

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO – UFPE

CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS

**PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL
ÁREA DE ESTRUTURAS**



Sérgio José Priori Jovino Marques Filho

MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE DE NÓS DE PÓRTICO EM CONCRETO ARMADO

RECIFE, 2011

Sérgio José Priori Jovino Marques Filho

MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE DE NÓS DE PÓRTICO EM CONCRETO ARMADO

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Engenharia de Estruturas.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz

RECIFE, 2011

Catálogo na fonte
Bibliotecária Valdicéa Alves, CRB-4 / 1260

- M357m Marques Filho, Sérgio José Priori Jovino.
Modelagem da flexibilidade de nós de Pórtico em concreto armado. /
Sérgio José Priori Jovino Marques Filho - Recife: O Autor, 2011.
108 folhas, Il., Simb. e Tabs.
- Orientadores: Profº. Dr. Bernardo Horowitz.
- Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2011.
Inclui Referências.
1. Engenharia Civil. 2. Concreto armado. 3. Nós de pórtico. 4. Análise de estruturas de edifícios. . I Horowitz, Bernardo. (Orientador). II. Título.

UFPE

624CDD (22. ed.)

BCTG/2014 - 319

MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE DE NÓS DE PÓRTICO EM CONCRETO ARMADO

Sérgio J. Priori J. Marques Filho

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO PROGRAMA DE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL DA UNIVERSIDADE FEDERAL
DE PERNAMBUCO, COMO PARTE INTEGRANTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ENGENHARIA
CIVIL

Banca Examinadora

Prof. PhD Bernardo Horowitz
(Orientador)

Prof. Dr. Paulo de Araújo Régis
(Examinador Interno)

Profa. Dra. Aline da Silva Ramos Barboza
(Examinador Externo)

Recife, PE
Abril de 2011

Dedico este trabalho aos meus pais, Sérgio e Virgínia, pelo sacrifício incondicional em prol de nossa família, aos meus irmãos e verdadeiros amigos Guilherme e Otávio e a minha noiva, Luiza, pela compreensão, companheirismo, suporte e amizade. Sem vocês esse trabalho não teria sido concluído.

Agradecimentos

A CAPES pelo suporte financeiro.

Ao meu orientador Bernardo Horowitz pela dedicação a este trabalho.

Aos professores do departamento Paulo Régis, Pablo Lopez, Afonso Sobreira, Silvana Bastos e Ézio Araújo pelos conhecimentos transmitidos.

Aos amigos de laboratório Léo, Renato, Lili e Jefferson pela companhia e incentivo. Ao amigo de graduação e mestrado Inaldo Minervino e Carlos Vitor pela amizade e apoio.

À Mariela Falcão pelo tempo gasto me passando os resultados por ela obtidos durante o período em que fez Iniciação Científica neste assunto.

Aos meus avós Eros, Mary e Lourdes, por tudo o que representam para mim.

Aos meus pais Sérgio e Virgínia pelo apoio e cobranças devidas.

Aos meus irmãos Guilherme e Otávio pelos momentos de descontração.

À minha noiva, Luiza, pela compreensão nos momentos de ausência e de falta de paciência.

À Nossa Senhora das Graças, pela sua interseção junto a Deus e a Ele, presença constante em todos os momentos de minha vida.

RESUMO

Atualmente com o crescimento dos grandes centros urbanos, cada vez maior é a demanda por áreas construtíveis e cada vez mais altos são os edifícios de forma a tornar o empreendimento viável, tendo em vista o crescente custo dos terrenos. A construção de edifícios altos demanda uma evolução contínua dos modelos matemáticos de forma a tornar-los precisos o suficiente para garantir a segurança e viabilidade econômica das estruturas.

A zona de interseção de vigas e pilares na estrutura de um edifício em concreto armado é chamada de nó de pórtico. Trata-se de uma região com significativa rigidez à flexão, porém sujeita a grandes solicitações de cisalhamento. A apropriada modelação da flexibilidade de pórticos é essencial ao seu dimensionamento, tanto nos estados limites de serviço quanto nos estados limites últimos. Foi verificado tanto teoricamente quanto experimentalmente que a influência da flexibilidade dos nós pode alcançar 25% do deslocamento total da estrutura.

Três modelos simplificados, que fazem uso de elementos de barra e molas, foram estudadas neste trabalho: Modelo de Trechos Rígidos Ajustados, Modelo de Tesoura e o Modelo de Krawinkler. Observou-se que o primeiro modelo, usualmente utilizado na prática da engenharia estrutural, resulta em uma estrutura mais rígida onde os valores do deslocamento lateral são subestimados. Modelo utilizando apenas elementos de barras e molas é proposto de forma a levar em consideração a flexibilidade dos nós na análise de estruturas de edifícios correntes. Visando validar o modelo proposto, são realizadas comparações com resultados experimentais encontrados na literatura. Por fim, os resultados da análise considerando os efeitos de segunda ordem utilizando o modelo proposto são comparados com aqueles obtidos via elementos finitos.

Palavras chave: Concreto armado. Nós de pórtico. Análise de estruturas de edifícios

ABSTRACT

Nowadays, the growth of large urban centers increased the demand for development land and buildings have to become taller in order to made the enterprise feasible, given the rising cost of land. The construction of tall buildings demands a continuous development of mathematical models in order to make them precise enough to ensure the safety and economic feasibility of the structure.

The intersection between beams and columns in a reinforced concrete building structure are called frame joints frame. It is a region with significant bending stiffness but subject to larges shear stresses. Appropriate modeling of the flexibility of reinforced concrete frames is essential to its design, in service limit state as well as in ultimate limit states. It has been shown, theoretically as well as experimentally, that the influence of joint flexibility may account for 25% of total structural lateral displacement.

In the present work, three simplified models, that uses frame elements and rotational springs are studied: Adjusted Rigid Link Model, Scissors Model and the Krawinkler Model. It was been observed that first model response, usually used in structural engineering, gives a more rigid structure where the vaues of lateral displacement are underestimates. Models using only bar elements and rotational springs are proposed to consider the joint flexibility in building structure analyses. In order to validate the proposed model, comparisons with experimental results found in literature are made. Finally, the results of second order analysis using the proposed model are compared with those obtained by finite elements.

Key words: Reinforced concrete. Frames joint. Building structural analysis

LISTA DE FIGURAS

1.1	Diagrama de Momento Fletores de estrutura aporticada submetida a carregamento lateral.....	2
1.2	(a) Edificação esquemática; (b) nó tipo cruzeta; (c) nó tipo T-Lateral; (d) tipo T-Superior; (e) nó tipo L.....	3
1.3	Ligações analisadas: (a) vista em elevação (b) vista em planta.....	4
1.4	(a) Modelo em elementos finitos com contornos de tensão de cisalhamento; (b) Modelo com trechos rígidos na região do nó.....	4
1.5	(a) Configuração deformada do nó; (b) Tensões de cisalhamento.....	5
1.6	(a) Subestrutura de nó de pórtico concêntrico; (b) concentração das tensões de cisalhamento no interior do nó de pórtico.....	5
1.7	(a) Subestrutura de nó de pórtico excêntrico.....	6
2.1	(a) Geometria da subestrutura com respectivas condições de contorno e solicitações externas; (b) detalhe da região do nó mostrando os trechos rígidos com seus comprimentos ajustados.....	11
2.2	Gráfico da variação de γ com a altura da viga.....	12
2.3	(a) DMF do nó tipo cruzeta submetido a carregamento lateral; (b) detalhe da região do nó; (c) nó com as suas dimensões.....	12
2.4	Modelo de Krawinkler e esforços de cisalhamento atuantes na região do nó.....	14
2.5	Modelo de Tesoura.....	15
2.6	Esquema genérico do modelo utilizando elementos de barra.....	17
2.7	Variação da distribuição de cisalhamento para nó quadrado e com altura igual à a duas vezes a largura.....	18
2.8	Variação do parâmetro γ utilizando a alternativa 1 para pé direito de 3 metros.....	19
2.9	Variação do parâmetro γ utilizando a alternativa 2 para pé direito de 3 metros.....	19
2.10	Variação do parâmetro γ_c utilizando a alternativa 3 para pé direito de 3 metros.....	20
2.11	Modelos tridimensionais dos nós tipo T-Lateral e T-Superior.....	20
2.12	Variação do parâmetro de correção para nós do tipo T-Lateral.....	21
2.13	Variação do parâmetro de correção para nós do tipo T-Superior.....	21
2.14	Modelo tridimensional de nós tipo L.....	22
2.15	Variação do parâmetro de correção para nós do tipo L.....	22
3.1	Configuração deformada da ligação completa do tipo cruzeta.....	24
3.2	Nó concêntrico configuração deformada.....	25
3.3	Nó concêntrico configuração indeformada.....	25
3.4	Deslocamento dos nós na direção X.....	26

3.5	(a) Ligação concêntrica tipo cruzeta configuração deformada; (b) Nó tipo cruzeta deformado com peça de torção.....	26
3.6	(a) Vista lateral da ligação evidenciando a peça de torção; (b) momento torsor aplicado à peça; (c) diagrama de momento torsor na peça de torção; (d) derivada da rotações ao longo da peça.....	28
3.7	Nó tipo cruzeta com respectivas condições de contorno e solicitações externas.....	30
3.8	Variação do erro para vigas com seção de 20x40.....	31
3.9	Nó tipo T-Lateral: (a) condições de contorno e solicitações externas; (b) deformada..	31
3.10	Variação do erro para vigas com seção de 20x40.....	32
3.11	Nó tipo T-Superior: (a) condições de contorno e solicitações externas; (b) deformada.....	32
3.12	Variação do erro para vigas com seção de 20x40.....	33
3.13	Nó tipo L: (a) condições de contorno e solicitações externas; (b) deformada.....	33
3.14	Variação do erro para vigas com seção de 20x40.....	34
4.1	Vista lateral do pilar e viga mostrada em três posições diferentes.....	37
4.2	(a) Ligação excêntrica real; (b) Ligação concêntrica duplicada.....	39
4.3	Esquema genérico do modelo simplificado.....	41
4.4	Nó tipo Cruzeta com as devidas condições de contorno e solicitações externas.....	41
4.5	Variação do erro para vigas de 20x40.....	42
4.6	Variação do parâmetro de correção para vigas de 20x40.....	42
4.7	Nó tipo T-Superior com as devidas condições de contorno e solicitações externas....	43
4.8	Variação do erro para vigas de 20x40.....	44
4.9	Variação do parâmetro de correção para vigas de 20x40.....	44
4.10	Nó tipo T-Lateral com as respectivas condições de contorno e solicitações externas	45
4.11	Variação do erro para vigas de 20x40.....	46
4.12	Variação do parâmetro de correção para vigas de 20x40 e pé direito de 3 metros.....	46
4.13	Nó tipo L com as respectivas condições de contorno e solicitações externas.....	47
4.14	Variação do erro para vigas de 20x40.....	47
4.15	Variação do parâmetro de correção para todas as seções de vigas.....	48
4.16	Variação do erro após a utilização do parâmetro variável para vigas de 20x40.....	49
4.17	Variação da rigidez à rotação relativa experimental para uma ligação tipo cruzeta....	50
4.18	Variação da rigidez à rotação relativa teórica para as três alternativas testadas.....	51
4.19	Erro cometido para ligação tipo cruzeta com viga de 20x40 e pilar 30x80.....	52
4.20	Erro cometido para ligação tipo T-Lateral com viga de 20x40 e pilar 30x80.....	52
4.21	Erro cometido para ligação tipo T-Superior com viga de 20x40 e pilar 30x80.....	53
4.22	Erro cometido para ligação tipo L com viga de 20x40 e pilar 30x80.....	53

5.1	Esquema ilustrativo do Modelo experimental do nó tipo cruzeta.....	56
5.2	Arranjo experimental Hegger, Sherif e Roeser.....	57
5.3	Esquema ilustrativo do Modelo experimental do nó tipo T-Lateral.....	58
5.4	Esquema ilustrativo do Modelo experimental do nó tipo L.....	60
5.5	Detalhe esquemático da geometria e carregamento aplicado aos pórticos de múltiplos andares.....	61
5.6	Aplicação das forças no modelo tridimensional do pórtico 1.....	61
A1.1	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo Cruzeta.....	70
A1.2	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo Cruzeta.....	70
A1.3	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo Cruzeta.....	70
A1.4	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo Cruzeta.....	71
A1.5	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo Cruzeta.....	71
A1.6	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo Cruzeta.....	71
A1.7	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo T-Lateral.....	72
A1.8	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo T-Lateral.....	72
A1.9	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo T-Lateral.....	72
A1.10	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo T-Lateral.....	73
A1.11	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo T-Lateral.....	73
A1.12	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo T-Lateral.....	73
A1.13	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo T-Superior.....	74
A1.14	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo T-Superior.....	74

A1.15	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo T-Superior.....	74
A1.16	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo T-Superior.....	75
A1.17	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo T-Superior.....	75
A1.18	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo T-Superior.....	75
A1.19	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo L.....	76
A1.20	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1 – Nós tipo L.....	76
A1.21	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo L.....	76
A1.22	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2 – Nós tipo L.....	77
A1.23	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo L.....	77
A1.24	Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3 – Nós tipo L.....	77
A2.1	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo cruzeta com pé-direito de 3 metros.....	79
A2.2	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo cruzeta com pé-direito de 4 metros.....	79
A2.3	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Lateral com pé-direito de 3 metros.....	79
A2.4	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Lateral com pé-direito de 4 metros.....	80
A2.5	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Superior com pé-direito de 3 metros.....	80
A2.6	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Superior com pé-direito de 4 metros.....	80
A2.7	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo L com pé-direito de 3 metros.....	81
A2.8	Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo L com pé-direito de 4 metros.....	81

LISTA DE TABELAS

4.1	Comparação entre ligação excêntrica e ligação concêntrica virtual.....	39
5.1	Comparação com resultado experimental – Nó tipo Cruzeta Concêntrico.....	57
5.2	Comparação com resultado experimental – Nó tipo T completo.....	58
5.3	Comparação com resultado experimental – Nó tipo T-Lateral Concêntrico.....	59
5.4	Comparação com resultado experimental – Nó tipo L.....	60
5.5	Geometria dos pórticos analisados.....	62
5.6	Resultados das análises de segunda ordem e comparação com modelo em elementos finitos.....	62
B1.1	Erro ligação concêntrica nós tipo cruzeta.....	83
B1.2	Erro ligação concêntrica nós tipo T-Lateral.....	84
B1.3	Erro ligação concêntrica nós tipo T-Superior.....	85
B1.4	Erro ligação concêntrica nós tipo L.....	86
C1.1	Erros ligações excêntricas com nós do tipo cruzeta.....	88
C1.2	Erros ligações excêntricas com nós do tipo T-Lateral.....	89
C1.3	Erros ligações excêntricas com nós do tipo T-Superior.....	90
C1.4	Erros ligações excêntricas com nós do tipo L sem introdução do parâmetro de correção variável.....	91
C1.5	Erros ligações excêntricas com nós do tipo L após introdução do parâmetro de correção variável.....	92
C2.1	Valores do parâmetro de correção: ligação excêntrica nós tipo cruzeta.....	94
C2.2	Valores do parâmetro de correção: ligação excêntrica nós tipo T-Lateral.....	95
C2.3	Valores do parâmetro de correção: ligação excêntrica nós tipo T-Superior.....	96
C3.1	Erros cometidos para ligação do tipo cruzeta com pilar de seção 30x80.....	98
C3.2	Erros cometidos para ligação do tipo cruzeta com pilar de seção 30x180.....	98
C3.3	Erros cometidos para ligação do tipo T-Lateral com pilar de seção 30x80.....	98
C3.4	Erros cometidos para ligação do tipo T-Lateral com pilar de seção 30x180.....	99
C3.5	Erros cometidos para ligação do tipo T-Superior com pilar de seção 30x80.....	99
C3.6	Erros cometidos para ligação do tipo T-Superior com pilar de seção 30x180.....	99
C3.7	Erros cometidos para ligação do tipo L com pilar de seção 30x80.....	100
C3.8	Erros cometidos para ligação do tipo L com pilar de seção 30x180.....	100

LISTA DE SIMBOLOS

ABREVIATÖES

ACI	American Concrete Institute
EF	Elementos Finitos
MEF	Método dos Elementos Finitos
MK	Modelo de Krawinkler
MT	Modelo de Tesoura
MTRA	Modelo de Trechos Rígidos Ajustados
NBR	Norma Brasileira
PTV	Princípio dos Trabalhos Virtuais

CARACTERES ROMANOS MAIÚSCULOS

A_p	Área da seção transversal horizontal na região do nó
C	Constante de torção
E	Módulo de Young
G	Módulo de elasticidade transversal
H	Altura da subestrutura
K_{comp}	Rigidez à rotação do nó em ligações completas
K_{comp}^{cruz}	Rigidez à rotação do nó em ligações completas com nós do tipo cruzeta
K_{comp}^T	Rigidez à rotação do nó em ligações completas com nós do tipo T-Lateral e T-Superior
K_{comp}^L	Rigidez à rotação do nó em ligações completas com nós do tipo L
K_{conc}	Rigidez à rotação do nó em ligações concêntricas
K_{conc}^{cruz}	Rigidez à rotação do nó em ligações concêntricas com nós do tipo cruzeta
K_{conc}^{T-Lat}	Rigidez à rotação do nó em ligações concêntricas com nós do tipo T-Lateral
K_{conc}^{T-Sup}	Rigidez à rotação do nó em ligações concêntricas com nós do tipo T-Superior
K_{conc}^L	Rigidez à rotação do nó em ligações concêntricas com nós do tipo L
K_{conc}^{dup}	Rigidez à rotação do nó em ligações concêntricas duplicadas
K_{exc}	Rigidez à rotação do nó em ligações excêntricas
$K_{exp}(e_R)$	Constante de rigidez obtida numericamente
K_{MK}	Rigidez à rotação do painel no Modelo de Krawinkler
K_{MT}	Rigidez à rotação da mola no Modelo de Tesoura
$K_{teo}(e_R)$	Constante de rigidez obtida teoricamente

L	Largura da subestrutura
M	Momento Fletor
$M(x)$	Variação do Momento Fletor ao longo do eixo x
M_A	Momento fletor em torno do ponto A
M_K	Momento fletor na mola do Modelo de Krawinkler
M_{S1}	Momento fletor na seção 1
M_{S2}	Momento fletor na seção 2
M_T	Momento fletor na mola do Modelo de Tesoura
S_1	Seção 1
S_2	Seção 2
$T(x)$	Variação do Momento Torsor ao longo do eixo x
V_B	Reação vertical na viga
V_C	Reação horizontal no pilar
V_P	Esforço horizontal no painel
V_{P1}	Binário originário do momento fletor M_{S1}
V_{P2}	Binário originário do momento fletor M_{S2}

CARACTERES ROMANOS MINÚSCULOS

a	Maior valor entre altura e largura do nó
b	Menor valor entre altura e largura do nó
b_P	Largura da seção do pilar
b_V	Largura da seção da viga
e_A	Excentricidade absoluta
e_R	Excentricidade relativa
h_P	Altura da seção do pilar
h_V	Altura da seção da viga
$k_{exp}(e_R)$	Constante de rigidez relativa obtida numericamente
$k_{teo}(e_R)$	Constante de rigidez relativa obtida teoricamente
r	Razão entre b_P e h_P
t	Espessura do nó
$t(x)$	Distribuição do Momento Torsor por unidade de comprimento
u	Deslocamento na direção x
v	Deslocamento na direção y
w	Deslocamento na direção z
x	Menor valor entre h_P e h_V
y	Maior valor entre h_P e h_V

CARACTERES GREGOS

∇_N	Volume efetivo do nó
∇_P	Volume do nó
∇_{P1}	Volume efetivo do nó utilizando a alternativa 1
∇_{P2}	Volume efetivo do nó utilizando a alternativa 2
∇_{P3}	Volume efetivo do nó utilizando a alternativa 3
Δ_P	Parcela do deslocamento horizontal oriunda do esforço cortante
$\Delta_{P,T}$	Deslocamento horizontal do pilar
β	Parâmetro geométrico que relaciona altura da viga com a altura da subestrutura
α	Parâmetro geométrico que relaciona largura do pilar com o comprimento da subestrutura
γ_C	Parâmetro de correção para ligações completas com nós do tipo cruzeta
γ_L	Parâmetro de correção para ligações completas com nós do tipo L
γ_T	Parâmetro de correção para ligações completas com nós do tipo T-Lateral e T-Superior
κ	Parâmetro de correção ligação concêntrica
η	Parâmetro de correção ligação excêntrica
κ_C	Parâmetro de correção ligação concêntrica com nós do tipo cruzeta
η_C	Parâmetro de correção ligação excêntrica com nós do tipo cruzeta
κ_L	Parâmetro de correção ligação concêntrica com nós do tipo L
η_L	Parâmetro de correção ligação excêntrica com nós do tipo L
κ_{T-LAT}	Parâmetro de correção ligação concêntrica com nós do tipo T-Lateral
η_{T-LAT}	Parâmetro de correção ligação excêntrica com nós do tipo T-Lateral
κ_{T-SUP}	Parâmetro de correção ligação concêntrica com nós do tipo T-Superior
η_{T-SUP}	Parâmetro de correção ligação excêntrica com nós do tipo T-Superior
θ_A	Rotação de torção média
θ_{CONC}	Rotação diferencial entre a viga e o pilar
θ_K	Rotação na mola do Modelo de Krawinkler
θ_{PILAR}	Rotação do pilar no nó
θ_T	Rotação na mola do Modelo de Tesoura
$\theta_{T,final}$	Rotação na extremidade da peça de torção
$\theta_{T,médio}$	Rotação média da peça de torção

θ_{VIGA}	Rotação da viga no nó
υ	Parâmetro de ajuste utilizado no MTRA
τ_1	Tensão de cisalhamento média oriunda da carga unitária
τ_P	Tensão de cisalhamento média

SUMÁRIO

1	<u>INTRODUÇÃO</u>	1
1.1	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA	1
1.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
1.3	ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	9
2	<u>MODELAGEM DE LIGAÇÕES TIPO COMPLETAS</u>	11
2.1	MODELO DE TRECHOS RÍGIDOS AJUSTADOS	11
2.2	MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE	13
2.3	MODELO DE KRAWINKLER	15
2.4	MODELO DE TESOURA	16
2.5	ESTUDO COMPARATIVO ENTRE MT E MK	17
2.6	ESTUDO PARAMÉTRICO DE NÓS DE PÓRTICO DO TIPO COMPLETO – MT	18
2.6.1	Nós Completos do Tipo Cruzeta.....	18
2.6.2	Nós Completos do Tipo T-Lateral e T-Superior.....	21
2.6.3	Nós Completos do Tipo L.....	23
2.7	RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO	24
3	<u>MODELAGEM DE LIGAÇÕES TIPO CONCÊNTRICAS</u>	26
3.1	MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE	26
3.2	RIGIDEZ À TORÇÃO	29
3.3	ESTUDO PARAMÉTRICO DE NÓS DE PÓRTICO DO TIPO CONCÊNTRICOS.....	31
3.3.1	Nós Concêntricos Tipo Cruzeta.....	32
3.3.2	Nós Concêntricos Tipo T-Lateral.....	33
3.3.3	Nós Concêntricos Tipo T-Superior.....	34
3.3.4	Nós Concêntricos Tipo L.....	35
3.4	RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO	36
4	<u>MODELAGEM DE LIGAÇÕES TIPO EXCÊNTRICAS</u>	38
4.1	EXCENTRICIDADE ABSOLUTA E EXCENTRICIDADE RELATIVA	38
4.2	MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE – LIGAÇÕES COM EXCENTRICIDADE MÁXIMA	39
4.3	ESTUDO PARAMÉTRICO E ANÁLISE DO ERRO	41
4.3.1	Nós Tipo Cruzeta	42
4.3.2	Nós Tipo T-Superior	43
4.3.3	Nós Tipo T-Lateral	45
4.3.4	Nós Tipo L	47

4	<u>MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE – LIGAÇÕES PARCIALMENTE EXCÊNTRICAS</u>	50
4.4.1	Análise do Erro – Ligações Parcialmente Excêntricas	51
4.5	RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO	55
5	<u>RESULTADOS</u>	57
5.1	COMPARAÇÃO COM MODELOS EXPERIMENTAIS	57
5.1.1	Nó Tipo Cruzeta Concêntrica.....	57
5.1.2	Nó Tipo T Completo.....	59
5.1.3	Nó Tipo T-Lateral Concêntrico.....	60
5.1.4	Nó Tipo L Concêntrico.....	62
5.2	PÓRTICOS DE MÚLTIPLOS ANDARES	63
5.3	RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO	65
6	CONCLUSÕES	66
6.1	CONCLUSÕES GERAIS	66
6.2	TRABALHOS FUTUROS	67
	ANEXOS	
A1	VARIAÇÃO DO PARÂMETRO DE CORREÇÃO: LIGAÇÃO DO TIPO COMPLETA	68
A1.1	NÓS TIPO CRUZETA.....	69
A1.2	NÓS TIPO CRUZETA	71
A1.3	NÓS TIPO CRUZETA	73
A1.4	NÓS TIPO CRUZETA	75
A2	ERRO COMETIDO PELO MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO COMPLETA	77
B1	ERRO COMETIDO PELO MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO CONCÊNTRICA.....	81
C1	ERRO COMETIDO PELO MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO EXCÊNTRICA COM MÁXIMA EXCENTRICIDADE	86
C2	PARÂMETRO DE CORREÇÃO APLICADO AO MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO EXCÊNTRICA COM MÁXIMA EXCENTRICIDADE	92
C3	ERRO COMETIDO PELO MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO EXCÊNTRICA COM EXCENTRICIDADE RELATIVA VARIÁVEL	96
D1	ROTINA PARA CÁLCULO DAS CONSTANTES DE RIGIDEZ	100
D1.1	LIGAÇÕES COMPLETAS	101
D1.2	LIGAÇÕES CONCÊNTRICAS	101
D1.3	LIGAÇÕES EXCÊNTRICAS	102
D1.4	LIGAÇÕES COM EXCÊNTRICIDADE RELATIVA VARIÁVEL	104

INTRODUÇÃO

Atualmente com o crescimento dos grandes centros urbanos, cada vez maior é a demanda por áreas construtíveis e cada vez mais altos são os edifícios de forma a tornar o empreendimento viável, tendo em vista o crescente custo dos terrenos. Esse fenômeno começou a ser observado nos EUA quando no ano de 1885 foi finalizado o Home Insurance Building em Chicago com aproximadamente 54 metros de altura. Cinco anos mais tarde, na cidade de Nova York foi finalizado o World Building 39 metros mais alto e em 1894 o Mahatan Life com 105 metros de altura [1].

No Brasil, a construção de arranha céus nas grandes cidades teve início na década de 60 com a inauguração dos edifícios Mirante do Vale, 170 metros de altura, e o Edifício Itália com 168 metros de altura, ambos na cidade de São Paulo. Em Recife, a partir do ano de 2001, a construção de edificações residenciais com mais de 100 metros de altura passou a ser mais freqüente. Hoje, torres como Pier Maurício de Nassau e Duarte Coelho com mais de 120 metros de altura fazem parte do cenário da cidade.

A construção de edifícios altos demanda uma evolução contínua dos modelos matemáticos de forma a tornar-los mais precisos, garantindo segurança e minimizando o custo de execução das estruturas. Os novos modelos devem, também, prezar pela simplicidade de implementação sem a perda de sua confiabilidade. Assim, ter-se-ão análises menos onerosas visto a redução do tempo de processamento e menor simplicidade de implementação computacional.

Este trabalho tem por objetivo propor um modelo simples e preciso que modele a flexibilidade da região do nó em situações de deslocamento lateral admissível previsto pela NBR-61118 [2].

1.1 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

A zona de interseção de vigas e pilares na estrutura de um edifício em concreto armado é chamada de nó de pórtico. Trata-se de uma região com significativa rigidez à flexão, porém sujeita a grandes solicitações de cisalhamento. Em estruturas aporticadas correntes, submetidas a carregamento lateral, pode-se considerar nulo o

momento fletor à meia altura dos pilares e no centro do vão das vigas. Desta forma, a subestrutura em destaque, Figura 1.1, obtida a partir da análise do modelo de pórtico plano, pode ser utilizada como representativa da interação entre pilares e vigas no comportamento global do pórtico.

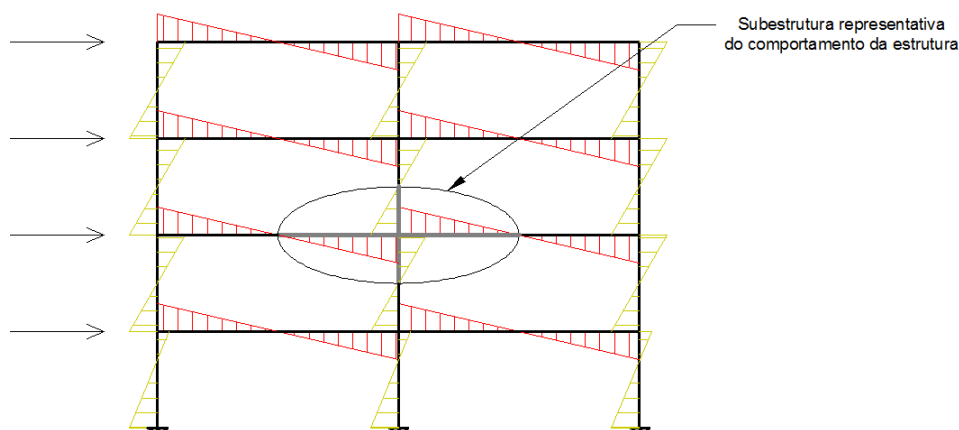


Fig. 1.1 – Diagrama de Momento Fletores de estrutura aporticada submetida a carregamento lateral

Neste trabalho serão estudados três diferentes tipos de ligações: as ligações chamadas completas, aquelas onde a viga e o pilar possuem a mesma largura; as ligações concêntricas, onde o pilar é mais largo que a viga, porém os eixos das peças estão sobre um mesmo plano; e por fim ligações excêntricas, onde as peças possuem larguras diferentes e vigas e pilares encontram-se sobre planos distintos.

Os nós serão agrupados conforme a sua geometria em: nós tipo Cruzeta, T-Lateral, T-Superior e L. A Figura 1.2 apresenta a localização destes nós no interior de uma edificação esquemática.

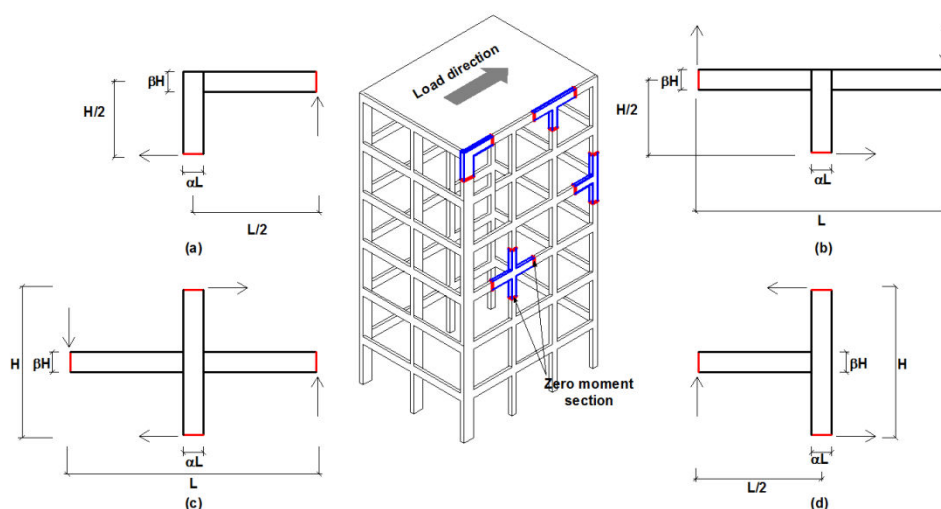


Figura 1.2 – (a) Edificação esquemática; (b) nó tipo cruzeta; (c) nó tipo T-Lateral; (d) nó tipo T-Superior; (e) nó tipo L

Para fins de exemplo ilustrativo, considere a Figura 1.3 onde se encontram três nós de pórtico. O primeiro é do tipo completo, constituído por vigas com 5 m de vão e pilares

com 3 m de altura, tanto as vigas quanto os pilares possuem seção transversal de 20x50 cm. O segundo nó, concêntrico, difere do primeiro apenas da seção transversal do pilar que é de 25x160. O terceiro, excêntrico, difere do segundo pela localização da viga que se encontra faceando o pilar. Note que as seções dos pilares possuem o mesmo momento de inércia.

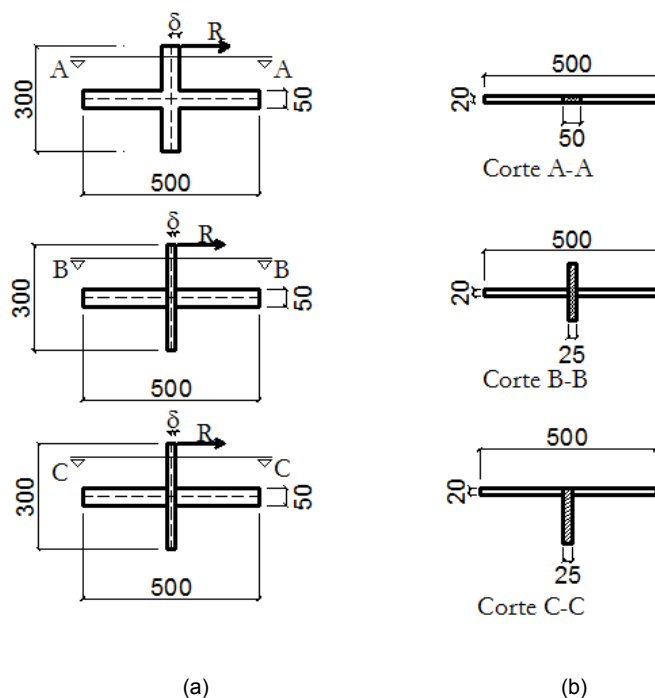


Figura 1.3 – Ligações analisadas: (a) vista em elevação (b) vista em planta.

Inicialmente, é feita uma modelagem tridimensional das estruturas, mostradas na Figura 1.3, utilizando elementos finitos quadráticos. Essa modelagem tem por finalidade obter valores de referência para a posterior comparação com modelo utilizando elemento de barra.

Na modelagem tridimensional foi empregado o software comercial ABAQUS/CAE. A malha foi definida a partir de recomendação do seu manual, onde é sugerido que para estruturas submetidas a momento fletor no mínimo quatro elementos sejam utilizados ao longo da altura da peça fletida.

Nas extremidades das vigas e na extremidade inferior do pilar as translações são impedidas no plano da seção transversal das peças. Na extremidade superior do pilar, deslocamento de 1 cm é aplicado. O módulo de elasticidade do concreto é tomado $2,1 \times 10^6$ tf/m² e o coeficiente de Poisson 0,2. O objetivo é comparar o valor da reação horizontal na seção de aplicação da carga obtida via elementos finitos e elementos de barra.

Vale ressaltar que a metodologia empregada na modelagem tridimensional foi mantida a mesma ao longo deste trabalho, salvo as condições de contorno, que serão descritas em cada caso.

Inicialmente tomemos como base o modelo em elementos finitos do primeiro exemplo, mostrado na Figura 1.3 (a). Para este caso, o valor correspondente da força é de 8,31 tf. Considere agora um modelo de barra onde os trechos de vigas e pilares no interior da região do nó são admitidos infinitamente rígidos. Neste caso a força necessária para impor um deslocamento de 1 cm é de 10,21 tf.

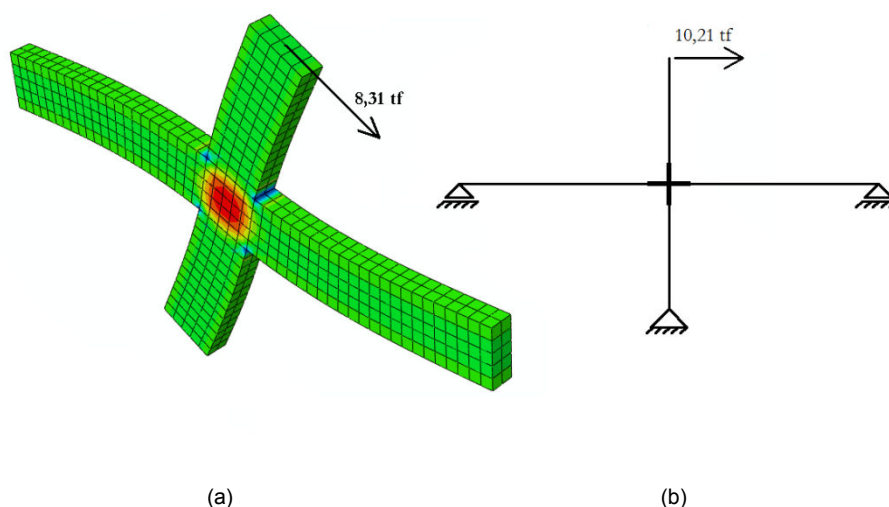


Figura 1.4 – (a) Modelo em elementos finitos com contornos de tensão de cisalhamento (b) Modelo com trechos rígidos na região do nó.

Tomando o resultado do modelo em elementos finitos como o mais preciso percebe-se que o simples desprezo da flexibilidade do nó resulta em superestimar a rigidez da subestrutura em 22,8%.

Fica evidente da Figura 1.4, que mostra o contorno das tensões de cisalhamento, a grande concentração destas na região do nó. São elas resultantes da combinação das tensões normais provenientes dos momentos fletores de mesmo sentido aplicados pelas vigas e pilares incidentes no nó. Na Figura 1.5 (a) tem-se a representação do momento fletor aplicado pela viga no nó da ligação. Na Figura 1.5 (b) observam-se as tensões normais oriundas do momento fletor e as tensões de cisalhamento que surgem de forma a manter o equilíbrio do nó.

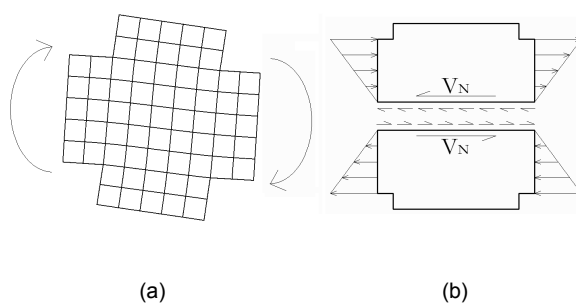


Figura 1.5 – (a) Configuração deformada do nó; (b) Tensões de cisalhamento.

Percebe-se ainda da Figura 1.5 (a) que a maior contribuição das deformações do nó para flexibilidade da subestrutura se dá pela distorção devido ao cisalhamento e não por flexão em seu interior.

Para o segundo caso do exemplo ilustrativo, tem-se que o valor da reação obtida no modelo em elementos finitos é de 7,55 tf, enquanto que no modelo com ligaduras rígidas 9,39 tf. Pode-se observar na Figura 1.6 (a) a subestrutura em questão. Na Figura 1.6 (b), que mostra um corte passando pelo plano de simetria da ligação, percebe-se mais uma vez a concentração de tensões de cisalhamento no interior do nó.

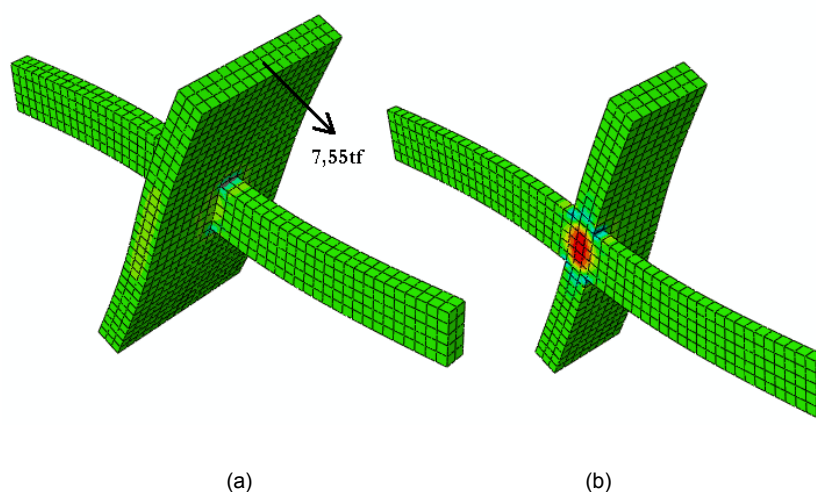


Figura 1.6 – (a) Subestrutura de nó de pórtico concêntrico; (b) concentração das tensões de cisalhamento no interior do nó de pórtico.

