado de um sistema real, idealizações e simplificações adequadas são consideradas com o objetivo de reduzir sua complexidade e tornar o modelo obtido útil ao profissional. No entanto, em diversos problemas de engenharia, a solução do modelo matemático construído pode ainda ser difícil de ser encontrada ou até impossível com as ferramentas matemáticas disponíveis hoje. Então, métodos numéricos são utilizados para resolução aproximada das equações que representam o problema. Embora o avanço na área computacional tenha permitido o uso dos métodos numéricos para solução de muitos

problemas de engenharia, o custo para o cálculo de alguns desses problemas pode ser elevado, por exemplo, quando o problema envolve um alto número de variáveis.

A otimização de muitos problemas comuns de engenharia envolve uma simulação computacional cara. Em alguns casos, o custo da simulação pode tornar-se bastante elevado, inviabilizando a obtenção do projeto ótimo. Métodos aproximados são apontados na literatura como uma das alternativas para superar esse inconveniente. Tais técnicas podem ser divididas em duas categorias, a física e a funcional. Na primeira, a analogia física, envolve a procura de um problema que simplifique o original, porém que capture de maneira geral as tendências do modelo real (computacionalmente caro). No modelo funcional, não é preciso um entendimento físico do problema, expressões matemáticas de diferentes ordens são usadas para aproximar a resposta do problema real.

Na utilização de uma metodologia por ajuste de pontos para construir um modelo $\hat{f}$ de baixo custo em substituição a um modelo de alto custo f a formulação matemática considerando $f(\mathbf{x})$ uma função contínua, sendo $\mathbf{x}$ um vetor contendo as variáveis de projeto, de ordem ndv , onde $\mathbf{x} \in D \mid D \subset \mathbb{R}^{ndv}$, D definido como o espaço de projeto, e assumindo f contínua, através das amostras $\mathbf{x}^{(i)}$, são obtidos os valores em f no modelo de alta fidelidade. Esta operação é representada da seguinte forma (LIRA JÚNIOR, 2012):

$$\{ \mathbf{x}^{(i)} \rightarrow y^{(i)} = f(\mathbf{x}^{(i)}) \mid i = 1, \dots, m \} \quad (4.11)$$

onde m é o número total de amostras. A partir das amostras $\mathbf{x}^{(i)}$ e suas avaliações, é construído o modelo $\hat{f}$, utilizado para o cálculo do valor da função f em qualquer $\mathbf{x} \in D$.

4.4 Projeto de Experimentos

Objetivando construir um modelo substituto baseado no ajuste de pontos, torna-se importante a busca por uma quantidade mínima de avaliações dessas funções, e que, os pontos escolhidos para essas avaliações conduzam para a melhor representação do modelo de alta fidelidade no domínio de interesse. As técnicas de Projeto de Experimentos (DOE – *Design of Experiments*) baseiam-se neste conceito e serão aqui discutidas.

Os métodos clássicos de DOE foram originalmente desenvolvidos para o planejamento de experimentos físicos onde variáveis de comportamento aleatório não poderiam ser contornadas (GIUNTA, 2002). Em razão das simulações computacionais

tornaram-se mais extensamente utilizadas na pesquisa científica, vários métodos de amostragem foram desenvolvidos, podendo ser citados: Monte Carlo, Quase Monte Carlo (QMC), Hipercubo Latino (*Latin Hypercube Sampling* - LHS), vetor ortogonal (OA), entre outros.

Uma dessas técnicas, o método de Amostragem Estratificada (*Stratified Sampling*) consiste em dividir as dimensões do espaço de projeto em p subintervalos, rendendo ao total p^{ndv} subespaços. Em cada subespaço deverá existir uma amostra escolhida aleatoriamente. Embora essa técnica resulte em boas aproximações do modelo de alta fidelidade, conduz a um número elevado de amostras (p^{ndv}), inviabilizando o método no caso de uso em problemas com alto custo computacional relacionado à análise do modelo de alta fidelidade.

O método LHS, introduzido inicialmente por (MCKAY, BECKMAN e CONOVER, 1979), foi desenvolvido a partir da técnica de amostragem estratificada e em alternativa às amostras aleatórias. Utilizando-se de certas restrições, a representação do espaço de projeto é realizada através de uma menor quantidade de amostras. Do mesmo modo, provém uma estimativa da média mais acurada em relação às estimativas realizadas por amostras aleatórias, isto é, dado um número fixo de amostras, a estimativa da média do LHS terá menos variância quando comparada a obtida através de amostras aleatórias (GIUNTA, 2002). Por sua simplicidade para implementação computacional e as demais vantagens já expostas, é um método popular de amostragem para simulações computacionais.

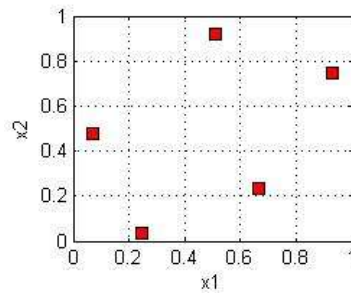
4.4.1 Hipercubo Latino (LHS)

No método de amostragem LHS, assim como na amostragem estratificada, o intervalo de cada variável de projeto é dividido em p faixas (subintervalos) de igual probabilidade. Para distribuição uniforme de probabilidade, isso corresponde a partições de tamanhos iguais. Para ndv variáveis de projeto, este particionamento representa p^{ndv} subintervalos no espaço de projeto. Em seguida, p amostras são escolhidas aleatoriamente no espaço de projeto, considerando as seguintes restrições (GIUNTA, 2002):

- a) Cada amostra é aleatoriamente inserida em um subintervalo;
- b) Para todas as projeções unidimensionais das p amostras e subintervalos, haverá apenas uma e somente uma amostra em cada subintervalo.

Considerando, por exemplo, cinco amostras em um espaço de projeto de duas variáveis, x_1 e x_2 , ambos definidos no intervalo $[0,1]$, a Figura 3 ilustra uma solução possível para o conjunto de amostras que satisfazem os critérios do método. Observa-se que por consequência da restrição (b), em cada linha e coluna dos intervalos das variáveis, é posicionado um e somente um ponto.

Figura 3- Cinco amostras LHS num espaço de projeto bidimensional.



Fonte: O Autor (2012).

A aleatoriedade inerente ao processo resulta na existência de mais de um conjunto de amostras que satisfaçam os critérios do método LHS, portanto, é recomendável que se repita o processo várias vezes para seleção da amostra mais representativa. Esse procedimento pode ser realizado automaticamente, introduzindo-se o cálculo do termo Δ_{LHS} , definido pela Eq. (4.12):

$$\Delta_{\text{LHS}} = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=1}^m \frac{1}{\sqrt{\sum_{k=1}^{\text{ndv}} (x_{i,k} - x_{j,k})^2}} \quad (4.12)$$

onde m é o número total de amostras.

A Eq. (4.12) avalia a forma como as amostras estão posicionadas no espaço de projeto. Para evitar possíveis aglomerações em determinadas regiões, e insuficiência de pontos em outras, é pretendido que a distância entre os pontos seja máxima, portanto, o parâmetro Δ_{LHS} mínimo indicará o conjunto de amostras que deverá ser selecionado.

4.5 Modelos Substitutos baseados no ajuste de pontos

4.5.1 Superfície de Resposta

Técnicas para modelagem de superfícies de resposta foram originalmente desenvolvidos para análise de resultados de experimentos físicos e criação de modelos construídos empiricamente através dos valores de resposta observados (SIMPSON, MAUERY, *et al.*, 2001).

Dado um vetor resposta $\mathbf{y}$, influenciado por um vetor de variáveis independentes, $\mathbf{x}$, a relação entre $\mathbf{y}$ e $\mathbf{x}$ pode ser escrita por:

$$\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) + \varepsilon \quad (4.13)$$

onde ε representa o erro, cuja média, em uma distribuição normal, é assumida com valor zero, e desvio padrão σ . Se a função $f(\mathbf{x})$ é desconhecida analiticamente ou tem alto custo computacional envolvido, uma função aproximada $\hat{f}(\mathbf{x})$ é introduzida para aproximá-la, e valores aproximados (previstos) em pontos não amostrados são então obtidos utilizando-se $\hat{y} = \hat{f}(\mathbf{x})$ (SIMPSON, PEPLINSKI, *et al.*, 2001).

Em aproximações por superfícies de resposta, os tipos de funções mais extensivamente utilizados são polinômios de grau baixo, normalmente de primeira ordem. Para curvaturas mais acentuadas, podem ser utilizados polinômios quadráticos, incluindo termos de interação entre as variáveis. Considerando um espaço de dimensão ndv , Essas funções podem ser formuladas conforme Eq. (4.14) e Eq. (4.15), para polinômios de primeira ordem e segunda ordem, respectivamente:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{ndv} \beta_i x_i \quad (4.14)$$

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \beta_0 + \sum_{i=1}^{ndv} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{ndv} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{ndv} \sum_{j=1, i < j}^{ndv} \beta_{ij} x_i x_j \quad (4.15)$$

onde β são os parâmetros de regressão obtidos usualmente pelo Método dos Mínimos Quadrados (*Least Squares Method* - LSM), através do ajuste da superfície de resposta aos

pontos amostrados. O método foi primeiro descrito por Carl F. Gauss por volta de 1794 (SILVA, 2009). O LSM busca ajustar uma curva que minimiza a soma dos quadrados dos erros.

Considerando qualquer função em substituição aos polinômios das Eqs. (4.14) e (4.15), a formulação para uma função aproximada para superfície de resposta pode ser escrita como a soma de n funções de $\mathbf{x}$ multiplicadas por constantes associadas, da seguinte forma:

$$\hat{f}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \beta_i N_i(\mathbf{x}) = \mathbf{N}(\mathbf{x})\boldsymbol{\beta}^T \quad (4.16)$$

sendo $\mathbf{N}(\mathbf{x})$ o vetor de funções de aproximação, e $\boldsymbol{\beta}$ o vetor dos parâmetros que desejamos encontrar.

Considerando o vetor de m amostras, $\mathbf{S} = [x_1, \dots, x_m]$, e o vetor $\mathbf{f}_s = f(\mathbf{S}) = [f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_m)]$, de tamanho m que contém a avaliação da função real nos pontos de $\mathbf{S}$, a equação para determinação dos coeficientes de $\boldsymbol{\beta}$ é dada por:

$$\mathbf{f}_s \approx \mathbf{N}\boldsymbol{\beta}^T \quad (4.17)$$

onde $\mathbf{N}$ é uma matriz $m \times n$ de forma:

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} N_1(\mathbf{x}_1) & \cdots & N_n(\mathbf{x}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_1(\mathbf{x}_m) & \cdots & N_n(\mathbf{x}_m) \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Utilizando-se do Método dos Mínimos Quadrados, a solução para a Eq. (4.17) é obtida através de:

$$\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{N}^T \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{f}_s \quad (4.19)$$

4.5.2 Krigagem

Uma vez que muitas das simulações computacionais são determinísticas, o erro derivado do LSM não tem sentido real. Devido a isso, alguns estatísticos sugeriram o modelo de uma superfície de resposta na forma de (SIMPSON, PEPLINSKI, *et al.*, 2001):

$$f(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \beta_i N_i(\mathbf{x}) + Z(\mathbf{x}) \quad (4.20)$$

Na equação anterior, o primeiro termo representa um ajuste de dados com n funções de regressão. $Z(\mathbf{x})$ é uma função aleatória (em geral segue uma distribuição Gaussiana normal) de média zero, variância σ^2 e covariância não nula. O primeiro termo define um modelo global ou tendência sobre o espaço de projeto, enquanto $Z(\mathbf{x})$ é responsável pela criação de um desvio localizado do modelo global. Geralmente, polinômios são utilizados na construção de $N_i(\mathbf{x})$. Uma aproximação usual é chamada de Krigagem ordinária, em que uma função de ordem zero (constante) é aplicada. A matriz de covariância de $Z(\mathbf{x})$ é dada por:

$$\text{cov}[Z(\mathbf{x}^i), Z(\mathbf{x}^j)] = \sigma^2 \mathbf{R}[R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j)] \quad (4.21)$$

onde $\mathbf{R}$ é uma matriz de correlação de tamanho $m \times m$, com valores unitários em sua diagonal principal e $R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j)$ é a função de correlação entre dois pontos das m amostras $\mathbf{x}^i$ e $\mathbf{x}^j$, que no presente trabalho considera-se a seguinte forma:

$$R(\mathbf{x}^i, \mathbf{x}^j) = \exp \left(\sum_{k=1}^{n_{dv}} -\theta_k \left| x_k^{(i)} - x_k^{(j)} \right|^2 \right) \quad (4.22)$$

onde n_{dv} é o número total de variáveis de projeto, e θ_k são os parâmetros de correlação desconhecidos, utilizados para ajuste do modelo. As estimativas previstas em qualquer ponto não amostrado do espaço de projeto, $\hat{f}_k(\mathbf{x})$, em substituição à resposta $f(\mathbf{x})$ são dadas por:

$$\hat{f}_k(\mathbf{x}) = E(f(\mathbf{x}) | f(\mathbf{x}_1), \dots, f(\mathbf{x}_m)) \quad (4.23)$$

Da estatística, a equação acima representa o valor esperado de $f(\mathbf{x})$, considerando a informação de $f(x_1), \dots, f(x_m)$. Uma medida para o valor do erro entre o modelo de Krigagem, $\hat{f}_k(\mathbf{x})$, e a resposta real, $f(\mathbf{x})$, em todos os pontos do espaço de projeto pode ser obtida introduzindo-se o conceito de Erro Médio Quadrado (*Mean Square Error* (MSE)):

$$MSE = E(\hat{f}_k(\mathbf{x}) - f(\mathbf{x}))^2 \quad (4.24)$$

Os valores previstos de $\hat{f}_k(\mathbf{x})$ em qualquer ponto do domínio de projeto podem ser obtidos através da minimização de MSE, resultando em:

$$\hat{f}_k(\mathbf{x}) = N(\mathbf{x})\hat{\boldsymbol{\beta}} + \mathbf{r}^T(\mathbf{x}) + \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{f}_s - \mathcal{N}\hat{\boldsymbol{\beta}}) \quad (4.25)$$

onde $\mathbf{f}_s$, $N(\mathbf{x})$ e $\mathcal{N}$ tem definição idêntica à solução por LSM, discutida anteriormente, e $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ é o vetor de parâmetros desconhecidos.

Em um caso particular de Krigagem ordinária, $\mathcal{N}$ é um vetor coluna de tamanho m preenchido de valores unitários. A Eq. (4.25) requer o cálculo do vetor de correlação $\mathbf{r}(\mathbf{x})$, que correlaciona pontos não amostrados $\mathbf{x}$ com os m pontos da amostra, assim como descrito em:

$$\mathbf{r}(\mathbf{x}) = [R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_1), R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_2), \dots, R(\mathbf{x}, \mathbf{x}_m)]^T \quad (4.26)$$

Os valores de $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ e a variância estimada são obtidos utilizando-se mínimos quadrados:

$$\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathcal{N}^T \mathbf{R}^{-1} \mathcal{N}) \mathcal{N}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{f}_s \quad (4.27)$$

A variância estimada é dada por:

$$\sigma^2 = \frac{(\mathbf{f}_s - \mathcal{N}\hat{\boldsymbol{\beta}})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{f}_s - \mathcal{N}\hat{\boldsymbol{\beta}})}{m} \quad (4.28)$$

Na Eq. (4.25), ambos $\mathbf{r}$ e $\mathbf{R}$ dependem dos parâmetros desconhecidos θ_k , como indicado na Eq. (4.22). Para determiná-los, é necessário utilizar a estimativa da máxima verossimilhança, a qual é obtida minimizando o problema definido pela Eq. (4.29) com k variáveis.

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar } \left(\frac{1}{2}\right) [(m \ln \sigma^2 + \ln |\mathbf{R}|)] \\ &\text{Sujeito à: } 0 \leq \theta^{(k)} \leq +\infty \end{aligned} \quad (4.29)$$

No presente trabalho, para construção dos modelos substitutos por Krigagem, foi utilizado o pacote desenvolvido para MATLAB DACE (LOPHAVEN, NIELSEN e SONDERGAARD, 2002).

