



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA
LINHA DE PESQUISA: DIDÁTICA DA MATEMÁTICA
CURSO DE MESTRADO

MARCEL MUNIZ VILAÇA

**INVESTIGANDO O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL DE
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA AO UTILIZAREM O GEOPLANO DURANTE A
REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE QUADRILÁTEROS**

Recife
2018

MARCEL MUNIZ VILAÇA

**INVESTIGANDO O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL DE
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA AO UTILIZAREM O GEOPLANO DURANTE A
REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE QUADRILÁTEROS**

Projeto de Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco – Centro de Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Área de concentração: Didática da Matemática

Orientador: Paulo Figueiredo Lima

Recife

2018

Catálogo na fonte
Bibliotecária Amanda Nascimento, CRB-4/1806

V695i Vilaça, Marcel Muniz.

Investigando o processo de gênese instrumental de licenciandos em matemática ao utilizarem o geoplano durante a realização de atividades sobre quadriláteros. – Recife, 2018.

140 f. : il.

Orientador: Lima, Paulo Figueiredo.

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2018.

Inclui Referências e Apêndices.

1. Geometria Plana. 2. Quadrilátero. 3. Matemática – Estudo e ensino. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Lima, Paulo Figueiredo. II. Título.

516.22 CDD (22. ed.)

UFPE (CE2018-65)

MARCEL MUNIZ VILAÇA

**INVESTIGANDO O PROCESSO DE GÊNESE INSTRUMENTAL DE
LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA AO UTILIZAREM O GEOPLANO DURANTE A
REALIZAÇÃO DE ATIVIDADES SOBRE QUADRILÁTEROS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco – Centro de Educação, como requisito parcial para a obtenção do título de mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovada em: 21/02/2018

Banca Examinadora

Prof. Dr. Paulo Figueiredo Lima (Orientador)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr^a. Verônica Gitirana (Avaliadora Interna)

Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr^a. Cibelle de Castro Assis (Avaliadora Externa)

Universidade Federal da Paraíba

AGRADECIMENTOS

À Deus por ter me permitido chegar até onde cheguei e realizar o que realizei. Sem Ele nada disso seria possível. Então sou muito grato por tudo que possuo em minha vida.

À minha família, especialmente aos meus pais (Dona Fátima e Sr. Maurício) por tudo que me proporcionaram, pelas batalhas que tiveram que enfrentar para me oferecer todas as condições necessárias para que eu pudesse chegar até aqui. Ao meu irmão (Maurilio) pelo apoio e por estar sempre ao meu lado quando preciso e a minha tia (Sônia) que sempre me incentiva, torce por mim e me ajuda das mais diversas formas. Sou muito grato a tudo que vocês fazem e certamente farão em minha vida.

À Larisse, amor da minha vida e futura esposa. Você me acompanha e me ajuda desde a faculdade. Sou muito grato por todo o carinho, apoio e incentivo que recebo de você.

À Paulo Figueiredo, meu orientador, pelas orientações e inúmeros ensinamentos. Aprendi muito em todas as nossas conversas e agradeço por ter tido a honra de ter tido a oportunidade de ser orientado pelo senhor.

Às componentes da banca, Verônica e Cibelle, por todas as contribuições e por serem tão prestativas para esclarecer algumas dúvidas, sempre que precisei. Especialmente à Verônica, minha futura orientadora no doutorado, agradeço aos inúmeros desequilíbrios cognitivos que me causou. Espero ter conseguido me equilibrar um pouco com sua ajuda.

À Marilene Rosa por todas as contribuições durante a minha formação durante a licenciatura e por ser prestativa ao permitir que eu fizesse a coleta de dados de minha pesquisa em uma de suas turmas de graduação.

À Diogénes Maclyne, o “divisor de águas” em minha formação docente. Tive a honra de ter sido seu aluno e posteriormente colegas de turma durante o mestrado.

Aos professores e funcionários do Edumatec, pelo carinho e inúmeras contribuições que proporcionaram em minha formação não só docente, mas também humana. Especialmente a Sérgio, Cris, Franck e Paula. O modo como vocês atuam me fez ter ainda mais certeza de que vale a pena ser professor e que é possível fazer a diferença, mesmo que de uma forma simples.

Aos meus colegas de turma pelos momentos que compartilhamos, tanto os bons, como os ruins. Todos são importantes e proporcionam algum aprendizado.

Aos meus colegas de grupo de pesquisa do Pró-Grandezas e do Lematec. Especialmente Lúcia Durão, Anderson Douglas, André Pereira, Ricardo Tibúrcio e Rosilângela Couto. Os comentários e contribuições de vocês foram muito importantes para mim.

Aos meus amigos, colegas de trabalho e demais pessoas que contribuíram de forma direta ou indiretamente para que eu pudesse chegar aqui. Muito obrigado!

RESUMO

O presente trabalho teve como objetivo investigar como estudantes de um curso de licenciatura em matemática utilizavam o geoplano durante a realização de algumas atividades envolvendo as características dos quadriláteros. Nessa busca, delimitamos o foco de análise no modo como o geoplano é utilizado, quais as possibilidades que ele oferece e como os licenciandos o utilizam para elaborar respostas diante das situações propostas. Para reforçar a nossa pesquisa e encontrar elementos que sustentem e possibilitem analisar o tema foco de nossa investigação foram utilizadas a Teoria da Instrumentação e a Teoria da Orquestração Instrumental. A primeira para subsidiar a investigação de como os licenciandos manuseiam o geoplano durante a realização das atividades envolvendo os quadriláteros. Já a segunda teoria foi utilizada para planejar, estruturar e executar todas as atividades dessa pesquisa. Nesse sentido, foram vivenciadas 2 oficinas com 36 estudantes de licenciatura em matemática que foram divididos em trios para a realização das atividades. Como principais resultados evidenciou-se uma dificuldade na compreensão das características dos quadriláteros, especificamente a definição dessa família de figuras e o reconhecimento das características dos quadriláteros, principalmente o losango. Constatou-se uma predominância na utilização apenas de quadriláteros convexos, especialmente os notáveis, para a elaboração das respostas durante as atividades. Em relação a utilização do geoplano durante as atividades identificamos que esse recurso é dispensável em atividades que apenas solicitam a construção de figuras. Nessas situações o geoplano não apresentou indícios que possam ajudar os licenciandos durante o estudo dos quadriláteros. Já em situações em que seja solicitado a construção de quadriláteros que respeite algumas características específicas, o geoplano mostrou ser um bom recurso didático ao apresentar situações em que por meio de sua manipulação os licenciandos conseguiram elaborar uma resolução para a atividade proposta.

Palavras-chave: Geoplano, Quadriláteros, Orquestração Instrumental, Instrumentação.

ABSTRACT

The present work had as objective to investigate how students of degree in mathematics used the geoboard in some activities involving the characteristics of the quadrilaterals. Regarding the way in which this artifact is used by the licenciandos, we seek to identify if the didactic resource in question acts to assist the process of elaboration of the answers and reflection on the characteristics of the quadrilaterals, or if it acts only to construct and to exemplify figures that the students of undergraduate students are able to imagine without their use. In this search, we use as input the Theory of Instrumentation and the Theory of Instrumental Orchestration. The first is to subsidize the investigation of the schemes mobilized by the licenciandos in handling the geoboard during the resolution of the activities proposed in this research. The second one was used to plan, structure and execute all the activities of this research. In this sense, two workshops were held with 36 undergraduate students in mathematics who were divided into trios to carry out the activities. Each member of the trio played a specific role during the experience of the activities of each meeting. As main results we show a certain difficulty of understanding related to the characteristics of the quadrilaterals, specifically the definition of this family of figures and the characteristics of some of their figures, especially the diamond. It was evidenced a predominance in the licenciandos to consider only the convex quadrilaterals, with a much greater incidence in the construction of the remarkable quadrilaterals in the figures constructed in the geoboard. Regarding the use of the geoboard, we found that the use schemes mobilized for the construction of the figures (1 or 4 elastic) do not interfere in the type of response presented by each team and that the activities that require the mobilization of some of the properties of the quadrilaterals are more pertinent to the use of the geoboard artifact.

Keywords: geoboard, quadrilaterals, orchestration, instrumentation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Geoplano Retangular	23
Figura 2: Geoplano Circular	23
Figura 3: Geoplano Isométrico	23
Figura 4: Geoplano Oval	23
Figura 5: Geoespaço	23
Figura 6: Quadrilátero ABCD.....	12
Figura 7: Segmento de reta AB	12
Figura 8: Representação de ângulo	13
Figura 9: Classificação pelo critério da inclusão.....	14
Figura 10: Classificação sem critérios de inclusão.....	15
Figura 11: Conjunto convexo.....	21
Figura 12: Conjunto convexo.....	21
Figura 14: Conjunto não-convexo	21
Figura 13: Conjunto não-convexo	21
Figura 15: Exemplo de quadriláteros convexos.....	22
Figura 16: Exemplificação da propriedade 1 de Colli (2008).....	23
Figura 17: Definição de polígono segundo Castro (2008).....	24
Figura 18: Ângulos internos de quadriláteros convexos	24
Figura 19: Ângulos internos de um quadrilátero não-convexo	25
Figura 20: Exemplificação da propriedade 3 de Colli (2008).....	26
Figura 21: Esquema de aspectos da configuração didática	36
Figura 22: Esquema de aspectos do Modo de Execução	40
Figura 23: Resposta da O1Q1 apresentada pelo Grupo 1	59
Figura 24: Resposta da O1Q1 apresentada pelo Grupo 9	60
Figura 25: resposta apresentada da Q1O1 apresentada pelo grupo 3	61
Figura 26: resposta da O1Q1 apresentada pelo grupo 7	61
Figura 27: resposta da O1Q1 apresentada pelo grupo 1	62
Figura 28: resposta da O1Q1 apresentada pelo G4.....	62
Figura 29: Resposta da O1Q1 apresentada pelo G5	63
Figura 30: Resposta do G5 para a questão O1Q2.....	64
Figura 31: resposta do G6 para a O1Q2	65
Figura 32: resposta do grupo 3 para a O1Q2.....	65
Figura 33: Polígonos da O1Q3.....	66
Figura 34: Resposta apresentada pelo grupo 10 da O1Q3.....	67
Figura 35: Construção de um “losango” do grupo G4	69
Figura 36: “Losango” construído pelo grupo G11.....	70
Figura 37: figura construída pelo grupo G1.....	73
Figura 38: Quadrilátero não convexo construído pelo G7	74
Figura 39: Construção equivocada de um trapézio reto	75
Figura 40: Construção de um quadrado.....	75
Figura 41: Construção de quadriláteros não convexos	77
Figura 42: quadrilátero não convexo com a diagonal por fora da figura.....	78
Figura 43: Construção de um quadrilátero	79

Figura 44: classificação de um quadrilátero classificado, equivocadamente, como não-convexo	79
Figura 45: Losango construído pelo G1	81
Figura 46: quadriláteros erroneamente nomeados de losango	81
Figura 47: “Mudança” de quadrado para losango	84
Figura 48: quadriláteros com 2 ângulos retos opostos	85
Figura 49: Confusão entre ângulos opostos e adjacentes no trapézio	85
Figura 50: Propriedade falsa sobre convexidade em quadriláteros	87
Figura 51: Demonstrando que a propriedade 1 é falsa	87
Figura 52: Equívoco em falsear a propriedade 2	88
Figura 53: Testando a veracidade da propriedade 3	89
Figura 54: Ajustes para a construção de um paralelogramo	92
Figura 55: Transformando um paralelogramo em um trapézio	94
Figura 56: Não padronização na disposição dos elásticos	96
Figura 57: Dificuldades na construção de um trapézio	97
Figura 58: Voltas no elástico para auxiliar a construção das figuras	100
Figura 59: Mudança de um trapézio para um paralelogramo	103
Figura 60: construção de um losango a partir de um quadrado	104
Figura 61: Construção de figuras pelo G12	105

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Resumo das Expectativas de Aprendizagem de Geometria para a Educação Básica	38
Quadro 2: Síntese das respostas apresentadas para a primeira questão	81
Quadro 3: Síntese das repostas para a O1Q2	84
Quadro 4: Resumo das construções de losango na Q1	88
Quadro 5: Construção de figuras não-convexas na O1	89
Quadro 6: Construção de Losangos na O2Q2	98
Quadro 7: síntese das respostas para a Q3O2	100
Quadro 8: Utilização dos elásticos para a construção dos quadriláteros	122
Quadro 9: Geoplano utilizado para auxiliar a resolução ou apenas construir as figuras	124

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	12
2 JUSTIFICATIVA.....	17
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	21
3.1 Geoplano.....	21
3.2 Teoria da Instrumentação.....	5
3.3 Teoria da Orquestração Instrumental	7
3.4 Ensino de Geometria	9
3.5 Um pouco sobre Quadriláteros.....	11
3.5.1 Orientações Curriculares para o Ensino de Quadriláteros	16
3.5.2 Quadriláteros convexos e não-convexos.....	21
4 REVISÃO DE LITERATURA	28
5 OBJETIVOS.....	32
5.1 Geral.....	32
5.2 Específicos	32
6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	33
6.1 Participantes Envolvidos e Campo de Estudo da Pesquisa	33
6.2 Orquestração das Oficinas	34
6.2.1 Configuração Didática.....	35
6.2.2 Modo de Execução.....	40
7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	45
7.1 Estrutura do Instrumento de Coleta de Dados	45
7.2 Análise Prévia do Instrumento de Coleta de Dados.....	48
7.3 Análise dos resultados da Oficina 1.....	58
7.4 Análise dos resultados da Oficina 2.....	71
7.5 Análise do processo de Apropriação do Geoplano	90
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS	110
Referências	116
Apêndices.....	120

1 INTRODUÇÃO

Faz parte do papel do professor ser curioso e buscar compreender situações até então desconhecidas para ele. Situações essas que possam o auxiliar em sua prática docente e, talvez, outros colegas de trabalho e demais sujeitos envolvidos com o processo de ensino e de aprendizagem.

Partindo desse pressuposto, essa pesquisa buscou investigar como a utilização de um recurso didático conhecido por alguns professores de matemática, o geoplano¹, pode interferir na resolução de atividades envolvendo características dos quadriláteros.

Nessa busca, optamos por trabalhar com professores em processo de formação, ou seja, com estudantes de licenciatura em matemática. Essa escolha tem como objetivo tentar identificar como o curso de licenciatura em matemática trabalha com os seus licenciandos atividades relacionadas a características dos quadriláteros e com a manipulação de um recurso didático que vise auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem.

É importante ressaltar a ênfase em características dos quadriláteros devido a nossa pesquisa trabalhar apenas alguns conceitos relacionados a essa família de figuras. Por esse motivo, ao ler em nossa pesquisa o termo “característica dos quadriláteros” saiba que o mesmo se refere especificamente ao conceito, os critérios de classificação e a convexidade desses polígonos.

Desse modo, para investigar tais características serão propostas atividades para os licenciandos, onde, por meio do geoplano, seja possível identificar os esquemas mobilizados por eles ao se depararem com situações em que seja necessário mobilizar conhecimentos para a construção das figuras no geoplano.

Essas atividades consistem na resolução de um questionário, por parte dos licenciandos, onde será disponibilizado o geoplano como um recurso didático que possa auxiliar o desenvolvimento de estratégias para a resolução de cada situação abordada.

¹ Embora existam vários tipos desse material, o geoplano pode ser compreendido como uma tábua plana onde são dispostos pregos de modo equidistância para que seja possível abordar alguns conteúdos matemáticos. Na seção 3.1 apresentamos uma discussão mais detalhada sobre esse recurso didático.

Por que investigar a utilização do geoplano como um possível recurso didático para auxiliar os estudantes de licenciatura em matemática durante a resolução de atividades envolvendo algumas características dos quadriláteros?

A escolha do geoplano como um dos objetos de estudo desta pesquisa justifica-se no fato de que este artefato ter sido produzido especificamente para auxiliar os professores durante o processo de ensino e de aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos, dentre eles os *quadriláteros*. Lógico que essa característica de ter sido produzido especificamente não se aplica somente ao geoplano, mas evidencia que o material foi produzido para auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem e, como todo recurso ou material utilizado durante esse processo, é imprescindível que suas utilidades e possibilidades de uso sejam investigadas afim de melhor conhecer as suas potencialidades e limitações.

Outra justificativa para a escolha do geoplano é o fato de diversas orientações curriculares (BRASIL, (1997; 1998; 2016; PERNAMBUCO (2008; 2012)) abordarem a utilização de recursos que podem ser utilizados com o intuito de contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem por meio de atividades em que se manipulem os materiais. Essa característica da manipulação está fortemente atrelada à utilização do geoplano, pois a sua proposta de utilização é baseada na construção de figuras geométricas planas para que se possa compreender e explorar diversos conteúdos matemáticos.

Mas, para que o geoplano possa ser utilizado em sala de aula para abordar o ensino de quadriláteros é importante que o professor tenha conhecimento de estratégias e métodos que podem ser aplicados durante a manipulação desse artefato durante as aulas de matemática. É papel do professor criar situações que façam com que o geoplano, assim como qualquer outro material utilizado, possa ajudar tanto o ensino, quanto a aprendizagem dos estudantes durante as aulas de matemática.

O professor é o responsável por desenvolver atividades em que a utilização do geoplano faça sentido para os estudantes e possa auxiliá-los durante o ensino de quadriláteros. O geoplano, do mesmo modo que outros recursos que podem ser utilizados durante a aula de matemática, não pode ser visto como uma receita pronta para resolver os problemas durante o processo de ensino e de aprendizagem. Deve ser utilizado como uma alternativa para que se possam criar situações em que se

auxilie tanto o professor, quanto o estudante, durante a abordagem de conteúdos matemáticos.

Selva (1998) afirma que, de modo equivocado, alguns professores consideravam que o simples fato de utilizar materiais concretos durante as aulas de matemática seria garantia da aprendizagem do aluno. Segundo a autora, existe certa crença de que os materiais, independentemente da situação em que fossem implementados, atuariam como um motivador durante as aulas. Mas, com um tempo, verificou-se que a situação não se expressava dessa forma.

O modo como o artefato é utilizado em sala de aula pelo professor é determinante para que o recurso possa ser considerado adequado para o processo de ensino e de aprendizagem. Esse é um dos fatores que justificam o interesse em investigar como os estudantes do curso de licenciatura manuseiam o geoplano nas atividades propostas ao decorrer dessa pesquisa.

Diferentes professores, utilizando um mesmo material, podem alcançar diferentes resultados. Embora o material seja o mesmo, o modo como se o utiliza em sala de aula varia de acordo com a didática de cada professor, com o modo que cada um planeja suas aulas, a maneira que os alunos manuseiam o artefato, entre outras. Até um mesmo professor, ao utilizar determinado recurso didático em várias turmas, poderá encontrar diferentes resultados e situações exploradas, mesmo seguindo o planejamento. Isso pode ocorrer devido ao modo que cada estudante com o recurso didático proposto pelo professor e o modo como o próprio docente atua diante das constatações realizadas por seus estudantes.

Esses fatores contribuem para que seja evitada e superada a visão, por parte dos docentes, de que a utilização de material concreto como um recurso didático é uma fórmula pronta para a aprendizagem dos alunos. Mas, ao se deparar com situações em que os professores apresentem esse tipo de visão, não é plausível que os mesmos sejam considerados culpados por apresentar esse tipo de pensamento. É importante verificar como os cursos de licenciatura trabalham as questões relacionadas a essa temática para que se tenha melhores condições para compreender porque os professores, em alguns casos, considerem que as atividades manipulativas por si só garantam a aprendizagem dos estudantes.

Por esse motivo considera-se importante que as graduações em matemática auxiliem os seus licenciandos a refletir sobre a utilização de recursos didáticos para serem inseridos na sua prática docente. A utilização do termo recurso didático nessa

pesquisa estará relacionada aos materiais que podem ser utilizados durante o processo de ensino e de aprendizagem. Sejam esses materiais concretos, como é o caso do geoplano, ou não.

Nesse sentido, acreditamos que é preciso ter clareza dos tipos de atividades que mais se adequam ao recurso didático que ele pretende inserir em sua prática docente. No caso do geoplano em nossa pesquisa, é preciso conhecer quais as características que esse artefato pode proporcionar para o processo de ensino e aprendizagem dos quadriláteros.

Será que o geoplano auxilia os licenciandos a refletirem sobre as características dos quadriláteros, onde por meio de sua manipulação eles consigam elaborar suas respostas ou se o geoplano simplesmente é utilizado para exemplificar situações que os estudantes de licenciatura elaboram sem a sua utilização, sendo utilizado apenas como suporte para exemplificação?

Pensando nessa situação, alguns outros questionamentos foram surgindo. De que modo os licenciandos atuam em uma situação que utiliza o geoplano? Quais os esquemas mobilizados pelo graduando ao manipular o geoplano? Quais influências dos esquemas utilizados por cada estudante para o tipo de resposta apresentada? O geoplano auxilia a elaboração de uma resposta ou apenas é utilizado para representar algo que foi elaborado sem o seu manuseio?

Na busca por essas respostas a nossa pesquisa está estruturada em oito seções com o intuito de melhor dividir e apresentar o nosso trabalho. A primeira delas, essa seção (Introdução), teve como intuito principal apresentar a pesquisa, apresentando algumas informações a mais que o resumo para que o leitor possa ter uma visão dos fatores que influenciaram a realização desse trabalho e do que foi realizado.

A Justificativa, segunda seção, apresenta argumentos que mostram a relevância e pertinência em se investigar os quadriláteros, tendo como principal recurso didático a utilização do geoplano.

Nossa terceira seção, a Fundamentação Teórica, apresenta elementos que embasaram nossa pesquisa. Esses aspectos englobam desde as teorias utilizadas (Teoria da Instrumentação e Teoria da Orquestração Instrumental), como também aspectos relacionados com o próprio geoplano e algumas propriedades dos quadriláteros.

Nossa quarta seção apresenta a Revisão de Literatura utilizada, ou seja, os trabalhos que apresentam informações relevantes e pertinentes que foram consideradas para a realização de nossa pesquisa, além do fato de mostrar que, com base em nossa busca realizada, o que investigamos e como pretendemos investigar ainda não foi explorado em outros trabalhos.

Na seção cinco apresentamos os nossos objetivos, tanto o geral, como também os específicos, para que o leitor possa compreender o que buscamos realizar em nosso trabalho.

A sexta seção apresenta os procedimentos metodológicos utilizados em nossa pesquisa, como a mesma foi estruturada, planejada e executada para que fosse possível alcançar os nossos objetivos.

Na seção 7 apresentamos os nossos resultados e os discutimos, ou seja, analisamos alguns fatores que estão relacionados com algumas situações evidenciadas durante a realização das atividades envolvidas nessa pesquisa.

Por último, na seção 8, apresentamos as nossas considerações finais a cerca do trabalho desenvolvido, dos resultados obtidos e das análises elaboradas com base em nosso aporte teórico.

Nesse sentido, na busca de respostas para as questões apresentadas em nossa introdução, convidamos você, leitor, a nos acompanhar nesta investigação.

2 JUSTIFICATIVA

Em diversas situações do nosso cotidiano podemos aplicar o conhecimento matemático. Durante o nosso desenvolvimento, quando utilizamos a noção de representação do espaço para compreender o que está ao nosso redor para poder interagir com o meio, estamos utilizando, dentre outros conhecimentos, o conhecimento geométrico.

Segundo Lima e Carvalho (2010, p. 135) “Uma das razões da importância da geometria é sua presença constante em nosso dia a dia. Já nos primeiros meses de vida, as crianças iniciam-se no aprendizado dos movimentos e no reconhecimento dos objetos do espaço em seu redor”.

É imprescindível que, durante o ensino de matemática, o professor proporcione situações que auxiliem os alunos a desenvolverem o pensamento geométrico. Para o Programa Nacional do Livro Didático (2008)

O pensamento geométrico surge da interação espacial com os objetos e os movimentos no mundo físico e desenvolve-se por meio das competências de localização, de visualização, de representação e de construção de figuras geométricas. A organização e a síntese desse conhecimento também são importantes para a construção do pensamento geométrico. (BRASIL, p. 16)

Contudo, existem casos em que o desenvolvimento de alguns conceitos geométricos não ocorre de forma adequada. Algumas pesquisas como Costa (2015), Costa e Câmara dos Santos, (2015) e Barbosa (2011) apontam que os alunos apresentam resultados insatisfatórios no que diz respeito a compreensão de conceitos geométricos, especificamente nas características dos quadriláteros.

Um possível fator que contribui para esta situação é o fato de que alguns professores possuem dificuldades para ensinar geometria. Lorenzato (2012) apresenta que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para ensinar geometria. Crescenti (2008) evidenciou que professores de matemática possuem uma precariedade no que diz respeito aos conhecimentos geométricos e que, durante a graduação, pouco foi aprendido sobre aspectos teóricos e metodológicos da geometria.

Conceição e Oliveira (2014) evidenciaram em um trabalho de conclusão de curso, ao investigar professores de matemática, que eles não apresentam um domínio conceitual satisfatório das propriedades dos quadriláteros, apresentando

dificuldades ao lidar com este tema, consequentemente repassando estas dificuldades durante as aulas de matemática.

Outra possível causa para as dificuldades apresentadas pelos alunos está na dificuldade em visualizar e reconhecer as características de alguns conceitos abordados durante as aulas de geometria.

Como uma alternativa para tentar proporcionar melhorias durante o processo de ensino de conteúdos matemáticos alguns professores recorrem a utilização de materiais concretos para auxiliar os estudantes em sua aprendizagem. Entre esses materiais, uma possível alternativa é a utilização do geoplano. Em sua pesquisa Pires *et. al.* (2004) aponta que o geoplano possibilita criar situações em que os alunos têm a oportunidade de compreender conceitos geométricos com base no processo de experimentação.

Ainda sobre o geoplano, Deneca (2008) afirma que

As atividades com Geoplanos proporcionam a exploração de diversos conteúdos matemáticos, dentre eles podemos destacar: Estudo de diferentes tipos de polígonos (triângulos, quadriláteros, etc.), teorema de Tales, conceitos de medidas, simetria, comparações e medidas de áreas, Comparação, ordenação e adicionamento de comprimentos (perímetro), multiplicações nas séries iniciais, frações, ampliação e redução de figuras (p. 25 e 26).

A escolha por materiais concretos é sustentada pelas recomendações apresentadas nos Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012). Em diversos trechos ao longo deste documento, apresenta-se a utilização desses materiais como uma alternativa para criar situações que contribuam para a aprendizagem dos alunos a partir de sua manipulação.

Contudo, não se pode esperar que o geoplano resolva todos os problemas de aprendizagem e de ensino durante as aulas de matemática. É importante concentrar esforços metodológicos para propiciar situações em que a utilização desse artefato faça sentido e possa contribuir para uma aprendizagem dos estudantes.

Existem algumas situações que o professor, ao invés de utilizar um artefato para o auxiliar no ensino de algum conceito matemático, utiliza o próprio artefato como um fim em si próprio. De forma equivocada, ao se inserir um novo recurso didático em sua prática docente, alguns professores consideram o próprio recurso didático como um objeto de estudo em si mesmo, ao invés da utilização do mesmo como uma ferramenta para auxiliar o estudo de outros conteúdos durante as aulas

de matemática. Esse tipo de comportamento pode estar atrelado com a ideia de que a utilização do recurso didático por si só é garantia da aprendizagem dos estudantes.

Para Selva (1998)

mais importante do que o tipo de material utilizado parece ser o modo como se trabalha com o material e a criação de situações que lhe dão significado e que proporcionem oportunidades para que relações sejam estabelecidas, percebidas ou analisadas pelos alunos. (p. 97)

O professor precisa saber o porquê estar utilizando algum material durante suas aulas, tendo objetivos bem definidos a serem alcançados a partir da implementação destes artefatos durante suas aulas. No caso específico desta pesquisa, será possível identificar se o geoplano pode se configurar como um artefato adequado para que seja trabalhado características dos quadriláteros.

Por isso, para que seja possível refletir sobre a utilização do geoplano como um recurso didático para abordar características dos quadriláteros (conceito dessa família de figuras, critérios de classificação e convexidade), essa pesquisa busca investigar o modo como licenciandos se apropriam do geoplano durante a resolução de atividades vivenciadas durante duas oficinas.

Por meio dessa experiência, considera-se plausível avaliar, de certo modo, se o geoplano é um artefato que auxilia os licenciandos a formularem ideias e hipóteses para solucionar as atividades propostas ou se é utilizado apenas para apresentar as resoluções de cada atividade. Em outras palavras, o geoplano oferece um suporte para a formulação de ideias e respostas ou é utilizado apenas para ilustrar e criar figuras?

Na busca por subsídios que possam auxiliar na obtenção de respostas serão propostas algumas atividades envolvendo as características dos quadriláteros para alguns estudantes de licenciatura. Tais atividades terão como suporte a utilização do geoplano para que possamos investigar se os licenciandos utilizam esse artefato durante a formulação das respostas para cada atividade (recorrendo a construções de esboços) ou se o utiliza apenas para representar respostas elaboradas sem o seu suporte.

A forma como o geoplano é utilizado pelo professor é fator determinante para que o artefato possa contribuir para o processo de ensino e de aprendizagem durante as aulas de matemática.

Na busca por respostas faz-se necessário analisar como os licenciandos se apropriam do geoplano e se esse recurso didático se configura como um artefato que auxilia a elaborarem estratégias para a resolução de atividades que envolvam características dos quadriláteros.

Para que seja possível analisar a adequação do geoplano diante de um cenário tecnológico será utilizado como aporte teórico a Teoria da Orquestração Instrumental discutida por Trouche (2004). No que diz respeito ao processo de apropriação do geoplano por parte dos licenciandos, será realizada uma análise à luz da Teoria da Instrumentação tomando como referência Rabardel (1995).

A utilização dessas duas teorias em conjunto possibilitará a análise não apenas da utilização do geoplano, desde os esquemas mobilizados pelos licenciandos e as estratégias adotadas para a resolução de algumas questões que abordem as características dos quadriláteros, mas também se o geoplano é um artefato que auxilia a elaboração das estratégias ou que apenas seja utilizado para as representar.

À luz do campo teórico apresentado esta pesquisa irá investigar *De que modo estudantes de licenciatura em matemática se apropriam do geoplano durante a resolução de atividades que explorem o conceito, as classificações e os critérios de convexidade dos quadriláteros?*

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Buscando embasar nossa pesquisa adotamos como aportes teóricos a Teoria da Instrumentação, segundo Rabardel (1995), a Teoria da Orquestração Instrumental, segundo Trouche (2004).

A seguir, apresentaremos um pouco sobre as teorias supracitadas, como também um aprofundamento sobre o geoplano e suas características e o ensino de geometria com uma ênfase nos quadriláteros.

3.1 Geoplano

Desde o início do trabalho vem sendo abordado a utilização do geoplano como um recurso que possibilita o ensino de quadrilátero, dentre outras possibilidades. Mas afinal de contas, o que é um geoplano?

Quanto a origem da palavra, segundo Costa, Pereira e Mafra (2011) “o nome geoplano vem da junção de *geo* que se refere a geometria e *plano* que se refere superfície plana” logo geoplano significa geometria da superfície plana. Este recurso foi criado por Caleb Gattegno, do Instituto de Educação da Universidade de Londres, em 1961, com o intuito de auxiliar os professores durante o ensino de matemática.

Em sua versão inicial, o geoplano constitui-se em uma tábua de madeira de formato retangular com pregos ou pinos distribuídos em linhas e colunas de modo equidistantes. Essa predisposição dos pregos assemelha-se a uma malha pontilhada que pode variar dependendo do critério utilizado em sua construção. Os pregos servem para enganchar elásticos durante a elaboração de figuras no geoplano. Estes elásticos atuam como os lados das formas criadas ao manusear o material e, em suas extremidades, ficam os vértices.

Machado (2012) aponta que “O geoplano é um meio, uma ajuda didática, que oferece um apoio à representação mental e uma etapa para o caminho da abstração, proporcionando uma experiência geométrica e algébrica aos estudantes”.

Alguns pesquisadores defendem a implementação durante as aulas de matemática devido à possibilidade de situações criadas por meio de sua manipulação. Segundo Martins, Neto e Santos (2012)

O geoplano é um recurso didático-pedagógico dinâmico e manipulativo. Seu uso permite a construção de conceitos e resolução de problemas por meio da integração da geometria, possibilitando a exploração de atividades que desenvolvem habilidades relativas à exploração espacial e plana, [...] o geoplano é um instrumento que oferece um apoio para representação geométrica.

De acordo com Sobrinho (2011)

O Geoplano é um artefato que permite ao aluno descrever, reproduzir, montar, identificar, explorar e reconhecer as diferenças e semelhanças das formas planas, além de propiciar meios de ele deduzir, analisar, avaliar e propor soluções para questionamentos de cunho geométrico, algébrico, aritmético, entre outros temas matemáticos. (p.13)

Desde sua criação até os dias atuais vários pesquisadores têm se dedicado a estudar este material. Com estes estudos alguns tipos de geoplano foram sendo desenvolvidos. A respeito dos tipos de geoplano, o livro *Geoplanos e Redes de Pontos*, produzido pelo Grupo Geoplano de Estudo e Pesquisa (GGEP) apresenta 3 diferentes tipos: geoplano quadrangular, geoplanos circular e geoplano isométrico.

De acordo com Tiggemannet *al.* (2013)

O geoplano quadrangular consiste numa prancha quadrada com pinos dispostos em linhas e colunas equidistantes. [...] O Geoplano Circular [...] consiste numa prancha-base com pinos fixos, dispostos em círculo (ou círculos), a uma mesma distância uns dos outros, e um pino central. O Geoplano isométrico difere dos demais na disposição dos pinos fixos. Neste os pinos não estão dispostos em linhas e colunas, mas de forma alternada.

Existem algumas variações do geoplano quadrangular, podendo este aparecer no formato retangular. Em relação ao geoplano isométrico, outro nome pelo qual ele também é conhecido é geoplanotrelissado.

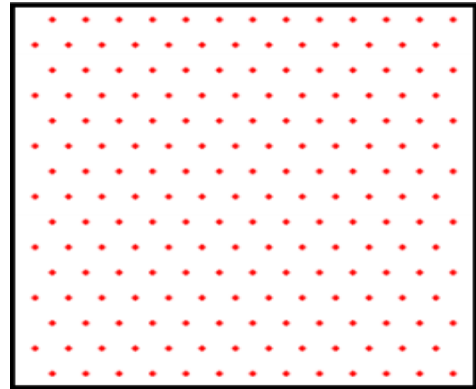
Mas, além destes geoplanos apresentados temos o geoplano oval, uma espécie de mistura entre o geoplano circular e o quadrangular. A ideia do geoplano também foi implementada para abordar o estudo de figuras espaciais, dando origem ao geoespaço. O geoespaço é constituído por dois geoplanos não colineares e paralelos entre si. Ao ligar os pontos de um geoplano aos pontos do outro formam-se figuras espaciais.

As figuras a seguir ilustram as malhas que são utilizadas na confecção de cada tipo específico de geoplano.

Figura 1: Geoplano Retangular

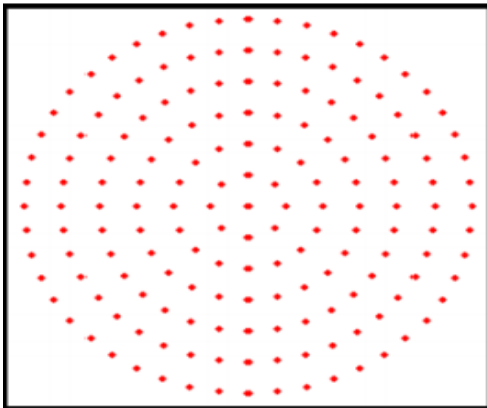


Fonte: Machado (1993, p.2, apud VIEIRA, 2010)

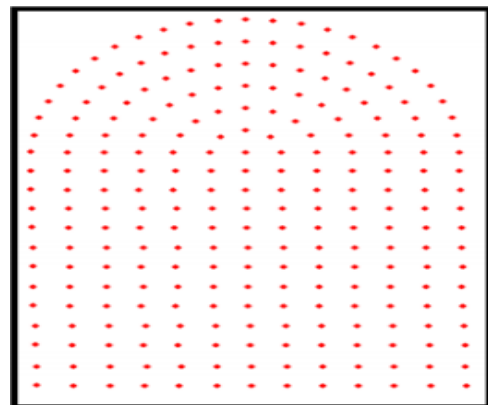


Fonte: Machado (1993, p.2, apud VIEIRA, 2010)

Figura 2: Geoplano Circular



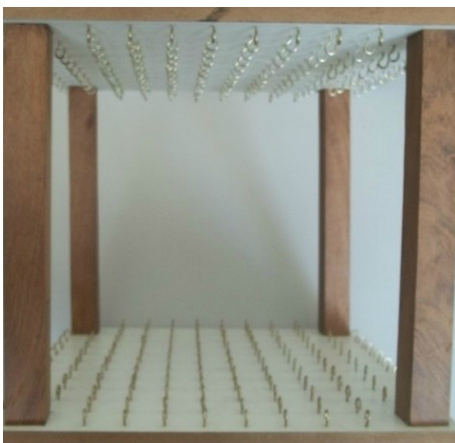
Fonte: Machado (1993, p.2, apud VIEIRA, 2010)



Fonte: Machado (1993, p.2, apud VIEIRA, 2010)

Figura 3: Geoplano Isométrico

Figura 5: Geoespaço



Fonte: Acervo da pesquisa

Ainda sobre o geoplano é comum ver, em alguns trabalhos, geoplano 3x3 ou geoplano 10x10, mas o que isso significa? Essa forma de nomear este recurso está relacionada com as dimensões do artefato. Por exemplo, um geoplano 5x5 indica que possui 5 pregos de largura e 5 pregos de comprimento (considerando um geoplano concreto).