Apesar do momento de inércia das peças (vigas e pilares) serem iguais, a ligação do segundo exemplo apresentou-se menos rígida em relação à primeira. Dentre outros fatores, o maior responsável pelo aumento da flexibilidade da ligação é a deformação adicional, própria da torção, existente no pilar. Este assunto será abordado em detalhes no item 3.1.

Considerando por fim o terceiro exemplo ilustrativo, mostrado na Figura 1.7, tem-se que a reação obtida via EF é igual a 5,72 tf, enquanto que a reação obtida utilizando o modelo de barra é idêntica à do caso anterior. Observa-se que a ligação excêntrica apresenta-se mais flexível que a ligação concêntrica. Isto se deve ao fato de que a excentricidade do eixo da viga induz um novo momento torsor. Na seção 4.3 este assunto será abordado em detalhes.

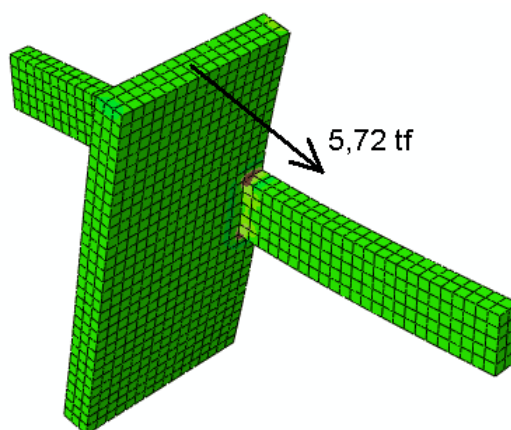


Figura 1.7 – (a) Subestrutura de nó de pórtico excêntrico.

Do acima exposto percebe-se que em situações correntes erros de modelação da região dos nós podem resultar em erros nos deslocamentos laterais da ordem de 25%, em serviço. Resultados experimentais de Shin e LaFave [3] demonstram que a flexibilidade da região dos nós contribui com 24% do deslocamento lateral para nível de deslocamento de 1% da altura do andar e 53% quando o nível de deslocamento é de 6% da altura do andar.

A flexibilidade do nó é, portanto, significativa e precisa ser levada em consideração para a correta verificação do estado limite de deslocamento lateral excessivo de pórticos de edifícios. Nos estados limites últimos os efeitos de segunda ordem global também são diretamente afetados pela flexibilidade dos nós, cuja habilidade para absorver o esforço cortante deve ser verificada.

Uma vez que o estado de tensões na região do nó é extremamente complexo, pode-se considerar que a sua deformação possui componentes de esforço normal, flexão e cisalhamento. Para pórticos de pequeno e médio porte, as deformações axiais são desprezíveis, as de flexão pequenas, porém significantes, e as deformações de cisalhamento são dominantes [4].

É prática comum da engenharia estrutural a modelagem das conexões entre vigas e pilares fazendo uso de trechos rígidos, ou seja, as extremidades das peças que se

encontram dentro da região do nó são consideradas infinitamente rígidas. Em alguns casos o comprimento dos trechos rígidos é ajustado de forma a diminuir a rigidez do nó. A utilização desse modelo implica em considerar que a deformação do nó possui apenas componentes de flexão, negligenciando as deformações oriundas do esforço cortante. Conseqüentemente, nos casos onde os trechos rígidos não são ajustados, os deslocamentos laterais da estrutura são subestimados, e a estrutura apresenta-se muito mais rígida, podendo levar a deficiências no dimensionamento.

O principal objetivo deste estudo é propor um modelo simplificado, de fácil implementação numérica e que faça uso de elementos de barras e molas de forma a levar em conta a correta flexibilidade do nó na estimativa dos deslocamentos laterais de um pórtico em concreto armado.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Diferentes metodologias foram empregadas visando a modelagem da região do nó. Paulay *et al* [5] empregou o modelo de biela e tirante para estimar a resistência da região do nó ao esforço cortante. Verifica-se, porém, a partir de ensaios laboratoriais que o tipo de nó tem grande influência em sua resistência, fato não incorporado pelo modelo de Paulay. Shiohara [6, 7 e 8] propõe um modelo analítico onde as tensões no aço e no concreto são obtidas a partir da resolução das equações de equilíbrio em seções críticas, pré-estabelecidas, que variam em função do modo de ruptura do nó. Tais modelos visam apenas a determinação da resistência do nó às tensões cisalhantes, não fornecendo qualquer informação a respeito da contribuição da flexibilidade do nó no comportamento global da edificação.

Visando suprir esta deficiência, modelos simplificados utilizando elementos de barra e molas foram desenvolvidos, a princípio, para estruturas em aço. Krawinkler [9] propôs um modelo composto por quatro trechos rígidos no contorno do nó conectados por rótulas, duas molas de torção são inseridas nos vértices. Uma variação mais simplificada do modelo de Krawinkler é apresentada por Charney e Downs [4] onde dois trechos rígidos no interior da região do nó, conectados por apenas uma rótula, e uma mola de torção são utilizados. Ambos os modelos serão abordados em detalhe nas seções 2.3 e 2.4.

Em se tratando de concreto armado, os principais estudos a respeito do tema são desenvolvidos visando situações sísmicas, onde grandes deslocamentos laterais são impostos à estrutura, nestes casos, os efeitos não lineares tais como fissuração do nó e o escoamento da armadura devem ser levados em consideração. Ensaios

laboratoriais, visando à calibração e validação de modelos analíticos são, portanto, realizados até o ponto em que haja o colapso do nó. Shin e Lafave [10] ensaiaram quatro tipos de ligações do tipo cruzeta, sendo dois nós concêntricos e dois excêntricos, ambos com laje. Ao comparar os resultados obtidos com um modelo numérico não linear os autores concluíram que o modelo por eles proposto, similar ao modelo de Krawinkler, representou de forma bastante satisfatória o comportamento da subestrutura podendo inclusive ser utilizado para avaliar o comportamento global do pórtico.

Durrani e Wight [11] realizaram estudo similar onde seis ligações completas com nós do tipo cruzeta, sendo três com viga transversal e o restante sem, foram ensaiadas. Análise dinâmica de pórtico de múltiplos andares foi realizada e os resultados obtidos comparados com aqueles obtidos experimentalmente. Dentre outros pontos os autores concluíram que o modelo por eles utilizado representa de forma realista o comportamento do nó.

Modelo analítico baseado em equações de equilíbrio e de compatibilidade com a finalidade de avaliar a resistência ao esforço cortante de nós completos tipo L foi desenvolvido por Angelakos [12]. Os resultados obtidos foram comparados com ensaios experimentais realizados em laboratório.

Sabe-se que em regiões sujeitas a abalos sísmicos, procura-se obter uma estrutura dúctil onde uma possível ruína venha precedida de grandes deformações. Muitos estudos experimentais foram conduzidos no sentido de quantificar o ganho de ductilidade e resistência dos nós. Alguns estudos são relacionados a seguir:

- Kramer e Shahrooz [13], Chun *et al* [14] e Lee e Yu [15] estudaram a influencia da ancoragem das barras no nó
- Prota *et al* [16, 17] avaliaram a adição de fibras poliméricas na região do nó a fim de aumentar sua ductilidade;
- Durrani e Wight [18] e Ehsani e Wight [19], estudaram os efeitos da variação da taxa de armadura;
- Shin e Lafave [20, 21] e Rafaele e Wight [22] realizaram estudo referente a influência da geometria do nó. Parâmetros como existência de laje ou viga transversal, excentricidade e dimensões das seções foram avaliados.

Modelos teóricos bastante sofisticados utilizando elementos planos na região do nó também foram propostos por Elmorsi *et al* [23], Ziyaeifar e Noguchi [24] e Fleury *et al* [25]. Esses modelos, porém, demandam um grande esforço computacional tornando a

análise bastante onerosa visto a grande quantidade de nós em uma estrutura de edifício.

Modelo intermediário, mais elaborado que os modelos de barra e molas e mais simples que os modelos contínuos, proposto por Lowes [26] ainda é bastante oneroso do ponto de vista computacional, visto que demanda a resolução de um sistema não-linear de equações.

Como pode ser observado, a maioria dos estudos realizados a respeito do tema são voltados para situações onde grandes deslocamentos laterais, com significativas excursões plásticas são impostos à estrutura. Neste trabalho será abordado o caso onde a estrutura está submetida a níveis de deslocamento lateral admissíveis pela NBR 6118 [2].

1.3 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

É abordado no segundo capítulo a modelagem das ligações do tipo completas. São comparados três modelos distintos utilizando elementos de barra e molas de torção. O Modelo de Trechos Rígidos Ajustados (MTRA), o qual faz uso de trechos rígidos no interior do nó, cujo comprimento é ajustado através de estudo paramétrico, é analisado em primeiro lugar. Os modelos de Krawinkler (MK) e de Tesoura (MT), que utilizam trechos rígidos e molas são estudados em seguida. Por fim, procede-se estudo paramétrico do modelo de Tesoura e previsão do erro cometido no emprego do modelo proposto.

No Capítulo 3 o modelo de Tesoura é empregado nas ligações do tipo concêntrica. Formulação para cálculo da constante de rigidez é feita com base na formulação do ACI 318[27] para pórticos equivalentes. Estudo paramétrico realizado no capítulo precedente é ampliado para este tipo de ligação.

Ligações excêntricas são abordadas no Capítulo 4. Inicialmente são estudadas as ligações de máxima excêntricidade, aquelas onde a face da viga distorce com a face do pilar. O cálculo da constante de rigidez para este tipo de ligação deriva da formulação proposta no capítulo anterior. Estudo paramétrico é realizado de forma a calibrar um parâmetro de correção. Em seguida, casos intermediários entre ligações concêntricas e de máxima excêntricidade são abordados e a constante de rigidez é obtida a partir da interpolação dos valores da constante de rigidez calculada para os casos extremos.

De forma a validar o modelo proposto, no Capítulo 5, são realizadas comparações com resultados experimentais encontrados na literatura. Em seguida, os resultados das análises de estruturas de edifícios completas, considerando os efeitos de segunda ordem utilizando o modelo proposto, são comparados com aqueles obtidos via elementos finitos.

MODELAGEM DE LIGAÇÕES TIPO COMPLETA

Neste capítulo serão estudadas as ligações do tipo completas. São assim chamadas as conexões onde as larguras das seções transversais de vigas e pilares são iguais. Inicialmente é estudado o modelo de Trechos Rígidos Ajustados (MTRA), no qual a modelagem do nó é feita através da adoção de trechos rígidos em seu interior, cujo comprimento é ajustado através de estudo paramétrico. Abordagem matemática para determinar a contribuição da flexibilidade do nó no deslocamento lateral da estrutura é realizada posteriormente. Em seguida, os modelos de Krawinkler (MK) e de Tesoura (MT), que fazem uso de trechos rígidos e molas são estudados. Por fim, procede-se estudo paramétrico do modelo de Tesoura e previsão do erro cometido no emprego do modelo proposto.

2.1 MODELO DE TRECHOS RÍGIDOS AJUSTADOS (MTRA)

Como anteriormente exposto, a modelagem da flexibilidade dos nós de pórtico a partir da adoção de trechos rígidos em seu interior admite, implicitamente, que a flexibilidade do nó se deve a deformações de flexão. Esta prática negligencia as deformações oriundas das tensões de cisalhamento, bastante significativas, e que devem ser levadas em conta no cálculo da flexibilidade global da estrutura. A utilização deste modelo resulta em uma estrutura demasiadamente rígida onde os valores dos deslocamentos laterais são subestimados.

Uma alternativa comumente utilizada consiste em ajustar o comprimento do trecho rígido no interior do nó a partir da multiplicação por um fator de correção $\nu < 1$, conforme Figura 2.1 (b). Há poucas recomendações quanto ao valor a ser adotado para o coeficiente ajuste. No manual do aplicativo SAP 2000 [29] é recomendado valor não superior a 0,5.

De forma a encontrar uma diretriz para os possíveis valores de ν a serem utilizados, é desenvolvido estudo paramétrico a partir de modelos tridimensionais em elementos finitos, conforme descrito na Seção 1.1. São mantidas constantes a altura e a largura da seção do pilar em 20 e 40 cm, respectivamente, variando apenas a altura da seção

transversal da viga em 40, 60, 80 e 100 cm. O estudo é realizado para nós do tipo cruzeta para valores de pé-direito iguais a três e quatro metros.

Deslocamento horizontal de 1 cm é aplicado na extremidade superior do pilar. São restritas as translações na direção y das extremidades da viga e nas direções x e y da extremidade inferior do pilar, conforme pode ser visto na Figura 2.1 (a). O valor da reação, V_C , é então obtido a partir da soma das reações na direção do carregamento obtida em cada nó situado na extremidade superior do pilar da ligação. No modelo simplificado, o comprimento do trecho rígido no interior do nó é então ajustado de forma a recuperar o valor da reação obtido no modelo em elementos finitos.

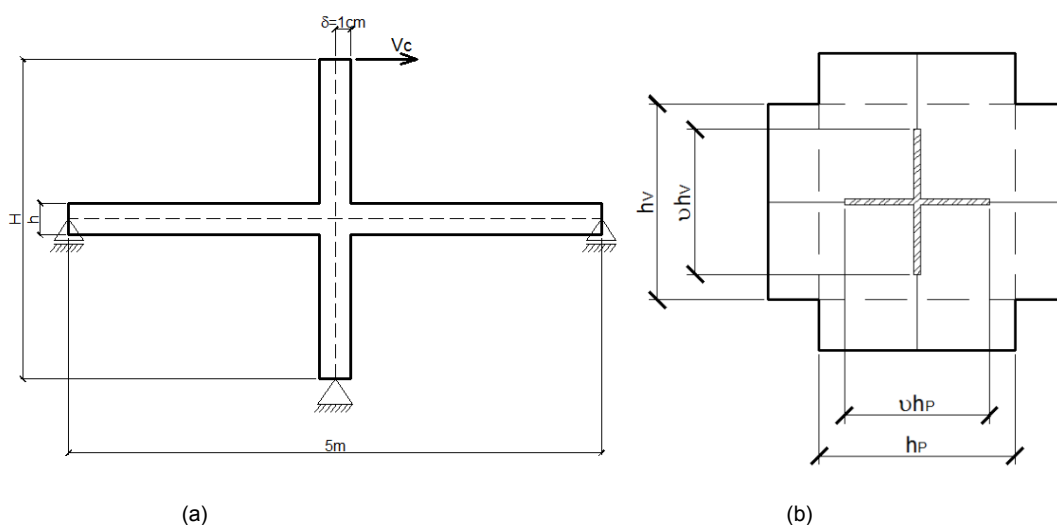
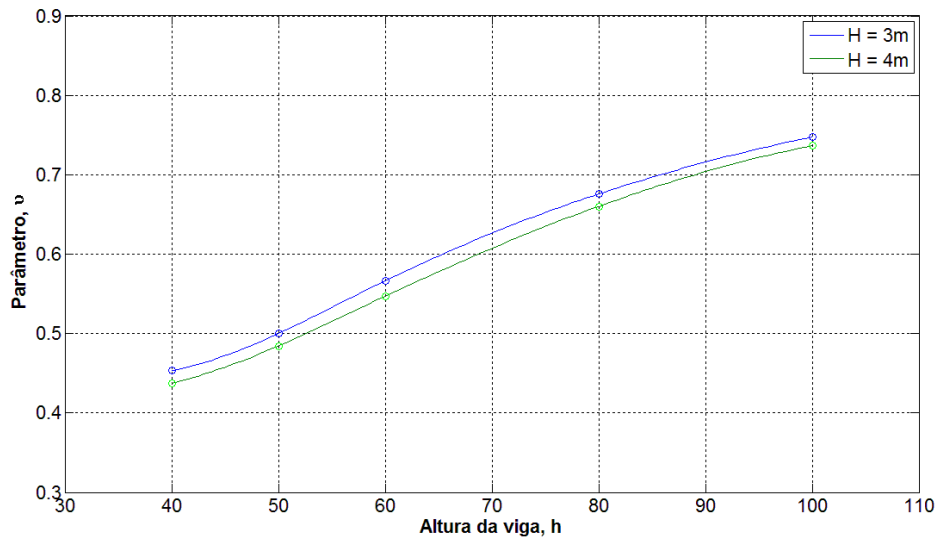


Figura 2.1 – (a) Geometria da subestrutura com respectivas condições de contorno e solicitações externas; (b) detalhe da região do nó mostrando os trechos rígidos com os seus comprimentos ajustados

Os valores do parâmetro de ajuste foram plotados no gráfico $h_V \times \nu$, onde h_V é a altura da seção transversal da viga. Observa-se que os valores de ν variaram entre 0,44 e 0,75 com grande dependência em relação à h_V . A utilização deste modelo implica em um vasto estudo paramétrico onde o valor de ν será uma função de inúmeras variáveis tornando inconveniente sua aplicação prática.


 Figura 2.2 – Gráfico da variação de ν com a altura da viga

2.2 MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE

Considere a subestrutura mostrada na Figura 2.3 (a) com carregamento horizontal, V_c , aplicado em sua extremidade superior. Fazendo o equilíbrio de momento em torno do ponto A tem-se:

$$\sum M_A = 0 \therefore -V_c \cdot \frac{H}{2} - V_c \cdot \frac{H}{2} + V_B \cdot L = 0 \therefore V_B = \frac{V_c \cdot H}{L} \quad (2.1)$$

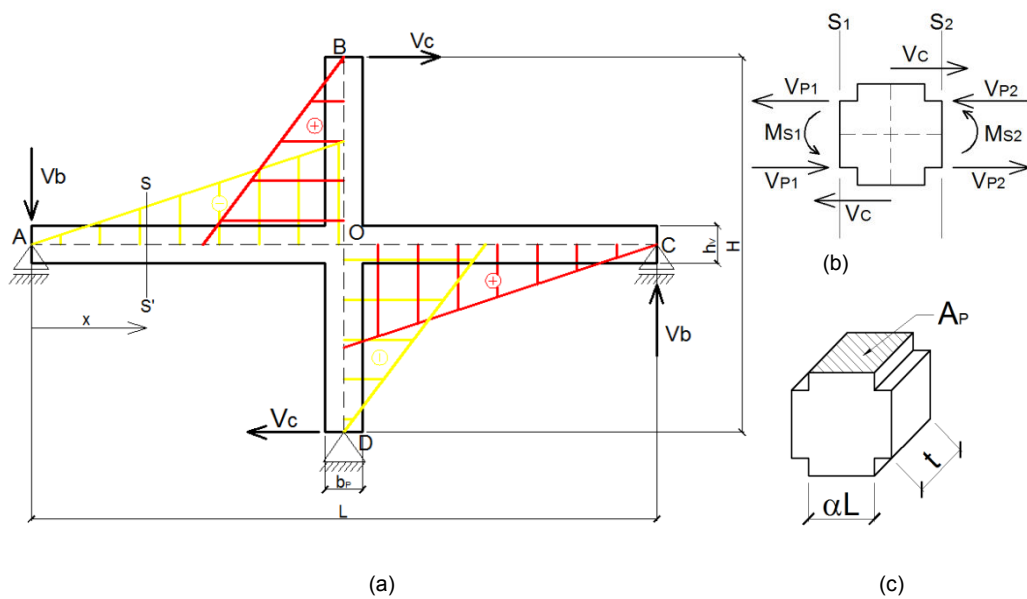


Figura 2.3 – (a) DMF do nó tipo cruzeta submetido a carregamento lateral; (b) detalhe da região do nó; (c) nó com as suas dimensões.

O momento fletor atuante na viga em uma seção genérica S-S', situada a uma distância x medida a partir do apoio esquerdo é dado por:

$$M(x) = V_B \cdot x \therefore M(x) = \frac{V_C \cdot H}{L} \cdot x \quad (2.2)$$

Tomando, portanto, uma seção S_1 situada junto à face esquerda do pilar, conforme Figura 2.3 (b), tem-se que o momento fletor atuante nessa seção é dado por:

$$M_{S1} = V_B \cdot \left(\frac{L}{2} - \frac{b_p}{2} \right) \quad (2.3)$$

Sendo α e β parâmetros geométricos adimensionais dados por:

$$\alpha = \frac{b_p}{L} \therefore b_p = \alpha \cdot L \quad (2.4)$$

$$\beta = \frac{h_v}{H} \therefore h_v = \beta \cdot H \quad (2.5)$$

Pode então ser reescrever a Equação 2.3 da seguinte forma:

$$M_{S1} = V_B \cdot \left(\frac{L}{2} - \alpha \cdot \frac{L}{2} \right) \therefore M_{S1} = \frac{V_B \cdot L}{2} \cdot (1 - \alpha) \quad (2.6)$$

Decompondo o momento M_{S1} em um binário de forças cujo braço de alavanca, admite-se, seja aproximadamente igual à altura da seção transversal da viga, tem-se que para o lado esquerdo do nó, a força V_{P1} vale:

$$M_{S1} = V_{P1} \cdot \beta \cdot H \therefore \frac{V_C \cdot H}{2} \cdot (1 - \alpha) = V_{P1} \cdot \beta \cdot H \therefore V_{P1} = \frac{V_C \cdot (1 - \alpha)}{2 \cdot \beta} \quad (2.7)$$

O valor de V_{P2} , para o lado direito do nó, é encontrado de forma análoga e vale:

$$V_{P2} = \frac{V_C \cdot (1 - \alpha)}{2 \cdot \beta} \quad (2.8)$$

A partir desses valores tem-se que o esforço cortante nas faces superior e inferior do nó, V_P , é dado por:

$$V_P = V_{P1} + V_{P2} - V_C \therefore V_P = 2 \cdot \frac{V_C \cdot (1 - \alpha)}{2 \cdot \beta} - \frac{V_C \cdot \beta}{\beta} \therefore V_P = \frac{V_C \cdot (1 - \alpha - \beta)}{\beta} \quad (2.9)$$

Este valor pode ser considerado constante ao longo de toda a altura do nó. A tensão de cisalhamento média, τ_P pode ser obtida dividindo-se a força V_P pela área da seção transversal horizontal do painel, A_P , conforme figura 2.3 (c)

$$\tau_p = \frac{V_c}{A_p} \therefore \tau_p = \frac{V_c \cdot (1 - \alpha - \beta)}{\beta \cdot t \cdot \alpha \cdot L} \cdot \frac{H}{H} \therefore \tau_p = \frac{V_c \cdot H \cdot (1 - \alpha - \beta)}{\nabla_p} \quad (2.10)$$

Onde ∇_p , é o volume do nó.

De forma a determinar a contribuição da deformação do nó no deslocamento horizontal da subestrutura, é aplicado o princípio dos trabalhos virtuais, *PTV*. Uma força unitária é então aplicada na extremidade superior da ligação no lugar de V_c . Seguindo o mesmo raciocínio demonstrado anteriormente, tem-se que a tensão de cisalhamento média no interior do nó oriunda da carga unitária, τ_1 , é dada por.

$$\tau_1 = \frac{H \cdot (1 - \alpha - \beta)}{\nabla_p} \quad (2.11)$$

A parcela do deslocamento horizontal oriunda do esforço cortante é então dada por:

$$\Delta_p = \int \frac{\tau_p \cdot \tau_1}{G} dV \therefore \Delta_p = \frac{V_c \cdot H^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)^2}{G \cdot \nabla_p} \quad (2.12)$$

Onde G é o módulo de elasticidade transversal do material.

2.3 MODELO DE KRAWINKLER (MK)

O modelo de Krawinkler [9] foi inicialmente idealizado com a finalidade modelar a flexibilidade dos nós de estruturas metálicas. Considere um esquema genérico do modelo mostrado na Figura 2.4 juntamente com os esforços horizontais atuantes na região do nó. O modelo é composto por quatro trechos rígidos conectados por rótulas, conferindo ao modelo um total de oito nós, e uma mola de torção situada no canto esquerdo superior do painel. A mola representa a resistência do nó ao cisalhamento.

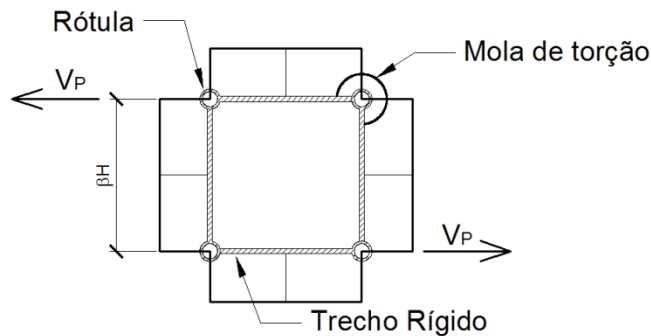


Figura 2.4 – Modelo de Krawinkler e esforços de cisalhamento atuantes na região do nó

O momento na mola vale o produto do esforço horizontal, V_P , atuante na face inferior do pilar, pela altura do painel, βH , conforme Figura 2.4.

$$M_K = V_P \cdot \beta \cdot H \quad (2.13)$$

A rotação na mola, por sua vez, vale a distorção angular do painel:

$$\theta_K = \frac{V_P}{A_P \cdot G} \therefore \theta_K = \frac{V_P}{G \cdot \alpha \cdot L \cdot t} \cdot \frac{\beta \cdot H}{\beta \cdot H} \therefore \theta_K = \frac{M_K}{G \cdot \nabla_P} \quad (2.14)$$

A rigidez à rotação do painel é igual ao momento dividido pela rotação da mola.

$$K_{MK} = \frac{M_K}{\theta_K} \therefore K_{MK} = G \cdot \nabla_P \quad (2.15)$$

2.4 MODELO DE TESOURA (MT)

O modelo de Tesoura [4] é composto por dois trechos rígidos no interior da região do nó, uma rótula e uma mola de torção, conforme Figura 2.5. De forma análoga ao modelo de Krawinkler, a rigidez da mola representa a rigidez da região do nó ao cisalhamento.

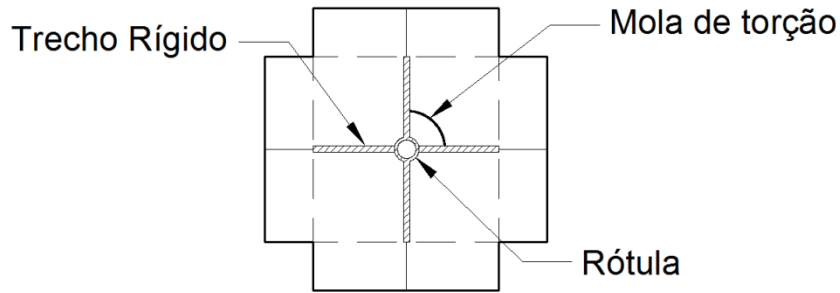


Figura 2.5 – Modelo de Tesoura

No modelo de tesoura, o momento na mola é dado pelo produto do esforço horizontal atuante na extremidade superior do pilar, V_C , pela altura da subestrutura, H , conforme equação abaixo:

$$M_T = V_C \cdot H \quad (2.16)$$

Uma vez que a mola no modelo de tesoura possui uma rigidez K_{MT} , a rotação no nó é dada por:

$$\theta_T = \frac{M_T}{K_{MT}} \therefore \theta_T = \frac{V_C \cdot H}{K_{MT}} \quad (2.17)$$

O deslocamento horizontal da extremidade superior do pilar é dado pelo produto da rotação do nó pela altura da subestrutura:

$$\Delta_{P,T} = \theta_T \cdot H \therefore \Delta_{P,T} = \frac{V_C \cdot H^2}{K_{MT}} \quad (2.18)$$

O deslocamento dado pela equação 2.15 deve ser idêntico ao deduzido no item 2.1 e fornecido pela equação 2.9. Igualando ambas as equações obtém-se à expressão da rigidez à rotação para o modelo de tesoura.

$$\Delta_{P,T} = \Delta_P \therefore \frac{V_C \cdot H^2}{K_{MT}} = \frac{V_C \cdot H^2 \cdot (1 - \alpha - \beta)^2}{G \cdot \nabla_P} \therefore K_{MT} = \frac{G \cdot \nabla_P}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad (2.19)$$

2.5 ESTUDO COMPARATIVO ENTRE O MT E O MK

Observando ambos os modelos de forma qualitativa, percebe-se claramente a maior simplicidade do modelo de Tesoura em relação ao modelo de Krawinkler. Enquanto o primeiro é composto por dois trechos rígidos, dois nós, uma rótula e uma mola de torção, o segundo possui quatro trechos rígidos, oito nós (dois em cada vértice do painel) e uma mola.

A partir da comparação das equações 2.15 e 2.19 tem-se que a rigidez da mola no modelo de Tesoura é maior em relação ao Modelo de Krawinkler. Muitos analistas erroneamente utilizam a mola derivada do Modelo de Krawinkler no Modelo de Tesoura. Este fato produz modelos que são mais flexíveis que a estrutura real [4].

$K_{MK} = G \cdot \nabla_P$	Eq. 2.15	$K_{MT} = \frac{G \cdot \nabla_P}{(1 - \alpha - \beta)^2}$	Eq. 2.19
-----------------------------	----------	--	----------

Comparando ainda as expressões das rigezas, vê-se que a constante de mola do Modelo de Tesoura é função de α e β , fato que não ocorre com o modelo de Krawinkler. Fica evidente que a hipótese vãos iguais para vigas e pé-direito iguais para pilares é inerente ao Modelo de Tesoura e desnecessário no modelo de Krawinkler.

Partindo agora para uma análise quantitativa, considere a subestrutura da Figura 1.4. Adotando $E=2.1 \times 10^6$ e $G=8,75 \times 10^5$, as rigezas para os modelos de Krawinkler e tesoura são: $K_{MK} = 43750 \text{ tfm/rad}$ e $K_{MT} = 81353 \text{ tfm/rad}$. Aplicando um deslocamento de 1 cm mantendo as condições de contorno expressas no item 2.1, a reação obtida para ambos os modelos vale 9,18 tf. Estudos similares em estruturas metálicas concluíram que o modelo de tesoura é eficaz para estruturas de prédios em geral tendo em vista as incertezas envolvidas na análise [4]. Portanto, para situações

correntes em estruturas de edifícios, conclui-se que ambos os modelos podem ser empregados.

2.6 ESTUDO PARAMÉTRICO DE NÓS DE PÓRTICO DO TIPO COMPLETO – MT

Ao longo da dedução da expressão 2.19, que fornece a constante de rigidez para nós do tipo completo, algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas, dentre as quais pode-se citar:

- Distribuição de tensões de cisalhamento constante ao longo da altura;
- Braço de alavanca da resultante das tensões normais localizado nas extremidades do nó.

De forma a evitar a perda de precisão do modelo proposto, parâmetro de correção γ é aplicado à Equação 2.19. Assim sendo adotaremos para a mola de torção a seguinte expressão:

$$K_{comp} = \gamma \cdot \frac{G \cdot \nabla_p}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad (2.20)$$

O valor do parâmetro γ é obtido através da comparação dos resultados obtidos a partir do MT contra aqueles obtidos via MEF. Estudo paramétrico realizado no item 2.1 é então ampliado variando agora além da altura da seção da viga, a altura da seção do pilar em 40, 60, 80 e 100 cm.

2.6.1 Nós completos do tipo cruzeta

Inicialmente é realizado estudo paramétrico dos nós tipo cruzeta. As condições de contorno e ações externas aplicadas ao modelo tridimensional são idênticas às empregadas nas modelagens do item 2.1. A modelagem utilizando elementos de barra está esquematizada na Figura 2.6. Tanto o pilar quanto a viga são modelados como um único elemento de barra. As translações nas três direções dos nós 2 e 5, pertencentes à viga e ao pilar, respectivamente, são igualadas.

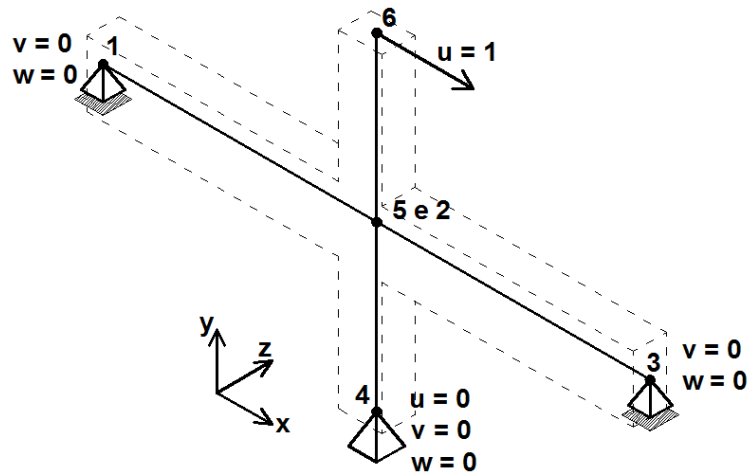


Figura 2.6 – Esquema genérico do modelo utilizando elementos de barra.

Uma primeira questão surge com relação ao valor de volume ∇_N a ser adotado para nós de diferentes razões largura/altura. Observando a Figura 2.7, onde se tem a distribuição das tensões de cisalhamento para um nó quadrado e outro cuja altura é duas vezes a largura, percebe-se que o comportamento muda substancialmente com a razão altura/largura da seção transversal.

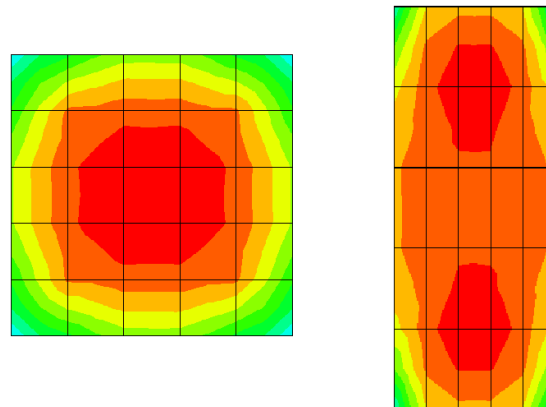


Figura 2.7 – Variação da distribuição de cisalhamento para nó quadrado e com altura igual a duas vezes a largura.

De forma a aproximar o efeito da geometria, três abordagens diferentes para o cálculo do volume da região do nó são testadas:

Alternativa 1: $\nabla_{P1} = a \cdot b \cdot t$

Alternativa 2: $\nabla_{P2} = a^2 \cdot t$

Alternativa 3: $\nabla_{P3} = a \cdot \left(\frac{a+b}{2} \right) \cdot t$

Onde a e b são a altura e a largura da região do nó com $a \leq b$ e t a espessura do nó.

Nas Figuras 2.8 à 2.10 têm-se a variação do parâmetro de correção γ em função da altura da seção do pilar e da viga para cada uma das alternativas empregadas. É importante salientar que o objetivo deste estudo é propor um modelo simplificado que represente de forma mais precisa possível o comportamento da região do nó. A adoção de uma função paramétrica que relacione os valores de γ com a geometria da ligação foge do escopo deste trabalho devido ao seu alto grau de complexidade. Procurar-se-á, portanto adotar um valor constante para o parâmetro de correção de forma a simplificar o modelo sem acarretar perda de sua precisão.

A alternativa 1 apesar de se mostrar bem comportada, apresenta valores ligeiramente abaixo da média quando a viga ou pilar possuem altura da seção elevada e valores acima da média quando a altura da seção da viga e do pilar são pequenas. Este fenômeno é bastante atenuado quando se emprega a alternativa 3. A alternativa 2 é visivelmente a pior opção devido à grande variação dos valores da constante de correção.

Sendo, portanto, γ_c o valor do parâmetro de correção para nós do tipo cruzeta e observando o gráfico da Figura 2.10, adota-se $\gamma_c = 0,45$. Este valor é ligeiramente inferior ao médio com viés para a maior flexibilidade. Não é observada variação significativa nos valores do parâmetro de correção ao considerar as subestruturas com pé-direito de 4 metros, ver gráficos A1.1 ao A1.6 do Anexo A1.

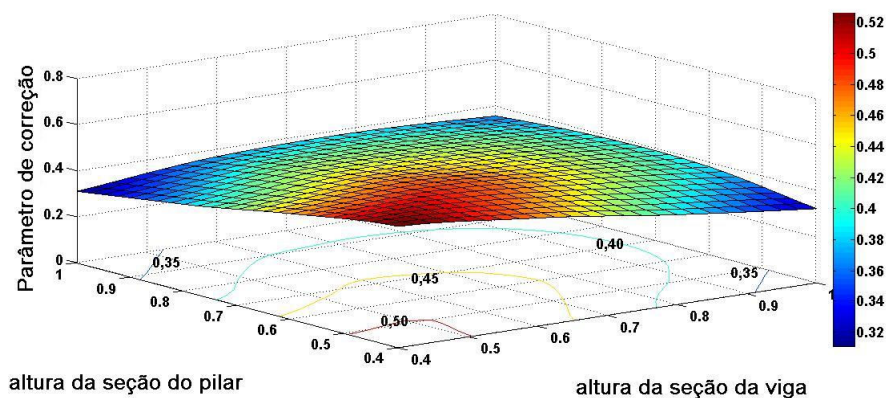


Figura 2.8 – Variação do parâmetro γ_c utilizando a alternativa 1 para pé direito de 3 metros

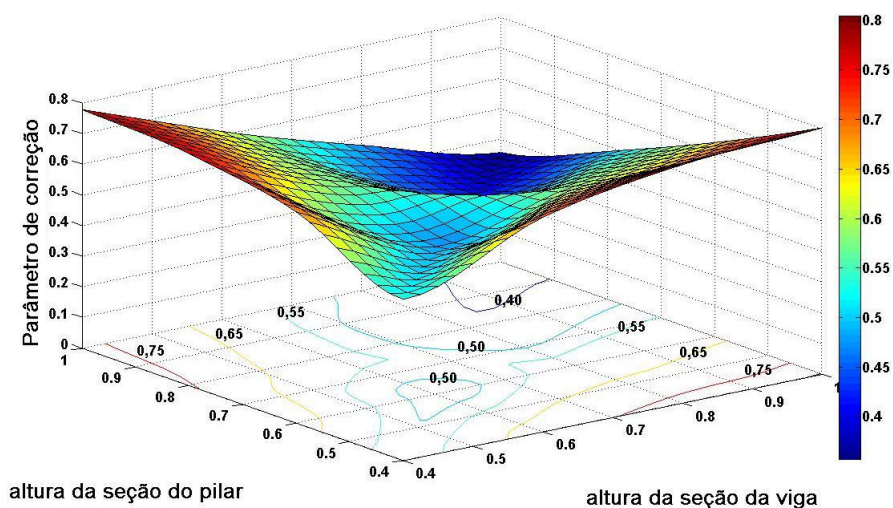


Figura 2.9 – Variação do parâmetro γ_c utilizando a alternativa 2 para pé direito de 3 metros

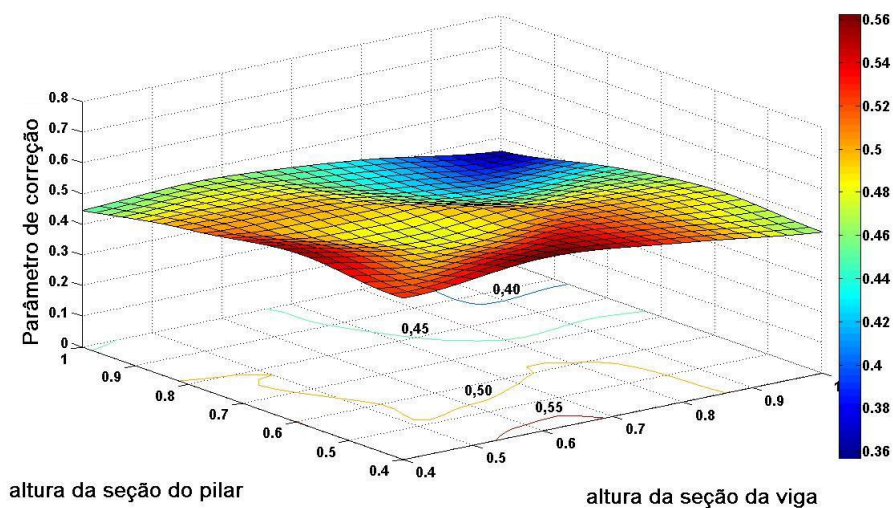


Figura 2.10 – Variação do parâmetro γ_c utilizando a alternativa 3 para pé direito de 3 metros

2.6.2 Nós completos tipo T-Lateral e T-Superior

Considere os nós tipo T-Lateral e T-superior mostrados na Figura 1.2 (c) e 1.2 (d). De forma a evitar lançar mão de restrições multinodais artificiais, foi aplicado campo de deslocamento antisimétrico, forçando seção de momento nulo a meia altura do pilar/viga. Foram restritos os deslocamentos nas direções y e z na face das vigas e aplicado deslocamentos de 1 cm em sentidos apostos nas faces dos pilares, conforme pode ser observado na Figura 2.11.