4.6 Otimização por Aproximação Sequencial

A ideia principal do uso da metodologia de Otimização por Aproximação Sequencial (*Sequential Approximate Optimization* – SAO) é decompor o problema original em subproblemas locais, confinados em sub-regiões do espaço de projeto, denominadas regiões de confiança. A cada nova iteração do SAO, é conduzida uma análise de consistência entre os dois modelos (real e aproximado) para conferência da precisão dos modelos substitutos.

A formulação matemática da estratégia SAO é descrita por:

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } \hat{f}^k(\mathbf{x}) \\ &\text{Sujeito à: } \hat{g}_j^k(\mathbf{x}) \leq 0, & j = 1, \dots, p, \\ & \hat{h}_i^k(\mathbf{x}) = 0, & i = 1, \dots, q, \\ & \mathbf{x}_L \leq \mathbf{x}_L^k \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_U^k \leq \mathbf{x}_U & k = 1, \dots, k_{\text{máx}} \end{aligned} \quad (4.30)$$

onde:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_L^k &= \mathbf{x}_c^k - \frac{\Delta^k}{2} \\ \mathbf{x}_U^k &= \mathbf{x}_c^k + \frac{\Delta^k}{2} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Na Eq. (4.30), $\hat{f}^k(\mathbf{x})$, $\hat{g}_j^k(\mathbf{x})$ e $\hat{h}_i^k(\mathbf{x})$, representam, respectivamente, as funções substitutas (aproximadas) objetivo, de restrições de desigualdade e de restrições de igualdade, numa iteração k do SAO. A Eq. (4.31) define os limites inferiores e superiores da região de confiança na iteração k do SAO. Nesta equação, o vetor $\mathbf{x}_c^k$ representa as coordenadas do ponto central da região de confiança, enquanto o vetor Δ^k é o tamanho da região de confiança naquela iteração.

O algoritmo da metodologia SAO pode ser apresentado como (LIRA JÚNIOR, 2012; SILVA, 2009):

Enquanto não seja satisfeito pelo menos um dos critérios de parada da estratégia, fazer:

- 1) Definição do ponto central e tamanho da região de confiança;
- 2) No ponto central, cálculo das funções objetivo e restrições do modelo de alta fidelidade;
- 3) Processo de construção do modelo substituto das funções objetivo e restrições:
 - a) Através de técnica de Projeto de Experimentos, selecionar pontos contidos na região de confiança para amostragem;
 - b) Cálculo das funções do modelo de alta fidelidade nos pontos selecionados;
 - c) Utilização de método de aproximação para construção de Modelo Substituto;
- 4) Otimização considerando o modelo substituto no espaço de busca delimitado pela região de confiança;
- 5) Cálculo das funções do modelo de alta fidelidade no ponto ótimo encontrado;
- 6) Verificação da consistência entre os modelos para, em sua função, mover, expandir ou contrair a região de confiança.

Neste trabalho, foram configurados para o SAO três critérios de parada:

- 1) Parar se o valor ótimo do modelo substituto $\hat{f}^k(\mathbf{x}^*)$ não sofrer alterações significativas por quatro iterações, isto é, se a diferença absoluta entre esse valor e a sua média nas três iterações anteriores for menor do que uma

determinada tolerância. Foi adotada uma tolerância de 10^{-5} nos casos estudados;

- 2) Parar se for atingido um determinado número máximo de iterações. Este máximo foi definido em cem iterações;
- 3) Parar se não houver convergência da otimização do modelo substituto em qualquer uma das iterações do SAO.

4.6.1 Atualização da Região de Confiança

O procedimento para atualização da posição e do tamanho da região de confiança é definido através da consistência entre o modelo substituto e o modelo de alta fidelidade. A medição da qualidade de aproximação do modelo substituto é realizada através do cálculo das funções dos dois modelos no ponto ótimo encontrado pelo modelo aproximado. Esse procedimento é realizado introduzindo-se o parâmetro ρ^k (ELDRED, GIUNTA e COLLIS, 2004):

$$\rho^k = \min(\rho_f^k, \rho_g^k), \quad k = 0, 1, \dots, k_{max} \quad (4.32)$$

onde:

$$\begin{aligned} \rho_f^k &= \frac{f(\mathbf{x}_c^k) - f(\mathbf{x}_*^k)}{\hat{f}(\mathbf{x}_c^k) - \hat{f}(\mathbf{x}_*^k)} \\ \rho_g^k &= \frac{g(\mathbf{x}_c^k) - g(\mathbf{x}_*^k)}{\hat{g}(\mathbf{x}_c^k) - \hat{g}(\mathbf{x}_*^k)} \end{aligned} \quad (4.33)$$

Nas equações (4.32) e (4.33), f e g são, respectivamente, as funções objetivo e restrições do modelo de alta fidelidade.

Calculado o parâmetro ρ^k , o tamanho da região de confiança da próxima iteração do SAO é dado segundo:

$$\Delta^{k+1} = \begin{cases} 0.5\Delta^k, & \text{se } \rho^k \leq 0.25, \\ 1.0\Delta^k, & \text{se } 0.25 < \rho^k < 0.75 \\ 1.5\Delta^k, & \text{se } 0.75 \leq \rho^k \leq 1.25. \\ 1.0\Delta^k, & \text{se } \rho^k > 1.25 \end{cases} \quad (4.34)$$

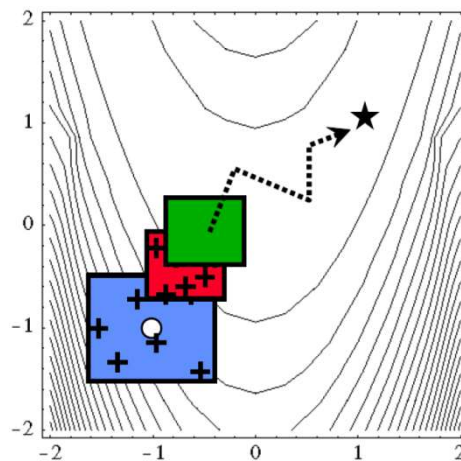
e o ponto central da região de confiança da próxima iteração será definido por:

$$x_c^{k+1} = \begin{cases} x_*^k, & \text{se } \rho_f^k > 0 \\ x_c^k, & \text{se } \rho_f^k \leq 0 \end{cases} \quad (4.35)$$

A Eq. (4.35) assegura que a região de confiança seja movida apenas quando o valor da função objetivo do modelo de alta fidelidade, no ponto ótimo encontrado através do modelo substituto, seja menor que seu valor no ponto central. Esta premissa garante que a próxima iteração sempre evolua o processo para valores inferiores da função objetivo.

A Figura 4 ilustra o esquema de funcionamento da estratégia SAO. Os retângulos coloridos representam as regiões de confiança em cada iteração do SAO. As marcas em cruz são as amostras geradas através das técnicas de projeto de experimentos.

Figura 4- Esquema da evolução das regiões de confiança da estratégia SAO.



Fonte: (GIUNTA, 2002)

4.6.2 Reuso de amostras

No algoritmo original da metodologia SAO, em cada subproblema, é realizado o cálculo das funções do modelo de alta fidelidade em determinado número de pontos

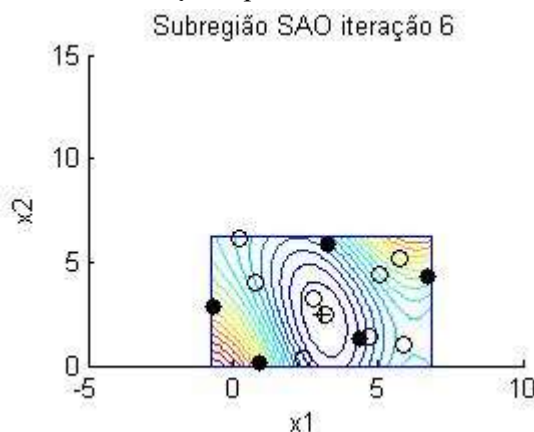
contidos na região de confiança. Essas amostras do modelo de alta fidelidade são utilizadas para construção do modelo substituto na correspondente sub-região do espaço de projeto. Para a iteração seguinte, outros pontos são selecionados para construção de outro modelo substituto.

Neste trabalho, foi proposta uma modificação no algoritmo utilizado para execução da estratégia SAO. Esta modificação consiste em armazenar as amostras do modelo de alta fidelidade em banco de dados durante o processo SAO, e que em cada iteração, este banco seja consultado a fim de verificar a possibilidade de reutilizar amostras de iterações anteriores para o cálculo do novo modelo substituto, quando essas amostras estiverem contidas na região de confiança da presente iteração. Com esta proposta, a informação obtida a um alto custo computacional pode ser reaproveitada durante o processo. Será exposta a seguir a metodologia para seleção dos pontos a serem reutilizados.

A utilização de uma maior quantidade de pontos na construção de modelos substitutos implica em modelos substitutos mais aproximados ao modelo de alta fidelidade. Além deste benefício evidente, com a maior consistência entre os modelos, segundo as equações (4.32) a (4.35), a atualização da região de confiança tende a expandir seus limites e incorporar mais pontos de amostras das iterações anteriores.

A Figura 5 ilustra a sexta região de confiança do SAO na otimização de um problema com duas variáveis, na qual podemos observar o reuso das amostras de iterações anteriores (círculos não preenchidos) na construção do modelo substituto do correspondente subproblema. A regra geral considerada neste trabalho para definição do número de novas amostras a serem avaliadas em cada sub-região é a fórmula $(2n+1)$, onde n é a dimensão do problema. Os círculos preenchidos são as cinco novas amostras calculadas para aquela iteração do SAO.

Figura 5- Região de Confiança de procedimento SAO na 6ª iteração



Fonte: O Autor (2012)

Ao utilizar o aproveitamento das amostras, o terceiro passo do algoritmo SAO pode ser reescrito da seguinte forma:

- 3) Processo de construção do modelo substituto das funções objetivo e restrições:
 - a) Através de técnica de Projeto de Experimentos, selecionar pontos contidos na região de confiança para amostragem;
 - b) Cálculo das funções do modelo de alta fidelidade nos pontos selecionados pelo passo 3 (a) e armazenar em banco de dados estas avaliações;
 - c) Buscar no banco de dados, amostras das iterações anteriores que estejam contidas na região de confiança da dada iteração;
 - d) Utilização de método de aproximação para construção de Modelo Substituto utilizando as amostras realizadas no passo 3 (a) e as selecionadas no passo 3 (c);

No cálculo das novas amostras, a técnica de Projeto de Experimentos necessitou ser repensada, de forma a otimizar a distribuição das amostras antigas em conjunto com as novas amostras geradas na região de confiança de uma dada iteração do SAO. Para isso, recorre-se a Eq. (4.12), adicionando-se ao cálculo, as amostras de iterações

anteriores contidas na Região de Confiança. O procedimento para reuso das amostras é detalhado como segue:

1. Seleção das amostras antigas que estejam contidas na região de confiança da iteração atual;
2. Inclusão das amostras selecionadas ao cálculo do parâmetro Δ , segundo Eq (4.12);
3. Na região de confiança, divide-se o intervalo de cada variável de projeto em p subintervalos, onde p é a soma da quantidade de amostras antigas mais novas;
4. Se algum ponto de amostra nova estiver contido no mesmo subintervalo de uma amostra antiga, esse ponto será eliminado, objetivando a redução no custo computacional.

Os efeitos favoráveis ao procedimento SAO foram confirmados em estudo com função teste disponível na biblioteca do MATLAB, a função analítica *Branin-Hoo*, cujo mínimo tem valor 0,3979. O ponto inicial considerado foi $x_1=5.0$ e $x_2=10.0$. Foram realizadas vinte otimizações para ambos algoritmos do SAO: o original e o modificado (que utiliza o reuso das amostras). As Tabelas 1 e 2 apresentam os resultados numéricos dos procedimentos SAO realizados para o esquema com reaproveitamento das amostras e o método tradicional de amostragem, respectivamente. Os procedimentos que não convergiram para o valor ótimo conhecido, não foram incluídos no cálculo comparativo entre os métodos e estão com as células sombreadas nas tabelas.

Tabela 1-Resultados numéricos do SAO utilizando esquema com reaproveitamento das amostras

SAO	x_1^*	x_2^*	$f_{obj}(x^*)$	Iterações
1	3,1417	2,2734	0,3979	10
2	3,1409	2,2758	0,3979	11
3	3,1416	2,2688	0,3979	10
4	3,1412	2,2759	0,3979	9
5	3,1415	2,2755	0,3979	17
6	3,1419	2,2748	0,3979	18
7	3,1433	2,2765	0,3979	17
8	3,1416	2,2750	0,3979	11
9	3,1396	2,2784	0,3979	18
10	3,1414	2,2758	0,3979	20
11	3,1418	2,2736	0,3979	12
12	3,1423	2,2767	0,3979	17
13	3,1414	2,2748	0,3979	12
14	3,1415	2,2758	0,3979	9
15	3,1416	2,2749	0,3979	13
16	3,1416	2,2750	0,3979	15
17	3,1416	2,2748	0,3979	11
18	3,1414	2,2757	0,3979	13
19	3,1417	2,2747	0,3979	8
20	3,1418	2,2738	0,3979	9
Máximo	3,1433	2,2784	0,3979	20
Mínimo	3,1396	2,2688	0,3979	8
Média	3,1416	2,2750	0,3979	13
Desvio Padrão	0,0007	0,0018	0,0000	4

Fonte: O Autor (2012)

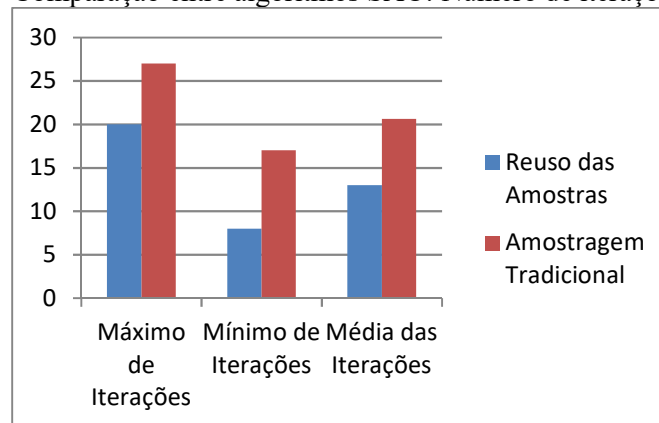
Tabela 2-Resultados numéricos do SAO utilizando esquema tradicional de amostragem.

SAO	x_1^*	x_2^*	$f_{obj}(x^*)$	Iterações
1	3,4318	1,9658	0,8082	7
2	2,6420	6,2500	14,1963	3
3	-1,1822	7,0058	14,7538	4
4	2,7663	3,3077	1,5872	7
5	2,4913	5,1432	7,6774	4
6	3,1416	2,2759	0,3979	17
7	3,1411	2,2768	0,3979	20
8	3,1420	2,2744	0,3979	21
9	3,1396	2,2767	0,3979	20
10	3,1416	2,2742	0,3979	21
11	3,1407	2,2757	0,3979	20
12	-3,1411	12,2757	0,3979	22
13	3,1463	2,3082	0,3994	17
14	3,1424	2,2719	0,3979	27
15	2,8340	4,1568	3,5045	4
16	2,7684	3,9609	2,9546	5
17	3,1414	2,2773	0,3979	23
18	3,1405	2,2771	0,3979	19
19	1,9658	6,2500	14,5962	3
20	3,1408	2,2811	0,3979	22
Máximo	3,1463	2,3082	0,3994	27
Mínimo	3,1396	2,2719	0,3979	17
Média	3,1416	2,2790	0,3980	21
Desvio Padrão	0,0017	0,0099	0,0005	3

Fonte: O Autor (2012)

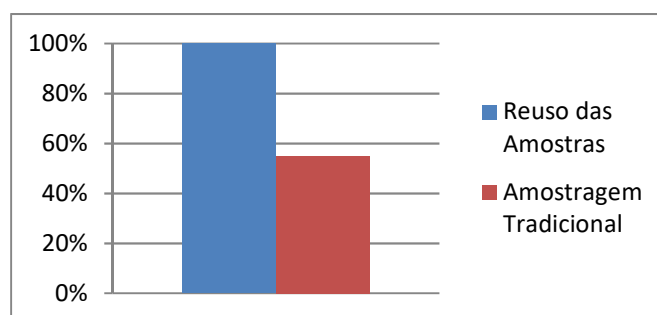
As Figuras 6 e 7 resumem a comparação entre os resultados da otimização usando os diferentes esquemas de amostragem. Para esse exemplo em particular, a média de iterações para convergência do SAO foi reduzida em 44% quando utilizado o algoritmo modificado que utiliza o reuso das amostras. Além disso, o percentual de procedimentos que convergiram para o ótimo foi elevado de 55% para 100%. Esses resultados sugerem que a modificação no algoritmo do SAO pode aumentar a robustez e eficiência do método.

