UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

SÉRGIO JOSÉ PRIORI JOVINO MARQUES FILHO

MODELO DE PROJETO PARA DIMENSIONAMENTO DE ENCONTROS INTEGRAIS DE PONTES SOB INCERTEZAS

Recife
2017

SÉRGIO JOSÉ PRIORI JOVINO MARQUES FILHO

MODELO DE PROJETO PARA DIMENSIONAMENTO DE ENCONTROS INTEGRAIS DE PONTES SOB INCERTEZAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Área de concentração: Estruturas.

Orientador: Profº. Dr. Ramiro Brito Willmersdorf.

Coorientador: Profº. Dr. Ézio da Rocha Araújo.

Recife

2017

Catalogação na fonte
Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

M357m Marques Filho, Sérgio José Priori Jovino.
Modelo de projeto para dimensionamento de encontros integrais de pontes sob incertezas / Sérgio José Priori Jovino Marques Filho - 2017.
214 folhas, il., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Ramiro Brito Willmersdorf.
Coorientador: Prof. Dr. Ézio da Rocha Araújo.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2017.
Inclui Referências.

1. Engenharia Civil. 2. Pontes de encontros integrais. 3. Análise estocástica. 4. Incertezas. I. Willmersdorf, Ramiro Brito (Orientador). II. Araújo, Ézio da Rocha (Coorientador). III. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.) BCTG/2018-400

SÉRGIO JOSÉ PRIORI JOVINO MARQUES FILHO

MODELO DE PROJETO PARA DIMENSIONAMENTO DE ENCONTROS INTEGRAIS DE PONTES SOB INCERTEZAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenhara Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Engenharia.

Aprovada em: 27/11/2017.

BANCA EXAMINADORA

_____

Profº. Dr. Ézio da Rocha Araújo (Co-Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profº. Dr. Walnório Graça Ferreira (Examinador Externo)
Universidade Federal do Espirito Santo

_____

Profª. Drª. Romilde de Almeida Oliveira (Examinador Externo)
Universidade Católica de Pernambuco

_____

Profº. Dr. Paulo de Araújo Régis (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profº. Drª. Liliane de Allan Fonseca (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Profº. Dr. Renato de Siqueira Mota (Examinador Externo)
Universidade Federal de Pernambuco

Dedico esse trabalho à minha esposa Luiza, meus filhos Laura e Francisco e ao meus pais, Sérgio e Virgínia.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, que, através de Sua Mãe, Maria Santíssima, me concedeu a graça de concluir esse trabalho;

Agradeço aos meus pais, Sérgio e Virgínia pela cobrança e estímulo ao longo do desenvolvimento desse trabalho.

À minha esposa Luíza, por compreender minha ausência, principalmente na etapa final desse trabalho, absorvendo para si todo o trabalho com os nossos filhos, sobretudo nos finais de semana e feriados;

Aos meus irmãos, Otávio e Guilherme, por todo apoio.

Aos meus amigos e companheiros do Laboratório de Estruturas da Universidade Federal de Pernambuco, Leonardo, Liliane, Renato e Jefferson;

À professora Nilma Andrade da Universidade Federal de Sergipe;

À professora Márcia, coordenadora do curso de Engenharia Civil da Escola Politécnica da Universidade de Pernambuco, pelo apoio institucional, fundamental na etapa final da conclusão desse trabalho;

Ao professor Alexandre Gusmão pela ajuda em melhor compreender o comportamento do solo, fundamental ao desenvolvimento desse trabalho;

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil, Bernardo Horowitz e Paulo Régis por tudo que ensinaram todos esses anos que passei nessa escola;

Ao meu orientador professor Ramiro Brito Willmersdorf e de forma especial ao meu co orientador, professor Ézio da Rocha Araújo;

A todos aqueles que de forma direta ou indireta contribuíram para que esse sonho pudesse se tornar realidade.

RESUMO

Pontes de encontros integrais são estruturas concebidas de forma que os deslocamentos horizontais, impostos pela variação de temperatura e efeitos diferidos do concreto sejam parcialmente absorvidos pelo solo situado no tardoz do encontro. Tal concepção estrutural visa reduzir os custos de implantação e manutenção das pontes, além de conferir-lhes maior rigidez. Esse tipo de estrutura tem sido largamente empregada em países da América do Norte e Europa, onde as grandes amplitudes térmicas e a ocorrência de neve criam um ambiente favorável à utilização das pontes integrais. Contudo, ao se projetar esse tipo de estrutura percebe-se que as variáveis de projeto estão sujeitas a elevado grau de incertezas e as mesmas devem ser tratadas como variáveis aleatórias com suas respectivas leis de probabilidade. Assim, nesse trabalho foram utilizados modelos estocásticos a fim de prever a probabilidade de falha e calcular o índice de confiabilidade desse tipo de estrutura. Três pontes de encontros integrais diferentes, como vigas em concreto armado foram modeladas e seu comportamento avaliado. Observou-se que os valores dos índices de confiabilidade e coeficientes parciais de segurança propostos pelos códigos de projeto atuais são suficientes para que o caráter aleatório das variáveis de projeto seja levado em consideração e que as estruturas sejam consideradas seguras.

Palavras-chave: Pontes de encontros integrais. Análise estocástica. Incertezas.

ABSTRACT

Integral abutment bridges (IAB) are designed to the horizontal displacements, imposed by the temperature variation, creep and shrinkage are partially absorbed by the backfill. This structural design aims to reduce the costs of construction and maintenance of the bridge, in addition improve the stiffness of the structure. This type of structure has been widely used in countries of North America and Europe, where high thermal amplitudes and the occurrence of snow create a great environment to the use of integral bridges. However, when designing this type of structure, it is noticed that the design variables are subject to a high degree of uncertainty and they must be treated as random variables with their respective laws of probability. In this work, stochastic models were used to predict the probability of failure and to calculate the reliability index of this type of structure. Three Integral Abutment Bridges, with beams in precast concrete, were modeled and their behavior evaluated. It was observed that the of the reliability indices and partial safety coefficients proposed by the current project codes are enough to take in account the stochastic character of the project variables.

Keywords: Integral abutment bridges. Stochastic analyses. Uncertainty.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Junta de dilatação deteriorada 21
Figura 2 – Aparelho de apoio em Neoprene deteriorado..... 22
Figura 3 – Figura genérica de uma ponte de encontros integrais..... 22
Figura 4 – Detalhe típico de um encontro integral de ponte..... 23
Figura 5 – Figura genérica de uma ponte de encontros semi-integrais..... 29
Figura 6 – Detalhe genérico de um encontro semi-integral..... 29
Figura 7 – Desenho esquemático das etapas de projeto de engenharia..... 30
Figura 8 – Esquema genérico do código explicitando as diferentes funcionalidades..... 35
Figura 9 – Esquema genérico do processo de análise estocástica..... 36
Figura 10 – Esquema genérico do processo cálculo do coeficiente de segurança da estrutura..... 37
Figura 11 – Tabuleiro de uma ponte convencional, corte esquemático..... 41
Figura 12 – Tabuleiro de uma ponte de encontros convencionais, corte esquemático..... 41
Figura 13 – Variação do momento fletor ao longo da estaca e tabuleiro da ponte para diferentes valores a rigidez..... 42
Figura 14 – Efeito da variação de temperatura em uma ponte esconsa..... 44
Figura 15 – Efeito da variação de temperatura em uma ponte curva..... 45
Figura 16 – Imagem esquemática de um encontro integral de ponte..... 46
Figura 17 – Corte esquemático de um encontro integral de ponte..... 47
Figura 18 – Fundação em estaca mista..... 48
Figura 19 – Fundação em estaca metálica envolta em tubos de aço corrugado..... 49
Figura 20 – Detalhe genérico de encontro integral indicando os tipos de alas..... 50
Figura 21 – Ponte isostática, aterro agindo como carregamento na estrutura..... 52
Figura 22 – Ponte integral, solo atuando como molas de translação..... 53
Figura 23 – Detalhe genérico de um encontro integral com melhoramento do aterro com geofoam e camada compressível..... 54
Figura 24 – Efeito das componentes de deformação do concreto em função do tempo..... 56
Figura 25 – Deformação específica em função do tempo..... 61

Figura 26 – Variação da velocidade de fluência em função da idade do carregamento..... 62
Figura 27 – Deformação da longarina devido à retração do concreto..... 70
Figura 28 – Deformação da longarina devido à fluência do concreto..... 71
Figura 29 – Componentes de tensão provenientes dos diferentes efeitos térmicos.... 72
Figura 30 – Modelos de variação de temperatura conforme AASHTO ao longo da altura da seção..... 73
Figura 31 – Detalhe esquemático de um modelo de pórtico utilizando o método racional..... 74
Figura 32 – Detalhe esquemático do método de Davisson e Robinson..... 76
Figura 33 – Ábaco para determinação do valor de S_t a partir de J_t..... 77
Figura 34 – Detalhe esquemático de um modelo de pórtico utilizando molas para levar em consideração o efeito do solo. 78
Figura 35 – Desenhos esquemático do modelo de Winkler..... 78
Figura 36 – Curvas p-y..... 80
Figura 37 – Representação gráfica do conceito de estado limite..... 86
Figura 38 – Variável aleatória Y_i. 93
Figura 39 – (a) variável aleatória Y_{ij}; (b) Variável aleatória Y_{ijk}..... 94
Figura 40 – Probabilidade de falha a partir do conceito de margem de segurança..... 100
Figura 41 – Representação geométrica do índice de confiabilidade inserido no espaço padrão. 103
Figura 42 – Representação geométrica do índice de confiabilidade calculado a partir da técnica de integração total. 104
Figura 43 – Níveis de aproximação, LoA..... 106
Figura 44 – Função distribuição de probabilidade da solicitação atuante em um elemento estrutural. 109
Figura 45 – Função distribuição de probabilidade da resistência de um elemento estrutural..... 110
Figura 46 – Funções distribuição de probabilidade da resistência e da solicitação para um mesmo elemento estrutural..... 112
Figura 47 – Representação geométrica do índice de confiabilidade..... 113
Figura 48 – Representação geométrica do cálculo da probabilidade de falha através do Método Monte Carlo. 114

Figura 49 – Função objetivo, $L(\theta)$, e função objetivo com ruído, $y(\theta)$..... 119
Figura 50 – Fluxograma para determinação do custo da estrutura..... 122
Figura 51 – Pórtico plano a ser analisado: (a) geometria dos elementos estruturais, (b) pórtico unifilar indicando o carregamento aplicado..... 123
Figura 52 – Diagrama de esforços normais: (a) *CSI Bridge Advanced*, (b) *AAPP*... 123
Figura 53 – Diagrama de esforços cortantes: (a) *CSI Bridge Advanced*, (b) *AAPP*... 124
Figura 54 – Diagrama de momentos fletores: (a) *CSI Bridge Advanced*, (b) *AAPP*... 124
Figura 55 – DMF da viga: (a) real; (b) estratificado..... 125
Figura 56 – Distribuição das armaduras longitudinais para uma seção transversal no meio do vão da viga..... 127
Figura 57 – Detalhamento da viga do pórtico..... 131
Figura 58 – Diagrama de Momento fletor escalonado conforme configuração da rotina *beam.m*..... 131
Figura 59 – Detalhamento da viga do pórtico realizado a partir da rotina *beam.m*..... 132
Figura 60 – (a) Modelo estrutural do pilar; (b) diagrama de esforços normais; (c) diagrama de momentos fletores..... 133
Figura 61 – Ábaco de dimensionamento flexo-compressão normal..... 136
Figura 62 – Seção transversal do pilar indicando a distribuição de armadura na seção. 136
Figura 63 – Custo do concreto utilizado na viga considerando a quantidade de experimentos realizados..... 139
Figura 64 – Custo do aço utilizado na viga considerando a quantidade de experimentos realizados..... 139
Figura 65 – Custo da forma utilizada na viga considerando a quantidade de experimentos realizados..... 140
Figura 66 – Distribuição acumulada experimental – volume de concreto utilizado na viga..... 140
Figura 67 – Distribuição acumulada experimental – peso de aço utilizado na viga..... 141
Figura 68 – Distribuição acumulada – área de forma utilizada na viga..... 141
Figura 69 – Custo do concreto utilizado no pilar considerando a quantidade de experimentos realizados..... 142
Figura 70 – Custo do aço utilizado no pilar considerando a quantidade de experimentos realizados..... 142

Figura 71 – Custo da forma utilizada no pilar considerando a quantidade de experimentos realizados..... 143
Figura 72 – Distribuição acumulada – custo do concreto utilizado no pilar..... 143
Figura 73 – Distribuição acumulada – custo do aço utilizado no pilar..... 144
Figura 74 – Distribuição acumulada – custo da forma utilizada no pilar..... 144
Figura 75 – Variação do custo da estrutura em função do número de iterações..... 147
Figura 76 – Variação do comprimento do passo em função das iterações..... 147
Figura 77 – Elevação da estrutura da ponte..... 149
Figura 78 – (a) Corte transversal da ponte; (b) corte longitudinal do encontro..... 149
Figura 79 – Valores de *z* para o lado direito e esquerdo do aterro..... 152
Figura 80 – Variação do coeficiente de reação horizontal do solo em função da profundidade, lado do aterro..... 152
Figura 81 – Variação do coeficiente de reação horizontal do solo em função da profundidade, lado sem aterro..... 153
Figura 82 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*. Unidades em kN*m..... 154
Figura 83 – Figura 83 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do *AAPP*..... 154
Figura 84 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e positiva de temperatura, obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*.... 155
Figura 85 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e positiva de temperatura, obtido a partir do *AAPP*..... 155
Figura 86 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e negativa de temperatura obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*..... 155
Figura 87 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e negativa de temperatura obtido a partir do *AAPP*..... 155
Figura 88 – Variação do coeficiente de fluência em função da idade do concreto..... 158
Figura 89 – Variação da deformação específica de retração em função da idade do concreto..... 160
Figura 90 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*..... 160
Figura 91 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do *AAPP*..... 160
Figura 92 – Empuxo passivo atuante sobre o tardoz do encontro..... 161

Figura 93 – Diagrama de momento fletor proveniente dos efeitos diferidos no concreto obtido a partir do *CSI Bridge Advanced*..... 161
Figura 94 – Diagrama de momento fletor proveniente dos efeitos diferidos no concreto obtido a partir do *AAPP*..... 162
Figura 95 – Veículo tipo..... 162
Figura 96 – Posicionamento do veículo tipo sobre a longarina central..... 163
Figura 97 – Trem tipo..... 163
Figura 98 – Diagrama de momento fletor proveniente do trem tipo situado sobre o encontro da ponte obtido a partir do *CSI Bridge Advanced*..... 163
Figura 99 – Diagrama de momento fletor proveniente do trem tipo situado sobre o encontro da ponte obtido a partir do *AAPP*..... 164
Figura 100 – Histograma (a) resistência à compressão, (b) módulo de elasticidade secante do concreto..... 166
Figura 101 – Histograma (a) coeficiente de fluência, (b) deformação específica por retração..... 166
Figura 102 – Histograma dos deslocamentos horizontais no topo do encontro (a) proveniente dos efeitos diferidos do concreto; (b) atuação do empuxo passivo sobre o encontro..... 167
Figura 103 – Distribuição acumulada, deslocamentos no topo do encontro (a) proveniente dos efeitos diferidos do concreto; (b) atuação do empuxo passivo sobre o encontro..... 168
Figura 104 – Histograma dos deslocamentos no topo do encontro (a) proveniente da variação negativa de temperatura; (b) proveniente da variação positiva de temperatura..... 169
Figura 105 – Distribuição acumulada, deslocamento no topo do encontro (a) proveniente da variação negativa de temperatura; (b) proveniente da variação positiva de temperatura..... 169
Figura 106 – Histograma do momento fletor (a) no topo do encontro e (b) no topo da estaca, ambos provenientes do peso próprio da estrutura..... 170
Figura 107 – Distribuição acumulada, deslocamento no topo do encontro (a) proveniente do peso próprio da estrutura; (b) dos efeitos diferidos do concreto..... 170
Figura 108 – Histograma do momento fletor (a) no topo do encontro e (b) no topo da estaca, ambos provenientes do peso próprio da estrutura..... 171

Figura 109 – Histograma momento fletor no topo da estaca..... 171
Figura 110 – Histograma do deslocamento no topo do encontro para o peso próprio da estrutura (a) e trem tipo (b) 173
Figura 111 – Distribuição acumulada deslocamento horizontal no topo do encontro, (a) peso próprio da estrutura; (b) trem tipo..... 173
Figura 112 – Histograma momento fletor no topo da estaca; (a) proveniente dos efeitos diferidos do concreto; (b) empuxo de solo..... 174
Figura 113 – Histograma deslocamento horizontal no topo do encontro; (a) proveniente da variação positiva de temperatura; (b) proveniente da variação negativa de temperatura..... 174
Figura 114 – Pilar..... 175
Figura 115 – Detalhamento da distribuição de armadura na seção transversal de um trecho do encontro..... 176
Figura 116 – Diagrama de iteração genérico. 177
Figura 117 – Diagrama de iteração para a seção de concreto mostrada na Figura 114..... 177
Figura 118 – Diagrama de iteração para a seção de concreto mostrada na Figura 114 considerando a distribuição estocástica das variáveis de projeto..... 178
Figura 119 – Histograma das frequências absolutas para o momento resistente da estaca..... 183
Figura 120 – Histograma das frequências absolutas para o esforço normal resistente da estaca..... 183
Figura 121 – Diagrama de iteração adimensional e os respectivos esforços solicitantes adimensionalizados considerando as variáveis de projeto com seus valores médios..... 190
Figura 122 – Histograma das frequências absolutas do valor de *l* e função distribuição de probabilidade ajustada ao histograma..... 191
Figura 123 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha do pilar considerando a combinação de carga mais desfavorável..... 192
Figura 124 – Histograma e distribuição de probabilidade do valor da margem para o estaqueamento..... 193
Figura 125 – Curva de distribuição acumulada do valor da margem..... 194
Figura 126 – Histograma das frequências absolutas do valor de *l* e função distribuição de probabilidade ajustada ao histograma..... 196

Figura 127 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha do pilar considerando a combinação de carga mais desfavorável..... 196
Figura 128 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha na estaca considerando a combinação de carga mais desfavorável..... 197
Figura 129 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha na estaca considerando a combinação de carga mais desfavorável..... 197
Figura 130 – Histograma frequências absolutas custo da cortina do encontro..... 199
Figura 131 – Variação do custo da estrutura em função do número de iterações..... 200
Figura 132 – Variação da altura da seção do encontro em função no número de iterações. 200
Figura 133 – Variação da altura da seção do pilar em função no número de iterações..... 201
Figura 134 – Variação da largura da seção do pilar em função no número de iterações..... 201
Figura 135 – Variação do parâmetro a_k largura da seção do pilar em função no número de iterações..... 202
Figura 136 – Variação do parâmetro c_k largura da seção do pilar em função no número de iterações..... 202
Figura 137 – Variação da norma do vetor s_k largura da seção do pilar em função no número de iterações..... 203
Figura 138 – Variação do custo da estrutura em função do número de iterações, N = 1.000 203
Figura 139 – Variação da largura da seção do pilar em função no número de iterações, N = 1.000..... 204
Figura 140 – Variação do custo em função do número de iterações..... 205
Figura 141 – Variação da largura da seção do pilar em função no número de iterações..... 205
Figura 142 – Variação do custo em função do número de iterações – quarta análise..... 206

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Valores do parâmetro α que leva em conta o tipo de cimento na idade do concreto..... 66

Tabela 2 – Valores do parâmetro β_{sc} que leva em conta o tipo de cimento na idade do concreto..... 67

Tabela 3 – Valores do parâmetro α_{sc} que leva em conta o tipo de cimento na idade do concreto..... 70

Tabela 4 – Valores típicos da taxe de crescimento do coeficiente de reação horizontal para areias..... 79

Tabela 5 – Valores para vida útil de estruturas recomendado pela ISSO 2394..... 83

Tabela 6 – Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias $Y_{1,j}$ á $Y_{4,j}$..... 90

Tabela 7 – Valor médio e coeficiente de variação do peso específico de alguns materiais empregados na construção civil..... 95

Tabela 8 – Valores sugeridos para índice de confiabilidade, β, para um uma vida útil de 50 anos..... 104

Tabela 9 – Valores sugeridos para índice de confiabilidade, β, em função do estado limite..... 105

Tabela 10 – Valores momentos fletores..... 125

Tabela 11 – Valores necessários ao dimensionamento da armadura longitudinal..... 125

Tabela 12 – Comprimento das barras da armadura longitudinal..... 129

Tabela 13 – Quantidade e custo dos insumos utilizados na viga do pórtico..... 132

Tabela 14 – Quantidade e custo dos insumos utilizados na viga do pórtico..... 137

Tabela 15 – Parâmetros estatísticos das dimensões da seção transversal dos elementos estruturais..... 138

Tabela 16 – Propriedades geométricas dos elementos estruturais..... 150

Tabela 17 – Propriedades físicas do concreto..... 150

Tabela 18 – Parâmetros necessários para cálculo das deformações por fluência..... 156

Tabela 19 – Relação das variáveis de projeto tomadas com seu caráter aleatório..... 165

Tabela 20 – Valores médios e desvio padrão das propriedades físicas do concreto calculadas a partir do valor da resistência à compressão..... 167

Tabela 21 – Valores da covariância quando o momento de inércia da seção transversal é tomado como variável aleatória..... 172

Tabela 22 – Variáveis de projeto tomadas como aleatórias e seus parâmetros estatísticos... 178
Tabela 23 – Esforços internos atuantes no encontro para cada uma das combinações de carga..... 186
Tabela 24 – Variáveis de projeto com suas respectivas leis de probabilidade..... 187
Tabela 25 – Probabilidade de falha do encontro..... 191
Tabela 26 – Valor médio da margem de segurança das estacas..... 192
Tabela 27 – Probabilidade de falha do encontro..... 195

SUMÁRIO

1	**INTRODUÇÃO**	21
1.1	RISCOS E INCERTEZAS NO CONTEXTO DA ANÁLISE DE ESTRUTURAS.....	30
1.2	MOTIVAÇÃO.....	33
1.3	OBJETIVOS.....	34
1.4	ORGANIZAÇÃO DA TESE.....	38
2	**PONTES INTEGRAIS**.....	39
2.1	CONTEXTO HISTÓRICO E EXPERIÊNCIA INTERNACIONAL.....	39
2.2	VANTAGENS DAS PONTES DE ENCONTROS INTEGRAIS.....	41
2.2.1	**Aumento do grau de redundância hiperestática**.....	41
2.2.2	**Redução dos custos de implantação e manutenção**.....	42
2.3	LIMITAÇÕES E PARTICULARIDADES DE PROJETO.....	43
2.3.1	**Comprimento do tabuleiro**.....	43
2.3.2	**Ângulo de esconsidade**.....	44
2.3.3	**Curvatura**.....	45
2.4	SISTEMA DE APROXIMAÇÃO.....	46
2.4.1	**Elementos de fundação**.....	47
2.4.2	**Alas**.....	50
2.4.3	**Lajes de aproximação**.....	51
2.4.4	**Aterro**.....	51
2.5	NATUREZA DOS DESLOCAMENTOS IMPOSTOS.....	55
2.5.1	**Deformações diferidas do concreto**.....	57
2.5.1.1	Retração.....	58
2.5.1.2	Fluência.....	60
2.5.1.2.1	*Carregamento aplicado*.....	62
2.5.1.2.2	*Condições ambientais*.....	63
2.5.1.2.3	*Geometria do elemento estrutural*.....	63
2.5.1.2.4	*Parâmetros de composição do concreto*.....	63
2.5.1.3	Modelos de cálculo.....	64
2.5.1.3.1	*Modelo FIB-MC90*.....	64
2.5.1.3.2	*Modelo FIB-MC2010*.....	67

2.5.1.4 Efeito das deformações diferidas do concreto nas pontes de encontros integrais..... 70
2.5.2 Efeito da variação de temperatura..... 71
2.6 ANÁLISE NUMÉRICA..... 73
2.6.1 Método de Davisson e Robinsson..... 74
2.6.2 Modelo de Winkler..... 77
2.6.2.1 Cálculo da rigidez dos elementos de mola..... 79
2.6.3 Curvas *p-y*..... 79
3 INCERTEZAS EM ANÁLISE DE ESTRURTURAS..... 81
3.1 PRINCÍPIOS BÁSICOS..... 81
3.1.1 Vida útil..... 82
3.1.2 Desempenho..... 83
3.1.3 Estados Limite..... 84
3.2 INCERTEZAS..... 87
3.2.1 Incertezas inerentes às propriedades dos materiais..... 87
3.2.1.1 Concreto..... 88
3.2.2 Incertezas inerentes às ações externas..... 90
3.2.2.1 Modelagem da variabilidade do carregamento em função do tempo..... 93
3.2.2.1.1 Carregamento permanente..... 94
3.2.2.1.2 Carregamento variável..... 95
3.2.2.2 Modelagem da variabilidade espacial do carregamento..... 97
3.2.3 Incertezas inerentes aos modelos matemáticos..... 97
3.2.4 Incertezas estatísticas..... 98
3.3 PROBABILIDADE DE FALHA E ÍNDICE DE CONFIABILIDADE..... 98
3.4 NÍVEIS DE APROXIMAÇÃO..... 105
3.4.1 Nível 0 – Métodos determinísticos..... 107
3.4.2 Nível 1 – Métodos semi-probabilísticos..... 108
3.4.3 Nível 2..... 112
3.4.4 Nível 3..... 113
3.4.5 Nível 4..... 114
3.5 RISCOS..... 114
3.6 OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA..... 117
3.6.1 Algoritmo Estocástico de Perturbação Simultânea, SPSA..... 119

3.7 APLICAÇÃO DO SPSA A UM PÓRTICO PLANO..... 121
3.7.1 Validação do código de análise – *AAPP*..... 122
3.7.1.1 Dimensionamento e detalhamento da viga..... 124
3.7.1.2 Dimensionamento e detalhamento dos pilares..... 133
3.7.2 Análise probabilística – avaliação do custo..... 137
3.7.3 Otimização SPSA – minimização de custo..... 144
3.7.3.1 Restrições e penalidades..... 145
3.7.3.2 Suavização..... 145
3.7.3.3 Aplicação e resultados..... 146
4 ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE PONTES DE ENCONTROS INTEGRAIS..... 148
4.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES..... 148
4.1.1 Validação do algoritmo de análise estrutural..... 148
4.1.1.1 Peso próprio da estrutura..... 154
4.1.1.2 Consideração da variação uniforme de temperatura..... 154
4.1.1.3 Consideração dos efeitos diferidos do concreto..... 156
4.1.1.4 Consideração do empuxo passivo do solo..... 160
4.1.1.5 Consideração do trem tipo..... 162
4.2 AVALIAÇÃO DA SENSIBILIDADE..... 164
4.2.1 Resistência à compressão do concreto..... 165
4.2.2 Coeficiente de dilatação térmica do concreto..... 168
4.2.3 Peso específico dos materiais: concreto e solo..... 169
4.2.4 Rigidez dos elementos estruturais..... 171
4.2.5 Coeficiente de reação do solo..... 173
4.3 CAPACIDADE DE CARGA DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS..... 175
4.3.1 Capacidade de carga de elementos de concreto armado submetidos à flexo compressão..... 175
4.3.2 Capacidade de carga dos elementos de fundação – estaqueamento..... 179
4.3.2.1 Esforço Normal resistente..... 179
4.3.2.2 Momento fletor resistente..... 180
4.3.2.3 Verificação flexo-compressão normal..... 181
4.3.2.4 Consideração do caráter aleatório das variáveis de projeto..... 182

5 PROBABILIDADE DE FALHA E MINIMIZAÇÃO DO RISCO O PROJETO DE ENCONTROS INTEGRAIS DE PONTES 184
5.1 ESFORÇOS INTERNOS E COMBINAÇÃO DE CARGA 184
5.2 PROBABILIDADE DE FALHA 187
5.2.1 Cálculo da probabilidade de falha e índice de confiabilidade sem a consideração de coeficientes de segurança 189
5.2.1.1 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade do encontro 189
5.2.1.2 Probabilidade de falha do estaqueamento 192
5.2.2 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade – valores de projeto 194
5.2.2.1 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade do encontro 195
5.2.2.2 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade do estaqueamento 196
5.3 OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA – MINIMIZAÇÃO DO RISCO 197
6 CONCLUSÕES 207
6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS 209
REFERÊNCIAS 211

1 INTRODUÇÃO

Pode-se afirmar que o desenvolvimento da engenharia estrutural foi impelido pela evolução das técnicas de modelagem numérica, industrialização da fabricação dos elementos estruturais e do surgimento de novos materiais de construção. O princípio básico da modelagem de estruturas é fazer com que o modelo numérico se aproxime ao máximo do comportamento da estrutura real.

Seguindo essa filosofia, no projeto de estruturas de pontes e viadutos utilizam-se aparelhos de apoio e juntas de dilatação a fim de facilitar tanto a execução quanto o projeto estrutural. Tais dispositivos tem a principal função de liberar vínculos da estrutura, permitindo assim tanto a translação quanto a rotação do tabuleiro. Contudo, os aparelhos de apoio utilizados nesse tipo de estrutura, não só aumentam o custo inicial da construção, como também o custo de manutenção. Além do mais, frequentemente, eles não operam de forma adequada, conforme pode ser observado nas figuras 1 e 2, podendo vir a comprometer a durabilidade e desempenho da estrutura (YANG, 1984). Em países de clima frio, o papel das juntas de dilatação, no que diz respeito ao comprometimento da durabilidade da estrutura, é muito mais relevante, haja vista que os sais utilizados para derreter a neve sobre o tabuleiro das pontes podem vir a percolar através delas acarretando a corrosão das armaduras. (LAN, 2012).

Figura 1 – Junta de dilatação deteriorada.

Fonte: PINHO, 2011

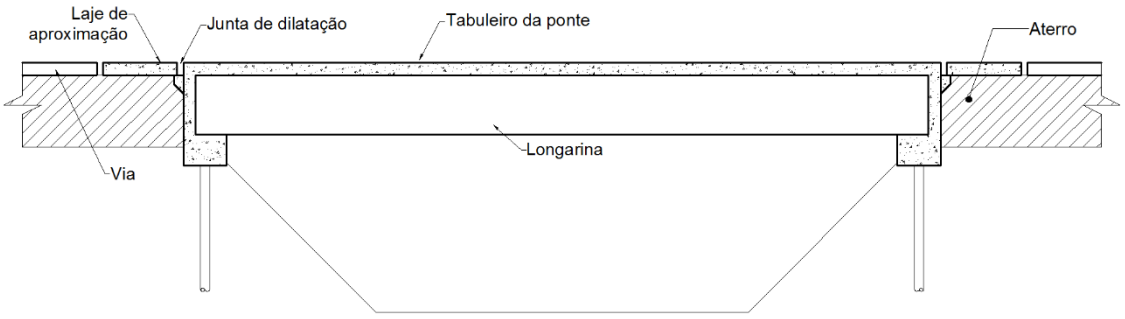
Figura 2 – Aparelho de apoio em Neoprene deteriorado.

Fonte: PINHO, 2011

Visando eliminar tais inconvenientes, uma alternativa bastante interessante, do ponto de vista econômico é a eliminação dos aparelhos de apoio e juntas de dilatação. Paradoxalmente, essa solução consiste em olhar para o passado e conceber as estruturas das pontes e viadutos tal qual eram feitas pelas civilizações antigas: estrutura contínua e sem a presença de aparelhos de apoio e juntas de dilatação. As pontes modernas concebidas dessa forma recebem o nome de pontes integrais. Segundo PINHO (2011), "*pontes integrais (integral bridges) são aquelas que, além de não possuírem juntas, apresentam ligação monolítica entre os elementos da superestrutura e da infraestrutura*".

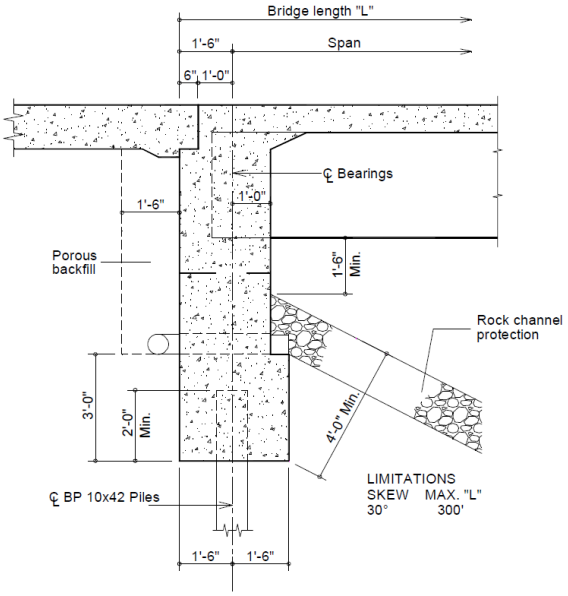
Nesse contexto, pode-se incluir as pontes de encontros integrais, (*Integral Bridge Abutment, IAB)* que são aquelas cuja ligação da superestrutura com a infraestrutura, na região do encontro, é feita de forma monolítica. Na figura 3 pode-se observar uma imagem esquemática de uma ponte de encontros integrais, enquanto que na figura 4 têm-se um detalhe típico desse tipo de encontro.

Figura 3 – Figura genérica de uma ponte de encontros integrais



Fonte: O autor

Figura 4 – Detalhe típico de um encontro integral de ponte



Fonte: PINHO, 2011, 2017

O principal ponto que diferencia o projeto de uma ponte convencional de uma de encontros integrais é o efeito da movimentação da superestrutura. Enquanto que nas primeiras as longarinas e o tabuleiro são livres para transladar e rotacionar, evitando assim que se faça necessária uma análise da iteração solo-estrutura mais complexa, nas pontes de encontros integrais os deslocamentos são parcialmente restritos pelo aterro de forma que seu comportamento influencia fortemente a amplitude dos deslocamentos e esforços internos nos elementos estruturais. Além do mais, o solo do aterro está sujeito a tensões variáveis ao longo do tempo geradas pelo deslocamento cíclico do encontro. Esses deslocamentos são produzidos principalmente pela variação de temperatura e pelos efeitos diferidos do concreto.

As primeiras pontes integrais da era moderna foram construídas nos Estados Unidos e datam da década de 30 do século XX. Elas foram projetadas a partir de conhecimentos empíricos obtidos por meio de experiências bem-sucedidas, de forma que os primeiros projetistas não tinham conhecimento da complexidade dos fenômenos envolvidos. Os primeiros trabalhos acadêmicos sobre o tema datam da década de 80, e grande parte foi financiado pelos departamentos transportes dos estados norte-americanos (*Department of Transportation, DoT*).

Um dos trabalhos mais completos desenvolvidos na década de 80 sobre pontes de encontros integrais foi elaborado por GREIMAN *et al* (1986). Nele os autores estudaram

o efeito do deslocamento horizontal imposto pela variação de temperatura na capacidade de carga vertical das estacas. Para isso, modelo numérico em elementos finitos foi elaborado levando em conta a não linearidade física e geométrica dos elementos estruturais além do comportamento não linear do solo. Modelos experimentais foram utilizados com a finalidade de validar os resultados obtidos via elementos finitos. Os resultados experimentais foram obtidos a partir de dois experimentos distintos. O primeiro experimento consistia em aplicar incrementos de carga no modelo experimental a fim de avaliar a capacidade de carga proveniente do atrito lateral da estaca. Cargas horizontais não foram aplicadas. A segunda campanha de ensaios consistia em aplicar um carregamento vertical constante seguindo de uma carga horizontal aplicada até a falha do sistema. Ao final do ensaio, o deslocamento final total no topo da estaca foi medido. Ao comparar os resultados experimentais com aqueles obtidos por meio de elementos finitos observou-se a proximidade dos resultados. Após a calibração do modelo, uma ponte de encontros integrais foi modelada, primeiramente desconsiderando o ângulo de esconsidade e em seguida considerando uma esconsidade igual a 30º. Seis situações diferentes foram modeladas: a) sem variação térmica, b) com variação térmica de +60 ºF, c) sem aterro e com variação térmica, d) com um ciclo completo de variação de temperatura e e) sem modelar a ponte, inserido apenas o carregamento dela proveniente. Os autores constataram que o efeito da variação de temperatura, em todos os casos, induz uma redução da capacidade de carga da estaca, uma vez que esforços horizontais são acrescidos.

Diversos são os trabalhos baseados em medições em campo, esses trabalhos são largamente utilizados para validar os resultados obtidos a partir da modelagem computacional. Destacam-se os trabalhos desenvolvidos por BREÑA et al (2007) e ABENDROTH e GREIMANN (2007). No primeiro, os autores monitoraram durante três anos uma ponte de encontros integrais, sem esconsidade, situada sobre o rio Millers, estado do Massachusetts, EUA. A ponte composta por três vãos contínuos, com comprimento total de 82,3 metros, simétrica e com vão central medindo 33,5 metros é composta por vigas de aço e laje em concreto. A fundação de cada encontro é composta por oito estacas metálicas (perfis do tipo HP25x85) que foram cravadas através de um furo posteriormente preenchido com pó de pedra. O eixo de menor inércia foi orientado na direção perpendicular ao eixo da ponte. Os autores observaram que os deslocamentos na extremidade superior de cada encontro foram diferentes e que os valores medidos

variaram entre 30 e 60% em relação ao valor calculado em projeto. Além do mais, foi verificado que os momentos no estaqueamento, calculados conforme a teoria de pórtico plano, apresentam resultados conservadores de forma que não ocorre a plastificação do material.

O trabalho de ABENDROTH e GREIMANN, por sua vez, procurou avaliar o desempenho de estacas pré-fabricadas no encontro integral de pontes. Assim, foi realizada a instrumentação de uma ponte com aproximadamente 35 metros de vão e ângulo de esconsidade igual a 20º e seção transversal é composta por cinco vigas pré-fabricadas. A partir dos dados coletados, os pesquisadores observaram que o gradiente de temperatura ao longo da seção transversal da ponte varia em concordância com o modelo adotado pela AASTHO. Além do mais, foi observado uma descontinuidade nas medições dos deslocamentos medidos pelos extensômetros situados no estaqueamento, indicando uma possível fissuração. Tal suspeita foi confirmada por uma posterior inspeção visual, realizada após a escavação sob o encontro. Assim, os pesquisadores recomendam que em fundações compostas por estacas pré-fabricadas, sejam feitas inspeções periódicas, a fim de detectar possíveis patologias. Tais fissuras podem comprometer o desempenho da estrutura acarretando uma redução da vida útil da ponte.

Dentre os trabalhos que tratam de forma conjunta a modelagem numérica e medições em campo pode-se citar: ARSOY *et al* (1999), HUANG, J. *et al* (2004), PUGASAP *et al* (2009), FEMENA *et al* (2005),

ARSOY *et al* (1999) realizaram medições em seis pontes com tabuleiros contínuos nos encontros. Do total, quatro pontes eram do tipo semi-integral, uma do tipo totalmente integral e outra um *retrofit*, onde foi dada continuidade às vigas do tabuleiro. Análise numérica de uma das pontes instrumentada também foi realizada. A partir das inspeções realizadas, os autores observaram que as todas as pontes apresentam um bom desempenho não sendo observadas patologias nas estruturas. As observações realizadas foram confirmadas a partir dos resultados numéricos obtidos a partir da análise em elementos finitos da estrutura da ponte. Uma vez que as pontes em questão não possuem esconsidade nem curvatura, o problema foi tratado como um problema de estado plano de tensões. O deck da ponte foi modelado como elemento de barra. O solo por sua vez, foi modelado a partir de duas concepções diferentes. O solo natural, foi modelado utilizando elementos de placa, quadrilaterais e lineares enquanto que o solo do aterro foi modelado a partir de elementos triangulares ou quadrilaterais com material com propriedade hiperbólica.

Assim, a partir dos resultados numéricos os autores observaram que o esforço cortante no topo da estaca é da ordem de 12 a 26% do carregamento total imposto pelo deslocamento horizontal da ponte. Isso se deve ao fato de que o solo é responsável por absorver uma parcela desse esforço, restando à estaca absorver parcela restante que o solo não pode absorver uma vez que o mesmo sofreu deslocamento imposto pelo encontro.

Em estudo fomentado pelo Departamento de Trânsporte do Estado de Minnesota HUANG, J. *et al*, 2004 realizaram medições durante o período de oito anos e depois elaboraram modelo tridimensional em elementos finitos, calibrado a partir dos dados coletados em campo. Em seguida, estudo paramétrico foi realizado a fim de adequar os resultados obtidos a diferentes tipos de pontes integrais. Os resultados obtidos a partir das medições levaram os autores a observar que, na ponte em questão, o valor médio da curvatura da estaca cresce continuamente. Acredita-se que esse fato se deve ao efeito da retração e fluência do concreto, que devido a elevada umidade do local, sua duração pode ter sido prolongada. Além do mais, o empuxo ativo, proveniente da expansão térmica da ponte induz tensões de compressão nas vigas da superestrutura contribuindo, também, para o aumento do efeito da fluência. As seções transversais das estacas apresentaram plastificação em aproximadamente 20% de sua área. Possibilidade de falha devida a fadiga não foi observada, inclusive esse estado limite não precisa ser considerado no dimensionamento das estacas.

PUGASAP *et al* (2009) estudaram o comportamento de longo prazo de três pontes de encontros integrais a partir da modelagem numérica. Modelos bi e tridimensionais em elementos finitos foram elaborados e os resultados obtidos comparados com medições realizadas em campo. Os autores tomaram como parâmetro para avaliação do comportamento da estrutura o deslocamento horizontal e pressão de solo proveniente do empuxo ativo que se desenvolve no tardoz do encontro. O solo foi modelado a partir de elementos de molas não-lineares. Para os modelos bidimensionais, os autores simularam um período de 100 anos para as estruturas das pontes considerando variação sazonal de temperatura, efeitos diferidos do concreto e força de protensão variando ao longo do tempo devido ao efeito da relaxação do aço. Devido ao elevado tempo de processamento, os modelos tridimensionais só contemplaram um horizonte de tempo igual a 10 anos. A diferença entre os resultados obtidos pelo modelo bidimensional, quando comparado ao modelo tridimensional foi em média igual a 6%. Assim, pode-se afirmar que a utilização de modelos bidimensionais é suficiente para modelar o comportamento da estrutura de

pontes integrais retas e sem esconsidade. Além do mais, os autores concluíram que os deslocamentos são maiores nos primeiros 3 anos e se estendem durante 30 anos, ao final desse período os deslocamentos residuais podem ser considerados desprezíveis. Os deslocamentos de longo prazo podem ser de 1,5 a 2,3 vezes maior que os deslocamentos previstos em uma análise de curto prazo. Dessa forma em hipótese alguma eles podem ser negligenciados no dimensionamento final da estrutura.

FEMENA *et al* (2005), elaboraram modelos numéricos em três níveis de aproximação distintos de uma ponte de encontros integrais situada no estado da Pensilvânia, EUA. Os resultados obtidos foram comparados com dados provenientes da instrumentação da ponte. Primeiramente foi elaborado modelo numérico com Nível de Aproximação igual a um, onde apenas a estaca foi analisada. O segundo modelo com nível de aproximação igual a dois, composto de um pórtico plano onde os elementos estruturais foram modelados com suas inércias equivalentes, foi elaborado. Por fim foi realizada a modelagem com Nível de Aproximação igual a 3, onde modelo espacial da ponte foi elaborado. O encontro e o tabuleiro foram modelados com elementos de casca e as vigas, pilares e estacas com elementos de barra. Aos três modelos foram impostos uma variação uniforme de temperatura igual a ±44◦ C. Molas lineares, cujas rigezas foram calculadas a partir da utilização de curvas p-y, foram utilizadas para simular o efeito do solo Os resultados obtidos foram comparados com os dados provenientes da instrumentação da estrutura. Os autores concluíram que os modelos constituídos pelo pórtico plano e pelo modelo espacial apresentaram praticamente a mesma resposta, podendo o modelo bidimensional ser empregado sem perda significativa da precisão, que os efeitos diferidos do concreto são relevantes e devem ser levados em consideração juntamente com o efeito da variação de temperatura e que a utilização de molas multilineares calculadas a partir de curvas *p-y* produz bons resultados.

A maior parte dos estudos sobre pontes de encontros integrais focam no comportamento da subestrutura, haja vista a forte relação entre as propriedades físicas do solo com os esforços internos desenvolvidos nos elementos estruturais, conforme verificou FARAJI *et al* (2001). No estudo em questão, os autores elaboraram modelo especial, em elementos finitos, de uma ponte de encontros integrais, com vigas metálicas e tabuleiro em concreto armado, onde molas não lineares foram utilizadas para simular o efeito do solo. Carregamento proveniente da variação de temperatura igual a ±44 ºC foi aplicado à

superestrutura da ponte. A ponte modelada corresponde a uma ponte real, instrumentada, onde os dados colhidos em campo foram posteriormente comparados com os resultados provenientes da modelagem numérica. Os autores observaram que o nível de compactação do solo situado no tardoz do encontro é de fundamental importância no comportamento da estrutura. O nível de compactação do solo no entorno das estacas não afeta diretamente os deslocamentos do encontro nem os esforços internos na superestrutura, porém, possui forte influência nos momentos fletores desenvolvidos no estaqueamento.

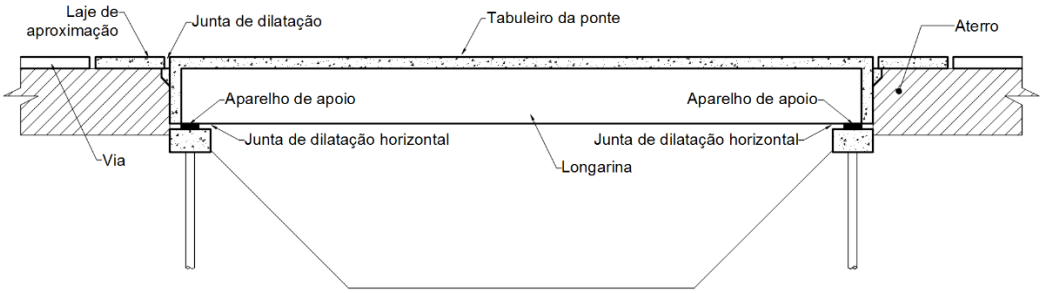
A preocupação com o comportamento do solo é facilmente perceptível ao se observar que a maioria dos autores acima citado utilizam elementos de mola com comportamento não linear a fim de modelar o solo. Modelos não lineares são mais representativos da realidade do solo, mas, por outro lado, necessitam de uma grande quantidade de dados muitas vezes indisponíveis aos projetistas estruturais.

Os fatores mais importantes que afetam o comportamento do estaqueamento da ponte são as propriedades mecânicas do solo, seja ele do aterro ou do solo natural ao longo da estaca e a rigidez da superestrutura. Um aterro mais deformável impõe menor restrição à deformação da estaca reduzindo os momentos fletores nela atuantes (CICJAN *et al* 2007). No que diz respeito à rigidez da superestrutura, quanto maior as restrições na conexão entre as longarinas e o encontro maiores serão as rotações impostas ao encontro/estaqueamento como consequência dos movimentos provenientes da variação de temperatura. Como consequência as estacas irão fazer uma "curva de dupla curvatura".

KIM e LAMAN (2010) concluíram que as longarinas das Ponte de Encontros Integrais estão sujeitas a momentos fletores e esforços axiais significativos, devendo as longarinas serem dimensionadas para essas cargas. WILLIAM *et al* (2002), por sua vez, percebeu que o esforço axial induzido pelas restrições impostas pelo aterro e pela rigidez a flexão do estaqueamento não era explicitamente levada em conta nos procedimentos típicos de dimensionamento. HUANG *et al* (2008) analisaram a relação entre a rigidez das longarinas e do estaqueamento do encontro, ou seja, estacas mais rígidas reduzem as tensões nelas próprias, mas, por outro lado, aumentam as tensões nas vigas, enquanto que estacas mais flexíveis (momento em torno do eixo de menor inércia) aumenta as tensões nas estacas e reduz as tensões nas vigas.

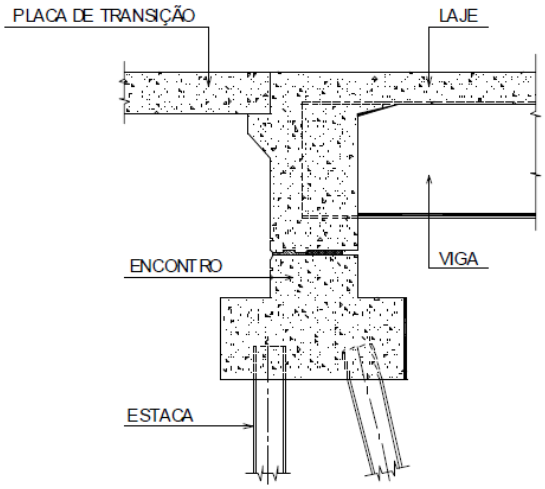
Pode-se ainda identificar uma variação da concepção de estrutural dos encontros integrais de pontes, chamados encontros semi-integrais (*Semi-Integral Abutment Bridges)*, nesse caso, apesar da superestrutura estar ligado monoliticamente ao encontro, ela está assente sobre aparelhos de apoio. Sendo assim, apenas as translações são restritas pelo aterro, podendo a mesma, ainda, rotacionar livremente. Uma figura esquemática de uma ponte de encontro semi-integral pode ser vista na figura 5, enquanto que um detalhe típico é mostrado na figura 6.

Figura 5 – Figura genérica de uma ponte de encontros semi-integrais



Fonte: O autor

Figura 6 – Detalhe genérico de um encontro semi-integral.



Fonte: PINHO, 2011

Os encontros semi-integrais são caracterizados pela eliminação, apenas, da junta vertical. Estando ainda a estrutura do tabuleiro assentada sobre aparelhos de apoio, pode-se observar a existência de uma junta horizontal. Segundo PINHO (2011), os encontros semi-integrais "*são mais indicados para pontes extensas, esconsas e, nos casos de encontros rígidos, como é o caso daqueles com fundações diretas ou sobre estacas pouco*

flexíveis. ” Esse tipo de encontro possui o inconveniente da necessidade de manutenção periódica do aparelho de apoio e a ausência da junta vertical impede o acesso a ele, tornando sua substituição mais complexa do ponto de vista operacional.

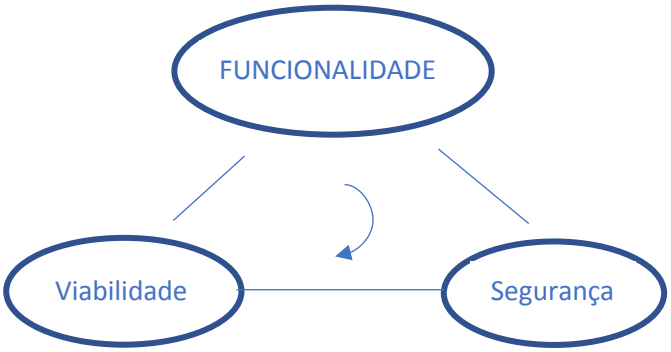
STEINBER *et al* (2004) estudaram os efeitos da expansão do tabuleiro da ponte em função da variação do comprimento para pontes esconsas com encontros semi-integrais. Foram realizadas medições em duas pontes situadas no estado de Ohio, EUA. Modelagem tridimensional em elementos finitos de uma das pontes foi realizada e os resultados obtidos confrontados com os valores coletados em campo. Durante a etapa de modelagem numérica, foi realizado estudo paramétrico onde variou-se o ângulo de esconsidade e a rigidez do aterro. Os autores concluíram que para as pontes em questão os esforços de compressão nas alas são significativos, principalmente durante o ciclo de expansão da ponte e não devem ser negligenciados. Porém, não é conclusivo quanto a relação entre a variação de temperatura e o esforço de compressão nas alas.

1.1 RISCOS E INCERTEZAS NO CONTEXTO DA ANÁLISE DE ESTRUTURAS

Grandes obras de engenharia demandam elevado aporte de capital e qualquer investidor, seja ele público ou privado, visa algum tipo retorno. O retorno, no caso do investidor privado, é o capital investido acrescido do lucro e no caso do investidor público esse retorno pode ser financeiro ou em forma de benefícios para a sociedade.

Em ambos os casos, o principal fator que deve ser primeiramente observado ao se projetar é a funcionalidade da estrutura. Em seguida deve-se procurar ter uma estrutura segura e economicamente viável, ambos com o mesmo nível de importância. Pode-se sintetizar esses três fundamentos conforme desenho esquemático mostrado na figura 7.

Figura 7 – Desenho esquemático das etapas de projeto de engenharia



Fonte: O autor, 2017

A maior dificuldade inerente aos projetos de engenharia são as incertezas existentes no valor de cada variável de projeto. Para que haja uma avaliação precisa, seja da segurança ou da viabilidade econômica, faz-se necessário lançar mão de ferramentas estatísticas e proceder uma análise estocástica do problema. A segurança da obra pode ser numericamente avaliada através do índice de confiabilidade da estrutura, enquanto que para garantir retorno aos investidores deve-se proceder uma análise de risco.

A utilização de incertezas na avaliação de risco é largamente utilizada em projetos de prospecção de reservatórios de petróleo, podendo destacar os trabalhos de ARAÚJO (2007) e FONSECA (2009, 2010). Na engenharia civil, ANDRADE (2013) utilizou algoritmos de diferenças randômicas visando otimizar as variáveis de projeto que minimizassem o risco das obras de engenharia. Esses trabalhos fazem parte de um projeto de pesquisa na área de flexibilidade em sistemas de engenharia, contexto no qual essa tese está inserida, tendo como cenário de estudo as pontes de encontros integrais.

O primeiro nível de incertezas que se deve ter em mente são aquelas intrínsecas ao próprio modelo matemático utilizado na análise da estrutura. Como se sabe, os modelos são uma tentativa de representar determinado fenômeno a partir da utilização de equações matemáticas, muitas delas sem solução analítica e requerem o emprego de métodos numéricos para sua solução. Essas funções não descrevem o fenômeno de forma perfeita, uma vez que sempre haverá diferenças entre o valor obtido por meio de uma análise numérica, com aquele medido em campo.

Deve-se considerar também os modelos que utilizam correlações, ou seja, determinada grandeza é modelada a partir de algum parâmetro sem que ele possua alguma relação com a física do problema. As funções matemáticas empregadas nesse tipo de modelagem são determinadas a partir de observações experimentais. Pode-se tomar como exemplo o caso da determinação do coeficiente de fluência do concreto. Os efeitos diferidos no concreto, retração e fluência, são fenômenos que têm suas origens na percolação de água na matriz cimentícia do concreto, tornando sua análise matemática extremamente complexa. De forma a proporcionar aos projetistas um valor numérico da ordem de grandeza dos deslocamentos impostos, métodos baseados na correlação entre os valores observados experimentalmente em laboratório e na resistência à compressão do concreto, geometria do elemento estrutural e fatores ambientais são propostos por diferentes autores e recomendados por diferentes organizações normativas. É o caso, por exemplo do modelo

proposto por BAŽANT e BAWEJA (2001) e adotado pelo ACI (*American Concrete Institute*).

Modelos baseados em correlação possuem elevados níveis de incerteza. Conforme *Bulletin 65* editado pela *Federation International du Beton*, (FIB, 2010-a) o coeficiente de fluência do concreto pode possuir um coeficiente de variação da ordem de 25%. Isso se deve ao fato de que além da incerteza matemática, existe a incerteza intrínseca ao valor da resistência à compressão do concreto. Nesse caso, deve-se levar em consideração de que o concreto utilizado em uma mesma edificação não é proveniente de um mesmo lote, não estando sujeito às mesmas condições de cura, já que existem variações nas condições ambientais ao longo do tempo de execução da uma obra além de que as propriedades são medidas a partir de corpos prova, que por sua vez são moldados e curados sob condições padronizadas, diferentes daquela cuja estrutura real estará submetida. Aliado a tudo isso, existe a incerteza proveniente dos equipamentos e operadores dos instrumentos de medição.

Por essas razões, a resistência à compressão do concreto deve ser considerada como uma variável aleatória. O ACI 214 (ACI 2002), em um documento intitulado *"Evaluation of Strength Test Results of Concrete"* dá as diretrizes estatísticas para avaliar a resistência à compressão do concreto a partir das amostras recolhidas no canteiro. O *Joint Committee on Structural Safety*, *JCSS* (2000a, 2000c) especifica modelos probabilismos e parâmetros estatísticos para tratar as incertezas inerentes às propriedades físicas do concreto.

Na análise estrutural de uma ponte integral os parâmetros físicos e mecânicos e até mesmo a geometria dos elementos estruturais, possuem determinado grau de incerteza intrínseco, de forma que em uma análise mais refinada, é fundamental que se leve em conta a natureza estocástica das variáveis de projeto.

Os deslocamentos do encontro integral, impostos pelo movimento de contração e dilatação da superestrutura, são parcialmente resistidos pelo aterro. São três as principais ações externas que induzem o deslocamento horizontal do tabuleiro da ponte: efeitos diferidos do concreto, variações térmicas do tabuleiro e cargas de aceleração e frenagem impostas pelos veículos que transitam sobre a ponte.

A ordem de grandeza da amplitude dos deslocamentos provenientes da retração e fluência pode ser estimada através de modelos de correlação conforme exposto anteriormente. Os

valores do deslocamento imposto pela variação de temperatura dependem do comprimento da ponte e da quantidade de calor que a estrutura absorve. Este último, por sua vez, é função de diversos parâmetros físicos, geométricos e ambientais. Além do mais, a insolação em uma ponte, principalmente aquelas de grandes extensões, não é uniforme ao longo do seu comprimento, aumentando ainda mais o nível de incertezas associado ao fenômeno. Não foram encontrados na literatura trabalhos que abordadassem o caráter estocástico da variação de temperatura em estruturas de pontes ou edifícios.

O solo é o elemento resistente responsável por absorver a maior parte dos deslocamentos impostos pela superestrutura da ponte integral. Por se tratar de um elemento natural suas propriedades físicas não são bem definidas e possuem elevado grau de incerteza inerentes ao próprio material. Os modelos matemáticos utilizados para descrever seu comportamento utilizam parâmetros, muitas vezes indisponíveis aos projetistas de estruturas. Além do mais, conforme será visto na seção 2.5.4 do Capítulo 2, a movimentação da superestrutura da ponte termina por alterar as propriedades do solo com o passar do tempo, havendo a necessidade de lançar mão de modelos dependentes do tempo.

Trabalho desenvolvido por KULHAWY *et al* (2016) procurou, através de uma extensa revisão bibliográfica, relacionar as propriedades estatísticas referentes as propriedades físicas do solo, para diferentes tipos de solo. Pode-se ainda citar os trabalhos desenvolvidos por LI *et al* (2014), SILVA *et al* (2016) e UZIELLI *et al* (2016), todos eles tratando das incertezas inerentes às propriedades físicas do solo.

Trabalhos que abordam a análise estocástica de estruturas são frequentes na literatura, porém, a maior parte se restringe a formulação matemática e solução do problema. Aplicações numéricas são menos frequentes. (KORIS, 2008)

1.2 MOTIVAÇÃO

No Brasil, é notável a falta de investimentos em obras de manutenção preventiva na infraestrutura de transportes rodoviário eu ferroviário, acarretando uma clara depreciação do patrimônio nacional. O deplorável estado de conservação da malha de transporte termina por aumentar o custo de transporte das mercadorias que transitam diariamente pelo país, inevitavelmente, o custo final é amplificado.

Investigações prévias feitas indicam que tanto a recuperação das pontes existentes quanto a construção das novas podem ser feitas dentro de uma filosofia de projeto que reduza substancialmente a necessidade de manutenção e, por consequência, o custo das pontes brasileiras. Conforme anteriormente exposto, essa filosofia é conhecida mundialmente por Pontes Integrais (PINHO, 2011).

Ocorre que as variáveis de projeto envolvidas na modelagem de uma estrutura de ponte de encontros integrais, tais como as propriedades físicas dos materiais (concreto e solo), propriedades mecânicas e reológicas do concreto e carregamentos atuantes, todas elas possuem propriedades estatísticas que levam naturalmente à questão de incerteza sobre a capacidade resistente, à capacidade em serviço da estrutura integral, e aos riscos financeiros e econômicos.

Dessa forma, observa-se a necessidade de melhor compreender o comportamento desse tipo de estrutura através da utilização de modelos estocásticos onde as incertezas das variáveis de projeto possam ser levadas em consideração.

Além do mais, é notável o rumo que as organizações internacionais normativas etão tomando no que diz respeito a modelagem de estruturas. A *Federation International du Beton, Fib*, está propondo para a próxima edição do Model Code, MC 2020, venha a considerar o tratamento de incertezas e os devidos parâmetros estatísticos das variáveis de projeto para o dimensionamento de novas estruturas e requalificação de estruturas existentes (MÜLLER, 2016).

1.3 OBJETIVOS

Esse trabalho faz parte de um projeto de pesquisa na área de flexibilidade em sistemas de engenharia. Um sistema integrado de diferentes rotinas desenvolvidas em MATLAB está sendo desenvolvido visando proporcionar que sistemas estruturais sejam analisados em diferentes níveis de aproximação, tanto no que diz respeito aos modelos de análise de estruturas quanto no que se refere ao tratamento estatístico. O conceito de níveis de aproximação será abordado no Capítulo 3.

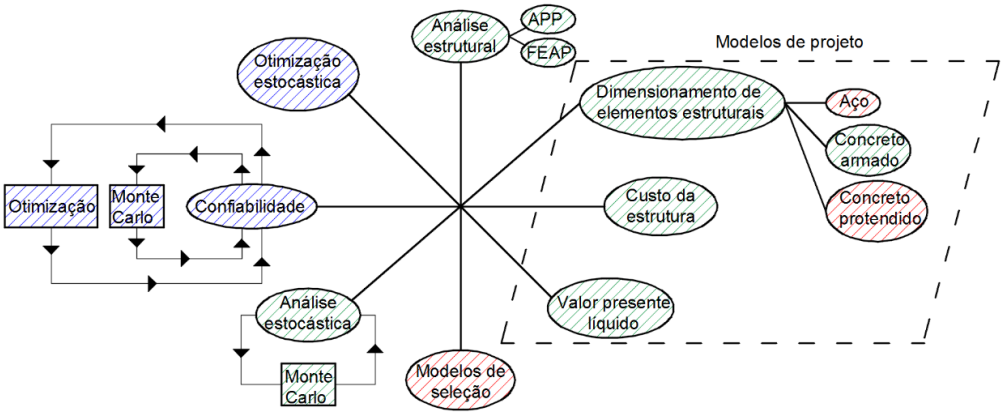
Assim, pretende-se implantar um modelo de análise estrutural que leve em consideração o caráter estocástico das variáveis de projeto. O modelo desenvolvido será empregado para estudar o comportamento da estrutura de pontes integrais, avaliando os deslocamentos e esforços internos atuantes no encontro, estaqueamento e as tensões

desenvolvidas no solo. Será levada em consideração a interação solo-estrutura onde o solo será modelado como molas lineares conforme modelo de Winkler. Vale ressaltar que o comportamento elástico do solo só pode ser considerado quando o mesmo é submetido a pequenos deslocamentos, que não é o caso nesse tipo de estrutura. Porém, a utilização de modelos mais complexos sem o devido conhecimento dos parâmetros necessários a uma modelagem não linear, igualmente induz a resultados que não são fiés à realidade. Assim, optou-se pela utilização de modelo linear onde a falta de precisão dos resultados será compensada pela utilização de modelos probabilísticos.