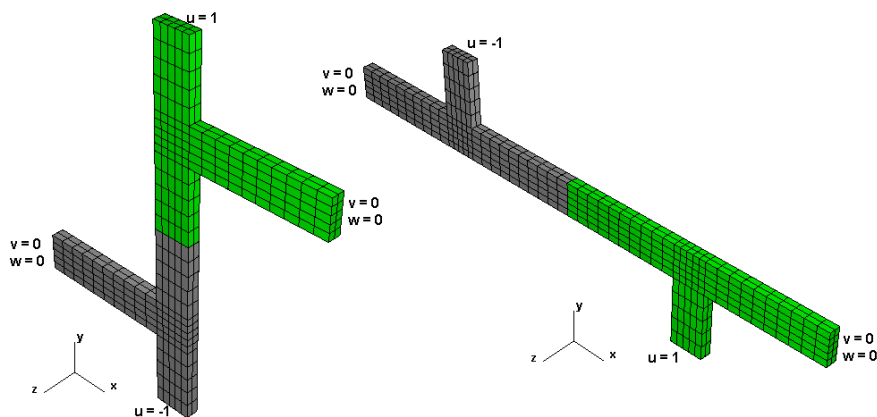


Figura 2.11 – Modelos tridimensionais dos nós tipo T-Lateral e T-Superior

As mesmas alternativas empregadas no cálculo do volume da região do nó são utilizadas para o estudo paramétrico dos nós tipo T-Lateral e T-Superior. Nas Figuras 2.12 e 2.13 tem-se a variação do fator de correção utilizando a alternativa 3 para os nós T-Lateral e T-Superior, ambos com pé-direito de 3 metros. No Anexo A1, encontram-se os demais gráficos. Percebe-se, ao analisá-los, que a altura do pé-direito acarreta em uma pequena variação dos valores do parâmetro de correção. Porém, para os pés direitos correntes de estruturas de edifícios, variando entre 2,5 e 4,0 metros essa influência é desprezível.

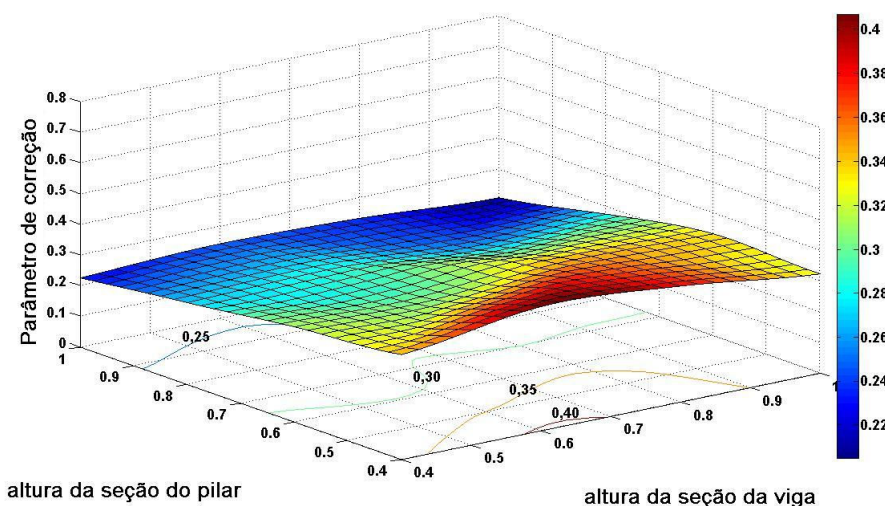


Figura 2.12 – Variação do parâmetro de correção γ_T para nós do tipo T-Lateral e pé direito de 3 metros

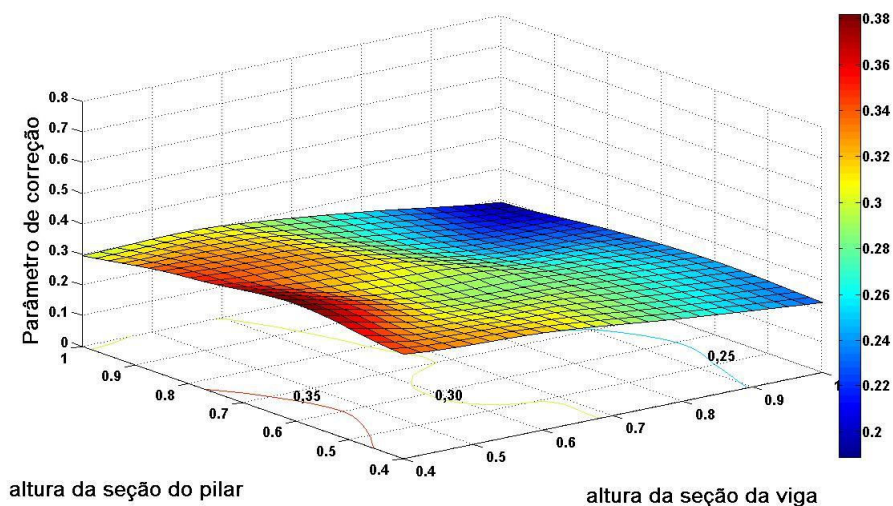


Figura 2.13 – Variação do parâmetro de correção γ_T para nós do tipo T-Superior e pé direito de 3 metros

Sendo γ_T o parâmetro de correção para nós tipo T-Lateral e T-Superior, à partir da observação dos gráficos acima foi adotado $\gamma_T = 0,3$.

2.6.3 Nós completos tipo L

A metodologia empregada na modelagem dos nós tipo L é idêntica à utilizada no item anterior. Campo de deslocamento antisimétrico é aplicado de modo a forçar seção de momento nulo à meia altura do pilar, conforme Figura 2.14.

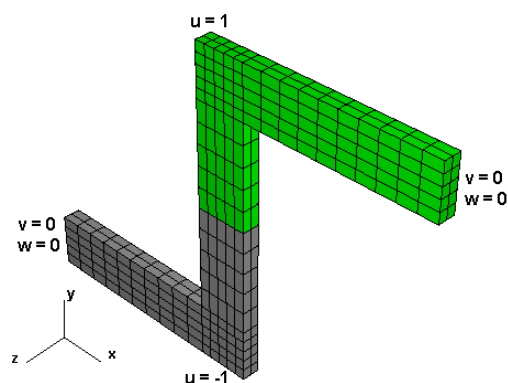


Figura 2.14 – Modelo tridimensional de nós tipo L

A variação do parâmetro de correção, aqui denominado γ_L , foi determinada para às 3 alternativas de cálculo do volume do nó. Novamente a alternativa 3 é a que melhor se adapta não apresentando grandes discrepância entre os valores. Observando o gráfico apresentado da Figura 2.15, adotou-se $\gamma_L = 0,1$. Os gráficos restantes encontram-se no Anexo A1.

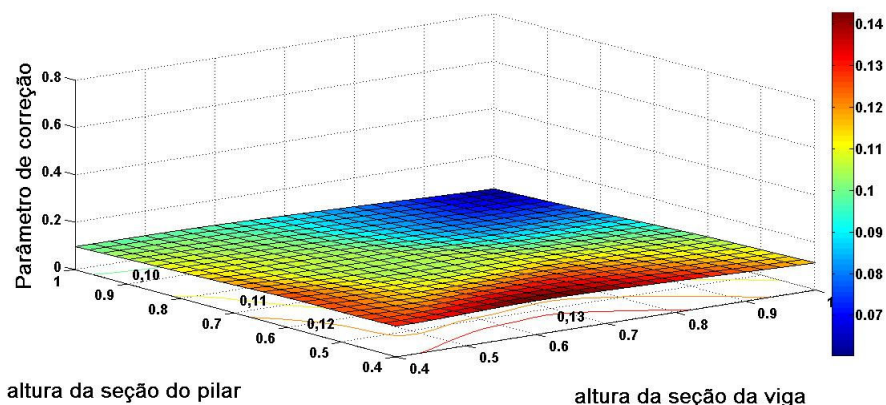


Figura 2.15 – Variação do parâmetro de correção γ_L para nós do tipo L e pé direito de 3 metros

2.7 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO

O MTRA é uma alternativa que visa amenizar os erros de modelagem comentados quando se faz uso de trechos rígidos em toda a extensão no nó. Além de não representar fielmente a realidade, pois admite-se que as deformações do nó são oriundas dos esforços de flexão, esse método mostra-se bastante ineficiente, dado a grande variação dos valores do parâmetro de ajuste.

O MK e o MT, por sua vez, partem do princípio que as deformações no nó são provenientes das tensões de cisalhamento. Ambos os modelos fornecem respostas bastante semelhantes quando comparados porém o MT é, visivelmente, mais simples de ser implementado.

Diante dos coeficientes de ajuste, γ , obtidos no estudo paramétrico do MT, diversas subestruturas são analisadas utilizando o modelo proposto com correção paramétrica no valor da constante de rigidez. Os resultados obtidos são comparados com aqueles obtidos via MEF. Diante das Figuras A1.1 à A1.25, encontradas no anexo A1, observa-se que o erro absoluto para nós do tipo cruzeta, mediante adoção do parâmetro de correção $\gamma_C = 0,45$, é da ordem de 5%. Desta forma a expressão para cálculo da constante de rigidez para nós tipo cruzeta é:

$$K_{comp}^{cruz} = 0,45 \cdot \frac{G \cdot \nabla_p}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad (2.21)$$

Considerando as ligações do tipo T-Lateral e T-Superior, ao adotar $\gamma_T = 0,3$, o erro absoluto é da ordem de 8% e 12%, respectivamente. A expressão para o cálculo da constante de rigidez encontra-se a seguir:

$$K_{comp}^T = 0,3 \cdot \frac{G \cdot \nabla_P}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad (2.22)$$

Os nós tipo L apresentaram os resultados menos satisfatórios onde o erro absoluto é da ordem de 15% quando $\gamma_L = 0,1$ é adotado. Uma vez que este tipo de nó é menos freqüente na estruturas de edifícios não se espera perda significativa da precisão da flexibilidade global devido à faixa de erro mais elevada. A Equação 2.20 fornece o valor da constante de rigidez para nós do tipo L.

$$K_{comp}^L = 0,1 \cdot \frac{G \cdot \nabla_P}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad (2.23)$$

MODELAGEM DE LIGAÇÕES TIPO CONCÊNTRICA

São chamadas ligações do tipo concêntricas aquelas onde o eixo da viga incide concentricamente ao eixo do pilar. As ligações concêntricas diferem das ligações completas pela maior largura da seção transversal dos pilares em relação às vigas. Uma vez demonstrada no capítulo anterior a maior simplicidade e boa precisão por parte do modelo de Tesoura para ligações do tipo completas, este é empregado na modelagem das ligações tipo concêntricas. Em seguida, expressão da rigidez à torção para este tipo de ligação é deduzida com base no método de pórticos equivalente. Extenso estudo paramétrico e análise do erro são realizados de forma a verificar a adequação do modelo.

3.1 MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE

Dado o nó de pórtico completo mostrado na Figura 3.1 submetido a um deslocamento arbitrário em sua extremidade. Tem-se que a diferença entre a rotação da viga, θ_{viga} , e a rotação do pilar, θ_{pil} , deve-se à distorção por cisalhamento da região do nó, conforme abordado no capítulo 2.

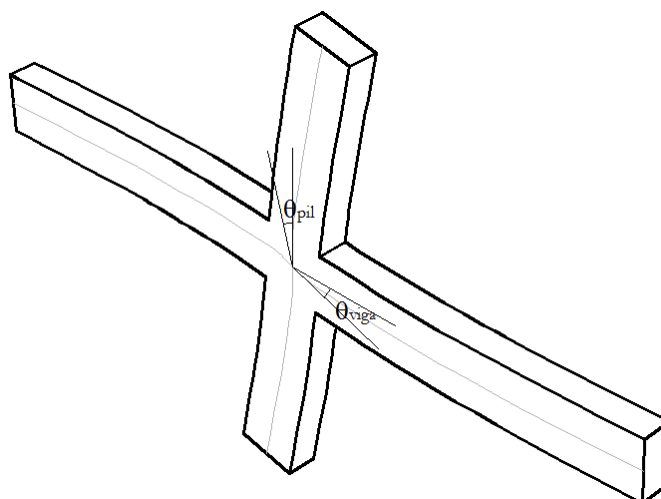


Figura 3.1 – Configuração deformada da ligação completa do tipo cruzeta.

Considere agora uma ligação do tipo concêntrica, cuja viga possui seção transversal de 30x60, pilar 20x200, vão entre pilares de 5 metros e pé-direto de 3 metros.

Mantendo as condições de contorno e ações externas adotadas no estudo paramétrico do item 2.6.1 e realizando uma análise numérica via EF, percebe-se claramente da Figura 3.2 que o pilar está submetido a torção.

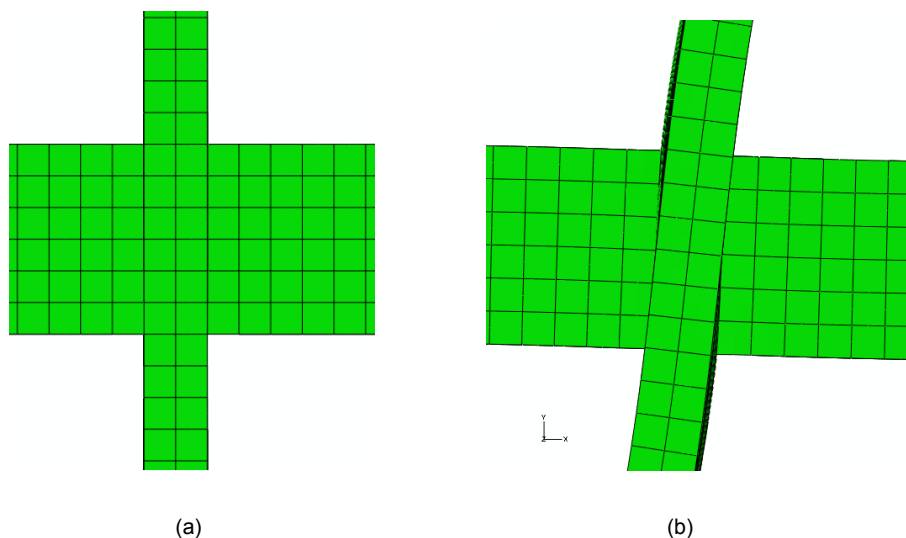


Figura 3.2 – Nó concêntrico (a) configuração indeformada; (b) configuração deformada.

Este efeito fica ainda mais evidente ao traçar linhas horizontais ao longo da largura do pilar, vide Figura 3.3, e plotar os deslocamentos na direção da ação externa dos nós contidos ao longo das linhas. Observa-se, a partir da Figura 3.4, os deslocamentos diferenciados dos nós situados entre as abscissas 0,8 e 1,2. Essa diferença diminui à medida que os nós tornam-se mais afastados da região de incidência da viga.

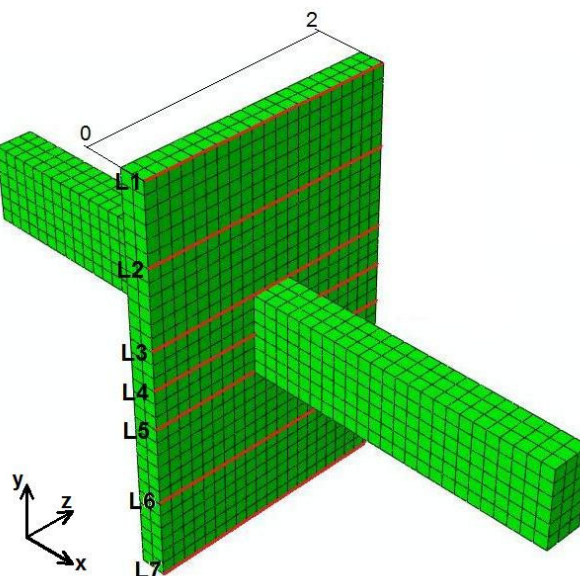


Figura 3.3 – Nó concêntrico configuração indeformada

Percebe-se ainda que os nós contidos em L4, situada a meia altura do pilar, possuem deslocamentos constantes. Tomando L4 como referencial observa-se que os nós contidos nos pares de linhas L2/L6 e L3/L5 possuem deslocamentos antisimétricos.

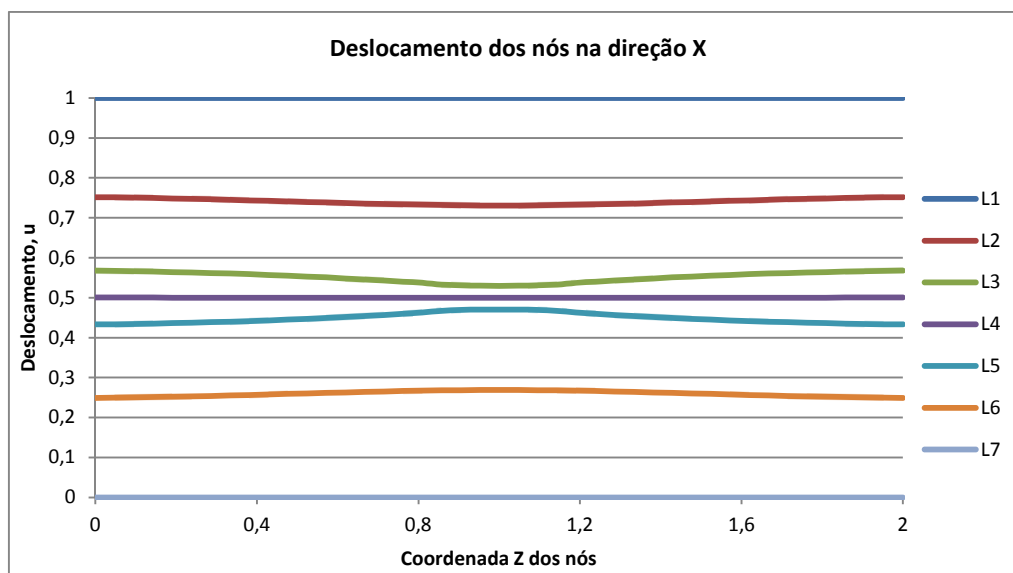


Figura 3.4 – Deslocamento dos nós na direção X.

A Figura 3.5 (a) resume de forma bastante sucinta aquilo que foi acima exposto. Considerando duas faixas A-A' e B-B' situadas ao longo da altura do pilar, estando a primeira localizada acima do ponto de incidência da viga e a segunda na extremidade do pilar. Tem-se, neste caso, que a restrição elástica oferecida pela faixa B-B' é menor que aquela oferecida pela faixa A-A' devido às deformações próprias da torção do pilar.

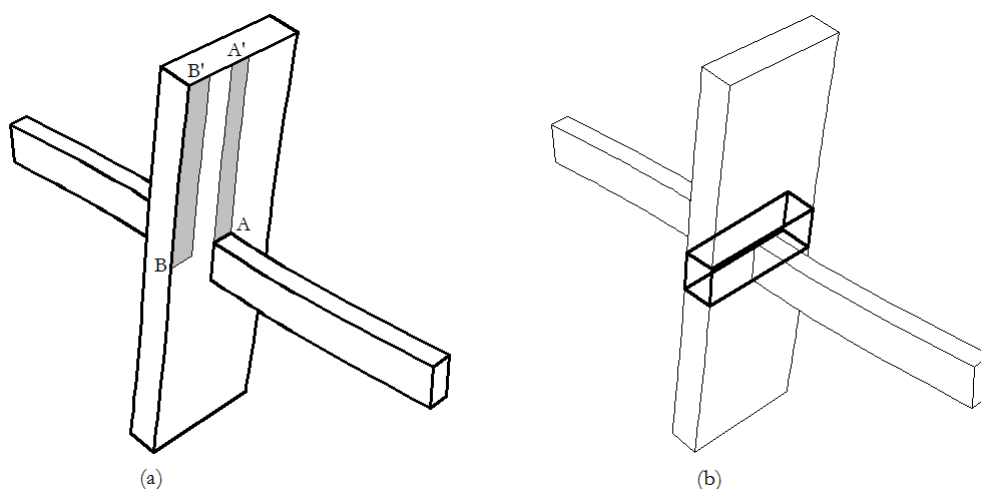


Figura 3.5 – (a) Ligação concêntrica tipo cruzeta configuração deformada; (b) Nó tipo cruzeta deformado com peça de torção

De forma a levar em conta, na análise do nó, o efeito deste fenômeno, consideramos uma peça de torção no interior do pilar como mostrado na Figura 3.5 (b). A flexibilidade adicional do nó é aquela decorrente flexibilidade da peça de torção, à semelhança do que é proposto pelo ACI 318 [27] em sua formulação de pórticos equivalentes para lajes planas.

A rotação diferencial entre a viga e o pilar, θ_{conc} , é dada por:

$$\theta_{conc} = \frac{M}{K_{conc}} \quad (3.1)$$

O valor de θ_{conc} , pode ser tomado como sendo a soma da rotação diferencial do pilar no ponto de incidência da viga, θ_A , e da rotação de torção média da peça no interior do nó, $\theta_{t,médio}$. Sendo a flexibilidade o inverso da rigidez, e considerando θ_A como sendo aquela correspondente ao nó do tipo completo pode-se escrever:

$$\frac{1}{K_{conc}} = \frac{1}{K_{completo}} + \frac{1}{K_{tor}} \quad (3.2)$$

O valor de $K_{completo}$ é dado pela Equação 3.3 conforme dedução apresentada na seção 2.6. A parcela referente à rigidez à torção é deduzida a seguir.

$$K_{completo} = \gamma \cdot \frac{G \cdot \nabla_p}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad (3.3)$$

3.2 RIGIDEZ À TORÇÃO

Considere um pilar e uma peça de torção a ele ligada e submetida a um momento torsor unitário, como mostra a Figura 3.6 (a). Tomando-se uma distribuição linear do momento por unidade de comprimento e considerando que o valor máximo do esforço no centro do nó seja tal que forneça uma área unitária para o diagrama de momento torsor, Figura 3.3 (b), tem-se, então, que a função que expressa a variação do momento aplicado em apenas um dos braços da peça de torção é [28]:

$$t(x) = \frac{4}{b_p^2} \cdot x \quad (3.3)$$

A partir da distribuição do carregamento, pode-se obter o diagrama de momento torsor $T(x)$ integrando a função $t(x)$, Figura 3.6 (c).

$$T(x) = \int \frac{4}{b_p^2} x dx \therefore T(x) = \frac{2}{b_p^2} x^2 \quad (3.4)$$

Tem-se da Figura 3.6 (c), portanto, que o valor de T no ponto de incidência da viga no pilar, ponto A da faixa A-A', vale:

$$T_A = T\left(\frac{b_p}{2} - \frac{b_v}{2}\right) = \frac{1}{2} \cdot \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^2 \quad (3.5)$$

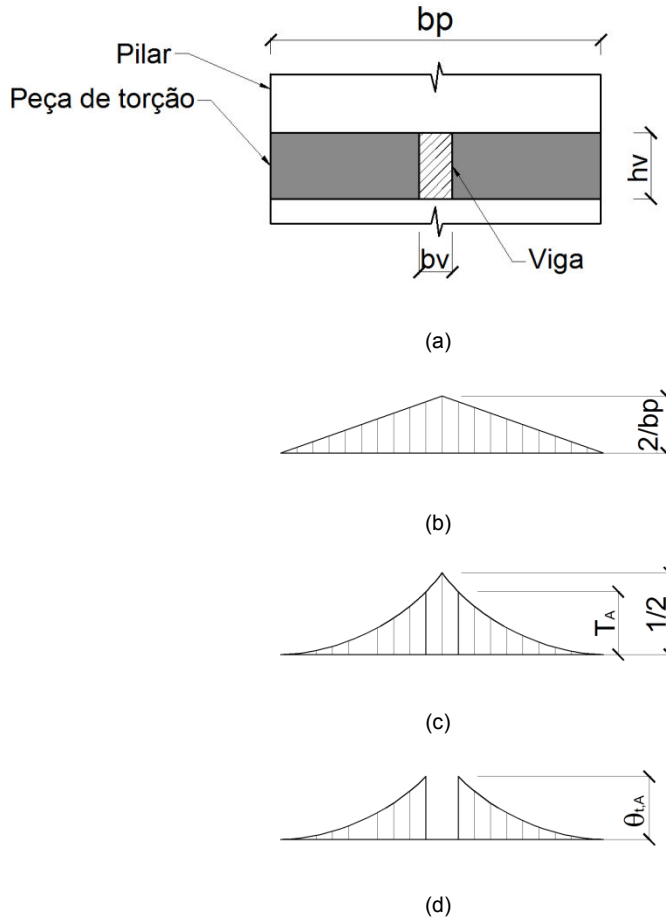


Figura 3.6 – (a) Vista lateral da ligação evidenciando a peça de torção; (b) momento tursor aplicado à peça; (c) diagrama de momento tursor na peça de torção; (d) derivada da rotações ao longo da peça

O valor da derivada da rotação em cada seção ao longo da peça de torção é obtido dividindo-se o valor do tursor em cada ponto do diagrama por CG , Figura 3.6 (d). Onde C é a aproximação da Constante de Torção Retangular de Timoshenko e G o Módulo de Elasticidade Transversal do material. Logo:

$$\frac{d\theta(x)}{dx} = \frac{2}{b_p^2 \cdot C \cdot G} x^2 \quad (3.6)$$

A rotação na extremidade da peça é a integral da derivada da rotação ao longo dela, tem-se, portanto:

$$\theta_{t,final} = \int_0^{\frac{b_p}{2} - \frac{b_v}{2}} \frac{2}{b_p^2 \cdot C \cdot G} x^2 dx \therefore \theta_{t,final} = \frac{b_p}{12 \cdot C \cdot G} \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3 \quad (3.7)$$

Na formulação originalmente proposta pelo ACI 318 [27], o valor do coeficiente Poisson é tomado como sendo igual a zero, desta forma, pode-se substituir G por $E/2$. Admitindo que a rotação média da peça seja um terço da rotação na extremidade concluímos que:

$$\theta_{t,médio} = \frac{b_p \cdot \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3}{18 \cdot E \cdot C} \quad (3.8)$$

Substituindo $\theta_{t,médio}$ na Equação 3.1 chega-se à:

$$K_{tor} = \frac{9 \cdot EC}{b_p \cdot \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3} \quad (3.9)$$

Uma vez que a expressão acima foi deduzida para apenas um lado da peça, tem-se que para os dois a expressão da constante de rigidez à torção é dada por:

$$K_{tor} = \frac{18 \cdot EC}{b_p \cdot \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3} \quad (3.9)$$

A constante C vale, de acordo com o ACI 318 [27]:

$$C = \left[\left(1 - 0,63 \cdot \frac{x}{y}\right) \cdot \frac{x^3 y}{3} \right] \quad (3.10)$$

Onde x é o menor valor entre h_p e h_v e y a maior entre as duas.

3.3 ESTUDO PARAMÉTRICO DE NÓS DE PÓRTICO DO TIPO CONCÊNTRICOS

Devido a algumas hipóteses simplificadoras adotadas na dedução da expressão da constante de rigidez à torção, tais como a distribuição linear do momento torsor, parâmetro de correção κ será adotado a exemplo do que foi proposto no item 2.6.

Valor de κ é obtido a partir de estudo paramétrico análogo ao desenvolvido para ligações do tipo completas. Portanto, a expressão modificada para cálculo da rigidez à torção é:

$$K_{tor} = \kappa \cdot \frac{18EC}{b_p \cdot \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3} \quad (3.11)$$

No estudo paramétrico foram empregadas subestruturas com pé-direito de três e quatro metros, vigas com seção transversal de 20x40, 20x60, 30x40 e 30x60 cm e pilares com altura de 20, 30 e 40 cm e largura de 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 e 200 cm

Tomando a Equação 3.2 e substituindo os valores de K_{comp} e K_{tor} obtidos em 2.17 e 3.10, respectivamente, chega-se à expressão:

$$\frac{1}{K_{conc}} = \frac{1}{\gamma \cdot \frac{G \cdot \nabla_N}{(1 - \alpha - \beta)^2}} + \frac{1}{\kappa \cdot \frac{18 \cdot E \cdot C}{b_p \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3}} \quad (3.12)$$

Onde γ e κ são parâmetros de ajustamento. Os valores de γ foram obtidos para cada tipo de nó nas seções 2.4.1 à 2.4.3. Nas seções posteriores é desenvolvido estudo paramétrico de forma a encontrar os valores de κ .

3.3.1 Nós concêntricos tipo cruzeta

A exemplo da modelagem realizada para nós completos, foi impedida a translação horizontal da seção inferior do pilar e translação vertical das seções extremas das vigas. Deslocamento de 1 centímetro foi aplicado na extremidade superior do pilar. Na Figura 3.7 tem-se um nó tipo cruzeta com as devidas condições de contorno e solicitações externas.

Conforme exposto no item 2.4.1, o valor do parâmetro de correção para nós completos do tipo cruzeta é igual a $\gamma_C = 0,45$. Tomando o valor da reação na extremidade superior da peça fornecido pelo Método dos Elementos Finitos como correto e adotando $\kappa_C = 1$, procedeu-se comparação com a resposta fornecida pelo modelo proposto. A variação do erro com a largura e altura da seção transversal do pilar foi plotado para as quatro geometrias de viga e as duas alturas do pé direito. Na Figura 3.8 tem-se a variação do erro para viga com seção de 20x40 e pé direito igual a 3

metros, tabelas contendo os valores dos erros cometidos encontram-se no anexo B1. Observando os valores da Tabela B1.1, percebe-se que a faixa de variação do erro é de -4% a 5%.

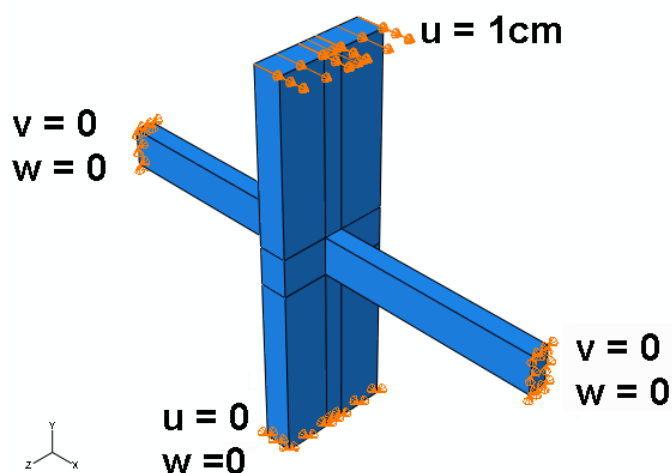


Figura 3.7 – Nó tipo cruzeta com respectivas condições de contorno e solicitações externas

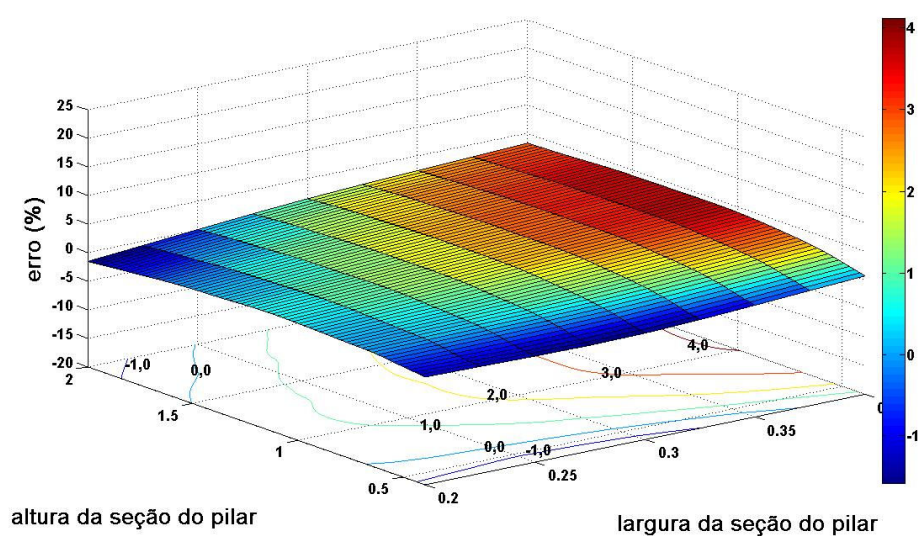


Figura 3.8 – Variação do erro para vigas com seção de 20x40

3.3.2 Nós concêntricos tipo T-Lateral

Considere agora os nós tipo T-Lateral. A exemplo dos itens 2.4.2 e 2.4.3, campo de deslocamento anti-simétrico foi aplicado. Na Figura 3.9 (a) pode-se observar o modelo tridimensional com as respectivas condições de contorno e solicitações externas enquanto que na Figura 3.9 (b) tem-se a deformada da ligação.

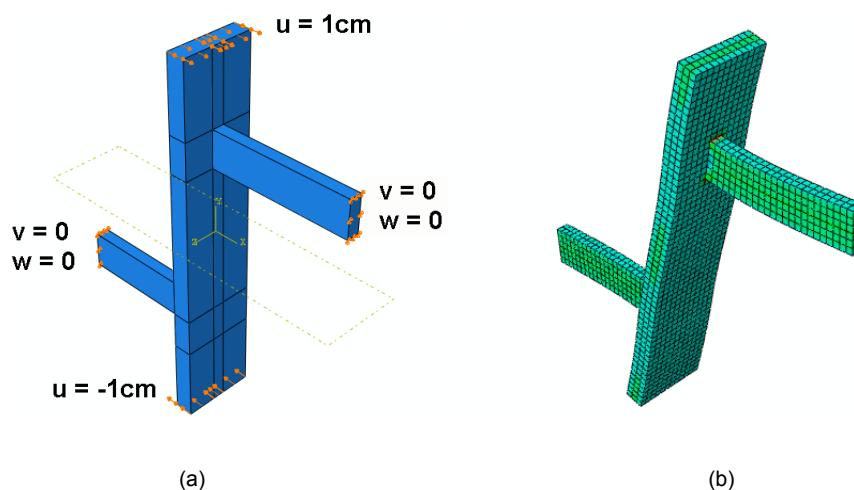


Figura 3.9 – Nó tipo T-Lateral: (a) condições de contorno e solicitações externas; (b) deformada

Adotando $\gamma_{T-Lat} = 0,3$, conforme obtido na seção 2.4.2, e $\kappa_{T-Lat} = 1$. O erro máximo cometido quando o modelo proposto é comparado com modelo em elementos finitos é, neste caso, da ordem de 6% com viés de maior rigidez e de 5% com viés de menor rigidez. Na Figura 3.10 tem-se o gráfico para viga com seção 20x40 e pé direito de 3 metros, os demais valores encontram-se na Tabela B1.2 do anexo B1.

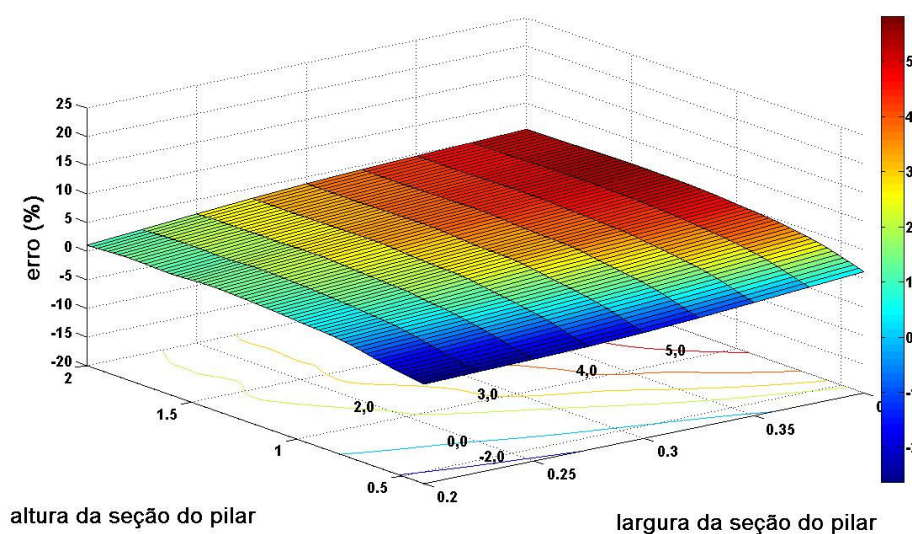


Figura 3.10 – Variação do erro para vigas com seção de 20x40

3.3.3 Nós concêntricos tipo T-Superior

A modelagem da ligação tipo T-superior é realizada de forma análoga às ligações do tipo T-lateral, conforme Figura 3.11. Ao adotar $\gamma_T = 0,3$ e $\kappa_{T-sup} = 1$ para o cálculo da constante de rigidez à torção, verificou-se que o modelo de barra era 20% mais rígido que o modelo em elementos finitos. Estudo paramétrico é então realizado de forma

que valor de $\kappa_{T-sup} = 0,5$ é obtido. Ao utilizar novo valor do parâmetro de correção a variação do erro ficou compreendida entre -8% e 10%, conforme Tabela B1.3.

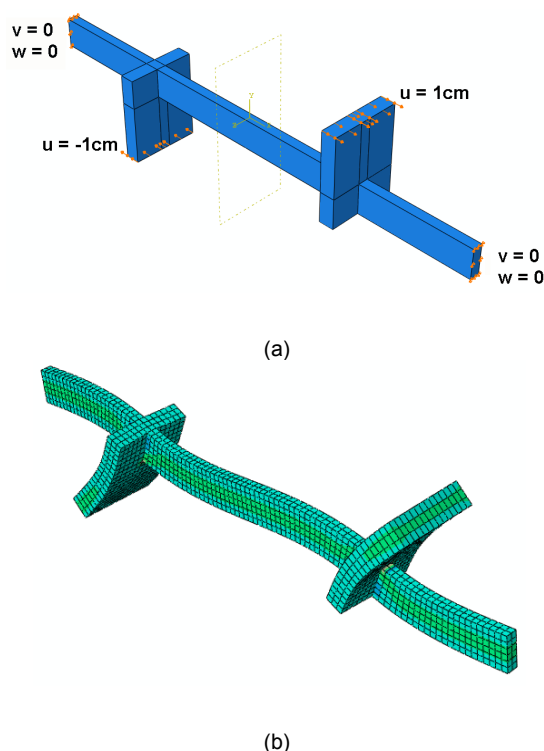


Figura 3.11 – Nó tipo T-Superior: (a) condições de contorno e solicitações externas; (b) deformada

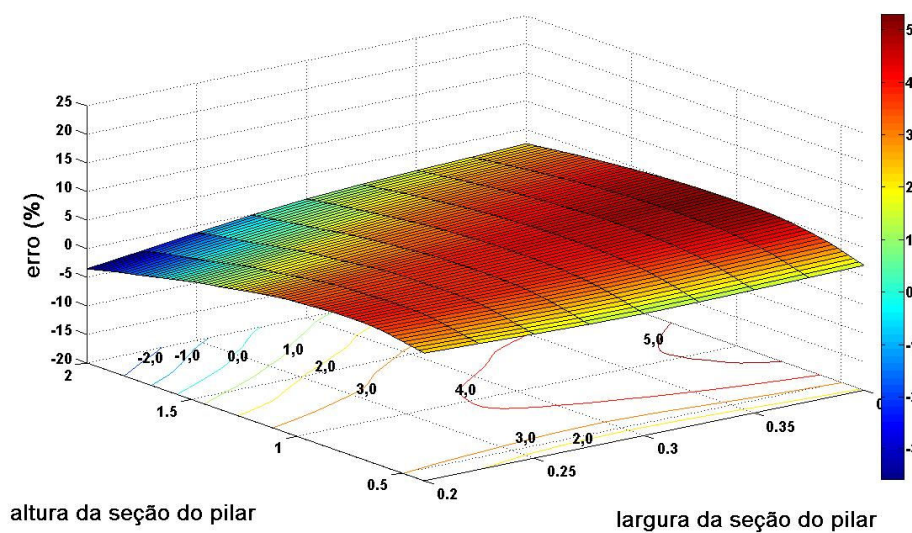


Figura 3.12 – Variação do erro para vigas com seção de 20x40 (a)

3.3.4 Nós concêntricos tipo L

Na Fig. 3.13 (a) tem-se o modelo tridimensional da ligação tipo L com as respectivas condições de contorno e ações externas enquanto que na Figura 3.13 (b) observa-se

sua deformada. A modelagem da ligação tipo L utilizando $\gamma_L = 0,1$ e $\kappa_L = 1$, a exemplo da ligação tipo T-superior, apresenta erros bastante significativos, da ordem de 40%.