Figura 6- Comparação entre algoritmos SAO: Número de iterações.



Fonte: O Autor (2012).

Figura 7- Comparação entre algoritmos SAO: Percentual de convergência para o valor ótimo conhecido.



Fonte: O Autor (2012).

5 APLICAÇÕES

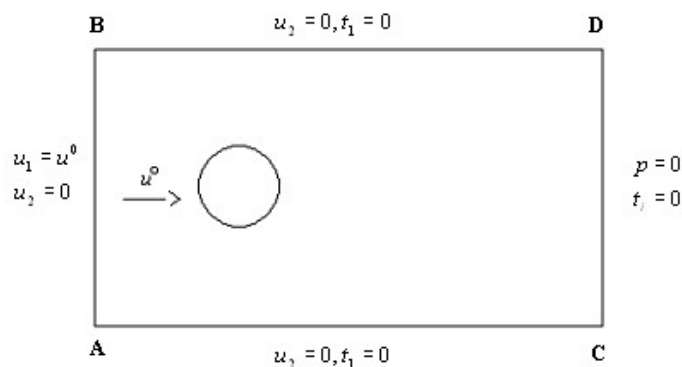
Os parâmetros envolvidos nos problemas investigados por este trabalho serão descritos neste capítulo. Em seguida, ainda neste capítulo, serão apresentados os resultados obtidos dos experimentos realizados.

5.1 Lock-in

O procedimento numérico descrito no Capítulo 3 é utilizado para simular o fluxo externo sobre um cilindro em movimento submetido a uma oscilação transversal forçada, prescrita para diferentes números de Reynolds. É apresentada na Figura 8 uma descrição detalhada do domínio computacional com as condições iniciais e de contorno.

As seguintes condições de contorno são aplicadas neste exemplo: condição de não deslizamento (“non-slip”) sobre a superfície do corpo rígido; campo de velocidade uniforme com $u_1 = u^0$ e $u_2 = 0$ é prescrito na face AB; para as faces acima e abaixo do cilindro, as condições de contorno são $u_2 = 0$ e $t_1 = 0$; no contorno CD, o valor da pressão é prescrito, com $p = 0$ e livre de condições de “traction”, i.e., $t_1 = t_2 = 0$. A condição inicial é o campo de velocidade com componentes $u_1 = u^0$ e $u_2 = 0$, que é aplicada sobre todo o domínio no tempo inicial $t = t^0$, e a pressão de referência $p = 0$. Nesta notação, a condição de contorno de *traction* é representada por “ t_i ”, onde o subíndice i representa a direção de aplicação, e o tempo é representado por “ t^n ”, onde n representa o nível de tempo. Os vértices do domínio são $(-5,-5)$, $(-5,5)$, $(10,-5)$, e $(10,5)$, e o cilindro circular tem diâmetro unitário e é centralizado na origem dos sistema de coordenadas cartesianas.

Figura 8- Descrição do domínio para aplicação do estudo do lock-in



Fonte: (ANTUNES, 2002)

Através do cálculo do escoamento do fluido considerando o cilindro fixo, obtemos a variação da frequência de esteira de vórtices em diferentes números de Reynolds, Re . As frequências calculadas de desprendimento de vórtices, apresentadas na primeira coluna da Tabela 3, estão em concordância com os dados experimentais (BLEVINS, 1986).

O fenômeno do “lock-in” (BLEVINS, 1986) ocorre quando a frequência de resposta do cilindro é sincronizada com a frequência de desprendimento de vórtices. Tal fenômeno pode ser estudado através da imposição de uma oscilação harmônica para o cilindro e analisando a modificação na frequência de desprendimento de vórtices. A frequência forçada imposta ao cilindro foi tomada como a frequência de desprendimento de vórtices obtida com a análise do cilindro fixo em $Re=120$ (0,1613Hz). Variando-se o número de Reynolds de 100 a 140, e a razão da amplitude (Ay/D) de 0% a 8%, é construída a Tabela 3. Esta tabela mostra a influência da amplitude do deslocamento forçado na frequência de desprendimento de vórtices. O regime de escoamento é *locked-in*, isto é, a frequência de deslocamento e do desprendimento de vórtices estão em fase, para todos os valores de número de Reynolds e razões de amplitude apresentados na tabela com números em negrito. Sempre que a frequência de desprendimento de vórtices é diferente da obtida quando considerando o cilindro fixo, dizemos que se trata de um regime “perturbado”, e quando o movimento imposto não altera a frequência de desprendimento de vórtices, o regime é não perturbado e fora de *lock-in*. Os resultados estão em concordância com os apresentados na literatura (BLEVINS, 1986; CORREIA, 2001). Através do aumento da razão de deslocamento para 2%, 3,5% e 5%, conseguimos um regime perturbado, e então, um regime *locked-in* para todos os números de Reynolds analisados. Para uma razão de 8%, o regime encontra-se fora de *lock-in* para quase todos os números de Reynolds.

A função harmônica adotada para o deslocamento do cilindro é:

$$Y(t) = a \, \text{sen}(2\pi f(t - t^0))^n \quad (5.1)$$

onde, a é a amplitude de deslocamento, f é a frequência, e t^0 é o tempo inicial. Neste trabalho foi adotado $t^0 = 0$, $n = 1$, $f = 0,1613$ Hz e a variando conforme Tabela 3.

Para tais números de Reynolds e amplitudes de oscilação, o escoamento é inicialmente perturbado através da oscilação do cilindro e em seguida o fenômeno *lock-in* é estabelecido. Isto também pode ser observado na Fonte: O Autor (2012)

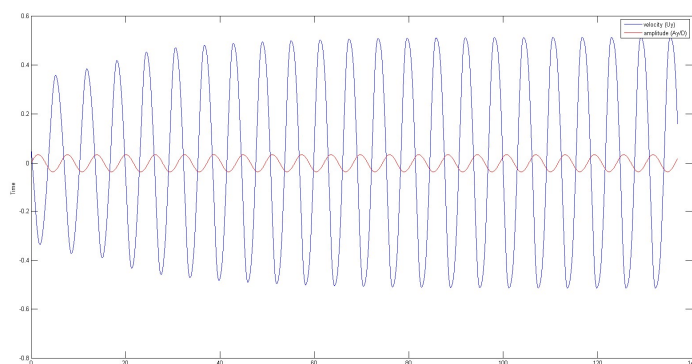
Figura 9, a qual apresenta a velocidade transversal (U_y) e a amplitude relativa de deslocamento.

Tabela 3-Influência da razão de deslocamento para obtenção do “lock-in” em diferentes números de Reynolds.

Re	Razão de Deslocamento (a/D)				
	0,0%	2,0%	3,5%	5,0%	8,0%
100	0.1412	0.1613	0.1613	0.1613	0.1618
120	0.1613	0.1613	0.1613	0.1613	0.1613
140	0.1634	0.1618	0.1618	0.1613	0.1615

Fonte: O Autor (2012)

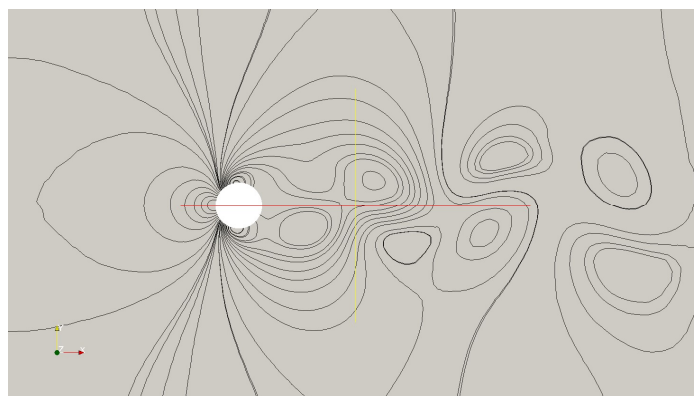
Figura 9- Velocidade e Amplitude de oscilação em um regime sob oscilação transversal forçada, $a/D = 3,5\%$ em $Re=120$.



Fonte: O Autor (2012).

Um gráfico de isolinhas da pressão calculada pode ser visto na Figura 10, onde a esteira de vórtices de Von Karman atrás do cilindro é caracterizada, para o escoamento com $Re=120$.

Figura 10- Isolinhas da pressão em um regime sob oscilação transversal forçada, $a/D = 3,5\%$ em $Re=120$.

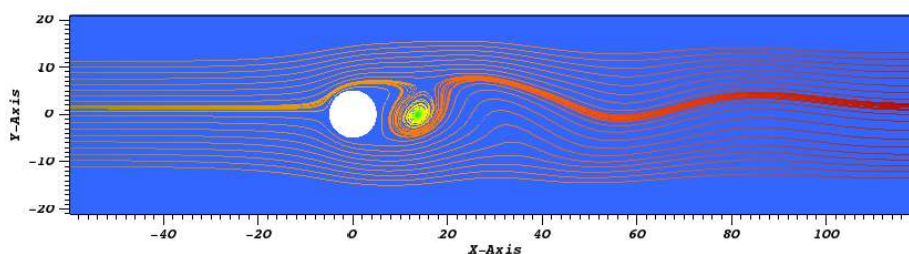


Fonte: O Autor (2012)

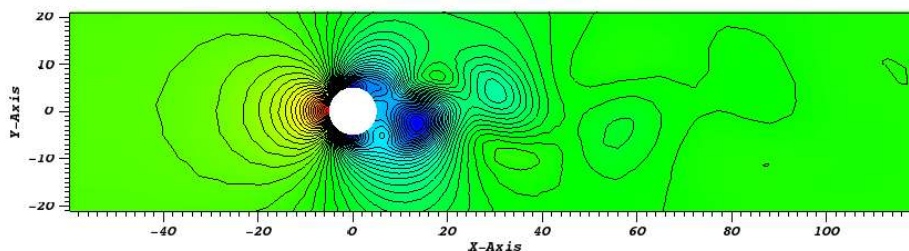
5.2 Otimização de Supressão das Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV)

Pode ser visto nas Figuras 11 (a) e (b) que com a formação de vórtices de modo assimétrico, inicia-se a existência de uma diferença de pressão nas regiões laterais do cilindro, onde há o deslocamento do fluido. Essa diferença de pressão gera esforços na estrutura, em forma de vibrações, com consequências de ordem mecânica, como fadiga do material, problemas na fixação da estrutura e desconforto físico aos seus usuários (CORREIA, 2001). Em razão disso, é motivador o estudo de soluções para supressão das vibrações induzidas por vórtices. Essencialmente estes estudos começaram na indústria areoespacial, porém, sua aplicação se expandiu e hoje abranje as áreas automotivas, aviação comercial, engenharia civil, engenharia química entre outras (ANTUNES, 2002).

Figura 11- Formação de vórtices por trás do cilindro: (a) Linhas de fluxo e (b) Contorno de pressões.



(a)



(b)

Fonte: O Autor (2012)

Neste trabalho, utilizando-se a ferramenta computacional desenvolvida para análise de problemas fluido-estrutura, foram estudados dois modelos da literatura para supressão das vibrações induzidas por vórtices. Técnicas de otimização foram consideradas na obtenção dos parâmetros do problema que conduzam à minimização das vibrações na estrutura. Os resultados obtidos serão aqui apresentados e discutidos.

5.2.1 Através da aplicação de uma excitação acústica

5.2.1.1 Descrição do problema e estudos preliminares

Na literatura (HIEJIMA, et al., 1997 e suas referências), diversos resultados numéricos e experimentais são relatados no qual uma excitação acústica é aplicada em um fluxo externo para acrescentar transferência de quantidade de movimento do fluxo externo para a camada limite, assim, eliminando (ou atrasando) a separação e suprimindo (ou reduzindo) as vibrações induzidas por vórtices em diferentes configurações de estrutura.

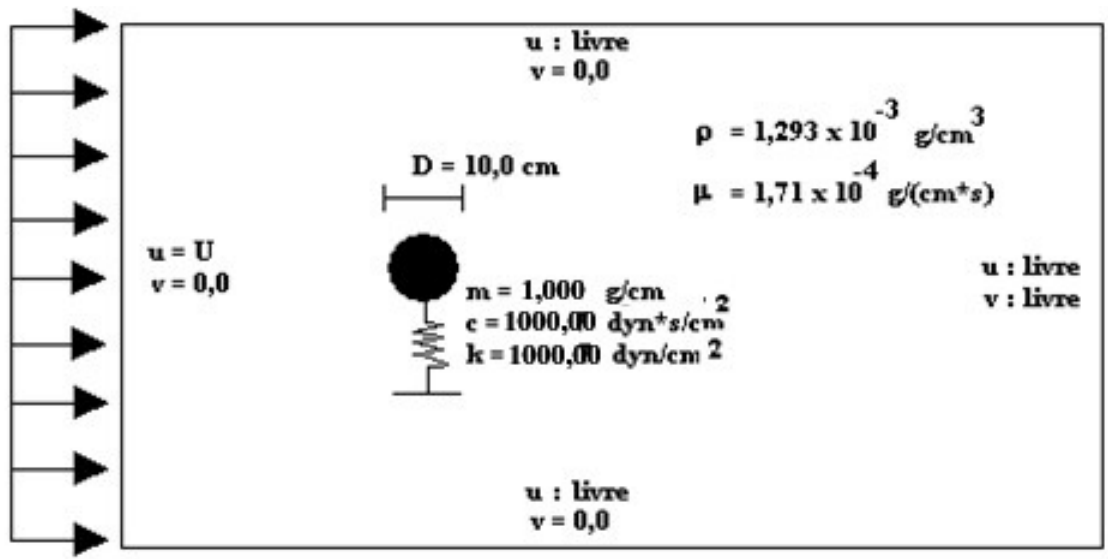
Neste trabalho, o sistema computacional desenvolvido por (ANTUNES, 2002), adaptado por nós para a plataforma MATLAB, foi utilizado para realização de um estudo do comportamento do problema fluido-estrutura descrito por HIEJIMA, et al., (1997). A Figura 12 apresenta a descrição completa do modelo numérico, incluindo o domínio computacional, condições de contorno, propriedades do fluido e parâmetros estruturais do sistema massa-rigidez-amortecimento. A velocidade de escoamento é $U = 0.0264\text{m/s}$ e o número de Reynolds baseado no diâmetro do cilindro é 200. Em tais estudos, a idealização de uma excitação acústica é obtida através da aplicação de uma velocidade periódica em dois pontos da superfície do cilindro, como pode ser visto na Figura 13. O

ângulo entre os pontos da excitação e o ponto central é ϕ_a . A velocidade de excitação é dada por:

$$V_a = U_a \sin(2\pi f_a t) \quad (5.2)$$

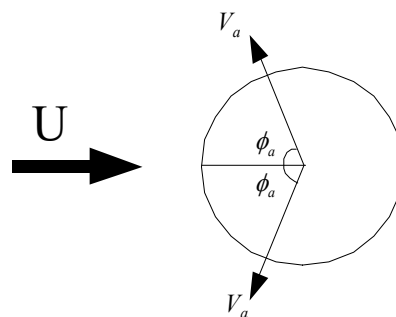
onde U_a , e f_a , referem-se à amplitude e à frequência da velocidade periódica, respectivamente. As velocidades de excitação aplicadas nos dois pontos do cilindro estão em fase.

Figura 12- Parâmetros físicos e condições de contorno utilizados no modelo computacional.



Fonte: O Autor (2012)

Figura 13- Representação esquemática da velocidade periódica de excitação na superfície do cilindro.



Fonte: O Autor (2012)

Inicialmente, foram realizadas algumas simulações numéricas considerando o cilindro fixo, e a frequência de desprendimento de vórtices obtida foi $f_s = 0.043478$ Hz. Este valor está em concordância com a curva experimental de BLEVINS (1986).

