UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

RAFAEL FERNANDES VIEIRA CORREIA SANTOS

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE PARÂMETROS DE SISTEMAS FRATURADOS APLICADA À MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE FLUXO

RECIFE
2017

RAFAEL FERNANDES VIEIRA CORREIA SANTOS

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE PARÂMETROS DE SISTEMAS FRATURADOS APLICADA À MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE FLUXO

Tese submetida ao curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor.

Área de concentração: Simulação e gerenciamento de reservatórios de petróleo.
Linha de pesquisa: Caracterização, modelagem e simulação estatística e computacional de reservatórios de petróleo.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.
Coorientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.

RECIFE

2017

Catalogação na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

S237a Santos, Rafael Fernandes Vieira Correia.
Análise estatística de parâmetros de sistemas fraturados aplicada à modelagem e simulação de fluxo / Rafael Fernandes Vieira Correia Santos. – 2017.
153 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães.
Coorientador: Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental, 2017.
Inclui Referências.

1. Engenharia Civil. 2. Reservatório de petróleo. 3. DFN. 4. *Scanline*. 5. Modelagem. 6. Simulação. I. Guimarães, Leonardo José do Nascimento. (Orientador). II. Gomes, Igor Fernandes. (Coorientador). III. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.) BCTG/2018-69

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Tese de Doutorado

ANÁLISE ESTATÍSTICA DE PARÂMETROS DE SISTEMAS FRATURADOS APLICADA À MODELAGEM E SIMULAÇÃO DE FLUXO

defendida por

Rafael Fernandes Vieira Correia Santos

Considera o candidato APROVADO

Recife, 26 de setembro de 2017

Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães – Orientador - UFPE
Prof. Dr. Igor Fernandes Gomes – Coorientador - UFPE

Banca Examinadora:

_____
Prof. Dr. Leonardo José do Nascimento Guimarães – UFPE
(orientador)

_____
Dr.ª Flávia de Oliveira Lima Falcão – PETROBRAS
(examinadora externa)

_____
Prof. Dr. Francisco Cézar Costa Nogueira – UFCG
(examinador externo)

_____
Prof. Dr. Tiago Siqueira de Miranda – UFPE
(examinador externo)

_____
Prof. Dr. José Antônio Barbosa – UFPE
(examinador interno)

Agradecimentos

Agradeço aos meus orientadores, Prof. Igor Gomes e Prof. Leonardo Guimarães, pela confiança e atenção dedicada ao meu trabalho.

Aos meus amigos de estudos e discussões intermináveis e com quem sempre pude contar Tiago Miranda e Antonio Barbosa.

A todos os amigos do SISMOS em especial Osvaldo, Jefferson, Márcio, Bruno, Artur, Prof. Virgínio, Everton e Zé Ricardo.

Aos amigos do LMCG e GRS especialmente Jonathan, Laís, Sávio, Débora, Inaldo, Leila, Priscila, Rose, Juliana, Cecília, Talita, Ericka, Analice, Aldermir, Ayrton, Profª. Lícia, Ana Itamara, Kátia, Brito, Ricardo, Jefferson, Marcela, Bruno e Liliane.

Aos amigos da Petrobras em especial Flávia Falcão, Gabriel Matos, Leonardo Cabral, Jorge André e Thiago Falcão.

As secretárias da pós-civil em especial Andrea Montenegro e Claudiana.

À UFPE e Petrobras que financiaram os projetos de pesquisa que contribuíram muito para o avanço do doutorado.

A minha companheira Fabiana Farias.

A toda minha família principalmente a minha mãe Maria do Rosário, ao meu pai Amarino, minha avó, ao meu padrasto Josias e meus irmãos Ramon e Ricardo. Todos sempre me apoiaram bastante nessa caminhada.

Muito obrigado!

RESUMO

Dados individuais de falhas e fraturas podem ser determinados a partir de secções 2D e 1D empregando técnicas como a de *scanlines*. No entanto essas medidas quase sempre não são obtidas com exatidão e o nível de acurácia desejada. As medidas são fortemente dependentes da escala de observação. Assim, este trabalho apresenta métodos de análise e modelagem das informações referentes à variabilidade das medidas espaciais das famílias de fraturas coletadas em afloramentos análogos de reservatórios de petróleo, obtidas a partir da técnica de *scanlines* lineares. A caracterização de diferentes níveis de incertezas no processo de execução das *scanlines* estudando a variabilidade referente à posição, formato e orientação das fraturas no espaço representa o maior desafio enfrentado. O estudo foi realizado em calcários laminados da Formação Crato (Bacia do Araripe) localizada na região Nordeste do Brasil. A aquisição dos dados de fraturas e as análises estatísticas possibilitaram a construção de modelos simplificados nos quais foram realizadas simulações utilizando o código *in house* CODE-BRIGHT, que é um programa computacional que utiliza o método de elementos finitos para solucionar problemas acoplados termo-hidro-mecânico e químico. Para a realização das simulações foram criados *scripts* em MATLB que utilizam informações de *scanlines* para obtenção de redes discretas de fraturas (DFN - *Discrete Fracture Network*) e incorporá-las em uma malha de elementos finitos honrando as características de variabilidade e distribuição espacial destas estruturas. A pesquisa realizou, a partir de simulações estocásticas, estudos da influência ou propagação dos erros, incertezas e imprecisões de medidas nos dados das *scanlines* quando considerada a lei de potência, obtidas com sua aplicação. Também foi possível determinar a sensibilidade das variáveis que influenciam os coeficientes da lei de potência, bem como determinar intervalos com 95% de confiança para esses coeficientes. Tudo isso permite obter modelos DFN com maior representatividade do meio geológico. Por fim, os modelos foram estudados, a partir de simulações de fluxo monofásico com o objetivo de encontrar tamanhos de malhas de elementos finitos, para um modelo DFN, que melhor representasse as propriedades das fraturas numa malha com elementos quadriláteros.

Palavras-chave: Reservatório de petróleo. DFN. *Scanline*. Modelagem. Simulação.

ABSTRACT

Individual faults and fracture data can be determined from 2D and 1D sections employing techniques such as scanlines. However these measures are almost always not obtained with exactitude and the level of accuracy desired. The measurements are strongly dependent on the observation scale. Thus, this work presents methods of analysis and modeling of the information regarding the variability of spatial measures of families of fractures collected in similar outcrops of oil reservoirs, obtained from the linear scanlines technique. The characterization of different levels of uncertainties in the scanlines execution process, studying the variability related to the position, shape and orientation of the fractures in space represents the greatest challenge faced. The study was carried out in laminated limestones of the Crato Formation (Araripe Basin) located in the Northeast region of Brazil. The acquisition of fracture data and the statistical analysis enabled the construction of simplified models in which the simulations were performed using the CODE-BRIGHT in-house code, which is a computational program that uses the finite element method to solve coupled thermo-hydro-mechanical and chemical. In order to perform the simulations, MATLB scripts were developed using scanline information to obtain discrete fracture networks (DFN) and incorporated them into a finite element mesh, honoring the variability and spatial distribution characteristics of these structures. The research carried out, from stochastic simulations, studies of the influence or propagation of errors, uncertainties and inaccuracies of measurements in the data of the scanlines when considering the power law, obtained with its application. It was also possible to determine the sensitivity of the variables influencing the power law coefficients, as well as to determine 95% confidence intervals for these coefficients. All this allows to obtain DFN models with greater representation of the geological environment. Finally, the models were studied using single - phase flow simulations to find finite element mesh sizes for a DFN model that best represented the fracture properties of a mesh with quadrilateral elements.

Keywords: Oil reservoir. DFN. Scanline. Modeling. Simulation.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1: Fluxograma dos principais objetivos da tese. 23
Figura 2: Redes de fraturas que possuem dimensões fractal diferentes: (a) D=2, (b) D=1,75, (c) D=2,5. O número de fraturas em cada janela é de 2000 (Fonte: Bonnet *et al.*, 2001). 29
Figura 3: Diagrama ternário mostrando distintos padrões de redes de fraturas e suas relações com a interligação das fraturas no meio. (Fonte: Sanderson & Nixon 2015). 29
Figura 4 Desenho esquemático do padrão de fraturamento do afloramento no campo geotérmico (esquerda) e gráfico com a dimensão fractal do meio (direita) (Fonte: Sammis *et al.*, 1991) ... 30
Figura 5: Desenho esquemático do padrão de fraturamento do afloramento no campo geotérmico (esquerda) e gráfico com a dimensão fractal do meio (direita) (Fonte: Sammis *et al.*, 1991) 30
Figura 6: Frequência acumulada das aberturas de fratura obtidas com *scanlines* em escala de afloramento e microscópica. (FONTE: Guerriero *et al*., 2013) 31
Figura 7: Quadro das dimensões de aquisição para os cálculos de densidade de fraturas. Modificado de Dershovitz & Herda (1992). 32
Figura 8: Dependência da relação de orientação das maneiras de aquisição de dados em campo (Adaptado de Mauldon & Dershowitz, 2000). 33
Figura 9: Área de observação para caracterização contendo barcos a vela. 33
Figura 10: Observações para caracterização por meio de dois métodos distintos: a) utilizando todo o barco, b) utilizando um ponto especifico do barco, bandeiras. 34
Figura 11: Quantificação da ocorrência de fraturas por meio de diferentes critérios (Adaptado de Mauldon, 1992). 34
Figura 12: Princípio dissector descrito por Sterio 1984. (Fonte: Sterio, 1984) 36
Figura 13: Execução da técnica de *scanlines* lineares em campo. a) como são feitas as medições, b) informações medidas. 37
Figura 14: Régua de comparação (*comparator*) para aberturas de fraturas (Ortega *et al.*, 2006)38
Figura 15: Relação entre tamanho, comprimento e abertura de fraturas. 39
Figura 16: *Scanline* para analisar a família B de fraturas (Ortega *et al.*, 2006) 39
Figura 17: Variabilidade dos dados empíricos observadas nas frequências acumuladas em várias escalas. Do lado esquerdo do gráfico notam-se problemas de resolução dos dados medidos. Já do lado direito observa-se um aumento da dispersão dos dados graças à baixa frequência de observação dos dados (Guerriero *et al.*, 2012). 45
Figura 18: Principais etapas do algoritmo K-Means (Fonte: Fontana & Naldi, 2009). 47
Figura 19: Observações amostrais e linha de regressão estimada (Fonte: própria). 48
Figura 20: Limites de confiança para previsões de y conforme x. (Fonte: adaptado de Maddala, 2003) 53
Figura 21: Semivariograma teórico de um fenômeno transição, ilustrando o alcance e o patamar, onde se estabiliza a semivariância (Adaptado de Yamamoto, 2001). 55
Figura 22: Fluxograma das etapas dos estudos da tese. 61
Figura 23: Principais etapas de estudo da tese. 62
Figura 24: Mapa geológico simplificado da região da Bacia do Araripe com a localização dos afloramentos visitados (Fonte: Miranda, 2015). 63
Figura 25: Exemplos da ocorrência das fraturas extensionais nos calcários laminados da Formação Crato. Juntas com padrão ortogonal, *set* 1 e *set* 2. (Fonte: Miranda, 2015). 64

Figura 26: A) Diagrama de roseta da direção das fraturas extensionais. Destaque para os 2 *sets* de fraturamento sistemático, *set* 1 - N30W e *set* 2 - N50E. B) Estereograma de pólos ilustrando as orientações preferenciais das fraturas de extensão (juntas e veios) da Formação Crato. n = número de atitudes. (Fonte: Miranda, 2015). 64
Figura 27: Painel de informações para coleta de atributos das fraturas do *set*1 (**NW-SE**) dos calcários laminados da Formação Crato. A) *Scanline* em pavimento realizada no afloramento destaque para o histograma interpolado da densidade de fraturas ao longo dos 15 m de extensão da linha de varredura; B) Gráfico log-log da distribuição das aberturas das fraturas do *set* 1, notar o alinhamento dos dados de acordo a lei de potência, expoente escalar -0,7; C) Esterograma dos pólos dos planos das fraturas observadas ao longo da *scanline* (n = 23 fraturas); D) Diagrama de roseta da direção das fraturas do *set* 1 (número de atitudes = 23). (Santos *et al.,* 2015) 65
Figura 28: Painel de informações para coleta de atributos das fraturas do *set* 2 (**NE-SW**) dos calcários laminados da Formação Crato. A) *Scanline* em pavimento realizada no afloramento destaque para o histograma interpolado da densidade de fraturas ao longo dos 14 m de extensão da linha de varredura; B) Gráfico log-log da distribuição das aberturas das fraturas do *set* 2, notar o alinhamento dos dados de acordo a lei de potência, expoente escalar -0,63; C) Diagrama de roseta da direção das fraturas do *set* 2 e D) Esterograma de pólos dos planos das fraturas observadas ao longo da *scanline*. n = número de atitudes coletas. (Miranda, 2015) 66
Figura 29: Painel de informações coletadas na *scanline* realizada para coleta de atributos das fraturas do *set* 1 (**NW-SE**) dos calcários laminados da Formação Crato. (Fonte: Santos *et al.*, 2015 – Adaptado)..... 66
Figura 30: Incertezas nos dados da lei de potência. a) representação da dispersão nas informações de frequência. b) dispersão nos valores de abertura. 68
Figura31: Consideração da heterocedasticidade nos dados da *scanline*. Em a) grau de dispersão das fraturas acumuladas. b) representação da dispersão nas aberturas (x)..... 69
Figura 32: Esquema demonstrativo da propagação de erros e incertezas nas medidas da *scanline*até a lei de potência. CU_s e CU_b (CU_a) são os coeficientes de incerteza para o espaçamento e abertura, respectivamente. Por outro lado CV_a e CV_k são os coeficientes de variação para 'a' e 'k', que são os coeficientes da lei de potência. Fonte: Santos *et al.,(*2015). 70
Figura 33: Distribuição da lei de potência, interpolação empírica dos dados, obtidas usando o método dos dois pontos proposto. (Fonte: Guerriero, 2012) 71
Figura 34: Intervalo de 95% de confiança para os coeficientes da lei de potência (Fonte: Guerriero, 2012)..... 72
Figura 35: Esquema simplificado do algoritmo para cálculo do semivariograma dos dados de *scanline.* 74
Figura 36: Gráficos dos semivariogramas das séries da Tabela 3.2 (Adaptado de autor desconhecido). 75
Figura 37: Representações do formato das fraturas nos modelos. 77
Figura 38: Modelo de fratura elíptica (Klimczak *et al*., 2010). 78
Figura 39: Esquema representativo do estudo da influência do formato e tamanho das *scanlines* na obtenção das leis de potência. 78
Figura 40: Distintas maneiras de medir padrões de fraturas (Mauldon *et al.*, 2001). 79
Figura 41: Exemplo de padrões de fraturas retangulares. 80
Figura 42: (a) Distribuição das linhas de leitura para obtenção da relação P10 na rede de fraturas, (b) distribuição das janelas móveis para obtenção da relação P21. 80
Figura 43: Fluxograma das principais etapas do método seguido. k e phi são respectivamente permeabilidade e porosidade. 81

Figura44: Esquema representativo da intersecção da malha de elementos finitos com o DFN. a)visão em planta de famílias de fraturas perpendiculares dentro de um domínio de elementos finitos quadriláteros. b) visão tridimensional dessas famílias. 83
Figura 45: Níveis de coleta de fraturas do modelo 3D para obtenção dos campos de P21. 84
Figura 46: Projeções do vetor normal nos eixos ortogonais de referência e identificação do mergulho e direção do plano da fratura (Gupta *et al,* 2001). 85
Figura 47: Representação de um bloco de matriz rochosa fraturada e da fratura para um volume representativo (Gupta *et al.,* 2001). 86
Figura 48: (a) dados ajustados em escala linear, (b) dados ajustados em escala log-log. 90
Figura 49: Curva *power law* de dados de *scanlines* da Fm. Crato com tratamento de artefatos: (a) dados removidos em destaque (artefatos), (b) novo ajuste sem os artefatos. 90
Figura 50: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando consideradas incertezas nas distâncias entre as aberturas. 92
Figura 51: (a) *Boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b) histograma com ajuste a curva normal para o coeficiente a, quando considerada incerteza apenas nas distâncias. 92
Figura 52: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando consideradas incertezas nas aberturas das fraturas. 93
Figura 53: Comportamento dos coeficientes da lei de potência considerando incertezas apenasnas medidas de aberturas das fraturas: (a) *boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b)histogramas com ajustes à curva normal para os coeficientes ‘a’ e ‘k’, quando consideradas incertezas apenas nas aberturas. 94
Figura 54: Histograma dos coeficientes de regressão linear para as simulações considerando incertezas e erros apenas nos dados de aberturas. 95
Figura 55: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando consideradas incertezas nos espaçamentos entre fraturas e aberturas. 95
Figura 56: Comportamento dos coeficientes da lei de potência considerando incertezas nas medidas de espaçamentos e aberturas das fraturas: a) *boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b) histogramas com ajustes a curva normal para os coeficientes ‘a’ e ‘k’, quando considerada incerteza nas distâncias e aberturas. 96
Figura 57: Histograma dos coeficientes de regressão linear para as simulações considerando incertezas e erros nos dados de distâncias e aberturas. 97
Figura 58: Coeficientes de incerteza para cada uma das medidas dos dados de aberturas. 98
Figura 59: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando considerada a heterocedasticidade nos dados de aberturas. 98
Figura 60:(a) *Boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b) histogramas com ajustes a curva normal para os coeficientes ‘a’ e ‘k’, quando considerada heterocedasticidade nas aberturas. 99
Figura 61: Histograma dos coeficientes de regressão linear para as simulações considerando heterocedasticidade. 99
Figura 62: (a) Ajuste de mínimos quadrados dos dados de afloramento em escala linear, (b) em escala log-log. 102
Figura 63: (a) Ajuste de mínimos quadrados dos dados de lâmina em escala linear, (b) em escala log-log. 103
Figura 64:(a) Ajuste de mínimos quadrados dos dados de lâmina em escala linear, (b) em escala log-log, após a retirada de alguns dados. 103
Figura 65: Ajuste de mínimos quadrados dos dados de lâmina e afloramento. 104
Figura 66: Ajuste de mínimos quadrados para os dados utilizados nos estudos a seguir. 105
Figura 67: Obtenção da lei de potência pelo método dos dois pontos proposto por Guerriero, 2012. 106

Figura 68: Método de inferência estatística com 95% de confiança aplicado aos dados de macro e micro *scanline*. 107
Figura 69: Ajuste dos dados dentro do intervalo de previsão com 95% de confiança. 108
Figura 70: (a) Ajustes para 80% de confiança, (b) ajustes para 70% de confiança. 109
Figura 71:(a) Ajustes com os dados do intervalo de previsão com 80% de confiança e (b) 70% de confiança. 109
Figura 72: Padrão de fraturas geradas aleatoriamente, para o mesmo campo, observado em diferentes escalas seguindo a lei de potência que melhor se ajustou aos dados da micro e macro*scanline*. 110
Figura 73: a) Posição das fraturas geradas aleatoriamente b) fraturas com informação de aberturas. 111
Figura 74: Esquema com o tamanho das janelas para obtenção do vetor de número de fraturas. 112
Figura 75: Semivariograma das fraturas geradas aleatórias na *scanline*. 112
Figura 76: a) Posição das fraturas geradas com clusters b) fraturas com informação de aberturas e clusters separados por cores. 113
Figura 77: Janelas para obtenção do vetor de número de fraturas. 114
Figura 78: Semivariogramas para as situações de: a) 25 janelas, b) 35 janelas e c) 45 janelas. 115
Figura 79: Posição das fraturas de campo no decorrer da *scanline*. 116
Figura 80: a) Janelas de observação do número de fraturas b) fraturas com informação de aberturas e possíveis *clusters* separados por cores. 116
Figura 81: Semivariograma dos dados de *scanline* de campo..... 117
Figura 82: Tamanho das fraturas em função das aberturas. 118
Figura 83: Padrões de fraturas utilizadas. a) fraturas com formato retangular, b) fraturas com formato de elipses delgadas..... . 119
Figura 84: a) Padrão de fraturas com 18 *scanlines* posicionadas nos locais de aquisição de dados. b) regressões lineares (retas em verde) de cada uma das *scanlines* posicionadas em 'a' e média das regressões (reta preta). 119
Figura 85: a) Histograma das distribuições dos coeficientes das leis de potências das *scanlines* simuladas nas fraturas retangulares b) ajuste do somatório de todos os valores de dados simulados..... 120
Figura 86: a) Coeficiente de variação dos espaçamentos no decorrer das *scanlines*. b) relação P10 das fraturas ao longo da rede de fraturas..... 120
Figura 87: Destaque das *scanlines* que foram escolhidas para obtenção dos semivariogramas ..... .121
Figura 88: Semivariogramas das *scanlines* destacadas na Figura 87. 122
Figura 89: a) Padrão de fraturas elípticas analisado com 20 *scanlines.* b) regressões lineares das relações entre os parâmetros das fraturas (retas em verde) de cada uma das *scanlines* posicionadas em 'a' e média das regressões (reta preta). 123
Figura 90: a) Histograma das distribuições dos coeficientes das leis de potências das *scanlines* simuladas nas fraturas elípticas b) ajuste do somatório de todos os valores de dados simulados. 123
Figura 91: Exemplos de janelas móveis 5x5m calculadas com passo de meia janela em diferentes posições do padrão de fraturas. 124
Figura 92: a) *Grid* 5x5m com passo de meia janela b) *grid* de 10x10m com passo de meia janela, c) *grid* de 20x20m com passo de meia janela. 125