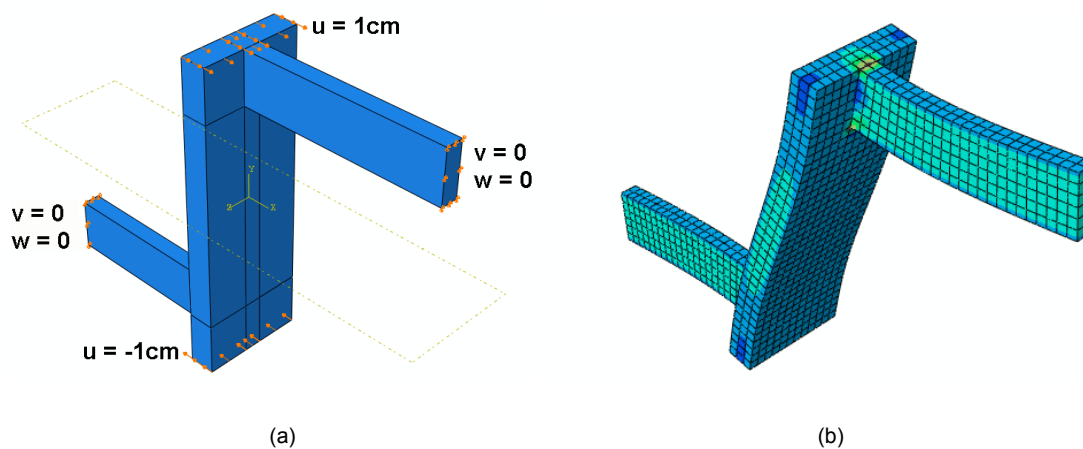


Figura 3.13 – Nó tipo L: (a) condições de contorno e solicitações externas; (b) deformada

Estudo paramétrico é então realizado encontrando $\kappa_L = 0,25$. A introdução do parâmetro de correção diminui a faixa de variação do erro cometido para um intervalo compreendido entre -18% e 20%. Tem-se, novamente, na Figura 3.14 a variação do erro para viga com seção 20x40 e pé direito de 3 metros, estando os demais valores apresentados na tabela B1.4 do anexo B1.

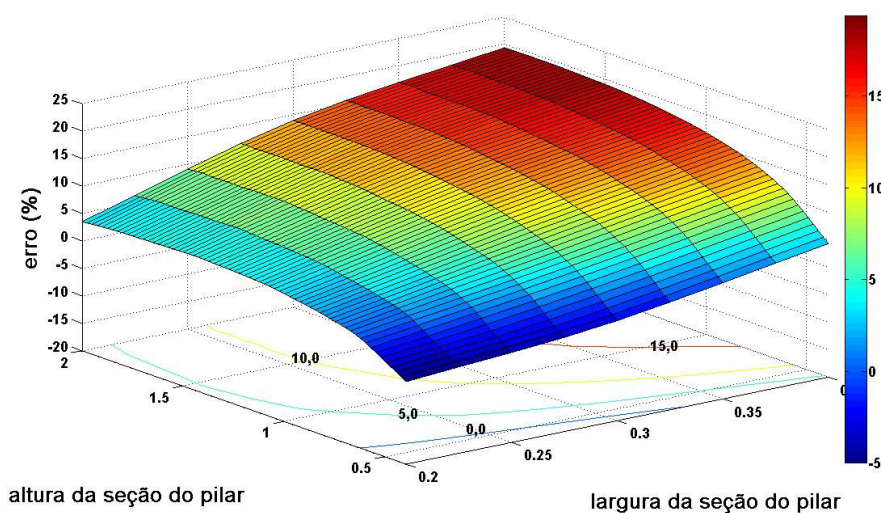


Figura 3.14 – Variação do erro para vigas com seção de 20x40 (a) e 20x60 (b)

3.4 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO

Modelo de Tesoura foi empregado na modelagem das ligações do tipo concêntricas. A exemplo das ligações do tipo completas, estudo paramétrico foi desenvolvido de forma a calibrar parâmetro de correção κ .

Observando a Tabela B1.1 encontrada no anexo B1, verifica-se que o erro cometido para nós tipo cruzeta é da ordem de 5%, não havendo necessidade, portanto, da utilização de parâmetro de correção. A expressão para o cálculo da rigidez do nó tipo cruzeta é:

$$\frac{1}{K^{cruz}_{conc}} = \frac{1}{0,45 \cdot \frac{G \cdot \nabla_N}{(1-\alpha-\beta)^2}} + \frac{1}{\frac{18 \cdot E \cdot C}{b_p \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3}} \quad (3.13)$$

Os nós do tipo T-Lateral, seguem a mesma linha dos nós tipo cruzeta, a faixa de variação do erro é de -5% à 6%, conforme pode ser observado na Tabela B1.2 do anexo B1, não havendo necessidade ajuste paramétrico na parcela da rigidez à torção. A expressão para o cálculo da rigidez do nó tipo T-Lateral é:

$$\frac{1}{K^{T-Lat}_{conc}} = \frac{1}{0,3 \cdot \frac{G \cdot \nabla_N}{(1-\alpha-\beta)^2}} + \frac{1}{\frac{18 \cdot E \cdot C}{b_p \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3}} \quad (3.14)$$

Os nós tipo T-Superior e L, por sua vez, apresentaram erros da ordem de 20% e 40%, respectivamente. Estudo paramétrico foi realizado de forma a minimizar o erro cometido. Para os nós tipo T-Superior valor $\kappa_{T-Sup} = 0,5$ foi adotado resultando decréscimo da faixa de variação dos erros entre -8% e 10%. No caso dos nós tipo L, obteve-se valor de $\kappa_L = 0,25$ resultando erros que variam entre -18% e 20%. Expressões da rigidez dos nós T-Superior e L encontram-se à seguir;

$$\frac{1}{K^{T-Sup}_{conc}} = \frac{1}{0,3 \cdot \frac{G \cdot \nabla_N}{(1-\alpha-\beta)^2}} + \frac{1}{0,5 \cdot \frac{18 \cdot E \cdot C}{b_p \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3}} \quad (3.15)$$

$$\frac{1}{K^L_{conc}} = \frac{1}{0,1 \cdot \frac{G \cdot \nabla_N}{(1-\alpha-\beta)^2}} + \frac{1}{0,25 \cdot \frac{18 \cdot E \cdot C}{b_p \left(1 - \frac{b_v}{b_p}\right)^3}} \quad (3.15)$$

Uma vez que em uma estrutura usual de edifício, as ligações do tipo L são menos freqüentes, não é esperada perda significativa da precisão do modelo.

MODELAGEM DE LIGAÇÕES TIPO EXCÊNTRICAS

Neste capítulo, o Modelo de Tesoura é mais uma vez empregado, agora para o caso de ligações excêntricas. São assim chamadas as ligações onde o pilar possui maior largura da seção transversal em relação à viga e o eixo de ambas as peças não se encontram sobre o mesmo plano. As ligações excêntricas são comumente encontradas em pilares de fachada e possuem um comportamento bastante complexo devido as tensões de cisalhamento adicionais induzidas pela excentricidade da viga. Inicialmente, o conceito de excentricidade absoluta e relativa é introduzido. Modelagem da flexibilidade à rotação dos nós, seguido de análise erro e estudo paramétrico são realizados para o caso de ligações com máxima excentricidade. Alternativas para o cálculo da rigidez á rotação dos nós para ligações parcialmente excêntricas são propostas com base na teoria exposta nos capítulos anteriores.

4.1 EXCENRICIDADE ABSOLUTA E EXCENRICIDADE RELATIVA

Ligações excêntricas são aquelas onde a largura da seção transversal do pilar é maior que a largura da seção da viga e o eixo de ambas as peças não estão sobre o mesmo plano. De forma a quantificar o grau de excentricidade de uma ligação, nesta seção são apresentados os conceitos de excentricidade absoluta e excentricidade relativa.

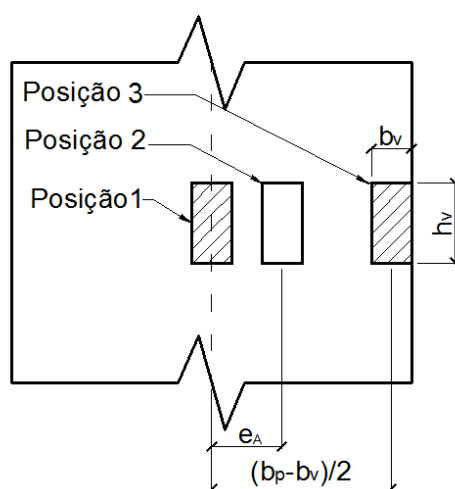


Figura 4.1 – Vista lateral do pilar e viga mostrada em três posições diferentes

Considere a Figura 4.1, onde se tem a vista lateral de um pilar e a viga mostrada em três posições distintas. A excentricidade absoluta, e_A , é a distância entre o eixo do pilar e o eixo da viga. Uma vez que a excentricidade absoluta depende da geometria das peças, faz necessário introduzir outro conceito onde a excentricidade seja medida independentemente das dimensões de vigas e pilares. A excentricidade relativa, dada pela Equação 4.1, é obtida dividindo-se a excentricidade absoluta pela distância entre o eixo do pilar e o eixo da viga quando esta se encontra faceando o pilar, ou seja, quando a viga encontra-se na posição 3.

$$e_R = \frac{e_A}{\frac{b_p - b_v}{2}} \therefore e_R = \frac{2 \cdot e_A}{b_p - b_v} \quad (4.1)$$

Observe que para o caso de ligações concêntricas e_A vale zero, logo a e_R também é igual à zero. Quando a distância entre o eixo da viga e o eixo do pilar é máxima (posição 3) a excentricidade relativa é igual a unidade.

4.2 MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE – LIGAÇÕES COM EXCENTRICIDADE MÁXIMA

Tomando uma ligação do tipo excêntrica com excentricidade máxima, apresentada na Figura 4.2 (a), tem-se que ao duplicar a subestrutura a partir de um plano de simetria, conforme mostrado na Figura 4.2 (b), uma ligação duplicada do tipo concêntrica é obtida. Observa-se que na ligação concêntrica duplicada as larguras das seções transversais da viga e do pilar possuem o dobro da dimensão na ligação real.

Uma primeira interpretação sugere que a rigidez à rotação do nó em uma ligação excêntrica com máxima excentricidade seja igual à metade da rigidez à rotação do nó da ligação concêntrica duplicada. A fim de verificar este fato, são modeladas em elementos finitos três ligações excêntricas, com nós do tipo cruzeta. A seção transversal do pilar varia em 20x160, 30x160 e 40x160 a seção transversal e o vão das vigas são mantidos constantes e iguais a 20x40 e 5 metros e o pé direito vale 3 metros. Ao aplicar as mesmas condições de contorno e ações externas no item 2.2 obtêm-se reações iguais à 2,84 tf, 4,53 tf e 5,59 tf, respectivamente.

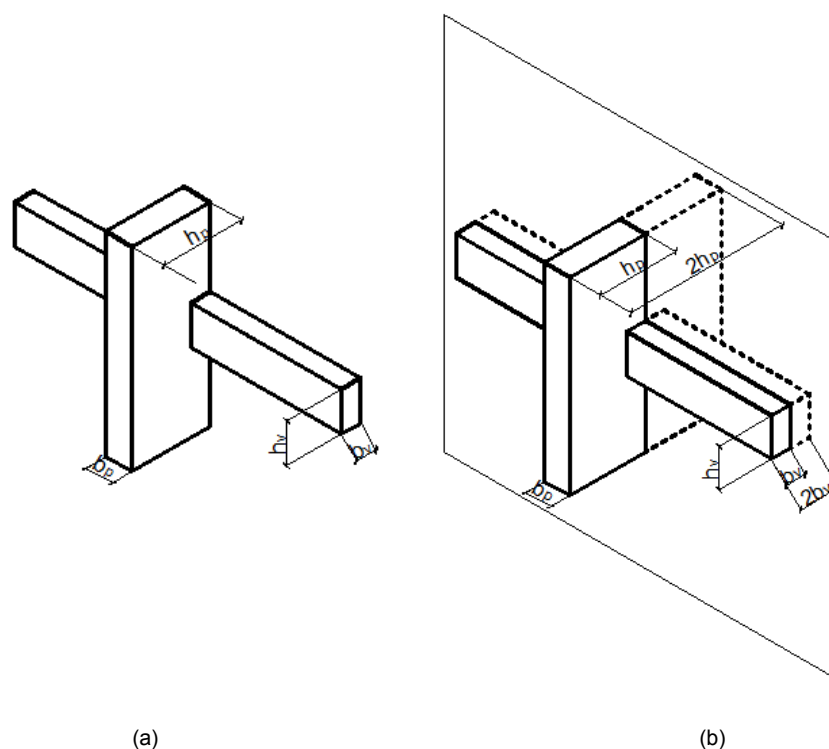


Figura 4.2 – (a) Ligação excêntrica real; (b) Ligação concêntrica duplicada

Considerando agora três ligações do tipo concêntrica obtidas a partir da duplicação das ligações anteriores em torno do plano de simetria tem-se que as reações encontradas são iguais a 6,20 tf, 9,58 tf e 11,61 tf. Percebe-se que as ligações excêntricas são aproximadamente 50% mais flexíveis que suas respectivas ligações concêntricas duplicadas. Na Tabela 4.1 encontra-se o resumo das análises realizadas.

Tabela 4.1 – Comparação entre ligação excêntrica e ligação concêntrica virtual

Lig. Excêntrica			Lig. Concêntrica duplicada			Diferença Percentual
Seção Pilar	Seção Viga	Reação	Seção Pilar	Seção Viga	Reação	
20x160	20x40	2,84 tf	20x320	20x40	6,20 tf	45,8%
30x160	20x40	4,53 tf	30x320	20x40	9,58 tf	47,3%
40x160	20x40	5,59 tf	40x320	20x40	11,61 tf	48,1%

Os resultados apresentados na Tabela 4.1 sugerem que a rigidez à rotação do nó na ligação excêntrica real seja tomada igual à metade da rigidez à rotação do nó na ligação concêntrica virtual, conforme Equação 4.2. Isto coincide com a interpretação mais imediata da Figura 4.2 (b). Uma vez que esta interpretação não é exata, será considerado parâmetro de correção, η .

$$K_{exc} = \eta \cdot \frac{K_{conc}^{dup}}{2} \quad (4.2)$$

4.3 ESTUDO PARAMÉTRICO E ANÁLISE DO ERRO

Como exposto no item 2.2, quando a ligação viga-pilar é submetida a um carregamento lateral, o momento fletor atuante na viga é transmitido ao pilar através do binário de forças VP1 e VP2 (vide Figura 2.3 (b)) originando então tensões cisalhantes na região do nó. Em uma ligação excêntrica, a transferência de forças induz momento torsor na região do nó, devido à excentricidade entre os eixos de vigas e pilares. O novo momento torsor produz tensões de cisalhamento adicionais [20]. Tal fato não é observado nas ligações completas e concêntricas uma vez que não apresentam excentricidade.

Nas estruturas de edifícios, a presença de laje eliminaria os deslocamentos transversais da ligação. Por esta razão, estes deslocamentos foram impedidos na modelação tridimensional.

A exemplo do estudo paramétrico realizado no capítulo 3, são empregadas subestruturas com pé-direito de três e quatro metros, vigas com seção transversal de 20x40, 20x60, 30x40 e 30x60 cm e pilares com largura de 20, 30 e 40 cm e altura de 40, 60, 80, 100, 120, 140, 160, 180 e 200 cm. Parâmetro de correção, η , é introduzido na expressão do cálculo da constante de rigidez à rotação, conforme Equação 4.8.

$$K_{exc} = \eta \cdot \frac{K_{conc}^{duplicada}}{2} \quad (4.8)$$

Um esquema genérico do modelo simplificado é mostrado na Figura 4.3. As translações dos nós 2 e 5 são tornadas iguais e uma mola de torção, que modela a rigidez do nó, é inserida ligando-os.

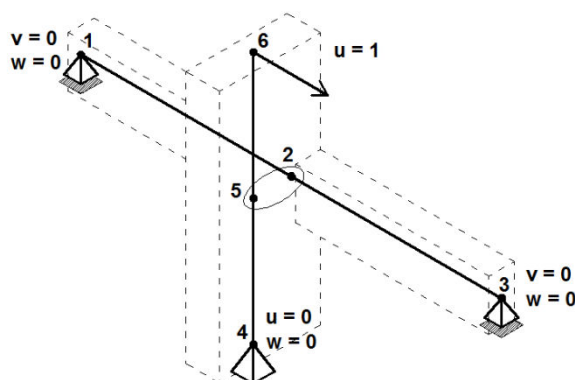


Figura 4.3 – Esquema genérico do modelo simplificado.

4.3.1 NÓS TIPO CRUZETA

A modelagem tridimensional dos nós tipo cruzeta segue o exemplo das modelagens realizadas anteriormente para as ligações tipo completa e concêntrica, diferenciando-se apenas pela condição de contorno adicional. São restritos os deslocamentos nas direções y e z das extremidades das vigas e os deslocamentos nas direções x e z da base do pilar. Na seção superior da região do nó é impedida a translação em z . Deslocamento de um centímetro é aplicado na extremidade superior do pilar, conforme se observa na Figura 4.4.

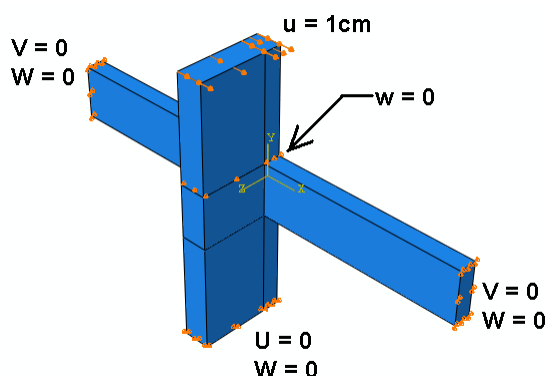


Figura 4.4 – Nó tipo Cruzeta com as devidas condições de contorno e solicitações externas.

Utilizando os parâmetros de correção $\gamma_C = 0,45$ e $\kappa_C = 1$, obtidos nas seções 2.4.1 e 3.3.1, respectivamente, procede-se análise do erro a partir da comparação dos resultados obtidos utilizando o modelo proposto com aqueles obtidos via MEF. Percebe-se da Tabela C1.1 do Anexo C1 que o erro varia na faixa de -20% à 9%. Na Figura 4.5 tem-se a variação do erro para viga de 20x40.

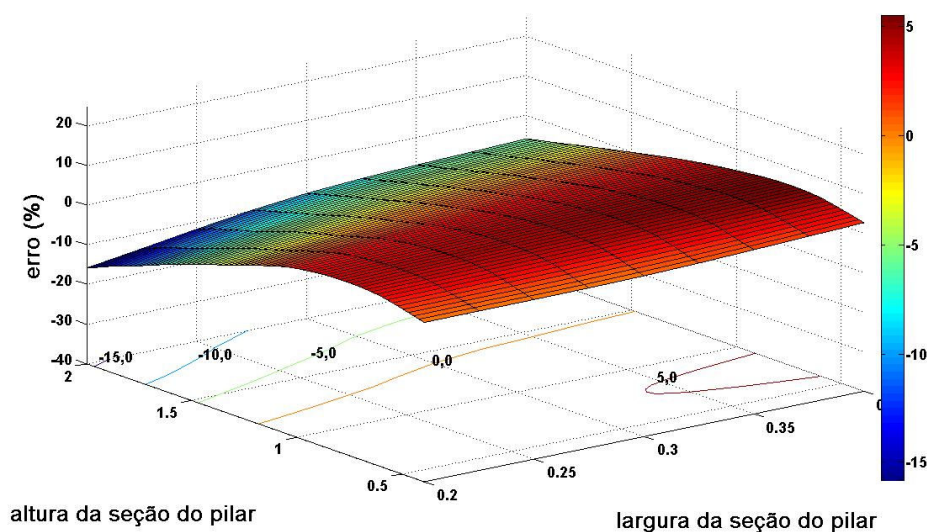


Figura 4.5 – Variação do erro para vigas de 20x40

Analisando os valores de η_c , obtidos a partir do estudo paramétrico e apresentados na Tabela C2.1 do Anexo C2, tem-se que o valor médio do parâmetro de correção é de 0,97 com desvio padrão 0,20. Na Figura 4.6 tem-se os valores de η_c para vigas com seção 20x40 e pé-direito de 3 metros.

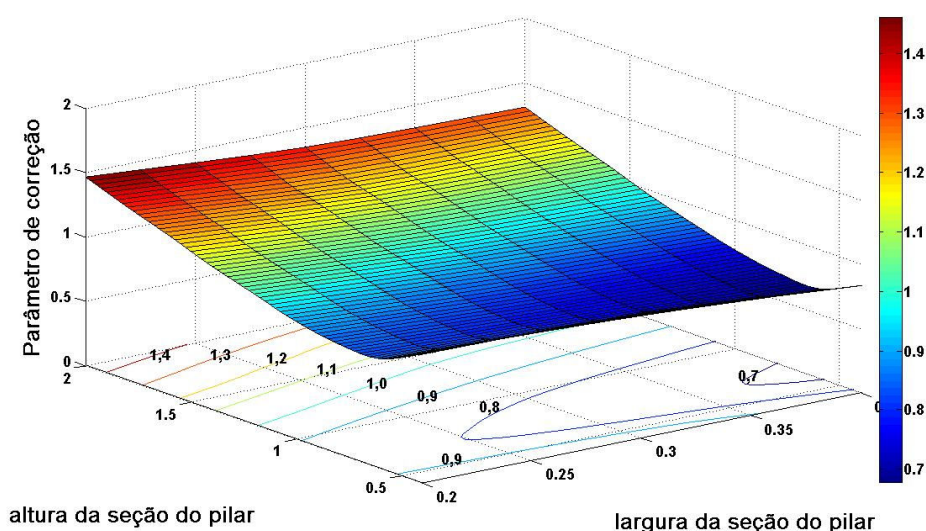


Figura 4.6 – Variação do parâmetro de correção para vigas de 20x40

A adoção de um valor constante maior que a unidade torna o modelo mais preciso para os casos onde a altura da seção transversal possui valor elevado. Por outro lado, o modelo torna-se demasiadamente rígido nos demais casos.

Adotando-se $\eta_c < 1$, recai-se no caso contrário, um modelo de boa precisão para pilares com elevado valor de h_p e extremamente flexível nos demais casos.

Uma vez que tomando $\eta_c = 1$ o erro contra a segurança (modelo mais rígido) encontra-se dentro do limite aceitável este valor é doravante adotado para nós do tipo cruzeta.

4.3.2 NÓS TIPO T-SUPERIOR

A modelagem tridimensional dos nós do tipo T-Superior é realizada de forma análoga àquelas desenvolvidas para as ligações do tipo completas e concêntricas para este mesmo tipo de nó. As condições de contorno e ações externas podem ser observadas na Figura 4.7. Utilizando os valores dos parâmetros de correção, $\gamma_{T-Sup} = 0,3$ e $\kappa_{T-Sup} = 0,5$, obtidos nos itens 2.6.2 e 3.3.3, respectivamente, tem-se que o erro obtido pelo modelo proposto varia na faixa de -27% à 13%. Na Figura 4.8 tem-se a variação do

erro cometido para ligações cuja viga possui seção transversal de 20x40 e pé direito de 3 metros. Os valores restantes encontram-se na Tabela C1.3 Anexo C1.

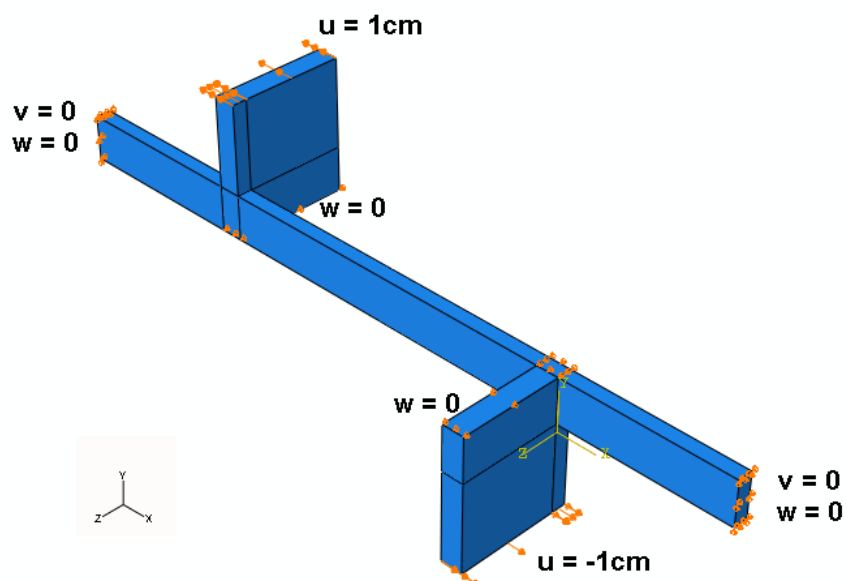


Figura 4.7 – Nó tipo T-Superior com as devidas condições de contorno e solicitações externas.

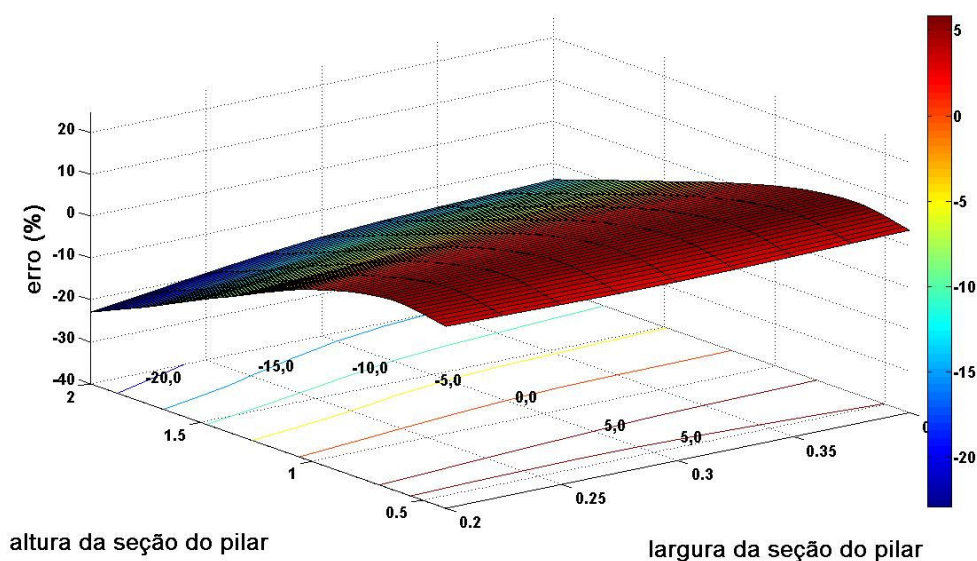


Figura 4.8 – Variação do erro para vigas de 20x40

Valores do parâmetro de correção, η_{T-Sup} , são então obtidos a partir de estudo paramétrico. Observa-se, com base na Tabela C2.3 do Anexo C2, que a média dos valores de η_{T-Sup} , apresentam uma grande dispersão, o desvio padrão é igual 0,27 e a média igual a 1,01. Na Figura 4.9 tem-se a variação do parâmetro de correção para vigas com seção de 20x40.

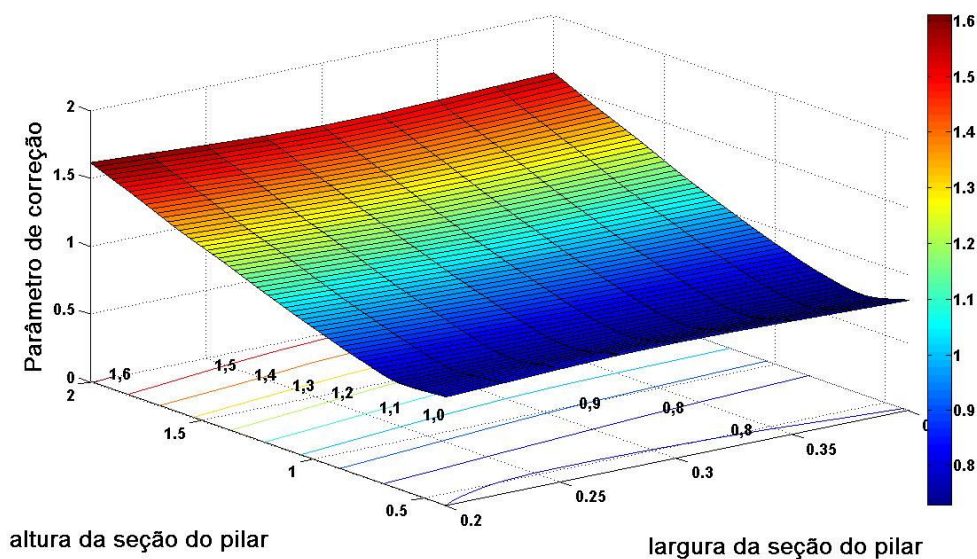


Figura 4.9 – Variação do parâmetro de correção para vigas de 20x40

Visto que, novamente, o erro cometido pelo modelo proposto encontra-se dentro do limite aceitável, é adotado $\eta_{T-Sup} = 1$.

4.3.3 NÓS TIPO T-LATERAL

Ao utilizar, na modelagem tridimensional dos nós tipo T-Lateral, o artifício de campo de deslocamentos anti-simétrico observa-se que o valor da reação no topo do pilar diminui à partir de determinados valores de b_p . Estudos comparativos entre duas modelagens, a primeira utilizando o artifício da anti-simetria e a segunda utilizando novas condições de contornos, descritas a diante, indicam que as reações obtidas no topo do pilar diferem muito pouco.

A segunda alternativa, portanto, é empregada no restante deste trabalho para os nós tipo T-Lateral e tipo L. Na figura 4.10, são apresentadas as novas condições de contorno e ações externas para os nós tipo T-Lateral. São restritas as translações nas direções y e z da face da viga, na direção z da face superior do nó e nas três direções no eixo médio da seção transversal da face inferior do pilar. Deslocamento de um centímetro é aplicado na extremidade superior do pilar.

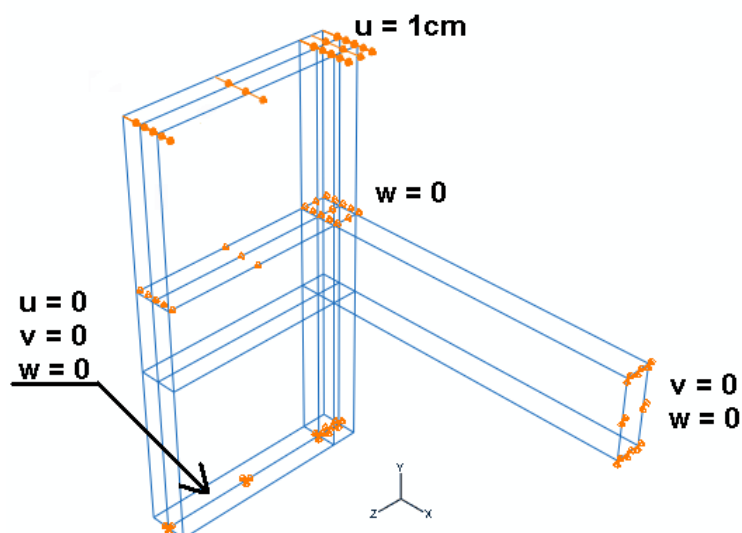


Figura 4.10 – Nó tipo T-Lateral com as respectivas condições de contorno e solicitações externas.

Ao empregar os parâmetros de correção $\gamma_{T-Lat} = 0,3$ e $\kappa_{T-Lat} = 1$, obtidos nos itens 2.6.2 e 3.3.2, respectivamente, tem-se que o erro cometido pelo modelo proposto varia entre -12% e 10%. Na figura 4.11 observa-se a variação do erro para ligações com vigas de 20x40 e pé direito de 3 metros. Os valores restantes encontram-se na Tabela C1.2 do Anexo C1.

Estudo paramétrico indica uma variação do parâmetro de correção, η_{T-Lat} , entre 0,57 e 1,42, onde o valor médio é igual a 0,88 e o desvio padrão 0,17. Tem-se, novamente, neste caso uma grande dispersão dos valores de η_{T-Lat} , porém, uma vez que a precisão do modelo simplificado é aceitável, adota-se $\eta_{T-Lat} = 1$. Na Figura 4.12 tem-se o gráfico da variação do parâmetro de correção para ligações com vigas de 20x40 e pé direito de 3 metros, no Anexo C2 encontram-se os demais valores de η_{T-Lat} .

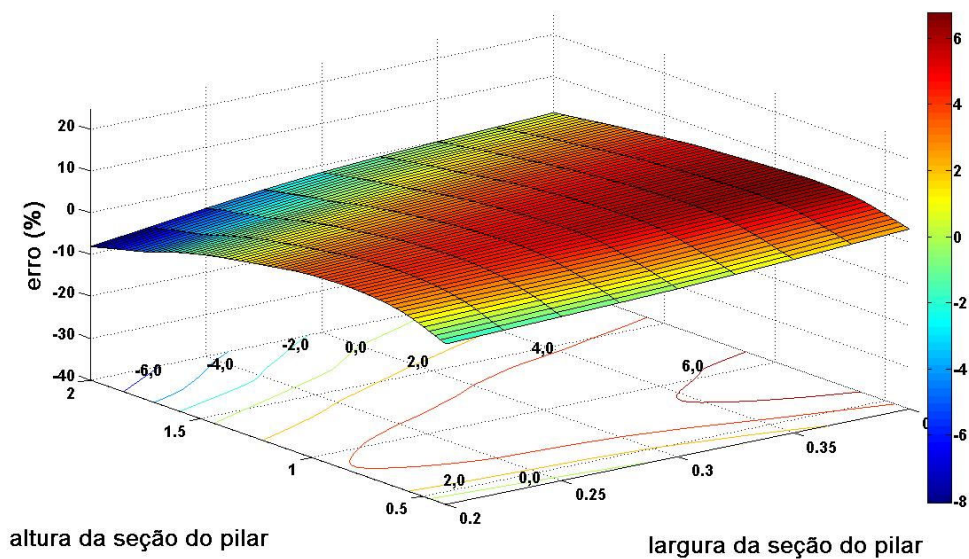


Figura 4.11 – Variação do erro para vigas de 20x40.

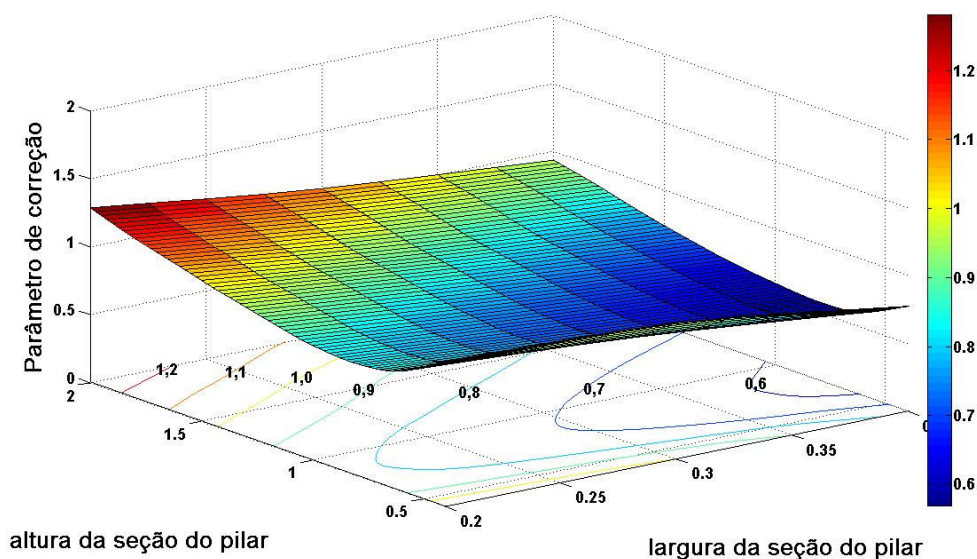


Figura 4.12 – Variação do parâmetro de correção para vigas de 20x40 e pé direito de 3 metros.

4.3.4 NÓS TIPO L

A exemplo da modelagem dos nós do tipo T-Lateral, as novas condições de contorno que não fazem uso de campo de deslocamento anti-simétrico são empregadas conforme Figura 4.13.

Ao utilizar os parâmetros de correção $\gamma_{T-Lat} = 0,1$ e $\kappa_{T-Lat} = 0,25$, obtidos a partir de estudo paramétrico realizado em 2.6.3 e 3.3.5, comete-se um erro que varia de -44% a 12%. Na Figura 4.14 encontram-se os valores do erro para as ligações com viga de

20x40 e pé direito de 3 metros, os demais valores se encontram no Anexo C1, Tabela C1.4.

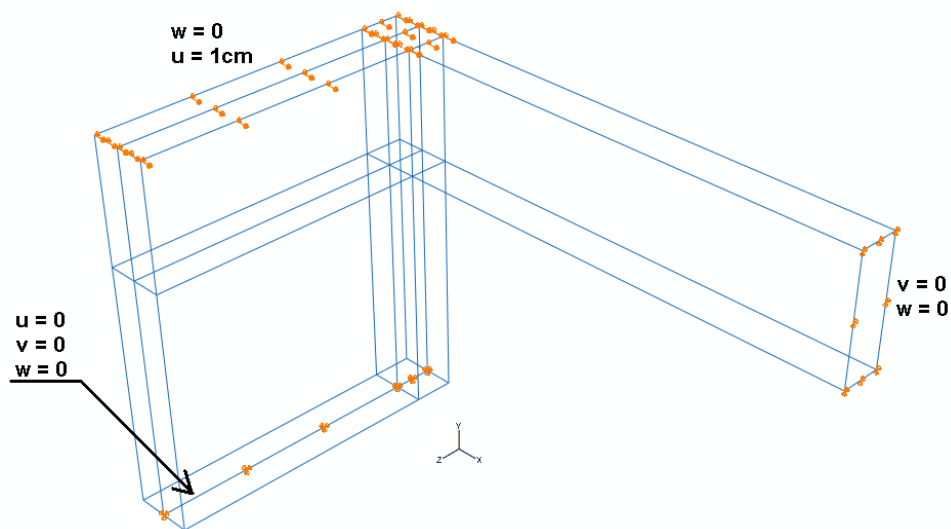


Figura 4.13 – Nó tipo L com as respectivas condições de contorno e solicitações externas.

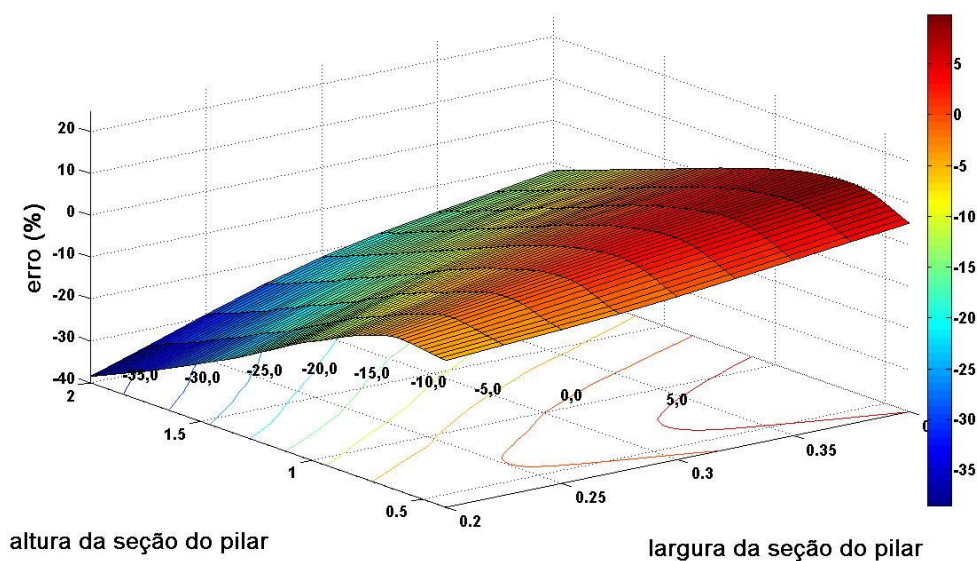


Figura 4.14 – Variação do erro para vigas de 20x40.