O método imediato de tratamento desse problema consiste na utilização de ferramentas do Cálculo Estocástico. Amostragens de Monte-Carlo são utilizadas para a simulação e a propagação de incertezas, a partir da definição probabilística das variáveis (funções de distribuição de probabilidades) de acordo com as últimas recomendações do *Joint Committee on Structural Safety*, *JCSS*.

Para este fim, foi desenvolvida ferramenta computacional em código MATLAB a qual agrega diferentes funções, conforme mostrado na figura 8. As funções hachuradas em verde indicam que as sub-rotinas a ela associadas foram devidamente testadas e estão funcionando de forma adequada. Aquelas hachuradas em azul foram anteriormente implementadas por ANDRADE (2012) e adaptadas nesse trabalho, carecendo ainda de validação. Por fim, as funções marcadas em vermelho não fazem parte do escopo desse trabalho, ficando como sugestão para trabalhos posteriores. De forma geral, pode-se elencar as diversas funcionalidades do código desenvolvido.

Figura 8 – Esquema genérico do código explicitando as diferentes funcionalidades.



Fonte: O autor, 2017

Análise estrutural

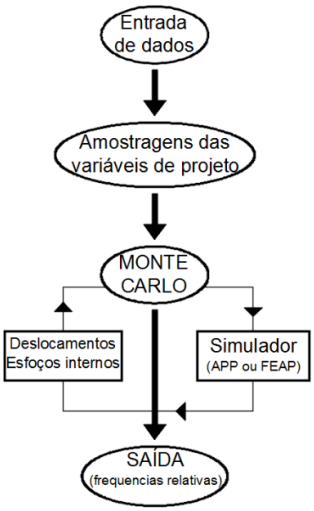
A obtenção dos esforços internos e deslocamentos da estrutura é uma etapa fundamental deste trabalho. Sendo assim duas opções estão disponíveis para o usuário. A primeira é a utilização de uma rotina, desenvolvida dentro do próprio código, que tem por finalidade a análise de estruturas planas a partir do método da rigidez direta. A opção pela utilização de um modelo simplificado foi motivada pela necessidade de dar mais celeridade ao processamento quando este demandar um grande número de realizações. A essa rotina foi dado o nome de APP, *Análise de Pórtico Plano*

A segunda opção é a utilização de um código de elementos finitos, FEAP, desenvolvido pelo Departamento de Engenharia Civil, Universidade da Califórnia. Situações onde exista a necessidade de serem elaborados modelos numéricos mais sofisticados, onde, por exemplo, seja considerada a não linearidade física dos materiais, justifica a utilização do FEAP.

Análise estocástica

A opção pela análise estocástica de estruturas utiliza o método de Monte Carlo onde cada variável de projeto será tratada como variável aleatória, é amostrada a partir de sua definição probabilística. A estrutura é analisada N_{MC} vezes, onde N_{MC} é o número de avaliações. Assim, cada variável de projeto será um vetor de variáveis aleatórias com N_{MC} elementos. Ao final do processamento tem-se as frequências relativas das variáveis de saída. Na figura 9 tem-se uma ilustração desse processo.

Figura 9 – Esquema genérico do processo de análise estocástica.



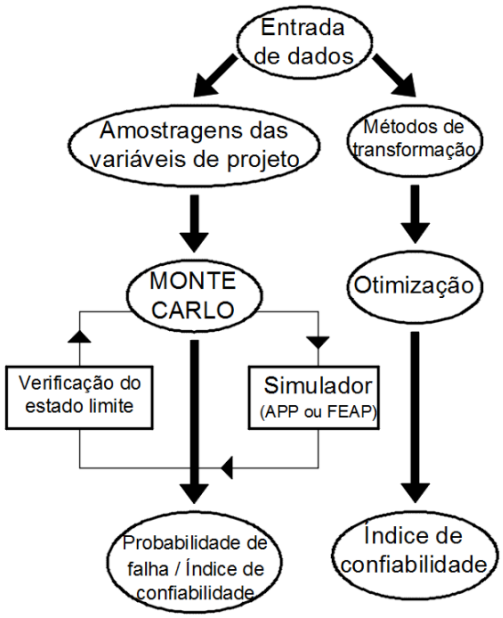
Fonte: O autor, 2017

Confiabilidade estrutural

Conforme será exposto na seção 3.4, o índice de confiabilidade pode ser calculado através de duas formas distintas. A primeira consiste na utilização de métodos de transformação, onde a função reduzida densidade de probabilidade conjunta é determinada, ou aproximada, através de informações referentes a da definição probabilística das variáveis de projeto. O mesmo ocorre com o domínio de integração. Sendo, portanto, o índice de confiabilidade definido como a menor distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço amostral padrão, o índice de confiabilidade passa a ser calculado como sendo um problema de otimização.

A segunda forma, consiste na utilização do Método Monte Carlo onde em cada realização é verificado se algum estado limite foi ultrapassado. Ao final das N_{MC} realizações pode-se calcular a probabilidade de falha, P_f, a partir razão entre a quantidade de realizações onde foi verificada uma falha na estrutura e o número total de realizações. O índice de confiabilidade é calculado como sendo o inverso da probabilidade de falha..

Figura 10 – Esquema genérico do processo cálculo do coeficiente de segurança da estrutura.



Fonte: O autor, 2017

Riscos

A viabilidade econômica do empreendimento será abordada a partir do cálculo do risco inerente a estrutura considerando diferentes níveis de confiabilidade. A análise do risco será efetuada em um nível de aproximação igual a 4, onde a probabilidade de falha será

calculada a partir de amostragens de Monte Carlo, e o risco financeiro será medido pelo desvio padrão.

1.4 ORGANIZAÇÃO DA TESE

No Capítulo 2 procura-se fazer uma abordagem geral dos conceitos, particularidades de projeto e limitações inerentes ao projeto de uma ponte de encontros integrais. Aborda-se também os modelos de cálculos propostos para determinar os deslocamentos induzidos pelos efeitos diferidos do concreto e variação de temperatura, além daqueles utilizados para prever o comportamento do solo. Por fim, uma síntese da evolução dos modelos numéricos empregados ao longo do tempo é feita.

O Capítulo 3 trata a respeito das incertezas inerentes às variáveis de projeto envolvidas na modelagem e dimensionamento de estruturas e consequentemente análise do risco. Primeiro serão expostos alguns conceitos que se acredita serem fundamentais à compreensão do assunto. Em seguida serão abordadas as incertezas inerentes às propriedades físicas dos materiais, às ações externas atuantes na estrutura e aquelas inerentes aos modelos matemáticos utilizados. Exposição referente à confiabilidade estrutural, probabilidade e do conceito de Níveis de Aproximação será feita na sequência. Por fim, os conceitos expostos no capítulo serão aplicados a um pórtico de três barras adiantando a aplicação prática no caso em estudo, as pontes de encontros integrais.

O Capítulo 4 irá tratar da modelagem estocástica de pontes de encontros integrais. Inicialmente será validado o algoritmo de análise estrutural, desenvolvido especificamente para esse trabalho, confrontando os resultados por ele obtido com outros obtidos a partir da utilização de um software comercial. Na sequência, será feito um estudo preliminar onde procurar-se-á avaliar a sensibilidade de cada uma das variáveis de projeto no contexto da modelagem estocástica. Por fim, os esforços resistentes do encontro e do estaqueamento será avaliado considerando o comportamento aleatório de algumas das variáveis de projeto.

O Capítulo 5 expõe os resultados referente a análise estocástica de uma ponte de encontros integrais. Algoritmo de otimização estocástica é aplicado visando minimizar o risco do empreendimento. Finalmente, o Capítulo 6 traz as conclusões e sugestões de trabalhos futuros

2 PONTES INTEGRAIS

Conforme exposto no início desse trabalho, estruturas de pontes de encontros integrais são projetadas de modo que a ligação entre a superestrutura e o encontro, e deste com a fundação seja feita de forma monolítica, em outras palavras, sem a utilização de juntas de dilatação. Dessa forma, os deslocamentos nas extremidades da ponte devem ser absorvidos pelo encontro e sua fundação, fazendo com que a estrutura apresente um comportamento similar ao de um pórtico (ARSOY, BARKER, DUCAN, 1999). A utilização de encontros integrais visa uma redução nos custos de implantação e manutenção das pontes bem como no aumento de sua vida útil. Contudo, a sua concepção estrutural é bastante complexa, com o solo junto ao encontro desempenhando um papel fundamental na estabilidade da estrutura, de forma que a iteração solo-estrutura não pode ser ignorada.

2.1 CONTEXTO HISTÓRICO E EXPERIÊNCIA INTERNACIONAL

A primeira ponte integral construída na era moderna foi feita nos Estados Unidos, no estado do Massachusetts, em 1930. A segunda só foi construída depois de um período de cinco anos, no estado do Kansas (SHAH, 2004). Inicialmente, as pontes de encontros integrais eram pouco extensas, dado que a amplitude dos deslocamentos horizontais do encontro está diretamente relacionada ao seu comprimento. Uma vez que, na época, não se dispunha de ferramentas adequadas para correta modelização do complexo comportamento da estrutura, os projetos possuíam um forte caráter empírico, baseado em experiências bem-sucedidas.

Mostrando-se positiva, a experiência com a utilização de pontes integrais, a sua utilização passou a ser disseminada por volta da década de 70 (GAMA, 2012), com cada departamento de transporte (*Department of Transportation, DOT*) desenvolvendo sua normatização de forma independente e baseada em observações. Atualmente, a

utilização das pontes de encontros integrais é muito difundida nos Estados Unidos e Canadá.

Tendo sido o pioneiro no desenvolvimento do emprego das pontes de encontros integrais, atualmente, os Estados Unidos é quem detém a maior quantidade e conhecimento na utilização desse tipo de estrutura. Dados de 2008 indicam que o país possui aproximadamente 25.000 pontes integrais, considerando as totalmente integrais, de encontros integrais ou semi-integrais (PINHO, 2011).

Apesar do conceito de pontes de encontros integrais já estar consolidado no território americano, sua distribuição não é uniforme. Observa-se que nos estados onde as condições meteorológicas são propícias à queda de neve, a utilização das pontes integrais é mais difundida, uma vez que a eliminação da junta de dilatação mitiga os efeitos agressivos provenientes da utilização de sais para degelo das rodovias. Por outro lado, existem estados onde a sua utilização não é sequer permitida pelo departamento de trânsito local, como é o caso do estado do Arizona. (GAMA, 2012).

Estudo elaborado por KUNIN e ALAMPALLI (KUNIN, ALLAMPALLI, 1999), aplicou um questionário junto a agência de transportes estaduais dos Estados Unidos e Canada. Das 39 agências que responderam ao estudo, a grande maioria classificou que a experiência com a utilização desse tipo de estrutura como “excelente” ou “boa”. Ressalta-se que nessa mesma pesquisa os órgãos responsáveis pelas pontes indicaram que os reparos necessários foram executados com o mínimo de dificuldade. Apenas o estado do Arizona não recomenda o emprego das pontes integrais uma vez que todas as 50 pontes construídas necessitaram de reparos onerosos. Os problemas desenvolveram-se principalmente nas lajes de aproximação.

Na Europa, a utilização desse sistema estrutural teve início na década de 80, no Reino Unido, introduzido pelo engenheiro britânico Edmund Hambly. A partir do ano de 2000, devido a publicação do BA42/96, diretriz para construção de pontes integrais no país, observou-se relevante crescimento na utilização desse tipo de sistema estrutural. Na Alemanha, por sua vez, 78% das pontes de encontros integrais ou semi-integrais foram construídas na última década.

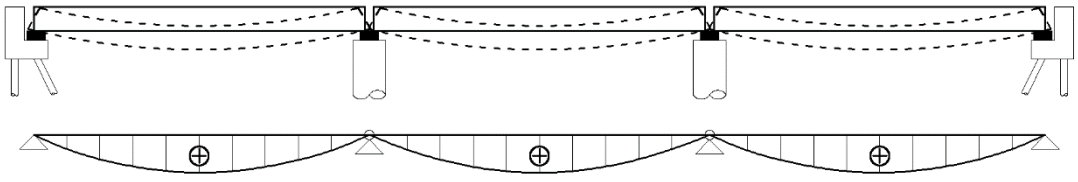
2.2 VANTAGENS DAS PONTES DE ENCONTROS INTEGRAIS

Conforme anteriormente exposto, o maior benefício desse sistema estrutural está na eliminação das juntas de dilatação e aparelhos de apoio. Nas seções subsequentes serão abordadas as principais vantagens da utilização desse tipo de estrutura.

2.2.1 Aumento do grau de redundância hiperestática

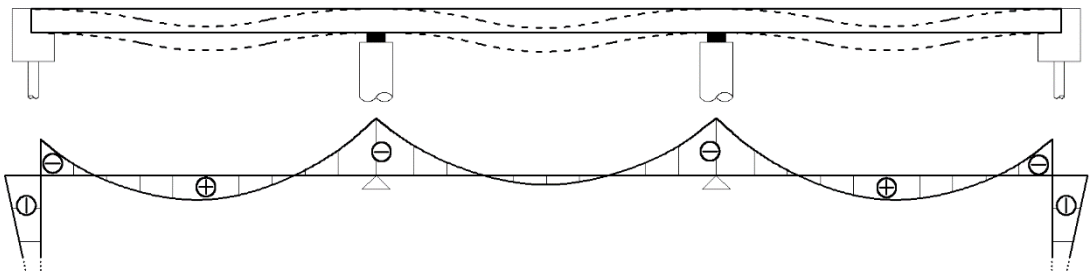
Ao serem eliminadas as juntas de dilatação e aparelhos de apoio, aumenta-se o grau de redundância hiperestática do sistema estrutural, uma vez que os deslocamentos liberados pelos aparelhos de apoio passam a ser restritos pelos encontros e pela continuidade dada no tabuleiro da ponte. Como pode ser observado na figura 11, em uma ponte convencional, isostática, as longarinas funcionam como vigas biapoiadas. Em uma ponte integral, por sua vez, elas passam a funcionar como vigas contínuas, reduzindo o momento fletor positivo no meio do vão e consequentemente a flecha máxima, conforme mostrado na figura 12.

Figura 11 – Tabuleiro de uma ponte convencional, corte esquemático



Fonte: O autor, 2017

Figura 12 – Tabuleiro de uma ponte de encontros convencionais, corte esquemático



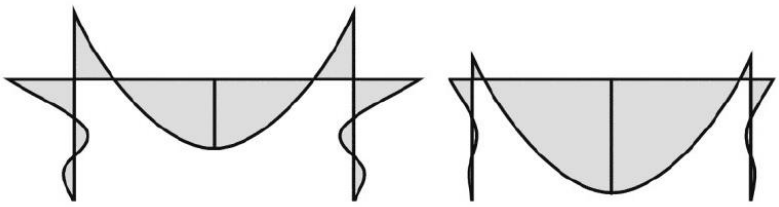
Fonte: O autor, 2017

Além do mais, a ligação monolítica entre a longarina e o encontro, e deste com as estacas de fundação, faz com que a ponte funcione como um pórtico, havendo a transmissão de momento fletor da longarina para as estacas. Assim sendo, tem-se uma estrutura mais robusta, menos susceptível a deformações e com melhor capacidade de distribuição de carga. Segundo MISTRY *apud* Fartaria (FARTARIA, 2012) em uma

ponte integral de dois vãos, tanto o carregamento vertical quanto o transversal que chega ao apoio central pode ser reduzido em 67% quando comparado a uma ponte convencional. Além do mais, a estrutura passa a ser mais resistente a ocorrência de eventos extremos tais como terremotos e explosões.

Vale ressaltar que a rigidez do conjunto de estacas é fundamental na determinação do momento fletor negativo nas extremidades do pórtico. A opção por um sistema de estacas mais flexível, menos custoso, reduz o momento fletor negativo nas extremidades e aumenta o valor do momento positivo no meio do vão, conforme mostrado na figura 13 (b), acarretando a necessidade de se optar por um tabuleiro mais rígido com maior consumo de material. Esta é opção mais adotada nos Estados Unidos. Por outro lado, ao optar por um conjunto de estacas de maior rigidez, onera-se mais a fundação em detrimento de uma superestrutura mais econômica, figura 13 (a). Esta opção é mais frequente nos países do norte europeu, especialmente na Alemanha (GAMA, 2012).

Figura 13 – Variação do momento fletor ao longo da estaca e tabuleiro da ponte para diferentes valores a rigidez.



(a) (b)

FONTE GAMA, 2012

É importante lembrar, também, que os aspectos acima citados não são os únicos responsáveis pela determinação da rigidez do conjunto estacas-encontro. O tipo de solo e o seu grau de compactação são determinantes na amplitude dos deslocamentos que o encontro estará sujeito. Esse assunto será abordado com mais propriedade na seção 2.5.4.

2.2.2 Redução dos custos de implantação e manutenção

Conforme exposto no Capítulo 1, o mal funcionamento dos dispositivos empregados para vedar as juntas de dilatação é o grande responsável pela maioria das patologias encontradas nas estruturas de pontes. A eliminação da junta permite não só reduzir os custos com a manutenção da estrutura como também aumentar a vida útil do

equipamento. “Cerca de 12% dos custos totais de manutenção de uma ponte convencional são relativos à conservação de juntas e de aparelhos de apoio. A concepção integral de uma ponte permite, assim, reduzir diretamente essa considerável parcela dos custos. No entanto, a economia a longo prazo será efetivamente maior, uma vez que grande parte da deterioração do concreto, que se estima em 30% dos custos totais, ocorre devido às patologias que as juntas de dilatação sofrem” (FARTARIA, 2012).

A redução do custo de implantação está relacionada não apenas ao valor economizado com a retirada dos aparelhos de apoio. Uma vez que o sistema estrutural passa a ser hiperestático, as deformações e momentos fletores provenientes do carregamento vertical são menores, acarretando menor consumo de material.

2.3 LIMITAÇÕES E PARTICULARIDADES DE PROJETO

Vários países impõem restrições geométricas para a construção de pontes integrais. Existem limitações no comprimento total da ponte, ângulo de esconsidade, curvatura horizontal e greide vertical (KEROKOSKI, 2006). Esses fatores “embora não inviabilizem o uso das pontes integrais, exigem um estudo mais cuidadoso para que se considere a vantagem de sua utilização” (PINHO, 2011). A maior parte dessas imposições se dá devido à restrição dos deslocamentos nos encontros das pontes.

2.3.1 Comprimento do tabuleiro

Em uma ponte convencional, os deslocamentos horizontais do tabuleiro, provenientes de variação de temperatura, são acomodados pelos aparelhos de apoio. Em pontes de encontros integrais, esses movimentos são diretamente transferidos aos encontros e absorvidos pelo conjunto estacas-solo. Uma vez que a amplitude dos deslocamentos está diretamente relacionada ao comprimento total da ponte, pode-se afirmar que “pontes longas estão particularmente susceptíveis à danos provenientes da expansão e contração térmicas, causados pela variação sazonal de temperatura” (SHEN, 1984).

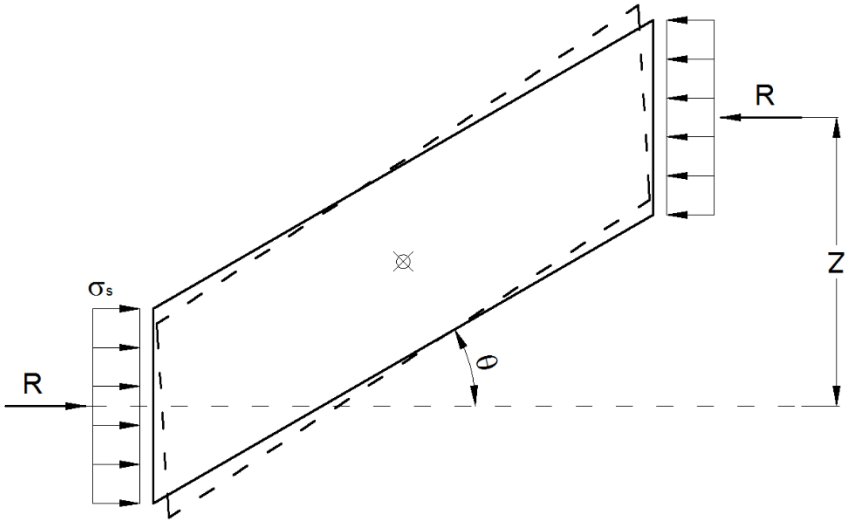
Quando a variação de temperatura é positiva, e induz um aumento no comprimento do tabuleiro da ponte, o encontro é pressionado contra o aterro, ocasionando tensões de compressão. Assim, pode-se dizer que a limitação no comprimento total das pontes tem por função limitar as tensões no solo produzidas pelos deslocamentos do tabuleiro. Na maior parte dos casos, o valor máximo do comprimento das pontes integrais foi definido

à partir da experiência desenvolvida com situações anteriores que funcionaram de maneira satisfatória. (ABENDROTH, GREIMANN, 2005).

2.3.2 Ângulo de esconsidade

Pontes onde o encontro não é perpendicular ao eixo da estrutura são denominadas pontes enviesadas ou esconsas. O ângulo de viés é medido entre o eixo do tabuleiro e uma linha perpendicular ao encontro. Nesse tipo de ponte, a resultante das tensões que o solo exerce sobre o tardoz do encontro, durante o processo de expansão térmica produz um binário que se não for equilibrado tende a ocasionar um movimento de rotação da ponte, conforme mostrado na figura 14. Sendo σ_s a tensão no solo proveniente do empuxo passivo, *R* a resultante dessas tensões e *Z* o braço de alavanca do binário pode-se mostrar que quanto maior o ângulo de esconsidade, θ, maior será o valor do binário.

Figura 14 – Efeito da variação de temperatura em uma ponte esconsa



Fonte: O autor, 2017

Para pontes integrais com um ângulo de esconsidade inferior ao ângulo de atrito entre o solo e o tardoz do encontro, a superestrutura mantém-se em equilíbrio rotacional. Uma vez que os aterros de transição são geralmente constituídos por solos granulares, cujo ângulo de atrito com o concreto confinado têm valores na ordem dos 24º, sugere-se que a concepção integral com adoção de valores do ângulo de viés acima desta ordem de grandeza não é adequada. O valor sugerido por (FARTARIA, 2012) é mais conservador que aquele sugerido pela maioria da literatura técnica, que é de 30º. Este valor é adotado pela especificação inglesa BA 42/96 e pela maioria dos departamentos de transporte

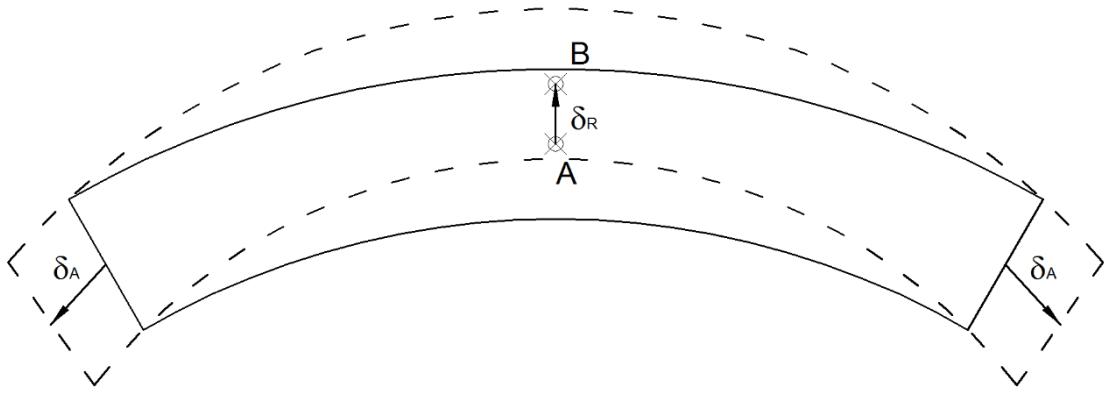
norte-americanos (PINHO, 2011). Vale ressaltar que a limitação do ângulo de viés não é consenso entre os departamentos de transportes norte-americanos, no estado do Tennessee, por exemplo, tal limitação não existe. No estado da Georgia, o comprimento máximo da ponte está atrelado ao seu ângulo de viés.

2.3.3 Curvatura

A exemplo do que ocorre com as pontes esconsas, a construção de pontes integrais curvas possui restrições "uma vez que a resposta à ação térmica deste tipo de ponte é complicada devido à sua geometria" (FARTARIA, 2012). Sendo assim, apenas quatro departamentos de transportes norte-americanos permitem a construção de pontes de encontros integrais curvas, sendo que três deles limitam o raio de curvatura. Apenas no estado do Tennessee não possui restrição quanto ao raio de curvatura para esse tipo de estrutura.

Nas pontes de eixo curvo, o movimento de expansão e contração do tabuleiro possui duas componentes de deformação: uma na direção radial e outra na direção axial. O movimento como um todo, porém, é difícil de ser previsto, assim a incerteza em relação à direção do movimento dificulta a determinação dos esforços resultantes (FARTARIA, 2012). Na figura 15 tem-se uma imagem ilustrativa de uma ponte curva submetida a um movimento de expansão, onde δ_R é a componente de deslocamento radial e δ_A é a componente de deslocamento axial.

Figura 15 – Efeito da variação de temperatura em uma ponte curva



Fonte: O autor, 2017

Vale ressaltar que a existência de uma componente radial do deslocamento da ponte acarreta um menor deslocamento nas extremidades. Consequentemente os esforços

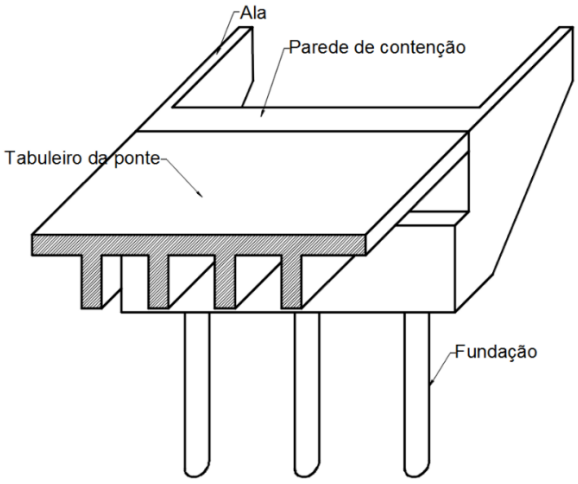
induzidos pelo empuxo passivo no tardoz do encontro é menor. Sendo assim, as pontes de eixo curvo possuem um comportamento mais favorável, no que diz respeito às pressões exercidas pelo solo, quando comparadas com pontes de eixo reto.

2.4 SISTEMA DE APROXIMAÇÃO

Sistemas de aproximação são componentes responsáveis por promover a transição da pista de rolamento para a ponte ou viaduto, propriamente dito. Ele é composto pelas alas, paredes de contenção, laje de transição e aterro. Nas figuras 16 e 17 observa-se o detalhe esquemático de um sistema de transição e seus componentes. Nesse trabalho será emprego o termo encontro ao conjunto formado pelas alas, parede de contenção e fundação.

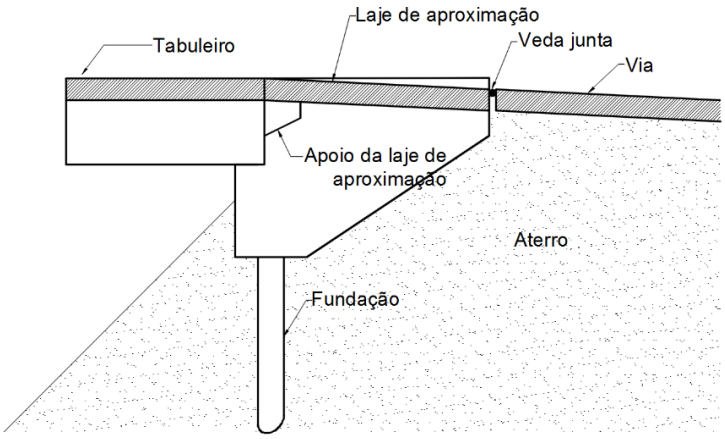
Como se sabe, os encontros integrais estão submetidos a deslocamentos horizontais induzidos pela variação uniforme de temperatura e pelos efeitos reológicos do concreto. Cada elemento que compõe o sistema de aproximação, de alguma forma, influencia na magnitude desses deslocamentos.

Figura 16 – Imagem esquemática de um encontro integral de ponte



Fonte: O autor, 2017

Figura 17 – Corte esquemático de um encontro integral de ponte



Fonte: O autor, 2017

2.4.1 Elementos de fundação

Os encontros de pontes podem estar assentados sobre fundação direta ou fundação profunda, a depender as características do solo e das cargas a ele imposta pela superestrutura. No caso de encontros integrais, onde há necessidade de um certo grau de flexibilidade para absorção dos deslocamentos impostos, o tipo de fundação mais comum é aquele assente sobre um alinhamento único de estacas. Nos Estados Unidos e Canadá, a utilização de estacas metálicas é mais frequente, considerando a tradição desses dois países no emprego do aço na construção civil.

Além do mais, o aço proporciona a flexibilidade necessária à fundação sem o inconveniente de apresentar fissuração, o que acelera a deterioração do concreto. Pesquisa desenvolvida por ABENDROTH e GREIMANN (2007) junto a 52 agências de transportes apontou que das 33 agências que responderam ao questionário, 21 (64%) não permitem o uso de estacas pré-fabricadas de concreto.

BURDETE *apud* ABENDROTH e GREIMANN, (2007) fizeram uma série de ensaios experimentais com estacas pré-fabricadas em concreto protendido carregadas lateralmente. Foi verificado que quando submetida a um carregamento horizontal, o elemento de concreto fissurava próximo à interface da estaca com o encontro. Essa fissuração, porém, não afetava na rigidez total do estaqueamento. O mesmo padrão de fissuração foi observado por ABENDROTH *et al* (1998) em pesquisa de campo. A utilização do concreto protendido tem a vantagem de que a força de compressão atua no

sentido por fechar a fissura, mitigando o risco de deterioração do concreto causado pela umidade do solo no entorno da estaca.

Nos Estados Unidos, as diretrizes da *American Association of State Highway and Transportation Officials, AASTHO,* restringem o uso de fundações diretas, apenas quando estas estiverem assentes sobre terrenos rochosos, deixando à cargo dos departamentos estudais as diretrizes mais específicas (PINHO, 2011). Por sua vez, nos países europeus, não existem restrições quanto ao uso de fundações diretas, de forma que a utilização desse tipo de fundação é mais difundido.

Quando por razões técnicas ou econômicas, se houver a necessidade de utilizar estacas de grande rigidez que venha a comprometer a flexibilidade necessária para o encontro, uma solução bastante empregada é a adoção de estacas mistas. Nesse caso, um perfil metálico é engastado no topo de uma estaca de concreto ou de um tubulão, conforme pode ser observado na figura 18. Esse artifício visa de garantir a flexibilidade necessária ao encontro (PINHO, 2011).

Figura 18 – Fundação em estaca mista

Fonte: PINHO 2011

Outro fator que possui efeito significante na capacidade de deslocamento lateral do encontro é o tipo de solo empregado no aterro e o seu grau de compactação. Em situações onde o solo atua de forma a restringir os deslocamentos horizontais das estacas, uma solução comumente adotada é a o uso de revestimento tubular no topo das estacas. Assim, o trecho superior da estaca é deixado livre podendo se deslocar com

mais facilidade, vide figura 19. Segundo PINHO (2011), essa solução tem o inconveniente de exigir estacas mais robustas visto que a falta de confinamento do solo as deixa sujeitas à flambagem. Além do mais, deve-se tomar a precaução de evitar variações do nível de água no interior do tubo, aumentado a possibilidade de oxidação dos perfis metálicos.

Figura 19 – Fundação em estaca metálica envolta em tubos de aço corrugado

Fonte: PINHO 2011.

No que diz respeito ao emprego de fundações diretas em pontes de encontros integrais, sua utilização é restrita pela capacidade da sapata de deslizar e rotacionar sobre o solo. Por essa razão, a especificação BA42/96 (1996) do Reino Unido, que dá as diretrizes para construção de pontes de encontros integrais e semi-integrais, restringe a tensão na base da sapata à 50% da capacidade de carga do solo, assim pretende-se garantir que a sapata possa acomodar os deslocamentos horizontais além de evitar o surgimento de recalques diferenciais (PINHO, 2011).

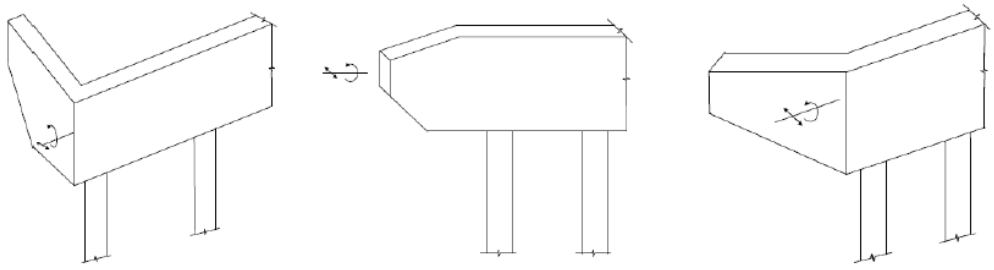
Conforme anteriormente exposto, os encontros semi-integrais possuem apenas a junta horizontal, uma vez que a ligação entre o tabuleiro e o encontro é feita através de aparelho de apoio. Sendo assim, a rigidez à rotação é proveniente do aparelho de apoio e não da flexibilidade da estaca. Logo, nos encontros semi-integrais, permite-se utilizar fundação de maior rigidez à flexão tal qual as empregadas nos encontros convencionais de pontes.

2.4.2 Alas

As alas são elementos estruturais responsáveis pela contenção do aterro e podem estar ligadas diretamente à estrutura do encontro, como vigas em balanço, ou ser um elemento estrutural a parte. Conforme a disposição em planta das alas em relação à parede de contenção elas podem ser classificadas em: paralelas (ou em "U"), ortogonais e inclinadas. Um detalhe esquemático dos tipos de alas pode ser observado na figura 20.

Dentre os departamentos estaduais de transporte norte-americanos não existe um consenso quanto à tipologia a ser adotada nos projetos dos encontros integrais. O departamento de Nova Iorque, por exemplo permite o uso de alas ortogonais e inclinadas com comprimento máximo de até 4,0 m. A utilização de alas paralelas só deve ser feita quando houver impedimentos à implantação das outras duas tipologias, nesse caso o comprimento máximo deve ser de no máximo 2,0 m. Por sua vez o estado do Minnesota adota a configuração de abas paralelas com comprimento máximo de 4,2 m (PINHO, 2011).

Figura 20 – Detalhe genérico de encontro integral indicando os tipos de alas. (a) alas paralelas; (b) ortogonal; (c) inclinada



(a) (b) (c)

Fonte: Pinho, 2011

Quando a intenção é limitar os deslocamentos horizontais, as alas de abas paralelas são mais eficientes devido ao atrito entre o aterro e a superfície lateral da ala. Por sua vez, elas estão sujeitas a momento fletor mais elevado, ocasionado pelo empuxo passivo do solo. As alas paralelas possuem melhor desempenho, também, quando se pretende limitar o recalque do aterro, devido ao confinamento do solo por elas ocasionado. Esse ponto é de fundamental importância no que diz respeito à durabilidade das lajes de aproximação, conforme será abordado na seção seguinte.

2.4.3 Lajes de aproximação

As lajes de aproximação são estruturas construídas sobre o aterro e têm por finalidade proporcionar uma transição suave do veículo entre a via e a ponte. Elas atuam, também, no sentido de reduzir o recalque do aterro. As lajes podem estar situadas na superfície do aterro, servindo ao mesmo tempo de pista de rolamento ou serem construídas sob a superfície do aterro, recebendo assim elementos da pista de rolamento, como base e pavimentação.

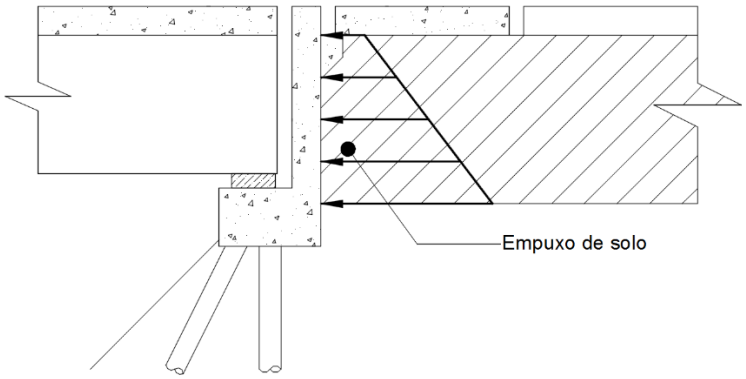
Via de regra, essas lajes estão ligadas à estrutura do encontro através de barras de aço, de forma que elas acompanhem a movimentação do encontro. As lajes de transição são componentes do sistema de transição que estão mais sujeitas a apresentar patologias. Estudo realizado nos Estados Unidos revelou que aproximadamente 55% dos departamentos de transportes norte americanos afirmaram que que o recalque da laje de aproximação é um dos maiores problemas de manutenção existente.

Ao se expandir, o aterro pressiona o aterro fazendo com que ele tenda a se expandir acarretando um movimento ascendente do solo. Por sua vez, a superestrutura ao se contrair, alivia as tensões no aterro, acarretando a formação de vazios sob a laje de transição. Nesse último caso a estrutura passa a funcionar como um elemento biapoiado.

2.4.4 Aterro

As pontes de encontros integrais possuem a grande vantagem de exigir menor custo de manutenção, não significando, porém, que eles sejam inexistentes. Via de regra, a maior parte desses custos estão ligados a questões de ordem geotécnica, dada a complexa iteração solo-estrutura, intrínseca à concepção integral (FARTARIA, 2012). Enquanto que nas pontes convencionais não há transmissão de momentos fletores nem de esforços horizontais da superestrutura para o encontro, de forma que o solo do aterro atua apenas sob a forma de empuxo passivo, conforme pode ser observado na figura 21. Nos encontros integrais de pontes, o solo, tem papel fundamental na estabilidade da estrutura, uma vez que atua no sentido de limitar o deslocamento horizontal e a rotação do encontro.

Figura 21 – Ponte isostática, aterro agindo como carregamento na estrutura.

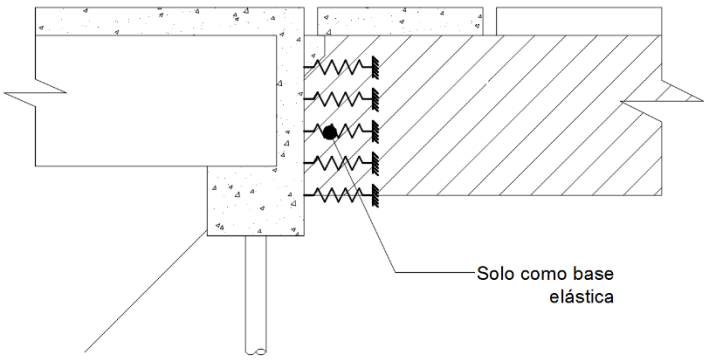


Fonte: O autor, 2017

Os movimentos (translação horizontal e rotação) que os encontros integrais de pontes estão submetidos tem sua origem nas variações térmicas e nos efeitos diferidos do concreto (esse assunto será abordado com mais detalhes na seção seguinte).

O fenômeno da retração e fluência tende a causar um encurtamento no comprimento do tabuleiro da ponte, de forma que, devido à sua ligação monolítica com o encontro, gera um alívio de tensões no solo. A variação de temperatura, por sua vez, atua de duas formas distintas. No inverno, a variação negativa de temperatura causa encurtamento do tabuleiro aliviando as tensões no solo. No verão, quando a variação de temperatura é positiva, a superestrutura sofre alongamento, empurrando o encontro contra o solo. Nesse caso, o solo é modelado como molas de translação, conforme apresentado na figura 22, limitando a amplitude dos deslocamentos. A determinação acurada dos parâmetros necessários à sua correta análise é difícil, sendo motivo de diversos estudos investigatórios.

Figura 22 – Ponte integral, solo atuando como molas de translação.



Fonte: O autor, 2017

O movimento do encontro no sentido de aliviar as tensões no aterro é maior que aquele no sentido de pressioná-lo, uma vez que o primeiro possui componente da variação negativa de temperatura e dos efeitos diferidos do concreto. Sendo assim, o grau de descompactação do aterro é tal que, agindo apenas o empuxo passivo, uma cunha de deslizamento pode ser gerada causando a queda de material da parte superior para a parte inferior do encontro. O primeiro efeito causado por esse fenômeno é um vazio gerado sob a laje de aproximação, fazendo com que ela deixe de trabalhar totalmente apoiada sobre o solo. Não tendo sido dimensionada para tal configuração, a laje apresentará fissuras devido ao carregamento proveniente do fluxo de veículos.

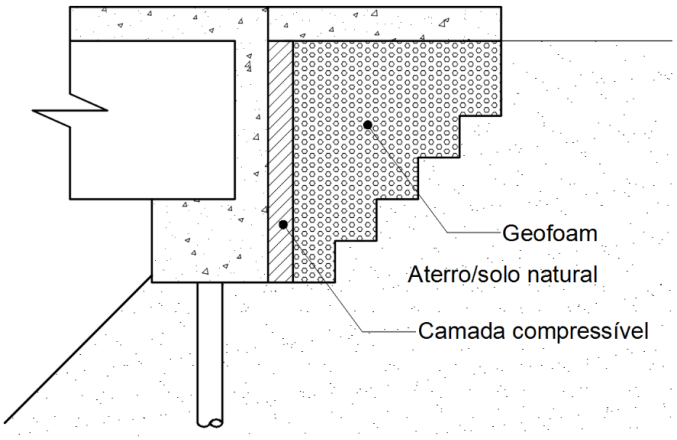
O segundo efeito é que a quantidade de material depositada na base do aterro, outrora pertencente a cunha que deslizou, é adensada pelo encontro durante novo ciclo de expansão da superestrutura. Essa nova parcela de solo vem a ocupar uma posição que antes pertencia ao encontro, gerando assim empuxo de magnitude superior ao observado no ciclo expansivo anterior. Esse fenômeno repete-se ano após ano ao longo da vida útil da estrutura. Observa-se, assim, na base do encontro, um solo com grau de compactação muito mais elevado que o solo situado no topo. Esse fenômeno acarreta na rotação do encontro devido a diferença entre o módulo de elasticidade do solo ao longo da altura do encontro. O fenômeno descrito é conhecido como efeito Ratcheting (aumento da rigidez do solo no tardoz do encontro) e foi confirmado por estudo analítico ee experimental conduzido pelo *Imperial College* em conjunto com *U.K. Highways Agency* (FARTARIA, 2012).

Devido à natureza aleatória das propriedades do solo bem como dos efeitos acima descritos é que se procura, através de tratamentos adequados, melhorar as propriedades do solo aferindo-lhes um comportamento mais previsível e mais fácil de ser modelado. Soluções como a utilização de uma camada de material compressível imediatamente junto ao encontro, seguido por outro de maior rigidez tem sido frequentemente adotada. Na figura 23 pode-se observar um esquema genérico dessa composição. Procura-se empregar nessa primeira camada, um material com reduzida rigidez axial, altamente compressível, de forma que possa facilmente se deformar, absorvendo assim os movimentos do encontro sem que transmita tensões de compressão aterro. Frequentemente emprega-se o poliestireno expandido (EPS), mais especificamente o EPS resiliente, menos rígido que o EPS comum (FARTARIA, 2012).

Junto à camada compressível, é importante que se utilize materiais autoportante, a fim de evitar o surgimento de empuxo passivo no tardoz do encontro. A primeira alternativa, largamente utilizada é a estabilização do aterro através da utilização de material geotêxtil, criando um aterro mecanicamente estabilizado (*mechanically stabilized Earth, MSE*).

Uma segunda alternativa é a utilização de blocos de EPS convencional, que possui rigidez à compressão superior à do EPS resiliente. A utilização do EPS é mais frequente em situações onde existe a presença de solos moles e compressíveis onde a baixa densidade do material minimiza o recalque da pista de rolamento e alivia o empuxo sobre o estaqueamento (HORVATH, 2000).

Figura 23 – Detalhe genérico de um encontro integral com melhoramento do aterro com geofoam e camada compressível.



Fonte: O autor, 2017

2.5 NATUREZA DOS DESLOCAMENTOS IMPOSTOS

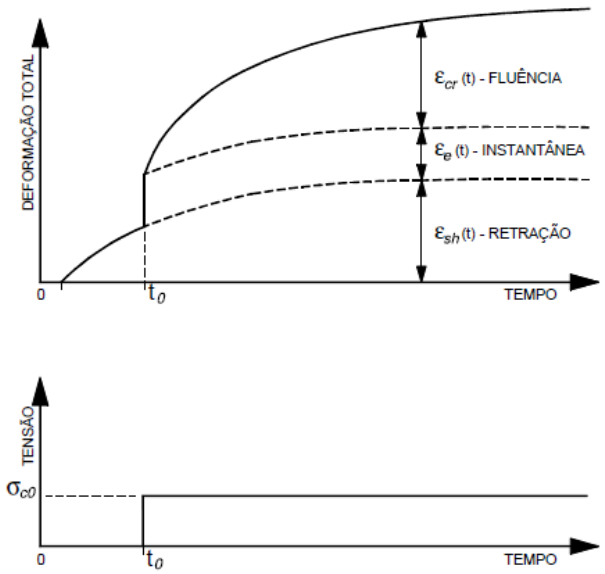
As patologias apresentadas nos encontros integrais têm a sua principal causa nos deslocamentos impostos à estrutura. Tais deslocamentos tem sua origem nos efeitos diferidos do concreto, retração e fluência e nas variações de temperatura do ambiente (DREIER, 2010).

De acordo com o boletim 65 do FIB (2010a), a deformação total em um elemento estrutural de concreto em função do tempo, $\varepsilon_c(t)$ pode ser dada pela Equação 2.1, onde ε_{ci} é a deformação elástica instantânea, proveniente do carregamento aplicado no tempo t_0, ε_{cc} é a deformação por fluência do concreto, ε_{cs} é a deformação por retração do concreto e ε_{cT} é a deformação devido às variações de temperatura.

$$\varepsilon_c(t) = \varepsilon_{ci}(t_0) + \varepsilon_{cc}(t) + \varepsilon_{cs}(t) + \varepsilon_{cT}(t) \tag{2.1}$$

Tanto a deformação instantânea quanto a deformação por fluência dependem do estado de tensões o qual o elemento estrutural está submetido, sendo denominadas componentes de deformação mecânica, $\varepsilon_{c\sigma}$. A deformação por retração e a deformação por efeitos térmicos são denominadas componentes de deformação não mecânicas, ε_{cn}, por não estarem associadas ao estado de tensões da peça. Assim sendo, um elemento estrutural, submetido a um estado de tensões uniaxial, onde a tensão de compressão é constante ao longo do tempo, irá, inevitavelmente apresentar deformações crescentes ao longo desse mesmo tempo. Na figura 24, pode-se observar o efeito de cada uma das componentes de deformação ao longo do tempo, omitindo a deformação por variação de temperatura.

Figura 24 – Efeito das componentes de deformação do concreto em função do tempo.



Fonte: PINHO, 2011

A deformação elástica inicial é dada pela Equação 2.2, obtida diretamente da lei de Hooke para um estado uniaxial de tensão onde E_{ci} é o módulo de elasticidade tangente do concreto. Erroneamente, tal expressão leva-nos a crer que a deformação elástica não varia ao longo do tempo, uma vez que o módulo de elasticidade é tomado como sendo constante. Sabe-se, porém, que o concreto tem um comportamento visco-elástico com envelhecimento, o que acarreta o aumento do módulo de elasticidade com o passar do tempo. Assim, parte da deformação elástica é computada na parcela da deformação por fluência, haja vista que a consideração do envelhecimento não é comumente feita nos modelos de cálculo.

$$\varepsilon_{ci}(t_0) = \frac{\sigma(t_0)}{E_{ci}} \tag{2.2}$$

A determinação do módulo de elasticidade do concreto pode ser efetuada através de ensaios ou a partir de expressões de correlação. Diversas formulações existem na literatura, nesse trabalho, empregar-se-á a formulação proposta pelo *Model Code 2010* (FIB, ,2010-a) onde o módulo de elasticidade tangente do concreto é dado por:

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{1/3} \qquad \text{Eq. 2.3}$$

Na Equação 2.3, f_{cm} é a resistência à compressão média, dada em MPa, α_E é um parâmetro que depende do tipo de agregado utilizado, para agregados compostos por

quartzo vale *1,0*, e E_{c0} é um parâmetro tomado igual a $2{,}15 \cdot 10^3$ *MPa*. Conforme *Model Code 2010* (FIB, 2010-a), os efeitos da retração e fluência devem ser calculados considerando o módulo de elasticidade tangente do concreto. O módulo de elasticidade secante, ainda segundo o mesmo código, é dado pela Equação 2.4:

$$E_{cs} = E_{ci} \cdot \alpha_i \qquad \text{Eq. 2.4}$$

onde

$$E_{cs} = E_{ci} \cdot \alpha_i \qquad \text{Eq. 2.4}$$

$$\alpha_i = 0{,}8 + 0{,}2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \qquad \text{Eq. 2.5}$$

Nessa seção, será feita uma breve revisão da teoria que aborda as causas e os efeitos da retração e fluência bem como dos modelos que utilizados para estimar o valor das deformações diferidas. Na sequência serão apresentados modelos empregados para determinação da variação de comprimento da ponte bem como para estimar o gradiente de temperatura a longo da altura da seção transversal.

2.5.1 Deformações diferidas do concreto

Convencionalmente, a deformação diferida é composta por duas parcelas: uma parcela independente do carregamento, denominada "retração" e outra proveniente do estado de tensão, chamada "fluência". Essa decomposição é puramente didática, haja vista que os processos físico-químicos que produzem tais deformações são os mesmos tornando-as dependentes entre si, como será visto adiante.

Pode-se dizer que as deformações por retração são geradas a partir das tensões provenientes de um gradiente hidráulico, que se desenvolve durante o processo de hidratação dos compostos anidros do cimento e pela perda de água para o meio. A fluência por sua vez, se desenvolve a partir das tensões geradas mecanicamente, ou seja, através de imposição de um carregamento externo.

As deformações diferidas estão intimamente relacionadas com os mecanismos de difusão de água no interior da microestrutura da matriz de cimento. Os agregados, por sua vez, agem de forma a diminuir os efeitos desse fenômeno. Sendo assim, é necessário, primeiramente, saber sob quais formas a água pode ser encontrada no interior da estrutura do concreto, são elas:

- *Água livre*: é a água que se encontra nos poros capilares do concreto não estando ligada à composição cristalina do concreto através de forças de Van der Waals. Possuem maior facilidade de se deslocar no interior da matriz de cimento.
- *Água adsorvida*: é aquela que está ligada às paredes dos poros capilares através de forças de Van der Waals, o que reduz a possibilidade de difusão da água entre os poros da matriz de cimento.
- *Água intercristalina*: faz parte da composição química dos cristais de hidratos formados na reação de hidratação cimento.

Isso posto, podemos ainda classificar as deformações diferidas em dois tipos:

- *Autógenas:* o ocorre sem que haja perda de água para o meio ambiente;
- *Por secagem:* ocorre no instante em que o concreto perder água para o meio ambiente.

2.5.1.1 Retração

Além da retração autógena e da retração por secagem, podemos identificar ainda a retração plástica, a retração térmica e a retração por carbonatação. A *retração plástica* ocorre quando o concreto se encontra ainda no estado plástico e deve-se a perda de água da mistura para o meio ambiente. Esse tipo de retração não tem grande influência no dimensionamento das estruturas visto que, para o projetista, o importante é o valor da deformação diferida após o processo de cura, ou seja, quando a estrutura entra em serviço. O efeito da retração plástica está mais relacionado à durabilidade do concreto uma vez que, dependendo da quantidade de água perdida, podem surgir fissuras na superfície dos elementos estruturais, servindo de entrada para agentes agressivos.

A *retração térmica* é o encurtamento do elemento estrutural devido ao resfriamento dos agregados e da pasta de cimento ao cessar a reação de hidratação, que é exotérmica. Pelas mesmas razões acima expostas sua importância para o dimensionamento estrutural é pequena.

Por fim a *retração por carbonatação* ocorre a partir da reação da pasta de cimento hidratada com o dióxido de carbono existente no ar. Uma vez que o interior do elemento de concreto, isolado do contato com o ar, não está sujeito a esse tipo de reação, os efeitos desse tipo de retração é a formação de fissuras na superfície da peça concreto. A ordem de grandeza dos deslocamentos gerados por esse tipo de retração é pequena,

tornando-a desprezível para o dimensionamento dos elementos estruturais (OLIVIER, 2014).

Sendo assim, a retração autógena e a retração por secagem são aquelas que possuem maior influência no valor da deformação por retração total do concreto. A *retração autógena* é a que primeiro surge quando o concreto passa do estado plástico para o estado endurecido. O volume do produto da reação de hidratação do cimento, é cerca de 20% inferior ao volume dos reagentes, compostos anidros do cimento e água. Assim, observa-se de imediato uma redução do volume do elemento estrutural. Uma vez que a reação continua a ser processar, a água livre nos poros capilares é consumida, reduzindo a umidade no interior do concreto. Essa redução de umidade induz tensões de tração no interior da pasta de cimento acarretando a fissuração na interface da pasta de cimento com os agregados.

A intensidade da retração autógena depende fortemente da relação água/cimento do concreto. Quanto maior a quantidade de cimento, mais água livre deverá ser consumida para hidratar os compostos anidros que não reagiram durante a cura do concreto. Por outro lado, quando mais água disponível, ou seja, quanto maior a relação água cimento, menor será o efeito da retração autógena. Por essa razão, as deformações são mais perceptíveis em concretos de alto desempenho (CAD), que possuem relação a/c da ordem 0,3.

A cinética da *retração por secagem* está diretamente relacionada à perda de água do concreto para o meio externo. O gradiente hidráulico que se forma devido a diferença de umidade entre o interior do elemento de concreto e sua superfície induz a deformações de retração diferentes e incompatíveis ao longo da espessura da peça, camadas mais próximas à superfície tendem a encurtar mais que camadas no interior da peça. Esse fenômeno acarreta o surgimento de tensões de tração na superfície e tensões de compressão no interior da peça. A superfície tende então a apresentar fissuras enquanto que o interior comprimido apresenta deformação por fluência causada pela compressão de origem hidráulica.

Estando retração por secagem associada ao gradiente hidráulico, que por sua vez depende de fatores ambientais e da facilidade com que a água livre pode difundir-se ao longo do elemento de concreto, pode-se enumerar os fatores que influenciam a magnitude dos seus valores:

- *Umidade e temperatura do ar*: possuem grande influência na secagem da camada externa do elemento de concreto. O gradiente hidráulico será tanto maior quanto menor a umidade relativa do ar e maior a temperatura do ambiente.
- *Espessura da rede de poros comunicantes da pasta de cimento:* Quanto maior a comunicabilidade e a espessura dos poros da pasta de cimento maior será o gradiente hidráulico. Dois são os principais fatores que influenciam diretamente essa propriedade: adições minerais e a relação água cimento. A primeira tende a formar poros mais finos enquanto que a quantidade de água na mistura tende a gerar poros maiores.
- *Dimensões do elemento estrutural:* Quanto maior relação área/volume maior será o gradiente hidráulico.

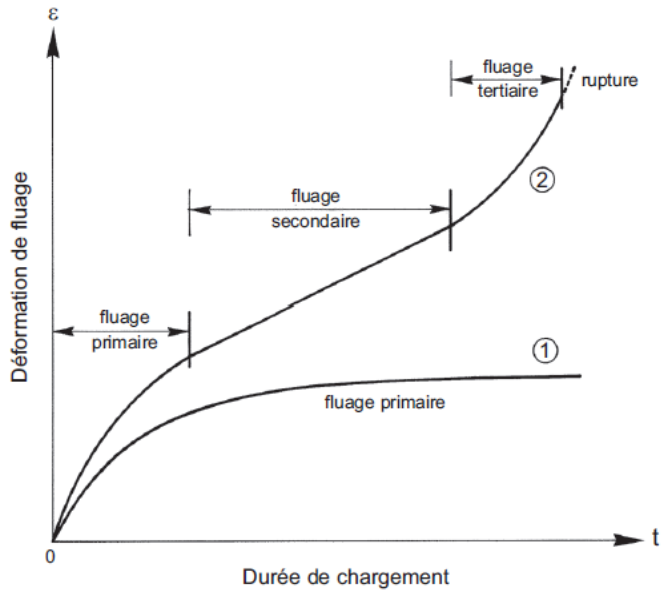
2.5.1.2 Fluência

Antes de iniciar a exposição das causas e efeitos das deformações associadas à fluência é importante ressaltar que obrigatoriamente a esse fenômeno está associado a intensidade de um carregamento aplicado e que as tensões de compressão, em serviço, geradas por esse carregamento devem ser moderadas, não ultrapassando 40% da tensão de ruptura do material. Observa-se no gráfico da figura 25, curva 1, que ao aplicar um carregamento moderado, a velocidade inicial com que as deformações por fluência ocorrem é mais elevada no início, vindo a desacelerar e tender a zero com o passar do tempo. A velocidade de deformação pode ser avaliada a partir da inclinação da reta tangente à curva do gráfico *deformação x tempo*. Pode-se, a partir desse comportamento, identificar duas etapas da evolução das deformações do concreto: a etapa inicial na qual a velocidade da deformação é alta, chamada fluência de curto prazo ou primária, e uma segunda, onde a velocidade decresce chamada de fluência de longo prazo ou secundária. Mais adiante os mecanismos que regem o comportamento dessas duas etapas serão expostos com mais detalhes. Nesse momento interessa apenas saber que esse comportamento se deve a viscoelasticidade do concreto.

Se agora um carregamento que provoque tensões elevadas, da ordem de 70% da tensão de ruptura, é aplicado, o comportamento visco-elástico é alterado. Ao invés da velocidade de deformação tender a zero, há uma tendência da mesma vir a ficar constante, voltando a aumentar posteriormente, podendo vir a ocasionar ruptura do elemento estrutural. Esse comportamento está ilustrado no gráfico da figura 25.

Isso posto, será admitido implicitamente nessa seção que as tensões atuantes no concreto no instante em que a fluência se processa obedecerá ao limite superior de 40% da resistência à compressão do material.

Figura 25 – Deformação específica em função do tempo.



Fonte: OLIVIER, 2014

De forma análoga à retração, a fluência também pode ser diferenciada em autógena e por secagem que se processam ao mesmo tempo. A *fluência autógena* é a responsável pela variação inicial da velocidade de deformação e conforme visto anteriormente pode ser classificada em primária e secundária.

A deformação primária está associada à difusão da água adsorvida junto aos cristais de hidrato do concreto. Quando a peça de concreto está descarregada, a água adsorvida participa do equilíbrio mecânico do material ao se opor as forças de atração entre as partículas sólidas. A pressão à qual a água adsorvida está submetida chama-se pressão de disjunção. Ao se aplicar um carregamento, esse equilíbrio é afetado e a água em excesso é então expulsa das camadas intercristalinas para os poros capilares. Ocorre então a hidratação dos compostos anidros modificando a cinética do processo no sentido de torna-lo mais lento, por isso a velocidade de deformação é decrescente. A deformação secundária, por sua vez, está associada ao deslizamento relativo das camadas dos cristais hidratados devido à difusão da água ora adsorvida entre eles.

A *fluência por secagem* é composta por diversos mecanismos difíceis de serem identificados e modelados. Uma parte da fluência por secagem está relacionada à retração por secagem. Conforme dito anteriormente, ambos os fenômenos possuem a mesma natureza de forma que a separação entre eles é puramente didática. Pode-se simplificar o mecanismo da deformação de fluência por secagem pela difusão de água livre do interior da peça para o meio externo quando esta está submetida a um estado de tensão.

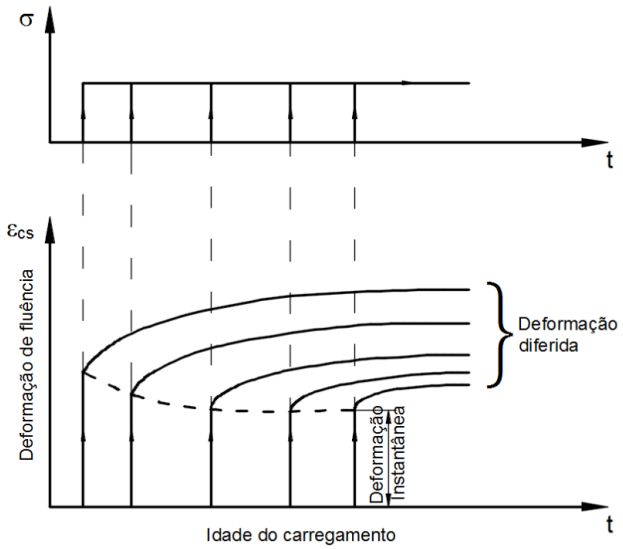
Dentre os fatores que mais influenciam a amplitude das deformações por fluência podemos citar o carregamento aplicado, as condições ambientais e as propriedades dos agregados utilizados na composição do concreto.

2.5.1.2.1 Carregamento aplicado

A principal característica do comportamento das deformações de fluência referentes ao carregamento aplicado é a variação da velocidade com que as deformações ocorrem em função do tempo.

Além da variação da velocidade das deformações, percebe-se que o valor final da deformação por fluência é amplamente influenciado pela idade do concreto no instante da aplicação da carga. Quanto mais velho for o concreto menores serão as deformações diferidas finais, conforme pode ser observado na figura 26. Esse comportamento está diretamente ligado ao *envelhecimento* do concreto, ou seja, suas propriedades, principalmente o módulo de elasticidade, sofrem alterações com o passar do tempo.

Figura 26 – Variação da velocidade de fluência em função da idade do carregamento.



Fonte: Adaptado de OLIVIER, 2014

2.5.1.2.2 Condições ambientais

Dentre as condições ambientais, apenas a temperatura é capaz de exercer uma influência sobre a parte autógena das deformações por fluência. Mesmo assim, ela só passa a ser relevante a partir de valores superiores a 30ºC.

