



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENERGIA NUCLEAR

COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR
CENTRO REGIONAL DE CIÊNCIAS NUCLEARES

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIAS ENERGÉTICAS E
NUCLEARES

CLÓVIS CORREA DE ALBUQUERQUE SEGUNDO

**ANÁLISE NEUTRÔNICA COM DOIS GRUPOS DE NÊUTRONS DE
UM REATOR ANELAR PULSADO**

Recife
2018

CLÓVIS CORREA DE ALBUQUERQUE SEGUNDO

**ANÁLISE NEUTRÔNICA COM DOIS GRUPOS DE NÊUTRONS DE
UM REATOR ANELAR PULSADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares do Departamento de Energia Nuclear da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de concentração: Engenharia de Reatores.

Orientador: Prof^o. Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira

Recife
2018

Catálogo na fonte
Bibliotecário Carlos Moura, CRB-4 / 1502

S456a Segundo, Clóvis Correa de Albuquerque.
Análise neutrônica com dois grupos de nêutrons de um reator anelar pulsado. / Clóvis Correa de Albuquerque Segundo. - Recife, 2018.
91 f. : il., figs., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares, 2018.
Inclui referências, apêndices e anexos.

1. Engenharia nuclear. 2. Fluxo de nêutrons. 3. Equação da difusão. 4. Modelo de dois grupos. I. Lira, Carlos Alberto Brayner de Oliveira, orientador. II. Título.

CDD 621.48 (22. ed.)

UFPE
BDEN/2019-03

CLÓVIS CORREA DE ALBUQUERQUE SEGUNDO

**ANÁLISE NEUTRÔNICA COM DOIS GRUPOS DE NÊUTRONS DE
UM REATOR ANELAR PULSADO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares do Departamento de Energia Nuclear da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências.

Aprovada em: 13/12/2018.

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Jair de Lima Bezerra (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^a. Dr^a. Carlos Rafael García Hernández (Examinador Externo)
Instituto Superior de Tecnologías y Ciencias Aplicadas (InSTEC) em Havana

Prof^o. Dr. Leorlen Yunier Rojas Mazaíra (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Ao meu querido e amado pai (in memoriam).

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao Senhor nosso Deus Todo Poderoso, Criador do céu e da terra (Sl19).

Aos meus amados familiares: minha esposa Solange e filhas Melina e Laís, pela cobrança, motivação e inspiração, bem como pela obrigação em dar exemplo e encorajá-las a nunca desistir, nada é impossível de ser feito.

À minha mãe Maria Dirce, ao meu pai Clóvis por terem me gerado, educado e transformado em um apreciador da engenharia e das ciências, bem como a minha irmã Isabelle pelas experiências e experimentos na infância.

Aos meus sobrinhos(as), tios(as), avôs, sogros e cunhadas pela compreensão das muitas ausências, bem como aos demais amigos e familiares.

Ao meu coordenador chefe Dr. Domingos Sávio, ao chefe imediato Marco Aurélio Affonso e sua esposa Maria de Lourdes, pelo incentivo, confiança e motivação.

Ao Professor Dr. Mário Augusto, por sua dedicação diuturna ao trabalho e orientação neste trabalho e em outros trabalhos e afazeres dentro e fora do mundo acadêmico. Ao meu nobre orientador, Professor Dr. Carlos Brayner, por todos os momentos de orientação, gentileza e compartilhamento de saberes e conhecimento. Desde os pequenos detalhes até os assuntos mais complexos

Ao Professor Dr. Jair de Lima Bezerra pelos ensinamentos sobre física de reatores e demais assuntos relacionados a este trabalho, bem como a dedicação e atenção a mim dispendida pelo Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima sobre as questões relevantes na área de engenharia nuclear e ao Dr. Leorlen Rojas Mazaira pela sua generosa atenção e esclarecimentos acerca das melhores formas de se fazer o processamento da parte computacional assim como sobre os demais assuntos relacionados a confecção deste trabalho.

Registro que esse trabalho jamais chegaria ao fim sem a crítica, sugestões, correções e orientação, além dos professores já citados, do professor Dr. Carlos Rafael Garcia Hernandez e do Dr. Daniel González Rodriguez.

Agradeço gentil e imensamente as senhoras Kalydja Izabel, Nilvânia Monteiro, Dona Alene e a todos os demais funcionários do PROTEN, bem como aos senhores (as) vigilantes Josenildo Jorge, Verônica Lopes, Edjan Lopes, Jacilene

Maria, Everton Cabral e todos os demais vigilantes. Também externo imensamente minha eterna gratidão e carinho as senhoras Vânia, Rafaela, Lia e aos senhores Viera, Zacarias, Seu Antônio e aos demais trabalhadores do Proten pelos seus trabalhos diuturnos para que tudo ocorra na forma certa e no tempo certo. Serei eternamente grato pelo carinho, dedicação e atenção nos grandes e pequenos detalhes que, quando somados todos, tornam-se praticamente infinitos.

Por fim, externo também meus agradecimentos aos nobres colegas pós-graduandos Pedro Paiva e César Leonardo pelos debates e compartilhamento de ideias, bem como aos demais alunos de mestrado e doutorado do PROTEN e de outros programas pelos debates sobre física de reatores, matemática, engenharia e as demais área do conhecimento.

*"A teoria deve ser uma observação e não uma doutrina."
(CLAUSEWITZ, 1832, Da Guerra, p. 113)*

RESUMO

A produção de fontes nêutrons de alta intensidade é importante para a física nuclear básica, bem como nos experimentos e testes de materiais, além da sua importância para produção de isótopos nucleares. De forma que os reatores nucleares têm sido utilizados como fontes de fluxos de nêutrons de alta intensidade, muito embora a obtenção de tais níveis seja limitada pela dificuldade de remoção da energia térmica gerada pelo processo de fissão. Assim, trabalhos com reatores pulsados periódicos, que fornecem regiões de fluxos supercríticos com alta velocidade, são extremamente relevantes. O objetivo deste trabalho foi desenvolver uma análise para a distribuição do fluxo de nêutrons do VICHFPR usando a Teoria de Dois Grupos Energéticos de nêutrons que, por sua vez, utiliza a equação da difusão para descrever o fluxo neutrônico, resultando em uma equação diferencial parcial. A partir deste ponto, a equação é discretizada através do Método semi implícito das diferenças finitas de Crank–Nicolson para em seguida ser resolvida computacionalmente. Tornando, assim, a simulação mais realista em relação a Teoria de um grupo, conferindo maior precisão e detalhe à distribuição neutrônica dentro do núcleo do reator. A simulação computacional descreve o comportamento neutrônico de dois grupos: um grupo rápido e outro termico. Devidamente descritos dentro do núcleo do reator a fim de compará-los tanto entre si quanto com o resultado de um grupo. Os resultados encontrados indicam uma boa precisão para o trabalho com um grupo de nêutrons, todavia ressalta a importância da simulação com mais grupos de energia em virtude da ampliação do espectro de energia e também da precisão.

Palavras-chave: Fluxo de nêutrons. Equação da difusão. Modelo de dois grupos.

ABSTRACT

The production of high-intensity neutron sources is important for basic nuclear physics, as well as in experiments and testing of materials, in addition to their important production of nuclear isotopes. Thus, nuclear reactors have been used as sources of high-intensity neutron fluxes, although the achievement of such levels is limited by the difficulty of removing the thermal energy generated by the fission process. Thus, work with periodic pulsed reactors, which provide regions of supercritical fluxes and high speed, are extremely relevant. The objective of this work was to develop an analysis for the distribution of denatured fluxes of VICHFPR using the Theory of Two Neutron Energetic Groups which, for its time, uses the diffusion equation to describe the neutron flux, resulting in a partial differential equation. From this point, the equation is discretized through the semi-implicit method of the finite differences of Crank-Nicolson and then solved computationally. This makes the simulation more realistic in relation to the group's theory, giving greater accuracy and detail to the neutron distribution inside the reactor core. The computational simulation describes the neutron behavior of two groups: a fast group and a thermal group. Properly described within the core of the reactor in order to compare them both with each other as with the result of a group. The results indicate a good precision for the work with a group of neutrons, but it emphasizes the importance of the simulation with more groups of energy by virtue of the amplification of the energy spectrum and also of the precision.

Keywords: Neutron flux. Diffusion equation. Two group model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Reator de Pesquisa da Universidade do Missouri	22
Figura 2 – Reator de Pesquisa Belga BR2	22
Figura 3 – Distribuição do uso de reatores em função das áreas de estudo	24
Figura 4 – Reator contínuo	27
Figura 5 – Reator pulsado	28
Figura 6 – Esquema para núcleo pulsado anelar	30
Figura 7 – Esquema para núcleo pulsado anelar	30
Figura 8 – Esquema de multigrupos	32
Figura 9 – Gráfico 60 nós na malha	62
Figura 10 – Gráfico 100 nós na malha	63
Figura 11 – Gráfico 150 nós na malha	64
Figura 12 – Gráfico 200 nós na malha	65
Figura 13 – Gráfico 250 nós na malha	66
Figura 14 – Gráfico Dois grupos 60 nós na malha	67
Figura 15 – Gráfico Dois grupos 100 nós na malha	68
Figura 16 – Gráfico Dois grupos 150 nós na malha	69
Figura 17 – Gráfico Dois grupos 200 nós na malha	70
Figura 18 – Gráfico Dois grupos 250 nós na malha	71
Figura 19 – Gráfico 60 nós na malha	72
Figura 20 – Gráfico 100 nós na malha	72
Figura 21 – Gráfico 150 nós na malha	73
Figura 22 – Gráfico 200 nós na malha	74
Figura 23 – Gráfico 250 nós na malha	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Aplicações comuns de 273 reatores de pesquisa no mundo	20
---	----

LISTA DE ABREVIACÕES

PROTEN	Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares
VICHFPR	Very Intense Continuous High Flux Pulsed Reactor
IPEN/USP	Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares/Universidade de São Paulo
TRIGA	Training, Research, Isotopes, General Atomics
G.A	General Atomics
FRMZ	Forschungsreaktor Mainz
MTR	Materials Test Reactor
IAEA	Agência Internacional de Energia Atômica
MURR	Reator de Pesquisa da Universidade do Missouri
BR2	Reator Belga-2

LISTA DE SÍMBOLOS

A, B, C	Variáveis auxiliares
B_T^2	Buckling transversal variável
B_x^2	Buckling transversal na direção x
B_y^2	Buckling transversal na direção y
B_z^2	Buckling transversal na direção z
D, D_1, D_2	Coefficiente de difusão e/ou no grupo 1 ou 2
dV	Diferencial de Volume
dA	Diferencial de Área
\mathbf{J}	Vetor densidade de corrente neutrônica
k	Fator de multiplicação
M_1, M_2	Matrizes da equação de fluxo
n	Densidade neutrônica
N_1, N_2	Matrizes da equação de fluxo
p	Probabilidade de escape à ressonância
\mathbf{r}	Vetor posição
r	Parâmetro de Crank-Nicolson generalizado
s	Intensidade da fonte de nêutrons
t	tempo
V	velocidade do modulador
v, v_1, v_2	Velocidade dos nêutrons e/ou no grupo 1 ou 2
χ_1, χ_2	Fração de nêutrons nascidos no grupo 1 ou 2
∂	Derivada Partial
∇	Nabla
Δx	Intervalo de comprimento da discretização

Δt	Intervalo de tempo da discretização
ϵ	Fator de fissão rápida
ν	Quantidade de nêutrons emitidos por fissão
$\Sigma_a, \Sigma_{a1}, \Sigma_{a2}$	Secção de choque macroscópica de absorção e/ou no grupo 1 ou 2
$\Sigma_f, \Sigma_{f1}, \Sigma_{f2}$	Secção de choque macroscópica de fissão e/ou no grupo 1 ou 2
$\Sigma_{th}, \Sigma_{th1}, \Sigma_{th2}$	Secção de choque macroscópica de transporte e/ou no grupo 1 ou 2
ϕ, ϕ_1, ϕ_2	Fluxo neutrônico e/ou no grupo 1 ou 2
∇	Operador gradiente
$\nabla \cdot$	Operador divergente
∇^2	Operador Laplaciano

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
2	REVISÃO DA LITERATURA	19
2.1	Reatores de pesquisa	19
2.2	Aplicações de Reatores de pesquisa	20
2.2.1	Produção de radioisótopos	21
2.2.2	Espalhamento de nêutrons e radiografia	23
2.2.3	Reatores de pesquisa para teste de materiais	25
2.2.4	Treinamento e educação	25
2.3	Classificação quanto a fluxo e ao modo de operação	26
2.3.1	Reatores com alto fluxos de nêutrons	26
2.3.2	Reatores Contínuos	26
2.3.3	Reatores pulsados	27
2.4	O conceito de VICHFPR	29
2.5	O problema central do reator: distribuição do fluxo de nêutrons	31
2.5.1	Um grupo de nêutrons	31
2.5.2	Modelo de Multi-grupos	31
2.5.3	Dois grupos de nêutrons	32
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	33
3.1	Teoria da Difusão	33
3.2	Equação da Difusão	34
3.3	Equação da Continuidade	34
3.4	Lei de Fick	35
3.5	Método da Diferença Finita	37
3.5.1	Modelo explícito para o Método das Diferenças Finitas	38
3.5.2	Modelo implícito do Método da Diferença Finita	40
3.5.3	Modelo semi-implícito para o Método das Diferenças Finitas	41
4	METODOLOGIA	43
4.1	Equação da Difusão para o núcleo do VICHFPR	43
4.1.1	Considerações sobre o modelo matemático	43
4.1.2	Desenvolvimento do modelo matemático	44
4.2	Distribuição do espectro de energia dos nêutrons	47
4.2.1	Modelo de um grupo de energia	47
4.2.2	Modelo para dois grupos de energia	48

4.3	Discretização do modelo matemático através do método de Crank-Nicholson	52
4.3.1	Discretização para um grupo de energia	53
4.3.2	Discretização para dois grupo de energia	55
4.4	Convergência, consistência e estabilidade	57
4.4.1	Consistência	58
4.4.2	Convergência	58
4.4.3	Estabilidade	58
4.5	Processamento computacional	59
4.5.1	Código computacional para um grupo de energia	59
4.5.2	Código computacional para para dois grupos de energia	59
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	61
5.1	Distribuição do fluxo de nêutrons	61
5.1.1	Um grupo de nêutrons	61
5.1.2	Dois grupos de nêutrons	66
5.1.3	Comparação dos resultados	71
5.2	Estabilidade do método em função dos parâmetros	75
6	CONCLUSÕES	76
	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICE A – CÓDIGO PARA SIMULAÇÃO DE UM GRUPO DE NÊUTRONS - OCTAVE	79
	APÊNDICE B – PROGRAMA PARA SIMULAR DOIS GRUPOS DE NÊUTRONS	83
	ANEXO A – PARÂMETROS DO REATOR EM FUNÇÃO DA ENERGIA: UM GRUPO	90
	ANEXO B – PARÂMETROS DO REATOR EM FUNÇÃO DA ENERGIA: DOIS GRUPOS	91

1 INTRODUÇÃO

A obtenção de fontes de nêutrons está relacionada a fissões nucleares, sendo assim, dentro do núcleo de um reator nuclear, mais precisamente, no componente do combustível de seu núcleo é onde ocorre a produção de nêutrons (DUDERSTADT, 1976). Desta forma, as pesquisas e desenvolvimento de reatores nucleares estão centradas em três grandes propósitos: 1. Reatores de geração de potência; 2. Reatores para treinamento de pessoal; e 3. Reatores de pesquisas. O primeiro visa à geração de energia para atender as demandas energéticas, o segundo está relacionado ao treinamento e capacitação de pessoal e, por fim, o terceiro que, em sua grande maioria trata da produção de radioisótopos tal como o VICHFPR (Very Intense Continuous High Flux Pulsed Reactor), modelo de reator utilizado neste trabalho.

No Brasil, o primeiro reator de pesquisa instalado em 1956 é o IEA-R1 no IPEN/USP. Trata-se de um reator de pesquisa tipo piscina, moderado e refrigerado à água leve e que utiliza elementos de berílio e de grafite como refletores. Projetado para operar a uma potência máxima de 5 megawatts, cuja operação é baseada na produção de radioisótopos para uso em medicina nuclear, produção de fontes radioativas para gamagrafia industrial e de radioisótopos, irradiação de amostras para a realização de análises multi-elementares, pesquisas em Física Nuclear, serviços de neutrongrafia, bem como treinamento de pessoal licenciado para operação de reatores. (PEREIRA, 2017)

Para este trabalho, foi considerado mais especificamente a importância de reatores de pesquisa pulsados tal como é a proposta do VICHFPR, de forma que é importante citar o reator TRIGA (Training, Research, Isotopes, General Atomics). Trata-se do reator nuclear de pesquisa mais utilizado no mundo. A General Atomics (GA) instalou 66 reatores TRIGA em universidades, laboratórios governamentais e industriais e centros médicos em 24 países. Os reatores da GA são usados em diversas aplicações, incluindo a produção de radioisótopos para medicina e indústria, testes não destrutivos, pesquisa básica sobre as propriedades da matéria e para educação e treinamento. Esses reatores operam em níveis de potência térmica em que funcionam entre potências menores que 0,1 megawatts até potências em torno de 16 megawatts. Todavia os reatores de pesquisa pulsados chegam até 22.000 megawatts. A alta potência de pulsação é possível devido às propriedades exclusivas do combustível de hidreto de urânio-zircônio da GA, que fornece características de segurança inigualáveis. (ATOMICS, 2018)

Ainda, para fins de comparação recente, é importante citar o reator FRMZ (Forschungsreaktor Mainz) por tratar-se de reator de pesquisa da Universidade de Mayence na Alemanha, sendo um dos três reatores de pesquisa em operação na Alemanha com uma potência térmica contínua de mais de 50 kW. O reator da Universidade Mainz FRMZ é um reator de piscina aberta do tipo TRIGA Mark II. Os outros dois são BER-II no Helmholtz-Center em Berlim que é um

reator de piscina aberta do tipo MTR. E, por fim, O reator FRM-II, localizado no instituto Heinz Maier Leibnitz em Garching (perto de Munique), que é um reator de alto fluxo com núcleo compacto. No capítulo 2, a Tabela 1 mostra as principais características do projeto dos três tipos de reatores já citados. (KOPPERS V. E MORALES, 2018)

A proposta do Reator de pesquisa VICHFPR, idealizado por Narain (1997), visa a obtenção de fluxos neutrônicos intensos, sendo, na época, um novo conceito de reator que combina as características de reatores pulsados e estacionários ao mesmo tempo e cuja denominação Very Intense Continuous High Flux Pulsed Reactor (VICHFPR) cuja configuração é baseada em um núcleo subcrítico com geometria anelar, pulsado por um feixe e refletor rotativo, configurando um modulador de reatividade, pois trata-se de um pulso de curta duração, aproximadamente 1 ms, de alta intensidade, estabelecendo na região adjacente ao modulador um estado de supercriticalidade pronta.

Portanto, o objetivo deste trabalho é desenvolver um modelo mais detalhado para simular a distribuição do fluxo neutrônico dentro do núcleo do VICHFPR. Desta forma, para as simulações computacionais relacionadas ao comportamento do fluxo neutrônico será utilizada o modelo de dois grupos de energia, com a posterior discretização e utilização de uma linguagem de alto nível.

2 REVISÃO DA LITERATURA

2.1 REATORES DE PESQUISA

Reatores de pesquisa compreendem uma ampla gama de reatores nucleares civis e comerciais que geralmente não são usados para geração de energia. O objetivo principal dos reatores de pesquisa é fornecer uma fonte de nêutrons para pesquisa e outros propósitos. Em se tratando de fonte de nêutrons, o fornecimento de feixes de nêutrons pode ter características diferentes dependendo do uso. A intensidade dos feixes são pequenos quando comparados aos reatores de potência cuja função principal é produzir calor para gerar quantidades úteis de eletricidade.([HORE-LACY, 2006](#))

A potência é designada em megawatts (ou kilowatts) térmicas (MWth ou MWt), sendo a potência máxima na ordem de até 100 MW, em comparação com 3.000 MW para um reator de potência típico. De fato, a potência total dos 248 reatores de pesquisa, em operação, do mundo é pouco superior a 3.000 MW.

Os demais propósitos dos reatores de pesquisa, dado que são dispositivos sofisticados, têm aplicações para pesquisa básica e aplicada nos campos de partículas e física nuclear, radioquímica, análise de atividades, ciências de materiais, energia e medicina nuclear. Além disso, são instrumentos poderosos para a produção de materiais de alta tecnologia, como uma grande variedade de isótopos radioativos, bem como materiais modificados por radiação para a microeletrônica, programas espaciais e outras áreas de tecnologia. Eles também permitem o teste de vários tipos de combustíveis nucleares e o estudo da resistência de novos materiais a exposição à radiação.

Além de fonte de fluxos de nêutrons, como já citado, são também fontes de radiação gama, neutrinos e outros tipos de radiação de alta intensidade, desempenhando um papel importante na ciência, indústria e na medicina.

Uma vez que muitos são localizados em universidades e instituições de pesquisa, os reatores de pesquisa participam ativamente no processo de educação e treinamento de estudantes de ciência e engenharia e de trabalhadores de usinas nucleares ([IAEA, 2014](#)).

Ainda a título de comparação com os reatores de potência, é importante destacar que os reatores de pesquisa são mais simples que aqueles e operam a temperaturas mais baixas e precisam de menos combustível, gerando também menos produtos de fissão que se acumulam quando o combustível é usado. Sobre o combustível, requerem urânio enriquecido, normalmente até 20% de U-235, embora alguns reatores de pesquisa mais antigos ainda usem urânio enriquecido a 93%. Também têm uma densidade de potência muito alta no núcleo, o que requer recursos especiais em relação ao projeto, sobretudo em relação à transferência do calor gerada,

pois o núcleo precisa de resfriamento, embora apenas os reatores de pesquisa com maior potência precisem de resfriamento forçado. Geralmente, um moderador é necessário para desacelerar os nêutrons e aumentar a fissão. Como a produção de nêutrons é sua principal função, a maioria dos reatores de pesquisa também precisam de um refletor para reduzir a perda de nêutrons do núcleo. (HORE-LACY, 2006)

2.2 APLICAÇÕES DE REATORES DE PESQUISA

Os reatores de pesquisa desempenham um papel importante no desenvolvimento da ciência e tecnologia nuclear. Eles são usados para pesquisa básica, produção de radioisótopos, espalhamento de nêutrons e radiografia, caracterização e teste de material. Eles também são ferramentas importantes de educação avançada e treinamento em tecnologia nuclear para energia e outras aplicações (IAEA, 2014).

Na Tabela 1 a seguir, apresenta-se uma síntese das aplicações mais comuns dos 273 reatores de pesquisa em operação nos estados membros da Agência Internacional de Energia Atômica .