Contudo, vale ressaltar que para a realização desta pesquisa não serão utilizadas todas estas variações do geoplano. Utilizaremos apenas o geoplano retangular em sua forma concreta.

3.2 Teoria da Instrumentação

A Teoria da Instrumentação – TI foi desenvolvida pelo pesquisador francês Rabardel. Apoiada em elementos da psicologia, a teoria da instrumentação fornece elementos apropriados para investigar a ação do sujeito, mediada por um instrumento.

No que diz respeito a utilização da palavra instrumento, sob a perspectiva apresentada nesta teoria, é importante frisar a diferença existente entre instrumento e artefato e quais as características apresentadas por cada um. O artefato é um objeto, material ou não, que possui suas características específicas, próprias, independente do contexto. Ao se utilizar um artefato e dominar estas características, estabelecendo funções para a utilização deste artefato constrói-se um instrumento. O artefato atua como uma espécie de predecessor de um instrumento. O artefato transforma-se em instrumento quando o sujeito compreende suas especificidades e as aplica em outras situações.

Segundo Bittar (2011)

Na abordagem instrumental, um artefato pode ser um meio material, como um martelo, uma enxada, ou um meio simbólico, como uma linguagem simbólica (linguagem algébrica, símbolos vetoriais etc.). O instrumento consiste do artefato acrescido de um ou vários esquemas de utilização desse artefato, esquemas esses construídos pelo sujeito. (p. 160)

Desse modo, pode-se dizer que quando não se conhece determinado material o mesmo configura-se como um artefato para este sujeito. O artefato independe da ação do sujeito, pois é uma característica própria do material. Quando o sujeito tem conhecimento sobre o artefato em questão e desenvolve esquemas de uso para o

mesmo, então este artefato configura-se como um instrumento para o mesmo. Portanto, pode dizer que um instrumento é igual ao artefato acrescido de esquema(s) de uso.

A TI aborda esta distinção entre artefato e instrumento em dois processos: instrumentalização e instrumentação.

A instrumentalização ocorre quando o sujeito insere o artefato em sua prática na intenção de conhecer suas propriedades, sua interface e funcionalidades, desenvolvendo assim esquemas de uso. No entanto, quando o indivíduo atribui funções aos artefatos, os esquemas de ação de uso ou esquemas mentais evoluem, dando origem às novas formas de utilização do artefato, surge então o instrumento. Quando isto ocorre, tem-se o processo de instrumentação do sujeito que passa a integrar de fato o instrumento à sua prática. (RABARDEL, 1995, p.93).

Em um primeiro momento, sob uma análise simplicista desta teoria, pode-se chegar à conclusão de que os processos de instrumentalização e instrumentação são distintos e não possuem relações entre si, que quando um inicia o outro termina. Compreender esta teoria desta forma é um equívoco. Esses dois processos, de fato, são complementares e, de certo modo, cíclicos. Durante o processo de instrumentalização, no qual o sujeito insere o artefato para conhecer suas características e desenvolver esquemas de uso, ocorre tanto a priori, quanto a posteriori ao processo de instrumentação. À medida em que se utiliza um instrumento, novas necessidades e barreiras dão origem ao desenvolvimento de novos esquemas de uso, formulados pelo sujeito.

Essa distinção entre artefato e instrumento tem como um dos personagens principais o sujeito. É ele quem se relaciona com o artefato ao mobilizar esquemas que o auxilie em sua apropriação e é esse processo que resulta na transformação do artefato em um instrumento.

Quanto a essa ideia de esquemas, a Teoria da Instrumentação baseia-se na ideia proposta por Vergnaud sobre esquemas

O esquema é definido precisamente como a organização invariante da atividade para uma definida classe de situações. Esta organização tem quatro componentes: *um ou mais objetivos*, com o seu conjunto de sub-objetivos e antecipações; *regras de ação*, informação e tomada de controle; *invariantes operatórios* (conceitos e teoremas em ação), tanto para a gestão e tratamento da informação relevante; *possibilidades de inferência*" (VERGNAUD, 1996)

Também nos basearemos na ideia de esquemas que é apresentada por Bittar, com base em Rabardel (1995) ao apresentar os esquemas de uso. Para a

autora, “Esquemas de uso são relativos às tarefas ligadas diretamente ao artefato” (BITTAR, 2011, p. 161).

Com essa ideia de esquemas, buscamos investigar como os licenciandos se organizam para utilizar o geoplano durante a resolução de atividades que abordem as características dos quadriláteros. Quais as regras de ações estabelecidas e quais os invariantes operatórios apresentados para essas regras.

Desse modo, ao utilizar a Teoria da Instrumentação como aporte teórico da nossa pesquisa, buscamos verificar como ocorre esse processo de gênese instrumental, por parte dos licenciandos, ao manipular o artefato geoplano durante atividades que abordem o conceito de convexidade e de quadriláteros e os critérios de classificação dessa família de figuras.

Embora a Teoria se adeque bem ao nosso objetivo de investigar como o licenciando se apropria de um artefato para que este venha a se tornar um instrumento em sua prática docente, a mesma não nos oferece subsídios para analisar como é realizado o planejamento e a organização do ambiente educacional para o ensino de quadriláteros por meio da utilização do geoplano. Para suprir esta necessidade escolheu-se a Teoria da Orquestração Instrumental – TOI, (TROUCHE, 2004).

A utilização da TOI não tem como intuito um aporte apenas teórico, pois seus elementos não serão considerados para auxiliar a análise dos resultados. Contudo, a utilização dessa teoria para complementar a TI justifica-se como um auxílio teórico-metodológico que oferecerá elementos importantes para o planejamento e a execução de duas oficinas com estudantes os participantes desta pesquisa, os licenciandos em matemática.

3.3 Teoria da Orquestração Instrumental

O próprio nome desta teoria faz alusão a uma orquestra. Nesta metáfora, o professor desempenha o papel de maestro, os alunos representam os músicos, os instrumentos musicais são os artefatos, as situações de ensino são os repertórios musicais e os objetos matemáticos a serem trabalhados é a música a ser tocada.

Esta teoria utiliza os princípios da TI, mas com foco na configuração da aula, na exploração e na avaliação de uma aula. Desta forma, é possível abordar

questões utilizando a Teoria da Orquestração Instrumental que anteriormente não eram foco da discussão na Teoria da Gênese Instrumental.

A respeito desta complementação entre as teorias, Couto (2016)

[...] processos elementares da gênese instrumental (RABARDEL, 1995) servem de abordagem teórica à Teoria da Orquestração Instrumental (DRIJVERS et al, 2010; TROUCHE, 2004). Isto ocorre porque, enquanto a Teoria da Instrumentação estuda o desenvolvimento dos sujeitos na utilização dessas tecnologias por meio dos processos da gênese instrumental, a Teoria da Orquestração busca entender e modelar a ação docente em um ambiente rico em tecnologias [...] (p. 39-40)

Sobre a relação da teoria da TOI com a TI, Trouche (2005) coloca que:

Uma orquestração instrumental se prende na necessidade de guiar os aprendizes nas gêneses instrumentais e na evolução da compreensão de seus sistemas de instrumentos (Rabardel, 1995). É definido por configurações didáticas (isto é, arranjos artefatos do ambiente para cada fase de uma situação), seus modos de funcionamento e sua articulação (tradução nossa, p. 38).

A Teoria da Orquestração Instrumental visa compreender como o professor atua, durante o processo de ensino e de aprendizagem, em um ambiente tecnológico. Para tal análise, uma orquestração instrumental divide-se em três etapas: **configuração didática**, **modo de operação** e **desempenho didático**. A respeito destas etapas Drijvers *et al* (2010)

Uma **configuração didática** é um arranjo do artefato no ambiente, ou, em outras palavras, a configuração do ambiente de ensino e os artefatos envolvidos nele. Estes artefatos podem ser ferramentas tecnológicas, mas as tarefas dos estudantes também podem ser vistas como artefatos.

O **modo de operação** de uma configuração didática é a forma como o professor decide atuar para beneficiar suas intenções didáticas. Isso inclui as decisões sobre a forma como uma tarefa é introduzida e como ela é trabalhada, os esquemas e técnicas para serem desenvolvidos e estabelecidos pelos alunos e sobre a possibilidade dos papéis dos artefatos utilizados.

O **desempenho didático** revela a viabilidade da orquestração desenvolvida. Envolve as decisões ad hoc tomadas durante o ensino com base nas escolhas realizadas nas etapas da configuração didática e do modo de exploração. (DRIJVERS et al, 2010, tradução nossa, grifo nosso).

Utilizando os princípios da orquestração instrumental, particularmente o da Configuração Didática e o Modo de Execução, serão elaboradas duas oficinas com os licenciandos em matemática para criar situações específicas que possibilitem a investigação de indícios da gênese instrumental desses licenciandos durante a manipulação do geoplano para resolver as atividades envolvendo as características dos quadriláteros.

Posteriormente, na sessão dedicada a análise dos dados, discutiremos a orquestração desenvolvida para a criação das oficinas com uma análise dos fatores relacionados à configuração didática e ao modo de execução didática das oficinas, assim como uma análise do desempenho didático de toda a orquestração desenvolvida e planejada para essa pesquisa.

A respeito das etapas da orquestração, Lucena, Gitirana e Trouche (2016) apresentam que

A configuração didática diz respeito à organização da sala de aula e às escolhas didáticas feitas pelo professor, no que concerne: à tarefa matemática, aos recursos a serem disponibilizados, às funções dos indivíduos envolvidos, entre outros aspectos. Já o modo de execução consiste na operacionalização da configuração didática desenvolvida previamente pelo professor com foco na gênese instrumental dos estudantes (p. 03)

Os pressupostos da orquestração instrumental serão utilizados tanto no momento de analisar como os estudantes de licenciatura utilizam o artefato geoplano para organizar o ensino de quadriláteros, como também para preparar um processo formativo que apresente o artefato geoplano para estes licenciandos.

3.4 Ensino de Geometria

A geometria acompanha o desenvolvimento do sujeito ao longo de sua vida. Em várias situações do cotidiano é possível estabelecer relações com conceitos pertencentes ao campo geométrico. Mas, mesmo com forte potencial de contextualização do ensino da geometria, nem sempre esse eixo da matemática foi abordado de maneira satisfatória nas escolas.

Pavanello (1989) destaca que houve certo abandono do ensino da geometria nas últimas décadas em relação a sua pesquisa. Os professores, em muitos casos, escolhiam não ensinar geometria ou deixavam para ensiná-la somente no fim do ano letivo, mas, devido à falta de tempo, não conseguiam abordar os conceitos presentes neste campo da matemática.

Com o intuito de tentar reverter esse quadro, algumas atitudes foram implementadas para tentar resgatar o ensino da geometria. Uma dessas ações foi a criação do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD. Por intermédio deste programa houve uma maior preocupação e controle da forma como os conceitos,

não somente da matemática, mas também das outras disciplinas, eram abordados nos livros didáticos. Passou-se a recomendar que os conceitos geométricos não fossem abordados somente no fim, mas durante todo o ano letivo. Desse modo, os conceitos pertencentes ao campo da geometria passaram a ter um destaque diferenciado nos livros de geometria desde então.

Os autores de livros didáticos de matemática, a partir da criação e das orientações emitidas por esse programa, tiveram uma maior preocupação em abordar os conceitos geométricos em várias partes do livro, não os deixando somente para o final do livro. Contudo, ainda se faz necessário a realização de mais ações para que o processo de ensino e de aprendizagem da geometria possa ser considerado satisfatório na educação básica brasileira.

Um dos aspectos fundamentais para se compreender conceitos pertencentes ao campo da geometria é a visualização. O PNLD (2008) destaca que “A capacidade de visualizar é fundamental na geometria, tanto no sentido de captar e interpretar as informações visuais, como no de expressar as imagens mentais por meio de representações, gráficas ou não” (BRASIL, p. 46).

Atividades que abordem a visualização permitem que o aluno, de forma progressiva e adequada, possa evoluir por meio de situações observadas intuitivamente e expandir esta análise para compreender as figuras geométricas não somente pela visualização, mas também suas propriedades.

Contudo, modelos de atividades que abordem a questão da visualização nem sempre são abordados ou são abordados de maneira inadequada. Deste modo, um modelo de atividade que poderia auxiliar a compreensão dos alunos pode ocasionar dificuldades para a sua compreensão. A respeito desta dificuldade, o PNLD (2008) apresenta “[...] as validações dessas propriedades, por meio de visualização, de experimentos com materiais concretos ou de medições em desenhos, não são bem conduzidas, o que pode dificultar a construção do raciocínio dedutivo” (BRASIL, p. 46).

Ao falar sobre o ensino de geometria, Lima e Carvalho (2014) afirmam que

Um objetivo importante do ensino é auxiliar o aluno a desenvolver a capacidade de organizar as figuras em classes – *classificar* –, com base em propriedades comuns observadas nas figuras geométricas. Outro objetivo relevante é contribuir para que ele adquira, com compreensão, a nomenclatura técnica associada a tais classes. Esses dois propósitos devem ser buscados desde os primeiros anos da vida escolar e, certamente, se estendem por um longo período de aprendizagem (p. 115).

Embora seja necessário trabalhar atividades com os alunos que possibilitem aos mesmos desenvolver a capacidade de classificar as figuras, é importante que o professor tenha cuidado ao se abordar tais classificações. Um primeiro aspecto a ser destacado nesse tipo de atividade é a formalização precoce desvinculada de compreensão dos alunos. Exigir, de forma antecipada, que os alunos saibam nomear e classificar figuras planas, por exemplo, pode comprometer a aprendizagem das crianças, pois este tipo de atividade estará fortemente ligado a “decorar” nomes, mas sem a compreensão necessária para identificar as características das nomenclaturas dessas figuras.

Outra preocupação encontra-se no fato de que é preciso deixar claro quais os critérios utilizados durante a classificação das figuras. Sobre esse aspecto, Lima e Carvalho (2014) pontuam que

Outra preocupação a tomar no trabalho de classificação das figuras geométricas é a de sempre deixar explícita para o aluno qualquer mudança nos critérios adotados. Quando essa troca não fica clara, um dos possíveis frutos esperados desse trabalho, que é o desenvolvimento do raciocínio lógico, pode ser prejudicado (p. 115-116).

As informações apresentadas nesta seção evidenciam a importância do ensino da geometria e de alguns aspectos relacionados com esta área da matemática. Na próxima seção continuaremos a discutir sobre o ensino de geometria, mas com uma ênfase nos quadriláteros.

3.5 Um pouco sobre Quadriláteros

Ao se trabalhar o ensino de geometria é importante que essa abordagem não seja baseada em decorar nomes ou regras, mas na compreensão do conceito envolvido durante a abordagem de cada conteúdo. Às vezes, de modo precipitado, os docentes recorrem a uma formulação precoce de definições que podem confundir a aprendizagem de seus estudantes.

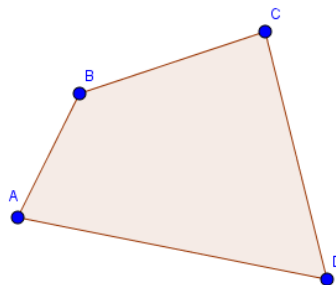
A forma como é abordado o conceito e as definições apresentadas contribuem para a aprendizagem dos alunos. O professor deve refletir sobre estas questões para evitar ambiguidades, podendo ocasionar dificuldades durante o processo de ensino e de aprendizagem.

Durante essa sessão do trabalho iremos apresentar alguns elementos e conceitos importantes para a compreensão das características dos quadriláteros.

Salientamos que todas as definições e propriedades apresentadas são referentes a geometria plana, isto é, todos os elementos apresentados pertencem ao mesmo plano.

Começemos com a definição. Ao considerar, por exemplo, quatro pontos arbitrários em um plano, A, B, C, D, com a condição de que três quaisquer deles não sejam colineares. Denomina-se quadrilátero ABCD ao conjunto de pontos que estão nos segmentos de reta AB, BC, CD e DA, com a condição de que, se dois segmentos possuem um ponto em comum, este ponto é uma das extremidades desses segmentos.

Figura 6: Quadrilátero ABCD



Fonte: acervo da pesquisa

Lima e Carvalho (2014) defendem que, quando o professor for abordar a definição de quadrilátero é importante deixar claro que o quadrilátero ABCD equivale ao quadrilátero DABC ou qualquer outra combinação dos segmentos de reta da figura anterior. Pois, se considerarmos o segmento AB e o segmento BA da figura anterior, veremos que ambos os segmentos possuem o mesmo conjunto de pontos, logo não importa a ordem do segmento. Sendo assim AB e BA representam o mesmo segmento.

Como visto no exemplo anterior, para trabalharmos a ideia de quadriláteros é importante apresentar e deixar claro o que vem a ser segmento de reta.

Figura 7: Segmento de reta AB



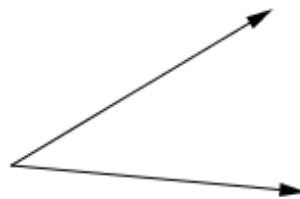
Fonte: acervo da pesquisa

Lima e Carvalho (2014) definem que segmento de reta AB é o conjunto de pontos da reta definidos pelos pontos A e B, constituído por A, B e todos os pontos entre A e B. Como apresentado anteriormente, a ordem AB ou BA não importa, pois ambos representam o mesmo segmento de reta.

Outro aspecto importante que pode ser explorado é o conceito de ângulo. Sendo essa característica um fator essencial para auxiliar os estudantes a reconhecer e classificar diferentes quadriláteros.

No âmbito desta pesquisa, compartilharemos da definição apresentada por Lima e Carvalho (2014) para definir o que é ângulo. Para esses autores, “um ângulo é definido como a figura constituída por duas *semiretas*, distintas e não opostas, com uma mesma origem” (p.116)

Figura 8: Representação de ângulo



Fonte: acervo da pesquisa

Após uma compreensão da ideia de segmento de reta e de ângulo é possível trabalhar com os alunos atividades que estimulem os mesmos a reconhecer quadriláteros e a classificá-los de acordo com suas características. Uma dessas características, além dos ângulos (internos e externos) é a relação entre os segmentos opostos da figura (paralelos ou concorrentes).

Para definir o que vem a ser considerado retas paralelas no decorrer deste trabalho será utilizada a definição apresentada por Machado (2012) “Duas retas *r* e *s* são *paralelas* se *r* e *s* não possuem pontos em comum, ou seja, $r \cap s = \emptyset$ como conjuntos. Denotaremos esta relação por $r \parallel s$ ” (p. 75).

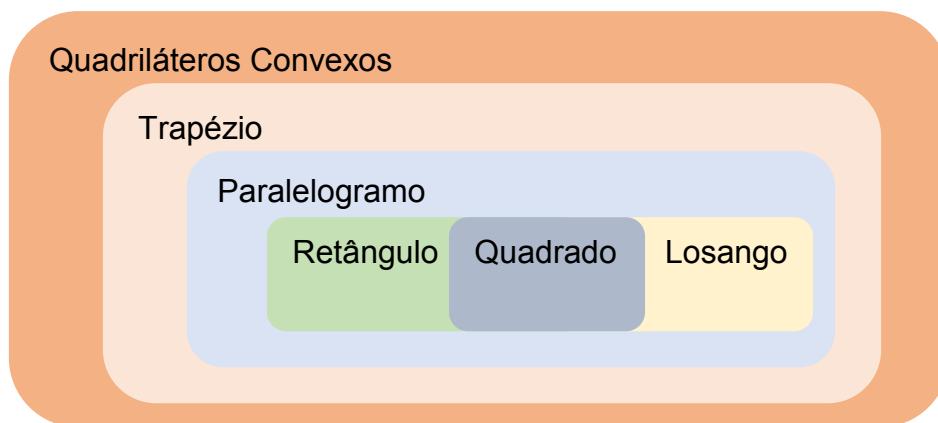
Ao trabalhar a esses critérios de classificação com os estudantes é preciso ter clareza dos aspectos considerados durante essa abordagem. De acordo com Lima e Carvalho (2014), existem duas classificações que podem ser adotadas para classificar os quadriláteros mais comuns.

A primeira classificação adota critérios de inclusão de classe, segundo esses autores

- Quadrados – os lados são iguais entre si e os ângulos são retos;
- Losangos – os lados são iguais entre si;
- Retângulos – os quatro ângulos são retos;
- Paralelogramos – os dois pares de lados opostos são paralelos entre si;
- Trapézio – dois lados opostos são paralelos entre si. (p. 118)

A imagem a seguir serve para auxiliar na compreensão dessa classificação:

Figura 9: Classificação pelo critério da inclusão



Fonte: acervo da pesquisa

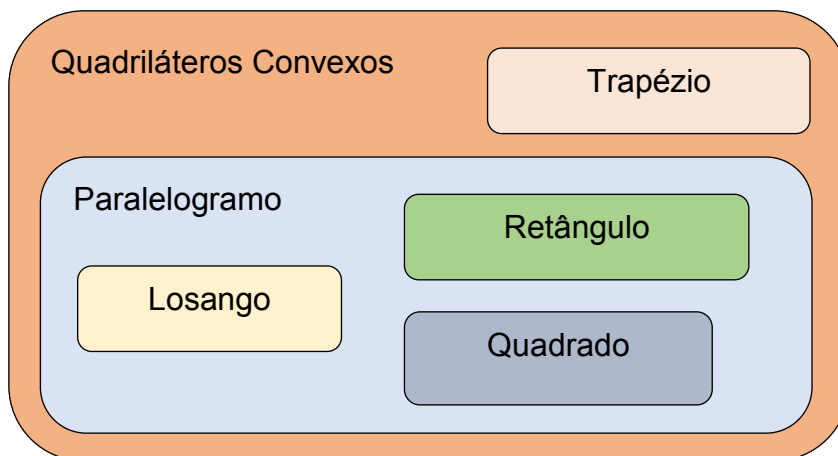
Utilizando a categoria anterior pode-se dizer que todo quadrado é um losango, um retângulo, um paralelogramo e um trapézio. É possível concluir que todo paralelogramo é um trapézio, mas que nem todo trapézio é um paralelogramo. Essa classificação permite que sejam encontradas interseções entre as famílias de paralelogramo a partir da inclusão de categorias com base em suas características. Pegando o exemplo do quadrado, percebe-se que esta classe atua como a intersecção do losango e do retângulo. Isso ocorre devido as características dos quadriláteros, pois ao mesmo tempo ele possui as características do losango e do retângulo.

Lima e Carvalho (2014) apresentam outro tipo de classificação que também pode ser utilizada “[...] no ensino fundamental é muito comum, e justificável, serem adotadas outras caracterizações, como:

- Quadrados – os lados são iguais entre si e os ângulos são retos;
- Losangos – os lados são iguais entre si e os ângulos não são retos;
- Retângulos – os ângulos são retos e há dois lados desiguais;
- Paralelogramos – os dois pares de lados opostos são paralelos entre si;
- Trapézio – apenas dois lados opostos são paralelos entre si. (p. 119)

A imagem a seguir serve para ilustrar essa definição:

Figura 10: Classificação sem critérios de inclusão



Fonte: acervo da pesquisa

De acordo com esta última classificação, um quadrado não é um retângulo e nem um losango; um retângulo é um paralelogramo, mas nem todo paralelogramo é um retângulo. Ambas as definições utilizadas para a classificação dos quadriláteros convexos são válidas, cabe ao professor decidir qual utilizar em sala de aula. Para Lima e Carvalho (2014) “[...] é indispensável manter a coerência interna, após fazer uma escolha, para não confundir o aluno” (p. 119). Desse modo, no âmbito dessa pesquisa, serão admitidos ambos os critérios de classificação.

Embora nessa sessão possa ser observada uma ênfase nos quadriláteros convexos, ao apresentar dois modelos para classificação desse tipo de figura, reiteramos que nossa pesquisa não se restringe apenas a esse tipo específico de polígono, mas também os quadriláteros não-convexos.

3.5.1 Orientações Curriculares para o Ensino de Quadriláteros

Para auxiliar no entendimento do que se esperar para o ensino de quadriláteros nos anos iniciais do ensino fundamental foi realizado um levantamento em algumas das principais orientações curriculares nacionais e do estado de Pernambuco. Nesses documentos oficiais, analisamos e identificamos as principais orientações e ideias apresentadas para auxiliar os professores durante o ensino desse tipo de polígono durante a educação básica.

Os documentos analisados a nível nacional foram os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997; 1998) e a segunda versão da Base Nacional Comum Curricular (2016). A nível estadual, foram analisadas a Base Curricular Comum (2008) e os Parâmetros Curriculares do Estado de Pernambuco (2012).

Por questões de organização, iremos organizar as orientações curriculares em ordem cronológica, começando pelos Parâmetros Curriculares Nacionais e, por último, a Base Nacional Comum Curricular.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (1997) foi desenvolvido para atender ao 1º e 2º ciclo da educação básica a nível nacional, ou seja, da 1ª a 4ª série. Sendo que nos dias atuais pouco se utiliza a nomenclatura série, então equivale dizer que este documento apresenta orientações do 1º ao 5º ano. Nessa proposta curricular, os conteúdos estão divididos em quatro blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Os conteúdos relacionados a geometria estão presentes no bloco Espaço e Forma. Por apresentar os conteúdos a serem abordados em cada ciclo, as orientações contidas nessa orientação curricular não possuem o mesmo grau de especificidade se comparada com orientações curriculares mais recentes.

No 1º ciclo da educação básica, os PCN apresentam que nesta etapa deve-se priorizar atividades que façam com que os estudantes percebam as diferenças entre figuras tridimensionais e figuras bidimensionais. Segundo esse documento, no primeiro ciclo deve-se estimular a “Percepção de semelhanças e diferenças entre cubos e quadrados, paralelepípedos e retângulos, pirâmides e triângulos, esferas e círculos.” (BRASIL, 1997, p. 51).

Para o 2º ciclo, os PCN orientam que o trabalho com os conteúdos pertencentes ao bloco Espaço e Forma deve estimular a observação das características de figuras tridimensionais e bidimensionais. Esse tipo de atividade

para a identificação das propriedades, favorecendo assim, o estabelecimento de algumas relações.

Um aspecto explorado neste documento é o papel de atividades exploratórias. Esse tipo de atividade possibilita uma observação e a construção de diferentes formas fazendo com que seja possível, ao decorrer da atividade, identificar semelhanças e diferenças entre as diferentes formas e, desse modo, compreender suas características.

O foco dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) está no 3º e 4º ciclo, ou seja, da 5ª a 8ª série. Isso é equivalente a falar que é do 6º ao 9º ano. Os trabalhos realizados no 3º e 4º ciclo devem consolidar o que já foi iniciado nos dois primeiros ciclos. Nessa etapa, as atividades também devem priorizar a distinção entre figuras tridimensionais e bidimensionais, mas isso deve ocorrer de uma forma mais aprofundada e levando em conta, além da visualização, suas características, propriedades e nomenclatura adequada.

Segundo o documento, no 3º ciclo deve ser abordada a “Distinção, em contextos variados, de figuras bidimensionais e tridimensionais, descrevendo algumas de suas características, estabelecendo relações entre elas e utilizando nomenclatura própria” (BRASIL, 1998, p. 72-73).

Já no 4º ciclo, os parâmetros priorizam que as propriedades dos triângulos e quadriláteros sejam verificadas por meio da congruência entre triângulos. Em outro trecho é apresentado que o ensino de geometria deve contribuir para que os estudantes sejam capazes de elaborar um sistema de propriedades geométricas e que possam atuar dentro desse sistema.

Cerca de 10 anos após a criação dos Parâmetros Curriculares Nacionais foi desenvolvido no estado de Pernambuco a Base Comum Curricular – BCC (2008). Essa proposta curricular tem o intuito de orientar e contribuir com o sistema de ensino da educação básica nas escolas do estado de Pernambuco. Diferentemente dos PCN, na BCC os componentes curriculares de matemática estão divididos em 5 blocos: Números e Operações, Álgebra e Funções, Grandezas e Medidas, Geometria e Estatística, Probabilidades e Combinatória. Como o próprio nome sugere, as orientações acerca dos conhecimentos geométricos estão presentes no bloco da geometria.

Nos anos iniciais do ensino fundamental o documento sugere que sejam proporcionados aos estudantes atividades que façam com que eles identifiquem

propriedades comuns e diferentes entre as figuras planas e espaciais. Nessa etapa o foco não deve estar na nomenclatura, mas nas propriedades que podem ser observadas nas figuras. Pernambuco (2008) afirma que nos anos iniciais do ensino fundamental

É desejável que a atuação do professor se dirija não para enfatizar a nomenclatura das figuras, mas para destacar suas propriedades distintivas ou comuns. Por exemplo, observar que um retângulo é uma figura plana, enquanto o paralelepípedo é espacial. (PERNAMBUCO, 2008, p. 90)

Outro aspecto apresentado para os primeiros anos da escolarização é o papel de atividades em que sejam construídas figuras geométricas. Esse tipo de atividade pode contribuir para a identificação das primeiras propriedades das figuras planas. Contudo, o documento alerta para que a atividade não se restrinja a uma mera sequência de procedimentos apresentados pelo professor, pois “É importante, porém, que o trabalho não se restrinja à apresentação de seqüências de etapas de construção, que acabam por esconder do aluno seus significados.” (PERNAMBUCO, 2008, p.90)

A orientação para os anos finais do ensino fundamental é continuar com os estudos das etapas anteriores de uma forma aprofundada. Na distinção entre plana e espacial devem ser observadas as características de cada figura para o estudo das propriedades dessas figuras. Pernambuco (2008, p.101) aponta que “o estudo das propriedades dos triângulos e dos quadriláteros abre possibilidades de desenvolvimento da percepção espacial, mas é importante salientar que a ênfase não deve recair na memorização dessas propriedades e em nomenclatura”.

Ao chegar no ensino médio espera-se que as propriedades referentes as figuras planas já estejam consolidadas.

Avançando mais quatro anos desde a publicação da Base Curricular Comum temos a criação dos Parâmetros Curriculares de Pernambuco – PCP (2012). Este documento se baseou fortemente nas ideias apresentadas BCC. Na divisão dos blocos, esse documento apresenta, do mesmo modo que a BCC, 5 blocos. A única diferença é uma mudança no nome do bloco Estatística, Probabilidade e Combinatória que, nos Parâmetros Curriculares de Pernambuco passa a se chamar Estatística e Probabilidade (Tratamento da Informação).

Em questão de especificidade, o PCP é bem mais detalhado que os documentos anteriores, pois apresenta, além das expectativas de aprendizagem

para cada etapa da escolarização, um quadro síntese para facilitar a observação dos conteúdos que o professor deve abordar em sala de aula.

Quadro 1: Resumo das Expectativas de Aprendizagem de Geometria para a Educação Básica

GEOMETRIA												
Expectativas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Criação de composições com figuras espaciais.												
Representação de figuras planas e espaciais (planificação, vistas, construções com instrumentos).												
Caracterização e classificação de polígonos.												
Ângulos (reconhecimento, classificação, construção).												
Semelhança de figuras planas (ampliação e redução).												
Classificação dos quadriláteros.												
Posições relativas de retas (paralelas, perpendiculares etc.).												
Classificação dos triângulos.												

Fonte: Pernambuco (2008, p.46) grifo nosso

Esse quadro resume bem para o professor saber em qual etapa da escolarização deve iniciar o ensino de conceitos pertencentes ao bloco da geometria. Como pode ser observado logo acima, o início do estudo dos quadriláteros se dá a partir do 1º ano do ensino fundamental.

O ensino dessas figuras deve começar já no primeiro ano de uma forma mais ampla, abordando apenas como polígonos e apegando-se apenas a visualização. Posteriormente, no 3º ano, o professor deve iniciar o estudo dos quadriláteros de forma mais específica. Contudo, nos anos iniciais do ensino fundamental não é recomendado que o professor tenha uma preocupação excessiva com as denominações. Espera-se que nessa etapa os professores proporcionem atividades que façam com que os estudantes sejam capazes de identificar propriedades comuns e distintas entre figuras planas e espaciais.

Outra ideia presente no documento é que o professor deve estar atento e apresentar as figuras planas em diferentes posições, não as apresentando somente nas posições prototípicas.

No 4º ano o documento apresenta que devem ser desenvolvidas atividades que façam com que os alunos sejam capazes de caracterizar retângulos e quadrados de acordo com os seus lados e ângulos. Posteriormente, no 5º ano, os estudantes devem ser capazes de classificar os quadriláteros quanto aos seus lados e ângulos, não detendo-se apenas a classificar os quadrados e retângulos.

O PCP apresenta que “o estudo das propriedades dos triângulos e dos quadriláteros abre possibilidades de desenvolvimento da percepção espacial, mas é importante salientar que a ênfase não deve recair na memorização dessas propriedades e de nomenclatura.” (PERNAMBUCO, 2012, p. 93)

Nos anos finais do ensino fundamental espera-se que os estudantes reconheçam as figuras planas não apenas pelo seu caráter visual, mas que também sejam capazes de caracterizá-las de acordo com suas propriedades. Sobre esta evolução na compreensão, Pernambuco apresenta que

Se, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, a ênfase aparece no aspecto global das figuras, nos anos finais, as atividades propostas pelo professor devem levar o estudante à percepção de que as figuras geométricas são caracterizadas por suas propriedades. Dessa forma, na etapa posterior, o Ensino Médio, o estudante deverá ter condições para aprofundar essas propriedades e desenvolver o pensamento dedutivo. (PERNAMBUCO, 2012, p. 93)

A orientação curricular mais recente é a Base Nacional Comum Curricular. Este documento ainda está em análise, ainda não foi finalizado e, por esse motivo, não o abordamos em nossa discussão.

No geral, todas as propostas curriculares apresentadas culminam para uma exploração das características dos quadriláteros (conceito, classificação e convexidade dessa família de figuras) no 6º ano do ensino fundamental. As atividades desenvolvidas na primeira etapa da escolarização, durante os anos iniciais do ensino fundamental, devem servir de alicerce para que os estudantes sejam capazes de compreender e relacionar as propriedades dessas figuras.

Observa-se também que o estudo de geometria começa com apenas com o reconhecimento das figuras planas, por meio de suas características e diferenciação com as figuras espaciais. Em seguida, todas as propostas curriculares supracitadas apontam para uma abordagem inicial sobre os polígonos para que, em seguida, sejam abordadas as características de triângulos e de quadriláteros. Sendo este último o foco de nossa pesquisa de mestrado.

3.5.2 Quadriláteros convexos e não-convexos

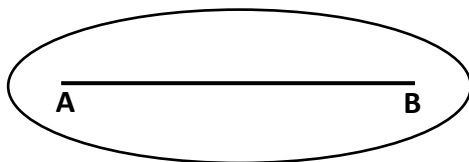
Uma classificação importante ao trabalhar com figuras planas é o conceito de convexidade. Nesse sentido, podemos classificar os quadriláteros em dois grandes grupos: convexos e não-convexos.

Para trabalharmos o conceito de convexidade, embora as definições apresentem um caráter mais geral podendo ser utilizada para todos os polígonos ou até mesmo para figuras que não são polígonos (no caso do conjunto convexo), utilizaremos, com uma frequência maior, quadriláteros para exemplificar as propriedades e definições que envolvem esse tema.

Para embasar o conceito de convexidade abordaremos inicialmente a noção de conjunto convexo.

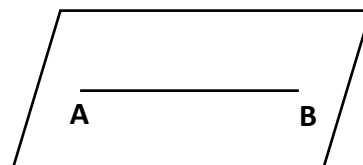
Nessa direção Uesu (2012) apresenta “Um conjunto de pontos chama-se convexo se, quaisquer que sejam dois pontos distintos desse conjunto, o segmento que tem esses pontos por extremidades está contido nesse conjunto”. Tendo por base essa definição é possível encontrar conjuntos convexos que não sejam polígonos.