Considerando a fluência por secagem, as condições ambientais possuem um papel de maior relevância, uma vez que passam a influenciar fortemente a formação de um gradiente hidráulico do interior para a superfície do elemento estrutural. Assim, em situações onde a umidade relativa do ar for alta, o efeito da fluência por secagem é fortemente reduzido.

2.5.1.2.3 Geometria do elemento estrutural

A geometria do elemento estrutural se traduz a partir da razão entre a área da seção transversal e o seu perímetro em contato com o ambiente, denominado perímetro efetivo. O perímetro efetivo é uma forma de levar em consideração a área de contato do elemento estrutural com o meio ambiente que favorece a formação de um gradiente hidráulico

2.5.1.2.4 Parâmetros de composição do concreto

A relação água/cimento, o principal parâmetro que é levado em consideração na determinação da resistência à compressão do concreto, possui, também, papel importante no valor final das deformações por fluência. Quanto menor a relação a/c, menos poroso será o concreto, fato que diminui o valor da deformação de fluência por secagem. O tipo de cimento empregado na composição do concreto, por sua vez, influência apenas nos elementos estruturais carregados em idades iniciais. Quanto mais tarde for carregado o elemento estrutura menor será essa influência.

Os agregados, como anteriormente exposto, tendem a diminuir as deformações diferidas no concreto, uma vez que elas se processam na pasta de cimento. Portanto, quanto maior o volume de agregado menor será a deformação por fluência. Ressalta-se, porém, que a qualidade do material empregado no que diz as suas propriedades mecânicas (rigidez) e físicas (porosidade) exercem também grande influência no valor final da deformação por fluência total.

2.5.1.3 Modelos de cálculo

As deformações diferidas, via de regra, devem ser consideradas na análise estrutural uma vez que elas podem gerar esforços não previstos, deformações maiores que as admissíveis ou, no caso de estruturas protendidas, a redução dos esforços de protensão. Por estas razões, é fundamental que o engenheiro estrutural tenha recursos suficientes para prever o valor das deformações diferidas com grau de acurácia aceitável a partir das variáveis disponíveis no seu cotidiano.

Assim, os modelos que se propõe a estimar os valores das deformações diferidas no concreto procuram relacionar o valor das deformações com as variáveis disponíveis ao engenheiro, sabendo que essas variáveis não são a causa do fenômeno, trata-se apenas de uma correlação, uma vez que o fenômeno tem sua origem em processos físico-químicos que ocorrem na microestrutura da pasta de cimento.

Diversas organizações se propuseram a modelar o fenômeno da retração e fluência à partir das propriedades do concreto e parâmetros ambientais. A divergência dos valores finais, comparando os diversos modelos existentes chega a 30% (OLIVIER, 2014). Nas seções seguintes serão apresentadas as proposições feitas pelo *Model Code 90* (CEB, 1990) e pelo *Model Code 2010* (FIB,2010-a), por serem os modelos que serão empregados nesse trabalho.

2.5.1.3.1 Modelo FIB-MC90

Fluência

A formulação do *Model Code 90* (FIB, 1990) fornece o coeficiente de fluência a partir do produto entre um coeficiente de fluência efetivo (*notional creep coefficient*), ϕ_0, e um segundo termo que serve para levar em consideração a evolução da fluência em função do tempo, $\beta_c(t\text{-}t_0)$, conforme Equação 2.6. A variável t é a idade do concreto no instante em que a fluência está sendo avaliada enquanto que t_0 é a idade do concreto no instante da aplicação da carga. O valor do coeficiente de fluência final, $\phi(t\text{-}t_0)$, é dado por:

$$\varphi(t - t_0) = \varphi_0 \cdot \beta_c(t - t_0) \qquad \text{Eq. 2.6}$$

O valor de ϕ_0 é dado por:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \cdot \beta(t_0) \qquad \text{Eq. 2.7}$$

onde:

$$\varphi_{RH} = 1 + \frac{1 - {RH}/{100}}{0{,}1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \quad \text{Eq. 2.8}$$

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16{,}8}{\sqrt{f_{cm}}} \quad \text{Eq. 2.9}$$

$$\beta(t_0) = \frac{1}{0{,}1 + {t_0}^{0{,}2}} \quad \text{Eq. 2.10}$$

Sendo h_0 é o perímetro efetivo, dado por:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u} \quad \text{Eq. 2.11}$$

onde A_c a área da seção transversal e u é o perímetro em contato com o meio ambiente, ambos expressos em mm. A umidade relativa do ar, *RH*, deve ser expressa em porcentagem.

A resistência média à compressão do concreto, f_{cm}, é uma propriedade bastante empregada para estimar indiretamente o valor de outras propriedades do concreto, quando estas possuem certa dificuldade em serem medidas. O valor de f_{cm} é dado pela Equação 2.12, onde f_{ck} é a resistência característica à compressão do concreto, expresso em MPA e Δf vale 8 MPa.

$$f_{cm} = f_{ck} + \Delta f \quad \text{Eq. 2.12}$$

O desenvolvimento da fluência em função do tempo é dado por:

$$\beta_c(t - t_{0adj}) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_H + (t - t_0)}\right]^{0{,}3} \quad \text{Eq. 2.13}$$

com

$$\beta_H = 1{,}5 \cdot [1 + (0{,}012 \cdot RH)^{18}] \cdot h_0 + 250 \leq 1500\ dias \quad \text{Eq. 2.14}$$

Sendo t_{0adj} é a idade do concreto no instante da aplicação da carga, ajustada considerando dois fatores que exercem influência sobre o valor final da deformação de fluência: a temperatura de cura e o tipo do cimento. O tipo do cimento é levado em consideração a partir do valor do parâmetro α, cujos valores recomendados encontram-se na Tabela 1. Assim, o valor de t_{0sdj} é dado por:

$$t_{0,adj} = t_{0,T} \cdot \left[\frac{9}{2 + {t_{0,T}}^{1{,}2}} + 1\right]^{\alpha} \geq 0{,}5\ dias \quad \text{Eq. 2.15}$$

O parâmetro $t_{0,T}$, leva em conta o efeito da temperatura do ambiente no decorrer da cura do concreto e é dado por:

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i \cdot e^{-\left[\frac{4000}{273-T(\Delta t_i)}-13{,}65\right]} \qquad \text{Eq. 2.16}$$

Tabela 1 – Valores do parâmetro α que leva em conta o tipo de cimento na idade do concreto.

Tipo cimento	Parâmetro α
RS	1
N&R	0
SL	-1

Fonte: CEB, 1990

Cimentos do tipo RS aqueles que possuem um tempo de pega curto, cimentos de pega rápida (*Rapid Hardering*), os do tipo N&R são de pega normal (*Normal and Rapid Hardering*) enquanto que o os cimentos SL são os de pega lenta (Slowly Hardering).

Na equação acima, Δt_i é o número de dias onde a temperatura T prevalece, $T(\Delta t_i)$ é a temperatura T, em ^oC no intervalo Δt_i de dias e n número de vezes do intervalo de temperatura considerado.

Retração

A deformação específica total de retração de um elemento estrutural de concreto, segundo o MC90, é dada por:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cs0} \cdot \beta_s(t - t_s) \qquad \text{Eq. 2.17}$$

onde ε_{cs0} é a chamada parcela da retração efetiva, enquanto que $\beta_s(t\text{-}t_s)$ é um coeficiente que leva em consideração a variação da retração ao longo do tempo. A variável t é o tempo no qual o efeito da retração está sendo avaliado enquanto que t_s é o tempo de cura do concreto.

A retração efetiva é calculada a partir da Equação 3.14

$$\varepsilon_{cs0} = \varepsilon_{cs}(f_{cm}) \cdot \beta_{sRH} \qquad \text{Eq. 2.18}$$

onde

$$\varepsilon_{cs}(f_{cm}) = [160 + \beta_{sc} \cdot (90 - f_{cm})] \cdot 10^{-6} \qquad \text{Eq. 2.19}$$

$$\beta_{RH} = \begin{cases} -1{,}55 \cdot \beta_{sRH} \; se \; 40\% \leq RH < 99\% \\ 0{,}25 \; se \; RH \geq 99\% \end{cases} \qquad \text{Eq. 2.20}$$

com β_{sRH} dado por:

$$\beta_{sRH} = 1 - \left(\frac{RH}{100}\right)^3 \qquad \text{Eq. 2.21}$$

Na Equação 2.16 β_{sc} é um parâmetro que depende do tipo de cimento empregado, os valores sugeridos pelo MC 90 estão expostos na Tabela 2.

Tabela 2 – Valores do parâmetro β_{sc} que leva em conta o tipo de cimento na idade do concreto.

Tipo cimento	**Parâmetro β_{sc}**
RS	8
N&R	5
SL	4

Fonte: CEB, 1990

Por fim, o termo $\beta_s(t-t_s)$, que considera a variação dos efeitos da retração ao longo do tempo é dado pela Equação 2.22:

$$\beta_s(t - t_s) = \left[\frac{t - t_s}{\beta_{sH} + (t - t_s)}\right]^{0,5} \qquad \text{Eq. 2.22}$$

onde β_{sH} é dado por:

$$\beta_{sH} = 0{,}035 \cdot {h_0}^2 \qquad \text{Eq. 2.23}$$

2.5.1.3.2 Modelo FIB-MC2010

Diferentemente da formulação proposta pelo Model Code 90, no Model Code 2010 considera que a deformação diferida, seja ela de fluência ou retração, é composta pela soma duas parcelas: uma referente à deformação autógena e a outra referente à deformação por secagem, conforme exposto no item 2.6.1.1 e 2.6.1.2.

Fluência

O coeficiente de fluência pode ser calculado à partir da Equação 2.24, onde $\phi_{bc}(t,t_0)$ é o coeficiente de fluência devido à parcela autógena, enquanto que $\phi_{dc}(t,t_0)$ é o coeficiente de fluência por secagem.

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_{bc}(t, t_0) + \varphi_{dc}(t, t_0) \qquad \text{Eq. 2.24}$$

O valor do coeficiente de fluência autógena pode ser estimado a partir da Equação 2.25

$$\varphi_{bc}(t, t_0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t, t_0) \qquad \text{Eq. 2.25}$$

onde

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1{,}8}{{f_{cm}}^{0{,}7}} \quad \text{Eq. 2.26}$$

$$\beta_{bc}(t, t_0) = \ln\left[\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0{,}035\right)^2 \cdot (t - t_0) + 1\right] \quad \text{Eq. 2.27}$$

O valor das variáveis, $t_{0,T}$ e $t_{0,adj}$, não sofreram modificações na atualização do MC-90 para o MC-2010, de modo que as equações 2.15 e 2.16 devem ser empregadas para o cálculo do valor de $\beta_{bd}(t,t_0)$. O mesmo pode ser dito do valor referente à resistência à compressão média, f_{cm}, dado pela Equação 2.12.

O coeficiente de fluência por secagem, por sua vez, é dado pela Equação 2.28

$$\varphi_{dc}(t, t_0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t, t_0) \quad \text{Eq. 2.28}$$

onde

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{{f_{cm}}^{1{,}4}} \quad \text{Eq. 2.29}$$

$$\beta(RH) = \frac{1 - {RH}/{100}}{\sqrt[3]{0{,}1 \cdot {h}/{100}}} \quad \text{Eq. 2.30}$$

$$\beta_{dc}(t_0) = \frac{1}{0{,}1 + {t_{0,adj}}^{0{,}2}} \quad \text{Eq. 2.31}$$

$$\beta_{dc}(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{\beta_h + (t - t_0)}\right]^{\gamma(t_0)} \quad \text{Eq. 2.32}$$

Os valores de $\gamma(t_0)$ e β_h são dados pelas equações 2.33 e 2.34 respectivamente.

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2{,}3 + {3{,}5}/{\sqrt{t_{0,adj}}}} \quad \text{Eq. 2.33}$$

$$\beta_h = 1{,}5 \cdot h + 250 \cdot f_{cm} \leq 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}} \quad \text{Eq. 2.34}$$

com

$$\alpha_{f_{cm}} = \left(\frac{35}{f_{cm}}\right)^{0{,}5} \quad \text{Eq. 2.35}$$

Retração

De forma análoga ao coeficiente de fluência, a metodologia para cálculo da deformação específica devido à retração é dada pela soma de duas parcelas: uma referente ao valor da retração autógena, ε_{cas}, e a segunda referente ao valor da retração por secagem, ε_{cds}.

A Equação 2.36 fornece a estimativa da deformação por retração total, onde t_s é o valor do tempo de cura o qual o elemento de cura foi submetido.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad \text{Eq. 2.36}$$

A deformação por retração autógena é dada pela Equação 2.37

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad \text{Eq. 2.37}$$

onde

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \cdot \left(\frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \quad \text{Eq. 2.38}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0,2 \cdot \sqrt{t})} \quad \text{Eq. 2.39}$$

O parâmetro α_{as}, expresso na Equação 2.38 tem como função levar em consideração o tipo do cimento empregado no traço do concreto. Ele pode ser obtido a partir da Tabela 3, adaptada do *Model Code 2010*, vol.2 (FIB, 2010-b).

Considerando a deformação específica de retração por secagem, seu valor é estimado a partir da Equação 2.40.

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_0) \quad \text{Eq. 2.40}$$

onde

$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm})} \right] \cdot 10^{-6} \quad \text{Eq. 2.41}$$

$$\beta_{RH}(RH) = \begin{cases} -1,55 \cdot \left[1 - \left(RH/100 \right)^3 \right] para\ 40 \leq RH < 99\% \cdot \beta_{s1} \\ 0,25\ para\ RH \geq 99\% \cdot \beta_{s1} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.42}$$

$$\beta_{ds}(t - t_0) = \left[\frac{(t - t_s)}{0,035 \cdot h^2 + (t - t_s)} \right]^{0,5} \quad \text{Eq. 2.43}$$

O valor de β_{s1}, contido na Equação 2.41 é dado por:

$$\beta_{s1} = \left(\frac{35}{f_{cm}} \right)^{0,1} \leq 1,0 \quad \text{Eq. 2.44}$$

Enquanto que os valores de α_{ds1} e α_{ds2}, a exemplo do parâmetro α_{as}, servem para se levar em conta o tipo de cimento empregado. Eles estão expostos na Tabela 3.

Tabela 3 – Valores do parâmetro α_{sc} que leva em conta o tipo de cimento na idade do concreto.

Classe do cimento	Parâmetro α_{as}	α_{ds1}	α_{ds2}
32.5	800	3	0,013
32.5R e 42.5	700	4	0,012
42.5R, 52.5 e 52.5R	600	6	0,012

Fonte: FIB, 2010

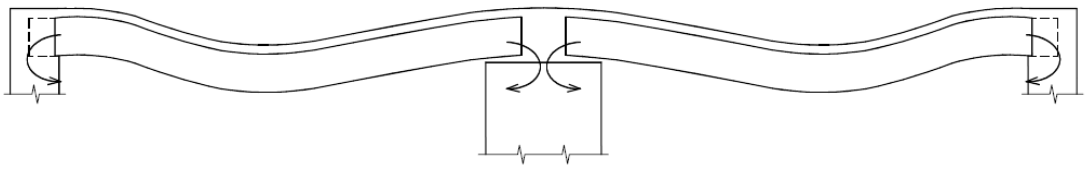
Na classificação, o número indica o valor da resistência à compressão do cimento enquanto que o sufixo *R* indica que o cimento é de alta resistência inicial.

2.5.1.4 Efeito das deformações diferidas do concreto nas pontes de encontros integrais

Nas pontes de encontros integrais, o efeito das deformações diferidas do concreto depende do sistema construtivo empregado na superestrutura. Para pontes moldadas no local, o valor tanto da retração quanto da fluência será o mesmo ao longo da altura da seção, dessa forma, observa-se apenas a existência de um esforço axial no topo do encontro atuando no sentido de aliviar as tensões no aterro.

Por sua vez, quando se trata de pontes executadas com vigas pré-fabricadas, cujo tabuleiro é concretado posteriormente, as diferentes idades do concreto podem acarretar no surgimento de momentos fletores. Do ponto de vista do efeito da retração, o concreto do tabuleiro, irá retrair mais que o concreto da longarina, assim, um esforço de compressão, na extremidade superior da longarina irá produzir momentos negativos no apoio e tenderá a curvar a viga para baixo, conforme pode ser observado na figura 27.

Figura 27 – Deformação da longarina devido à retração do concreto.

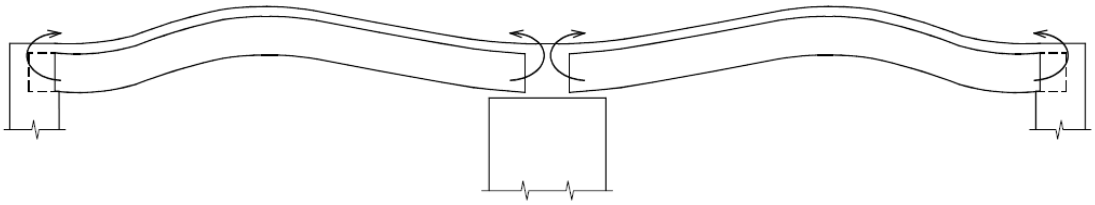


Fonte: PINHO, 2011

No caso do efeito da fluência, que será mais expressivo quando a viga longarina for protendida, a sistemática é um pouco diferente, porém o princípio é o mesmo. O esforço de compressão, ocasionado pela força de protensão, fará com que a longarina esteja mais susceptível à fluência que o tabuleiro da ponte. Este por sua vez irá funcionar como um agente que se opõe à deformação por fluência. Assim, um esforço axial,

orientado do cento para a extremidade da ponte irá acarretar no surgimento de momentos fletores positivos nos apoios e uma curvatura da longarina no sentido de baixo para cima, conforme mostrado na figura 28.

Figura 28 – Deformação da longarina devido à fluência do concreto.



Fonte: PINHO, 2011

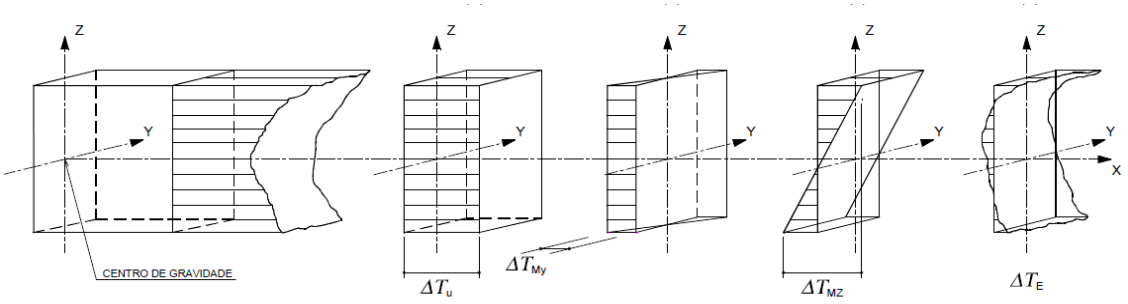
2.5.2 Efeito da variação de temperatura

Assim como as deformações diferidas no concreto, no âmbito das pontes integrais, a inclusão da variação de temperatura durante a análise estrutural é de fundamental importância, haja vista as restrições impostas ao deslocamento da estrutura, quando se utiliza a concepção integral, induz o surgimento de esforços solicitantes internos relevantes que não podem ser ignorados.

As variações de temperatura podem ser sazonais, caracterizadas por possuírem maior amplitude, ou diárias, de menor amplitude. O efeito da variação sazonal é mais marcante em países de clima temperado e frio, onde o inverno se caracteriza por temperatura realmente baixas.

Segundo PINHO (2011) a distribuição de temperatura em um elemento estrutural se processa de quatro formas distintas que se sobrepõe: uma componente da variação de temperatura uniforme, figura 29 (a), uma componente de variação linear ao longo do eixo y do elemento estrutural, figura 29 (b), outra componente de variação também linear, porém ao longo do eixo z, figura 29 (c), e uma componente não-linear figura 29 (d).

Figura 29 – Componentes de tensão provenientes dos diferentes efeitos térmicos.



Fonte: PINHO, 2011

O valor da parcela referente a variação uniforme de temperatura, ΔT_u, é responsável por produzir uma variação no comprimento da estrutura, calculado à partir da Equação 2.45, onde δ é a variação do comprimento da estrutura, α o coeficiente de dilatação térmica do concreto, L o comprimento inicial da ponte e ΔT_u a variação de temperatura a qual a ponte está submetida.

$$\delta = \alpha \cdot L \cdot \Delta T_u \qquad \text{Eq. 2.45}$$

O valor de ΔT_u é calculado à partir da diferença entre temperatura ambiente no instante da solidarização da superestrutura com o apoio, denominada T_{rest}, e da temperatura efetiva da ponte, T_{ef}. A determinação do valor da temperatura efetiva não é trivial, uma vez que depende de diversos fatores, tais como intensidade da incidência dos raios solares, temperatura ambiente e sua variação diária, velocidade média do vento, propriedades físicas dos materiais constituintes da ponte, características da superfície, espessura do revestimento asfáltico e do tipo e da forma da seção transversal (DREIDER, 2010).

A variação linear de temperatura ao longo do eixo y tende a produzir uma curvatura horizontal da ponte, ou seja, em torno do eixo vertical, *z*. A amplitude dessa variação, contudo, não é significativa, de forma que seus efeitos podem ser desprezados sem grande prejuízo à acurácia do modelo estrutural.

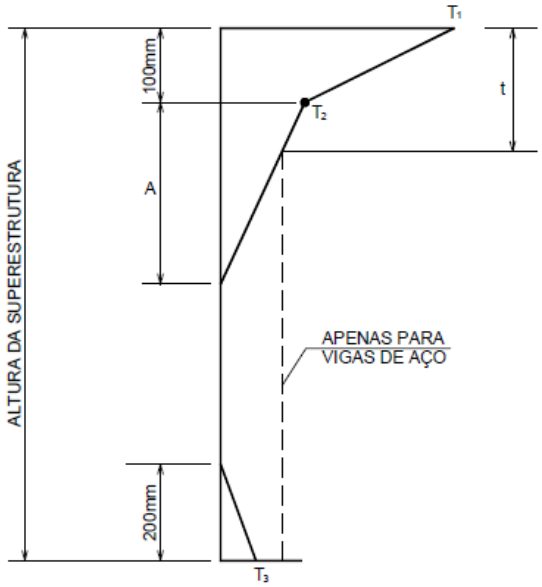
Por outro lado, a variação de temperatura ao longo da altura da seção transversal, eixo *z*, essa sim é significativa e tem como consequência produzir uma curvatura vertical da ponte, consequentemente momentos fletores são transmitidos aos apoios intermediários, pilares, extremos, encontros. O gradiente de temperatura que se produz, apesar de linear, não possui variação constante. A norma brasileira é omissa quanto aos efeitos da

variação diferencial de temperatura, porém as especificações da AASHTO recomendam a adoção de um gradiente conforme indicado na figura 30, onde valor de *A* é função da altura do tabuleiro e obedece às seguintes regras para pontes em concreto:

- Tabuleiro de concreto com altura superior ou igual a 40 cm, A vale 30 cm;
- Tabuleiros de concreto com altura inferior à 40 cm, A vale -10 cm;

Outras formas para o gradiente térmico são recomendadas por diversas organizações internacionais, que não serão referenciadas nesse trabalho.

Figura 30 – Modelos de variação de temperatura conforme AASHTO ao longo da altura da seção.



Fonte: PINHO, 2011

Por fim, a parcela não linear da variação de temperatura não produz deformações na estrutura, apenas induz um sistema de tensões auto equilibradas na seção (PINHO, 2011)

2.6 ANÁLISE NUMÉRICA

As pontes de encontros integrais são estruturas que, devido ao seu complexo comportamento, foram inicialmente projetadas baseadas em experiências anteriores bem-sucedidas. Esse forte caráter empírico terminou por retardar o desenvolvimento de modelos numéricos de forma que atualmente, diversos departamentos de transporte americanos adotam processos simplificados para projetar pontes de encontros integrais. Além do mais, dados, tais quais parâmetros do solo, comportamento reológico do

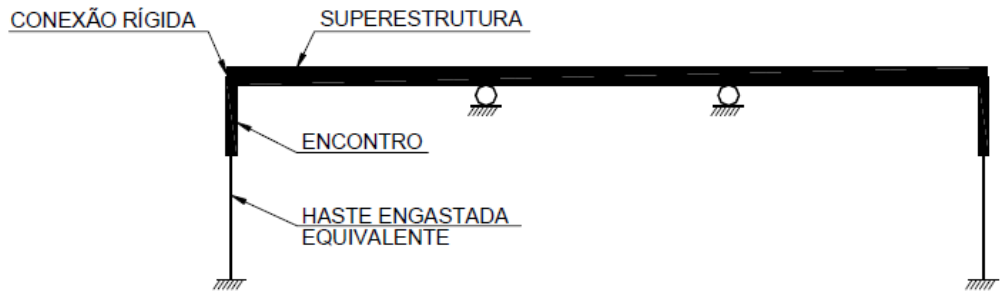
concreto e gradientes de temperatura, necessários para alimentar sofisticados modelos computacionais, nem sempre estão disponíveis aos projetistas estruturais.

Sendo assim, é frequente a utilização de modelos simplificados, como pórticos planos, por exemplo, para a modelagem desse tipo de estrutura, acarretando projetos mais conservadores haja vista a perda de precisão inerentes a esse tipo de modelagem. Por outro lado, o emprego de modelos complexos, sem o devido conhecimento dos parâmetros de entrada necessários leva a igual perda de precisão.

2.6.1 Método de Davisson e Robinsson

Uma vez que as pontes de encontros integrais são estruturas com grande dependência das propriedades do solo, a interação entre o solo e a estrutura deve sempre ser tido em conta na análise. Assim, os primeiros modelos numéricos, o acréscimo de rigidez do encontro proporcionado pelo solo era levado em consideração através da adoção de um comprimento reduzido da estaca. Esse método ficou conhecido como Método Racional, que pode ser facilmente resolvido sem o emprego de ferramentas computacionais, e está baseado na teoria desenvolvida por Davisson e Robinsson (1965). Na figura 31 pode-se observar um modelo simplificado em pórtico plano de uma ponte de encontros integrais.

Figura 31 – Detalhe esquemático de um modelo de pórtico utilizando o método racional.



Fonte: PINHO, 2011

O método de Davisson e Robinsson pode ser empregado tanto para determinar o deslocamento horizontal, y_t, no topo de uma estaca quanto para determinar a carga crítica de flambagem. No caso das pontes de encontros integrais, o valor de y_t pode estar sujeito a limitações, a depender do órgão de regulamentação local.

Assim, considerando uma estaca parcialmente enterrada, submetida aos esforços H_t, V_t e M_t. O método consiste em determinar um comprimento L_s, tal que somado ao

comprimento livre da estaca, L_u, forneça o mesmo deslocamento y_t de uma haste engastada e livre de comprimento $L_e=L_s+L_u$, tal como pode ser observado na figura 32.

A equação diferencial de uma viga sobre base elástica dada por

$$E \cdot I \cdot \frac{d^4y}{dz^4} + V_t \cdot \frac{d^2y}{dz^2} + K_h \cdot y = 0 \qquad \text{Eq. 2.46}$$

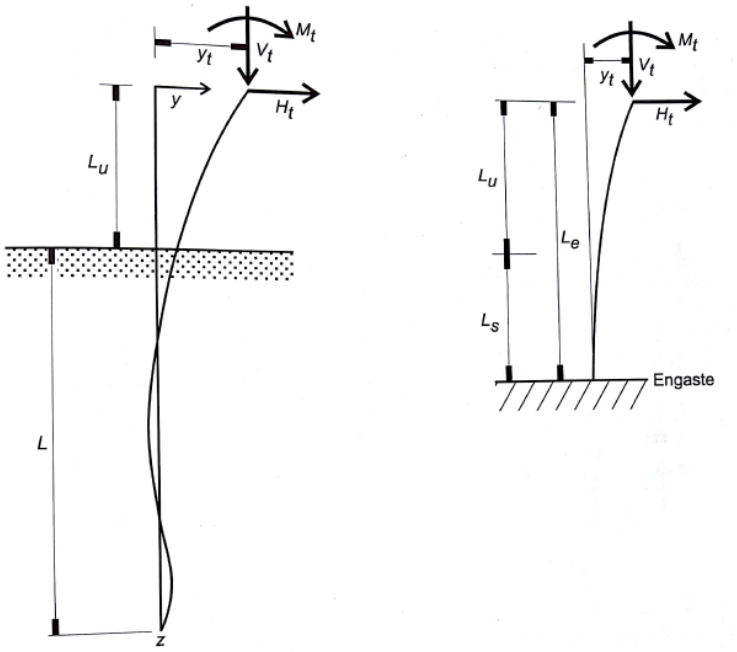
onde E é módulo de elasticidade do material que compões a estaca, I é o momento de inércia da seção transversal da estaca e K_h é o coeficiente de reação horizontal do solo. A depender do tipo do solo, o valor K_h pode ser tomado como sendo constante, como nos solos argilosos, ou possuir variação linear, no caso de solos arenosos. Nas pontes de encontros integrais, é importante que o solo empregado no aterro não seja demasiadamente plástico, dado que estará submetido a variações cíclicas de carregamento. Em situações onde o solo natural não atenda aos requisitos de projeto, a substituição desse material por outro com propriedades elásticas mais eloquentes é recomendada. O material de substituição pode variar desde um solo arenoso bem graduado à materiais sintéticos como o EPS, conforme abordado na seção 2.5.1.

Para fins de cálculo será considerado que o coeficiente de reação horizontal do solo varia linearmente em função da profundidade conforme Equação 2.47, onde n_h é a taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal.

$$K_h = n_h \cdot z \qquad \text{Eq. 2.47}$$

Dessa forma, introduzindo as grandezas T, V e Z, a equação diferencial pode ser reescrita sob a forma mostrada na Equação 2.51

Figura 32 – Detalhe esquemático do método de Davisson e Robinson.



Fonte: VELOSO, 2010

$$T = \sqrt[5]{\frac{E \cdot I}{n_h}} \qquad \text{Eq. 2.48}$$

$$Z = \frac{z}{T} \qquad \text{Eq. 2.49}$$

$$V = \frac{V_t \cdot T^2}{E \cdot I} \qquad \text{Eq. 2.50}$$

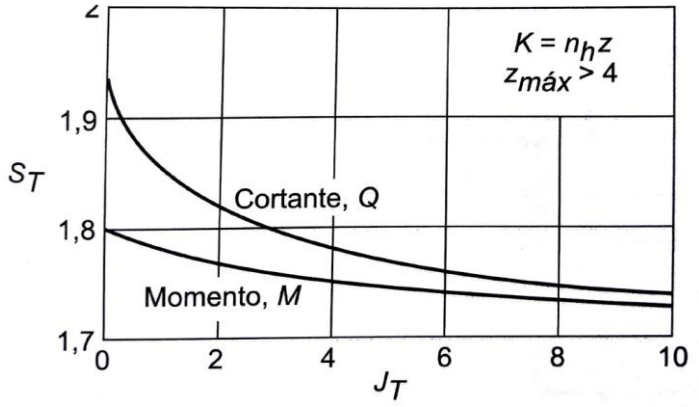
$$\frac{d^4y}{dz^4} + V \cdot \frac{d^2y}{dz^2} + Z \cdot y = 0 \qquad \text{Eq. 2.51}$$

Introduzindo as grandezas adimensionais S_t e J_t, dadas pelas equações 2.52 e 2.53, respectivamente, e com auxílio do ábaco mostrado na figura 33 pode-se calcular o comprimento equivalente da estaca.

$$S_t = \frac{L_S}{T} \qquad \text{Eq. 2.52}$$

$$J_t = \frac{L_u}{T} \qquad \text{Eq. 2.53}$$

Figura 33 – Ábaco para determinação do valor de S_t a partir de J_t.



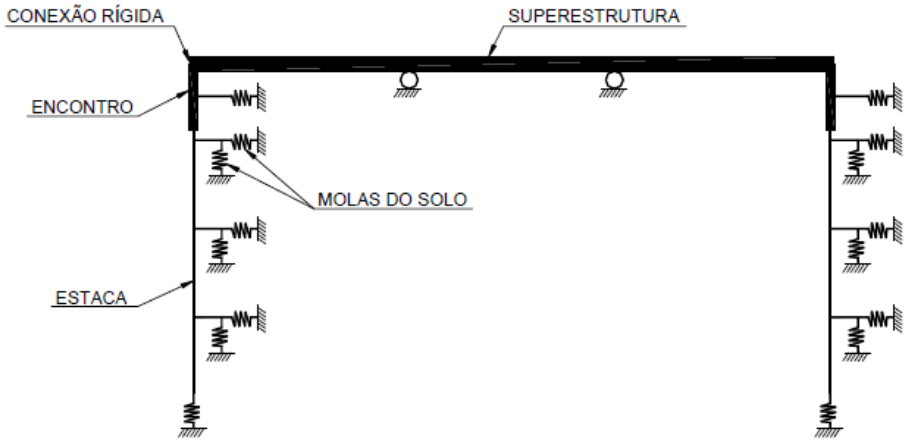
Fonte: VELOSO, 2010

2.6.2 Modelo de Winkler

A desvantagem do Método de Davisson e Robson é que ao se fazer a equiparação da rigidez do conjunto estacas-solo com a rigidez da haste equivalente, apesar de não haver perda de precisão nos valores dos deslocamentos, a distribuição do momento fletor ao longo da estaca dificilmente será a mesma. Ressalta-se também que o cálculo do comprimento equivalente se torna mais complexo quando a fundação atravessa diferentes camadas de solo com propriedades mecânicas distintas.

Uma evolução do Modelo Racional foi o emprego de molas ao longo do comprimento da estaca e da contenção de concreto afim de simular a restrição imposta pelo solo, conforme exposto na figura 34. Diferentes propostas para cálculo da rigidez do solo podem ser encontradas na literatura, nas seções seguintes serão expostos alguns desses modelos.

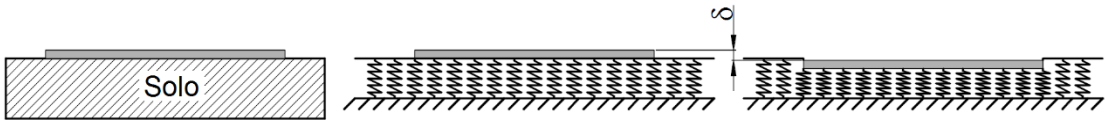
Figura 34 – Detalhe esquemático de um modelo de pórtico utilizando molas para levar em consideração o efeito do solo.



Fonte: PINHO, 2011

O modelo de Winkler consiste em discretizar o elemento estrutural em contato com o solo e, para cada trecho, é atribuído um elemento de mola. O valor da rigidez axial da mola é calculado considerando os parâmetros físicos do solo, conforme será exposto adiante. Considera-se ainda que cada elemento de mola seja independente dos demais, ou seja, em um elemento estrutural parcialmente carregado, apenas as molas sob tal região são afetadas, pelas cargas, as demais não sofrem deformação alguma. Considera-se ainda que solo é tenha um comportamento elástico linear mesmo sabendo que na prática isso ocorre apenas para pequenos deslocamentos. Na figura 35 têm uma ilustração esquemática do modelo de Winkler.

Figura 35 – Desenhos esquemático do modelo de Winkler



Fonte: O autor, 2017

A maior vantagem do modelo de Winkler em relação ao método racional, é que ele permite que as diferentes camadas de solo possam ser levadas em consideração na mais precisa, visto que eles são considerados com seus comprimentos reais. Pode-se também, a partir do modelo do modelo de Winkler, avaliar as tensões atuantes no solo e assim verificar a possibilidade de esgotamento da sua resistência passiva. Por outro lado, o comportamento do solo é bastante simplificado, o fato das molas trabalharem de forma isolada, não condiz coma realidade do comportamento do solo.

2.6.2.1 Cálculo da rigidez dos elementos de mola

O comportamento de estacas imersas no solo é diferente do comportamento de uma laje, ou viga, apoiada sobre uma base elástica, conforme mostrado na figura anterior. A resistência do solo ao deslocamento é exercida por tensões normais e de cisalhamento. Por razões práticas, considera-se que a resistência do solo ao deslocamento imposto é exercida apenas pelas tensões normais. Dessa forma, sendo p a tensão normal horizontal, y o deslocamento em uma determinada profundidade da estaca e k_h (dimensão FL^{-3}) o coeficiente de reação horizontal, pode-se escrever:

$$p = k_h \cdot y \qquad \text{Eq. 2.54}$$

Estudo desenvolvido por Terzaghi (Terzaghi *apud* VELOSO, 2010) conclui nas argilas sobreadensadas, o coeficiente de reação horizontal praticamente não varia. No caso das argilas normalmente adensadas e areias, o valor de k_h cresce linearmente em função da profundidade e pode ser expresso conforme a Equação 2.55, onde n_h é a taxa de crescimento do coeficiente de reação horizontal, z é a profundidade e B a largura da face da estaca na direção perpendicular ao deslocamento.

$$k_h = n_h \cdot \frac{z}{B} \qquad \text{Eq. 2.55}$$

Grande dificuldade existe quanto a determinação do valor da constante n_h. Na Tabela 4, adaptada de VELOSO (2010) têm-se os valores típicos para areias, propostos por TERZAGHI (*apud* VELOSO 2010).

Tabela 4 – Valores típicos da taxe de crescimento do coeficiente de reação horizontal para areias.

Compassidade	Acima do NA	Abaixo do NA
Fofa	2,3 MN/m^3	1,5 MN/m^3
Medianamente compacta	7,1 MN/m^3	4,4 MN/m^3
Rija	17,8 MN/m^3	11,1 MN/m^3

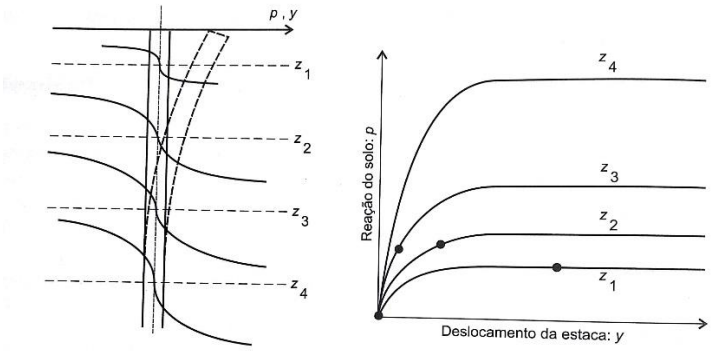
Fonte: VELOSO 2010)

2.6.3 Curvas *p-y*

A maior limitação do modelo de Winkler é a consideração que o solo possui um comportamento elástico linear. Com o desenvolvimento da tecnologia para exploração *off-shore* de petróleo, o comportamento das estacas submetidas a grandes esforços laterais foi estudado com maior profundidade. Uma vez que o solo possui um

comportamento não-linear, o valor de k_h utilizado no modelo de Winkler é substituído por uma série de curvas, definida para cada camada de solo. A essas curvas dá-se o nome de curvas *p-y* que relacionam a resistência do solo lateral do solo em função do deslocamento imposto. Assim, um conjunto de curvas representa o deslocamento do solo para diversas profundidades para uma faixa de pressões variando de zero até a pressão que leva ao escoamento do solo (PINHO, 2011). Na figura 36 Pode-se observar uma imagem ilustrativa das curvas *p-y*.

Figura 36 – Curvas p-y.



Fonte: PINHO, 2011

3 INCERTEZAS EM ANÁLISE DE ESTRURTURAS

Nesse capítulo será apresentado alguns conceitos fundamentas para uma melhor compreensão das análises que serão realizadas nos capítulos 4 e 5. Inicialmente serão apresentados alguns conceitos básicos, seguido por uma abordagem no que diz respeito ao estudo das incertezas, probabilidade de falha e índice de confiabilidade, níveis de aproximação, risco e por fim otimização estocástica.

3.1 PRINCÍPIOS BÁSICOS

Conforme apresentado no capítulo 1 desse trabalho, são três os princípios básicos que devem ser observados, durante a etapa de projeto: funcionalidade, segurança e viabilidade econômica. A funcionalidade é o principal ponto que deve ser observado, não adianta projetar uma estrutura segura e economicamente viável se ela não desempenhar a função para a qual foi designada. A título de exemplificação pode-se pensar que uma edificação destinada a abrigar um laboratório de metrologia de alta precisão tenha sido projetada atendendo os requisitos de segurança e viabilidade, porém, a edificação está sujeita a vibrações que acarretam erro na leitura dos equipamentos. Situações como essa implicam em investimentos adicionais para requalificar o empreendimento ou até mesmo na perda dos recursos alocados.

O índice de confiabilidade é uma medida que visa do grau de segurança de um sistema estrutural ou de um de seus componentes. Considerando que os valores exatos de todas as variáveis de projeto fossem devidamente conhecidos, a verificação da segurança resumir-se-ia a uma simples verificação: os esforços solicitantes internos devem ser menores que os esforços resistentes nos elementos estruturais. Essa condição é conhecida como estado limite último, e uma abordagem mais aprofundada será feita na seção 3.1.3. Contudo, a correta avaliação da segurança das estruturas não é trivial, haja vista as inúmeras incertezas inerentes às variáveis de projeto e aos modelos matemáticos empregados. Assim, tanto no cálculo dos esforços solicitantes quanto dos esforços resistentes existe um determinado grau de incerteza de forma que sempre haverá alguma probabilidade de o estado limite ultrapassado, chamada probabilidade

de falha. Existe uma relação direta entre da probabilidade de falha e o índice de confiabilidade, de forma que desde que ambos se encontrem dentro de limites pré-estabelecidos, pode-se afirmar que a estrutura é segura.

A viabilidade econômica, por sua vez é medida a partir de análise de risco do empreendimento. Pode-se definir, a grosso modo, o risco como sendo o produto entre a probabilidade de falha, considerando um determinado intervalo de tempo, e as "consequências" que uma eventual falha na estrutura traria à sociedade. O termo consequências é bastante subjetivo e difícil de ser mensurado. Na seção 4.4, onde esse tema será tratado em maior profundidade, metodologias para avaliar as eventuais consequências serão apresentadas.

De forma análoga ao que se observa na avaliação da segurança das estruturas, as incertezas inerentes a análise de risco são muitas, de forma que se faz necessário utilizar modelos de analise estocástica para uma correta avaliação desta grandeza.

As incertezas estão presentes tanto quando se deseja fazer uma avaliação da segurança quanto da viabilidade das estruturas. Percebe-se assim que se trata de um assunto de grande relevância devendo ser inevitavelmente considerado na etapa de projeto de qualquer obra de engenharia. Esse assunto será tratado na seção 3.2 desse capítulo.

Nas seções seguintes serão apresentados alguns conceitos que se julga relevantes para a contextualização desse trabalho. Em seguida, conforme foi adiantado, abordar-se-á com maior profundidade os conceitos de incerteza, probabilidade de falha e índice de confiabilidade, risco e por fim será apresentado um exemplo numérico visando a contextualização da proposta dessa tese.

As estruturas e os elementos estruturas devem ser dimensionados, construídos e mantidos de a forma que eles permaneçam em condições de uso durante determinado período de tempo (JCSS, 2000-a). Em outras palavras, pode-se afirmar que durante a vida útil da estrutura, ela e seus componentes devem apresentar bom desempenho com adequado nível de confiabilidade.

3.1.1 Vida útil

As obras de engenharia devem ser projetadas para atender os requisitos de funcionalidade e de segurança dentro de um intervalo de tempo pré-estabelecido. Esses dois conceitos estão fortemente atrelados a esse intervalo, haja vista que os

valores das variáveis de projeto, por terem caráter aleatório, são dependentes do tempo. Ora, a probabilidade de um evento extremo ocorrer quando se considera um intervalo de 100 anos é muito maior que quando se considera um intervalo de 3 anos, por exemplo. A esse intervalo de tempo dá-se o nome de vida útil da estrutura.

O *Model Code 2010* (FIB, 2010-a) define vida útil como sendo *"o período de tempo o qual a estrutura deve apresentar nível adequado de desempenho"*. A definição da vida útil deve ser feita pelos beneficiários do empreendimento, que podem ser acionistas, poder público ou até mesmo a sociedade. A norma ISO 2394 recomenda alguns valores para a vida útil de estruturas e componentes estruturais, conforme apresentado na Tabela 5.

Tabela 5 – Valores para vida útil de estruturas recomendado pela ISSO 2394

Tipo de Estrutura	**Vida útil especificada**
Estrutura temporária	1 a 5 anos
Elementos substituíveis	25 anos
Edificações e estruturas usuais de média importância	50 anos
Estruturas de grande importância.	100 anos

Fonte: O autor, 2017

A vida útil pré-estabelecida em projeto pode ser aumentada a partir de obras de requalificação estrutural.

3.1.2 Desempenho

O desempenho pode ser entendido como sendo a resposta da estrutura, ou do elemento estrutural, à uma ação externa, como um carregamento por exemplo. Ela está relacionada com a utilização a qual a estrutura está destinada. Considere por exemplo uma laje em concreto armado que quando submetida a determinado carregamento estático apresenta uma certa deformação, Δ. Caso essa laje pertença a uma edificação residencial e o valor da deformação atender a determinado limite pode-se dizer que ele teve um bom desempenho. Porém, se considerarmos que a laje faz parte de um

laboratório de metrologia de alta precisão, a deformação admissível possui valores muito mais rigorosos, de forma que a laje pode não apresentar boa desempenho.

3.1.3 Estados Limite

O desempenho de uma estrutura deve ser avaliado em um conjunto de situações denominadas estados limites. Eles podem ser entendidos como sendo o limite entre um domínio onde a estrutura atende os níveis adequados de desempenho, denominado *domínio de segurança* e outra situação onde esse nível de desempenho foi excedido, denominado *domínio de falha*. Quando algum estado limite é ultrapassado dizemos que estrutura falhou. Não obrigatoriamente a falha está relacionada à ruína da estrutura, ela deve ser entendida como a ultrapassagem de algum estado limite. Via de regra, pode-se agrupar os estados limites em duas categorias: Estado Limite Último e Estados Limite de Serviço.

O *Estado Limite Último*, ELU, deve ser garantido que a estrutura, ou elemento estrutural, permaneça estável, para situações extremas de carregamento impostos, com adequado nível de confiabilidade (o conceito de nível de confiabilidade será exposto com mais detalhes na seção seguinte). A NBR 6118/2014 define o Estado Limite Último como sendo "*o estado limite relacionado ao colapso, ou qualquer outra forma de ruína estrutural, que determine a paralisação do uso da estrutura"*.

No que concerne ao *Estado Limite de Serviço*, ELS, pode-se afirmar que a estrutura, ou componente estrutura, deve apresentar desempenho aceitável, com adequado nível de confiabilidade, para as cargas usuais as quais ela foi projetada para suportar. Ou seja, o ELS está relacionado ao uso normal da estrutura.

De acordo com o JCSS (2000) a estrutura apresentará uma falha sempre que o estado limite último for excedido pela primeira vez. Em relação ao estado limite de serviço, a falha ocorrerá nas seguintes situações:

- Sempre que ele for excedido pela primeira vez, porém isso não seja aceitável;
- Caso seja permitido que o estado limite de serviço seja ultrapassado, porém o tempo no qual a estrutura permanece no domínio de falha seja maior que o aceitável;
- Caso seja permitido que o estado limite de serviço seja ultrapassado, porém a quantidade de vezes que isso ocorre seja maior que a especificada;

- Alguma das combinações dos critérios acima.

A norma brasileira define seis Estados Limites de Serviço para estruturas de concreto, listados a seguir:

- Estado limite de formação de fissuras – ELS-F: estado em que se inicia a formação de fissuras;

- Estado limite de abertura de fissuras – ELS-W: estado em que as fissuras se apresentam com aberturas iguais aos máximos especificados no item 13.4.2 dessa mesma norma;

- Estado limite de deformações excessivas – ELS-DEF: estado em que as deformações atingem os limites estabelecidos para utilização normal conforme seu item 13.3;

- Estado limite de descompressão – ELS-D: estado no qual um ou mais pontos da seção transversal encontram-se com tensão normal nula, não havendo tração no restante da seção. Esse estado limite é usualmente verificado para elementos de concreto protendido;

- Estado limite de descompressão parcial – ELS-DP: estado no qual garante-se a compressão na seção transversal, na região onde existem armaduras ativas. Essa região deve se estender até uma certa distância da face mais próxima da cordoalha ou da bainha de protensão;

- Estado limite de compressão excessiva – ELS-CE: estado em que as tensões de compressão atingem o limite convencional estabelecido. Verificado frequentemente para elementos de concreto protendido;

- Estado limite de vibrações excessivas – ELS-VE: estado em que as vibrações atingem os limites estabelecidos para a utilização normal da construção.

Quando algum estado limite é atingido, seja ele último ou de serviço, pode-se dizer que um dano é causado à estrutura, podendo ele ser reversível ou irreversível. Os danos irreversíveis podem estar relacionados ao estado limite último, como por exemplo a ruína de um componente da estrutura, ou ao estado limite de serviço, a deformação plástica de um elemento estrutural. Os danos irreversíveis permanecerão na estrutura até que ela venha a passar por reparos.

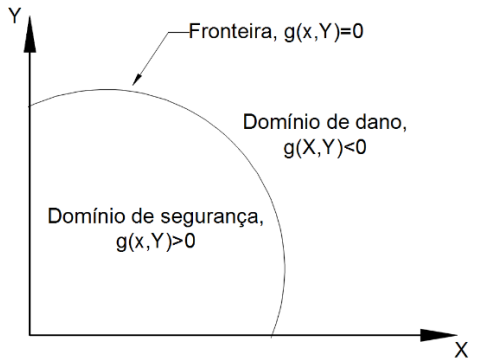
Os danos reversíveis, por sua vez, são temporários e deixam de existir assim que a ação externa deixa de incidir sobre a estrutura. Ou seja, a estrutura saí do domínio de falha e volta ao domínio de segurança. Os danos reversíveis estão relacionados ao estado limite de serviço, apenas.

O estado limite pode ser simbolicamente representado por uma função matemática, *g(X,Y),* dada pela equação 3.1, onde *R(Y)* e *S(X)* são funções matemáticas que representam a capacidade resistente da estrutura e as solicitações a ela impostas, respectivamente. A variável *Y* representam um vetor contendo as variáveis de projeto que devem ser levadas em consideração no cálculo da resistência da estrutura ou dos elementos estruturais, e *X* um outro vetor contendo as variáveis de projeto que devem ser levadas em consideração no cálculo das solicitações.

$$g(X,Y) = R(Y) - S(X) \tag{3.1}$$

Assim, sempre que *g(X,Y)>0* a estrutura encontrar-se-á em um domínio de segurança, e sempre que *g(X, Y)<0* em um domínio de falha. A representação gráfica do conceito de estado limite está mostrada na figura 37.

Figura 37 – Representação gráfica do conceito de estado limite.



Fonte: O autor, 2017

Os estados limites são essenciais no dimensionamento estrutural haja vista que por imposição normativa nenhum deles deve ser excedido. Portanto, para cada estado limite um modelo matemático deve ser elaborado e verificada a condição de segurança.

No dia-a-dia dos escritórios de projeto, as variáveis contidas nos vetores X e Y são tomadas com seus valores característicos e a partir de então uma análise determinística é processada. Vale ressaltar que na prática, os valores das variáveis de projeto são dotados de incertezas, que devem ser levadas em consideração na análise. Dessa forma, a função estado limite deve ser considerada como uma função matemática de variáveis aleatórias.

3.2 INCERTEZAS

Os problemas de engenharia, são comumente resolvidos a partir da utilização de modelos matemáticos. Conforme exposto na seção anterior, as variáveis envolvidas na modelagem possuem, intrinsicamente, determinado grau de incerteza de forma que devem ser tratadas como variáveis aleatórias. As incertezas, inerentes à modelagem matemática, podem ser provenientes de três naturezas distintas: inerentes à variabilidade da natureza, inerentes aos modelos utilizados ou provenientes das estatísticas utilizadas para descrever as variáveis aleatórias.

Ao primeiro grupo de incertezas dá-se o nome de incertezas tipo I ou incertezas aleatórias. Nesse grupo estão inseridas as incertezas nas propriedades físicas e mecânicas dos materiais. Ações externas devido à fenômenos naturais como ação do vento e variação de temperatura são chamadas de incertezas tipo II ou epistêmicas. Quando um fenômeno físico é descrito a partir de um modelo matemático, simplificações na natureza do fenômeno devem ser feitas. Essas simplificações, inevitavelmente levam a perda de precisão dos resultados obtidos.

3.2.1 Incertezas inerentes às propriedades dos materiais

Pode-se definir propriedade do material como sendo o valor de determinada grandeza medido a partir de corpos de prova cujas dimensões, formas de amostragem e de ensaio estejam definidas em procedimentos específicos (JCSS, 2000-c). O valor de determinada propriedade, pode variar espacialmente, ou até mesmo temporalmente, em uma mesma estrutura dotando a propriedade do material de certo grau de incerteza. Nas situações onde é possível medir o valor de determinada propriedade, essa variação pode estar relacionada à própria heterogeneidade do material, diferenças no processo de fabricação ou inerentes aos equipamentos utilizados na amostragem e medição. Nas estruturas de concreto, mais especificamente, o valor da resistência à compressão do concreto é medido de forma indireta, através da moldagem de corpos de prova, com o

concreto ainda no estado plástico. Assim, as amostras utilizadas na medição não são extraídas da estrutura em si, salvo em alguns casos específicos. Dessa forma, as condições de vibração, cura e armazenamento das amostras são diferentes daquelas à qual a estrutura está submetida. Esse fato amplifica o grau de incerteza inerente à resistência à compressão do concreto.

Existem situações onde o valor de determinada propriedade é obtido de forma indireta, através funções matemáticas que relacionam os valores de algumas propriedades, facilmente mensuráveis, com aquelas que se deseja conhecer. Nesse caso, além das incertezas inerentes a natureza do material, deve-se acrescentar, ainda, as incertezas inerentes ao modelo matemático que relacionam as duas propriedades. Além do mais, existem situações onde as variáveis que descrevem a função matemática não têm relação alguma com o fenômeno físico em si, trata-se apenas de uma correlação, isso aumenta ainda mais a incerteza ligada à propriedade em questão, como é o caso da determinação do coeficiente de fluência e deformação específica por retração.

3.2.1.1 Concreto

A propriedade mecânica do concreto mais fácil de ser mensurada é a resistência à compressão, f_{c0}, obtida a partir do ensaio de resistência à compressão de corpos de prova padronizados, segundo ISO/DIS 2736. Conforme *Joint Committee on Structural Safety*, (JCSS, 2000-c), o modelo probabilístico da resistência à compressão do concreto em um dado ponto *i* de uma determinada estrutura *j*, $f_{c,ij}$, é dado em função de um determinado valor da resistência à compressão, $f_{c0,ij}$ com distribuição de probabilidade log-normal, segundo a equação 3.2.

$$f_{c,ij} = \alpha(t,\tau) \cdot {f_{c0,ij}}^{\lambda} \cdot Y_{1,j} \tag{3.2}$$

A variável $\alpha(t,\tau)$ é uma função determinística que leva em consideração a idade do concreto no instante do carregamento, t, e a duração do carregamento, τ, dada pela equação 3.3. Observe que estando a idade de carregamento do concreto variando entre 28 a 60 dias, valor razoável considerando o tempo de cura e desforma, e o tempo de duração do carregamento tomado igual a 300 dias, o valor de $\alpha(t,\tau)$ é praticamente constante e igual a 0,8. Esses valores adotados são bastante razoáveis, haja vista que o tempo que uma estrutura permanece carregada é muito superior aos 300 dias. Dessa forma, o valor de $\alpha(t,\tau)$ pode ser adotado igual a 0,8.

$$\alpha(t,\tau) = [0{,}8 + (0{,}2) \cdot e^{-0{,}04 \cdot \tau}] \cdot (0{,}6 + 0{,}12 \cdot \ln(t)) \quad (3.3)$$

A variável λ é um fator que leva em consideração as variações sistemáticas da resistência à compressão *in situ* em comparação com ensaios padronizados, realizados em laboratório. Essa variável possui caráter aleatório e pode ser modelada como tendo distribuição log-normal de probabilidade, com média *0,96* e coeficiente de variação *0,005*, contudo, ainda segundo o JCSS (2000-c) ela pode ser considerada como tendo um comportamento determinístico, com valor igual ao valor médio.

A resistência à compressão $f_{c0,ij}$, dada pela equação 3.4, é uma variável aleatória com distribuição log-normal, independente da variável Y_{1j}, com média logarítmica M_j e desvio padrão Σ_j. A variável U_{ij} representa a variabilidade da resistência à compressão em uma mesma estrutura e possui uma distribuição de probabilidade normal padrão.

$$f_{c0,ij} = \exp(U_{ij} \cdot \Sigma_j + M_j) \quad (3.4)$$

Por fim, a variável aleatória $Y_{1,j}$ leva em consideração as variações adicionais devido às condições de cura *in situ* do concreto. Tal variável possui distribuição de probabilidade log-normal cujos parâmetros estão mostrados na tabela 6.

A título de exemplo, considere um concreto com valor da resistência à compressão média igual a 38 MPa e desvio padrão igual a 8 MPa. O valor da média e variância logarítmica, calculados conforme equações 3.5 e 3.6, valem, respectivamente 3,616 e 0,2082.

Dessa forma, a partir do valor de $f_{c,ij}$, pode-se estimar valores das demais propriedades mecânicas do concreto relevantes ao dimensionamento estrutural, tais como resistência à tração, modulo de elasticidade e deformação específica na ruptura. A exemplo da resistência à compressão, essas variáveis possuem caráter aleatório e são dadas pelas equações 35 a 3.6.

$$f_{ct,ij} = 0{,}3 \cdot {f_{c,ij}}^{2/3} \cdot Y_{2,j} \quad (3.5)$$

$$E_{c,ij} = 10{,}5 \cdot {f_{c,ij}}^{1/3} \cdot Y_{3,j} \cdot \frac{1}{1 + \beta_d \cdot \varphi(t,\tau)} \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{u,ij} = 6{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot {f_{c,ij}}^{-\frac{1}{6}} \cdot Y_{4,j} \cdot [1 + \beta_d \cdot \varphi(t,\tau)] \quad (3.7)$$

Nas equações acima β_d é o percentual de carga permanente do total de carga na estrutura, variando em torno de 0,6 a 0,8, e $\varphi(t,\tau)$ é o coeficiente de fluência do concreto, tomado como possuindo um valor determinístico e calculado a partir de uma norma técnica atualizada (JCSS, 2000-c). As variáveis aleatórias $Y_{2,j}$ a $Y_{4,j}$ refletem as variações da resistência à compressão do concreto devido a fatores não levados em consideração, tais como tipo e granulometria do agregado graúdo, composição química do cimento, fatores climáticos dentre outros.

Tabela 6– Parâmetros estatísticos das variáveis aleatórias $Y_{1,j}$ á $Y_{4,j}$.

Variável	**Distribuição**	**Média**	**Coef. de variação, *v***
$Y_{1,j}$	lognormal	1,0	0,06
$Y_{2,j}$	lognormal	1,0	0,30
$Y_{3,j}$	lognormal	1,0	0,15
$Y_{4,j}$	lognormal	1,0	0,15

FONTE JCSS-c, 2000

3.2.2 Incertezas inerentes às ações externas

Entende-se por ações externas os agentes que produzem sobre a estrutura esforços internos, deformações e deterioração de seus componentes, que podem ter origem natural ou sem produzidas por atividades humanas. Nesse trabalho, não serão considerados os efeitos da deterioração da estrutura, de forma que as ações podem ser dividias em ações diretas (cargas atuantes na estrutura) ou ações indiretas. Entende-se por carga o conjunto de forças, concentradas ou distribuídas, atuantes sobre a estrutura. As ações indiretas, por sua vez, são os deslocamentos impostos, provenientes dos efeitos diferidos do concreto, por exemplo, ou os efeitos da variação de temperatura.

Dois aspectos principais descrevem uma ação: o aspecto físico e o aspecto estatístico. O primeiro fornece dados tais como direção, intensidade, distribuição em uma determinada área, tempo de duração dentre outros. Em outras palavras fornece os parâmetros determinísticos da ação. O aspecto estatístico fornece dados referentes à natureza aleatória da ação, tal como a função distribuição de probabilidade, desvio

padrão e etc... Assim, análogo ao que foi exposto no que se refere às propriedades dos materiais, as ações também devem ser descritas através de modelos matemáticos de variáveis aleatórias.

Assim, determinada ação, *F*, pode ser descrita conforme a Equação 3.7, onde F_0 é a variável básica, associada diretamente ao evento que causa a ação na estrutura, enquanto que W é a variável que relaciona F_0 com a estrutura em questão.

$$F = \varphi(F_0, W) \tag{3.7}$$

Por razões didáticas considere o vento atuando sobre a estrutura de um galpão. Pode-se afirmar que a variável F_0, relacionada diretamente ao fenômeno natural, como por exemplo a velocidade básica do vento. Por outro lado, a variável *W* irá relacionar a velocidade do vento à estrutura do galpão. Como se sabe, os esforços de vento dependem da vizinhança na qual a edificação está inserida, no formato e dimensões da edificação dentre outros fatores.

Para cada uma das variáveis F_0 e *W*, um modelo probabilístico pode ser escolhido de forma que a ação como um todo seja descrita como um conjunto de modelos para cada variável individual (JCSS, 2000-b).

O ambiente no qual a estrutura está inserida, induz o surgimento de esforços internos, deformações, deterioração além de outros efeitos de longo ou curto prazo. Os agentes causadores desses efeitos são denominados ações. As ações podem ter origem em fenômenos naturais, e.g. ação do vento, terremoto, variação de temperatura, ou estarem associadas a atividades humanas, derivadas do uso e ocupação da estrutura. De forma resumida, uma ação pode ser definida como sendo a influência do ambiente que pode vir a causar alterações nas propriedades dos materiais ou geometria da estrutura. (JCSS-b, 2000).

As ações podem ser classificadas em relação a sua variação ao longo do tempo em: ações permanentes, variáveis e excepcionais.

- Ações permanentes: aquelas cuja variação da intensidade em torno de um valor médio é pequena e se produz de forma bastante lenta.

- Ações variáveis: a variação da intensidade em torno do valor médio é maior e ocorre com grande frequência. Pode-se tomar como exemplo o carregamento proveniente do uso e ocupação de uma edificação comercial. Durante o horário comercial a unidade está sendo utilizada com sua capacidade de ocupação máxima e, por outro lado, durante a noite, está praticamente vazia. A variação na intensidade do carregamento foi de um valor máximo até um valor mínino, próximo de zero, durante um intervalo de menos de 24 horas.
- Ações excepcionais: São aquelas cuja intensidade é bastante elevada e de curta duração, porém a probabilidade de ocorrem é bastante baixa. Pode-se tomar como exemplo explosões ou impactos de embarcações sobre a estrutura de uma ponte.

Por outro lado, as ações podem ser classificadas, também, quanto a sua variabilidade espacial em ações fixas ou livres.