Tabela 1 – Aplicações comuns de 273 reatores de pesquisa no mundo

Tipo de Aplicação	Número de pesquisas envolvidos (a)	Número de Estados-Membros que hospedam instalações utilizadas
Ensino e Treinamento	172	54
Análise de ativação de nêutrons	125	54
Produção de isótopos	94	45
Irradiação de material	75	29
Radiografia de nêutrons	71	40
Dispersão de nêutrons	50	33
Transmutação (dopagem de silício)	31	20
Geocronologia	25	21
Terapia de captura de nêutrons de boro, incluindo pesquisa e desenvolvimento	23	13
Transmutação (pedras preciosas)	22	13
Outros (b)	126	31

Fonte: (IAEA, 2014)

a

) Dos 273 reatores de pesquisa considerados, 248 estavam operacionais, 15 estavam em parada temporária, quatro estavam em construção e seis estavam planejados.

b) Outras aplicações incluem: calibração e teste de instrumentação e dosimetria; experimentos de blindagem; experimentos de física de reatores; medições de dados nucleares; e visitas e seminários de relações públicas.

2.2.1 Produção de radioisótopos

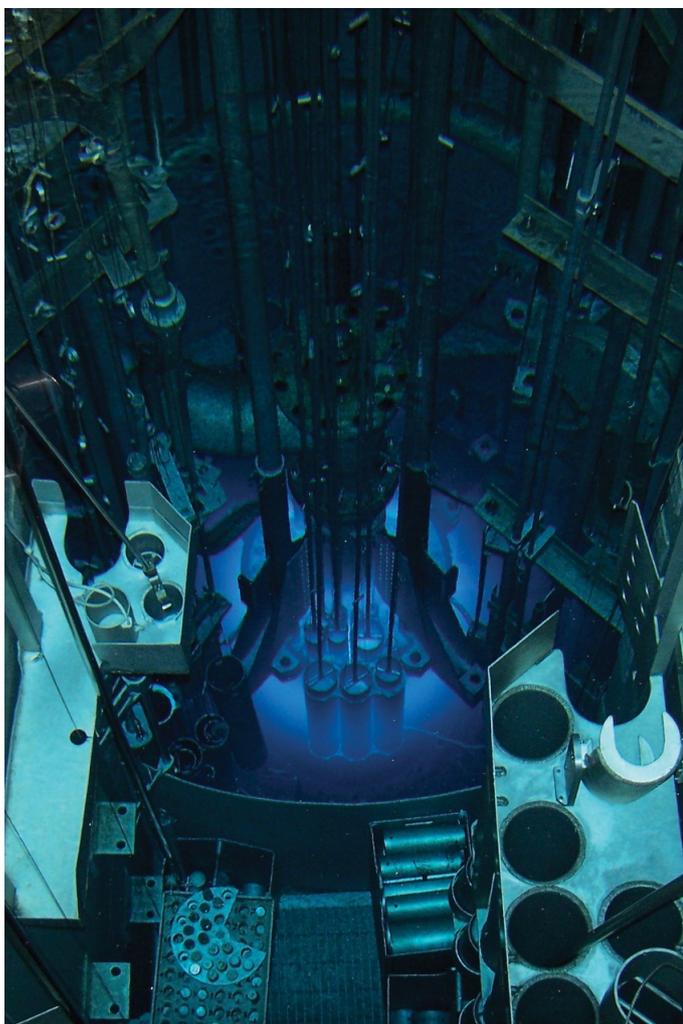
As aplicações de irradiação de reatores de pesquisa envolvem a inserção de amostras no reator, mais especificamente nas regiões no núcleo ou bem próximo, onde o fluxo de nêutrons é mais alto com o propósito de induzir a radioatividade e produzir isótopos, convertendo elementos e isótopos em outros elementos ou isótopos.

A produção de isótopos em reatores de pesquisa é baseada na absorção de nêutrons por um material alvo introduzido no núcleo do reator. Naturalmente, a quantidade de um isótopo que pode ser produzido em um determinado período de tempo aumenta à medida que o fluxo de nêutrons aumenta. Embora a taxa de produção possa ser linearmente proporcional ao fluxo de nêutrons em alguns casos, para isótopos que exigem múltiplos eventos sucessivos de captura de nêutrons, a taxa de produção é proporcional às potências mais altas do fluxo.

Muitos reatores de pesquisa produzem radioisótopos para fins comerciais, sobretudo para área médica. É importante destacar que os isótopos decaem com meia-vida na ordem de grandeza de horas ou dias, assim deve-se produzi-los rapidamente e em grandes quantidades, por isto a importância de reatores de pesquisa com alto fluxo de nêutrons, em torno de $10^{14} \text{n/cm}^2\text{s}$.

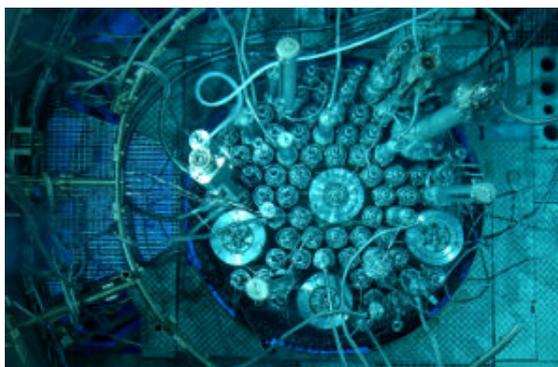
Vale à pena destacar o Reator de Pesquisa da Universidade do Missouri (MURR) (FIGURA 1) e o Reator Belga-2 (BR2) (FIGURA 2) são capazes de produzir uma grande variedade de radioisótopos. (BUTLER; FOYTO, 2016)

Figura 1 – Reator de Pesquisa da Universidade do Missouri



Fonte: (BUTLER; FOYTO, 2016)

Figura 2 – Reator de Pesquisa Belga BR2



Fonte: (BUTLER; FOYTO, 2016)

Sobre os produtos de transmutação, é importante enfatizar que o aumento de sua produção tem relação direta com a magnitude do fluxo de nêutrons. Desta forma um parâmetro importante para a maioria destas aplicações é o volume sobre o qual um fluxo de nêutrons é emitido de forma praticamente uniforme (NAP, 2016).

2.2.2 Espalhamento de nêutrons e radiografia

O uso de feixes de nêutrons fora do reator para uma variedade de propósitos científicos se dá devido à magnitude do fluxo necessário a certa distância do núcleo, a maior parte do trabalho de feixe só pode ser realizada por reatores de pesquisa de média e alta potência onde os requisitos específicos para cada aplicação são normalmente orientados de acordo com o nível de fluxo e/ou potência do reator.

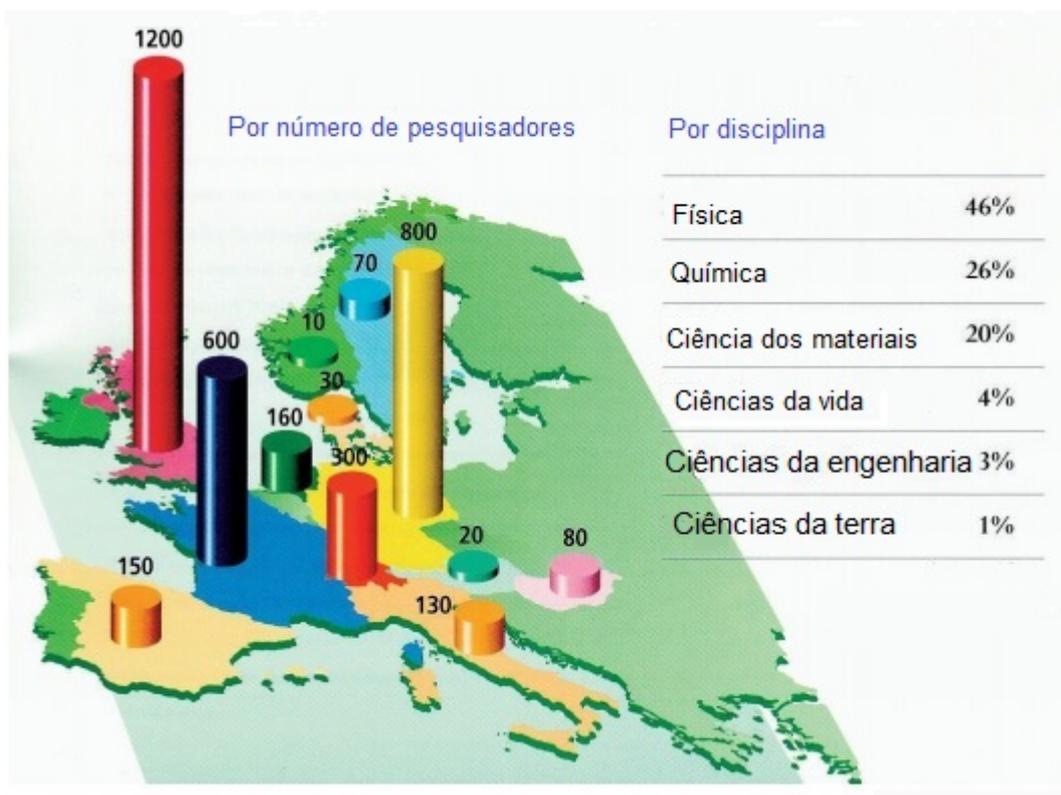
Durante o século passado, numerosas técnicas foram desenvolvidas para investigações em escala atômica que permitem aos cientistas descreverem essas interações fundamentais com precisão crescente. As técnicas de feixes de nêutrons deram contribuições importantes para o nosso conhecimento científico desde a década de 1940, quando começou a pesquisa sobre a estrutura do material no reator de pesquisa da Oak Ridge National Laboratory (R. JACOBSON D.L., 2004).

Os nêutrons, comparados aos raios X, feixes de elétrons ou luz, apresentam uma propriedade particular: ausência de carga elétrica. Esta condição permite que penetrem profundamente na maioria dos materiais, significando assim que grandes amostras de produtos semi-acabados ou de mesmos componentes podem passar por testes neutrônicos. Nenhum tratamento de superfície prévio é necessário e os testes não são destrutivos.

As aplicações de imagem usam feixes de nêutrons em função da atenuação destes, assim como uma radiografia dental produz uma imagem usando a atenuação de raios-x. Nêutrons e raios-x interagem diferentemente com materiais: a transmissão de raios X através de uma amostra diminui com o aumento do número atômico, mas a absorção de nêutrons não. Isso torna os nêutrons térmicos e os nêutrons frios ideais para materiais de imagem contendo átomos leves, como o hidrogênio, que constituem uma fração significativa de materiais biológicos e orgânicos, mas que são essencialmente invisíveis aos raios X. Um exemplo é o estudo da localização da água dentro de uma célula a combustível de trabalho (R. JACOBSON D.L., 2004).

É importante destacar, conforme a Figura 3, o número e a distribuição de utilização da técnica de feixe de nêutrons em operação nos Estados europeus cinquenta anos após o estabelecimento dos métodos básicos.

Figura 3 – Distribuição do uso de reatores em função das áreas de estudo



Fonte: (IAEA, 2014)

As técnicas de feixe de nêutrons estão agora bem estabelecidas e tornaram-se uma das primeiras técnicas de escolha para a caracterização detalhada de estruturas e dinâmicas atômicas e magnéticas para muitas novas classes importantes de materiais e seu processamento. Além de melhorarem significativamente a compreensão em áreas como a física da matéria condensada, química, nanotecnologia, ciência de polímeros, ciências da vida, pesquisa de energia sustentável, sensores e materiais inteligentes, biotecnologia, engenharia e arqueologia.

Os feixes de nêutrons são extraídos através de tubos colocados no moderador ou colocados na região entre o refletor e a região do núcleo do reator. De forma que os nêutrons retirados têm energias em diferentes faixas, dependendo, sobretudo, da região da coleta. Os feixes de nêutrons retirados diretamente da região próxima ao refletor estão à temperatura ambiente. Já os feixes retirados da região do moderador podem variar muito. Desde de feixes de nêutrons termalizados a temperaturas mais baixas, na ordem de 10-30 K, até feixes de nêutrons com temperaturas maiores, na ordem de 1000-3000 K.

Desta forma, os pesquisadores podem utilizar fontes de nêutrons térmicos, frios ou quentes para otimizar as condições experimentais de acordo com as características estruturais e dinâmicas do material em estudo.

Um feixe de nêutrons incidente sobre uma dada amostra pode interagir com esta de várias formas diferentes. Tal interação é determinada, física e matematicamente, através das

seção de choque transversal do material envolvido. Como resultado de cada interação, um nêutron pode ser absorvido, espalhado ou transmitido pelo material da amostra. Sendo assim, instrumentos especializados registram a distribuição de nêutrons, após a interação com a matéria. Tais instrumentos, que medem o espalhamento de nêutrons, são chamados de espectrômetros.

2.2.3 Reatores de pesquisa para teste de materiais

Uma classe importante de reatores de pesquisa, frequentemente chamada de reator de teste de materiais, é usada para testar o comportamento de materiais estruturais e combustíveis nucleares para a indústria de energia nuclear sob condições prototípicas de irradiação. Nêutrons de alta energia, com uma velocidade superior a 6.000 km/s, deslocam átomos e causam mudanças na estrutura microscópica dos materiais.

Essas mudanças microestruturais se acumulam por longos períodos de tempo em ambientes de radiação, com a taxa de mudança dependendo do fluxo de nêutrons. Dadas as consequências da falha material em muitas aplicações na indústria de energia nuclear, é necessário confirmar experimentalmente o desempenho do material após longas exposições à radiação. Para evitar tempos de irradiação impraticáveis, os fluxos de nêutrons no experimento devem ser muito mais altos do que aqueles experimentados no ambiente operacional normal.

Sendo assim, para um material projetado para permanecer em um reator de potência por até 60 anos, mesmo um nível de fluxo 20 vezes maior que o reator de energia requer 3 anos de irradiação para confirmar adequadamente seu comportamento.

Os estudos e teste de materiais ajudam a estabelecer a segurança dos reatores de potência e validam o comportamento do combustível em situações operacionais e também em casos de acidentes.

Desta forma, os testes de materiais visa obter uma previsão adequada do o comportamento dos materiais e equipamentos dentro do reator nuclear, tais como comportamento combustível do núcleo, dos metais utilizados nos vasos de pressão, dos circuitos eletrônicos e demais equipamentos. Tudo isso para que se possa determinar a vida útil destes materiais e equipamentos.

Portanto, o teste de materiais tem foco quase que exclusivamente na compreensão dos impactos dos ambientes de radiação do reator porque os próprios reatores fornecem um ambiente ideal.

2.2.4 Treinamento e educação

Os reatores de pesquisa são adequados para treinar operadores de usinas nucleares porque fornecem acesso prático aos sistemas dos reatores que estão ocultos nos reatores de potência, bem como no tocante à capacidade de simular condições anormais para fins de treinamento, o que, naturalmente, não pode ser feito em usinas nucleares de potência. O reator de pesquisa em funcionamento, independentemente da sua potência, também pode ser usado para treinamento

e educação mais técnica, incluindo educação formal de engenheiros nucleares e dos demais profissionais da manutenção e operação das instalações nucleares.

2.3 CLASSIFICAÇÃO QUANTO A FLUXO E AO MODO DE OPERAÇÃO

Outras duas perspectivas, muito pertinentes a este trabalho, são a intensidade do fluxo de nêutrons cuja unidade é n/cm^2s e o modo de operação do fluxo neutrônico. Sendo que, para esta última, os reatores podem ser classificados em contínuos: quando o fluxo neutrônico é constante durante a operação do sistema; e, por outro lado, os fluxos neutrônicos pulsados cuja natureza do fluxo é variante, podendo ser periódico ou não, tendo, neste caso, valores elevados de picos (pulsos) (LAMARSH, 2014).

2.3.1 Reatores com alto fluxos de nêutrons

Desde os primórdios das pesquisas com nêutrons, tem havido uma procura insaciável por fluxos de nêutrons mais elevados.

As fontes de nêutrons são baseadas em vários processos que liberam o excesso de nêutrons em núcleos ricos em nêutrons, tais como Berílio (Be), Tungstênio(W), Urânio (U), Tântalo(Ta) ou Chumbo (Pb). Atualmente, os maiores fluxos disponíveis estão em torno de $10^{15} n/cm^2seg$. Embora existam várias fontes de nêutrons, apenas algumas são realmente úteis para efeitos de dispersão (HAMMOUDA, 2016).

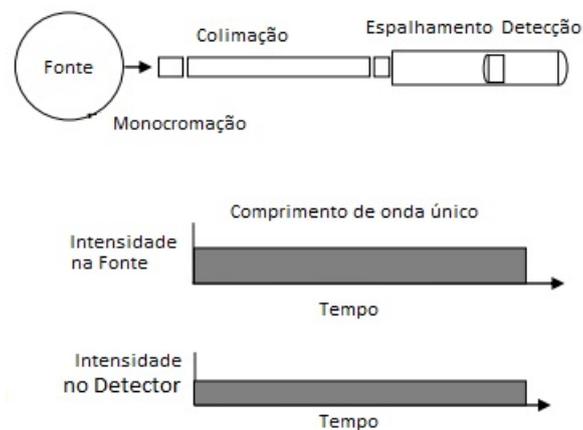
2.3.2 Reatores Contínuos

Desta forma, quanto aos reatores contínuos, é importante destacar que apenas pequenas melhorias no aumento do fluxo de reatores contínuos são esperadas devido à saturação da tecnologia, ou seja, trata-se de atingir o limite de taxa de remoção de calor mantendo as considerações de segurança operacional.

Por outro lado, as fontes pulsadas atingem fluxos mais altos de nêutrons, pois em se tratando de uma operação não contínua há de se conseguir uma melhor taxa de remoção de calor (HAMMOUDA, 2016).

Portanto, reatores contínuos operam em modo contínuo de geração de nêutrons, conforme ilustrado na figura 4:

Figura 4 – Reator contínuo



Fonte: (HAMMOUDA, 2016)

2.3.3 Reatores pulsados

Reatores pulsados são um tipo de reator que pode gerar energia através da fissão nuclear de forma controlada e recorrente. Como trata-se de pulso de nêutrons, este pode ser gerado de forma aperiódica ou periódica. Para o reator pulsado aperiódico, os pulsos de nêutrons são iniciados através da inserção rápida de excesso de reatividade. Enquanto que para o reator pulsado periódico, os pulsos de nêutrons são formados inteiramente com modulação de reatividade externa como, em muitos casos, através de refletores em movimento periódico (VINOGRADOVC, 2018).

A cerca dos parâmetros, é importante destacar que o monitoramento de parâmetros para reatores pulsados exige algumas características especiais, pois esse tipo de reator é comparado com reatores estacionários. Estas características são devidas ao modo como a energia é liberada e à presença de um modulador de reatividade. Quando um reator pulsado está operando com um nível médio de potência constante, sua cinética de nêutrons atrasada apresenta similaridade com reatores convencionais. Assim, os princípios gerais de controle são essencialmente os mesmos, mas certas peculiaridades devem ser observadas na forma como são feitas (SILVA, 2012).

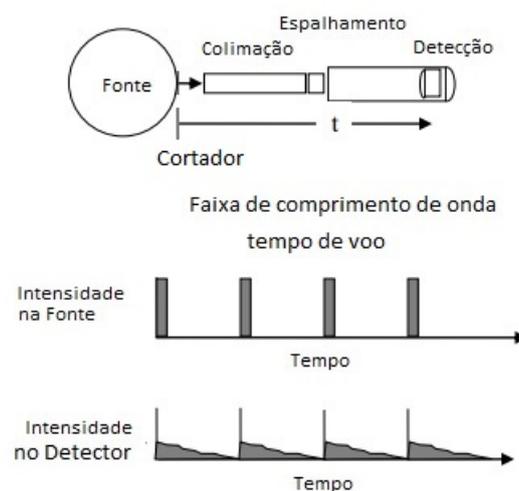
Reatores pulsados também podem ser usados para fornecer níveis intensos de fluxo de nêutrons. Um desses reatores é o GODIVA, que possui 50 kg de urânio enriquecido disposto em dois hemisférios móveis para atingir o estado supercrítico. Reatores pulsados térmicos como TRIGA e TREAT também foram usados para pesquisa e treinamento, mas não puderam fornecer níveis de fluxos suficientes nem para testes de material nem para produção de isótopos. Um avanço importante nos reatores pulsados foi obtido quando o primeiro reator pulsado periódico denominado IBR foi construído, iniciando com potências média e pico iguais a, respectivamente, 1 kW e 5 MW, e resfriado à ar. Posteriormente, a potência média foi aumentada para 30 kW usando o mesmo refrigerante de antes. Algumas modificações foram implementadas, fornecendo

uma potência média igual a 2 MW, enquanto a potência de pico atingiu 1500 MW desta vez com refrigerado a sódio líquido (SILVA, 2018).

Nos reatores pulsados já desenvolvidos até o momento, há diversas características importantes para este modelo, todavia, vale ressaltar que a mais relevante é a obtenção rápida do crescimento da potência que ocorre em função da geração de um pulso cuja duração é pequena, uma fração de segundos: conforme ilustrado nas figuras 5. Assim faz-se necessário que o sistema pulsado se torne crítico levando-se em consideração apenas os nêutrons prontos, em oposição aos reatores convencionais. Se tal fator atingir valores maiores que $1 + \beta$, o período do reator torna-se rapidamente pequeno o bastante para ser controlado através dos métodos convencionais de barras absorvedoras (SILVA, 2003).

Onde β é a fração de nêutrons atrasados.

Figura 5 – Reator pulsado



Fonte: (HAMMOUDA, 2016)

Há, portanto, a necessidade de um mecanismo de auto regulação inerente ao sistema, reforçando, pois, os dispositivos auxiliares de controle. Através do coeficiente de reatividade por temperatura, que age como um fator de segurança, permitindo que o reator opere em regime pulsado e seja desligado de acordo com uma sequência temporal determinada por suas propriedades cinéticas (SILVA, 2003).

O coeficiente de reatividade por temperatura é, em outras palavras, um coeficiente negativo de reatividade, pois o aumento da potência implica em aumento da temperatura da mistura combustível-moderador, causando o surgimento de uma reatividade negativa que amortece gradualmente a taxa de aumento de potência, tendendo, assim, a se estabilizar. Ressaltando que a atuação do coeficiente de reatividade por temperatura é menor em reatores rápidos em comparação com os reatores térmicos dado a ausência do moderador

Assim, do ponto de vista qualitativo, a potência do reator cresce exponencialmente, mas com o período decrescendo à medida que o excesso de reatividade é compensado pelo aumento de temperatura, até que no ponto de pico, o excesso de reatividade é completamente neutralizado, tendo como consequência um decréscimo da potência de forma simétrica em relação ao pico (ASH, 1979).