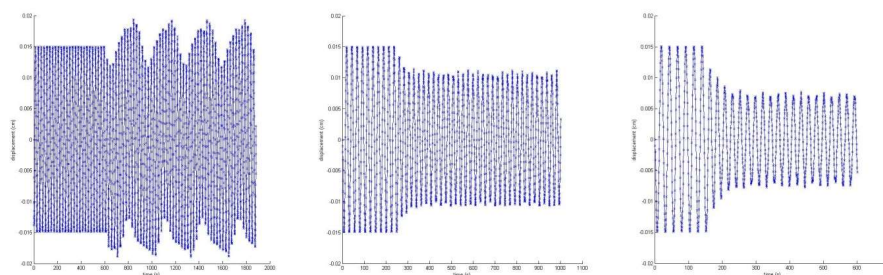
O efeito da excitação acústica foi inicialmente investigado considerando diferentes razões entre a frequência de excitação (f_a) e a frequência de desprendimento de vórtices (f_s), isto é, considerando $f_a/f_s = 1.00, 3.51$ e 4.45 . Os resultados dessas três análises são apresentados na Figura 14. De acordo com HIEJIMA, et al. (1997), o valor de razão 4.45 é próximo ao valor experimental da frequência da curva de transição, que é um valor eficiente de frequência para uma excitação acústica em modificar o fluxo em volta de um cilindro estacionário. Com esse valor de excitação, eles foram capazes de conseguir um considerável aumento na frequência de desprendimento de vórtices, resultando numa redução da amplitude das vibrações induzidas por vórtices, como sugere os resultados experimentais.

Conforme já exposto, inicialmente neste trabalho, foram escolhidos dois outros valores além de 4.45 para estudo da influência da frequência de excitação acústica nos resultados. Considerando um cilindro fixo, e as diferentes razões (f_a/f_s) anteriormente mencionadas, em um ponto localizado na esteira de vórtices, foi estudada a frequência da velocidade transversal do fluido. As mesmas análises foram conduzidas considerando o cilindro livre para vibrações na direção transversal ao escoamento.

A configuração da simulação numérica consiste em iniciar o processo com o cilindro fixo e, após o desprendimento de vórtices tornar-se periódico, permitir o deslocamento transversal da estrutura. Quando a amplitude das vibrações no cilindro for considerada estabilizada, é aplicada a excitação acústica.

Em todos os três casos estudados, o cilindro foi liberado para deslocamento transversal em aproximadamente 80 segundos de simulação. O início de aplicação da excitação acústica se deu em aproximadamente 180 segundos. Na Figura 14, o histórico dos deslocamentos transversais são apresentados para $f_a / f_s = 1.00, 3.51$ e 4.45 , respectivamente. Em $f_a/f_s = 4.45$, é notada uma redução na amplitude de oscilação, na qual a frequência de excitação mostrou um eficiente efeito. Os resultados sugerem que uma ainda maior variação na frequência de desprendimento de vórtices pode reduzir mais ou até suprimir as vibrações no cilindro.

Figura 14-Histórico do deslocamento transversal para $f_a/f_s=1.00, 3.51, 4.45$, respectivamente.



Fonte: O Autor (2012)

Pode ser observado que as amplitudes das oscilações são pequenas com o cilindro vibrando sob influência da formação e desprendimento de vórtices por trás do cilindro, e que as características das vibrações induzidas por vórtices são diretamente afetadas pela modificação na frequência de formação e desprendimento de vórtices. Os resultados obtidos encorajam uma maior investigação considerando diferentes frequências de aplicação de excitação acústica (f_a), bem como, diferentes pontos de aplicação e amplitude da excitação, no objetivo de obter uma melhor descrição do comportamento deste problema. Foram então, realizados estudos paramétricos como preparação para condução de estudos considerando técnicas de otimização.

5.2.1.2 *Formulação do problema de otimização*

Os parâmetros de excitação acústica que minimizam as vibrações do cilindro podem ser obtidos automaticamente através da aplicação de um procedimento de otimização. Em preparação para este processo, para o problema particular em foco, alguns procedimentos necessitam ser previamente realizados. Considerando o cilindro fixo, a simulação do fluido é conduzida até que seja assegurada a estabilização da frequência de desprendimento de vórtices. Esta frequência é calculada e registrada através da velocidade transversal de um ponto na esteira de vórtices, por trás do cilindro. Então, a simulação procede e os deslocamentos transversais do cilindro são liberados, tornando a simulação em um problema de interação fluido-estrutura. Neste momento, os deslocamentos da estrutura começam a aumentar até uma estabilização, quando finalmente a excitação acústica deverá ser aplicada.

No processo da otimização, a função objetivo é a máxima amplitude de deslocamento transversal do cilindro após a aplicação da excitação acústica. Para o cálculo desta amplitude, foi definido através de prévios experimentos numéricos o tempo

necessário para garantir a estabilização da oscilação do cilindro após a aplicação da excitação acústica. Matematicamente, o problema de otimização é formulado como:

$$\begin{aligned}
 & \min f\left(\frac{f_a}{f_s}, U_a, \phi_a\right) \\
 & \frac{f_a}{f_s}, U_a, \phi_a \in \mathbb{R} \\
 & 0 \leq \frac{f_a}{f_s} \leq 10 \\
 & 50 \frac{cm}{s} \leq U_a \leq 90 \frac{cm}{s} \\
 & 60^\circ \leq \phi_a \leq 90^\circ
 \end{aligned} \tag{5.3}$$

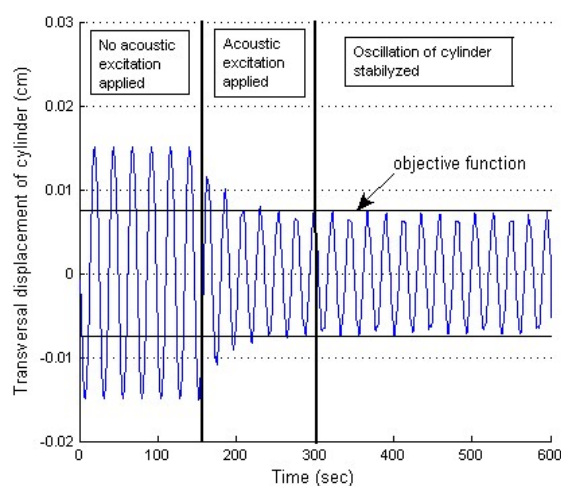
onde f é calculada como segue:

$$f\left(\frac{f_a}{f_s}, U_a, \phi_a\right) = \text{máximo} \left| \frac{\delta_{y,sup}}{\delta_{y,inf}} \right|, \quad \text{em } 300s < t < 600s \tag{5.4}$$

Onde $\delta_{y,sup}$ e $\delta_{y,inf}$ representam os valores superior e inferior do deslocamento transversal do cilindro, respectivamente.

Pode ser observado na Figura 15 que o tempo de simulação após a liberação dos deslocamentos do cilindro pode ser dividido em três intervalos. O primeiro intervalo corresponde ao intervalo de tempo anterior à aplicação da excitação acústica, seguido por um segundo intervalo, quando a excitação acústica é aplicada e alterações na amplitude de oscilação do cilindro podem ser observadas. No terceiro e último intervalo, compreendido entre 300 e 600 segundos, a amplitude de deslocamento do cilindro é considerada estabilizada e o valor máximo absoluto do deslocamento transversal é calculado e enviado ao otimizador como valor da função objetivo. Os parâmetros a serem alterados durante o processo, isto é, as variáveis de projeto consideradas são: frequência, amplitude e ponto de aplicação da excitação acústica.

Figura 15- Histórico de deslocamentos transversais do cilindro.



Fonte: O Autor (2012)

A simulação deste tipo de problema envolve um alto custo computacional, tornando o processo de otimização um problema muito difícil de ser resolvido, devido às várias avaliações da função objetivo e gradientes. Como consequência, foi aqui utilizada uma estratégia baseada em modelos substitutos, o procedimento SAO, já discutido nas seções anteriores. Foi considerado o Hipercubo Latino como técnica de Projeto de Experimentos e Krigagem como método para ajuste de dados. Apenas os limites do espaço de projeto foram considerados como restrições para este problema de otimização.

5.2.1.3 Estudos Paramétricos

Antes dos estudos de otimização, foram conduzidos estudos paramétricos para investigação do comportamento da função objetivo e definição de estratégias para otimização do problema. Os três tipos de variáveis de projeto anteriormente discutidos serão aqui considerados atuando isoladamente.

A função objetivo é normalizada em relação ao seu valor inicial, ou seja, sem aplicação da excitação acústica. Desta forma, a função objetivo apresentada nos resultados a seguir, expressa pela razão $f/f(0)$, tem como significado a quantidade relativa de redução da amplitude de deslocamento transversal do cilindro, tomando-se como referência a configuração original, sem aplicação de excitação acústica.

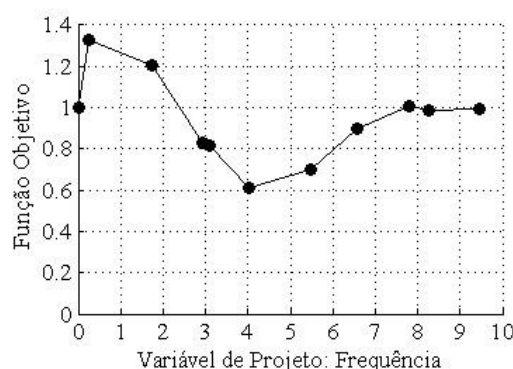
Nos estudos paramétricos considerando-se uma variável de projeto atuando isoladamente, os demais parâmetros da excitação acústica foram considerados fixos e seus valores foram adotados com base nos estudos publicados por HIEJIMA, et al. (1997).

Frequência da excitação acústica

No estudo paramétrico da frequência da excitação acústica, os valores de amplitude e o ângulo de aplicação da excitação acústica foram mantidos fixos com valores iguais a 26.4 cm/s e 80°, respectivamente.

Utilizando-se do Hipercubo Latino (LHS) como técnica de Projeto de Experimentos, dez pontos foram selecionados no intervalo do espaço de projeto definido para a otimização, entre 0 e 10. A Figura 16 apresenta gráfico com os resultados deste estudo.

Figura 16- Estudo paramétrico de uma variável de projeto: frequência.



Fonte: O Autor (2012)

É possível notar a eficiência na redução das vibrações do cilindro para valores próximos de 4.45, em conformidade com o proposto por Hiejima, et al. (1997). A partir de valores próximos de 8.00, a aplicação de excitação periódica perde a eficiência e os deslocamentos transversais do cilindro permanecem como na configuração original. Também é importante notar que os deslocamentos do cilindro têm tendência de aumento em valores próximos de zero, formando um possível mínimo local em $x=0$.

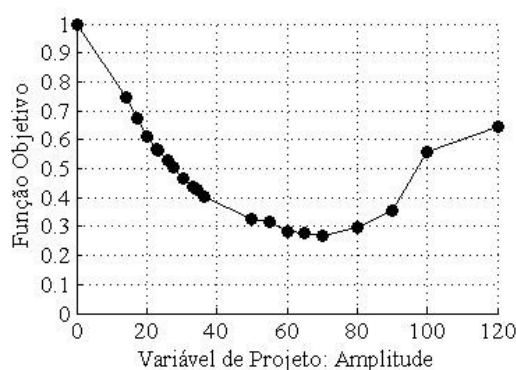
Amplitude da excitação acústica

A amplitude da excitação acústica como única variável de projeto também foi objeto de estudo paramétrico, cujos resultados são apresentados na

Figura 17. Inicialmente, o estudo paramétrico utilizou dos LHS para extrair dez amostras no espaço em princípio considerado, entre 13 e 39 cm/s. Os outros dois parâmetros da excitação acústica foram considerados fixos em 4.45 para a frequência, e 80° para o ângulo. Ao se observar uma tendência ainda de decréscimo neste intervalo, foi decidido expandir o espaço de projeto realizando avaliações a cada 10 cm/s para melhor

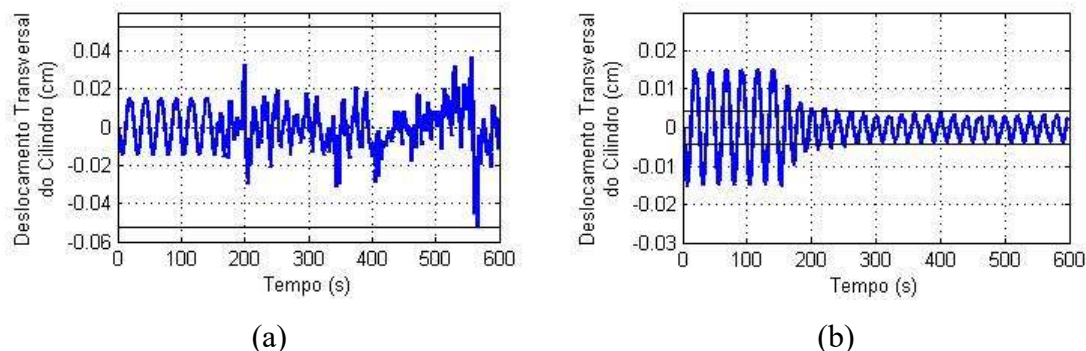
investigação do comportamento da curva. Foi observado, então, um contínuo decréscimo da função objetivo com o de aumento desta variável até valores próximos de 80 cm/s. A partir deste valor, é constatada uma desestabilização das vibrações do cilindro, levando a vibrações excessivas. Este fenômeno pode ser observado na Figura 18 (a), onde ilustra-se uma avaliação das vibrações do cilindro com amplitude da excitação acústica definida em 150 cm/s. Para evitar este tipo de desestabilização nas análises, o espaço de projeto para a variável amplitude foi definido entre 50 e 90 cm/s, intervalo onde o comportamento das análises demonstrou-se suave e controlado, conforme mostrado na Figura 18 (b), para o caso particular de 60 cm/s. Em razão do aumentado valor da função objetivo em $x=150\text{cm/s}$, quando comparada com as demais análises, essa análise foi omitida do gráfico da Figura 17, para uma melhor percepção da curvatura na região de mínimo.

Figura 17- Estudo paramétrico de uma variável de projeto: amplitude.



Fonte: O Autor (2012)

Figura 18- Análise das vibrações do cilindro com amplitude da excitação acústica em (a) 150 cm/s e (b) 60cm/s.

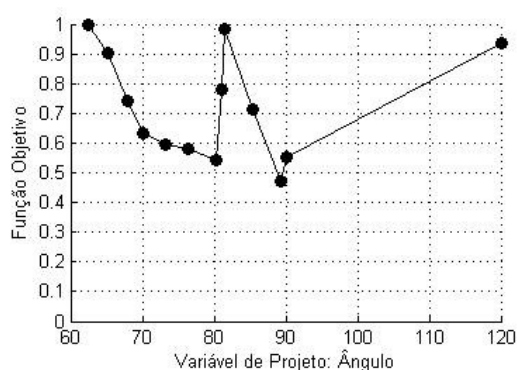


Fonte: O Autor (2012)

Ponto de aplicação da excitação acústica (ângulo)

Considerando a frequência e amplitude de excitação acústica fixas em 4.45 e 26.5 cm/s, respectivamente, o resultado do estudo paramétrico das vibrações do cilindro em função do ponto de aplicação da excitação acústica é apresentado na Figura 19. Esse ponto de aplicação na superfície do cilindro é função do ângulo (ϕ_a) apresentado esquematicamente na Figura 13. Conforme os resultados apresentados, pode ser observado um suave crescimento da eficiência na redução das vibrações do cilindro entre 60° e 80°, porém é notada uma descontinuidade da curva quando aplicada uma pequena variação positiva em 80°. Este dado foi confirmado através de repetição das análises e acréscimo de amostras na região para detalhar e confirmar essa tendência. Por ser a curva da função objetivo do ângulo menos comportada em relação às outras duas variáveis de projeto, essa variável foi evitada nos estudos paramétricos e nos procedimentos de otimização com duas variáveis de projeto combinadas, sendo incluída apenas na otimização considerando simultaneamente as três variáveis de projeto.

Figura 19- Estudo paramétrico de uma variável de projeto: ângulo.