Percebe-se claramente a necessidade de correção do modelo. A utilização de um parâmetro de correção constante, a exemplo do que foi feito até o momento, não é uma alternativa viável, dada a grande faixa de variação do erro cometido. A partir dos valores apresentados na Tabela C1.4 no Anexo C1, observa-se que o modelo é bastante flexível para ligações onde a razão entre a altura e a largura da seção transversal do pilar é grande. É empregada, portanto, uma função onde os valores de η_L variam de acordo com r , onde:

$$r = \frac{b_p}{h_p} \quad (4.9)$$

Segundo a NBR6118/2003 [2], pilares onde a menor dimensão é inferior a 1/5 da maior são considerados como pilar-parede. A partir deste conceito e observando os valores encontrados na Tabela C1.4, adota-se, para o cálculo do parâmetro de correção para nós do tipo L, a Equação 4.10, onde os pilares-paredes possuem um valor diferente do parâmetro de correção.

$$\eta_L = \begin{cases} 1 & \text{se } r \leq 5 \\ [1 + 0,1 \cdot (r - 5)] & \text{se } r > 5 \end{cases} \quad (4.10)$$

Na Figura 4.15 tem-se o gráfico da variação de η_L , com a geometria do pilar para todas as seções de viga, uma vez que a Equação 4.10 depende apenas dos valores de b_p e h_p .

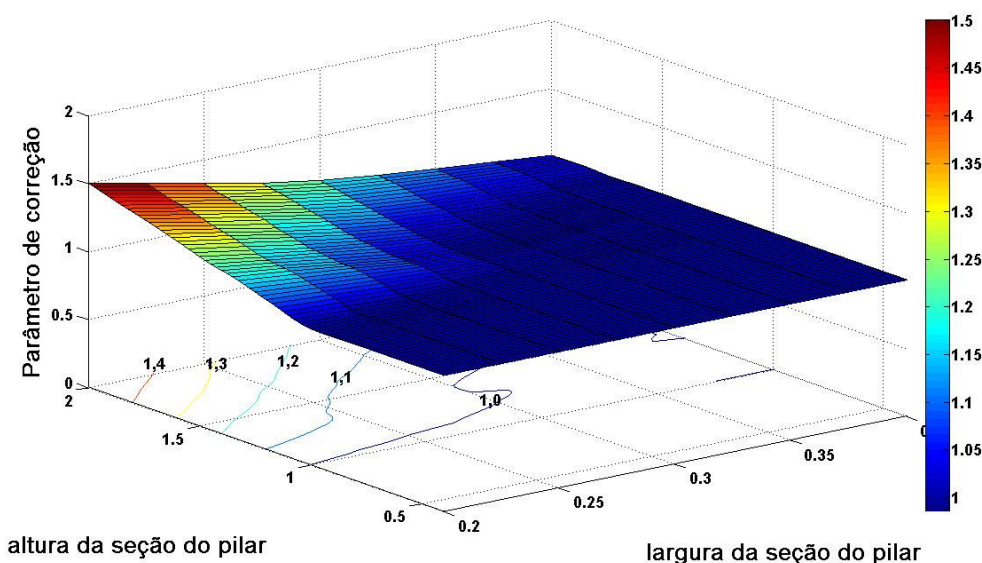


Figura 4.15 – Variação do parâmetro de correção para todas as seções de vigas.

Comparando os gráficos das Figuras 4.14 e 4.15, observa-se que os valores de η_L são maiores que a unidade na região onde o modelo apresenta uma flexibilidade elevada. Como consequência direta tem-se a diminuição do erro cometido que passa a variar na faixa entre -27% e 12%. Na Figura 4.16 tem-se o gráfico da variação do erro após a utilização do parâmetro de correção variável para uma ligação cuja viga possui seção 20x40. Na Tabela C1.5 do Anexo C1 encontram-se os valores do erro restantes.

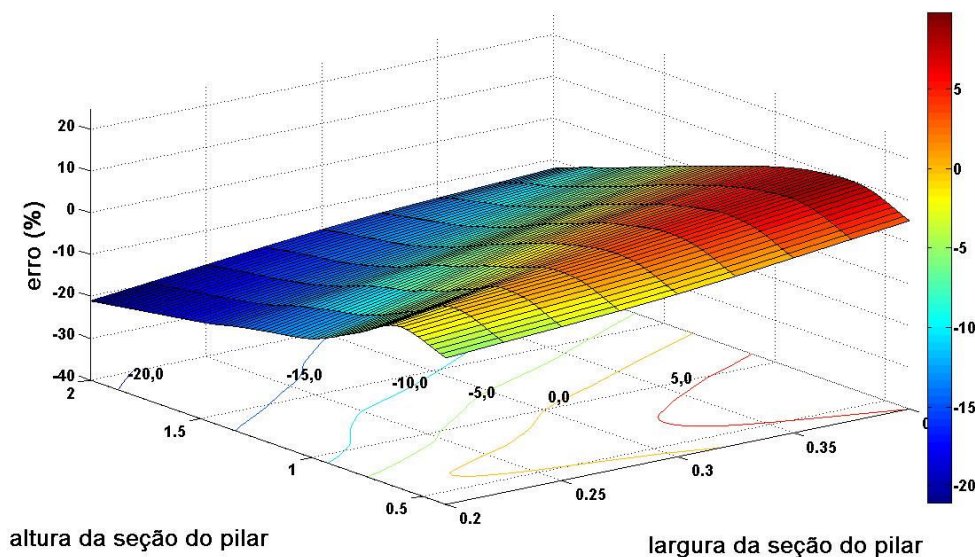


Figura 4.16 – Variação do erro após a utilização do parâmetro variável para vigas de 20x40.

4.4 MODELAGEM DA FLEXIBILIDADE – LIGAÇÕES PARCIALMENTE EXCÊNTRICAS

Ligações parcialmente excêntricas são aquelas onde o valor da excentricidade relativa encontra-se no intervalo aberto entre zero e um. Trata-se de uma situação intermediária entre as ligações do tipo concêntricas ($e_R = 0$) e com máxima excentricidade ($e_R = 1$). O valor da rigidez à rotação é obtido, portanto, a partir da interpolação dos valores de K_{conc} e K_{exc} .

De forma a encontrar o método de interpolação que melhor se adapta ao comportamento deste tipo de ligação, são gerados modelos tridimensionais com pé direito de três metros, vigas de seção transversal de 20x40, 20x60, 30x40 e 30x60 e pilares com seção de 30x80 e 30x180. Para cada uma das ligações faz-se variar a excentricidade relativa em 0,2, 0,4, 0,6 e 0,8. As condições de contorno e ações externas empregadas nos modelos tridimensionais são idênticas às utilizadas na modelagem dos nós totalmente excêntricos.

O valor da constante de rigidez à rotação é então ajustado numericamente de forma tal que o modelo simplificado forneça o mesmo valor da reação obtida via MEF. Sendo $K_{real}(e_R)$ o valor da constante de rigidez real, obtido numericamente para uma determinada excentricidade relativa, e_R , obtém-se o valor da *constante de rigidez relativa real*, $k_{real}(e_R)$, de acordo com a Equação 4.11.

$$k_{real}(e_R) = \frac{K_{real}(e_R)}{K_{real}(0)} \quad (4.11)$$

A definição de uma constante de rigidez relativa tem por finalidade criar um número adimensional de forma que o intervalo de variação da constante de rigidez seja fique restrito entre zero e um para qualquer geometria da ligação.

Ao plotar o gráfico de $k_{real}(e_R)$, onde e_R varia no intervalo fechado de 0 a 1, obtém-se uma curva semelhante a uma parábola. Na Figura 4.17 observa-se a variação de $k_{exp}(e_R)$ para uma ligação do tipo cruzeta com viga de 20x40 e pilar 30x180

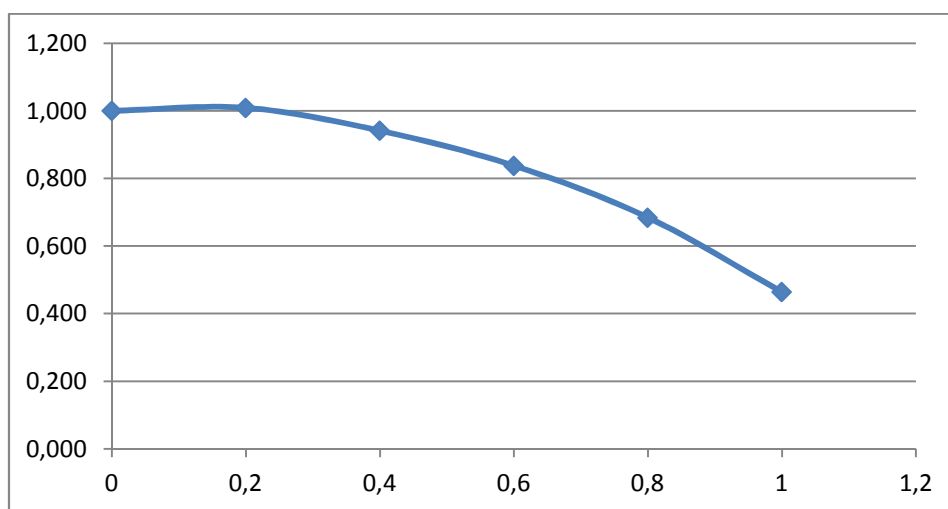


Figura 4.17 – Variação da rigidez à rotação relativa experimental para uma ligação tipo cruzeta

Tomando agora o valor da constante de rigidez teórico, $K_{teo}(e_R)$, obtido a partir das expressões definidas nos itens anteriores (para os casos onde $e_R = 0$ e $e_R = 1$), define-se a *constante de rigidez relativa teórica*, $k_{teo}(e_R)$, de acordo com a Equação 4.12. Observe que tanto $K_{teo}(e_R)$ quanto $k_{teo}(e_R)$ são desconhecidos. O valor de $k_{teo}(e_R)$, porém, pode ser encontrado através da interpolação dos valores de $k_{teo}(0)$ e $k_{teo}(1)$. Três alternativas de interpolação, descritas a seguir, foram analisadas.

$$k_{teo}(e_R) = \frac{K_{teo}(e_R)}{K_{teo}(0)} \quad (4.12)$$

Alternativa 1 – Interpolação quadrática: Conhecendo os valores de $k_{teo}(0)$ e $k_{teo}(1)$, e sabendo ainda que a curva possui simetria em relação ao eixo y e com concavidade para baixo, é possível calcular os valores de $k_{teo}(e_R)$, através da parábola descrita pela Equação 4.13.

$$k_{teo}(e_R) = \left[\frac{k_{teo}(1)}{k_{teo}(0)} - 1 \right] \cdot e_R^2 + 1 \quad (4.13)$$

Alternativa 2 – Interpolação linear: Os valores de $k_{teo}(e_R)$ são obtidos através de interpolação linear dos valores de $k_{teo}(0)$ e $k_{teo}(1)$, conforme Equação 4.14.

$$k_{teo}(e_R) = \left[\frac{k_{teo}(1)}{k_{teo}(0)} - 1 \right] \cdot e_R + 1 \quad (4.15)$$

Alternativa 3 – Média das alternativas anteriores: Consiste da média aritmética dos valores obtidos a partir das Equações 4.13 e 4.14. A Equação 4.15 descreve o comportamento desta alternativa.

$$k_{teo}(e_R) = \left[\frac{k_{teo}(1)}{k_{teo}(0)} - 1 \right] \cdot (e_R^2 + e_R) + 1 \quad (4.15)$$

Na figura 4.18 tem-se os gráficos obtidos a partir de cada uma das três alternativas para uma ligação do tipo cruzeta cuja viga possui seção de 20x40 e o pilar 30x180.

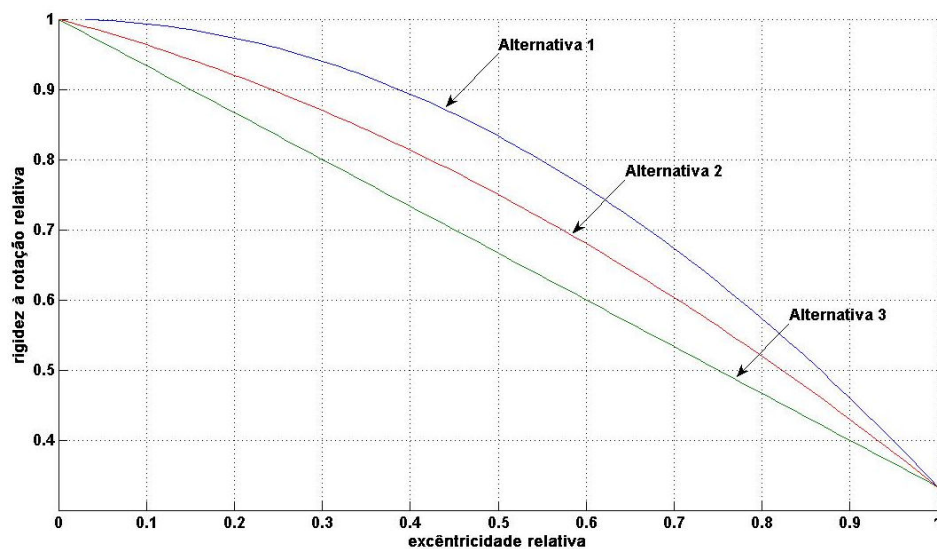


Figura 4.18 – Variação da rigidez à rotação relativa teórica para as três alternativas testadas

4.4.1 ANÁLISE DO ERRO – LIGAÇÕES PARCIALMENTE EXCÊNTRICAS

Nesta seção serão comparados os erros cometidos pelo modelo proposto para cada tipo de nó considerando as três alternativas propostas.

NÓS TIPO CRUZETA: Nas Tabelas C3.1 e C3.2 do Anexo C3 encontram-se o resumo dos valores do erro para ligações do tipo cruzeta com pilar de 30x80 e 30x180. Percebe-se que, na maior parte dos casos, a interpolação linear apresenta o menor erro médio, com erros máximos da ordem de 4%. Na Figura 4.19 observa-se a variação do erro para as três alternativas utilizadas em uma ligação cuja viga possui seção de 20x40 e o pilar 30x80.

NÓS TIPO T-LATERAL: Considerando os nós do tipo T-Lateral observa-se comportamento similar ao apresentado para os nós tipo cruzeta. Observando as Tabelas C3.3 e C3.4 do Anexo C3 tem-se que o erro médio cometido quando se utiliza a interpolação linear é da ordem de 3%. Na Figura 4.20 tem-se novamente a variação do erro considerando as três alternativas de interpolação para uma ligação com vigas de 20x40 e pilar 30x80.

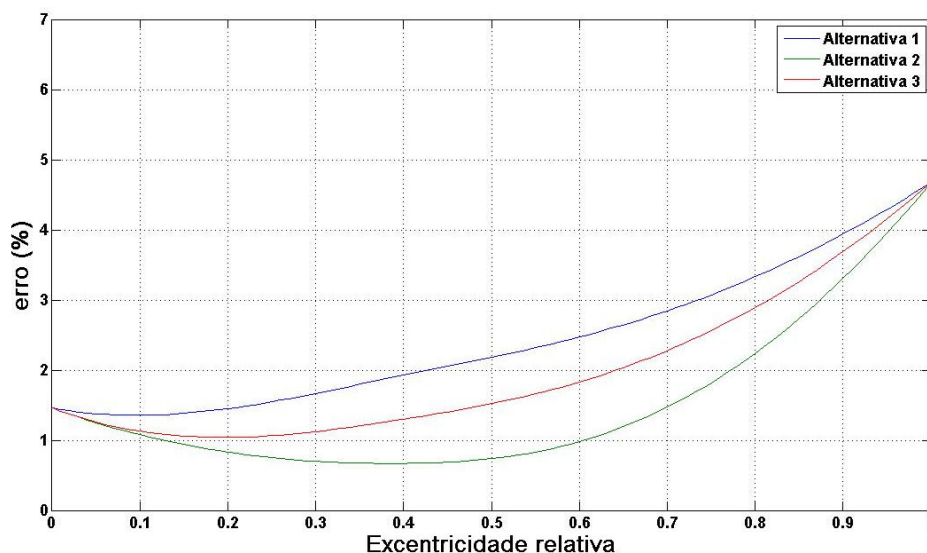


Figura 4.19 – Erro cometido para ligação tipo cruzeta com viga de 20x40 e pilar 30x80

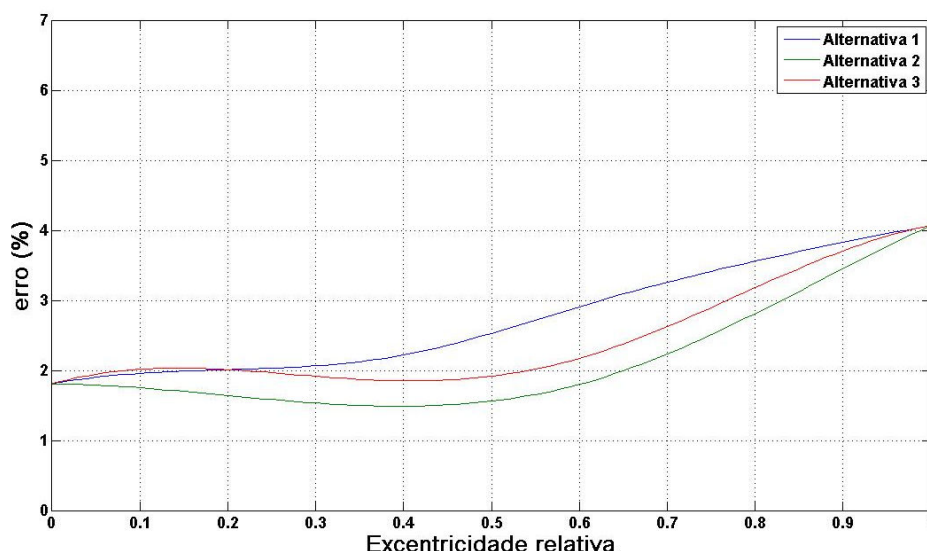


Figura 4.20 – Erro cometido para ligação tipo T-Lateral com viga de 20x40 e pilar 30x80

NÓS TIPO T-SUPERIOR: Nas Tabelas C3.5 e C3.6 do Anexo C3 pode-se observar os erros cometidos pelo modelo simplificado para as ligações do tipo T-Superior. Percebe-se que, novamente, a segunda alternativa apresenta menor erro médio para a maioria dos casos, com erros máximos da ordem de 10%. Na Figura 4.20 observa-se a variação do erro para uma ligação cuja viga e pilar possuem a mesma geometria dos itens anteriores.

NÓS TIPO L: A partir das Tabelas C3.7 e C3.8 do Anexo C3, percebe-se que, diferentemente dos outros tipos de ligações, neste caso, a interpolação quadrática é a que apresenta menor erro médio, da ordem de 6%. Observa-se, porém, que a diferença entre a primeira e segunda opção não é significativa, e por questões práticas a interpolação linear pode ser adotada sem perda de precisão. Na Figura 4.22 tem-se a variação do erro para uma ligação com viga de 20x40 e pilar 30x80.

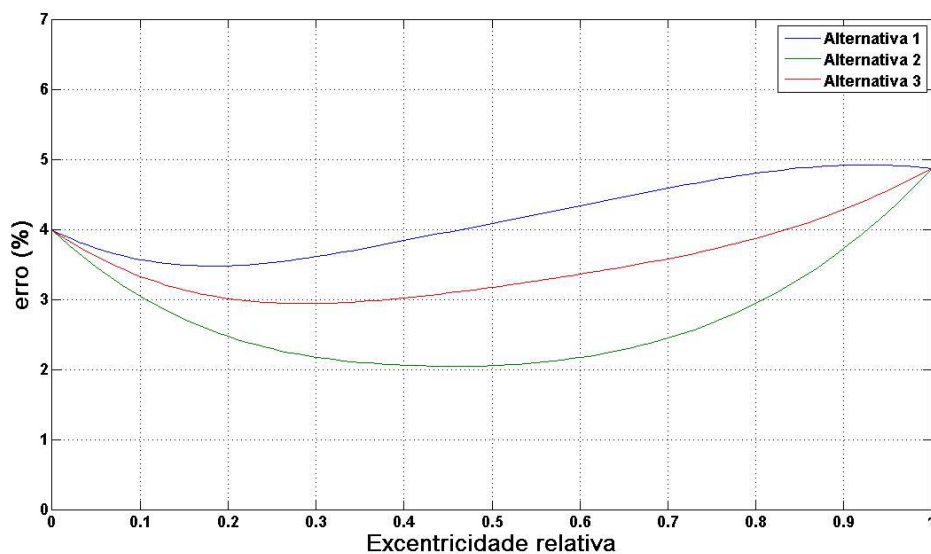


Figura 4.21 – Erro cometido para ligação tipo T-Superior com viga de 20x40 e pilar 30x80

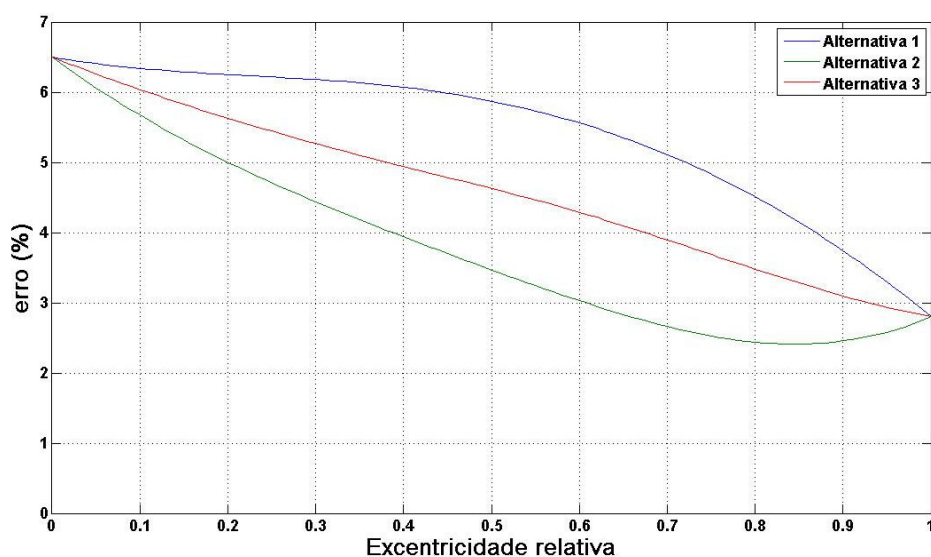


Figura 4.22 – Erro cometido para ligação tipo L com viga de 20x40 e pilar 30x80

4.5 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO

O modelo de Tesoura foi novamente utilizado para modelagem das ligações excêntricas. Estudo paramétrico precedido de análise do erro foi desenvolvido de forma a calibrar um parâmetro de correção η .

A partir das Tabelas C1.1 e C1.2, observa-se que o erro cometido pelo modelo proposto varia na faixa de -20% a 9% para nós do tipo cruzeta e -27% a 13% par aos nós do tipo T-Superior. O valor adotado para o parâmetro de correção é igual à unidade, que corresponde a um valor próximo da média.

As ligações do tipo T-Lateral apresentaram faixa de variação do erro entre -12% e 10%, menor que àquela obtida para os nós tipo Cruzeta e T-Superior. Novamente foi adotado valor do parâmetro de correção igual a 1,0.

Os nós do tipo L, por sua vez apresentaram grande faixa de variação do erro, -44% a 12%. Portanto, fez-se necessário adotar valores do parâmetro de correção variáveis de acordo com a Equação 4.10, acarretando diminuição no intervalo de variação do erro, agora -27% a 12%.

Considerando as ligações parcialmente excêntricas, tem-se que o tipo de interpolação utilizado não produz variações significativas no erro cometido, portanto a segunda alternativa, que faz uso de interpolações lineares, é adotada.

RESULTADOS

Neste capítulo o modelo de trechos rígidos não ajustados, modelagem comumente utilizada na engenharia estrutural, e o modelo de tesoura são avaliados a partir da comparação com resultados experimentais e modelagem tridimensional. Em seguida, análise geométrica não linear de edifícios é realizada utilizando os modelos de Tesoura, trechos rígidos não ajustados e elementos finitos, de forma a prever o comportamento do modelo proposto quando inserido em estruturas completas e quantificar o erro cometido quando a flexibilidade da região do nó é desprezada.

5.1 COMPARAÇÃO COM MODELOS EXPERIMENTAIS

De forma a balizar a modelação da flexibilidade do nó com casos reais de estruturas de prédios, procede-se, inicialmente, a comparação da previsão do modelo proposto de tesoura com resultados experimentais. Foram encontrados na literatura cinco arranjos experimentais referentes aos nós dos tipos: cruzeta concêntrica, T completo, T concêntrico, T excêntrico e L concêntrico.

5.1.1 NÓ TIPO CRUZETA CONCÊNTRICA

Considere o arranjo experimental da Figura 5.1 desenvolvido por Shiohara *et al* [30]. Os pilares possuem seção de 30x30 cm, vigas 30x20 cm, altura do pilar 1,47 e comprimento da viga 2,7 m. A norma NBR-6118 [2] recomenda deslocamento lateral máximo de $H/850$ para a ação do vento, o que representa deslocamento percentual de 0,12% da altura do andar. Utilizando o gráfico dos resultados experimentais do cortante versus deslocamento, chega-se a conclusão de que para 0,12% de deslocamento relativo a força horizontal correspondente é cerca de 21 kN. A resistência característica do concreto é de $f_{ck} = 28$ Mpa.

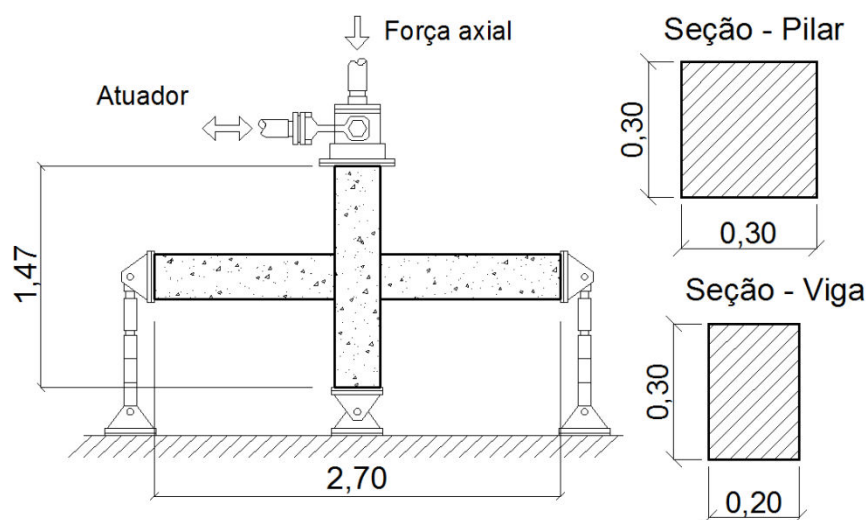


Figura 5.1 – Esquema ilustrativo do Modelo experimental do nó tipo cruzeta.

É então construído o modelo de tesoura concêntrico com os seguintes parâmetros:

$$E_c = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{28} = 2,52 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad G = 1,05 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad \alpha = 0,111; \quad \beta = 0,204;$$

$$\nabla_N = 0,3 \cdot 0,3 \cdot 0,3 = 2,7 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3; \quad K_{comp} = 272 \text{ MNm/rad}; \quad K_{tor} = 40783 \text{ MNm/rad};$$

$$K_{conc} = 270 \text{ MNm/rad}.$$

Foram considerados os seguintes modelos:

- Elementos finitos.
- Ligaduras rígidas não ajustadas.
- Modelo de tesoura com barras não fissuradas.
- Modelo de tesoura com momentos de inércia efetivos segundo a NBR6118:

$$I_{pil,e} = 0,8 I_{pil}; \quad I_{vig,e} = 0,5 I_{vig}; \quad K_{NT,e} = 0,8 K$$

Os resultados obtidos para os cinco modelos estão mostrados na Tabela 5.1. Vê-se que o modelo de tesoura com barras não fissuradas, reproduziu com bastante precisão os resultados obtidos com o modelo em elementos finitos, demonstrando a adequação do ajuste paramétrico. Já para reproduzir os resultados experimentais se faz necessário reduzir os momentos de inércia brutos das peças para levar em conta a fissuração. É interessante observar que o modelo de ligaduras rígidas não ajustadas é duas vezes mais rígido que o modelo de tesoura com momentos de inércia efetivos.

Tabela. 5.1 – Comparação com resultado experimental – Nó tipo Cruzeta Concêntrico

Modelo	Cortante, V_C (kN)	
	Teórico	Experimental
Elementos Finitos	35,5	21
Ligaduras rígidas não ajustadas	43,1	21
Modelo de tesoura com barras não fissuradas	36,1	21
Modelo de tesoura com barras fissuradas	21,2	21

5.1.2 NÓ TIPO T COMPLETO

Considerando agora os resultados experimentais obtidos por Hegger, Sherif e Roeser [31], tem-se que para um deslocamento de 2 mm o cortante experimental vale 34,4 kN. Observe que o deslocamento imposto representa $H/830$, próximo do deslocamento lateral admissível pela NBR-6118 [2] que é de $H/850$. Na Figura 5.2, é mostrado o arranjo experimental utilizado. A resistência característica é de $f_{ck}=57,4\text{MPa}$. A seção transversal da viga é 15cm x 30cm e a do pilar é 15cm x 24cm. O modelo de tesoura utiliza os seguintes parâmetros:

$$E_C = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{51,4} = 3,61 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad G = 1,50 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad \alpha = 0,124$$

$$\beta = 0,181 \quad \nabla_{NE} = 0,15 \cdot 0,24 \cdot 0,27 = 0,010 \text{ m}^3 \quad K_{NT} = 93,20 \text{ MN} \cdot \text{m} / \text{rad}$$

Para fins de comparação são considerados os mesmos quatro modelos utilizados em 5.1.1

- Elementos finitos.
- Ligaduras rígidas não ajustadas.
- Modelo de tesoura com barras não fissuradas.
- Modelo de tesoura com momentos de inércia efetivos segundo a NBR6118:

$$I_{pil,e}=0,8 I_{pil}; \quad I_{vig,e}=0,5 I_{vig}; \quad K_{NT,e}=0,8K$$

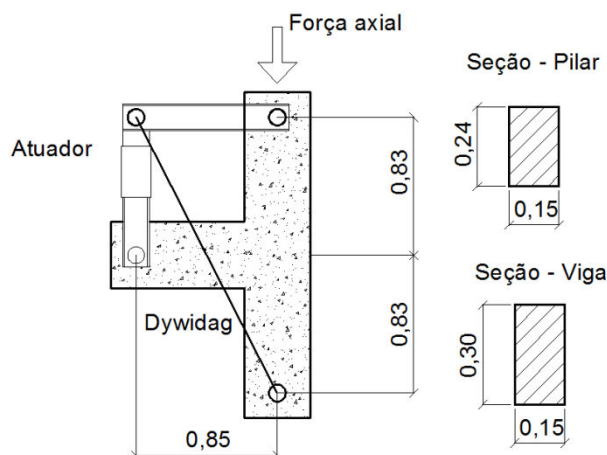


Figura 5.2 – Arranjo experimental Hegger, Sherif e Roeser.

Os resultados obtidos com os cinco modelos estão mostrados na Tabela 5.2. Observa-se que o modelo de tesoura proposto difere do resultado do modelo em elementos finitos em cerca de 4%. Já para o resultado experimental ele é 40% mais rígido. Utilizando os momentos de inércia efetivos segundo a NBR-61118 [2] assim com minorando a rigidez da mola de torção para 80% do seu valor elástico (mesmo coeficiente utilizado na inércia dos pilares) tem-se que o modelo de tesoura é 9% mais flexível que o resultado experimental.

Tabela. 5.2 – Comparação com resultado experimental – Nó tipo T completo

Modelo	Cortante, V_c (kN)	
	Teórico	Experimental
Elementos Finitos	50,2	34,4
Ligaduras rígidas não ajustadas	63,5	34,4
Modelo de tesoura com barras não fissuradas	48,1	34,4
Modelo de tesoura com barras fissuradas	31,4	34,4

5.1.3 NÓ TIPO T-LATERAL CONCÊNTRICO

A partir do modelo experimental de ligações do tipo T-Lateral, mostrado na Figura 5.3 [15], foi realizada comparação com o modelo proposto. O corpo de prova consiste de pilares com 2,70 m de altura e vão das vigas 2,15 m. O pilar possui seção 40x60 cm e as vigas 45x30, a resistência característica do concreto é igual a 29,5 MPa. No arranjo experimental as extremidades dos pilares foram rotuladas de forma a simular o ponto de inflexão da estrutura e o carregamento cíclico aplicado na extremidade da viga. Utilizando os dados experimentais fornecidos pelo autor, tem-se que para um deslocamento de 5,28 mm, correspondente a um distorção de 0,25%, a reação vale 48,3 kN

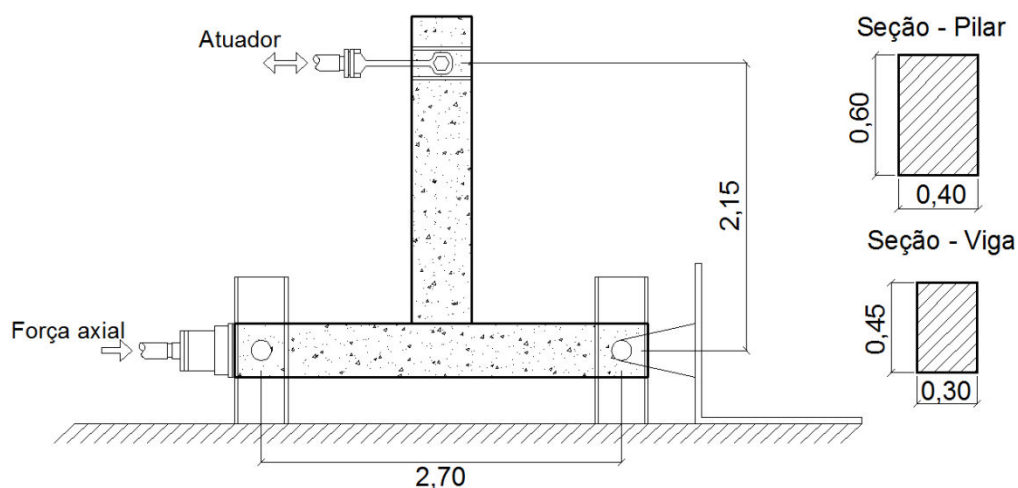


Figura 5.3 – Esquema ilustrativo do Modelo experimental do nó tipo T-Lateral

O modelo de tesoura concêntrico foi construído com os seguintes parâmetros:

$$E_c = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{29,5} = 2,58 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad G = 1,08 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad \alpha = 0,186; \quad \beta = 0,167;$$

$$\nabla_N = 0,4 \cdot 0,425 \cdot 0,6 = 0,102 \text{ m}^3; \quad K_{comp} = 787 \text{ MNm/rad}; \quad K_{tor} = 26209 \text{ MNm/rad};$$

$$K_{conc} = 764 \text{ MNm/rad}.$$

Os mesmos quatro modelos utilizados nas seções anteriores são comparados na Tabela 5.3.

Tabela. 5.3 – Comparação com resultado experimental – Nó tipo T-Lateral Concêntrico

Modelo	Cortante, V_c (kN)	
	Teórico	Experimental
Elementos Finitos	96,9	48,3
Ligaduras rígidas não ajustadas	102,3	48,3
Modelo de tesoura com barras não fissuradas	91,6	48,3
Modelo de tesoura com barras fissuradas	51,3	48,3

A partir da análise dos resultados, observa-se que o modelo de tesoura com barras não fissuradas apresentou erro de 5,5% com viés para a menor rigidez quando comparado com o modelo em elementos finitos. Considerando a fissuração do modelo partir da multiplicação dos valores do momento de inércia das seções pelo coeficientes recomendados pela NBR 6118 [2], o erro cometido pelo modelo proposto em relação ao modelo experimental é de 6,2% com viés para a maior rigidez. Novamente o modelo de trechos rígidos não ajustados apresenta-se duas vezes mais rígido que o modelo de tesoura fissurado.

5.1.4 NÓ TIPO L CONCÊNTRICO

No caso de nós concêntricos tipo L, o modelo proposto foi comparado com resultados obtidos por Angelakos [12]. Na Figura 5.4 tem-se um esquema ilustrativo do arranjo experimental. O corpo de prova possui vão de 132,5 cm e altura de 91,4 cm. A seção transversal da viga é 28cmx40cm e do pilar 40cmx40cm. Foi utilizado deslocamento de 1,83mm, da ordem da limitação em serviço imposta pela NBR6118 [2]. A resistência característica é de $f_{ck}=31,7\text{MPa}$. O modelo de tesoura concêntrico utiliza os seguintes parâmetros:

$$E_c = 0,85 \cdot 5600 \sqrt{31,7} = 2,68 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad G = 1,12 \cdot 10^4 \text{ MPa}; \quad \alpha = 0,152; \quad \beta = 0,219;$$

$$\nabla_N = 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,4 = 6,4 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3; \quad K_{comp} = 180 \text{ MNm/rad}; \quad K_{tor} = 35275 \text{ MNm/rad};$$

$$K_{conc} = 179 \text{ MNm/rad}.$$

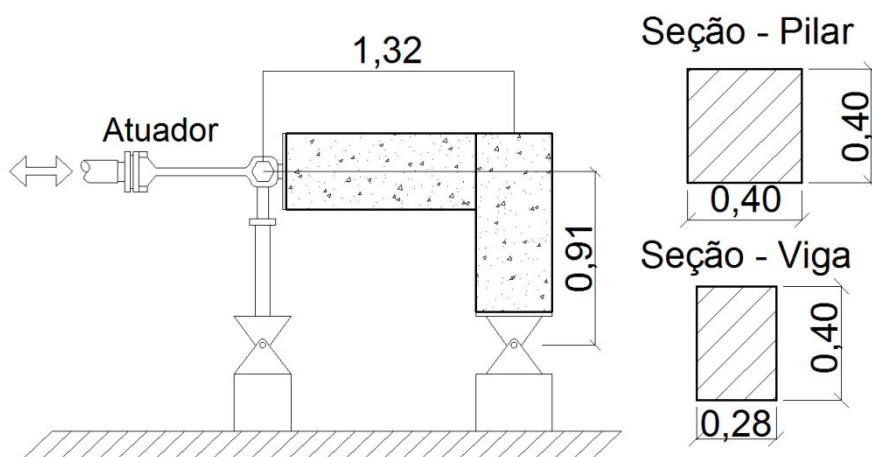


Figura 5.4 – Esquema ilustrativo do Modelo experimental do nó tipo L.

Os mesmos quatro modelos utilizados anteriormente são comparados na Tabela 5.4. Há uma particularidade importante a ser registrada. Resultados experimentais diferentes foram obtidos para deslocamentos que fechem ou que abrem o nó. Isto demonstra a importância da contribuição do escorregamento da armação. Mais uma vez pode ser vista pequena diferença entre o modelo de tesoura proposto e o resultado da análise em elementos finitos, cerca de 4%. Quando o modelo de tesoura fissurado é comparado com a média dos resultados experimentais, observa-se que a diferença é de apenas 2,9%.