Figura 93: Semivariogramas para os três tamanhos de *grids* calculados com as janelas móveis. 126
Figura 94: *Scanlines* circulares utilizadas para o calculo do P21. a) 9x9 *scanlines* de raio 10 m e passo 5 m. b) 19x19 *scanlines* de raio 5 m e passo de 2.5 m. 127
Figura 95: a) Campo de densidades a partir da relação P21 para *scanlines* com 10 m de raio b)perspectiva do campo com *scanline* de 10 m. c) *scanline* com 5 m de raio, d) perspectiva do campo da *scanline* de 5 m. 127
Figura 96: Semivariogramas para as *scanlines* de a) 10 m de raio e b) 5 m de raio. 128
Figura 97: Dimensões do meio onde foram geradas as fraturas discretas. 129
Figura 98: Exemplo de um sistema de distribuição de fraturas discretas obtidas com o Insere_fratura.m. 129
Figura 99: Rosetas para cada uma das famílias de fraturas geradas. 130
Figura 100: Estereograma da rede de fraturas discreta gerada. 130
Figura 101: a) Rede de fraturas discretas com densidade de fraturas criada a partir dos dados de campo; b) perspectiva 3D da rede de fraturas. 131
Figura 102: a) Modelo DFN representativo das medidas em campo. b) perspectiva do modelo. 131
Figura 103: Modelo DFN com duas famílias de fraturas separadas por cores conforme os dados de campo obtidos com as *scanlines*. 132
Figura 104: a) Plano de corte (Z = 5 m) na malha DFN. b) fraturas que intersectam esse plano na cor amarela. 133
Figura 105: a) Fraturas destacadas (amarelas) que intercepta o plano de referencia. b) Neste caso 95 fraturas interceptam o plano Z = 5 m. 133
Figura 106: A) *Scanline* com 46 m utilizada para obter a relação P10 (família 1 - verde) = 0,28, B) *Scanline* com 52 m utilizada para obter a relação P10 (família 2 - vermelha) = 0,35, ambas na cota Z = 5 m. 134
Figura 107: A) Fraturas destacadas no plano de referencia. B) Neste caso 116 fraturas intersectam o plano Z = 10 m. 134
Figura 108: A) *Scanline* com 46 m utilizada para obter a relação P10 (família 1- verde) = 0,3, B)*Scanline*com 52 m utilizada para obter a relação P10 (família 2 - vermelha) = 0,36, ambos na cota Z = 10 m. 135
Figura 109: A) Fraturas destacadas no plano de referencia. B) Neste caso 101 fraturas intersectam o plano Z = 15 m. 135
Figura 110: A) *Scanline* com 46 m utilizada para obter a relação P10 (família 1) = 0,17; B) *Scanline* com 52 m utilizada para obter a relação P10 (família 2) = 0,30, ambos na cota Z = 15 m. 136
Figura 111: Malha de elementos finitos com 38.880 elementos, interceptada por 200 fraturas discretas. 136
Figura112: A) Malhas de elementos finitos com identificação dos elementos cortados pelas famílias de fraturas. B) Apenas malha de elementos finitos. 137
Figura113: Rocha intacta - 3.917 elementos cinza; Família 1 - 14.427 elementos azuis escuros; Família 2 – 16.427 elementos azuis claros; Intersecção entre família 1 e 2 – 4.109 elementos rosa. 138
Figura 114: Malha de elementos finitos intersectada por famílias de fraturas na cota Z = 5 m. 138
Figura 115: Perspectivas das malhas 2D para cada uma das cotas de referência. 139
Figura 116: Cada uma das malhas contém 623 nós e 1.148 elementos, A) Z=5 m, B) Z=10 m, C) Z=15 m. 140

Figura 117: Painéis que mostram as relações de P21 em uma grade de 40x40 elementos para três níveis do modelo 3D do DFN. 141
Figura 118: Campos de P21 para o nível 10 com diferentes tamanhos de grades. 142
Figura 119: Campo de Permeabilidades para a relação P21 refinado na escala 80x80. 142
Figura120: Condições de contorno para o problema de fluxo monofásico. 143
Figura 121: Produções acumuladas das simulações em função do tempo de simulação obtida para cada um dos tamanhos de malha ou grade (10x10, 20x20, 40x40 e 80x80). 144
Figura 122: Vazão de produção em função do tempo de simulação de cada um dos tamanhos de malha ou grade (10x10, 20x20, 40x40 e 80x80). 144

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Exemplo de séries de dados com estatísticas descritivas iguais, porém correlação espacial distinta. 75
Tabela 2: Dados para construção do semivariograma para as séries A e B. 75
Tabela 3: Dados de campo da *scanline*. 88
Tabela 4: Dados após aplicação da metodologia de Ortega *et al.*, (2006). 89
Tabela 5: Resumo das simulações de Monte Carlo. Onde: *PL=Power Law*, s = espaçamento, b=abertura, IC=intervalo de confiança e CV=coeficiente de variação. 100
Tabela 6: Dados das *scanline* de afloramento (macro). 101
Tabela 7: Dados das *scanline* de lâmina (micro). 101

Lista de Símbolos

Alfabeto Latino

a Coeficiente da lei de potência.

A_f Área total da fratura.

F Frequência acumulada de fraturas.

k Expoente da lei de potência.

k Permeabilidade em Darcy.

L Tamanho das fraturas.

L_f Comprimento total das fraturas.

n Componente do vetor unitário normal.

W Comprimento das fraturas.

W_f Abertura média da fratura.

Z Localização de uma variável regionalizada.

Alfabeto Grego

γ Semivariograma

δ Delta de Kronecker.

φ Porosidade do reservatório.

Abreviações e Acrônimos

CU Coeficiente de incerteza (*Coeffient of Uncertainty*).

CV Coeficiente de Variação.

DFN *Discrete Fracture Network*.

FDP Função densidade de Probabilidade.

IC Intervalo de Confiança.

MMC Método de Monte Carlo

SUMÁRIO

1 **INTRODUÇÃO** 18
1.1 **Objetivo Geral** 22
1.2 **Objetivos específicos** 22
2 **REVISÃO BIBLIOGRÁFICA** 25
2.1 **Reservatórios naturalmente fraturados** 25
2.2 **Descontinuidades Geológicas** 26
2.2.1 Fraturas nos Afloramentos 27
2.3 **Padrões de Fraturas** 28
2.4 **Caracterização de Fraturas** 31
2.5 **Técnica de Scanline** 36
2.6 **Lei de Potência** 40
2.6.1 Artefatos na Lei de Potência 42
2.7 **Métodos e Modelos Estatísticos** 46
2.7.1 Algoritmo K-Means 46
2.7.2 Regressão Linear 47
2.7.3 Inferência Estatística no Modelo de Regressão Linear 51
2.8 **Geoestatística** 53
2.8.1 Semivariograma 55
2.9 **Método de Monte Carlo** 56
2.10 **Modelagem e Simulação de Reservatórios** 57
2.10.1 Simulação de Fluxo em Meios Porosos 58
3 **MÉTODO** 61
3.1 **Área da aquisição de dados** 62
3.2 **Análise de Erros e Incertezas nos Dados da *Scanline*** 67
3.3 **Análise multiescala: obtenção da Lei de Potência** 70
3.3.1 Ajuste de Dois Pontos (Guerriero, 2012) 70
3.4 **Semivariograma dos Dados de *Scanlines*** 73
3.5 **Estudo da Forma das Redes Discretas de Fraturas** 76
3.5.1 Tamanho das fraturas 76
3.5.2 Formato das Fraturas 76
3.5.3 Distribuição das Fraturas 78

3.6 **Criação de modelos DFN** 80
3.6.1 Modelo de Simulação 83
4 **RESULTADOS E DISCUSSÕES** 88
4.1 **Estudo de Erros e Incertezas** 88
4.1.1 Incertezas e erros nos dados 91
4.1.2 Incertezas e erros apenas nas medidas de espaçamento 91
4.1.3 Incertezas e erros apenas nas medidas de abertura 93
4.1.4 Incertezas e erros nas aberturas e espaçamentos 95
4.1.5 Estudo considerando Heterocedasticidade 97
4.2 **Estudo da Lei de Potência das *Scanlines* em duas escalas** 100
4.2.1 Método dos Dois Pontos – Guerriero (2012) 105
4.2.2 Método de Inferência Estatística 106
4.3 **Obtenção dos Semivariogramas** 111
4.3.1 Fraturas aleatórias 111
4.3.2 Fraturas com Clusters 113
4.3.3 Semivariograma dos Dados de *Scanline* de Campo 116
4.4 **Estudo do Tamanho das Fraturas** 117
4.5 **Estudo com base em Janelas Móveis** 123
4.6 **Obtenção da relação P21 com *Scanlines* Circulares** 126
4.7 **Obtenção de Modelos DFN** 128
4.7.1 Padrões de Densidades de Fraturas conforme a relação P10 131
4.7.2 Plano de referência (z=5m) 132
4.7.3 Plano de referência (z=10m) 134
4.7.4 Plano de referência (z=15m) 135
4.8 **Rede de Fraturas Discretas em Malha de Elementos Finitos** 136
4.8.1 Obtenção de Malha de Elementos Finitos 2D 138
4.9 **Exemplo de Simulação de Fluxo Monofásico** 140
5 **CONCLUSÕES** 146
REFERÊNCIAS 148

1 Introdução

O relatório BP *Statistical Review of Word Energy*, lançado em junho de 2015, mostra que alterações significativas nos níveis de produção e consumo de energias globais refletem fortemente nos preços do barril de petróleo. Segundo o relatório, o petróleo continua sendo o principal combustível mundial, representando 32,6% do consumo global de energia, no entanto tem sua demanda reduzida pelo décimo quinto ano consecutivo.

Entretanto, o petróleo é uma das principais fontes de energia no Brasil. O preço do petróleo exerce papel decisivo na evolução das atividades econômicas do país. Em um primeiro nível o preço do petróleo tem impacto sobre o conjunto das atividades para as quais não pode ser substituído. Por outro lado a dinâmica do preço viabiliza ou não a oferta de novas fontes de energia que venham a substituí-lo.

Segundo a Fundação Getúlio Vargas, a produção de petróleo no Brasil, especialmente na camada pré-sal das Bacias de Santos, Campos e Espírito Santo, será um dos componentes fundamentais da nova oferta, tanto por sua qualidade (com petróleo leve e mais valorizado no mercado), quanto por sua localização (com acesso por rota segura aos grandes mercados consumidores e aos mercados da América Latina), e também por sua valorização (integrando a cadeia produtiva de novos sistemas de produção de petróleo e gás natural). Estima-se que a produção de petróleo no Brasil, em 2020, conterá um excedente para exportação, passando a desempenhar um novo papel no mercado internacional.

Desenvolver novas tecnologia de exploração e explotação de reservatórios de petróleo é fator determinante para manter o preço do petróleo a nível competitivo com as outras formas de energia. Para explorar devidamente o reservatório de petróleo é preciso coletar uma gama muito grande de dados e informações. No entanto, o reservatório, por estar em subsuperfície, dificulta muito essa atividade, isso principalmente em termos operacionais e financeiros. Esse problema ainda é mais evidente para os reservatórios *offshore* como são os do pré-sal brasileiro.

Um dos mais importantes parâmetros de interesse para um reservatório de petróleo é o fator de recuperação. Contudo, esse parâmetro é muito difícil de ser estimado devido à incorporação de incertezas com relação à permeabilidade, porosidade, anisotropia e outras informações do meio geológico. Uma maneira de minimizar esses problemas é tentar estimar essas variáveis e outras a partir de afloramentos análogos aos reservatórios de interesse.

Os afloramentos análogos também são muito importantes no entendimento do modelo geológico a ser utilizado para representar o reservatório de petróleo. Afloramentos análogos de reservatórios existem para quase qualquer geometria de reservatório em subsuperfície (Geiger & Matthai, 2012). Assim deve-se buscar um análogo

litofaciológico que mais se aproxime das características geológicas do reservatório a ser desenvolvido. Os sistemas de fraturas e falhas, devido a sua importância com relação ao armazenamento e fluxo de fluido, que ocorrem em reservatórios naturalmente fraturados representa um aspecto importante, em especial para reservatórios carbonáticos.

Naturalmente todos os reservatórios de petróleo são fraturados em diferentes escalas. Essas fraturas podem ser naturais, quando resultante das interações das tensões atuantes na subsuperfície, ou induzidas devido à atividades como perfuração ou aumento na pressão de poros em operações de injeção de fluidos, bem como pela redistribuição do estado de tensão ocasionado pela produção do campo.

O fator limitante para a compreensão quantitativa da distribuição de fraturas está relacionado com as limitações das técnicas existentes para análise e medição das fraturas, bem como aos inúmeros erros e incertezas atrelados à aquisição das medidas (Terzaghi, 1965; Bernier *et al.*, 1987). Assim as características peculiares dos reservatórios fraturados fazem com que a previsão do seu comportamento seja uma atividade difícil e complexa.

Construir modelos geológicos e posteriormente modelos numéricos que representem as principais características dos sistemas de falhas e fraturas do reservatório de petróleo é um interesse primordial. Isso porque melhora a confiabilidade do modelo tanto para o gerenciamento e previsão da produção, quanto para o ajuste de histórico. Ser fidedigno com relação às caraterísticas reais, que muitas vezes não podem ser mensuradas diretamente, simplificando o problema dentro dos recursos disponíveis, é um dos principais desafios desse processo. Nesse sentido, são muitas as incertezas e dificuldades relacionadas à aquisição de um modelo representativo de reservatório que possa ser utilizado para simular seu comportamento no decorrer de sua produção.

A análise das incertezas relacionadas à definição dos padrões de fraturamento representa uma poderosa ferramenta, que permite estabelecer cenários de distribuições das propriedades dentro de limites mais realistas. Um dos métodos utilizados para representar e quantificar as incertezas em reservatórios de petróleo é o Método de Monte Carlo (MMC) (Dimov, 2008; Rubinstein & Kroese, 2007; Kalas *et al*., 2004). O MMC é um método estatístico utilizado em simulações estocásticas com diversas aplicações na engenharia (Rozovskii & Yor, 2003; Madras, 2000). O método surgiu por volta da segunda guerra mundial e foi utilizado, inicialmente, para simulação de problemas de natureza probabilística relacionados com o coeficiente de difusão de nêutrons em certos materiais.

O presente trabalho objetivou o desenvolvimento de maneiras de quantificar padrões de fraturamento de estruturas geológicas considerando os erros e incertezas inerentes a essa atividade. Assim, de posse dessas informações de padrões de fraturamentos, sugerir modelos numéricos representativos do meio para que esses possam ser simulados sobre diversos aspectos de comportamento de fluxo de fluidos e estruturais.

Nesse sentido, a principal contribuição deste trabalho foi estudar as informações provenientes da técnica de *scanlines,* obtidas em afloramentos de calcários laminados da Bacia do Araripe – CE, e com base no tratamento estatístico dos dados, entender melhor os diversos níveis de erros e incertezas atribuídos às medições. Também desenvolver um gerador de redes de fraturas discretas (DFN) em *Matlab* para a construção de modelos em 2D e 3D. Esses modelos podem ser inserido em malhas 2D e 3D de elementos finitos. Por fim, foram realizadas simulações numéricas empregando o programa CODE_BRIGHT.

Desta forma, objetivou-se criar uma metodologia que parte do tratamento dos dados da caracterização geológica dos afloramentos análogos para a construção de um modelo de rede de fraturas discretas (DFN) multiescalar e multidimensional. E a partir desse, foi possível realizar simulações com malhas de elementos finitos.

Para isso, em um primeiro momento, foi proposta uma maneira de aquisição de dados no campo com *scanline* que capturasse a qualidade sobre o ponto de vista de erros e incertezas dos dados medidos. Posteriormente foram feitas várias modelagens e simulações considerando essas medidas. Desse modo foi possível encontrar a influência da propagação de erros e incertezas nas medidas de *scanline* (aberturas e espaçamento entre fraturas) até a obtenção da lei de potência que representa o padrão de fraturamento do meio.

Em um segundo momento foi utilizado o conhecimento das dispersões dessas medidas para a obtenção de modelos em duas e três dimensões de rede de fraturas discretas (DFN). Esses modelos foram adaptados a malhas de elementos finitos. Posteriormente, alguns destes cenários foram simulados numericamente, considerando um fluxo de fluido monofásico incompressível.

Neste caso, foi também realizado um estudo com base numa abordagem de contínuo equivalente local para os elementos finitos seccionados pela rede de fraturas discretas, de forma a não inserí-las diretamente no modelo, mas sim adotar uma porosidade e tensor de permeabilidade equivalentes a nível de elemento finito. Os cálculos de porosidade e permeabilidade seguem a formulação proposta por Oda (1985) e descrito por Harstad *et al.,* (1996) e Wang *et a.,l* (2012) e foi adotada a informação de densidade de fratura por área de observação, medida conhecida como P21 e que consiste em um parâmetro rotineiramente empregado na caracterização geológica.

Nessas análises, foi dimensionada uma janela mínima de determinação da medida de densidade de fraturas areal (P21) de forma a se obter uma referência de refinamento ótimo, cuja resposta de fluxo seja equivalente para malhas com maior grau de refinamento. Os cálculos foram realizados numericamente através de um algoritmo de janela móvel implementado em Matlab.

Por fim, apresenta-se aqui o desenvolvimento de uma metodologia integrada para a caracterização de meios fraturados envolvendo o estudo de dados de campo, análises petrofísicas, análise estatística de padrões de fraturamento e dados estruturais,

incorporação de dados estratigráficos e sedimentológicos, análise de propriedades diagenéticas e petrográficas. Foi realizado o desenvolvimento uma ferramenta computacional para modelagem de fraturas, integrando o estudo de incertezas através de modelagem estatística e multiescala (dados de *macroscanlines* e *microscanlines* em diferentes afloramentos da Formação Crato) e a modelagem numérica de escoamento em meios naturalmente fraturados com propriedades equivalentes (porosidade e permeabilidade).

Esta pesquisa foi desenvolvida com o apoio financeiro da Petrobras Petróleo Brasileiro, dentro dos projetos de Pesquisa e Desenvolvimento (P&D) relacionados abaixo:

A) MODELAGEM DE FRATURAS E SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE FENÔMENOS ACOPLADOS EM RESERVATÓRIO ANÁLOGO NATURALMENTE FRATURADO, BACIA DO ARARIPE, NE BRASIL – PROJETO GÖDEL.
Instituição financiadora: PETROBRÁS PETROLEO BRASILEIRO S/A
Unidade Executora: FADE/ Laboratório de Geologia Sedimentar e Ambiental - LAGESE
Período: 2015-2017

B) MODELAGEM GEOLÓGICA/GEOMECÂNICA DE RESERVATÓRIO ANÁLOGO NATURALMENTE FRATURADO, BACIA DO ARARIPE, NE BRASIL – Projeto Crato
Instituição financiadora: PETROBRÁS PETROLEO BRASILEIRO S/A
Unidade Executora: FADE/ Laboratório de Geologia Sedimentar e Ambiental - LAGESE
Período: 2015 - 2017

C) MODELAGEM GEOLÓGICA/GEOMECÂNICA DE AFLORAMENTOS DOS SISTEMAS CARBONÁTICO E EVAPORÍTICO DA BACIA DO ARARIPE – ABORDAGEM INTEGRADA PARA A CONSTRUÇÃO DE MODELOS VISANDO À SIMULAÇÃO DE RESERVATÓRIOS ANÁLOGOS.
Instituição financiadora: PETROBRÁS PETROLEO BRASILEIRO S/A
Unidade Executora: FADE/ Laboratório de Métodos Computacionais em Geomecânica da UFPE (LMCG/UFPE)
Período: 2012-2015

1.1 Objetivo Geral

O presente trabalho teve o objetivo de criar, implementar e desenvolver métodos para investigar dados de afloramentos obtidos a partir da técnica de *scanline.* Para tal foram feitas análises estatísticas, caracterização do meio, modelagem de sistemas de redes de fraturas discretas e simulação de fluxo de fluido monofásico visando melhorar a confiabilidade de modelos *upscaling*.

1.2 Objetivos específicos

- Analisar a estatística descritiva dos dados adquiridos em afloramentos com a técnica de *scanlines*.
- Entender comportamento dos coeficientes da lei de potência quando consideradas as incertezas e erros nos dados provenientes da *scanline*;
- Encontrar qual/quais dados de campo medidos com a *scanline* mais influencia nos coeficientes da lei de potência;
- Verificar o efeito da consideração da heterocedasticidade nos dados das medidas das aberturas e espaçamento entre as fraturas;
- Estudar os efeitos da magnitude das incertezas incorporadas nos dados experimentais de *scanlines*;
- Determinar o efeito dos artefatos (*cencoring* e *trucation*) no erro das estimativas dos coeficientes da lei de potência;
- Comparar diferentes maneiras de considerar as incertezas nos dados das *scanlines;*
- Desenvolver *script* em Matlab para geração e análise de rede de fraturas discretas (DFN) em duas e três dimensões.
- Gerar cenários de simulação a partir das redes DFN construídas.
- Utilizando geoestatística encontrar possíveis correlações espaciais nos dados de *scanlines*;
- Obter o efeito da posição e tamanho das *scanlines* nos coeficientes da lei de potência;
- Sugerir um modelo de regressão linear que relacione o tamanho das fraturas com as aberturas das mesmas;
- Procurar correlação numérica entre medidas de *scanline* em escala de lâminas (micro) e escala de afloramento (macro);
- Realizar um estudo para obtenção do P21 utilizando janelas móveis e *scanlines* circulares;
- Calcular os semivariogramas dos modelos DFN gerados;
- Calcular o P10 em diferentes orientações no modelo 3D de DFN gerado;

- Simular, com o CODE-BRIGHT, o fluxo monofásico de planos no modelo 3D do DFN representativo do análogo de reservatório.

A Figura 1 mostra um fluxograma com os principais objetivos específicos da tese.