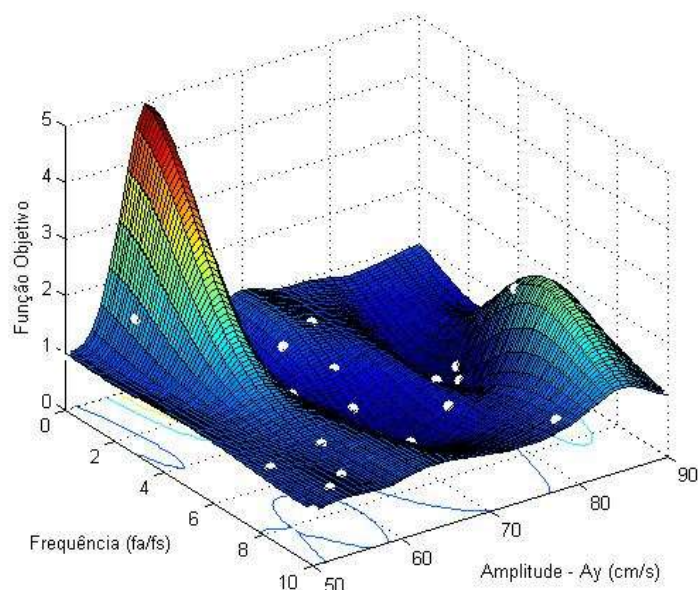
Fonte: O Autor (2012)

Duas variáveis de projeto combinadas: Frequência e Amplitude de excitação acústica

No estudo paramétrico com duas variáveis de projeto combinadas, frequência e amplitude da onda acústica, a função objetivo foi calculada utilizando o modelo de alta fidelidade em vinte amostras escolhidas através do LHS como técnica de Projeto de Experimentos. O estudo foi completado acrescentando as avaliações dos extremos do espaço de projeto. A partir das análises obtidas, através de Krigagem, um modelo global

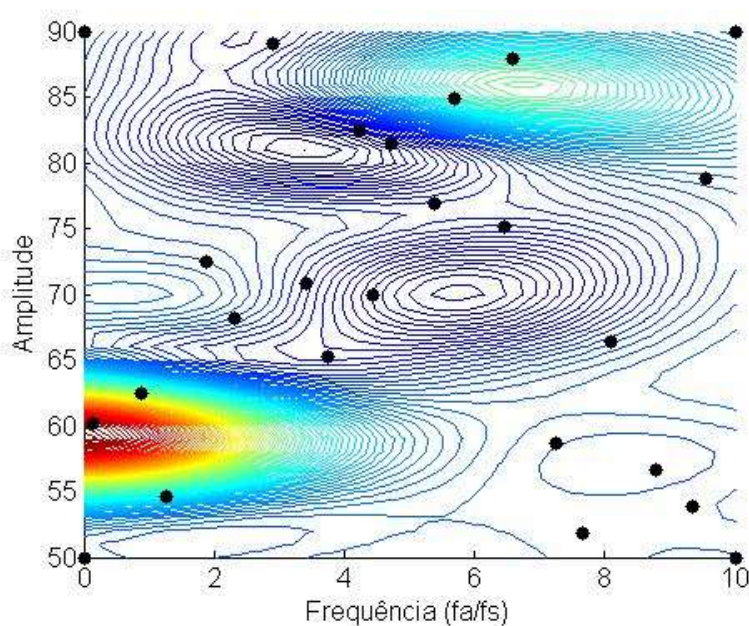
aproximado foi construído para análise do comportamento da função e definição dos limites das variáveis para otimização. As Figuras 20 e 21 apresentam respectivamente, a superfície e as curvas de nível do modelo global construído. O ângulo de aplicação da excitação periódica foi considerado fixo em 80° .

Figura 20- Modelo substituto das vibrações do cilindro: Superfície.



Fonte: O Autor (2012)

Figura 21- Modelo substituto das vibrações do cilindro: Curvas de nível.



Fonte: O Autor (2012)

Nota-se neste estudo paramétrico um comportamento bastante oscilatório da função objetivo, com várias regiões de máximos e mínimos locais. Em média, a função objetivo permanece com valor unitário, significando que em várias combinações da frequência e amplitude da excitação acústica, não há reflexo na alteração da amplitude de deslocamento do cilindro, porém, em algumas regiões, a função objetivo torna-se bastante sensível a essas variáveis. É observado que com a combinação da razão de frequência próxima de zero, e amplitude próxima de 60 cm/s, o deslocamento do cilindro é ampliado para cinco vezes seu deslocamento inicial.

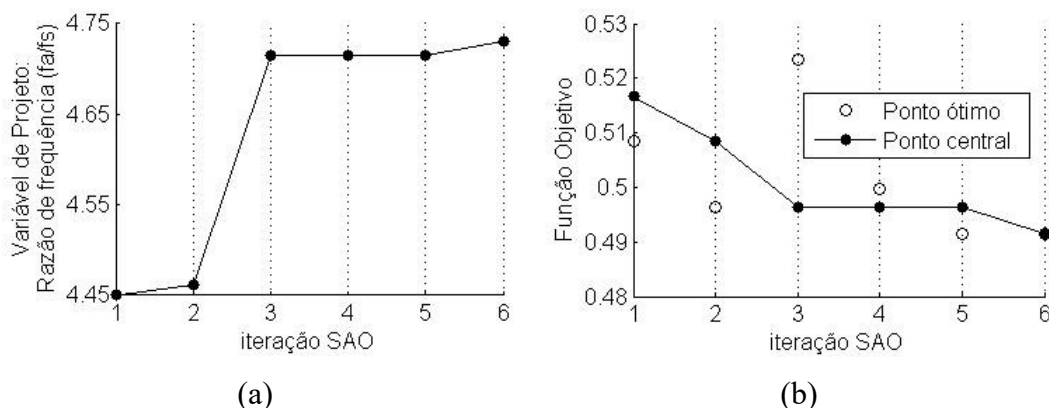
5.2.1.4 Otimização com uma variável de projeto: Frequência da excitação acústica

Fixando-se a amplitude da excitação acústica em 26.4 cm/s, e o ângulo do ponto de aplicação em 80°, a frequência da onda acústica foi tomada como única variável de projeto. Na forma de razão f_a / f_s , onde, como já foi dito, f_s é a frequência de desprendimento de vórtices, o espaço de projeto foi definido entre 0 e 10. O valor proposto por HIEJIMA, et al. (1997), $f_a / f_s = 4.45$ foi considerado como ponto inicial no processo de otimização.

As Figuras 22 (a) e (b) apresentam respectivamente os históricos da variável de projeto e da função objetivo através das iterações do processo SAO. Como pode ser observado, o processo foi finalizado em seis iterações do SAO, com uma redução da função objetivo, ou seja, das vibrações no cilindro, em mais de 50% em relação ao cilindro sem excitação acústica. Em relação ao ponto inicial da otimização com excitação acústica, o ponto ótimo representou uma redução de aproximadamente 5%.

É possível observar na Figura 22 (b) como é realizada a atualização da posição das regiões de confiança. Em conformidade com a Eq. (4.35), dada uma iteração k do SAO, o ponto central da próxima região de confiança $(k+1)$ é igual ao ponto ótimo da iteração k . Porém, se observado que no ponto ótimo o valor da função objetivo do modelo de alta fidelidade for maior que no ponto central, o ponto central da próxima região de confiança $(k+1)$ permanece no ponto central da iteração k .

Figura 22- Otimização com uma variável de projeto: Frequência da excitação acústica: (a) Histórico da variável de projeto (b) Histórico da função objetivo

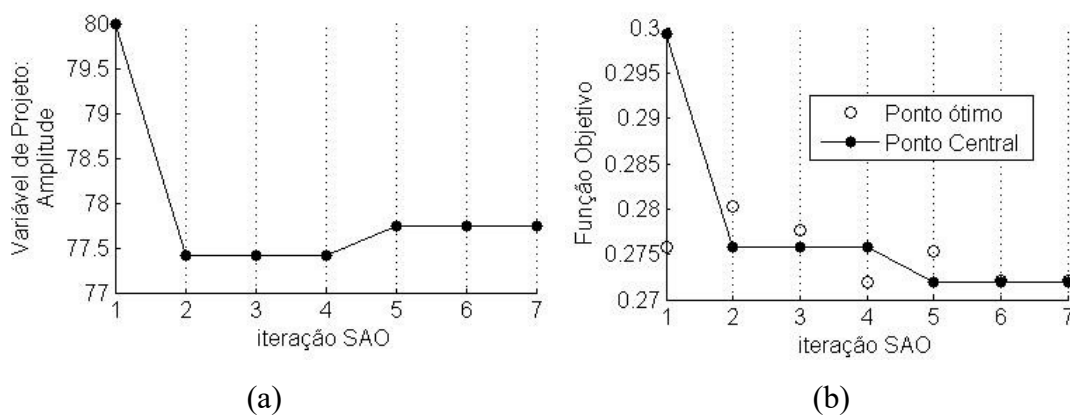


Fonte: O Autor (2012)

5.2.1.5 Otimização com uma variável de projeto: Amplitude da excitação acústica

Durante o procedimento para otimização da amplitude da excitação acústica, as demais variáveis de projeto, frequência e ângulo foram fixadas em 4.45 e 80°, respectivamente. Baseando-se em estudo paramétrico prévio, apresentado na seção anterior, o ponto inicial adotado para otimização corresponde a uma amplitude de 80 cm/s, e o espaço de projeto foi definido entre 50 e 90 cm/s. O procedimento SAO foi finalizado em sete iterações, apresentando uma redução de 73% das vibrações do cilindro sem excitação acústica, e 9% em relação ao valor da função objetivo inicial. As Figuras 23 (a) e (b) apresentam esses resultados.

Figura 23- Otimização de uma variável de projeto: Amplitude da excitação acústica: (a) Histórico da variável de projeto e (b) Histórico da função objetivo.

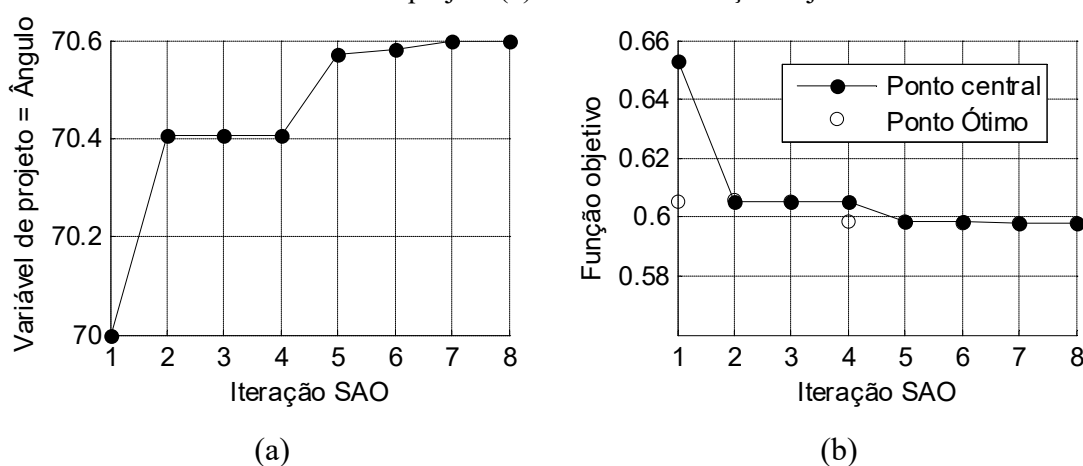


Fonte: O Autor (2012)

5.2.1.6 Otimização com uma variável de projeto: Ângulo do ponto de aplicação da excitação acústica

Foi realizado procedimento de otimização considerando o ângulo de aplicação da excitação acústica como única variável de projeto (ver Figura 13). Foi definido o ponto inicial em 70° , e o intervalo do espaço de projeto entre 60° e 80° . Esses valores foram definidos através de estudo paramétrico previamente realizado e discutido na seção anterior. Os demais parâmetros da onda acústica foram considerados fixos em 4.45 para a razão da frequência, e 26,4 cm/s para amplitude. As Figuras 24 (a) e (b) apresentam o resultado do processo de otimização, convergindo em oito iterações a um mínimo local próximo do ponto inicial. Mesmo não encontrando o resultado esperado pelo estudo paramétrico, o processo de otimização conduzido resultou em uma redução da função objetivo de 6% em relação ao ponto inicial.

Figura 24- Otimização de uma variável de projeto: Ângulo da excitação acústica: (a) Histórico da variável de projeto (b) Histórico da função objetivo



Fonte: O Autor (2012)

5.2.1.7 Otimização com duas variáveis de projeto: frequência e amplitude da excitação acústica

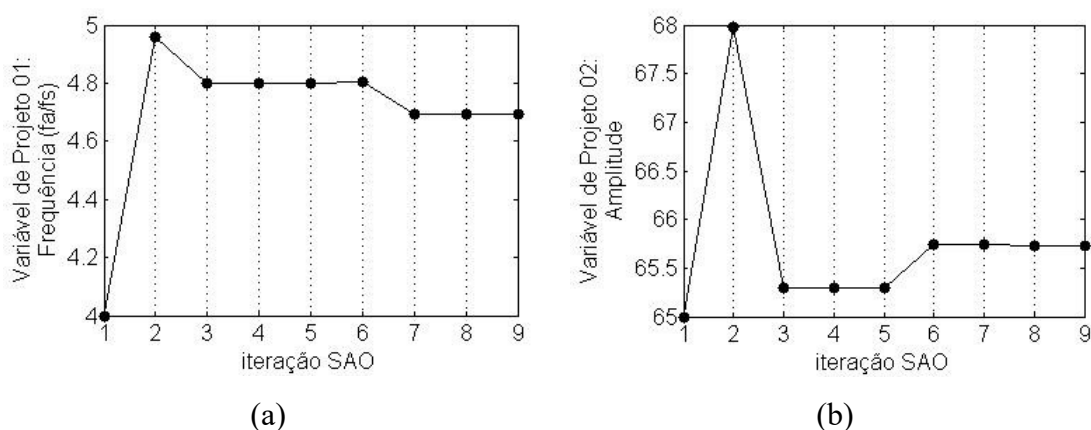
As variáveis frequência e amplitude foram investigadas através de duas versões do procedimento SAO. Em princípio, o algoritmo SAO já utilizado na otimização das outras variáveis de projeto isoladas, foi responsável pela otimização das duas variáveis combinadas. Em seguida, foi utilizado o algoritmo modificado para reuso das amostras,

apresentado no capítulo anterior, que resultaram em ganho de desempenho e robustez do método.

No problema aqui em estudo, em ambas as estratégias SAO, o ângulo foi fixado em 80° , e os pontos iniciais da frequência e amplitude foram considerados 4.00 e 65 cm/s respectivamente, e um espaço de projeto de 0 a 10, e 50 a 90 cm/s.

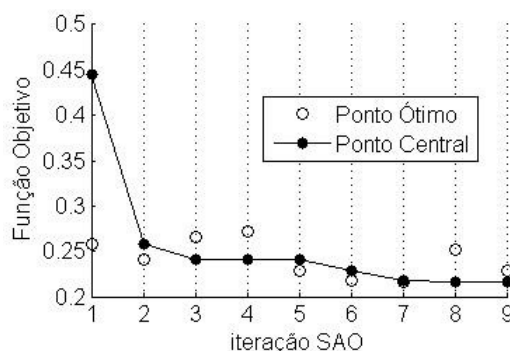
Na primeira versão do programa, cujos resultados estão apresentados nas Figuras 25 e 26, os parâmetros que resultam em redução máxima das vibrações do cilindro foram encontrados em nove iterações. O valor ótimo da função objetivo representa uma redução de aproximadamente 80% nas vibrações do cilindro sem excitação acústica. Em relação ao ponto selecionado para o início do procedimento SAO, o valor ótimo encontrado representa uma redução de aproximadamente 50%.

Figura 25- Otimização com duas variáveis de projeto (esquema tradicional de amostragem): (a) Histórico da variável de projeto Frequência e (b) Histórico da variável de projeto Amplitude.



Fonte: O Autor (2012)

Figura 26- Otimização com duas variáveis de projeto (esquema tradicional de amostragem): Histórico da Função Objetivo.