Tabela. 5.4 – Comparação com resultado experimental – Nó tipo L

Modelo	Cortante, V_C (kN)		
	Teórico	Experimental	
		Abrindo	Fechando
Elementos Finitos	12,65	10	6,7
Ligaduras rígidas não ajustadas	19,74	10	6,7
Modelo de tesoura com barras não fissuradas	13,1	10	6,7
Modelo de tesoura com barras fissuradas	8,59	10	6,7

5.2 PÓRTICOS DE MULTIPLOS ANDARES

Com o objetivo de avaliar a qualidade da previsão de deslocamentos dos modelos de nós propostos, estruturas de seis pórticos de múltiplos andares foram analisadas e realizadas comparação entre o modelo de trechos rígidos não ajustados, o modelo de tesoura proposto e modelo em elementos finitos. Na Figura 5.5 observa-se o detalhe genérico da geometria dos pórticos onde L é o vão entre pilares, H o pé-direito do pavimento, $n_{vão}$ o número de vãos e n_{pav} o número de pavimentos.

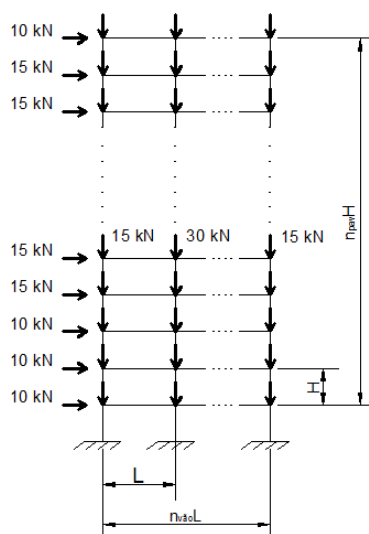


Figura 5.5 - Detalhe esquemático da geometria e carregamento aplicado aos pórticos de múltiplos andares

Em todas as estruturas carregamento lateral de 10 kN foi aplicado nos três primeiros e no último pavimento enquanto que carga de 15 kN foi aplicada nos pavimentos intermediários. A carga horizontal foi aplicada nos nós dos pilares mais externos. De forma a verificar o efeito da não linearidade geométrica na análise, foi aplicado carregamento vertical de 15 kN no pilares extremos e 30 kN nos pilares internos de todos os pavimentos. A aplicação das forças no modelo tridimensional do pórtico 1 pode ser observada na Figura 5.6.

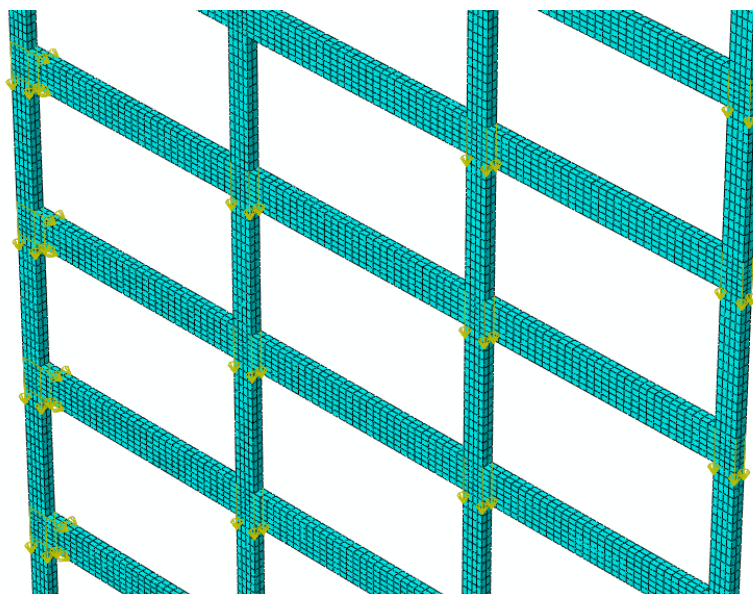


Figura 5.6 – Aplicação das forças no modelo tridimensional do pórtico 1

Os dois primeiros exemplos dizem respeito à análise de edifícios contendo apenas ligações do tipo completa, os três seguintes contendo ligações concêntricas e por fim os três últimos possuindo apenas ligações excêntricas. A Tabela 4.5 resume a geometria dos pórticos empregados nas análises.

Tabela 5.5 – Geometria dos pórticos analisados

	$n_{\text{vãos}}$	L (m)	n_{pav}	H (m)	Seção Viga (cm)	Seção Pilar (cm)
Pórticos com nós do tipo completos						
Pórtico 1	3	5	14	3	20x60	20x40
Pórtico 2	1	6	14	3	20x80	20x60
Pórticos com nós do tipo concêntricos						
Pórtico 3	3	5	16	3	15x70	130x30
Pórtico 4	2	4	16	3	20x60	100x20
Pórtico 5	1	5	20	3	20x60	100x30
Pórticos com nós do tipo excêntricos						
Pórtico 6	3	5	16	3	15x70	130x30
Pórtico 7	2	4	16	3	20x60	100x20
Pórtico 8	1	5	20	3	20x60	100x30

Na Tabela 5.6 apresentam-se os resultados das análises de segunda ordem, o erro cometido por cada modelo é calculado em relação ao modelo em elementos finitos onde valores negativos do erro significam maior deslocamento da estrutura e, portanto, menor rigidez do modelo de barra.

Tabela 5.6 – Resultados das análises de segunda ordem e comparação com modelo em elementos finitos

	Elementos Finitos	Ligaduras Rígidas não ajustadas		Modelo de Tesoura	
	Desl.(cm)	Desl.(cm)	Erro (%)	Desl.(cm)	Erro (%)
Pórticos com ligações do tipo completas					
Port. 1	6,23	5,26	15,5	6,52	4,6
Port. 2	9,12	8,23	9,8	9,34	2,4
Pórticos com ligações do tipo concêntricas					
Port. 3	4,24	3,57	15,8	4,12	2,8
Port. 4	14,58	12,11	16,9	14,03	3,8
Port. 5	29,70	27,07	8,9	29,50	2,2
Pórticos com ligações do tipo excêntricas					
Port. 6	5,32	3,57	32,9	4,81	9,6
Port. 7	17,89	12,11	32,3	15,92	11,0
Port. 8	32,87	27,07	17,6	30,90	6,0

A partir dos dados da Tabela 4.6, observa-se claramente que o modelo de tesoura é o que apresenta melhores resultados para os pórticos com todos os tipos de ligações. Nestes casos, quando o modelo de tesoura é comparado com o modelo em elementos finitos o erro cometido varia na faixa entre 2% e 11%. Ao considerar o modelo de trechos rígidos não ajustados tem-se que o erro varia entre 10% e 33%.

5.3 RESULTADOS E DISCUSSÃO DO CAPÍTULO

O modelo de Tesoura proposto é avaliado a partir da comparação com resultados experimentais encontrados na literatura. Percebe-se da seção 5.1 que o resultado do estudo paramétrico é bastante satisfatório uma vez que o modelo de Tesoura reproduziu com significativa acurácia (erros variando entre 3% e 5%) os resultados obtidos via EF. Para fins de projeto, porém, a flexibilidade da região dos nós pode ser adequadamente modelada minorando a rigidez dos elementos estruturais, utilizando os coeficientes recomendados pela NBR-6118 [2], de forma a levar em conta a fissuração.

A adequação do modelo de tesoura quando inserido em estruturas de edifícios completas é avaliada. São comparados resultados dos modelos propostos com análises de segunda ordem utilizando elementos finitos tridimensionais para oito exemplos de edifícios. Os erros encontrados para os deslocamentos variam de 2% a 11%.

CONCLUSÕES

6.1 CONCLUSÕES GERAIS

A zona de interseção de vigas e pilares na estrutura de um edifício em concreto armado é chamada de nó de pórtico. Trata-se de uma região com significativa rigidez à flexão, porém sujeita a grandes solicitações de cisalhamento, cuja flexibilidade precisa ser adequadamente modelada, tendo em vista que:

- Em edifícios correntes a flexibilidade da região do nó pode contribuir com cerca de 20% do deslocamento lateral total;
- É frequente nas estruturas de edifícios, casos em que a largura do pilar é maior que a largura da viga, inclusive com incidência excêntrica das vigas nos pilares. Nestes casos a flexibilidade da região do nó aumenta devido a deformações próprias de torção.

Para uso corrente na prática do projeto de edifícios se fazem necessários modelos simplificados que façam uso de elementos de barra e molas. Observa-se que:

- Modelos de trechos rígidos de comprimento ajustados não são convenientes pois o ajuste necessário nos comprimentos dependem fortemente das dimensões das peças assim como do pé-direito da estrutura. Isto se deve ao fato de que a flexibilidade na região do nó é oriunda das deformações de cisalhamento e não daquelas devido à flexão;
- Os modelos mecânicos de Krawinkler e de Tesoura simulam a flexibilidade da região do nó devido às deformações de cisalhamento através de trechos rígidos e molas. Ambos fornecem os mesmos resultados desde que as molas sejam devidamente calculadas. Por ser mais simples o modelo de Tesoura foi adotado neste estudo.

O modelo de Tesoura contém mola de torção que necessita ter sua rigidez convenientemente apropriada, para isto:

- Foi desenvolvida formulação semi-empírica cujos coeficientes são ajustados mediante estudo paramétrico com variação nas dimensões das peças e no pé-direito da estrutura. Valores de referência foram obtidos a partir de análise tridimensional utilizando elementos finitos;
- No caso de ligações completas, o modelo simplificado proposto consegue representar com grande fidelidade os resultados obtidos em análise tridimensional via EF com erros absolutos não superiores a 5% para nós do tipo cruzeta;
- Nas ligações em que o pilar possui largura superior à das vigas a flexibilidade adicional devido as deformações na seção do pilar foram modeladas com auxílio de peça embutida de torção. No caso da ligação ser do tipo concêntrica, o erro encontrado no modelo proposto para nós do tipo cruzeta varia entre -4% e 5% quando comparado com resultados obtidos via EF;
- Foi também proposto modelo simplificado tipo Tesoura para ligações onde o eixo da viga incide excentricamente na seção do pilar. O modelo proposto considera qualquer grau de excentricidade relativa. Nestes casos o erro encontrado em ligações do tipo cruzeta varia de -19% a 11%;
- É possível flexibilizar o modelo de Tesoura para levar em conta o nível de fissuração correspondente ao estado limite de deslocamento lateral da NBR-6118. Resultados experimentais foram simulados com boa precisão do modelo proposto;
- Ao introduzir o modelo de Tesoura proposto em estrutura completa de edifício, tem-se que este apresenta os melhores resultados para os três tipos de ligações analisadas. Ao comparar os resultados obtidos via EF com aqueles obtidos a partir do modelo simplificado obtém-se erro variando na faixa de 2% a 11%. Ao considerar o modelo de trechos rígidos não ajustados observa-se que o erro varia entre 10% e 33%.

6.2 TRABALHOS FUTUROS

Sendo a modelagem de nós de pórtico em concreto armado um vasto campo de pesquisa ainda não muito explorado, seguem algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Estudo de seções transversais não retangulares de pilares, tais como seções U, comum em poços de elevador, e seções circulares;
- Considerar a influência de vigas transversais e lajes incidentes no nó;
- Levar em consideração efeitos não lineares tais como plastificação e escorregamento das armaduras.

ANEXO A1 – VARIAÇÃO DO PARÂMETRO DE CORREÇÃO: LIGAÇÃO DO TIPO COMPLETA

A1.1 NÓS TIPO CRUZETA

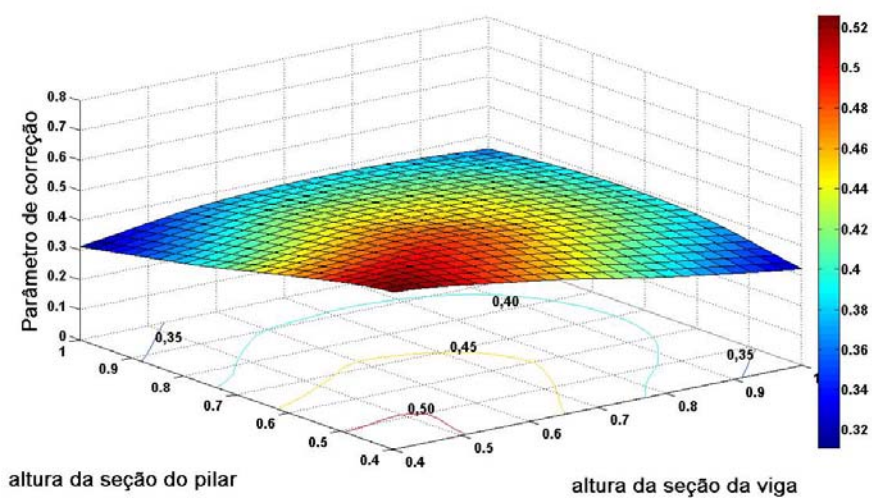


Fig. A1.1 – Variação do parâmetro de correção para nós do com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1

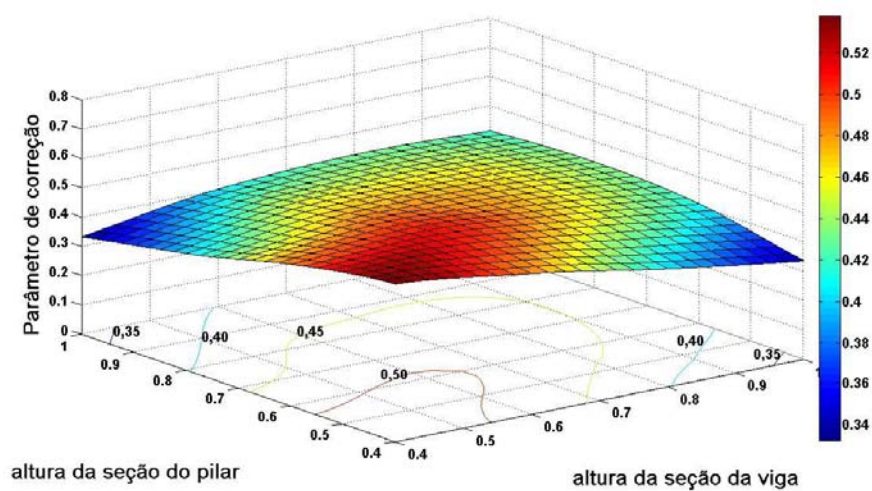


Fig. A1.2 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1

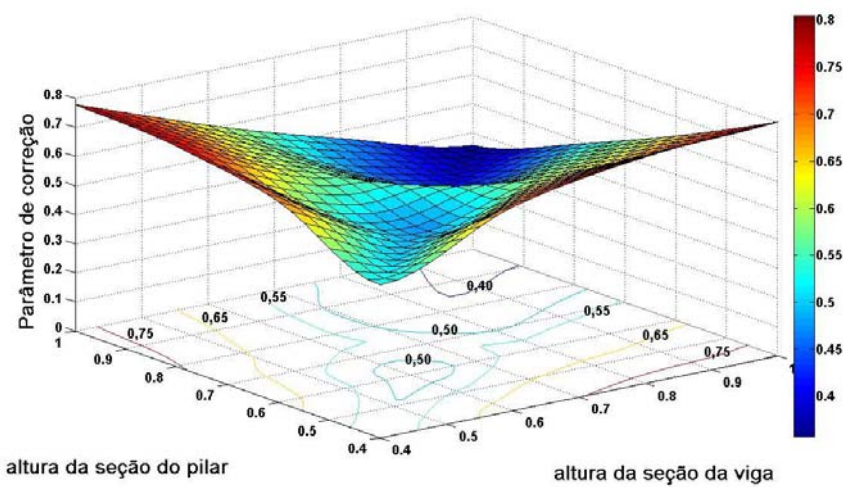


Fig. A1.3 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2

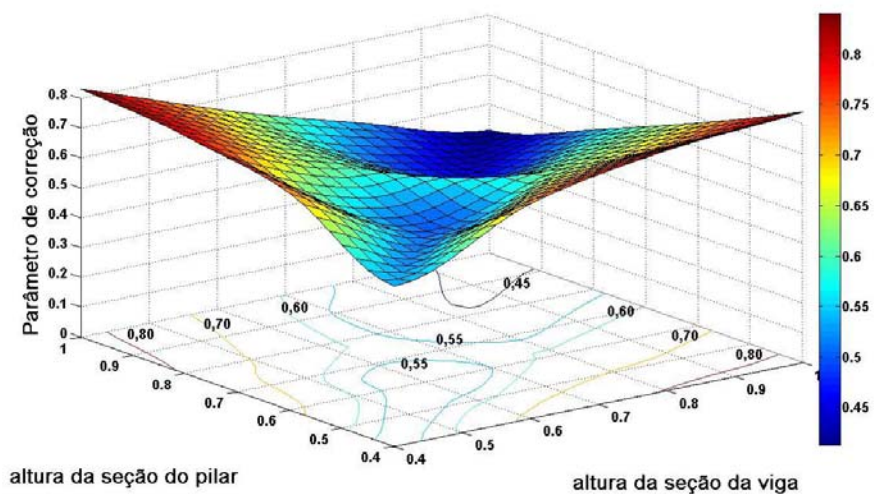


Fig. A1.4 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2

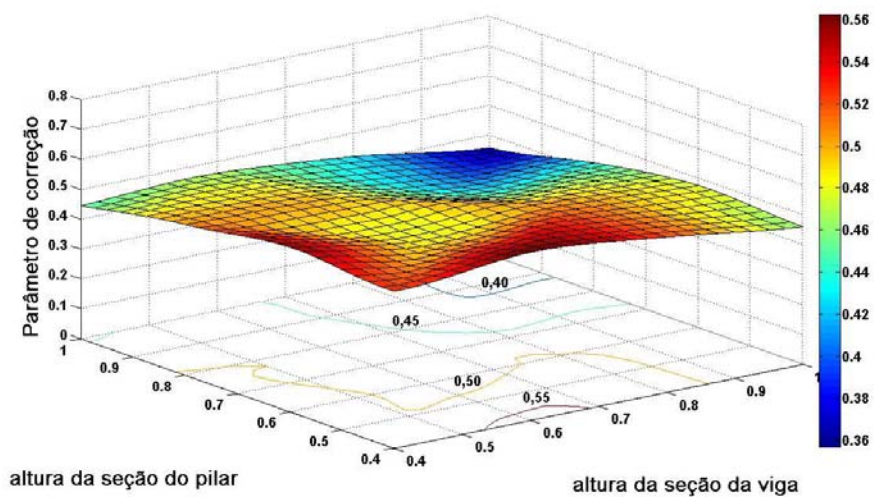


Fig. A1.5 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3

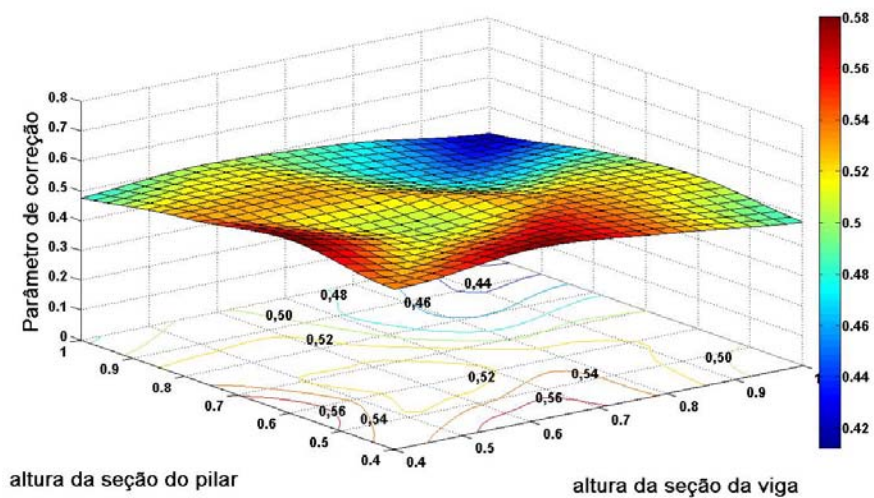


Fig. A1.6 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3

A1.2 NÓS TIPO T-LATERAL

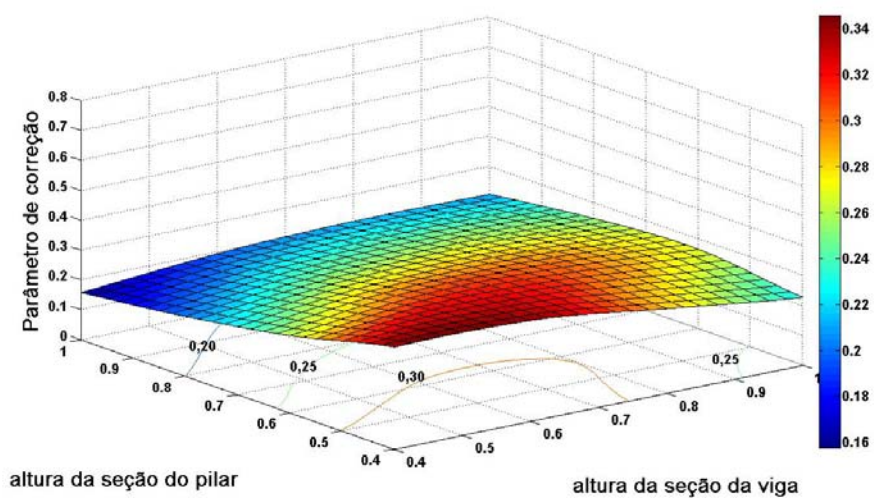


Fig. A1.7 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1

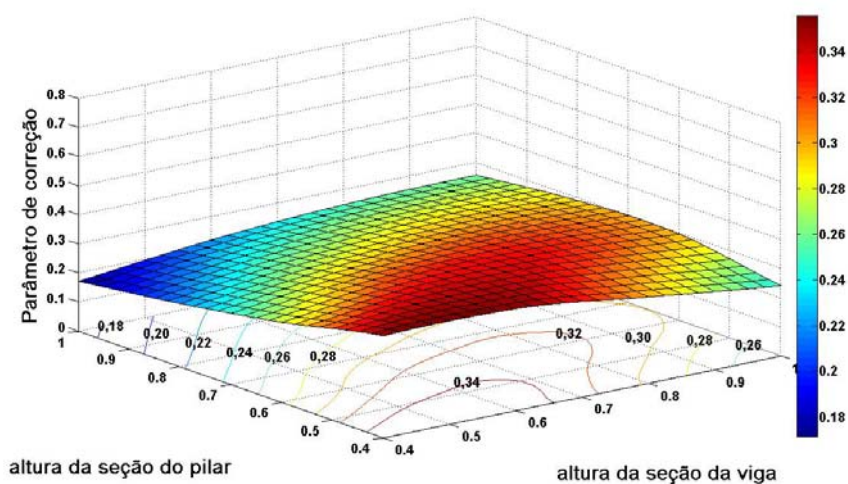


Fig. A1.8 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1

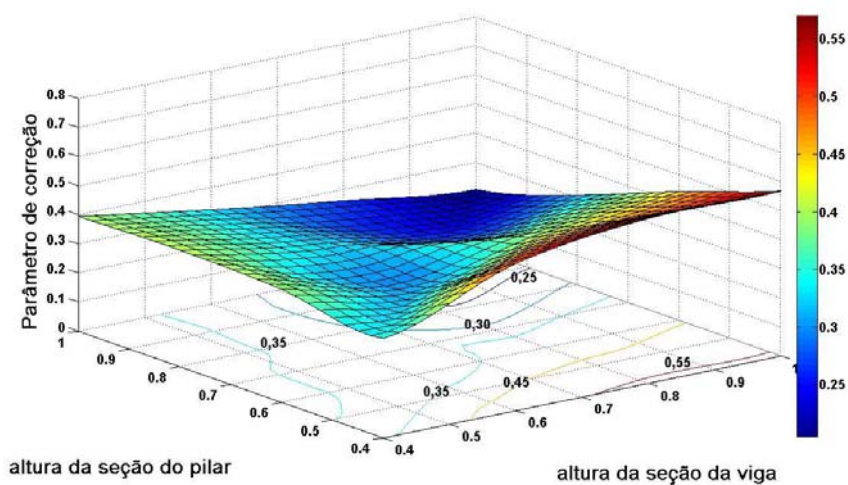


Fig. A1.9 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2

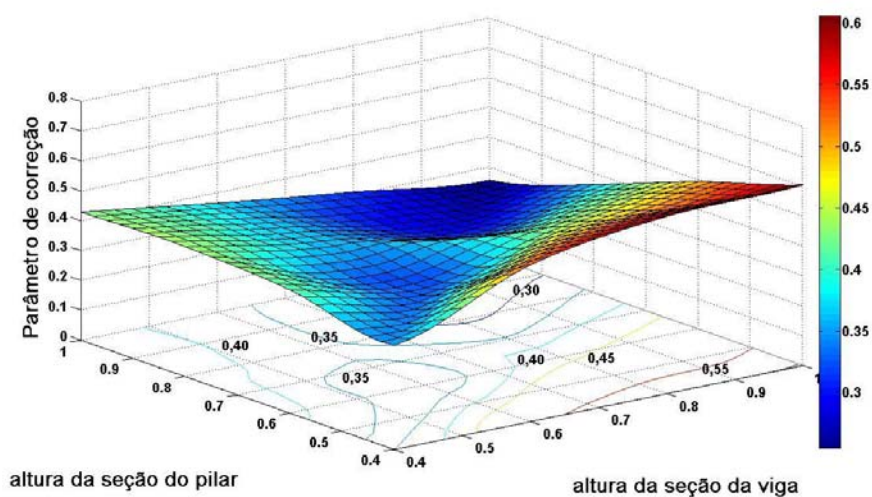


Fig. A1.10 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2

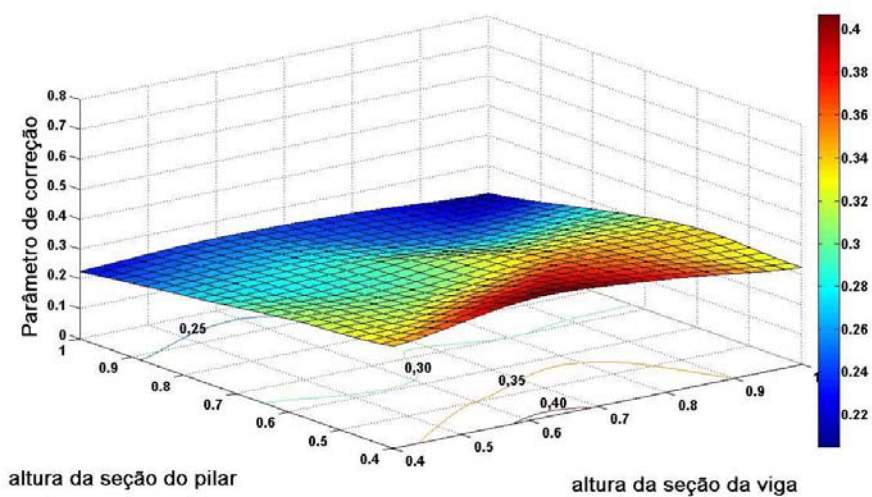


Fig. A1.11 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3

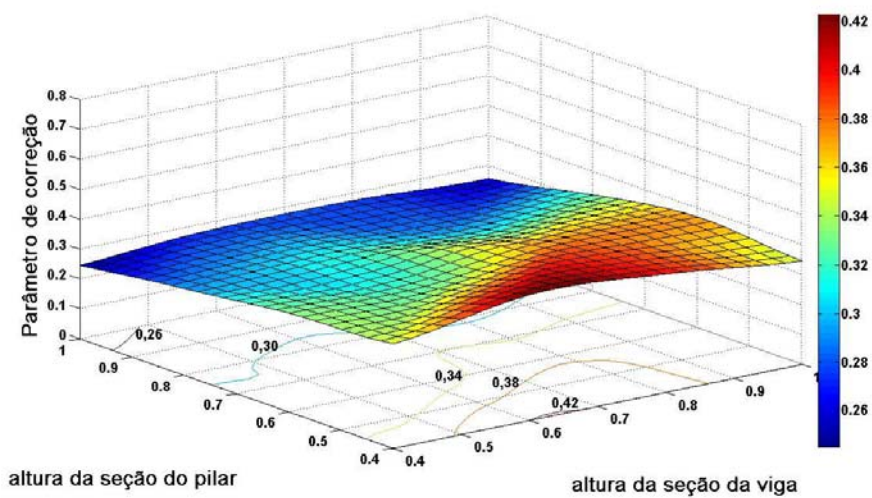


Fig. A1.12 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3

A1.3 NÓS TIPO T-SUPERIOR

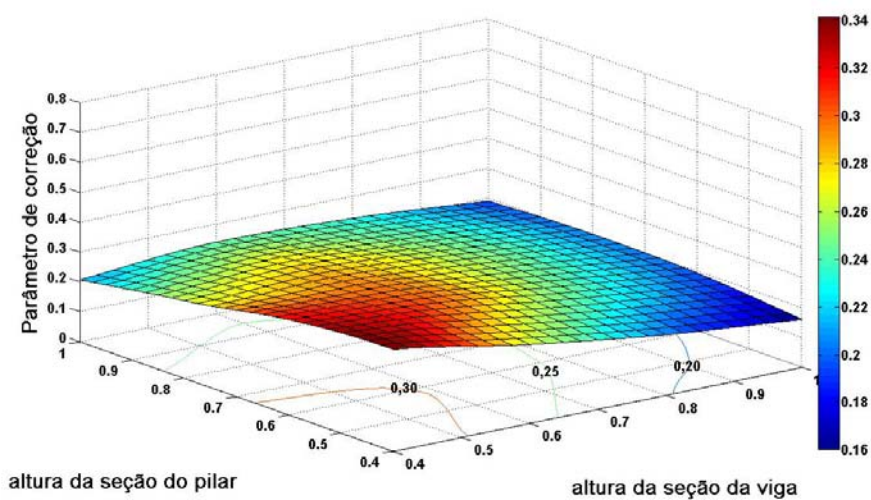


Fig. A1.13 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1

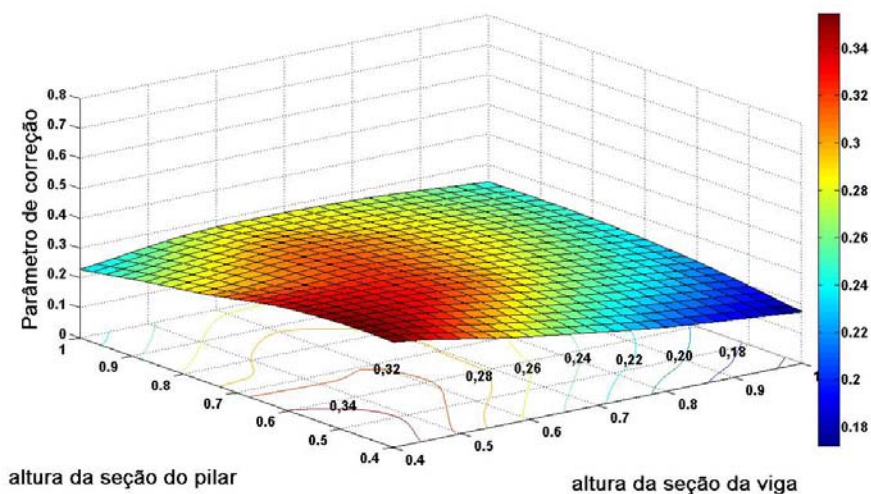


Fig. A1.14 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1

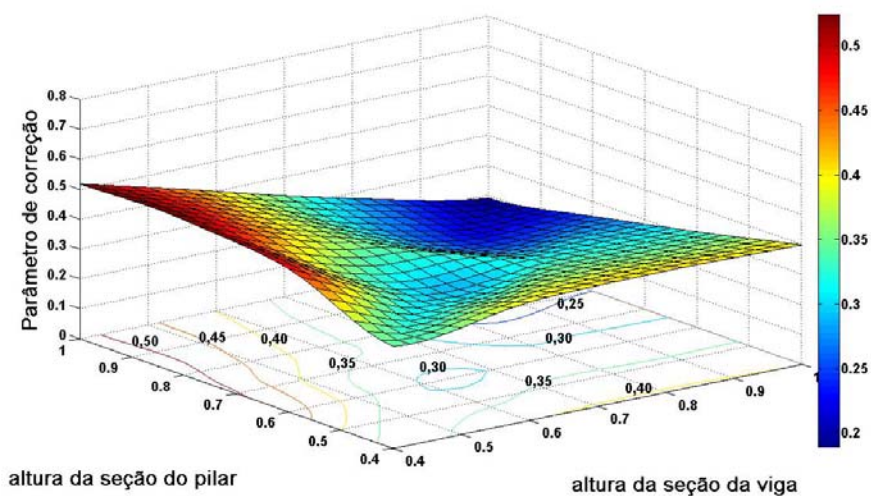


Fig. A1.15 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2

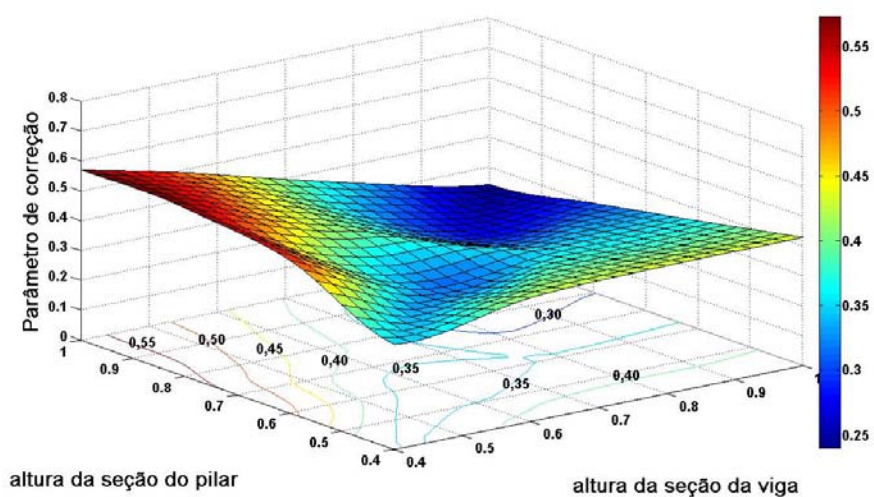


Fig. A1.16 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2

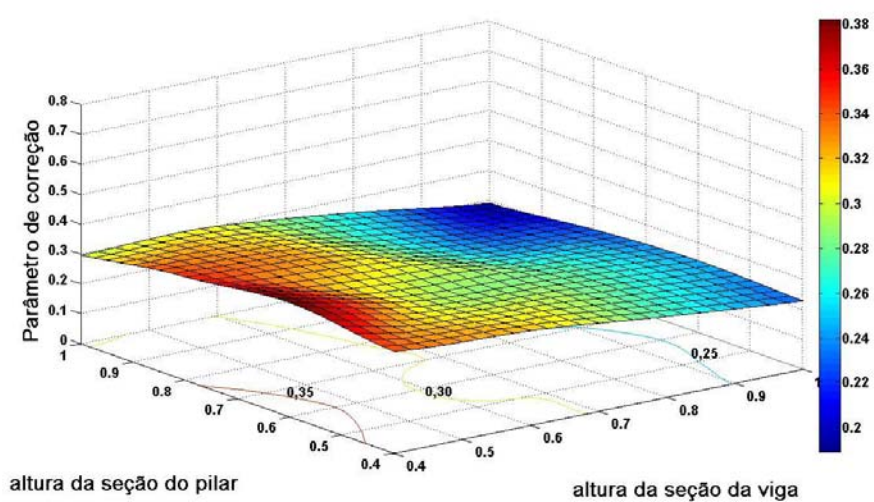


Fig. A1.17 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3

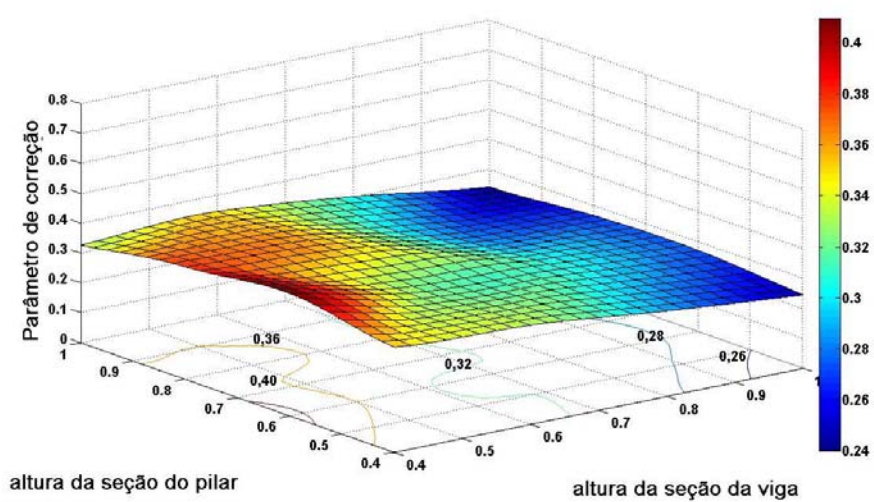


Fig. A1.18 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3

A1.4 NÓS TIPO L

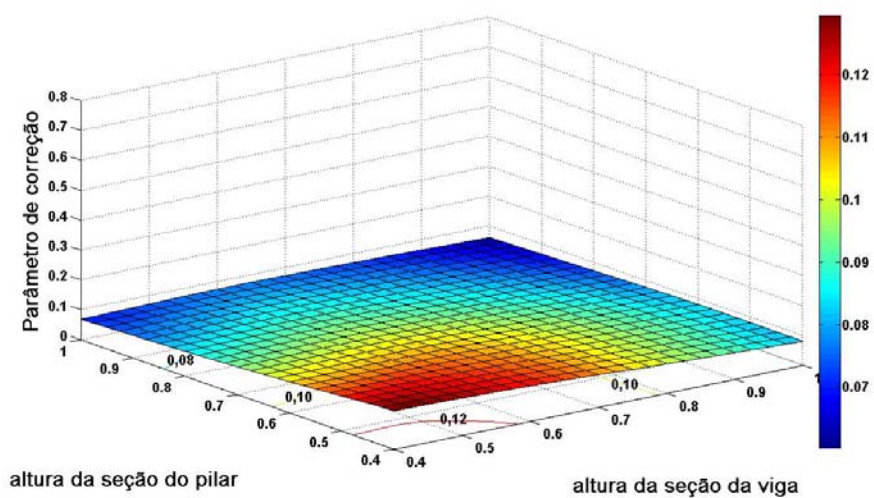


Fig. A1.19 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 1

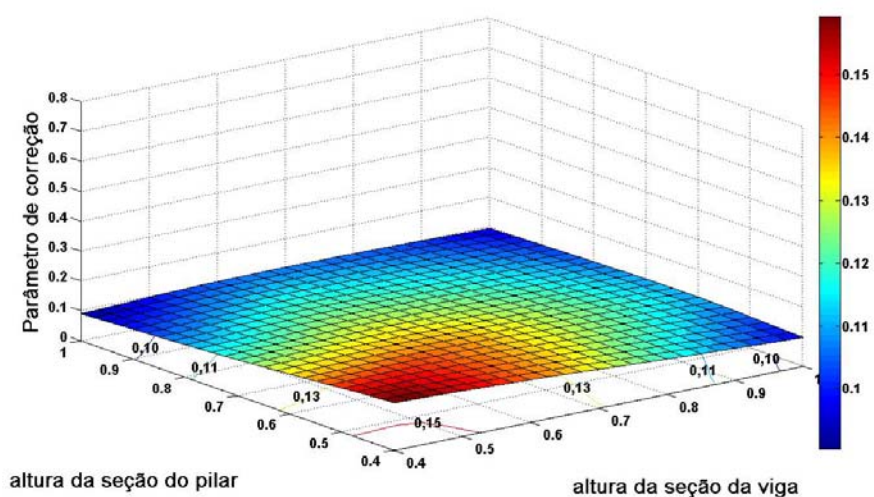


Fig. A1.20 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 1

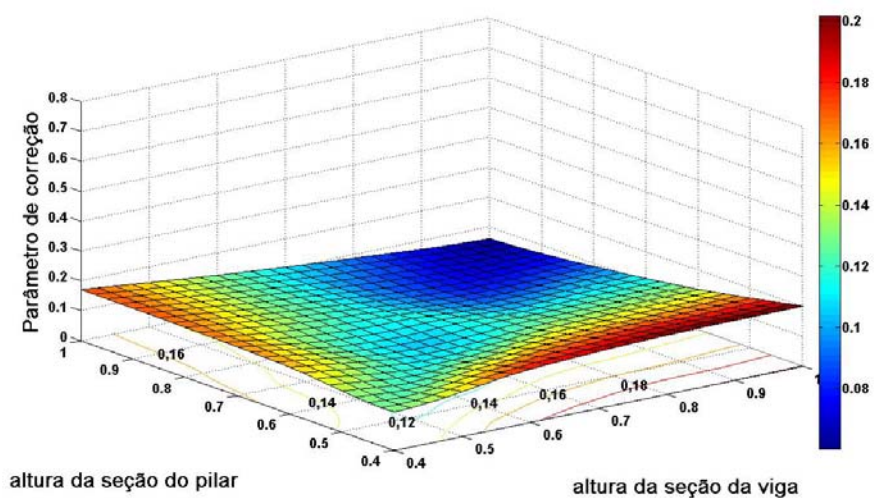


Fig. A1.21 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 2

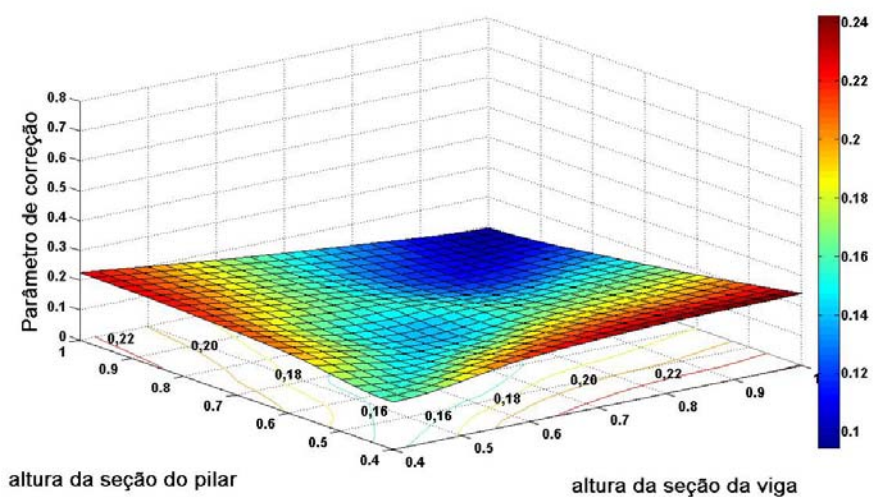


Fig. A1.22 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 2

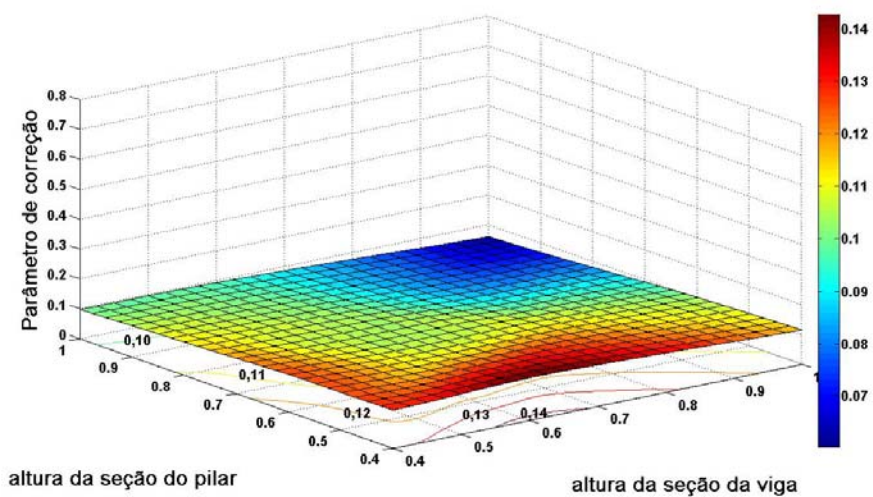


Fig. A1.23 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 3 metros utilizando a alternativa 3