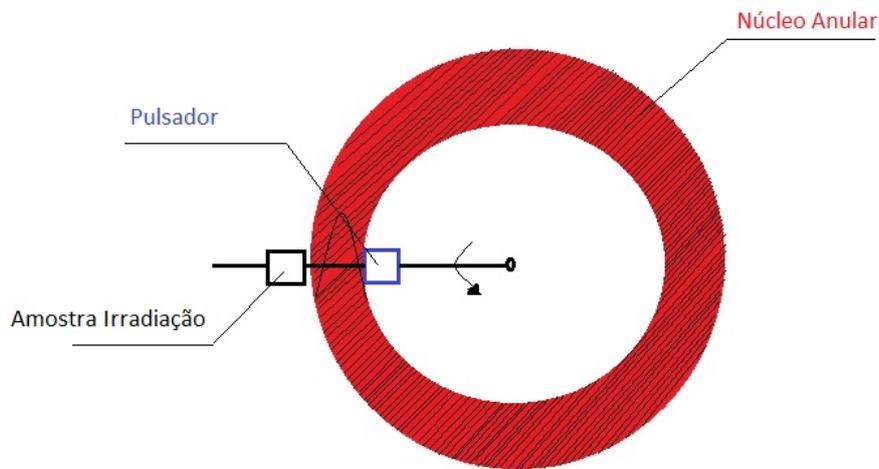
Segundo Silva et al. (2003), podem ser citados como exemplos de reatores pulsados térmicos o TREAT, o TRIGA, o KEWB e o SPERT. Todos eles possuíam urânio como combustível. O primeiro era moderado a grafite; o segundo possuía, além do combustível, ZrH; no terceiro, o combustível encontrava-se numa solução aquosa; o último dos exemplos, que se diferenciava dos outros por ser heterogêneo, era moderado a água. Nesses reatores, a duração do pulso variava entre 10 e 100 ms, a energia se encontrava num intervalo de 10 a 1000 MJ, e o fluxo de pico oscilava entre 5×10^{15} a 10^{16} nêutrons/cm²s.

Por outro lado e citando um reator rápido como referência e falando, novamente, do GODIVA, é importante destacar que este reator fornecia pulsos com uma energia da ordem de 1 MJ e com uma duração do feixe pulsado variando entre 10 a 100 μ s, fornecendo, assim, fluxos de pico da ordem de 10^{17} nêutrons/cm²s (SILVA, 2003).

2.4 O CONCEITO DE VICHFPR

Um novo conceito para produção de altos fluxos foi proposto por (NARAIN, et al 1997) que consiste em um modelo de reator conhecido por VICHFPR (Very Intense Continuous High Flux Pulsed Reactor), que combina características de reatores tanto pulsados quanto de regime estacionário. Tal reator possui um núcleo subcrítico com formato anelar (Figura 6), sendo pulsado por um refletor (pulsador) rotativo que age como modulador de reatividade (SILVA, 2003).

Figura 6 – Esquema para núcleo pulsado anelar

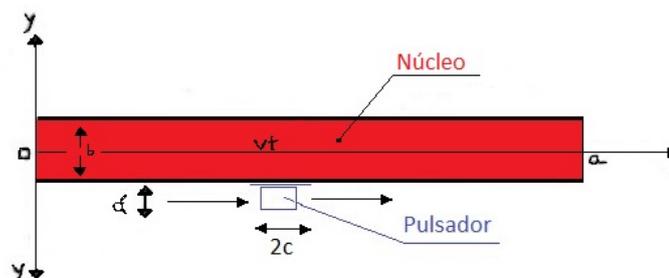


Fonte: (NARAIN, et al 1997)

Desta forma, a proposta de trabalho envolve o estudo de um reator de fluxo alto e contínuo de alta intensidade para a produção de níveis de fluxo de nêutrons extremamente elevados. Como mostra o diagrama esquemático do núcleo anelar com o pulsador de reatividade girando em torno do núcleo a alta velocidade. O núcleo anelar é um núcleo subcrítico de alto vazamento na ausência do pulsador. O núcleo torna-se super-crítico localmente na presença de pulsador e o pulso é produzido no núcleo adjacente ao pulsador. Como o pulsador é girante, esse pulso é produzido continuamente ao longo do núcleo, produzindo assim um pulso rotativo no núcleo anelar.

O diagrama também enfatiza a amostra de irradiação sincronizada com o pulso rotativo que é então submetido ao pico de fluxo o tempo todo, todavia em regiões diferentes devido ao movimento rotativo. De qualquer forma, a visão espacial do núcleo fica complicada devido à movimentação do pulsador. Por este motivo um modelo foi desenvolvido para este propósito, ver Figura 7 (NARAIN, et al 1997).

Figura 7 – Esquema para núcleo pulsado anelar



Fonte: (NARAIN, et al 1997)

2.5 O PROBLEMA CENTRAL DO REATOR: DISTRIBUIÇÃO DO FLUXO DE NÊUTRONS

Uma compreensão completa do comportamento de um reator nuclear requer uma descrição detalhada da distribuição dos nêutrons no seu núcleo. Em sua forma mais geral, tal descrição deve fornecer a distribuição dos nêutrons em função do espaço, da sua energia, da direção do movimento e do tempo.

Um estudo das várias características nucleares de um reator geralmente começa com uma afirmação geral que consiste em uma contagem detalhada de nêutrons que é resumido em uma equação integro-diferencial.

Estas equações são convenientemente escritas em termos da densidade de nêutron, bem como são modeladas em função do equilíbrio da relação entre os vários processos nucleares que afetam a população de nêutrons dentro do núcleo do reator. Em outras palavras pode-se modelar, física e matematicamente, a equação que descreve a distribuição dos nêutrons através de um balanço da população dos nêutrons (??).

2.5.1 Um grupo de nêutrons

As distribuições de densidade de nêutrons e de energia de fissão em um reator também podem ser obtido com precisão suficiente para muitas necessidades pelo uso de algumas simplificações matemáticas, assim, o modelo que tem grande utilidade é o modelo de uma velocidade, ou seja, a utilização de nêutrons monoenergéticos através de um grupo de energia. Tendo em vista que a distribuição de energia (espectro) dos nêutrons dentro do núcleo do reator tem um pico acentuado. Como uma primeira aproximação, pode-se tratar os nêutrons no reator como se todos eles possuíssem a mesma energia média, eliminando a dependência energética geral através da atribuição de uma única energia para todos os nêutrons. Sendo assim, é utilizado o modelo baseado na equação de difusão de nêutrons para um grupo de energia apenas. A aplicação deste modelo limita a descrição da população de nêutrons à sua dependência espacial.

Portanto, o problema de difusão utilizando apenas um único grupo é mais simples, pois envolve apenas um grupo de nêutrons energéticos, sendo assumido que esses nêutrons são todos térmicos com a mesma velocidade. O fato dos nêutrons da fissão serem produzidos no núcleo do reator com energia cinética alta, será matematicamente desprezado, sendo assumido que eles são emitidos já termalizados, ou seja, com energias na faixa energética dos nêutrons térmicos (LAMARSH, 2002).

2.5.2 Modelo de Multi-grupos

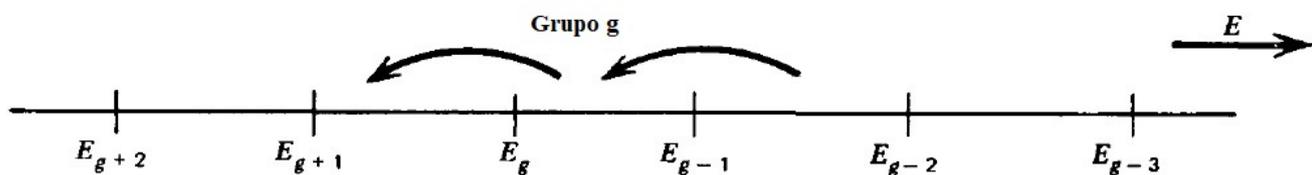
Uma descrição mais precisa do comportamento dos nêutrons em um reator, utilizando a teoria da difusão é baseada na divisão dos nêutrons em vários grupos de energia, assim, para

cada grupo de energia, nós teríamos uma equação da difusão.

Estas equações são, naturalmente, acopladas e sua resolução efetuada de forma simultânea. Levando em consideração, também, as regiões diferentes e efetuando o devido tratamento para essas regiões e os grupos de energia. É evidente que tal tratamento requer uma resolução computacional (DUDERSTADT, 1976)

De forma sistemática, o grupo de menor índice implica tratar-se do grupo que irá conter os nêutrons de maior energia enquanto o grupo de maior índice conterá os nêutrons de menor energia, conforme disposto na figura 8:

Figura 8 – Esquema de multigrupos



Fonte: (DUDERSTADT, 1976)

2.5.3 Dois grupos de nêutrons

Todavia, um tratamento intermediário, seria baseado em dois grupos de nêutrons, pois a característica essencial deste modelo é a descrição da população de nêutrons por meio de dois grupos de energia. A maior parte dos nêutrons que causam a maior parte das fissões são tratados como um grupo, e os nêutrons de todas as outras energias são tratados como um segundo grupo.

Trata-se de computar uma maior precisão em relação ao tratamento utilizando um único grupo, pois o método de um grupo é obviamente mais limitado pelo fato de que todos os nêutrons são agrupados em um único grupo. Um procedimento mais preciso, particularmente para reatores térmicos, é dividir os nêutrons em dois grupos. Neste caso, os nêutrons de menor energia são incluídos em um grupo chamado de grupo térmico ou grupo lento. Enquanto os demais nêutrons, com maior energia, são incluídos no grupo chamado de grupo rápido (DUDERSTADT, 1976).

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 TEORIA DA DIFUSÃO

Os nêutrons circulam em um reator em caminhos complicados e em zigue-zague, devido a repetidas colisões com núcleos. Como consequência desse movimento, nêutrons que estavam originalmente em uma parte de um reator e se movendo em uma direção particular com uma energia particular aparecem em um momento posterior em outra parte do sistema, movendo-se em outra direção com alguma outra energia. Os nêutrons, neste caso, dizem ter sido transportados da primeira região e energia para a segunda, e o estudo desse fenômeno é conhecido como teoria dos transportes.

A teoria dos transportes foi originalmente modelada para descrever a teoria cinética dos gases. Para este fenômeno, a matemática que governa tais fenômenos resulta em uma equação relativamente simples, em princípio, sendo uma equação exata chamada equação de Boltzmann ou a equação do transporte. Desta forma, o estudo da teoria de transporte dos nêutrons que tem uma complexidade bem maior é essencialmente o estudo desta equação (LAMARSH, 2002).

Em se tratando de transporte de nêutrons, é muito mais fácil derivar a equação de Boltzmann do que resolvê-la. Sob certas condições, no entanto, a equação pode ser simplificada consideravelmente, podendo ser tratada de uma forma bastante simples. De forma que, a versão simplificada da teoria dos transportes de nêutrons é chamada teoria da difusão de nêutrons e será utilizada neste trabalho.

Embora os requisitos para a validade da teoria de difusão sejam raramente realizados em problemas práticos de reatores, o uso desse método geralmente fornece uma boa aproximação para a solução do problema do transporte de nêutrons.

Portanto, sob certas condições bem especificadas, a forma simplificada da teoria dos transportes é chamada de teoria da difusão. Acerca dos requisitos para a validade da teoria de difusão raramente são totalmente realizados em problemas práticos de reatores, todavia o uso desse método geralmente fornece uma boa aproximação para a solução exata do problema de transporte de nêutrons no núcleo do reator e, devido à sua simplicidade, é comumente usado em muitos problemas de projeto de reatores.

Além disso, em muitos casos, é considerado que os nêutrons têm a mesma energia, neste caso utiliza-se a uma única equação da difusão de nêutrons com nêutrons monoenergéticos, todavia há de se considerar que com nêutrons poli-energéticos, a precisão da solução aumenta, mas também aumentaria a complexidade da solução. Sendo assim, para este trabalho utilizaremos a equação da difusão para dois grupos de energia.

3.2 EQUAÇÃO DA DIFUSÃO

A equação de difusão é mais comumente escrita da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x} C(x, t) = D \nabla^2 C(x, t) \quad (1)$$

É importante pontuar que esta equação tem muitas origens, cada uma baseada em uma interpretação de um determinado problema físico. Desta forma, trata-se de uma Equação Diferencial Parcial (EDP), sendo muito relevante para entender problemas relacionados às reações químicas.

As aplicações mais comuns são a difusão de partículas, onde $C(x,t)$ é interpretado como uma concentração e "D" como um coeficiente de difusão, por outro lado, a mesma equação descreve o fenômeno da transmissão de calor. Neste caso, C é a temperatura e D é a condutividade térmica. A Equação da Difusão descreve também fenômenos relacionados a finanças e dinâmica populacional, mas está intimamente relacionado à Equação de Schrodinger para uma partícula livre na mecânica quântica.

3.3 EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE

Em um primeiro momento, observando a equação da continuidade em um volume arbitrário "V" contendo nêutrons monoenergéticos. Assim, no transcurso do tempo, alguns desses nêutrons vão interagir com os núcleos e se espalhar ou serem absorvidos; alguns podem deixar o volume e outros podem entrar. Além disso, se fontes de nêutrons estão presentes dentro do volume, nêutrons adicionais podem aparecer quando são emitidos a partir destas fontes. Em qualquer caso, os nêutrons dentro deste volume irão satisfazer a condição de continuidade, ou seja, a taxa de variação do tempo do número de nêutrons em "V" deve ser igual à taxa na qual os nêutrons são produzidos dentro de "V" menos a taxa na qual eles são absorvidos ou escapar de "V".

Se $n(r, t)$ é a densidade de nêutrons no ponto "r" no tempo "t", o número total de nêutrons em "V" é simplesmente

$$\frac{d}{dt} \int_V n(r, t) dV \quad (2)$$

A equação da continuidade pode então ser enunciada da seguinte forma: Taxa de variação do número de nêutrons = (taxa de produção de nêutrons) - (taxa de absorção de nêutrons) - (taxa de perda de nêutrons)

A produção de nêutrons pode ser representada por uma função de distribuição de fonte $s(r, t)$, que é igual ao número de nêutrons emitidos por cm^3/s no ponto "r" e no tempo "t".

A taxa de absorção de nêutrons em V pode ser escrito em termos do fluxo de nêutrons e da secção de choque macroscópica de absorção - Σ_a cuja unidade é cm^{-1} .

A perda de nêutrons no volume " V " pode ser expressa em termos da vetor densidade de corrente de nêutrons $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$, onde $\mathbf{J}(\mathbf{r}, t)$ produto escalar com o vetor normal perpendicular a área resulta na taxa líquida de fluxo de nêutrons através de uma área unitária normal a este vetor.

Portanto, a equação da difusão, na sua forma integral, para fluxo de nêutrons dentro do núcleo de um reator nuclear:

$$\frac{d}{dt} \int_V n(\mathbf{r}, t) dV = \int_V s(\mathbf{r}, t) dV - \int_V \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, t) dV - \int_A \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} dA \quad (3)$$

Usando o teorema da divergência em relação a parte da equação que diz respeito a taxa de perda de nêutrons, nós temos:

$$\int_A \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} dA = \int_V \text{div} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) dV \quad (4)$$

Desta forma, resulta a equação da difusão onde todos os termos estão sendo integrados pelo mesmo volume de integração:

$$\frac{d}{dt} \int_V n(\mathbf{r}, t) dV = \int_V s(\mathbf{r}, t) dV - \int_V \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, t) dV - \int_A \text{div} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{n} dV \quad (5)$$

Como todos os termos integrantes estão sendo integrados pelos mesmo volume de integração, poderemos extrair a equação da difusão em sua forma derivada que é a Equação da Continuidade cuja importância é central na Teoria dos Reatores.

$$\frac{\partial n(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = s(\mathbf{r}, t) - \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, t) - \text{div} \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (6)$$

Quando o fluxo nêutrons, a corrente e as fontes são independentes do tempo, um sistema é dito estar em um estado estacionário e a equação se reduz a

$$\text{div} \mathbf{J}(\mathbf{r}) + \Sigma_a(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}) - s(\mathbf{r}) = 0 \quad (7)$$

3.4 LEI DE FICK

O problema geral do transporte de nêutron, como já dito, tem uma certa complexidade. No entanto, se certas condições forem satisfeitas é possível obter soluções elementares para o problema. Desta forma a Lei de Fick tem sido usado por muitos anos para descrever fenômenos

de difusão em líquidos e gases. Por essa razão, o uso da lei de Fick na teoria dos reatores leva a conhecida aproximação da Equação da Difusão.

A lei de Fick pode ser derivada calculando, sob uma série de hipóteses simplificadoras, a densidade de corrente de nêutrons em qualquer ponto em um meio contendo nêutrons. Por enquanto, pelo menos, as seguintes suposições serão feitas:

- (a) o meio é infinito;
- (b) o meio é uniforme, de modo que todas as seções transversais são constantes, independentes de posição;
- (c) não há fontes de nêutrons no meio;
- (d) o espalhamento é isotrópico no sistema de coordenadas do laboratório;
- (e) o fluxo de nêutrons é uma função de posição que varia lentamente; e
- (f) o fluxo de nêutrons não é uma função do tempo.

A Lei de Fick afirma que o vetor de densidade é proporcional ao gradiente negativo do fluxo de nêutrons. De forma que para obter uma igualdade falta a constante de proporcionalidade que é, justamente, o coeficiente de difusão D . Assim, em termos matemáticos a Lei de Fick para o fenômeno de fluxo de nêutrons será descrita pela equação (3.8).

Portanto, a equação de difusão, levando em consideração a Lei de Fick fornece uma relação entre o fluxo e a corrente. Usando a equação de continuidade, agora é possível derivar uma equação envolvendo o fluxo de nêutrons sozinho. As manipulações algébricas produzem a seguinte equação:

$$\frac{dn(t)}{dt} = s(t) - \Sigma_a \phi(t) \quad (8)$$

Neste trabalho, o coeficiente de difusão D será constante para cada grupo de energia e seu valor expresso em função da Seção de choque macroscópica de transporte Σ_{th} .

$$\mathbf{J} = -D \text{Grad} \phi \quad (9)$$

Onde

$$D = \frac{1}{3\Sigma_{th}} \quad (10)$$

Finalmente, chegamos na equação conhecida como a equação da difusão de nêutrons que é de grande importância na teoria do reator nuclear.

$$\nabla \cdot D \nabla \phi - \Sigma_a \phi + s = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (11)$$

Sabendo que

$$D \nabla \cdot \nabla \phi = D \nabla^2 \phi \quad (12)$$

Portanto

$$D \nabla^2 \phi - \Sigma_a \phi + s = \frac{\partial n}{\partial t} \quad (13)$$

$$D \nabla^2 \phi - \Sigma_a \phi + s = \frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (14)$$

3.5 MÉTODO DA DIFERENÇA FINITA

O conceito básico do método de diferenças finitas (MDF) é substituir as derivadas presentes em uma Equação Diferencial Parcial (EDP) ou ordinária (EDO) por expressões algébricas baseadas no desenvolvimento em série de Taylor. Desta forma, pode-se obter uma solução algébrica através de diferenças finitas de uma equação diferencial, definida sobre um domínio. Neste processo de discretização, a solução numérica será obtida de forma discreta, ou seja, nos pontos deste domínio, agora discretizados.

Sendo assim, o método consiste na reformulação de um problema contínuo dentro do seu respectivo domínio contínuo, em um problema, agora discreto, na sua malha discreta. Após todo o processo de discretização, a equação algébrica ou o sistema de equações são resolvidos em cada ponto da malha através de processos iterativos.

Há de se ressaltar a importância da definição da malha do processo de discretização, pois a definição da malha está intrinsecamente relacionada à precisão da solução numérica, bem como, dependendo do modelo, à garantia da estabilidade e da convergência da solução.

As técnicas de diferenças finitas em aplicações numéricas começaram em meados do século XX, na década de 1950, e seu desenvolvimento foi estimulada pelo surgimento dos computadores. Desde então, há diversos resultados teóricos obtidos durante as últimas cinco décadas, sobretudo quanto à precisão, estabilidade e convergência.

É importante destacar que a série de Taylor, tomando seus infinitos termos, é exata, mas o MDF é baseado no truncamento do desenvolvimento de série de Taylor, gerando assim

um erro que é chamado de erro de discretização ou truncamento. Ou seja, o termo "erro de truncamento" reflete o fato de que uma parte finita da série de Taylor é usada na aproximação.

O desenvolvimento em serie de Taylor:

$$u(x_0 + \Delta x) = u(x_0) + \frac{du}{dx}(x_0) \Delta x + \frac{1}{2!} \frac{d^2u}{dx^2}(x_0) \Delta x^2 + \frac{1}{3!} \frac{d^3u}{dx^3}(x_0) \Delta x^3 + \dots \quad (15)$$

$$u(x_0 - \Delta x) = u(x_0) - \frac{du}{dx}(x_0) \Delta x + \frac{1}{2!} \frac{d^2u}{dx^2}(x_0) \Delta x^2 - \frac{1}{3!} \frac{d^3u}{dx^3}(x_0) \Delta x^3 + \dots \quad (16)$$

Podemos denotar $\Delta x^n = (\Delta x)^n$. Isolando a derivada...

$$\frac{du}{dx}(x_0) = \frac{u(x_0 + \Delta x) - u(x_0)}{\Delta x} - \frac{1}{2!} \frac{d^2u}{dx^2}(x_0) \Delta x - \frac{1}{3!} \frac{d^3u}{dx^3}(x_0) \Delta x^2 - \dots \quad (17)$$

$$\frac{du}{dx}(x_0) = \frac{u(x_0) - u(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} + \frac{1}{2!} \frac{d^2u}{dx^2}(x_0) \Delta x - \frac{1}{3!} \frac{d^3u}{dx^3}(x_0) \Delta x^2 + \dots \quad (18)$$

Efetuando o truncamento, ou seja, mantendo apenas o primeiro termo do lado direito da equação, naturalmente, o termo desprezado será o erro de truncamento. Pois bem, segue abaixo as equações 19 e 20 que trata-se da diferença finita progressiva e regressiva, respectivamente.

$$\frac{du}{dx}(x_0) = \frac{u(x_0 + \Delta x) - u(x_0)}{\Delta x} \quad (19)$$

$$\frac{du}{dx}(x_0) = \frac{u(x_0) - u(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (20)$$

Além disso, há de se ressaltar a possibilidade de trabalharmos com diferenças finitas centradas que é uma média entre as diferenças finitas progressivas e regressivas, conforme abaixo:

$$\frac{du}{dx}(x_0) = \frac{u(x_0 + \Delta x) - u(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (22)$$

3.5.1 Modelo explícito para o Método das Diferenças Finitas

O modelo de diferenças finitas é dito explícito quando calculamos os valores presentes da variável dependente utilizando, naturalmente e de forma explícita, seus valores já conhecidos no tempo passado. Este modelo é também conhecido como método de Euler Explícito.

Desta forma, através do modelo explícito, resolve-se problemas de equações diferenciais parciais, hiperbólicas e parabólicas, desde de que se saiba os valores da função em um tempo inicial, ou seja, pode-se encontrar a solução para $t = \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t, \dots$ por meio de um processo contínuo que se estende ao longo do tempo, o que significa dizer que a solução está *em marcha no tempo*.

Mais uma vez, ressaltamos que trata-se de substituir as derivadas de espaço e tempo por suas respectivas aproximações de diferenças finitas progressivas podemos então resolver a equação explicitamente, sendo a variável dependente em um tempo futuro em função de seus valores conhecidos no tempo passado (FARLOW, 1993).