Figura 11: Conjunto convexo



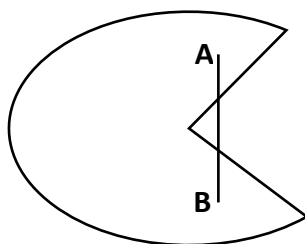
Fonte: acervo da pesquisa

Figura 12: Conjunto convexo



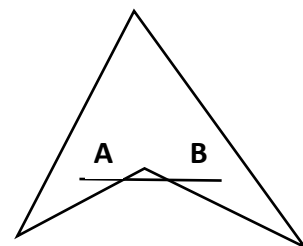
Fonte: acervo da pesquisa

Figura 14: Conjunto não-convexo



Fonte: acervo da pesquisa

Figura 13: Conjunto não-convexo

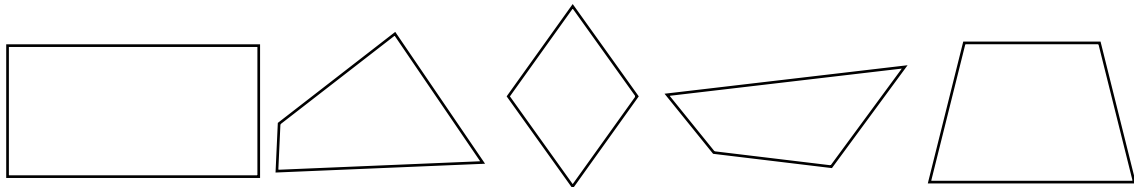


Fonte: acervo da pesquisa

Anteriormente, nas figuras 11 e 12 é possível ver dois exemplos de conjuntos convexos, sendo que a primeira um não polígono, enquanto que a segunda figura pode ser classificada como quadrilátero. Já nas figuras 13 e 14 temos dois exemplos de conjuntos não convexos, sendo que a primeira além de não convexo também não é um polígono. Nas figuras 13 e 14, é possível observar que parte do segmento que contém suas extremidades no interior da figura está fora do conjunto. Esta situação faz com que o conjunto seja considerado não-convexo.

Utilizando o conceito de conjunto convexo para trabalharmos com os polígonos, temos que um quadrilátero convexo é também um conjunto convexo.

Figura 15: Exemplo de quadriláteros convexos



Fonte: acervo da pesquisa

Ainda sobre a questão de convexidade, Colli (2008) apresenta uma definição para polígono convexo e algumas propriedades que possuem os polígonos considerados convexos. Como os quadriláteros são um tipo de polígono, logo essas propriedades também podem ser utilizadas para esse tipo de figura geométrica. Para o autor, um polígono convexo pode ser definido como “Um polígono C é **convexo** se, para todo par de pontos P e Q pertencentes a C , valer que o segmento PQ está inteiramente contido em C ” (p. 02).

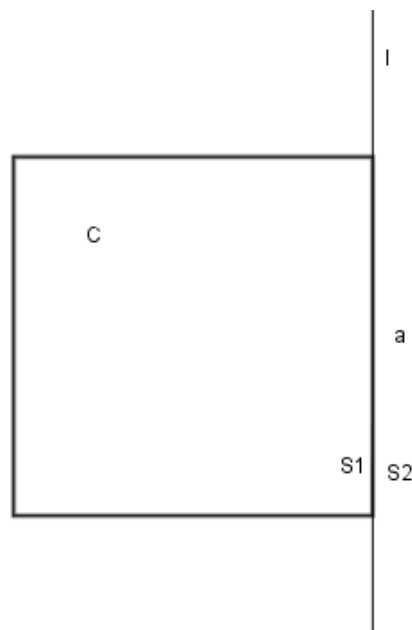
Essa definição vai juntamente ao encontro com a ideia apresentada sobre conjunto convexo e que já foi exemplificada anteriormente nas figuras 11 e 12. Colli (2008), além de apresentar a definição para um polígono convexo, apresenta quatro propriedades que são satisfeitas nesse tipo de figura. No âmbito dessa pesquisa iremos considerar apenas 3, visto que outra propriedade trabalha com a ideia de circunferência e optamos por não utilizá-la.

A seguir enunciamos e exemplificamos as propriedades citadas.

Propriedade 1. Sejam C um polígono convexo e uma aresta de C , l a reta que contém a e S_1 , S_2 as margens de l . Então C está contido inteiramente na união de l com S_1 ou então inteiramente contido na união de l com S_2 . Além disso, a intersecção de C com l é exatamente a aresta a (COLLI, 2008, p. 34)

De início, essa propriedade pode parecer um pouco confusa e não deixar claro o que ela representa em um polígono convexo. A seguir, apresentamos uma imagem que ajuda a ilustrar a proposta apresentada por Colli anteriormente.

Figura 16: Exemplificação da propriedade 1 de Colli (2008)



Fonte: acervo da pesquisa

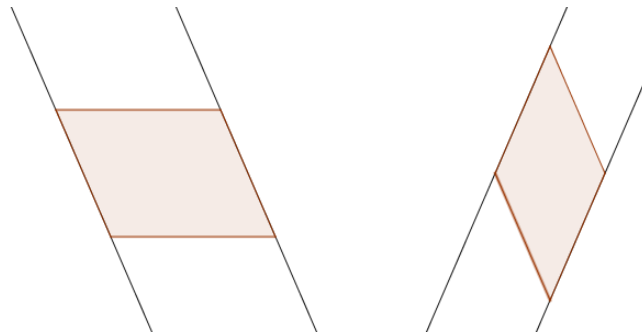
Com o auxílio da imagem acima é possível ter uma melhor compreensão da primeira propriedade proposta por Colli (2008). Um aspecto que pode causar confusão é a ideia de margens da reta l . Nesse aspecto, para se ter uma melhor compreensão do que vem a ser margem de reta, temos que

Toda reta l divide o plano na união disjunta de l com dois semi-planos $S1$ e $S2$, tais que: se P e Q pertencem ao mesmo semi-plano, então o segmento PQ não intersecta l ; se P e Q estão em semi-planos distintos, então PQ cruza l . Os semi-planos $S1$ e $S2$ são chamados de margens da reta l . Quando dois pontos estiverem no mesmo semi-plano, diremos que **estão na mesma margem de l** , e se estiverem em semi-planos diferentes diremos que **estão em margens opostas de l** . [...] as margens de l são disjuntas de l (COLLI, 2008, p. 34).

Utilizando esse conceito de margem e observando a imagem temos que o quadrilátero C está contido inteiramente na união de I com S1. Assim, em qualquer quadrilátero convexo, ao traçar uma reta que intercepte dois vértices consecutivos, veremos que a figura estará em apenas um lado da reta, ou seja, totalmente a esquerda, direita, acima ou abaixo.

Essa primeira propriedade vai apresentar certa semelhança com a definição de polígono convexo apresentada por Castro (2008), onde a autora afirma que “Um polígono é *convexo* se cada reta determinada por dois de seus vértices consecutivos não intersectar os seus outros lados” (p. 05).

Figura 17: Definição de polígono segundo Castro (2008)

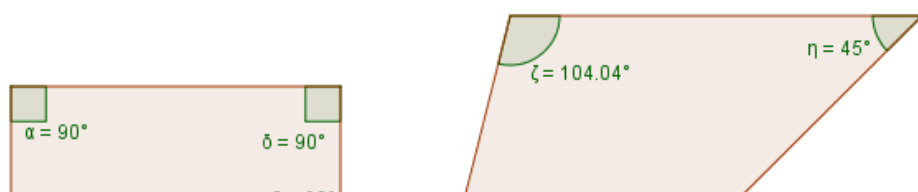


Fonte: acervo da pesquisa

Ao observar a imagem acima é possível perceber que toda reta determinada por vértices consecutivos de um quadrilátero convexo coincide com uma de suas arestas, mas não intercepta nenhuma outra aresta da figura. Outro fator a ser observado é que cada reta faz com que o polígono convexo fique totalmente de um lado, comprovando assim, a propriedade 1 apresentada por Colli (2008).

A segunda propriedade dos polígonos convexos afirma que “*Propriedade 2.* Todos os ângulos internos de um polígono convexo são estritamente menores do que 180° ” (COLLI, 2008, p. 34). Essa propriedade, provavelmente, é mais fácil de compreender que a primeira. De fato, ao observar qualquer quadrilátero ou um polígono convexo é possível identificar que sempre os seus ângulos serão menores do que 180° . As imagens abaixo ilustram essa propriedade.

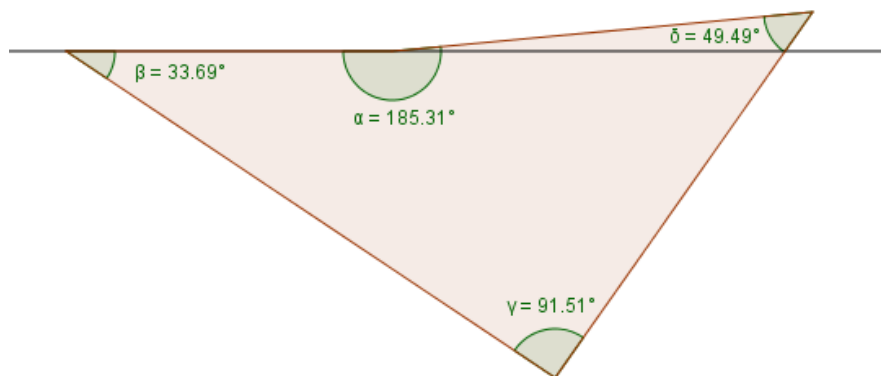
Figura 18: Ângulos internos de quadriláteros convexos



Fonte: acervo da pesquisa

Ao observar, é possível identificar que todos os ângulos internos dos quadriláteros apresentados na imagem acima são menores do que 180° . Mas, quando estamos trabalhando com ângulos maiores que 180° já não é mais possível que a figura seja classificada como convexa.

Figura 19: Ângulos internos de um quadrilátero não-convexo



Fonte: acervo da pesquisa

Observando a imagem acima é possível constatar que, ao ter pelo menos um ângulo maior do que 180° , o quadrilátero já não pode mais ser classificado como convexo, pois desrespeita a propriedade 1 e 2, elencadas por Colli (2008) e também a definição apresentada por Castro (2008).

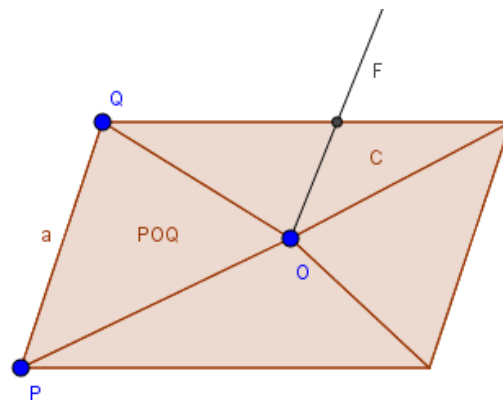
Em sua terceira propriedade, Colli (2008) apresenta que

Propriedade 3. Seja O um ponto interior de um polígono convexo C . Então cada semi-reta de origem em O intersecta o contorno de C em um e apenas um ponto. Além disso, se P e Q são vértices de uma mesma aresta a , então o triângulo POQ está inteiramente contido em C . Mais ainda, dois triângulos

como este se intersectam apenas em um de seus vértices ou em uma de suas arestas, e a união de todos eles dá o polígono C (COLLI, 2008, p.34)

Veja a seguir uma imagem que serve para ilustrar essa propriedade.

Figura 20: Exemplificação da propriedade 3 de Colli (2008)



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem podemos ver a exemplificação que ajuda a esclarecer o que vem a ser a terceira propriedade dos polígonos convexos propostas por Colli (2008). Qualquer semi-reta que tenha origem em O interceptará o quadrilátero em apenas uma aresta. Outro fator que pode ser identificado é que, para qualquer triângulo que tenha os seus vértices sendo o ponto O e os outros 2 coincidam com os vértices do quadrilátero C, teremos que o triângulo formado está inteiramente contido em C.

Embora as imagens tenham sido utilizadas para exemplificar cada propriedade de forma separada, para que um quadrilátero seja classificado como convexo precisa satisfazer as 3 propriedades propostas por Colli (2008). O não cumprimento de 1 dessas propriedades implica na transgressão das outras duas.

O embasamento apresentado nesta seção será utilizado em nossa pesquisa uma vez que no geoplano é possível abordar todas essas propriedades. Devido a

facilidade para manusear, criar e modificar diferentes figuras ao utilizar as ligas de borracha neste artefato, considera-se que a sua utilização pode contribuir positivamente para a abordagem das características dos quadriláteros com os estudantes de licenciatura que participaram de nossa pesquisa.

A utilização do geoplano, inclusive, pode servir para um enriquecimento da discussão e do estudo das propriedades e características dos quadriláteros convexos e não convexos. A forma como a figura é formada ao unir diferentes elásticos ou por meio da utilização de um único elástico poderá contribuir para a identificação de figuras convexas e não convexas.

Diante do exposto, nos basearemos nas propriedades e definições apresentadas nessa seção para embasar a nossa investigação no que diz respeito a classificação de quadriláteros convexos.

4 REVISÃO DE LITERATURA

Ao analisar a literatura pertinente a utilização de geoplano como recurso didático durante as aulas de matemática, alguns trabalhos apresentam resultados e metodologias interessantes que podem ser utilizadas para embasar esta pesquisa.

Apresentando a diversidade de conteúdos que é possível abordar utilizando o geoplano Barros e Rocha (2004) por meio de uma oficina, utilizaram o geoplano para abordar alguns conceitos matemáticos, dentre os quais podemos destacar de ângulos, polígonos, simetria, área e perímetro, Teorema de Pitágoras, completando quadrado e análise combinatória. Essas propostas evidenciam a variedade de situações, durante uma aula de matemática, em que é possível utilizar o geoplano como um recurso didático para auxiliar o processo de ensino e de aprendizagem.

Fioreze *et. al.* (2009) utilizaram o geoplano computacional para abordar conceitos de proporcionalidade com alunos da 8ª série de uma escola municipal do interior do Rio Grande do Sul. Embora os resultados apresentados nesta pesquisa sejam parciais, algumas considerações foram realizadas pelas investigadoras. A utilização do geoplano computacional serviu como um estímulo para que os alunos participassem efetivamente e ativamente durante as atividades propostas. Ao relatarem sobre a utilização do geoplano computacional, evidenciou-se que por se tratar de um software intuitivo, as crianças não necessitaram de muito tempo para aprender suas funcionalidades, esse tempo foi dedicado a aprendizagem dos conceitos referentes a proporcionalidade.

Em sua pesquisa de mestrado, Vieira (2010) utilizou o geoplano e o geogebra com alunos do ensino médio de uma escola pública estadual do estado de Minas Gerais para verificar se estes recursos auxiliavam alunos do ensino médio durante a aprendizagem de áreas de figuras planas e espaciais. Para isso, ela utilizou um pré-teste seguido de uma sequência de atividades que utilizou o geoplano e o geogebra e, posteriormente, aplicou um pós-teste para verificar o avanço dos estudantes. Ao todo foram analisados o pré e o pós teste de 23 alunos do 1º ao 3º ano. Ao analisar as potencialidades do geoplano, a pesquisadora observou que os alunos se sentiram motivados em trabalhar com este recurso que até então era desconhecido para eles. Outro fator observado com a ajuda do geoplano foi o avanço dos estudantes na identificação das propriedades dos

polígonos e a possibilidade de observar as figuras não somente de um modo estático, mas também de uma forma mais dinâmica devido a rotação e manuseio do geoplano.

Em sua dissertação, Pereira (2012) buscou identificar os contributos da utilização de um ambiente de geometria dinâmica, do geogebra e do geoplano durante o ensino das propriedades e das relações existentes entre os quadriláteros. Como resultados constatou que tanto o geoplano quanto o geogebra foram fundamentais para auxiliar a aprendizagem dos alunos. Especificamente sobre o geoplano, a pesquisadora constatou que este artefato auxiliou na representação mental e na comparação entre figuras, contribuindo assim para a identificação de propriedades comuns entre alguns quadriláteros, mesmo alguns estudantes tendo continuado com algumas dificuldades.

Ferreira (2013) utilizou o software geoplano para abordar o conceito de área e perímetro dos principais quadriláteros. Contudo, não se limitou a abordar apenas os conceitos de área e perímetro, pois também realizou um estudo sobre as características dos quadriláteros. Nesta pesquisa ele evidenciou que mesmo os alunos dos anos finais do ensino fundamental desconhecem as características dessas figuras, pois muitos discentes atribuem somente o quadrado como figura pertencente a esta categoria.

Tendo a convicção de que o geoplano auxilia os alunos durante a aprendizagem de matemática Streda, Chaves e Marchezan (2013) realizaram uma pesquisa envolvendo 9 alunos do 7º ano, de uma escola estadual de Santa Rosa – RS, que apresentavam dificuldades na compreensão do conceito de área e perímetro. Aplicaram uma atividade com 18 questões, antes da implementação do geoplano, onde o resultado comprovou o desempenho abaixo da média. Em seguida, após utilizar o geoplanocom esses alunos para abordar os conceitos de área e perímetro, constatou-se que, durante essas aulas houve um aumento na curiosidade, motivação e também uma evolução do nível de compreensão do conceito de área e perímetro.

Em sua dissertação, Sousa (2015) aplicou uma sequência de tarefas com o auxílio do geoplano e do geogebra para verificar quais os conhecimentos que os alunos do 4º ano de uma escola de Portugal possuíam sobre os quadriláteros, especificamente os quadrados, retângulos e losangos e quais as contribuições que os recursos utilizados ocasionariam na aprendizagem dos alunos. Com um teste

inicial, a pesquisadora constatou que os alunos desconhecem as propriedades dos quadriláteros supracitados e que os reconhecem apenas pelo aspecto visual e quando aparecem em suas posições prototípicas.

No que diz respeito a utilização do geoplano durante as atividades, verificou-se que a utilização do geoplano contribui além do aspecto motivacional, na atenção, observação, no reconhecimento visual e na capacidade de representação dos quadriláteros estudados. A pesquisadora observou que os alunos, por apresentarem dificuldades em utilizar os lados, ângulos, diagonais e simetrias, possuíam dificuldades para classificar e organizar de forma hierárquica os retângulos, quadrados e losangos presentes em algumas atividades.

Em sua dissertação, Costa (2015) buscou identificar o conhecimento que os alunos dos anos finais do ensino fundamental apresentavam sobre os quadriláteros. Para isso, buscou sustentação no modelo teórico proposto por Van-Hiele e buscou por meio do desenvolvimento de atividades de pré-testes, seguidas de uma intervenção com o auxílio do software geogebra e depois um pós-teste para identificar a evolução dos estudantes no que diz respeito aos conhecimentos geométricos. Identificou que os estudantes apresentam algumas dificuldades no que diz respeito à compreensão de algumas características dos quadriláteros e que a intervenção com a utilização do software auxiliou para que os estudantes pudessem superá-las.

Lameiras (2016) buscou compreender as contribuições oferecidas pelos geoplano durante o ensino de área e perímetro em uma turma do 5º ano do ensino fundamental. Verificou que a utilização deste recurso resultou em um maior interesse dos alunos em participarem das atividades propostas. Uma possível explicação para explicar esse interesse durante as atividades foi a possibilidade de autonomia dos estudantes diante das atividades propostas com a utilização do geoplano. Também foi evidenciado que por meio das atividades propostas algumas das dificuldades apresentadas pelos discentes em relação ao conceito de área e perímetro foram sanadas.

Todas as pesquisas apresentadas mostram a utilização do geoplano como um recurso rico em possibilidades de se trabalhar durante as aulas de matemática. Percebe-se que mesmo diante da oportunidade de se utilizar o geoplano para abordar vários conceitos matemáticos os docentes costumam utilizá-lo com uma ênfase maior para abordar conceitos pertencentes ao campo das grandezas e

medidas. Poucas pesquisas utilizam o geoplano para o ensino de aspectos relacionados a geometria, as características dos quadriláteros, por exemplo.

Outro aspecto marcante ao realizar a revisão de literatura é que em nenhuma das pesquisas citadas nesse trabalho o foco da utilização do geoplano estava na prática docente. Os trabalhos que utilizam o geoplano estão preocupados em investigar como se dá o processo de aprendizagem dos alunos a partir da utilização de tal artefato. Até o presente momento, não encontramos pesquisas no âmbito nacional que aborde a utilização do geoplano, mas que tenha como foco a investigação de como os professores de matemática estão utilizando este recurso durante suas aulas visando contribuir com o processo de ensino e de aprendizagem de conceitos matemáticos.

Cientes da lacuna de pesquisas que investiguem a atuação de professores ou de licenciandos de matemática que utilizem o geoplano em sala de aula, esta pesquisa pretende identificar como este artefato é utilizado por estudantes de licenciatura em matemática durante a resolução de atividades que explorem algumas características dos quadriláteros, especificamente o conceito dessa família de figuras e os seus critérios de classificação e o conceito de convexidade.

Com o intuito de encontrar soluções para os questionamentos apresentados esta pesquisa pretende verificar *como ocorre o processo de gênese instrumental de estudantes de licenciatura em matemática ao se apropriam do geoplano durante a resolução de atividades que explorem algumas características dos quadriláteros e como esse artefato é utilizado durante essas atividades?*

5 OBJETIVOS

5.1 Geral

Analisar o processo de gênese instrumental de estudantes de licenciatura em matemática ao utilizarem o geoplano para a resolução de atividades que envolvam características dos quadriláteros.

5.2 Específicos

- Investigar o processo de instrumentação dos licenciandos em matemática ao manipularem o geoplano em situações que envolvam as características dos quadriláteros.
- Identificar os esquemas de uso mobilizados pelos licenciandos ao manipularem o geoplano durante a realização das atividades sobre os quadriláteros.
- Analisar o modo como o geoplano é utilizado pelos licenciandos durante construções dos quadriláteros.

6 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo os procedimentos metodológicos para a realização dessa pesquisa. O experimento consistiu em investigar o momento em que licenciandos em matemática tem contato com o geoplano, como eles se apropriam desse artefato e o modo como o utilizam para responder atividades que abordem algumas características dos quadriláteros.

Para que seja possível alcançar os objetivos traçados para essa pesquisa, em nosso percurso metodológico foram propostas duas intervenções em forma de oficinas. Essas oficinas foram propostas por nós, pesquisadores. Durante a realização de cada oficina foram realizadas observações das ações realizadas pelos sujeitos, além da gravação em áudio e vídeo juntamente com a coleta de protocolos escritos pelos licenciandos.

Primeiramente apresentaremos os participantes envolvidos e o campo de estudo da pesquisa. Em seguida detalharemos as etapas realizadas durante a pesquisa, apresentando a sequência de atividades juntamente com uma análise *a priori* da mesma.

6.1 Participantes Envolvidos e Campo de Estudo da Pesquisa

Os sujeitos envolvidos nessa pesquisa foram estudantes matriculados na disciplina de Estágio Supervisionado I do curso de licenciatura em matemática ofertado por uma universidade pública do Estado de Pernambuco.

A opção por escolher esse público específico justifica-se pelo fato da disciplina em questão ser trabalhada no 6º período da referida instituição e por essa disciplina proporcionar aos estudantes o contato com a sala de aula ao apresentar situações em que eles possam colocar em prática os conhecimentos adquiridos ao longo do curso.

Ao utilizar um recurso didático em sua prática docente, primeiro o professor se apropria desse artefato para que, depois desse processo de apropriação inicial, o docente possa inserir o recurso didático durante o processo de ensino.

Por isso a importância em se investigar licenciandos que estão prestes a terem o primeiro contato como professores de matemática, pois antes de utilizar o geoplano para ensinar, o licenciando deve se apropriar do artefato. Por isso é

relevante compreender como um futuro professor de matemática se apropria de um artefato para que depois seja possível integrar o geoplano em sua prática docente.

Logo, ao se trabalhar com estudantes dessas disciplinas é possível também observar como os mesmos intervêm em sala de aula. No caso específico dessa pesquisa, como os licenciandos utilizam o geoplano para abordar características dos quadriláteros, como o artefato interfere no modo como eles lidam com as características dessa família de polígonos.

Outra justificativa para a escolha desses participantes é devido ao foco da disciplina em que estão matriculados. A disciplina de Estágio Supervisionado I tem como foco o Ensino Fundamental II, especificamente o 6º e 7º ano. É justamente nessas etapas da escolarização básica que as características dos quadriláteros devem ser sistematizadas e consolidadas com os alunos (PERNAMBUCO, 2012).

Após uma conversa com a professora responsável por ministrar a disciplina de Estágio Supervisionado I, ficou acertado que as atividades propostas em nossa pesquisa seriam encaixadas no planejamento realizado pela docente para a vivência da disciplina. Sendo assim, a docente disponibilizou quatro aulas, duas em cada noite, para que fossem ministradas oficinas que abordassem a utilização do geoplano.

Vale ressaltar que a docente responsável por ministrar a disciplina não realizou nenhuma intervenção durante as oficinas, apenas cedeu suas aulas para que pudéssemos desenvolver as atividades propostas em nossa pesquisa na forma de oficina.

Após a escolha dos participantes e do campo de estudo para o desenvolvimento da pesquisa vieram as diferentes etapas de nossa proposta que será apresentada na próxima sessão.

6.2 Orquestração das Oficinas

Inicialmente, após uma conversa com a professora responsável por ministrar a disciplina de Estágio Supervisionado I, ficou acordado que seriam disponibilizados 2 encontros com a turma para desenvolvermos nossas oficinas. Desse modo, dividindo as atividades em dois momentos distintos, mas relacionados entre si, apresentamos o geoplano para os estudantes de licenciatura em matemática e vivenciamos as atividades propostas para os nossos encontros que consistiam na

utilização desse recurso didático para auxiliar a resolução de atividades envolvendo características dos quadriláteros.

Durante esses encontros, procuramos voltar nossa atenção para identificar como os licenciandos se apropriam do geoplano, quais os esquemas de uso mobilizados durante a resolução das atividades e como esses se instrumentalizam com o artefato em questão. Essas fases sempre tendo em mente o objetivo proposto para a realização dessa pesquisa.

Sabendo que nossa presença, enquanto pesquisadores, pode intimidar um pouco, frequentamos algumas aulas da disciplina antes de ministrar as nossas oficinas para que o receio e a desconfiança dos estudantes de licenciatura pudessem diminuir para que não se configurasse como um empecilho para o desenvolvimento de nossas oficinas.

6.2.1 Configuração Didática

Para a realização de nossas oficinas pensamos em uma orquestração para contribuir com a reflexão e discussão das atividades e, de modo simultâneo, propiciar uma maior facilidade em registrar essas interações.

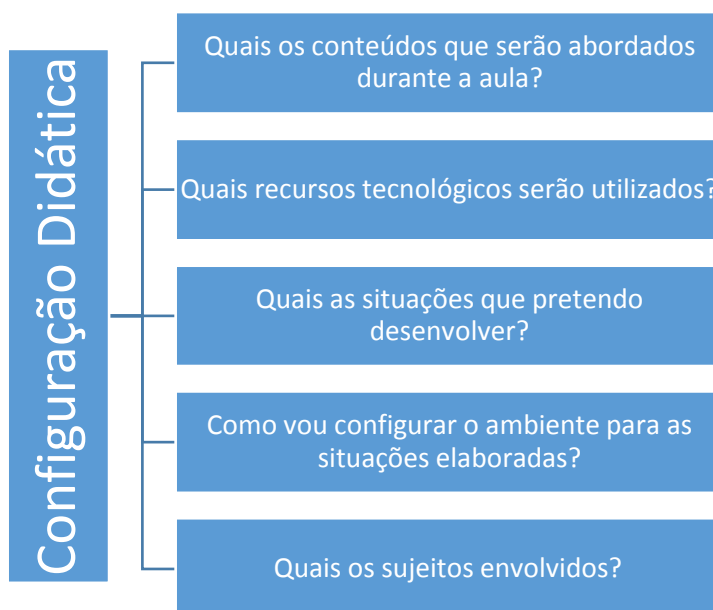
Utilizamos como referência a orquestração desenvolvida por Lucena, Gitirana e Trouche (2016) cujo foco consistiu em dividir os estudantes de uma turma de mestrado em grupos com 7 integrantes cada. Desses, 4 ficariam responsáveis por tentar solucionar uma atividade proposta, enquanto que as outras 3 ficariam responsáveis por acompanhar a realização das atividades dos outros 3 integrantes do grupo. Cada um dos três responsáveis por acompanhar a atividade do seu grupo possuía uma tarefa específica: um filmava as ações da equipe, outro transcrevia o que estava sendo realizado e o terceiro ficaria responsável por entrevistar cada um dos 4 estudantes que estavam tentando solucionar a atividade proposta.

Em nossa orquestração, procuramos trabalhar com grupos menores de estudantes com o intuito de facilitar a interação entre os participantes, visto que uma grande quantidade de pessoas na equipe poderia dificultar a resolução das atividades no geoplano. Assim sendo, pensamos em trabalhar com equipes com 3 estudantes, sendo uma dupla responsável por tentar solucionar a atividade e o outro integrante responsável por registrar as interações ocorridas em seu grupo.

Tendo em vista que uma Orquestração Instrumental - OI pode ser entendida como uma organização sistemática e intencional dos artefatos e sujeitos de um ambiente, nos propusemos a orquestrar como seriam os encontros em que realizaríamos as atividades com os licenciandos utilizando o geoplano.

A seguir apresentamos um esquema com algumas questões norteadoras que nos auxiliaram na orquestração de nossas oficinas.

Figura 21: Esquema de aspectos da configuração didática



Fonte: Elaborado pelo autor baseado em Couto (2015)

Tendo esse esquema como base para a criação de uma OI fomos pensando e elaborando a nossa orquestração. Antes de iniciarmos a apresentar os critérios utilizados para responder cada um dos itens apresentados, ressaltamos a forte relação entre as quatro questões norteadoras de nossa configuração didática. Isso acontece porque o conteúdo a ser trabalhado está diretamente ligado aos recursos que serão utilizados e as ações que serão desenvolvidas com base nos mesmos.

Outro aspecto a ser destacado é o fato de que foram realizados dois encontros com os estudantes da turma de estágio supervisionado, sendo cada encontro marcado por uma oficina com atividades específicas. Desse modo, pensamos em um mesmo modelo de orquestração para ser aplicado em ambas oficinas.

Na *escolha dos conteúdos* para se trabalhar com os licenciandos, por motivos já justificados ao longo desta pesquisa, optamos por abordar os quadriláteros. Cientes de que esse conteúdo por si só represente um vasto campo de investigação, optamos por nos delimitar a investigar características relacionadas a definição dessa família de figuras, aos seus critérios de classificação e o conceito de convexidade.

O *recurso tecnológico* disponibilizado em nossa orquestração é o geoplano quadrangular juntamente com elásticos coloridos para possibilitar a construção de figuras planas. Optou-se por utilizar elásticos coloridos para permitir que determinadas características das figuras possam ser realçadas ao utilizar uma cor distinta para a sua construção. Também disponibilizaremos uma folha de papel para que os estudantes possam transcrever as respostas que apresentaram ao manusear o geoplano.

A escolha do artefato geoplano é considerada pertinente devido à sua característica de facilitar a construção de figuras planas com uma maior facilidade, ao movimentar os elásticos para formar quadriláteros. Esse fator de dinamicidade foi um dos principais motivos que fizeram com que optássemos por investigar a utilização desse recurso didático.

Pensando nas *situações desenvolvidas* buscamos proporcionar certa variação no estilo das atividades a serem apresentadas para os licenciandos nas duas oficinas. A primeira envolvia um caráter mais teórico, enquanto a segunda apresentava situações mais práticas.

Buscando ofertar essa variedade no estilo das questões, a atividade elaborada consistiu em abordar desde aspectos mais teóricos relacionados a formulação de definições, como também aspectos mais práticos relacionados à construção de figuras planas. A estrutura do nosso instrumento de coleta de dados será mais bem discutida e detalhada na próxima sessão desse trabalho.

De modo geral, as questões abordadas com os licenciandos em matemática na primeira oficina tem como foco identificar como esses indivíduos consideram, definem e classificam os quadriláteros. Enquanto que o foco da segunda oficina se concentra na construção desse tipo de figuras com base em algumas características específicas.

Nesse aspecto das situações também é importante destacar o fato da turma ser dividida em trios, onde dois ficaram responsáveis por solucionar a atividade e o

outro por filmar as interações dos executores (essa organização vai ser melhor explicada ao abordar os aspectos relacionados aos participantes). Esse tipo de organização foi pensado de modo a facilitar a ação dos executores e do observador. Com apenas duas pessoas para manusear o geoplano é possível ter ambas em contato direto com a atividade, não sendo necessário apenas acompanhar de longe as ações dos colegas. Essa organização também facilita o registro do observador, pois é fácil registrar as ações de uma dupla. Seria mais difícil filmar as interações de uma equipe maior.

Pensando nas situações desenvolvidas, faz-se necessário questionar como *organizar o ambiente* para que seja possível desenvolver as ações previstas na pesquisa. Nessa questão organizacional não podemos desconsiderar os *sujeitos envolvidos* na pesquisa. Pois o modo como se organiza o ambiente para que os recursos selecionados possam contribuir para se abordar os conteúdos matemáticos delimitados para a aula está diretamente relacionado com os sujeitos envolvidos durante essas etapas.

Por se tratar de estudantes de licenciatura em matemática que já abordaram as características dos quadriláteros durante a educação básica, buscamos trabalhar em nossas questões com um maior rigor aos aspectos propriamente matemáticos, visto que esses sujeitos serão futuros professores e deverão ter domínio de conteúdos que irão ensinar aos seus alunos.

Cientes de que haviam 36 estudantes de licenciatura matriculados na disciplina de estágio supervisionado, em nossa configuração didática decidimos pensar em situações para serem desenvolvidas em trios, onde cada participante desempenhará uma função específica durante a realização das atividades.

Cada trio terá uma dupla responsável por tentar solucionar as atividades propostas tendo como auxílio o geoplano e uma folha para transcrever a resposta (executores). O terceiro integrante ficará responsável pela filmagem das ações dos outros componentes do trio (Observador). Essa filmagem será realizada com o auxílio dos próprios smartphones dos licenciandos ou, caso seja necessário, disponibilizaremos um material adequado para fazer a gravação em áudio e vídeo. Essa organização em trio foi pensada com o intuito de contribuir com a interação entre os estudantes ao possibilitar que a dupla de executores possa discutir para buscar uma melhor maneira de solucionar a atividade proposta.

Buscando respostas para nossas questões norteadoras da configuração didática é que fomos montando aos poucos alguns elementos de nossa orquestração instrumental para investigar como os licenciandos em matemática atuam ao utilizar o geoplano.

Um aspecto a ser destacado em nossa OI é o fato de que nosso objetivo foi proporcionar situações específicas onde os nossos participantes pudessem utilizar os recursos disponibilizados para encontrar soluções para atividades específicas. Cientes de que uma Orquestração Instrumental tem como objetivo guiar os sujeitos em suas gêneses instrumentais, pensamos em um momento inicial, antes do início das resoluções das atividades, apresentar o geoplano e discutir algumas de suas características.

Para esse momento inicial, utilizamos uma projeção com o auxílio de um data show e notebook para apresentarmos um pouco da história da origem e das possibilidades de aplicações do geoplano. Consideramos esse momento importante, pois é preciso que o sujeito tenha um mínimo de compreensão sobre as características do recurso didático que será manipulado durante a resolução das atividades.

Por isso, embora a orquestração instrumental desenvolvida para as duas oficinas tenha a mesma estrutura, alguns elementos foram diferentes para melhor se adequar aos participantes e a situação vivenciada em cada oficina. Na primeira oficina, como apontado nos parágrafos anterior, houve uma preocupação em apresentar o geoplano e suas características, visto que os alunos poderiam não ter conhecido do que era e qual a finalidade de se utilizar aquele recurso durante uma atividade matemática. Essa apresentação já não foi mais necessária durante a vivência da segunda oficina, visto que os licenciandos estavam mais familiarizados com o geoplano.

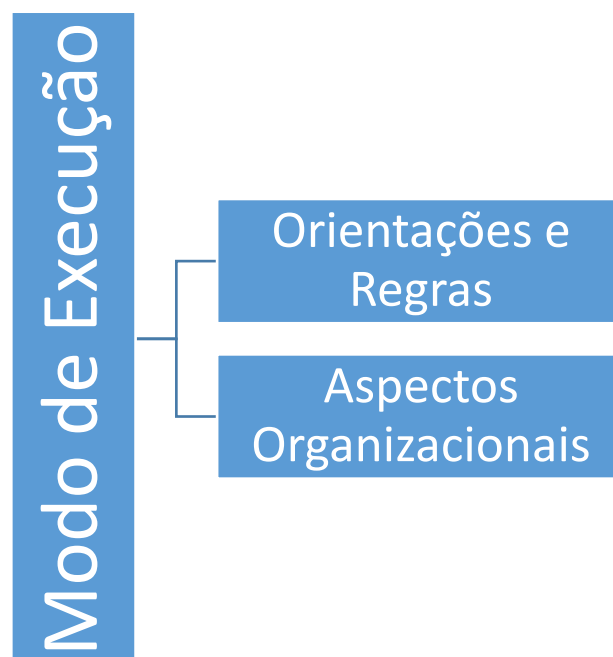
Em nossa configuração didática, também foi pensado em disponibilizar de um momento para discutir as atividades vivenciadas ao longo da disciplina. Uma vez que nossa preocupação não se deteve apenas a coleta de dados para uma análise posterior, mas também em tentar contribuir, de alguma forma, para a formação dos estudantes de licenciatura em matemática que participaram de nossas atividades. Pensando nisso, foi configurado para que tanto na primeira, quanto na segunda oficina, houvesse um tempo ao término de todas as atividades para se discutir com

toda a turma sobre as respostas elaboradas por eles e as justificativas apresentadas em cada situação.