- Ações fixas: são aquelas cuja distribuição espacial é bem definida, tal como o peso próprio de uma estrutura ou o carregamento proveniente do empuxo de terra.
- Ações livres: são aquelas cuja distribuição espacial não está bem definida e pode variar ao longo do tempo. A ocupação de uma residência por seus moradores é um exemplo de ação livre.

As ações atuantes na estrutura podem ser matematicamente modeladas utilizando modelos hierárquicos, seja do ponto de vista da variabilidade temporal ou espacial. Modelos hierárquicos assumem que determinada variável aleatória, *X*, seja definida como uma função de várias outras variáveis aleatórias, *Y*, representando um tipo específico de variabilidade espacial ou temporal (JCSS-b, 2000).

$$X_{ijk} = f(Y_i, Y_{ij}, Y_{ijk}) \tag{3.8}$$

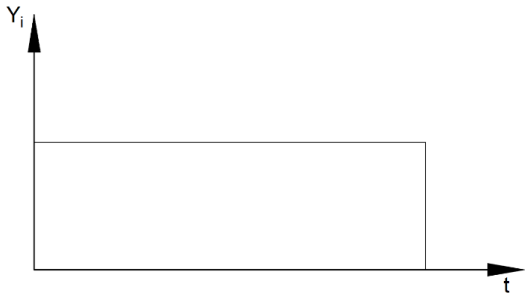
3.2.2.1 Modelagem da variabilidade do carregamento em função do tempo

Considerando a variabilidade temporal de determinado carregamento atuante em uma estrutura, pode-se relacionar a variável aleatória Y_i, figura 38, como sendo um valor constante porém aleatório, Y_{ij} representa a variabilidade de longo prazo do carregamento, figura 39 (a), e Y_{ijk} as variações de curto prazo, figura 39 (b). O modelo

de carga é a soma dessas três componentes, conforme Equação 3.9, onde X_{ijk} é o valor do carregamento.

$$X_{ijk} = Y_i + Y_{ij} + Y_{ijk} \tag{3.9}$$

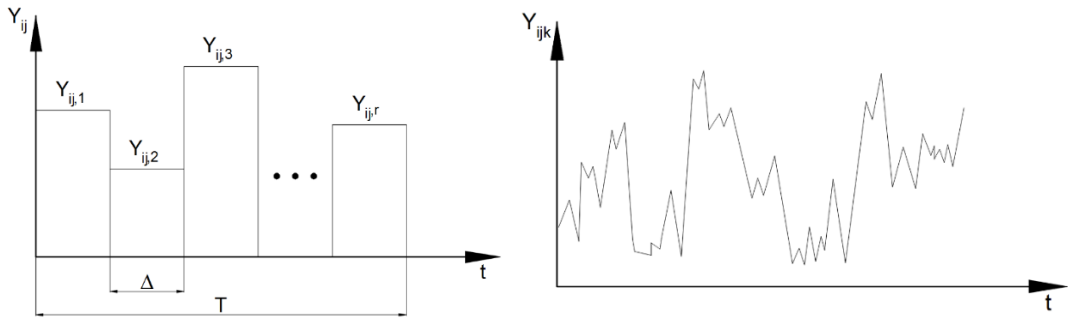
Figura 38 – Variável aleatória Y_i.



Fonte: O autor, 2017

Em um processo de renovação retangular, considera-se que o valor de Y_{ij}, varie de forma aleatória e cada intervalo de tempo, Δ, também aleatório. Um caso especial, chamado processo de Ferry Borges-Castanheta, considera que em um determinado número de repetições, *r*, os valores obtidos para Y_{ij} sejam independentes e intervalo de duração seja constante. Assim, define-se a razão de ocorrência, l, como sendo o quociente entre o tempo de referência, *T*, pelo intervalo de duração.

Figura 39 – (a) variável aleatória Y_{ij}; (b) Variável aleatória Y_{ijk}



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

3.2.2.1.1 Carregamento permanente

O carregamento permanente, na maioria dos casos, representa o peso próprio dos elementos constituintes da edificação, tendo eles função estrutural ou não. Sendo assim, pode-se pensar que a sua probabilidade de ocorrência é próxima de um. Além do mais a variabilidade ao longo do tempo é praticamente nula e as incertezas referentes a sua intensidade são bastante baixas, quando comparadas a outros tipos de carregamentos.

O carregamento permanente, Q_G, pode ser modelado a partir da expressão matemática descrita na sequência, onde ρ é o peso específico do material e V o volume do componente em questão. Considerando que o material seja homogêneo, *i.e.* que que a variabilidade de ρ ao longo do elemento estrutural possa ser negligenciada, pode-se simplificar a Equação 3.10 e escrevê-la conforme Equação 3.11, onde ρ_{med} é o valor médio do peso específico do material.

$$Q_G = \int_{Vol} \rho \, dV \tag{3.10}$$

$$Q_G = \rho_{med} \cdot V \tag{3.11}$$

Pode-se assumir que tanto o peso específico quanto o volume do elemento estrutural tenham distribuição normal de probabilidade. O *JCSS* (2000-d), fornece alguns valores médios e os respectivos coeficientes de variação para alguns materiais comumente utilizados que foram transcritos na Tabela 7.

O que diz respeito à variabilidade do volume dos elementos estruturais, pode-se considerar que tanto o valor médio quanto o desvio padrão sejam obtidos diretamente a partir do valor médio da seção transversal do elemento.

Tabela 7 – Valor médio e coeficiente de variação do peso específico de alguns materiais empregados na construção civil.

Material	**Valor médio, μ [kN/m^3]**	**Coef. de variação, *v***
Aço	77	<0,01
Concreto convencional	24	0,04
Concreto de alto desempenho	24 a 26	0,03
Alvenaria	13*	0,05

Fonte: JCSS-c, 2000

*O valor médio do peso específico da alvenaria depende de sua composição de forma que o valor médio inserido na tabela diz respeito ao recomendado pela NBR 6120/1984 e não o recomendado pelo *JCSS.*

3.2.2.1.2 Carregamento variável

Como o próprio nome sugere, a sobrecarga de utilização é proveniente do uso e ocupação da edificação, sendo provocada pelo peso das mobílias, equipamentos e pessoas. Os parâmetros estatísticos variam em função da utilização que é dada a edificação. Diferentemente do que ocorre com o carregamento permanente, esse tipo de carga possui certa variabilidade em função do tempo e no espaço, devendo ser modelada utilizando modelos hierárquicos.

Pode-se dividir a sobrecarga de utilização em duas parcelas, tendo em vista a variabilidade da mesma em função do tempo:

- Sobrecarga continua: a sobrecarga continua pode ser entendida como aquela proveniente do uso e ocupação cotidiano da edificação, ou seja, o peso da mobília, equipamentos e pessoas para a qual a edificação foi concebida.
- Sobrecarga intermitente: diz respeito a uma sobrecarga de curta duração um tanto quanto excepcional ocasionada muitas vezes pela concentração das pessoas que utilizam a edificação, concentração da mobília em um certo ponto, muitas vezes devido a uma determinada mudança no layout.

A intensidade da sobrecarga pode ser descrita p um campo estocástico, *W(x,y)*, conforme equação 3.12, onde *m* é o valor médio da sobrecarga, *V* é a distribuição normal padrão e *U(x,y)* é um campo aleatório, de média zero e deslocado para a direita.

$$W(x,y) = m + V + U(x,y) \tag{3.12}$$

De forma a facilitar a análise, pode-se empregar o conceito de carga uniformemente distribuída equivalente, o seja, um carregamento uniforme que produzirá o mesmo efeito que o campo estocástico. Sendo *S* o efeito que o campo estocástico irá produzir sobre o elemento estrutural, por exemplo o momento fletor sobre uma viga. A variável S poderá ser modelada a partir da Equação 3.13 onde *i(x,y)* é uma função matemática que relaciona o campo estocástico com o efeito em questão.

$$S = \int_A W(x,y) \cdot i(x,y) dA \tag{3.13}$$

A carga uniformemente distribuída equivalente, q, pode ser definida a partir da Equação 3.14.

$$q = \frac{\int_A W(x,y) \cdot i(x,y) dA}{\int_A i(x,y) dA} \tag{3.14}$$

Considerando as sobrecargas continuadas, a variável *V* refere-se à variabilidade do carregamento em relação a diferentes áreas, que pode ser entendido como diferentes pavimentos, ou cômodos da edificação. Conforme anteriormente exposto, a variável *V*, tem uma distribuição normal. O campo aleatório *U(x,y)*, por sua vez, é empregado a fim de se levar em conta a variabilidade do valor da carga em uma mesma área. A carga equivalente, *q*, pode ser modelada a partir de uma distribuição gama de probabilidade onde a média e a variância são dados nas equações 3.15 e 3.16, respectivamente.

$$\mu_q = m \qquad \text{Eq. 3.15}$$

$$\sigma^2{}_q = \sigma^2{}_V + \sigma^2{}_U \cdot \frac{A_0}{A} \cdot \kappa \qquad \text{Eq. 3.16}$$

Na Equação 4.16, σ^2_V e σ^2_U são a variância de *V* e *U(x,y)*, respectivamente, A_0 é a área de referência do campo estocástico, *A* é a área no qual o carregamento está atuando e κ é um parâmetro que depende da forma da superfície de influência do campo estocástico. Os valores de σ^2_V, σ^2_U, e A_0 foram propostos pelo JCSS (2000-c) e dependem da destinação que será dada à edificação.

As sobrecargas intermitentes, a rigor, devem ser modeladas como carregamentos concentrados, porém, o conceito de carga equivalente pode ser igualmente aplicado, cujo campo estocástico deve ser o mesmo considerado para o caso de sobrecarga continuada.

3.2.2.2 Modelagem da variabilidade espacial do carregamento

Tomando como exemplo o caso da variabilidade espacial da variável aleatória X_{ijk}, em uma edificação, pode-se escrever a formulação do modelo hierárquico conforme Equação 3.18, onde *m* é o valor médio considerando toda população amostrada, Y_i é uma variável estocástica que representa a variação da carga em diferentes pavimentos da edificações, Y_{ij}, representa a variação entre ambientes de um mesmo pavimento e, por fim, $Y_{ijk}(x,y)$ é um campo estocástico que leva em consideração a variabilidade da carga em diferentes pontos dentro do mesmo ambiente.

$$X_{ijk} = m + Y_i + Y_{ij} + Y_{ijk}(x,y) \qquad 3.18$$

3.2.3 Incertezas inerentes aos modelos matemáticos

Todo modelo é uma aproximação da realidade, que, via de regra, tenta prever o determinado fenômeno. Um modelo matemático pode ser escrito em termos de uma função *h*,

$$Y = h(X_1, X_2, \dots, X_n) \qquad 3.19$$

Se o modelo matemático *h* for considerado exato, e as variáveis independentes, X_i, determinadas com seu valor exato, a variável dependente *Y* é calculada sem erro algum. Essa, porém, não é a realidade. Além das variáveis X_i possuírem determinado

grau de incerteza, conforme foi mostrado anteriormente, o próprio modelo matemático *h*, por ser uma aproximação da realidade, carrega também consigo certo grau de incerteza. As incertezas nos modelos são provenientes da aleatoriedade das variáveis independentes, que por ventura foram negligenciadas, ou das simplificações, inerentes a qualquer modelo. Assim, a equação 3.20 descreve o fenômeno a ser descrito de forma mais realista, onde *h'* é a modelo considerando as incertezas da modelagem e θ_i parâmetros que levam em consideração as incertezas das variáveis independentes.

$$Y = h'(X_1, X_2, \dots, X_n, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n) \qquad 3.20$$

Modelos matemáticos são empregados na determinação das propriedades dos materiais, na estimativa do carregamento atuante e no comportamento mecânico da estrutura. Assim, as incertezas inerentes à modelagem só vêm amplificar aquelas anteriormente abordadas.

3.2.4 Incertezas estatísticas

No tocante das incertezas estatísticas, pode-se dizer que elas têm sua origem no tamanho das amostras utilizados para determinação dos parâmetros estatísticos.

3.3 PROBABILIDADE DE FALHA E ÍNDICE DE CONFIABILIDADE

O dimensionamento estrutural consiste em determinar possíveis senários de falha da estrutura, ou elemento estrutural. Ou seja, verificar as situações onde os estados limites são ultrapassados. Devido às incertezas inerentes à modelagem, a verificação do estado de falha deve ser feita através de uma análise estatística, onde é avaliada a probabilidade de que algum estado limite seja ultrapassado. Ressalta-se que o termo falha é aqui utilizado em um contexto mais abrangente e significa que algum dos estados limites, anteriormente definidos, foi ultrapassado.

Considerando-se a aleatoriedade das ações, os esforços internos dela decorrentes podem ser escritos conforme a Equação 3.21, onde X_i são as variáveis aleatórias que afetam o nível de solicitação do elemento estrutural e C_x simboliza um conjunto de funções determinísticas e constantes que relacionam X_i a *S*.

$$S = S(X_1, X_2, \dots, X_n, C_x) \qquad \text{Eq. } 3.21$$

Por sua vez, a resistência de um determinado componente estrutural, R, pode ser escrito conforme Equação 3.22, onde *Yi* são as variáveis aleatórias que afetam a

capacidade resistente do elemento estrutural e C_y simboliza um conjunto de funções determinísticas e constantes que relacionam Y_i a R. Em princípio Yi, pode ser entendido como sendo a resistência dos materiais empregados na estrutura, os parâmetros de deformabilidade de cada um deles e os parâmetros geométricos dos componentes da estrutura.

$$R = R(Y_1, Y_2, \dots, Y_n, C_Y) \qquad \text{Eq. 3.22}$$

Para a efetiva verificação do estado limite, tanto a capacidade resistente R quanto as solicitações, S, devem ser medidos na mesma variável, Z_p, onde p representa a quantidade de efeitos estruturais que podem levar a estrutura a ultrapassar algum estado limite. Sendo assim, pode-se reescrever a Equação 3.1 em função das variáveis $Z_{R,p}$ e $Z_{S,p}$. conforme mostrado na Equação 3.23.

$$g(X,Y) = Z_{R,p}(\underline{Y}) - Z_{S,p}(\underline{X}) \qquad \text{Eq. 3.23}$$

Uma vez que o estado limite é ultrapassado quando g(X,Y)<0, pode-se expressar a falha da estrutura conforme a desigualdade mostrada na sequência.

$$Z_{R,p}(\underline{Y}) \leq Z_{S,p}(\underline{X}) \qquad \text{Eq. 3.24}$$

Assim, a probabilidade de falha da estrutura será dada por:

$$P_f = P(Z_{R,p} \leq Z_{S,p}) \qquad \text{Eq. 3.25}$$

Sendo $f_R(Z_R)$ e $f_S(Z_S)$ as funções densidade de probabilidade, tem-se que a probabilidade de que $Z_R \leq z$ é dada por:

$$P(Z_R \leq z) = \int_{-\infty}^{z} f_R(z)dz \qquad \text{Eq. 3.26}$$

Da mesma forma, a probabilidade de que Z_S venha assumir um valor contido no intervalo $z+dz$ é dada pela Equação 3.27.

$$P(z \leq Z_S \leq z + dz) = f_S(z)dz \qquad \text{Eq. 3.27}$$

Sendo o estado de falha caracterizado pela ocorrência simultânea dos dois eventos, e admitindo-os independentes entre si, tem-se que a probabilidade de falha da estrutura seja dada por:

$$P_f = P(Z_R \leq z \cap z \leq Z_S \leq z + dz) = f_S(z)dz \cdot \int_{-\infty}^{z} f_R(z)dz \qquad \text{Eq. 3.28}$$

Como a ruína pode ocorrer para qualquer valor de z desde que $Z_R \leq Z_S$, chega-se finalmente a expressão da probabilidade de falha da estrutura.

$$P_f = P(Z_R \leq Z_S) = \int_0^{\infty} \left[f_S(z)dz \cdot \int_0^{z} f_R(z)dz \right] dz \qquad \text{Eq. 3.29}$$

Alternativamente, pode-se empregar o conceito de margem de segurança, *M*, dado pela Equação 3.30, a fim de calcular a probabilidade de violação de algum dos estados limites.

$$M = R - S \qquad \text{Eq. 3.30}$$

Valores negativos de M indicam um estado de dano do sistema ou elemento estrutural. Uma vez que R e S são variáveis aleatórias, M também será uma variável aleatória com função distribuição de probabilidade dada por f_M. Assim, a probabilidade de falha da estrutura pode ser calculada a partir da Equação 3.31e ilustrada na figura 40.

$$P_f = P(M \leq 0) = \int_{-\infty}^{0} f_M(m)dm \qquad \text{Eq. 3.31}$$

Figura 40 – Probabilidade de falha a partir do conceito de margem de segurança.

Fonte: O autor, 2017

Considerando que as variáveis aleatórias *R* e *S* possuem distribuição normal, a distribuição de M também será normal com média e desvio padrão dados pelas equações 3.32-a e 3.32-b.

$$\mu_M = \mu_R - \mu_S \quad \text{Eq. 3.32-a}$$

$$\sigma_M = \sqrt{{\sigma_R}^2 + {\sigma_S}^2} \quad \text{Eq. 3.32-b}$$

Sendo *Y* a variável aleatória obtida a partir da padronização de M, dada pela Equação 3.33, a probabilidade de falha do elemento ou sistema estrutural pode ser avaliada em da função de distribuição cumulativa normal padrão, Φ, conforme exposto em 3.34.

$$Y = \frac{M - \mu_M}{\sigma_M} \quad \text{Eq. 3.33}$$

$$P_f = P(M \leq 0) \therefore P_f = P\left(Y \leq \frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \therefore P_f = \Phi\left(-\frac{\mu_M}{\sigma_M}\right) \quad \text{Eq. 3.34}$$

A razão $\frac{\mu_M}{\sigma_M}$ é chamada índice de confiabilidade, β. Substituindo as equações 3.32-a e 3.32-b em 3.18, pode-se, por fim, escrever a expressão para o cálculo do índice de confiabilidade quando as variáveis *R* e *S* possuem distribuição de probabilidade normal.

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{{\sigma_R}^2 + {\sigma_S}^2}} \quad \text{Eq. 3.35}$$

Considerando novamente a Equação 3.30, em que *R* e *S* são variáveis aleatórias com distribuição normal, pode-se padronizar ambas as distribuições, transformando-as nas variáveis Y_1 e Y_2 dadas pelas equações 3.36-a e 3.36-b, respectivamente.

$$Y_1 = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad \text{Eq. 3.36-a}$$

$$Y_2 = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad \text{Eq. 3.36-b}$$

Assim, a margem de segurança pode ser escrita em termos das novas variáveis aleatórias, Y_1 e Y_2.

$$m(y_1, y_2) = (y_1 \cdot \sigma_R - \mu_R) - (y_2 \cdot \sigma_S - \mu_S) \quad \text{Eq. 3.37}$$

Fazendo $m(y_1,y_2)$ igual a zero (situação onde a solicitação é igual à resistência) e isolando o valor de y_2 tem-se:

$$y_2 = \frac{(y_1 \cdot \sigma_R + \mu_R) - \mu_S}{\sigma_S} \quad \text{Eq. 3.38}$$

Uma vez que a distância d de um ponto qualquer, (y_1,y_2) à origem o espaço amostral padronizado *Y* é dada por:

$$d^2 = {y_1}^2 + {y_2}^2 \qquad \text{Eq. 3.39}$$

Derivando a Equação 3.39 em relação a y_1 e igualando a zero, obtém-se o a coordenada y_1*, referente à menor distância do ponto (y_1, y_2) à origem do sistema de coordenadas.

$$0 = 2 \cdot {y_1}^2 + 2 \cdot \frac{\partial y_2}{\partial y_1} \qquad \text{Eq. 3.40}$$

Sendo

$$\frac{\partial y_2}{\partial y_1} = \frac{\sigma_R}{\sigma_S} \qquad \text{Eq. 3.41}$$

pode-se escrever:

$$y_2 = -y_1 \cdot \frac{\sigma_R}{\sigma_S} \qquad \text{Eq. 3.42}$$

Substituindo a Equação 3.38 em 3.34 chega-se ao valor da coordenada y_1*.

$${y_1}^* = -\frac{\sigma_R \cdot (\mu_R - \mu_S)}{{\sigma_S}^2 + {\sigma_R}^2} \qquad \text{Eq. 3.43}$$

Procedendo de forma análoga, ou seja, derivando em relação a y_2, chega-se a seguinte expressão para o cálculo da coordenada y_2*, referente à menor distância do ponto (y_1, y_2) à origem do sistema de coordenadas.

$${y_2}^* = -\frac{\sigma_S \cdot (\mu_R - \mu_S)}{{\sigma_S}^2 + {\sigma_R}^2} \qquad \text{Eq. 3.44}$$

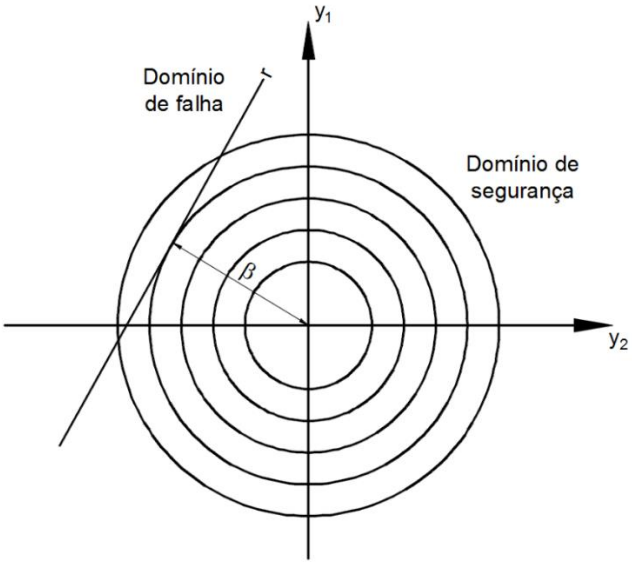
Substituindo as equações 3.43 e 3.44 em 3.39, chega-se a:

$$d_{min} = \frac{(\mu_R - \mu_S)}{\sqrt{{\sigma_S}^2 + {\sigma_R}^2}} \qquad \text{Eq. 3.45}$$

Uma vez que a Equação 3.45 é idêntica à 3.35, pode-se interpretar o índice de confiabilidade como sendo a menor distância entre o ponto onde *m=0* e a média da distribuição de ***Y***, ou seja, *"o índice de confiabilidade corresponde a mínima distância entre a equação de estado limite e a origem do espaço normal padrão"* (Beck, 2008)

Observando a figura 41, uma vez que o espaço amostral possui distribuição normal padrão, ele possui simetria em reação à origem do sistema de coordenadas e sua projeção sobre o sistema de coordenadas y_1y_2 são círculos concêntricos denominados linhas de equiprobabilidade. Sendo a reta *r* a função que defini o estado limite, pode-se identificar o índice de confiabilidade como sendo a distância entre o ponto qual a função estado limite intercepta a linha de maior conteúdo de probabilidade à origem o do sistema de coordenadas (Beck, ??). A esse ponto dá-se o nome de ponto de projeto e corresponde ao ponto sobre o domínio de falha com maior probabilidade de ocorrência.

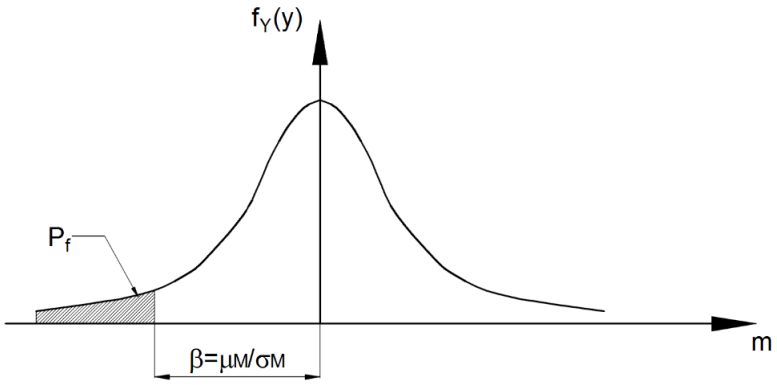
Figura 41 – Representação geométrica do índice de confiabilidade inserido no espaço padrão.



Fonte: O autor, 2017

Uma vez que o índice de confiabilidade é a menor distância entre o ponto com maior probabilidade de ocorrência, situado sobre o domínio de falha, e a origem do sistema de coordenadas, a determinação do valor de β recai sobre um problema de otimização. Nesse trabalho, conforme exposto no Capítulo 1, o método Monte Carlo será empregado a fim de avaliar o comportamento das estruturas de pontes de encontros integrais, de forma que utilizar-se-á o método de integração total. Assim, o índice de confiabilidade pode ser encontrado conforme figura 42.

Figura 42 – Representação geométrica do índice de confiabilidade calculado a partir da técnica de integração total.



Fonte: O autor, 2017

A escolha do índice de confiabilidade deve ser feita baseada na vida útil da estrutura, nas consequências que a uma possível falha poderá acarretar e nos custos extras que medidas de segurança acarretarão. Na Tabela 8 (EN 1990:2002), observa-se valores de β sugeridos para uma vida útil de 50 anos em função das consequências e dos custos das medidas de segurança.

Tabela 8 – Valores sugeridos para índice de confiabilidade, β, para um uma vida útil de 50 anos.

Custos relativo à medidas de segurança	**Consequências de uma falha**			
	Pequeno	**Leve**	**Moderado**	**Alto**
Alto	0	1,5	2,3	3,1
Moderado	1,3	2,3	3,1	3,8
Baixo	2,3	3,1	3,8	4,3

Fonte: FIB, 2010

O índice de confiabilidade, pode, igualmente, ser definido a partir do tipo do estado limite o qual foi ultrapassado, sempre tendo como referência determinado período, conforme exposto na Tabela 9.

Tabela 9 – Valores sugeridos para índice de confiabilidade, β, em função do estado limite.

Estado Limite	Consequências de uma falha	Tempo de referência
Serviço		
Reversível	0,0	Vida útil
Irreversível	1,5	50 anos
Irreversível	3,0	1 ano
Ultimo		
Baixa consequência	3,1	50 anos
	4,1	1 ano
Média consequência	3,8	50 anos
	4,7	1 ano
Alta consequência	4,3	50 anos
	5,1	1 ano

Fonte: FIB, 2010

Ressalta-se que os valores acima expostos são válidos para estruturas dúcteis ou sistemas estruturais com algum grau de redundância hiperestática, ou seja, deve ser assegurado que a ruptura, caso venha a ocorrer, tenha um comportamento dúctil. Sistemas estruturais caracterizados por rupturas frágeis devem ser dimensionados para índices de confiabilidade maiores que os aqui recomendados.

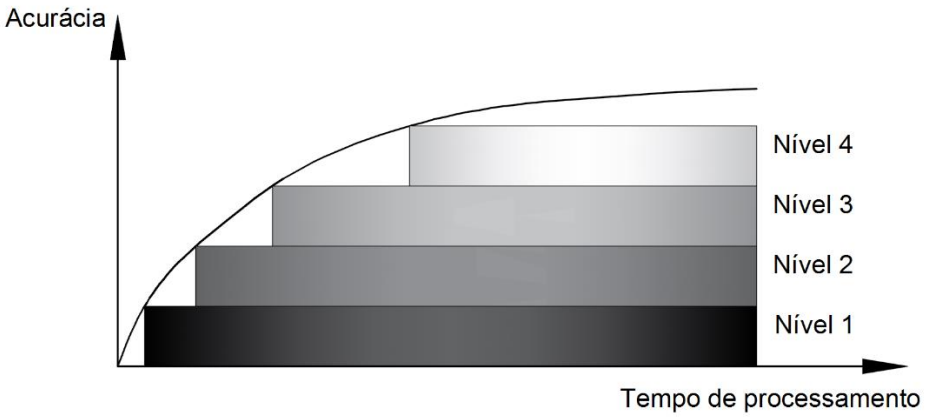
3.4 NÍVEIS DE APROXIMAÇÃO

Os modelos matemáticos, empregados na análise de estruturas, por serem uma aproximação da realidade, possuem intrinsicamente determinado grau de incerteza, de forma que o valor previsto na modelagem dificilmente será igual ao valor medido, caso seja possível realizar tal medição. Contudo, o nível de precisão dos modelos pode ser progressivamente refinado através de uma melhora na estimativa dos parâmetros físicos dos materiais ou da utilização de métodos numéricos mais eficazes (FIB-a, 2010). Esse raciocínio nos leva ao conceito de Nível de Aproximação, ou *LoA*, sigla em inglês para *Level-of-Approximation*.

Para os primeiros níveis de aproximação, modelos simplificados, que demandam pouco tempo de processamento e conduzem a resultados seguros são empregados. Modelos com nível de aproximação I são largamente utilizados em estudos preliminares ou no dimensionamento de elementos estruturais à determinado esforço que não esteja governando o modo de falha do elemento estrutural.

A partir do instante em que a complexidade da estrutura, ou as etapas de projeto avançam, hipóteses de cálculo mais precisas são necessárias. Sendo assim, o modelo é gradualmente refinado, elevando o nível de precisão dos resultados. Porém, o custo computacional também aumenta, além maiores informações referentes às propriedades físicas dos materiais serem necessárias. Esse conceito está ilustrado na figura 43.

Figura 43 – Níveis de aproximação, LoA.



Fonte: O autor, 2017

A escolha do nível de aproximação a ser empregado depende do contexto da análise e da potencial redução de custos acarretada pela utilização de um modelo mais preciso. Não se justifica, por exemplo uma análise que irá requerer bastante tempo e de elevado custo computacional ser empregada para elaboração de um estudo preliminar, onde os dados disponíveis para alimentar o modelo, são via de regra, pouco precisos.

O primeiro nível de precisão demanda pouco tempo de processamento e, geralmente, é empregado para estudos preliminares de empreendimentos. Via de regra, para elaboração do projeto executivo de estrutura, análises nível 2 e 3 serão requeridas. Esse tipo de análise, apesar de empregar modelos numéricos mais elaborados, ainda possuem um custo computacional acessível, ou seja, pouco tempo de processamento e

ferramentas computacionais de baixo custo. Os resultados por elas fornecidos são suficientes para o dimensionamento das estruturas com adequado nível de confiabilidade.

O emprego de níveis de aproximação mais elevados demanda análises com maior tempo de processamento, necessitam de maiores informações referentes aos parâmetros físicos dos materiais e só devem ser empregadas em casos bastante específicos ou com o dimensionamento de estruturas de grande complexidade, que pode acarretar uma razoável economia de recursos, ou na avaliação de estruturas em estado crítico, cuja ruína trará grandes prejuízos às partes beneficiadas.

O conceito de *LoA*, pode também ser empregado quando se pretende fazer a verificação da segurança de estruturas. O cálculo da probabilidade de falha pode ser refinado a partir do momento em que se dispõe de maior conhecimento referente às incertezas envolvidas no processo e quando se utiliza modelos estatísticos mais eficazes. Assim, pode-se classificar igualmente as análises estocásticas em 4 níveis de aproximação, a depender das estatísticas disponíveis para proceder a análise, descritos nas seções subsequentes. O nível 0, por se tratar de uma análise determinística não é considerado como um nível de aproximação.

3.4.1 Nível 0 – Métodos determinísticos

As variáveis de projeto não são tratadas como variáveis aleatórias, ou seja, trata-se de uma análise puramente determinística. A verificação da segurança é feita a partir da utilização de um coeficiente cujo valor é obtido sem que se leve em consideração a variabilidade das ações e/ou das propriedades físicas dos materiais.

O método das tensões admissíveis para o dimensionamento dos elementos estruturais é um exemplo clássico da utilização do nível 0 de aproximação. Considerando que o desempenho seja avaliado para o estado limite último, as tensões que solicitam o elemento estrutural, σ_{sol}, devem se manter abaixo de um valor limite, denominado tensão admissível, σ_{adm}, determinada pela razão entre a resistência do material e um coeficiente de segurança, *FS*, definido como sendo a razão entre a resistência e a solicitação no elemento estrutural, que deve ser maior que a unidade.

$$F_S = \frac{R}{S} > 1 \qquad \text{Eq. 3.46}$$

Alternativamente pode ser empregada uma outra variável, chamada margem de segurança, definida pela Equação 3.15, obtida a partir da subtração de *S* de ambos os termos da Equação 3.14.

$$M = R - S > 0 \qquad \text{Eq. 3.47}$$

A margem de segurança pode, também, ser escrita em termos do fator de segurança, basta substituir o valor de R, obtido a partir da Equação 3.14 na Equação 3.15, obtendo assim a Equação 3.16.

$$M = (F_S - 1) \cdot S > 0 \qquad \text{Eq. 3.48}$$

A utilização dos métodos nível 0 estão caindo em desuso em detrimento dos métodos de verificação ditos semi-probabilísticos, ou métodos nível 1.

3.4.2 Nível 1 – Métodos semi-probabilísticos

Os métodos de verificação da segurança de estruturas semi-probabilísticos consistem em aplicar coeficientes parciais de segurança às propriedades mecânicas dos materiais bem como às ações que incidem sobre a estrutura, ambas tomadas com seus valores característicos. Assim, pode-se escrever de forma simbólica que a tensão solicitante em determinado elemento estrutural deve ser inferior à tensão resistente.:

$$\sigma(f_g \cdot G + f_q \cdot Q) < \frac{\sigma_R}{f_m} \qquad \text{Eq. 3.49}$$

Em que f_g e f_q são os fatores de segurança parciais de majoração das cargas aplicado ao carregamento permanente e variável, respectivamente, f_m é o fator de segurança parcial de minoração da resistência, $\sigma(f_gG+f_qQ)$ são as tensões solicitantes, função do carregamento e σ_R a tensão resistente, função das propriedades mecânicas do material.

Considerando que a solicitação, *S*, e a resistência, *R*, de determinado elemento estrutural sejam funções de variáveis aleatórias (vide item 2.5 desse capitulo) cujas funções de distribuição de probabilidade são dadas pelas curvas, f_S e f_R, respectivamente, ficam definidos os seguintes parâmetros:

- μ_R – resistência média do elemento estrutural;
- σ_R – desvio padrão da resistência;
- v_R – coeficiente de variação da resistência;

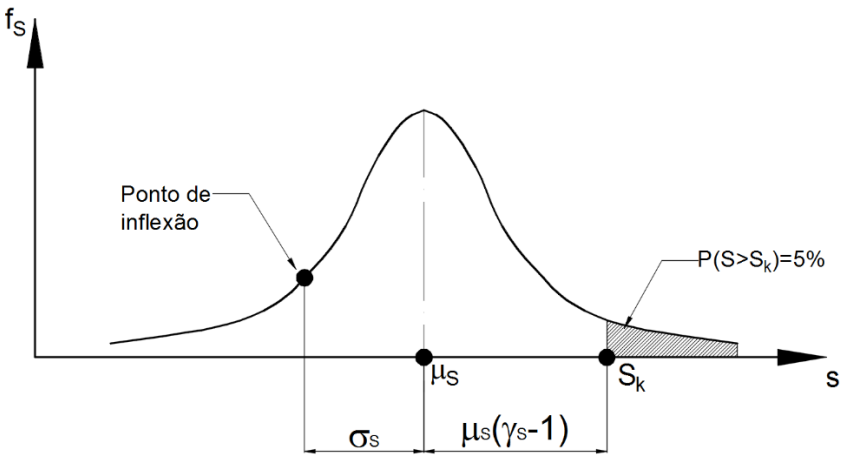
- μ_S – solicitação média no elemento estrutural;
- σ_R – desvio padrão da solicitação;
- v_R – coeficiente de variação da solicitação;

Sendo assim, o coeficiente de segurança pode ser escrito em termos do valor médio da resistência e solicitação do elemento estrutural, conforme Equação 3.50.

$$F_S = \frac{\mu_R}{\mu_S} > 1 \qquad \text{Eq. 3.50}$$

Definindo a solicitação característica, S_k, como sendo aquela cuja probabilidade de ter seu valor excedido seja igual 5%, conforme ilustrado na figura 44.

Figura 44 – Função distribuição de probabilidade da solicitação atuante em um elemento estrutural.



Fonte: O autor, 2017

Dessa forma, pode-se escrever o valor de S_k conforme Equação 3.50, onde α_s é o valor obtido pela padronização da variável aleatória *S*, que para atender a condição descrita na Equação 3.49, vale *1,645*. Sendo ainda o coeficiente de variação o quociente entre o desvio padrão e o valor médio, pode-se escrever a expressão de S_k em termos de v_s conforme Equação 3.51.

$$S_k = \mu_S + \alpha_S \cdot \sigma_S \qquad \text{Eq. 3.51}$$

$$S_k = \mu_S \cdot (1 + \alpha_S \cdot v_S) \qquad \text{Eq. 3.52}$$

Definindo o fator parcial de segurança γ_S, como sendo a razão entre S_k e μ_S, conforme mostrado na equação subsequente,

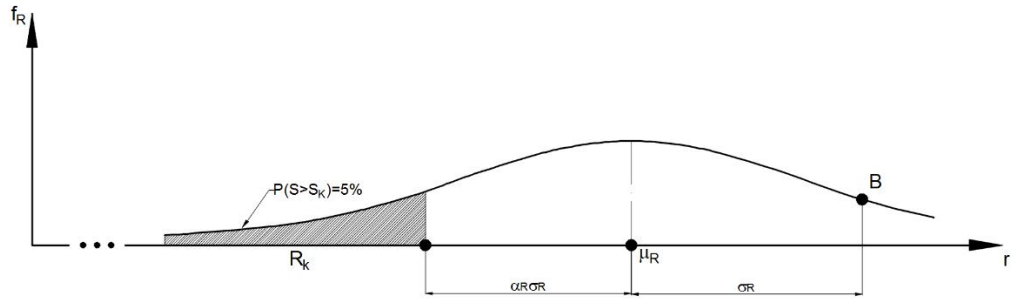
$$\gamma_S = \frac{S_k}{\mu_S} = (1 + \alpha_S \cdot v_S) \qquad \text{Eq. 3.53}$$

tem-se que a distância entre os pontos S_k e μ_S, no gráfico da figura 44 vale:

$$S_k - \mu_S = \mu_S \cdot (\gamma_S - 1) \qquad \text{Eq. 3.54}$$

De forma análoga, pode-se definir a resistência característica de um elemento estrutural, R_k, como sendo aquela cuja probabilidade de se encontrar um valor inferior a ela seja igual 5%, conforme ilustrado na Figura 45.

Figura 45 – Função distribuição de probabilidade da resistência de um elemento estrutural.



Fonte: O autor, 2017

O valor de R_k pode ser escrito conforme equações 3.53 e 3.54.

$$R_k = \mu_R + \alpha_R \cdot \sigma_R \qquad \text{Eq. 3.55}$$

$$R_k = \mu_R \cdot (1 + \alpha_R \cdot v_R) \qquad \text{Eq. 3.56}$$

Definindo ainda o valor do coeficiente de segurança parcial γ_R como sendo a razão entre o valor médio da resistência do elemento estrutural e a resistência característica, tem-se:

$$\gamma_R = \frac{\mu_R}{R_k} = \frac{1}{(1 + \alpha_R \cdot v_R)} \qquad \text{Eq. 3.57}$$

A distância entre os pontos R_k e μ_R, pode ser calculada a partir da Equação 3.58.

$$\mu_R - R_k = \mu_R \cdot (1 - 1/\gamma_R) \qquad \text{Eq. 3.58}$$

O dimensionamento estrutural deve ser feito considerando valores nominais de cálculo, também denominados valores de projeto, tanto para a solicitação quanto para a resistência do elemento estrutural. Assim, a solicitação de projeto, S_d, deve ser menor ou igual à resistência de projeto, R_d, do elemento estrutural.

$$S_d \leq R_d \qquad \text{Eq. 3.59}$$

O valor da solicitação de projeto é obtido a partir da majoração do valor da solicitação característica, conforme mostrado na Equação 3.60, onde o valor γ_f é definido em norma.

$$S_d = \gamma_f \cdot S_k \qquad \text{Eq. 3.60}$$

Substituindo o valor de S_k, dado pelas equações 3.51, 3.52 e 3.54, pode-se escrever o valor de S_d conforme Equação 3.61, tem-se:

$$S_d = \mu_S \cdot \gamma_S \cdot \gamma_f \qquad \text{Eq. 3.61}$$

Analogamente, utiliza-se o valor da resistência de projeto, R_d, obtido a partir da minoração do valor da resistência característica do elemento estrutural, conforme exposto na Equação 3.61. O valor de γ_m, a exemplo do coeficiente de majoração, também é definido em norma.

$$R_d = \frac{R_k}{\gamma_m} \qquad \text{Eq. 3.62}$$

Considerando as equações 3.54, 3.55 e 3.56, o valor de R_d pode ser escrito conforme equação a seguir:

$$R_d = \frac{\mu_R}{\gamma_m \cdot \gamma_R} \qquad \text{Eq. 3.63}$$

Reescrevendo as equações 3.55 e 3.56, de forma a explicitar os valores de μ_S e μ_R, e substituindo-os na Equação 3.48, chega-se a Equação 3.64.

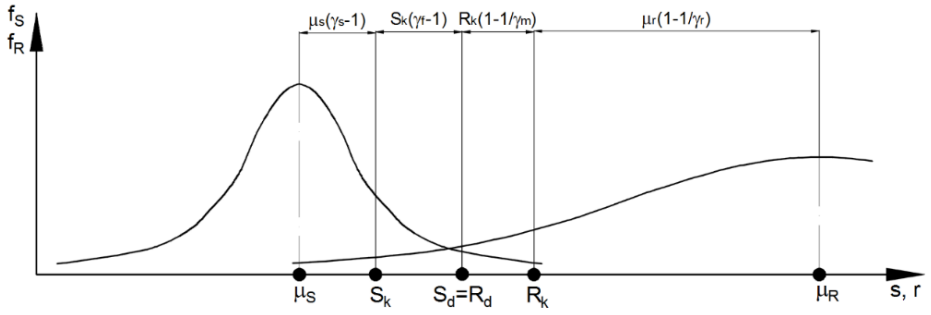
$$F_S = \frac{R_d}{S_d} \cdot \gamma_S \cdot \gamma_R \cdot \gamma_f \cdot \gamma_m \qquad \text{Eq. 3.64}$$

Uma vez que em uma situação limite, a desigualdade expressa na equação 3.59 possa ser escrita como uma igualdade, a Equação 3.64 pode ser reescrita sob a forma:

$$F_S = \gamma_S \cdot \gamma_R \cdot \gamma_f \cdot \gamma_m > 1 \qquad \text{Eq. 3.65}$$

Assim, percebe-se que o produto entre os diversos coeficientes parciais de segurança deva ser maior que a unidade. Com o intuído de ilustrar a conclusão aqui tirada, pode-se sobrepor as diferentes curvas de distribuição, mostradas nas figuras 44 e 45, resultando na figura 46. Destaca-se sobre o gráfico o significado de cada coeficiente de segurança.

Figura 46 – Funções distribuição de probabilidade da resistência e da solicitação para um mesmo elemento estrutural.



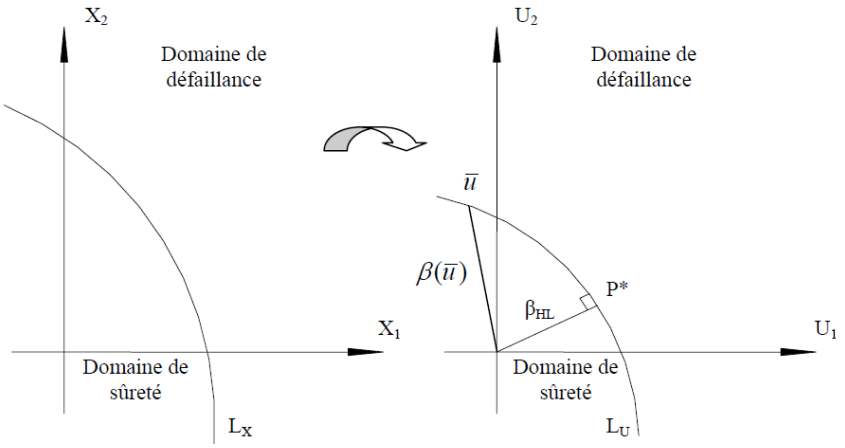
Fonte: O autor, 2017

3.4.3 Nível 2

Os modelos nível 2, utilizam o índice de confiabilidade para medir o grau de segurança das estruturas. Na prática, as normas de dimensionamento utilizam o índice de confiabilidade de Hasofer-Lind, β_{HL}, como estimador da confiabilidade das estruturas, apesar de existirem outras formulações propostas.

O índice de confiabilidade de Hasofer-Lind é definido em um espaço onde as variáveis aleatórias possuem distribuição normal padrão e são independentes entre si. Dessa forma, dado um vetor de variáveis aleatórias *X*, primeiramente deve-se utilizar uma transformação probabilística a fim de definir o vetor U de variáveis aleatórias padrão. Sendo L_U a fronteira do estado limite, no espaço padronizado, pode-se definir o valor de β_{HL}, como sendo a menor distância entre o centro da distribuição a um ponto da superfície L_U, chamado ponto de concepção.

Figura 47 – Representação geométrica do índice de confiabilidade.



Fonte: NGUYEN, 2007

3.4.4 Nível 3

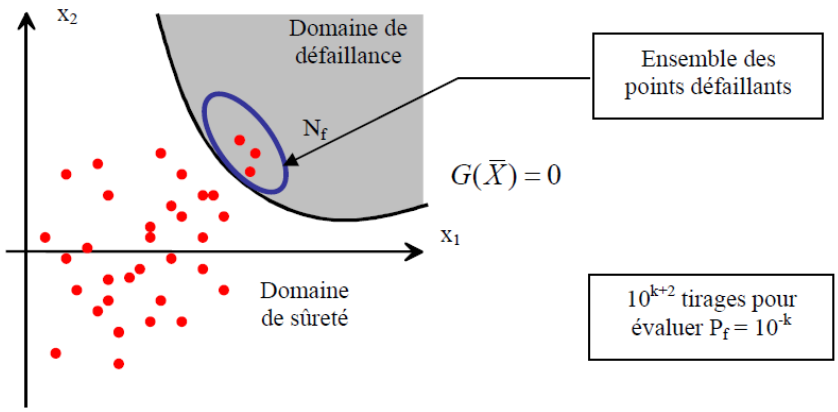
Os métodos de aproximação nível 3 procuram efetuar o cálculo direto da probabilidade de falha através de uma amostragem pseudoaleatória das variáveis de projeto. A técnica mais empregada é o método Monte Carlo que consiste em realizar um grande número de amostras onde cada variável de projeto irá assumir um valor específico definido a partir da sua lei de distribuição. Para cada amostragem é calculada a função estado limite e verificado se a estrutura se encontra no domínio de segurança ou de falha.

Sendo N_f a quantidade de vezes na qual a foi verificado a falha da estrutura e N_{MC} a quantidade de amostragens realizadas, pode-se escrever a probabilidade de falha a partir da Equação 3.66.

$$P_f = \frac{N_f}{N_{MC}} \qquad \text{Eq. 3.66}$$

Graficamente tem-se:

Figura 48 – Representação geométrica do cálculo da probabilidade de falha através do Método Monte Carlo.



Fonte: NGUYEN, 2007

3.4.5 Nível 4

Até o momento, a resposta fornecida pelos modelos probabilísticos estavam compreendiam aspectos referentes à segurança da estrutura. Os modelos nível 4 procuram avaliar a probabilidade de falha do projeto como um todo, conforme descrito no item 1 desse capítulo. Dessa forma, faz necessário acoplar à análise aspectos econômicos e princípios da teoria da decisão, a fim de fornecer aos beneficiários de determinado empreendimento uma resposta no que diz respeito a viabilidade econômica do mesmo.

3.5 RISCOS

A partir dos conceitos expostos até o momento, pode-se dizer que as incertezas existem sempre que houver a possibilidade de que determinado fenômeno ocorra de forma diferente daquela prevista nos modelos matemáticos (BETTER et al, 2008). Isso se deve ao fato de que na maioria das vezes as variáveis de projeto não são conhecidas com seus valores exatos além dos modelos matemáticos, por mais preciso que sejam, não representam fielmente a realidade.

Dito isso, pode-se interpretar o risco como sendo a probabilidade de ocorrência de um evento que traga uma consequência negativa a determinado grupo de pessoas. Assim, sempre que existirem incertezas nas variáveis de projeto, inevitavelmente haverá risco ao projeto de engenharia. Considerando que a são raras as situações onde as incertezas não estejam presentes, as obras de engenharia devem sempre ser projetada visando reduzir os riscos a um nível aceitável. Nesse contexto é que foi difundido o conceito

de avaliação e gerenciamento de risco. Trata-se de uma ferramenta cujo objetivo é identificar, selecionar e implementar medidas que devem ser aplicadas visando minimizar as consequências de um evento excepcional. Essa ferramenta deve fornecer aos tomadores de decisões informações necessárias para que eles possam alocar determinado recurso com menor risco possível visando sempre o bem comum.

Nesse contexto, os tomadores de decisões podem ter caráter público, sendo o próprio poder público representado por seus funcionários, ou possuir caráter privado, representado, por exemplo pela direção de uma determinada empresa. Quando se diz que os recursos a serem alocados devem visar o bem comum, deve-se pensar nas pessoas que serão beneficiadas por um determinado investimento. Nesse caso pode ser uma parcela da sociedade beneficiada por determinada obra de melhoria na infraestrutura local ou pelos acionistas de uma empresa que terão seus dividendos aumentados devido ao investimento em uma nova unidade fabril. No primeiro caso têm-se claramente um exemplo onde o tomador de decisão é o poder público enquanto que no segundo uma entidade privada.

Uma vez que a avaliação e gerenciamento do risco é uma ferramenta empregada em diferentes áreas, metodologias bastante específicas foram propostas dificultando a comparação e a integração entre elas (JCSS, 2000-*Risk assessement*). O JCSS (2000) propõe que o risco associado a um determinado evento, R_E, seja quantificado pelo produto entre a probabilidade de ocorrência do evento, p_E, e as consequências associadas a esse evento, c_E. Ocasionalmente, as consequências podem ser interpretadas em termos de perdas financeiras, essa interpretação tem a vantagem de quantificar o risco a partir de uma unidade de medida universal, podendo ser empregado em diferentes áreas.

$$R_E = p_E \cdot c_E \qquad \text{Eq. 3.67}$$

Sabe-se ainda que a probabilidade de ocorrência de um determinado evento, p_E, está associada a um intervalo de tempo, t, de forma que o risco, R_E, associado a esse mesmo evento também esteja atrelado ao intervalo especificado. Qualquer que seja esse intervalo, pode-se calcular o risco associado a uma certa quantidade de repetições desse intervalo, $n(t)$. Nesse caso a Equação 3.67 pode ser reescrita conforme Equação 3.68.

$$R(T) = \sum_{i=0}^{\infty} P(n(T) = i) \cdot c \cdot i \qquad \text{Eq. 3.68}$$

onde *P(n(t)=i)* é a probabilidade de ocorrência de *i* eventos considerando o intervalo de tempo *t*, no intervalo de tempo *n(t)* e *c* as consequências associadas a ocorrência de um único evento.

Uma vez que as incertezas, inevitavelmente, estarão presentes em qualquer tomada de decisão, o objetivo da avaliação e gerenciamento de risco é reduzir o risco a níveis aceitáveis. O termo "níveis aceitáveis" depende da situação e do retorno esperado por assumir um risco maior em determinado projeto. A título de exemplificação, considere a construção de uma ponte através de uma concessão, onde determinada empresa irá construir a ponte e deter os direitos de exploração por determinado período de tempo cobrando pedágio dos usuários da estrutura. Visando reduzir o risco do empreendimento, o concessionário pode optar por construir a ponte considerando uma cota de máxima enchente maior que aquela já registrada. Obviamente essa decisão irá onerar o custo da obra, mas, por outro lado, reduzirá o risco da por uma enchente do rio nunca antes registrada. Considerando a Equação 3.67, o risco pode ser calculado considerando a probabilidade de ocorrer uma enchente cujo nível do rio atinja a superestrutura da ponte multiplicado pelo custo das consequências que esse evento trará aos proprietários da ponte. As consequências podem ser, além do custo da estrutura e da redução das receitas, uma vez que o pedágio deixará de ser cobrado, indenizações aos comerciantes locais, indenizações a alguma eventual vítima da ruína da estrutura, dentre outras mais.

Por outro lado, aumentar demasiadamente a cota da ponte a fim de reduzir ao máximo a probabilidade da enchente do rio atingir a superestrutura pode vir a inviabilizar o empreendimento. Dessa forma, o proprietário pode optar por assumir um nível maior de risco em contrapartida reduzir o custo de implantação da estrutura, gerando maiores lucros, desde que um evento excepcional não venha a ocorrer. Os tomadores de decisão, nesse caso os investidores, devem encontrar um ponto de equilíbrio onde a estrutura seja construída com um determinado nível de segurança sem que venha a prejudicar os investimentos feitos. Trata-se, pois, de um problema de otimização sob incertezas, onde pretende-se maximizar o retorno financeiro sem que a segurança da

estrutura venha a ser comprometida, tendo em vista que as variáveis de projeto possuem caráter estocástico.

Dada as incertezas das variáveis de projeto, as técnicas convencionais de otimização são pouco eficazes devendo recorrer a técnicas de otimização estocástica, que serão abordadas na seção seguinte.

3.6 OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA

Conforme exposto na sessão anterior, o tomador de decisão tem por objetivo alocar os recursos de forma mais eficiente, reduzindo o risco e aumentando o retorno de determinado empreendimento. Dessa forma, a avaliação e gerenciamento do risco recai sobre um problema de otimização onde os valores das variáveis de projeto, a priori, não são conhecidos com exatidão, podendo eles variar dentre de um determinado intervalo, de tamanho variável, a depender da natureza da variável (BETTER *et al* 2008).

A formulação matemática para um problema de otimização consiste em minimizar o valor da função objetivo, $L(\theta)$, sujeita a uma série de restrições, a partir do ajuste do valor das variáveis de projeto contidas em um vetor, θ de dimensão igual a p. A cada iteração do algoritmo de otimização os valores contidos em θ são ajustados de forma a proporcionar uma redução no valor da função objetivo (SPALL, 1998). O problema pode ser sintetizado na seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\textit{Minimize} && L(\theta) \\ &\textit{Sujeita á:} && A \cdot \theta \leq b \\ & && g_1 \leq G(\theta) \leq g_2 \\ & && l \leq \theta \leq u \end{aligned}$$

A primeira desigualdade corresponde às restrições impostas às variáveis de projeto enquanto que a segunda diz respeito às restrições impostas às medidas da função objetivo. Por fim, a terceira desigualdade são às condições do contorno do problema de otimização.

A maioria dos algoritmos de otimização foram desenvolvidos baseados no princípio de que a função objetivo é perfeitamente conhecida possibilitando assim a determinação

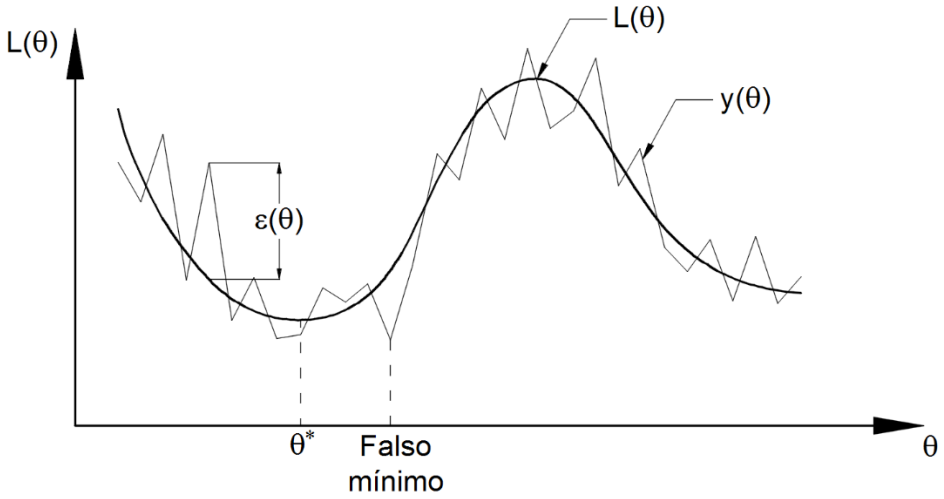
da direção de busca (gradiente da função objetivo) em cada iteração do algoritmo (SPALL, 2012). Sabe-se que na prática isso não ocorre, muitas vezes a função objetivo não é conhecida podendo inclusive suas medidas estarem sujeitas a ruídos, ocasionados pelas incertezas inerentes às variáveis de projeto e aos modelos matemáticos. Nesse contexto, os algoritmos de otimização estocástica, passaram a ocupar, cada vez mais, uma posição de maior relevância.

Considere que $L(\theta)$ seja uma função, a princípio, diferenciável e θ seja o vetor das variáveis de projeto e está contido no domínio Θ. O problema consiste em encontrar os valores de θ^*, que minimizem $L(\theta)$, chamada *função objetivo*. Sabendo que a função objetivo está sujeito a ruídos, pode-se definir a $y(\theta)$ como sendo o valor da função objetivo acrescido do ruído $\varepsilon(\theta)$. Ressalta-se que a parcela $\varepsilon(\theta)$ possui um caráter estocástico, conferido a $y(\theta)$ valores distintos caso a função objetivo seja avaliada diversas vezes em um mesmo ponto. A figura 49 ilustra de forma bastante precisa o significado de cada um dos termos da Equação 3.69.

$$y(\theta) \equiv L(\theta) + \varepsilon(\theta) \qquad \text{Eq. 3.69}$$

Quando se trata de otimização estocástica, o valor de $L(\theta)$ pode ser interpretado como sendo o valor médio de $y(\theta)$ obtido a partir de várias realizações de Monte Carlo. Uma única realização de Monte Carlo impede que a função objetivo seja corretamente avaliada, haja vista que tal medida estaria acrescida do valor do ruído, cuja amplitude não poderia ser medida. Além do mais, a parcela referente ao ruído poderia indicar um falso mínimo, conforme pode ser observado na Figura 3.13.

Figura 49 – Função objetivo, *L(θ)*, e função objetivo com ruído, *y(θ)*.



Fonte: O autor, 2017

A direção de busca, nesses casos é determinada de maneira estocástica através de aproximações do gradiente da função objetivo. O gradiente aproximado é obtido a partir de medições da função e a convergência desses algoritmos é similar à convergência dos algoritmos que se baseiam na determinação do gradiente exato. A principal vantagem desses algoritmos é que eles requerem apenas avaliações da função objetivo, não necessitando de um conhecimento aprofundado do comportamento da função. (MONRO *apud* SPALL, 1998). Nesse trabalho, optou-se pela utilização do *SPSA*, sigla em inglês para *Simultaneous Pertubation Stochastic Algorithm*, proposto por SPALL (1998) cuja formulação será discutida na seção seguinte.

3.6.1 Algoritmo Estocástico de Perturbação Simultânea, SPSA

O *SPSA* é um algoritmo iterativo, onde a partir de uma estimativa inicial das variáveis a serem otimizadas, inicia uma busca recursiva conforme descrito na Equação 3.70, onde $g_k(\theta_k)$ é a estimativa do gradiente da função objetivo e a_k um número positivo.

$$\theta_{k+1} = \theta_k - a_k \cdot g_k(\theta_k) \qquad \text{Eq. 3.70}$$

O gradiente é estimado a partir da avaliação da função objetivo nos pontos $y(\theta_k \pm c_k \cdot \Delta_k)$, onde o produto $c_k \cdot \Delta_k$ é a perturbação que deverá ser dada ao vetor θ_k. A variável c_k é um número positivo e Δ_k é um vetor p-dimensional. O cálculo dessas duas variáveis será descrito em detalhes adiante. A principal característica do *SPSA* é que perturbação é dada de forma simultânea em todas as p componentes do vetor θ_k, isso é uma vantagem em relação a outros algoritmos estocásticos haja vista que acarreta uma

redução no número de realizações (SPALL, 1998). A implementação do algoritmo é relativamente simples e pode ser resumida em seis etapas, descritas a seguir:

- *Etapa 1: Inicialização e escolha dos coeficientes da sequência de ganho*

A sequência de ganho pode ser entendida como sendo o tamanho do passo que o algoritmo irá dar em cada iteração. A escolha dos coeficientes dessa sequência é de fundamental importância para a convergência do algoritmo. Os valores de a_k e c_k são dados pelas equações 3.71 e 3.72. Os parâmetros a, c, A, α e γ devem ser criteriosamente escolhidos e serão discutidos na seção seguinte.

$$a_k = \frac{a}{(A+k)^{\alpha}} \qquad \text{Eq. 3.71}$$

$$c_k = \frac{c}{k^{\gamma}} \qquad \text{Eq. 3.72}$$

- *Etapa 2: Geração do vetor de perturbação simultânea*

Conforme anteriormente exposto, o vetor de θ deverá sofrer duas perturbações, gerando os valores θ_k^+ e θ_k^-. A direção da perturbação é calculada de forma aleatória a partir do vetor Δ_k. Segundo SPALL (2008) cada uma das p componentes de Δ_k da devem ser geradas de forma independente a partir de uma distribuição de probabilidade com média igual a zero. Uma escolha simples e bastante eficaz é a utilização da distribuição de Bernoulli, com valores iguais a ±1 com probabilidade igual a 0,5 para cada um dos valores.

- *Etapa 3: Avaliação da função objetivo*

A função objetivo deverá ser avaliada nos pontos gerados a partir da perturbação do vetor θ_k: $y(\theta_k+c_k \cdot \Delta_k)$ e $y(\theta_k-c_k \cdot \Delta_k)$ onde c_k é obtido conforme Equação 3.72 e Δ_k é o vetor calculado na etapa anterior.

- *Etapa 4: Cálculo do gradiente aproximado*

O gradiente aproximado da função é calculado conforme Equação 3.73.

$$g_k = \frac{y\left(\theta_k{}^+ + c_k \cdot \Delta_k\right) - y\left(\theta_k{}^+ - c_k \cdot \Delta_k\right)}{2 \cdot c_k \cdot \Delta_k} \qquad \text{Eq. 3.73}$$

- *Etapa 5: Atualização dos valores de θ*

Utilizando a fórmula recursiva, expressa na Equação 3.70, o valor de θ_k é atualizado para θ_{k+1}. Nessa etapa, algumas modificações podem ser feitas para melhorar o

desempenho e/ou a convergência do algoritmo. Essas alterações podem impedir que θ_k seja atualizado venha a assumir valores indesejáveis. Tais modificações nas rotinas variam em função do problema de otimização e, nesse trabalho, serão abordadas no momento conveniente.

- *Etapa 6: Iteração e finalização do algoritmo*

Após a atualização dos valores de θ_k para θ_{k+1} a rotina deve voltar à etapa 2 ou ser finalizada, caso os critérios de parada sejam atendidos. Os critérios são particulares de cada problema e serão abordados posteriormente.