Para demonstrar como funciona o modelo explícito do método da diferença finita matematicamente, faz-se necessário organizar as diferenças finitas, colocando variável dependente desconhecida (valor futuro) em função do seu valor já conhecido no tempo passado, conforme segue abaixo tomando, a título exemplificativo, a Equação Diferencial Parcial Parabólica que descreve o fenômeno da transmissão de calor em regime transiente :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (23)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{t_i^{n+1} - t_i^n} = \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \quad (24)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) \approx \frac{\frac{u_{i+1}^n - u_i^n}{\Delta x} - \frac{u_i^n - u_{i-1}^n}{\Delta x}}{\Delta x} = \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (25)$$

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \kappa \left(\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) \quad (26)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \kappa \Delta t \left(\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \right) \quad (27)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \frac{\kappa \Delta t}{\Delta x^2} (u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n) \quad (28)$$

Para que haja estabilidade o termo em evidência, fator de ponderação "r", descrito matematicamente logo abaixo, deve ser mantido dentro da desigualdade citada. Ou seja, entre 0 e 1.

$$0 < \frac{\kappa \Delta t}{\Delta x^2} < 1 \quad (29)$$

$$r = \frac{\kappa \Delta t}{\Delta x^2} \quad (30)$$

3.5.2 Modelo implícito do Método da Diferença Finita

O Modelo implícito do Método da Diferença Finita envolve aproximação implícitas das derivadas espaciais presentes na EDP. Todavia, ao contrário do modelo explícito, as derivadas espaciais são discretizadas em um nível de tempo futuro ($n+1$) enquanto as derivadas temporais continuam sendo aproximadas por diferenças progressivas. Este modelo é também conhecido como método de Euler implícito.

Portanto trata-se do mesmo procedimento de substituir as derivadas parciais por suas aproximações algébricas de diferenças finitas, mas ao contrário do modelo anterior onde a variável é função dos seus valores passados, neste caso o valor da variável é definida implicitamente em termos de valores não conhecidos, gerando um sistema de equações algébricas.

Em outras palavras, para cada novo valor da variável no tempo futuro, devemos resolver um sistema de equações algébricas para encontrar todos os valores. Deve-se ressaltar que o modelo implícito nos permitem passos maiores, fazendo mais trabalho por etapa.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (31)$$

Mais uma vez, no modelo implícito, a derivada de segunda ordem em relação ao espaço é discretizada no próximo passo temporal ($n+1$), ou seja, no futuro. De forma que a discretização se torna uma equação implícita, conforme destacado abaixo:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \kappa \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (32)$$

Assim,

$$(-r)u_{i+1}^{n+1} + (1 + 2r)u_i^{n+1} - (r)u_{i-1}^{n+1} = u_i^n \quad (33)$$

Pode-se notar, portanto, a diferença do modelo explícito para o implícito. No primeiro, as equações são independentes, o que implica em uma solução direta, marchando no tempo, enquanto que, no modelo implícito, as equações são acopladas implicando na solução de todas elas através de um sistema de equações em cada passo de tempo. Assim é importante destacar a equação em sua forma matricial.

$$\begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & 1 + 2r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i+1}^{n+1} \\ u_i^{n+1} \\ u_{i-1}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ u_i^n \\ 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

Finalmente, é importante destacar que o modelo implícito é incondicionalmente estável, haja visto que independentemente do tamanho do passo no tempo o modelo não amplifica os erros em virtude da aproximação numérica.

3.5.3 Modelo semi-implícito para o Método das Diferenças Finitas

O Modelo semi-implícito para o Método das Diferenças Finitas também conhecido como Método de Crank-Nicholson foi concebido em 1947 pelos autores que dão nome ao modelo com o propósito de tratar de soluções numéricas da Equação diferencial parcial não linear que surge em problemas de fluxo de calor.

Portanto, trata-se de um método implícito alternativo que consiste em implementar as aproximações de diferenças no ponto médio da malha. Ou de outra forma, O método de Crank-Nicholson pode ser obtido tomando-se a média entre os métodos de Euler Explícito e Implícito.

Neste caso, trata-se de discretizar as equações diferenciais espaciais no nível do tempo "n" e outras no nível do tempo "n + 1", assim, este modelo é conhecido como semi-implícito deve-se considerar aspectos dos dois métodos, tais como os critérios de estabilidade e convergência.

Do ponto de vista matemático, tomando como referência a mesma equação da condução do calor, então é bastante reproduzir os dois modelos citados anteriormente, manipulando as equações de forma que teremos uma equação algébrica resultante baseada na média.

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (35)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \quad (36)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} \quad (37)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \quad (38)$$

Fazendo a média das duas equações acima:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \approx \frac{1}{2} \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] \quad (39)$$

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} \approx \frac{\kappa}{2} \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] \quad (40)$$

Neste ponto, arrumando a equação acima, colocando o sinal de igualdade, mas sem perder de vista que haverá um erro. De qualquer forma, a equação ficará da seguinte forma algébrica:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{\kappa}{2} \left[\frac{u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n}{\Delta x^2} + \frac{u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}}{\Delta x^2} \right] \quad (41)$$

Observando que a equação 30, reescrita abaixo, está contida na equação 41.

$$r = \frac{\kappa \Delta t}{\Delta x^2}$$

E substituindo os termos referente a equação 30 na equação 41, esta ficará da seguinte forma:

$$u_i^{n+1} + u_i^n = \frac{r}{2} [u_{i+1}^n - 2u_i^n + u_{i-1}^n + u_{i+1}^{n+1} - 2u_i^{n+1} + u_{i-1}^{n+1}] \quad (42)$$

Pronto, tem-se um sistema de equações algébricas ao invés de uma equação diferencial. Colocando-se no lado esquerdo da equação o ponto futuro e no lado direito os termos referente ao passado, a equação é melhor visualizada:

$$(-r)u_{i+1}^{n+1} + (2 + 2r)u_i^{n+1} + (-r)u_{i-1}^{n+1} = (r)u_{i+1}^n - (2 + 2r)u_i^n + (r)u_{i-1}^n \quad (43)$$

O próximo passo é visualizar o sistema de equações algébricas em uma forma matricial, pois assim será resolvida interativa e computacionalmente.

$$\begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & 2 + 2r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i+1}^{n+1} \\ u_i^{n+1} \\ u_{i-1}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (r)u_{i+1}^n \\ -(2r + 2)u_i^n \\ (r)u_{i-1}^n \end{bmatrix} \quad (44)$$

Ou, escrevendo de uma forma mais elegante:

$$\begin{bmatrix} -r & 0 & 0 \\ 0 & 2 + 2r & 0 \\ 0 & 0 & -r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i+1}^{n+1} \\ u_i^{n+1} \\ u_{i-1}^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r & 2r + 2 & r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{i+1}^n \\ u_i^n \\ u_{i-1}^n \end{bmatrix} \quad (45)$$

4 METODOLOGIA

O tratamento referente à distribuição neutrônica do núcleo do VICHFPR em relação ao espectro da distribuição energética dos nêutrons pode ser realizado através de três formas. Na primeira, a modelagem do problema físico foi efetuado utilizando um único grupo de nêutrons com suas respectivas simplificações, nesse caso, a modelagem já foi feita por (NARAIN, et al 1997). Sendo assim, este trabalho efetuou tal modelagem assim como a simulação computacional com intuito de confirmar os mesmos resultados e as curvas do comportamento e distribuição neutrônica dentro do núcleo do reator.

A segunda forma de tratar o problema será o objeto deste trabalho, ou seja, a modelagem do problema através de dois grupos de nêutrons, nesse caso, a título de comparação, objetiva-se confirmar o trabalho anteriormente citado, mas, desta vez, com tratamento mais ampliado em relação ao espectro de energia dos nêutrons.

Por fim, a terceira forma que poderia ser efetuada para quantidade n de grupos de nêutrons, maior que dois grupos, foge o escopo deste trabalho. Tal tratamento com multigrupos de energia implica em ampliar, mesmo de forma discreta, o espectro real de energia a fim de fazer uma simulação e processamento com, ainda, uma maior precisão.

4.1 EQUAÇÃO DA DIFUSÃO PARA O NÚCLEO DO VICHFPR

A proposta do VICHFPR é baseada no estudo de um Fluxo Alto Contínuo Muito Intenso do Reator para a produção de níveis de fluxo de nêutrons extremamente elevados de forma que o núcleo anular com o pulsador de reatividade girando em torno dele à alta velocidade, tornando o núcleo super-crítico localmente na presença de pulsador. Como o pulsador é girado, esse pulso é produzido continuamente ao longo do núcleo, produzindo assim um pulso rotativo no núcleo anular (NARAIN, et al 1997).

Sendo assim, o comportamento do fluxo neutrônico será modelado a partir da Equação da Difusão, utilizando as simplificações assim impostas, bem como, acrescentando o conceito de limitar o espectro contínuo referente à energia do nêutrons dentro do núcleo do reator a um problema que é a utilização de, inicialmente, um grupo de energia e posteriormente dois grupos de energia.

4.1.1 Considerações sobre o modelo matemático

Levando-se em consideração que a modelagem geométrica do núcleo, conforme figura 6, citado no item 1.4, traz uma relativa complicação devido ao movimento do pulsador, sendo

assim é importante algum nível de simplificação, mas que, mesmo assim, mantenha a descrição matemática do fenômeno próximo o suficiente da realidade.

Além disso, devido à natureza da dependência temporal das condições de contorno e da forma do anel do reator, um modelo computacional apropriado para a dinâmica deste esquema precisa ser desenvolvido. Este modelo que será descrito seguir.

E sobre a geometria, para visualizar e efetuar a descrição, abri-se-a o anel físico do núcleo do reator para fazê-lo parecer, em sua forma geométrica, com um paralelepípedo de comprimento igual ao perímetro do anel. Desta forma a equação básica para descrever o comportamento neutrônico, inicialmente usando apenas um grupo, pode ser obtida (NARAIN, et al 1997).

4.1.2 Desenvolvimento do modelo matemático

Partindo do enunciado inicial do fenômeno físico dentro do reator, colocando-o em linguagem matemática conforme na modelagem da equação da continuidade (seção 3.3), a equação que descreve o fenômeno é:

$$D\nabla^2\phi - [\nu\Sigma_f(1 - \beta) - \Sigma_a]\phi + s = \frac{1}{v}\frac{\partial\phi}{\partial t} \quad (47)$$

Onde

$$\begin{aligned} \phi = \phi(x, y, z, t) & - \text{fluxo de nêutrons } [n/cm^2\text{seg}] \\ \nu & - \text{Número de nêutrons emitidos por fissão} \\ \Sigma_f & - \text{Seção de choque macroscópica de absorção } [cm^{-1}] \\ \beta & - \text{Fração de nêutrons atrasados} \\ \Sigma_a & - \text{Seção de choque macroscópica de absorção } [cm^{-1}] \\ s & - \text{Termo relacionado à fonte de nêutrons } [n/cm^3] \\ v & - \text{velocidade média dos nêutrons de um grupo } [cm/s] \end{aligned} \quad (48)$$

Dado que este trabalho não se propõe a tratar dos nêutrons atrasados, bem como, também, na física do problema não existe fontes de nêutrons dentro do núcleo do reator então será desconsiderando, respectivamente, os neutrons atrasados e o termo referente a fonte de nêutrons, assim:

$$\begin{aligned} \beta &= 0 \\ s &= 0 \end{aligned}$$

Além disso, colocando a equação em uma forma mais usual, ou seja, a derivada temporal no lado esquerdo da equação e a derivada espacial no lado direito juntamente aos demais termos:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = D \nabla^2 \phi + [\nu \Sigma_f - \Sigma_a] \phi \quad (49)$$

A primeira condição de fronteira deve ser destacada, ou seja, nas extremidades do núcleo o fluxo deve ser o mesmo, conforme segue abaixo:

$$\phi(0, y, z, t) = \phi(a, y, z, t) \quad (50)$$

Evidenciando as condições de fronteira e de contorno do núcleo do VICHFPR, dentro de um visão bidimensional, ou seja, em x e em y, desprezado a direção z tem-se:

- $\phi(0, y, t) = \phi(a, y, t)$, continuidade para a forma-anel.
- $\phi(x, b, t) = 0$, nas extremidades na direção y do núcleo o fluxo é nulo
- $\phi(x, -b, t) = 0$, exceto para $(vt - c) \leq x \leq (vt + c)$
- $\phi(x, -b - d, t) = 0$, para $(vt - c) \leq x \leq (vt + c)$
- $\phi(vt - c, y, t) = 0$, para $-b \leq y \leq -b - d$
- $\phi(vt + c, y, t) = 0$, para $-b \leq y \leq -b - d$

Considerando a perda transversal na direção z como $-DB_z^2$, pode-se simplificar a equação, conforme segue abaixo:

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = D \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) + [\nu \Sigma_f - \Sigma_a - DB_z^2] \phi \quad (51)$$

Expandindo a consideração anterior para a direção y também, ou seja, a perda transversal nas direções z e y como $-DB_z^2$ e $-DB_y^2$, respetivamente, assim de forma agregada a perda transversal nas duas direções y e z: $-DB_z^2 + -DB_y^2 = -DB_T^2$

Sobre o Bucling, em coordenadas cartesianas, a solução básica do fluxo de nêutrons ressalta que os termos a', b' e c' das dimensões de um núcleo de reator nas coordenadas cartesianas determinam a relação geométrica com o Bucling:

$$B^2 = \left[\frac{\pi}{a'} \right]^2 + \left[\frac{\pi}{b'} \right]^2 + \left[\frac{\pi}{c'} \right]^2 \quad (52)$$

Como a geometria do reator sugere tratar os termos em coordenadas cartesianas, as dimensões citadas na equação 51 são:

Onde

$$\begin{aligned}
 a' & - \text{ comprimento do reator na direção } x \\
 b' & - \text{ comprimento do reator na direção } y \\
 c' & - \text{ comprimento do reator na direção } z
 \end{aligned} \tag{53}$$

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi}{\partial t} = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + [\nu \Sigma_f - \Sigma_a - DB_T^2] \phi \tag{54}$$

Considerando a geometria e as dimensões físicas do anel aberto do VICHFPR, conforme mostradas na figura 7, onde o pulsador se move ao longo da direção "x" com uma velocidade linear "V" e está localizado em $x = Vt$ em um tempo t , ou seja, a dimensão espacial em função do tempo.

Neste caso, trata-se de uma transformação de Galileu que é usada para transformações entre as coordenadas de dois sistemas de referência que diferem apenas por um movimento relativo constante dentro das construções da física newtoniana.

As condições de contorno são a continuidade do fluxo ao longo da forma do anel e a simetria no ponto médio do pulsador. Além de uma sutil mudança de variáveis: a variável espacial sendo modificada para eliminar o problema com condições de contorno em função do tempo. Assim, as mudanças são x e t transformadas em $x' = (x - V t)$ e $t' = t$, onde V é a velocidade do pulsador.

Em termos matemáticos, expressa-se:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \phi}{\partial x'} \tag{55}$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} \tag{56}$$

$$\frac{\partial t'}{\partial t} = 1 \tag{57}$$

$$\frac{\partial x'}{\partial t} = -V \tag{58}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial t'} - V \frac{\partial \phi}{\partial x'} \tag{59}$$

De forma que a equação 54 se vê, agora, da seguinte forma:

$$\frac{1}{v} \left[\frac{\partial \phi}{\partial t'} - V \frac{\partial \phi}{\partial x'} \right] = D \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + [\nu \Sigma_f - \Sigma_a - DB_T^2] \phi \tag{60}$$

Utilizando, neste momento, algumas simplificações, explicitadas através das equações 60 e 61, implementa-se uma melhor visualização da equação 60. Além disso, tal modificação facilita sua resolução numérica.

$$A = \frac{1}{D} [\nu\Sigma_f - \Sigma_a - DB_T^2] \quad (61)$$

$$B = \frac{V}{vD} \quad (62)$$

Portanto, a equação 60 ficará reescrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{Dv} \frac{\partial \phi}{\partial t'} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x'^2} + B \frac{\partial \phi}{\partial x'} + A\phi \quad (63)$$

4.2 DISTRIBUIÇÃO DO ESPECTRO DE ENERGIA DOS NÊUTRONS

As seções de choque transversais para reações entre nêutrons e núcleos dependem de energia do primeiro, sendo assim é necessário determinar a distribuição de energia dos nêutrons, a fim de determinar a sua taxa de interações com matéria, que por sua vez determina o transporte de nêutrons.

É importante abordar esse problema com algum nível de simplificação tal como considerar a distribuição de energia de nêutrons em um meio homogêneo infinito a fim de obter-se resultados analíticos, bem como pode ser obtido uma visão da física do problema.

Neste trabalho, além de algumas simplificações da física do problema, iremos simplificar o problema supondo que há apenas, e majoritariamente existe de fato, um peso maior para dois grupos de energia. Assim, no espectro infinito da distribuição de energia dos nêutrons, faz-se-a um corte e os cálculos serão efetuados para dois grupos de energia apenas com a devida comparação para o resultado para um único grupo.

Por fim, vale ressaltar que não é o objetivo deste trabalho, pelo menos para fins de obtenção de resultados, o cálculo da distribuição de energia de nêutrons através da teoria da difusão utilizando o modelo multigrupo com uma quantidade de grupos de energia maior que dois.

4.2.1 Modelo de um grupo de energia

O modelo de um grupo para resolver a equação da difusão que descreve a distribuição de nêutrons assume que esses nêutrons são todos térmicos. Assim esta simplificação implica que os nêutrons da fissão realmente aparecem em um reator em altas energias serão ignoradas e será assumido que elas são emitidas com energias térmicas.

A seção transversal de absorção térmica, o coeficiente de difusão térmica e demais parâmetros do reator que variam em função da própria energia do nêutrons são assumidos como constantes, haja visto que o valor da energia dos nêutrons é assumido como fixo.

Desta forma, o modelo de um grupo também pode ser usado para fazer estimativas aproximadas do tamanho ou composição de reatores rápidos. Sobretudo porque em tais sistemas nêutrons abrandam para energias da ordem de apenas 100 keV antes de induzir fissões. Nestas energias, a fissão e outras secções transversais variam suavemente com a energia e é possível obter estimativas úteis da massa crítica ou dimensões usando apenas um grupo de nêutrons. As constantes de grupo necessárias podem ser computado como médias sobre o fluxo dependente de energia exatamente da mesma maneira como eles estavam no caso térmico (LAMARSH, 2014).

Finalmente a equação fica simplificada e descrita da seguinte forma:

$$\frac{1}{D_1 v_1} \frac{\partial \phi_1}{\partial t'} = D_1 \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x'^2} + B_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x'} + A_1 \phi \quad (64)$$

4.2.2 Modelo para dois grupos de energia

O modelo de um grupo de energia é, naturalmente, limitado pelo fato de que todos os nêutrons são agrupados em apenas um grupo. Um procedimento mais preciso, particularmente para reatores térmicos não obstante também utilizados em reatores rápidos. Pois bem, o procedimento é dividir o espectro de energia dos nêutrons em dois grupos. Estabelecendo um corte no espectro de energia dividindo o espectro em duas partes onde a parte do espectro de menor energia, neste grupo, os nêutrons térmicos são incluídos em um grupo chamado de grupo térmico ou grupo 2, e todos outros nêutrons, com maior energia, são incluídos em outro grupo chamado de grupo rápido ou grupo 1.

As constantes da equação da difusão estão relacionadas as energias dos nêutrons térmicos para o grupo 2, assim como as constantes relacionadas ao grupo rápido estarão relacionados às energias dos nêutrons rápidos. Por outro lado, em se tratando de reatores rápidos, como é o caso deste trabalho, utilizaremos dois grupos rápidos, sendo um deles mais rápido que o outro que será chamado de térmico;

Os nêutrons não são normalmente absorvidos no grupo rápido, já que a seção transversal de absorção é muito mais baixa em altas energias. Contudo, esses nêutrons podem sair do grupo rápido quando, como resultado de colisões elásticas e inelásticas, sua energia cai na região térmica.

Portanto haverá um aparecimento de nêutrons do grupo rápido oriundos do grupo de nêutrons térmicos em virtude das fissões que produzem nêutrons em energias maiores. Por outro lado, os nêutrons que diminuem a velocidade, ou seja, são moderados sairão do grupo rápido para o grupo térmico.

Desta forma, haverá influência de um grupo nos outros. Assim, em termos matemáticos, faz as deduções das equações conforme segue (MEEM, 1964):

Para o grupo de nêutrons rápidos, indicados pelo subscript 1, conforme a física do problema, o modelo de dois grupos define os termos da equação da difusão da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 D_1 \nabla^2 \Phi_1 & \quad \text{Perda por escapamento para os nêutrons rápido} \\
 -\Sigma_{1s} \Phi_1 & \quad \text{Remoção por espalhamento para os nêutrons rápidos} \\
 -\Sigma_{1a} \Phi_1 & \quad \text{Remoção por absorção para os nêutrons rápidos} \\
 +\chi_1 \nu_1 \Sigma_{1f} \Phi_1 & \quad \text{Produção de nêutrons através de fissões no grupo rápido} \\
 +\chi_1 \nu_2 \Sigma_{2f} \Phi_2 & \quad \text{Produção de nêutrons através de fissões no grupo térmico} \\
 = \frac{1}{v_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} & \quad
 \end{aligned} \tag{65}$$

Enquanto, por outro lado, o modelo define a equação de difusão para o grupo térmico da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 D_2 \nabla^2 \Phi_2 & \quad \text{Perda por escapamento para os nêutrons térmicos} \\
 -\Sigma_{2a} \Phi_2 & \quad \text{Perda por absorção para os nêutrons térmicos} \\
 +\Sigma_{1s} \Phi_1 & \quad \text{Produção térmica por espalhamento dos nêutrons rápidos} \\
 +\chi_2 \nu_1 \Sigma_{1f} \Phi_1 & \quad \text{Produção de nêutrons através de fissões no grupo rápido} \\
 +\chi_2 \nu_2 \Sigma_{2f} \Phi_2 & \quad \text{Produção de nêutrons através de fissões no grupo térmico} \\
 = \frac{1}{v_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} & \quad
 \end{aligned} \tag{66}$$

Explicitando os termos da equação 66:

$$\begin{aligned}
 D_1, D_2 & \quad \text{Coeficiente de Difusão do grupo 1 e 2 [s/cm}^{-1}\text{]} \\
 \Sigma_{1s}, \Sigma_{2s} & \quad \text{Seção de choque macroscópica de espalhamento [cm}^{-1}\text{]} \\
 \Sigma_{1a}, \Sigma_{2a} & \quad \text{Seção de choque macroscópica de absorção [cm}^{-1}\text{]} \\
 \Sigma_{1f}, \Sigma_{2f} & \quad \text{Seção de choque macroscópica de fissão [cm}^{-1}\text{]} \\
 \chi_1, \chi_2 & \quad \text{Fração de nêutrons nascidos no grupo 1 ou 2 em função de fissão} \\
 \nu_1, \nu_2 & \quad \text{número de nêutrons produzidos após a fissão} \\
 v_1, v_2 & \quad \text{velocidade média dos nêutrons de cada grupo [cm/s]}
 \end{aligned}$$

Sobre os parâmetros citados acima, há de se considerar que este trabalho utilizou os dados médios, em função das energias dos neutrons, devidamente tabelados conforme destacado no Anexo 1.