6.2.2 Modo de Execução

De modo semelhante ao que foi considerado na configuração didática da organização das nossas oficinas, também montamos um esquema para nos ajudar a decidir como seria o modo de execução adequado para vivenciar a nossa orquestração.

Figura 22: Esquema de aspectos do Modo de Execução



Fonte: Elaborado pelo autor com base em Couto (2015)

Ao abordar o subtópico de *orientações e regras* pensamos em uma série de fatores que também se relacionam com os aspectos organizacionais para a elaboração de nosso modo de execução para viabilizar a vivência das atividades propostas em nossa configuração didática.

Em relação as orientações e regras consideramos as situações relacionadas com os possíveis esclarecimentos necessários sobre alguma atividade, regras para

a realização das atividades e do trabalho em equipe, orientações para as equipes que solicitarem auxílio em alguma situação (desde que não seja para a elaboração da resposta), incentivo para a realização das atividades e momentos de debates e troca de experiências.

Em encontros anteriores a realização das oficinas, foi avisado pela professora responsável por ministrar a oficina de Estágio Supervisionado que a minha presença em sala de aula estava relacionada com a coleta de dados de uma pesquisa para uma dissertação de mestrado. Desse modo, os estudantes matriculados na disciplina já estavam cientes de que em algum momento seriam vivenciadas um conjunto de atividades envolvendo as características dos quadriláteros tendo como auxílio a manipulação do geoplano.

Mesmo com esse cenário, foi preparado e elaborado uma apresentação para o início de cada oficina, sendo a primeira oficina uma apresentação mais extensa devido ao fato de não apenas apresentar o pesquisador e as atividades que seriam vivenciadas, mas também o geoplano e suas características. Essa apresentação estava relacionada com os aspectos a serem discutidos durante a vivência da oficina e sobre os papéis a serem desempenhados por cada sujeito envolvido na pesquisa.

Durante essa fase de apresentação também foi informado que os estudantes não poderiam consultar nenhum material durante a resolução das atividades e nem interagir com as demais equipes da turma. As interações eram apenas permitidas entre os executores de cada trio.

No que diz respeito aos *aspectos organizacionais*, consideramos as relações voltadas para o formato das oficinas, o tempo destinado para a realização de cada oficina e para cada atividade, a organização da sala de aula e das equipes para a realização da atividade, a ordem de resolução das atividades juntamente com a distribuição e utilização dos recursos disponibilizados para os trios.

Para a realização de nossas oficinas, tanto na primeira, quanto na segunda, dividimos a turma em trios de modo que os estudantes ao chegarem na sala de aula já encontrem as cadeiras agrupadas de 3 em 3. Essa disposição das bancas foi pensada com uma preocupação de preencher a sala o máximo possível para que os trios não ficassem muito próximos um dos outros, ocasionando eventuais interações entre equipes distintas (o que não era permitido) e dificuldades em registrar em vídeo as interações dentro da própria equipe.

Com as bancas já organizadas foi colocado um geoplano em cada conjunto de cadeiras, juntamente com alguns elásticos para que os licenciandos que fossem chegando na sala de aula já pudessem manusear o geoplano, caso optassem por isso.

Quanto ao tempo disponibilizado para a realização das oficinas, foi disponibilizado 1 hora e 30 minutos de aula, com início às 19:00 horas e término às 20:30 (tempo destinado às aulas de Estágio Supervisionado). Tendo um tempo total de 90 minutos e cientes de que muitos dos licenciandos matriculados na disciplina chegavam um pouco mais tarde devido ao tempo gasto em deslocamento para chegar a universidade, uma vez que muitos estudantes eram de municípios circunvizinhos.

Com um tempo relativamente curto para vivenciar cada oficina, 90 minutos para cada, e o fator do atraso na chegada de alguns estudantes. Para a primeira oficina pensamos em dedicar uma apresentação com duração prevista para 10 minutos (apresentar o geoplano juntamente com suas características e as instruções gerais para a realização da atividade). Assim, pensando em um eventual atraso dos estudantes, pensamos em iniciar as atividades às 19:40 ao apresentar as características do geoplano e às 19:50 iniciar a distribuição da atividade para todas as equipes.

Nessa distribuição das atividades vale ressaltar que pensamos em aplicar 3 questões para serem entregues separadamente, pois os dados contidos no enunciado de uma questão podiam interferir na resolução das outras questões demais. Assim sendo, previmos para às 19:50 iniciar a entrega da atividade contendo a primeira questão para ser respondida como auxílio do geoplano juntamente com uma folha onde deveria ser escrita a resposta apresentada pelo trio à questão apresentada. Às 20:00 horas seria recolhida a primeira questão e entregue a segunda e por fim, às 20:10 seria recolhida a segunda questão e entregue a terceira. Com essa organização, sobram 10 minutos ao final da primeira oficina para que os estudantes possam interagir e discutir em relação às respostas elaboradas por eles. Acreditamos que esse seja um momento importante que pode contribuir para que os licenciandos possam refletir e discutir sobre as características dos quadriláteros.

De forma semelhante à organização do tempo referente à primeira oficina, na segunda também foi incluído um atraso de 10 minutos para iniciar as atividades

das oficinas ao considerar o fato de que os estudantes tendem a chegar um pouco mais tarde em sala de aula. Ao contrário da primeira oficina, não foi realizada uma apresentação das características do geoplano, pois os licenciandos já tiveram contato com essas informações em momentos anteriores.

Outro fator que se diferencia um pouco da orquestração da primeira oficina é a quantidade de questões a serem respondidas pelo trio e a forma de entrega da atividade. Diferentemente da oficina anterior, nesse segundo momento serão entregues 4 questões, sendo as primeiras 3 questões entregues em conjunto e somente a última questão entregue após se passar 30 minutos (estimando o tempo de 10 minutos para resolver cada questão). Desse modo, as 19:40 iniciariamos as entregas das questões, visto que as orientações gerais para as ações do grupo seriam iguais as da primeira oficina e os estudantes já saberiam disso. As 20:10 as 3 questões iniciais foram recolhidas para entregar a quarta e última questão. Por fim, também sobram 10 minutos para eventuais discussões e dúvidas referentes as atividades vivenciadas nessa segunda oficina.

Essa organização em trio foi planejada de modo a possibilitar que a dupla responsável pela solução das atividades propostas possa discutir para tentar chegar a uma resposta, enquanto que o integrante responsável pela filmagem ficará apenas observando, não podendo interferir nas ações dos outros integrantes do trio. Embora possam discutir as questões para solucioná-las, cada executor deve apresentar sua própria versão da resposta em cada situação, mesmo que ambos apresentem a mesma resposta.

Vale salientar que em todas as oficinas estaremos observando o modo como os estudantes utilizam o geoplano para solucionar as questões propostas em nossas atividades. Essa observação será importante para verificar quais os esquemas mobilizados pelos licenciandos ao manusearem o geoplano.

Ao final das duas oficinas os estudantes de licenciatura em matemática terão tido a oportunidade de conhecer o material em uma situação em que o mesmo foi utilizado para abordar as características dos quadriláteros. Esse momento das oficinas é importante, pois auxiliou tanto os alunos que ainda não conheciam o geoplano e tiveram um contato inicial com o material, como também aqueles que já conheciam esse artefato e puderam utilizá-lo nas atividades propostas.

Para analisar os dados obtidos durante as oficinas utilizamos os princípios da TI. Utilizando a Teoria da Instrumentação buscaremos identificar quais os

esquemas mobilizados pelos estudantes de licenciatura ao se depararem com as atividades desenvolvidas em nossa pesquisa. Buscamos identificar elementos do processo de gênese instrumental desses licenciandos ao utilizarem o geoplano durante as atividades das oficinas.

7 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

7.1 Estrutura do Instrumento de Coleta de Dados

Nessa pesquisa utilizamos como instrumentos de coleta de dados as atividades desenvolvidas ao longo das oficinas que foram ministradas em um primeiro momento para que os licenciandos tenham contato com o geoplano. Nas duas oficinas utilizamos gravação em áudio e vídeo juntamente com a entrega de um protocolo escrito por cada equipe para nos auxiliar na obtenção de informações.

O instrumento de coleta de dados será apresentado com duas divisões, cada uma referente a uma oficina. As questões da oficina 1 têm como foco identificar o que o licenciando considera como sendo um quadrilátero, como ele os classifica e se essa classificação possui uma coerência interna. As questões da oficina 2 têm como intuito verificar se os estudantes conseguem construir quadriláteros a partir de suas características e se conseguem compreender algumas definições sobre convexidade onde, por meio do geoplano, deverá validar ou falsear a definição presente na atividade do grupo. No caso de uma definição falsa, os estudantes deverão corrigi-la para que ela se torne verdadeira.

A seguir apresentamos as questões referentes a cada oficina e, na próxima seção, abordaremos uma análise a priori das possíveis respostas do nosso instrumento de coleta de dados.

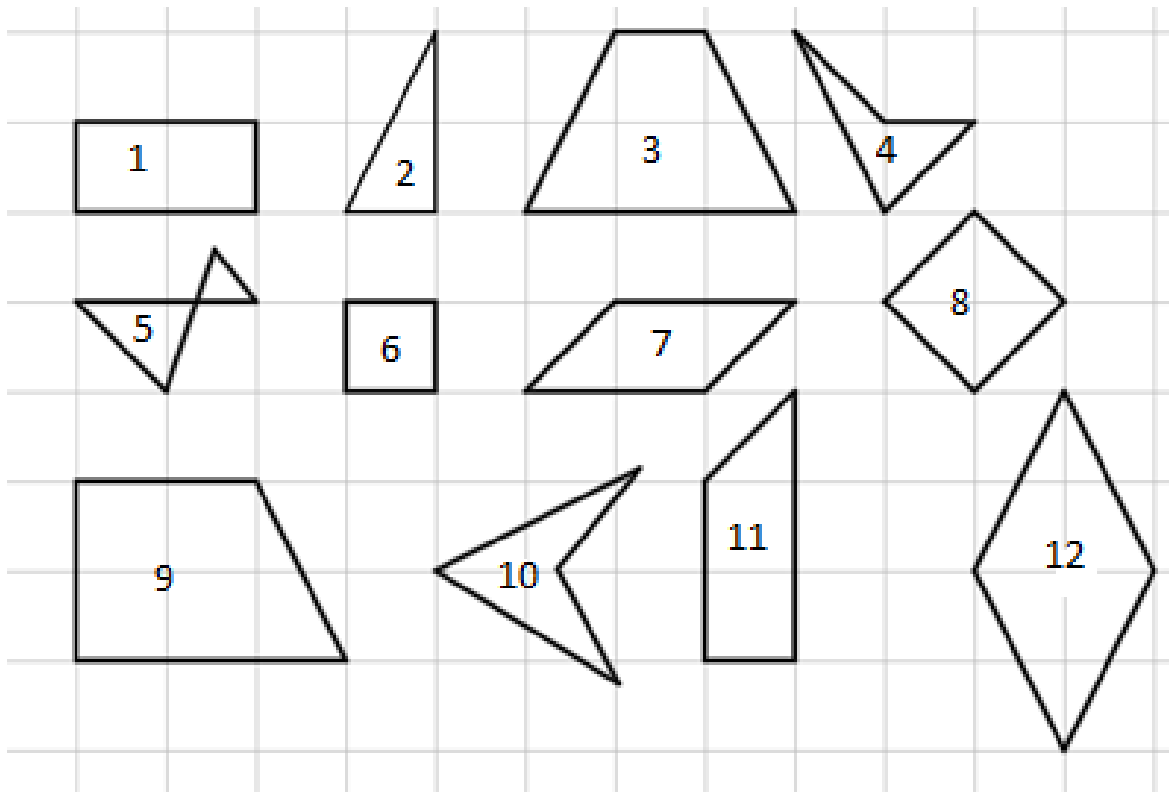
Oficina 1

1 – O que é um quadrilátero? Como podemos classificá-lo? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem exemplificação da sua definição.

2 – crie a seguinte situação:

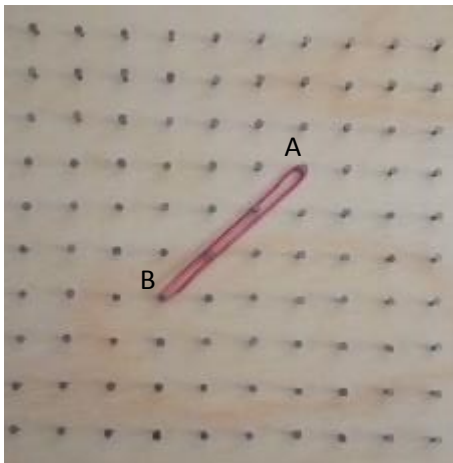
Você construiu um paralelogramo em seu geoplano e seu colega construiu, no mesmo geoplano, um quadrilátero que não é um paralelogramo. Represente essa situação em seu geoplano e justifique porque o seu quadrilátero é um paralelogramo e o do seu colega não é.

3 - Em uma malha quadriculada foram desenhadas algumas figuras. Observe as figuras, crie alguns critérios para classificá-las e, para cada classificação, construa no geoplano dois exemplos de figuras semelhantes que pertençam a essa mesma classificação.



Oficina 2

1 – Observe o segmento de reta apresentado na imagem a seguir.



Dê exemplos de quadriláteros que são possíveis de serem construídos ao considerar o segmento AB como sendo um de seus lados. Construa as possibilidades que conseguir no geoplano e as justifique.

2 – Utilize novamente a imagem da questão anterior, mas dessa vez, ao invés de considerar o segmento AB como um dos lados do quadrilátero, considere-o com o sendo uma de suas diagonais. Assim sendo, dê exemplos de quadriláteros convexos e não convexos que podem ser construídos no geoplano? Construa as possibilidades no geoplano e as justifique.

3 – Considere um quadrilátero em que 2 ângulos opostos possuam 90° . Construa exemplos de quadriláteros com essa característica e informe como podemos classificá-los. Justifique sua resposta.

Oficina 2 – Momento das definições de convexidade dos quadriláteros

Para esse segundo momento será entregue para cada equipe uma propriedade envolvendo o conceito de convexidade. Ao receber a propriedade, cada equipe deve fazer a leitura e informar se a propriedade é válida ou não, ficando a cargo da equipe fazer as alterações necessárias para tornar a propriedade verdadeira.

Primeira propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

1. Uma reta delimitada por 2 vértices divide o quadrilátero em duas partes e faz com que a figura fique totalmente a esquerda, direita, acima ou abaixo em relação a reta.

Segunda propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

2. Todos os ângulos internos do quadrilátero devem ser menores que 180° .

Terceira propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

3. Se considerarmos um ponto dentro de quadrilátero e utilizá-lo como vértice de um triângulo em que os outros dois vértices coincidam com vértices consecutivos do quadrilátero, temos que o triângulo estará totalmente contido no interior do quadrilátero.

Quarta propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

4. Todos os ângulos internos do quadrilátero devem ser menores ou iguais a 180° .

Na sessão a seguir apresentaremos uma análise prévia do instrumento de coleta de dados que será utilizado tanto na primeira oficina, quanto na segunda. O objetivo dessa análise é detalhar melhor o objetivo de cada questão e tentar prever as possíveis respostas apresentadas pelos estudantes de licenciatura em cada situação.

7.2 Análise Prévia do Instrumento de Coleta de Dados

Para a elaboração do questionário houve uma preocupação prévia em pensar e discutir sobre qual o objetivo de cada questão, quais as possibilidades de respostas que as mesmas oferecem para os licenciandos e sobre o que essas respostas podem nos oferecer de informações. Desse modo, apresentamos nessa seção uma análise prévia das questões que serão utilizadas durante a realização das oficinas com os estudantes de licenciatura em matemática da disciplina de Estágio Supervisionado I.

Inicialmente serão apresentadas as análises das questões da primeira oficina e, em seguida, as questões e as propriedades apresentadas na segunda oficina. Por questões de nomenclatura e para auxiliar na identificação das questões utilizaremos a letra “Q” para designar a questão, seguida do número 1, 2, 3 ou 4 que a identificará como sendo primeira, segunda ou terceira questão da atividade. Para informar se a questão é referente a primeira ou segunda oficina utilizaremos a letra “O” combinada com o número 1 ou 2. Sendo assim, por exemplo, a questão 3 da oficina 2 será representada por Q3O2.

A Q1O1 ***“O que é um quadrilátero? Como podemos defini-lo? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem a ilustrar a sua definição.”*** tem como objetivo identificar o que os licenciandos pensam sobre essas figuras, como as definem e classificam.

Sobre a pergunta ***“o que é um quadrilátero?”*** pensamos que a principal resposta a ser mencionada pelos licenciandos de modo correto será: *é um polígono de quatro lados*, indo de acordo com a ideia apresentada por Lima e Carvalho (2014).

Outra possível resposta do que seria que um *quadrilátero é uma figura de quatro lados*. Percebe-se que, diferentemente da resposta apresentada acima, o licenciando não vincula sua definição ao conceito de polígono. Essa resposta é considerada incompleta, pois ao considerar apenas que é necessário ser uma figura de quatro lados, desconsidera-se que a figura deve ser fechada, além do fato de não considerar que os lados da figura devam ser construídos com segmentos de reta.

Uma variação da resposta anterior é considerar que quadrilátero é *uma figura fechada de quatro lados*. Essa resposta, caso apareça, também será considerada como incompleta, pois além de considerar que seja uma figura fechada que contenha quatro lados, é preciso considerar, também, que os lados devem apenas ser construídos a partir de segmentos de reta, não podendo ter curvas. Logo, uma adaptação nessa resposta que a faria ser considerada completa seria: *é uma figura fechada que possui quatro lados em que todos são formados por segmentos de reta*.

Em uma tendência menor, consideramos que os estudantes possam apresentar que os quadriláteros são figuras formadas ao ligar segmentos de retas a partir de quatro pontos, onde três desses pontos não sejam colineares. Consideramos essa resposta incompleta, pois se utilizarmos essa definição será

possível classificar figuras que não possuam quatro lados como sendo da família dos quadriláteros, o que seria um absurdo. A discussão dessa resposta será abordada novamente na Q2O2 (questão que tem como foco justamente essa definição).

Outra possível definição correta seria: *dados quatro pontos, onde 3 sejam não colineares, temos que ao ligar esses pontos com segmentos de reta formaremos um quadrilátero se, e somente se, o único ponto em comum aos segmentos sejam os vértices e que o ponto de partida para traçar os segmentos seja também o ponto de chegada* (formando assim uma figura fechada).

No que diz respeito a segunda parte da Q1O1 que pergunta **“Como podemos classificá-lo? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem a ilustrar a sua definição.”** temos um comando um pouco vago, mas proposital. A ideia é fazer com que os licenciandos reflitam sobre como classificar os quadriláteros e o que pode ser utilizado como critério de exclusão ou inclusão para categorizá-los. Nesse sentido, identificar se uma mesma figura pode pertencer a duas categorias, por exemplo.

A resposta mais esperada para essa questão é que os alunos utilizem como critério de categorização a divisão entre quadriláteros convexos e não-convexos e que ao utilizar o geoplano sejam construídos exemplos que exemplifiquem essa resposta.

Também pode aparecer respostas que desconsiderem a divisão entre quadriláteros convexos e não-convexos, considerando apenas os notáveis ao classificá-los apenas como trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado. Nessa classificação, espera-se que sejam construídas figuras no geoplano que exemplifiquem o que cada licenciando considera como sendo um trapézio, paralelogramo, retângulo, losango e quadrado.

Nessa questão o estudante pode não especificar de fato a divisão entre convexos e não-convexos e pode explicitar apenas que a classificação é realizada de acordo com a disposição dos lados (concorrentes ou paralelos) e os ângulos internos.

No que diz respeito aos esquemas mobilizados ao manusear o geoplano, para essa primeira questão podemos considerar que os licenciandos construam a figura utilizando um único elástico ou que considere cada elástico como sendo um dos lados da figura. A utilização de um único elástico para construir toda a figura

pode estar associada a uma ideia de que o licenciando vê a figura como um todo e não como a junção de quatro segmentos de reta. Já a utilização de um elástico para cada segmento sugere que o estudante observa o quadrilátero como sendo a junção de quatro segmentos de reta.

Outro ponto atrelado ao artefato geoplano, seria uma possível confusão relacionada com os pregos que ficam na extremidade da figura, os pregos que formam a aresta. O licenciando pode considerar, de forma equivocada, que todos os pregos por qual o elástico passa correspondem aos vértices do quadrilátero.

Um fator importante a ser considerado, durante o manuseio do geoplano, não somente nessa primeira questão, mas em todas as demais questões da primeira e segunda oficina, é o fato do licenciando utilizar o geoplano como uma espécie de suporte para a elaboração de ideias e estratégias de resolução ou se esse recurso didático é apenas utilizado para representar as respostas que os estudantes elaboraram sem necessitar manipulá-lo.

Embora cada questão das oficinas tenha como foco os quadriláteros, cada uma apresenta um objetivo específico e, em cada uma dessas situações, será observado se o geoplano foi utilizado como um suporte para que o aluno possa, de certo modo, concretizar suas ideias através da construção de figuras nesse recurso didático.

A Q2O1 crie a seguinte situação: ***Você construiu um paralelogramo em seu geoplano e seu colega construiu, no mesmo geoplano, um quadrilátero que não é um paralelogramo. Represente essa situação em seu geoplano e justifique porque o seu quadrilátero é um paralelogramo e o do seu colega não é.*** tem como objetivo identificar se os licenciandos compreendem as características que fazem de um paralelogramo e as utilize para criar um contraexemplo.

Nessa questão o estudante pode considerar apenas o aspecto visual e construir dois quadriláteros que sejam considerados paralelogramos, por exemplo um retângulo e um paralelogramo, onde ele considere que o retângulo não seja um paralelogramo, pois considera que para ser classificado e o utiliza como um contraexemplo desse tipo de figura. Esse tipo de resposta apresentará uma incoerência que levará ao erro, pois ambas figuras serão paralelogramos.

Acreditamos que a resposta apresentada pelos licenciandos com uma maior frequência será a construção de um paralelogramo e de um trapézio como um contraexemplo. Essa resposta justifica-se no fato de ambas figuras serem

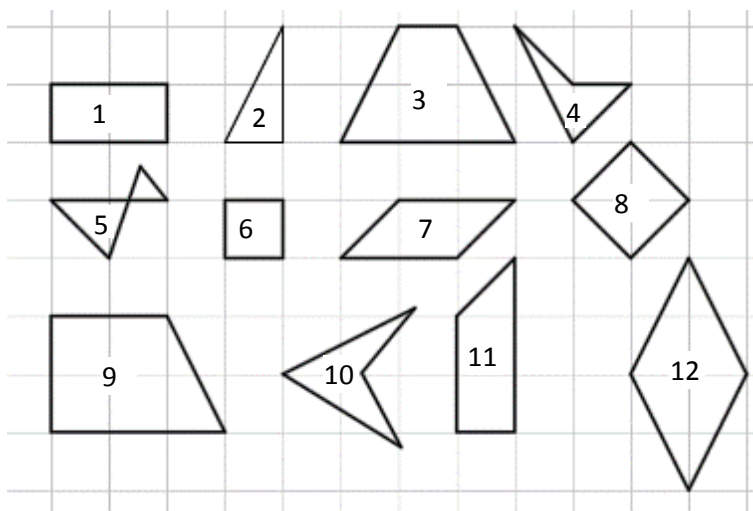
consideradas quadriláteros notáveis e possuam um destaque maior durante as aulas de matemática na educação básica.

Também pode ser realizado nessa questão o desenho de um paralelogramo e comparar o mesmo com o desenho de um quadrilátero não convexo. Sendo assim, não importa se o estudante considere o critério da inclusão de classes ou não, teremos um exemplo em que dois quadriláteros pertencerão a famílias de figuras distintas fazendo com que essa resposta seja considerada adequada.

Outra possibilidade é a dificuldade em reconhecer os quadriláteros e, por esse motivo, não conseguir desenhar um paralelogramo ou não apresentar os argumentos necessários na construção de um contraexemplo dessa figura.

Ao pensar no manuseio do geoplano, além das observações apresentadas na questão 1 que, de certo modo, podem ser aplicadas para todas as figuras construídas no geoplano, nessa segunda questão podemos considerar a rotação do geoplano. O licenciando pode construir uma figura e, caso rotacione o geoplano, possa sentir dificuldade para reconhecer que a figura construída é a mesma ou demore para assimilar que a simples rotação da figura, sem que ocorra uma alteração nas medidas dos seus lados, não alterará as características da figura.

A Q3O1 tem como objetivo servir de suporte para identificar e analisar como os estudantes classificam os quadriláteros e outros tipos de polígonos e, se nos critérios de classificação, é possível observar uma coerência com as respostas apresentadas nas questões anteriores dessa oficina. ***“Em uma malha quadriculada foram desenhadas algumas figuras. Observe as figuras, crie alguns critérios para classifica-las e, para cada classificação, construa no geoplano dois exemplos de figuras semelhantes que pertençam a essa mesma classificação.”***



O comando da questão apresenta certa liberdade ao licenciando na hora de classificar as imagens. Essa liberdade, da mesma forma que na Q101, tem como intuito verificar se os licenciandos vão se apegar apenas ao fato de dividir os quadriláteros como sendo convexos e não convexos, tendo que reconhecer que na imagem é possível observar um triângulo (*polígono 2*) e também um hexágono (*polígono 5*).

O licenciando pode considerar os polígonos 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 11 e 12 como sendo convexas e as demais como não convexas. Essa resposta é considerada adequada, pois dentro do critério escolhido foram selecionadas as figuras que correspondem a categoria. Contudo, se ao invés de considerar figuras convexas, for considerado quadriláteros convexos, o estudante deve excluir os polígonos 2 e 5 por serem outro tipo de figura geométrica.

Uma variação da resposta apresentada no parágrafo anterior seria o estudante utilizar como critério de classificação o tipo de figura, por exemplo, de acordo com a quantidade de lados. Nesse critério, por se apegar somente ao aspecto visual, o estudante poderia cometer o equívoco de não reconhecer os polígonos 4 e 10 como sendo quadriláteros, pois o estudante pode considerar apenas os notáveis como pertencentes a esta categoria, ignorando os demais polígonos que apresentarem quatro lados.

Pode haver uma confusão em considerar o polígono 5 como um quadrilátero pelo fato do mesmo ser construído com quatro segmentos de reta. Ao considerar esse aspecto o licenciando desconsidera a quantidade de lados e comete um equívoco em sua resolução.

A classificação dos polígonos também pode considerar os notáveis e não notáveis. Nesse aspecto, o estudante optaria pelos polígonos 1, 3, 6, 7, 8, 9, 11, 12 como sendo quadriláteros notáveis; 4 e 10 como sendo quadriláteros não notáveis.

Uma possível resposta, se considerado o critério de inclusão de classes, que achamos difícil de ser apresentada em alguma resolução é classificar as figuras em quadriláteros convexos considerando os polígonos 1, 3, 6, 7, 8, 9, 11 e 12 como sendo trapézios, 1, 6, 7, 8, 9 e 12 como sendo paralelogramos, 1, 6 e 8 como sendo retângulos, 6 e 12 como sendo losangos e os 6 e 8 como sendo quadrados. Já os polígonos 4 e 10 seriam consideradas quadriláteros não notáveis, enquanto que os 2 e 5 seriam outro tipo de polígono. Essa resposta é considerada adequada por

classificar as figuras de modo correto ao utilizar o critério da inclusão de classes de modo correto.

Se, ao invés de utilizar o critério da inclusão o licenciando optar por considerar que um mesmo polígono não pode pertencer a duas famílias de figuras diferentes, ao classificar os quadriláteros notáveis teríamos que os polígonos 3, 9 e 11 seriam trapézios, o 7 seria paralelogramo, o 1 seria retângulo, o 12 como sendo losango, os 6 e 8 como sendo quadrados. Do mesmo modo como na resposta anterior, os polígonos 4 e 10 seriam consideradas como quadriláteros não convexos e os 2 e 5 como não quadriláteros. Essa resposta também é considerada como adequada por respeitar os critérios em que se baseia.

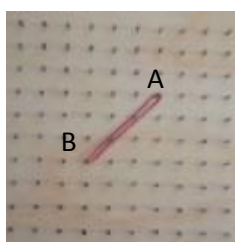
Como variações das respostas apresentadas anteriormente para a essa questão (Q3O1) temos, propositalmente, o polígono 8 representando um quadrado em uma posição não prototípica. O modo como o quadrado aparece na imagem suporte da questão oferece indícios para que, se for considerado apenas o aspecto visual, a figura seja nomeada como sendo apenas um losango. A escolha por essa classificação oferecerá indícios para supor que o estudante não compreenda as características que fazem com que um quadrilátero seja considerado losango e se apegue apenas ao aspecto visual no momento de identificar esse tipo de figura.

De modo semelhante, o critério em apresentar a figura em uma posição diferente da convencional, em uma posição não prototípica, também foi utilizado com o trapézio presente no polígono 11.

Outro fator que merece destaque nessa questão são os polígonos 4 e 10 (quadriláteros não notáveis) que podem ser desconsiderados pelos licenciandos por não se tratar de figuras usualmente abordadas quando comparadas com os quadriláteros notáveis.

As questões da segunda oficina têm como foco a compreensão dos quadriláteros para a construção de figuras a partir de algumas de suas características e do conceito de convexidade.

A Q1O2 "**Observe o segmento de apresentado na imagem abaixo.**



Dê exemplos de quadriláteros que são possíveis de serem construídos ao considerar o segmento AB como sendo um de seus lados. Construa as possibilidades que conseguir no geoplano e as justifique.”

Essa questão tem como objetivo identificar se os licenciandos conseguem construir quadriláteros com base em algumas de suas características específicas, como o lado ou a diagonal.

Embora exista uma grande quantidade de figuras que podem ser construídas na resolução dessa questão, os licenciandos podem considerar apenas quadriláteros notáveis ou somente os convexos, desconsiderando os não-convexos e reduzindo a possibilidade de construção de diferentes figuras.

Pode ocorrer uma confusão em considerar o segmento AB como sendo um dos lados do quadrado e realizar modificações no comprimento desse segmento ou construir quadriláteros que não o utilizem. Outro fator que consideramos importante nessa construção é o fato de que o segmento não está paralelo a base do geoplano, fator esse que pode gerar algumas dificuldades para a construção de algumas figuras como o retângulo e o quadrado.

Quanto ao manuseio do geoplano, os licenciandos podem construir as figuras por meio de tentativa e erro ou fazê-las diretamente, sem a necessidade de ajustes. No caso de respostas sem a necessidade de ajustes, aparentemente, o licenciando já tem uma imagem bem representada da figura a ser construída e não utiliza o geoplanodurante a elaboração, apenas para apresentar a resposta final.

Utilizando a mesma imagem suporte da questão Q1O2, a Q2O2 ***“Utilize novamente a imagem da questão anterior, mas dessa vez, ao invés de considerar o segmento AB como um dos lados do quadrilátero, considere-o com o sendo uma de suas diagonais. Assim sendo, dê exemplos de quadriláteros que podem ser construídos no geoplano? Construa as possibilidades no geoplano e as justifique.”*** também solicita que sejam criados quadriláteros, mas ao invés de informar o segmento como sendo um de seus lados, essa questão utiliza o segmento AB como sendo uma de suas diagonais. Sendo assim, essa questão exige que os licenciandos mobilizem conhecimentos sobre diagonais de um quadrilátero para que seja possível construir figuras com base na informação disponibilizada.

Por meio dessa questão será possível investigar como o licenciando utiliza o geoplano e os elásticos, se as posições dos elásticos são alteradas ou se são acrescentados novos elásticos ou retirados os elásticos já existentes e analisar como esses procedimentos auxiliam no pensamento do licenciando para obter a resolução para a atividade em questão.

Uma possibilidade de resposta é os licenciandos considerarem apenas os quadriláteros notáveis para serem construídos tendo o segmento de reta AB como sendo uma de suas diagonais. Em uma frequência menor, acreditamos que também sejam construídos outros tipos de quadriláteros convexos, assim como os não-convexos como resolução dessa questão.

A questão Q3O2 ***“Considere um quadrilátero em que 2 ângulos opostos possuam 90° . Construa exemplos de quadriláteros com essa característica e informe como podemos classificar os quadriláteros que apresentem essa característica. Justifique sua resposta.”*** Tem como objetivo fazer com que os licenciandos reflitam a respeito das características dos quadriláteros para identificar quais as possibilidades de figuras dessa classe que possuem 2 ângulos opostos retos.

Uma possível resposta para essa questão é o licenciando considerar apenas o quadrado como sendo um quadrilátero que respeita essa condição, ou um retângulo ou ambos. Talvez os licenciandos pensem apenas que esses dois tipos de quadriláteros possuam 90° e desconsiderem a possibilidade de que é possível construir um quadrilátero convexo não notável que satisfaça essa característica.

De modo equivocado, podem ser considerados como exemplos dessa categoria a construção de losangos e trapézios retângulos. O losango seria pelo fato de que, em algumas situações, a apresentação de um quadrado em uma posição não típica leva a conclusão de que a figura é, na verdade, um losango. Já o trapézio retângulo seria fruto de uma confusão entre os termos opostos e adjacentes, uma vez que essa figura apresenta 2 ângulos adjacentes medindo exatamente 90° .

Consideramos a Q3O2 como sendo a questão mais desafiadora das oficinas. A justificativa para isso encontra-se no fato de exigir que os alunos reflitam e abstraíam, um pouco mais que em questões anteriores, sobre as características dos quadriláteros com o intuito de formar uma figura que satisfaça a essas características e que não seja apenas o quadrado e o retângulo. Afinal, essa ideia

não é tão simples. Para encontrar outro tipo de figura é necessário um pensamento mais elaborado e a construção de algumas figuras que auxiliem o raciocínio e na abstração das ideias. Nesse aspecto, ao manusear o geoplano com o intuito de construir algumas figuras que apresentem tais características, o licenciando pode se beneficiar das representações criadas no geoplano para auxiliar o seu raciocínio para encontrar a solução para o problema apresentado.

No que diz respeito as propriedades sobre a convexidade dos quadriláteros, as três propriedades verdadeiras já foram apresentadas nesse trabalho na seção 3.5.2 Quadriláteros Convexos e Não-Convexos. Espera-se que os licenciandos reconheçam e as utilizem para a resolução dessa questão.

Nessa atividade, assim como nas anteriores, os licenciandos precisam considerar as características específicas do geoplano para os auxiliarem em suas resoluções. Por exemplo, a disposição dos pregos. Por se tratar de um geoplano quadrangular, é possível construir figuras com ângulos internos medindo 90° ou 45° , facilitando assim, a construção de algumas figuras específicas que podem contribuir para a resolução das atividades.

Outra questão que está relacionada diretamente como o manuseio do geoplano, especificamente no caso das figuras construídas com um único elástico, é o modo como esse elástico fica nos vértices de quadriláteros convexos e não convexos. No caso dos convexos é possível observar que o elástico sempre contorna os vértices do quadrilátero em sentido horário. Enquanto que nos quadriláteros não convexos em um dos vértices o elástico deve contornar em sentido anti-horário.

A propriedade 1 ***“Uma reta delimitada por 2 vértices divide o quadrilátero em duas partes e faz com que a figura fique totalmente a esquerda, direita, acima ou abaixo em relação a reta”*** é falsa por não delimitar os vértices utilizados para a construção da reta em questão. Para que fosse verdadeira deveria especificar que os vértices obrigatoriamente devem ser consecutivos. Como isso não acontece, é possível criar um exemplo onde sejam considerados dois vértices opostos e, mesmo a figura sendo convexa, a reta delimitada por esses dois pontos irá dividir a figura em duas partes de modo que uma fique à esquerda e a outra fique à direita.

No caso das propriedades falsas, a propriedade 4 ***“Todos os ângulos internos do quadrilátero devem ser menores ou iguais a 180° .”*** apresenta um

erro ao considerar que os ângulos podem ser iguais a 180° , quando na verdade, para que sejam considerados quadriláteros convexos, os ângulos têm que ser menores do que 180° . Não considerar essa propriedade como sendo falsa fere as propriedades apresentadas na seção 3, pois é impossível que um quadrilátero ou qualquer outro polígono apresente um ângulo interno medindo 180° .