Na seção seguinte, um problema de pórtico plano será abordado com a finalidade de facilitar o entendimento do processo antes que o mesmo seja aplicado para o caso de uma ponte de encontro integral.

3.7 APLICAÇÃO DO SPSA A UM PÓRTICO PLANO

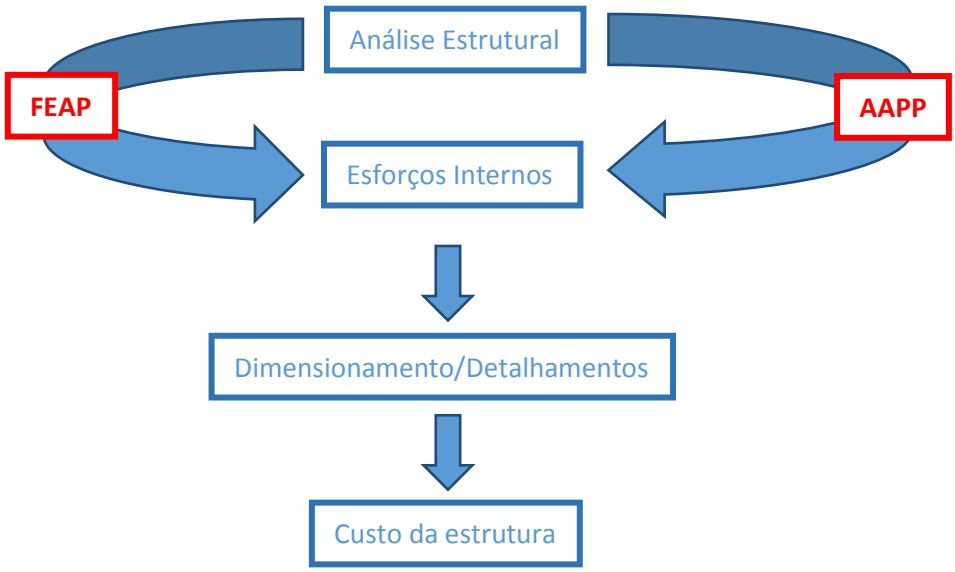
Conforme exposto no primeiro capítulo, esse trabalho faz parte de um projeto de pesquisa cujo objetivo é desenvolver uma ferramenta multifuncional de apoio a decisão, que leve em consideração o caráter estocástico das variáveis de projeto. Inicialmente, um pórtico plano será analisado com a finalidade de validar as rotinas desenvolvidas. Nos capítulos seguintes, uma ponte de encontros integrais será analisada de diferentes formas.

Considere que nesse exemplo deseja-se mitigar o risco financeiro de uma estrutura de concreto. Tomando a probabilidade de falha da estrutura como sendo constante, e considerando que as consequências da ruína da estrutura seja apenas o seu custo, pode-se, a partir da Equação 3.67, minimizar o risco do empreendimento a partir da minimização do seu custo. O custo será calculado considerando os valores unitários de cada um dos insumos empregados em sua construção: peso de aço, volume de concreto e área de forma.

Conforme anteriormente exposto, a otimização estocástica depende da avaliação de função objetivo, que terá como resultado um valor escalar, no caso em apreço trata-se do custo final da estrutura. O custo da estrutura é obtido a partir do dimensionamento e detalhamento dos elementos estruturais, que por sua vez é calculado considerando os esforços internos atuantes na estrutura. Diferente do que foi feito por ANDRADE (2013), onde os esforços internos na estrutura foram obtidos a partir de um simulador externo ao algoritmo de análise, nesse trabalho, visando melhorar o desempenho

computacional, optou-se por desenvolver um algoritmo de análise estrutural dentro das próprias rotinas do MATLAB, chamado *AAPP* (*Algoritmo de Análise de Pórtico Plano*). Na figura 50 tem-se um fluxograma esquemático para o cálculo do custo da estrutura, as duas caixas de texto marcadas em vermelho representam os simuladores utilizados para análise da estrutura.

Figura 50 – Fluxograma para determinação do custo da estrutura.

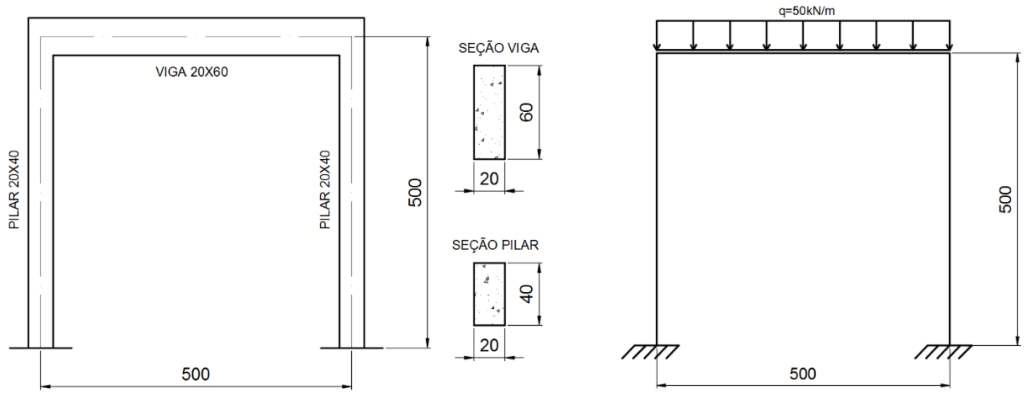


Fonte: O autor, 2017

3.7.1 Validação do código de análise – *AAPP*

Para fim de validação das rotinas de análise, dimensionamento e detalhamento da estrutura, foi tomado como exemplo um pórtico plano, constituído por três barras, em concreto armado, com viga de seção transversal de 20x60 e pilares de 20x40. À viga foi aplicada uma carga uniformemente distribuída igual 50 kN/m, conforme mostrado nas figuras abaixo. O peso próprio foi considerado a partir da geometria dos elementos estruturais e do peso específico do concreto armado, tomado como sendo igual a 25 kN/m^3. Uma vez que o objetivo final é proceder uma análise estocástica da estrutura, o dimensionamento estrutural será efetuado considerando os valores médios tanto das cargas atuantes quanto das propriedades físicas dos materiais. Dessa forma, o valor da resistência à compressão do concreto foi tomado como sendo igual a 38.000 kN/m^2. O módulo de elasticidade secante foi calculado a partir da formulação proposta pelo Model Code 2010 (FIB, 2010a) e vale $2{,}974 \cdot 10^7$ kN/m^2.

Figura 51 – Pórtico plano a ser analisado: (a) geometria dos elementos estruturais, (b) pórtico unifilar indicando o carregamento aplicado.

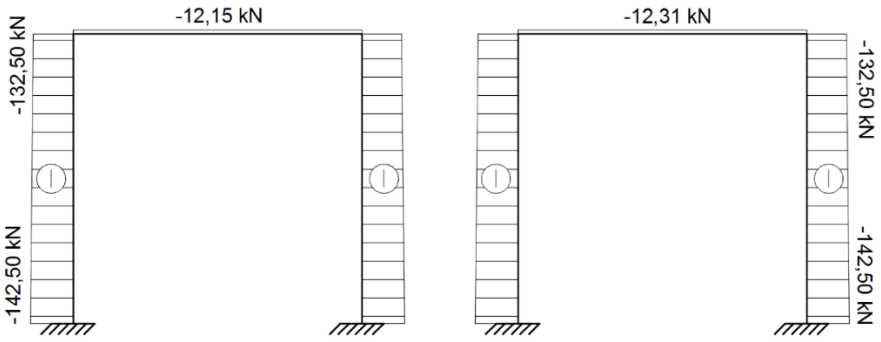


(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Para fins de validação, os resultados obtidos a partir da rotina AAPP, foram confrontados com os resultados obtidos utilizando o programa comercial *CSI BRIDGE Advanced*. Conforme pode ser observado nas figuras 52 a 54, a diferenças entre os valores obtidos não ultrapassa 2,0%.

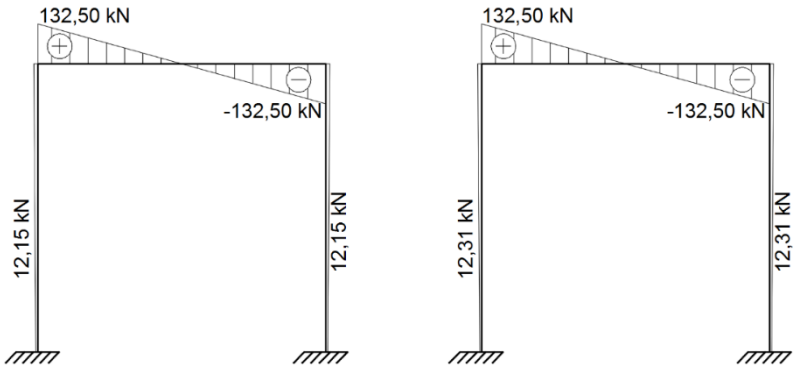
Figura 52 – Diagrama de esforços normais: (a) *CSI Bridge Advanced,* (b) *AAPP*



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

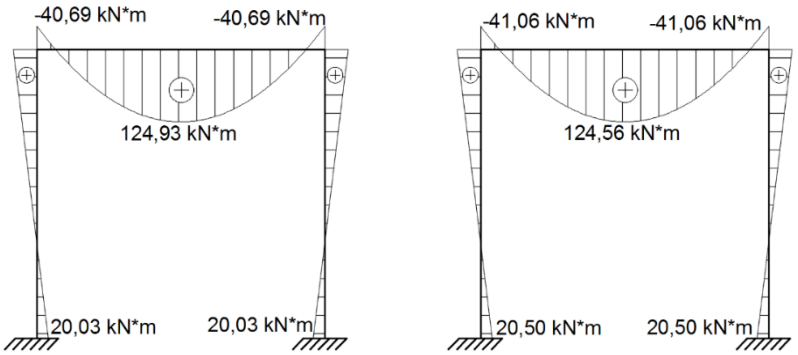
Figura 53 – Diagrama de esforços cortantes: (a) *CSI Bridge Advanced*, (b) *AAPP*



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Figura 54 – Diagrama de momentos fletores: (a) *CSI Bridge Advanced*, (b) *AAPP*



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

3.7.1.1 Dimensionamento e detalhamento da viga

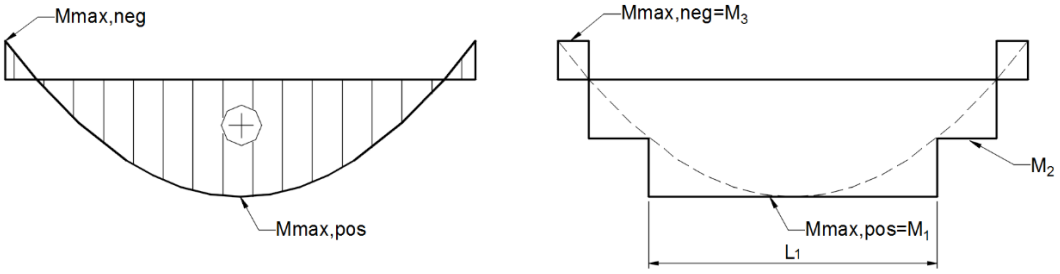
O dimensionamento da seção transversal consiste na determinação da área de aço longitudinal necessária para que ela não venha a ruir. A armadura longitudinal positiva será dimensionada para os momentos fletores positivos, M_1 e M_2 Enquanto que a armadura negativa será dimensionada considerando o máximo valor negativo do momento fletor, no caso M_3. Na figura 55 pode-se observar o diagrama de momentos fletores da viga convencional (a) e o escalonado (b). Os valores de M_1, M_2 e M_3 são apresentados na Tabela 10.

Tabela 10 – Valores momentos fletores.

Momento Fletor	Valor, kN*m
M_1, máximo valor positivo	124,56 kN·m
M_2	62,28 kN·m
M_3, máximo valor negativo	-41,06 kN·m

Fonte: O autor, 2017

Figura 55 – DMF da viga: (a) real; (b) estratificado.



Fonte: O autor, 2017

Adiante será exposto o procedimento para determinação da armadura longitudinal necessária para combater o momento fletor máximo positivo. Para os outros dois valores, M_2 e M_3, o procedimento é análogo. Os dados necessários ao dimensionamento estão apresentados na Tabela 11.

Tabela 11 – Valores necessários ao dimensionamento da armadura longitudinal.

Parâmetros	Valores
Resistência média à compressão do concreto, f_{cm}	38.000 kN/m^2
Coeficiente de segurança do concreto, γ_c	1,00
Resistência média à tração do aço, f_{yk}	5,246·10^5 kN/m^2
Coeficiente de segurança do aço, γ_s	1,00
Largura da seção transversal da viga, b_{vig}	20 cm
Altura da seção transversal da viga, h_{vig}	60 cm

Estimativa do diâmetro da armadura longitudinal, ϕ_{long}	10,0 mm
Estimativa do diâmetro da armadura transversal, ϕ_{trans}	5,0 mm
Cobrimento, cob	2,5 cm
Altura útil da seção, *d*	56,5 cm
Inclinação dos estribos, α	90º
Momento fletor máximo positivo	124,56 kN·m
Esforço cortante máximo	132,5 kN

Fonte: O autor, 2017

Uma vez que o objetivo é validar o modelo de dimensionamento e detalhamento, implementado na ferramenta computacional desenvolvida nesse trabalho, não serão considerados coeficientes de segurança majorando o valor das ações externas. O momento fletor adimensional é dado pela Equação 3.74 (ARAÚJO, 2014-a), onde M_d é o momento fletor de projeto, b_{vig} é a largura da seção transversal da viga, *d* é a altura útil da seção e σ_{cd} a resistência à compressão de projeto do concreto, tomada como sendo igual a $0{,}85 \cdot f_{cd}$. Sendo assim, o momento fletor adimensional, μ, vale 0,06.

$$\mu = \frac{M_d}{b_{vig} \cdot d^2 \sigma_{cd}} \qquad \text{Eq. 3.74}$$

Uma vez que o momento fletor adimensional é menor que o valor limite para o aço do tipo CA-50, μ_{lim}, que vale *0,295*, tem-se que a seção transversal será normalmente armada, sem a necessidade de utilizar armadura de compressão.

A área de aço a ser empregada, nesse caso, deve ser calculada a partir da Equação 3.75 (ARAÚJO, 2014-a) em que ξ é um adimensional que determina a altura da linha neutra, dado pela Equação 3.76.

$$A_s = 0{,}8 \cdot \xi \cdot b \cdot d \cdot \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \qquad \text{Eq. 3.75}$$

$$\xi = 1{,}25 \cdot \left(1 - \sqrt{1 - 2 \cdot \mu}\right) \therefore \xi = 0{,}078 \qquad \text{Eq. 3.76}$$

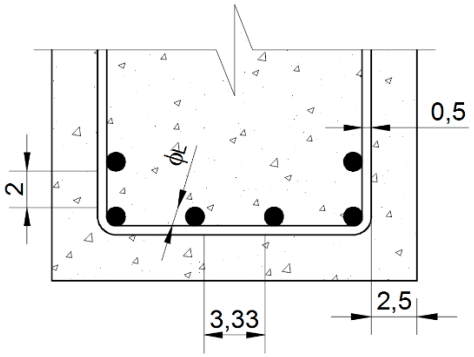
Assim, a área de aço necessária para combater o momento fletor de projeto é *4,338* cm^2. Conforme seção 17.3.5.2.1 da NBR 6118/2014, a armadura mínima de tração

pode ser considerada atendida se forem respeitadas as taxas mínimas de armadura apresentadas na Tabela 17.3 dessa mesma norma, função da resistência à compressão característica do concreto. Considerando o valor médio da resistência à compressão ao invés do valor característico, têm-se que a taxa mínima de armadura é igual a *0,173%*, o que fornece uma área de aço mínima, $A_{s,min}$, igual a *2,076* cm^2. Uma vez que A_s é maior que o $A_{s,min}$, deve-se adotar o valor calculado.

Mantendo a estimativa inicial do diâmetro da armadura longitudinal, verifica-se que serão necessárias 6 barras de aço com 10,0 mm de diâmetro. O alojamento das barras na seção transversal deve obedecer ao que recomenda a NBR 6118/2014 no item 18.3.2.2, onde especifica que o espaçamento mínimo entre faces das barras na direção horizontal, a_h, deve obedecer ao maior dos seguintes valores: 2,0 cm, diâmetro da barra ou 1,2 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo. Na direção vertical, o espaçamento a_v deve ser o maior dos seguintes valores: 2,0 cm, diâmetro da barra ou 0,5 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

Considerando a dimensão máxima do agregado graúdo igual a 2,5 cm, tem-se que o espaçamento horizontal deve ser igual ou superior a 3 cm enquanto que o espaçamento vertical igual ou superior a 2 cm. Seguindo as prescrições normativas, na figura 56 observa-se a distribuição da armadura longitudinal para uma seção no meio do vão.

Figura 56 – Distribuição das armaduras longitudinais para uma seção transversal no meio do vão da viga, dimensões em cm.



Fonte: O autor, 2017

Dimensionamento a seção para os momentos fletores M_2 e M_3, obtém-se, áreas de aço iguais a *2,13* cm^2 e 2,08 cm^2, respectivamente. A distribuição de armaduras para ambos os valores de A_s fornecem 3 barras de 10.0 mm de diâmetro. Assim, ter-se-ão 3

posições de armaduras longitudinais, duas positivas, N1 e N2 e uma posição negativa, N3. As três posições serão constituídas por 3 barras de 10,0mm.

Para que a viga seja devidamente detalhada é necessário, ainda, definir o comprimento de cada uma das posições. Ao comprimento, L_i, definido a partir do diagrama de momentos fletores estratificado e mostrado na figura 55 (b), deve-se acrescentar o comprimento de ancoragem necessário, $L_{b,nec}$, e a decalagem do diagrama de momentos fletores, a_l.

A decalagem do diagrama de momentos fletores é calculada conforme Equação 3.77, (CARVALHO, 2015) onde α o ângulo de inclinação da armadura transversal, V_{Sd} o valor do esforço cortante máximo atuante na viga e V_c a parcela do esforço cortante absorvida pelo concreto, dada pela Equação 3.78.

$$a_l = d \cdot \left[\frac{V_{Sd,max}}{2 \cdot (V_{Sd,max} - V_c)} \cdot (1 + cot\alpha) - cot\alpha \right] \geq 0{,}5 \cdot d \qquad \text{Eq. 3.77}$$

O valor de V_c é função da resistência à tração do concreto, f_{ctd}, calculado conforme Equação 3.78, e da geometria da seção transversal da viga. No caso em apreço, considerando γ_c igual a unidade e tomando o valor médio da resistência à compressão do concreto ao invés do valor característico, tem-se que , f_{ctd}, vale *2.374 kN/m²* e V_c é igual a *158,082 kN*.

$$V_c = 0{,}6 \cdot f_{ctd} \cdot b_{vig} \cdot d \qquad \text{Eq. 3.78}$$

$$f_{ctd} = \frac{0{,}21 \cdot f_{ck}{}^{2/3}}{\gamma_c}, com\ f_{ck}\ em\ MPa \qquad \text{Eq. 3.79}$$

Considerando o esforço cortante máximo, $V_{Sd,max}$, igual à *132,50 kN*, tem-se que o valor da decalagem do diagrama de momentos fletores vale *0,278 m*.

O comprimento de ancoragem necessário, por sua vez, é dado pela Equação 3.80, (CARVALHO, 2015), onde α é um parâmetro que depende do tipo de ancoragem, L_b é o comprimento básico de ancoragem, dado por 3.81, A_s é a área de aço calculada para a viga, A_{sef} é a área de aço efetiva e f_{bd} a tensão de aderência entre o aço e o concreto, dada pela Equação 3.82. Entende-se por área de aço efetiva como sendo a área de aço real, calculada a partir da quantidade e diâmetro das barras dispostas na viga.

$$L_{b,nec} = \alpha \cdot l_b \cdot \frac{A_s}{A_{s,ef}} \quad \text{Eq. 3.80}$$

$$L_b = \frac{\phi}{4} \cdot \frac{f_{yd}}{f_{bd}} \quad \text{Eq. 3.81}$$

$$f_{bd} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdot \left[\frac{0{,}21 \cdot {f_{ck}}^{2/3}}{\gamma_c}\right] \quad \text{Eq. 3.82}$$

Por efeito de praticidade, foi considerado que todas as barras de aço estão situadas em uma região de boa aderência de forma que os parâmetros η_1, η_2 *e* η_3, foram tomados iguais a *2,25*, *1* e *1*, respectivamente (NBR 6118, 2014). Resolvendo a Equação 3.82, tem-se que a tensão de aderência do concreto vale *5.34 kN/m²*. O comprimento básico de ancoragem, para barras de 10.0 mm, por sua vez, vale *0,246 m*. As barras da posição N1 e N3, por estarem ancoradas nos apoios podem ter ancoragem em gancho, assim, o parâmetro α, da Equação 4.17, vale 0,7 para essas duas situações. A posição N2 por sua vez possui ancoragem reta, onde o valor de α é tomado igual à unidade (NBR 6118, 2014). Na Tabela 12 têm-se os comprimentos iniciais, L_i, das barras obtidos a partir da decalagem do diagrama de momentos fletores, o comprimento devido a decalagem do diagrama de momentos fletores, a_l, e o comprimento de ancoragem para cada uma das posições da armadura longitudinal. Ressalta-se que possuindo a seção transversal altura igual a 60 cm, não há necessidade de ser utilizada armadura de pele, conforme recomendação contida no item 17.3.5.2.3.

Tabela 12 – Comprimento das barras da armadura longitudinal.

Posição	**Li (m)**	**a_l (m)**	**$L_{b,nec}$**
N1	3,07	0,278	0,226
N2	4,38	0,291	0,156
N3	0,33	0,291	0,151

Fonte: O autor, 2017

O dimensionamento da armadura transversal ao esforço cortante foi feito a partir do modelo de cálculo I da NBR 6118/2014, que admite uma inclinação 45º para as bielas de compressão do concreto. A ruptura da viga provocada pelo esforço cortante pode

ocorrer devido ao esmagamento da biela de compressão ou devido ao escoamento da armadura transversal.

A verificação do esmagamento da biela é feita comparando-se a tensão de cisalhamento atuante na seção, τ_{Sd}, com a tensão de cisalhamento resistente do concreto, τ_{Rd}, dadas pelas equações 3.83 e 3.84, respectivamente.

$$\tau_{Sd} = \frac{V_{Sdmax}}{b_w \cdot d} \qquad \text{Eq. 3.83}$$

$$\tau_{Rd} = 0{,}27 \cdot \alpha_v . f_{cd} \qquad \text{Eq. 3.84}$$

onde o valor de α_v é dado pela equação 3.85 e vale 0,88.

$$\alpha_{v.} = 1 - \frac{f_{ck}}{250}, com\ f_{ck}\ em\ MPa \qquad \text{Eq. 3.85}$$

Assim, τ_{Rd} vale $8{,}07 \cdot 10^3$ kN/m² e τ_{Sd} $1{,}23 \cdot 10^3$ kN/m². Uma vez que $\tau_{Rd} > \tau_{Sd}$, não há esmagamento da biela de compressão.

Diferentemente do que o ocorre no dimensionamento da armadura de flexão, onde a resistência à tração do concreto é desprezada, no dimensionamento da armadura transversal, leva-se em consideração que o concreto é responsável por absorver uma parcela do esforço solicitante, restando à armadura absorver a parte restante.

Sendo assim, considera-se que a resistência do concreto ao esforço cortante, τ_c, seja 60% de sua resistência à tração de projeto, f_{ctd}. A parcela da tensão de cisalhamento que será resistida pela armadura, τ_{sw}, é a diferença entre a tensão de cisalhamento solicitante e a tensão de cisalhamento resistente do concreto, conforme observa-se nas equações 3.86 e 3.87.

$$\tau_c = 0{,}6 \cdot f_{ctd} \qquad \text{Eq. 3.86}$$

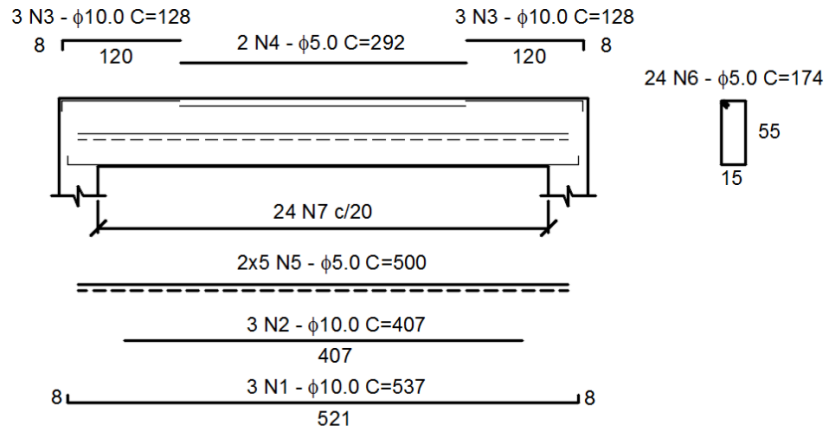
$$\tau_{sw} = \tau_{Sd} - \tau_c \qquad \text{Eq. 3.87}$$

Uma vez que τ_c vale 1.424 kN/m² e é maior que a tensão de cisalhamento solicitante, τ_{Sd}, que vale 1.227 kN/m² deve-se dispor uma armadura transversal mínima, cuja taxa de armadura, ρ_{min}, é dada pela Equação 3.88 e vale $9{,}05 \cdot 10^{-4}$.

$$\rho_{min} = 0{,}2 \cdot \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} \qquad \text{Eq. 3.88}$$

Assim, adotando barras de 5,0 mm de diâmetro e respeitando-se os requisitos de espaçamento mínimo prescritos pela NBR 6118:2014 (ABNT, 2014), tem-se que os estribos deverão estar espaçados a cada 20 cm. A partir do detalhamento mostrado na figura 57, têm-se que o peso total de aço da viga vale *35,57 kg*.

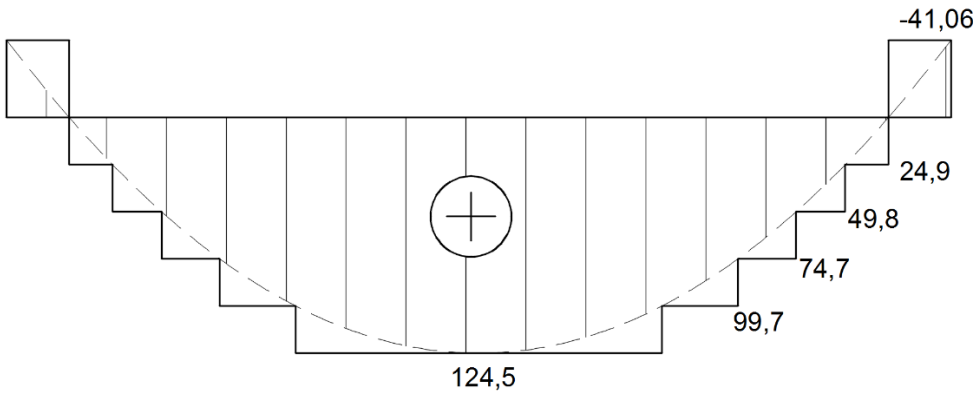
Figura 57 – Detalhamento da viga do pórtico.



Fonte: O autor, 2017

Toda a formulação acima exposta foi implementada em uma sub-rotina denominada *beam.m*. Diferentemente do que foi feito na seção anterior, o diagrama de momentos fletores foi configurado para ser escalonado em cinco partes, no caso do momento fletor positivo e em uma única parte para o caso do momento fletor negativo, conforme mostrado na figura 58. Além do mais, a rotina opta por utilizar a menor bitola de aço, desde que o arranjo de armaduras atenda às recomendações da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014).

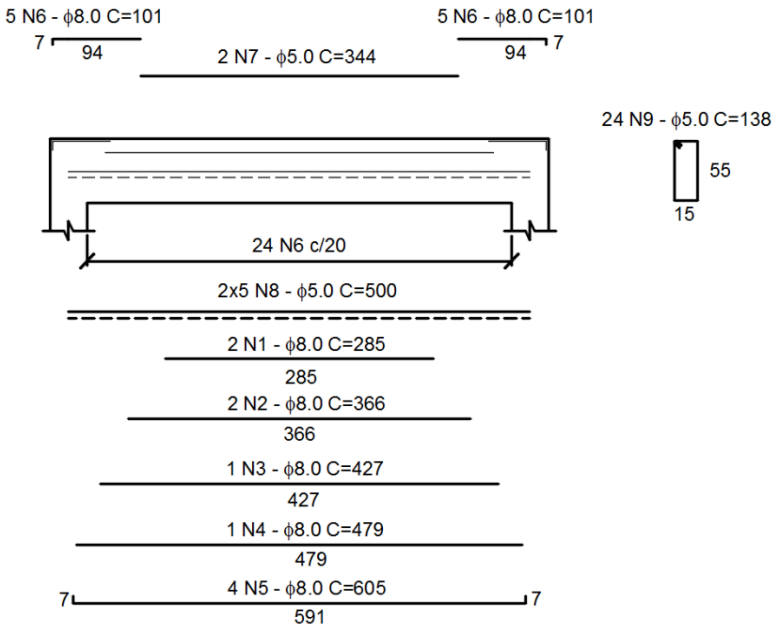
Figura 58 – Diagrama de Momento fletor escalonado conforme configuração da rotina *beam.m*.



Fonte: O autor, 2017

Dessa forma, o detalhamento automatizado, efetuado pela rotina *beam.m*, pode ser observado na figura 59. A partir do detalhamento tem-se que o peso total de aço vale 33,75 kg.

Figura 59 – Detalhamento da viga do pórtico realizado a partir da rotina *beam.m*



Fonte: O autor, 2017

Percebe-se que o peso final de aço calculados a partir das duas considerações pouco divergem, validando as rotinas de dimensionamento e detalhamento. O custo total da viga, calculado a partir dos valores e quantidades dos insumos listados na Tabela 13 é igual a *R$ 134,78*.

Tabela 13 – Quantidade e custo dos insumos utilizados na viga do pórtico.

		Dimensionamento manual		**Dimensionamento automatizado**	
Insumo	Preço unitário	Qnt.	Preço total	Qnt.	Preço total
Peso de aço	3,50 R$/kg	35,57 kg	R$ 124,49	35,20 kg	R$ 123,19
Vol. de concreto	340,50 R$/$m^3$	0,60 m^3	R$ 204,30	0,60 m^3	R$ 204,30

Área de forma	18,40 R$/m^2	7,00 m	R$ 128,80	7,00 m	R$ 128,80
TOTAL			R$ 457,59		R$ 456,29

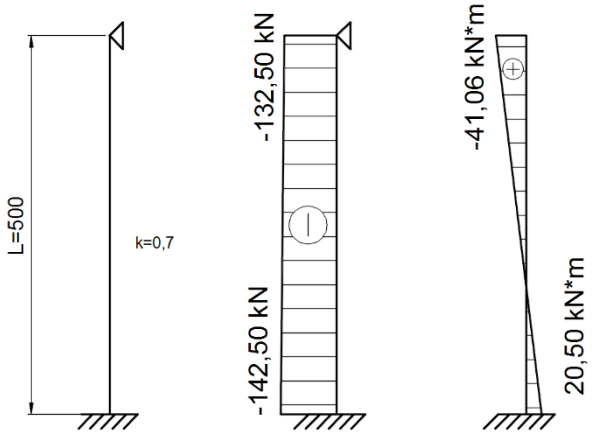
Fonte: O autor, 2017

3.7.1.2 Dimensionamento e detalhamento dos pilares

Uma vez que não é objetivo deste trabalho abordar a teoria de dimensionamento de pilares, a exemplo do que foi feito na seção anterior, serão expostas apenas a formulação de forma que o leitor possa acompanhar o desenrolar dos cálculos. A teoria aqui exposta pode ser aprofundada consultando as referências.

Considere o pilar do pórtico em questão, mostrado na figura 60 (a), com seu respectivo diagrama de momento fletor e esforço normal, figuras 60 (b) e (c), respectivamente. O momento fletor de primeira ordem, aquele transferido pela viga ao pilar, M_{1d}, vale *41,06 kN·m* e o esforço normal de projeto N_d, vale *142,5 kN*.

Figura 60 – (a) Modelo estrutural do pilar; (b) diagrama de esforços normais; (c) diagrama de momentos fletores



Fonte: O autor

O índice de esbeltez, λ, é dado pela Equação 3.89, onde L_{ef} é comprimento efetivo do pilar, dado por 3.90, e i é o raio de giração da seção, dado pela Equação 3.91.

$$\lambda = \frac{L_{ef}}{i} \qquad \text{Eq. 3.89}$$

$$L_{ef} = k \cdot L \qquad \text{Eq. 3.90}$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} \qquad \text{Eq. 3.91}$$

Nas equações acima, *L* é comprimento real do pilar, *k* parâmetro que depende das condições de apoio da peça, *I* é o momento de inércia e *A* é a área da seção transversal do pilar. Uma vez que a seção possui dimensões de 20x40 cm, comprimento igual a 5 metros e considerando engastado em sua base e rotulado no topo, o que fornece um valor de *k* igual a *0,7*, tem-se que sua esbeltez vale *30,311*.

O pilar será classificado como um pilar curto sempre que a esbeltes for inferior a um valor limite, λ_r, dado pela Equação 3.92 e limitado a 35. Assim, visto que λ vale 30,311, pode-se classificar o pilar como sendo curto de forma que a consideração da excentricidade de segunda ordem pode ser desprezada.

$$\lambda_r = \frac{25 + 12{,}5 \cdot {e_i}/{h_{pil}}}{\alpha_b} \qquad \text{Eq. 3.92}$$

A excentricidade acidental, é dada pela Equação 3.93, onde θ_i é o ângulo de desaprumo do pilar, dado por 3.94. Sendo θ_i igual $4{,}472 \cdot 10^{-3}$ tem-se que a excentricidade acidental, e_a, vale *0,011*. O valor da excentricidade de primeira ordem, e_1, definido como sendo a soma da excentricidade inicial mais a excentricidade acidental deve ser inferior a um valor mínimo dado pela Equação 3.95 e vale *0,299*.

$$e_a = \theta_i \cdot \frac{L}{2} \qquad \text{Eq. 3.93}$$

$$\theta_i = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{L}}, com\ \frac{1}{200} \leq \theta_i \leq \frac{1}{300} \qquad \text{Eq. 3.94}$$

$$e_{1min} = 0{,}15 + 0{,}03 \cdot h \therefore e_{1min} = 0{,}027 \qquad \text{Eq. 3.95}$$

Como $e_{1min} > e_1$, adota-se e_1. O valor da excentricidade total é a soma do valor da excentricidade de primeira ordem com a de segunda, que por sua vez é nula pois trata-se de um pilar curto. O valor do momento fletor de projeto, M_d, é dado pelo produto entre a excentricidade total e o esforço normal de projeto. A determinação da taxa

mecânica de armadura é feita a partir do esforço normal e momento fletor adimensionais, ambos dados pelas equações 3.96 e 3.97, respectivamente.

$$\upsilon = \frac{N_d}{A \cdot f_{cd}} \therefore \upsilon = 0{,}047 \qquad \text{Eq. 3.96}$$

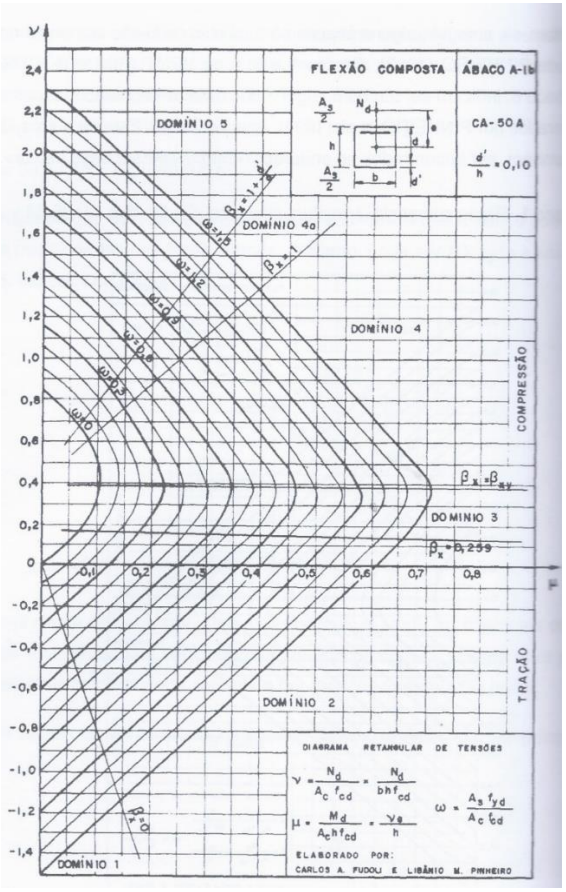
$$\mu = \frac{M_d}{A \cdot h \cdot f_{cd}} \therefore \mu = 0{,}035 \qquad \text{Eq. 3.97}$$

Considerando o cobrimento do pilar igual à 2,5 cm, estribo de 5,0 mm e diâmetro da armadura longitudinal 10,0 mm, temos que a distância do centro de gravidade da barra à extremidade da seção do pilar, *d'*, vale 3,5 cm. Assim, a relação *d'/h* vale *0,88*. Entrando com esses valores no ábaco mostrado na Figura 61, temos que a taxa mecânica de armadura, *ω*, vale, aproximadamente, *0,2*. Nesse caso, deve-se utilizar a armadura mínima para pilares, dada pelo maior dos dois valores expressos na Equação 3.98.

$$A_{s,min} = \begin{cases} 0{,}15 \cdot {N_d}/{f_{yd}} \\ 0{,}004 \cdot A_c \end{cases} \therefore A_{s,min} = 3{,}2cm^2 \qquad \text{Eq. 3.98}$$

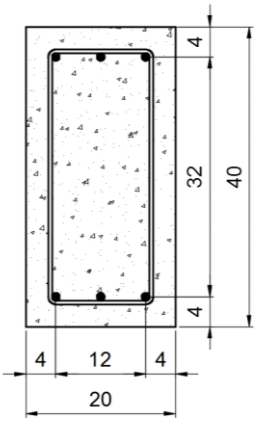
Assim, fazem-se necessárias 5 barras de 10,0 mm. Uma vez que a armadura deve ser simétrica, dispor-se-á de 3 barras de 10.0 mm em cada face da seção do pilar, conforme mostrado na Figura 62.

Figura 61 – Ábaco de dimensionamento flexo-compressão normal.



Fonte: CARVALHO, 2015

Figura 62 – Seção transversal do pilar indicando a distribuição de armadura na seção.



Fonte: O autor, 2017

O dimensionamento automatizado da seção transversal do pilar é feito a partir do diagrama de iteração simplificado, proposto por MACGREGOR (2008) onde os pontos *(P_n, M_n)*, referentes ao esforço normal e momento fletor resistentes, são

calculados em cinco situações distintas: compressão pura, tensão nula na parte inferior da seção transversal, armadura inferior atingindo a deformação específica de escoamento, armadura inferior atingindo deformação específica igual a 0,01 (ABNT, 2014) e tração pura. Vale ressaltar que o encurtamento máximo permitido para o concreto foi tomado igual a 0,0035, conforme especificação da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014) para o caso de seções submetidas a flexo-compressão. A área de aço é incrementada até que o par (P_d, M_d), referentes ao esforço normal e momento fletor solicitantes, estejam situados no interior do domínio de segurança, delimitado pelo diagrama de iteração.

O dimensionamento automatizado fornece uma disposição de aço igual àquela obtida a partir da utilização dos ábacos de Venturi (CHUST, 2009), 6 ferros de 10.0mm. O custo de cada um dos insumos utilizados na produção de ambos os pilares do pórtico está apresentado na Tabela 14. O custo total da estrutura, desprezando os valores relativos a mão-de-obra é de R$ 1.075,66.

Tabela 14 – Quantidade e custo dos insumos utilizados na viga do pórtico.

Insumo	**Quantidade**	**Preço unitário**	**Preço total**
Peso de aço	36,05 kg	3,50 R$/kg	R$ 126,17
Volume de concreto	0,80 m^3	340,50 R$/$m^3$	R$ 272,40
Área de forma	12,00 m	18,40 R$/$m^2$	R$ 220,80
TOTAL			R$ 619,37

Fonte: O autor, 2017

3.7.2 Análise probabilística – avaliação do custo

Nesta seção, o método de Monte Carlo será empregado com a finalidade de avaliar os parâmetros estatísticos do custo levando em consideração as incertezas inerentes às variáveis de projeto. Inicialmente serão tomadas como variáveis aleatórias apenas as dimensões das seções transversais dos elementos, cujos parâmetros estatísticos estão indicados na Tabela 15.

Tabela 15 – Parâmetros estatísticos das dimensões da seção transversal dos elementos estruturais.

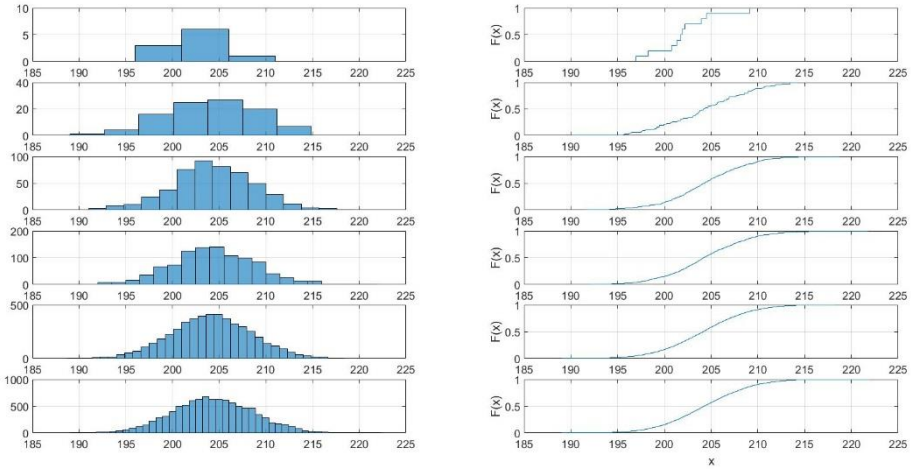
Elemento Estrutural	Valor Médio	COV	Desvio Padrão (cm)
Viga			
base	20 cm	0,007	0,14
altura	60 cm	0,014	0,84
Pilar			
base	20 cm	0,007	0,14
altura	40 cm	0,014	0,56

Fonte: O autor, 2017

Foi avaliado, também, a quantidade de experimentos necessários para que seja observado uma convergência no valor do desvio padrão sem que a quantidade de realizações de Monte Carlo seja demasiadamente elevada, aumentando o custo computacional da análise, nem em quantidade insuficiente, tornando a análise sem consistência.

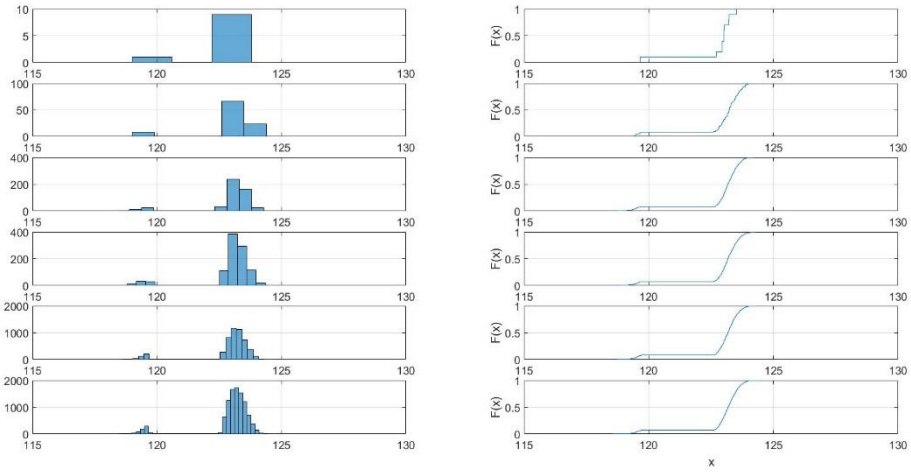
Nas figuras abaixo pode-se observar as frequências absolutas e a curva de distribuição acumulada da variação do custo de cada insumo utilizado na viga tendo como variável aleatória as dimensões da seção transversal dos elementos estruturais.

Figura 63 – Custo do concreto utilizado na viga considerando a quantidade de experimentos realizados.



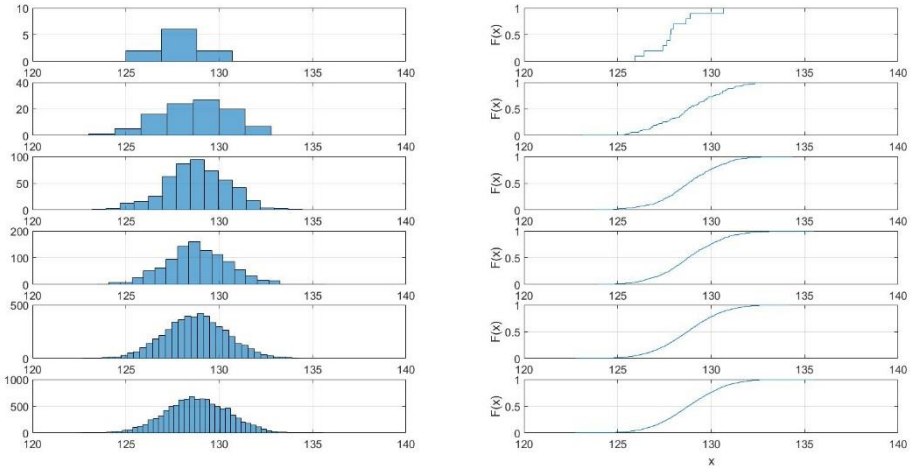
Fonte: O autor, 2017

Figura 64 – Custo do aço utilizado na viga considerando a quantidade de experimentos realizados.



Fonte: O autor, 2017

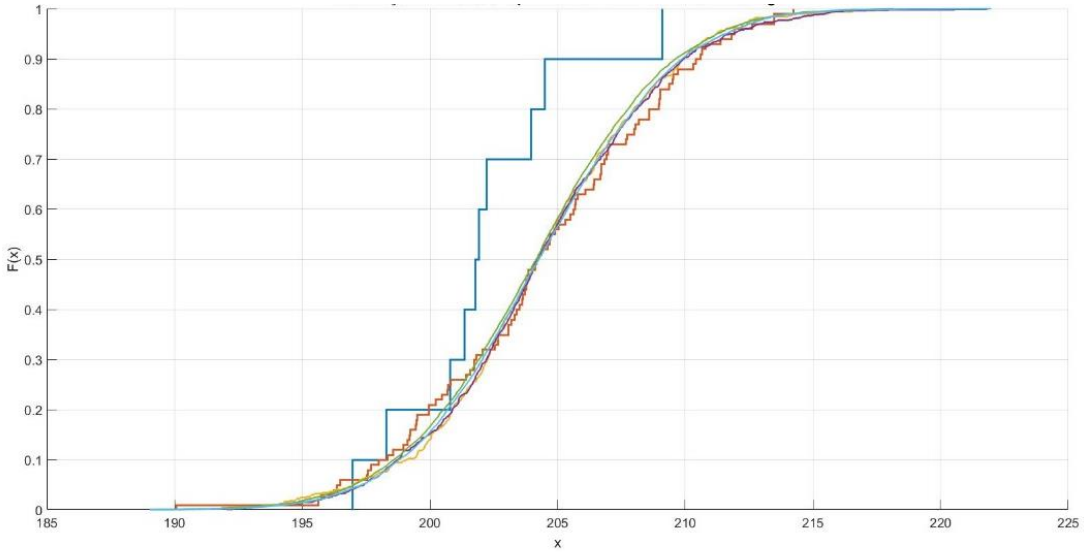
Figura 65 – Custo da forma utilizada na viga considerando a quantidade de experimentos realizados.



Fonte: O autor, 2017

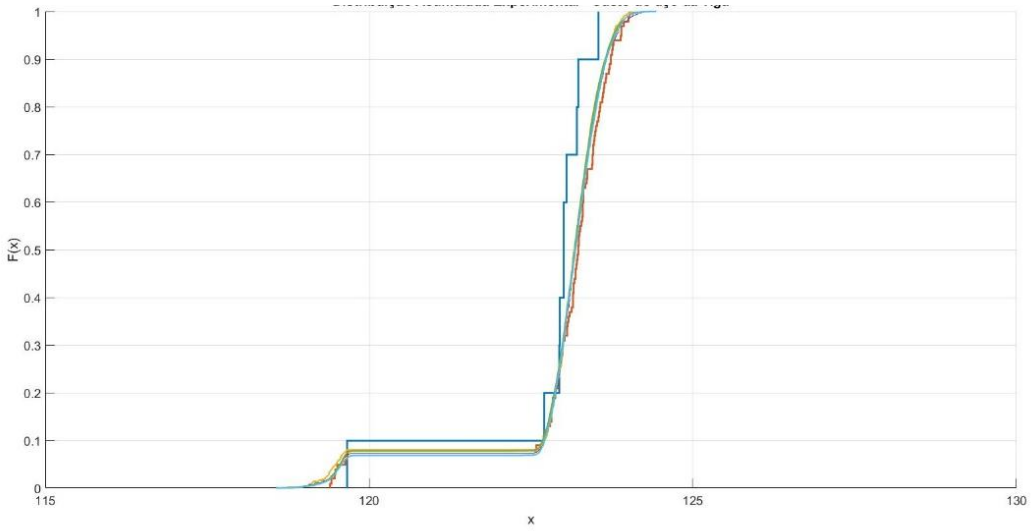
Na Figura 3.30, tem-se as curvas de distribuição acumulada, plotadas uma sobre as outras a fim de facilitar a comparação. Percebe-se que não há variação significante na inclinação nem nos valores apresentados por cada uma das curvas.

Figura 66 – Distribuição acumulada experimental – volume de concreto utilizado na viga.



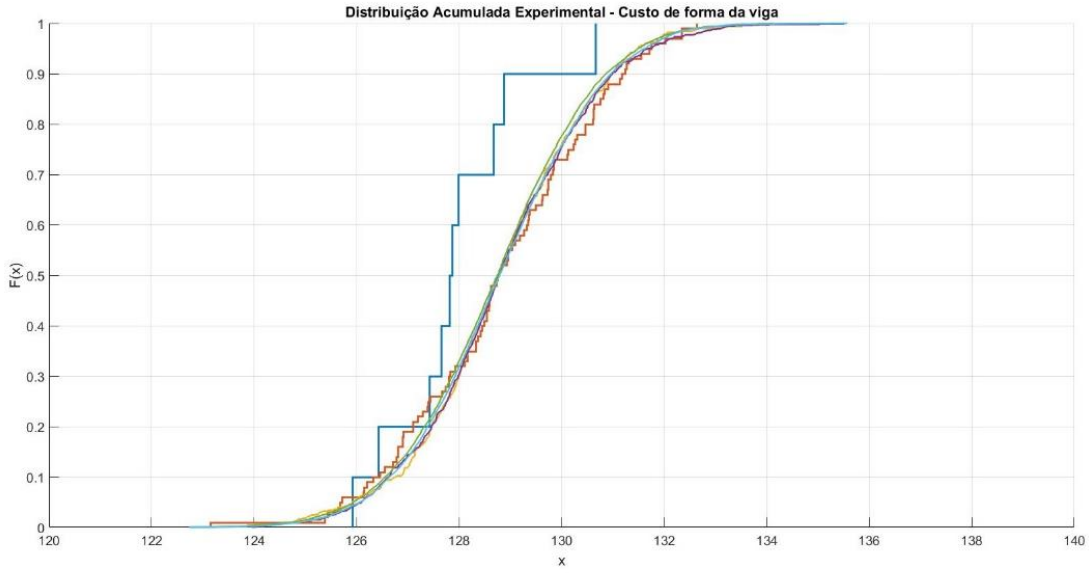
Fonte: O autor, 2017

Figura 67 – Distribuição acumulada experimental – peso de aço utilizado na viga.



Fonte: O autor, 2017

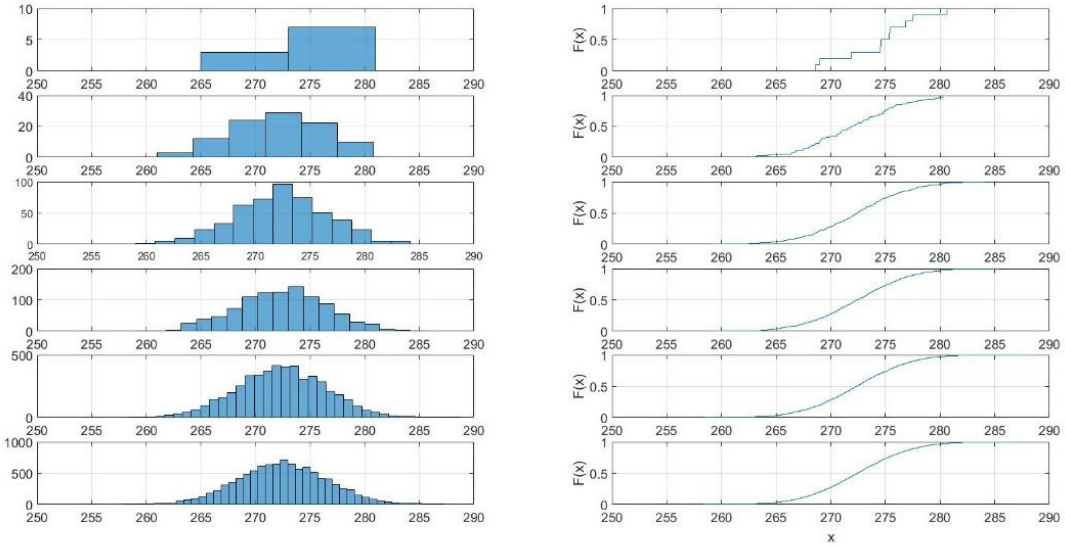
Figura 68 – Distribuição acumulada – área de forma utilizada na viga.



Fonte: O autor, 2017

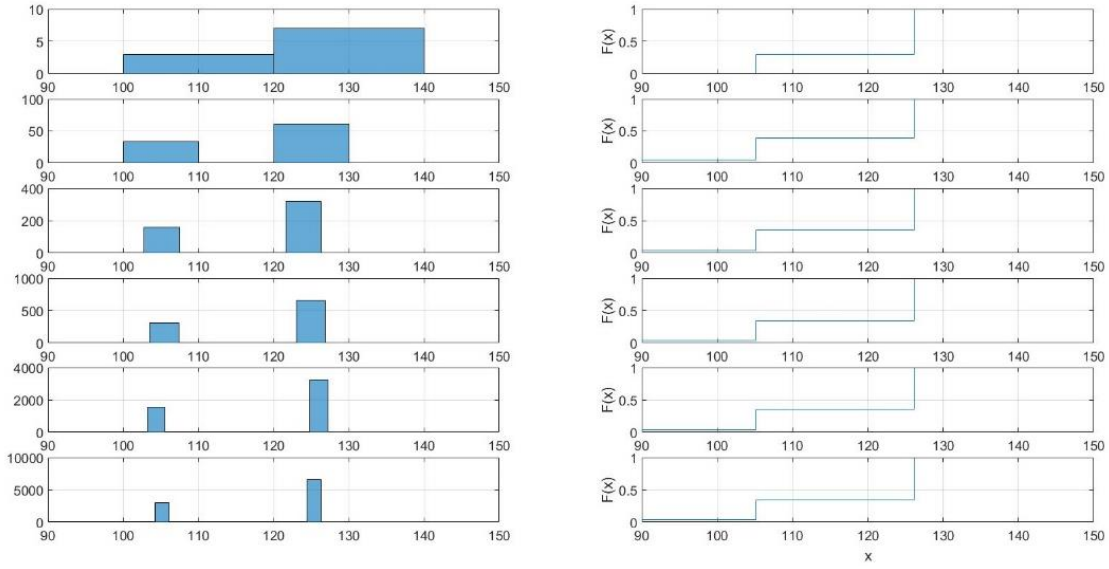
A exemplo do que foi apresentado para as vigas, segue abaixo as frequências absolutas do custo de cada insumo empregado na execução dos pilares, seguido da curva de distribuição acumulada.

Figura 69 – Custo do concreto utilizado no pilar considerando a quantidade de experimentos realizados.



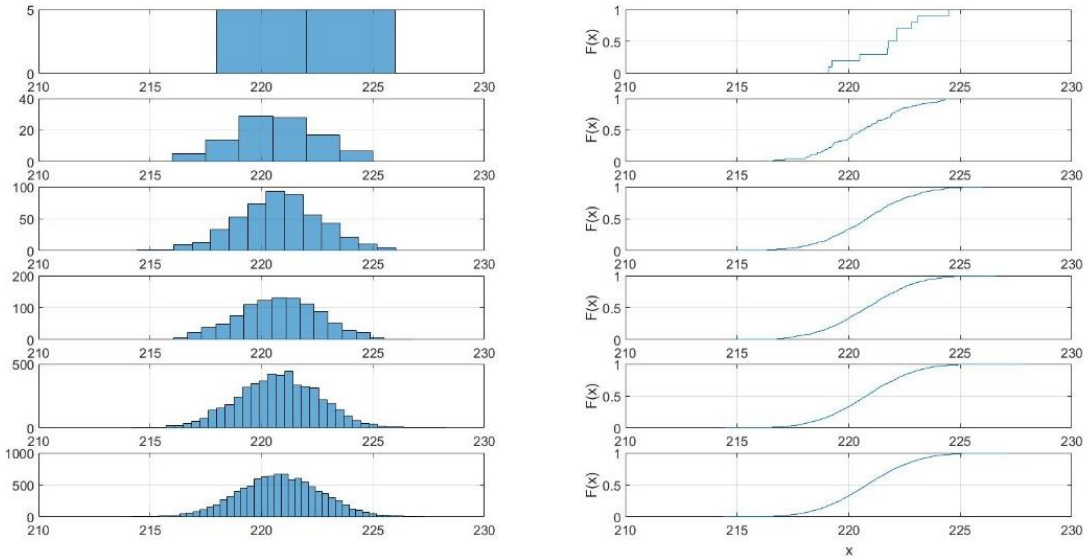
Fonte: O autor, 2017

Figura 70 – Custo do aço utilizado no pilar considerando a quantidade de experimentos realizados.



Fonte: O autor, 2017

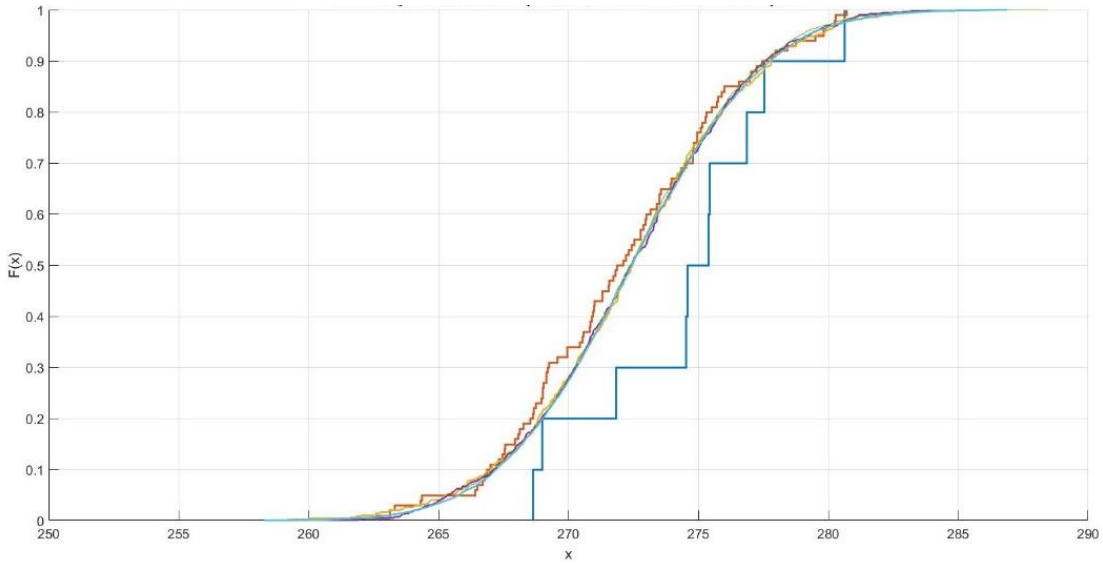
Figura 71 – Custo da forma utilizada no pilar considerando a quantidade de experimentos realizados.



Fonte: O autor, 2017

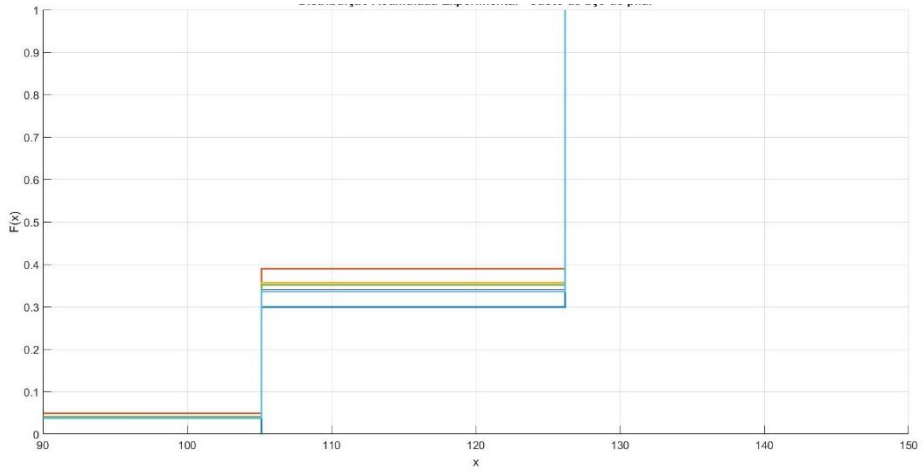
Segue abaixo as curvas de distribuição acumuladas sobrepostas uma com as outras.

Figura 72 – Distribuição acumulada – custo do concreto utilizado no pilar.