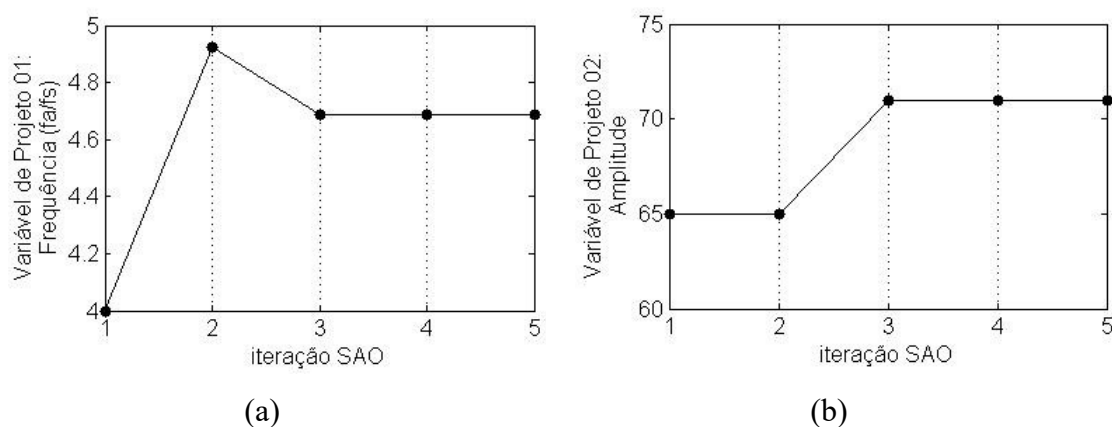


Fonte: O Autor (2012)

As Figuras 27 e 28 apresentam os resultados do procedimento SAO com aproveitamento das amostras das iterações anteriores. Pode ser observada neste problema, uma redução no número de iterações do procedimento, representando uma economia de custo computacional em quase metade. É possível fazer esta afirmação porque para este caso em particular, o tempo computacional para otimização é quase que inteiramente gasto com avaliações da função objetivo do modelo de alta fidelidade. Por sua vez, o número de avaliações das funções do modelo de alta fidelidade é diretamente proporcional ao número de iterações do SAO.

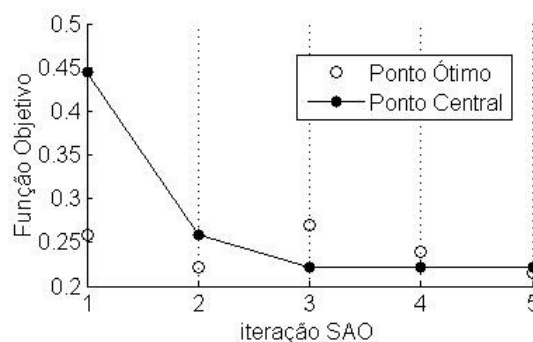
As soluções obtidas nos dois procedimentos são semelhantes, as diferenças nas variáveis de projeto foram de menos de 1% para a frequência e aproximadamente 8% para a amplitude. A diferença no valor ótimo foi de aproximadamente 2%. Esses dados são apresentados, juntamente com outros dados das demais otimizações, nas Tabela 4 e Tabela 5.

Figura 27- Otimização com duas variáveis de projeto (esquema de reuso das amostras): (a) Histórico da variável de projeto frequência e (b) Histórico da variável de projeto amplitude.



Fonte: O Autor (2012)

Figura 28- Otimização com duas variáveis de projeto (esquema de reuso das amostras): Histórico da função objetivo.



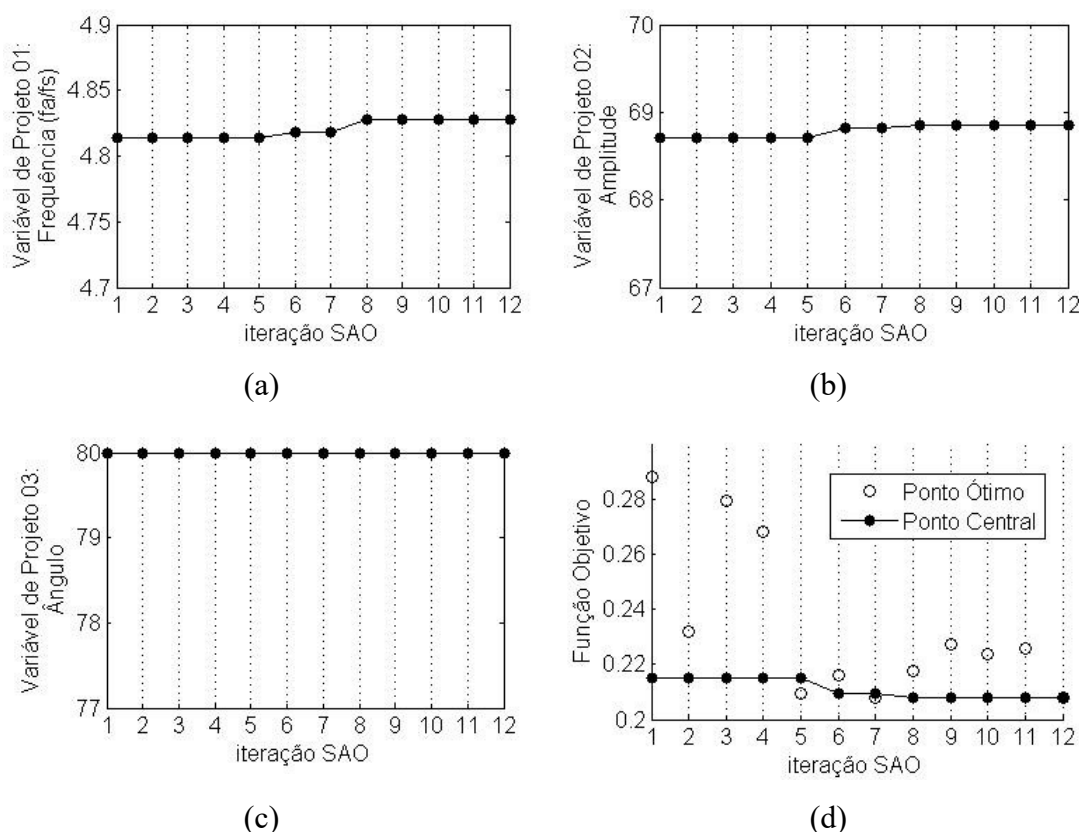
Fonte: O Autor (2012)

5.2.1.8 Otimização com três variáveis de projeto: frequência, amplitude e ângulo de aplicação da excitação acústica

Após a otimização de duas variáveis de projeto, combinando frequência e amplitude da onda acústica aplicada, utilizando-se o algoritmo com reuso das amostras, foi realizado novo procedimento SAO, acrescentando-se uma terceira variável de projeto, o ângulo de aplicação da excitação acústica. Os valores iniciais adotados das variáveis de projeto foram escolhidos com base na otimização combinada das variáveis de projeto frequência e amplitude, e estudo paramétrico do ângulo. Assim, o vetor do ponto inicial para as variáveis de projeto foi: $x_0 = (4.8141, 68.7160, 80)$.

O resultado, apresentado nas Figuras 29 (a) a (d), mostram pequenas variações das variáveis de projeto e função objetivo durante o processo. Foram realizadas doze iterações SAO resultando numa redução de 3.4% do valor inicial da função objetivo. É importante destacar que os valores iniciais de frequência e amplitude deste processo foram definidos a partir do ponto ótimo encontrado na otimização com essas duas variáveis de projeto, e o valor inicial do ângulo, foi definido como 80°, observado como mínimo pelo estudo paramétrico. Em razão disso, um menor decréscimo da função objetivo era esperado, por ter-se partido de um ponto próximo ao possível ótimo do problema.

Figura 29- Otimização com três variáveis de projeto: Histórico da (a) Frequência, (b) histórico da amplitude, (c) histórico do ângulo e (d) histórico da função objetivo.



Fonte: O Autor (2012)

As Tabelas 4 e 5 apresentam em resumo os resultados numéricos obtidos dos procedimentos SAO conduzidos neste trabalho. As células da Tabela 4 sombreadas têm como significado a fixação desta variável na otimização correspondente. Em ambas as tabelas os seguintes casos são apresentados:

- SAO 01: Otimização com uma variável de projeto: frequência da excitação acústica;
- SAO 02: Otimização com uma variável de projeto: amplitude da excitação acústica;
- SAO 03: Otimização com uma variável de projeto: ângulo da excitação acústica;
- SAO 04: Otimização com duas variáveis de projeto: frequência e amplitude da excitação acústica (esquema de amostragem tradicional);
- SAO 05: Otimização com duas variáveis de projeto: frequência e amplitude da excitação acústica (esquema de reutilização das amostras);
- SAO 06: Otimização com três variáveis de projeto: frequência, amplitude e ângulo da excitação acústica;

Tabela 4-Resumo dos procedimentos SAO conduzidos - Variáveis de projeto.

# Otimização	Ponto Inicial			Ponto Ótimo		
	Frequência	Amplitude	Ângulo	Frequência	Amplitude	Ângulo
SAO 01	4.4500	26.4000	80.0000	4.7303	26.4000	80.0000
SAO 02	4.4500	80.0000	80.0000	4.4500	77.7409	80.0000
SAO 03	4.4500	26.4000	70.0000	4.4500	26.4000	70.5990
SAO 04	4.0000	65.0000	80.0000	4.6943	65.7285	80.0000
SAO 05	4.0000	65.0000	80.0000	4.6894	70.9660	80.0000
SAO 06	4.8141	68.7160	80.0000	4.8281	68.8534	79.9938

Fonte: O Autor (2012).

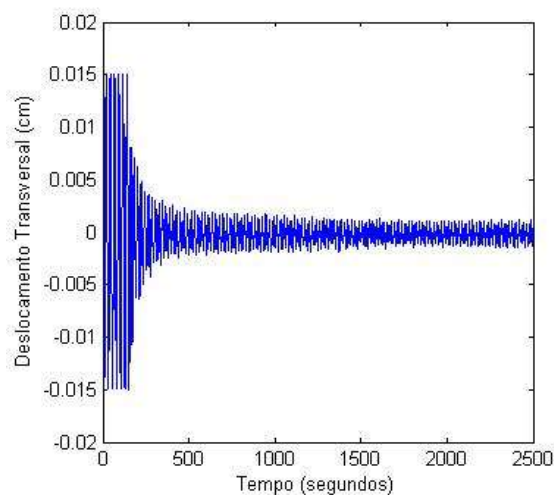
Tabela 5-Resumo dos procedimentos SAO conduzidos - Função Objetivo e número de iterações.

# Otimização	Iterações SAO	Função Objetivo		Redução da Função Objetivo	
		Ponto Inicial	Ponto Ótimo	Em relação ao ponto inicial	Em relação ao cilindro sem excitação acústica
SAO 01	6	0.5166	0.4916	4,8%	51%
SAO 02	7	0.2993	0.2719	9,2%	73%
SAO 03	8	0.6531	0.5979	9,2%	41%
SAO 04	9	0.4446	0.2170	51,2%	78%
SAO 05	5	0.4446	0.2210	50,3%	78%
SAO 06	12	0.2152	0.2078	3,4%	79%

Fonte: O Autor (2012).

Para cada avaliação da função objetivo, como já mencionado, foi adotado um intervalo de 600 segundos de análise do problema fluido estrutura. Como forma de validação dos critérios adotados no cálculo da função objetivo, foi realizada uma análise fluido-estrutura mais detalhada. Considerando os parâmetros da excitação acústica otimizados, ou seja, considerando o ponto ótimo obtido na otimização SAO 06, foi realizada uma análise mais estendida, num intervalo de 2500 segundos. O gráfico obtido desta análise é apresentado na Figura 30. Baseando-se neste estudo, observa-se que a amplitude dos deslocamentos transversais varia pouco após os 600 segundos adotados e pode ser afirmado que a solução obtida num intervalo de 600 segundos para supressão das vibrações induzidas por vórtices é representativa do comportamento final do cilindro.

Figura 30- Histórico do deslocamento do cilindro com parâmetros da excitação acústica otimizados.



Fonte: O Autor (2012)

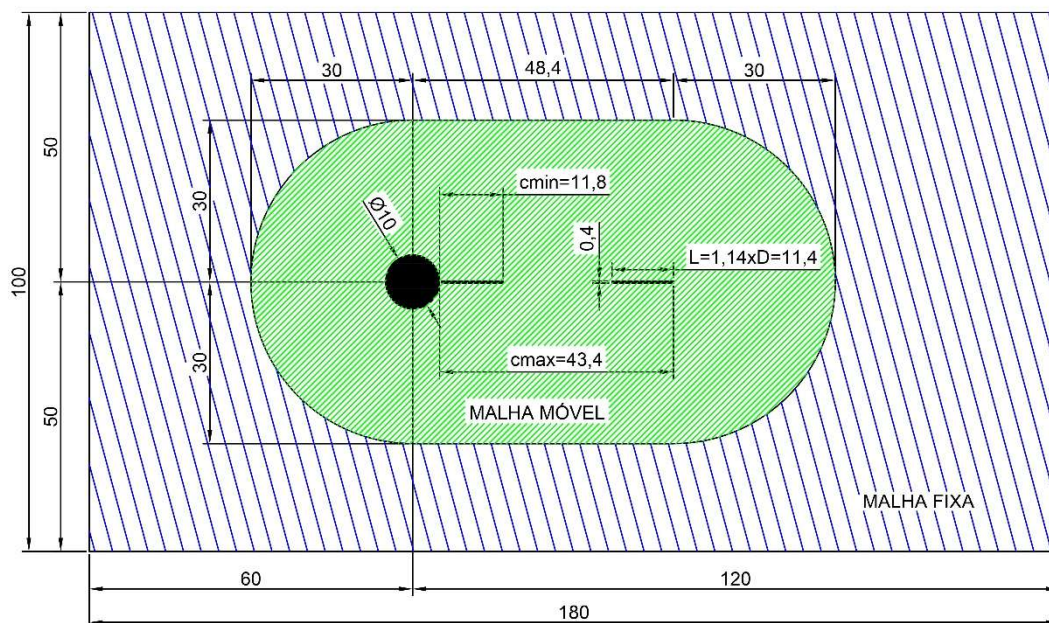
5.2.2 Através do uso de uma placa posicionada atrás do cilindro

5.2.2.1 Descrição do Problema

O modelo proposto por Zdravkovich (1981) e estudado por Correia (2001) para simular um método de supressão de vórtices, consiste em posicionar uma placa plana, com comprimento 1,14 vezes o diâmetro do cilindro, por trás do cilindro e alinhada ao seu eixo, na região onde se desenvolve a esteira de vórtices.

Inicialmente, é possível identificar a existência de três variáveis de projeto na otimização de um problema como este, sendo elas: a posição da placa em relação ao cilindro e suas dimensões geométricas (comprimento e espessura). Entretanto, devido a maior simplicidade para implementação computacional, e devido aos estudos existentes serem focados apenas na posição da placa, apenas essa variável foi considerada neste estudo. Desta forma, o comprimento da placa foi fixado em 11,4 cm e sua espessura fixada em 0,4 cm. Esses valores são idênticos aos adotados por Correia (2001). As dimensões da placa e o espaço de projeto selecionado também tiveram como base os estudos deste mesmo autor. A Figura 31 esquematiza as dimensões físicas e de malha consideradas para solução deste problema.

Figura 31- Definição do problema e esquema de malha adotado para solução da placa posicionada atrás do cilindro. Dimensões em centímetros.

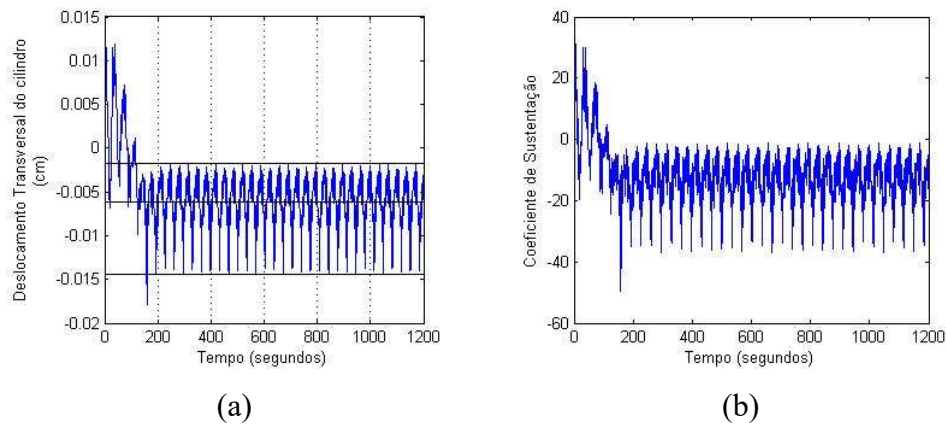


Fonte: O Autor (2012)

Para comparação com os resultados obtidos através da solução por aplicação de uma excitação acústica, as propriedades do fluido e os parâmetros estruturais do cilindro foram considerados os mesmos do problema anterior, conforme Figura 12.