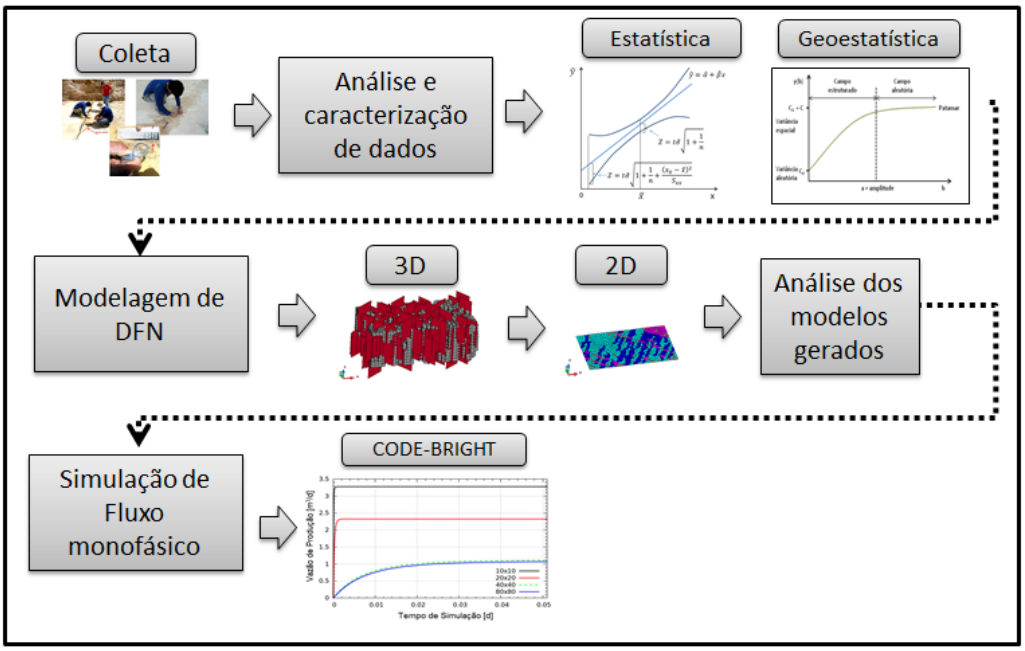


Figura 1: Fluxograma dos principais objetivos da tese.

Organização da tese

Este trabalho foi dividido em cinco capítulos para melhor exposição do conteúdo, sendo a seguinte distribuição de cada:

O Capítulo 1 apresenta uma introdução, motivação e os objetivos propostos para o trabalho.

No Capítulo 2 apresenta-se uma breve revisão bibliográfica a respeito de reservatórios fraturados, lei de potência, caracterização e quantificação de incertezas.

O Capítulo 3 descreve os métodos utilizados para alcançar os objetivos desta etapa da tese.

No Capítulo 4 estão apresentados os resultados das simulações e dos modelos de redes de fraturas discretas e malhas de elementos finitos gerados.

Finalmente, no Capítulo 5 constam as conclusões da tese e sugestões para trabalhos futuros.

2 Revisão Bibliográfica

2.1 Reservatórios naturalmente fraturados

Os reservatórios fraturados constituem uma parte significativa para o potencial de hidrocarboneto no mundo. Segundo Nelson (2001), a presença e a topologia das fraturas naturais nos reservatórios de petróleo vêm sendo ignoradas ou demasiadamente simplificadas nas suas interpretações. Sistemas de fraturas naturais não só contêm volumes significativos de hidrocarbonetos (porosidade conectada) como também são cruciais para permitir uma taxa de produtividade suficiente (permeabilidade). Portanto uma análise para o entendimento da complexidade da rede de fraturas é fundamental (Nelson, 2001; Aguilera, 1995).

É frequente a ocorrência, ao redor do mundo, de reservatórios naturalmente fraturados. As fraturas naturais são resultantes das interações das tensões atuantes no subsuperfície. Alguns fatores geológicos podem condicionar a evolução de reservatórios naturalmente fraturados, tais como: litologia, configuração tectônica, idade geológica e histórico de deposição de sedimentos (Priest, 1993; Marret, 2007; Agar *et al*., 2010).

Contudo, a abordagem utilizada para criar modelos desses reservatórios fraturados é diferente daquelas quando se utilizam reservatórios homogêneos. Segundo Allan & Qing Sung (2003), os reservatórios naturalmente fraturados podem ser classificados em quatro tipos a depender das propriedades da rocha matriz e das fraturas:

• Reservatórios Tipo 1: onde as fraturas aportam tanto a capacidade de armazenamento de fluidos, quanto os canais de fluxo para a produção deles;

• Reservatórios Tipo 2: são reservatórios de baixa porosidade e permeabilidade onde a matriz fornece armazenamento de fluidos e as fraturas são responsáveis pela permeabilidade;

• Reservatórios Tipo 3: quando a porosidade da matriz é significativamente alta com respeito à fratura, e a permeabilidade do sistema de fraturas é responsável pela permeabilidade do sistema;

• Reservatórios Tipo 4: nesse caso a matriz possui alta porosidade e alta permeabilidade, desta forma as fraturas apenas adicionam capacidade de fluxo ao reservatório.

Nesse sentido, a identificação e caracterização das fraturas é uma importante etapa para avaliação de reservatórios naturalmente fraturados. Esse processo de caracterização pode se dar a partir de estudos de laboratórios, de análise de testemunhos ou com a utilização de técnicas de campo. A descrição de um sistema de fraturas requer dados

específicos, como orientação, espessura, quantidade, conexões, distribuição espacial e preenchimento (Neumann *et al*., 2009). Um método que pode ser utilizado para captar alguns desses aspectos num sistema fraturado em reservatórios análogos é a técnica de *scanline* linear (Ortega *et al*., 2006), que será detalhado mais adiante.

2.2 Descontinuidades Geológicas

As fraturas presentes no meio poroso são significativamente importantes para a parte hidráulica do reservatório como um todo. Devido a isso, a análise detalhada da rede de fraturas é essencial.

As rochas, particularmente aquelas que estão próximas à superfície, podem apresentar algumas feições geológicas como planos de acamamento, falhas, fissuras, fraturas, juntas e outros. Essas feições são caracterizadas pelo termo de descontinuidades. Esse termo foi adotado por vários autores (Fookes & Parrish, 1969; Attewell & Woodman, 1971; Priest, 1975; Goodman, 1976).

Genericamente o termo fratura é usado para designar descontinuidades de todos os tipos em rochas. Este termo engloba: juntas, falhas, veios e zonas de cisalhamentos.

Contudo são chamadas de fraturas quaisquer descontinuidades presentes no maciço rochoso, independente da formação. Embora formadas por inúmeros processos geológicos diferentes, as fraturas possuem características comuns que dependem tanto do material de preenchimento e da diagênese, quanto: da baixa resistência ao cisalhamento, resistência à tração praticamente nula e alta condutividade hidráulica em relação ao maciço rochoso.

As fraturas são basicamente caracterizadas pela forma, tamanho e preenchimento. Caracterizar bem o meio fraturado fornece condições favoráveis na exploração do reservatório, dada a sua complexidade estrutural.

Segundo Priest (1993), alguns dos principais fatores que geram os reservatórios naturalmente fraturados são basicamente:

Configurações tectônicas: reservatórios localizados em regiões estruturalmente complexas são mais propícios a sofrerem com falhas, dobramentos e fraturamento difuso (em pequena escala).

Litologia: reservatórios fraturados podem ser encontrados em vários tipos de litologias, contudo, formações carbonáticas, em média, são mais frequentemente fraturados do que formações areníticas. Isso ocorre por várias razões, incluindo as diferentes propriedades mecânicas das rochas, e também diferentes susceptibilidades da evolução pós-deposição.

Idade geológica e seu estado deposicional: quanto mais antiga e profunda for a formação, a tendência é que esta seja menos porosa e menos permeável, e, assim, mais suscetível ao fraturamento.

2.2.1 Fraturas nos Afloramentos

A principal dificuldade em caracterizar os padrões de fraturamentos nos reservatórios de petróleo está relacionada à obtenção limitada dos dados geológicos e petrofísicos em subsuperfície. Para minimizar esse problema são utilizados os afloramentos geológicos com a finalidade de correlacionar o reservatório com essas estruturas. Diversos autores têm encontrado bons resultados e, portanto, defendem essa prática (Barton & Zoback, 1992; Etminanand Seifi, 2008; Ortega *et al*., 2006; Marret *et al*., 1993).

Os afloramentos podem ser considerados análogos de reservatórios de petróleo, pois podem armazenam a história estrutural e de formação do meio geológico de um reservatório. Nesse sentido, a obtenção das medidas em campo dessas estruturas é a etapa mais importante para a devida caracterização dos modelos geológicos. No entanto, existem diversos empecilhos na coleta de medidas representativas do meio. Portanto diversos cuidados devem ser tomados para que as propriedades do meio sejam devidamente amostradas. As propriedades de interesse para definir um padrão de fraturas no presente trabalho são principalmente a frequência e aberturas das fraturas.

A lei de potência parece representar bem os tamanhos, frequência e aberturas das fraturas que estão distribuídas nas rochas (Ortega *et al*., 2006; Nelson & Hahn, 1973; Pikering & Bull, 1995; Priest & Hudson, 1981). Ela consegue agrupar informações importantes que auxiliam no entendimento da formação geológica, tais como: a distribuição espacial e frequência das fraturas. Investigar com cuidado tudo isso é primordial para a construção de modelos numéricos e estatísticos visando o entendimento mais aprofundado desses meios que serão utilizados nas simulações de fluxo.

Na literatura existem diversos modelos que representam os sistemas fraturados. No entanto, atualmente, reconhece-se que as leis de potência e geometria fractal fornecem uma ampla quantidade de ferramentas aplicadas a caracterização de sistemas fraturados. O que justifica a utilização dos modelos de lei de potência e escala fractal é a presença de auto similaridade entre as diferentes escalas das formações geológicas (Priest & Hudson, 1981; Mandelbrot, 1975).

Os métodos de obtenção dos coeficientes da lei de potência são relativamente simples. Não obstante, no processo de obtenção desses coeficientes, são encontradas diversas dificuldades como: falta de acurácia (imprecisão), incertezas, erros de medição de arredondamento, dentre outros.

Por isso, existe uma necessidade crescente em obter mais dados e informações a respeito das fraturas, por exemplo: informações do mergulho, conectividade, tipo (veio, juntas, falha), bem como propriedades de resistência e litologia que possam auxiliar na construção dos modelos numéricos.

De modo simplificado, encontrar a lei de potência representativa das estruturas geológicas, a partir dos dados de *scanline*, é um dos desafios dessa tese. Segundo Bonnet *et al*., (2001) as causas físicas para a escala da lei de potência e a variação do expoente da dimensão fractal desta lei ainda é pouco compreendida. Mesmo assim é essa equação que vai fornecer uma visão geral para o padrão de fraturamento do meio geológico.

2.3 Padrões de Fraturas

As fraturas existem em uma grande variedade de escalas, desde a escala micro até a escala de centenas de quilômetros. Assim podem-se encontrar fraturas em escala de poros até a escala de afloramento, de reservatório ou de bacia. Essa variedade tem efeito significativo nos processos de obtenção de padrões de fraturas das estruturas geológicas.

Alguns modelos estatísticos vêm sendo utilizados recentemente para contribuir com o melhor entendimento e caracterização dos sistemas de fraturas (Guerriero *et al*., 2013; Gelhar 1993; Dershowitz 1992; Rouleau & Gale, 1985). De posse de um bom modelo pode-se também fazer previsões e correlações em diversas escalas de medida.

A utilização da geometria fractal é uma das mais indicadas para os casos onde se deseja a descrição de objetos com comportamento de escala e auto-similaridade (Mandelbrot 1975).

A geometria fractal é um ramo da matemática que estuda as propriedades e comportamentos das estruturas que não podem ser explicadas facilmente pela geometria clássica (Euclidiana). O cerne dos estudos dos fractais está na tentativa de medir tamanhos de objetos que a geometria Euclidiana não consegue.

A característica mais importante da geometria fractal é a falta de qualquer escala homogeneizada ou volume elementar representativo. Isto tem consequências graves para o uso de mecânica do contínuo, quando se deseja descrever o comportamento da litosfera ou o uso de meios porosos equivalentes para descrever o comportamento hidráulico caso seja de meios fraturados (Bonnet *et al.*,2001).

A Figura 2 mostra um conjunto de três padrões com duas famílias de fraturas e suas respectivas dimensões fractais.

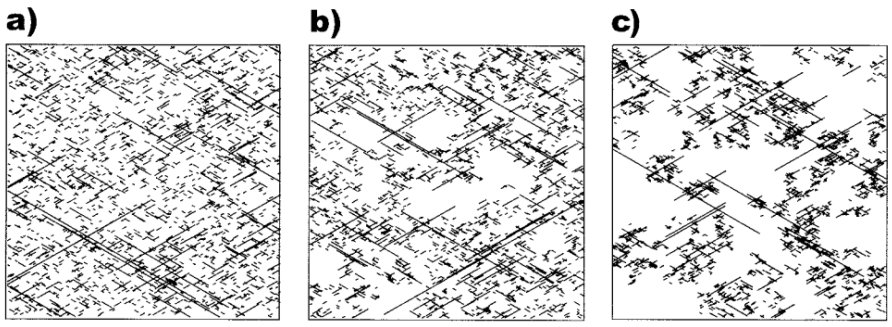


Figura 2: Redes de fraturas que possuem dimensões fractal diferentes: (a) D=2, (b) D=1,75, (c) D=2,5. O número de fraturas em cada janela é de 2000 (Fonte: Bonnet *et al.*, 2001).

Para os exemplos sintéticos da Figura 2, apenas a distribuição espacial das fraturas do baricentro são fractais, enquanto que a distribuição do domínio de fraturas não necessariamente é fractal.

A Figura 3 mostra outra proposta de caracterização dos padrões de fraturamento. Neste caso os padrões de fraturas são classificados pelo grau de interligação entre as famílias de fraturas, como mostra o diagrama ternário.

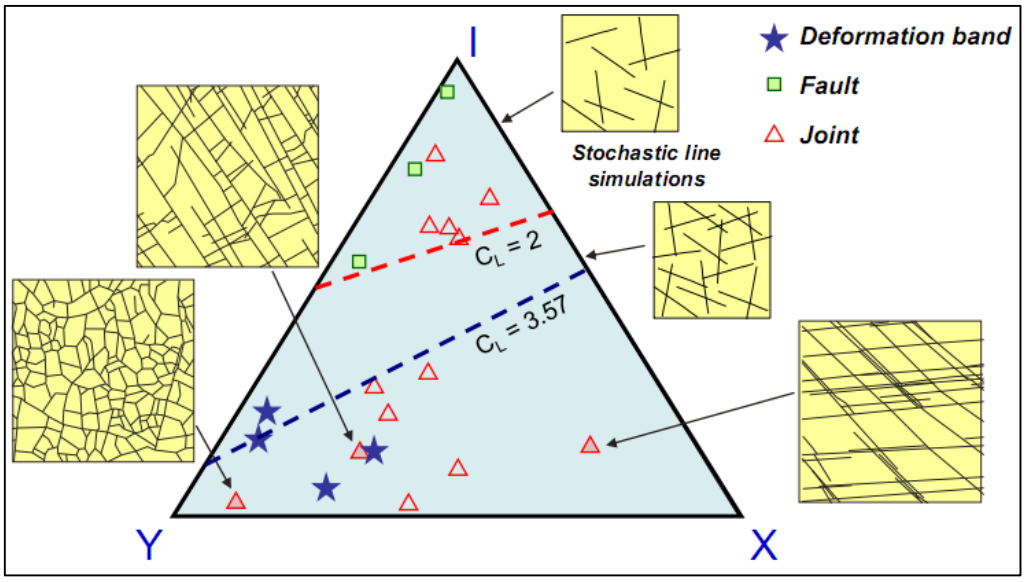


Figura 3: Diagrama ternário mostrando distintos padrões de redes de fraturas e suas relações com a interligação das fraturas no meio. (Fonte: Sanderson & Nixon 2015).

As Figuras 4 e 5 mostram dois exemplos de padrões de fraturas com suas respectivas dimensões fractais.

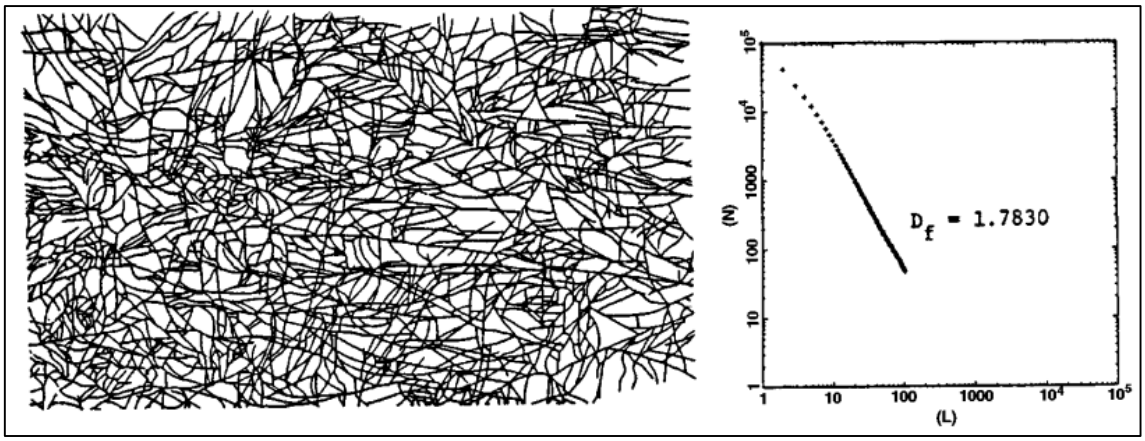


Figura 4 Desenho esquemático do padrão de fraturamento do afloramento no campo geotérmico (esquerda) e gráfico com a dimensão fractal do meio (direita) (Fonte: Sammis *et al.*, 1991)

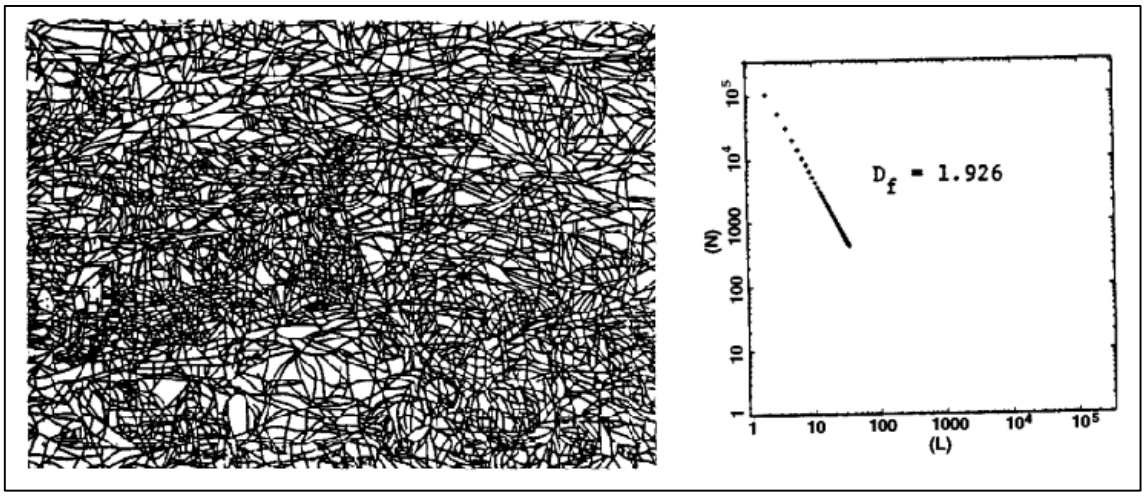


Figura 5: Desenho esquemático do padrão de fraturamento do afloramento no campo geotérmico (esquerda) e gráfico com a dimensão fractal do meio (direita) (Fonte: Sammis *et al.*, 1991)

Os padrões de fraturas são consistentes independendo das escalas de observação. Pode-se observar na Figura 6 um exemplo de correlação nos dados obtidos em diferentes escalas, seguindo a mesma tendência principal. Essa é uma das principais características que motiva os estudos desta tese. Este tipo de informação revela o grande potencial de utilização dessas relações para estudos preditivos do comportamento dos sistemas de fraturas.

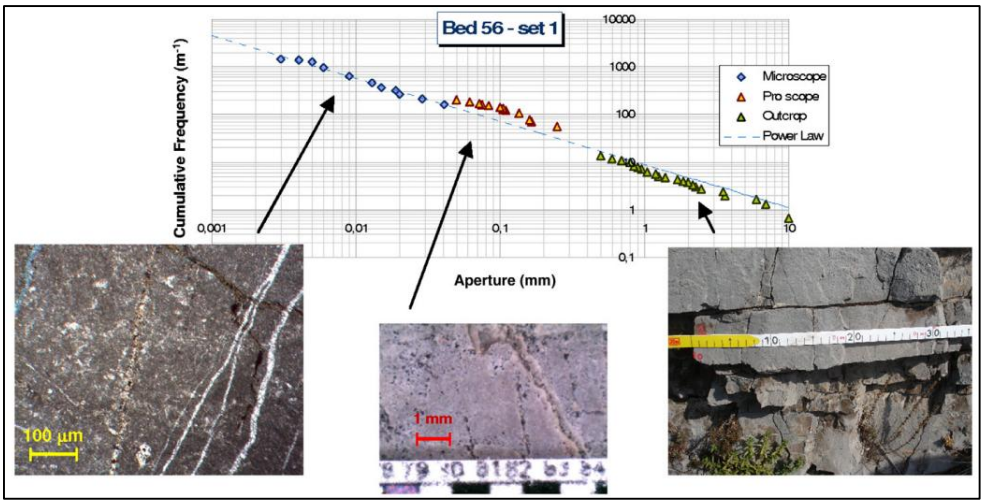


Figura 6: Frequência acumulada das aberturas de fratura obtidas com *scanlines* em escala de afloramento e microscópica. (FONTE: Guerriero *et al*., 2013)

A técnica objetiva encontrar a lei de potência que melhor se ajusta a essas duas escalas de observação. Dessa forma é possível definir um estimador confiável para as frequências de observação de fraturas em diferentes escalas.