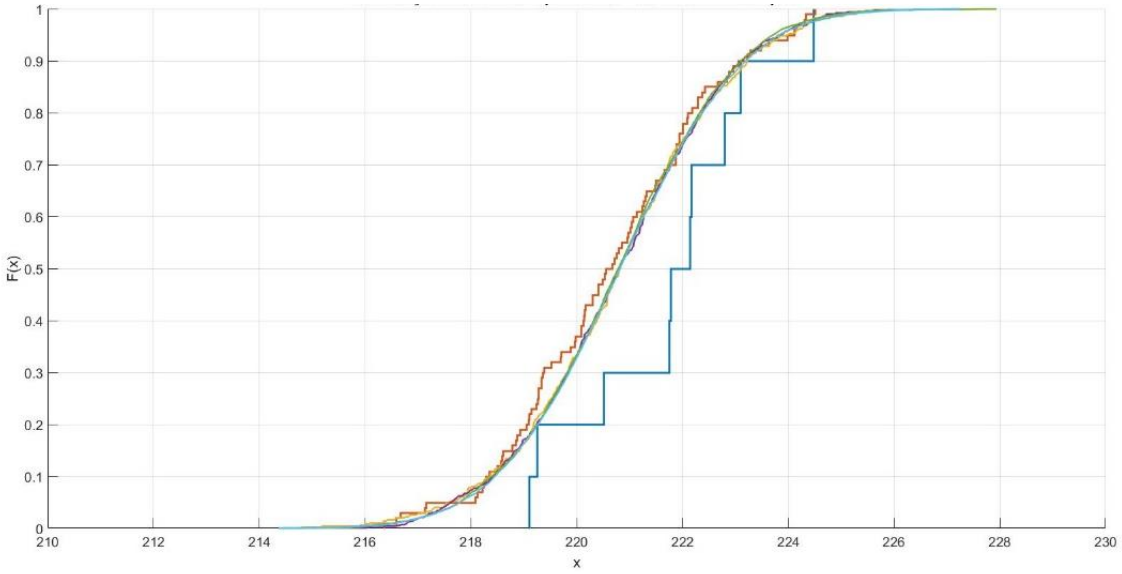
Fonte: O autor, 2017

Figura 73 – Distribuição acumulada – custo do aço utilizado no pilar.



Fonte: O autor, 2017

Figura 74 – Distribuição acumulada – custo da forma utilizada no pilar.



Fonte: O autor, 2017

3.7.3 Otimização SPSA – minimização de custo

Nessa seção, será utilizado o algoritmo de otimização estocástica, *SPSA*, com a finalidade de minimizar o custo da estrutura de um pórtico plano. Nesse caso, o vetor θ será composto pelas dimensões da seção transversal dos elementos estruturais, consideradas como tendo distribuição normal. Os parâmetros estatísticos de cada uma delas estão listados na Tabela 15, anteriormente apresentada.

Duas alterações foram implementadas na formulação do *SPSA*, exposta no item 3.7.1 a fim melhorar o desempenho do algoritmo. A primeira diz respeito à imposição de restrições. A formulação recursiva do *SPSA* (Equação 3.70) está associada a um problema de otimização sem restrição. Sabe-se que, na prática, os problemas de otimização possuem limitações físicas intrínsecas. As restrições podem ser tratadas através da utilização de funções de penalidade ou métodos de projeção (FONSECA, 2010). A segunda alteração está relacionada a determinação do vetor gradiente aproximado. Ambas as alterações estão melhor explicadas nas seções subsequentes.

3.7.3.1 Restrições e penalidades

Considerando o problema de otimização formalizado na seção 3.7 e aqui reescrito com a finalidade de facilitar a leitura, a principal restrição imposta ao problema corresponde a segunda desigualdade: $g_1 \leq G(\theta) \leq g_2$, onde a função $G(\theta)$ pode ser interpretada como a função estado limite da estrutura. Dessa forma, após a análise da estrutura, o dimensionamento dos elementos é realizado considerando a função estado limite da viga e dos pilares.

$$\begin{aligned} &\textit{Minimize} && L(\theta) \\ &\textit{Sujeita á:} && A \cdot \theta \leq b \\ & && g_1 \leq G(\theta) \leq g_2 \\ & && l \leq \theta \leq u \end{aligned}$$

A segunda restrição imposta ao problema diz respeito às dimensões dos elementos estruturais. A NBR 6118 (ABNT, 2014), estabelece valores mínimos para as dimensões dos elementos estruturais. Além do mais, o dimensionamento dos pilares foi implementado, apenas, para situações onde a esbeltez da peça é inferior a 90.

Caso alguma das duas restrições acima expostas seja violada, os valores de θ_k não são atualizados.

3.7.3.2 Suavização

Segundo SPALL *apud* FONSECA (2010), um procedimento utilizado para melhorar a estimativa do gradiente aproximado consiste em efetuar um determinada quantidade de aproximações do gradiente em uma mesma iteração e utilizar o seu valor médio,

g_{medio}, para substituir $g_k(\theta)$. A desvantagem desse artificio é que uma quantidade maior de avaliações da função objetivo faz-se necessária, onerando o custo computacional da análise.

3.7.3.3 Aplicação e resultados

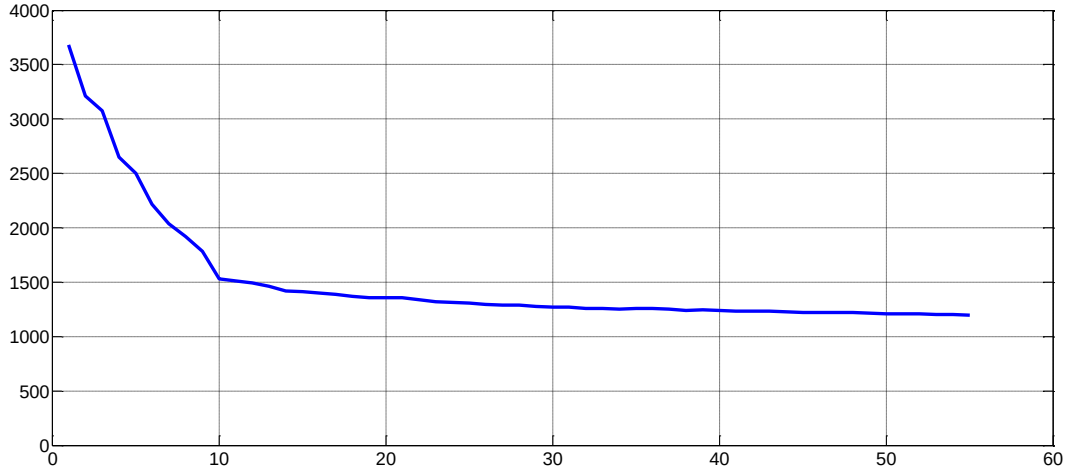
O *SPSA* foi aplicado ao pórtico da Figura 51, tomando as variáveis aleatórias expressas na Tabela 15. Os coeficientes da sequência de ganho *a*, *A* e *c* foram aqueles sugeridos por ANDRADE (2013) e valem, respectivamente *0,004*, *1* e *2*. Os parâmetros α e γ, utilizados foram sugeridos por SPALL (1998) e são iguais a *0,062* e *0,101*, respectivamente. Para o cálculo do gradiente aproximado, foi utilizado a suavização onde o g_{medio} foi calculado considerando cinco iterações.

No que diz respeito às restrições impostas às variáveis de projeto foram consideradas dimensões mínimas, tanto para altura quanto para largura da seção transversal dos pilares, igual a 20 cm. Esse valor diz respeito ao valor estipulado pela NBR 6118/2014 onde especifica que *"a seção transversal de pilares e pilares-parede maciços, qualquer que seja a sua forma, não pode apresentar dimensão menor que 19 cm"*. Para as vigas, foi considerada uma largura mínima de 12 cm, de acordo com o item 13.32.2 da NBR 6118/2014. Uma vez que a referida norma não faz menção a altura mínima de vigas, não foi estipulado valor mínimo.

A tolerância, empregada como critério de parada, foi de R$ 10,00 para o valor da função objetivo. Porém, considerou-se que essa tolerância deveria ser obtida em 10 iterações consecutivas. Esse artifício serve para caso o algoritmo dê um passo "ruim", ou seja, a função objetivo apresente uma variação muito pequena entre duas iterações consecutivas, não seja entendido como um critério de parada. Em outras palavras, os valores da função objetivo deveriam apresentar um comportamento assintótico para que o critério de parada fosse ativado. Estipulou-se ainda que o número máximo de iterações, caso a convergência não fosse alcançada, seja igual a 100.

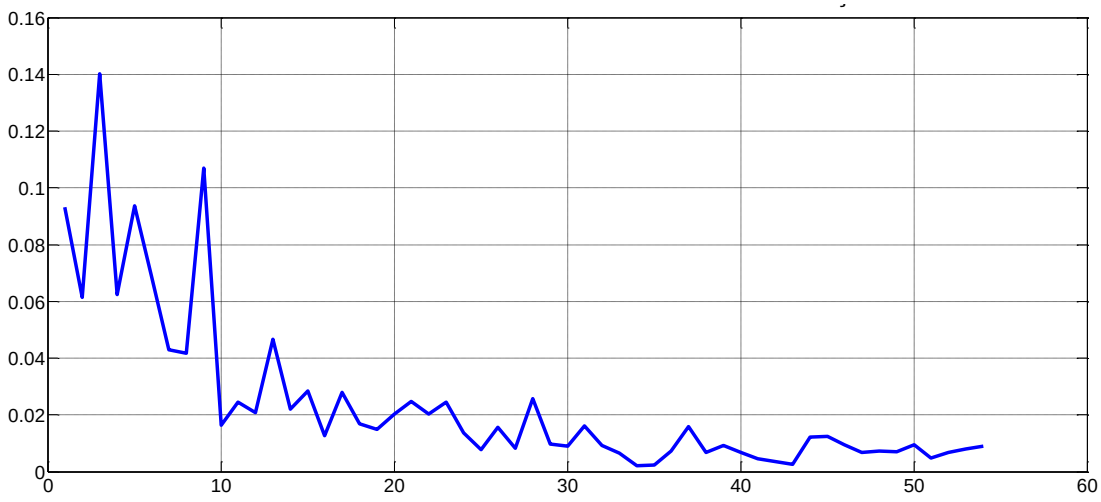
No gráfico da figura 75 tem-se a variação do custo da estrutura em função do número de iterações. Percebe-se que o algoritmo convergiu para um número de iterações igual 53. O custo médio da estrutura variou de R$ 3.678,94, valor inicial, para um valor mínimo igual a R$ 1.198,36.

Figura 75 – Variação do custo da estrutura em função do número de iterações.



Fonte: O autor, 2017

Figura 76 – Variação do comprimento do passo em função das iterações.



Fonte: O autor, 2017

Observa-se na Figura 3.39 que inicialmente o custo apresenta uma redução mais abrupta e a partir da décima iteração a curva apresenta uma suavização. Esse é o comportamento esperado quando se utiliza o algoritmo.

4 ANÁLISE PROBABILÍSTICA DE PONTES DE ENCONTROS INTEGRAIS

Nesse capítulo será realizada uma análise probabilística de estruturas de encontros integrais de pontes. Em um primeiro momento análise de sensibilidade será realizada, seguida por um cálculo determinístico e estocástico da capacidade de carga dos elementos estruturais.

4.1 CONSIDERAÇÕES PRELIMINARES

Conforme exposto ao longo desse trabalho, as variáveis de projeto empregadas no dimensionamento de uma estrutura de determinado empreendimento possuem um forte viés aleatório e devem ser tratadas conforme lei de distribuição probabilística específica de cada uma. Existe, atualmente, uma crescente tendência no meio técnico que a análise e dimensionamento de estruturas passe a incorporar o caráter estocástico das variáveis de projeto, deixando, gradualmente no passado os modelos semi-probabilísticos, ou de nível 1, utilizados atualmente.

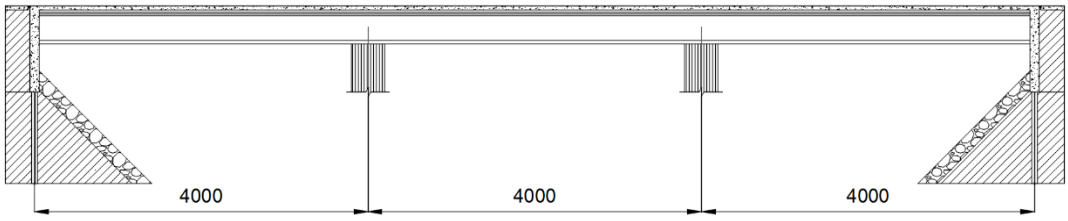
Esse fato se confirma ao se analisar as diretrizes propostas pelo FIB para atualização do *Model Code*. O *Model Code 2020* pretende incorporar princípios de segurança baseados nos conceitos de confiabilidade além de considerar a necessidade de inserir nos modelos numéricos tratamento de incertezas das variáveis de projeto (MÜLLER, 2016). O *Joint Committee for Structural Safety, JCSS*, através de diversas publicações vem tratando do tema, fornecendo embasamento teórico para que organizações normativas de cada país possam atualizar suas normas levando em consideração o caráter aleatório das variáveis de projeto.

4.1.1 Validação do algoritmo de análise estrutural

Uma vez que nesse trabalho será utilizado um algoritmo de análise estrutural especificamente desenvolvido para o propósito deste trabalho, surge a necessidade de validar os resultados que serão gerados. Para isso, a estrutura de uma ponte foi analisada e os resultados confrontados com outros obtidos a partir da utilização do programa comercial *CSI BRIDGE Advanced* (CSI, 2015).

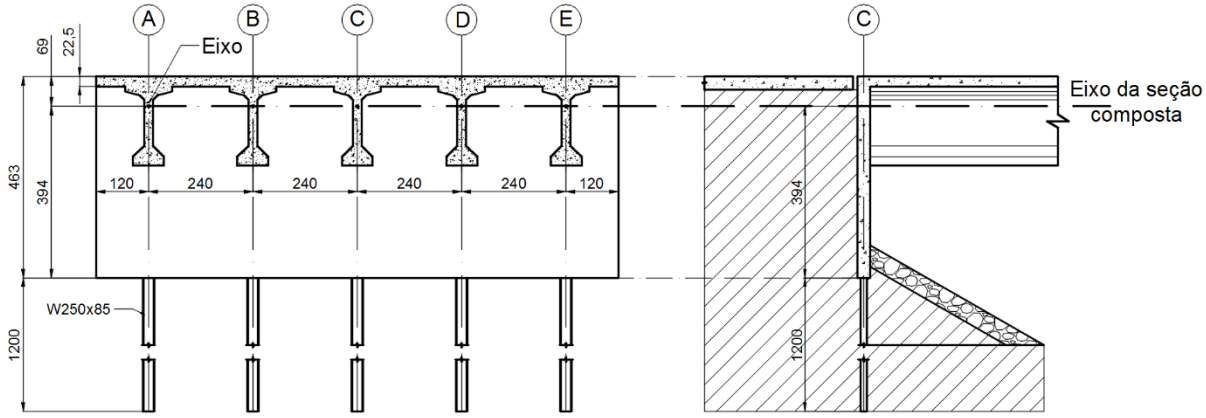
A título de análise preliminar, considere uma ponte de encontros integrais composta por 3 vãos iguais, com 40 metros de comprimento e 12 metros largura. O tabuleiro da ponte é composto por vigas longarinas padrão AASHTO tipo VI, conforme mostrado nas figuras 77 e 78, e laje em concreto com espessura de 22,5 centímetros. O encontro é formado por uma de contenção com aproximadamente 4,6 metros de altura e 0,35 metros de espessura, assente sobre estacas metálicas perfil tipo W 250x89, com o eixo de menor inércia orientado na direção transversal ao eixo da ponte. Entre cada um dos vãos da ponte, um pilar com 8 metros de altura, 1,80 metros de diâmetro e engastado em sua base foi considerado. As propriedades geométricas da seção transversal dos elementos encontram-se resumidas na tabela 16.

Figura 77 – Elevação da estrutura da ponte.



Fonte: O autor, 2017

Figura 78 – (a) Corte transversal da ponte; (b) corte longitudinal do encontro



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

A análise de pontes integrais, retilíneas e sem ângulo de viés, a partir de modelos bidimensionais é prática comum na engenharia estrutural conforme já foi mostrado por

DICLELI (2004 e 2008). Nesse caso o pórtico central da ponte, eixo C da figura 78, foi modelado utilizados o *CSI Bridge Advanced* e o algoritmo *AAPP*.

Tabela 16 – Propriedades geométricas dos elementos estruturais.

Elemento estrutural	**Área da seção (m^2)**	**Momento de inércia (m^4)**
Longarina – AASHTO VI	0,700 m^2	0,305 m^4
Seção composta (AASHTO VI + Laje)	1,243 m^2	0,624 m^4
Estaca – HP250x89	113,9 cm^2	$4{,}841 \cdot 10^{-5}$ m^4
Pilar – ϕ = 1,80m	2,545 m^2	0,515 m^4

Fonte: O autor, 2017

Os parâmetros físicos do concreto foram calculados a partir das diretrizes do *Model Code 2010* (FIB, 2010-a), conforme exposto na seção 2.5, cujas expressões, por questão de conveniência, estão reescritas abaixo e os valores dos parâmetros elencados na Tabela 17. Observa-se que o módulo de elasticidade é função do valor médio da resistência à compressão, a qual foi tomada como sendo igual a 38 MPa.

$$E_{ci} = E_{c0} \cdot \alpha_E \cdot \left(\frac{f_{cm}}{10}\right)^{1/3} \therefore E_{ci} = 3355{,}055 \cdot MPa \qquad \text{Eq. 2.3}$$

$$\alpha_i = 0{,}8 + 0{,}2 \cdot \frac{f_{cm}}{88} \therefore \alpha_i = 0{,}886 \qquad \text{Eq. 2.5}$$

$$E_{cs} = E_{ci} \cdot \alpha_i \therefore E_{cs} = 2{,}972{,}579\ MPa \qquad \text{Eq. 2.4}$$

Tabela 17 – Propriedades físicas do concreto.

Parâmetro	**Valor**
Resistência à compressão média do concreto, f_{cm}	38 MPa
Módulo de alásticidade base do concreto, E_{c0}	$2{,}15 \cdot 10^3$ MPa
Coeficiente que leva em consideração o tipo de agregado, α_E	1
Coeficiente que leva em consideração o tipo de cimento, α_C	0
Peso específico do concreto, ρ	25 kN/m^3

Coeficiente de dilatação térmica, α	9,90·10-6 °C^{-1}

Fonte: O autor, 2017

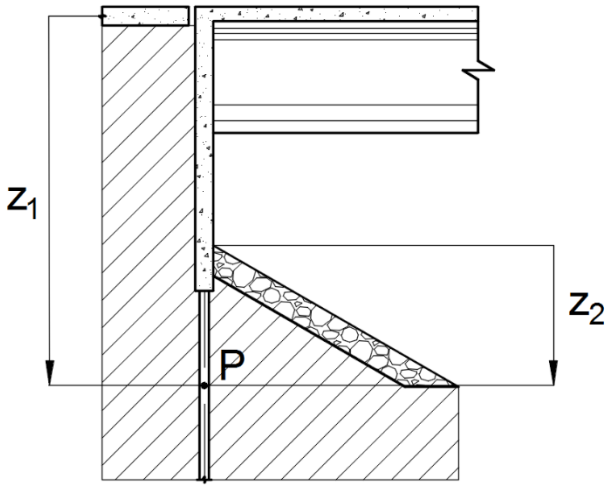
O solo foi modelado a partir da hipótese de Winkler, considerando o seu comportamento elástico linear. A taxa de crescimento do coeficiente de reação solo, n_h, foi tomada igual a 7.100 kN/m^3, valor correspondente a um solo arenoso medianamente adensado (TERZAGHI, *apud* VELOSO e LOPES, 2010). Considerando a teoria exposta na seção 2.6.2, tem-se que o valor do coeficiente de reação horizontal do solo varia em função da profundidade conforme Equação 2.55, reescrita abaixo com a finalidade de facilitar a leitura.

$$k_h = n_h \cdot \frac{z}{B} \qquad \text{Eq. 2.55}$$

Ressalta-se que o valor da constante de reação horizontal do solo apresenta valores diferentes caso esteja sendo analisado o alongamento ou encurtamento do tabuleiro da ponte. Considere a figura 79 onde pode-se visualizar o encontro da ponte e um ponto genérico, *P*, situado na estaca. Percebe-se claramente que o valor da cota de *P* difere caso ela esteja sendo medida do lado esquerdo do encontro, z_1, onde existe o aterro, ou do lado direito do encontro, z_2, onde não há presença de solo junto à cortina de concreto.

Assim, durante a fase de expansão do tabuleiro, onde o aterro está sendo comprimido, deve-se considerar o valor de *z* na Equação 2.55 superior aquele considerado no caso de encurtamento do tabuleiro, onde a tensão no aterro é menor. Os valores do coeficiente de reação horizontal do solo em função da profundidade do nó podem ser observados no gráfico das figuras 80 e 81.

Figura 79 – Valores de *z* para o lado direito e esquerdo do aterro.

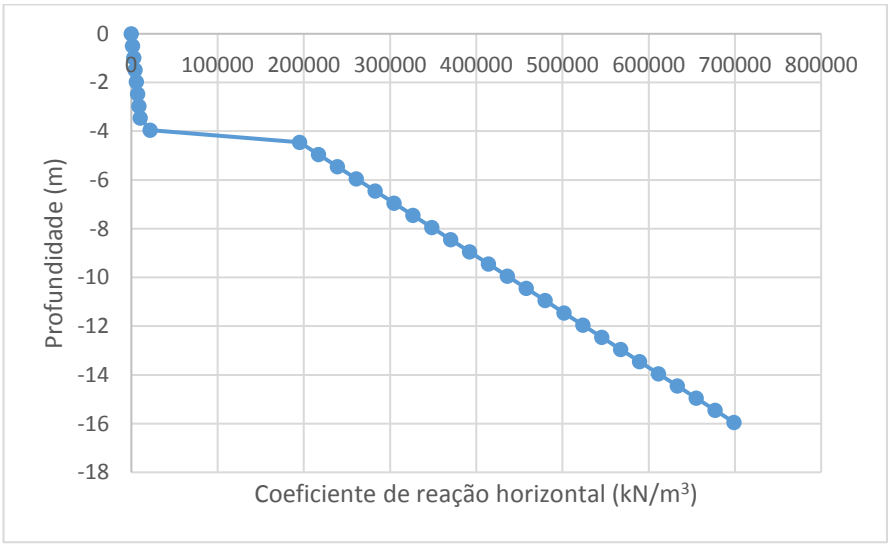


Fonte: O autor, 2017

O valor da constante de mola a ser inserido no modelo é obtido a partir da multiplicação de k_h pela área de influência do nó que receberá a mola. No caso, a cortina do encontro foi discretizada em elementos com 0,6 metros de largura e 0,5 metros de altura e as estacas, por sua vez, foram discretizadas em elementos com 0,5 metros de altura.

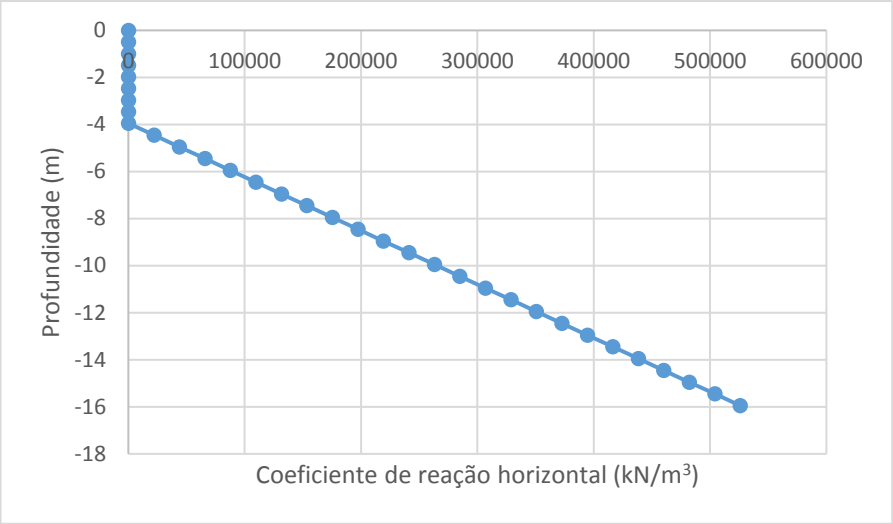
O tabuleiro da ponte foi submetido a uma variação uniforme de temperatura igual a ±20 ^{o}C e cada viga a uma força axial igual a 2.500 kN, com a finalidade de simular o efeito da protensão.

Figura 80 – Variação do coeficiente de reação horizontal do solo em função da profundidade, lado do aterro.



Fonte: O autor, 2017

Figura 81 – Variação do coeficiente de reação horizontal do solo em função da profundidade, lado sem aterro.



Fonte: O autor, 2017

A fim de validar os resultados obtidos via *AAPP*, será realizada comparação dos diagramas de esforços internos obtidos para cada um dos carregamentos atuantes na estrutura da ponte com os diagramas obtidos utilizando o *CSI Bridge Advanced* (2015). No total seis diferentes tipos de carregamento foram impostos a estrutura da ponte: peso próprio da estrutura, variação uniforme de temperatura, empuxo ativo de solo, carga de protensão, efeitos diferidos do concreto e carga devido ao trem tipo.

Vale ressaltar que quando atua a variação positiva, o solo situado no tardoz do encontro funciona como elemento resistente da estrutura. Além de limitar os deslocamentos horizontais do encontro ele está sujeito a tensões de compressão, havendo a necessidade de verificar a sua ruptura.

Outro ponto importante é a atuação da carga de protensão. Foi considerado na análise que a protensão foi dada antes da solidarização da longarina com o encontro. Assim, carga de protensão não induz nenhum tipo de esforço no encontro, haja vista que a deformação elástica do concreto ocorreu antes da solidarização da viga com o encontro. O efeito da carga de protensão se apresenta no sentido de que estando a viga permanentemente comprimida, serão observadas deformações de fluência. Esta sim, irá induzir esforços internos no encontro integral.

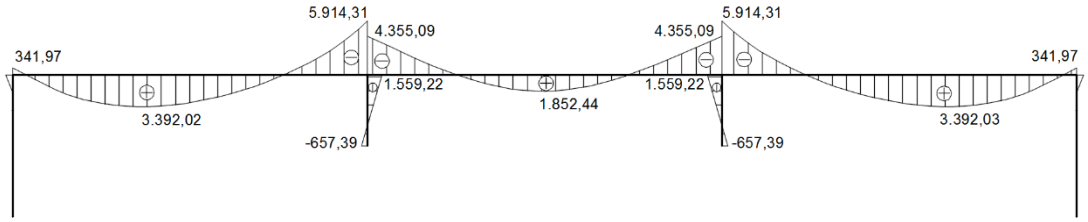
O cálculo do trem tipo fio feito considerando de um veículo classe C45 e posicionado com umas das rodas dianteira exatamente sobre o encontro. Essa é a posição que irá

produzir os maiores esforços internos (momento fletor e esforço normal) no encontro da ponte.

4.1.1.1 Peso próprio da estrutura

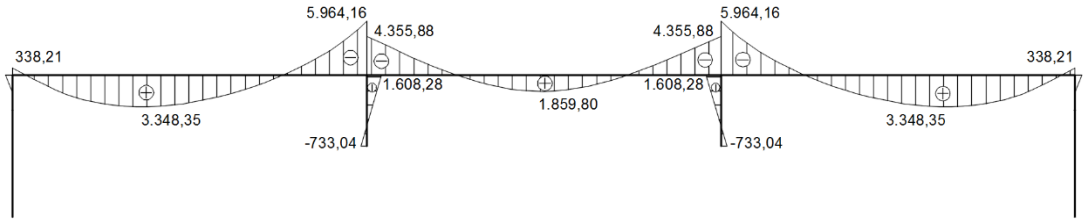
O peso próprio da estrutura é calculado a partir dos valores do peso específico do concreto armado, 25 kN/m^3, e do aço, 76,495 kN/m^3. Nas figuras 82 e 87 tem-se os diagramas de momento fletor obtido a partir de *CSI Bridge Advanced* e *AAPP*, respectivamente.

Figura 82 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor, 2017

Figura 83 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do A*APP*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor, 2017

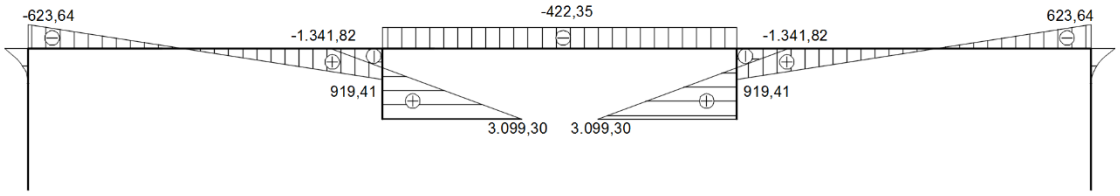
4.1.1.2 Consideração da variação uniforme de temperatura

Quando atua a variação positiva de temperatura, o solo situado no tardoz do encontro funciona como elemento resistente da estrutura. Além de limitar os deslocamentos horizontais do encontro ele está sujeito a tensões de compressão, havendo necessidade de verificar a sua ruptura. Nesse caso, o modelo numérico deve incorporar molas na região do encontro

Quando a ponte está sujeita a variações negativas de temperatura, a ponte sofre encurtamento e o solo atua no sentido de causar um empuxo passivo sobre o encontro. Nesse caso, a região do encontro é desprovida de elementos de mola. Nas Figuras 84 e 85 pode-se observar os diagramas de momento fletor quando o tabuleiro da ponte fica sujeito a uma variação positiva de temperatura, sendo o primeiro diagrama de momento

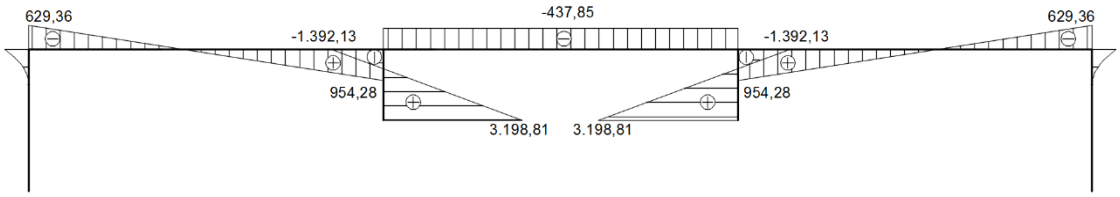
obtido a partir do software comercial *CSI BRIDGE Advanced*, enquanto que o segundo obtido a partir do *AAPP*. Nas figuras 86 e 87, por sua vez, tem-se os diagramas de momento fletor quanto o tabuleiro da ponte estiver sujeito a uma variação negativa de temperatura.

Figura 84 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e positiva de temperatura, obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*. Unidades em kN*m.



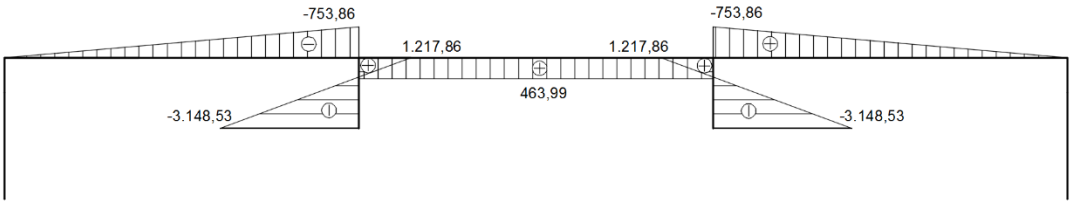
Fonte: O autor, 2017

Figura 85 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e positiva de temperatura, obtido a partir do *APP*. Unidades em kN*m.



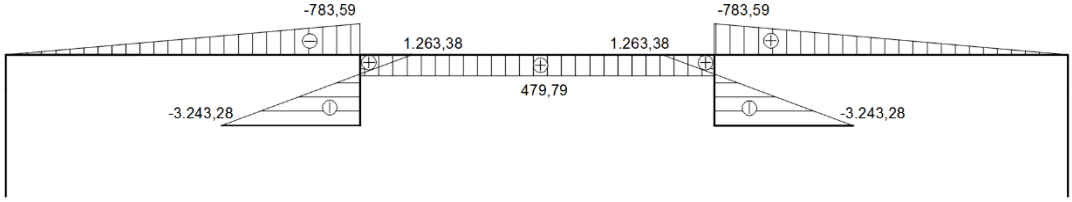
Fonte: O autor, 2017

Figura 86 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e negativa de temperatura obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor, 2017

Figura 87 – Diagrama de momento fletor, proveniente de uma variação uniforme e negativa de temperatura obtido a partir do *APP*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor, 2017

4.1.1.3 Consideração dos efeitos diferidos do concreto

Conforme exposto na seção 2.5.1, os efeitos diferidos do concreto, para fins didáticos, podem ser divididos em retração, que se processa de forma independente do carregamento aplicado, e fluência, que depende da existência de tensões normais atuando no elemento estrutural.

Por se tratar de um fenômeno de alta complexidade, uma vez que sua origem está diretamente ligada à perda de água da pasta de cimento, sua modelagem matemática é feita através da correlação entre parâmetros do concreto facilmente mensuráveis com as deformações medidas a partir de experimentos. Dessa forma, diversos modelos matemáticos para avaliação das deformações diferidas foram propostos. O *CSI BRIDGE Advanced*, utiliza o modelo proposto pelo *Model Code 90* (FIB, 19990), cuja formulação está apresentada no item 2.5.1.3.1, desse trabalho. Por outro lado, o algoritmo desenvolvido utiliza as recomendações do *Model Code 2010* (FIB, 2010-a). Porém, a diferença entre os valores calculados do coeficiente de fluência e deformação específica de retração através das duas metodologias não é significativa, como será mostrado adiante.

Para efeito de cálculo, serão considerados os parâmetros mostrados na Tabela 18. As deformações serão calculadas ao final de um período de 1.095 dias, o que corresponde a três anos, tempo que se supõe terem cessado as deformações diferidas.

Tabela 18 – Parâmetros necessários para cálculo das deformações por fluência.

Parâmetros	**Valores**
Coeficiente para levar em consideração o tipo de agregado, α_e	1
Coeficiente para levar em conta o tipo de cimento, α	0
Idade de carregamento do elemento estrutural, t_0	28 dias
Temperatura T durante o período Δt_i	25 ^{o}C
Umidade relativa do ar, RH	80%
Espessura fictícia, h_0	224 mm

Fonte: CEB, 1990

A formulação proposta pelo *Model Code 2010* (FIB, 2010-a), apresentada na seção 2.5.1.3.2, está transcrita nas linhas abaixo com a finalidade de facilitar a leitura.

A correção da idade do concreto para levar em conta o efeito da temperatura, foi feita considerando que a temperatura permanece constante durante o período de cura do concreto. Conforme Equação 2.16, o valor para $t_{0,T}$ é igual a 37,652 dias.

$$t_{0,T} = \sum_{i=1}^{n} \Delta t_i \cdot e^{-\left[\frac{4000}{273-T(\Delta t_i)}-13{,}65\right]} \quad \text{Eq. 2.16}$$

O valor de $t_{0,adj}$, dado pela Equação 2.15, vale, também 37,652, uma vez que o parâmetro α foi tomado igual a zero. O valor do coeficiente de fluência é dado pela Equação 2.24:

$$\varphi(t,t_0) = \varphi_{bc}(t,t_0) + \varphi_{dc}(t,t_0) \quad \text{Eq. 2.24}$$

Sendo valor de $\phi_{bc}(t\text{-}t_0)$ dado pelo produto entre $\beta_{bc}(fcm)$ e $\beta_{bc}(t\text{-}t_0)$, conforme Equação 2.25, e os valores de cada uma das parcelas calculados conforme equações 2.26 e 2.27, tem-se que coeficiente de fluência autógena vale 0,95

$$\varphi_{bc}(t,t_0) = \beta_{bc}(f_{cm}) \cdot \beta_{bc}(t,t_0) \quad \text{Eq. 2.25}$$

$$\beta_{bc}(f_{cm}) = \frac{1{,}8}{{f_{cm}}^{0{,}7}} \therefore \beta_{bc}(f_{cm}) = 0{,}141 \quad \text{Eq. 2.26}$$

$$\beta_{bc}(t,t_0) = \ln\left[\left(\frac{30}{t_{0,adj}} + 0{,}035\right)^2 \cdot (t-t_0) + 1\right] \therefore \beta_{bc}(t,t_0) = 6{,}738 \quad \text{Eq. 2.27}$$

O valor de $\phi_{dc}(t,t_0)$ é dado pela Equação 2.28, onde os valores de cada uma as parcelas estão apresentados nas equações subsequentes.

$$\varphi_{dc}(t,t_0) = \beta_{dc}(f_{cm}) \cdot \beta(RH) \cdot \beta_{dc}(t_0) \cdot \beta_{dc}(t,t_0) \quad \text{Eq. 2.28}$$

$$\beta_{dc}(f_{cm}) = \frac{412}{{f_{cm}}^{1{,}4}} \therefore \beta_{dc}(f_{cm}) = 2{,}53 \quad \text{Eq. 2.29}$$

$$\beta(RH) = \frac{1 - {RH}/{100}}{\sqrt[3]{0{,}1 \cdot {h}/{100}}} \therefore \beta(RH) = 0{,}311 \quad \text{Eq. 2.30}$$

$$\beta_{dc}(t_0) = \frac{1}{0{,}1 + {t_{0,adj}}^{0{,}2}} \therefore \beta_{dc}(t_0) = 0{,}468 \quad \text{Eq. 2.31}$$

$$\beta_{dc}(t,t_0) = \left[\frac{(t-t_0)}{\beta_h + (t-t_0)}\right]^{\gamma(t_0)} \therefore \beta_{dc}(t,t_0) = 0{,}850 \qquad \text{Eq. 2.32}$$

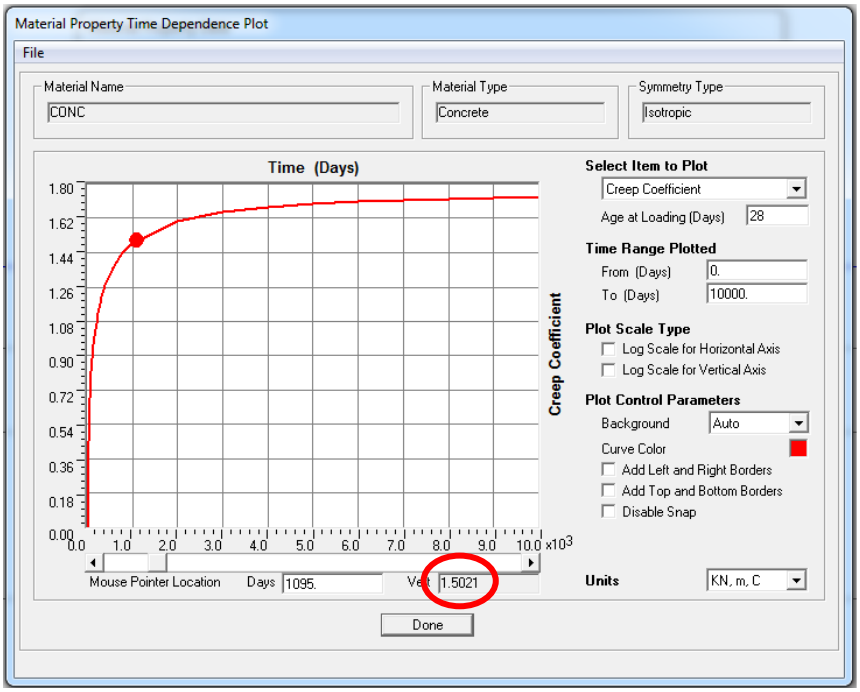
Na Equação 2.23 o valor do parâmetro $\gamma(t_0)$ é dado pela Equação 2.33 e β_h por 2.34.

$$\gamma(t_0) = \frac{1}{2{,}3 + {3{,}5}/{\sqrt{t_{0,adj}}}} \therefore \gamma(t_0) = 0{,}346 \qquad \text{Eq. 2.33}$$

$$\beta_h = 1{,}5 \cdot h + 250 \cdot f_{cm} \leq 1500 \cdot \alpha_{f_{cm}} \therefore \beta_h = 637{,}901 \qquad \text{Eq. 2.34}$$

Assim, a partir da formulação do *Model Code 2010* (FIB, 2010-a), chega-se a um valor do coeficiente de fluência igual a 1,264. O valor do coeficiente de fluência calculado automaticamente pelo *CSI BRIDGE Advanced* a partir da formulação proposta pelo *Model Code 90* (FIB, 1990) é igual a 1,502. Na figura 88 observa-se o gráfico fornecido pelo programa onde se tem a variação do coeficiente de fluência em função da idade do concreto, *t*.

Figura 88 – Variação do coeficiente de fluência em função da idade do concreto.



Fonte: O autor, 2017

O cálculo das deformações especificas por retração é feito a partir da Equação 2.36, onde ε_{cas} corresponde a retração autógena e ε_{cds} a parcela da retração por secagem, ambas expressas pelas equações 2.37 e 2.40, respectivamente.

$$\varepsilon_{cs}(t, t_s) = \varepsilon_{cas}(t) + \varepsilon_{cds}(t, t_s) \quad \text{Eq. 2.36}$$

$$\varepsilon_{cas}(t) = \varepsilon_{cas0}(f_{cm}) \cdot \beta_{as}(t) \quad \text{Eq. 2.37}$$

$$\varepsilon_{cds}(t, t_s) = \varepsilon_{cds0}(f_{cm}) \cdot \beta_{RH}(RH) \cdot \beta_{ds}(t - t_0) \quad \text{Eq. 2.40}$$

O parâmetro α_{as} existente na Equação 2.38, para o cálculo de $\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$, serve para levar em conta o tipo de cimento empregado na mistura do concreto. Considerando um cimento classe, 42,5, conforme Tabela 3, α_{as} é igual a 700. Considerando ainda f_{cm} igual a *38 MPa*, tem-se que $\varepsilon_{cas0}(f_{cm})$, vale $-6{,}554 \cdot 10^{-6}$, conforme Equação 2.38. O valor de $\beta_{as}(t)$ é igual a *0,999* para um tempo igual a 1.095 dias, conforme Equação 2.39.

$$\varepsilon_{cas0}(f_{cm}) = -\alpha_{as} \cdot \left(\frac{f_{cm}/10}{6 + f_{cm}/10} \right)^{2,5} \cdot 10^{-6} \quad \text{Eq. 2.38}$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - e^{(-0,2 \cdot \sqrt{t})} \quad \text{Eq. 2.39}$$

Os parâmetros que compões a parcela da retração proveniente da secagem do concreto estão expressos nas equações 2.41 a 2.43. Os coeficientes α_{ds1} e α_{ds2}, a exemplo de α_{as}, também dependem do tipo de cimento e estão expressos na Tabela 3. Sendo o cimento classe 42,5, tem-se que α_{ds1} e α_{ds2}, valem *4* e *0,012*, respectivamente. Assim, tem-se que $\varepsilon_{cds0}(f_{cm})$ vale $4{,}183 \cdot 10^{-4}$, $\beta_{RH}(RH)$, *-0,756* e $\beta_{ds}(t\text{-}t_0)$ vale 0,553. O valor total da retração por secagem é $-1{,}751 \cdot 10^{-4}$.

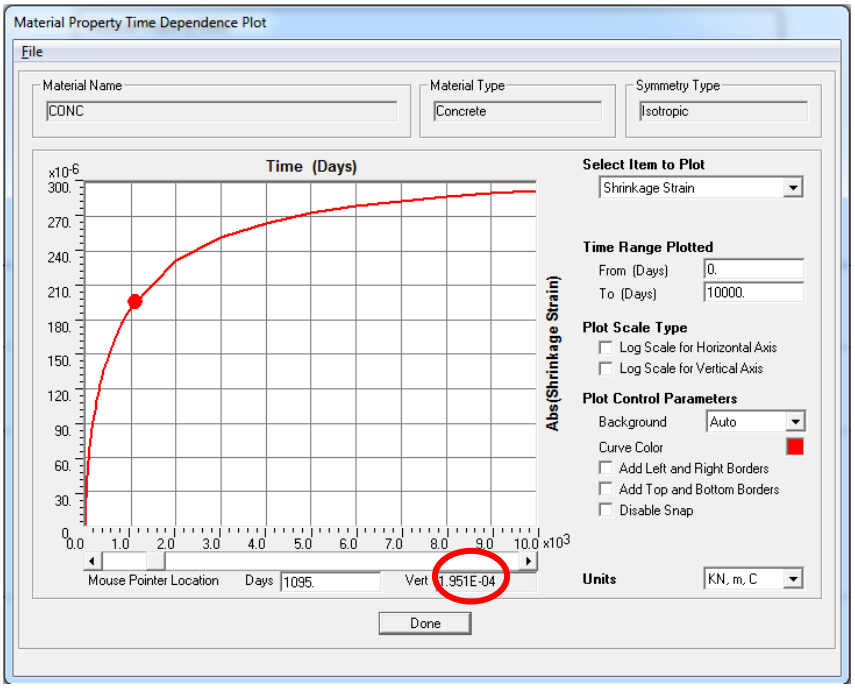
$$\varepsilon_{cds0}(f_{cm}) = \left[(220 + 110 \cdot \alpha_{ds1}) \cdot e^{(-\alpha_{ds2} \cdot f_{cm})} \right] \cdot 10^{-6} \quad \text{Eq. 2.41}$$

$$\beta_{RH}(RH) = \begin{cases} -1{,}55 \cdot \left[1 - \left(RH/100 \right)^3 \right] para\ 40 \leq RH < 99\% \cdot \beta_{s1} \\ 0{,}25\ para\ RH \geq 99\% \cdot \beta_{s1} \end{cases} \quad \text{Eq. 2.42}$$

$$\beta_{ds}(t - t_0) = \left[\frac{(t - t_s)}{0{,}035 \cdot h^2 + (t - t_s)} \right]^{0,5} \quad \text{Eq. 2.43}$$

O valor de ε_{cs} para a idade, t, do concreto igual a 1.095 dias é igual a $-2{,}406 \cdot 10^{-4}$. Considerando a formulação do *Model Code 90* (FIB, 1990) esse valor é igual a $1{,}951 \cdot 10^{-4}$, conforme pode ser observado na figura 89, extraída do *CSI BRIDGE Advanced*.

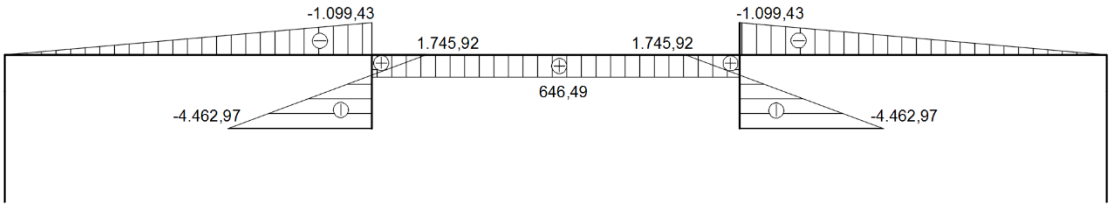
Figura 89 – Variação da deformação específica de retração em função da idade do concreto.



Fonte: O autor, 2017

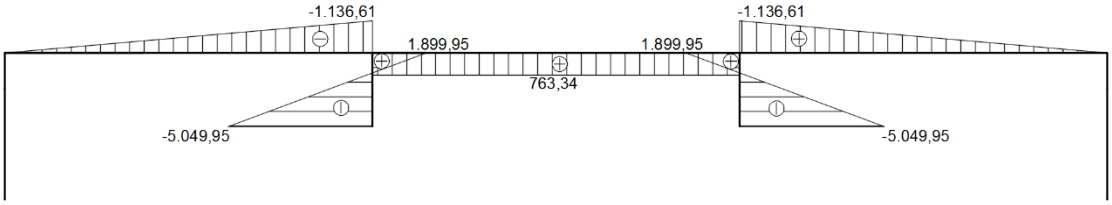
Os diagramas de momento fletor, considerando as deformações de retração e f;uência, obtidos a partir do *CSI Bridge Advanced* e *AAPP* estão mostrados nas figuras 90 e 91.

Figura 90 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do *CSI BIRDGE Advanced*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor

Figura 91 – Diagrama de momento fletor obtido a partir do *AAPP*. Unidades em kN*m



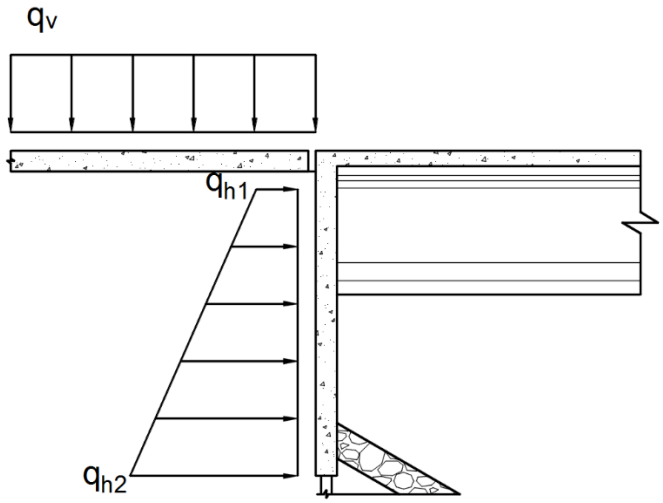
Fonte: O autor, 2017

4.1.1.4 Consideração do empuxo passivo do solo

O empuxo passivo de solo, atuante sobre o tardoz do encontro, se desenvolve em situações onde a variação de temperatura menor ou igual a zero. Para calcular o empuxo,

o peso específico do solo foi tomado igual a 18 kN/m3, o ângulo de atrito interno do solo 30º e um ângulo de espraiamento da sobrecarga igual a 45º. Uma sobrecarga, q_v, igual a 500 kgf/m2 foi considerada com a finalidade de simular o peso da laje de aproximação, conforme pode ser observado na figura 92.

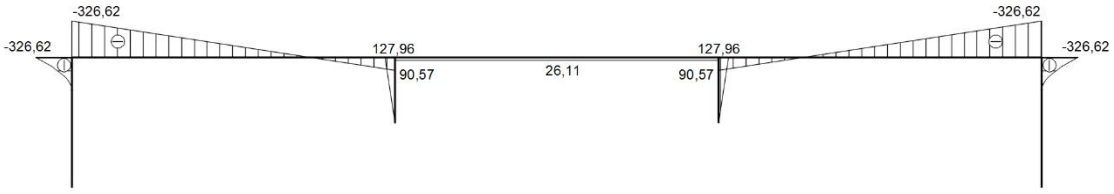
Figura 92 – Empuxo passivo atuante sobre o tardoz do encontro.



Fonte: O autor, 2017

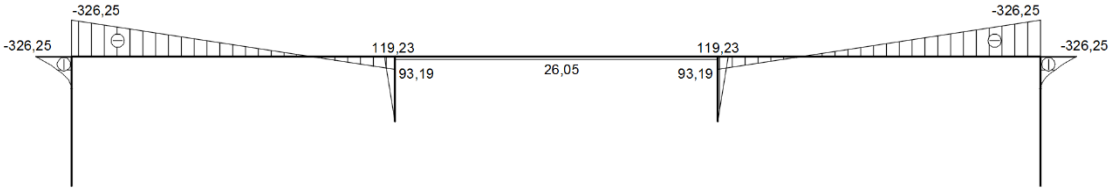
Os valores de q_{h1} e q_{h2}, correspondentes ao empuxo passivo, são iguais a 0,63 kN/m^2 e 36,62 kN/m^2, respectivamente. Os diagramas de momento fletor estão mostrados nas Figuras 93 e 94.

Figura 93 – Diagrama de momento fletor proveniente dos efeitos diferidos no concreto obtido a partir do *CSI Bridge Advanced*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor, 2017

Figura 94 – Diagrama de momento fletor proveniente dos efeitos diferidos no concreto obtido a partir do *APP*. Unidades em kN*m.

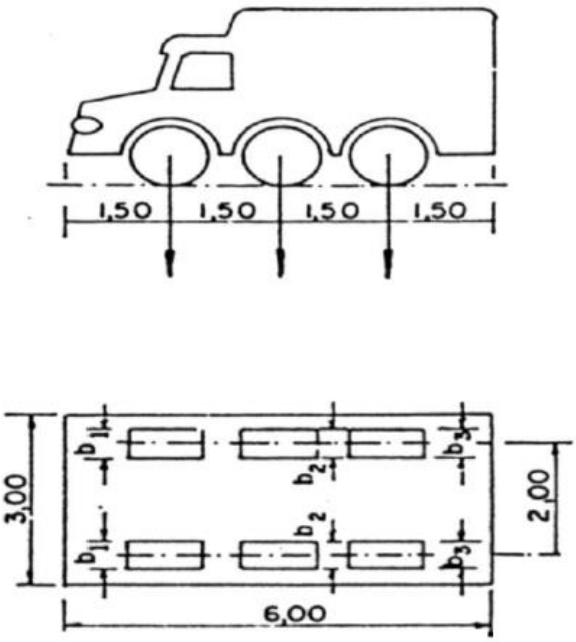


Fonte: O autor, 2017

4.1.1.5 Consideração do trem tipo

O trem tipo atuante no pórtico central da ponte foi definido a partir de um veículo tipo, classe C45 (NBR 7188/2012), conforme mostrado na Figura 95.

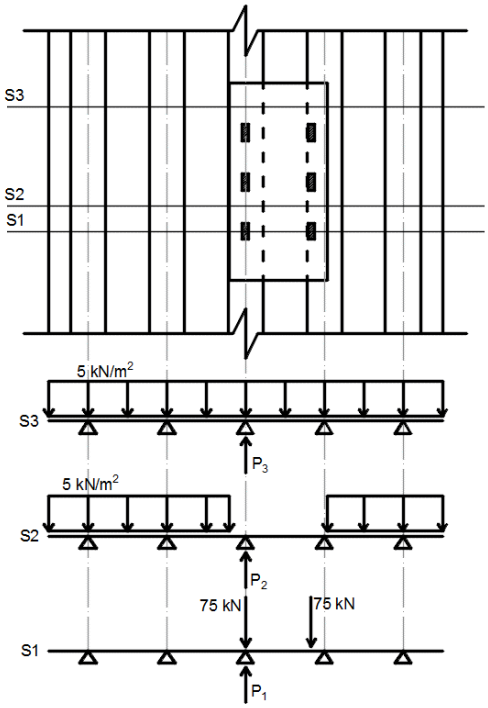
Figura 95 – Veículo tipo



Fonte: ABNT NBR 7187/2003

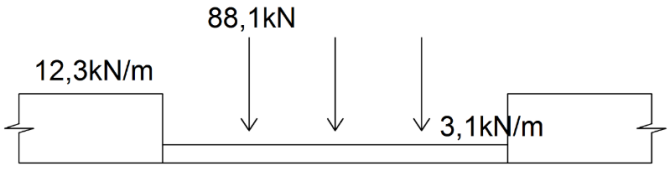
Considerando, portanto, a figura 96, a partir das seções S1, S2 e S3, define-se o trem tipo atuante na longarina a partir do cálculo das reações P_1, P_2 e P_3, que vale, respectivamente 88,1 kN, 3,1 kN/m e 12,3 kN/m. O trem tipo atuante na longarina central está mostrado na figura 97. Para efeito de validação, o trem tipo poderia ser posicionado em qualquer trecho da viga. Optou-se por posicioná-lo com a roda dianteira sobre o encontro pois é a situação onde serão produzidos os maiores esforços no encontro.

Figura 96 – Posicionamento do veículo tipo sobre a longarina central.



Fonte: O autor, 2017

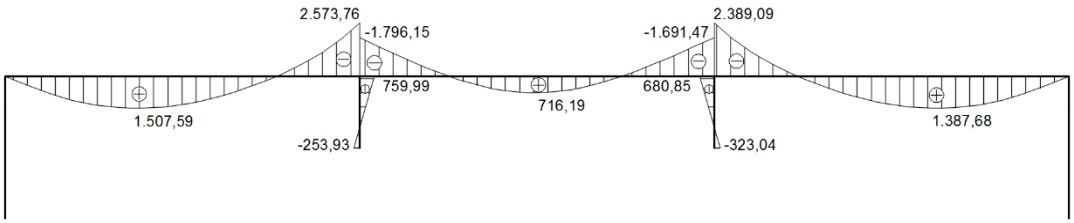
Figura 97 – Trem tipo atuante na longarina central



Fonte: O autor, 2017

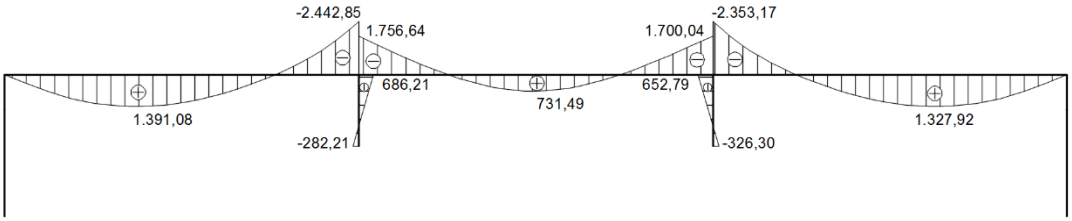
Os diagramas de momento fletor produzidos pelo trem tipo quando este se encontra com as rodas dianteiras sobre o encontro da ponte está mostrado nas figuras subsequentes.

Figura 98 – Diagrama de momento fletor proveniente do trem tipo situado sobre o encontro da ponte obtido a partir do *CSI Bridge Advanced*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor, 2017

Figura 99 – Diagrama de momento fletor proveniente do trem tipo situado sobre o encontro da ponte obtido a partir do *AAPP*. Unidades em kN*m.



Fonte: O autor, 2017

4.2 AVALIAÇÃO DA SENSIBILIDADE

Nesta seção, a influência do caráter aleatório de cada uma das variáveis de projeto, sobre o comportamento da estrutura será avaliado. Serão realizadas 13 análises estocásticas, onde em cada uma delas apenas uma variável de projeto será considerada conforme sua lei de probabilidade, as demais serão consideradas com seus valores médios. Além do mais, quantidade de experimentos será variada em 100, 500, 1.000, 5.000 e 10.000, visando assim determinar a quantidade suficiente de amostragens para que não haja perda de precisão na análise e sem que o custo computacional seja demasiadamente onerado. Serão analisados os valores dos deslocamentos e momento fletor no topo do encontro bem como o momento fletor no topo da estaca. Na tabela 19 pode-se observar a variável de projeto que foi tomada como tendo comportamento aleatório:

Os valores dos parâmetros estatísticos e a lei de probabilidade de cada das variáveis aleatórias serão abordados nas seções subsequentes. Ressalta-se ainda que nem todas as variáveis aleatórias produziram variações significativas nas grandezas que foram avaliadas, a saber, deslocamento no topo do encontro e momento fletor no topo do encontro e da estaca. Dessa forma, algumas das análises listadas na tabela 19 não terão uma seção dedicada exclusivamente a ela.

Tabela 19 – Relação das variáveis de projeto tomadas com seu caráter aleatório.

Análise	Variável de projeto
Análise 1	Resistência à compressão do concreto
Análise 2	Peso específico do concreto
Análise 3	Coeficiente de dilatação térmica do concreto
Análise 4	Módulo de elasticidade do aço laminado, estaca
Análise 5	Área da seção transversal da longarina
Análise 6	Momento de inércia da seção transversal da longarina
Análise 7	Área da seção transversal do pilar
Análise 8	Momento de inércia da seção transversal do pilar
Análise 9	Área da seção transversal da estaca
Análise 10	Momento de inércia da seção transversal da estaca
Análise 11	Área da seção transversal do encontro
Análise 12	Momento de inércia da seção do encontro
Análise 13	Coeficiente de reação horizontal do solo

Fonte: O autor, 2017

4.2.1 Resistência à compressão do concreto

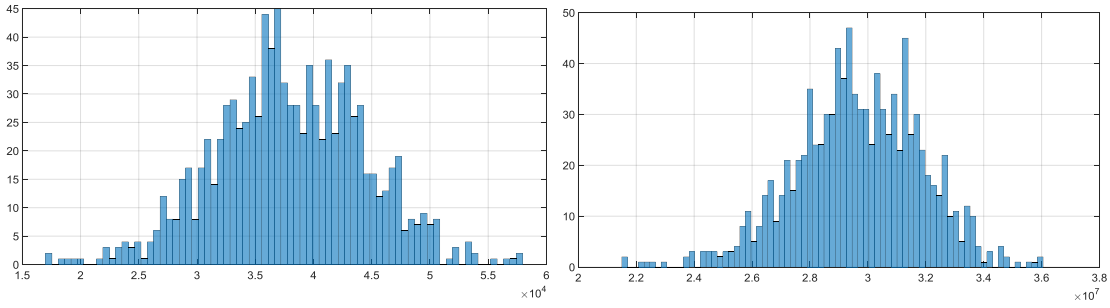
A resistência à compressão é uma das propriedades do concreto mais simples de ser mensurada. Por esta razão ela é largamente utilizada em modelos matemáticos que a relacionam com outras propriedades, tais como o módulo de elasticidade, coeficiente de fluência e deformação específica por retração. Sendo assim, ao considera-la como tendo um comportamento aleatório, todas as demais variáveis, calculadas a partir dela também apresentarão tal comportamento.

Conforme especificação do *JCSS* (2000-c) a resistência à compressão do concreto possui distribuição de probabilidade lognormal cuja lei de probabilidade está expressa na seção 3.3.1.1. Com base nas proposições do *JCSS* (JCSS, 2000-d) foi adotado um

coeficiente de variação igual a 17% para a resistência à compressão do concreto, sendo o valor médio da resistência à compressão igual a 38 MPa, conforme Tabela 20, o desvio padrão é igual a 6,46 MPa. O cálculo das demais propriedades físicas do concreto, módulo de elasticidade secante, coeficiente de fluência e deformação específica por retração foi feito a partir das recomendações do *Model Code 2010* (FIB, 2010-a).

Nas figuras 100 e 101 pode-se observar o histograma das frequências absolutas para a resistência à compressão, módulo de elasticidade, coeficiente de fluência e deformação específica de retração do concreto, considerando um total de 1.000 amostras. Os valores médios e desvios padrão de cada uma das quatro grandezas estão indicados na tabela 20.

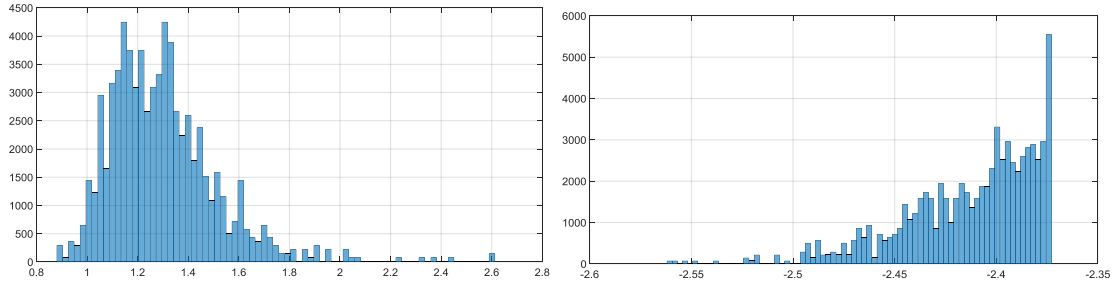
Figura 100 – Histograma (a) resistência à compressão, (b) módulo de elasticidade secante do concreto.



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Figura 101 – Histograma (a) coeficiente de fluência, (b) deformação específica por retração.