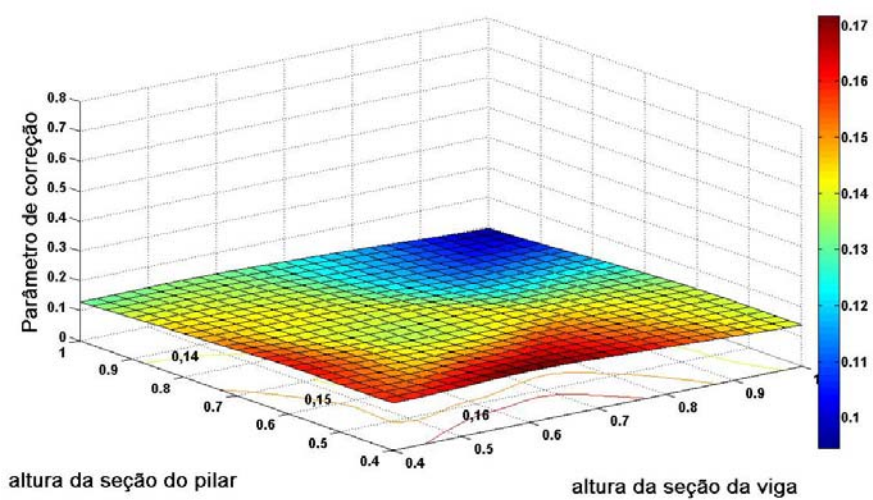


Fig. A1.24 – Variação do parâmetro de correção para nós com pé direito de 4 metros utilizando a alternativa 3

ANEXO A2 – ERRO COMETIDO PELO MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO COMPLETA

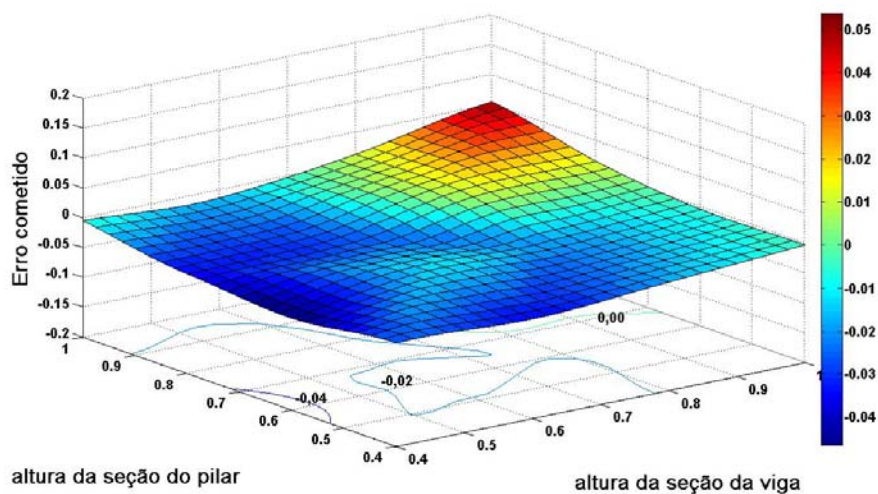


Fig. A2.1 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo cruzeta com pé-direito de 3 metros

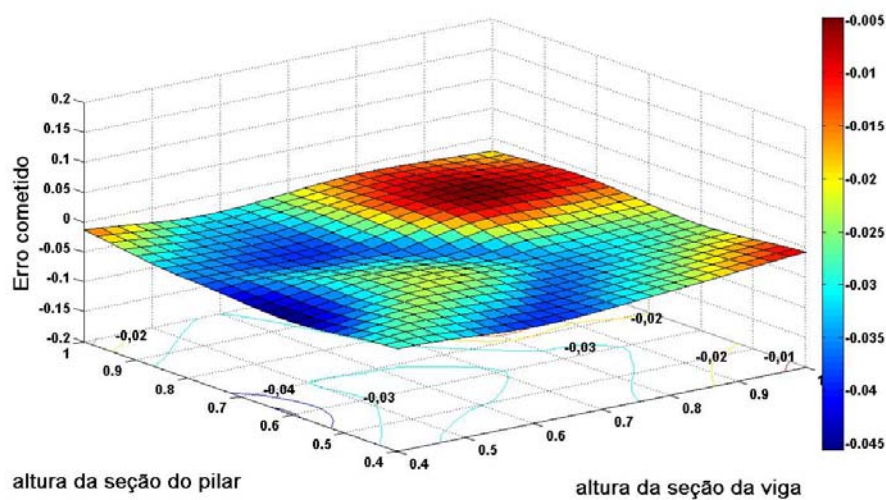


Fig. A2.2 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo cruzeta com pé-direito de 4 metros

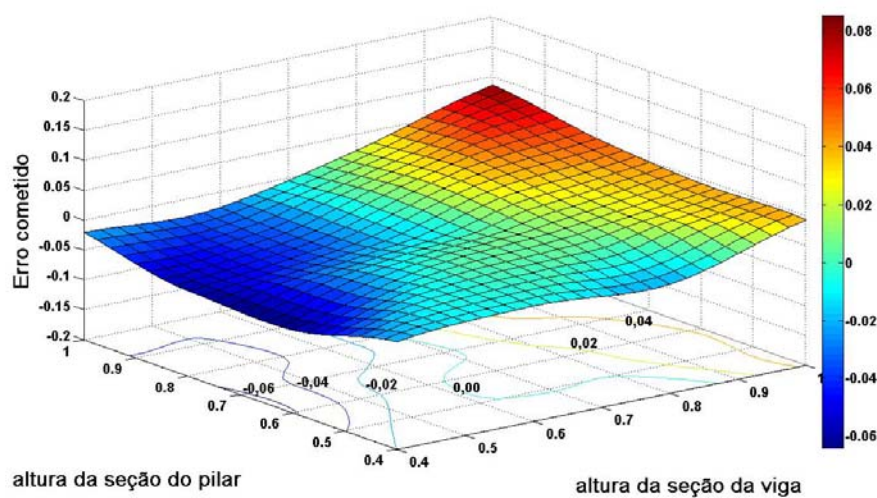


Fig. A2.3 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Lateral com pé-direito de 3 metros

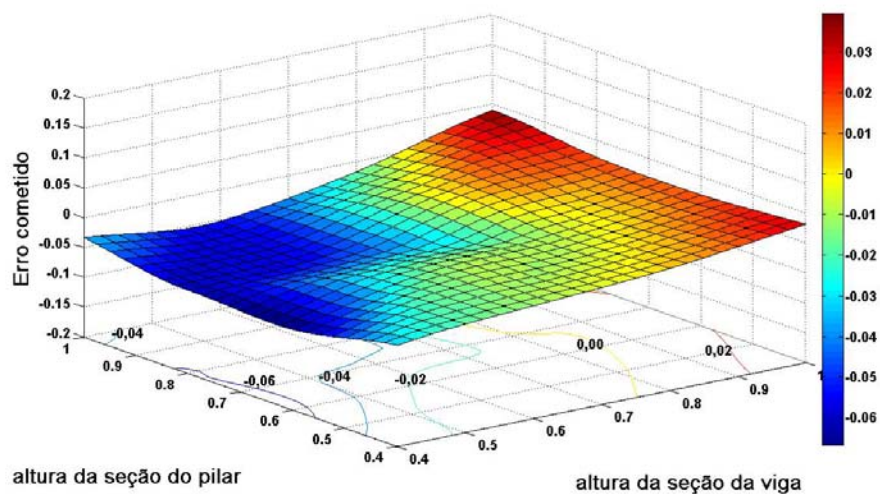


Fig. A2.4 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Lateral com pé-direito de 4 metros

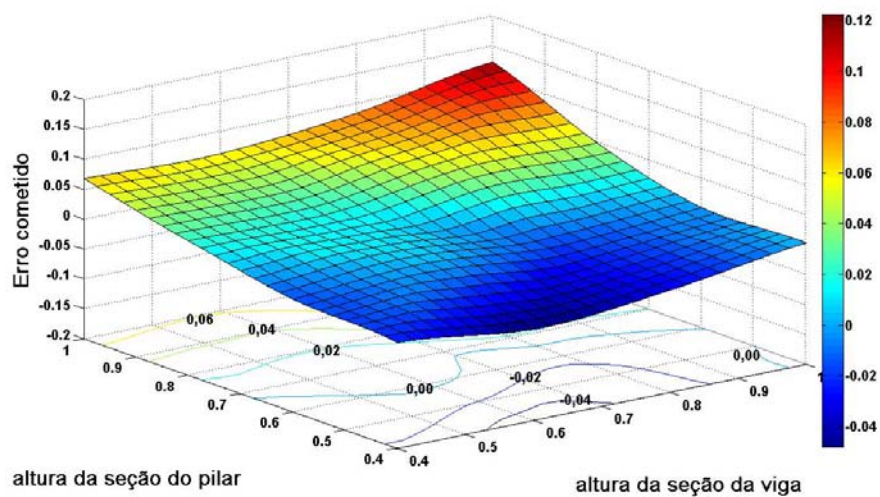


Fig. A2.5 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Superior com pé-direito de 3 metros

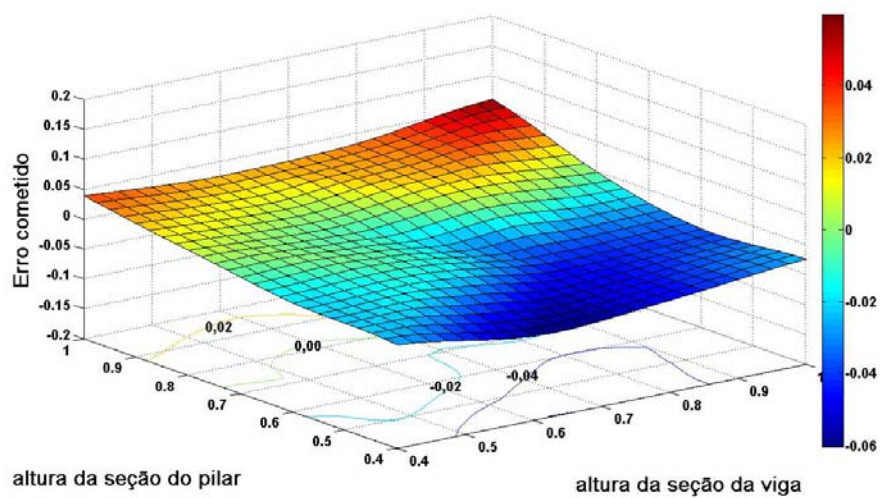


Fig. A2.6 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo T-Superior com pé-direito de 4 metros

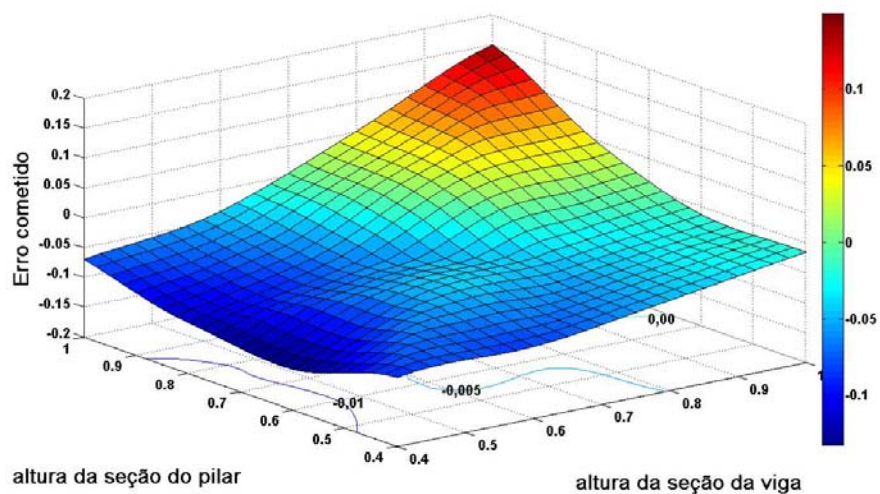


Fig. A2.7 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo L com pé-direito de 3 metros

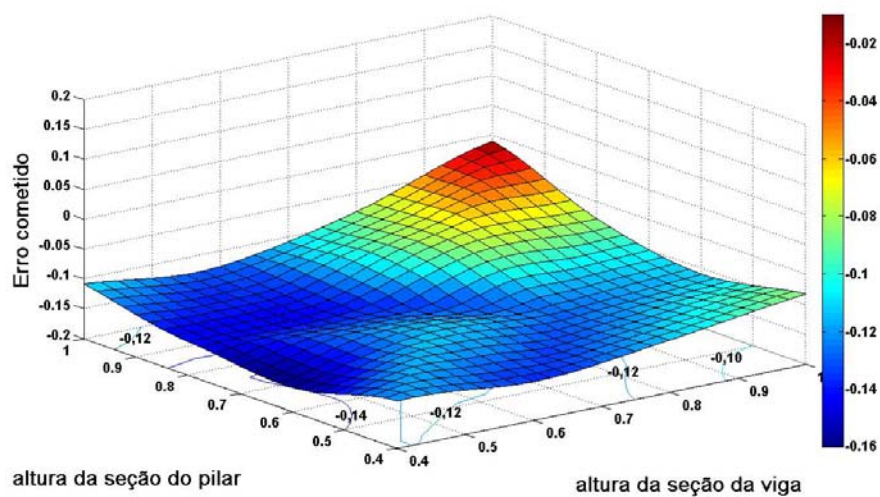


Fig. A2.8 – Erro cometido pelo modelo proposto para nós tipo L com pé-direito de 4 metros

ANEXO B1 – ERRO COMETIDO PELO
MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO
CONCÊNTRICA

Tabela B1.1 – Erro ligação concêntrica nós tipo cruzeta

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	-1,18	2,60	-3,22	0,11	-2,47	0,99	-4,02	-0,96
Pilar 20x60	-0,26	3,73	-1,68	1,99	-0,94	2,59	-2,53	1,06
Pilar 20x80	0,13	3,77	-1,04	2,44	-0,55	2,47	-1,62	1,17
Pilar 20x100	0,43	3,38	-0,77	2,33	-0,63	2,28	-1,43	1,23
Pilar 20x120	0,48	3,08	-0,69	2,22	-0,70	1,95	-1,30	1,09
Pilar 20x140	0,14	2,68	-0,75	1,89	-0,77	1,32	-1,65	0,78
Pilar 20x160	-0,20	2,16	-1,22	1,38	-1,27	1,08	-1,94	0,21
Pilar 20x180	-0,88	1,55	-2,04	0,69	-1,93	0,38	-2,87	-0,27
Pilar 20x200	-1,58	0,69	-3,02	-0,15	-2,44	-0,13	-3,41	-0,87
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	-1,41	-0,10	-3,39	-2,48	-2,14	-0,73	-3,72	-2,71
Pilar 30x60	0,44	1,40	-1,40	-0,53	-0,58	0,49	-2,12	-1,08
Pilar 30x80	1,46	2,15	-0,10	0,54	0,77	1,22	-0,70	-0,20
Pilar 30x100	2,17	2,68	0,76	1,32	1,39	1,74	-0,02	0,43
Pilar 30x120	2,33	3,03	1,24	1,83	1,44	2,07	0,41	0,86
Pilar 30x140	2,38	3,25	1,43	2,19	1,81	2,17	0,51	1,02
Pilar 30x160	2,20	3,33	1,23	2,32	1,44	2,29	0,45	1,19
Pilar 30x180	2,00	3,20	0,84	2,22	1,20	2,12	0,23	1,12
Pilar 30x200	1,47	2,93	0,37	1,94	0,95	2,06	-0,31	0,94
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	0,69	-0,43	-1,21	-2,84	-0,20	-1,18	-1,90	-3,08
Pilar 40x60	2,47	1,54	0,82	-0,44	1,57	0,67	0,06	-1,07
Pilar 40x80	3,43	2,81	2,21	1,14	2,66	1,88	1,52	0,24
Pilar 40x100	4,01	3,68	3,03	2,28	3,23	2,79	2,30	1,33
Pilar 40x120	4,11	4,31	3,38	3,15	3,34	3,38	2,73	2,09
Pilar 40x140	4,04	4,71	3,37	3,73	3,48	3,75	2,73	2,61
Pilar 40x160	3,95	4,93	3,22	4,09	3,43	4,00	2,65	3,01
Pilar 40x180	3,56	5,03	2,87	4,21	3,04	4,19	2,32	3,19
Pilar 40x200	3,29	4,93	2,36	4,13	2,84	4,16	1,82	3,12

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

Tabela B1.2 – Erro ligação concêntrica nós tipo T-Lateral

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	-2,64	0,98	-4,59	-0,80	-2,98	0,15	-4,72	-1,05
Pilar 20x60	-1,47	2,13	-2,98	0,67	-1,36	1,53	-2,93	-0,34
Pilar 20x80	0,01	2,36	-1,92	1,30	-0,64	1,09	-2,10	0,43
Pilar 20x100	0,60	2,67	-0,79	1,71	-0,51	1,48	-1,69	0,35
Pilar 20x120	1,14	2,90	-0,34	1,87	-0,14	1,55	-1,13	0,70
Pilar 20x140	1,44	3,00	0,13	2,15	0,65	1,37	-1,04	0,73
Pilar 20x160	1,14	2,92	0,23	2,24	0,64	1,42	-0,51	0,62
Pilar 20x180	1,33	2,85	-0,01	2,10	0,44	1,39	-1,07	0,71
Pilar 20x200	0,98	2,37	-0,43	1,77	-0,11	1,07	-1,05	0,54
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	-1,54	-2,24	-4,09	-4,86	-2,14	-2,72	-4,20	-4,82
Pilar 30x60	0,63	-0,15	-1,57	-2,46	-0,14	-0,91	-1,79	-2,89
Pilar 30x80	1,96	1,22	0,31	-0,70	1,15	0,36	-0,20	-1,55
Pilar 30x100	3,13	2,20	1,52	0,74	2,43	1,18	0,95	-0,52
Pilar 30x120	3,40	2,98	2,40	1,59	2,84	1,90	1,65	0,45
Pilar 30x140	3,93	3,58	2,74	2,38	3,28	2,45	2,31	1,03
Pilar 30x160	3,88	3,91	3,03	2,90	3,50	2,94	2,19	1,60
Pilar 30x180	3,78	4,24	3,12	3,24	3,38	3,12	2,46	1,88
Pilar 30x200	3,82	4,28	2,93	3,39	3,45	3,30	2,12	2,23
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	1,17	-1,45	-0,82	-4,23	0,66	-2,58	-1,58	-4,95
Pilar 40x60	3,29	1,20	1,52	-1,21	2,89	0,15	1,01	-2,19
Pilar 40x80	4,54	2,93	3,34	0,96	3,88	1,73	2,39	-0,19
Pilar 40x100	5,16	4,15	4,35	2,52	4,38	2,99	3,44	1,29
Pilar 40x120	5,64	4,99	4,75	3,67	4,94	3,82	4,17	2,42
Pilar 40x140	5,78	5,55	5,11	4,51	5,31	4,51	4,64	3,32
Pilar 40x160	5,77	6,01	5,28	5,10	5,35	4,99	4,65	3,96
Pilar 40x180	5,55	6,23	5,17	5,48	4,97	5,27	4,87	4,42
Pilar 40x200	5,40	6,32	4,95	5,75	5,25	5,44	4,47	4,69

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

Tabela B1.3 – Erro ligação concêntrica nós tipo T-Superior

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	2,30	7,40	0,13	4,16	1,29	5,26	-0,27	3,02
Pilar 20x60	3,64	9,76	2,00	6,86	2,91	7,43	1,02	4,83
Pilar 20x80	3,90	10,41	2,65	8,20	2,81	7,87	1,73	5,97
Pilar 20x100	3,46	10,05	2,44	8,43	2,54	7,77	1,59	6,21
Pilar 20x120	2,53	8,96	1,67	7,79	1,90	7,00	1,09	5,96
Pilar 20x140	1,25	7,35	0,51	6,57	0,81	5,95	0,06	5,11
Pilar 20x160	-0,22	5,52	-1,04	4,88	-0,42	4,71	-1,14	4,02
Pilar 20x180	-1,84	3,53	-2,89	2,87	-1,65	3,19	-2,57	2,55
Pilar 20x200	-3,58	1,45	-4,86	0,75	-3,13	1,63	-4,25	0,97
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	1,31	6,27	-1,04	2,90	0,29	4,20	-3,10	1,59
Pilar 30x60	3,11	8,56	1,21	5,95	1,84	6,10	-1,31	3,97
Pilar 30x80	3,98	9,35	2,48	7,42	2,73	6,89	-1,16	5,14
Pilar 30x100	4,18	9,34	2,99	7,92	2,93	7,03	-0,95	5,62
Pilar 30x120	4,02	8,88	2,92	7,78	2,87	6,76	-1,13	5,62
Pilar 30x140	3,54	8,11	2,39	7,18	2,43	6,19	-1,60	5,24
Pilar 30x160	2,74	7,14	1,53	6,23	1,77	5,48	-2,45	4,61
Pilar 30x180	1,81	6,02	0,42	5,05	0,98	4,61	-3,36	3,68
Pilar 30x200	0,72	4,78	-0,90	3,68	0,07	3,65	-4,53	2,65
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	1,83	4,88	-0,44	1,73	1,00	3,15	-6,00	0,35
Pilar 40x60	3,94	7,27	2,12	4,85	2,93	5,17	-4,97	2,93
Pilar 40x80	5,03	8,36	3,57	6,53	3,91	6,24	-4,49	4,34
Pilar 40x100	5,28	8,79	4,21	7,39	4,37	6,72	-4,37	5,16
Pilar 40x120	5,18	8,85	4,27	7,70	4,35	6,88	-4,80	5,54
Pilar 40x140	4,79	8,62	3,85	7,62	4,01	6,79	-5,27	5,55
Pilar 40x160	4,16	8,18	3,11	7,22	3,46	6,48	-6,02	5,31
Pilar 40x180	3,40	7,60	2,15	6,57	2,75	6,01	-6,85	4,84
Pilar 40x200	2,49	6,87	0,99	5,73	1,94	5,45	-7,85	4,16

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

Tabela B1.4 – Erro ligação concêntrica nós tipo L

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	-5,00	-0,72	-9,54	-5,22	-6,79	-3,09	-9,64	-6,28
Pilar 20x60	-1,19	2,83	-5,58	-1,41	-4,69	-0,94	-7,33	-3,53
Pilar 20x80	-0,25	3,67	-4,14	0,11	-4,39	-0,66	-6,63	-2,84
Pilar 20x100	-0,76	2,73	-4,37	-0,42	-5,11	-1,81	-7,30	-3,50
Pilar 20x120	-2,05	0,52	-5,77	-2,27	-6,56	-3,73	-9,00	-5,31
Pilar 20x140	-3,96	-2,17	-7,85	-5,06	-8,47	-6,35	-10,90	-7,82
Pilar 20x160	-5,97	-5,19	-10,24	-8,19	-10,28	-9,06	-13,28	-10,66
Pilar 20x180	-8,22	-8,28	-12,79	-11,54	-12,57	-11,86	-15,87	-13,63
Pilar 20x200	-10,64	-11,33	-15,54	-14,97	-14,69	-14,78	-18,27	-16,73
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	-1,06	-1,59	-7,93	-8,75	-5,91	-6,59	-11,02	-11,19
Pilar 30x60	4,01	4,85	-1,34	-3,21	-1,42	-2,29	-6,17	-7,57
Pilar 30x80	7,87	8,32	2,12	-0,24	0,92	0,03	-3,42	-5,74
Pilar 30x100	9,06	9,82	3,75	0,87	1,88	0,95	-2,23	-5,34
Pilar 30x120	9,25	10,17	4,14	0,79	1,85	0,90	-2,14	-5,76
Pilar 30x140	8,94	9,71	3,80	-0,03	1,63	0,30	-2,48	-6,73
Pilar 30x160	8,07	8,81	2,84	-1,38	0,71	-0,63	-3,41	-8,07
Pilar 30x180	6,93	7,51	1,45	-2,98	-0,30	-1,77	-4,69	-9,67
Pilar 30x200	5,73	6,03	-0,13	-4,78	-1,33	-3,12	-6,20	-11,31
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	5,56	2,24	-2,03	-6,30	-1,37	-6,17	-7,49	-11,81
Pilar 40x60	11,77	10,56	5,30	2,12	3,84	0,37	-1,37	-5,72
Pilar 40x80	14,71	15,40	9,26	7,49	6,56	4,02	1,91	-1,82
Pilar 40x100	16,01	18,11	11,16	10,71	7,59	6,16	3,57	0,54
Pilar 40x120	16,45	19,53	11,79	12,42	8,06	7,23	4,12	1,76
Pilar 40x140	16,20	20,10	11,66	13,16	7,79	7,64	3,92	2,26
Pilar 40x160	15,60	20,06	10,95	13,17	7,43	7,61	3,32	2,17
Pilar 40x180	14,82	19,66	9,94	12,68	6,68	7,28	2,40	1,76
Pilar 40x200	13,80	18,92	8,65	11,81	5,63	6,69	1,29	1,02

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

ANEXO C1 – ERRO COMETIDO PELO
MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO
EXCÊNTRICA COM MÁXIMA
EXCÊNTRICIDADE

Tabela C1.1 – Erros ligações excêntricas com nós do tipo cruzeta

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	0,22	4,09	-3,11	0,18	-0,59	2,76	-3,00	-0,01
Pilar 20x60	2,93	7,11	-0,34	3,18	2,37	5,58	-0,37	2,55
Pilar 20x80	3,61	8,44	0,82	4,34	3,98	7,69	0,79	3,87
Pilar 20x100	2,63	7,86	-0,17	3,98	2,87	7,87	0,49	4,49
Pilar 20x120	-0,24	5,67	-2,89	1,72	1,37	6,98	-1,43	2,94
Pilar 20x140	-3,79	2,24	-6,83	-1,65	-1,47	5,34	-4,24	1,10
Pilar 20x160	-7,46	-1,68	-11,04	-5,97	-4,80	2,65	-8,06	-1,74
Pilar 20x180	-11,54	-5,98	-15,89	-10,60	-8,28	-0,34	-11,71	-5,12
Pilar 20x200	-15,81	-10,36	-20,27	-15,43	-11,44	-3,95	-15,99	-8,77
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	0,57	2,20	-3,11	-1,93	0,29	1,44	-2,87	-1,96
Pilar 30x60	3,76	6,50	0,60	2,09	3,23	5,40	0,50	1,29
Pilar 30x80	4,68	8,72	2,35	4,70	4,50	7,99	2,10	3,90
Pilar 30x100	3,93	9,06	1,95	5,50	4,12	9,02	2,27	5,21
Pilar 30x120	2,22	7,97	0,12	4,63	3,07	8,85	0,89	5,21
Pilar 30x140	-0,06	5,95	-2,55	2,49	1,14	7,63	-1,55	4,11
Pilar 30x160	-2,74	3,28	-5,78	-0,52	-1,14	5,80	-4,25	2,07
Pilar 30x180	-5,49	0,17	-9,27	-4,09	-3,98	3,39	-7,17	-0,56
Pilar 30x200	-8,40	-3,15	-12,82	-7,86	-6,66	0,77	-10,47	-3,61
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	2,57	2,08	-0,88	-2,31	2,10	1,32	-1,20	-2,62
Pilar 40x60	4,97	6,56	2,64	2,35	4,75	5,57	2,26	1,51
Pilar 40x80	5,44	8,75	3,82	5,38	5,15	8,08	3,45	4,49
Pilar 40x100	4,48	9,33	3,16	6,55	4,58	9,20	3,12	6,08
Pilar 40x120	3,02	8,72	1,33	6,18	3,20	9,06	1,63	6,34
Pilar 40x140	0,96	7,34	-1,08	4,72	1,62	8,34	-0,38	5,59
Pilar 40x160	-1,31	5,37	-3,77	2,51	-0,68	6,89	-2,95	3,97
Pilar 40x180	-3,69	3,18	-6,85	-0,17	-2,84	5,17	-5,77	1,96
Pilar 40x200	-6,03	0,68	-9,75	-3,16	-4,90	3,01	-8,46	-0,53

Tabela C1.2 – Erros ligações excêntricas com nós do tipo T-Lateral

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	-1,58	2,61	-4,97	-0,75	-2,04	2,27	-4,32	-0,76
Pilar 20x60	2,47	6,56	-1,17	2,54	1,67	5,39	-1,42	1,53
Pilar 20x80	3,85	8,83	0,90	4,89	3,50	7,75	1,02	3,73
Pilar 20x100	3,66	9,52	1,28	5,72	4,28	9,34	1,52	5,12
Pilar 20x120	2,21	8,29	-0,01	5,05	2,73	9,30	0,39	5,17
Pilar 20x140	0,42	6,17	-2,23	2,55	1,23	8,41	-0,88	4,36
Pilar 20x160	-2,04	3,32	-5,39	-0,55	-0,65	6,58	-3,60	2,44
Pilar 20x180	-5,36	0,13	-8,80	-4,12	-3,17	3,93	-6,57	-0,22
Pilar 20x200	-8,05	-3,58	-12,37	-8,23	-5,47	1,22	-9,23	-3,11
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	0,20	0,29	-3,42	-3,98	-0,49	-0,67	-3,50	-4,19
Pilar 30x60	3,28	5,06	0,76	0,72	3,36	3,63	0,23	-0,30
Pilar 30x80	5,30	7,63	3,03	4,07	5,24	6,63	2,65	3,20
Pilar 30x100	5,21	8,90	3,38	5,87	5,29	7,91	3,30	5,15
Pilar 30x120	4,60	8,83	2,75	6,14	4,49	8,65	3,16	5,95
Pilar 30x140	3,52	8,05	1,49	5,21	3,82	8,14	1,71	5,92
Pilar 30x160	1,85	6,58	-0,34	3,62	2,04	7,43	0,16	4,79
Pilar 30x180	0,25	4,72	-2,93	1,34	1,12	5,98	-1,65	3,33
Pilar 30x200	-1,69	2,33	-4,77	-1,31	-1,10	4,20	-3,32	1,35
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	3,10	1,28	-0,13	-3,32	2,34	0,05	-0,85	-4,14
Pilar 40x60	5,80	5,81	3,43	1,83	5,04	4,71	2,78	0,66
Pilar 40x80	6,73	8,21	5,04	5,23	6,55	7,33	4,79	4,12
Pilar 40x100	6,42	9,32	5,23	6,97	6,64	8,74	4,87	6,17
Pilar 40x120	5,77	9,49	4,53	7,47	6,03	9,31	4,41	6,97
Pilar 40x140	5,04	9,01	3,39	7,06	5,09	9,21	3,49	7,06
Pilar 40x160	3,88	8,18	1,92	6,04	3,70	8,63	2,38	6,57
Pilar 40x180	2,61	7,00	0,28	4,62	2,99	7,85	0,56	5,46
Pilar 40x200	1,19	5,73	-1,56	2,78	1,73	6,56	-1,17	4,34

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

Tabela C1.3 – Erros ligações excêntricas com nós do tipo T-Superior

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	3,49	9,15	0,22	4,61	2,35	6,59	0,13	3,08
Pilar 20x60	5,23	12,59	2,56	8,29	4,06	9,44	1,91	6,19
Pilar 20x80	4,09	12,48	2,10	8,84	3,48	10,13	1,60	6,75
Pilar 20x100	1,11	10,04	-0,73	6,68	1,52	8,86	-0,31	5,79
Pilar 20x120	-3,23	6,15	-5,16	2,79	-1,97	6,46	-3,72	3,32
Pilar 20x140	-8,18	1,41	-10,54	-2,18	-5,84	3,26	-8,01	0,01
Pilar 20x160	-13,17	-3,75	-16,09	-7,70	-10,29	-0,39	-12,66	-4,06
Pilar 20x180	-18,22	-8,98	-21,64	-13,22	-14,74	-4,56	-17,61	-8,29
Pilar 20x200	-22,90	-14,07	-26,87	-18,63	-18,97	-8,63	-22,17	-12,73
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	2,74	8,18	-0,92	3,18	1,82	5,79	-1,23	1,97
Pilar 30x60	5,17	12,23	2,28	7,70	4,01	9,33	1,39	5,53
Pilar 30x80	4,84	13,20	2,83	9,41	4,02	10,57	2,06	7,17
Pilar 30x100	2,69	12,04	0,96	8,68	2,38	10,29	0,81	7,07
Pilar 30x120	-0,52	9,43	-2,42	6,16	-0,25	8,69	-1,93	5,63
Pilar 30x140	-4,31	5,86	-6,74	2,40	-3,51	6,28	-5,63	3,08
Pilar 30x160	-8,35	1,79	-11,47	-2,05	-7,09	3,18	-9,68	-0,21
Pilar 30x180	-12,36	-2,53	-16,17	-6,84	-10,77	-0,20	-13,94	-3,90
Pilar 30x200	-16,32	-6,89	-20,81	-11,67	-14,44	-3,83	-18,25	-7,88
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	3,62	7,27	-0,08	2,20	2,42	4,93	-0,85	0,83
Pilar 40x60	5,73	11,43	3,29	7,11	4,50	8,71	2,26	4,87
Pilar 40x80	5,13	12,72	3,61	9,36	4,19	10,20	2,86	7,02
Pilar 40x100	3,01	12,14	1,66	9,35	2,46	10,19	1,16	7,43
Pilar 40x120	0,00	10,28	-1,68	7,62	-0,21	9,05	-1,74	6,46
Pilar 40x140	-3,39	7,58	-5,72	4,70	-3,27	7,10	-5,36	4,42
Pilar 40x160	-6,96	4,36	-10,05	1,03	-6,57	4,59	-9,29	1,63
Pilar 40x180	-10,50	0,87	-14,42	-3,01	-9,90	1,71	-13,35	-1,63
Pilar 40x200	-14,03	-2,76	-18,62	-7,19	-13,19	-1,33	-17,35	-5,14

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

Tabela C1.4 – Erros ligações excêntricas com nós do tipo L sem introdução do parâmetro de correção variável

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	-4,93	-0,37	-9,77	-5,53	-6,72	-2,27	-10,12	-5,79
Pilar 20x60	-3,56	1,43	-6,82	-2,14	-5,55	-0,86	-8,11	-3,38
Pilar 20x80	-6,41	-1,54	-8,71	-3,89	-8,33	-3,00	-9,76	-4,77
Pilar 20x100	-11,52	-7,16	-13,79	-9,29	-12,54	-7,41	-14,13	-9,09
Pilar 20x120	-17,45	-13,61	-20,25	-16,09	-18,00	-12,88	-19,95	-14,60
Pilar 20x140	-23,40	-20,13	-26,78	-23,30	-23,38	-18,50	-26,11	-20,84
Pilar 20x160	-28,76	-26,22	-32,92	-29,81	-28,58	-23,94	-31,63	-26,76
Pilar 20x180	-33,82	-31,74	-38,62	-35,88	-33,23	-29,08	-37,00	-32,23
Pilar 20x200	-38,52	-36,74	-43,54	-41,21	-37,57	-33,86	-41,95	-37,33
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	-1,06	-1,16	-8,14	-8,42	-5,09	-5,11	-10,85	-10,49
Pilar 30x60	3,17	4,30	-2,22	-2,19	-1,57	-0,94	-6,02	-5,86
Pilar 30x80	2,77	4,80	-1,41	-0,50	-1,74	-0,47	-5,49	-4,66
Pilar 30x100	-0,02	2,41	-4,00	-2,36	-4,27	-2,19	-7,66	-6,11
Pilar 30x120	-4,02	-1,49	-8,32	-5,88	-7,86	-5,45	-11,34	-9,29
Pilar 30x140	-8,46	-6,13	-13,29	-10,82	-11,73	-9,22	-15,89	-13,42
Pilar 30x160	-12,85	-10,48	-18,55	-16,64	-15,80	-13,40	-20,59	-18,00
Pilar 30x180	-17,21	-15,68	-23,49	-21,85	-19,80	-16,96	-25,21	-22,60
Pilar 30x200	-21,36	-20,25	-28,22	-26,73	-23,62	-21,55	-29,59	-27,04
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	5,06	2,32	-2,51	-6,57	-0,53	-4,04	-7,16	-11,18
Pilar 40x60	9,45	9,60	4,02	1,98	3,57	2,02	-1,41	-4,59
Pilar 40x80	9,18	11,68	5,13	5,60	3,59	4,07	-0,01	-1,62
Pilar 40x100	6,80	10,94	2,97	5,05	1,36	3,71	-2,12	-1,44
Pilar 40x120	3,36	8,44	-0,87	3,16	-1,63	1,85	-5,41	-3,25
Pilar 40x140	-0,49	5,09	-5,36	-0,97	-5,04	-0,89	-9,56	-6,15
Pilar 40x160	-4,38	1,31	-10,10	-5,23	-8,73	-4,03	-13,83	-9,72
Pilar 40x180	-8,29	-2,63	-14,80	-9,72	-12,25	-7,46	-18,12	-13,55
Pilar 40x200	-12,16	-6,61	-19,20	-14,19	-15,85	-10,93	-22,27	-17,49