2.4 Caracterização de Fraturas

Seguem abaixo alguns dos principais termos utilizados no estudo de sistemas de fraturas:

- **Espaçamento**: existem diversas interpretações para esse termo. O sentido aqui admitido é a distância entre duas fraturas mais próximas.

- **Densidade**: temos várias definições, frequentemente mais utilizado de maneira qualitativa.

P_{10} (número de fraturas/comprimento da *scanline*) $[L^{-1}]$ (dependente da direção) Eq.2.1

P_{20} (número de fraturas/área observada) $[L^{-2}]$ (dependente da direção) Eq.2.2

P_{30} (número de fraturas/ volume mássico da rocha) $[L^{-3}]$ Eq.2.3

- **Porosidade:** que é definida como a razão entre o volume de espaço vazio pelo volume total da rocha.

P_{11} (espessura de fraturas/comprimento da *scanline*) [-] (dependente da direção) Eq.2.4

P_{22} (área do traçado das fraturas/área observada) [-] (dependente da direção) Eq.2.5

P_{33} (volume das fraturas/ volume mássico da rocha) [-] Eq.2.6

- **Frequência**: especificado a partir de uma amostragem linear, consequentemente dependendo da direção que precisa ser especificada.

A Figura 2.6 mostra como o cálculo de densidade, porosidade e intensidade de fraturas pode ser obtido em diferentes dimensões, a depender da disponibilidade dos dados e da aplicação desejada.

Dimensão da fratura	Dimensão da aquisição		
	1:Linha	2:Area	3:Volume
0:Número de fraturas	P10 Número de fraturas por unidade de comprimento (1/m)	P20 Número de fraturas por unidade de área (1/m2)	P30 Número de fraturas por unidade de volume (1/m3)
1:Comprimento		P21 Comprimentos das fraturas acumulados por unidade de area (1/m)	P31 Comprimentos das fraturas acumulados por unidade de volume (1/m2)
2:Area		P22 Area das fraturas por unidade de área (%)	P32 Area acumulada das fraturas por unidade de volume (1/m)
3:Volume			P33 Volume de fraturas por unidade de volume = porosidade de fratura (%)

Figura 7: Quadro das dimensões de aquisição para os cálculos de densidade de fraturas. Modificado de Dershovitz & Herda (1992).

Os dois parâmetros de densidade que foram mais utilizadas neste trabalho são P10 e P21 (em destaque na Figura 7). Como mostrado na Eq. (2.1) o cálculo da densidade P10 é feito a partir de medidas de espaçamento linear, trata-se de uma contagem do número de fraturas por intervalos de aquisição. Já o cálculo de densidade P21 é feita em área, utilizando-se uma malha regular de aquisição.

Alguns cuidados devem ser tomados ao se efetuar as medidas de densidade e intensidade. Por exemplo, as medidas de densidade o P10(θ) e P20(θ) são funções da direção de aquisição, como mostra a Figura 8.

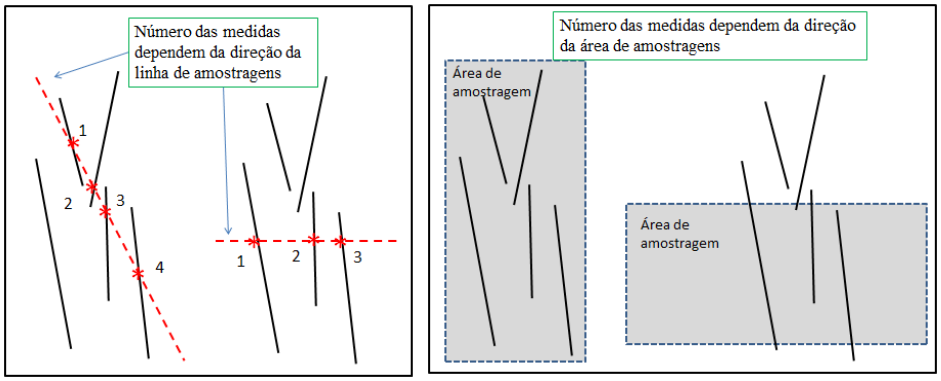


Figura 8: Dependência da relação de orientação das maneiras de aquisição de dados em campo (Adaptado de Mauldon & Dershowitz, 2000).

Por outro lado temos também um problema de amostragem com relação ao tamanho da área de estudo. Esta área deve ser suficientemente grande para não ocasionar viés nas medições. Para apresentar esse problema, Mauldon & Dershowitz (2000) propuseram o seguinte exemplo: quantos barcos a vela existem na Figura 9.

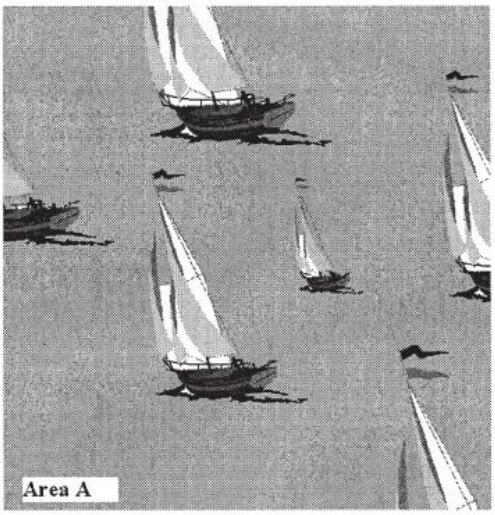


Figura 9: Área de observação para caracterização contendo barcos a vela.

Para quantificar quantos barcos a vela existem na área da Figura 9, devemos determinar um critério de observação. Por exemplo, na Figura 2.9-a podemos observar dois barcos a vela por inteiro. No entanto, esse critério de observação apresenta dependência da janela de observação. Outro critério de observação da quantidade de barcos a vela seria contar o número de um ponto específico do barco, que no caso foi escolhido a bandeira acima da vela, como mostra a Figura 10-b. Nesse último critério de medida o total de observações de bandeiras é dividido por dois, e assim temos uma estimativa sem viés, ou seja, a densidade de barcos a vela é dada por: P20 = (nº de bandeira)/ Área.

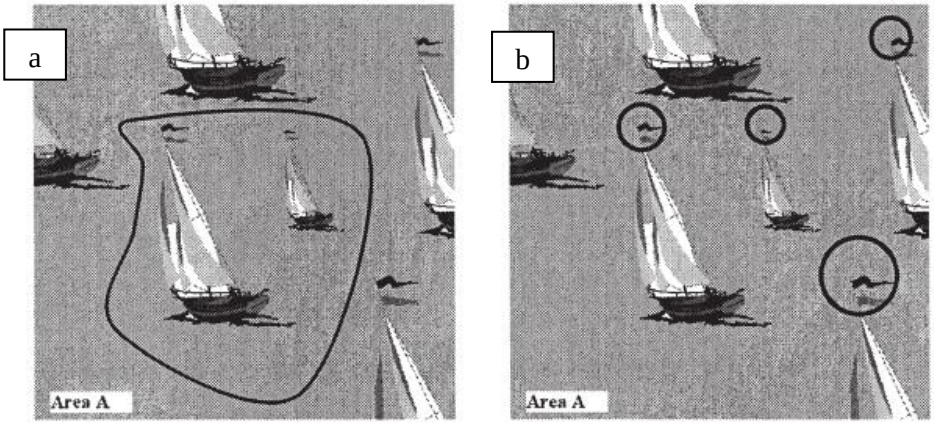


Figura 10: Observações para caracterização por meio de dois métodos distintos: a) utilizando todo o barco, b) utilizando um ponto especifico do barco, bandeiras.

Em outras palavras, nas amostragens das fraturas, deve-se estar ciente de problemas de sensoriamento, arredondamento e orientação de captura das medidas.

Utilizando a analogia dos barcos a vela para o caso de fraturas temos, como mostrado na Figura 11, a quantificação do número de fraturas em uma área específica também depende do critério adotado.

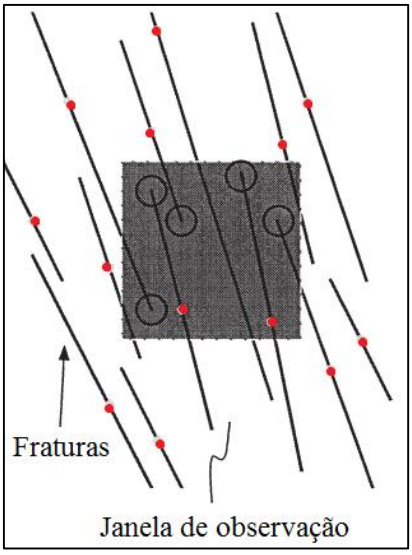


Figura 11: Quantificação da ocorrência de fraturas por meio de diferentes critérios (Adaptado de Mauldon, 1992).

Segundo Mauldon (1992), a estimativa da densidade das fraturas, sem viés, é dada pela razão entre o número de terminações de fraturas presentes na área observada dividido por dois e pela área de observação.

Por exemplo, da Figura 11 podemos observar em uma área de 36 m^2 (área cinza) cinco terminações de fraturas, portanto temos uma densidade dada por:

$$\hat{P}_{20} = \frac{5/_2}{36\ m^2} = 0{,}07\ m^{-2} \qquad \text{Eq. 2.7}$$

Segundo (Priest, 1993) os vieses de medições ocorrem, principalmente, devido à rede de fraturas apresentar características tridimensionais importantes e, no entanto, serem amostradas em apenas duas dimensões. Existem basicamente cinco causas que influenciam nesse viés:

i. *Censoring*: as linhas (*scanlines*) ou janelas de observação possuem, respectivamente, comprimento ou área que geralmente não captam quantidade suficiente de fraturas em uma escala em particular. Geralmente o comprimento ou área de observação é inferior a escala de trabalho.
ii. *Truncation*: na prática algumas fraturas podem apresentar tamanhos muito pequenos que dificulta sua observação com o instrumento de medida. Existe um limite de observação para uma escala a olho nu de aproximadamente 0,05mm.
iii. Tamanho das fraturas: a probabilidade de observar fraturas em uma linha ou numa janela (área) de observação é proporcional ao tamanho das fraturas. Portanto é mais provável observar nas medições as fraturas de tamanhos maiores do que as fraturas menores.
iv. Formato e orientação da janela de observação: os vieses nas medidas estão fortemente relacionados ao formato e orientação da janela de observação. Para minimizar esse problema é sugerido utilizar janelas circulares ao longo de um plano horizontal às rochas do afloramento.
v. Importância da localização da janela de observação: na maioria dos casos a localização das superfícies de análise (janelas) não são obtidas de maneira completamente aleatória, mas sim seguindo algum critério que irá influenciar no tamanho das fraturas observadas. Por exemplo, é preferível observar as fraturas numa janela onde a rocha sofreu menos intemperismos.

Em outro campo de estudo, os sistemas fraturados podem ser caracterizados e compreendidos na sua geometria estocástica a partir da estereologia (Russ & Dehofe, 2000; Underwood, 1970; Thomson, 1930), que é um método em amplo desenvolvimento onde são utilizadas amostras sistemáticas, uniformes e aleatórias para fornecer um dado sem viés. A Figura 12 apresenta uma amostra com um perfil de análise para um meio poroso. Moura (2011) fez uso de técnicas de estereologia aplicadas a meios porosos.

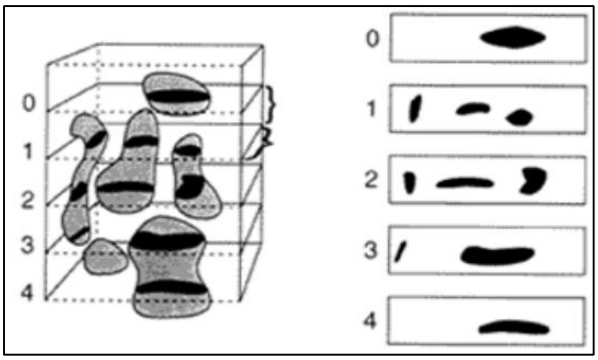


Figura 12: Princípio dissector descrito por Sterio 1984. (Fonte: Sterio, 1984)

O material poroso pode ser determinado a partir da contagem de pontos, de comprimentos de interceptos lineares ou pela contagem das seções de áreas dos elementos constituintes num determinado plano de corte.

Portanto, informações volumétricas do meio rochoso são obtidas de diversas maneiras e metodologias (Underwood, 1970):

$$V_v = A_A \qquad \text{Eq.2.8}$$

$$V_v = A_A = L_L \qquad \text{Eq.2.9}$$

$$V_v = A_A = L_L = P_P \qquad \text{Eq.2.10}$$

Onde, V_v representa a fração volumétrica, A_A a fração de área, L_L e P_P ambas as frações lineares.

2.5 Técnica de *Scanline*

Diversos padrões de fraturamentos são observados em estruturas geológicas. A caracterização desses padrões é um desafio e possui grande interesse quando se pretende estudar a mecânica das rochas e o fluxo de fluido através dessas estruturas. A quantificação dos padrões naturais de fratura é um problema crítico na avaliação do comportamento hidráulico das redes de fraturas (Babadagli, 2002).

As fraturas podem ser classificadas de acordo com seu tipo, orientação e idade relativa (Gillespie, 1993). Recentemente vêm sendo estudadas e aplicadas uma grande quantidade de técnicas para determinar esses padrões de fraturamentos em depósitos sedimentares (Maréchal *et al*., 2003; Tonon & Chen, 2006; Ponting, 2004).

A técnica de *scanline* representa uma abordagem baseada na leitura das dimensões das aberturas das fraturas e dos espaçamentos entre elas. Essas leituras podem ser feitas, principalmente, em geometrias lineares e circulares.

A *scanline* linear é uma técnica que mede, em uma linha reta de comprimento especificado, valores da direção, aberturas, distância a um referencial e demais características de interesse existentes em um sistema de fraturas. Este tipo de técnica ou método é bastante utilizado para caracterizar padrões de fraturamentos em afloramentos (Ortega *et al.*, 2006; Priest, 1993; Mauldon & Mauldon, 1997; Mauldon *et al.*, 2001; Grossenbacher *et al.*, 1997).

O método de *scanline* linear representa uma abordagem simples capas de fornecer dados dos com respeito ao fraturamento das formações. Muitos trabalhos utilizando *scanlines* têm sido desenvolvidos desde os estudos iniciados por Priest & Hudson (1976) para prever a frequência de fraturas que poderia ser observada em qualquer direção.

Estudos mais elaborados permitem mensurar um número maior de características como orientação, densidade, comportamentos mecânicos, dentre outros (Peacock *et al.*, 2002).

A Figura 13 (a) mostra um exemplo de realização de uma *scanline* de 10 metros de comprimento em um afloramento de calcário laminado. Como mostra a figura, as medidas são coletadas a olho nu ou com ajuda de lupas.

O esquema da Figura 13 (b) mostra como é feita a aquisição e contagem das fraturas que cruzam a *scanline*. Vale ressaltar que as fraturas, para sua aquisição de medida, devem apresentar inclinação formando aproximadamente 90º com a *scanline*. As principais medidas feitas com essa técnica são: a distância entre as fraturas e a abertura das fraturas.

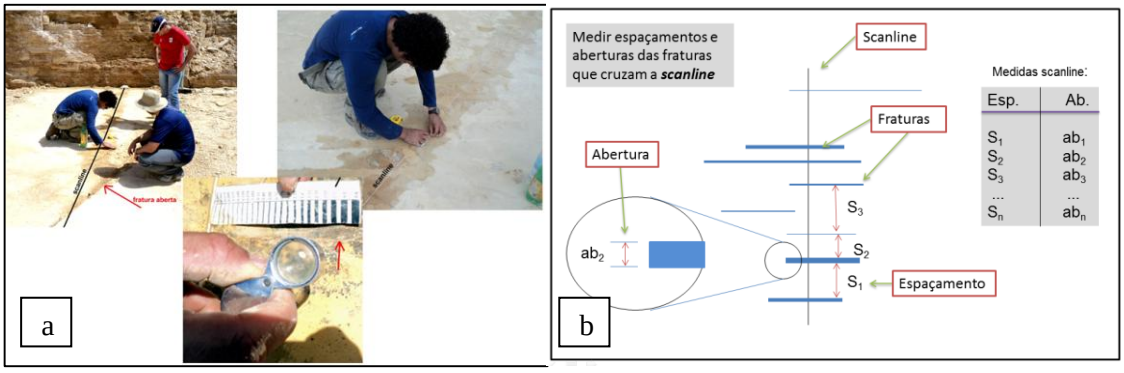


Figura 13: Execução da técnica de *scanlines* lineares em campo. a) como são feitas as medições, b) informações medidas.

A régua utilizada para efetuar as medidas de aberturas de fraturas em campo é mostrada da Figura 14.

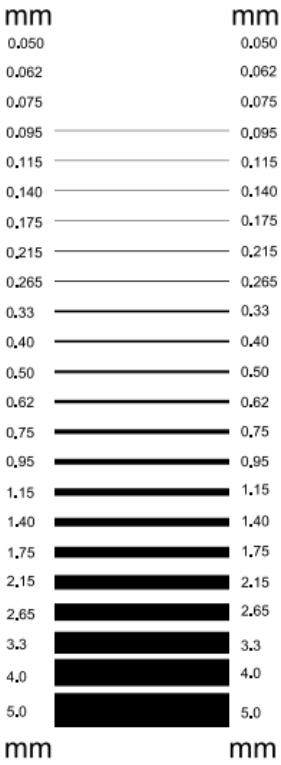


Figura 14: Régua de comparação (*comparator*) para aberturas de fraturas (Ortega *et al.*, 2006)

As medidas de aberturas podem variar significativamente devido à interação entre fluidos na rocha e fenômenos como dissolução e precipitação. Segundo Allen *et al.*, (1998) a distribuição das aberturas também depende consideravelmente da orientação em relação ao campo de tensões do meio.

Informações com relação à distribuição de aberturas podem ser assumidas a partir da correlação linear baseada em resultados teóricos e empíricos (Gudmundsson, 2000; Gudmundsson *et al.*, 2001) segundo a equação:

$$abertura = A*L+B, \qquad \text{Eq.2.11}$$

Onde A e B são parâmetros em função abertura e o comprimento das fraturas L. Na natureza é possível encontrar valores de B diferentes de zero, isto devido a erros provenientes das medidas experimentais e análise de regressão inadequada.

Segundo Opheimand Gudmundsson (1989); Vermilye & Scholz (1995) a razão entre a abertura máxima e o comprimento das fraturas, isto é, o coeficiente angular da Equação 2.11, varia em torno de $2x10^{-3}$ a $8x10^{-3}$para as juntas e $3x10^{-3}$ a $3x10^{-2}$para falhas em diferentes tipos de rochas.

A Figura 15 mostra um esquema da relação entre tamanho e aberturas das fraturas.

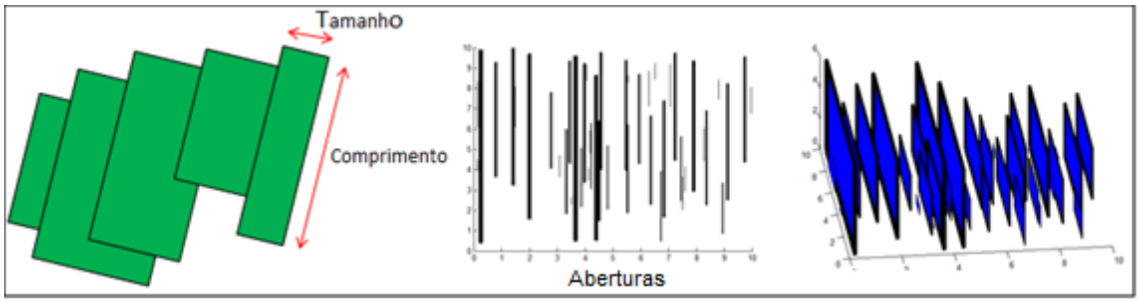


Figura 15: Relação entre tamanho, comprimento e abertura de fraturas.

Com o método de *scanline*, as medidas dos dados de fraturamentos são obtidas para cada conjunto (*set* A e *set* B) ou famílias de fraturas. A Figura 16 mostra uma *scanline* para uma família de fraturas (família B).

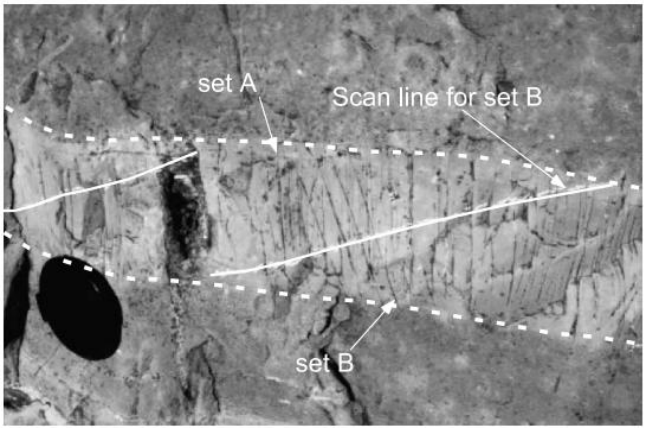


Figura 16: *Scanline* para analisar a família B de fraturas (Ortega *et al.*, 2006)

Nos estudos de caracterização de estruturas geológicas existem alguns trabalhos que tratam da consideração de incertezas e erros de mensuração (Guerrierro 2013, 2012, Priest 1993). Dentro do processo de obtenção do padrão de fraturamento a partir da lei de potência proveniente dos dados da técnica de *scanline*, podem ser identificadas diversas fontes de incertezas, tais como: incertezas geológicas, incertezas na amostragem, incertezas no modelo escolhido, incertezas estruturais, na função densidade de probabilidade escolhida, dentre outras.