Em estudos preliminares, conforme apresentado na Figura 32 (a), foi observada a existência de uma assimetria dos deslocamentos transversais do cilindro em relação a sua posição inicial. Essa assimetria é implicação direta da força aplicada à estrutura, isto é, da força de sustentação, cujo histórico no tempo é apresentado no gráfico da Figura 32 (b).

Figura 32- Histórico de análise considerando placa na posição inicial: (a) Deslocamento do Cilindro (b) Coeficiente de Sustentação (lift).



Fonte: O Autor (2012)

Embora esse deslocamento transversal inicial seja importante sob o ponto de vista da engenharia estrutural, o mesmo foi desconsiderado no presente trabalho, isso em razão de que, neste caso, o objetivo do estudo realizado é apenas a análise das vibrações induzidas por vórtices. Então, como se deseja minimizar a amplitude das vibrações do cilindro, para definição do valor da função objetivo o máximo deslocamento em relação à posição inicial não representaria a amplitude de oscilação da estrutura. Portanto, no intervalo de tempo no qual a vibração do cilindro é considerada estabilizada, realiza-se o cálculo da média dos deslocamentos transversais e considera-se este valor como nova posição do cilindro. Em seguida, o máximo deslocamento relativo a esta nova posição é definido como o valor da função objetivo. Matematicamente, o problema de otimização pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 &\min f(c/D) \\
 &c \in \mathbb{R} \\
 &1,45 \leq c/D \leq 4,34
 \end{aligned}
 \tag{5.5}$$

Na equação anterior, c é o valor do afastamento da chapa e D , o diâmetro do cilindro. O valor da função objetivo, $f(c/D)$, é calculado como segue:

$$f(c/D) = \text{máximo} \left\{ \begin{aligned} &|\delta_{y,max} - \delta_{y,med}| \\ &|\delta_{y,min} - \delta_{y,med}| \end{aligned} \right\}, \quad \text{em } 300s < t < 600s
 \tag{5.6}$$

onde $\delta_{y,max}$, $\delta_{y,min}$ e $\delta_{y,med}$ representam os valores máximo, mínimo e médio do deslocamento transversal do cilindro, respectivamente. O intervalo de tempo definido na Eq 5.6 é estabelecido através de experimentação numérica, e garante que a placa já se encontra em sua posição final, e que, o deslocamento transversal do cilindro pode ser considerado estabilizado.

5.2.2.2 Aspectos computacionais

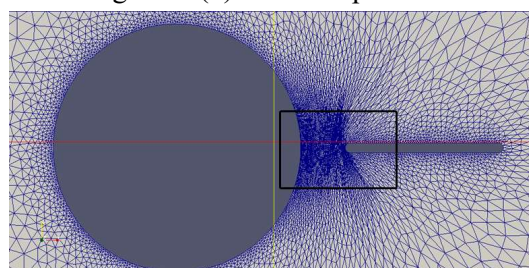
Algumas considerações precisaram ser levadas em conta para implementação computacional do problema em estudo. Nesta seção são comentados os principais aspectos considerados e as dificuldades encontradas.

Inicialmente, o planejamento para solução deste tipo de problema foi idealizado segundo os passos a seguir:

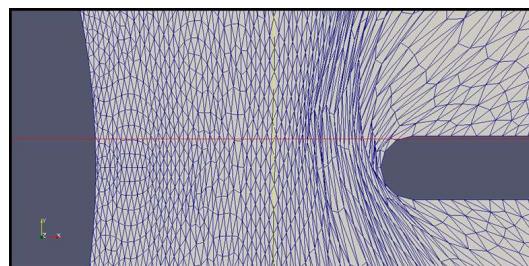
1. Geração da malha computacional, posicionando-se a placa no centro do espaço de projeto;
2. Considerando-se o cilindro fixo e definindo-se as condições iniciais e os parâmetros físicos idênticos ao problema de aplicação da excitação acústica, realização de análise do problema fluido até o momento em que se obtenha a esteira de vórtices desenvolvida e estabilizada;
3. Em seguida, o deslocamento transversal do cilindro é liberado e simultaneamente aplica-se um lento deslocamento na placa afim de que esta, partindo do ponto central do espaço de projeto, seja posicionada em qualquer ponto desejado no espaço de projeto;
4. Continuar análise fluido-estrutura até que sejam considerados estabilizados os deslocamentos do cilindro, e realização do cálculo de sua amplitude de oscilação.

Entretanto, foi notada que uma das dificuldades para implementação computacional deste problema é o deslocamento que a chapa deve percorrer para posicionar-se em outros pontos desejados. Quando este deslocamento ultrapassa determinado limite, na malha considerada, pode haver deformações até a destruição dos elementos. Esse problema é ilustrado nas Figuras 33 (a) e (b).

Figura 33- Imagens da destruição da malha ao mover a placa em direção ao cilindro: (a) Visão geral e (b) Visão ampliada.



(a)



(b)

Fonte: O Autor (2012)

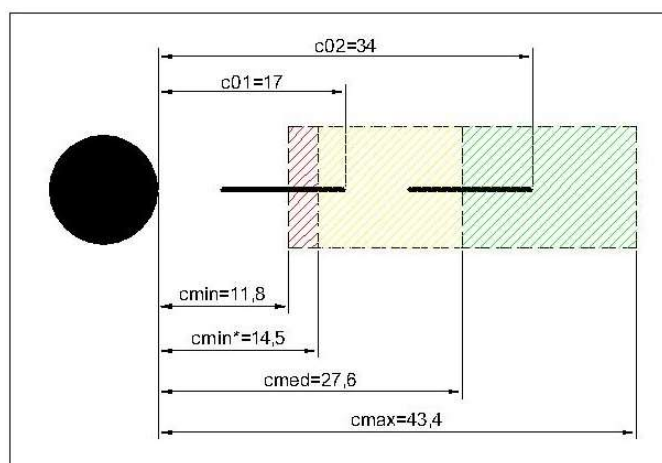
Uma forma de contornar este inconveniente é a utilização de algoritmo para reconstrução de malha (*Remeshing*), porém, devido a sua relativa complexidade para implementação computacional, foi proposta uma solução mais simples para lidar com este problema em particular. Na etapa de pré-processamento, ou seja, nos passos 1 e 2 do esquema apresentado anteriormente, a malha de elementos finitos onde a chapa é posicionada no centro de espaço de projeto foi substituída por duas malhas, com duas posições iniciais diferentes para a placa. Desta forma, quando definida a posição final da placa para análise fluido-estrutura, no início da análise, o programa deverá selecionar qual das duas malhas resultará no menor deslocamento da chapa, isto é, qual dos dois pontos iniciais estará mais próximo do ponto final definido, pois este resultará numa menor deformação da malha e idealmente garantia da integridade da mesma. O esquema adotado é apresentado na Figura 34. Nesta figura, as cotas são apresentadas em centímetros e os parâmetros $cmín$, $cmin^*$, $cmáx$, $c01$, $c02$ e $cméd$, referem-se, respectivamente aos afastamentos: mínimo considerado por Correia (2001); mínimo considerado neste trabalho; máximo; inicial da malha 01; inicial da malha 02 e médio.

Nessas condições, foram conduzidos testes para verificação da destruição dos elementos para os máximos deslocamentos da chapa, e os resultados foram satisfatórios. Os resultados das análises permaneceram fisicamente aceitáveis e os elementos não foram

destruídos. A Figura 35 mostra que depois de adotada essa solução, para a mesma posição final da chapa da Figura 33, há menor deformação dos elementos da malha, conduzindo a análises consistentes. Foi observado, entretanto, que mesmo com a divisão do espaço de projeto conforme esquema proposto, o afastamento mínimo de 11,8 cm conduzia a destruição dos elementos no pequeno espaço entre a chapa e o cilindro. Como solução, o valor de 14,5 cm foi verificado como sendo o mínimo afastamento possível da chapa sem destruição dos elementos, e então, foi definido como novo limite inferior do espaço de projeto.

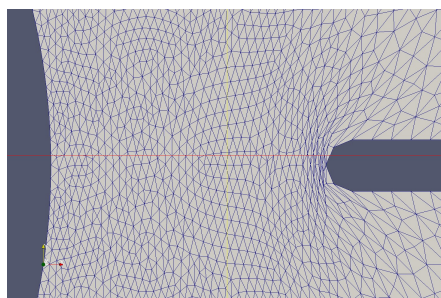
Pôde ser observado nos testes preliminares, que a malha apresenta maiores deformações ao aplicar-se deslocamentos na chapa em direção ao cilindro. Por esta razão, o ponto inicial em cada subespaço foi definido mais próximo do cilindro na relação um terço – dois terços do subespaço da variável de projeto.

Figura 34- Esquema do espaço de projeto dividido.



Fonte: O Autor (2012)

Figura 35-Imagem da malha ao mover a chapa em direção ao cilindro, após processo de aferição da malha.

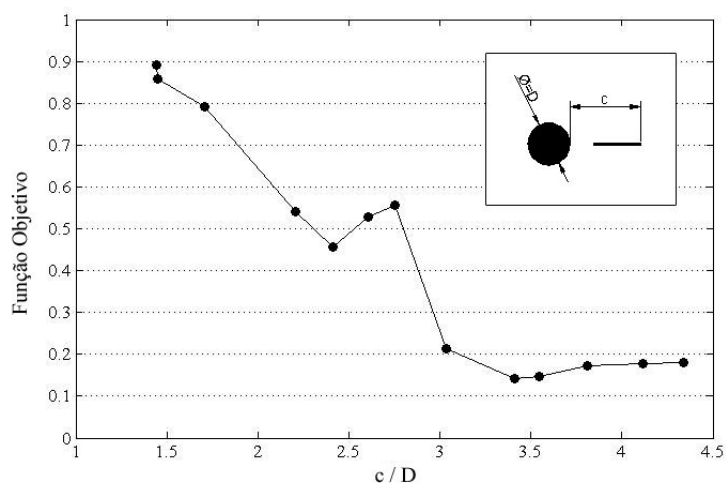


Fonte: O Autor (2012)

5.2.2.3 Estudo Paramétrico

Foi realizado estudo paramétrico para investigação do comportamento da função objetivo, isto é, dos deslocamentos transversais do cilindro e sua dependência em relação à posição da chapa (variável de projeto) na esteira de vórtices. Também, para definição dos parâmetros a serem utilizados na otimização, como o ponto inicial, por exemplo. Utilizando-se do Hipercubo Latino como técnica de Projeto de Experimentos, foram selecionados dez pontos no espaço de projeto, e adicionados a estes, os limites do espaço de projeto e o ponto central. Em todos estes pontos, foi realizado o cálculo da função objetivo, cujos resultados são apresentados na Figura 36.

Figura 36- Estudo paramétrico considerando a variação do afastamento da placa em relação ao cilindro.



Fonte: O Autor (2012)

Pode ser observado, através dos resultados apresentados, que, em concordância com Correia (2001), há um aumento da eficiência na alteração das características da esteira de vórtices ao afastar-se a placa do cilindro até uma distância 4,34 vezes o seu diâmetro, quando a partir deste ponto, perde-se a influência da chapa no problema. Observa-se um possível mínimo em valores próximos a 3,50 da variável de projeto, ou seja, da relação entre a posição da placa (c) e o diâmetro do cilindro (D).

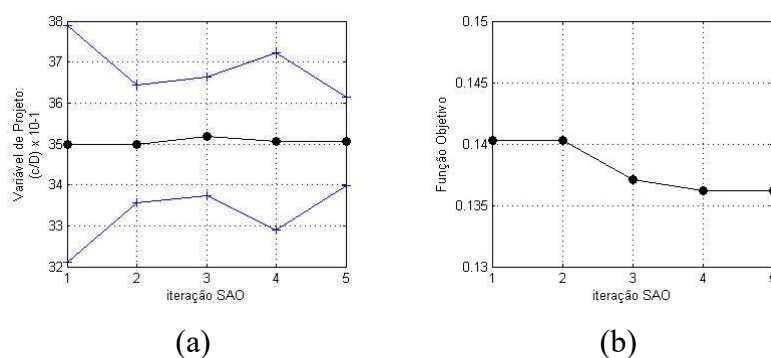
5.2.2.4 Otimização

Considerando-se a posição da chapa como única variável de projeto, utilizando a estratégia SAO, foi conduzida a otimização do problema definido na Eq. (5.5). O ponto

inicial da razão de afastamento da placa em relação ao cilindro (variável de projeto) foi definido em 3,50, baseando-se no estudo paramétrico realizado e apresentado na seção precedente. O espaço de projeto foi estabelecido entre 1,45 e 4,34, tendo como referência os estudos realizados por (CORREIA, 2001), e em concordância com os estudos paramétricos realizados neste trabalho. O algoritmo SAO que faz uso de reaproveitamento das amostras foi utilizado. A estratégia SAO convergiu em cinco iterações e resultou num valor mínimo de 0,1362. Este valor, tem como significado uma redução das vibrações do cilindro em aproximadamente 86% em relação ao cilindro sem a placa. Em relação ao valor da função objetivo no ponto inicial, igual a 0,1403, a função objetivo representa uma redução de 3%. Porém, é importante destacar que foi considerada a informação do estudo paramétrico para iniciar-se a estratégia SAO do ponto mais próximo do possível mínimo do problema.

As Figuras 37 (a) e (b) apresentam, respectivamente, o histórico das variáveis de projeto e função objetivo, ao longo das iterações do SAO deste problema. No histórico da variável de projeto, também é apresentada a atualização da região de confiança durante o processo.

Figura 37- Histórico das iterações do SAO considerando o afastamento da chapa como variável de projeto na otimização: (a) Variável de projeto e (b) Função objetivo.



Fonte: O Autor (2012)

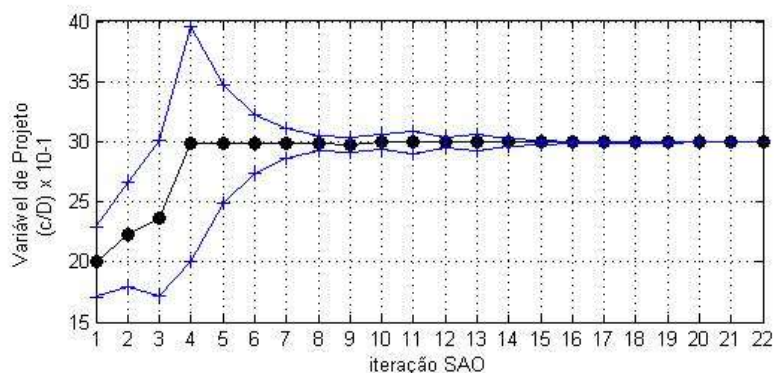
Como caso alternativo, foi conduzida nova otimização definindo-se o ponto inicial em 2,00, ou seja, um ponto mais distante do ponto ótimo obtido na otimização anterior.

No ponto inicial, a função objetivo tem como valor 0,6684. O procedimento SAO convergiu a um custo de 22 iterações, resultando num valor ótimo de 0,2073, representando uma redução de 69% em relação ao valor da função objetivo no ponto inicial, que por outra referência, representa quase 80% de redução da vibração do cilindro sem a placa. Como esperado, foi verificada uma maior redução da função objetivo em

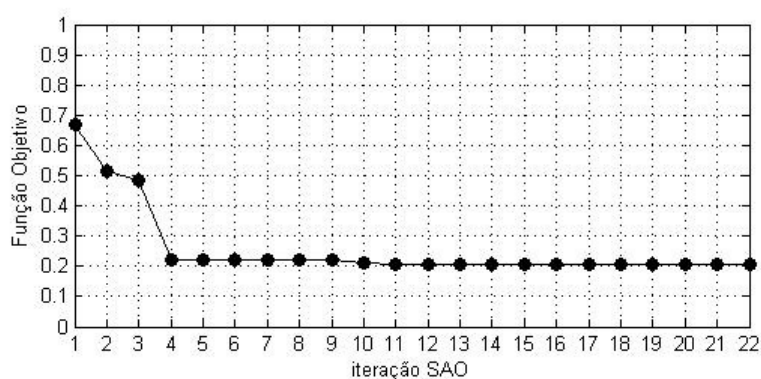
relação ao seu valor no ponto inicial, uma vez que através do estudo paramétrico, observa-se que o ponto inicial localiza-se distante do possível ótimo do problema. Entretanto, o valor da função objetivo no ponto ótimo deste processo SAO foi maior ao obtido do processo quando considerando o ponto inicial próximo do ótimo, isto é, como esperado, a minimização é mais eficiente partindo-se de um ponto inicial mais próximo do ótimo do problema. Assim, é demonstrada a importância da definição do ponto inicial baseando-se em estudos preliminares, ou experiência do projetista, uma vez que a estratégia SAO irá encontrar a melhor solução possível em torno do ponto inicial especificado.