Uma modificação que torne a propriedade apresentada no último parágrafo como sendo verdadeira é considerar que o ângulo deve ser inferior a 180° , pois dessa forma será possível construir um quadrilátero que respeite essa característica.

Ao final dessas duas oficinas esperamos que tenha sido coletado material suficiente para analisar o processo de gênese instrumental dos estudantes de licenciatura em matemática da disciplina de Estágio Supervisionado I.

Salientamos que embora tenhamos realizado uma análise prévia no intuito de identificar possíveis respostas dos licenciandos ao se depararem com essas questões durante as oficinas, é possível que respostas não previstas, inicialmente, ocorram durante a vivência das atividades. Caso isso ocorra, analisaremos novamente as questões e as informações que essas respostas tidas como “inesperadas” podem nos oferecer para investigação da gênese instrumental desses licenciandos ao manipularem o geoplano para desenvolver atividades que abordem as características dos quadriláteros.

7.3 Análise dos resultados da Oficina 1

No primeiro dia de oficina todos os 36 estudantes de licenciatura em matemática matriculados na disciplina de Estágio Supervisionado compareceram. Sendo assim, foram formados 12 trios durante esse primeiro encontro.

Para preservar a imagem dos participantes envolvidos em nossa pesquisa, utilizaremos um número para representar cada equipe, ao invés dos nomes dos seus integrantes. Portanto, teremos grupos enumerados do 1 ao 12 para representar os trios que foram formados na primeira oficina. Seguindo esse padrão, para representar os executores de cada grupo utilizaremos uma nomenclatura que utilize a palavra executor, seguido da abreviação do grupo ao qual faz parte e de uma letra para representar e diferenciar os executores de cada trio. Assim sendo, os executores do grupo 1, por exemplo, seriam nomeados como *ExecutorG1A* e *Executor G1B*.

Nessa sessão iremos apresentar e discutir os dados referentes as respostas dos estudantes para as 3 questões que foram vivenciadas na primeira oficina. Delimitamos o foco nas respostas apresentadas no sentido de adequação ou não (do ponto de vista matemático), deixando para analisar os aspectos relacionados à gênese instrumental dos licenciandos em um tópico posterior.

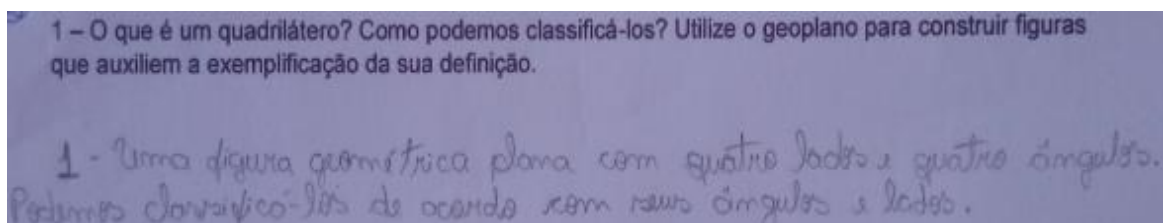
Ao analisarmos a questão 1 em que era solicitado as equipes a elaboração de uma definição sobre quadriláteros e quais os critérios utilizados para classificar esses polígonos, obtivemos algumas surpresas, enquanto que outras repostas foram de acordo com o esperado e discutido em nossa análise prévia.

Por questões de organização e categorização dos dados, dividimos a primeira questão em duas partes, uma destinada a analisar a definição e a outra voltada para os critérios de classificação dessa família de figuras.

Quanto a definição dos quadriláteros, foram criadas 3 categorias analíticas para as respostas apresentadas pelos licenciandos. São elas: Plenamente Adequada, Parcialmente Adequada e Inadequada. A categoria plenamente adequada apresenta respostas do tipo: “polígono de 4 lados”. Um exemplo de uma resposta que seria considerada parcialmente adequada seria “quadrilátero é uma figura com 4 lados e 4 ângulos internos”. Na categoria inadequada foram consideradas as repostas que não definem corretamente quadriláteros ou que apresenta uma definição com muitas lacunas. Um exemplo de resposta para essa categoria seria considerar que “quadrilátero é uma figura de 4 lados”.

Surpreendentemente, várias equipes apresentaram uma resposta classificada como inadequada. Veja um exemplo na imagem a seguir.

Figura 23: Resposta da O1Q1 apresentada pelo Grupo 1



Fonte: Dados da Pesquisa

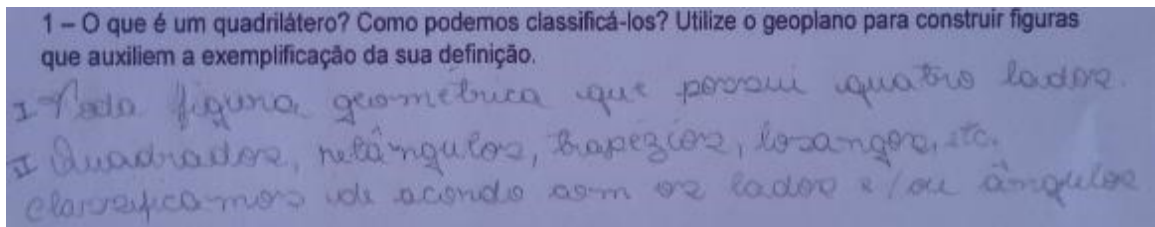
Essa resposta, assim como outras semelhantes, foi classificada como inadequada por considerar apenas a necessidade de ser uma figura de 4 lados e 4 ângulos, desconsiderando a necessidade de ser uma figura fechada, construída

apenas por segmentos de reta que não formam apenas 4 ângulos, mas sim 8 (4 ângulos internos e 4 ângulos externos).

Em nosso exemplo de uma resposta parcialmente adequada, apresentamos uma situação muito semelhante a esta apresentada logo acima. A diferença é que ao citar 4 ângulos internos (resposta considerada parcialmente adequada) o licenciando apresenta conhecer a distinção entre ângulo interno e externo. Citar apenas 4 ângulos não demonstra esse mesmo conhecimento. Por esse modo, a resposta apresentada na imagem 23 foi considerada inadequada.

Outra resposta também considerada inadequada para a definição de quadrilátero apresenta certa variação.

Figura 24: Resposta da O1Q1 apresentada pelo Grupo 9

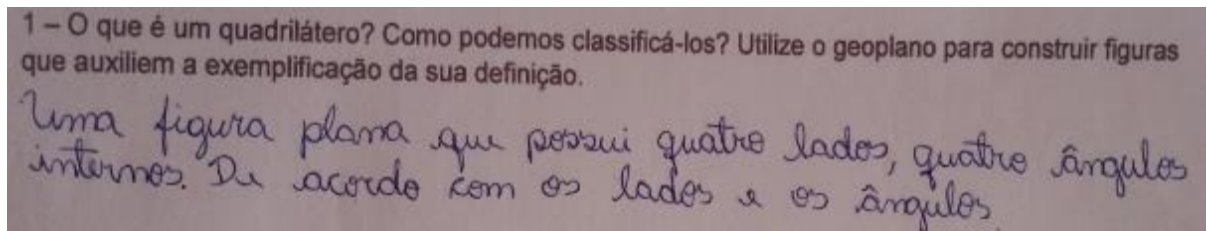


Fonte: Dados da pesquisa

Diferente da resposta apresentada por outros grupos que também apresentaram uma resposta inadequada, os executores do G9 relataram apenas a existência de 4 lados, desconsiderando o aspecto dos ângulos (internos e externos). De modo geral, todas as respostas classificadas como incompleta se assemelham com as respostas apresentadas pelo grupo 1 ou 9.

Ao pensarmos nas respostas categorizadas como parcialmente adequadas temos o exemplo da resolução realizada pelo grupo 3. Diferentemente das questões que foram classificadas como incorretas, essa nova categoria apresenta uma quantidade maior de detalhes que torna a definição um pouco mais detalhada, porém ainda incompleta.

Figura 25: resposta apresentada da Q1O1 apresentada pelo grupo 3



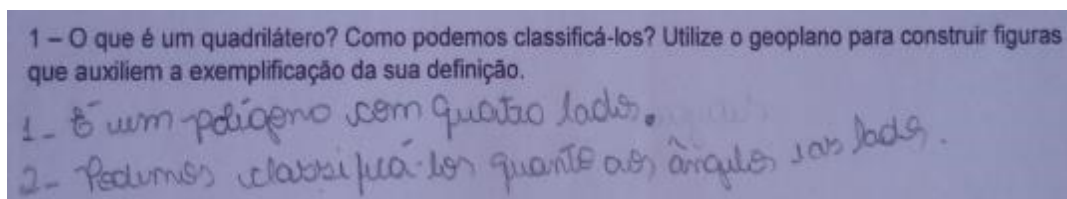
Fonte: Dados da Pesquisa

Essa resposta é considerada como parcialmente adequada por detalhar a existência de 4 ângulos internos, mesmo desconsiderando os ângulos externos e o fato de que a figura deve ser fechada.

Outra resposta categorizada como parcialmente adequada foi apresentada pelo Grupo 16 ao definir quadrilátero como sendo: “Uma figura com 4 lados e 4 ângulos. A soma dos ângulos é 360° ”. Essa definição desconsidera o fato da necessidade da figura fechada e não especifica se está abordando a soma dos ângulos internos ou externos, mas apresenta um certo conhecimento sobre ângulos, mesmo faltando detalhes.

Nas respostas consideradas plenamente adequadas foi possível identificar um padrão comum a todas. A imagem a seguir apresenta essa situação.

Figura 26: resposta da O1Q1 apresentada pelo grupo 7



Fonte: Dados da Pesquisa

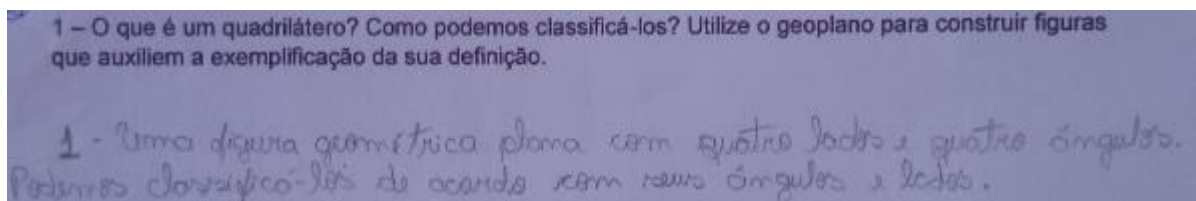
Todos as três equipes que apresentaram uma resposta considerada plenamente adequada para a definição de quadriláteros o consideraram como sendo um polígono de 4 lados. O fato de apresentar o termo “polígono” faz com que, obrigatoriamente, seja uma figura fechada construída apenas por segmentos de reta, configurando-se assim, em uma definição correta sobre os quadriláteros.

Na segunda parte da questão 1: “Como podemos classificá-los?”, obtivemos uma frequência maior de respostas consideradas adequadas. Para essa análise criamos três categorias analíticas: critérios adequados, visão limitada e ausência de

resposta. Critérios adequados seriam as respostas que apresentam elementos considerados para a classificação dos quadriláteros, os lados e ângulos ou em convexas e não-convexas. Já a categoria visão limitada, como o próprio nome sugere, apresenta uma restrição por considerar apenas alguns tipos específicos. Um exemplo de resposta dessa categoria seria considerar apenas a divisão em paralelogramos e trapézios ou somente os quadriláteros notáveis. Ausência de resposta foi para as situações em que a equipe não apresentou critérios para a classificação.

Todos os grupos que apresentaram uma resposta considerada como critérios adequados justificaram que esses polígonos são classificados de acordo com os seus lados e os seus ângulos. Confira um exemplo desse tipo de resposta na imagem a seguir.

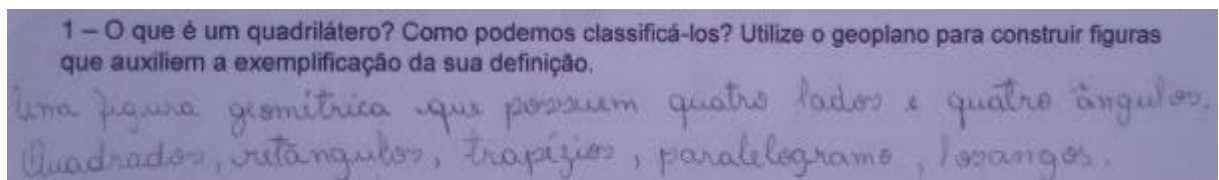
Figura 27: resposta da O1Q1 apresentada pelo grupo 1



Fonte: Dados da pesquisa

Ao pensarmos nas respostas categorizadas como visão limitada, é possível perceber uma variação nas respostas, mas todas apresentando uma restrição inadequada em sua classificação.

Figura 28: resposta da O1Q1 apresentada pelo G4

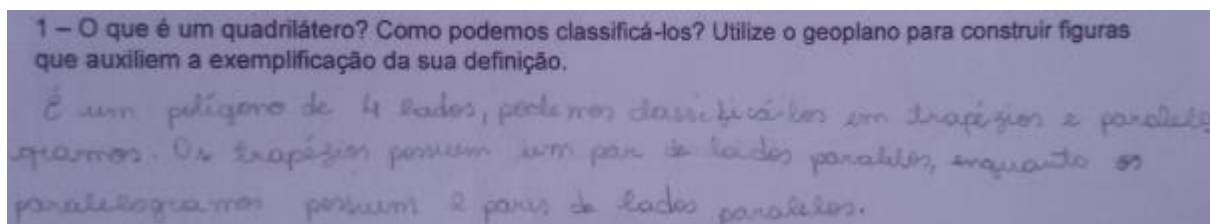


Fonte: Dados da Pesquisa

A resposta do grupo anterior sugere que existem apenas os quadriláteros notáveis. Uma possível justificativa para esse tipo de pensamento é que talvez esse grupo de figurastenha sido trabalhado com uma ênfase exacerbada com esses licenciandos, pois esse padrão não se restringe a esse grupo, o G6 e G11 apresentaram respostas semelhantes a essa.

Outra resposta considerada com uma visão limitada foi apresentada pelo grupo 5. Segundo os integrantes desse trio os quadriláteros dividem-se apenas em paralelogramos (possuem 2 pares de lados paralelos) e em trapézios (possuem apenas um par de lados paralelos). Veja a imagem abaixo que mostra a resposta apresentada pelo grupo.

Figura 29: Resposta da O1Q1 apresentada pelo G5



Fonte: Dados da pesquisa

A seguir pode ser observado um quadro com um resumo das respostas apresentadas pelas equipes para a primeira questão de nossa primeira oficina.

Quadro 2: Síntese das respostas apresentadas para a primeira questão

Definição sobre quadriláteros		
Plenamente adequada	Parcialmente adequada	Inadequada
G5, G7, G10	G3 e G12	G1, G2, G4, G6, G8, G9, G11
CrITÉRIOS de Classificação		
CrITÉRIOS Adequados	Visão Limitada	Ausência de Resposta
G1, G2, G3, G7, G8, G9, G10	G4, G5, G6, G11	G12

Fonte: Elaborado pelo autor

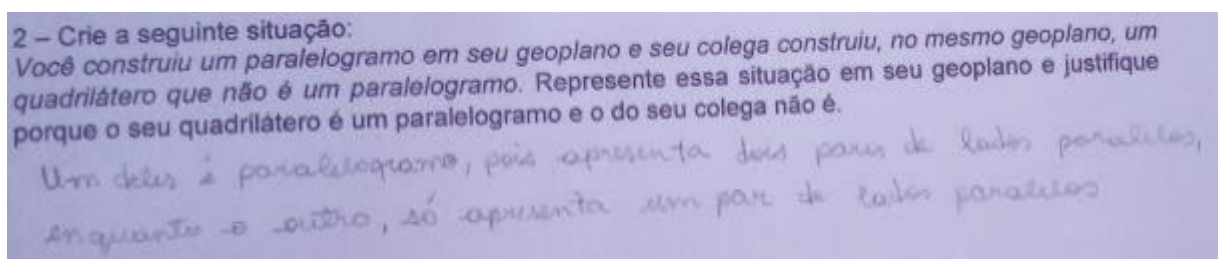
No quadro acima é possível identificar a grande quantidade de equipes que apresentaram uma definição considerada inadequada. A principal causa para a ocorrência desse tipo de resposta foi o fato de não considerar que o quadrilátero é uma figura fechada. Contudo, ao focarmos nas respostas para os critérios de classificação é possível perceber uma modificação nesse quadro e identificar um aumento significativo na quantidade de respostas adequadas.

Seguindo a análise para a segunda questão da primeira oficina, cujo foco foi verificar se os licenciandos apresentavam uma compreensão sobre um paralelogramo e um quadrilátero que não seja considerado um paralelogramo, foi possível também observar um número maior de respostas consideradas adequadas para o que foi solicitado no enunciado da questão.

Diferentemente da análise realizada na primeira questão, não dividimos essa questão em duas partes. Para organizar os dados, criamos 2 categorias analíticas para classificar as respostas apresentadas pelas equipes. São elas: figuras corretas e figuras incorretas. O próprio nome das categorias é autoexplicativo e iremos mostrar, com exemplos das respostas apresentadas pelos licenciandos, os tipos de respostas considerados para cada categoria.

A maioria das equipes que apresentaram uma figura correta optaram por desenhar um trapézio e um paralelogramo utilizando como principal justificativa o fato do paralelogramo possuir dois pares de lados paralelos, enquanto que o trapézio possui apenas um. A ocorrência desse tipo de resposta corrobora com nossa análise prévia, onde supomos que essa resposta ocorreria em uma maior frequência quando comparada com outras possibilidades. A imagem a seguir exemplifica um tipo de resposta classificada como sendo pertencente a esta categoria.

Figura 30: Resposta do G5 para a questão O1Q2

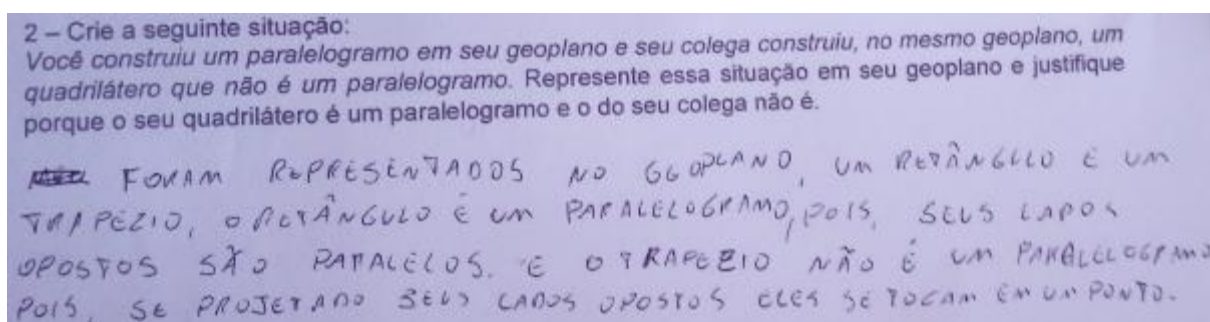


Fonte: Dados da Pesquisa

Apenas dois grupos cujas respostas foram classificadas como figura correta divergiram desse padrão de desenhar um paralelogramo e um trapézio. Um deles (G6) optou por desenhar um retângulo e um trapézio, enquanto que o outro (G8) um quadrado e um trapézio. Mesmo com uma pequena variação no tipo de quadrilátero considerado como paralelogramo, todos os não paralelogramos construídos foram o trapézio. Nenhuma equipe desenhou um polígono não-convexo nessa questão.

Por exemplo, os executores do G6 optaram por construir, em seu geoplano, um retângulo e um trapézio. Afirmaram que o retângulo é um paralelogramo por satisfazer a condição de que os seus lados opostos são paralelos e que isso não ocorre com o trapézio, pois ao imaginar um prolongamento dos seus lados opostos eles se tocariam em um ponto. A imagem a seguir apresenta essa situação.

Figura 31: resposta do G6 para a O1Q2



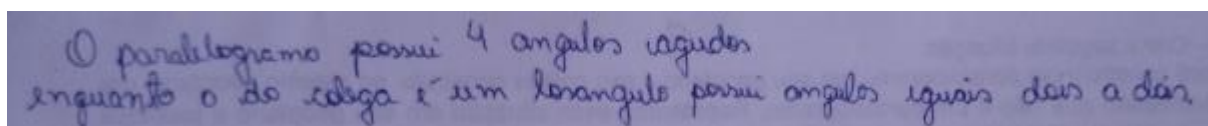
Fonte: Dados da Pesquisa

Já o G8 representou, em seu geoplano, um quadrado e um trapézio utilizando a mesma justificativa do G6 para explicitar que um quadrado era um paralelogramo por apresentar lados opostos paralelos.

Uma resposta interessante para essa questão foi apresentada pelo G10. Os executores da equipe construíram, no geoplano, um trapézio e um paralelogramo. Mas a justificativa apresentada pela equipe foi de que o paralelogramo “*apresenta lados opostos paralelos e ângulos opostos congruentes, enquanto o trapézio não*”.

No que diz respeito as figuras incorretas que foram construídas, obtivemos 3 casos: as respostas dos grupos 3, 11 e 12. Vejamos o caso da resposta apresentada pelo grupo 3.

Figura 32: resposta do grupo 3 para a O1Q2



Fonte: Dados da pesquisa

Ao analisar essa resposta é possível identificar certa confusão quanto a compreensão das características do losango e do paralelogramo. Houve um equívoco tanto em afirmar que um paralelogramo possui apenas ângulos agudos

também ao considerar o losango como não sendo um paralelogramo, visto que o losango apresenta lados opostos paralelos.

Quanto aos outros dois grupos (11 e 12) as respostas foram parecidas. O G11 desenhou um paralelogramo e um retângulo e justificou que eram figuras diferentes devido aos seus ângulos, pois *“um paralelogramo possui 2 pares de ângulos iguais, diferentemente do retângulo”*.

Já a resposta apresentada pelo G12 foi bastante curiosa, pois a equipe apresentou que *“Todo quadrado é um paralelogramo, mas não todo paralelogramo é um quadrado”*. Entretanto, de modo contraditório, construiu um quadrado como um exemplo de uma figura que seja um não paralelogramo.

O quadro a seguir apresenta uma síntese da categorização das respostas apresentadas pelas equipes para a segunda questão da primeira oficina.

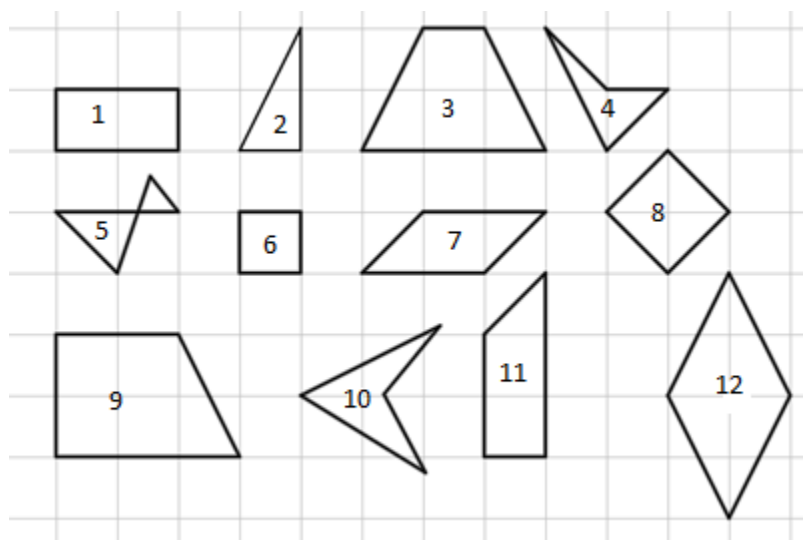
Quadro 3: síntese das repostas para a O1Q2

Paralelogramo e não Paralelogramo	
Figuras corretas	Figuras Incorretas
G1, G2, G4, G5, G6, G7, G8, G9 E G10	G3, G4, G12

Fonte: Elaborado pelo autor

Na terceira e última questão da oficina foi solicitado aos licenciandos que criassem diferentes critérios para classificar 12 polígonos construídos em uma malha quadriculada. A imagem a seguir apresenta os polígonos utilizados.

Figura 33: Polígonos da O1Q3



Fonte: Elaborado pelo autor

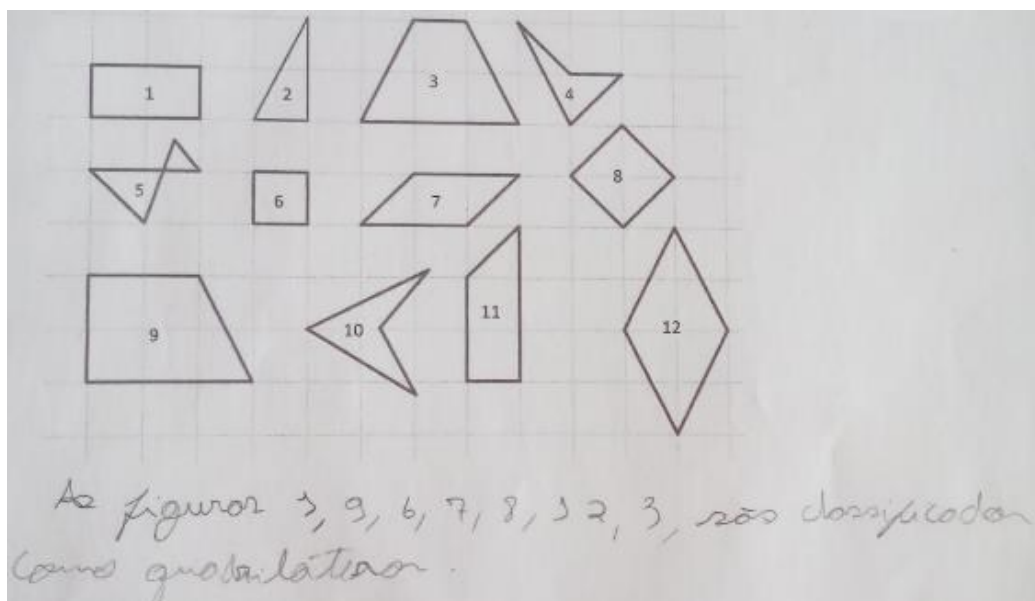
Para a análise dos dados dessa última questão não foi criada nenhuma categoria analítica, mas apresentaremos algumas respostas consideradas pertinentes para a discussão de nossa pesquisa.

A maioria dos grupos apresentou classificações de acordo com a disposição dos seus lados (principalmente lados opostos paralelos) para classificar os polígonos presentes na figura 32. Outros grupos optaram por classificar de acordo com lados paralelos e ângulos retos ou uma divisão entre figuras convexas e não-convexas.

Um critério interessante foi apresentado pelo grupo 4 ao elencar a categoria “*pelo menos um ângulo maior que 90°* ”. Dos polígonos que apresentavam essa característica somente os trapézios não foram considerados como exemplos dessa categoria.

Ao classificar os polígonos como sendo quadriláteros ou não, o grupo 10 apresentou uma resposta interessante, pois não considerou 4, 10 e 11 como sendo quadriláteros. Uma possível justificativa para essa resposta é que os estudantes não reconheceram o trapézio em uma posição não típica (polígono 11) e não reconheceram quadriláteros não notáveis como também pertencentes a família dos quadriláteros (polígonos 4 e 10). Talvez os estudantes utilizem como critério apenas o aspecto visual, ao invés de considerar uma questão básica como o número de lados. A imagem a seguir apresenta a resposta apresentada por esse grupo

Figura 34: Resposta apresentada pelo grupo 10 da O1Q3



Fonte: Dados da Pesquisa

Outra resposta interessante foi apresentada pelos grupos 7 e 11. Ambos consideraram o polígono 5 como sendo um quadrilátero. Essa ideia talvez seja justificada devido a uma não compreensão da definição de quadriláteros ao considerar que o único ponto em comum entre duas arestas deve ser apenas o vértice do quadrilátero. Isso faz com que cada aresta tenha apenas 2 vértices, ou seja, 2 pontos em comum com os outros lados.

O grupo 12 considerou o polígono 8 (um quadrado em uma posição não típica) como um losango. Mesmo com o auxílio da malha quadriculada, os executores desse grupo não reconheceram a figura como sendo um quadrado. Uma possível justificativa para esse tipo de resposta seria de que os estudantes consideram apenas o aspecto visual da figura ao classificá-las, desconsiderando assim, as suas características. Ou seja, essas informações reforçam a ideia de que os licenciandos reconhecem o losango apenas em sua posição prototípica.

Apenas 4 equipes (G1, G5, G7 e G12) utilizaram como um dos seus critérios a utilização de quadriláteros não-convexos e utilizaram alguns exemplos de figuras pertencentes a essa categoria para exemplificar sua resposta. A única exceção para essa regra foi a resposta do G5, pois a equipe apenas citou a categoria de quadriláteros não-convexos, mas não construiu nenhum polígono que a representasse.

Até o presente momento, em nossa análise, levamos em consideração apenas os protocolos escritos entregues por cada trio de estudantes. Reiteramos a importância dessa análise, mas também destacamos o potencial dos vídeos registrados por cada equipe. A seguir, apresentaremos alguns dados, seguidos de suas análises, que só foram possíveis graças ao recurso áudio visual que nos proporcionou uma maior quantidade de dados a serem analisados quando comparado somente com os protocolos escritos.

Voltando nossa análise para os registros em vídeo da questão 1, foi possível evidenciar algumas características até então não abordadas. Os fatores mais evidentes foram a confusão que a maioria dos grupos apresentaram ao construir o losango e a predominância na construção de figuras convexas, mesmo o comando da questão não ter especificado esse tipo específico de quadrilátero.

Percebe-se certa dificuldade em nomear as figuras que constroem no geoplano, visto que em alguns casos, o reconhecimento delas se deve apenas ao seu aspecto visual e não à compreensão de suas propriedades.

Figura 35: Construção de um “losango” do grupo G4



Fonte: Acervo da pesquisa

Ao observar a figura que foi construída com o elástico rosa e nomeada, de forma equivocada, como um losango, podemos perceber uma confusão em relação ao conhecimento das características das figuras construídas pelos executores do G4e também a uma não compreensão das características do geoplano. As dificuldades relacionadas as características dos polígonos construídos se devem a confusão entre o que vem a ser nomeado um paralelogramo e qual a diferença para um losango. No que diz respeito ao geoplano, percebe-se um equívoco ao considerar que a diagonal de um quadrado possui o mesmo comprimento que um dos seus lados. Ambas as dificuldades refletem em uma não compreensão das características dos quadriláteros.

Essa dificuldade não se restringe apenas aos executores do G4. Outros grupos apresentaram respostas semelhantes que mostram que em algumas situações, mesmo as figuras sendo construídas no geoplano, os licenciandos desconsideram as especificidades do artefato para a elaboração de suas respostas. Veja a seguir a resposta apresentada por outro grupo, o G11.

Figura 36: “Losango” construído pelo grupo G11



Fonte: acervo da pesquisa

Nessa outra situação que também apresenta uma confusão ao nomear a figura como losango é possível perceber que o problema não foi em considerar que o lado e a diagonal de um quadrado possuem o mesmo comprimento, mas o modo como a figura foi desenhada. A figura em destaque pelas setas azuis na verdade é um quadrado. O que muda é que o quadrado não se encontra em sua posição típica, com a base paralela as bordas do geoplano. Houve uma inclinação na construção desse quadrado e, por possivelmente reconhecer os losangos apenas por sua posição e não por suas características, os estudantes desse grupo se equivocaram na hora de nomear a figura como sendo um losango.

Para resumir algumas das dificuldades encontradas durante a construção de losangos apresentamos o quadro abaixo.

Quadro 4: Resumo das construções de losango na Q1

Construção de um losango	
Nomeação correta	Nomeação incorreta
G2	G4, G8, G9

Fonte: Acervo da pesquisa

Na tabela acima é possível perceber que entre as figuras criadas pelos estudantes de licenciatura, pouco se construiu um losango e, que das vezes em que foi, quase sempre houve equívocos.

Também foi possível perceber certa confusão entre o que os estudantes consideram como sendo figuras irregulares e o que eles consideram como sendo figuras convexas. Infelizmente, em nosso instrumento de coleta de dados e em nossa análise prévia, não utilizamos nenhum mecanismo que pudesse prever essa confusão para que fosse possível compreender, com maiores detalhes, o motivo desse tipo de resposta.

Em todas as questões dessa primeira oficina poucos foram os grupos que em algum momento construíram alguma figura não-convexa, o que de certo modo já havia sido previsto em nossa análise prévia. Veja o quadro a seguir com essas informações.

Quadro 5: Construção de figuras não-convexas na O1

Construção de quadriláteros	
Construíram apenas quadriláteros convexas	Construíram pelo menos um quadrilátero não convexo
G1, G3, G6, G8, G9, G10, G11, G12	G2, G4, G5, G7,

Fonte: Dados da pesquisa

Essa grande predominância da construção de apenas figuras convexas, especialmente os quadriláteros notáveis, nos oferece indícios de que os estudantes utilizaram apenas esse tipo de polígonos para representar essa família de figuras. Fazendo com que os outros tipos sejam menos explorados e até desconsiderados em alguns momentos.

7.4 Análise dos resultados da Oficina 2

Nesta seção serão apresentados os dados e os resultados obtidos com a vivência e aplicação das atividades no segundo dia de oficinas com os estudantes de licenciatura.

Um pouco diferente das questões da primeira oficina, as atividades desenvolvidas nesse segundo encontro têm como foco principal a construção de figuras no geoplano a partir de algumas características bem específicas e também a abordagem do conceito de convexidade.

Outro fator que é importante destacar é a presença de protocolos escritos contendo as respostas apresentadas por cada equipe. Enquanto que na primeira oficina os executores deveriam dar uma resposta por escrito para todas as 3 questões abordadas, nessa outra oficina, apenas na questão 4 foi solicitado que os estudantes de licenciatura elaborassem uma resposta por escrito para o solicitado na questão. Sendo assim, as 3 primeiras questões da segunda oficina possuem apenas o registro em vídeo que será analisado a seguir.

Um fator a ser destacado e, de certo modo, comum em pesquisas em que as coletas de dados são realizadas em momentos distintos é a presença dos participantes. No segundo dia de oficinas alguns licenciandos não participaram das atividades, fazendo com que alguns grupos fossem extintos, enquanto que outros deixaram de ser trios e passaram a ser duplas. Desse modo, ao invés de 12 equipes participando das atividades, na segunda oficina houve apenas 9.

Das equipes G3 e G11 nenhum dos integrantes não compareceram, sendo assim, não teremos dados relativos a esses grupos em nossa análise da segunda oficina. Já nos grupos 4, 6 e 12, apenas um integrante faltou, mas a dupla presente participou ativamente das atividades desenvolvidas.

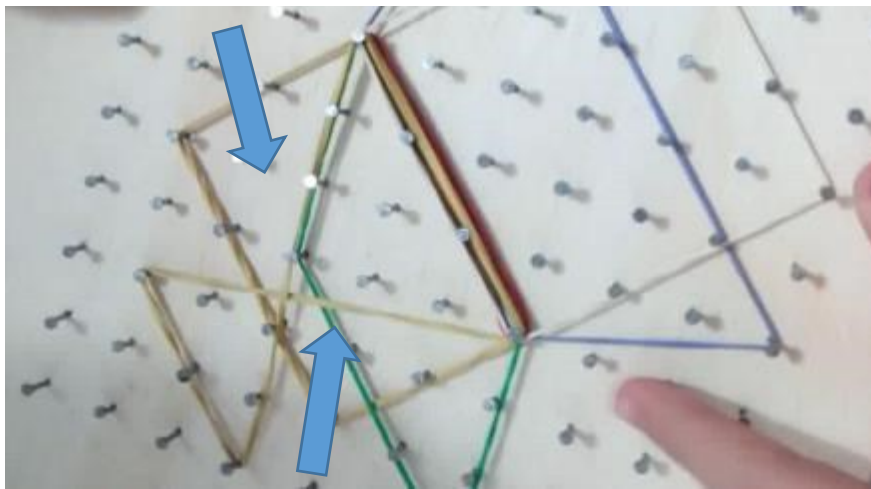
Brevemente, para relembrar as características das questões que foram discutidas na seção que apresenta o instrumento de coleta de dados, as questões 1 e 2 da segunda oficina pedem a construção de quadriláteros a partir de uma situação específica (a primeira considerando um segmento como sendo o seu lado e a segunda considerando esse mesmo segmento como sendo sua diagonal). A questão 3 pede para construir quadriláteros em que se tenha pelo menos 2 ângulos opostos com 90° . A quarta e última questão pedia para verificar uma propriedade sobre convexidade dos quadriláteros e utilizar o geoplano para exemplificá-la ou falseá-la.

Corroborando com os dados da primeira oficina, também houve uma predominância na construção de quadriláteros notáveis e convexos. Contudo, mesmo nas construções dessas figuras os licenciandos apresentaram algumas dificuldades. Em vários trechos das gravações realizadas pelos observadores, foi

possível verificar os questionamentos se era possível ou não construir paralelogramos ou trapézios a partir do segmento dado como sendo o seu lado ou sua diagonal.