A obtenção das leis de potência com base nos dados coletados com as *scanlines* pode ser encontrada seguindo o método proposto por Ortega *et al.*, (2006). Esse método estima a frequência acumulada a partir da distribuição do tamanho das aberturas das fraturas e dessa forma encontrar uma lei de potência associada aos dados.

A metodologia proposta por Ortega *et al.*, (2005) para obtenção das leis de potência se baseia nos seguintes passos:

1. Listar todas as medidas das aberturas das fraturas e ordená-las de maneira decrescente (dos maiores para os menores valores de aberturas).
2. Numerar os dados ordenados das medidas das aberturas, de forma que o maior valor de abertura represente o número 1, e assim de forma sucessiva até as fraturas com menor valor de abertura. Dessa forma é obtida uma lista com números acumulados de fraturas.
3. Simplificar a lista de fraturas acumuladas eliminando todas as que tenham a mesma dimensão de abertura, exceto aqueles valores com o maior número de fraturas acumulado.
4. Normalizar os valores de números acumulados com relação ao comprimento da *scanline*, ou seja, dividir todos os números acumulados pelo comprimento da *scanline*. Desse modo, serão geradas estimativas da intensidade de fraturas acumuladas dos dados, isto é, números de fraturas de um determinado tamanho por unidade de comprimento da *scanline*. Dessa forma, é possível comparar dados de diferentes estruturas geológicas em escalas distintas.
5. Expressar graficamente a intensidade de fraturas acumuladas *versus* a abertura das fraturas obtendo-se uma representação de sua distribuição. Várias distribuições do tamanho de fraturas podem ser modeladas usando leis matemáticas simples. A utilização da lei de potência em um escala log-log fornece uma reta para ajuste dos dados. Por outro lado, fraturas com distribuição exponencial para as aberturas fornecem uma reta, na escala log-linear.
6. Por fim, obter os parâmetros dos melhores modelos de distribuição observados, isto é o coeficiente e expoente da lei de potência, que podem ser obtidos com uma regressão utilizando o método de mínimos quadrados.

Para facilitar a visualização dos dados tratados são construídos gráficos na escala log-log, com o eixo das abscissas representando os dados do tamanho das aberturas das fraturas (geralmente em milímetros) e o eixo das ordenadas a frequência acumulada das fraturas (m^{-1}). Assim uma das leis matemáticas que descreve bem os fenômenos relacionados aos padrões de fraturamentos das rochas, obtidos a partir de *scanlines*, é a lei de potência (Pickering *et al.*, 1995).

2.6 Lei de Potência

Nas ciências da terra o melhor exemplo de aplicação da lei de potência é a lei de Gutenberg-Richter (Middleton, 2000). Para uma dada região, e um dado período de observação, é encontrado um número ‘N’ de abalos sísmicos com escala maior do que ‘m’, segundo a seguinte relação:

$$\log(N) = -bm + \log(a), \qquad \text{Eq. 2.12}$$

onde: b pertence quase totalmente ao intervalo $0.8 < b < 1.2$ e este coeficiente varia de uma região para região (é maior em regiões onde há maior atividade sísmica). A magnitude é proporcional ao logaritmo da energia do abalo sísmico. Vários outros

exemplos podem ser encontrados nas seguintes referências: Turcotte (1992, 1994) & Thompson (1991).

Uma característica importante da lei de potência de escala é que a população não possui característica de valor médio. Isto é válido para a lei de Gutenberg-Richter, ou seja, não há valores médios para a magnitude dos abalos sísmicos. No entanto, na natureza a escala da lei de potência é geralmente limitada por uma faixa de observação em uma escala. Segundo (Middleton, 2000) a maior escala que limita um rio é o seu tamanho (profundidade e comprimento), e a menor escala que o limita está relacionada com o efeito da viscosidade. Portanto, no contexto da lei de potência não faz sentido calcular a velocidade média (ou energia cinética) de um rio.

Em suma, existem três definições comumente utilizadas para especificar a distribuição da lei de potência (Pickering *et al.,* 1995). Em vários estudos de populações de fraturas é usada a distribuição acumulada de fraturas (Childs *et al*., 1990; Walsh *et al*.,1991):

$$N = a_1 u^{-b_1}, \qquad \text{Eq. 2.13}$$

onde 'u' é a medida do tamanho e 'N' é o número acumulado de valores maiores do que 'u', 'a_1' é uma constante e 'b_1' é o expoente.

Outra maneira é definir o modelo em termos de distribuição de frequência discreta (Kakimi, 1980; Heifer & Bevan, 1990; Barton & Zoback, 1992):

$$n = a_2 u^{-b_2}, \qquad \text{Eq. 2.14}$$

onde 'n' é a frequência de valores no intervalo u ± δ_u, a_2 e b_2 são constantes. Uma terceira definição é usar a frequência discreta do log u:

$$log n_{lg} = a_3 - b_3 \log u, \qquad \text{Eq. 2.15}$$

Onde 'n_{lg}' é a frequência de valores no intervalo logu ± δ_{logu}. Como mostrado anteriormente, esta é a forma mais comum de estudo conhecida como relação de Gutenverg-Richter (Gutenberg & Richter, 1954).

Vale ressaltar que essa equação não é equivalente ao logaritmo da Equação 2.14, isso porque a definição de 'n' é diferente para as duas equações.

Na tentativa de ajuste dos dados do modelo dado pela Eq. 2.13 é preciso utilizar um intervalo finito de tamanho δ_u>0. A função para 'n' pode ser derivada de 'N' assumindo um intervalo finito δ_u e usando expansão binomial, negligenciando todos os termos acima do de segunda ordem:

$$n = \delta N = N_{\geq u} - N_{\geq (u+\delta u)} = u^{-b} - (u + \delta u)^{-b} \qquad \text{Eq. 2.16}$$

Contudo, a geometria da distribuição de uma rede de fraturas na rocha tem características fractal (Mandelbrot, 1975; Falconer, 1990; Takayasu, 1990). A dimensão

fractal pode servir para aproximar a obtenção de características de padrões de fraturamento em rochas.

No caso dos dados obtidos com as *scanlines*, a dimensão fractal (D) é definida a partir da equação de escala relacionada com a frequência de abertura 'N' das fraturas e o tamanho das medidas dessas fraturas (X).

$$N = aX^{1-D} \qquad \text{Eq. 2.17}$$

A frequência de falhas tectônicas mostra um espaço populacional para os coeficientes da lei de potência, indicando uma dimensão fractal entre 0.4 e 1.0, com a exceção de dados de afloramento onde o efeito do truncamento (*truncation*) afeta significativamente o grau da análise (Gillespie *et al*., 1993).

2.6.1 Artefatos na Lei de Potência

Qualquer conjunto de dados devidamente coletados não passa de uma amostra representativa de uma população. Se essas amostras não contemplarem certos tipos de dados certamente estará enviesada e, portanto, não pode ser representativa da população. Muitas amostras são limitadas pelo tamanho das estruturas e escala das medidas, isso também as torna enviesadas.

Nos estudos de fraturas em rochas existem duas principais formas de viés, que são: *truncation* e *censoring* (Marret *et al.,* 1996; Ortega *et al*., 2006; Einstein & Baecher, 1983; Priest, 1993)

Devido ao tamanho finito dos dados amostrados e à resolução da técnica de *scanline* utilizada para mapear os sistemas de fraturas, os efeitos da amostragem em escalas muito pequenas e/ou muito grandes podem fazer com que a distribuição de frequência de uma lei de potência se desvie da linha reta que deveria ser observada em um sistema com grande amplitude de escala. Os principais eventos por trás de tais desvios são os artefatos de "*truncation*" e "*censoring*".

Efeito do *Truncation* (truncamento)

O problema do *truncation* aparece caso a escala de observação das amostras for menor do que a escala da população. Este é um problema constante enfrentado pelos geólogos e geofísicos. Nem sempre as medidas coletadas em campo estão em uma escala de observação representativa da população das medidas em questão. Nos nossos estudos com *scanlines* a maioria das amostras para a obtenção da lei de potência é truncada

(*Truncation*). É aí que entra a necessidade de obterem-se medições em diferentes escalas de observação.

As escalas pequenas apresentam o *left-handtruncation* (LHT) que é usualmente relacionada com a resolução da técnica que está sendo utilizada para obter a medida (Priest, 1993). Na técnica de *scanlines,* por exemplo, temos uma limitação visual da régua comparadora (*comparator*) (Ortega *et al.*, 2006). Por isso, associado a esse LHT, temos uma queda no número de observações de medidas com tamanhos de aberturas menores do que 0.05 mm que é o limite visual para essa régua comparadora.

Por outro lado, grandes escalas ou *right-handtruncation* (RHT) também são bastante comuns nas medidas com *scanlines*, no entanto são mais difíceis de serem reconhecidos (Priest, 1993).

No efeito '*truncation'*, a frequência de observação das pequenas fraturas é subestimada uma vez que existem limitações de resolução do método de amostragem utilizado nas medidas das *scanlines*.

Os efeitos de truncamento são facilmente identificados quando se plota o gráfico da lei de potência, onde se observa uma mudança de inclinação de negativa para positiva na lei de potência à medida que as aberturas das fraturas possuem menores valores. Na maioria das vezes esses artefatos são excluídos pretendendo-se melhorar os ajustes das leis de potências aos dados medidos.

Análise dos comprimentos de truncamento para as medidas mostram que estes variam de 5 a 25% do domínio de aquisição de dados. No momento não existem métodos quantitativos para determinar o limite de observação de dados com esse efeito de truncamento (Bonnet *et al.*, 2001).

Efeito do *Censoring*

Segundo Bonnet *et al.*, (2001) os desvios de frequência entre as medidas dos dados da formação com o seu real padrão de fraturamento acontecem, basicamente, devido a dois fatores. O primeiro está associado com a probabilidade de que as grandes fraturas que cruzam a linha de aquisição das medidas (*scanline*) não são totalmente observadas e para esse efeito dá-se o nome de "*censoring*". O segundo fator está relacionado à escolha subjetiva da região da amostra que muitas vezes tende a excluir as fraturas muito grandes, por exemplo, falhas que prendem ou isolam uma bacia inteira.

Uma amostra é tida com problemas de *censoring* quando algumas ou todas as medidas estão sistematicamente sub ou sobre estimadas. A maioria das estatísticas referentes aos comprimentos das fraturas são afetadas pelo problema do *censoring*. Segundo Pickering *et al.*, (1995) três tipos a seguir são observados:

Tipo A: como nenhuma fratura pode ter uma medida de tamanho maior do que as da escala da pesquisa, os tamanhos das fraturas maiores do que a máxima medida da dimensão da pesquisa será subestimada.

Tipo B: Se o tamanho de uma fratura for maior do que a área das medidas da pesquisa, essas fraturas serão subestimadas do tamanho real. Este problema acontece com mais frequência para as fraturas de tamanhos maiores.

Tipo C: Se existir alguma restrição com relação ao tamanho mínimo do deslocamento ou comprimento que pode ser observado (LHT) então essas fraturas não serão observadas. Portanto, os tamanhos das fraturas serão subestimados.

Para uma distribuição da lei de potência dos comprimentos das fraturas, os tipos A e B não são normalmente considerados um problema sério. Isto porque com qualquer tamanho de escala de observação, sempre haverá mais valores de fraturas com tamanhos menores do que maiores nas distribuições da lei de potência. Assim fraturas pequenas não sofrerão com o *censoring* do **Tipo A** e são menos suscetíveis a sofre do **Tipo B**. Por outro lado, o **Tipo C** é o maior problema para as fraturas menores.

Erros nos Dados da *Scanline* Linear

Temos dois tipos de erros sistêmicos que ocorrem nas duas extremidades da escala de observação. Mais informações a respeito desses tipos de erro podem ser encontradas no trabalho de Ortega *et al.,* (2006) e Priest (1993). Um desses erros, como mencionado antes, são os artefatos de truncamento que ocorrem devido às incertezas na quantidade de fraturas próximas ao limite inferior na escala de observação. Tal fato ocorre porque as pequenas fraturas, com frequência, não são facilmente detectadas, devido a problemas de visibilidade. Portanto, esses artefatos provocam uma mudança no coeficiente da reta que define a lei de potência. A Figura 17 mostra um esquema desse problema.

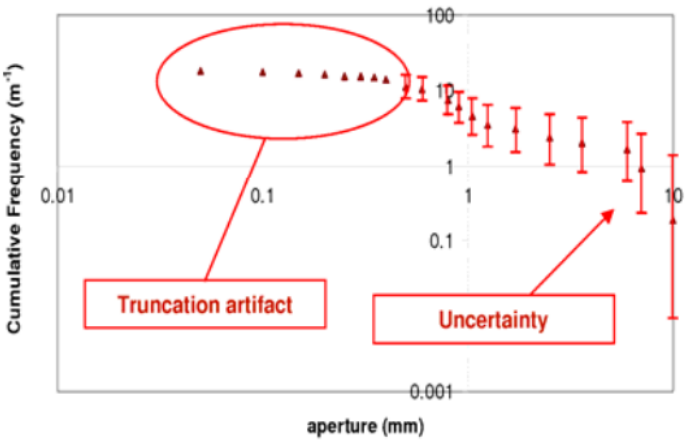


Figura 17: Variabilidade dos dados empíricos observadas nas frequências acumuladas em várias escalas. Do lado esquerdo do gráfico notam-se problemas de resolução dos dados medidos. Já do lado direito observa-se um aumento da dispersão dos dados graças à baixa frequência de observação dos dados (Guerriero *et al.*, 2012).

Contudo, o erro não sistemático ou erro aleatório é um erro mais importante que o erro sistemático. Esse tipo de erro está associado às incertezas na obtenção de estimativas a partir de amostragens.

Observa-se da Figura 17 que os dados na extremidade direita apresentam um maior intervalo de dispersão comparado com os dados da extremidade esquerda. Isso se deve pelo fato de que os valores, ou fraturas, da extremidade direita possuem menos frequência de observação aumentando dessa forma a incerteza (erros) na observação dessas frequências. Já onde se tem uma quantidade maior de fraturas observa-se uma menor dispersão. O que justifica tal observação é a lei dos grandes números – a média amostral converge para a média populacional à medida que se aumenta o número de amostragens.

Também, observa-se da Figura 17 que cada medida possui um intervalo de confiança com amplitude variável, ou seja, o desvio padrão varia ao longo do eixo das abscissas, esse é um comportamento chamado de heterocedasticidade (Dekking *et al.*, 2005). Portanto, a aplicação do método de mínimos quadrados é inapropriada sem a aplicação de uma função de ponderação residual.

Dessa forma o principal problema da utilização desse método é a grande quantidade de erro aleatório imposta na determinação da inclinação da reta após aplicação do método de mínimos quadrados, ou seja, a obtenção do expoente da lei de potência (ver 'b_2' Equação 3) torna-se prejudicada. Uma das maneiras de minimizar esse problema é com a determinação da lei de potência a partir de várias escalas de observação, por exemplo, obter amostragens de dados em escalas micro e macro o que permite definir uma lei de potência que melhor se ajuste a estas duas. Este tipo de estudo vem sendo aplicado com frequência em vários trabalhos (Guerriero *et al.*, 2010; Davy 2006; Bonnet *et al.*, 2001)

2.7 Métodos e Modelos Estatísticos

2.7.1 Algoritmo K-Means

O algoritmo K-Means utiliza o conceito de centroides como protótipos representativos dos grupos, onde o centroide representa o centro de massa de um grupo, sendo calculado pela média de todos os objetos do grupo (Fontana e Naldi, 2009, MacQueen, 1967).

O objetivo deste algoritmo é encontrar a melhor divisão de P dados em K grupos C_i, i = 1, ... K de maneira que a distância total entre os dados de um grupo e o seu respectivo centro, somada por todos os grupos, seja minimizada (Pimentel *et al.*, 2003; Rand, 1971).

As principais etapas do algoritmo são as seguintes:

1. São atribuídos valores iniciais para os protótipos conforme um critério inicial, por exemplo, sorteio aleatório desses valores dentro dos limites de domínio de cada atributo;
2. Cada objeto é atribuído ao grupo cujo protótipo possua maior similaridade com o objeto;
3. Recalcula-se o valor do centróide (protótipo) de cada grupo, como sendo a média dos objetos atuais do grupo;
4. Repete-se os passos 2 e 3 até que os grupos se estabilizem;

A Figura 18 mostra um esquema com os principais passos desse algoritmo.

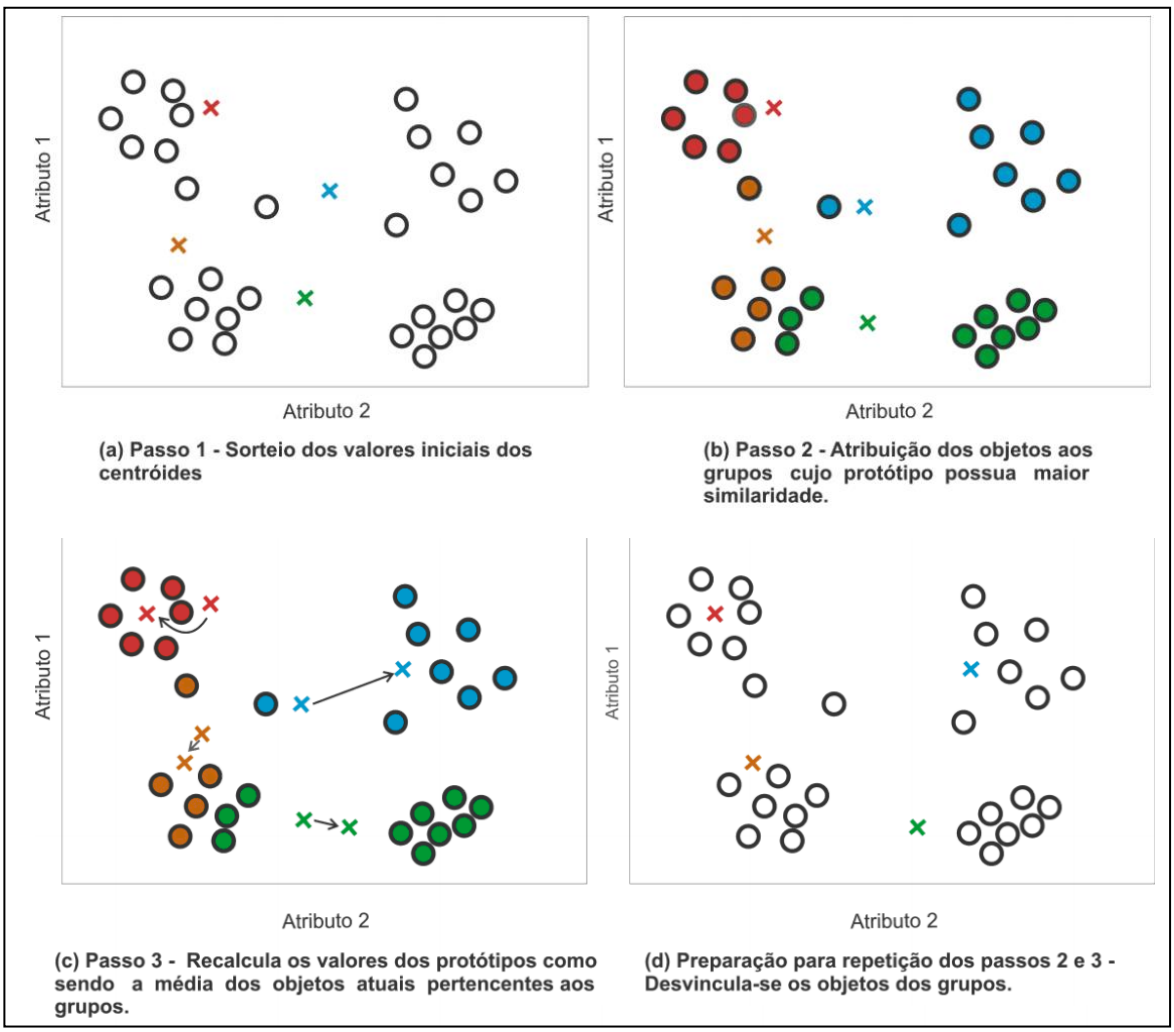


Figura 18: Principais etapas do algoritmo K-Means (Fonte: Fontana & Naldi, 2009).

2.7.2 Regressão Linear

Relações lineares

Relações lineares são aquelas nas quais as grandezas envolvidas estão relacionadas por uma dependência do tipo:

$$y = ax + b, \qquad \text{Eq.2.18}$$

onde ‘a’ é o coeficiente angular e ‘b’ é o coeficiente linear. O coeficiente angular corresponde à inclinação da reta, ou seja, $\Delta x/\Delta y$, enquanto que o coeficiente linear ‘b’ é obtido pela interseção da reta com o eixo y.

Método dos mínimos quadrados

O método de mínimos quadrados é um dos mais utilizados para se definir uma curva que melhor se ajusta às variáveis em um gráfico. Mesmo com várias limitações como: acidentes ocasionais, poluição incidental e suas numerosas variações, extensões e conveniências correlatas, o método de mínimos quadrados é considerado como o cerne da análise estatística (Dekking *et al.*, 2005).

O ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados se baseia na minimização da função:

$$f(a,b) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(y_i - y_i^{calculado}\right)^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - ax_i - b)^2 \qquad \text{Eq.2.19}$$

Desta forma, o método dos mínimos quadrados requer a escolha de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ como estimadores de α e β, respectivamente, a fim de minimizar:

$$Q = \sum_{i=1}^{n}\left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i\right)^2 \qquad \text{Eq.2.20}$$

Neste caso, 'Q' também é a soma dos quadrados dos erros previstos quando estimados y_i dado x_i e a equação de regressão estimada. Pode-se demonstrar que este estimador tem propriedades ótimas como melhor estimador linear não-viesado (MELNV).