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

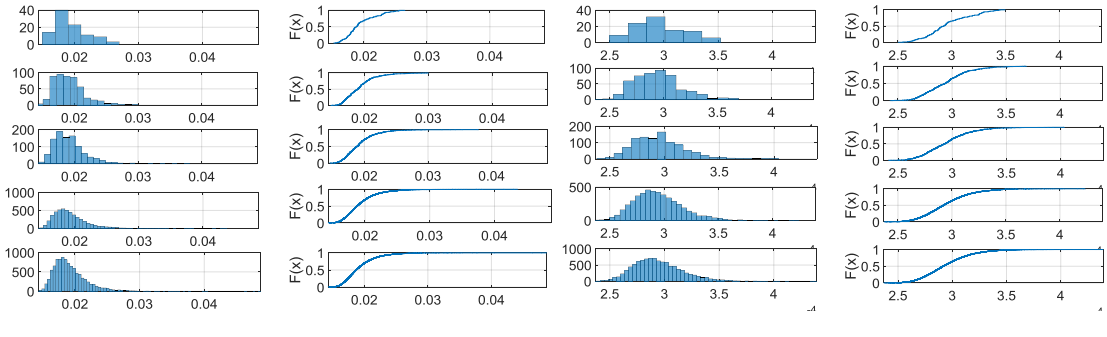
Tabela 20 – Valores médios e desvio padrão das propriedades físicas do concreto calculadas a partir do valor da resistência à compressão.

Parâmetros	**Valor médio**	**Desvio Padrão**
Resistência à compressão	37.977 kN/m^2	6.396 kN/m^2
Módulo de elasticidade secante, E_{cs}	2,966·10^7 kN/m^2	2,187·10^6 kN/m^2
Coeficiente de fluência, ϕ	1,298	0,215
Deformação específica de retração, ε_{cs}	2,413·10^{-4}	3,305·10^{-6}

Fonte: O autor, 2017

Uma vez que o valor da resistência à compressão do concreto possui influência no cálculo do modulo de elasticidade e este, por sua vez está diretamente relacionado à rigidez dos elementos estruturais, espera-se que o caráter aleatório dessa variável de projeto vá influenciar os valores dos esforços internos provenientes de todos os tipos de carregamentos. Foram plotados os histogramas das frequências absolutas para o deslocamento e momento fletor no topo do encontro além da curva de distribuição de probabilidade acumulada, para cada uma das análises com diferentes experimentos de Monte Carlo, como descrito no início dessa seção, conforme observa-se nas figuras abaixo. Por questões práticas, apenas os histogramas mais relevantes são apresentados.

Figura 102 – Histograma dos deslocamentos horizontais no topo do encontro (a) proveniente dos efeitos diferidos do concreto; (b) atuação do empuxo passivo sobre o encontro.

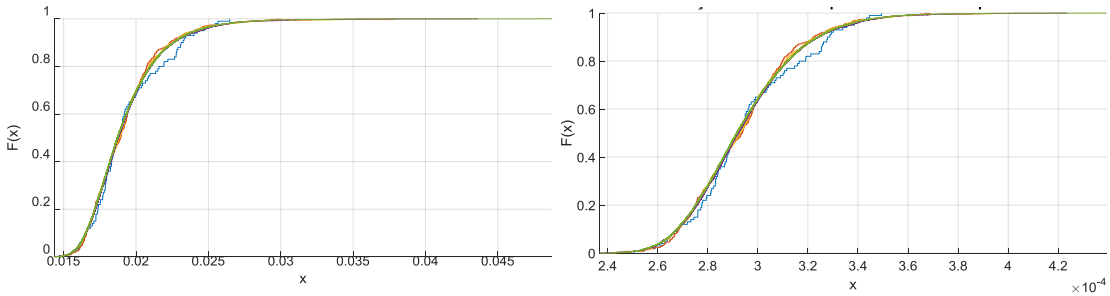


(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Sobrepondo as curvas das distribuições acumuladas da figura 103 (a) e 103 (b), percebe-se que não há diferença significante entre elas.

Figura 103 – Distribuição acumulada, deslocamentos no topo do encontro (a) proveniente dos efeitos diferidos do concreto; (b) atuação do empuxo passivo sobre o encontro.



(a) (b)

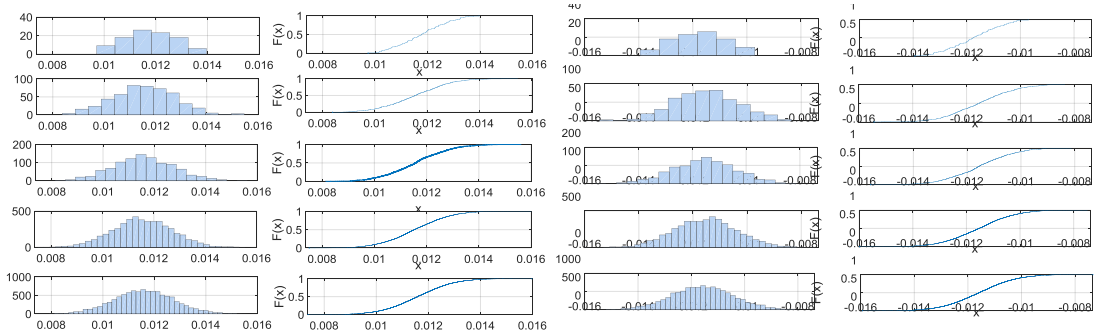
Fonte: O autor, 2017

4.2.2 Coeficiente de dilatação térmica do concreto

O intervalo de variação de temperatura a qual a estrutura da ponte estará submetida é determinada a partir das normas técnicas onde os valores extremos são obtidos a partir do tratamento estatístico dos dados históricos. Dessa forma, os valores máximos e mínimos já possuem, intrinsicamente um tratamento estatístico.

Porém, os deslocamentos impostos pela variação de temperatura dependem, além do valor da variação de temperatura, do comprimento da estrutura e do coeficiente de dilatação térmica do material. Sendo a ponte constituída principalmente por concreto, o coeficiente de dilatação térmica do material, α_T, será considerado como uma variável aleatória com distribuição normal, valor médio igual a $9{,}9 \cdot 10^{-6}$ $^oC^{-1}$ e desvio padrão $9{,}9 \cdot 10^{-7}$ $^oC^{-1}$. Tomando o intervalo de variação de temperatura, ΔT, igual a ±20ºC, nas figuras seguintes pode-se observar os histogramas, com a respectiva curva de distribuição acumulada ao lado, para experimentos com 100, 500, 1000, 5.000 e 10.000 amostragens do valor de α_T.

Figura 104 – Histograma dos deslocamentos no topo do encontro (a) proveniente da variação negativa de temperatura; (b) proveniente da variação positiva de temperatura.

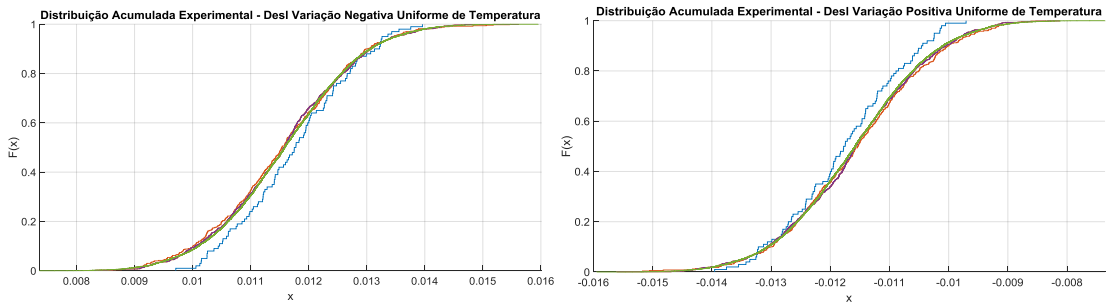


(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

As curvas de distribuição acumulada para cada uma das grandezas analisadas, sobrepostas para diferentes números de amostras estão mostradas na figura 105.

Figura 105 – Distribuição acumulada, deslocamento no topo do encontro (a) proveniente da variação negativa de temperatura; (b) proveniente da variação positiva de temperatura.



(a) (b)

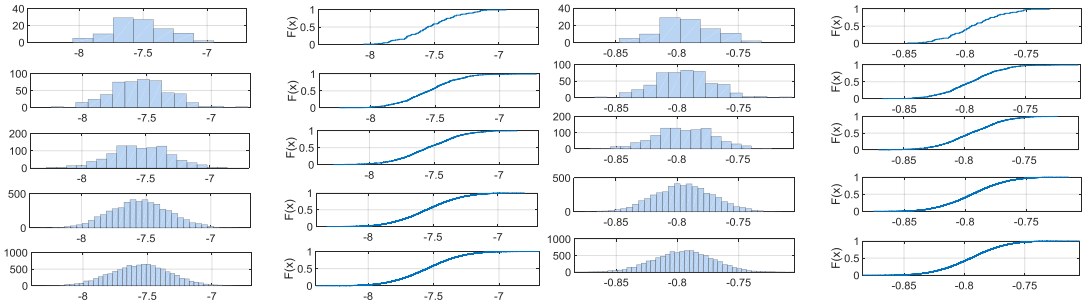
Fonte: O autor, 2017

4.2.3 Peso específico dos materiais: concreto e solo

O peso próprio da estrutura deve ser considerado como um carregamento uniformemente distribuído sobre o elemento estrutural, calculado a partir do produto entre a área da seção transversal e o peso específico do material. Sendo o concreto o material predominante na estrutura da ponte, seu peso específico será considerado como tendo comportamento aleatório com distribuição normal, com média 25 kN/m^3 e desvio padrão 0,75 kN/m^3 (JCSS, 2000-b). O peso específico do concreto é uma variável que têm influência no cálculo dos valores do carregamento distribuído e efeitos diferidos do

concreto. Nos histogramas mostrados na figura 106, observa-se os histogramas do momento fletor atuantes no topo do encontro.

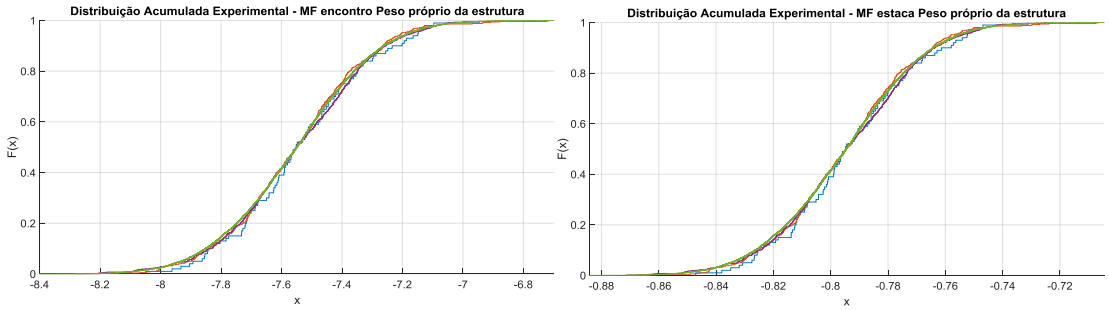
Figura 106 – Histograma do momento fletor (a) no topo do encontro e (b) no topo da estaca, ambos provenientes do peso próprio da estrutura.



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Figura 107 – Distribuição acumulada, deslocamento no topo do encontro (a) proveniente do peso próprio da estrutura; (b) dos efeitos diferidos do concreto.

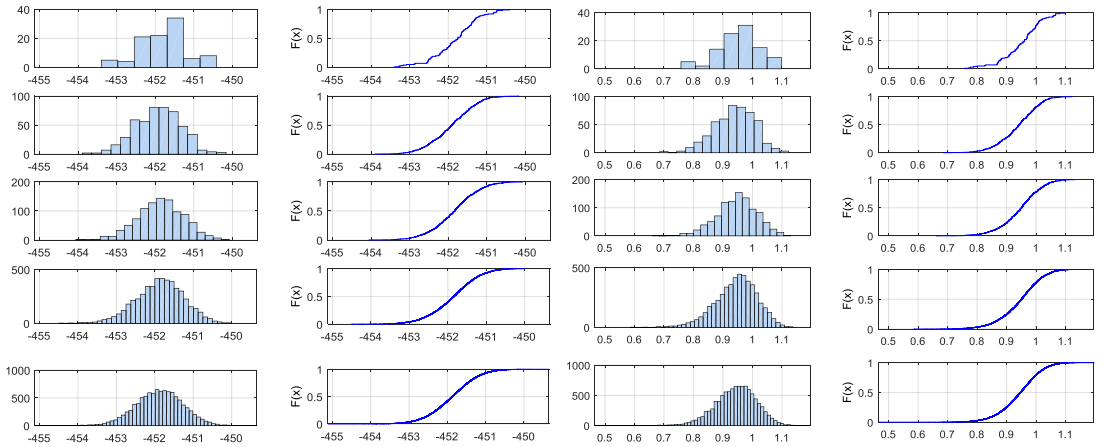


(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

O valor do empuxo passivo exercido pelo aterro no encontro é calculado função do peso específico do solo e do carregamento vertical atuante sobre o aterro, conforme abordado na seção 4.1.1.4. Dessa forma, considerando o peso específico do solo como sendo uma variável aleatória normal (KULHAWY *et al*, 2016), com média 18 kN/m^3 e desvio padrão 3,6 kN/m^3, o valor do empuxo será também uma variável aleatória com distribuição normal. Nas Figuras 108 e 109 pode-se observar o histograma da distribuição dos valores do deslocamento horizontal e momento fletor no topo do encontro, bem como o valor do momento fletor no tipo da estaca em função da quantidade de amostras.

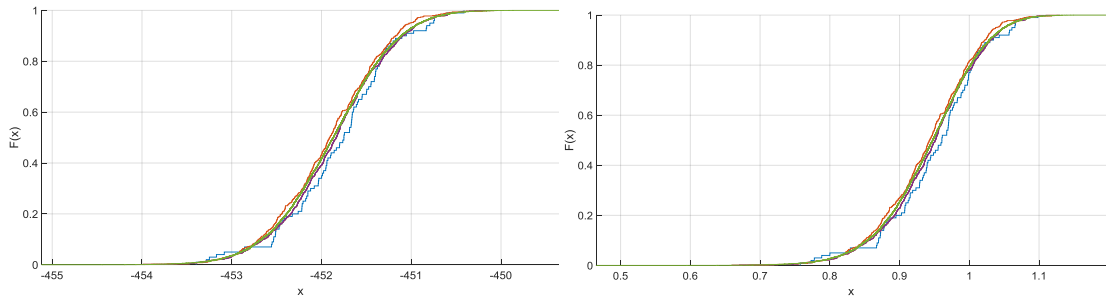
Figura 108 – Histograma do momento fletor (a) no topo do encontro e (b) no topo da estaca, ambos provenientes do peso próprio da estrutura.



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Figura 109 – Histograma momento fletor no topo da estaca.



Fonte: O autor

4.2.4 Rigidez dos elementos estruturais

Os esforços internos atuantes na estrutura, dependem, além do carregamento, da rigidez dos elementos estruturais. Dessa forma, é importante considerar a variabilidade do módulo de elasticidade dos materiais e propriedades geométrica das seções transversais como variáveis aleatórias. A variabilidade do módulo de elasticidade do concreto foi considerada no instante em que o valor da resistência à compressão do concreto foi tomado como uma variável aleatória, seção 4.2.1.

Considerando o módulo de elasticidade do aço do estaqueamento como uma variável aleatória com distribuição normal, valor médio igual a $2{,}1 \cdot 10^{8}$ kN/m^3 e desvio padrão igual a $6{,}3 \cdot 10^{6}$ kN/m^3, observou-se que a covariância das resultados medidos

(deslocamento e momento fletor fletor no topo do encontro e momento fletor no topo do estaqueamento) foi inferior a 1% para todos os carregamentos aplicados.

Considerar-se-á agora a parcela da rigidez relacionada com as propriedades geométricas da seção transversal dos elementos de concreto do encontro e das longarinas como variáveis aleatórias. Não foi encontrado na literatura valores de referência para a distribuição de probabilidade dessas grandezas, assim, os valores aqui utilizados foram obtidos a partir das recomendações do *JCSS* (JCSS, 2000-d) para distribuição de probabilidade das dimensões dos elementos estruturais. Para o encontro foi considerado um desvio padrão da área igual a $0{,}051\ m^2$ e para o momento de inércia $0{,}021\ m^4$. Para a longarina os valores foram de $0{,}062\ m^2$ e $0{,}081\ m^4$. Ambas as propriedades dos elementos foram consideradas com distribuição normal cujos valores médios estão mostrados na Tabela 16.

Valores significativos da covariância foram observados apenas quando o momento de inercia da seção transversal da longarina é tomado como uma variável aleatória. Nesse caso, para os carregamentos de peso próprio e trem tipo as variáveis de saída apresentaram valores consideráveis na covariância, conforme mostrado na tabela abaixo.

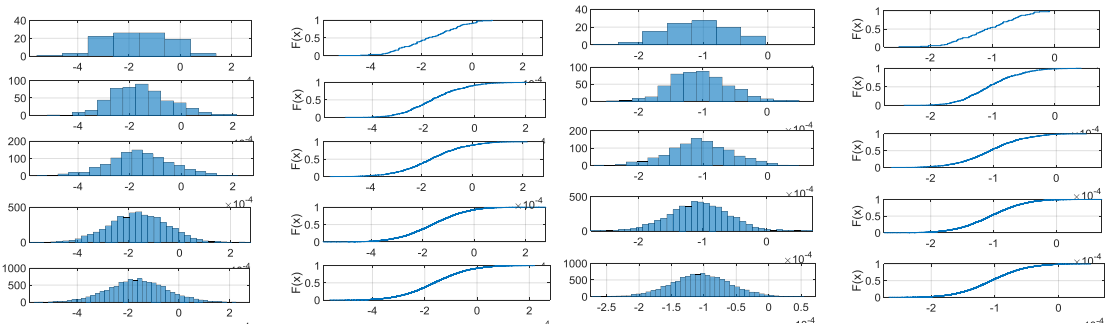
Tabela 21 – Valores da covariância quando o momento de inércia da seção transversal é tomado como variável aleatória.

Carregamento	**Deslocamento no topo do encontro**	**Momento fletor no topo do encontro**	**Momento fletor no topo da estaca**
Peso próprio	71,46%	4,01%	3,81%
Trem tipo	44,34%	4,25%	4,07%

Fonte: O autor, 2017

Na figura 110 observa-se os histogramas do deslocamento do topo do encontro para os carregamentos indicados acima enquanto na figura 111 tem-se os as distribuições acumuladas para das diferentes analises variando a quantidade de experimentos.

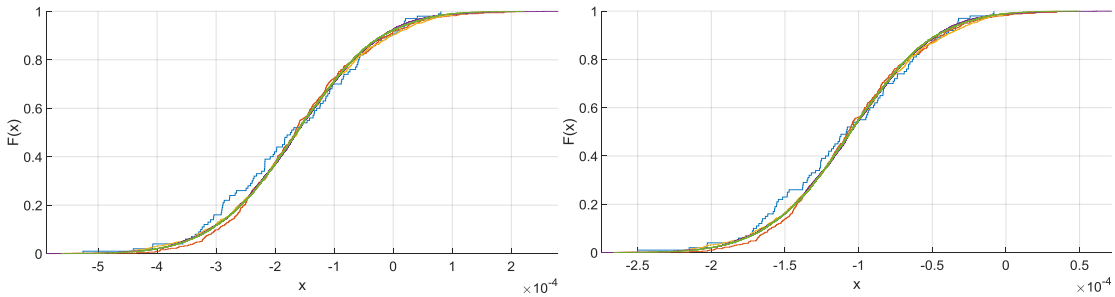
Figura 110 – Histograma do deslocamento no topo do encontro para o peso próprio da estrutura (a) e trem tipo (b).



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Figura 111 – Distribuição acumulada deslocamento horizontal no topo do encontro, (a) peso próprio da estrutura; (b) trem tipo.



Fonte: O autor, 2017

4.2.5 Coeficiente de reação do solo

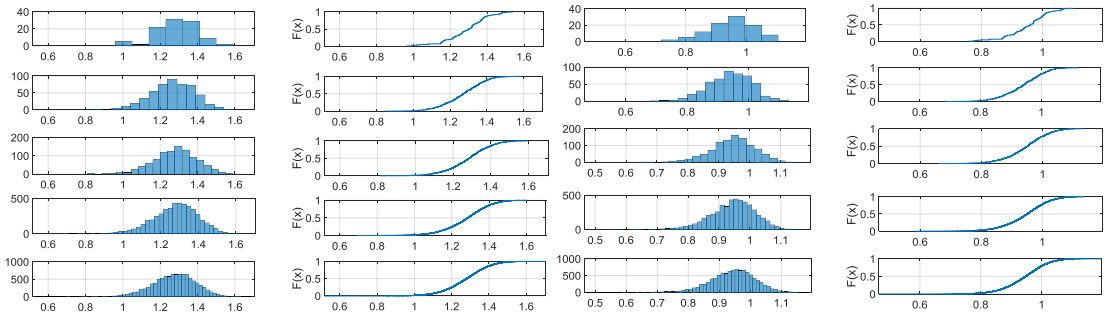
Certamente, o solo, por se tratar de um material natural, é o elemento resistente do encontro integral cujas propriedades possuem maiores incertezas. Dada a grande contribuição que o solo possui na estabilidade dos encontros integrais, é de fundamental importância que ele seja tratado como uma variável aleatória. Segundo KULHAWY (2016), o módulo de reação horizontal do solo pode ser considerado como uma variável aleatória normal. O valor médio dessa grandeza foi calculado conforme mostrado na seção 4.1.1. O desvio padrão foi obtido a partir no coeficiente de variação, tomado igual a 20%.

Ressaltando que a influência do módulo de reação do solo é diferente para situações onde a ponte está sofrendo alongamento, onde o aterro situado no tardoz do encontro se opõe ao movimento, e situações onde a ponte está sofrendo encurtamento. Nesse último

caso apenas o solo no entorno do estaqueamento é que contribui com a rigidez global da estrutura.

Os momentos fletores no topo do encontro e no topo da estaca são as variáveis de saída que apresentam maior covariância quanto o solo é tomado como uma variável aleatória. Nas figuras abaixo são apresentados os histogramas referentes aos carregamentos provenientes dos efeitos diferidos do concreto, empuxo de solo da variação de temperatura, positiva e negativa para os diferentes números de experimentos realizados.

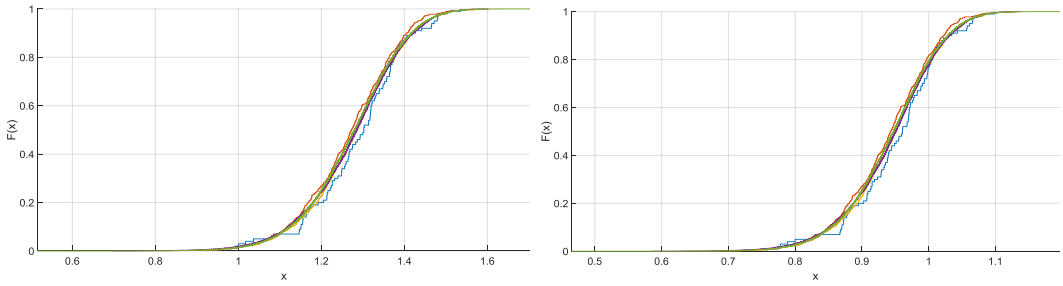
Figura 112 – Histograma momento fletor no topo da estaca; (a) proveniente dos efeitos diferidos do concreto; (b) empuxo de solo.



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

Figura 113 – Histograma deslocamento horizontal no topo do encontro; (a) proveniente da variação positiva de temperatura; (b) proveniente da variação negativa de temperatura.



(a) (b)

Fonte: O autor, 2017

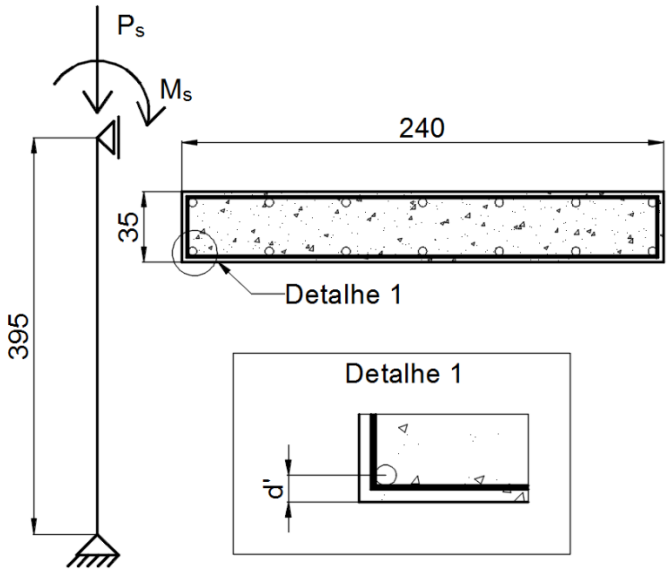
4.3 CAPACIDADE DE CARGA DOS ELEMENTOS ESTRUTURAIS

A resistência de determinado elemento estrutural é função das propriedades mecânicas dos materiais que o compõe e das propriedades geométricas da seção. No cálculo dos esforços resistentes, tanto as propriedades mecânicas quanto as geométricas devem ser tratadas como variáveis aleatórias.

4.3.1 Capacidade de carga de elementos de concreto armado submetidos à flexo compressão.

Uma vez que nesse trabalho a modelagem numérica das estruturas de pontes foram tratadas como pórticos planos, os encontros serão dimensionados a partir da teoria de flexo-compressão normal, utilizada no dimensionamento de pilares. Considerando o encontro como um elemento linear, com 3,95 metros de comprimento, rotulado nas extremidades, e seção transversal de 0,35x2,4 metros, conforme mostrado na figura 114.

Figura 114 – Pilar



Fonte: O autor, 2017

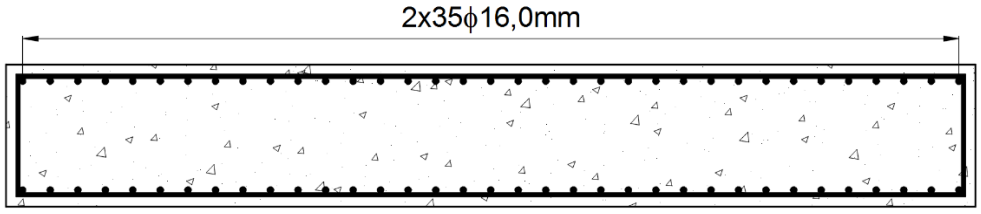
Tomando os valores médios das propriedades físicas dos materiais, tem-se que a resistência média do concreto à compressão vale 38 MPa, conforme mostrado na seção 5.2.1. Utilizando a Equação 2.4, o módulo de elasticidade secante vale $2{,}974 \cdot 10^7$ kN/m^2. Sendo o momento de inércia da seção em torno do eixo *x* igual a 0,026 m^4, o índice de esbeltez, λ, vale 27,366. Uma vez que o valor limite do índice de esbeltez deve ser maior

que 35 (NBR6118, 2014), inevitavelmente o pilar será classificado como curto e por essa razão pode-se dispensar os efeitos locais de segunda ordem e o efeito das deformações por fluência do concreto.

Para efeito de dimensionamento o esforço normal, P_s, e o momento fletor, M_s, solicitantes serão considerados iguais a 1.013 kN e 1.095 kN·m, respectivamente. Esses valores foram obtidos a partir da combinação de carga mais desfavorável e será melhor explicada no Capitulo 5. Na seção 3.8.1.2, foi exposta a teoria de dimensionamento de elementos lineares submetidos à flexo-compressão. Por questões de praticidade, nesse capítulo a formulação teórica será omitida.

A área de aço, calculada para o par de esforços P_s e M_s é igual a 140 cm^2 o que corresponde a 70 barras de 16 mm, distribuídas conforme mostrado na figura 115.

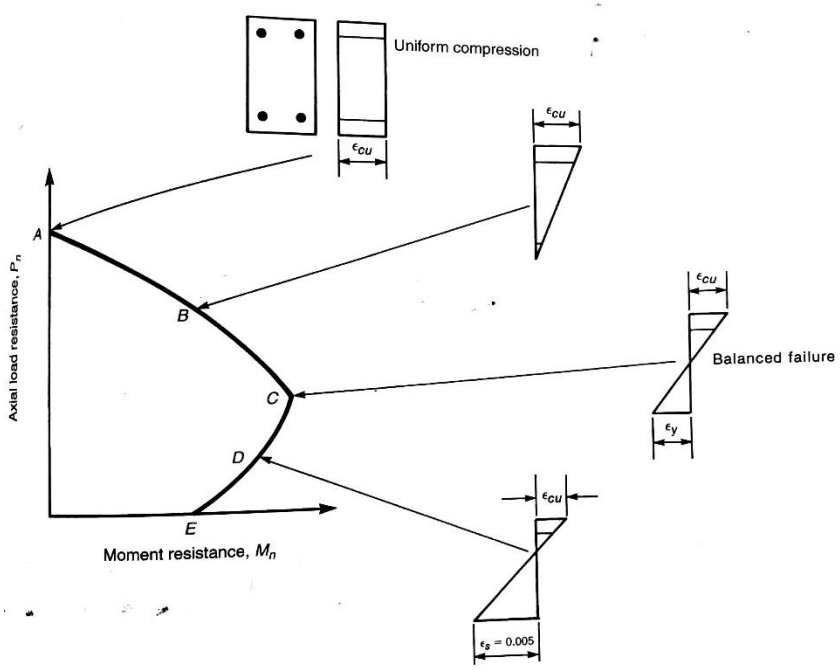
Figura 115 – Detalhamento da distribuição de armadura na seção transversal de um trecho do encontro.



Fonte: O autor, 2017

O estado limite último para seção de concreto armado submetidas à flexo-compressão pode ser determinado a partir do diagrama de iteração da seção armada O diagrama de iteração é função da posição da linha neutra, e pode ser determinado de forma simplificada (MACGREGOR, 2008) calculando os valores dos esforços resistentes (P_n,M_n) em cinco situações distintas: compressão pura, tensão nula na parte inferior da seção transversal, armadura inferior atingindo a deformação específica de escoamento, armadura inferior atingindo deformação específica igual a 0,01 (ABNT, 2014) e tração pura. Vale ressaltar que o encurtamento máximo permitido para o concreto foi tomado igual a 0,0035, conforme especificação da NBR 6118:2014 (ABNT, 2014). Na figura 176 tem-se um diagrama de iteração genérico, mostrando os pontos onde os valores do esforço normal e momento fletor resistente foram calculados.

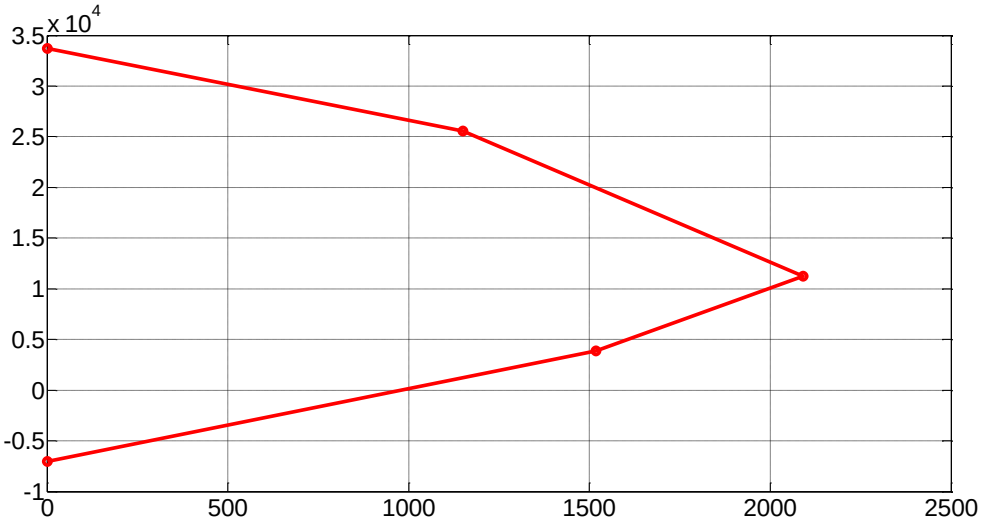
Figura 116 – Diagrama de iteração genérico.



Fonte: MACGREGOR, 2008

Na figura seguinte tem-se o diagrama de iteração para a seção mostrada na figura 117.

Figura 117 – Diagrama de iteração para a seção de concreto mostrada na Figura 114.



Fonte: O autor, 2017

Considerando como variáveis aleatórias a resistência à compressão do concreto, a resistência à tração, o módulo de elasticidade do aço e as dimensões da seção de concreto, os pares (P_n, M_n) irão apresentar um comportamento aleatório. Na tabela 22 tem-se essas variáveis de projeto com sua respectiva lei de probabilidade. Na figura 118,

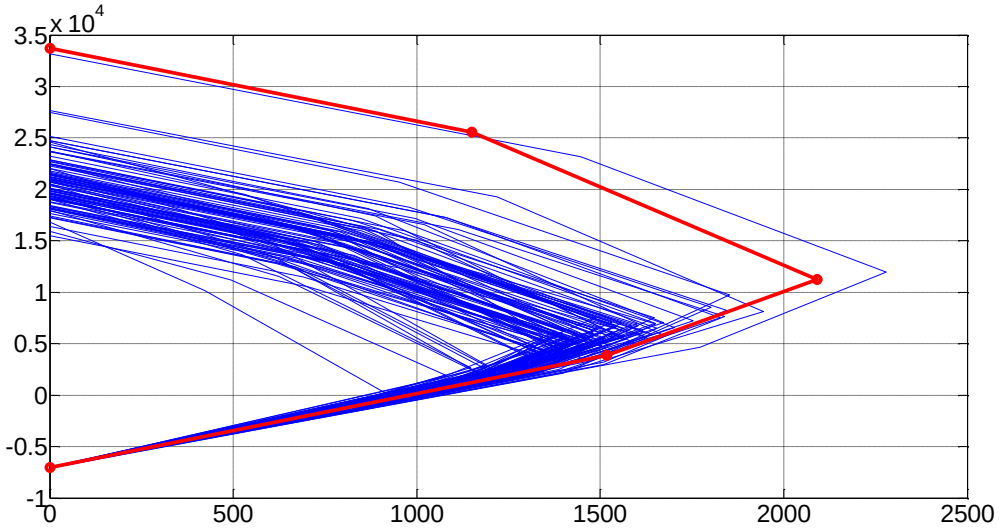
observa-se os diferentes diagramas de iteração, traçados sobre o mesmo sistema de coordenadas, quando as variáveis de projeto são amostradas 100 vezes. Na mesma figura foi mantido, em vermelho, o diagrama de iteração quando as variáveis de projeto são tomadas com seus valores médios.

Tabela 22 – Variáveis de projeto tomadas como aleatórias e seus parâmetros estatísticos

Variável de projeto	**Distribuição**	μ	σ
Resistência à compressão do concreto, f_{cc}	Lognormal	38 MPa	6,46 MPa
Resistência à tração do aço, f_{st}	Normal	500 MPa	15 MPa
Módulo de elasticidade do aço, E_s	Normal	210 GPa	6,3 Gpa
Largura da seção transversal, b	Normal	2,40 m	$7{,}00 \cdot 10^{-3}$
Altura da seção transversal, h	Normal	0,35 m	$1{,}4 \cdot 10^{-2}$

Fonte: O autor, 2017

Figura 118 – Diagrama de iteração para a seção de concreto mostrada na Figura 114 considerando a distribuição estocástica das variáveis de projeto.



Fonte: O autor, 2017

Observa-se que devido a pequena variabilidade das propriedades físicas do aço, a variação da resistência do elemento estrutural à tração, ponto inferior da curva, é imperceptível.

4.3.2 Capacidade de carga dos elementos de fundação – estaqueamento

4.3.2.1 Esforço Normal resistente

Os elementos de aço submetidos à flexo-compressão têm sua capacidade resistente verificada a partir da Equação 4.25, onde N_{res} e N_{sol} são o esforço normal resistente e o solicitante, respectivamente, e M_{res} e M_{sol} o momento fletor resistente e solicitante. Sempre que a desigualdade for respeitada, que o elemento estrutural não sofre ruptura.

$$\frac{N_{sol}}{N_{res}} + \frac{M_{sol}}{M_{res}} < 1 \qquad \text{Eq. 4.1}$$

O esforço normal resistente é calculado a partir da Equação 4.1 onde f_c é a tensão resistente à compressão simples considerando a flambagem por flexão, dado pela Equação 4.2, e A_g é a área bruta da seção transversal.

$$N_{res} = f_c \cdot A_g \qquad \text{Eq. 4.2}$$

A tensão resistente à compressão, fc, é calculada conforme Equação 4.3, onde χ é um parâmetro adimensional presente nas curvas de flambagem (NBR 8800:2008), dado pela Equação 4.4, f_y é a tensão de escoamento do aço e Q é um coeficiente utilizado para levar em consideração a perda resistência devido à flambagem local da peça. Na Equação 4.4 a variável λ_0 é o índice de esbeltes reduzido dado pela Equação 4.5.

$$f_c = \chi \cdot Q \cdot f_y \qquad \text{Eq. 4.3}$$

$$\chi = \begin{cases} 0{,}658^{\lambda_0{}^2} \; para \; \lambda_0 \leq 1{,}5 \\ \dfrac{0{,}877}{\lambda_0{}^2} \; para \; \lambda_0 > 1{,}5 \end{cases} \qquad \text{Eq. 4.4 (a)}$$

Eq. 4.4 (b)

$$\lambda_0 = \frac{k \cdot L}{i} \cdot \sqrt{\frac{f_y}{\pi^2 \cdot E_s}} \qquad \text{Eq. 4.5}$$

$$Q = Q_a \cdot Q_s \qquad \text{Eq. 4.6}$$

O valor de Q é dado pela Equação 4.6, onde Q_a é o coeficiente reduz a resistência à compressão da estaca levando em consideração a flambagem da alma (placas enrijecidas), enquanto Q_s é o coeficiente que considera a perda de resistência devido a flambagem local da mesa (placas não enrijecidas). A redução da resistência devido a

flambagem local só deve ser levada em consideração caso a razão, *b/t*, seja inferior a um determinado valor limite. A Figura 4.72 ilustra os valores de *b* e *t* para diversas seções transversais bem como os valores limites a ser empregado.

No caso das placas enrijecidas, o coeficiente Q_a é calculado a partir do conceito de largura efetiva, onde a distribuição não linear de tensões normais na placa, após a flambagem da seção, é substituída por um diagrama de tensão uniforme mantendo o valor da força normal atuante no elemento estrutural (PFEIL, 2009).

O valor de Q_a é dado pela Equação 4.7, onde A_{ef} é a área efetiva da seção transversal calculada considerando a largura efetiva, b_{ef}, da placa enrijecida conforme Equação 4.8.

$$Q_a = \frac{A_{ef}}{A_g} \qquad \text{Eq. 4.7}$$

$$b_{ef} = 1{,}92 \cdot t \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma} \cdot \left[1 - \frac{C}{b/t} \cdot \sqrt{\frac{E}{\sigma}}\right]} \qquad \text{Eq. 4.8}$$

Na Equação 4.8, *t* é a espessura da placa em questão, σ é a máxima tensão normal atuante na largura efetiva, dado pela Equação 4.9, e *C* é um parâmetro que depende da forma da seção transversal, para perfis laminados vale 0,34. Percebe-se que se trata de uma expressão iterativa uma vez que o valor de σ depende da área efetiva, A_{ef}, que por sua vez depende da largura efetiva, b_{ef}. Segundo PFEILL (2009) o valor de sigma pode ser, conservadoramente, tomado igual ao valor da tensão de escoamento do material.

$$\sigma = \frac{Q \cdot A_g \cdot f_c}{A_{ef}} \qquad \text{Eq. 4.9}$$

O coeficiente Q_s, utilizado para levar em conta a redução da resistência ocasionada pela flambagem local dos elementos não enrijecidos, no caso de perfis tipo I laminados, é calculado conforme expressão 4.10.

4.3.2.2 Momento fletor resistente

Segundo a NBR 8800:2005, as seções transversais de elementos fletidos podem ser classificados em seções compactas, semicompactas e esbeltas, segundo valores limites da relação largura espessura das chapas que compões a seção do perfil, denominada λ_b (PFEIL, 2009). O valor de λ_b, tanto quanto para mesa do perfil quanto para alma devem

ser encontrar dentro de intervalo definido pelos valores limites λ_p, dado pela Equação 4.29, e λ_r, dado pela Equação 4.30.

$$\lambda_p = 0{,}38 \cdot \sqrt{\frac{E_s}{f_y}} \quad \text{Eq. 4.10}$$

$$\lambda_r = 0{,}83 \cdot \sqrt{\frac{E_s}{0{,}7 \cdot f_y}} \quad \text{Eq. 4.11}$$

Para seções do tipo compactas, onde o valor de λ_b é inferir ao valor de λ_p, o momento fletor resistente é dado considerando a plastificação total da seção de aço, conforme mostrado na Equação 4.31, onde Z é o módulo plástico da seção. Caso o valor de λ_b seja superior ao valor de λ_r, a seção transversal irá falhar por flambagem ante de iniciar o processo de plastificação e deve ser calculado segundo a Equação 4.32 onde W é o módulo elástico da seção e f_{cr} a tensão resistente à flexão determinada pela flambagem local elástica.

$$M_p = Z \cdot f_y \quad \text{Eq. 4.12}$$

$$M_{cr} = W \cdot f_{cr} \quad \text{Eq. 4.13}$$

Caso o valor de λ_b esteja situado entre os valores de λ_p e λ_r, o momento fletor resistente da seção deverá ser calculado a partir da interpolação linear entre os valores de Mp e M_r, onde M_r é o momento fletor resistente da seção para uma situação limite, onde λ_b é igual a λ_r, dado pelas equações 4.39, quando a flambagem local ocorrer na mesa, e 4.40, quando a flambagem local ocorrer na alma.

$$M_r = W_c \cdot (f_y - \sigma_r) < W_t \cdot f_y \quad \text{Eq. 4.14}$$

$$M_r = W \cdot f_y \quad \text{Eq. 4.15}$$

4.3.2.3 Verificação flexo-compressão normal

O dimensionamento do estaqueamento, será feito baseado unicamente na capacidade de carga do perfil metálico, não sendo feita nenhuma verificação no que diz respeito a capacidade de carga do solo quando submetido a um carregamento vertical. O comprimento equivalente da estaca, calculado a partir da teoria de Davisson e Robinson e aqui exposto na seção 2.7 vale *1,353* metros. Considerando que a estaca trabalhe

engastada nas duas extremidades, a esbeltes reduzida, calculada a partir da Equação 4.5 vale *0,168*. Uma vez que λ_0 é menor que *1,5*, o coeficiente adimensional, χ, deve ser calculado conforme 4.4 (b) e vale *0,953*.

As esbelteses, tanto das mesas quanto da alma do perfil, atendem os valores mínimos recomendados pela NBR 8800:2005 (ABNT, 2005), de forma que valor do parâmetro *Q* deverá ser tomado igual a unidade. Sendo assim, conforme equações 4.2 e 4.3, o valor do esforço normal resistente é igual *1.133 kN*.

No que diz respeito ao momento fletor resistente, observa-se que a mesa pode ser classificada como uma seção compacta, enquanto que a alma é semicompacta. Dessa forma, o valor do momento fletor resistente é dado interpolando o valor do momento fletor plástico, M_p, (caso de seções compactas) e do momento fletor calculado para uma situação limite entre uma seção semicompacta e esbelta, M_r, (PFEIL, 2009).

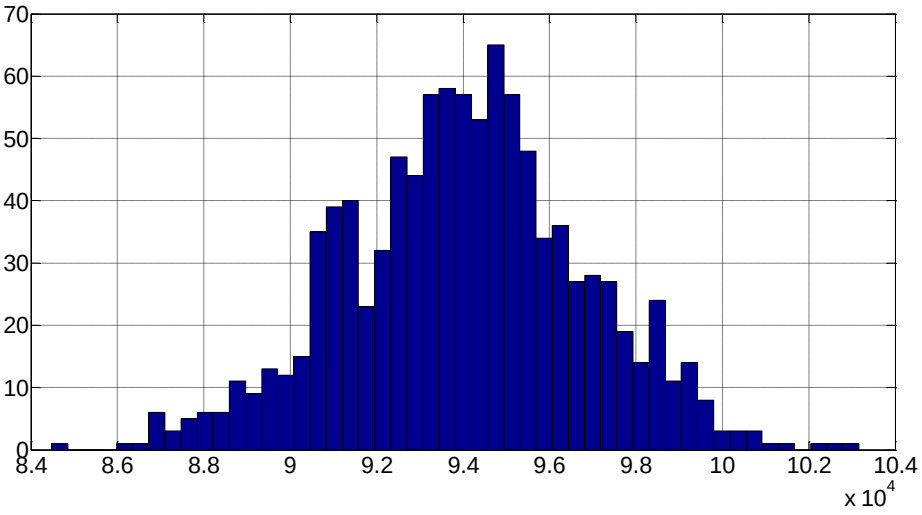
Os valores λ_p e λ_r calculados conforme equações 4.10 e 4.11 valem, respectivamente, *8,084* e *21,105*. Por sua vez, os valores de λ_b, para a mesa e alma valem *6,638* e *17,136*. Dessa forma, o perfil em questão, pode ser classificado como sendo de seção semicompacta, devido ao valor da esbeltes da alma. O momento fletor é calculado a interpolando-se os valores de M_p e M_r, dados pelas equações 4.14 e 4.15, conforme Equação 4.16. O momento resistente, nesse caso vale *47,92 kN·m*.

$$M_{res} = M_p - \frac{\lambda_b - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p}\left(M_p - M_r\right) \qquad \text{Eq. 4.16}$$

4.3.2.4 Consideração do caráter aleatório das variáveis de projeto

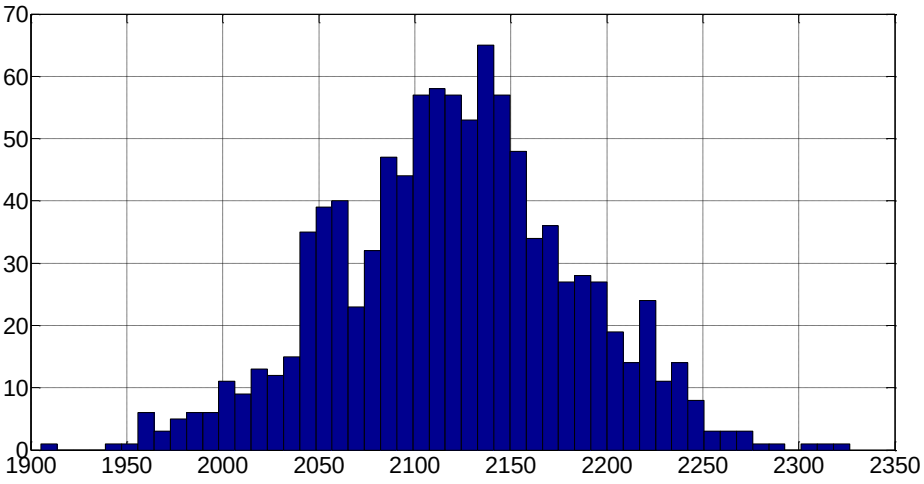
Considerando apenas o caráter aleatório da tensão resistente do aço, com valor médio igual a *464 MPa*, desvio padrão *14 MPa* e distribuição normal, pode-se plotar o histograma dos valores dos esforços internos resistentes conforme mostrado nas figuras abaixo.

Figura 119 – Histograma das frequências absolutas para o momento resistente da estaca.



Fonte: O autor, 2017

Figura 120 – Histograma das frequências absolutas para o esforço normal resistente da estaca.



Fonte: O autor, 2017

5 PROBABILIDADE DE FALHA E MINIMIZAÇÃO DO RISCO O PROJETO DE ENCONTROS INTEGRAIS DE PONTES

Nesse capítulo será calculado a probabilidade de falha do encontro integral de uma ponte. Esse cálculo será realizado de forma direta a partir da utilização do método de Monte Carlo. Em seguida, otimização estocástica utilizando o algoritmo SPSA será realizada visando a minimização do custo da estrutura.

5.1 ESFORÇOS INTERNOS E COMBINAÇÃO DE CARGA

Conforme mostrado na seção 4.1, os esforços solicitantes atuantes na estrutura de uma ponte de encontros integrais podem ser obtidos a partir da análise de um pórtico plano, desde que a ponte não seja curva nem possua ângulo de viés. Mostrou-se também que o algoritmo, *AAPP*, pode ser usado sem que haja perda de precisão dos resultados.

Seis diferentes tipos de carregamento foram impostos a estrutura da ponte: peso próprio da estrutura, variação uniforme de temperatura, empuxo ativo de solo, carga de protensão, efeitos diferidos do concreto e carga devido ao trem tipo. A fim de avaliar se a estrutura está situada em um domínio de segurança, atendendo os limites impostos pela função de Estado Limite Último, os esforços internos provenientes de cada tipo de carregamento devem ser combinados. Coeficientes de segurança não serão considerado uma vez que se trata de uma análise probabilística.

É importante salientar que quando a ponte está sujeita a variações negativas, ou nulas de temperatura, o solo atua no sentido de causar um empuxo passivo sobre o encontro. Sendo assim, não haverá situação onde atuarão no encontro integral um carregamento devido a variação positiva de temperatura simultaneamente com empuxo passivo do solo.

- *Variação negativa e uniforme de temperatura, $\Delta T<0$*

Ao se considerar que a estrutura esteja sujeita a uma variação negativa de temperatura, ou seja, o tabuleiro da ponte sofre um encurtamento, as tensões no solo são aliviadas e

o mesmo passa a exercer empuxo sobre o encontro. Além do mais, os esforços internos podem ser calculados em um tempo *t* igual a zero, ou seja, sem que os efeitos das deformações diferidas do concreto tenham sido iniciados ou em um tempo igual a 1095 dias, correspondente a um período de três anos onde considera-se que as deformações diferidas tenham sido finalizadas. Por fim, pode-se ainda considerar o trem tipo atuando ou não na estrutura.

Dessa forma, fixado a variação negativa de temperatura, quatro combinações podem ser consideradas:

- COMB-1 = Peso Próprio + Variação Negativa + Empuxo Passivo (t=0 dias)
- COMB-2 = Peso Próprio + Variação Negativa + Empuxo Passivo + Trem Tipo (t=0 dias)
- COMB-3= Peso Próprio + Variação Negativa + Empuxo Passivo + Efeitos diferidos (t=1095 dias)
- COMB-4 = Peso Próprio + Variação Negativa + Empuxo Passivo + Efeitos diferidos + Trem Tipo (t=1095 dias)

- *Variação nula de temperatura, $\Delta T=0$*

Nas situações onde a temperatura do tabuleiro da ponte seja a mesma daquela no instante da solidarização do tabuleiro com o encontro, considera-se que a ponte não esteja nem alongada nem comprimida. Assim, o solo não está sujeito a tensões de compressão e exerce empuxo passivo sobre o encontro. Dessa forma, as mesmas quatro combinações anteriormente elencadas podem ser identificadas salvo a presença do carregamento proveniente da variação de temperatura.

- COMB-5 = Peso Próprio + Empuxo Passivo (t=0 dias)
- COMB-6 = Peso Próprio + Empuxo Passivo + Trem Tipo (t=0 dias)
- COMB-7 = Peso Próprio + Empuxo Passivo + Efeitos diferidos (t=1095 dias)
- COMB-8 = Peso Próprio + Empuxo Passivo + Efeitos diferidos + Trem Tipo (t=1095 dias)

- *Variação positiva de temperatura, $\Delta T>0$*

Por fim, considerando as situações onde o tabuleiro esteja submetido a uma variação positiva de temperatura, o solo do aterro encontra-se comprimido atuando como elemento resistente sem que exerça empuxo passivo sobre o encontro. Nesse caso, pode-se identificar as mesmas quatro situações expostas no item 6.2.3.1, diferenciando apenas pela ausência do empuxo de solo e sendo a variação de temperatura positiva, ao invés de ser negativa.

- COMB-9 = Peso Próprio + Variação Positiva (t=0 dias)
- COMB-10 = Peso Próprio + Variação Positiva + Trem Tipo (t=0 dias)
- COMB-11 = Peso Próprio + Variação Positiva + Efeitos diferidos (t=1095 dias)
- COMB-12 = Peso Próprio + Variação Positiva + Efeitos diferidos + Trem Tipo (t=1095 dias)

Na Tabela 23 pode-se observar a os valores do momento fletor e esforço normal atuantes na cortina e no estaqueamento da ponte proveniente de cada umas doze combinações de carga elencadas.

Tabela 23 – Esforços internos atuantes no encontro para cada uma das combinações de carga.

COMB	**Cortina**		**Estaca**	
	N_{sol}	**M_{sol}**	**N_{sol}**	**M_{sol}**
1	-550.38	-397.566	-550.376	69.6089
2	-963.10	-542.407	-963.097	64.5543
3	-509.37	-43.0589	-509.367	129.357
4	-922.09	-187.9	-922.089	124.3024
5	-576.27	-616.504	-576.267	32.6777
6	-988.99	-761.345	-988.989	27.6231
7	-535.26	-261.996	-535.258	92.4258
8	-947.98	-406.837	-947.98	87.3712
9	-607.39	-992.183	-607.393	16.8211

10	-1020.11	-1137.02	-1020.11	11.7665
11	-566.38	-637.675	-566.384	76.5692
12	-979.11	-782.516	-979.105	71.5146

Fonte: O autor, 2017

5.2 PROBABILIDADE DE FALHA

O cálculo da probabilidade de falha realizado de forma direta a partir da razão entre a quantidade de experimentos que não se encontram dentro do domínio de segurança pela quantidade total de experimentos realizados demanda uma grande quantidade de experimentos, onerando bastante o custo computacional.

A função estado limite, *G(X)*, para cada elemento estrutural foi tomada de forma que ela assume valores negativos sempre que uma falha for caracterizada. Os valores da função estado limite obtidos em cada realização de Monte Carlo foram plotados em um histograma e a eles uma função de distribuição de probabilidade foi ajustada. A probabilidade de falha foi calculada partir da área sob a curva de distribuição para valores de *G(X)* inferiores a zero.

A probabilidade de falha será calculada considerando as variáveis de projeto, listadas na Tabela 24 como tendo um comportamento aleatório, segunda a lei de probabilidade e os parâmetros estatísticos expressos nessa mesma tabela. Duas situações distintas foram consideradas. Na primeira os elementos estruturais foram dimensionados considerando os valores médios de suas propriedades físicas e os esforços solicitantes sem a consideração de nenhum coeficiente de segurança. Em um segundo momento os elementos estruturais foram dimensionados considerando os valores de projeto de suas propriedades físicas, ou seja, tiveram sua resistência reduzida a partir de um coeficiente de segurança e os esforços solicitantes foram majorados. Nessa segunda situação pode-se afirmar que os elementos foram dimensionados conforme metodologia para níveis de aproximação igual a um.

Tabela 24 – Variáveis de projeto com suas respectivas leis de probabilidade.

Variável de projeto	**Tipo de distribuição**	**Valor médio, μ**	**Desvio padrão, σ**

Resistência à compressão do concreto, f_{cc}	Lognormal	38.000 kN/m^2	6.460 kN/m^2
Tensão última do aço para concreto armado, f_s	Normal	5,00·10^{5}kN/m^2	1,4·10^4 kN/m^2
Módulo de elasticidade do aço para concreto armado, E_s	Normal	2,1·10^8 kN/m^2	6,3·10^6 kN/m^2
Tensão última do aço lâminado, f_{sl}	Normal	4,64·10^5 kN/m^2	1,410^4 hN/m^2
Módulo de elasticidade do aço laminado, E_{sl}	Normal	2,1·10^8 kN/m^2	6,3·10^6 kN/m^2
Tensão admissível do solo	Normal	200 kN/m^2	40 kN/m^2
Área da seção transversal da longarina	Normal	1,243 m^2	
Momento de inércia da seção transversal da longarina	Normal	0,624 m^4	
Altura da seção transversal da cortina	Normal	0,35 m	
Largura da seção transversal da cortina	Normal	2,4 m	
Resistência à compressão do concreto, f_{cc}	Lognormal	38.000 kN/m^2	6.460 kN/m^2
Tensão última do aço para concreto armado, f_s	Normal	5,00·10^{5}kN/m^2	1,4·10^4 kN/m^2
Módulo de elasticidade do aço para concreto armado, E_s	Normal	2,1·10^8 kN/m^2	6,3·10^6 kN/m^2
Tensão última do aço lâminado, f_{sl}	Normal	4,64·10^5 kN/m^2	1,410^4 hN/m^2

Módulo de elasticidade do aço laminado, E_{sl}	Normal	$2{,}1 \cdot 10^8$ kN/m^2	$6{,}3 \cdot 10^6$ kN/m^2
Tensão admissível do solo	Normal	200 kN/m^2	40 kN/m^2

Fonte: O autor, 2017

5.2.1 Cálculo da probabilidade de falha e índice de confiabilidade sem a consideração de coeficientes de segurança

A probabilidade de falha será calculada considerando as variáveis de projeto com seus valores médios e os esforços solicitantes calculados sem a aplicação de coeficientes parciais de segurança.

Considerando que o encontro foi dimensionado para um esforço normal e um momento fletor iguais a *1.020kN* e *1.137 kN·m*, e sendo a função estado limite último indicada pelo diagrama de iteração, como mostrado na seção 4.31.1, observa-se que o par (N_{sol}; M_{sol}) para as demais combinações de carga encontram-se dentro do domínio de segurança, ou seja, não há ruptura da seção transversal.

No caso do estaqueamento, o esforço normal e o momento fletor resistentes valem *2.392 kN* e *201 kN·m*, respectivamente. Conforme exposto na seção 4.3.2, e a função estado limite último é dado pela Equação 4.1.

5.2.1.1 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade do encontro

A falha na estrutura é caracterizada quando algum dos estados limites é ultrapassado, no caso em estudo, considerar-se-á o estado limite último. A fim de quantificar o quão distante o par (M_s, P_s), encontra-se da fronteira do domínio de segurança, foi considerado o diagrama de iteração adimensionalisado. O esforço normal adimensional, ν, é dado pela Equação 5.1 enquanto que o momento fletor adimensional, μ, é dado pela Equação 5.2.

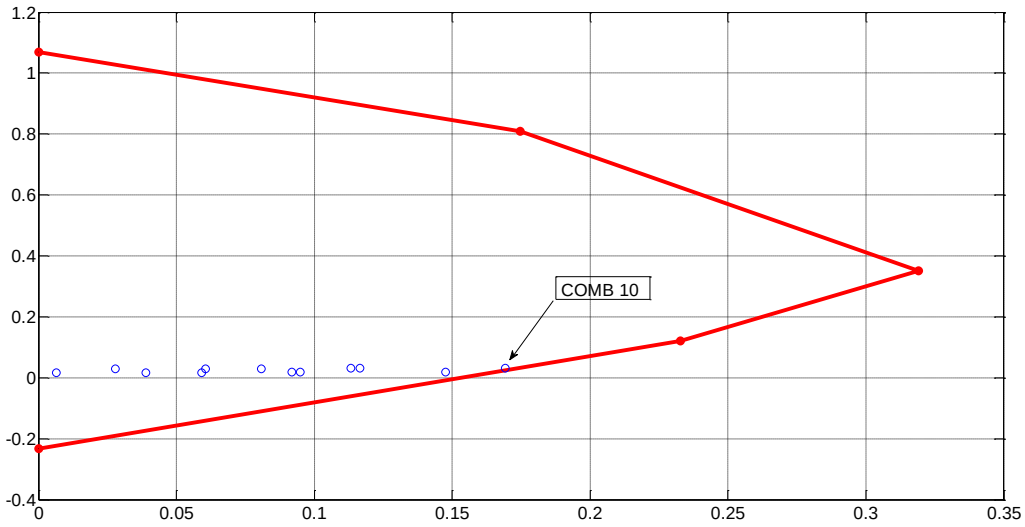
$$\nu = \frac{N_d}{b \cdot h \cdot f_c} \qquad \text{Eq. 5.1}$$

$$\mu = \frac{M_d}{b \cdot d^2 \cdot f_c} \qquad \text{Eq. 5.2}$$

Lembrando que b, h e d são, respectivamente, a largura, altura e altura útil da seção transversal, enquanto que f_c a resistência à compressão do concreto.

Na figura 121 pode-se observar o diagrama de iteração adimensional e o os esforços solicitantes, também adimensionais, ν_s e μ_s calculados para as doze combinações de carga elencadas na seção 5.1. O ponto mais próximo ao diagrama corresponde aos esforços obtidos a partir da combinação de ação COMB 10.

Figura 121 – Diagrama de iteração adimensional e os respectivos esforços solicitantes adimensionalizados considerando as variáveis de projeto com seus valores médios.



Fonte: O autor, 2017

A distância, l, entre o ponto correspondente aos esforços solicitantes e o diagrama de iteração será considerada positiva sempre que o mesmo se encontrar no domínio de segurança, e negativa caso contrário. Ou seja, valores negativos de l indicam uma situação de falha. O estado limite deve ser analisado para as doze diferentes combinações de carga. A probabilidade de falha, P_f, pode ser calculada de forma direta, a parir da relação entre a quantidade de experimentos que apresentaram falha e a quantidade total de experimentos. Na Tabela 25 têm-se a probabilidade de falha para cada uma das combinações de carga. Percebe-se claramente que a situação mais desfavorável para a estrutura é aquela referente a combinação de carga número 10, conforme esperado. Isso posto, até o final dessa seção, os demais parâmetros estatísticos serão calculados para essa combinação.