Ao observar os dados obtidos na primeira questão, apenas 3 grupos construíram figuras não convexas, sendo que um deles construiu um hexágono, desobedecendo assim, o comando da questão. Todas as demais 7 equipes utilizaram apenas quadriláteros convexos e notáveis em sua resolução.

Figura 37: figura construída pelo grupo G1



Fonte: acervo da pesquisa

Como as setas apontam, a figura que queremos destacar foi formada a partir da junção de 2 triângulos e considerada como um quadrilátero pela equipe. Mas, se pararmos para analisar a figura, é possível identificar, de forma clara e objetiva, que a figura possui 6 lados e não 4. Sendo assim a mesma se classifica como um hexágono.

A justificativa que acreditamos que os executores consideraram é que para se construir um quadrilátero basta apenas unir 4 segmentos de reta sem se preocupar caso ocorra algum ponto em comum com esses segmentos que não sejam os vértices.

Embora os quadriláteros não-convexos apareçam em poucas construções, podemos verificar a sua aparição em alguns casos. Veja a imagem a seguir.

Figura 38: Quadrilátero não convexo construído pelo G7



Fonte: acerto da pesquisa

Um fato curioso na construção dessa figura se deve pelo fato de que os executores optaram por construir utilizando diferentes elásticos e não apenas um, como a maioria das outras equipes. Esse fator será melhor discutido na próxima seção ao apresentar as análises do processo de apropriação do geoplano.

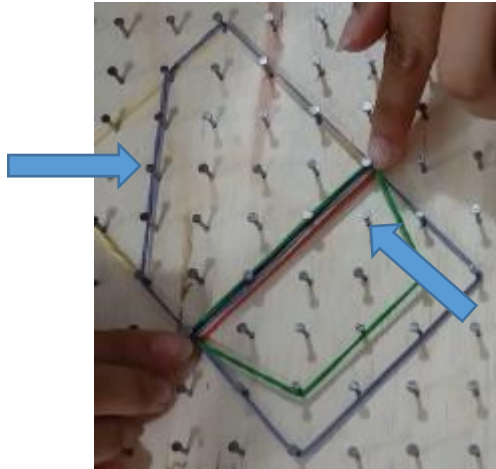
Na imagem anterior é possível identificar que os executores construíram de forma correta um quadrilátero não-convexo. O mesmo ocorreu no grupo 9, onde foi construída uma figura semelhante.

Assim como os dados da primeira oficina sugeriram, nessa segunda oficina também foi possível identificar dificuldades relacionadas a construção do losango. Em algumas situações os estudantes se questionavam se era possível realizar a sua construção.

A análise dos dados oferece indícios para pensar que alguns licenciandos consideraram apenas o aspecto visual para classificar os quadriláteros. Esse critério adotado mostrou ser um dos principais causadores de equívocos durante as respostas das equipes, pois as características das figuras construídas não eram consideradas, em algumas situações.

Para exemplificar a situação apresentada anteriormente mostraremos um caso que ocorreu na construção de uma figura por um dos executores do G4, como mostra a figura a seguir.

Figura 39: Construção equivocada de um trapézio reto

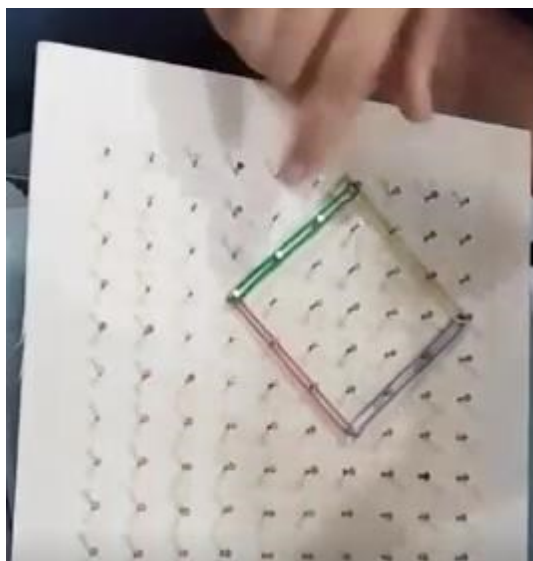


Fonte: acervo da pesquisa

Para o grupo, a figura criada que está destacada com algumas setas se configura como um trapézio reto. Ao realizar uma simples contagem da quantidade de lados na figura é possível perceber que a mesma se configura como um pentágono, não como um quadrilátero. Sendo assim, a classificação realizada pelo grupo está equivocada.

Situação semelhante a esta ocorreu com o grupo 9 durante uma discussão sobre a construção de uma figura feita pela equipe.

Figura 40: Construção de um quadrado



Fonte: acervo da pesquisa

Ao término da construção do quadrilátero da figura anterior foi possível registrar a discussão entre os executores da equipe.

Executor 9A: Essa figura que construí é um losango.

Executor 9B: Losango? Essa figura não é um quadrado? Ela é igual a outra construída anteriormente (outro quadrado).

Executor 9A: não! Essa daqui é um losango.

Executor 9B: Ah tá!

Essa discussão iniciou, pois de onde a outra executora estava a figura parecia um “quadrado” para ela (ela estava em uma das extremidades do geoplano). Já para o outro executor, que estava posicionado em uma das laterais do geoplano, a figura parecia um losango, pois seus lados não eram paralelos as bordas do geoplano. Essa discussão só ocorreu devido ao fato de que o losango foi classificado de acordo com o seu aspecto visual, não com base em suas características. Esse mesmo problema foi identificado na construção de uma figura de outra equipe que ao construir um quadrado, também o nomeou como sendo um losango.

Ao observar os quadriláteros notáveis, é possível perceber certa igualdade na construção dessas figuras por cada equipe. Praticamente todas criaram um quadrado, losango, trapézio e paralelogramo em sua resolução.

Mas, ao tratar de quadriláteros não notáveis e, principalmente, os não notáveis e não-convexos essa situação é bem menor, como já discutido. Exemplificando essa situação, apresentaremos um trecho de um diálogo entre dois executores do G11. Veja a seguir.

Executor 11A: Vamos fazer um quadrilátero irregular?

Executor 11B: Não! Vamos não.

Executor 11A: Faz, pow!

Executor: 11A: Vamos fazer não. É difícil de explicar. Melhor não fazer.

Nessa interação podemos perceber um certo receio de construir figuras irregulares devido a uma não compreensão de suas características. Outro fator que não pode passar despercebido é a confusão entre os termos “irregular” e “convexo”. Os executores do G11 utilizam o termo irregular para exemplificar o que seria a

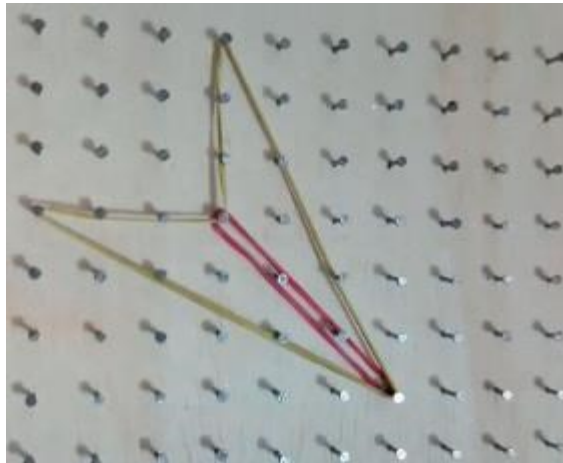
construção de uma figura não-convexa. Pois outras figuras irregulares já haviam sido construídas pelo grupo.

Tratando agora especificamente da questão 2, onde os executores deveriam construir quadriláteros ao utilizar o mesmo segmento AB não como um de seus lados, mas como uma de suas diagonais, foi possível perceber alguns casos interessantes.

Como já prevista na análise do nosso instrumento de coleta de dados, nessa questão houve maiores dificuldades na construção das figuras.

Outro ponto que merece destaque, mais uma vez, é a construção de figuras convexas e não-convexas. Apenas um grupo apresentou figuras não-convexas

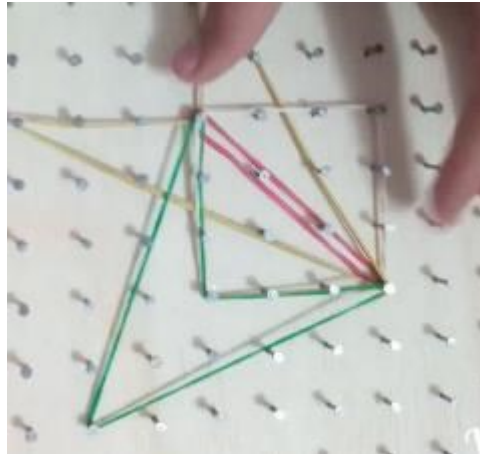
Figura 41: Construção de quadriláteros não convexas



Fonte: acervo da pesquisa

A figura construída acima (não-convexa) foi elaborado pelos executores do G1. Curiosamente, essa figura foi a primeira que o grupo construiu ao considerar o segmento AB como sendo uma de suas diagonais. Em seguida, foram construídos outros exemplos convexas e também um não-convexo. Veja a figura a seguir.

Figura 42: quadrilátero não convexo com a diagonal por fora da figura



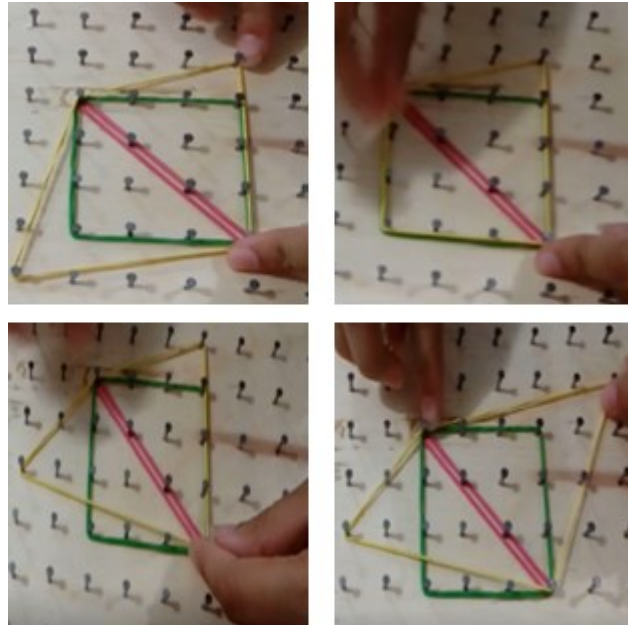
Fonte: acervo da pesquisa

Ao observar a figura construída pelo elástico verde (quadrilátero não-convexo) perceberemos que ele se assemelha a primeira figura construída pela equipe, mas que apresenta uma característica diferente: a diagonal por fora da figura. Esse foi único grupo que apresentou esse tipo de construção durante a execução das atividades. Em várias outras situações, membros de diferentes outros grupos chegaram a questionar se era possível que a diagonal não estivesse totalmente contida dentro da figura construída. Em um desses casos, os executores de um grupo chegaram a questionar para a professora responsável por ministrar a oficina o que seria uma diagonal, pois se depararam com algumas dificuldades para a resolução dessa segunda questão.

Um caso curioso aconteceu com as figuras construídas pelo G4. Após algumas construções (todas convexas) os executores do grupo afirmam que foram elaborados diferentes quadriláteros convexas e não-convexas, o que não ocorreu.

Outro fato curioso que também ocorreu com o grupo 4 foi durante a construção das figuras. Objetivando construir um quadrilátero onde sua diagonal seja o segmento de reta AB, os executores do grupo desconsideraram algumas figuras que estão sendo criadas enquanto são realizados alguns ajustes no elástico para se construir a figura desejada. Ou seja, vários quadriláteros são construídos, mas os integrantes desconsideram essas construções. Essa situação pode ser identificada na figura a seguir.

Figura 43: Construção de um quadrilátero

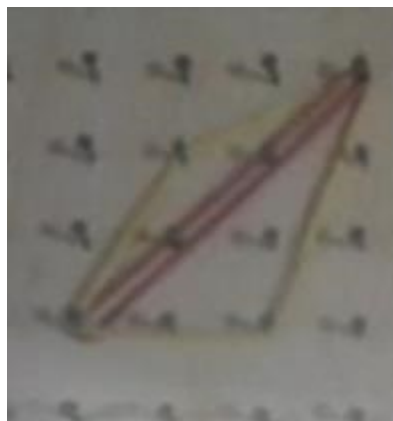


Fonte: acervo da pesquisa

O grupo considerou apenas a figura da segunda linha e segunda coluna (elástico amarelo) como sendo um quadrilátero que respeitasse a regra estabelecida na questão e desconsiderou as outras figuras.

Uma situação interessante ocorreu com o grupo 8, ao tentar classificar os quadriláteros como convexos ou não convexos. Talvez, por alguma dificuldade em identificar quais as características que uma figura convexa possui, os executores do G8 se equivocaram em sua classificação. Veja a situação na figura a seguir.

Figura 44: classificação de um quadrilátero classificado, equivocadamente, como não-convexo



Fonte: acervo da pesquisa

Provavelmente, durante a classificação, os licenciandos do G8 se confundiram e, de modo equivocado, atribuíram o nome de não-convexo a um quadrilátero convexo que na verdade é apenas não notável.

Evidenciando as dificuldades relacionadas com a construção de figuras não-convexas temos um caso que aconteceu durante a resolução das atividades da segunda oficina pelos integrantes do G12. Os executores construíram apenas quadriláteros convexos e afirmaram que não sabiam como construir exemplos de não-convexos.

De fato, de modo inesperado, constatamos uma dificuldade dos licenciandos ao construírem quadriláteros a partir de uma diagonal dada e, principalmente, em compreender as características que fazem com que uma figura seja considerada como convexa ou não-convexa.

Analizando as situações de construção envolvendo o losango, percebemos mais uma vez certa dificuldade na compreensão e na construção de quadriláteros pertencentes a essa família de figuras. Apenas um grupo construiu um losango de forma correta, enquanto outros três apresentaram dificuldades durante a construção, chegando a cometer alguns equívocos. Os outros grupos não se propuseram a construir nenhum losango. O quadro abaixo apresente essa situação.

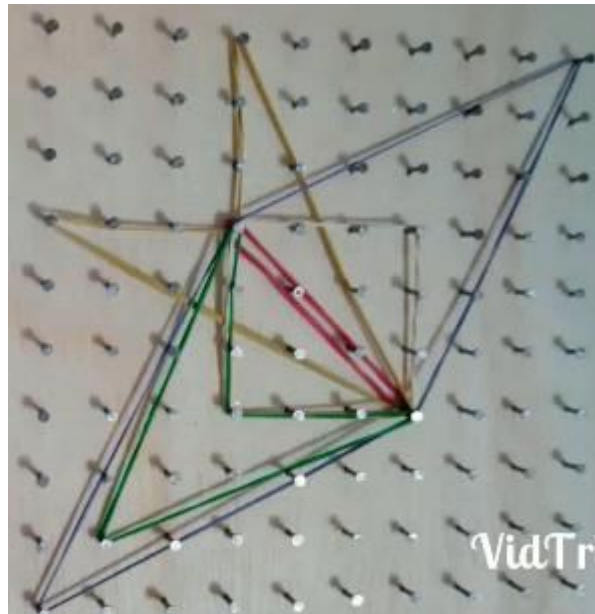
Quadro 6: Construção de Losangos na O2Q2

Construção de losangos		
Construção correta	Equívocos durante a construção	Não construíram
G1	G5, G7, G11, G12	G2, G4, G8

Fonte: acervo da pesquisa

O quadro acima sintetiza bem as informações relacionadas à construção de losangos a partir de uma diagonal dada. Apenas o grupo G1 optou por construir e teve convicção de que era um losango. Veja a imagem a seguir.

Figura 45: Losango construído pelo G1



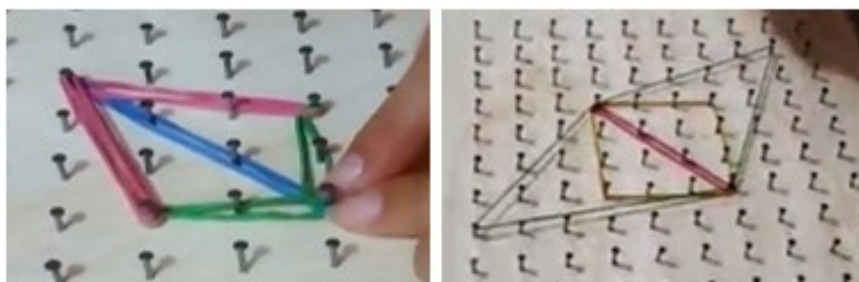
Fonte: acervo da pesquisa

Ao observarmos a figura construída com o elástico roxo é possível perceber que a mesma é um losango, onde a sua diagonal menor foi o segmento AB disponibilizado no enunciado da segunda questão. Durante a elaboração dessa figura, um dos executores deixa claro que o segmento AB representa a diagonal menor de um losango.

Como próprio nome da categoria informa, os grupos (2, 4 e 8) não se propuseram a construir um losango durante a resolução da segunda questão.

Na categoria “Equívocos durante a construção” temos algumas situações semelhantes que serão detalhadas, pois embora todos tenham cometido algum engano, algumas situações são diferentes e necessitam de uma discussão mais específica. Os grupos 5 e 7 afirmaram que foi construído um losango, mas a figura em questão se tratava de um outro quadrilátero convexo. Veja a imagem a seguir.

Figura 46: quadriláteros erroneamente nomeados de losango



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem anterior, a figura da esquerda foi elaborada pelo grupo 5, enquanto que a da direita foi elaborada pelo grupo 7. Ambos os grupos nomearam suas construções como sendo um losango, mas desrespeitaram algumas características que esse tipo de quadrilátero possui. Em nenhuma das figuras os lados opostos são paralelos entre si ou os seus 4 lados sejam congruentes. Por esse motivo que as figuras construídas não podem ser classificadas como losangos.

Diferentemente dos casos apresentados anteriormente, o G11 conseguiu construir de forma correta um losango, respeitando suas características como lados opostos paralelos e 4 lados congruentes. Entretanto, os executores do grupo não reconheceram, inicialmente, que a figura construída era um losango e a nomearam como sendo um paralelogramo. Somente após um certo tempo, após algumas construções, um dos executores alertou que na verdade a figura construída anteriormente se tratava de um losango e não de um paralelogramo. Os executores desse grupo, inclusive, chegaram a uma conclusão falsa que só seria possível construir quadriláteros com todos os lados congruentes, pois só conseguiram construir o losango e o quadrado obedecendo o que era solicitado no comando da questão.

Já o grupo 12, ao tentar construir um losango e não obter sucesso em sua construção, afirmou que não era possível construir esse tipo de quadrilátero a partir do segmento AB que foi dado na questão para ser considerado como uma de suas diagonais. Esse tipo de resposta mostra um certo desconhecimento, por parte dos integrantes do grupo, das características de um losango. Outro fator relacionado a esse tipo de resposta seja o recurso didático utilizado. Talvez, se fosse utilizando lápis e papel, os licenciandos teriam conseguido desenhar o losango.

Agora tratando especificamente dos resultados obtidos com a análise dos dados referentes a respostas dos estudantes para a terceira questão, é possível encontrar algumas respostas que comprovam algumas das dificuldades que foi detectada durante a discussão das respostas apresentadas nas questões anteriores, como a dificuldade em reconhecer o losango.

Como já previsto em nossa análise inicial, acreditávamos que todos os estudantes iriam construir apenas o quadrado e o retângulo em suas resoluções e desconsiderariam a opção de criar um outro tipo de quadrilátero convexo que

apresente essa mesma característica. Contudo, algumas variações para essas respostas nos surpreenderam. Algumas equipes também apresentaram que o losango e o trapézio satisfazem essa mesma condição.

A seguir, apresentamos um quadro que sintetiza as respostas apresentadas nessa questão.

Quadro 7: síntese das respostas para a Q3O2

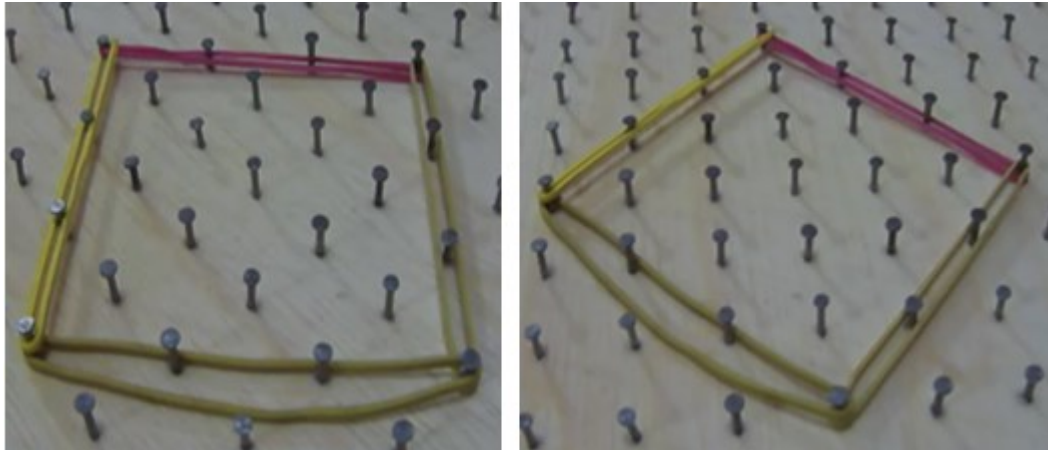
Quadriláteros com 2 ângulos opostos retos			
Quadrado e retângulo	Quadrado e losango	Quadrado, retângulo e losango	Quadrado, retângulo e trapézio
G4, G8 e G11	G12	G1 e G7	G9

Fonte: acervo da pesquisa

Nenhuma equipe construiu um quadrilátero não notável que satisfizesse a regra imposta no enunciado da questão. Uma equipe chegou próximo de encontrar uma figura diferente de um quadrado e um retângulo, mas cometeu alguns equívocos ao considerar que os ângulos opostos de fato mediam 90° e, por esse motivo, não conseguiu apresentar uma figura que respeitasse as regras informadas no enunciado da questão. Também ocorreu o fato de que duas equipes não se propuseram a apresentar uma resposta para essa questão (G2 e G5).

O caso de considerar o losango como possuindo 2 ângulos opostos medindo 90° é recorrente da dificuldade apresentada em questões anteriores em compreender as características desse polígono. Essa conclusão justifica-se com base em algumas respostas apresentadas pelos estudantes de licenciatura, como mostra a figura a seguir.

Figura 47: “Mudança” de quadrado para losango



Fonte: acerto da pesquisa

Na imagem anterior, registrada por um dos observadores da equipe, foi possível captar um diálogo entre os executores. Veja a seguir:

Executor G12A: Eu só consigo pensar em um quadrado que possui ângulos retos.

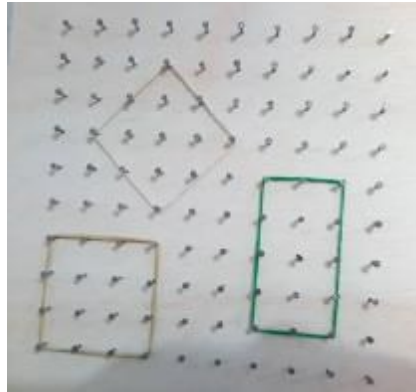
Executor G12B: Mas esse quadrado que você fez também é um losango. Daqui é um losango.

Executor G12A: Mas é um losango sim, basta girar o geoplano. Aqui tenho um quadrado, girando o geoplano tenho um losango.

No extrato acima torna-se evidente que os executores desse grupo não compreendem as características que fazem com que uma figura seja classificada como um losango, pois levam em consideração apenas o aspecto visual.

Contudo, a confusão apresentada acima não se restringe apenas ao G12, pois os grupos G1 e G7 também nomearam quadrados, como sendo losangos, apenas pelo fato de que os lados da figura não estavam paralelos as bordas do geoplano. Os licenciandos não aparentam realizar inclusão de classes para considerar que todo quadrado também é um losango. Entretanto, os executores do G1 reconhecem o quadrado e o retângulo como quadriláteros que apresentam dois ângulos opostos medindo 90° . Veja a seguir as figuras construídas pelo grupo 1.

Figura 48: quadriláteros com 2 ângulos retos opostos

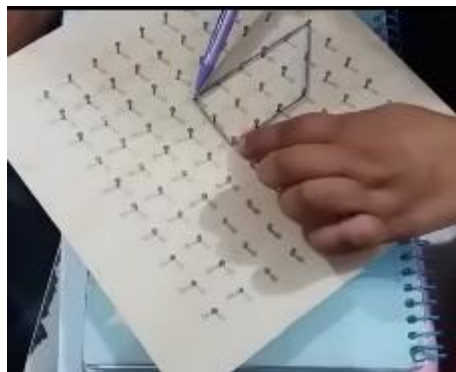


Fonte: acervo da pesquisa

As figuras da imagem anterior, todas apresentam ângulos opostos medindo 90° . O único equívoco cometido pelo grupo foi considerar que o quadrado construído com o elástico branco fosse um losango, pois na verdade é um quadrado.

Surpreendentemente, um dos grupos considerou, além do quadrado e do retângulo, também o trapézio reto como sendo um quadrilátero com 2 ângulos opostos medindo 90° . Essa confusão provavelmente se originou ao considerar, de forma equivocada, lados congruentes e não lados paralelos durante a construção da figura. Veja a figura a seguir.

Figura 49: Confusão entre ângulos opostos e adjacentes no trapézio



Fonte: acervo da pesquisa

Inicialmente o trapézio foi construído como sendo uma figura que apresenta dois ângulos opostos medindo 90° e, em seguida, há uma discussão no grupo para verificar se realmente ele apresenta essas características. Se os ângulos opostos são retos ou se esses ângulos se classificam como adjacentes. O grupo discute um

pouco, mas mesmo assim mantém o trapézio como sendo um quadrilátero que satisfaz as condições apresentadas no enunciado da questão 3.

Não somente na terceira, mas também nas outras atividades desenvolvidas ao longo das duas oficinas é possível perceber que os estudantes de licenciatura apresentam dificuldades em algumas situações devido a uma não compreensão das características de alguns quadriláteros. O aspecto visual aparenta ser um dos fatores mais utilizados para a classificação de algumas figuras, embora os estudantes apresentem, ao longo das atividades, conhecimento sobre algumas das características e propriedades envolvendo alguns quadriláteros.

Outro aspecto observado é a confusão na compreensão da ideia de diagonal e na realização de medidas ao utilizar o geoplano. Devido a essas confusões, em alguns casos, os licenciandos fizeram algumas confusões ao nomear figuras como sendo losangos, quadrados ou paralelogramos.

Na quarta questão, apenas os grupos 1, 4, 5, 6, 9, 11 e 12 apresentaram uma resposta por escrito, como solicitado nas instruções da oficina. Desses, o G1 e o G6 não registraram em vídeo sua resposta. Entre todas as atividades das duas oficinas, essa questão foi a menos discutida entre os executores de seus respectivos grupos, provavelmente por não compreender os aspectos envolvidos para a sua resolução. Essa ideia é reforçada pela resposta do G1, pois afirmaram que *“não conseguimos entender a propriedade”* e por esse motivo não apresentaram uma resposta para essa questão.

Pensando em uma equidade na distribuição da questão, cada propriedade sobre convexidade foi entregue para 2 grupos com o intuito de que não houvesse várias respostas para uma mesma propriedade enquanto que outras fossem deixadas de lado.

Em relação a propriedade 1, o G1 não conseguiu compreender, como apresentado anteriormente enquanto que o G12 conseguiu descobrir que a propriedade era falsa, embora não tenha a reescrito para torna-la verdadeira. Veja a resposta do G12 a seguir:

Figura 50: Propriedade falsa sobre convexidade em quadriláteros

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

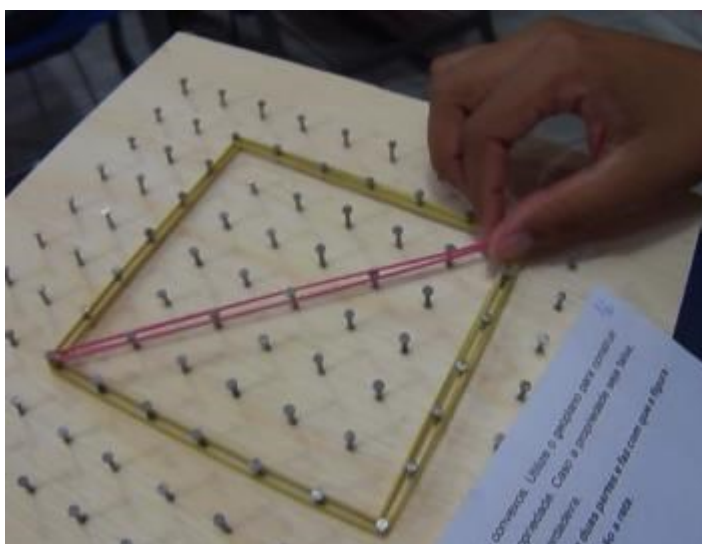
1. Uma reta delimitada por 2 vértices divide o quadrilátero em duas partes e faz com que a figura fique totalmente a esquerda, direita, acima ou abaixo em relação a reta.

A propriedade é falsa, a reta pode ser uma diagonal e dividir o quadrilátero em partes iguais.

Fonte: acervo da pesquisa

As executoras dessa equipe perceberam o equívoco e construíram um quadrado, utilizando uma de suas diagonais para falsear essa propriedade. Confira na imagem a seguir.

Figura 51: Demonstrando que a propriedade 1 é falsa



Fonte: Acervo da pesquisa

Com essa construção as integrantes do G12 conseguiram mostrar que a propriedade era falsa, pois identificaram que em um quadrado a reta delimitada por dois vértices (vértices opostos no exemplo criado) dividiu a figura em suas partes: uma acima da reta e a outra abaixo.

Já com a segunda propriedade obtivemos duas respostas opostas. Um grupo considerou a propriedade verdadeira (G9 afirmou apenas isso), enquanto que o outro a considerou falsa (G4). Infelizmente o grupo que a considerou verdadeira não justificou o motivo e nem registrou, em vídeo, a construção de alguma figura que reforçasse a sua resposta. Entretanto, o grupo que a considerou falsa (de modo

equivocado) registrou tanto por escrito, quanto em vídeo e iremos analisar nas imagens a seguir.

Figura 52: Equívoco em falsear a propriedade 2

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

2. Todos os ângulos internos do quadrilátero devem ser menores que 180° .

A afirmação é falsa, pois existem quadriláteros em que pelo menos um ângulo é maior que 180° .

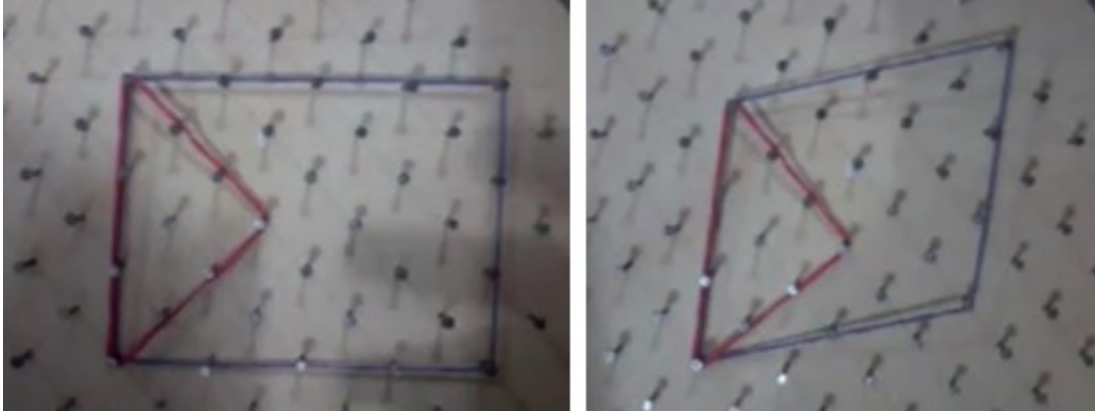
Exemplo: Nem todos os ângulos internos do quadrilátero devem ser menores que 180° .

Fonte: Acervo da pesquisa

O problema na resposta apresentada pelo G9 foi um descuido ao ler o que estava sendo solicitado na questão. Chegamos a essa conclusão quando analisamos a resposta em vídeo apresentada pelo grupo e verificamos que foi criado um quadrilátero não-convexo para mostrar que era possível um polígono de 4 lados apresentar um ângulo interno medido mais do que 180° . Entretanto, o enunciado da questão deixa claro que a propriedade é referente aos quadriláteros convexos, fato que o grupo desconsiderou. A resposta apresentada por essa equipe seria válida se o foco da questão também envolvesse figuras não-convexas.

Os grupos que ficaram com a propriedade 3 (G7 e G11) concordaram e acertaram ao afirmar que a mesma é verdadeira. Por meio da construção de dois quadriláteros (um grupo optou por desenhar um quadrado e o outro desenhou um retângulo) foi possível construir um exemplo que mostrou que a propriedade é verdadeira. um grupo inclusive testou uma variação do retângulo para um paralelogramo e verificou que o triângulo permanecia contido no polígono.

Figura 53: Testando a veracidade da propriedade 3



Fonte: Acervo da pesquisa

A resposta apresentada acima foi elaborada pelo G11. Após afirmar que a propriedade era verdadeira, os executores realizaram algumas mudanças nos elásticos para criar outros quadriláteros convexos e mostrar que a veracidade não se alterava.

Na quarta e última propriedade temos novamente uma Convergência, pois tanto G5, quanto G6 apresentaram que a propriedade era falsa. Contudo, as justificativas utilizadas por cada equipe fez com que uma resposta fosse considerada correta e a outra incorreta.

O G5 afirmou que todos os ângulos internos devem ser menores do que 180° , sendo coerente com o solicitado e apresentando uma resposta correta. Já o G6 cometeu o equívoco de justificar que todos os ângulos internos deveriam ser menores ou iguais a 90° . Essa resposta foi considerada inadequada, pois desconsidera vários quadriláteros convexos tanto notáveis (losango, paralelogramo e trapézio) como também outros convexos e não-notáveis.

Na sessão seguinte iremos discutir noções relacionadas aos aspectos de manipulação e apropriação da utilização do geoplano para solucionar as atividades propostas ao longo das duas oficinas com os estudantes da disciplina de Estágio Supervisionado I.

7.5 Análise do processo de Apropriação do Geoplano

Nessa seção iremos discutir como a utilização do geoplano influenciou, de certo modo, no tipo de resposta que foram apresentadas pelos sujeitos envolvidos nessa pesquisa. Também nos deteremos a investigar como esses participantes se apropriaram da utilização do geoplano e quais os esquemas que foram sendo desenvolvidos para os auxiliarem na execução e resolução das atividades.

Para alcançar o nosso objetivo principal de analisar o processo de gênese instrumental de estudantes de licenciatura em matemática ao utilizarem o geoplano para a resolução de atividades que envolvam características dos quadriláteros buscamos registrar todas as interações desses estudantes com o geoplano e até mesmo sem ele durante as oficinas.

Salientamos que o período de observação desses participantes da pesquisa foi curto (duas oficinas) e que os dados a serem analisados nessa etapa são apenas indícios que nos permitem refletir, com base em alguns indícios, de como estes licenciandos se apropriaram do geoplano para a resolução das atividades.

Consideramos pertinente esta análise, mesmo o tempo de investigação sendo relativamente curto, devido ao fato de que o geoplano apresenta uma estrutura simples (pregos dispostos de forma equidistante em um geoplano) e que se faz necessário apenas a manipulação de elásticos para que sejam criadas figuras.

Sendo assim, o geoplano em sua forma concreta não demanda nenhuma apropriação de diferentes ferramentas ou recursos, quando comparado com softwares de matemática. Seu manuseio é mais intuitivo e bastante prático, não necessitando, assim, de uma demanda de tempo maior para se apropriar de suas funcionalidades.

Para embasar nossa análise durante esse processo de investigação de apropriação do geoplano utilizaremos o conceito de esquemas de uso, preconizados na Teoria da Instrumentação, Rabardel (1995). Esses esquemas dizem respeito ao modo que um sujeito age sobre alguma coisa, ou seja, sua natureza é dinâmica, pois o modo que um sujeito atua sobre determinado artefato pode se modificar a partir do momento que o mesmo desempenha novas atividades.

A opção por realizar essa análise da apropriação após apresentar uma análise cujo foco estava voltado para as respostas apresentadas pelos licenciandos e não como essas respostas foram elaboradas justifica-se pelo fato de analisar o processo de gênese como um todo, agregando elementos tanto da primeira, como da segunda oficina.