A ideia geral por trás do método dos mínimos quadrados está descrita na Figura 19. No gráfico temos pontos (x_i,y_i) e uma reta de regressão por esses pontos de forma que ela esteja o mais próxima possível aos pontos. A palavra 'próximo' aqui significa a minimização da soma dos quadrados das distâncias verticais entre os pontos e a reta.

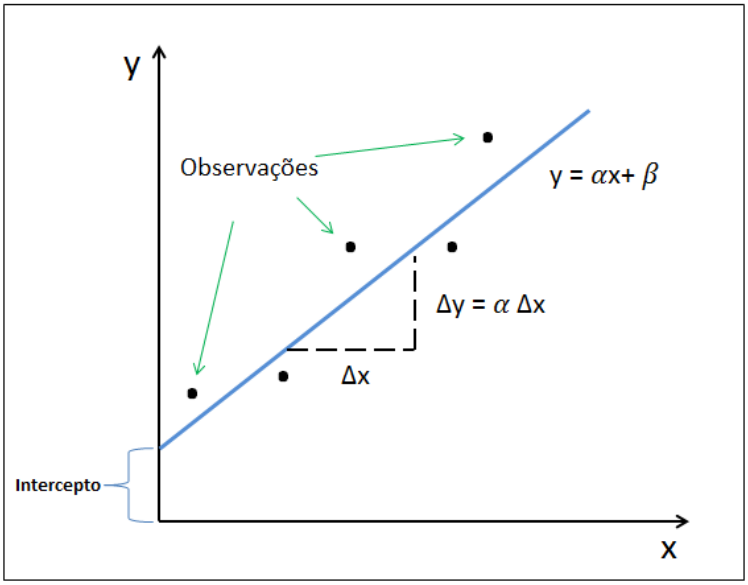


Figura 19: Observações amostrais e linha de regressão estimada (Fonte: própria).

Portanto para minimizar 'Q' da Equação 2.20 em relação a $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$, deve-se calcular suas primeiras derivadas em relação a esses dois parâmetros e igualá-las a zero:

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{\alpha}} = 0 \rightarrow \sum 2\left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i\right)(-1) = 0, \qquad \text{Eq.2.21}$$

ou

$$\sum y_i = n\hat{\alpha} + \hat{\beta}\sum x_i$$

Ou

$$\bar{y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\bar{x} \qquad \text{Eq. 2.22}$$

e

$$\frac{\partial Q}{\partial \hat{\beta}} = 0 \rightarrow \sum 2\left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta}x_i\right)(-x_i) = 0$$

Ou

$$\sum y_i x_i = \hat{\alpha}\sum x_i + \hat{\beta}\sum x_i^2 \qquad \text{Eq.2.23}$$

As Equações 2.22 e 2.23 são conhecidas como equações normais. Com a substituição do valor de $\hat{\alpha}$ de 2.22 em 2.23, encontramos:

$$\sum y_i x_i = \hat{\alpha}\sum x_i\left(\bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}\right) + \hat{\beta}\sum x_i^2 \qquad \text{Eq. 2.24}$$
$$= n\bar{x}\left(\bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}\right) + \hat{\beta}\sum x_i^2$$

Por definição temos:

$$S_{yy} = \sum (y_i - \bar{y})^2 = \sum y_i^2 - n\bar{y}^2$$

$$S_{xy} = \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = \sum x_i y_i - n\overline{xy}$$

E

$$S_{xx} = \sum (x_i - \bar{x})^2 = \sum x_i^2 - n\bar{x}^2$$

Assim a equação pode ser escrita como:

$$\hat{\beta} S_{xx} = S_{xy} \quad ou \quad \hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

Finalmente os estimadores de mínimos quadrados para α e β são:

$$\hat{\beta} = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} \quad e \quad \hat{\alpha} = \bar{y} - \hat{\beta}\bar{x}$$

Por outro lado, os resíduos estimados são:

$$\hat{u}_i = y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i$$

As duas equações normais mostram que esses resíduos satisfazem as equações:

$$\sum \hat{u}_i = 0 \quad e \quad \sum x_i \hat{u}_i$$

Portanto a soma dos quadrados dos resíduos (SQR) é dada por:

$$\begin{aligned} SQR &= \sum \left(y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} x_i\right)^2 \\ &= \sum \left[y_i - \bar{y} - \hat{\beta}(x_i - \bar{x})\right]^2 \\ &= \sum (y_i - \bar{y})^2 + \hat{\beta}^2 \sum (x_i - \bar{x})^2 - 2\hat{\beta} \sum (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x}) \\ &= S_{yy} + \hat{\beta}^2 S_{xx} - 2\hat{\beta} S_{xy} \end{aligned}$$

E como $\hat{\beta} = {S_{xy}}/{S_{xx}}$ logo:

$$SQR = S_{yy} - \frac{S_{xy}^2}{S_{xx}} = S_{yy} - \hat{\beta} S_{xy}$$

S_{xy} geralmente é denotado por SQT (soma dos quadrados totais); e $\hat{\beta} S_{xy}$, como SQE (soma dos quadrados explicados).

Então:

SQT (total) = SQE (explicado) + SQR (resíduos)

Contudo a proporção da soma total dos quadrados explicados é denotada por r_{xy}^2 (coeficiente de determinação), onde o r_{xy}é chamado de coeficiente de correlação. O termo r_{xy}^2 deve estar entre zero e 1. Se estiver perto de zero, a variável 'x' explica muito pouco das variações de 'y'. Por outro lado, se estiver perto de 1, a variável 'x' explica a maior parte das variações de 'y'.

O coeficiente de determinação r_{xy}^2 é dado por:

$$r_{xy}^2 = \frac{SQE}{SQT} = \frac{SQT - SQR}{SQT} = \frac{\hat{\beta} S_{xy}}{S_{yy}} \qquad \text{Eq.2.25}$$

2.7.3 Inferência Estatística no Modelo de Regressão Linear

Como apresentado anteriormente, para achar os estimadores de mínimos quadrados de α e β não precisamos assumir uma função de distribuição de probabilidade para os erros u_i. No entanto, para calcular estimadores de intervalos dos parâmetros e para testar as hipóteses sobre os mesmos, precisamos assumir que os erros u_i têm uma distribuição normal.

Segundo Maddala (2003), os estimadores de mínimos quadrados levam vantagem em comparação, por exemplo, com os métodos de momentos, pois o estimador de mínimos quadrados possui as seguintes propriedades:

1. São não viciados ou não tendenciosos
2. Têm a menor variância dentre a classe de estimadores lineares não tendenciosos.

Essas propriedades valem mesmo se os erros u_i não tiverem distribuição normal, desde que os seguintes pressupostos sejam estabelecidos:

1. $E(u_i) = 0$
2. $V(u_i) = \sigma^2$ para todo i
3. u_i e u_j independentes para $i \neq j$
4. x_j são não-estocásticos.

Pode ser provado estatisticamente que as distribuições amostrais de $\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ apresentam distribuição normal, a prova para isso pode ser encontrada em Maddala, (2003). Dessa forma temos os seguintes resultados:

$\hat{\alpha}$ e $\hat{\beta}$ têm distribuição conjunta normal com:

$$E(\hat{\alpha}) = \alpha \quad , \quad var(\hat{\alpha}) = \sigma^2 \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)$$

$$E(\hat{\beta}) = \beta \quad , \quad var(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{S_{xx}}$$

$$e \; cov(\hat{\alpha}, \hat{\beta}) = \sigma^2 \left(\frac{-\bar{x}}{S_{xx}} \right)$$

Infelizmente na prática a variância do erro σ^2 não é conhecida e precisa ser estimada. Se SQR é a soma dos quadrados residuais, então:

$\hat{\sigma}^2 = \frac{SQR}{n-2}$ é $um\ estimador\ não\ visiado\ de\ \sigma^2$

O intervalo de confiança para α, β e σ^2:

$$P\left[-2{,}306 < \frac{\hat{\alpha}-\alpha}{EP(\hat{\alpha})} < 2{,}306\right] = 0{,}95 \qquad \text{Eq.2.26}$$

Previsão no Modelo de Regressão Simples

A previsão feita no modelo de regressão simples é não tendenciosa uma vez que:

$$E(\hat{y}_0 - y_0) = 0 \qquad \text{Eq.2.27}$$

Por outro lado, a variância do erro previsto é dada por:

$$V(\hat{y}_0 - y_0) = \sigma\left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_0-\bar{x})^2}{S_{xx}}\right] \qquad \text{Eq.2.28}$$

Da Equação 2.28, podemos notar que a variância aumenta quanto mais distante estiver o valor de x_0 da média das observações $\bar{x}$. A Figura 20 mostra graficamente o comportamento dessa equação na curva.

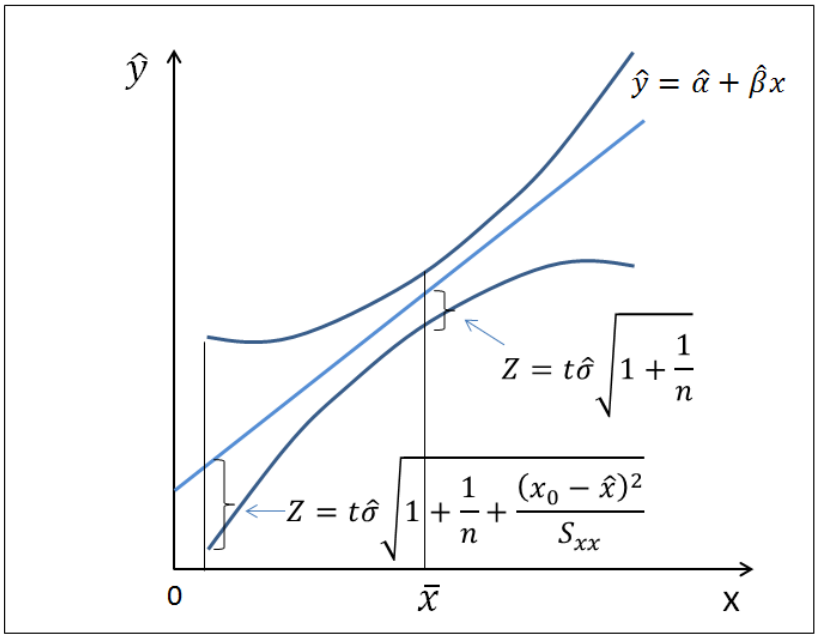


Figura 20: Limites de confiança para previsões de y conforme x. (Fonte: adaptado de Maddala, 2003)

Saber quais os extremos de observação prevista para os dados de regressão é importante, pois assim teremos mais uma informação com respeito aos possíveis dados discrepantes dentro da análise.

2.8 Geoestatística

A geoestatística, comparada com a estatística, permite relacionar dados com mais um grau de liberdade, nesse caso o espaço. Assim a principal variável em questão é a distância espacial, ou seja, a geoestatística é uma estatística que considera variáveis regionalizadas.

A geoestatística teve origem na indústria de mineração através de dois grandes nomes: o engenheiro de minas sul-africano D.G. Krige, e o estatístico H.S. Sichel (Deutsch, 2002). Ambos desenvolveram, no início dos anos 50, métodos que supriam a necessidade de estimar as reservas de minério. As técnicas clássicas de estatísticas da época eram consideradas inadequadas, até então, para realizar essas estimativas.

No campo de reservatórios de petróleo a geoestatística trata o domínio estudado como um meio em que há auto correlação entre as distribuições de suas variáveis. Dessa forma, busca-se, através de um conjunto de amostras distribuídos espacialmente, estudar a variabilidade e correlação amostral a fim de inferir informações mais detalhadas no interior do domínio amostrado.

Os modelos idealizados com base em geoestatística devem estar coordenados com a necessidade de se buscar informações regionalizadas difíceis ou impossíveis de serem obtidas. Estudar as variáveis regionalizadas é essencial para a caracterização geoestatística do meio. A teoria das variáveis regionalizadas, proposta por Matheron (1965), procura caracterizar as variáveis que apresentam uma distribuição no espaço como variáveis regionalizadas. Para essa caracterização é utilizado o conceito de variáveis aleatórias (z) que assumem um atributo numérico com certa distribuição de probabilidade e função aleatória (Z) definida por:

- Localmente, $Z(x_i)$ é uma variável aleatória.

- Espacialmente, $Z(x_i)$ e $Z(x_{i+h})$, que em geral não são independentes e, portanto, pode existir uma correlação entre esses pontos.

Na modelagem estocástica as distribuições de permeabilidades e porosidades no reservatório de petróleo, por exemplo, são admitidas como variáveis regionalizadas.

No estudo clássico de geoestatística são utilizados basicamente os dois primeiros momentos estatísticos para caracterizar uma variável regionalizada, que são: momentos de primeira ordem (esperança estatística) e o momento de segunda ordem (variância, covariância e variograma).

Uma modelagem precisa e mais fiel possível com a geologia do reservatório pode ser obtida por meio de conjuntos de modelos caracterizados segundo informações de variáveis regionalizadas.

Segundo Issaks & Srivastava (1989), não é possível prever com exatidão o valor de uma determinada propriedade num determinado ponto, mas é provável que em torno desse ponto o valor dessa propriedade pouco varie (aspecto estrutural).

De acordo com Camargo (1997), as variáveis regionalizadas apresentam as seguintes características:

- **Localização**: definida por um valor o qual está associado ao tamanho, orientação e forma da amostra. Tal característica é denominada suporte geométrico.
- **Anisotropia**: apresentam variações graduais em determinada direção e rápidas ou irregulares em outra.
- **Continuidade**: a depender do fenômeno estudado a variação espacial de uma variável regionalizada pode ser grande ou pequena.

O semivariograma e a Krigagem são as duas ferramentas mais utilizadas no estudo do comportamento das variáveis regionalizadas.

2.8.1 Semivariograma

De maneira geral, o objetivo da geoestatística é quantificar e explorar os padrões ou continuidades regionalizadas. Desse modo, a ferramenta mais utilizada para representar a continuidade espacial de uma função aleatória Z(u) na direção de um vetor h é chamada de semivariograma, dada por:

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} E\{[Z(u) - Z(u+h)]^2\} \qquad \text{Eq.2.29}$$

O variograma é definido como:

$$2\gamma(h) = E\{[Z(u) - Z(u+h)]^2\}, \qquad \text{Eq.2.30}$$

onde Z(u) é a variável randômica regionalizada.

O semivariograma representa a semivariância da diferença da propriedade Z calculada em pares de pontos separados por h. Os pares de pontos aqui são (u) e (u+h). Pode-se perceber a partir da Equação 2.29 que quanto menor a distancia h, ou seja, quanto mais próximos os pontos, menor será a variância da diferença entre eles. Portanto, para valores de h menores que um determinado valor chamado de amplitude ou alcance (range), o semivariograma é uma função crescente, como pode ser observado na Figura 21.

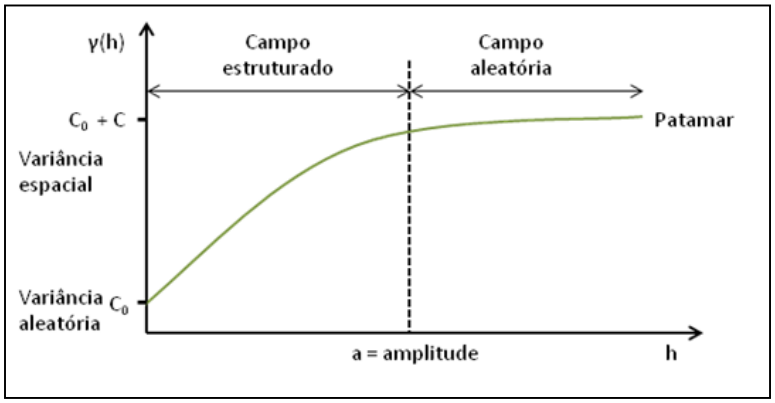


Figura 21: Semivariograma teórico de um fenômeno transição, ilustrando o alcance e o patamar, onde se estabiliza a semivariância (Adaptado de Yamamoto, 2001).

A Figura 21 mostra um gráfico de semivariograma genérico onde podemos encontrar basicamente três parâmetros que caracterizam um semivariograma, que são:

Variância aleatória (C_0): também chamada de efeito *Nugget*, ou efeito pepita, representa o erro com respeito às medidas geológicas em pequenas escalas.

Amplitude (a): também chamado de range ou alcance, representa a distância abaixo da qual as amostras apresentam-se correlacionadas espacialmente.

Patamar (C_o + C**):** também chamado de *Sill*, é o valor do semivariograma correspondente a seu alcance (a), ou seja, é o valor constante atingido por (h) quando a distância entre os dados, d, cresce.

2.9 Método de Monte Carlo

O método de Monte Carlo (MMC) é um método estatístico utilizado em simulações estocásticas com diversas aplicações na engenharia. Este método inicialmente era utilizado para obter aproximações de funções complexas e cálculos de integrais sem soluções analíticas (Landan & Binder, 2000).

O método surgiu por volta da segunda guerra mundial e foi utilizado, inicialmente, para simulação de problemas de natureza probabilística relacionados com o coeficiente de difusão do nêutrons em certos materiais. Os físicos, entre eles Ulam, Von Neumann e Fermi, envolvidos neste trabalho eram grandes apreciadores de jogos de azar, então eles deram às simulações o nome da famosa roleta de Monte Carlo, encontrada no Principado de Mônaco.

Atualmente o MMC vem sendo utilizado em diversas áreas científicas. Por isso, existe uma vasta literatura que trata detalhadamente do assunto (Dimov, 2008; Rubinstein & Kroese, 2007; Kalas *et al.*, 2004; Rozovskii & Yor, 2003; Madras, 2000; Landan & Binder, 2000).

Um dos motivos da grande utilização desse método é que ele pode ser facilmente implementado para problemas físicos complexos e com grandes dimensões. Outro ponto forte do método é que o mesmo possibilita avaliar o erro das estimativas com relação aos pontos sorteados, possibilitando um maior controle de sua utilização. Poucas hipóteses devem ser assumidas, no entanto o método apresenta convergência lenta e, portanto necessita de grandes recursos computacionais para a realização de simulações satisfatórias. A geração adequada de números aleatórios é de extrema importância para um bom funcionamento deste método.

Uma média do desempenho das simulações Monte Carlo pode ser dada pela medida da dispersão dos valores estimados com relação à média das simulações.

Esta medida de dispersão pode ser obtida através do desvio padrão das amostras:

$$SD(F_0) = \sqrt{\frac{1}{M-1}\left\{\sum_{j=1}^{M}\left[\pi_{\tau,j}\right]^2 - \frac{1}{M}\left[\sum_{j=1}^{M}\pi_{\tau,j}\right]^2\right\}}, \quad \text{Eq.2.31}$$

onde, *M* é o número de amostras e π são os valores das amostras.

Pode-se obter, também, o erro padrão, *SE(F_0)*, que é uma medida do erro cometido pelas estimativas em relação à media das amostras:

$$SE(F_0) = \frac{SD(F_0)}{\sqrt{M}}. \quad \text{Eq.2.32}$$

A partir da Equação 2.18 obtêm-se uma estatística importante que é o Coeficiente de Variação (CV), medida adimensional da precisão das estimativas dado por:

$$CV = \frac{SD(F_0)}{\hat{F}_0}., \quad \text{Eq.2.33}$$

onde $\hat{F}_0$ é a média de F_0.

Vale ressaltar que as estimativas feitas com simulações Monte Carlo não possuem um padrão bem definido de convergência para o valor verdadeiro. Por outro lado, o erro das estimativas diminui com a raiz quadrada do número de amostras *M*, logo, como comentado anteriormente, deve-se ter uma amostragem muito grande, para atingir uma convergência e precisão aceitável. No entanto, quanto maior o número de amostragens maior será o custo computacional, o que pode inviabilizar a aplicação. Uma das maneiras de reduzir o erro das estimativas é através da redução do desvio padrão, ou variância das amostragens. Para isso existem diversas técnicas, as quais são chamadas de técnicas de redução de variância. As principais são: Método de Quasi-Monte Carlo, Hipercubo Latino, Amostragem Descritiva, dentre outras.

2.10 Modelagem e Simulação de Reservatórios

Um modelo é uma representação simplificada da realidade, visando uma finalidade específica. A representação fiel de um reservatório de petróleo seria extremamente complexa e somente possível de ser obtida ao final de 30 a 40 anos de produção. Portanto é necessária a construção de modelos simplificados, onde se deixa de considerar alguns aspectos, conceitualmente menos importantes para o problema.

Muitas vezes, na construção de modelos não são consideradas certas condições importantes referentes à imprevisibilidade natural de certos fenômenos. Essa negligência pode causar grandes impactos no resultado final das simulações. Desse modo a construção de modelos representativos está intimamente ligada a resultados de simulações mais confiáveis.

2.10.1 Simulação de Fluxo em Meios Porosos

A modelagem do escoamento de fluidos em meios porosos pode se dar em uma, duas e três dimensões. De acordo com Fox & Mcdonald (2001) a preocupação ao se lidar com fluidos está relacionada à descrição de um campo de velocidade. Os campos de escoamento na prática são naturalmente tridimensionais, no entanto os estudos de simulação são realizados em dimensões menores.

Em geral, o ponto de partida de um escoamento é o estudo do fluxo de fluidos incompressíveis. Essa simplificação, em geral, se aplica aos líquidos, mas em casos muito especiais também pode ser aplicado a gases (Alessandrepesc, 2001).