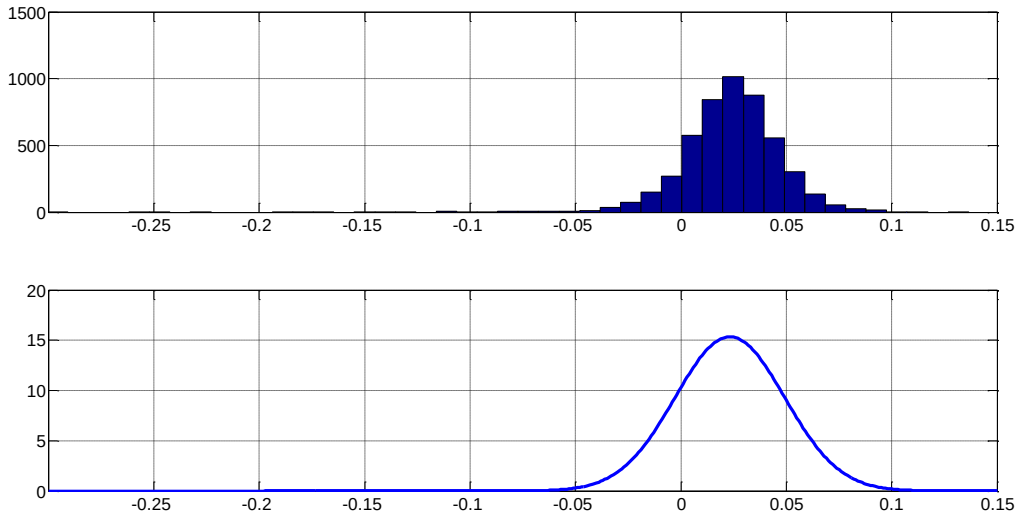
Tabela 25 – Probabilidade de falha do encontro

Combinação	**P_f**	**Combinação**	**P_f**
1	0,70%	**7**	0,68%
2	0,68%	**8**	0,70%
3	0,68%	**9**	1,12%
4	0,68%	**10**	11,74%
5	0,68%	**11**	0,70%
6	0,74%	**12**	0,70%

Fonte: O autor, 2017

Os valores de *l*, calculados para os 5.000 experimentos realizados estão indicados no histograma mostrado na Figura 5.2. Aos valores presentes no histograma apresentado, pode-se ajustar uma função distribuição de probabilidade, conforme mostrado na mesma figura. A distribuição foi considerada como sendo gaussiana, o valor médio obtido é igual a $2{,}32 \cdot 10^{-2}$ e desvio padrão $2{,}60 \cdot 10^{-2}$. A probabilidade de falha da estrutura pode ser calculada como sendo a área da função situada à esquerda o eixo *y* e vale 18,57%.

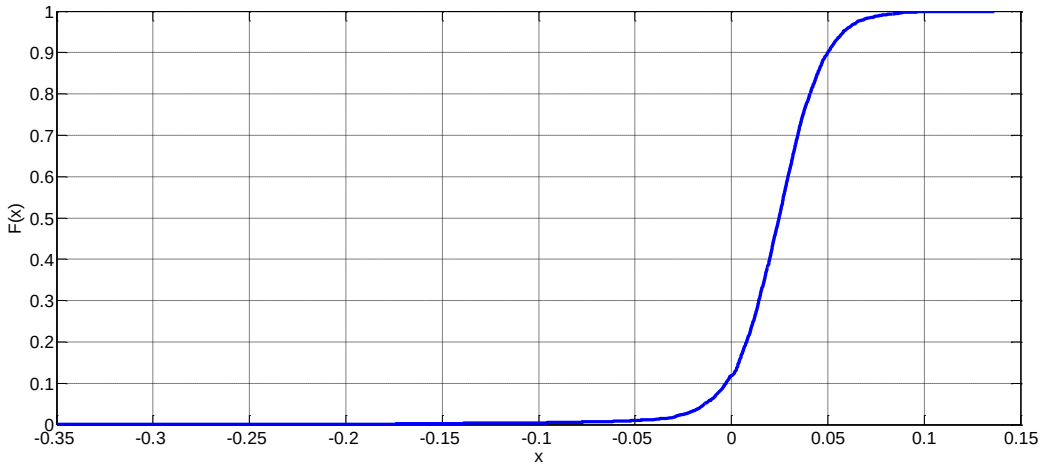
Figura 122 – Histograma das frequências absolutas do valor de *l* e função distribuição de probabilidade ajustada ao histograma.



Fonte: O autor, 2017

Observa-se que o valor da probabilidade de falha calculado a partir da função de distribuição acumulada diverge um pouco do valor calculado a partir da razão entre o número de experimentos que apresentaram falha pelo número de experimentos realizados. Isso se deve a quantidade de experimentos realizado.

Figura 123 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha do pilar considerando a combinação de carga mais desfavorável.



Fonte: O autor, 2017

5.2.1.2 Probabilidade de falha do estaqueamento

No que diz respeito a probabilidade de falha do estaqueamento, não foi observada violação da função estado limite último para nenhuma das combinações. Contudo, não se pode afirmar de imediato que as estacas atendem os requisitos de segurança expostos no Capítulo 4. A função estado limite dada pela Equação 5.3, onde M_{est} é a margem de segurança. Na Tabela 26 têm-se os valores de M_{est} para as doze combinações de carga.

$$M_{est} = 1 - \left(\frac{N_d}{N_r} + \frac{M_d}{M_r}\right) \qquad \text{Eq. 5.3}$$

Tabela 26 – Valor médio da margem de segurança das estacas.

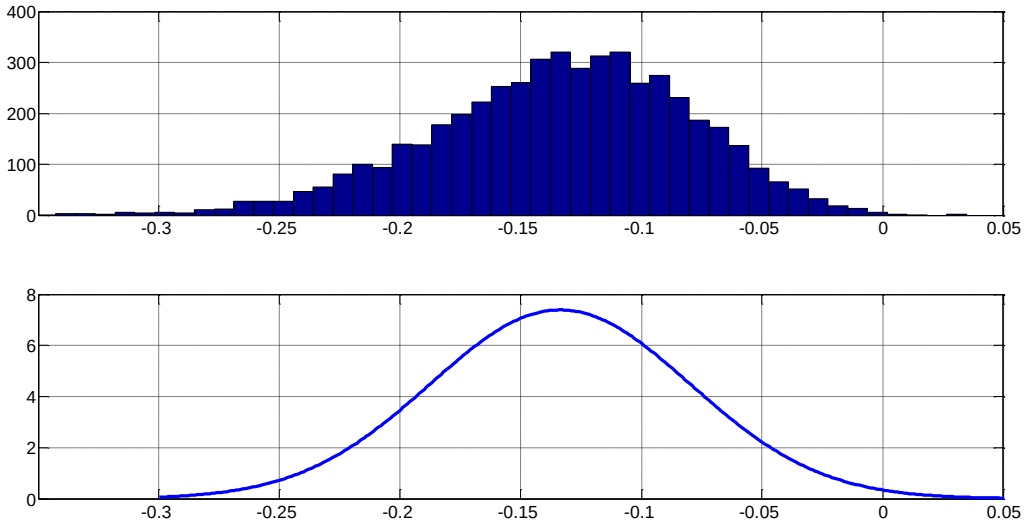
Combinação	**P_f**	**Combinação**	**P_f**
1	0,00%	**7**	0,90%
2	0,00%	**8**	46,70%
3	31,56%	**9**	0,00%
4	99,88%	**10**	0,00%
5	0,00%	**11**	0,22%

6	0,00%	**12**	18,58%

Fonte: O autor, 2017

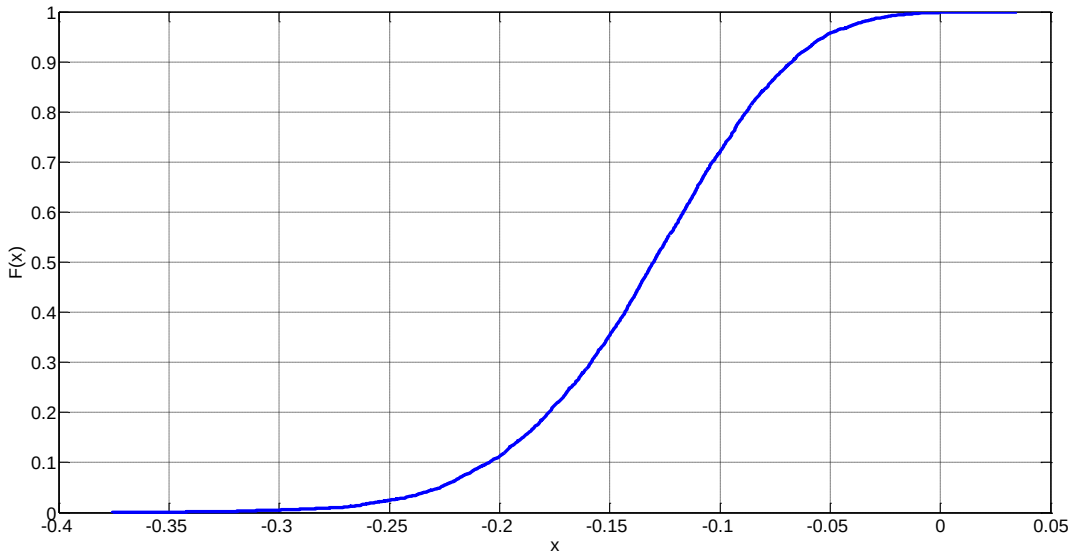
Sendo a combinação de número quatro aquela que apresenta menor valor da margem, pode-se dizer que é a situação mais desfavorável para as estacas. Os parâmetros estatísticos referentes à segurança do estaqueamento serão calculados baseado nos esforços solicitantes provenientes dessa combinação de carga. Na Figura 6.4 têm-se o histograma dos valores de M_{est} e a função distribuição de probabilidade, tomada como sendo gaussiana, a ele ajustada. Na figura 124 pode-se observar a curva de distribuição acumulada de M_{est}. O valor médio da margem, considerando a combinação mais desfavorável, é igual a *-0,134*, e o desvio padrão *0,054*. A probabilidade de falha calculada a partir da curva de distribuição acumulada é igual a *99,34%*.

Figura 124 – Histograma e distribuição de probabilidade do valor da margem para o estaqueamento.



Fonte: O autor, 2017

Figura 125 – Curva de distribuição acumulada do valor da margem.



Fonte: O autor, 2017

5.2.2 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade – valores de projeto

O dimensionamento dos elementos estruturais foi feito considerando os valores de projeto das propriedades físicas dos materiais. A resistência à compressão do concreto, obtida a partir da divisão da resistência à compressão característica, igual a 30 MPa por um coeficiente de redução tomado igual a 1,4, vale *21,428 MPa*. No caso do aço o coeficiente de redução vale 1,15, haja vista o maior controle de qualidade em sua produção e consequentemente menor dispersão nos valores da resistência. Dessa forma o limite de elasticidade para o aço CA-50 vale *434,78 MPa* enquanto que para o aço do estaqueamento, considerado como sendo do tipo *ASTM A-572 Gr 50* vale *304,34 MPa*.

A combinação de carga para o estado limite último é dada pela Equação 5.4 onde G_i são as cargas permanentes atuantes na estrutura, γ_{gi} são os coeficientes parciais de segurança aplicados às cargas permanentes, Q_1 é a ação variável principal cujo coeficiente de segurança é γ_{q1}, Q_j são as ações variáveis secundárias e ψ_{0j} o coeficiente redutor dessas ações.

$$S_d = \sum_{i=1}^{n} \gamma_{g,i} \cdot G_i + \gamma_{q,1} \cdot Q_1 + \sum_{j=2}^{m} \psi_{0,j} \cdot Q_j \qquad \text{Eq. 5.4}$$

Na seção anterior foi observado que a combinação de carga 10 é a mais desfavorável para a cortina do encontro. Uma vez que essa combinação possui como ação permanente apenas o peso próprio e as outras duas, variação positiva de temperatura e trem tipo, são

variáveis, dessa combinação de carga duas outras irão se originar. A primeira considerando a variação de temperatura como ação variável principal, Equação 5.5(a) e a outra o trem tipo será tomado como tal Equação 5.5(b). Os coeficientes de segurança foram obtidos conforme recomendação da NBR 6118/2014.

$$S_{d,1} = \sum_{i=1}^{n} 1{,}4 \cdot G_i + 1{,}2 \cdot Q_{temp} + \sum_{j=2}^{m} 0{,}8 \cdot Q_{tremtipo} \qquad \text{Eq. 5.5(a)}$$

$$S_{d,2} = \sum_{i=1}^{n} \gamma_{g,i} \cdot G_i + 1{,}4 \cdot Q_{tremtipo} + \sum_{j=2}^{m} 0{,}6 \cdot Q_{temp} \qquad \text{Eq. 5.5(b)}$$

5.2.2.1 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade do encontro

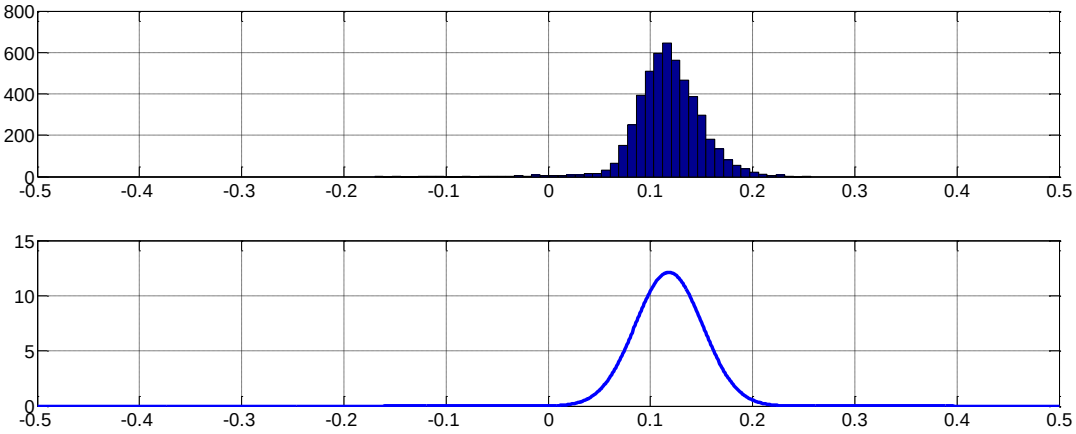
Observa-se a partir da tabela 27 que a probabilidade de falha do encontro foi reduzida, principalmente no que diz respeito a combinação 10, quando coeficientes de segurança propostos pela norma foram levados em consideração no dimensionamento da estrutura. A combinação de carga mais desfavorável apresenta uma probabilidade de falha igual a 0,74%, quando calculada a partir da razão entre o número de experimentos que apresentaram falha pelo numero total de experimentos e vale 1,95% quando calculada a partir da curva de distribuição ajustada ao histograma.

Tabela 27 – Probabilidade de falha do encontro.

Combinação	**P_f**	**Combinação**	**P_f**
1	0,40%	**7**	0,40%
2	0,38%	**8**	0,40%
3	0,40%	**9**	0,38%
4	0,40%	**10**	0,74%
5	0,40%	**11**	0,40%
6	0,40%	**12**	0,40%

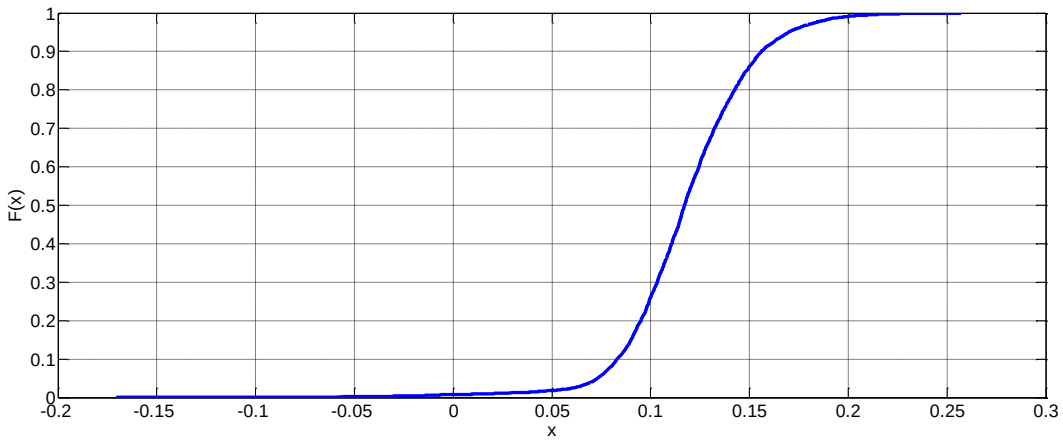
Fonte: O autor, 2017

Figura 126 – Histograma das frequências absolutas do valor de *l* e função distribuição de probabilidade ajustada ao histograma.



Fonte: O autor, 2017

Figura 127 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha do pilar considerando a combinação de carga mais desfavorável.

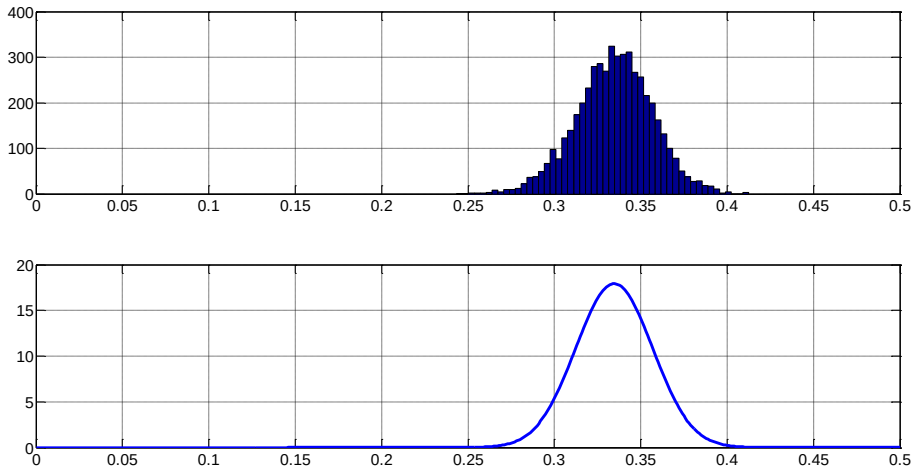


Fonte: O autor, 2017

5.2.2.2 Probabilidade de falha e índice de confiabilidade do estaqueamento

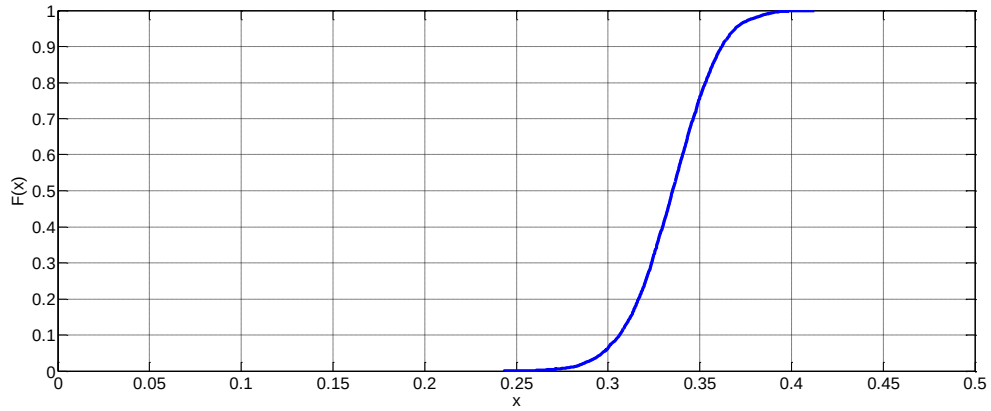
Considerando o estaqueamento, dimensionado a partir dos coeficientes de segurança aplicados à combinação de número quatro, percebe-se que a probabilidade de falha foi reduzida consideravelmente, sendo da ordem de 10^{-48}.

Figura 128 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha na estaca considerando a combinação de carga mais desfavorável.



Fonte: O autor, 2017

Figura 129 – Curva de distribuição de probabilidade acumulada da falha na estaca considerando a combinação de carga mais desfavorável.



Fonte: O autor, 2017

5.3 OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICA – MINIMIZAÇÃO DO RISCO

Nesta seção, o algoritmo de otimização SPSA, apresentado na seção 3.8 será aplicado visando minimizar o risco da estrutura de uma ponte de encontros integrais. A exemplo do que foi feito para o pórtico de três barras, o risco será entendido como sendo o custo da estrutura da ponte. As variáveis de projeto a serem modificadas durante o processo iterativo será as dimensões dos pilares e dos encontros. Duas ressalvas devem ser feitas. A primeira diz respeito a geometria do pilar da ponte que passa a ter uma seção retangular, diferente da seção circular considerada até o momento. A segunda ressalva

diz respeito as dimensões da cortina do encontro. Uma vez que a sua largura é definida pela geometria do tabuleiro resta-nos modificar apenas a altura da seção transversal.

A princípio, as dimensões mínimas das vigas e pilares foram impostas de forma que os elementos estruturais apresentassem índice de esbeltes inferior a 90. Não foram estabelecidos limites superiores para a dimensão dos elementos estruturais. A restrição imposta à função objetivo é a função estado limite último dos elementos estruturais: cortina de contenção e estaqueamento metálico. As variáveis de projeto, com comportamento estocástico, foram tomadas com os respectivos parâmetros estatísticos apresentados na tabela 24. Na tabela 27 pode-se observar os valores iniciais das variáveis de projeto, os valores mínimos dessas variáveis e os parâmetros estatísticos de cada uma delas.

Tabela 27 – Parâmetros estatísticos das variáveis de projeto.

Variável	**Valor inicial**	**Limite inferior**	**Coef. de Variação**
Encontro			
Largura da seção	240 cm	240 cm	-
Altura da seção	50 cm	25 cm	1,4%
Pilar			
Largura da seção	240 cm	120 cm	0,07%
Altura da seção	140 cm	35 cm	1,4%

Fonte: O autor, 2017

Uma primeira questão surge no que diz ao desvio padrão das dimensões dos elementos estruturais. Considerando que a cada passo do algoritmo os valores das dimensões são alterados, optou-se por trabalhar com o coeficiente de variação ao invés do desvio padrão. Assim, a cada novo valor obtido o desvio padrão é calculado antes do início do processo iterativo.

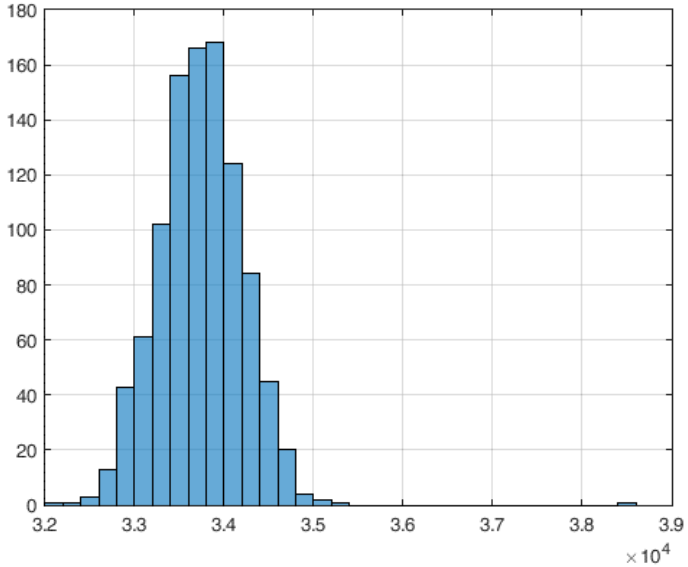
No que diz respeito ao critério de parada duas considerações foram feitas. A primeira está relacionada a estabilização do valor da função objetivo (custo total da estrutura).

Considerou-se que a tolerância entre dois resultados consecutivos deva ser observada durante dez iterações do algoritmo. Esse artifício foi empregado visando garantir o resultado da função objetivo atingiu um comportamento assintótico. O segundo critério de parada é o número máximo de iterações. A estrutura da ponte foi analisada com diferentes valores para o critério de parada.

Outra questão inerente ao problema diz respeito aos coeficientes de ganho próprios do algoritmo de otimização. Dado a escala do problema, os valores estabelecidos para o pórtico plano da seção 3.8 não são válidos e não conduzem a bons resultados. Dessa forma, optou-se por automatizar a escolha dos coeficientes de ganho a partir de uma rotina proposta por SPALL (1998). Cada vez que o algoritmo é processado o coeficiente a apresenta valores diferentes, haja vista que ele depende da avaliação da função objetivo, de caráter estocástico, e do valor do número máximo de iterações.

O custo médio inicial da estrutura considerando o valor inicial das variáveis de projeto é de R$ 33.740,97 com desvio padrão igual a R$ 481,79. Na figura 130 pode-se observar o histograma do custo considerando um total de 1.000 experimentos.

Figura 130 – Histograma frequências absolutas custo da cortina do encontro.

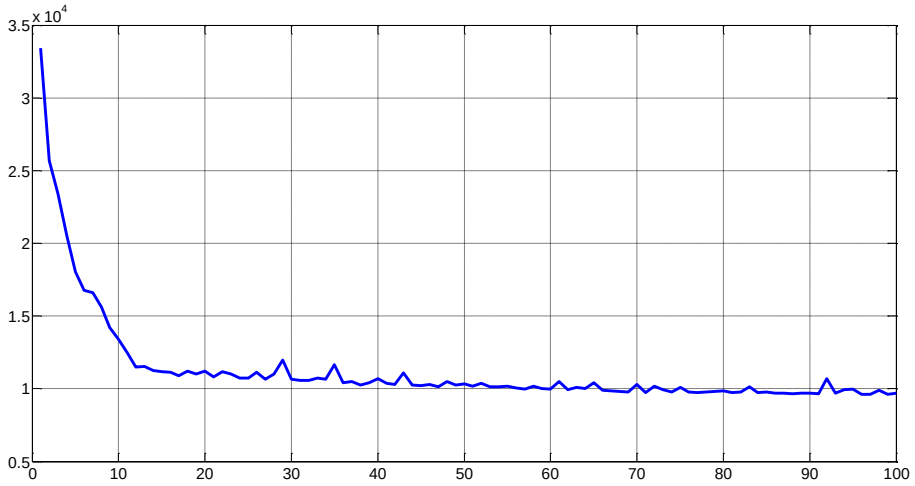


Fonte: O autor, 2017

Em um primeiro momento, tomar-se-á o valor da tolerância igual a R$ 100,00, valor inferior ao desvio padrão a fim de forçar que o critério de parada seja o número máximo de iterações, tomado igual a 100. Os coeficientes de ganho, calculados a partir da rotina proposta por SPALL (1998) foram: a igual a $2{,}592 \cdot 10^{-5}$, c igual a $3{,}758 \cdot 10^{-1}$ e A igual a 1. No gráfico da figura 131 pode-se observar o valor da variação do custo em função do

número de iterações. No caso em apreço, o valor mínimo atingido pela da função objetivo foi de R$ 9.599,27. Vale ressaltar que no caso de otimização estocástica o valor mínimo obtido não obrigatoriamente coincide com o valor da função objetivo na última iteração, apesar de serem bastante próximos.

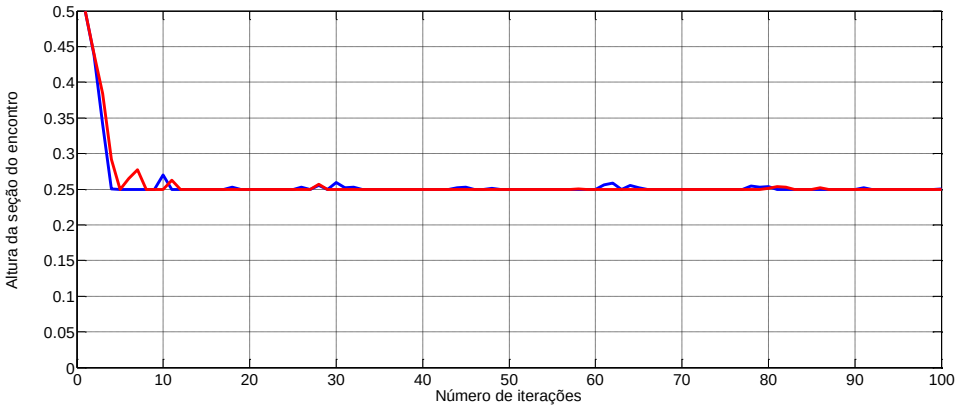
Figura 131 – Variação do custo da estrutura em função do número de iterações.



Fonte: O autor, 2017

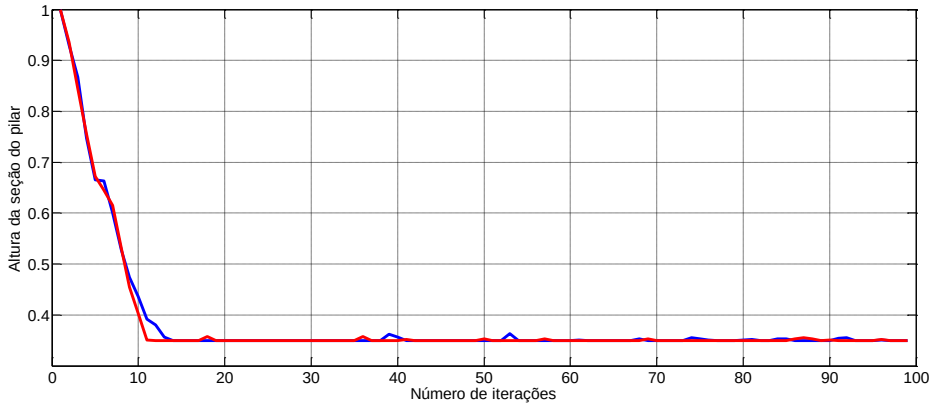
Tratando-se das dimensões dos elementos estruturais, onde a linha azul representa o encontro da esquerda enquanto que a linha vermelha o encontro da direita, observa-se que a altura da seção transversal, tanto do encontro quanto do pilar, rapidamente atingiu o valor o limite, conforme mostrado nas figuras 132 e 133. A redução da largura do pilar, por sua vez, ocorre de forma mais gradual, atingindo o valor mínimo de 1,53 metros para o pilar da esquerda e 1,57 metros para o pilar da direita, vide Figura 6.14.

Figura 132 – Variação da altura da seção do encontro em função no número de iterações.



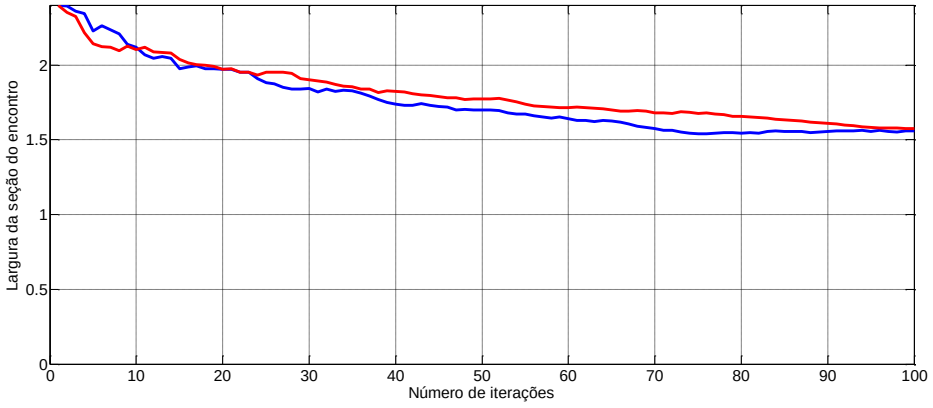
Fonte: O autor, 2017

Figura 133 – Variação da altura da seção do pilar em função no número de iterações.



Fonte: O autor, 2017

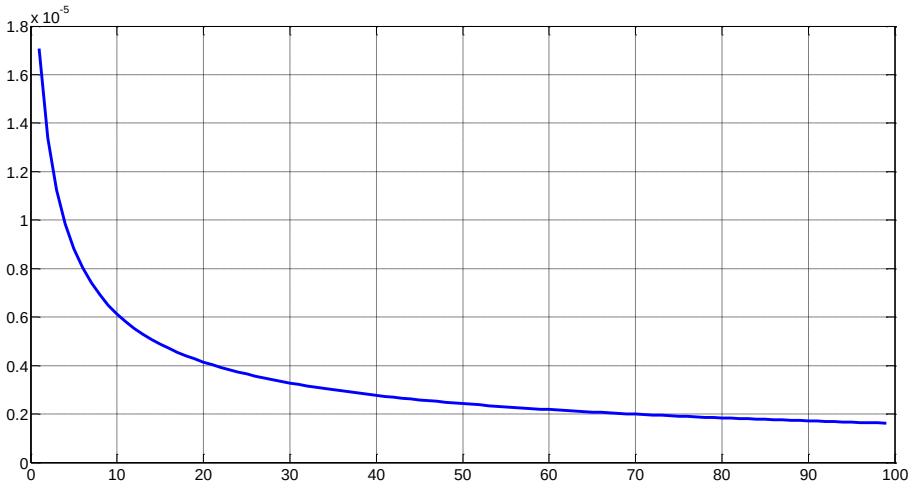
Figura 134 – Variação da largura da seção do pilar em função no número de iterações.



Fonte: O autor, 2017

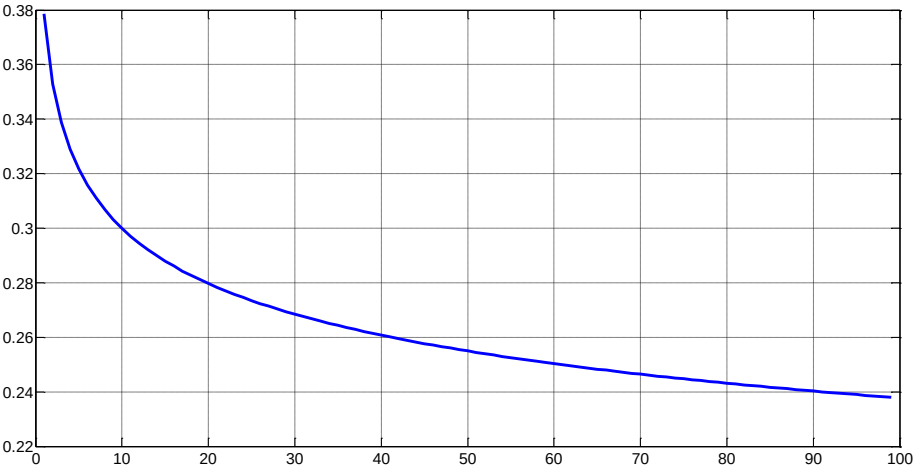
Os coeficientes de ganho devem diminuir a cada passo do algoritmo apresentando um comportamento assintótico conforme pode ser observado nas figuras 135 e 136. Em 137 observa-se a variação da norma do vetor s_k.

Figura 135 – Variação do parâmetro a_k largura da seção do pilar em função no número de iterações.



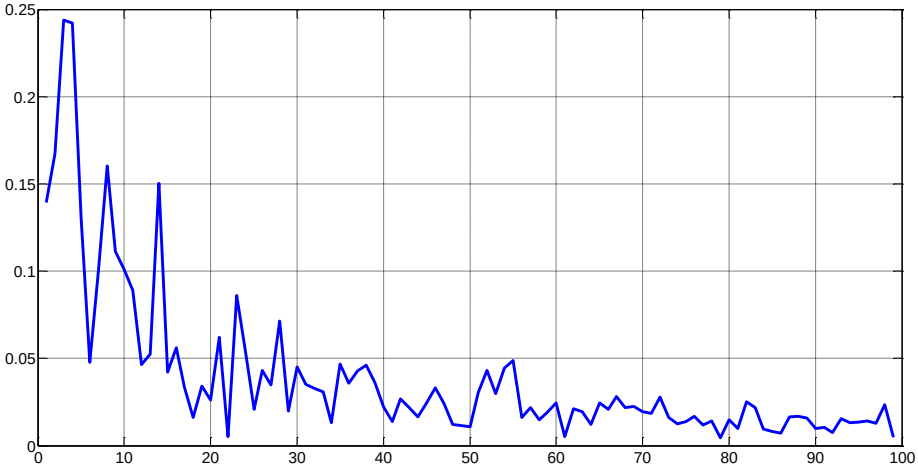
Fonte: O autor, 2017

Figura 136 – Variação do parâmetro c_k largura da seção do pilar em função no número de iterações.



Fonte: O autor, 2017

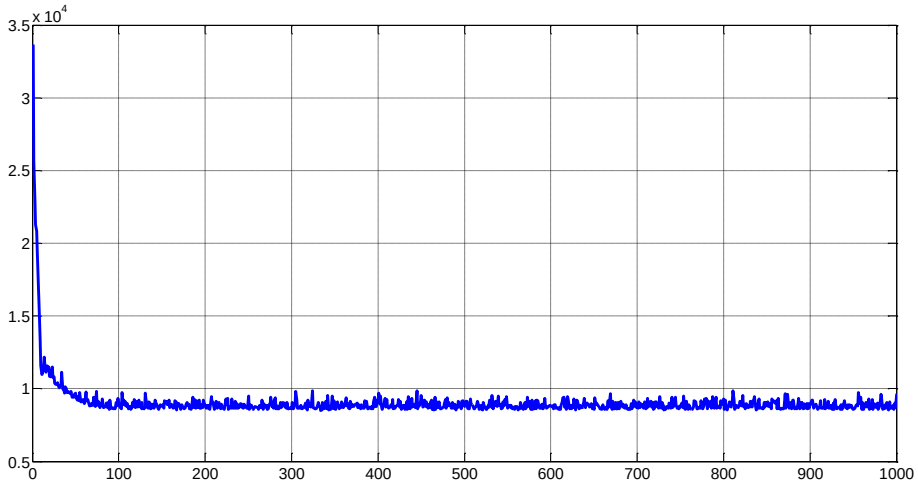
Figura 137 – Variação da norma do vetor s_k largura da seção do pilar em função no número de iterações.



Fonte: O autor, 2017

Uma segunda simulação foi feita aumentando o número máximo de iterações de 100 para 1.000. Os coeficientes de ganho obtidos a partir da rotina de cálculo automática, onde os valores obtidos foram: *a* igual $6{,}972 \cdot 10^{-5}$, *c* igual a *0,3785* e *A* igual a *10*. observou-se que o valor mínimo da função objetivo sofreu uma redução saindo de R$ 9.599,27 para R$ 8.509.76, conforme pode ser observado na Figura 138. Percebe-se ainda que a partir da centésima iteração, a variação nos valores da função objetivo é proveniente do ruído da função. O valor médio, excluindo as primeiras iterações é igual a R$ 8.857,73, muito próximo do valor mínimo encontrado.

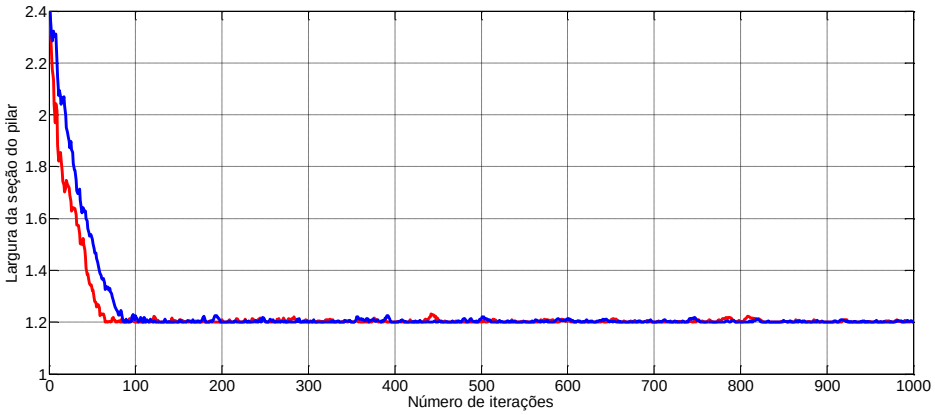
Figura 138 – Variação do custo da estrutura em função do número de iterações, N = 1.000.



Fonte: O autor, 2017

A redução do custo do encontro pode ser justificada a partir da Figura 5.19, onde observa-se que que o valor mínimo da largura da seção do pilar reduziu de 1,50 metros (Figura 139) para 1,20 metros. A altura da seção do pilar e do encontro convergiram para o valor mínimo fixado.

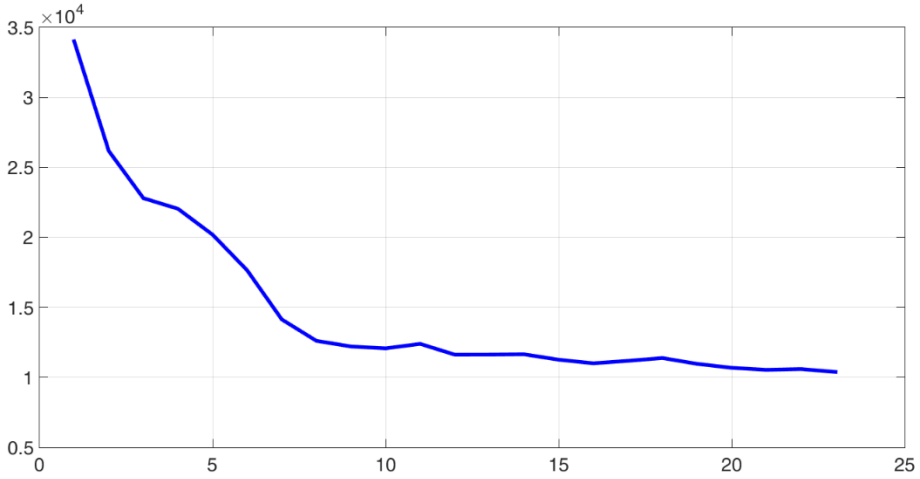
Figura 139 – Variação da largura da seção do pilar em função no número de iterações, N = 1.000.



Fonte: O autor, 2017

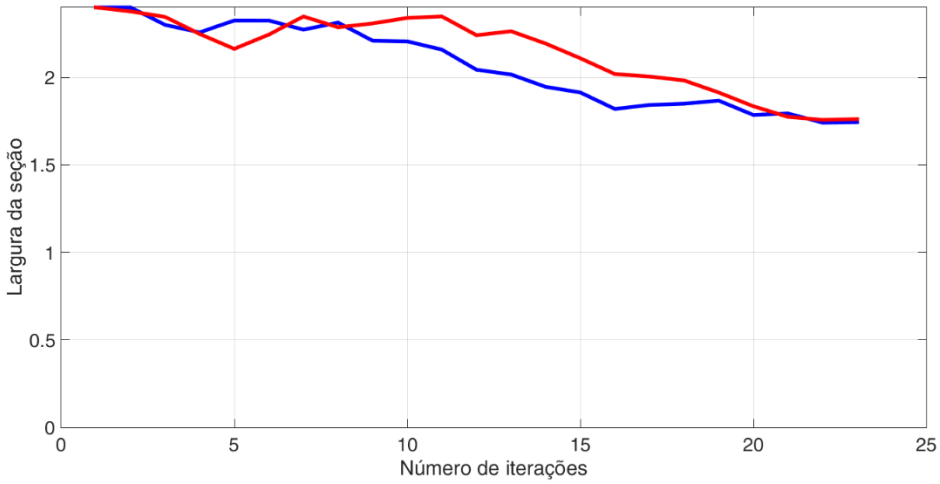
Uma terceira simulação foi realizada considerando a tolerância igual a R$ 500,00, valor um pouco acima do desvio padrão do custo e mantendo o número máximo de iterações igual a 1.000. Os coeficientes de ganho, *a*, *c* e *A* foram tomados a parti da rotina de ganho e valem $9{,}595 \cdot 10^{-5}$, *0,3785* e *10*, respectivamente. Na Figura 6.22 tem-se o valor do custo da estrutura em função do número de iterações. Percebe-se que o algoritmo converge após 23 iterações encontrando um valor mínimo igual a *R$ 10.389,38*, vide Figura 6.20. A altura da seção transversal do pilar e do encontro convergem para o valor mínimo enquanto que a largura da seção do pilar converge para um valor igual 1,70 metros, conforme mostrado na Figura 140.

Figura 140 – Variação do custo em função do número de iterações.



Fonte: O autor, 2017

Figura 141 – Variação da largura da seção do pilar em função no número de iterações.



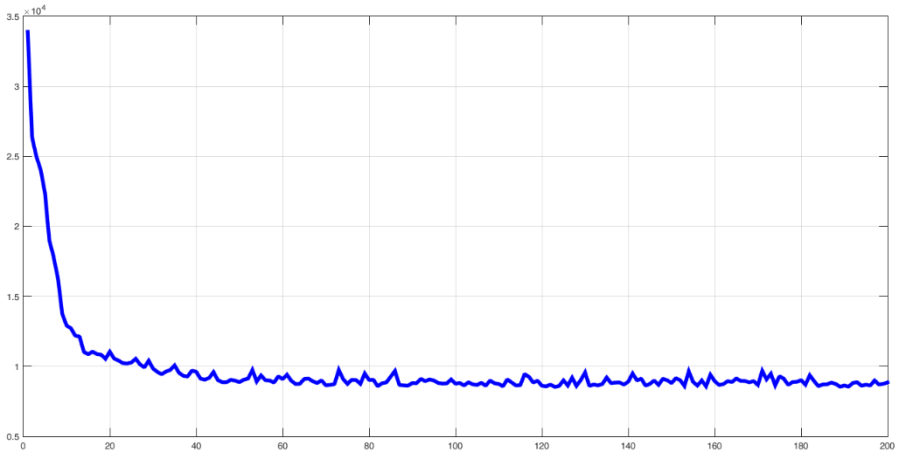
Fonte: O autor, 2017

Percebe-se que com os coeficientes de ganho utilizados o algoritmo não apresentou bom desempenho, haja vista que o valor da largura da seção transversal do pilar quase não foi reduzido.

Por fim foi realizada uma quarta análise considerando os coeficientes de ganho utilizados na segunda, mantendo a tolerância igual a R$ 100,00 e estipulando o número máximo de iterações igual a 200. Observou-se que a função objetivo converge para um valor mínimo igual a R$ 8.534, 35, muito próximo daquele obtido quando o número máximo de iterações foi tomado igual a 1.000 porém com menor esforço computacional. A altura da seção transversal, tanto do pilar quanto do encontro, convergiu para o valor mínimo 35 cm e 25 cm, respectivamente. A largura dos pilares assumiu um valor igual

a 1,20 m e 1,21 m. Na Figura 6.20 observa-se a variação do custo em função do número de iterações.

Figura 142 – Variação do custo em função do número de iterações – quarta análise.



Fonte: O autor, 2017

6 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

As pontes de encontros integrais, são estruturas de pontes concebidas sem a utilização de aparelhos de apoio e juntas de dilatação. Essa concepção estrutural tem a grande vantagem de reduzir os custos de implantação e manutenção das obras de arte, além de melhorar o seu desempenho ao longo de sua vida útil. Nesse tipo de estrutura, os deslocamentos impostos exercem importante influência na determinação dos esforços internos nos elementos estruturais. Tais deslocamentos são provenientes das variações de temperatura e efeitos reológicos do concreto, tendo o solo um papel fundamental na determinação desses valores.

O dimensionamento de encontros integrais de pontes é altamente complexo, haja vista que esforços provenientes da movimentação do tabuleiro, antes negligenciados no dimensionamento devido a liberação dos vínculos, devem ser levados em conta. Além do mais, as variáveis de projeto empregadas no modelo para levar em conta os efeitos da movimentação do tabuleiro está sujeito a elevado grau de incerteza.

Os efeitos da variação de temperatura e os deslocamentos diferidos do concreto possuem um comportamento complexo dificilmente de serem modelados de forma precisa. O mesmo pode ser dito dos parâmetros do solo a serem empregados na modelagem da iteração solo-estrutura. Como todo material natural, as suas propriedades possuem grande variabilidade espacial, podendo inclusive apresentar diferentes valores para uma mesma camada.

Sendo assim, de forma a modelar as estruturas de pontes integrais com maior precisão, faz-se necessário lançar mão de ferramentas estatísticas utilizando modelos estocásticos onde as variáveis inerentes ao modelo são tratadas como variáveis aleatórias e não com valores determinísticos.

Atualmente, na engenharia de estruturas, é prática corrente utilizarmos modelos semi-probabilísticos, onde as variáveis de projeto, aleatórias por natureza, são tratadas como

determinísticas e a incerteza inerente ao seu valor é considerada a partir da utilização de coeficientes parciais de segurança.

O estudo sistemático das pontes de encontros integrais só passou a fazer parte do cotidiano do meio acadêmico no início da década de 80, com os trabalhos financiados pelos departamentos de trânsitos estaduais dos Estados Unidos. Atualmente, a pesquisa no assunto está largamente difundida na América do Norte e em países do Norte europeu, onde a adoção de encontros integrais é uma solução para evitar a perda desempenho da estrutura devido à grande amplitude das variações de temperatura. No Brasil tanto a construção quanto a pesquisa no tema está em fase inicial.

Grande parte dos trabalhos estão focados na instrumentação dos encontros integrais e pressões que se desenvolvem no aterro, onde os dados obtidos são utilizados para calibrar modelos numéricos. Os trabalhos que empregam modelagem numérica fazem uso de modelos determinísticos negligenciando as incertezas inerentes às variáveis de projeto. O solo, elemento resistente do encontro integral, ora é modelado com seu comportamento elástico linear, ora com seu comportamento não linear. A grande preocupação é que para a correta modelagem do solo, vários parâmetros devem ser levados em consideração e estes, na maioria das vezes, não estão disponíveis aos engenheiros estruturais. Esse fato só amplifica as incertezas inerentes às suas propriedades.

Nesse trabalho foi desenvolvido código numérico para modelagem estocástica de estruturas de encontros integrais de pontes a partir da utilização do Método de Monte Carlo. As variáveis de projeto foram consideradas com suas respectivas leis de probabilidade de forma a levar em consideração o caráter estocástico inerente a cada uma delas. Em um primeiro momento foi realizada uma avaliação da sensibilidade das variáveis de projeto no nos esforços internos e deslocamentos da estrutura. Observou-se que a resistência a compressão, coeficiente de reação e peso específico do solo são as variáveis que exercem maior influência no valor dos esforços internos desenvolvidos nos elementos estruturais.

A quantidade de experimentos suficientes para que não distorções não influenciem os resultados da análise estocástica foi determinada a partir da comparação entre as curvas de distribuição acumulada quando o número de experimentos varia em 100, 500, 1.000, 5.000 e 10.000. Observou-se que a partir de 1.000 experimentos a variação do desvio

padrão é estabilizada, o valor médio, por sua vez não apresenta variações significativas em função do número de experimentos.

A avaliação da falha no elemento estrutural foi caracterizada a partir da função estado limite. Utilizando o Método de Monte Carlo, o histograma dos valores da função estado limite é obtido e uma curva de distribuição de probabilidade gaussiana é ajustada aos valores experimentais. A probabilidade de falha e o índice de confiabilidade tanto do encontro quanto do estaqueamento são calculados a partir dessas curvas de distribuição e de distribuição acumulada. Duas situações distintas foram analisadas, a primeira, onde a estrutura foi avaliada sem nenhuma consideração a respeito dos fatores de segurança e uma outra onde os elementos estruturais foram dimensionados considerando a combinação de carga mais desfavorável com os seus respectivos coeficientes de segurança. A probabilidade de falha da do encontro, na situação mais desfavorável, apresentou valor elevado, indicando que os coeficientes de segurança para esse tipo de estrutura devem ser melhor estudados. Para as estacas, os coeficientes de segurança empregados atendem de forma satisfatória as recomendações do *Model Code 2010*.

Observou-se que para o encontro, a probabilidade de falha é igual a 0,4%. Esse valor indica que estudos adicionais devem ser realizados visando algum ajuste dos coeficientes de segurança parciais empregados no dimensionamento desse tipo de estrutura. No que diz respeito à probabilidade de falha do estaqueamento observa-se um valor extremamente elevado que não condiz com a realidade, indicando a necessidade de estudos adicionais a esse respeito.

Algoritmo de otimização estocástica, mais precisamente o *SPSA*, foi empregado visando minimizar o risco do empreendimento, no caso tomado como sendo igual ao custo final da estrutura do encontro. A partir da calibração dos coeficientes de ganho, pode-se concluir que o algoritmo se adapta bem a situação haja vista que foi observada uma redução substancial no custo do encontro da ponte.

6.1 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesse trabalho foram modeladas estruturas de pontes de encontros integrais foram modeladas a partir de pórticos planos. Isso foi possível uma vez que não foi considerada a existência de ângulo de viés do encontro nem curvatura horizontal da ponte. O solo foi modelado a partir da hipótese de Winkler considerando o seu comportamento como

sendo elástico linear, sabidamente uma hipótese que não condiz com a realidade, porém, largamente utilizada na prática da engenharia estrutural. Sugere-se como trabalhos a serem desenvolvidos no futuro:

- Aprofundar o estudo para outras geometrias de pontes, calculando coeficientes de segurança parciais mais adequados ao tipo de estrutra;
- Aprofundar o estudo no que diz respeito à probabilidade de falha do estaqueamento;
- Aprofundar o estudo da probabilidade de falha, considerando outras geometrias e diferentes tipo de solo;
- Utilização de modelos não lineares para representar o comportamento do solo;
- Emprego de campos estocásticos visando aprimorar a modelagem estocástica do coeficiente de reação horizontal do solo;
- Consideração da variação de temperatura ao longo da altura da seção que induz momentos fletores adicionais no encontro;
- Modelagem de pontes curvas e esconsas.

REFERÊNCIAS

ABENDROTH, R. E., *et al***. An Integral Abutment Bridge with Precast Concrete Piles.** Report, Center for Transportation Research and Education, Iowa State University, 2007

ABENDROTH, R. E., GREIMANN, L. F**. An Integral Abutment Bridge with Precast Concrete Piles.** Report, Center for Transportation Research and Education, Iowa State University, 2007

ABENDROTH, R. E., *et al***. Field Testing of Integral Abutments HR 399.** Report, Center for Transportation Research and Education, Iowa State University, 1998

ABNT, Associação Brasileira de Normas Técnicas. **Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento.** Rio de Janeiro, 2014

ACI, American Concrete Institute. **Guide for Modeling and Calculating Shrinkage and Creep in Hardened Concrete.** 2008

AKIYAMA, H. **Fundamentally Structural Characteristics of Integral Bridges.** Monografia, Kanazawa University, 2008

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado, vol 3.** 4ª Ed. Dunas, Cidade Nova, RS, 2014-a

ARAÚJO, J. M. **Curso de Concreto Armado, vol 3.** 4ª Ed. Dunas, Cidade Nova, RS, 2014-b

AROCKIASAMY, P. E., SIVAKUMAR, M. **Time-Dependent Behavior of Continuous Composite Integral Abutment Bridges.** Pratice Periodical on Structural Desing and Construction, ASCE. 2005.

AROCKIASAMY, P. E., BUTRIENG, N., SIVAKUMAR, M. **State-of-the-Art of Integral Abutment Bridges: Desing and Pratice.** Pratice Periodical on Structural Desing and Construction, ASCE. 2004.

ARSOY, S.; BARKER, R. M.; DUCAN, J. M. **Experimental and Analytical Investigations of Piles and Abutments of Integral Bridges.** Report, Virginia Transportation Council, Virginia, 2002

ARSOY, S.; BARKER, R. M.; DUCAN, J. M. **The Behavior of Integral Abutment Bridges**. Report, Virginia Transportation Council, Virginia, 1999

BA42/96, **The Design of Integral Bridges,** 1996

BARR, P. J. *et al*. **Behavior and Analysis of Integral Abutment Bridge.** Report, Utah State University, 2013.

BAŽANT, Z. P., BAWEJA, S. **Creep and Shrinkage Prediction Model for Analysis and Design of Concrete Structures: Model B3.** Adam Neville Symposium: Creep and Shrinkage—Structural Design Effects, ACI SP–194, Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2001

BECK, A. **Curso de Confiabilidade Estrutural.** Notas de aula, São Carlos, 2008

BREÑA, S. F., *et al*. **Evaluation of Seasonal and Yearly Behavior of an Integral Abutment Bridge.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2007.

BROOKE, H. Q., CIVJAN, S. A. **Parametric Study on Effects of Pile Orientation in Integral Abutment Bridges.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2016

CARVALHO, R. C. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado vol. 1.** 4ª EdUFSCar, 2015

CEB, Comitte Euro-International du Beton. **Bulletin d'Information nº 199 – Evaluation of the Time Dependent Behavior of Concrete.** Paris, 1990

CSI, Computer and Structures Inc, Manual BRIDGE Advanced, 2015

CIVJAN, S. A. *et al*. **Integral Abutment Bridge Behavior: Parametric Analysis of a Massachusetts Bridge.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2007.

CORREIA, J. F. N. **Pontes Integrais – Estado da Arte.** Dissertação Msc, Instituto Superior de Engenharia de Lisboa, 2015

DAVISSON, M. T.;ROBINSON, K. E. **Bending and buckling of partially embedded piles**. Proceedings of 6th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Montreal, 1965. v. 2, p. 243-246.

DICLELI, M., ERHAN, S. **Effect of Soil and Substructure Properties on Live-Load Distribution in Integral Abutment Bridges.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2008.

DICLELI, M., ALBHAISI, S. M. **Estimation of Length Limits for Integral Bridges Built on Clay .** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2004.

DREIER, D. **Interaction Sol-Structure dans le Domaine des Ponts Intégraux.** Thèse Dsc, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 2010

EN 1990:2002, **Basis of Structural Design**, 2002

FARAJI, S. *et al*. **Nonlinear Analysis of Integral Bridges: Finite Element Model.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2001

FARTARIA, C. I. P. **A Interação Solo Estrutura em Pontes Integrais.** Dissertação Msc, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2012

FENNEMA, J. L., LAMAN, J. A. LINZELL, D. G. **Predicted and Measured Response of an Integral Abutment Bridge.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2005

FIB-a, Federation International du Beton. **Bulletin 65 – Model Code 2010. Final draft, Volume 1.** 2010

FIB-b, Federation International du Beton. **Bulletin 66 – Model Code 2010. Final draft, Volume 2.** 2010

GAMA, D. M. M. **Pontes Integrais de Betão.** Dissertação Msc, Instituto Superior Técnico, Lisboa, 2012

GREIMANN, L. F., YANG, P. S., TINSAE, A. M. W., **Nonlinear Analysis of Integral Abutment Bridges.** Journal of Structural Engineering, ASCE. 1986.

HORVATH, J. S. **Integral-Abutment Bridges: Problems and Innovative Solutions Using EPS Geofoam and Other Geosynthetics.** Report, Manhattan College, School of Engineering, 2000

HUANG, J. *et al*. **Behavior of Concrete Integral Abutment Bridges.** Report, Minnesota Department of Transportation, 2004

HUFFAKER, C. D. **Behavior and Analysis of an Integral Abutment Bridge.** Thesis Msc, Utah State University, 2013

JCSS, Joint Committee on Structural Safety. **Probabilistic Model Code. Part 1 – Basis of Desing.** JCSS-Joint Committee on Structural Safety, 2000-a.

JCSS, Joint Committee on Structural Safety. **Probabilistico Model Code. Part 2 – Load Model.** JCSS-Joint Committee on Structural Safety, 2000-b.

JCSS, Joint Committee on Structural Safety. **Probabilistico Model Code. Part 3 – Material Properties.** JCSS-Joint Committee on Structural Safety, 2000-c.

JCSS, Joint Committee on Structural Safety. **Probabilistico Model Code. – Example Applications.** JCSS-Joint Committee on Structural Safety, 2000-d.

JCSS, Joint Committee on Structural Safety. **Risk Assessment in Engineering. Principles, System Representation and Risk Criteria.** JCSS-Joint Committee on Structural Safety, 2000-e.

KIM, W., LAMAN, J. A. **Seven -Year Field Monitoring of Four Integral Abutment Bridges.** Journal of Performance of Constructed Facilities. ASCE, 2012

KEROKOSKI, O. **Soil-Structure Interaction of Long Jointless Bridges with Integral Abutments.** Thesis, Dsc, Tampere University of Technology, Tampere, Finland, 2006

KUNIN, J., ALAMPALLI, S. **Integral Abutment Bridges: Current Practice in United States and Canada.** Special Report 132, New York State Department of Transportation, Nova Iorque, 1999

KULHAWY, F. H. **Uncertainty in Basic Properties of Geomaterials.** https://www.researchgate.net/publication/265144821_UNCERTAINTY_IN_BASIC_PROPERTIES_OF_GEOMATERIALS

LAFAVE, M. J. *et al*. **Numerical Simulations of Steel Integral Abutment Bridges under Thermal Loading.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2016

LAN, C. **On the Performance of Super-Long Integral Abutment Bridges.** Thesis Phd, University of Trento, 2012.

MÜLLER, H. S. **The fib and its Model Code 2020 Initiativa.** Philadelphia, 2016

NILSSON, M. *et al.* **Towards a Better Understanding of Behavior of Bridges with Integral Abutments.** International Conference on Composite Construction in Steel and Concrete, 2008. ASCE

NGUYEN, X. S. **Algorithmes Probabilistes Appliqués à la Durabilité et à la Mecanique des Ouvrages de Génie Civil.** Tese Dsc, INSA Toulouse, 2007.

OLIVIER, J. P. (editor). **Durabilidade do Concreto: Bases Científicas para Formulação de Concretos Duráveis de Acordo com o Ambiente.** IBRACON, 2014

PINHO, M. F. **Pontes Integrais Aspectos de Construção e Projeto.** Dissertação Msc, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011

PUGASAP, K., KIM, W., LAMAN, J. A. **Long Term Response Prediction of Integral Abutment Bridges.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2009.

SHAH, B. R. **3D Finite Element Analysis of Integral Abutment Bridges Subjected to Thermal Loading.** Thesis Msc, Kansas State University, Department of Civil Engineering, 2007

SOUZA, C. F. F. **Continuidade Estrutural em Tabuleiros de Pontes Construídos com Vigas Pré-Fabricadas. Soluções com Ligações em Betão Aramdo.** Dissertação Msc, Faculdade de Engenharia da universidade do Porto, 2004.

SHELLEY, A. H., VALSANGKAR, A. J. **Behavior of H Pile Supporting an Integral Abutment Bridge.** Article, NRC Research Press, 2014

STEINBERG, E., SARGAND, S. **Forces in Wingwalls from Thermal Expansion of Skewed Semi-Integral Bridges.** Report, Ohio Department of Transportation Office of Research and Development, 2010

SHEHU, J. **Evaluation of Foundation and Wingwalls of Skewed Semi-Integral Bridges with Wall Abutments.** Thesis Msc, Ohio University, 2009

SPAAL, J. C. **An Overview of the Simultaneous Perturbation Method for Efficient Optimization.** Johns Hopkins APL Technical Digest, vol 19, number 4, 1998

SPAAL, J. C. **Implementation of the Stochastic Perturbation Algorithm for Stochastic Optimization.** IEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, vol 34, number 3, 1998

SPAAL, J. C. **Adaptive Stochastic Approximation by the Simultaneous Perturbation Method.** IEE Transactions on Automatic Control, vol 45, number 10, 2000

SPAAL, J. C. **Stochastic Optimization.** Handbook of Computational Statistics: Conceps and Methods, 2a Ed, J. Gentle, W. Härdle, and Y. Mori, eds, Springer−Verlag, Heidelberg

STEINBERG, E., SARGAND, S. M., BETTINGER, C. **Forces in Wingwalls of Skewed Semi-Integral Bridges.** Journal of Bridge Engineering, ASCE. 2004

THANASATTAYAWIBUL, N. **Curved Integral Abutment Bridges.** Thesis Phd, University of Maryland, 2006

THEVANEYAN, K. D., FORTH, J. P. **Modelling of Soil Structure Interaction of Integral Abutment Bridges.** Article, World Academy of Science, 2011

VELOSO, D. A, LOPES, F. R. **Fundações – volume 2.** Editora Nosa, São Paulo, 2010

YANG, P. S. **Nonlinear Finite Element Analysis of Piles in Integral Abutments Bridges.**Thesis, Phd, Iowa State university, 1984