As duas equações são acopladas através dos termos referente a produção de nêutrons, como já dito, a remoção de nêutrons rápidos através de espalhamento e sua respectiva desaceleração é fonte de nêutrons para o grupo de nêutrons térmicos, bem como a maior parte dos nêutrons rápidos são produzidos em função das fissões térmicas.

Por fim, ainda sobre as considerações a cerca da velocidade dos nêutrons para este trabalho, há de se destacar que utilizaremos energias típicas de grupos rápidos para as duas equações acopladas, sendo que para a equação de grupo rápido, a velocidade será três vezes maior que a velocidade do grupo térmico.

Expressando matematicamente, significa dizer que:

$$\chi_1 + \chi_2 = 1 \quad (67)$$

É importante destacar que os nêutrons oriundos de novas fissões nascerão no grupo rápido, sendo, portanto o valor referente aos nêutrons nascidos no grupo térmico igual a zero. O que significa dizer, matematicamente, que:

$$\chi_1 = 1 \quad (68)$$

$$\chi_2 = 0 \quad (69)$$

$$D_1 \nabla^2 \Phi_1 - \Sigma_{1s} \Phi_1 + \epsilon \nu \Sigma_{2f} \Phi_2 = \frac{1}{v_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \quad (70)$$

$$D_2 \nabla^2 \Phi_2 - \Sigma_{2a} \Phi_2 + p \Sigma_{1s} \Phi_1 = \frac{1}{v_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} \quad (71)$$

Onde:

ϵ – fator de fissão rápida

p – probabilidade de escape de ressonância

$$p = \frac{\Sigma_{1s}}{\Sigma_{1s} + \Sigma_{1a}} \quad (72)$$

O fator de multiplicação denominado fator de fissão rápida, ϵ , aumenta a população de nêutrons rápidos em uma geração de nêutrons, sendo assim o fator de fissão rápida é definido como a razão entre os nêutrons rápidos produzidos pelas fissões em todas as energias pelo quantitativo referente ao número de nêutrons rápidos produzidos na fissão térmica.

Por outro lado, dado que os nêutrons continuam a se difundir através do reator então à medida que colidem com núcleos de combustível e demais materiais no reator perdem parte de

sua energia em cada colisão e, portanto, desaceleram. Sendo assim, a diminuição da velocidade dos nêutrons faz com que eles passem por regiões de ressonância relacionadas aos núcleos do material combustível. Nestas regiões de ressonância há uma chance de que alguns nêutrons sejam capturados. Finalmente, a probabilidade de que o nêutron não seja absorvido por um pico de ressonância é chamado de probabilidade de escape de ressonância.

De uma forma mais sintética, a probabilidade de escape de ressonância (p) é definida como a razão entre o número de nêutrons que atingem as energias térmicas pelo número de nêutrons rápidos que começam a desacelerar.

Voltando ao tratamento físico matemático do núcleo do reator, no modelo de dois grupos utilizando a equação da difusão dentro do núcleo do VICHFPR, pode-se reescrever as duas equações da difusão para o grupo de nêutrons rápidos e para o grupo térmico da seguinte forma:

$$\frac{1}{v_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + \epsilon \nu \Sigma_{2f} \Phi_2 - D_1 B_T^2 \Phi_1 - \Sigma_{1s} \Phi_1 \quad (73)$$

$$\frac{1}{v_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = D_2 \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} - \Sigma_{2a} \Phi_2 - D_2 B_T^2 \Phi_2 + p \Sigma_{1s} \Phi_1 \quad (74)$$

Trazendo de volta, para fins de visualização, a equação da difusão para o núcleo do reator VICHPR:

$$\frac{1}{Dv} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + B \frac{\partial \phi}{\partial x} + A \phi$$

Onde:

$$A = \frac{1}{D} [\nu \Sigma_f - \Sigma_a - D B_T^2]$$

$$B = \frac{V}{vD}$$

Assim, as equações com dois grupos de nêutrons ficarão da mesma forma, ou seja, a mesma modelagem, mas com as inclusões dos termos cruzados: de um grupo que causa impacto no outro grupo de nêutrons. Desta forma, o termo B e termo A sofrerão modificações e um termo C será acrescentado porque dirá respeito ao termo cruzado:

$$A_1 = \frac{1}{D_1} [-\Sigma_{1s} - D_1 B_T^2] \quad (75)$$

$$A_2 = \frac{1}{D_2} [-\Sigma_{2a} - D_2 B_T^2] \quad (76)$$

$$B_1 = \frac{V}{v_1 D_1} \quad (77)$$

$$B_2 = \frac{V}{v_2 D_2} \quad (78)$$

$$C_1 = \frac{1}{D_1} [\epsilon \nu \Sigma_{2f}] \quad (79)$$

$$C_2 = \frac{1}{D_2} [p \Sigma_{1s}] \quad (80)$$

Sendo este último termo, equação (73), o valor correspondente a probabilidade de escapamento de ressonância que, em outras palavras, significa a razão da taxa perda por escapamento (não absorvido) pela quantidade total da perda: por escapamento mais absorção. Isso, em se tratando do grupo de nêutrons rápidos.

Portanto, tomando em consideração a sistematização adotada para fins de facilitar a programação e visualização da equação, escrever-se-a as equações da mesma forma que foi escrito anteriormente para um grupo de nêutrons, naturalmente mais simplificada, conforme segue:

$$\frac{1}{D_1 v_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + B_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + A_1 \Phi_1 + C_1 \Phi_2 \quad (81)$$

$$\frac{1}{D_2 v_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} + B_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} + A_2 \Phi_2 + C_2 \Phi_1 \quad (82)$$

4.3 DISCRETIZAÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO ATRAVÉS DO MÉTODO DE CRANK-NICHOLSON

O método de Crank–Nicolson é um método das diferenças finitas usado para resolver numericamente a equação do calor e equações diferenciais parciais similares. Trata-se de um método implícito no tempo e numericamente estável. O método foi desenvolvido por John Crank e Phyllis Nicolson em 1947 e publicado ([CRANK J.; NICOLSON, 1947](#)).

De um outro ponto de vista, meramente algébrico, o método de Crank–Nicolson calcula a média das equações resultantes das diferenças finitas progressiva e regressiva, respectivamente, de forma explícita e implícita. Sendo portanto um método de diferenças finitas semi-implícito.

Para equações de difusão o método de Crank–Nicolson é incondicionalmente estável. Contudo, as soluções aproximadas podem ainda conter oscilações significativas caso a razão entre o passo de tempo e o quadrado do passo de espaço for maior que 1/2.

4.3.1 Discretização para um grupo de energia

A discretização para o modelo de um grupo de nêutrons, utilizando o método das diferenças finitas modelo semi implícito de Crank–Nicholson.

Desta forma, partindo do modelo matemático já descrito e desconsiderando algumas redundâncias, tais como: o subscript "1" que informa que trata-se de um grupo de energia, haja visto que só há um único grupo, assim, se faz desnecessário; bem como o indicador de mudança de variável: uma linha, utilizado diferenciar variáveis:

$$\frac{1}{Dv} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + B \frac{\partial \phi}{\partial x} + A\phi \quad (83)$$

O modelo segue a equação da difusão, conforme já descrito, discretizando utilizando indicação em sobrescrito para a variação espacial e subscrito para a indicação da variação temporal. Assim, para a descrição do fluxo de nêutrons, primeira e segunda derivada espacial:

$$\begin{aligned} \phi &\rightarrow r\phi_i^{n+1} + (1-r)\phi_i^n & (84) \\ \frac{\partial \phi}{\partial x} &\rightarrow r \left(\frac{\partial \phi}{\partial x'} \right)^{n+1} + (1-r) \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^n \\ &= \frac{r}{\Delta x} [\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_i^{n+1}] + \frac{(1-r)}{\Delta x} [\phi_{i+1}^n - \phi_i^n] \\ \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} &\rightarrow r \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)^{n+1} + (1-r) \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)^n \\ &= \frac{r}{\Delta x^2} [\phi_{i-1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1} + \phi_{i+1}^{n+1}] + \frac{(1-r)}{\Delta x^2} [\phi_{i-1}^n - 2\phi_i^n + \phi_{i+1}^n] \end{aligned}$$

onde:

- r é o parâmetro generalizado de Crank-Nicolson;
- n é o parâmetro discreto de evolução temporal e,
- i é o parâmetro discreto de variação espacial.

Explicitando a discretização no eixo temporal para derivada de primeira ordem:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi_{i+1} - \phi_i}{\Delta t} \quad (85)$$

Portanto, colocando todos as discretizações na equação da difusão para o modelo desenvolvido, tem-se:

$$\frac{1}{Dv} \frac{\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_i^n}{\Delta t} = \frac{r}{\Delta x^2} [\phi_{i-1}^{n+1} - 2\phi_i^{n+1} + \phi_{i+1}^{n+1}] \quad (86)$$

$$+ \frac{(1-r)}{\Delta x^2} [\phi_{i-1}^n - 2\phi_i^n + \phi_{i+1}^n] + \frac{Br}{\Delta x} (\phi_{i+1}^{n+1} - \phi_i^n + 1) + \frac{B(1-r)}{\Delta x} (\phi_{i+1}^n - \phi_i^n) \quad (87)$$

$$+ A [r\phi_i^{n+1} + (1-r)\phi_i^n] \quad (88)$$

Neste momento, com intuito de simplificar a equação do ponto de vista da visualização e para o futuro processamento computacional, utilizar-se-a algumas constantes:

$$\alpha_1 \phi_{i+1}^{n+1} + \beta_1 \phi_i^{n+1} + \gamma_1 \phi_{i+1}^{n+1} = \alpha_2 \phi_{i-1}^n + \beta_2 \phi_i^n + \gamma_2 \phi_{i+1}^n \quad (89)$$

Onde, as constantes utilizadas correspondem a:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{r}{\Delta x^2} \\ \beta_1 &= -\frac{2r}{\Delta x^2} - \frac{Br}{\Delta x} + Ar - \frac{1}{Dv\Delta t} \\ \gamma_1 &= \frac{r}{\Delta x^2} + \frac{Br}{\Delta x} \\ \alpha_2 &= -\frac{(1-r)}{\Delta x^2} \\ \beta_2 &= \frac{2(1-r)}{\Delta x^2} + \frac{B(1-r)}{\Delta x} - A(1-r) - \frac{1}{Dv\Delta t} \\ \gamma_2 &= -\frac{1-r}{\Delta x^2} - \frac{B(1-r)}{\Delta x} \end{aligned} \quad (90)$$

Finalmente, a resolução da EDP se transforma em um sistema de equações algébricas que, escrita de forma matricial, assume a seguinte notação:

$$M_1 \phi^{(n+1)} = M_2 \phi^{(n)} \quad (91)$$

Cujo os termos são escritos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} M_{1_{i-1,i}} &= \alpha_1 \\ M_{1_{i,i}} &= \beta_1 \\ M_{1_{i+1,i}} &= \gamma_1 \\ M_{2_{i-1,i}} &= \alpha_2 \\ M_{2_{i,i}} &= \beta_2 \\ M_{2_{i+1,i}} &= \gamma_2 \end{aligned} \quad (92)$$

$$\begin{aligned}
M_{1_{i-1},i} &= \alpha_1 \\
M_{1_{i,i}} &= \beta_1 \\
M_{1_{i+1},i} &= \gamma_1 \\
M_{2_{i-1},i} &= \alpha_2 \\
M_{2_{i,i}} &= \beta_2 \\
M_{2_{i+1},i} &= \gamma_2
\end{aligned} \tag{93}$$

4.3.2 Discretização para dois grupo de energia

O método semi implícito de Crank-Nicholson deve ser aplicado agora a duas equações onde o fluxo do grupo menos rápido (térmicos) causará implicações no grupo de nêutrons rápidos e vice-versa, assim os esforço matemático da discretização é rigorosamente o mesmo com o acréscimo de um termo referente ao fluxo do outro grupo.

Partindo das equações (72) e (73) que descreve o comportamento neutrônico dentro do núcleo do reator utilizando o modelo de dois grupos de nêutrons de energia, repetindo-se aqui as equações abaixo:

$$\frac{1}{D_1 v_1} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} + B_1 \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + A_1 \Phi_1 + C_1 \Phi_2$$

$$\frac{1}{D_2 v_2} \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = \frac{\partial^2 \Phi_2}{\partial x^2} + B_2 \frac{\partial \Phi_2}{\partial x} + A_2 \Phi_2 + C_2 \Phi_1$$

Desta forma para fins de discretização, o esforço matemático é idêntico, acrescentando-se o último termo do lado direito das equações que acrescenta um termo cruzado, gerando assim a dependência de uma equação em relação a outra, ou seja, acoplando-se as equações.

Portanto, uma nova discretização é prescindível, colando-se apenas a discretização do termo que se acrescenta, ressaltando os termos A e B tem valores distintos em relação aos termos modelados para um grupo. De qualquer forma, a equação final em sua forma discretizada através do Método das Diferenças Finitas modelo semi implícito de Crank-Nicholson fica da seguinte forma:

$$\alpha_1 \Phi_{1_{i+1}}^{n+1} + \beta_1 \Phi_{1_i}^{n+1} + \gamma_1 \Phi_{1_{i+1}}^{n+1} = \alpha_2 \Phi_{1_{i-1}}^n + \beta_2 \Phi_{1_i}^n + \gamma_2 \Phi_{1_{i+1}}^n + \theta_1 \Phi_{2_i}^n \tag{94}$$

$$\alpha_3 \Phi_{2_{i+1}}^{n+1} + \beta_3 \Phi_{2_i}^{n+1} + \gamma_3 \Phi_{2_{i+1}}^{n+1} = \alpha_4 \Phi_{2_{i-1}}^n + \beta_4 \Phi_{2_i}^n + \gamma_4 \Phi_{2_{i+1}}^n + \theta_2 \Phi_{1_i}^n \tag{95}$$

Alguns termos serão iguais em função da simetria do problema. Ou seja, haverá um dos termos que será, de fato, igual aos da discretização para um grupo de nêutrons. Todavia, para os

demais termos, haverá algumas leves variações e terá, também, a inclusão de mais um termo referente aos termos cruzados.

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{r}{\Delta x^2} \\
 \alpha_2 &= -\frac{(1-r)}{\Delta x^2} \\
 \alpha_3 &= \frac{r}{\Delta x^2} \\
 \alpha_4 &= -\frac{(1-r)}{\Delta x^2}
 \end{aligned} \tag{96}$$

Segue abaixo os termos da discretização cujos parâmetros da geometria, bem como aqueles referente a característica do reator serão colocados em função das variáveis beta, gama e teta:

$$\begin{aligned}
 \beta_1 &= -\frac{2r}{\Delta x^2} - \frac{B_1 r}{\Delta x} + A_1 r - \frac{1}{D_1 v_1 \Delta t} \\
 \beta_2 &= \frac{2(1-r)}{\Delta x^2} + \frac{B_1(1-r)}{\Delta x} - A_1(1-r) - \frac{1}{D_1 v_1 \Delta t} \\
 \beta_3 &= -\frac{2r}{\Delta x^2} - \frac{B_2 r}{\Delta x} + A_2 r - \frac{1}{D_2 v_2 \Delta t} \\
 \beta_4 &= \frac{2(1-r)}{\Delta x^2} + \frac{B_2(1-r)}{\Delta x} - A_2(1-r) - \frac{1}{D_2 v_2 \Delta t} \\
 \gamma_1 &= \frac{r}{\Delta x^2} + \frac{B_1 r}{\Delta x} \\
 \gamma_2 &= -\frac{1-r}{\Delta x^2} - \frac{B_1(1-r)}{\Delta x} \\
 \gamma_3 &= \frac{r}{\Delta x^2} + \frac{B_2 r}{\Delta x} \\
 \gamma_4 &= -\frac{1-r}{\Delta x^2} - \frac{B_2(1-r)}{\Delta x} \\
 \theta_1 &= C_1 \\
 \theta_2 &= C_2
 \end{aligned} \tag{97}$$

Assim, o procedimento computacional consiste em resolver uma equação e, no mesmo passo de tempo dentro do laço temporal, resolver a outra. De forma que ambas marchem no tempo uma em função da outra, sendo que uma estará, embora no mesmo passo temporal, a frente da outra, pois o resultado do fluxo rápido será utilizado no processamento da equação do grupo térmico. No limite, ou seja, para um variação temporal grande o suficiente, os fluxos tenderão para os valores finais que descreverão o comportamento neutrônico no núcleo do reator.

E, finalmente, a resolução das duas EDP's se transformam em duas equações algébricas, acopladas, que escritas em forma matricial, assumem a seguinte notação:

$$M_1 \Phi_1^{(n+1)} = M_2 \Phi_1^{(n)} + \theta_1 \Phi_2^n \quad (98)$$

$$N_1 \Phi_2^{(n+1)} = N_2 \Phi_2^{(n)} + \theta_2 \Phi_1^n \quad (99)$$

Ressalta-se que os elementos das duas matrizes obedecem, simetricamente, a mesma lógica de formação já detalhada para o modelo de um grupo de nêutrons. De toda forma, no caso do modelo de dois grupos, haverá uma semelhança com o modelo anterior já citado.

A matriz de referente a equação para o grupo térmico fica da seguinte forma:

$$\begin{aligned} M_{1(i-1,i)} &= \alpha_1 \\ M_{1(i,i)} &= \beta_1 \\ M_{1(i+1,i)} &= \gamma_1 \\ M_{2(i-1,i)} &= \alpha_2 \\ M_{2(i,i)} &= \beta_2 \\ M_{2(i+1,i)} &= \gamma_2 \end{aligned} \quad (100)$$

Enquanto a matriz de referente a equação para o grupo de nêutrons rápidos fica:

$$\begin{aligned} N_{1(i-1,i)} &= \alpha_3 \\ N_{1(i,i)} &= \beta_3 \\ N_{1(i+1,i)} &= \gamma_3 \\ N_{2(i-1,i)} &= \alpha_4 \\ N_{2(i,i)} &= \beta_4 \\ N_{2(i+1,i)} &= \gamma_4 \end{aligned} \quad (101)$$

4.4 CONVERGÊNCIA, CONSISTÊNCIA E ESTABILIDADE

Em ambos os processamentos, tanto para um grupo quanto para dois, os valores relativos ao espaçamento da malha espacial que é a diferencial espacial, bem como o passo temporal, a diferencial do tempo, foram devidamente ajustados para garantir a convergência, consistência e estabilidade.

4.4.1 Consistência

Na malha espacial foi definida um espaçamento, entre os nós, suficientemente pequeno, tendendo a zero, de tal forma que a aproximação por diferenças finitas se torna consistente com a equação diferencial correspondente que teve, por sua vez, origem no modelo matemático que governa o fenômeno da distribuição de nêutrons dentro do reator do VICHFPR.

A respeito do passo temporal referente a diferencial no tempo, é importante destacar que este, também, foi discretizado de tal forma que ficou suficiente pequeno, tendendo a zero, para que ficasse consistente com a diferença finita temporal do modelo.

Dito isto sobre as derivadas que se transformaram em diferenças finitas, pode-se afirmar que a equação diferencial baseada na equação da difusão que governa o fluxo de nêutrons no núcleo do reator VICHFPR, discretizada através do método semi implícito de Crank–Nicholson, tem as suas respectivas diferenças finitas convergindo para a equação diferencial, ou seja, apresentando consistência.

4.4.2 Convergência

A convergência consiste no fato da solução numérica convergir para a solução exata referente a solução analítica da Equação Diferencial Parcial que governa o fenômeno. Assim, a discretização através do modelo descrito implicou em convergência, sendo portanto constatado para a simulação com um e dois grupos de nêutrons e será evidenciado nos resultados do próximo capítulo.

Além disso é importante definir um critério de parada, ou seja, quando o processo iterativo deve parar. Para este trabalho há de se definir um critério que diz respeito ao fluxo na enésima interação relacionado com seu valor na interação anterior. Em outras palavras, quando a diferença dos valores citados se torna insignificante dentro do contexto deste trabalho.

Portanto o critério de parada adotado será:

$$Critério = \left| 1 - \frac{\phi_i^n}{\phi_i^{n-1}} \right| \quad (102)$$

4.4.3 Estabilidade

Em relação à estabilidade, que consiste em manter os erros de um processo de discretização com truncamento controlado, há de se ressaltar que a estabilidade implica que esses erros ou perturbações da solução numérica não sejam amplificados, o que ocorreu na discretização utilizada neste trabalho. Além disso, o próprio método semi implícito utilizado é incondicionalmente estável não implicando em maiores preocupações na discretização da equação diferencial parcial que governa o fenômeno físico referente ao objetivo deste trabalho.

4.5 PROCESSAMENTO COMPUTACIONAL

O processamento computacional utiliza uma linguagem de alto nível, podendo ser Fortran, C, C++, Java, Python ou Matlab/Octave. É óbvio que algumas terão mais bibliotecas, mas códigos já escritos. Ou seja, haverá uma mais indicada para o processamento computacional utilizando métodos numéricos, mas, de qualquer forma o impacto será baixo. E, mesmo assim, em qualquer momento é fácil transportar, traduzir, o código para outra linguagem.

Sendo assim, neste trabalho utiliza-se a Octave por questão de facilidade computacional na escrita do código, bem como pela quantidade de funções e bibliotecas a disposição.

Ainda sobre o cálculo computacional, é importante destacar que trata-se de uma resolução de um sistema de equações algébricas marchando no tempo, cuja malha é variável em termos de quantidade de nós. O passo temporal é implementado através de laço que variam conforme a definição dos termos da malha temporal.

Como as equações são acopladas, há de se resolver ambas simultaneamente. Pois há influência do fluxo térmico no fluxo rápido, de forma que no mesmo passo temporal se obtenha o valor para a distribuição de nêutrons para os dois grupos.

Portanto, a simulação computacional das equações da difusão obtidas com método das diferenças finitas, formulação semi implícita de Crank-Nicholson, para obter a distribuição do fluxo de nêutrons utilizando dois grupos de nêutrons no núcleo do Reator VICHFPR, será processado tanto para um quanto para dois grupos de nêutrons de energia para fins de, dentre outros resultados, o de comparação entre um grupo e dois grupos.

4.5.1 Código computacional para um grupo de energia

O código computacional para um grupo de energia é apresentado, na linguagem Octave, no apêndice A. Todavia, é importante ressaltar a dinâmica de processamento considerando um cálculo do sistema equações através da sua representação matricial em cada passo de tempo onde o tempo é computado na forma de um laço computacional variando desde o tempo zero até 100.000 intervalos do passo temporal Δt .