A lei de Darcy representa a primeira abordagem a tentar representar o fluxo de fluidos em meios porosos. Henry Darcy (1803-1858) verificou que existe uma relação entre a vazão de fluido que atravessa um leito de areia e a carga associada a essa vazão. Ele também constatou que as dimensões do leito poroso modificam os resultados obtidos e assim apresentou uma equação matemática que se tornou base para a compreensão dos fenômenos de escoamento através de meios porosos.

$$Q = \frac{KS(h_i - h_o)}{L} \qquad \text{Eq. 2.34}$$

Onde Q é a vazão volumétrica através do leito poroso, K é uma constante de proporcionalidade (permeabilidade hidráulica) que depende do meio, S trata da área transversal do meio poroso, L é o comprimento do leito poroso e (h_i-h_o) é a diferença de carga em termos de altura.

Propõe-se aqui tratar a matriz da rocha fraturada como um meio equivalente através da transformação das informações de dimensões, orientações e aberturas das fraturas em

um tensor de permeabilidade equivalente anisotrópico. Para isto emprega-se um modelo determinístico apresentado nos trabalhos de Oda (1985), Harstad *et al.*, (1996), Ordoñez *et al.*, (2001), Gupta *et al.*, (2001) e Wang *et al.*, (2012).

Basicamente calcula-se um tensor de permeabilidade equivalente considerando uma parcela dependente das fraturas e a outra da matriz (caso esta tenha permeabilidade relevante). Um ponto importante é que o tensor de permeabilidade das fraturas abertas é calculado como função direta tanto da porosidade quanto da densidade de fraturas e, portanto esta última pode ser empregada para o cálculo da porosidade de fraturas.

A densidade, intensidade e porosidade de fraturas são importantes como indicadores de quantidade de fraturas no maciço rochoso fraturado. Nos cenários de simulação, é possível calcular esta frequência e aplicar seu valor no cálculo do tensor de permeabilidade, porém este tipo de medida depende da direção da linha de observação e pode não contabilizar todas as fraturas existentes. Ao realizar esta medição, obtém-se o número de fraturas N_f, o comprimento da linha de observação H, a abertura w_f e orientação ϕ (quanto a um eixo de referência) da fratura.

Caso se deseje quantificar a medida por área de mapeamento, calcula-se o comprimento da fratura L_f, sua abertura e o valor a área de observação. Neste caso, tem-se a medida da relação P21 e esta também pode ser utilizada no cálculo da porosidade relacionada a rede de fratura e do tensor de permeabilidade equivalente.

Outras medidas que, do ponto de vista da quantificação em campo, são de difícil obtenção, mas que podem ser utilizadas no cálculo da porosidade de fraturas consistem nas relações P22 e P33. Apesar de serem pouco aplicadas nos estudos feitos em afloramentos e testemunhos, estes tipos de porosidades podem ser obtidos no modelo numérico, uma vez que é possível mapear e calcular a área de fraturas na malha de elementos finitos e também a área total, no caso de estudos bidimensionais, e os respectivos volumes no caso de análises tridimensionais.

Portanto, de forma a integrar a resposta da modelagem hidro-mecânica de fraturamento hidráulico em meio naturalmente fraturado, com um modelo de fluxo multiescala, será calculado um tensor de permeabilidade equivalente do meio fraturado, conforme descrito anteriormente, baseado em medidas de densidade e porosidade de fraturamento,

considerando-se as informações geométricas das famílias de fraturas naturais e induzidas.

3 Método

As etapas de estudos da tese foram divididas, basicamente, em três partes, que são: caracterização, análise de dados de campo, modelagem das redes discretas de fraturas (em duas e três dimensões) e simulação 2D de perfis dos modelos.

A Figura 22 mostra um diagrama com o resumo metodológico utilizado.

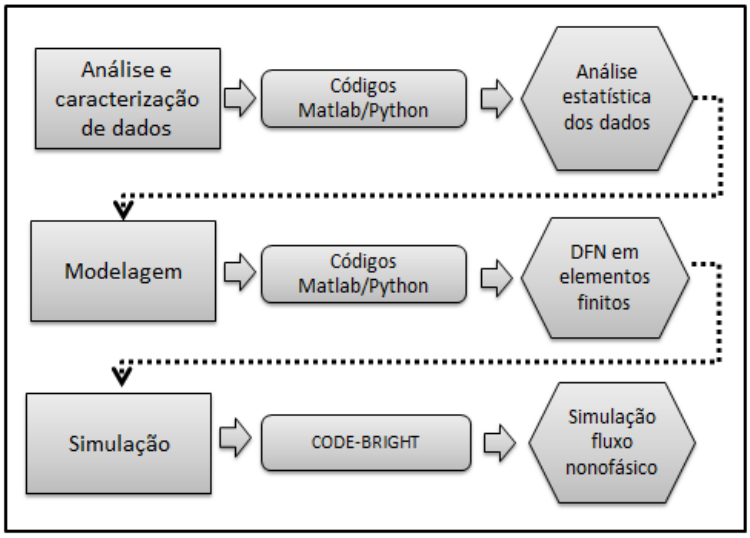


Figura 22: Fluxograma das etapas dos estudos da tese.

A Figura 23 mostra um esquema com as principais etapas do método utilizado para atingir os objetivos da tese.

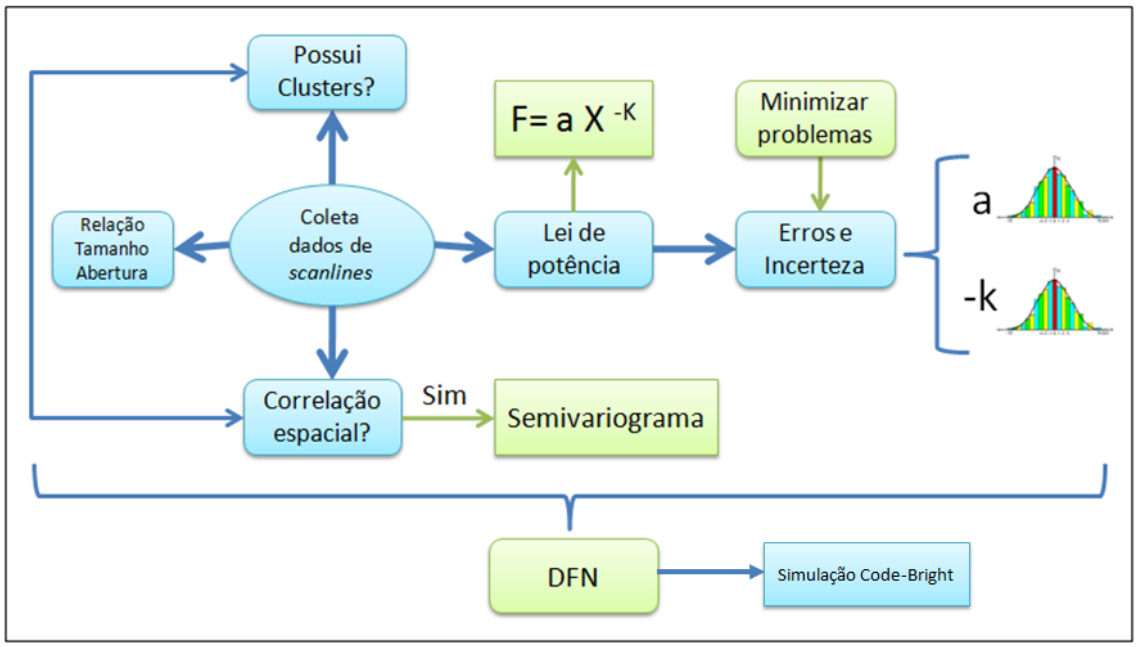


Figura 23: Principais etapas de estudo da tese.

A seguir será apresentado o local de aquisição dos dados de campo, assim como os métodos escolhidos para realizar cada uma das etapas do trabalho.

3.1 Área da aquisição de dados

Para o sucesso de qualquer estudo estatístico que envolva a obtenção e manipulação de dados, a etapa de amostragem é tida como a mais importante. Os dados do tamanho de fraturas e suas frequências, que foram utilizados nesse trabalho, vieram de amostragens devidamente coletadas utilizando a técnica de *scanline* (Ortega *et al.*, 2006).

Os dados utilizados na pesquisa são provenientes da Formação Crato (Bacia do Araripe), que é uma bacia localizada na região Nordeste do Brasil (Assine, 1992, 1994; Neumann, 1999; Assine, 2007). A Formação Crato é admitida como sendo um análogo de reservatório carbonático naturalmente fraturado. A Figura 24 mostra um mapa geológico simplificado da Bacia do Araripe com a localização das principais zonas de cisalhamento.

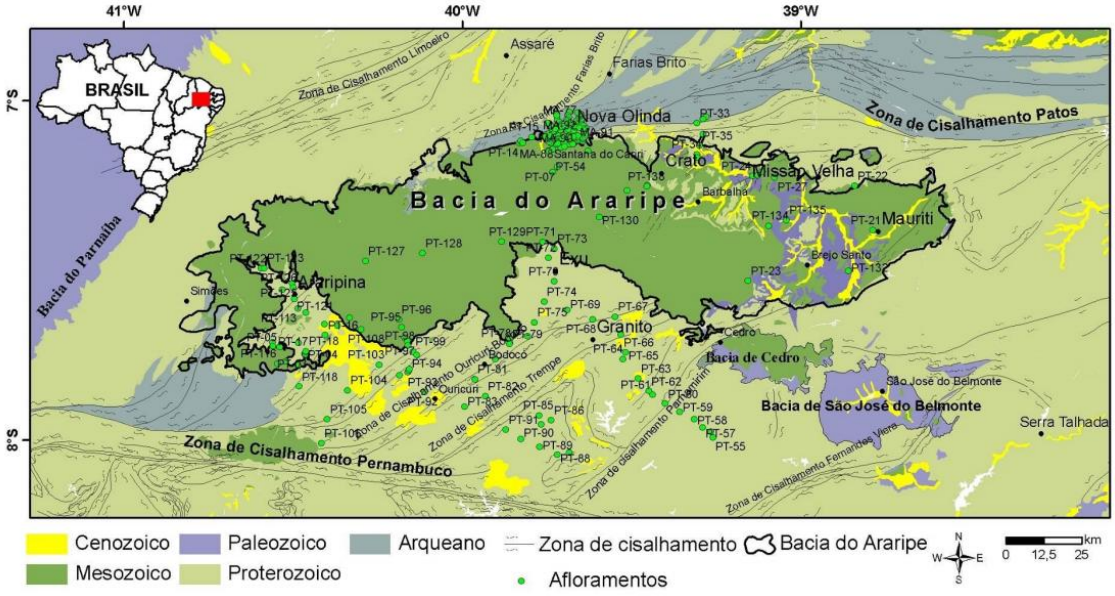


Figura 24: Mapa geológico simplificado da região da Bacia do Araripe com a localização dos afloramentos visitados (Fonte: Miranda, 2015).

Segundo Miranda (2015) a Bacia do Araripe é destacada como uma das mais importantes no interior do nordeste brasileiro e ocupa uma região de cerca de 9.000 km^2.

Em relação ao aspecto exploratório, há o grande interesse na unidade da Formação Crato que faz parte da fase pós-rifte da evolução tectono-sedimentar da bacia. Esta se apresenta como uma formação importante no estudo de análogos diante da possível correlação desses depósitos sedimentares, formados sob condições climáticas e tectônicas semelhantes, no contexto das bacias interiores, com as unidades sedimentares das bacias marginais.

A Formação Crato apresenta intervalos de calcários laminados que passaram por processos deformacionais que resultaram em fraturamento, dissolução e recristalização. Esses depósitos apresentam similaridades físicas com rochas que compõem reservatórios nas bacias marginais (bacia Potiguar) e em especial com laminitos do intervalo pré-sal (Miranda *et al*, 2013).

Outro aspecto importante é que os laminitos da Formação Crato apresenta complexidade geológica (geometria, variação faciológia, isotropia de propriedades petrofísicas) relativamente baixa, o que torna possível um maior controle dos dados modelados, tornando mais confiável a avaliação dos resultados.

As fraturas consideradas nas simulações foram as fraturas de extensão (veios e juntas), que apresentam orientação vertical a sub-vertical e um padrão de fraturamento ortogonal entre si (Figura 25). Essas fraturas ocorrem em dois principais *sets* ou famílias: a) *set*1 N30W e b) *set*2 N50E (Figura 26).

As fraturas extensionais da Formação Crato possuem aproximadamente as mesmas direções preferenciais dos alinhamentos estruturais observados em escala regional na Bacia do Araripe.

Figura 25: Exemplos da ocorrência das fraturas extensionais nos calcários laminados da Formação Crato. Juntas com padrão ortogonal, *set* 1 e *set* 2. (Fonte: Miranda, 2015).

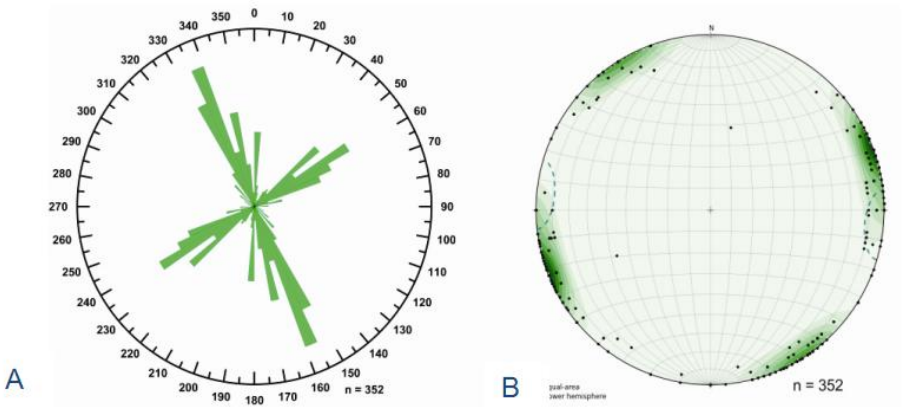


Figura 26: A) Diagrama de roseta da direção das fraturas extensionais. Destaque para os 2 *sets* de fraturamento sistemático, *set* 1 - N30W e *set* 2 - N50E. B) Estereograma de pólos ilustrando as orientações preferenciais das fraturas de extensão (juntas e veios) da Formação Crato. n = número de atitudes. (Fonte: Miranda, 2015).

As Figuras 27 e 28 mostram uma visão de planta dessas estruturas, assim como diagramas de caracterização das fraturas do meio.

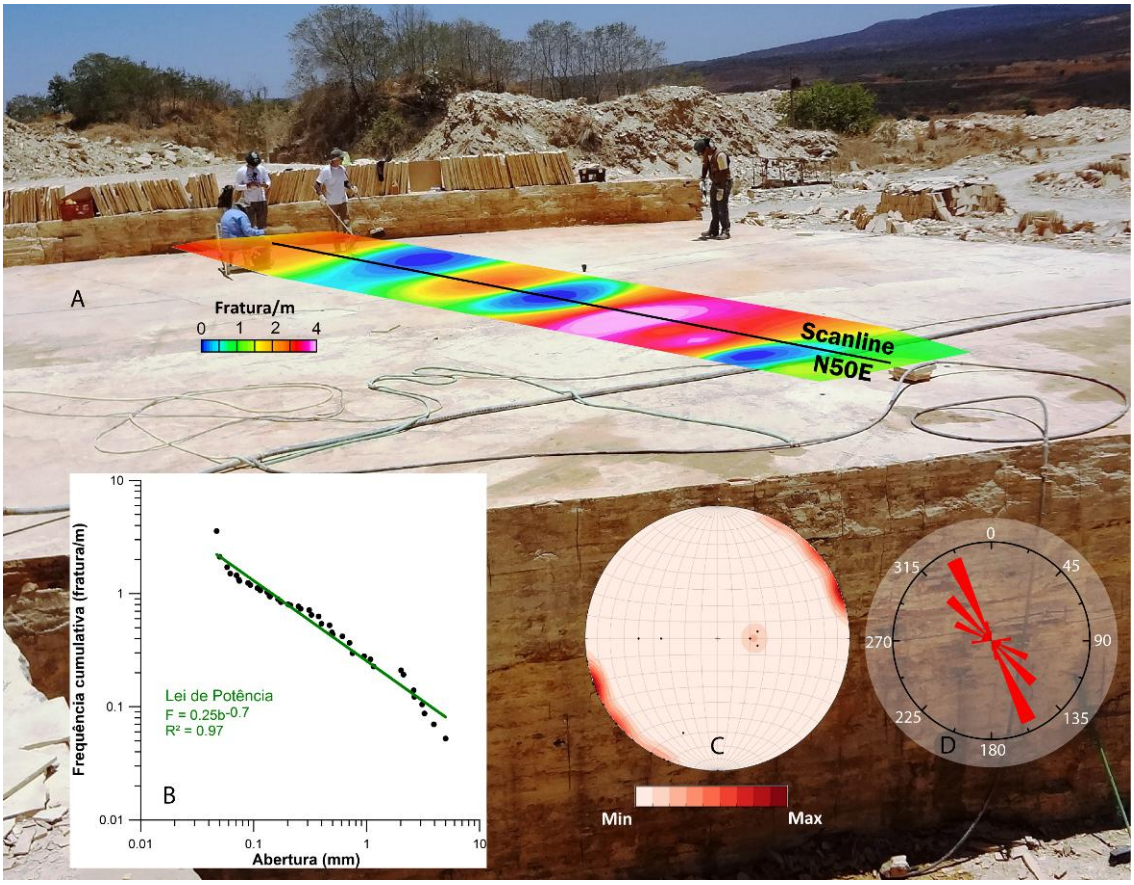


Figura 27: Painel de informações para coleta de atributos das fraturas do *set*1 (**NW-SE**) dos calcários laminados da Formação Crato. A) *Scanline* em pavimento realizada no afloramento destaque para o histograma interpolado da densidade de fraturas ao longo dos 15 m de extensão da linha de varredura; B) Gráfico log-log da distribuição das aberturas das fraturas do *set* 1, notar o alinhamento dos dados de acordo a lei de potência, expoente escalar -0,7; C) Esterograma dos pólos dos planos das fraturas observadas ao longo da *scanline* (n = 23 fraturas); D) Diagrama de roseta da direção das fraturas do *set* 1 (número de atitudes = 23). (Santos *et al.*, 2015)

A Figura 29 mostra a área de estudo (afloramento) onde foram efetuadas as medições com *scanlines* em duas escalas distintas. Nesta figura observa-se que as lâminas foram coletadas ao longo da *scanline* para o estudo na escala micro. Na escala de lâmina também foi aplicada a técnica de *scanline.* Mais detalhes de como isso foi feito pode ser encontrado em Miranda (2016).

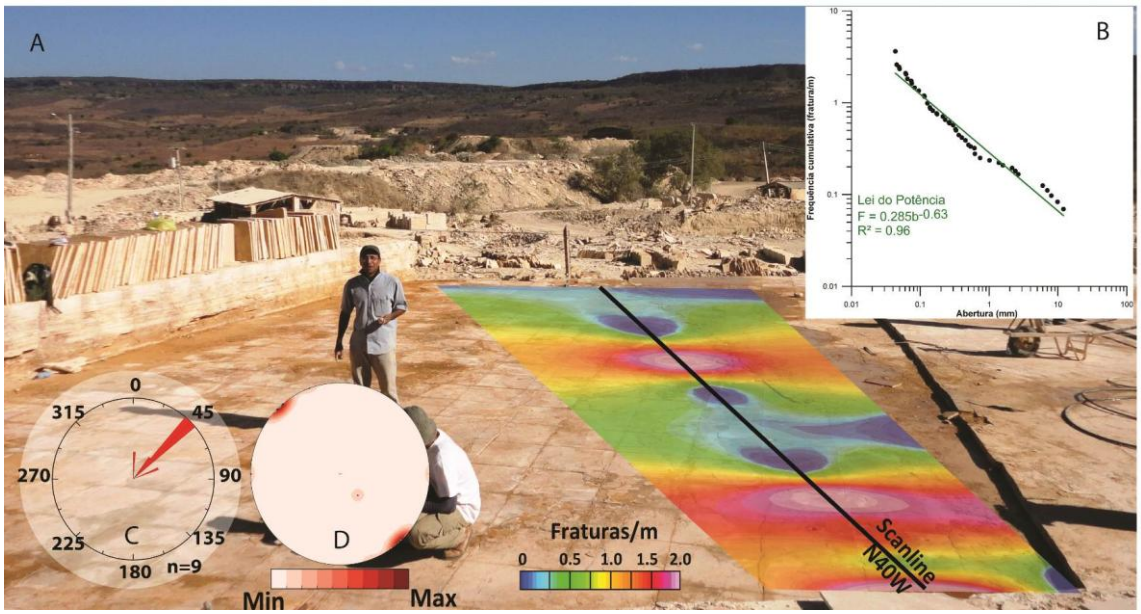


Figura 28: Painel de informações para coleta de atributos das fraturas do *set* 2 (**NE-SW**) dos calcários laminados da Formação Crato. A) *Scanline* em pavimento realizada no afloramento destaque para o histograma interpolado da densidade de fraturas ao longo dos 14 m de extensão da linha de varredura; B) Gráfico log-log da distribuição das aberturas das fraturas do *set* 2, notar o alinhamento dos dados de acordo a lei de potência, expoente escalar -0,63; C) Diagrama de roseta da direção das fraturas do *set* 2 e D) Esterograma de pólos dos planos das fraturas observadas ao longo da *scanline*. n = número de atitudes coletas. (Miranda, 2015)

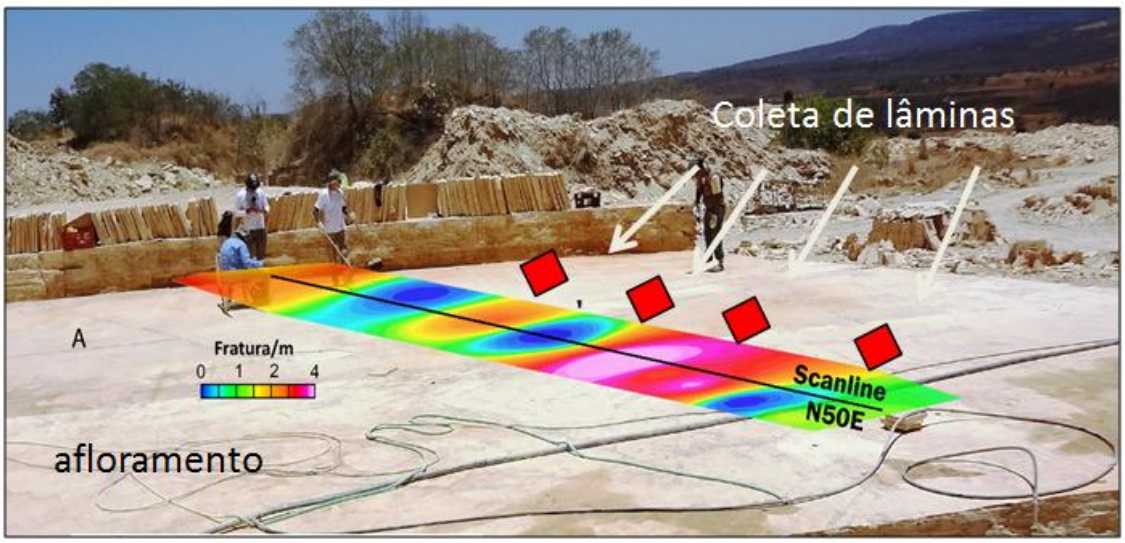


Figura 29: Painel de informações coletadas na *scanline* realizada para coleta de atributos das fraturas do *set* 1 (**NW-SE**) dos calcários laminados da Formação Crato. (Fonte: Santos *et al.*, 2015 – Adaptado)

3.2 Análise de Erros e Incertezas nos Dados da *Scanline*

Sem as considerações da limitação da escala e tamanho dos dados, a estimativa dos parâmetros populacionais, no caso os coeficientes ‘k’ e ‘a’ da equação 3.1, serão obtidos de maneira enviesada.

$$F = aX^{-k} \qquad \text{Eq.3.1}$$

O método de simulação de Monte Carlo foi utilizado para amostragens e análises de acurácia e quantificação do intervalo de confiança para esses dois coeficientes.