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

Tabela C1.5 – Erros ligações excêntricas com nós do tipo L após introdução do parâmetro de correção variável

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	-4,93	-0,37	-9,77	-5,53	-6,72	-2,27	-10,12	-5,79
Pilar 20x60	-1,27	1,43	-6,82	-2,14	-5,55	-0,86	-8,11	-3,38
Pilar 20x80	-6,41	-1,54	-8,71	-3,89	-8,33	-3,00	-9,76	-4,77
Pilar 20x100	-11,52	-7,16	-13,79	-9,29	-12,54	-7,41	-14,13	-9,09
Pilar 20x120	-13,55	-9,23	-16,54	-12,05	-14,60	-8,97	-16,68	-10,94
Pilar 20x140	-15,71	-11,27	-19,35	-15,00	-16,39	-10,55	-19,21	-13,36
Pilar 20x160	-17,69	-13,17	-22,12	-17,58	-18,06	-12,12	-21,50	-15,50
Pilar 20x180	-19,36	-14,94	-24,46	-20,01	-19,23	-13,25	-23,68	-17,44
Pilar 20x200	-21,06	-16,48	-26,71	-22,18	-20,80	-14,45	-25,44	-19,03
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	-1,06	-1,16	-8,14	-8,42	-5,09	-5,11	-10,85	-10,49
Pilar 30x60	3,17	4,30	-2,22	-2,19	-1,57	-0,94	-6,02	-5,86
Pilar 30x80	2,77	4,80	-1,99	-0,50	-1,74	-0,47	-5,49	-4,66
Pilar 30x100	-0,02	2,41	-4,00	-2,36	-4,27	-2,19	-7,66	-6,11
Pilar 30x120	-4,02	-1,49	-8,32	-5,88	-7,86	-5,45	-11,34	-9,29
Pilar 30x140	-8,46	-6,13	-13,29	-10,82	-11,73	-9,22	-15,89	-13,42
Pilar 30x160	-11,71	-8,92	-17,19	-15,09	-14,66	-11,90	-19,44	-16,59
Pilar 30x180	-13,52	-11,15	-19,77	-17,39	-16,19	-12,69	-21,62	-18,36
Pilar 30x200	-15,39	-12,81	-22,07	-19,47	-17,78	-14,59	-23,74	-20,17
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	5,06	2,32	-2,51	-6,57	-0,53	-4,04	-7,16	-11,18
Pilar 40x60	9,45	9,60	4,02	1,98	3,57	2,02	-1,41	-4,59
Pilar 40x80	9,18	11,68	5,13	5,60	3,59	4,07	-0,01	-1,62
Pilar 40x100	6,80	10,94	2,97	5,05	1,36	3,71	-2,12	-1,44
Pilar 40x120	3,36	8,44	-0,87	3,16	-1,63	1,85	-5,41	-3,25
Pilar 40x140	-0,49	5,09	-5,36	-0,97	-5,04	-0,89	-9,56	-6,15
Pilar 40x160	-4,38	1,31	-10,10	-5,23	-8,73	-4,03	-13,83	-9,72
Pilar 40x180	-8,29	-2,63	-14,80	-9,72	-12,25	-7,46	-18,12	-13,55
Pilar 40x200	-12,16	-6,61	-19,20	-14,19	-15,85	-10,93	-22,27	-17,49

Legenda:



Erro mínimo



Erro máximo

ANEXO C2 – PARÂMETRO DE CORREÇÃO
APLICADO AO MODELO PROPOSTO:
LIGAÇÃO DO TIPO EXCÊNTRICA COM
MÁXIMA EXCÊNTRICIDADE

Tabela C2.1 – Valores do parâmetro de correção: ligação excêntrica nós tipo cruzeta

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	1,00	0,79	1,22	0,98	1,01	0,80	1,27	1,00
Pilar 20x60	0,85	0,72	1,02	0,84	0,83	0,70	1,00	0,84
Pilar 20x80	0,85	0,73	0,96	0,83	0,84	0,72	0,96	0,82
Pilar 20x100	0,91	0,79	1,01	0,88	0,88	0,75	0,98	0,82
Pilar 20x120	1,01	0,86	1,10	0,95	0,96	0,81	1,06	0,90
Pilar 20x140	1,11	0,95	1,22	1,04	1,05	0,87	1,15	0,97
Pilar 20x160	1,23	1,04	1,34	1,14	1,14	0,94	1,25	1,05
Pilar 20x180	1,34	1,13	1,49	1,25	1,22	1,01	1,37	1,13
Pilar 20x200	1,46	1,22	1,63	1,36	1,33	1,09	1,48	1,21
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	0,97	0,90	1,21	1,11	0,98	0,91	1,24	1,12
Pilar 30x60	0,79	0,75	0,96	0,91	0,79	0,76	0,98	0,93
Pilar 30x80	0,77	0,71	0,88	0,82	0,77	0,71	0,89	0,83
Pilar 30x100	0,82	0,73	0,91	0,82	0,80	0,71	0,90	0,81
Pilar 30x120	0,91	0,78	0,99	0,86	0,88	0,75	0,96	0,83
Pilar 30x140	1,00	0,85	1,10	0,93	0,96	0,79	1,05	0,88
Pilar 30x160	1,11	0,92	1,23	1,01	1,05	0,85	1,16	0,94
Pilar 30x180	1,21	1,00	1,36	1,11	1,15	0,91	1,28	1,01
Pilar 30x200	1,34	1,08	1,50	1,26	1,25	0,98	1,39	1,09
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	0,83	0,90	1,06	1,12	0,84	0,94	1,08	1,15
Pilar 40x60	0,69	0,72	0,84	0,89	0,70	0,75	0,86	0,93
Pilar 40x80	0,70	0,67	0,79	0,78	0,70	0,68	0,80	0,80
Pilar 40x100	0,76	0,68	0,83	0,76	0,75	0,67	0,83	0,77
Pilar 40x120	0,85	0,71	0,93	0,79	0,83	0,70	0,91	0,78
Pilar 40x140	0,95	0,77	1,05	0,85	0,93	0,74	1,03	0,82
Pilar 40x160	1,07	0,83	1,19	0,92	1,03	0,79	1,14	0,88
Pilar 40x180	1,18	0,90	1,33	1,01	1,14	0,85	1,27	0,94
Pilar 40x200	1,30	0,98	1,49	1,10	1,25	0,91	1,40	1,01

Tabela C2.2 – Valores do parâmetro de correção: ligação excêntrica nós tipo T-Lateral

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	1,07	0,86	1,38	1,04	1,01	0,87	1,40	1,06
Pilar 20x60	0,88	0,74	1,10	0,88	0,94	0,74	1,07	0,88
Pilar 20x80	0,82	0,71	0,96	0,81	0,81	0,70	0,94	0,83
Pilar 20x100	0,84	0,74	0,95	0,82	0,84	0,72	0,92	0,80
Pilar 20x120	0,91	0,79	1,00	0,86	0,88	0,76	0,97	0,83
Pilar 20x140	0,99	0,85	1,10	0,93	0,96	0,80	1,03	0,88
Pilar 20x160	1,08	0,92	1,19	1,01	1,03	0,85	1,12	0,94
Pilar 20x180	1,17	1,00	1,31	1,10	1,09	0,90	1,21	1,00
Pilar 20x200	1,28	1,08	1,42	1,20	1,19	0,97	1,30	1,07
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	1,00	0,98	1,28	1,22	1,02	1,06	1,32	1,26
Pilar 30x60	0,78	0,78	0,95	0,97	0,80	0,82	1,00	1,01
Pilar 30x80	0,69	0,70	0,82	0,83	0,70	0,73	0,86	0,85
Pilar 30x100	0,71	0,69	0,81	0,79	0,71	0,71	0,82	0,80
Pilar 30x120	0,76	0,71	0,86	0,80	0,78	0,71	0,86	0,79
Pilar 30x140	0,83	0,75	0,92	0,83	0,83	0,74	0,91	0,81
Pilar 30x160	0,89	0,80	1,02	0,89	0,90	0,77	1,00	0,85
Pilar 30x180	0,99	0,86	1,13	0,96	0,96	0,82	1,07	0,90
Pilar 30x200	1,07	0,93	1,23	1,04	1,04	0,87	1,16	0,96
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	0,77	0,93	1,02	1,18	0,80	1,00	1,08	1,26
Pilar 40x60	0,61	0,71	0,76	0,91	0,62	0,76	0,81	0,96
Pilar 40x80	0,57	0,63	0,67	0,76	0,57	0,66	0,71	0,81
Pilar 40x100	0,59	0,61	0,67	0,71	0,60	0,62	0,69	0,73
Pilar 40x120	0,63	0,62	0,72	0,71	0,64	0,63	0,73	0,72
Pilar 40x140	0,70	0,65	0,80	0,73	0,70	0,64	0,79	0,73
Pilar 40x160	0,77	0,69	0,88	0,78	0,78	0,67	0,87	0,77
Pilar 40x180	0,85	0,74	0,99	0,84	0,84	0,71	0,96	0,81
Pilar 40x200	0,93	0,79	1,09	0,90	0,91	0,76	1,06	0,85

Tabela C2.3 – Valores do parâmetro de correção: ligação excêntrica nós tipo T-Superior

	Pé-direito 3 metros				Pé-direito 4 metros			
	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60	Viga 20x40	Viga 20x60	Viga 30x40	Viga 30x60
Pilar de 20 centímetros								
Pilar 20x40	0,80	0,59	0,98	0,73	0,82	0,59	1,00	0,75
Pilar 20x60	0,78	0,58	0,86	0,64	0,79	0,58	0,87	0,64
Pilar 20x80	0,86	0,66	0,91	0,69	0,86	0,65	0,91	0,69
Pilar 20x100	0,97	0,76	1,03	0,80	0,95	0,74	1,01	0,78
Pilar 20x120	1,09	0,87	1,16	0,93	1,06	0,83	1,13	0,90
Pilar 20x140	1,22	0,97	1,31	1,05	1,17	0,92	1,26	1,00
Pilar 20x160	1,34	1,08	1,46	1,17	1,28	1,01	1,39	1,10
Pilar 20x180	1,48	1,18	1,61	1,30	1,40	1,09	1,52	1,21
Pilar 20x200	1,61	1,28	1,77	1,42	1,50	1,18	1,64	1,30
Pilar de 30 centímetros								
Pilar 30x40	0,85	0,69	1,06	0,85	0,89	0,72	1,10	0,88
Pilar 30x60	0,77	0,62	0,88	0,71	0,80	0,64	0,91	0,74
Pilar 30x80	0,81	0,65	0,88	0,71	0,82	0,66	0,90	0,72
Pilar 30x100	0,91	0,71	0,96	0,76	0,91	0,71	0,97	0,77
Pilar 30x120	1,02	0,79	1,08	0,85	1,01	0,78	1,07	0,84
Pilar 30x140	1,14	0,87	1,22	0,94	1,12	0,85	1,20	0,92
Pilar 30x160	1,27	0,96	1,37	1,05	1,23	0,93	1,33	1,01
Pilar 30x180	1,40	1,05	1,53	1,15	1,35	1,00	1,46	1,09
Pilar 30x200	1,53	1,15	1,69	1,26	1,46	1,08	1,60	1,18
Pilar de 40 centímetros								
Pilar 40x40	0,81	0,73	1,00	0,91	0,85	0,78	1,05	0,96
Pilar 40x60	0,73	0,63	0,83	0,74	0,76	0,67	0,87	0,79
Pilar 40x80	0,78	0,63	0,84	0,70	0,81	0,66	0,86	0,74
Pilar 40x100	0,88	0,68	0,93	0,74	0,89	0,70	0,95	0,76
Pilar 40x120	1,00	0,74	1,07	0,80	1,01	0,75	1,07	0,81
Pilar 40x140	1,13	0,81	1,22	0,88	1,13	0,81	1,22	0,88
Pilar 40x160	1,28	0,89	1,39	0,97	1,26	0,88	1,37	0,96
Pilar 40x180	1,42	0,98	1,57	1,07	1,40	0,96	1,53	1,04
Pilar 40x200	1,57	1,07	1,75	1,18	1,53	1,03	1,69	1,13

ANEXO C3 – ERRO COMETIDO PELO
MODELO PROPOSTO: LIGAÇÃO DO TIPO
EXCÊNTRICA COM EXCÊNTRICIDADE
RELATIVA VARIÁVEL

Tabela C3.1 – Erros cometidos para ligação do tipo cruzeta com pilar de seção 30x80

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	1,46	1,46	1,46	2,15	2,15	2,15	0,10	0,10	0,10	0,54	0,54	0,54
$e_R = 0,2$	1,45	0,83	1,04	2,51	1,60	2,06	0,04	0,66	0,35	0,88	0,22	0,59
$e_R = 0,4$	1,93	0,67	1,30	3,31	1,83	2,57	0,24	0,70	0,23	1,45	0,32	0,85
$e_R = 0,6$	2,47	0,98	1,83	4,50	2,89	3,75	0,75	0,36	0,27	2,25	1,03	1,64
$e_R = 0,8$	3,33	2,24	2,89	6,28	4,90	5,69	1,44	0,63	1,12	3,31	2,37	2,92
$e_R = 1$	4,68	4,68	4,68	8,72	8,72	8,72	2,35	2,35	2,35	4,70	4,70	4,70
MÉDIA	2,55	1,81	2,20	4,58	3,68	4,16	0,77	0,19	0,51	2,19	1,53	1,87

Tabela C3.2 – Erros cometidos para ligação do tipo cruzeta com pilar de seção 30x180

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	2,00	2,00	2,00	3,20	3,20	3,20	0,84	0,84	0,84	2,22	2,22	2,22
$e_R = 0,2$	1,56	-0,13	0,81	2,69	0,36	1,60	0,46	-1,43	-0,35	1,80	-0,73	0,56
$e_R = 0,4$	1,31	-1,89	-0,19	3,01	-1,30	1,00	0,16	-3,38	-1,48	2,12	-2,52	-0,05
$e_R = 0,6$	0,52	-3,52	-1,21	3,51	-2,28	0,88	-0,62	-5,34	-2,84	2,48	-3,67	-0,33
$e_R = 0,8$	-0,78	-5,17	-2,78	3,85	-2,21	1,03	-2,46	-7,38	-4,78	1,95	-4,13	-0,93
$e_R = 1$	-5,49	-5,49	-5,49	0,17	0,17	0,17	-9,27	-9,27	-9,27	-4,09	-4,09	-4,09
MÉDIA	-0,15	-2,37	-1,15	2,74	-0,34	1,32	-1,82	-4,33	-2,98	1,08	-2,15	-0,44

Tabela C3.3 – Erros cometidos para ligação do tipo T-Lateral com pilar de seção 30x80

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	1,81	1,81	1,81	1,22	1,22	1,22	0,31	0,31	0,31	-0,70	-0,70	-0,70
$e_R = 0,2$	2,01	1,64	2,01	1,38	0,82	1,10	0,43	-0,09	0,17	-0,48	-0,91	-0,70
$e_R = 0,4$	2,22	1,49	1,85	2,20	1,21	1,63	0,69	-0,09	0,43	0,07	-0,70	-0,37
$e_R = 0,6$	2,91	1,80	2,17	3,16	2,00	2,58	1,11	0,32	0,85	1,11	0,33	0,77
$e_R = 0,8$	3,56	2,81	3,18	4,88	3,99	4,43	1,79	1,25	1,52	2,27	1,59	1,93
$e_R = 1$	4,07	4,07	4,07	7,63	7,63	7,63	3,03	3,03	3,03	4,07	4,07	4,07
MÉDIA	2,76	2,27	2,51	3,41	2,81	3,10	1,23	0,79	1,05	1,06	0,61	0,84

Tabela C3.4 – Erros cometidos para ligação do tipo T-Lateral com pilar de seção 30x180

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	3,78	3,78	3,78	4,24	4,24	4,24	3,12	3,12	3,12	3,24	3,24	3,24
$e_R = 0,2$	3,65	2,63	2,97	3,74	2,16	2,89	2,82	1,39	2,11	2,74	0,96	1,94
$e_R = 0,4$	3,50	1,43	2,46	3,85	1,03	2,50	2,48	0,07	1,28	2,91	-0,34	1,38
$e_R = 0,6$	2,85	0,42	1,81	4,19	0,41	2,42	1,90	-1,27	0,44	3,30	-1,07	1,26
$e_R = 0,8$	2,08	-0,77	0,65	4,70	0,86	2,98	0,79	-2,22	-0,71	3,35	-0,87	1,39
$e_R = 1$	0,25	0,25	0,25	4,72	4,72	4,72	-2,93	-2,93	-2,93	1,34	1,34	1,34
MÉDIA	2,69	1,29	1,99	4,24	2,24	3,29	1,36	-0,31	0,55	2,81	0,54	1,76

Tabela C3.5 – Erros cometidos para ligação do tipo T-Superior com pilar de seção 30x80

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	3,99	3,99	3,99	9,35	9,35	9,35	2,48	2,48	2,48	7,42	7,42	7,42
$e_R = 0,2$	3,48	2,47	3,01	9,08	7,90	8,51	2,00	1,20	1,63	7,13	6,24	6,70
$e_R = 0,4$	3,84	2,06	3,02	9,77	7,78	8,79	2,26	0,87	1,56	7,51	6,06	6,80
$e_R = 0,6$	4,33	2,17	3,36	10,83	8,45	9,68	2,53	0,95	1,77	8,10	6,47	7,32
$e_R = 0,8$	4,80	2,94	3,87	12,05	10,08	11,08	2,48	1,20	1,87	8,77	7,52	8,16
$e_R = 1$	4,87	4,87	4,87	13,21	13,21	13,21	2,81	2,81	2,81	9,42	9,42	9,42
MÉDIA	4,22	3,09	3,69	10,71	9,46	10,10	2,43	1,59	2,02	8,06	7,19	7,64

Tabela C3.6 – Erros cometidos para ligação do tipo T-Superior com pilar de seção 30x180

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	1,81	1,81	1,81	6,02	6,02	6,02	0,42	0,42	0,42	5,05	5,05	5,05
$e_R = 0,2$	0,73	-1,71	-0,41	4,97	1,81	3,46	-0,65	-3,38	-1,93	3,99	0,70	2,41
$e_R = 0,4$	0,41	-4,20	-1,72	5,70	-0,18	2,95	-0,97	-6,04	-3,31	4,63	-1,42	1,80
$e_R = 0,6$	-0,40	-6,69	-3,25	6,53	-1,45	2,86	-1,94	-8,74	-5,03	5,12	-2,96	1,39
$e_R = 0,8$	-3,66	-10,2	-6,71	5,98	-2,25	2,12	-4,99	-11,9	-8,21	3,61	-4,47	-0,20
$e_R = 1$	-12,4	-12,4	-12,4	-2,53	-2,53	-2,53	-16,2	-16,2	-16,2	-6,84	-6,84	-6,84
MÉDIA	-2,24	-5,57	-3,77	4,45	0,24	2,48	-4,05	-7,63	-5,70	2,59	-1,66	0,60

Tabela C3.7 – Erros cometidos para ligação do tipo L com pilar de seção 30x80

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	6,50	6,50	6,50	6,29	6,29	6,29	1,01	1,01	1,01	0,32	0,32	0,32
$e_R = 0,2$	6,25	5,00	5,63	6,28	4,79	5,53	0,90	-0,11	0,44	0,36	-0,74	-0,14
$e_R = 0,4$	6,07	3,94	4,94	6,28	3,79	5,06	0,72	-0,94	-0,11	0,38	-1,37	-0,50
$e_R = 0,6$	5,56	3,03	4,29	6,05	3,28	4,70	0,31	-1,46	-0,53	0,21	-1,66	-0,68
$e_R = 0,8$	4,51	2,44	3,48	5,64	3,46	4,55	-0,39	-1,72	-1,05	-0,06	-1,44	-0,73
$e_R = 1$	2,80	2,80	2,80	4,80	4,80	4,80	-1,41	-1,41	-1,41	-0,50	-0,50	-0,50
MÉDIA	5,28	3,95	4,61	5,89	4,40	5,16	0,19	-0,77	-0,28	0,12	-0,90	-0,37

Tabela C3.8 – Erros cometidos para ligação do tipo L com pilar de seção 30x180

	Viga 20x40			Viga 20x60			Viga 30x40			Viga 30x60		
	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3	Alt 1	Alt 2	Alt 3
$e_R = 0$	5,49	5,49	5,49	5,09	5,09	5,09	0,16	0,16	0,16	-0,83	-0,83	-0,83
$e_R = 0,2$	4,76	2,07	3,52	4,68	1,09	2,93	-0,41	-3,43	-1,84	-1,13	-4,76	-2,90
$e_R = 0,4$	3,67	-1,30	1,41	3,97	-2,36	0,97	-1,59	-6,89	-4,08	-1,81	-8,20	-4,84
$e_R = 0,6$	1,48	-4,96	-1,51	2,28	-5,68	-1,45	-3,98	-10,7	-7,09	-3,52	-11,4	-7,22
$e_R = 0,8$	-3,08	-9,14	-5,93	-1,50	-8,82	-5,01	-8,82	-14,9	-11,7	-7,49	-14,4	-10,8
$e_R = 1$	-13,5	-13,5	-13,5	-11,2	-11,2	-11,2	-19,8	-19,8	-19,8	-17,4	-17,4	-17,4
MÉDIA	-0,20	-3,56	-1,76	0,56	-3,64	-1,44	-5,74	-9,26	-7,39	-5,36	-9,50	-7,34

ANEXO D1 – ROTINA PARA CÁLCULO DA CONSTANTE DE RIGIDEZ

D1.1 LIGAÇÕES COMPLETAS

PRE PROCESSAMENTO

Geometria da peça

$$L := 5 \quad H := 4 \quad hp := 1 \quad bp := .2 \quad hv := .4 \quad bv := 0.2$$

Propriedades do material

$$E := 2.1 \times 10^6 \quad \nu := 0.2 \quad G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 875000$$

Tipo do nó:

No tipo cruzeta: 1 No tipo T-superior: 2 No tipo T-lateral: 3 No tipo L: 4

$$t := 1$$

PROCESSAMENTO

K ligação completa:

$$\gamma := \begin{cases} 0.45 & \text{if } t = 1 \\ 0.3 & \text{if } t = 2 \vee t = 3 \\ 0.1 & \text{if } t = 4 \end{cases} \quad \alpha := \frac{hp}{L} = 0.2 \quad \beta := \frac{hv}{H} = 0.1$$

$$a := \begin{cases} hp & \text{if } hp < hv \\ hv & \text{if } hp \geq hv \end{cases} \quad b := \begin{cases} hp & \text{if } hp > hv \\ hv & \text{if } hp \leq hv \end{cases} \quad V_{ef} := a \cdot \left[\frac{(a + b)}{2} \right] \cdot bp = 0.056$$

$$K_{comp} := \gamma \cdot \frac{G V_{ef}}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad K_{comp} = 45000$$

D1.2 LIGAÇÕES CONCÊNTRICAS

PRÉ-PROCESSAMENTO

Geometria da peça

$$L := 5 \quad H := 3 \quad hp := .4 \quad bp := .6 \quad hv := 0.45 \quad bv := .3$$

Propriedades do material

$$E := 2585342 \quad \nu := 0.2 \quad G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 1077225.833$$

Tipo do nó:

No tipo cruzeta: 1 No tipo T-superior: 2 No tipo T-lateral: 3 No tipo L: 4

$$t := 1$$

PROCESSAMENTO

K ligação completa:

$$\gamma := \begin{cases} 0.45 & \text{if } t = 1 \\ 0.3 & \text{if } t = 2 \vee t = 3 \\ 0.1 & \text{if } t = 4 \end{cases}$$

$$\alpha := \frac{h_p}{L} = 0.08 \quad \beta := \frac{h_v}{H} = 0.15$$

$$a := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p < h_v \\ h_v & \text{if } h_p \geq h_v \end{cases}$$

$$b := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p > h_v \\ h_v & \text{if } h_p \leq h_v \end{cases}$$

$$V_{ef} := a \cdot \left[\frac{(a+b)}{2} \right] \cdot b_p = 0.102$$

$$K_{comp} := \gamma \cdot \frac{G \cdot V_{ef}}{(1 - \alpha - \beta)^2}$$

$$K_{comp} = 83394.612$$

K torção:

$$\kappa := \begin{cases} 1 & \text{if } t = 1 \vee 3 \\ 0.5 & \text{if } t = 2 \\ 0.25 & \text{if } t = 4 \end{cases}$$

$$x := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p < h_v \\ h_v & \text{if } h_p \geq h_v \end{cases}$$

$$y := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p > h_v \\ h_v & \text{if } h_p \leq h_v \end{cases}$$

$$C := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x}{y} \right) \cdot \frac{x^3 \cdot y}{3} = 0.004$$

$$K_t := \frac{\kappa \cdot 18 \cdot E \cdot C}{b_p \cdot \left(1 - \frac{b_v}{b_p} \right)^3}$$

$$K_t = 2620916.306$$

D1.3 LIGAÇÕES EXCÊNTRICAS

PRÉ-PROCESSAMENTO

Geometria da peça

$$L := 5$$

$$H := 3$$

$$h_p := .3$$

$$b_p := 1.3$$

$$h_v := 0.7$$

$$b_v := .15$$

$$b_p := 2 \cdot b_p = 2.6$$

$$b_v := 2 \cdot b_v = 0.3$$

Propriedades do material

$$E := 2.1 \times 10^6 \quad \nu := 0.2$$

$$G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 875000$$

Tipo do nó:

No tipo cruzeta: 1

No tipo T-superior: 2

No tipo T-lateral: 3

No tipo L: 4

$$t := 3$$

PROCESSAMENTO

K ligação completa:

$$\gamma := \begin{cases} 0.45 & \text{if } t = 1 \\ 0.3 & \text{if } t = 2 \vee t = 3 \\ 0.1 & \text{if } t = 4 \end{cases}$$

$$\alpha := \frac{hp}{L} = 0.06 \quad \beta := \frac{hv}{H} = 0.233$$

$$a := \begin{cases} hp & \text{if } hp < hv \\ hv & \text{if } hp \geq hv \end{cases}$$

$$b := \begin{cases} hp & \text{if } hp > hv \\ hv & \text{if } hp \leq hv \end{cases}$$

$$V_{ef} := a \cdot \left[\frac{(a+b)}{2} \right] \cdot bp = 0.39$$

$$K_{comp} := \gamma \cdot \frac{G \cdot V_{ef}}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad K_{comp} = 205005$$

K torção:

$$\kappa := \begin{cases} 1 & \text{if } t = 1 \vee 3 \\ 0.5 & \text{if } t = 2 \\ 0.25 & \text{if } t = 4 \end{cases}$$

$$x := \begin{cases} hp & \text{if } hp < hv \\ hv & \text{if } hp \geq hv \end{cases}$$

$$y := \begin{cases} hp & \text{if } hp > hv \\ hv & \text{if } hp \leq hv \end{cases}$$

$$C := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x}{y} \right) \cdot \frac{x^3 \cdot y}{3} = 0.004599$$

$$K_t := \frac{\kappa \cdot 18 \cdot E \cdot C}{bp \cdot \left(1 - \frac{bv}{bp} \right)^3} \quad K_t = 96586.938$$

K concêntrico:

$$K_{conc} := \frac{K_{comp} \cdot K_t}{K_{comp} + K_t} \quad K_{conc} = 65654$$

K excêntrico:

$$K_{exc} := \frac{K_{conc}}{2} \quad K_{exc} = 32827$$

D1.4 LIGAÇÕES COM EXCÊNTRICIDADE RELATIVA VARIÁVEL

PRÉ-PROCESSAMENTO

Geometria da peça

$$L_v := 4 \quad H := 3 \quad hp := 0.3 \quad bp := 1.0 \quad hv := 0.6 \quad bv := 0.2$$

Propriedades do material

$$E := 2.1 \times 10^6 \quad \nu := 0.2 \quad G := \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} = 875000$$

Tipo do nó:

No tipo cruzeta: 1 No tipo T-superior: 2 No tipo T-lateral: 3 No tipo L: 4

$$t := 3$$

PROCESSAMENTO

LIGAÇÃO COMPLETA:

$$\gamma := \begin{cases} 0.45 & \text{if } t = 1 \\ 0.3 & \text{if } t = 2 \vee t = 3 \\ 0.1 & \text{if } t = 4 \end{cases} \quad \alpha := \frac{hp}{L} = 0.075 \quad \beta := \frac{hv}{H} = 0.2$$

$$a := \begin{cases} hp & \text{if } hp < hv \\ hv & \text{if } hp \geq hv \end{cases} \quad b := \begin{cases} hp & \text{if } hp > hv \\ hv & \text{if } hp \leq hv \end{cases} \quad V_{ef} := a \cdot \left[\frac{(a+b)}{2} \right] \cdot bp = 0.135$$

$$K_{comp} := \gamma \cdot \frac{G \cdot V_{ef}}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad K_{comp} = 67420$$

LIGAÇÃO CONCÊNTRICA:

K torção:

$$\kappa := \begin{cases} 1 & \text{if } t = 1 \vee 3 \\ 0.5 & \text{if } t = 2 \\ 0.25 & \text{if } t = 4 \end{cases}$$

$$x := \begin{cases} hp & \text{if } hp < hv \\ hv & \text{if } hp \geq hv \end{cases} \quad y := \begin{cases} hp & \text{if } hp > hv \\ hv & \text{if } hp \leq hv \end{cases} \quad C := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x}{y} \right) \cdot \frac{x^3 \cdot y}{3} = 0.0037$$

$$K_t := \frac{\kappa \cdot 18 \cdot E \cdot C}{bp \cdot \left(1 - \frac{bv}{bp} \right)^3} \quad K_t = 273090.23437$$

K concêntrico:

$$K_{conc} := \frac{K_{comp} \cdot K_t}{K_{comp} + K_t} \quad K_{conc} = 54071$$

LIGAÇÃO EXCÊNTRICA:

Relação largura/espessura do pilar: $r := \frac{b_p}{h_p} = 3.33333$

Redefinição dos parâmetros geométricos: $\underline{b_p} := 2 \cdot b_p$ $\underline{b_v} := 2 \cdot b_v$

Cálculo do rigidez da ligação completa = 2xLigação excêntrica

$$\underline{\gamma} := \begin{cases} 0.45 & \text{if } t = 1 \\ 0.3 & \text{if } t = 2 \vee t = 3 \\ 0.1 & \text{if } t = 4 \end{cases} \quad \underline{\alpha} := \frac{h_p}{L} = 0.075 \quad \underline{\beta} := \frac{h_v}{H} = 0.2$$

$$\underline{a} := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p < h_v \\ h_v & \text{if } h_p \geq h_v \end{cases} \quad \underline{b} := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p > h_v \\ h_v & \text{if } h_p \leq h_v \end{cases} \quad \underline{V_{ef}} := a \cdot \left[\frac{(a+b)}{2} \right] \cdot b_p = 0.27$$

$$K_{comp2} := \gamma \cdot \frac{G \cdot V_{ef}}{(1 - \alpha - \beta)^2} \quad K_{comp2} = 134839$$

Cálculo do rigidez da ligação concêntrica = 2xLigação excêntrica

K torção:

$$\underline{\kappa} := \begin{cases} 1 & \text{if } t = 1 \vee 3 \\ 0.5 & \text{if } t = 2 \\ 0.25 & \text{if } t = 4 \end{cases}$$

$$\underline{x} := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p < h_v \\ h_v & \text{if } h_p \geq h_v \end{cases} \quad \underline{y} := \begin{cases} h_p & \text{if } h_p > h_v \\ h_v & \text{if } h_p \leq h_v \end{cases} \quad \underline{C} := \left(1 - 0.63 \cdot \frac{x}{y} \right) \cdot \frac{x^3 \cdot y}{3} = 0.0037$$

$$K_{t2} := \frac{\kappa \cdot 18 \cdot E \cdot C}{b_p \cdot \left(1 - \frac{b_v}{b_p} \right)^3} \quad K_{t2} = 136545.11719$$

K concêntrico:

$$K_{conc2} := \frac{K_{comp2} \cdot K_{t2}}{K_{comp2} + K_{t2}} \quad K_{conc2} = 67843$$

K excêntrico:

Parâmetro de correção para ligações tipo L: $\text{par} := \begin{cases} 1 & \text{if } r \leq 5 \\ \left[1 + 0.1 \cdot \left(\frac{b_p}{2h_p} - 5 \right) \right] & \text{otherwise} \end{cases}$

Parâmetro de correção para ligações excêntricas: $\eta := \begin{cases} \text{par} & \text{if } t = 4 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad \eta = 1$

$$K_{exc} := \frac{\eta \cdot K_{conc2}}{2} \quad K_{exc} = 33922$$

LIGAÇÃO COM EXCÊNTRICIDADE VARIÁVEL:

Renomear variáveis: $\underline{K0} := K_{conc}$ $\underline{K1} := K_{exc}$

Excentricidade relativa: $er := 0,0.05..1$ $\underline{x} := 0.2$

Parábola: $kPar(er) := \left[\left(\frac{K1}{K0} \right) - 1 \right] \cdot er^2 + 1$ $kPar(x) = 0.98509$

Reta: $kRet(er) := \left[\left(\frac{K1}{K0} \right) - 1 \right] \cdot er + 1$ $kRet(x) = 0.92547$

Média: $kMed(er) := \frac{1}{2} \left[\left(\frac{K1}{K0} \right) - 1 \right] \cdot (er^2 + er) + 1$ $kMed(x) = 0.95528$

Rigidez à rotação teórica - utilizando interpolação parabólica: $Kpar := kPar(x) \cdot K0 = 53265$

Rigidez à rotação teórica - utilizando interpolação linear: $Klin := kRet(x) \cdot K0 = 50041$

Rigidez à rotação teórica - utilizando média: $Kmed := kMed(x) \cdot K0 = 51653$

REFERÊNCIAS

- [1] Council on Tall Buildings and Urban Habitat – www.ctbuh.org/
- [2] Associação Brasileira de Normas Técnicas, **NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento**. ABNT, Rio de Janeiro, 2003
- [3] SHIN, M.; LAFAVE, J. M. **Modeling of joint shear deformation contributions in RC beam-column connections to overall frame behavior**. Structural Engineering and Mechanics, v.18, n.5, 2004; p.645-669.
- [4] CHARNEY, F. A.; DOWNS, W. M. **Modeling procedures for panel zone deformations in moment resisting frames**. EECs/AISC Workshop on Connections in Steel structures, Amsterdam, 2004.
- [5] PAULAY, T.; PARK, R., PRIESTLEY, M. J. N., **Reinforced Concrete Beam-Column Joints Under Seismic Actions**. Journal of ACI, 75 (11), 1978, p 585-593.
- [6] SHIOHARA, H., **New Model for Shear Failure of RC Interior Beam-Column Connections**. Journal of Structural Engineering, ASCE, v. 127, n. 2, 2001, p 152-160
- [7] SHIOHARA, H., **New Model for Shear Failure of RC Exterior Beam-Column Connections**. Proceedings of US-Japan Workshop on Performance Based Earthquake Resistant Engineering of RC Structures, Toba, October 2002
- [8] SHIOHARA, H., SHIN, Y., **New Model for Shear Failure of RC Knee Joints**. Proceedings of US-Japan Workshop on Performance Based Earthquake Resistant Engineering of RC Structures, Toba, October 2002
- [9] KRAWINKLER, H., **Shear in Beam-Column Joints in Seismic Design of Frames**. Engineering Journal, 1978, v15, n3, American Institute of Steel Construction, Chicago, Illinois.
- [10] SHIN, M.; LAFAVE, J. M., **Testing and Modeling for Cyclic Joint Shear Deformations in RC Beam-Column Connections**. 13 World Conference on Earthquake Engineering, 2004, Vancouver, B.C, Canada, paper No 0301.
- [11] DURRANI, A. J., WIGHT, J. K., **A Report on Research Sponsored by National Science Foundation**. 1982, Department of Civil Engineering, University of Michigan, Ann Arbor, MI

- [12] ANGELAKOS, B., **The Behavior of Reinforced Concrete Knee Joints Under Earthquake Loads**. Toronto, 1999, Thesis (Doctor of Philosophy) – Department of Civil Engineering, University of Toronto.
- [13] KRAMER, D. A., SHAHROOZ, B. M., **Seismic Response of Beam-Column Knee Connections**. ACI Structural Journal, v 91, n 3, 1994, p 251-260
- [14] CHUN, S. C., LEE, S. H., KANG, T. H. K., OH, B. WALLACE, J. W., **Mechanical Anchorage in Exterior Beam-Column Joints Subjected to Cyclic Loads**. ACI Structural Journal, v 104, n 1, 2007, p 102-111.
- [15] LEE, H. J., YU, S. Y., **Cyclic Response of Exterior Beam-Column Joints with Different Anchorage Methods**, ACI Structural Journal, v.106, n.3, 2009; p.329-339.
- [16] PROTA, A., NANNI, A., MANFREDI, G., COSENZA, E., **Capacity Assessment of RC Subassemblages Upgrade with CFRP**. Journal of Reinforced Plastics and Composites, v. 22, n 14, 2003, p 1287-1304
- [17] PROTA, A., NANNI, A., MANFREDI, G., COSENZA, E., **Selective Upgrade of Underdesigned Reinforced Concrete Beam-Column Joints Using Carbon Fiber-Reinforced Polymers**. ACI Structural Journal, v 101, n 5, 2004, p 699-707
- [18] DURRANI, A. J., WIGHT, J. K., **Behavior of Interior Beam-to-Column Connections Under Earthquake-Type Loading**. ACI Structural Journal, v 82, n 5, 1985, p 343-349
- [19] EHSANE, M. R., WIGHT, J. K., **Exterior Reinforced Concrete Beam-to-Column Connections Subjected to Earthquake-Type Loading**. ACI Structural Journal, v 82, n 5, 1985, p 492-499
- [20] SHIN, M.; LAFAVE, J. M. **Seismic Performance of Reinforced Concrete Eccentric Beam-Column Connections with Floor Slabs**. ACI Structural Journal, v 101, n 3, 2004, p 403-412
- [21] SHIN, M.; LAFAVE, J. M. **Reinforced Concrete Edge Beam-Column-Slab Connections Subjected to Earthquake Loading**. Magazine of Concrete Research, 55, n 6, 2004, p 273-291

- [22] RAFFAELLE, G. S., WIGHT, K. J., **Reinforced Concrete Eccentric Beam-Column Connections Subjected to Earthquake-Type Loading**. ACI Structural Journal, v 92, n 1, 1995, p 45-55
- [23] ELMORSI, M., KIANOUCHE, M. R., TSO, W. K., **Lightly Reinforced Beam-Column Joint Model for Frame Analysis**. Proceedings of 6th US National Conference on Earthquake Engineering, 1998, Earthquake Engineering Research Institute, Oakland, CA.
- [24] ZIYAEIFAR, M., NOUGUCHI, H., **A Refined Model for Beam Elements and Beam-Column Joints**. Computers and Structures, v 76, 2000, p 551-564.
- [25] FLEURY, F., REYNOUARD, J. M., MEREBET, O., **Multi-Component Model of Reinforced Concrete Joints for cyclic Loading**. Journal of Engineering Mechanics, v126, n 8, 2000, p 804-811
- [26] LOWES, L. N., ALTOONTASH, A., **Modeling Reinforced-Concrete Beam-Column Joints Subjected to Cyclic Loading**. Journal of structural Engineering, ASCE, v129, n 12, 2003, p 1686-1697
- [27] ACI Committee 352, **Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary**, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2008.
- [28] MACGREGOR, J., WIGHT, JAMES K. **Reinforced Concrete**, Prentice Hall, 2008
- [29] CSI, **CSI Analysis Reference Manual for SAP200, ETABS and SAFE**, Computers and Structures Inc, Berkeley, 2004
- [30] Shiohara, H., Zaid, S. e Otani, S., **Test of an Innovative Reinforcing Detail for High Performance R/C Interior Beam-Column Connection Subjected to Seismic Action**. Proceedings of the Third International Conference on Concrete under Sever Conditions, Vancouver, 2001, pp. 739-746.
- [31] HEGGER, J., SHERIF, A E ROESER, W. **Nonseismic Desing of Beam-Column Joints**. ACI Structural Journal, v.100, N_o 5, Sept-Oct 2003, pp654-664.