4.5.2 Código computacional para dois grupos de energia

Já o código computacional para dois grupos, Apêndice B, apresenta as mesmas características do código anterior com o acréscimo de um termo no processamento e, pelo fato, do processamento para os nêutrons térmicos precederem os cálculos para o processamento do grupo dos nêutrons rápidos.

Este acréscimo implica em mais um cálculo computacional, dado que, de forma interativa, o resultado de um fluxo interagem com o processamento do outro tendo em vista trata-se de dois

sistemas de equações acoplados. Mais uma vez, há de se destacar que 100.000 interações foi suficiente para atender um bom critério de convergência bem como um bom critério de parada.

Assim, no processamento computacional foi adotado um critério de parada para igual a 5.10^{-9} .

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

5.1 DISTRIBUIÇÃO DO FLUXO DE NÊUTRONS

A distribuição do fluxo de nêutrons foi simulada através do modelo matemático que descreve o problema físico onde a modelagem utilizou a equação da difusão. Em seguida, a equação da difusão foi devidamente discretizada através do método das diferenças finitas utilizando o modelo semi implícito de Crank-Nicholson (CRANK J.; NICOLSON, 1947) para, finalmente, através de uma linguagem de alto nível, efetuar a simulação levando em consideração que o fluxo será normalizado.

Tendo em vista o foco na análise gráfica da distribuição neutrônica, será, portanto, apresentado gráficos dos fluxos normalizados levando em consideração que um fluxo de pico é da ordem de 10^{15} ou 10^{16} n/cm², bem como a variação da geometria do núcleo do reator, variando a geometria, com simulações para cada nova geometria, haverá naturalmente a variação da malha computacional que descreve o problema através das técnicas numéricas e computacionais.

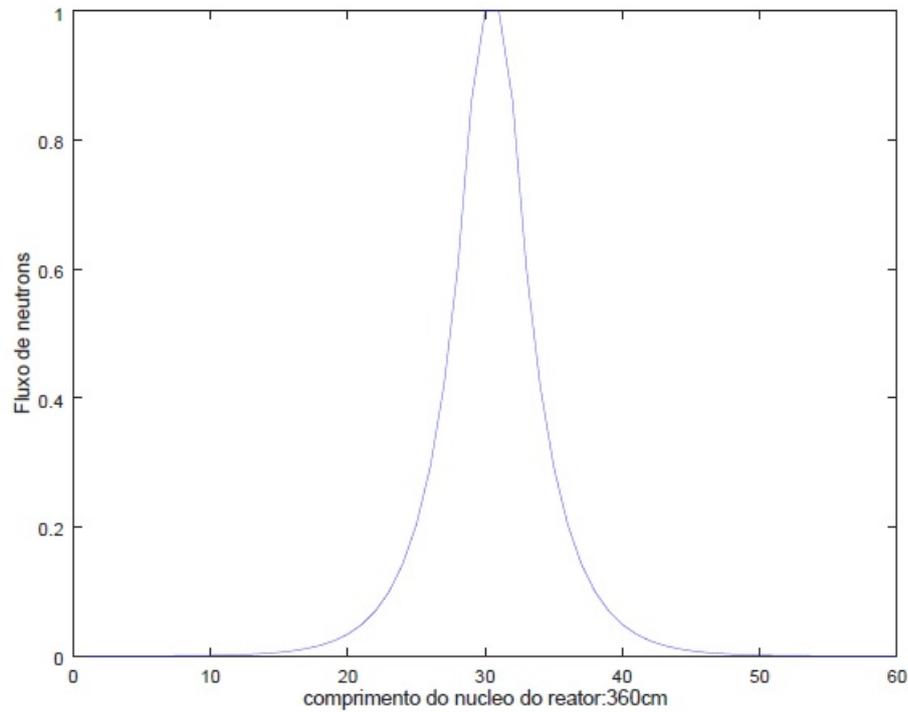
Além disso, os dados detalhados tanto da geometria quando das características físicas do reator estão detalhados nos anexos deste trabalho.

5.1.1 Um grupo de nêutrons

A primeira simulação descreve o comportamento normalizado da distribuição do fluxo no reator, utilizando uma malha computacional de 60 nós, cuja dimensão do núcleo do reator é de 360 cm, mantendo todas as demais constantes.

Observa-se na figura 9 que aos 72 cm, algo em torno do nó 15 o fluxo começa a se tornar diferente de zero fazendo uma curva suave até atingir um pico no centro do reator. Decrescendo de forma simétrica até o nó 45, algo em torno de 72 cm antes da extremidade oposta do reator.

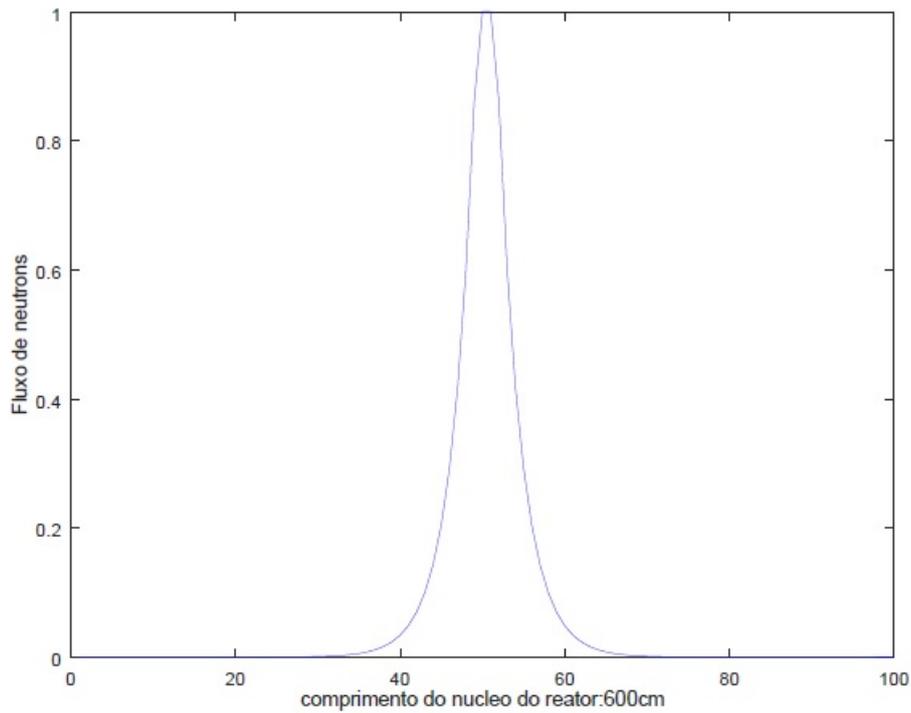
Figura 9 – Gráfico 60 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice A

A segunda simulação, figura 10, com as mesmas características do problema, com exceção da variação da dimensão radial da geometria anelar do reator que foi alterada para 600cm, sendo assim, ampliando-se a malha computacional para 100 nós. Neste caso, o comportamento é igual ao que já foi descrito pela primeira simulação com o acréscimo de que, neste caso, as dimensões são levemente ampliadas.

Figura 10 – Gráfico 100 nós na malha

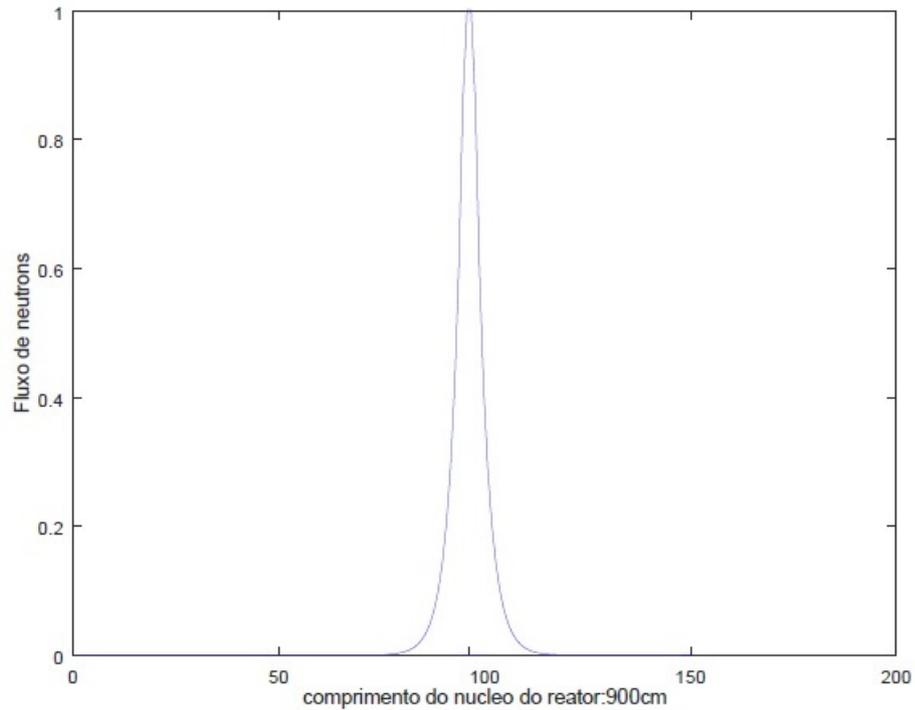


Fonte: Programa em Octave - Apêndice A

Assim como a primeira simulação, distribuição do fluxo no reator também é tratado de forma normalizada seguindo a mesma natureza simétrica em relação ao ponto central do núcleo.

A terceira simulação, figura 11, segue as mesmas características do problema, com exceção, mais uma vez, da variação da dimensão radial da geometria anelar do reator que foi alterada para 900 cm, sendo assim, ampliando-se a malha computacional para 200 nós.

Figura 11 – Gráfico 150 nós na malha

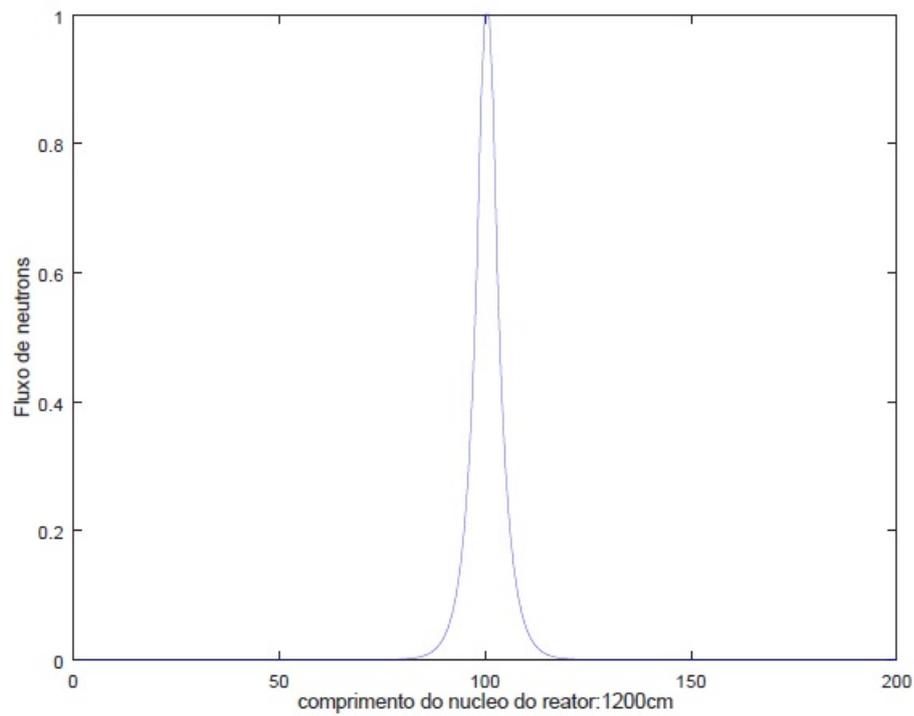


Fonte: Programa em Octave - Apêndice A

Assim como a primeira e a segunda simulação do comportamento normalizado da distribuição do fluxo do reator, foi observado a mesma natureza simétrica com exceção da geometria que foi expandida.

Já a penúltima simulação computacional com as alterações geométricas para as dimensões 900 cm, implicando em alteração da malha computacional para 200 nós, como mostra a figura 12, aponta no mesmo sentido das demais simulações em relação ao comportamento do fluxo neutrônico.

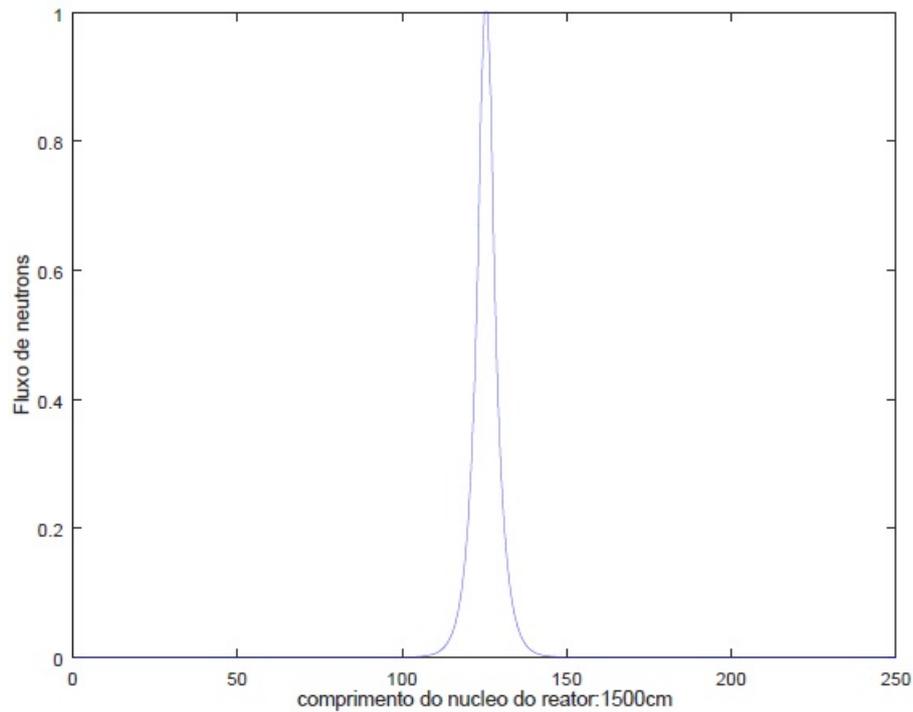
Figura 12 – Gráfico 200 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice A

Por fim, a figura 13, a última simulação computacional com as alterações geométricas para as dimensões 1500 cm implicando em alteração da malha computacional para 250 nós.

Figura 13 – Gráfico 250 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice A

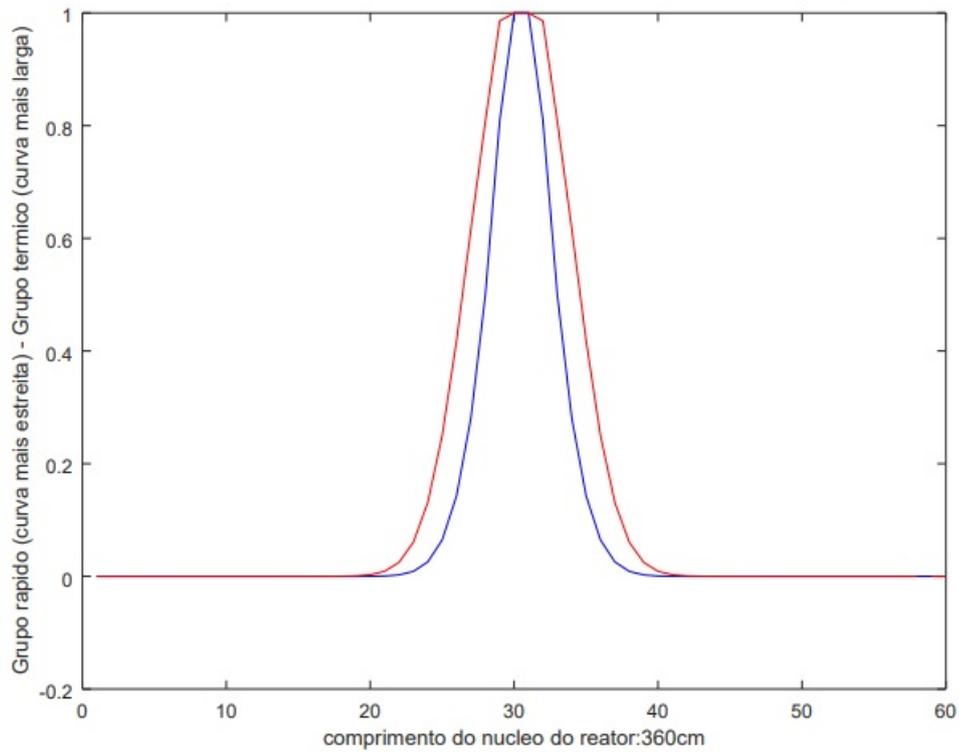
Em todas as simulações constata-se simetria em torno do centro do núcleo do reator, bem como pico no centro da distribuição do fluxo neutrônico.

5.1.2 Dois grupos de nêutrons

Com base na metodologia, obtêm-se resultados utilizando dados da tese do (NARAIN, 1997) e do (MEEM, 1964), normalizando-se os fluxos.

Na simulação para dois grupos o comportamento normalizado da distribuição do fluxo do reator, utilizando uma malha computacional de 60 nós, cuja dimensão do núcleo do reator é de 360 cm, mantendo todas as demais dimensões constantes, apresentou simetria em relação ao centro do núcleo, conforme figura 13.

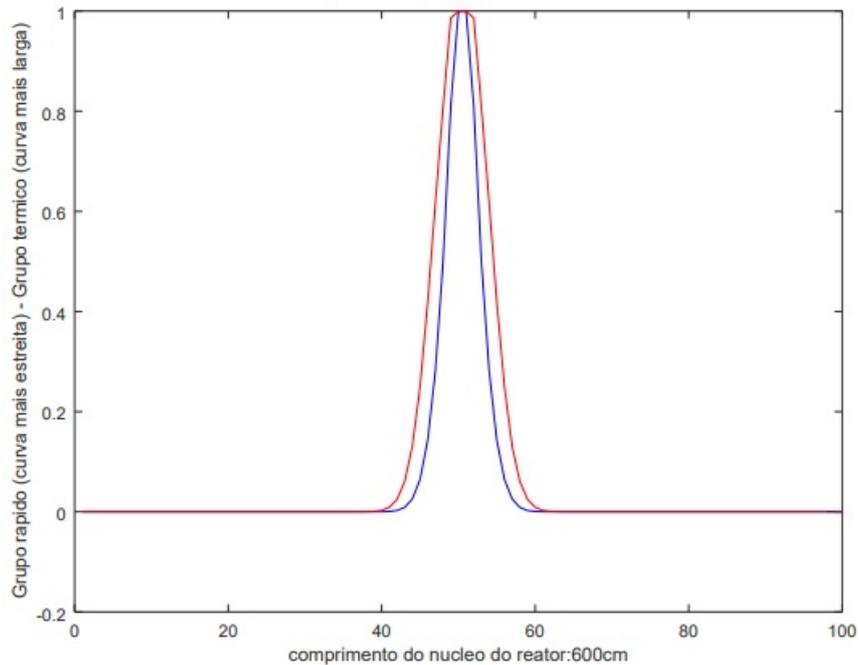
Figura 14 – Gráfico Dois grupos 60 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Na simulação para dois grupos o comportamento normalizado da distribuição do fluxo do reator, utilizando uma malha computacional de 100 nós, cuja dimensão do núcleo do reator é de 600 cm, mantendo todas as demais dimensões constantes, apresentou simetria em relação ao centro do núcleo, conforme figura 15. É importante destacar que, graficamente, o fluxo se estabelece da mesma forma em relação à simulação de um grupo.

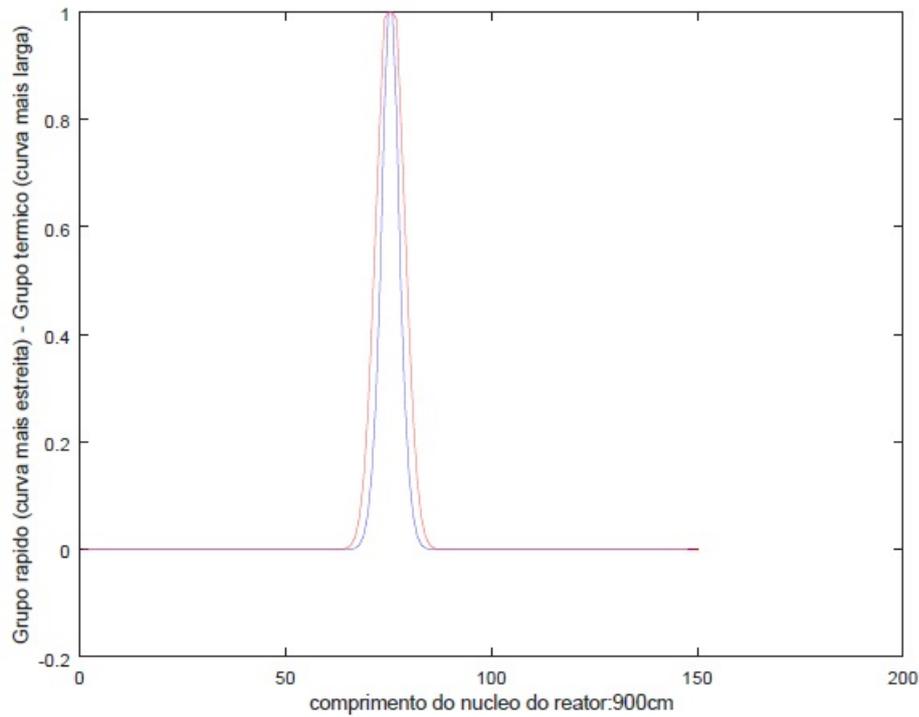
Figura 15 – Gráfico Dois grupos 100 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Na simulação para dois grupos o comportamento normalizado da distribuição do fluxo do reator, utilizando uma malha computacional de 150 nós, cuja dimensão do núcleo do reator é de 900 cm, mantendo todas as demais dimensões constantes. Apresentou simetria em relação ao centro do núcleo, visto na figura 16. Ou seja, em relação à simulação anterior, houve uma expansão da geometria, mas manteve-se o mesmo comportamento.