Nesse sentido, vale ressaltar que os processos de gêneses instrumentais serão analisados não de forma individual, mas de modo coletivo. Uma vez que as atividades foram realizadas, na maioria das equipes por mais de um executor (licenciando responsável por solucionar as atividades propostas) e, em alguns casos, com interferências até do observador (licenciando responsável por registrar as ações dos integrantes do grupo).

Outro ponto a ser destacado é que serão analisados, nesta sessão, apenas os grupos que participaram das atividades da primeira e segunda oficina. Sendo assim, a seguir, discutiremos elementos e indícios de como ocorreu o processo de apropriação do geoplano nos grupos 1, 2, 4, 5, 7, 8, 9, 11 e 12.

A seguir, apresentaremos aspectos relacionados a apropriação do geoplano por cada equipe, mostrando algumas particularidades e situações consideradas relevantes para a pesquisa. Em seguida, será feita uma análise mais geral, apresentando pontos convergentes e divergentes em relação ao processo de gênese instrumental apresentado por cada equipe.

O primeiro grupo analisado foi o G1. Essa equipe teve os 3 membros tanto no primeiro, quanto no segundo dia de oficina. A interação entre os membros pôde ser registrada nas análises de vídeo registradas pelo observador da equipe e mostraram-se bastante produtivas para a elaboração das respostas apresentadas para as questões tanto da primeira oficina, quanto da segunda.

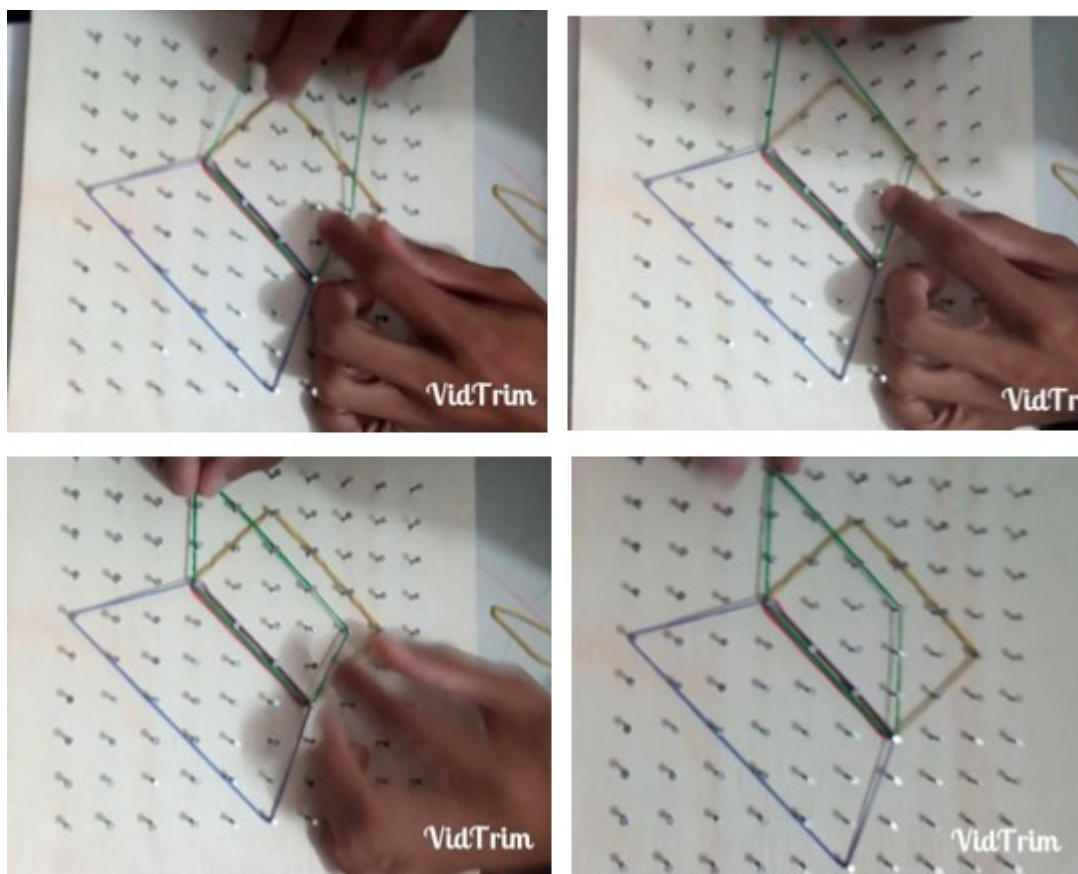
Em relação especificamente aos executores é possível perceber uma interação bastante produtiva entre eles, sendo que na primeira oficina os dois construíam as figuras ao mesmo tempo no geoplano e na segunda oficina cada um construía uma figura por vez e auxiliava a construção do outro, quando necessário. Acreditamos que essa mudança se deve justamente ao fato de que para a primeira oficina os licenciandos tinham uma maior liberdade em suas construções, enquanto que na segunda oficina as instruções para criar os quadriláteros eram mais restritas.

Os esquemas de uso mobilizados durante o manuseio do geoplano se baseou na utilização de um único elástico para a construção dos quadriláteros.

Principalmente a primeira oficina, os executores desempenharam um bom domínio do geoplano e clareza para representar as figuras que satisfaziam o que havia sido solicitado no enunciado de cada questão. Não havia hesitação ao construir as figuras, os executores simplesmente as faziam sem nenhuma dificuldade.

Contudo, ao analisar as atividades desenvolvidas na segunda oficina, foi possível perceber certa modificação nos esquemas de uso mobilizados pelos executores do G1. Os quadriláteros que seriam construídos não estão tão claros para os executores e, para conseguir finalizar a figura, alguns ajustes que antes não eram realizados, agora são. Os licenciandos vão se instrumentalizando com o geoplano e, à medida que constroem uma figura que não está de acordo com o solicitado na questão, eles vão realizando pequenos ajustes para que ela possa se adequar. A imagem a seguir ilustra bem essa situação.

Figura 54: Ajustes para a construção de um paralelogramo



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem anterior é possível perceber que a figura vai sendo construída, mas que alguns ajustes (manunção dos elásticos) são feitos para que a mesma

possa ser classificada como um paralelogramo. Esse esquema de construir partes da figura e ir realizando modificações na mesma até que seja finalizado o quadrilátero que havia sido pensando inicialmente só surge, para os integrantes do G1, nas atividades desenvolvidas na segunda oficina. A questão cuja a imagem acima se refere solicitava que fossem construídos quadriláteros ao considerar um segmento AB como sendo um dos seus lados. Com isso, os executores obrigatoriamente tinham que considerar uma figura respeitando essa característica, limitando assim, a opção de construção de diversas figuras.

No que diz respeito ao modo como os licenciandos constroem a figura e como posicionam o elástico nos pregos é possível perceber uma uniformidade na maioria das construções realizadas. Houve uma preocupação que os elásticos sempre fizessem o contorno em sentido horário nos pregos que delimitam as extremidades da figura e de que as figuras construídas continuassem montadas no geoplano até que os executores explicassem as características de cada uma delas.

Essa situação modifica-se apenas quando é construído um quadrilátero não-convexo. Esse tipo de polígono modifica a regra apresentada anteriormente e obriga que em pelo menos um dos pregos o elástico faça o contorno em sentido anti-horário, ou seja, que faça a curva para dentro da figura para que a mesma seja finalizada.

Entretanto, durante a construção de um quadrilátero não-convexo, os executores do G1 não atentaram para esse detalhe e, equivocadamente, em um mesmo segmento de reta, passou o elástico tanto em sentido horário (passando for fora da figura), quanto em sentido anti-horário (por dentro da figura). Essa mudança na disposição do elástico altera o perímetro da figura que, embora não seja o foco de discussão desta pesquisa, não pode ser desconsiderado.

Focando a análise agora no modo como os licenciandos do G2 utilizaram o geoplano para desenvolver as atividades propostas ao longo das duas oficinas é possível perceber algumas diferenças em relação ao que foi observado no G1.

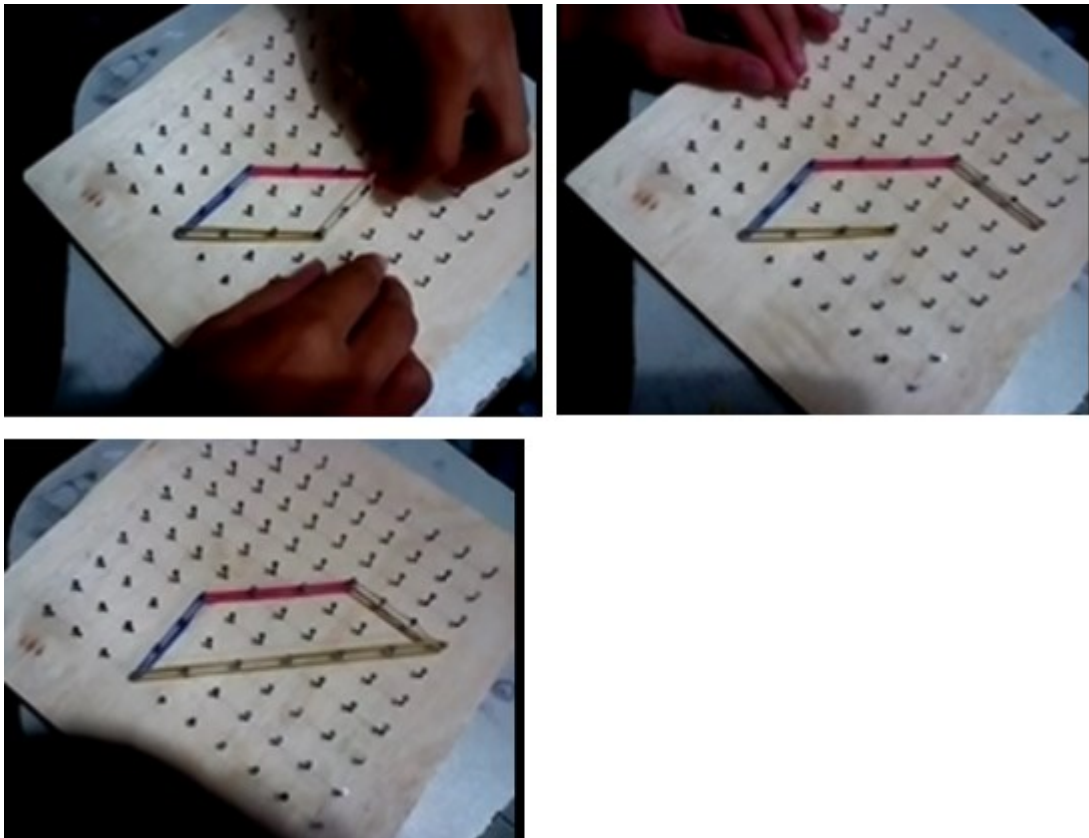
O observador da equipe, durante a primeira oficina, não registrou o momento de construção das figuras para captar as possíveis interações entre os executores. Foi filmado apenas as figuras já construídas, não nos oferecendo indícios do que foi discutido ou de como as figuras foram construídas. Já na segunda oficina, essa realidade se modificou e todo o processo foi registrado.

Ao comparar as figuras da primeira oficina com as da segunda foi possível perceber uma mudança no esquema de uso utilizado durante a construção. Os executores passam a utilizar 4 elásticos, ao invés de apenas um para elaborar os quadriláteros.

Outro aspecto a ser observado é a falta de interação entre os executores durante o manuseio do geoplano. Apenas um dos licenciandos constrói os quadriláteros enquanto que o outro apenas observa a ação do seu colega. Mesmo assim as figuras são construídas sem nenhuma dificuldade, evidenciando esquemas bem desenvolvidos para a construção das figuras sem necessitar de vários ajustes para formar a figura desejada.

Diferentemente do G1, os integrantes do G2 montavam e desmontavam as figuras no geoplano, sempre que houvesse a necessidade em se construir uma nova figura. Em um desses casos, um esquema de uso adotado pelos executores da equipe nos chamou a atenção, pois ao desmontar um paralelogramo com poucos ajustes foi construído um trapézio. Veja a imagem a seguir.

Figura 55: Transformando um paralelogramo em um trapézio



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem anterior é possível perceber que o executor responsável por construir esse quadrilátero tem uma boa compreensão de suas características. Isso porque ele percebeu que não seria necessário desmanchar todo o paralelogramo para construir um trapézio, apenas alguns ajustes fariam essa transformação. Esse foi um esquema de uso interessante utilizado pelo executor do G2 que mostrou um domínio das características do geoplano e dos quadriláteros para que fosse possível construir o polígono que desejasse. Esse tipo de esquema também foi utilizado por outras equipes que serão discutidas a seguir.

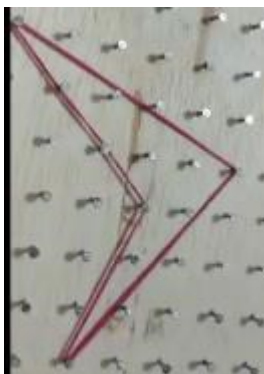
O aproveitamento de partes de uma figura anterior para a construção de novas só foi possível pois os licenciandos modificaram o seu esquema de utilização do geoplano. Passaram a construir figuras utilizando 4 elásticos e perceberam que desse modo, em algumas situações, seria possível facilitar certas construções geométricas.

Delimitando a análise agora para as construções realizadas pelos integrantes do G4 é preciso destacar um aspecto que se modificou da primeira para a segunda oficina. Um dos executores faltou a vivência das atividades da segunda oficina, sendo assim, o que antes era um trio (2 executores e 1 observador) passou a ser apenas uma dupla (observador e executor).

Os integrantes do G4 não apresentaram diferenças significativas para a construção das figuras tanto na primeira, quanto na segunda oficina. O esquema de uso adotado em praticamente todas as construções foi a utilização de um único elástico, exceto durante a resolução da última questão onde foi utilizado a junção de 4 elásticos para formar um quadrado.

No que diz respeito a padronização da posição dos elásticos temos que o mesmo sempre contorna os pregos da extremidade de cada polígono na posição horário. Contudo, em dois exemplos onde foram montadas figuras não convexas essa padronização foi desfeita, pois os executores não atentaram a necessidade de padronizar o modo como o elástico deve contornar as figuras. Veja a imagem a seguir que ilustra essa situação.

Figura 56: Não padronização na disposição dos elásticos



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem anterior é possível observar, como já abordado anteriormente, que uma figura não-convexa exige que um dos pregos sejam contornados em sentido anti-horário (passando por dentro da figura). Mas os executores do G4 fizeram isso em mais de um prego fazendo que o elástico estivesse ora em sentido horário e ora em sentido anti-horário.

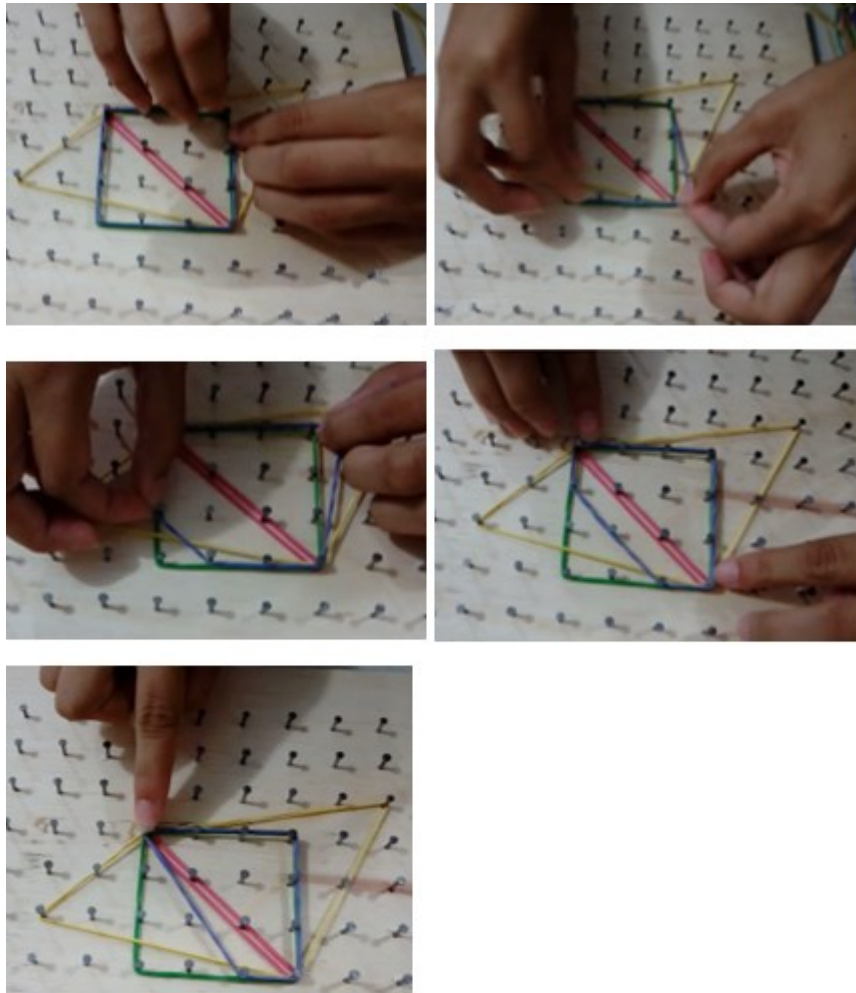
Talvez essa falha na construção se deva a uma não compreensão de como as figuras são construídas no geoplano e quais as características que precisam ser consideradas. Talvez, uma série de atividades que abordassem especificamente a construção de figuras não-convexas permitisse aos licenciandos o aporte necessário para eles irem se instrumentalizando sobre como construir esses polígonos ao utilizar o artefato em questão.

De modo semelhante ao G1, houve bastante interação entre os executores durante as atividades da primeira oficina, onde os dois construíam as figuras e auxiliavam o seu colega, quando necessário. Demonstrou-se ter bastante clareza nas figuras que seriam construídas, não necessitando de ajustes no elástico para construir a figura almejada no geoplano. Até mesmo na segunda oficina, quanto houve apenas um executor, foi possível constatar certa facilidade em manusear os elásticos no geoplano para construir as figuras desejadas.

Apenas uma situação (construção de um trapézio ao considerar um segmento AB como sendo uma de suas diagonais) gerou dificuldades para o executor. Nessa

situação, houve certa hesitação seguida de alguns ajustes para que finalmente o trapézio fosse construído. Veja a imagem a seguir

Figura 57: Dificuldades na construção de um trapézio



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem anterior é possível perceber a tentativa de construção de um trapézio (elástico azul) que respeitasse um segmento AB como sendo uma de suas diagonais. A sequência de fotos evidencia certa confusão e dificuldade para a construção que foi planejada a partir de um quadrado e seguido de vários ajustes até que o trapézio fosse construído. Inicialmente, o executor queria modificar um vértice que estava ligado a diagonal, mas logo viu que não poderia realizar essa alteração. Em outra tentativa ele manuseou o elástico para modificar os dois vértices adjacentes (aparentemente compreende que os vértices opostos estavam unidos

pela diagonal que não poderiam ser modificados) com o intuito de construir o trapézio. Contudo, com a mudança que ele fez a figura deixou de ser um quadrilátero e passou a ser um pentágono, pois agora possuía 5 lados. Para corrigir esse movimento outro ajuste foi realizado e o trapézio foi finalmente construído.

Essa dificuldade em construir o trapézio esteja relacionado com uma posição não típica dessa figura. Chegamos a essa conclusão pois em duas situações bastava apenas um movimento no elástico para construir a figura, não sendo necessário todos os demais movimentos.

O grupo 5 apresentou resultados semelhantes ao do G1. Com dois executores manipulando o geoplano para montar as figuras e interagindo entre si, utilizando como esquema de uso a utilização de um único elástico em suas construções. Houve uma preocupação em relação ao modo que o elástico ficaria no contorno de cada polígono (sempre contornando os pregos em sentido horário e por fora dos polígonos).

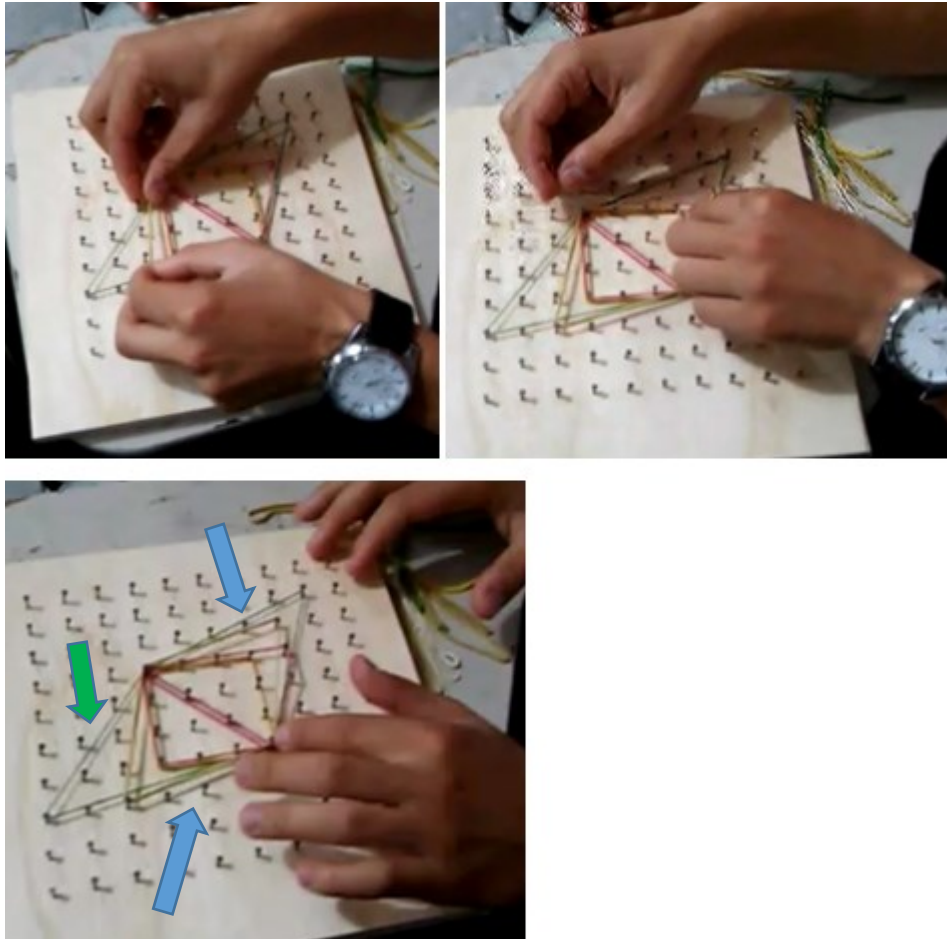
Na primeira oficina as figuras são construídas rapidamente, demonstrando uma boa habilidade, em ambos os executores, durante as construções. Os licenciandos parecem bem instrumentalizados com o geoplano, parecem ter em mente uma imagem bem clara do que será construído e não necessitam de ajustes em suas figuras. Contudo, essa situação se modifica com as atividades da segunda oficina. Os executores enfrentaram dificuldades e cometeram alguns equívocos para nomear e construir alguns quadriláteros, evidenciando assim, a necessidade de se desenvolver novos esquemas para solucionar atividades até então não abordadas.

Entretanto, os executores também apresentaram algumas estratégias interessantes para a construção de algumas figuras. Por exemplo, a construção de um losango a partir de um quadrado. Na imagem a seguir, ao observar especificamente a figura construída com o elástico amarelo, é possível perceber que primeiro é montado um quadrado. Em seguida, é realizado um movimento para esticar um dos vértices (indicado pela seta azul) do quadrado e o mesmo procedimento é realizado no vértice oposto. Desse modo, o que antes era um quadrado, transformou-se em um losango.

Contudo, o procedimento detalhado acima para a construção do losango já havia sido tentado uma vez, mas aplicado de forma equivocada. Observando o elástico na cor verde (indicado pela seta verde), constata-se que o mesmo procedimento foi utilizado também no intuito de construir um losango, mas que

originou outro tipo de quadrilátero convexo, pois para ser um losango todos os lados deveriam ser congruentes.

Figura 58: Construção de um losango a partir de um quadrado



Fonte: acervo da pesquisa

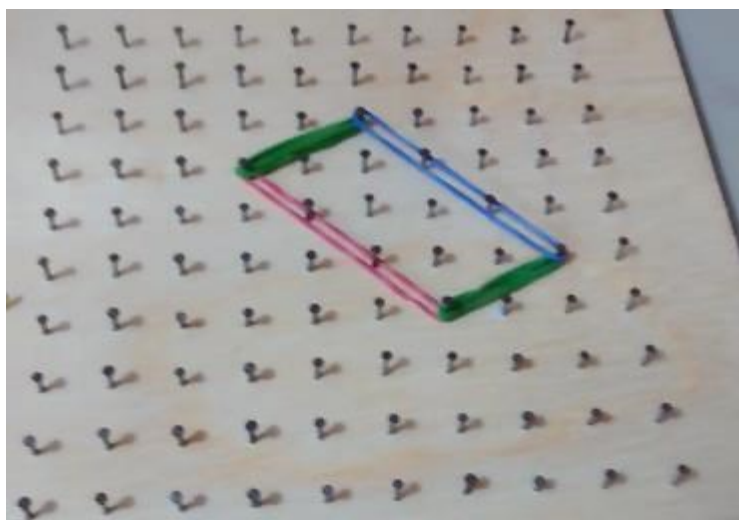
Os dados do G7 mostram resultados semelhantes com o do G2, mas com alguns pontos divergentes. Como esquema de uso para a construção das figuras utilizaram apenas um elástico durante a primeira oficina, mas modificaram esse esquema no segundo encontro, passando a utilizar a junção de 4 elásticos para formar as figuras. Essa mudança é decorrente do processo de instrumentalização por eles vivenciados, uma vez que diante de novas atividades perceberam a necessidade de modificar a forma de construir as figuras.

Embora exista certa interação entre as duas executoras do grupo, a maioria das figuras são criadas apenas por uma delas. Nesse aspecto da construção, vale destacar que foi um dos únicos grupos, juntamente com o G9, que padronizou todas as suas figuras quanto à disposição dos elásticos, tanto em suas figuras convexas, quanto em suas figuras não convexas. As licenciandas perceberam a necessidade, durante o seu processo de instrumentalização do geoplano para a construção das figuras, de que o padrão em suas construções deveria ser mantido tanto nos quadriláteros convexas, como também nos não-convexos.

Nas figuras convexas, quando utilizaram apenas um elástico, sempre faziam o contorno da figura em sentido horário, deixando os elásticos sempre para o lado de fora da figura. Já no caso das não-convexas foi respeitado o critério de que em apenas um prego o elástico gira em sentido anti-horário, os demais continuam em sentido horário. Quando foi utilizado 4 elásticos para a construção das figuras, tanto convexas quanto não-convexas, os pregos sempre ficavam sem seu interior, visto que cada elástico representava um segmento do polígono.

Um esquema interessante adotado pelas executoras desse grupo foi realizar voltas no elástico para torná-lo um pouco mais firme para construir segmentos com comprimentos menores. Essa estratégia foi utilizada durante a construção de várias figuras na segunda oficina para que fossem respeitados os critérios solicitados em cada questão. Veja a imagem a seguir que ilustra esse esquema.

Figura 58: Voltas no elástico para auxiliar a construção das figuras



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem acima é possível perceber que nos segmentos representados pelos elásticos verdes, algumas voltas foram dadas no elástico para que o mesmo não ficasse folgado e ultrapassasse os lados da figura. Esse procedimento foi desenvolvido ao perceber que em algumas situações o elástico não se adequava na construção da figura pretendida. Ou seja, durante o manuseio do geoplano, as executoras foram se instrumentalizando e perceberam a necessidade em utilizar um esquema diferente em sua construção para que fosse possível elaborar as figuras planejadas.

O G8 apresentou resultados semelhantes aos apresentados pelo G7, modificando apenas algumas dificuldades apresentadas para as construções dos quadriláteros durante as atividades da segunda oficina.

Os executores do G8, assim como as do G7, utilizaram apenas um elástico para a construção das figuras na primeira oficina e passaram a utilizar 4 para montar as figuras da segunda oficina. Também realizaram o mesmo esquema de uso “dar voltas” nos elásticos para a construção das figuras que apresentavam segmentos de menor comprimento. Durante a primeira oficina não apresentaram dificuldades em suas construções. Essa situação se modifica na segunda oficina, fazendo com que eles realizassem algumas tentativas com o intuito de montar o quadrilátero planejado inicialmente.

A dificuldade apresentada no parágrafo anterior se agravava ainda mais quando se tratava da construção de figuras não-convexas, pois os executores não tinham uma representação do que queriam construir e apresentavam dificuldades também para utilizar o geoplano como um suporte para que por meio de tentativas pudesse construir tais figuras.

Assim como a grande semelhança entre o modo como os executores do G8 e as do G7 tiveram em relação a manipulação do geoplano para o desenvolvimento das atividades ao longo das duas oficinas, podemos destacar uma semelhança ainda maior entre o G9 e o G7.

Esses últimos dois grupos citados foram os únicos que construíram quadriláteros convexos e não-convexos sempre padronizando o modo como os elásticos deveriam estar em suas figuras. Também apresentou mudanças nos esquemas utilizados para a construção das figuras em relação a primeira e a segunda oficina (mudança na quantidade de elásticos utilizados para a construção das figuras, de apenas um passou a utilizar 4).

A única diferença entre essas duas equipes foi a interação entre os executores durante a construção das figuras. Enquanto que no G7 ambas as executoras criavam as figuras e interagiam entre si, no G9 apenas um executor realizava as construções, embora houvesse certa interação com o outro executor.

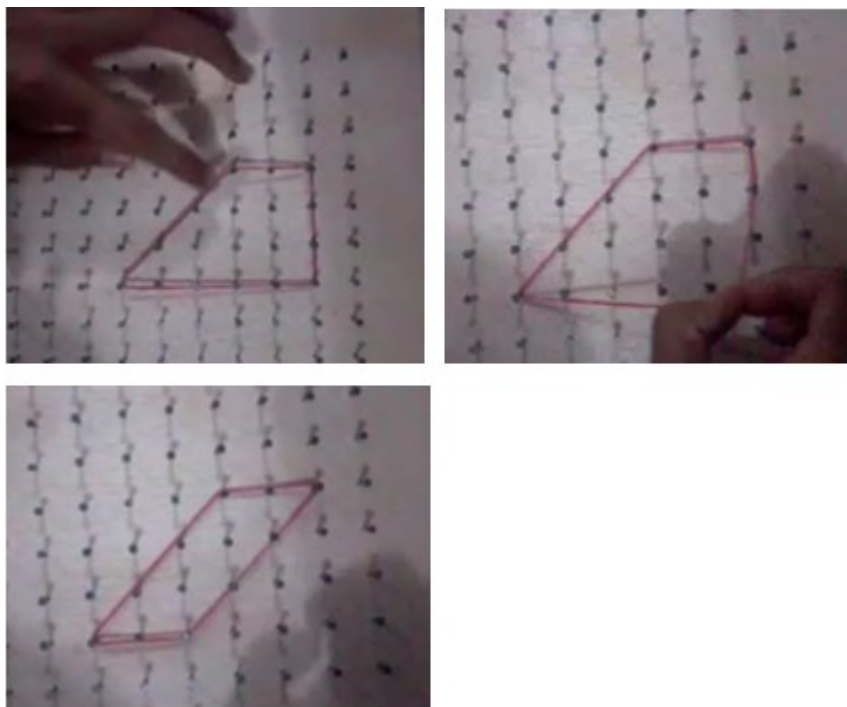
Já com o grupo G11 é possível identificar alguns esquemas de uso que foram utilizados por seus executores que não foram observados nas construções das outras equipes, mesmo o seu observador não tendo registrado a construção as figuras na oficina 1, apenas as figuras já construídas.

Observando os quadriláteros construídos na primeira oficina foi possível identificar que foi utilizado apenas um elástico para a construção das figuras e que em algumas delas não houve uma preocupação em padronizar como o elástico ficaria nas extremidades de cada polígono. Aliás, sempre que as figuras construídas foram não convexas, não houve uma padronização dos elásticos.

Os dois executores interagiram durante as construções, sendo que um deles ficava responsável por construir a maioria das figuras na primeira oficina e, quando passou para as atividades da segunda oficina, construiu todos os quadriláteros. Nesse aspecto vale destacar que não houve alterações no esquema de uso utilizado para a construção das figuras, pois em ambas as oficinas foi utilizado apenas um elástico.

Duas situações, dentre outras, se destacaram quanto a utilização do geoplano para a construção de alguns quadriláteros. Uma delas foi a transformação de um quadrado em um losango (como também foi realizado pelo G5, mas que pelo G11 ficou mais evidente a mudança nos vértices opostos do quadrado) e a modificação de um trapézio em um paralelogramo com apenas um movimento no elástico. A seguir apresentaremos as imagens para ilustrar essas situações.

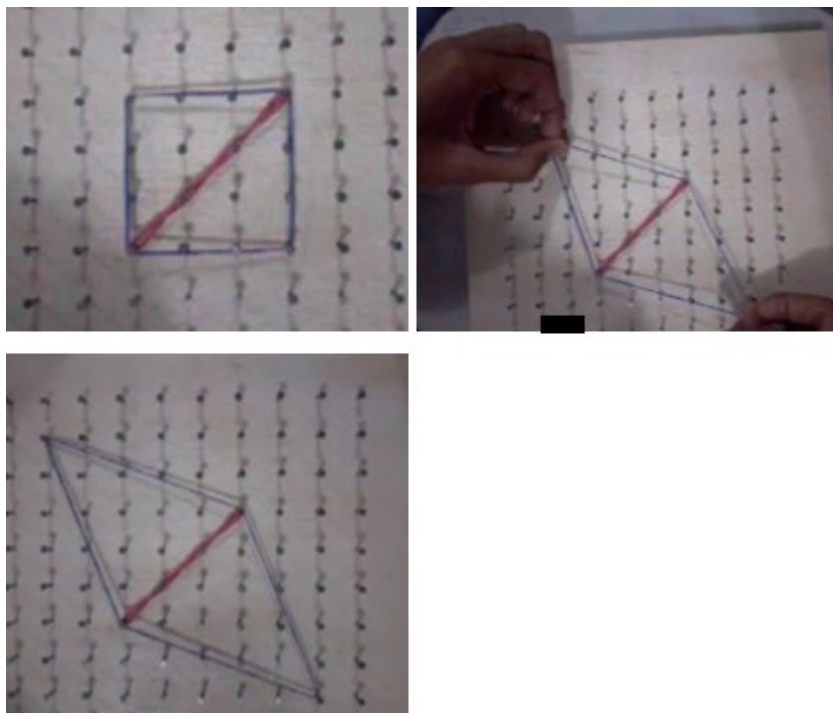
Figura 59: Mudança de um trapézio para um paralelogramo



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem anterior é possível perceber que com apenas um movimento no elástico em um dos vértices do trapézio foi construído um paralelogramo. Esse esquema utilizado para utilizar as características das figuras já construídas para serem aproveitadas para a construção de uma próxima figura mostra que os executores dessa equipe reconhecem algumas das características semelhantes a ambas os quadriláteros trabalhados. Veja a seguir uma imagem que apresenta a construção de um losango a partir da construção de um quadrado.

Figura 60: construção de um losango a partir de um quadrado



Fonte: acervo da pesquisa

Na imagem acima é possível perceber que o executor do G11 percebeu que um quadrado pode ser transformado em um losango com alguns movimentos. Ao movimentar o elástico em dois vértices opostos do quadrado foi possível construir um losango.

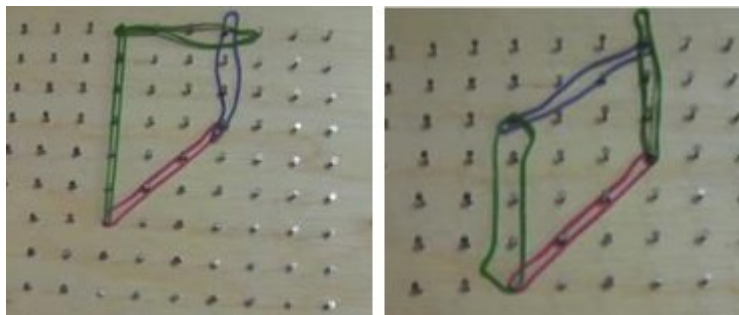
Analisando agora os dados referentes ao nosso último grupo, o G12, algumas situações podem ser analisadas. A primeira delas é o fato de que esse grupo, assim como o g4, durante a segunda oficina, um dos seus executores não compareceu, deixando de ser trio para se transformar em uma dupla.

Outra característica marcante nesse grupo, mas que de forma negativa foi o modo como o geoplano e os elásticos foram utilizados para a construção das figuras. Houve um descaso tanto no aspecto estético, quando no aspecto conceitual das características das figuras, além do fato de que o observador não registrou as interações e nem as figuras construídas durante a primeira oficina.