As Figuras 38 (a) e (b) apresentam, respectivamente, os históricos da variável de projeto e da função objetivo durante o procedimento de otimização. Nota-se que em quatro iterações o valor da função objetivo obtido já se encontra próximo do ótimo, porém devido ao comportamento oscilatório da função e à baixa tolerância definida no processo como critério de parada, a estratégia SAO é continuada sem avanços significativos na redução da função objetivo. No histórico da variável de projeto, é representada a atualização das regiões de confiança, através dos pontos em cruz. Pode ser comentado a este respeito, que até o encontro do mínimo (quarta iteração), a região de confiança se expande continuamente, como consequência de boa aproximação do modelo substituto nestas iterações. Em seguida, como consequência do comportamento oscilatório da função objetivo, o modelo substituto não apresenta o mesmo desempenho, e as regiões de confiança seguintes tendem a se contrair.

Figura 38-Histórico do SAO de otimização do afastamento da chapa (ponto inicial em $c/D=2,0$):
(a) Variável de projeto, (b) Função objetivo.



(a)

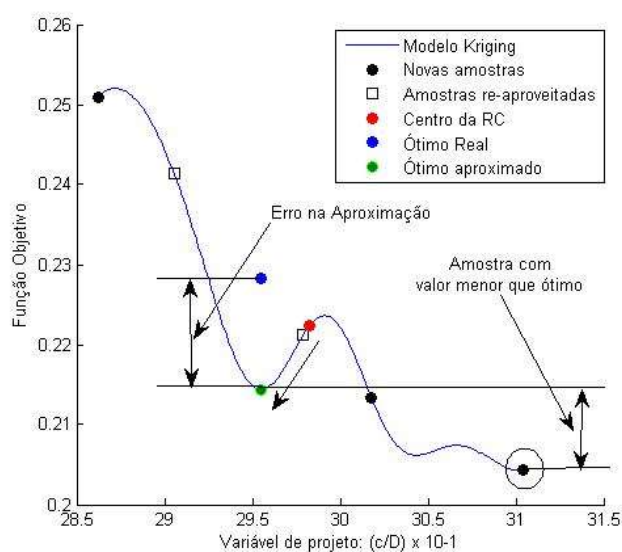


(b)

Fonte: O Autor (2012)

Em função do comportamento acima observado, foram analisados alguns modelos substitutos construídos localmente durante a otimização. A Figura 39 apresenta o modelo aproximado construído na região de confiança da sétima iteração SAO. Pode ser observado nesta figura, o reuso das amostras na construção do modelo. É também possível notar, que nesta iteração do SAO o valor da função objetivo no ponto ótimo do modelo real foi superior ao do modelo substituto, implicando em nova iteração do SAO com o mesmo ponto central e contração da região de confiança.

Figura 39- Região de confiança da sétima iteração SAO.



Fonte: O Autor (2012)

Ainda analisando a Figura 39, é importante comentar sobre a existência de uma amostra com valor da função objetivo inferior ao ótimo encontrado pelo algoritmo SQP, responsável pela otimização local utilizando o modelo substituto. Sabe-se que algoritmos de otimização como o SQP não garantem a convergência para o mínimo global, como pode ser demonstrado neste caso. Entretanto, para uma possível melhoria no desempenho da estratégia SAO, pode ser sugerida alguma modificação no algoritmo de atualização da região de confiança.

A modificação na atualização das regiões de confiança sugerida neste trabalho consiste em comparar o valor ótimo real com os valores das amostras realizadas naquela região, e assim, definir o ponto central da próxima região de confiança para o menor dos valores. Esta alteração proposta não foi realizada neste trabalho, mas é colocada aqui como sugestão para trabalhos futuros.

Também é possível a utilização de estratégias híbridas, combinando-se, como por exemplo, algoritmos evolucionários com o SAO. Desta forma, o primeiro poderia ser responsável pela identificação das regiões de possível ótimo global, e em seguida, aplica-se a estratégia SAO para otimização local.

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

No presente trabalho, utilizando-se de uma ferramenta computacional desenvolvida para o estudo de problemas de interação fluido-estrutura, o problema das Vibrações Induzidas por Vórtices (VIV) foi investigado obtendo-se resultados satisfatórios, como descritos a seguir.

Ainda que os deslocamentos da estrutura, decorrentes do fenômeno de VIV, normalmente não ocasionem sua ruína, essas vibrações podem causar desconforto físico aos usuários, fadiga do material e/ou problemas de fixação, por exemplo, em estruturas aparafusadas. Assim, torna-se motivador o estudo do fenômeno no objetivo de minimizar essas vibrações.

A partir de soluções para supressão das vibrações induzidas por vórtices já publicadas na literatura, o objetivo deste trabalho foi aplicar técnicas de otimização a estas soluções para encontrar os parâmetros que conduziam à minimização da amplitude de oscilação da estrutura, que foi aqui considerada como um corpo rígido.

A simulação numérica deste tipo de problema é cara computacionalmente, cada avaliação da função objetivo consome em torno de dez horas para ser concluída, mesmo quando realizada num computador com sua configuração mais atualizada. Por esta razão, um processo de otimização, que necessita de várias avaliações das funções objetivo, restrições e gradientes, se torna viável somente através do uso de uma estratégia baseada em Modelos Substitutos. Neste trabalho, a estratégia de Otimização por Aproximação Sequencial (SAO) foi utilizada para este fim. Como técnicas de Projeto de Experimentos (DOE) e Ajuste de dados, foram utilizados, respectivamente, o Hipercubo Latino (LHS) e Krigagem.

Na próxima seção serão sintetizadas conclusões a respeito dos resultados obtidos dos estudos e experimentos realizados neste trabalho. Na seção seguinte, serão feitas algumas sugestões para trabalhos futuros.

6.1 Conclusões

6.1.1 Modificação no SAO

Uma modificação no algoritmo SAO foi realizada com objetivo de ganho de robustez e eficiência da estratégia. Com esta modificação, em uma determinada iteração

do SAO, para construção do modelo substituto naquela Região de Confiança, amostras das iterações anteriores são incluídas no cálculo do Modelo Substituto. Com isto, em testes realizados com função analítica, o maior nível de informação para a Krigagem, em média, resultou em economia computacional de aproximadamente 38%. Ainda, as otimizações que convergiram para o ótimo conhecido aumentaram de 55% para 100%. Baseando-se nestes testes, a utilização do esquema com reuso das amostras mostrou-se valioso para a estratégia e foi utilizado nos estudos de otimização do fenômeno de VIV.

6.1.2 Otimização com aplicação de uma excitação acústica

No primeiro caso de otimização, foi estudada a solução através de aplicação de uma excitação acústica na superfície da estrutura, que resulta em um acréscimo de quantidade de movimento na região da camada limite, modificando a configuração do escoamento. Neste caso foram procurados os parâmetros da excitação acústica (frequência, amplitude e ângulo de aplicação) que conduzissem a uma redução máxima das vibrações da estrutura. A excitação acústica é idealizada por uma velocidade periódica aplicada em dois pontos da superfície do cilindro, com direção normal à superfície. Os resultados encontrados e apresentados mostram uma redução na amplitude de deslocamento do cilindro de até 80%. Quando comparado com análise de estudos já publicados na literatura, o resultado da otimização representou um avanço na redução das vibrações de 60%.

6.1.3 Otimização através de uma chapa atrás do cilindro

Uma segunda solução proposta na literatura para supressão de VIV consiste no posicionamento de uma chapa na região a jusante do cilindro. Esta solução também foi estudada aplicando-se técnicas de otimização, considerando como única variável de projeto o afastamento da chapa em relação ao cilindro. As dimensões da chapa, isto é, seu comprimento e espessura, foram considerados fixos durante o processo. Os resultados obtidos da otimização apresentaram uma redução nas vibrações do cilindro de 86%. Para este mesmo caso, em um segundo processo de otimização, foi considerado um ponto inicial distante em relação ao ponto ótimo obtido. A estratégia SAO não convergiu para o mesmo ponto, porém ainda apresentou uma redução de aproximadamente 80% das vibrações do cilindro. Em relação ao ponto inicial escolhido, o valor ótimo obtido

representou redução da função objetivo de 69%. Foi mostrada a importância da realização dos estudos paramétricos aqui apresentados para definição dos parâmetros a serem utilizados na otimização, principalmente, o ponto inicial.

Conclui-se que as técnicas aqui empregadas foram satisfatórias em relação ao seu objetivo. Viabilizando-se o processo de otimização através do uso de estratégia por modelos substitutos, foram obtidas reduções representativas nas vibrações da estrutura, induzidas pela formação de vórtices.

6.2 Sugestões para trabalhos futuros

No mesmo campo de atuação do presente trabalho, outros problemas de otimização aplicada à interação fluido-estrutura podem ser explorados. Seguem algumas sugestões para desenvolvimento de trabalhos futuros:

- Validação dos casos aqui estudados através de estudos experimentais;
- Aplicação das técnicas aqui empregadas em casos práticos de engenharia;
- Estudo de problemas de interação fluido-estrutura considerando espaços tridimensionais;
- Consideração de estrutura deformável;
- Inclusão de modelos de turbulência;
- Estudo de otimização da forma da estrutura;
- Consideração de vários objetivos simultâneos empregando para tal, soluções técnicas específicas de otimização multiobjetivo;
- Consideração de estratégias de otimização evolucionárias e híbridas para a solução dos problemas aqui estudados;
- Implementação de “Remeshing” para o movimento da chapa por trás do cilindro;

REFERÊNCIAS

ANTUNES, A. **Um sistema computacional flexível utilizando uma formulação “ALE” e o Método Dos Elementos Finitos para a análise de problemas de interação fluido-estrutura. 2002.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2002.

ANTUNES, A. et al. An ALE Finite Element Formulation and Fractional Step Method to Solve Fluid-Structure Interaction Problems with Modified Laplacian Equation for Mesh Movement. *In: Brazilian Congress of Mechanical Engineering*, 21., 2011. **Anais [...]**, Natal: ABCM, 2011.

ANTUNES, A. R. E. **Um Sistema Computacional Utilizando uma Formulação do Tipo Fractional Step e o Método dos Elementos Finitos por Arestas para a Análise de Escoamentos Incompressíveis 3D Usando Computação Paralela. 2008.** Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2008.

ANTUNES, A. R. E.; LYRA, P. R. M.; WILLMERSDORF, R. B. A Methodology and Computational System for the Simulation of Fluid-Structure Interaction Problem. **J. Braz. Soc. Mech. Sci. & Eng.**, Rio de Janeiro, v. 27, n. 3, p. 255-265, 2005.

ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design.** Iowa: Elsevier, 1989.

ATREK, . E. et al. **New Directions in Optimum Structural Design.** Bath: John Wiley and Sons, 1984.

BEALE, E. M. L. **Introduction to optimization.** London: John Wiley and Sons, 1988.

BLEVINS, R. D. **Flow-Induced Vibration.** Malabar: R. E. Krieger Publishing Inc, 1986.

BLOOM, J. F.; LEYLAND, P. **Consistency Analysis of Fluid-Structure Interaction Algorithms.** Barcelona, Spain: European Cong. on Comp. Methods in App. Scienc and Eng. (ECCOMAS). 1998.

CASTRO, R. E. **Otimização de estruturas com Multi-objetivo via Algoritmo Genético. 2001.** Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - COPPE/UFRJ. Rio de Janeiro. 2001.

CHORIN, A. J. **A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Problem.** Nova Iorque: Elsevier, 1967.

CLOUGH, R. W. **Dynamics of Structures**. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1995.

CODINA, R. Stabilized finite element approximation of transient incompressible flows using orthogonal subscales. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 191, n. 39-40, p. 4295-4321, 2002.

CORREIA, A. C. **Simulações computacionais da formação de vórtices em um cilindro circular, com ênfase na vibração induzida por vórtice**. 2001. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2001.

CURRIE, I. G. **Fundamental Mechanics of Fluids**. Nova Iorque: McGraw-Hill, 1974.

ELDRED, M. S.; GIUNTA, A. A.; COLLIS, S. S. Second-Order corrections for Surrogate-Based Optimization with Model Hierarchies.: *In*: AIAA/ISSMO Multidisciplinary Analysis and Optimization Conference, 10., 2004, Albany. **Anais [...]**. Albany: AIAA, 2004. p. 2004-4457.

GIUNTA, A. A. Use of Data Sampling, Surrogate Models, and Numerical Optimization in Engineering Design. *In*: AIAA Aerospace Sciences Meeting Exhibit, 40., 2002. **Anais [...]**. Reno: AIAA, 2002.

HAFTKA, R. T.; GURDAL, Z. **Elements of Structural Optimization**. Dodrecht: Kluwer Academic Publishers, 1993.

HIEJIMA, S. et al. Numerical study on the supression of the vortex-induced vibration of a circular cylinder by acoustic excitation, v. 67-68, p. 325-335, 1997.

HOROWITZ, B. **Notas de Aula sobre Otimização Estrutural**. Recife: [s.n.], 1998.

HUGHES, T. J. R. **The Finite Element Method**. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, Inc, 1987.

HUGHES, T. J. R.; LIU, W. K.; ZIMMERMANN, T. K. Lagrangian-Eulerian Finite Element Formulation for Incompressible Viscous Flows. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 29, p. 329-349, 1981.

KANCHI, H.; MASSUD, A. A 3D adaptive mesh moving scheme. **International Journal for Numerical Methods in Fluids**, v. 54, p. 923-944, 2007.

KIRSCH, U. **Structural Optimization: Fundamentals and Applications**. Haifa: Springer-Verlag, 1993.

LIRA JÚNIOR, J. D. **Otimização com modelos substitutos considerando incertezas em reservatórios de petróleo**. 2012. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2012.

LOPHAVEN, S.; NIELSEN, H.; SONDERGAARD, J. **DACE A MATLAB Kriging Toolbox**. Kgs. Lyngby: Informatics and Mathematical Modelling, 2002.

MACÊDO, C. M. H. **Otimização de Treliças Planas sob Várias Solicitações com Ênfase a Problemas Multiobjetivos**. 2002. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2002.

MCKAY, M. D.; BECKMAN, R. J.; CONOVER, W. J. A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. **Technometrics**, v. 21, n. 2, p. 239-245, 1979.

NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical Optimization**. Nova Iorque: Springer-Verlag, 2000.

NOMURA, T.; HUGHES, T. J. R. An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Interaction of Fluid and a Rigid Body. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, v. 95, p. 115-138, 1992.

SILVA, M. F. **Estratégias de aproximação para a otimização estrutural**. 2009. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Pernambuco. Recife. 2009.

SIMPSON, T. W. et al. Kriging Models for Global Approximation in Simulation-Based Multidisciplinary Design Optimization. **AIAA Journal**, v. 39, n. 12, p. 2233-2241, 2001.

SIMPSON, T. W. et al. **Metamodels for computer based Engineering: Survey and recommendations**. Georgia Institute of Technology. Atlanta. 2001.

SOTO, O. et al. A stabilized edge-based implicit incompressible flow formulation. **Computational Methods Applied in Mechanics and Engineering**, v. 193, p. 2139-2154, 2004.

SOTO, O.; LOHNER, R.; CEBRAL, J. An Implicit Monolithic Accurate Finite Element Scheme for Incompressible Flow Problems. *In: AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 15., 2001, Anaheim. **Anais [...]**. Anaheim: AIAA, 2001.

TEMAM, R. **Sur l'approximation de la Solution des Équations de Navier-Stokes par la Méthode des pas Fractionnaires (I).** [S.l.]: Arch. Ration. Mech. Anal. 1969.

VANDERPLAATS, G. N. **Numerical Optimization Techniques for Engineering Design - with Applications.** Nova Iorque: MacGraw-Hill, 1994.

ZDRAVKOVICH, M. M. Review and classification of various aerodynamic and hydrodynamic means for suppressing vortex shedding. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 7, n. 2, p. 145-189, 1981.

ZIENKIEWICZ, O. C.; TAYLOR, R. L. **The finite element method: basic formulation and linear problems.** Nova Iorque: MacGraw-Hill, 1988.