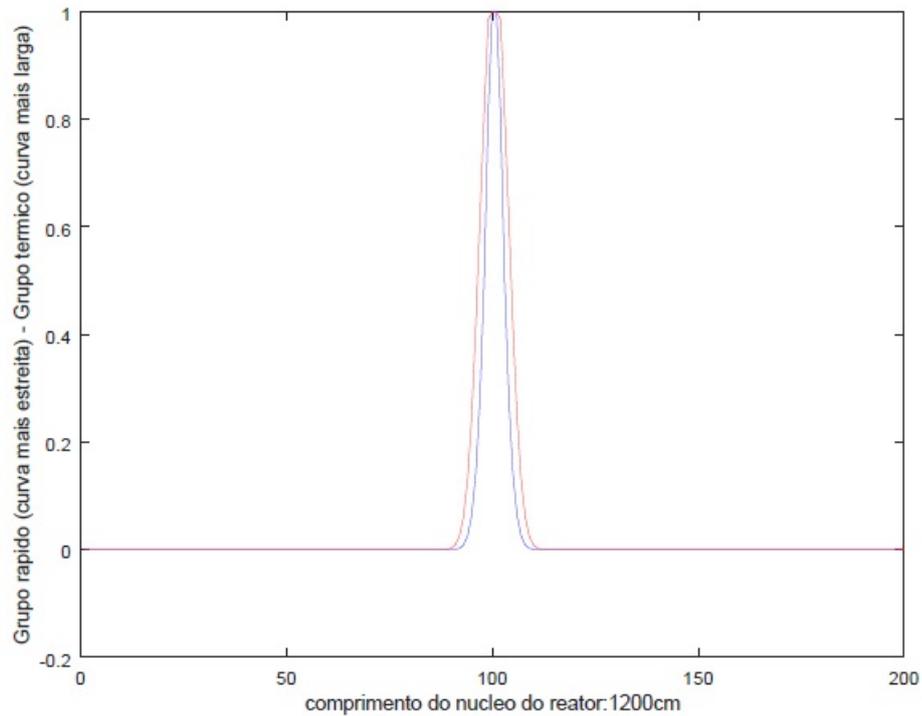
Figura 16 – Gráfico Dois grupos 150 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Na simulação para dois grupos o comportamento normalizado da distribuição do fluxo do reator, utilizando uma malha computacional de 200 nós, cuja dimensão do núcleo do reator é de 1200 cm, mantendo todas as demais dimensões constantes. Apresentou simetria em relação ao centro do núcleo, conforme figura 17. Ou seja, em relação à simulação anterior, houve uma expansão da geometria, mas manteve-se o mesmo comportamento.

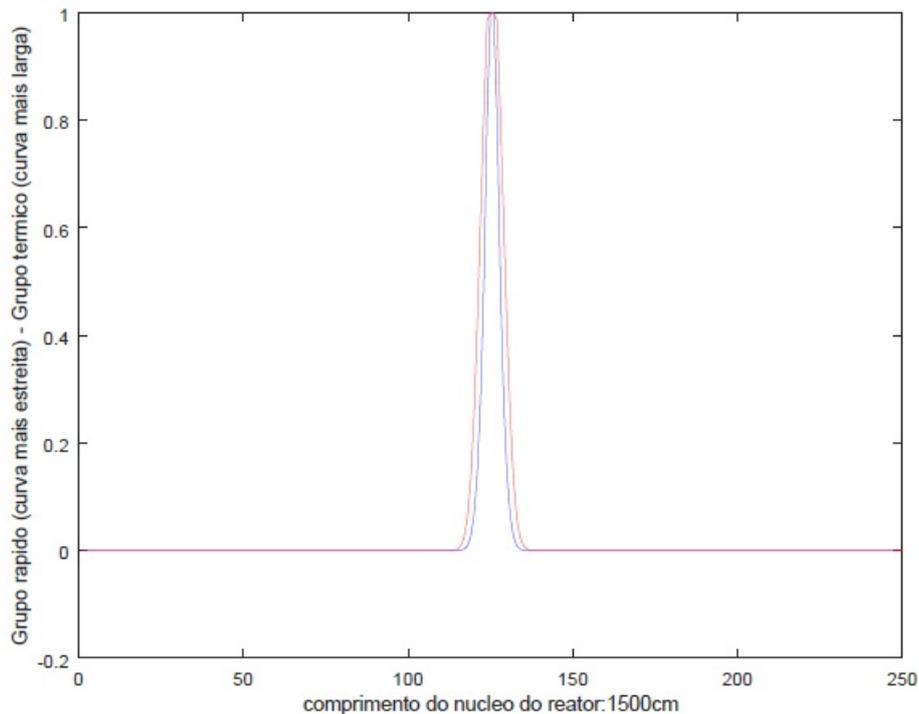
Figura 17 – Gráfico Dois grupos 200 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Na simulação para dois grupos o comportamento normalizado da distribuição do fluxo do reator, utilizando uma malha computacional de 250 nós, cuja dimensão do núcleo do reator é de 1500 cm, mantendo todas as demais dimensões constantes, apresentou simetria em relação ao centro do núcleo, conforme figura 18. Ou seja, em relação à simulação anterior, houve uma expansão da geometria, mas manteve-se o mesmo comportamento.

Figura 18 – Gráfico Dois grupos 250 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Em todos os casos, observa-se que a distribuição tanto para o grupo térmico (curva mais larga), quanto para o grupo rápido apresentou comportamento idêntico, cuja natureza do grupo térmico demonstra reação ligeiramente mais antecipada.

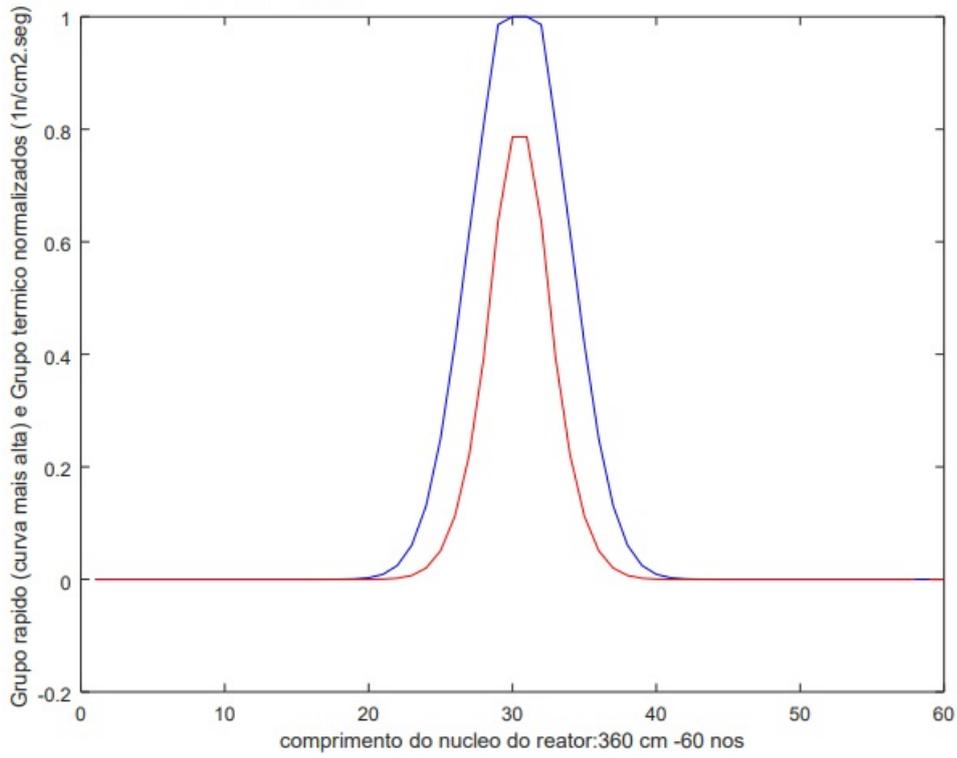
Assim, constata-se simetria e um pico no centro da distribuição do fluxo do reator.

5.1.3 Comparação dos resultados

Nesta seção são apresentadas as imagens, após a simulação dos fluxos tanto para o grupo rápido quanto para o grupo térmico na mesma tela e para todas as simulações geométricas propostas. Além disso, ambos os fluxos foram normalizados em função do grupo rápido, assim teremos as imagens de um fluxo normalizado em função do outro.

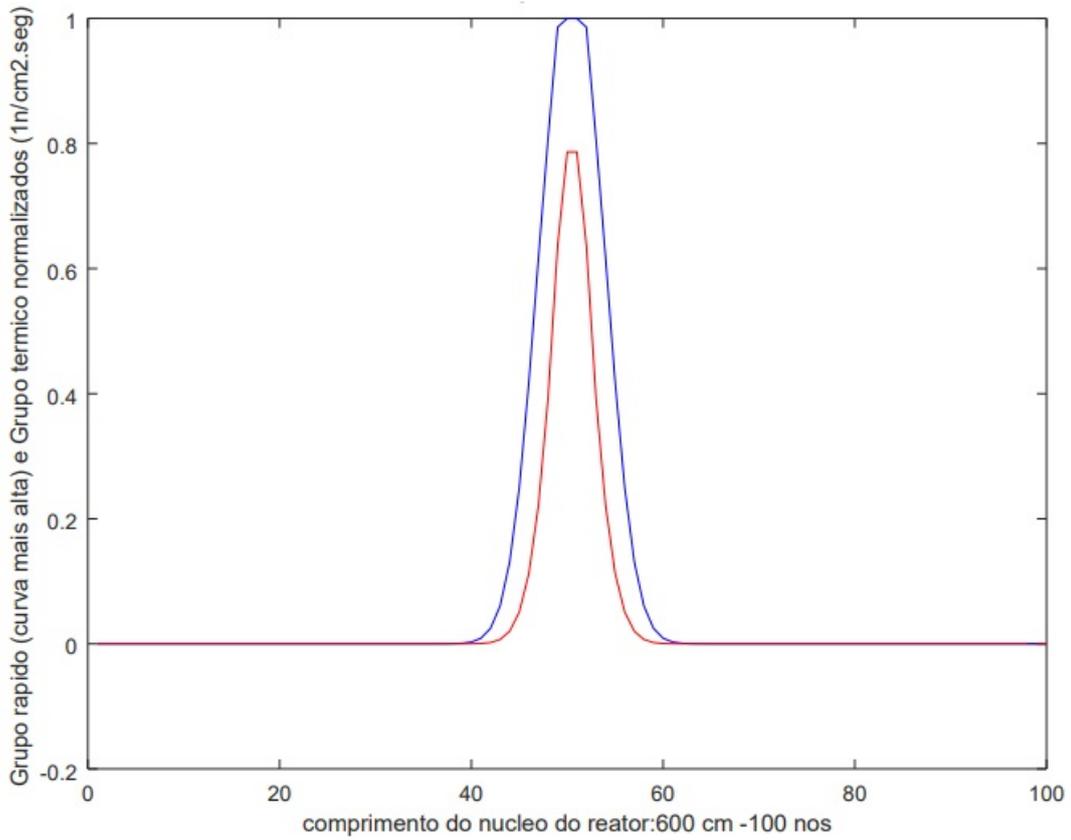
Em todas as simulações, conforme a figura 19 até a figura 23, cuja dimensão do núcleo do reator varia de 360 cm a 1500 cm, mantendo todas as demais constantes, observa-se o comportamento do grupo rápido limitado a uma unidade, sendo o fluxo do grupo térmico limitado a aproximadamente 75% do fluxo normalizado do grupo rápido.

Figura 19 – Gráfico 60 nós na malha



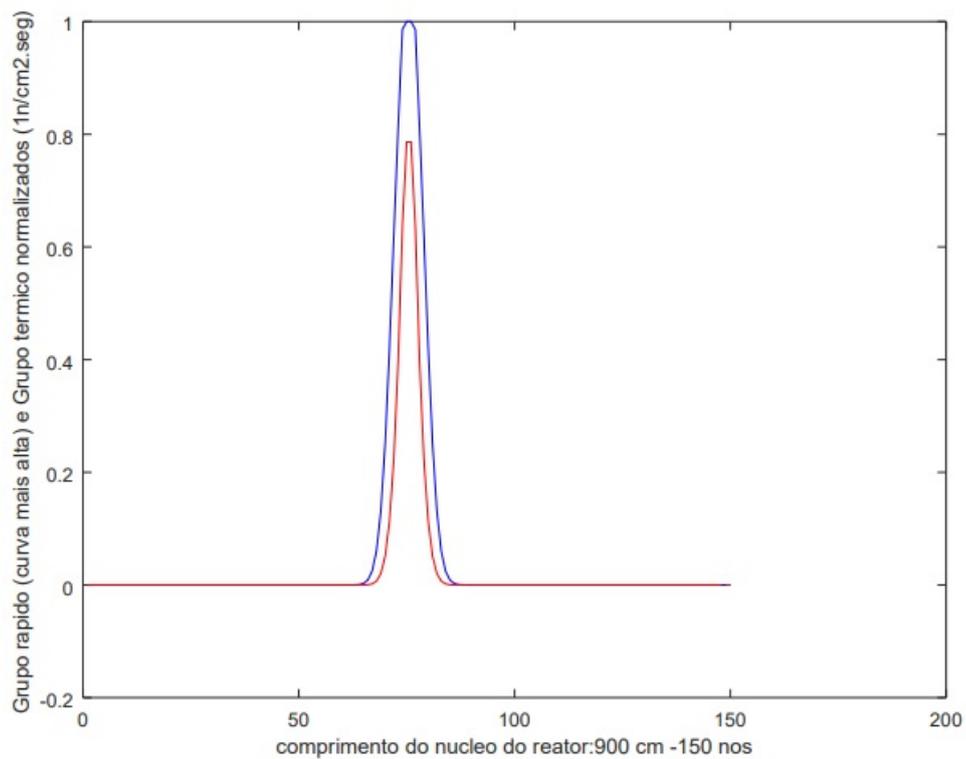
Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Figura 20 – Gráfico 100 nós na malha



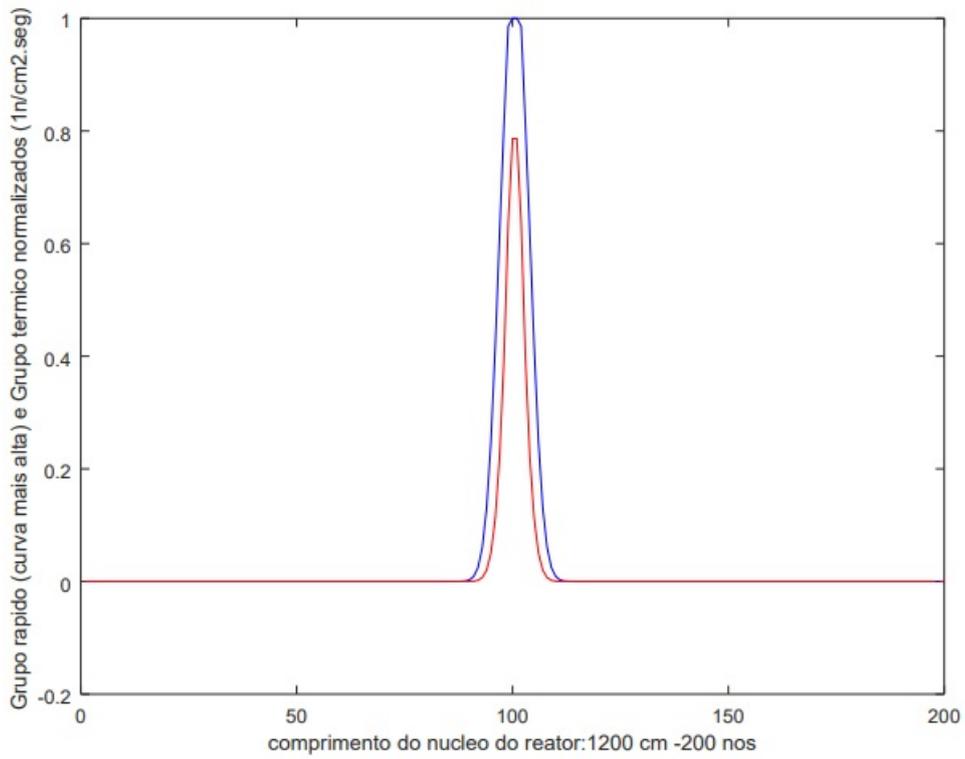
Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Figura 21 – Gráfico 150 nós na malha



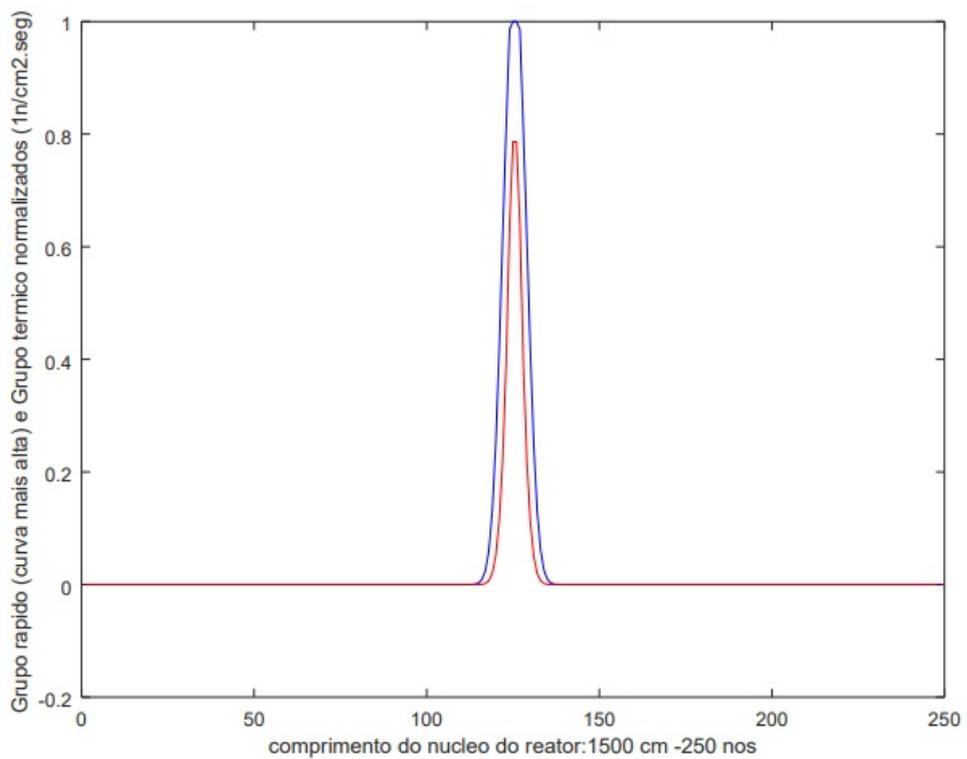
Fonte:Programa em Octave - Apêndice B

Figura 22 – Gráfico 200 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

Figura 23 – Gráfico 250 nós na malha



Fonte: Programa em Octave - Apêndice B

5.2 ESTABILIDADE DO MÉTODO EM FUNÇÃO DOS PARÂMETROS

A presente simulação apresentou estabilidade tendo em vista os parâmetros das características físicas e geométricas do reator proposto, bem como os parâmetros utilizados pelo método numérico tais como Δx , Δt , parâmetro r de Crank-Nicholson.

Além disso, as duas simulações se mostraram coerentes, sendo a segunda, para dois grupos, sendo um refinamento da primeira.

Por fim, é importante destacar a natureza de convergência da simulação. Houve, em ambos os casos, estabilidade e convergência nos resultados numéricos.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como propósito analisar o comportamento do fluxo neutrônico dentro do núcleo do reator VICHFPR, mostrando o comportamento do fluxo neutrônico para dois grupos de energia, comparando os resultados com o comportamento do fluxo neutrônico para um grupo de energia. É natural que esta simulação, embora um pouco mais refinada, ainda assim seja uma simplificação de um problema complexo.

Em uma primeira simulação, foi efetuada a análise para um grupo de energia, situando este grupo em energias térmicas. De forma que foi constatado resultados bem consistentes, mesmo tratando-se de uma simplificação.

No segundo momento, a simulação com dois grupos que, por si só, já é um refinamento da simulação anterior, tendo sido constatado que a simulação para um grupo já estava muito coerente com a realidade do problema, bem como totalmente de acordo a visão e comportamento do fluxo dentro do núcleo.

Sobre o percentual de ganho, conforme os gráficos para dois grupos de nêutrons, são discretos, sendo constatado há uma melhoria na visualização gráfica, podendo-se afirmar que, de fato, houve mais refinamento. Sendo, portanto, justificável o tratamento do problema com dois grupos de nêutrons. Bem como na comparação das curvas que se mostrou bem coerente entre as duas simulações.

Em relação as variações tanto da geometria do núcleo, podemos afirmar que gera uma estabilidade do comportamento da distribuição do fluxo neutrônico mais ao centro do núcleo do reator.

Já em relação às variações das malhas, podemos afirmar que implica em um maior esforço computacional, tempo de processamento, mas mostrando-se válido o refinamento em virtude das curvas apresentarem uma maior precisão

Como proposta para trabalhos futuros, sugere-se que sejam considerados para a análise do fluxo de nêutrons utilizando mais grupos de energia com intuito de constatar o mesmo comportamento para a distribuição de nêutrons e, com um natural refinamento e precisão, bem como uma alteração do MDF para outros métodos numéricos tal como o métodos dos volumes finitos, levando em consideração também as mesmas variações em termos da geometria do núcleo, o refinamento de malhas e alterações no combustíveis no núcleo do reator.

REFERÊNCIAS

- ASH, M. *Nuclear Reactor Kinetics*. [S.l.]: McGraw-Hill. California, USA, 1979. Citado na página 29.
- ATOMICS, G. G. *TRIGA® Nuclear Reactors*. [s.n.], 2018. Disponível em: <<http://www.ga.com/triga>>. Citado na página 17.
- BUTLER, R.; FOYTO, L. *Reducing the Use of Highly Enriched Uranium in Civilian Research Reactors*. 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.17226/21818>>. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 22.
- CRANK J.; NICOLSON, P. A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat conduction type. In: _____. *Proc. Camb. Phil. Soc.* 43 (1), 50–67, 1947. Disponível em: <<https://link.springer.com/article/10.1007%2FBF02127704>>. Citado 2 vezes nas páginas 52 e 61.
- DUDERSTADT, J. *Nuclear Reactor Analysis*. [S.l.: s.n.], 1976. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 32.
- FARLOW, S. *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. [S.l.]: Courier Corporation, 1993. Citado na página 39.
- HAMMOUDA, B. *Probing Nanoscale Structures: The Sans Toolbox*. 2016. Disponível em: <https://www.ncnr.nist.gov/staff/hammouda/the_sans_toolbox.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 26, 27 e 28.
- HORE-LACY, I. *Nuclear Energy: in the 21st Century*. [S.l.]: Academic Press, 2006. Citado 2 vezes nas páginas 19 e 20.
- IAEA. *International Atomic Energy Agency. Applications of research reactors*. 2014. Disponível em: <https://www-pub.iaea.org/MTCD/Publications/PDF/Pub1627_web.pdf>. Citado 3 vezes nas páginas 19, 20 e 24.
- KOPPERS V. E. MORALES, A. C. *Conceito para o desenvolvimento de um simulador de análise de reatores de pesquisa baseado em um reator de referência alemão*. 2018. Disponível em: <<https://www.euronuclear.org/meetings/rrfm2018/proceedings/Monday/Poster/RRFM2018-A0082-fullpaper.pdf>>. Citado na página 18.
- LAMARSH, J. *Introduction to Nuclear Reactor Theory*. [S.l.]: Pearson, 2002. Citado 2 vezes nas páginas 31 e 33.
- LAMARSH, J. *Introduction to nuclear engineering*. 3rd ed. ed. [S.l.]: Addison-Wesley, 2014. (Addison-Wesley series in nuclear science and engineering). Citado 2 vezes nas páginas 26 e 48.
- MEEM, J. *Two group reactor theory*. [S.l.]: Gordon and Breach, 1964. Citado 2 vezes nas páginas 49 e 66.
- NAP. *Reducing the Use of Highly Enriched Uranium in Civilian Research Reactors*. 2016. Disponível em: <<https://www.nap.edu/read/21818/chapter/1>>. Citado na página 23.