Em relação a segunda oficina foi possível identificar algumas características referentes a sua construção. Os quadriláteros são formados a partir da junção de 4 elásticos que são colocados no geoplano e, mesmos sendo visível que ficaram folgados e não estão corretamente ajustados para representar os segmentos, a executora não se preocupa para esse detalhe e segue criando as figuras sem se

preocupar com essa característica. Veja a seguir uma imagem que ilustra como as figuras foram construídas pelo G12.

Figura 61: Construção de figuras pelo G12



Fonte: acervo da pesquisa

Como pode ser observado na imagem anterior, não houve uma preocupação em padronizar os esquemas de uso adotados pela executora do G12 durante a construção das figuras. Visivelmente o elástico passa em alguns segmentos e em outros está bastante curvo (o que faz com que nem seja considerado um polígono, ao considerar a geometria plana).

Esse descaso para a construção das figuras se refletiu durante a elaboração de algumas respostas tanto na primeira atividade, quanto na segunda. Em ambas as oficinas, equívocos foram cometidos pelas integrantes do G12 ao nomear alguns dos quadriláteros por elas construídos.

A seguir, para sintetizar as informações obtidas e mostrar uma noção geral de como o geoplano foi utilizado pelos grupos durante a vivência das atividades, alguns quadros sínteses seguidos de algumas discussões serão apresentados com o intuito de esclarecer alguns aspectos relacionados a utilização do geoplano durante a resolução de atividades envolvendo as características dos quadriláteros.

O primeiro aspecto a ser abordado é os esquemas de uso mobilizados durante as construções. Será que houve diferenças em relação as construções das equipes que construíram os quadriláteros utilizando um único elástico quando comparadas com as equipes que realizaram as construções a partir da junção de 4 elásticos? O geoplano foi utilizado para representar quadriláteros que os licenciandos já tinha em mente, bem esclarecidas ou foi utilizado para auxiliar (por meio de tentativas e ajustes) a construção dessas figuras? Discutiremos a seguir as respostas para essas questões.

No que diz respeito aos esquemas de uso utilizando os elásticos temos uma síntese das informações no quadro a seguir.

Quadro 8: Utilização dos elásticos para a construção dos quadriláteros

Quantidade de elásticos utilizados na construção dos quadriláteros		
Apenas 1	4 elásticos	Ambos (apenas 1 ou 4)
G1, G5 e G11	G12	G2, G4, G7, G8 E G9

Fonte: acervo da pesquisa

As informações do quadro acima baseiam-se nas construções realizadas tanto na primeira, quanto na segunda oficina. Seguindo essa lógica, é possível perceber que apenas uma equipe decidiu utilizar apenas 4 elásticos durante todas as suas construções, diferentemente dos grupos que utilizaram apenas um elástico para elaborar os quadriláteros. Contudo essa informação baseia-se apenas nas construções realizadas na segunda oficina, visto que não se tem registro em vídeo das ações da primeira oficina realizada pelo G12.

O maior quantitativo de grupos pertence a opção dos que utilizaram tanto 1 elástico, como também 4. Todos os grupos dessa categoria modificaram o modo de construir as figuras após a realização da primeira oficina. Durante as construções do primeiro encontro, onde os licenciandos detinham uma liberdade para construir as figuras no tamanho que o geoplano permitisse foi utilizado apenas um elástico. Já na segunda oficina onde o comando de duas questões pedia para já se considerar um segmento de reta AB para a construção das figuras, essas equipes passaram a construir os quadriláteros a partir da junção de 4 elásticos.

A mudança no esquema de uso utilizado para a construção das figuras não impactou no resultado e na coerência dos polígonos construídos. Tanto as equipes que utilizaram apenas um elástico, quanto as que também utilizaram 4 elásticos apresentaram equívocos ao nomear algumas de suas construções.

Desse modo, com base dos dados analisados e na vivência das atividades durante as oficinas constatamos que o modo como o quadrilátero é construído (apenas 1 elástico ou 4 elásticos) não interferiu no tipo de resposta apresentado pelos licenciandos. Acreditamos que essa mudança no modo de construir as figuras

poderia interferir na quantidade de quadriláteros convexos ou não-convexos construídos por cada equipe, mas essa hipótese não se confirmou ao analisar os dados.

Ao observar os erros e equívocos cometidos ao longo das duas oficinas tanto para classificar e definir os quadriláteros, como também na diferenciação entre paralelogramo e nas dificuldades para a construção de losangos, é possível identificar praticamente a mesma quantidade de grupos que construíram suas figuras com apenas 1 único elástico ou com 4. Por esse motivo é que consideramos que o esquema de uso adotado no que diz respeito a quantidade de elásticos utilizados para a construção das figuras não interferiu no tipo de resposta apresentado pelos licenciandos.

No que diz respeito em considerar as características do geoplano e as figuras já construídas para auxiliar as próximas construções notamos que esse esquema de uso foi utilizado em apenas dois grupos (2 e 5), como foram retratados nas figuras 50 e 55. Esse fator corrobora a nossa afirmação do parágrafo anterior.

Quanto ao aspecto do geoplano ser utilizado para auxiliar durante a elaboração de uma resposta para cada atividade desenvolvida ou se esse recurso serve apenas para representar o que os licenciandos solucionaram sem manusear o geoplano identificamos uma grande diferença em relação as atividades da primeira e da segunda oficina. Veja os dados sintetizados no quadro a seguir.

Quadro 9: Geoplano utilizado para auxiliar a resolução ou apenas construir as figuras

Oficina 1	
Apenas representou os quadriláteros	Foi utilizado para elaborar a resposta por meio de alguns testes
G1, G4, G5, G7 e G8	G9
Oficina 2	
Apenas representou os quadriláteros	Foi utilizado para elaborar a resposta por meio de alguns testes

G2, G4 e G7	G1, G5, G8, G9, G11 E G12
-------------	---------------------------

Fonte: Acervo da pesquisa

Primeiramente, sobre o quadro anterior, os grupos 2, 11 e 12 não aparecem nos dados relativos à primeira oficina devido ao fato de não termos os acervos em vídeo para analisar como as construções dos quadriláteros foram realizadas. Assim sendo, não é possível identificar como o geoplano foi criado se nos grupos citados o processo de construção dessas figuras não foi filmado ou se apenas foi registrado a figura já construída.

Observando as informações contidas no quadro 9 é possível identificar que na primeira oficina apenas um grupo (G9) utilizou o geoplano como suporte para os auxiliarem durante a construção dos quadriláteros utilizados. Todos os demais grupos apenas representaram as figuras que já tinham em mente e as reproduziram no geoplano.

Vale ressaltar que quando falando que “apenas utilizaram o geoplano” estamos nos referindo que as características do geoplano não foram consideradas para a construção das figuras. Não foram realizadas tentativas ou esboços para se ter uma noção de como construir os quadriláteros.

Entretanto, essa realidade sobre a utilização do geoplano para solucionar as atividades muda bruscamente quando observamos as construções realizadas na segunda oficina. Por se tratar de questões que pediam a construção de quadriláteros a partir de algumas características pré-definidas (considerar um segmento de reta AB como sendo um dos seus lados ou uma de suas diagonais), houve um aumento na utilização do geoplano como um suporte para que fossem criadas as figuras respeitando o que fora solicitado no enunciado de cada questão.

Desse modo, na segunda questão um total de 6 grupos (G1, G5, G8, G9, G11 e G12) passaram a utilizar o geoplano para auxiliar na elaboração da sua resposta. Apenas os grupos (G2, G4 e G7) mantiveram como padrão utilizar o geoplano apenas para representar figuras que eles já tinham em mente sem precisar construir alguns esboços até que se tenha o quadrilátero desejado.

Portanto, no que diz respeito ao modo como o geoplano é utilizado durante a resolução das atividades acreditamos que o tipo de questão está diretamente relacionado aos esquemas utilizados para a construção das figuras. Quando se tem a liberdade de construir uma figura qualquer ou exemplificar diferentes polígonos de

uma mesma classe de polígonos, a característica de construir e desconstruir figuras de modo mais fácil não foi aproveitada pela maioria dos sujeitos.

Contudo, quando se delimita algumas características específicas como, por exemplo, um lado ou uma diagonal de uma figura, a situação se modifica e os sujeitos tendem a utilizar o geoplano para esboçar diferentes figuras até que se construa o que foi solicitado na alternativa da questão.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa objetivou investigar como estudantes de licenciatura em matemática utilizavam o geoplano como um recurso didático para os auxiliarem durante a resolução de algumas atividades envolvendo características dos quadriláteros, especificamente o seu conceito, definição e critérios de convexidade.

Para alcançar esse objetivo tivemos como embasamento a utilização de duas teorias: TOI – Teoria da Orquestração Instrumental e TI – Teoria da Instrumentação. A utilização dessas duas teorias nos proporcionou o aporte necessário para planejar, desenvolver e executar oficinas com estudantes de licenciatura em matemática para que fosse possível analisar como esses participantes manuseiam o geoplano diante de algumas situações específicas.

A TOI embasou todo o processo de planejamento, desenvolvimento e criação das oficinas. Apoiados nos seus elementos teóricos foi desenvolvido um conjunto de atividades distribuídas em duas oficinas, ambas com atividades envolvendo os quadriláteros, mas cada uma delas com o foco voltando para um tipo determinado de questão.

A primeira oficina buscou atividades que estimulasse os licenciandos em matemática a conceituar e definir o que seria um quadrilátero, assim como também utilizar os critérios de classificação para a construção e categorização de alguns polígonos que foram solicitados e disponibilizados na primeira atividade.

Já a segunda oficina tinha como foco a criação de quadriláteros a partir de características pré-estabelecidas (diagonal e arestas), trabalhando com a noção de ângulo reto e também uma situação que explorava o conceito de convexidade.

Com as oficinas planejadas e desenvolvidas veio o momento de colocar em prática, de vivenciar as atividades. Para isso dividimos os licenciandos em trios, onde cada integrante teria um papel a desempenhar durante as atividades. Um ficaria responsável por registrar as ações dos outros colegas (observador), enquanto que os outros dois deveriam solucionar as atividades (executores).

Com as atividades vivenciadas, veio o momento da análise onde foi possível confirmar algumas hipóteses que havíamos previstos, como também encontrar respostas inesperadas.

Sobre a definição dos quadriláteros foi possível observar que vários grupos definiram essa família de figuras de modo equivocado. Um total de 75% dos grupos

(9 equipes) que participaram dessa atividade apresentaram uma definição incompleta para conceituar esse tipo de polígono. O principal motivo para esse alto índice foi o fato de não considerar que um quadrilátero necessita ser uma figura fechada.

Quanto aos critérios de classificação utilizados para classificação dessas figuras algumas equipes mostraram uma visão limitada para considerar esse tipo de polígono. Aproximadamente 33% das equipes consideraram como critério para classificação a divisão em quadrado, retângulo, losango, paralelogramo e trapézio. Essa resposta é equivalente a dizer que existem apenas os quadriláteros notáveis, desconsiderando os demais tipos de polígonos dessa família de figuras.

Talvez este tipo de resposta esteja relacionado com a ênfase que é dada aos quadriláteros notáveis durante a educação básica e parte do ensino superior. Essa justificativa é reforçada quando analisados os tipos de figuras construídas por todas as equipes ao término das duas oficinas. Apenas 4 equipes (aproximadamente 33%) construíram, durante o manuseio do geoplano, algum tipo de quadrilátero não-convexo. Isso significa que em todas as situações propostas durante as atividades desenvolvidas nessa pesquisa, 8 equipes não utilizaram nenhuma construção de polígonos não-convexos.

Evidenciamos uma dificuldade dos licenciandos em matemática para solucionar devido a uma não compreensão das características dos quadriláteros. Por exemplo, 25% (3 equipes) não conseguiram construir dois quadriláteros de modo que um fosse classificado como paralelogramo e o outro como um não-paralelogramo. Essa dificuldade é ainda maior quando abordamos o losango. Das 9 equipes que se propuseram a construir essa figura em alguma questão, 7 delas construíram ou nomearam de forma equivocada um losango.

No que diz respeito a quarta questão da segunda oficina que envolvia algumas propriedades sobre convexidade dos quadriláteros a maioria das equipes conseguiu acertar a questão. Apenas um grupo não conseguiu entender a propriedade e outros 2 apresentaram uma resposta considerada inadequada. Todos os outros 5 grupos (aproximadamente 63% das equipes que apresentaram resposta para essa questão) apresentaram uma resposta considerada adequada ao descobrir as propriedades falsas e fazer as alterações necessárias para que viessem a ser verdadeiras e, no caso das verdadeiras, foi identificado a sua veracidade construída uma figura que a confirmasse.

Esperava-se em algumas situações, o aparecimento de algumas respostas equivocadas, mas nos surpreendeu o quantitativo de resoluções com essa característica. Esse resultado revela que os conteúdos relacionados a geometria euclidiana devem ser melhores trabalhados não somente no curso de licenciatura em matemática, mas também durante a educação básica.

Não se pode atribuir a culpa somente aos licenciandos por alguns dos resultados apresentados, pois dependendo de como se observe eles podem também serem vistos como vítimas de um processo. Isso porque para chegar em uma disciplina do 5º período em matemática esses licenciandos passaram por todas as etapas da educação básica e cursaram algumas disciplinas na licenciatura. Logo, os conhecimentos relacionados as características dos quadriláteros deveriam terem sido abordadas de modo que tais dúvidas não permanecessem nesses licenciandos.

Tratando especificamente do geoplano como um recurso didático para se abordar as características dos quadriláteros é possível perceber alguns pontos onde sua utilização foi crucial para que os estudantes de licenciatura pudessem chegar a uma solução diante de algumas situações ao longo das duas oficinas.

Como pensando inicialmente, o fato do geoplano permitir a construção e ajustes em figuras planas de modo prático e rápido mostrou ser uma característica importante para auxiliar a resolução de algumas atividades envolvendo as características dos quadriláteros.

Essa facilidade na construção possibilitou que muitas equipes pudessem elaborar uma resposta até mesmo para as situações em que apresentavam dificuldades e se questionavam se era possível construir um quadrilátero que respeitasse as características impostas no comando de cada questão.

Por meio da construção de alguns modelos que serviam como uma espécie de testes, os licenciandos construíam uma figura e iam realizando ajustes e analisando o que deveria ser feito para que o quadrilátero construído apresentasse as características solicitadas no enunciado de cada questão.

A utilização desses esquemas de uso como estratégia de resolução possibilitou que em algumas situações as equipes modificassem as respostas apresentadas por perceber alguns equívocos ou novas possibilidades que até o presente momento, antes da manipulação do geoplano, não haviam sido previstas pelos integrantes do grupo.

A construção desses modelos e dos esquemas utilizados para a construção das figuras durante o manuseio do geoplano foi se modificando à medida que os licenciandos iam se instrumentalizando com o artefato em questão para que fosse possível solucionar algumas atividades que até então não tinham sido abordadas. Um exemplo desse processo de instrumentalização durante a utilização do geoplano é o fato de dar algumas voltas nos elásticos e nos pregos que foram um lado da figura para que o elástico não fique frouxo ou ultrapasse os limites da figura. Esse esquema só foi mobilizado após alguns licenciandos reconhecerem que em segmentos menores os elásticos não os representariam de forma correta.

Analizando de modo específico as atividades desenvolvidas ao longo das duas oficinas é possível identificar que o geoplano foi mais utilizado nas atividades da segunda oficina, o que, de certo modo, já era esperado. Essa mudança está relacionada com o tipo de atividade desenvolvida em cada encontro.

Enquanto na primeira oficina as questões possuíam como característica um aspecto mais teórico, a manipulação do geoplano restringiu a elaboração de figuras que exemplificassem (na maioria dos casos) o que os licenciandos haviam elaborado sem que fosse necessário manusear o geoplano. Nessas situações afirmamos que o geoplano serviu apenas para representar o que os licenciandos já conheciam sobre os quadriláteros, não apresentando diferenças significativas na relação que os estudantes possuem com os quadriláteros.

Já nas atividades desenvolvidas na segunda oficina esse cenário sofre algumas modificações. Isso porque o tipo de atividade a ser solucionada pelos estudantes de licenciatura de matemática deixam um pouco de lado o aspecto teórico e passam a apresentar uma característica mais prática. Embora ambas as oficinas solicitem a construção de figuras no geoplano, na primeira oficina essas construções são livres, permitem aos executores de cada equipe uma liberdade para escolher e construir, do modo que quiserem, quadriláteros para cada questão.

Na segunda oficina os licenciandos devem construir figuras a partir de um segmento de reta como sendo uma de suas diagonais ou como sendo um dos seus lados, por exemplo. Essa mudança fez com o geoplano fosse mais utilizado para se construir esboços e realizar ajustes nos quadriláteros elaborados por cada equipe até que uma resposta final fosse apresentada pelo grupo.

Como já esperado, a interação entre os licenciandos responsáveis por solucionar as atividades em cada equipe contribuiu para as respostas apresentadas

em cada situação. Em alguns casos, ambos executores construíam as figuras e realizavam ajustes e discutiam com o colega sobre as construções e os esquemas utilizados durante o manuseio do geoplano.

O fato de diferentes equipes respondendo as mesmas questões na maioria das atividades desenvolvidas ao longo das duas oficinas não mostrou ser um empecilho por talvez apresentar os mesmos tipos de resposta. Muito pelo contrário, evidenciou-se uma diversidade de fatores que foram considerados em nossa análise ao apresentar diferentes formas de se utilizar o geoplano em algumas construções.

Os diferentes esquemas de uso utilizados pelas equipes para criar os quadriláteros, diferentemente do que pensamos inicialmente, não apresentou diferenças significativas em relação aos tipos de respostas apresentados pelos estudantes de licenciatura. Construir a figura utilizando um único elástico ou construí-la a partir da junção de 4 elásticos não influenciou nas respostas apresentadas, pois ambos esquemas de uso foram utilizados tanto durante procedimentos de resolução corretos, quanto também os equivocados com uma frequência quase que idêntica.

Mais importante do que a quantidade de elásticos utilizados durante a construção das figuras foi a compreensão das características dos quadriláteros que cada licenciando apresentou durante a vivência das atividades. Esse aspecto, inclusive, entra como uma perspectiva para o desenvolvimento de trabalhos futuros, pois os nossos dados sugerem que a não compreensão ou a confusão em relação as características dos quadriláteros interferiram fortemente nas respostas apresentadas pelos licenciandos. Para isso, faz-se necessário que seja investigado o conhecimento que estudantes de licenciatura ou até mesmo professores já formados apresentam em relação aos quadriláteros e como esses conhecimentos influenciam durante atividades que explorem a construção de figuras em um geoplano ou outro recurso didático, como por exemplo, um software de geometria dinâmica.

Outro aspecto a ser considerado é a pertinência na utilização do geoplano como um recurso didático para auxiliar a construção de figuras planas durante as aulas de matemática. No caso dessa pesquisa, em algumas situações os licenciandos apenas reproduzem quadriláteros cujas as características eles conhecem ou desconhecem. Nesse sentido, apenas reproduzir uma figura não

apresenta indícios de que pode contribuir com a aprendizagem dos estudantes, seja na educação básica ou no ensino superior.

Essa situação apresentada no parágrafo anterior foi destacada ao analisar as respostas apresentadas por 3 grupos ao longo de nossas oficinas. Mesmos os licenciandos de cada equipe tendo acesso ao geoplano para construir e desconstruir figuras de maneira prática e fácil, eles não manipulam o geoplano e fazem esboços em uma folha de papel ou simplesmente constroem uma figura (sem nenhum ajuste nos elásticos). Parece que para esses licenciandos o geoplano foi utilizado apenas porque havia sido solicitado, não por achar que o material poderia contribuir para as respostas elaboradas pela equipe.

Os nossos dados sugerem que a utilização do geoplano deve servir para contribuir para a criação de situações específicas que não solicitem apenas que seja construído uma figura qualquer, mas que as características dessa figura sejam levadas em consideração durante a sua construção. Por exemplo a segunda questão de nossa segunda oficina, não era solicitado a construção de um polígono qualquer, mas um quadrilátero a partir de uma diagonal dada. Esse tipo de situação mostrou ser mais desafiador para os licenciandos, exigindo deles raciocínio e análise de uma situação para a construção de figuras que satisfizessem o que havia sido solicitado.

Ressaltamos que analisar a produção dos licenciandos durante dois encontros, com duração média de 1 hora e 30 minutos cada, possibilitou que fossem identificados vários fatores relacionados a compreensão que esses participantes possuem dos quadriláteros. Mas, ao pensar no aspecto da investigação do processo de apropriação desses estudantes de licenciatura, os dados coletados apresentam apenas indícios, uma fração do processo de gênese. Essa informação serve como uma perspectiva para o desenvolvimento de pesquisas futuras sobre a necessidade de uma demanda maior de tempo de investigação para analisar de modo mais detalhado o processo de gênese instrumental durante a utilização de algum instrumento.

Finalizando as ideias apresentadas nessa pesquisa concluímos que o geoplano é um recurso didático interessante para se trabalhar as características dos quadriláteros, mas que o tipo de atividade a ser desenvolvida deve ser planejada para se beneficiar das características apresentadas por este recurso didático. Caso contrário, a sua utilização poderá servir apenas para “enfeitar” a aula de matemática

ao não proporcionar o desenvolvimento de situações e atividades em que a utilização do geoplano faça sentido.

REFERÊNCIAS

BARBOSA, C. P. **O pensamento geométrico em movimento: um estudo com professores que lecionam matemática nos anos iniciais do ensino fundamental de uma escola pública de Ouro Preto (MG)**(Dissertação de mestrado). Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG, Brasil, 2011.

BARROS, A. L. S.; ROCHA, C. A. **O uso do geoplano como material didático nas aulas de geometria**. Anais do VIII ENEM – Minicurso. Pernambuco. 2004

BITTAR, M. **A abordagem instrumental para o estudo da integração de tecnologia na prática pedagógica do professor de matemática**. In: Educar em Revista, Curitiba: Editora UFPR. 2011, p. 157-171.

BRASIL. Ministério da Educação. **Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática**/ Ministério da Educação. — Brasília: MEC, 2007.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** / Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/ Secretaria de Educação Fundamental. — Brasília: MEC/SEF, 1998.

CONCEIÇÃO, D. A., & Oliveira, K. P. **Uma análise do nível do conhecimento geométrico dos professores de matemática das escolas estaduais do município de São Vicente Ferrer**(Monografia de graduação), Universidade de Pernambuco, Nazaré da Mata, PE, Brasil, 2014.

COLLI, E.. Não existe polígono uniéstável. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, p. 32 - 39, 2008.

COSTA, André Pereira da. **A construção do conceito de quadriláteros notáveis no 6º do ensino fundamental: um estudo sob a luz da teoria vanhieliana**. 2016. 242f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2016.

COSTA, A. P.; CÂMARA DOS SANTOS, M. **Aspectos do pensamento geométrico demonstrados por estudantes do Ensino Médio em um problema envolvendo o conceito de quadriláteros**. XIV Conferência Interamericana de Educação Matemática. Tuxtla Gutiérrez, Chiapas, México, 2015.

COSTA, D. E.; PEREIRA, M. J.; MAFRA, J. R. S. **GEOPLANO NO ENSINO DE MATEMÁTICA: alguns aspectos e perspectivas da sua utilização na sala de aula.** Revista de Educação em Ciências e Matemáticas V.7 - n. 13 - jul. 2010/dez. 2010, V. 7 - n. 14 - jan 2011/dez. 2011.

COUTO, R. M. L. S. **Mediações Didáticas da Tutoria Online da Geometria Analítica:** uma análise à luz da orquestração instrumental e das representações semióticas. 2015. 172f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco: Recife, 2015.

CRESCENTI, E. P. A formação inicial do professor de matemática: aprendizagem da geometria atuação docente. **Práxis Educativa.** Ponta Grossa, PR, v.3, n.1, p. 81-94, jan.-jun. 2008.

DENECA, M. L. **Material Didático: Catálogo de Materiais Didáticos Manipuláveis e Atividades para o Laboratório de Ensino de Matemática.** Programa de Desenvolvimento Educacional – PDE. Departamento de Matemática. Universidade Federal de Londrina. Fevereiro / 2008.

DRIJVERS, P. *et al.* **Instrumental Orchestration: Theory and Practice.** Freudenthal Institute for Science and Mathematics Education, Utrecht University. France, 2010.

FERREIRA, P. S. M. **O uso do Geoplano Digital em sala de aula como proposta para cálculo de áreas dos Quadriláteros.** Seropédica, RJ. 53 p. Dissertação (Mestrado em Matemática). Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2013.

IOREZE, L. A. *et al.* **Utilização de Recursos Digitais e sua Integração na Atividade do Professor de Matemática para a Aprendizagem dos Conceitos de Proporcionalidade.** XX Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, Florianópolis - SC – 2009.

GATTEGNO, C. **A pedagogia da Matemática.** Disponível em: <http://www.inf.ufsc.br/~edla/projeto/geoplano/oquee.html>. Acesso em: 30 de janeiro de 2017.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. **Geometria.** In: João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho. (Org.). Matemática: Ensino Fundamental (Série Explorando o ensino). Brasília: Ministério da Educação: Secretaria da Educação. Básica, 2010, v. 17, p. 135-166.

LIMA, P. F.; CARVALHO, J. B. P. F. **A Geometria escolar hoje:** conversas com o professor que ensina matemática. In: Maria Célia Leme da Silva e Wagner Rodrigues Valente (orgs.). A geometria nos primeiros anos escolares: história e perspectivas atuais. Campinas, SP: Papirus, 2014.

LORENZATO, S. (org.). **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores** / Sergio Lorenzato (org.). (Coleção Formação de Professores) – 3. Ed. – Campinas, São Paulo, 2012.

LUCENA, R. GITIRANA, V. TROUCHE, L. **Teoria Da Orquestração Instrumental: Um Olhar Para A Formação Docente.** I Simpósio Latino-Americano de Didática da Matemática 01 a 06 de novembro de 2016 Bonito – MS/ Brasil, 2016.

MACHADO, P. F. **Fundamentos de geometria plana** / P. F. Machado. – Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2012.

MARTINS, R. L.; NETO, J. F.S.; SANTOS, D. F. G. **Laboratório de Matemática: Área E Perímetro no Geoplano.** VI Colóquio Internacional “Educação e Contemporaneidade” São Cristóvão – SE/Brasil, 2012.

PAVANELLO, R. M. **O Abandono da Geometria: uma visão histórica. Dissertação** (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PEREIRA, Maria da Graça Bruno. **Contributos de um Ambiente de Geometria Dinâmica (Geogebra) e do Geoplano na Compreensão das PROPRIEDADES e Relações entre Quadriláteros:** Um estudo com alunos do 4.º ano. 2012. 175f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto Politécnico de Lisboa: Lisboa, 2012.

PERNAMBUCO. **Base Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco: Matemática** / Secretaria de Educação. Recife, 2008.

PERNAMBUCO, Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco. **Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio.** Secretaria de Educação do Estado. Recife, 2012.

PIRES, M.N.M.*et. al.* **Prática Educativa do Pensamento Matemático.** 1ª. ed. Curitiba: Inteligência Educacional e Sistemas de Ensino, 2004.

SELVA, A. C. Discutindo o uso de materiais concretos na resolução de problemas de divisão. **IN:** SCHLIEMANN, Ana Lúcia e CARRAHER, David. A compreensão de conceitos Aritméticos. Editora Papirus, 1998.

SOUSA, C. S. G. V. **Geometria: um estudo sobre quadriláteros no 4.º ano de escolaridade com recurso ao geoplano e ao GeoGebra.** 2015. 155f. Dissertação (Mestrado em Didática das Ciências da Natureza e da Matemática) – Instituto Politécnico de Lisboa: Lisboa, 2015.

STREDA, J. D.; CHAVES, R. A.; MARCHEZAN, A. **Uso do geoplano na concretização do aprendizado.** **In:** XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ENEM, Curitiba – Paraná. Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática – ISSN 2178-034X. 2013.

TIGGEMANN, I. S.*et. al.* **Geoplanos e redes de pontos** – Conexões e Educação Matemática / Iara Suzana Tiggemann et al: Belo Horizonte. Autêntica Editora, 2013.

TROUCHE, L. Environnementsinformatisés et mathématiques: quels usages pour quels apprentissages? **Educational Studies in Mathematics**. v.55, pp.181-197, 2004.

_____. Construction et conduite des instruments dans les apprentissagesmathématiques: nécessité des orchestrations. **RecherchesenDidactiquedesMathématiques**. v..25, pp. 91-138, 2005.

VIEIRA, C. R. **Reinventando a geometria no ensino médio**: uma abordagem Envolvendo materiais concretos, *softwares* de geometria dinâmica e a Teoria de Van Hiele. 2010. 154f. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Ouro Preto: Ouro Preto, 2010.

UESU, D. Polígonos Convexos. Notas de Aula, 2012.

APÊNDICES

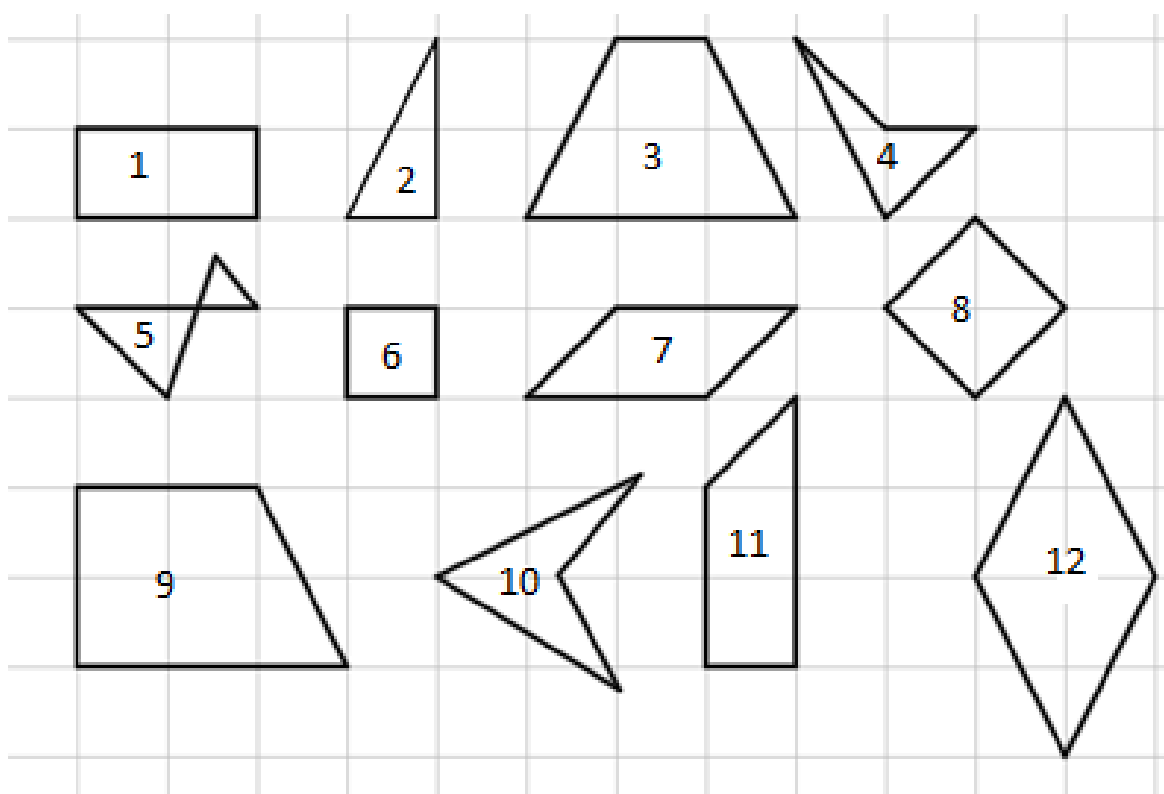
Oficina 1

1 – O que é um quadrilátero? Como podemos classificá-lo? Utilize o geoplano para construir figuras que auxiliem exemplificação da sua definição.

2 – crie a seguinte situação:

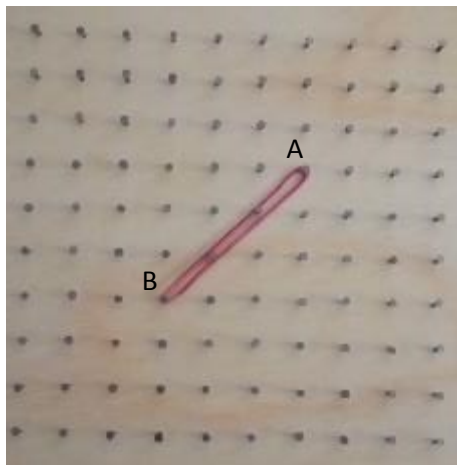
Você construiu um paralelogramo em seu geoplano e seu colega construiu, no mesmo geoplano, um quadrilátero que não é um paralelogramo. Represente essa situação em seu geoplano e justifique porque o seu quadrilátero é um paralelogramo e o do seu colega não é.

3 - Em uma malha quadriculada foram desenhadas algumas figuras. Observe as figuras, crie alguns critérios para classifica-las e, para cada classificação, construa no geoplano dois exemplos de figuras semelhantes que pertençam a essa mesma classificação.



Oficina 2

1 – Observe o segmento de reta apresentado na imagem a seguir.



Dê exemplos de quadriláteros que são possíveis de serem construídos ao considerar o segmento AB como sendo um de seus lados. Construa as possibilidades que conseguir no geoplano e as justifique.

2 – Utilize novamente a imagem da questão anterior, mas dessa vez, ao invés de considerar o segmento AB como um dos lados do quadrilátero, considere-o com o sendo uma de suas diagonais. Assim sendo, dê exemplos de quadriláteros convexos e não convexos que podem ser construídos no geoplano? Construa as possibilidades no geoplano e as justifique.

3 – Considere um quadrilátero em que 2 ângulos opostos possuam 90° . Construa exemplos de quadriláteros com essa característica e informe como podemos classificá-los. Justifique sua resposta.

Oficina 2 – Momento das definições de convexidade dos quadriláteros

Para esse segundo momento será entregue para cada equipe uma propriedade envolvendo o conceito de convexidade. Ao receber a propriedade, cada equipe deve fazer a leitura e informar se a mesma pode é válida e serve para provar a convexidade de quadriláteros convexos ou se trata-se de uma propriedade falsa, ficando a cargo da equipe fazer as alterações necessária para que tornar a propriedade verdadeira.

Primeira propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

1. Uma reta delimitada por 2 vértices divide o quadrilátero em duas partes e faz com que a figura fique totalmente a esquerda, direita, acima ou abaixo em relação a reta.

Segunda propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

2. Todos os ângulos internos do quadrilátero devem ser menores que 180° .

Terceira propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

3. Se considerarmos um ponto dentro de quadrilátero e utilizá-lo como vértice de um triângulo em que os outros dois vértices coincidam com vértices consecutivos do quadrilátero, temos que o triângulo estará totalmente contido no interior do quadrilátero.

Quarta propriedade

Veja, a seguir, uma propriedade sobre os quadriláteros convexos. Utilize o geoplano para construir exemplos de figuras que comprovem ou falseiem essa propriedade. Caso a propriedade seja falsa, faça as alterações necessárias para que a mesma torne-se verdadeira.

4. Todos os ângulos internos do quadrilátero devem ser menores ou iguais a 180° .

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Estamos convidando você para participar de uma pesquisa a ser realizada na Universidade de Pernambuco, com o tema **“Investigando o processo de gênese instrumental de licenciandos em matemática ao utilizarem o geoplano”**. Para tanto, necessitamos do seu consentimento.

O objetivo do estudo é analisar como estudantes de licenciatura em matemática utilizam o geoplano para o desenvolvimento de atividades que tenham como foco as características dos quadriláteros. Nesse sentido, a pesquisa será realizada por meio do desenvolvimento de duas oficinas a serem realizadas durante as aulas de da disciplina de Estágio Supervisionado I.

Salientamos que a sua identificação será resguardada, utilizaremos um número para representar as equipes envolvidas durante a pesquisa. Não haverá nenhum dano físico ou moral para você. Mas trata-se um momento de reflexão e debate juntos aos educadores matemáticos.

O responsável pelo estudo é um estudante de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica da UFPE e o professor Paulo Figueiredo Lima, orientador da pesquisa. Pedimos o seu consentimento para o desenvolvimento da pesquisa e também para a organização de artigos científicos. Se você estiver de acordo, por gentileza, assine este documento

Caso não aceite, não se preocupe, pois, não sofrerá nenhuma penalidade.

Desde já, ficamos gratos pela sua compreensão e colaboração!

CONSENTIMENTO DA PARTICIPAÇÃO DA PESSOA COMO SUJEITO

Eu, _____,

RG/CPF _____,

assinado abaixo, estou de acordo que minha participação nessa pesquisa. Fui notificado acerca do estudo e de sua metodologia e, todas as informações relacionadas não deverão ser referendadas ao meu nome, em caso de publicação e divulgação. Foi-me assegurado a possibilidade de retirar a autorização em qualquer instante.

Garanhuns, ____/____/2017.