NARAIN. *Very Intense Continuous High Flux Pulsed Reactor*. [S.l.]: Georgia Institute of Technology, Georgia, USA, et al 1997. Citado 4 vezes nas páginas 29, 30, 43 e 44.

NARAIN, R. *Very intense continuous high flux pulsed reactor*. 1997. Disponível em: <http://adsabs.harvard.edu/abs/1997PhDT.....101N>. Citado na página 66.

PEREIRA, M. A. *Imageamento com nêutrons: 30 anos de atividades no IPEN-CNEN/SP*. [S.l.: s.n.], 2017. Citado na página 17.

R. JACOBSON D.L., A. M. W. S. S. *In situ neutron imaging technique for evaluation of water management systems in operating PEM fuel cells*. 2004. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.jpowsour.2003.11.068>. Citado na página 23.

SILVA, M. A. B. D. *Estudo das condições de partida de um reator anelar pulsado*. 2003. Disponível em: <https://repositorio.ufpe.br/handle/123456789/9877>. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 29.

SILVA, M. A. B. D. Study of startup conditions of a pulsed annular reactor. In: _____. *Annals of Nuclear Energy* 42 (2012) 11–17, 2012. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1016/j.anucene.2011.11.017>. Citado na página 27.

SILVA, M. A. B. D. Analysis of delayed neutrons' contribution for the maximum to average flux ratio in an annular pulsed reactor by finite volume method. In: _____. *Annals of Nuclear Energy* 113 (2018) 118–121, 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.anucene.2017.11.019>. Citado na página 28.

VINOGRADOVC, A. e. a. Kinetics calculation of fast periodic pulsed reactors using mcnp6. In: _____. [s.n.], 2018. Disponível em: <https://doi.org/10.1016/j.net.2018.06.007>. Citado na página 27.

APÊNDICE A – CÓDIGO PARA SIMULAÇÃO DE UM GRUPO DE NÊUTRONS - OCTAVE

{Explicação das variáveis}

BZ1 - BUCKLING transversal dentro da região do pulsador\\
 BZ2 - BUCKLING transversal fora da região do pulsador\\
 D - Coeficiente de difusão\\
 L,W,H - Comprimento, Largura e Altura do núcleo\\
 LP, LW, LH - Comprimento, Largura e Altura do pulsador\\
 NX = Número de nós no eixo X\\
 PHI = Distribuição de fluxo\\
 PHIT= Distribuição de fluxo variando no tempo\\
 SIGA = Seção de choque macroscópico de fissão.\\
 NUSF = NU X SIGMA FISS.\\
 V = velocidade média dos neutrons em função do grupo de energia\\
 VEL = Velocidade do pulsador\\
 XMI (N,N), XM2 (N,N) - São duas matrizes para o calculo numérico\\
 R - fator de ponderação para o método numérico\\
 DELT - Espaçamento entre nós temporais\\
 DELX - Espaçamento entre nós espacial\\

{Declaração de variáveis}

\textit{

PI = 3.14159;\\

VEL = 300;\\

V = 1.39E7;\\

D = 1.55;\\

XNUSF = 0.05285;\\

SIGA =0.019373;\\

R =0.7;

DELX = 6;\\

NX = 30;\\

NX variando de 30(60 nos), 50(100 nos), 75(150 nos), 100(200) e 125(250)

Sendo que cada espaçamento terá comprimento de 6 cada um dx\\

Assim o perimetro sera a quantidade de nos vezes o dx (6cm)\\

```

NX1 = NX - 2; \\
NX2 = 2; \\
H = 40; \\
W1 = 24; \\
W2 = 32; \\
NOPT = 2; \\
EPS = 1.0E-8; \\
DELT = 5.0E-9; \\

}

{Processamento computacional}

\textrm{
FACTOR = 1/(D*V*DELT); \\
B = VEL/(V*D); \\
BZ1 = (PI/H)^2 + (PI/W1)^2; \\
BZ2 = (PI/H)^2 + (PI/W2)^2; \\
A1 = (XNUSF - SIGA)/D - BZ1; \\
A2 = (XNUSF - SIGA)/D - BZ2; \\
ALF1 = R/(DELX*DELX); \\
ALF2 = -(1 - R)/(DELX*DELX); \\
BET11 = -2*R/(DELX*DELX) - (B*R)/DELX + R*A1 - FACTOR; \\
BET12 = -2*R/(DELX*DELX) - (B*R)/DELX + R*A2 - FACTOR; \\
BET21 = 2*(1-R)/(DELX*DELX) + B*(1-R)/DELX - (1-R)*A1 - FACTOR; \\
BET22 = 2*(1-R)/(DELX*DELX) + B*(1-R)/DELX - (1-R)*A2 - FACTOR; \\
GAM1 = R/(DELX*DELX) + (B*R)/DELX; \\
GAM2 = -(1-R)/(DELX*DELX) - B*(1-R)/DELX; \\
XM1 = zeros(NX); \\
XM2 = zeros(NX); \\
}

{Laço espacial}
\textrm{
for i = 1:(NX-1)
XM1(i,i+1) = GAM1; \\
XM1((i+1),i) = ALF1; \\
XM1(i,i) = BET11; \\
XM2(i,(i+1)) = GAM2; \\
}

```

```

XM2((i+1),i) = ALF2;\\
XM2(i,i) = BET21;\\
end\\}

{Elementos na região do pulsador}\\
CALCULATE TRIDIAGONAL ELEMENTS IN PULSER REGION $(NX2)$
\textrm{
for i=1,(NX2-1)
XM1(NX1+i, NX1+i) = BET12;\\
XM2(NX1+i, NX1+i) = BET22;\\
end\\
XM1(NX1+NX2,NX1+NX2) = BET12 + GAM1;\\
XM2(NX1+NX2,NX1+NX2) = BET22 + GAM2;\\
for i = 1:NX
    PHI(i)= 1.0;\\
end\\
PROD = inv(XM1)*XM2;\\
for tempo=1:1000\\
NEW FLUX VALUE PHIT FOR THE ITERATION
for i=1:NX
    PHIT(i) = 0;\\
    for j=1:NX
        PHIT(i)= PHIT(i) + PROD(i, j)*PHI(j);\\
    end\\
end\\

PHI = PHIT;\\

#NORMALIZE THE FLUX AT I=NX
PHITO = PHIT(NX);\\
SUM =0.0;\\
for i=1:NX
PHIT(i) = PHIT(i)/PHITO;\\
SUM = SUM + PHIT(i);\\
end\\
PHITAV = SUM/NX;\\
RATIOAV = PHIT(NX)/PHITAV; \\
#dado que o professor Rajendra tomou como referencia\\
RATIOMAX = PHIT(NX)/PHIT(1);\\

```

```
}

{Resultados}
\textrm{
for i=1:NX
FIPL0T(i) =100.0*PHIT(i);\
temp2 = i-1;\
PHIT2(i) = PHIT(NX-temp2);\
temp2 = temp2+1;\
end\
end\
}
{Gráficos do fluxo de nêutrons}
\textrm{
str_nos = int2str(2*NX);\
str_per = int2str(2*NX*6);\
str_lb = ' ';\
str_title = strcat('Grafico: ', str_lb, str_lb, str_nos, str_lb, ' nos :
str_xlabel = strcat('comprimento do nucleo do reator:',str_lb, str_per,
y = [PHIT PHIT2];\
plot(y,'b:s')
title (str_title)
xlabel (str_xlabel)
ylabel ('Fluxo de neutrons')
}
```

APÊNDICE B – PROGRAMA PARA SIMULAR DOIS GRUPOS DE NÊUTRONS

Início do código - Programa em Octave

Explicação das variáveis

BZ1 - BUCKLING transversal dentro da região do pulsador

BZ2 - BUCKLING transversal fora da região do pulsador (0)

D - Coeficiente de difusão (1)

L,W,H - Comprimento, Largura e Altura do núcleo (2)

LP, LW, LH - Comprimento, Largura e Altura do pulsador (3)

NX = Número de nós no eixo X (4)

PHI = Distribuição de fluxo (5)

PHIT= Distribuição de fluxo variando no tempo (6)

SIGA = Seção de choque macroscópico de fissão. (7)

NUSF = NU X SIGMA FISS. (8)

V = velocidade média dos neutrons em função do grupo de energia (9)

VEL = Velocidade do pulsador (10)

XMI (N,N),XM2(N,N) - São duas matrizes para o calculo numérico (11)

R - fator de ponderação para o método numérico (12)

DELT - Espaçamento entre nós temporais (13)

DELX - Espaçamento entre nós espacial (14)

SIGA₁S = Scatteringcrosssections(15)

REP = RESONANCE ESPACE PROBABILITY (16)

XNI (N,N),XN2(N,N) - Duas matrizes (17)

Declaração de variáveis dados SIGA_{1a} = 0.003959; (18)

SIGA_{1f} = 0.002524; (19)

$$\text{SIGA}_{1s} = 0.02302; (20)$$

$$\text{SIGA}_{2a} = 0.09089; (21)$$

$$\text{SIGA}_{2f} = 0.06147; (22)$$

$$\text{Mais dados } \text{SIGA}_{1S} = 0.02302; (23)$$

$$\text{REP} = 0.83; (24)$$

$$\text{PI} = 3.14159; (25)$$

$$\text{VEL} = 3000; (26)$$

$$\text{V} = 1.39\text{E}7; (27)$$

$$\text{V2} = 1.39\text{E}7; (28)$$

$$\text{V1} = 3.5*\text{V2}; (29)$$

$$\text{D1} = 1.352; (30)$$

$$\text{D2} = 0.215; (31)$$

$$\text{XNUSF} = 0.005285; (32)$$

$$\text{epson} = 1.166; (33)$$

$$\text{evSigma2f} = \text{XNUSF}*\text{epson}; (34)$$

$$\text{SIGA}_{2a} = 0.09089; (35)$$

$$\text{SIGA} = 0.019373; (36)$$

$$\text{R} = 0.7; (37)$$

$$\text{DELX} = 6; (38)$$

$$\text{NX} = 125; (39)$$

$$\text{Sao } 30 (60 \text{ nos}), 50 (100 \text{ nos}), 75 (150 \text{ nos}), 100(200) \text{ e } 125(250) (40)$$

$$\text{Assim o perimetro sera a quantidade de nos vezes o dx (6cm) (41)}$$

$$\text{NX1} = \text{NX} - 2; (42)$$

$$\text{NX2} = 2; (43)$$

$$\text{H} = 40; (44)$$

$$\text{W1} = 24; (45)$$

$$\text{W2} = 32; (46)$$

$$\text{NOPT} = 2; \quad (47)$$

$$\text{EPS} = 1.0\text{E-}8; \quad (48)$$

$$\text{DELT} = 5.0\text{E-}9; \quad (49)$$

$$\text{Processamento Computacional } \text{FACTOR1} = 1/(D1*V1*DELT); \quad (50)$$

$$\text{FACTOR2} = 1/(D2*V2*DELT); \quad (51)$$

$$C1 = -\text{SIGA}_1 S / D1; \quad (52)$$

$$C2 = \text{REP} * \text{SIGA}_1 S / D2; \quad (53)$$

$$B1 = \text{VEL} / (V1 * D1); \quad (54)$$

$$B2 = \text{VEL} / (V2 * D2); \quad (55)$$

$$\text{BZ1} = (\text{PI}/H)^2 + (\text{PI}/W1)^2; \quad (56)$$

$$\text{BZ2} = (\text{PI}/H)^2 + (\text{PI}/W2)^2; \quad (57)$$

$$A11 = (\text{evSigma2f})/D1 - \text{BZ1}; \quad (58)$$

$$A12 = (\text{evSigma2f})/D1 - \text{BZ2}; \quad (59)$$

$$A21 = (-\text{SIGA2a})/D2 - \text{BZ1}; \quad (60)$$

$$A22 = (-\text{SIGA2a})/D2 - \text{BZ2}; \quad (61)$$

$$\text{ALF1} = R / (\text{DELX} * \text{DELX}); \quad (62)$$

$$\text{ALF2} = -(1 - R) / (\text{DELX} * \text{DELX}); \quad (63)$$

$$\text{TBET11} = -2 * R / (\text{DELX} * \text{DELX}) - (B1 * R) / \text{DELX} + R * A11 - \text{FACTOR1}; \quad (64)$$

$$\text{TBET12} = -2 * R / (\text{DELX} * \text{DELX}) - (B1 * R) / \text{DELX} + R * A12 - \text{FACTOR1}; \quad (65)$$

$$\text{TBET21} = 2 * (1 - R) / (\text{DELX} * \text{DELX}) + B1 * (1 - R) / \text{DELX} - (1 - R) * A11 - \text{FACTOR1}; \quad (66)$$

$$\text{TBET22} = 2 * (1 - R) / (\text{DELX} * \text{DELX}) + B1 * (1 - R) / \text{DELX} - (1 - R) * A12 - \text{FACTOR1}; \quad (67)$$

$$\text{FBET11} = -2 * R / (\text{DELX} * \text{DELX}) - (B2 * R) / \text{DELX} + R * A21 - \text{FACTOR2}; \quad (68)$$

$$\text{FBET12} = -2 * R / (\text{DELX} * \text{DELX}) - (B2 * R) / \text{DELX} + R * A22 - \text{FACTOR2}; \quad (69)$$

$$\text{FBET21} = 2 * (1 - R) / (\text{DELX} * \text{DELX}) + B2 * (1 - R) / \text{DELX} - (1 - R) * A21 - \text{FACTOR2}; \quad (70)$$

$$\text{FBET22} = 2 * (1 - R) / (\text{DELX} * \text{DELX}) + B2 * (1 - R) / \text{DELX} - (1 - R) * A22 - \text{FACTOR2}; \quad (71)$$

$$\text{TGAM1} = R / (\text{DELX} * \text{DELX}) + (B1 * R) / \text{DELX}; \quad (72)$$

$$\text{TGAM2} = -(1 - R) / (\text{DELX} * \text{DELX}) - B1 * (1 - R) / \text{DELX}; \quad (73)$$

$$FGAM1 = R/(DELX*DELX) + (B2*R)/DELX; \quad (74)$$

$$FGAM2 = -(1-R)/(DELX*DELX) - B2*(1-R)/DELX; \quad (75)$$

$$XM1 = \text{zeros}(NX); \quad (76)$$

$$XM2 = \text{zeros}(NX); \quad (77)$$

$$YM1 = \text{zeros}(NX); \quad (78)$$

$$YM2 = \text{zeros}(NX); \quad (79)$$

$$\text{Laços iterativos for } i = 1:(NX-1) \quad XM1(i,i+1) = TGAM1; \quad (80)$$

$$XM1((i+1),i) = ALF1; \quad (81)$$

$$XM1(i,i) = TBET11; \quad (82)$$

$$XM2(i,(i+1)) = TGAM2; \quad (83)$$

$$XM2((i+1),i) = ALF2; \quad (84)$$

$$XM2(i,i) = TBET21; \quad (85)$$

$$YM1(i,i+1) = FGAM1; \quad (86)$$

$$YM1((i+1),i) = ALF1; \quad (87)$$

$$YM1(i,i) = FBET11; \quad (88)$$

$$YM2(i,(i+1)) = FGAM2; \quad (89)$$

$$YM2((i+1),i) = ALF2; \quad (90)$$

$$YM2(i,i) = FBET21; \quad (91)$$

end (92)

Calculos dos elementos na região do pulsador (93)

CALCULATE TRIDIAGONAL ELEMENTS IN PULSER REGION (NX2) (94)

for $i=1,(NX2-1)$ (95)

$$XM1(NX1+i, NX1+i) = TBET12; \quad (96)$$

$$XM2(NX1+i, NX1+i) = TBET22; \quad (97)$$

$$YM1(NX1+i, NX1+i) = FBET12; \quad (98)$$

$$YM2(NX1+i, NX1+i) = FBET22; \quad (99)$$

end (100)

$$XM1(NX1+NX2,NX1+NX2) = TBET12 + TGAM1; \quad (101)$$

$$XM2(NX1+NX2,NX1+NX2) = TBET22 + TGAM2; \quad (102)$$

$$YM1(NX1+NX2,NX1+NX2) = FBET12 + FGAM1; \quad (103)$$

$$YM2(NX1+NX2,NX1+NX2) = FBET22 + FGAM2; \quad (104)$$

$$\text{for } i = 1:NX \text{ } TPHI(i) = 1.0; \quad (105)$$

$$FPHI(i) = 1.0; \quad (106)$$

end (107)

$$TPROD = \text{inv}(XM1)*XM2; \quad (108)$$

$$FPROD = \text{inv}(YM1)*YM2; \quad (109)$$

$$\text{for } \text{tempo} = 1:1000 \quad (110)$$

NEW FLUX VALUE PHIT FOR THE ITERATION (111)

$$\text{for } i = 1:NX \quad (112)$$

$$TPHIT(i) = 0; \quad (113)$$

$$FPHIT(i) = 0; \quad (114)$$

$$\text{for } j = 1:NX \text{ } TPHIT(i) = TPHIT(i) + TPROD(i,j)*TPHI(j) + C1*FPHIT(i); \quad (115)$$

$$FPHIT(i) = FPHIT(i) + FPROD(i,j)*FPHI(j) + C2*TPHIT(i); \quad (116)$$

end (117)

end (118)

$$TPHI = TPHIT; \quad (119)$$

$$FPHI = FPHIT; \quad (120)$$

$$\text{NORMALIZE THE FLUX AT } I=NX \text{ } TPHITO = TPHIT(NX); \quad (121)$$

$$FPHITO = FPHIT(NX); \quad (122)$$

$$TSUM = 0.0; \quad (123)$$

$$FSUM = 0.0; \quad (124)$$

$$\text{for } i = 1:NX \text{ } TPHIT(i) = TPHIT(i)/FPHITO; \quad (125)$$

$$TSUM = TSUM + TPHIT(i); \quad (126)$$

$$FPHIT(i) = FPHIT(i)/FPHITO; \quad (127)$$

$FSUM = FSUM + FPHIT(i);$ (128)

end (129)

$TPHITAV = TSUM/NX;$ (130)

$FPHITAV = FSUM/NX;$ (131)

$TRATIOAV = TPHIT(NX)/TPHITAV;$ (132)

$FRATIOAV = FPHIT(NX)/FPHITAV;$ (133)

$TRATIOMAX = TPHIT(NX)/TPHIT(1);$ (134)

$FRATIOMAX = FPHIT(NX)/FPHIT(1);$ (135)

Resultados Resultados for i=1:NX TFILOT(i) =100.0*TPHIT(i); (136)

Ttemp2 = i-1; (137)

TPHIT2(i) = TPHIT(NX-Ttemp2); (138)

Ttemp2 = Ttemp2+1; (139)

FFILOT(i) =100.0*FPHIT(i); (140)

Ftemp2 = i-1; (141)

FPHIT2(i) = FPHIT(NX-Ftemp2); (142)

Ftemp2 = Ftemp2+1; (143)

end (144)

end (145)

Gráficos do fluxo de nêutrons Grafics of the Reactor Flux Neutons (146)

$str_{nos} = int2str(2 * NX);$ (147)

$str_{per} = int2str(2 * NX * 6);$ (148)

$str_1b = ' ';$ (149)

$str_{title} = strcat('Graficos simulacao par dois grupos de neutrons :', str_1b, str_1b, str_{nos}, str_1b, ' ');$

$str_{label} = strcat('comprimento do nucleod reator :', str_1b, str_{per}, ' cm-', str_{nos}, ' nos');$ (151)

$y2 = [TPHIT TPHIT2];$ (152)

$y1 = [FPHIT FPHIT2];$ (153)

$plot(y1,'b:s',y2,'r:s')$ (154)

```
plot(y1,'b', y2, 'r') (155)
```

```
title (striitle)(156)
```

```
xlabel (strxlabel)(157)
```

```
ylabel ('Grupo rapido (curva alta) e Grupo termico normalizados (1n/cm2.seg) ') (158)
```

```
plot(y1,'b:s',y2,'r:s') (159)
```

```
plot(y2,'r:s') (160)
```

```
title (striitle)(161)
```

```
xlabel (strxlabel)(162)
```

```
ylabel ('Fluxo de neutrons grupo rapido') (163)
```

```
plot(y1,'b:s',y2,'r:s') (164)
```

ANEXO A – PARÂMETROS DO REATOR EM FUNÇÃO DA ENERGIA: UM GRUPO

I - Composição da célula de combustível

Combustível	=	50,89%	PuO ₂
Refrigerante	=	27,77%	Na (sódio)
Aço	=	21,34%	Fe

II - Especificações da geometria da célula de combustível

Diametro da pastilha de combustível	=	8,65mm
Espessura do revestimento	=	0,45mm

III - Dados físicos do reator

	Pu – 239	Pu – 240	Na	Fe	O
Densidade atômica	0,00952	0,0003	0,00641	0,018	0,01964
$\nu\sigma_f$	5,475	2,44	0	0	0
σ_{tr}	7,275	7,115	3,45	3,28	3,213
σ_c	0,1637	0,332	0,00116	0,0053	0,004
σ_f	1,8172	0,8	0	0	0

IV - Propriedades do reator

Economia do refletor	=	8cm
Tamanho da Malha δx (DELX)	=	6cm
Tamanho da Malha δt (DELT)	=	4.6 E-9 s
No. de nós na região central	=	56
No. de nós na região do pulsador	=	4
parâmetro do esquema implícito, r	=	0.7
Velocidade do Neutron	=	1.4 E7 cm/s
Velocidade do Pulsador	=	3.0 E4 cm/s

ANEXO B – PARÂMETROS DO REATOR EM FUNÇÃO DA ENERGIA: DOIS GRUPOS

I - Composição da célula de combustível

Combustível = 50,89% PuO₂
 Refrigerante = 27,77% Na (sódio)
 Aço = 21,34% Fe

II - Especificações da geometria da célula de combustível

Diametro da pastilha de combustível = 8,65mm
 Espessura do revestimento = 0,45mm

III - Dados físicos do reator

	Pu – 239		Pu – 240		Na	
Densidade atômica	0,00952		0,0003		0,00641	
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 1	Grupo 2
ν	3,10	2,93	3,42	3,18		
$\nu\sigma_f$	6,045	5,2154	5,267	0,159	0	0
σ_{tr}	7,6	7	4,5	8,2	2	3,5
σ_c	0,10	0,30	0,08	0,23	0,0005	0,0008
σ_f	1,95	1,78	1,54	0,05	0	0

continua

	Fe		O	
Densidade atômica	0,018		0,01964	
	Grupo 1	Grupo 2	Grupo 1	Grupo 2
ν				
$\exists \sigma_f$	0	0	0	0
σ_{tr}	2	2,8	3,23	3,64
σ_c	0,005	0,006	0,004	0
σ_f	0	0	0	0