Portanto, esta etapa do estudo teve a pretensão de avaliar a propagação de erros e incertezas até a lei de potência dos dados, de campo, obtidos com a *scanline*. Isso porque encontrar a lei de potência para o meio fraturado é uma das etapas essenciais para a caracterização da densidade de fraturas.

Para se considerar as incertezas nos dados de campo foi utilizado um gerador de números aleatórios que respeitasse uma função distribuição de probabilidade lognormal (FDP lognormal) com média e desvio padrão dados. Mais especificamente, para cada valor em particular dos dados da *scanline* foi gerado um conjunto de números aleatórios seguindo a FDP lognormal. Desse modo, foi realizada uma simulação utilizando o Método de Monte Carlo nos dados das *scanlines* visando quantificar o quanto as incertezas nas medidas obtidas com a *scanline* afeta os coeficientes da lei de potência.

Algumas premissas básicas para a consideração de incertezas

O gráfico da frequência acumulada (ou acumulativa) é quase sempre tendencioso devido a limitações de mensuração e pode apresentar comportamento não linear, até mesmo quando as amostras são teoricamente representadas por leis de potência. Alguns erros são incorporados por *outliers* e estes precisam ser encontrados e removidos para obtenção de melhores ajustes. A aquisição de apenas um gráfico de frequências de fraturas pode apresentar grande falta de acuracidado, o que deve ser evitado.

Por esse motivo são necessárias varias medições para a adequada caracterização da estrutura geológica. Nesse sentido, as simulações fornecem uma previsão para o encontro da dimensão fractal real de uma estrutura (coeficiente ‘k’ - Eq.3.1).

O presente trabalho mostra uma maneira de considerar erros e incertezas (vieses) nas amostras de fraturas obtidas com o método de *scanline* que são utilizadas para encontrar a lei de potência.

Por outro lado, ainda existe um problema relacionado ao teste de avaliar se a lei de potência realmente é o modelo mais apropriado. No entanto alguns trabalhos mostram

que os dados das *scanlines* melhor se adequam a essa lei (Ortega *et al.*, 2006; Priest 1993; Guerriero *et al.*, 2014; Santos *et al.*, 2006).

Como já mencionado, as incertezas foram consideradas a partir de uma FDP lognormal com média e desvio padrão dados. Isso tanto para os dados de abertura das fraturas quanto para os dados de espaçamento entre as fraturas.

A função lognormal foi escolhida por admitir apenas valores positivos e ser assimétrica com maior frequência para os valores próximos à zero. Também, segundo a literatura essa função é uma das mais utilizadas para representar tamanhos e aberturas de fraturas (Tonon & Chen, 2006).

Os eixos de plotagem dos gráficos (abertura *versus* frequência de fraturas) são colocados em escala log-log, porque nesse caso o ajuste dos dados da lei de potência fornece uma reta. Para encontrar o melhor ajuste dos dados à lei de potência foi utilizado o método de mínimos quadrados (Mikhail, 1976; Moritz, 1972).

Os dados passam a ser representados em um gráfico log-log, onde no eixo das abscissas estão as aberturas em milímetros e o eixo das ordenadas representa as fraturas acumuladas em (m^{-1}).

No decorrer das simulações, os níveis de erros e incertezas, considerados nos dados, foram admitidos de duas formas distintas, como segue:

1 - Admitindo coeficientes de variação iguais para todos os valores dos dados de aberturas e espaçamentos, ver Figura 30.

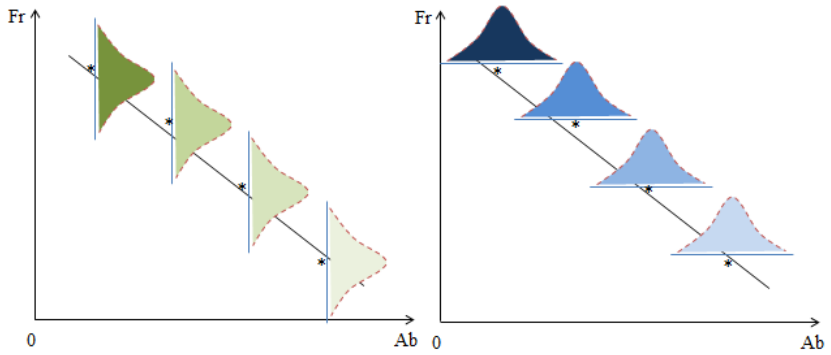


Figura 30: Incertezas nos dados da lei de potência. a) representação da dispersão nas informações de frequência. b) dispersão nos valores de abertura.

Nesse caso os desvios padrão foram atribuídos a partir da variável chamada aqui como coeficiente de incerteza (CU) definida como: CU=(Desv.Padrão)/(medida de Campo). O denominador dessa equação (medida de campo) nos casos em questão foi admitido como: as aberturas e os espaçamentos. Assim, foram empregados um CU_a fixo para todos os dados de aberturas e um CU_s para todos os dados espaçamentos.

2 - Admitindo variâncias ou desvios padrões distintos para cada uma das medidas dos valores experimentais, ou seja, considerando a heterocedasticidade dos dados (Gujarati & Porter, 2011) (Figura 31). No primeiro caso admite-se a homocedasticidade dos dados, ou seja, a variação ou o desvio padrão em torno da linha de regressão é a mesma para todas as medidas.

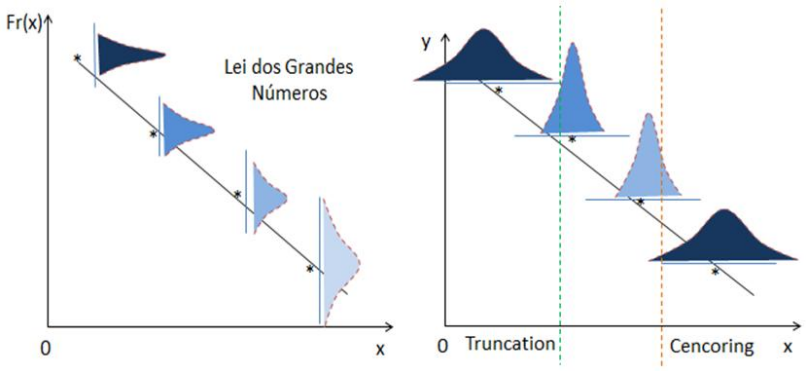


Figura31: Consideração da heterocedasticidade nos dados da *scanline*. Em a) grau de dispersão das fraturas acumuladas. b) representação da dispersão nas aberturas (x).

Neste caso, as incertezas, assim como no estudo anterior, serão atribuídas a partir do CU. Como nesta etapa são considerados os efeitos da heterocedasticidade os valores dos CU_s variaram numa escala logarítmica. Em outras palavras foi determinado um valor de CU para os dados de menor abertura e outro para os dados de maior abertura e, entre esses valores, foi feita uma interpolação logarítmica para obtenção dos CU_s para os dados intermediários a esses valores.

A simulação de Monte Carlo é utilizada na consideração dos erros e incertezas. Isso, porque esse tipo de simulação consiste em realizar sorteios de valores aleatórios independentes (que representam as incertezas) respeitando uma determinada distribuição de probabilidade, com média e desvio padrão dados, para cada valor de medida dos dados das *scanlines*.

Assim, para cada conjunto desses sorteios, em cada uma dessas realizações foram obtidos ajustes com o método de mínimos quadrados e encontradas as leis de potência correspondentes. Portanto a média do conjunto dessas realizações permite encontrar a lei de potência que melhor representa o padrão de fraturamento de estrutura geológica quando se considera erros e incertezas nos dados.

A Figura 32 mostra um esquema da quantificação da propagação dos erros e incertezas consideradas.

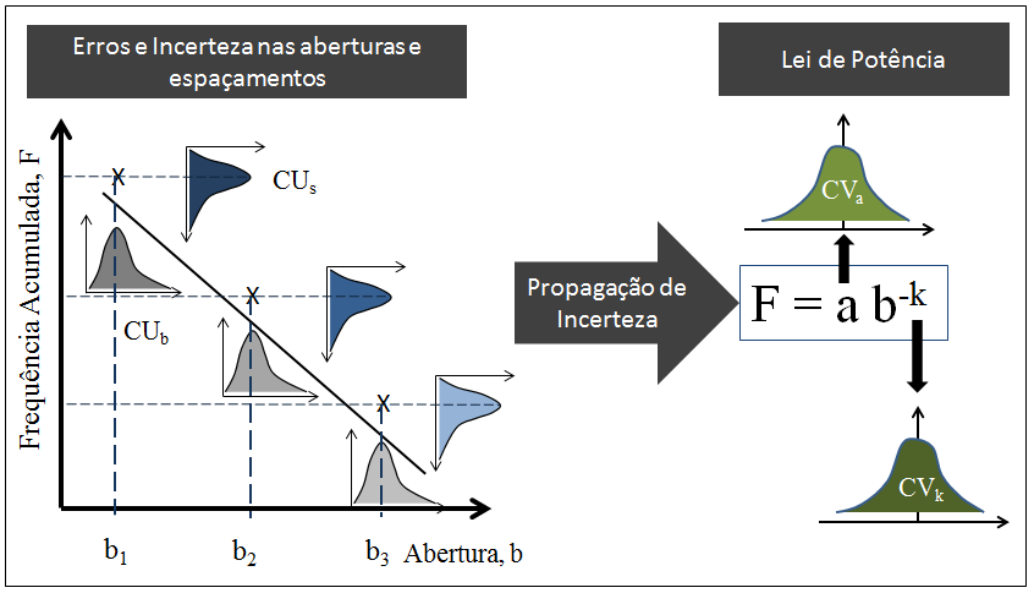


Figura 32: Esquema demonstrativo da propagação de erros e incertezas nas medidas da *scanline* até a lei de potência. CU_s e CU_b (CU_a) são os coeficientes de incerteza para o espaçamento e abertura, respectivamente. Por outro lado CV_a e CV_k são os coeficientes de variação para 'a' e 'k', que são os coeficientes da lei de potência. Fonte: Santos *et al.,(*2015).

3.3 Análise multiescala: obtenção da Lei de Potência das *Scanlines* em duas escalas

3.3.1 Ajuste de Dois Pontos (Guerriero, 2012)

Os problemas provenientes de grandes erros e incertezas, relativos ao *truncation* e *censoring*, nas medições dos dados de *scanline*, a aplicação do método de mínimos quadrados muitas vezes se torna inadequada. Para minimizar esse problema Guerriero (2012) propôs a utilização de apenas dois pontos, de valores de abertura e frequência, para definir a reta da lei de potência em escala log-log. Cada um desses dois pontos é escolhido em escalas distintas. Por exemplo, um ponto deve ser obtido na escala micro e outro na escala de afloramento.

A escolha desses pontos está relacionada com o valor de aberturas de fraturas com a maior frequência de observação, para cada uma das escalas de observação. Isso, como antes mencionado, ganha força devido ao importante conceito fundamental da estatística chamado de Lei dos Grandes Números (LGN).

O tamanho limite de abertura, sugerida pelo autor, para as duas escalas de observação é: 0.5 mm para escala de afloramento e 0.005 mm para microescala. Os pontos são denotados da seguinte forma: (x_1,F_1) para a escala de afloramento e (x_2,F_2) para

microescala. Assim, para determinar o expoente da lei de potência, que é a inclinação da reta que passa por esses dois pontos, basta utilizar a seguinte relação:

$$m = -\frac{ln\left(\frac{F_1}{F_2}\right)}{ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \qquad \text{Eq.3.2}$$

E para determinar o outro coeficiente (*c*) da lei de potência basta utilizar a expressão da reta na escala log-log:

$$\ln c = - m \ln x_2 + \ln F_2 . \qquad \text{Eq.3.3}$$

A Figura 33 mostra uma representação da obtenção da reta na escala log-log da lei de potência, utilizando apenas dois pontos e escalas distintas de observação.

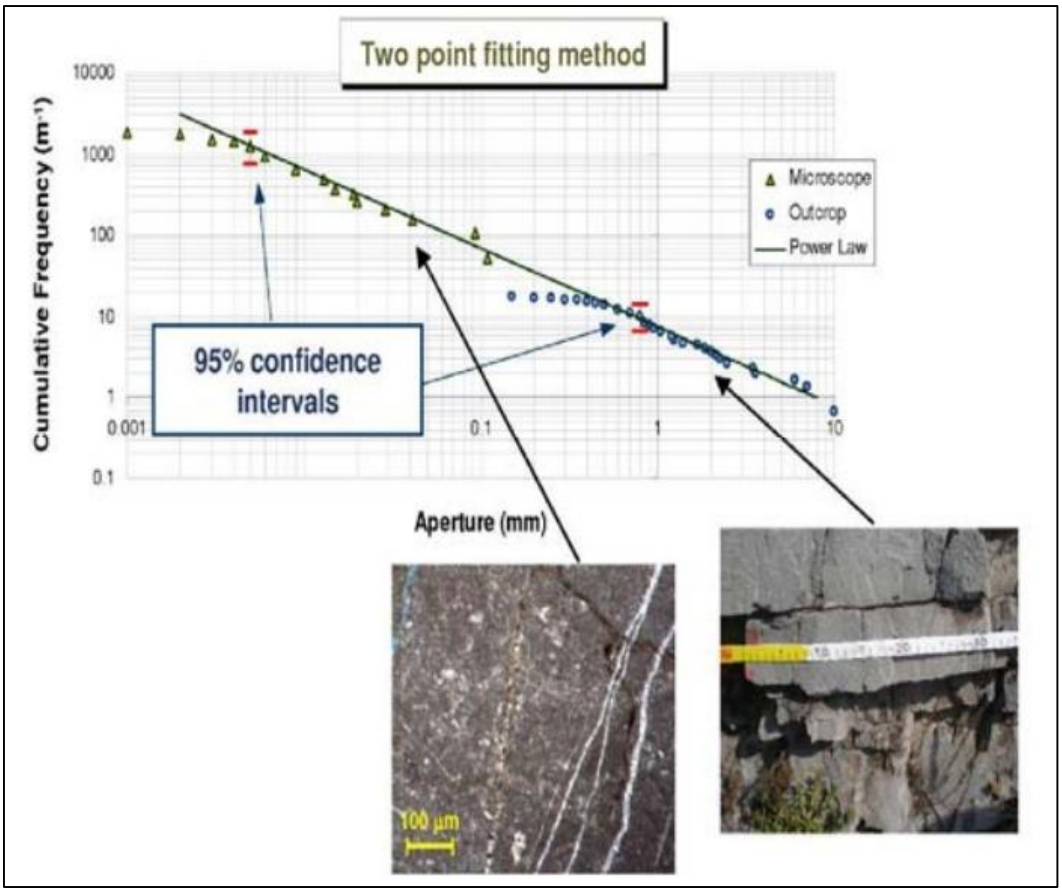


Figura 33: Distribuição da lei de potência, interpolação empírica dos dados, obtidas usando o método dos dois pontos proposto. (Fonte: Guerriero, 2012)

Observa-se que a utilização deste método também permite a rápida obtenção do intervalo de confiança para o expoente da lei de potência.

A Figura 34 mostra as inclinações com um intervalo de 95% de confiança para as retas da lei de potência utilizando o método do ajuste de dois pontos.

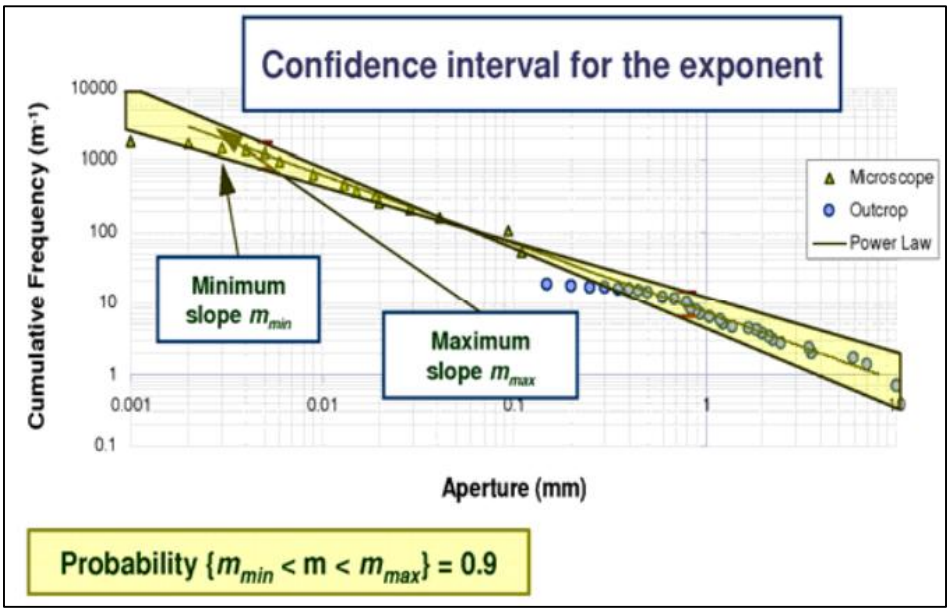


Figura 34: Intervalo de 95% de confiança para os coeficientes da lei de potência (Fonte: Guerriero, 2012)

Vale ressaltar que a verdadeira reta da lei de potência tem a probabilidade de pertencer ou não em 90% das vezes em que forem obtidas retas com esses dados. Esse valor de probabilidade foi encontrado graças à utilização da probabilidade conjunta da reta cair nos dois intervalos simultaneamente. Esse valor é igual ao produto da probabilidade individual de cada intervalo que é a mesma para as duas e vale 95%. Portanto, a probabilidade é $(0.95)^2$, que resulta em 0.9.

Representam-se as frequências por F_{low1} e F_{upp1} como os valores do intervalo de confiança para a escala de afloramento, e F_{low2} e F_{upp2} valores do intervalo de confiança para microescala. Os valores das abscissas para ambas as escalas de afloramento e micro, respectivamente, são: x_1 e x_2 para os dois pontos selecionados. Os coeficientes angulares das equações das retas que limitam o intervalo de confiança de 90% podem ser encontrados utilizando as seguintes equações:

$$m_{upp} = -\frac{ln\left(\frac{F_{low1}}{F_{upp2}}\right)}{ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \qquad \text{Eq.3.4}$$

$$m_{low} = -\frac{ln\left(\frac{F_{upp1}}{F_{low2}}\right)}{ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right)} \qquad \text{Eq.3.5}$$

Onde F_{low1}, F_{upp1}, F_{low2}, F_{upp2} podem ser encontrados utilizando as seguintes equações:

$$F_{low} = \left(1 - \frac{1.96}{\sqrt{N-1}}\right)\frac{N}{L} \quad \text{Eq.3.6}$$

$$F_{upp} = \left(1 + \frac{1.96}{\sqrt{N-1}}\right)\frac{N}{L} \quad \text{Eq.3.7}$$

Onde: N=n+1 representa o número de fraturas detectadas ao longo da *scanline* e L é o tamanho da *scanline*. Assim, N/L representa a densidade de fraturas.

A qualidade de obtenção da lei de potência está relacionada a dois fatores principais: (1) o viés na estimativa da média comparado com o valor populacional conhecido; e (2) a variabilidade (espalhamento) da estimativa no qual indica a precisão. Por isso procurou-se estudar cada um desses fatores.

Os resultados foram divididos em cinco subtópicos, a saber: apresentação e preparação dos dados de micro e macro *scanlines*, ajuste dos dados com mínimos quadrados, método dos dois pontos proposto por Guerriero (2012), método de inferência estatística nos ajustes de mínimos quadrados e exemplo de DFN gerado aleatoriamente com o melhor ajuste encontrado. Vale ressaltar que os limites de confiança para as análises desta etapa da tese foram de 95%, 80% e 75%. Contudo, uma ênfase maior foi dada ao intervalo com 95% de confiança.

3.4 Semivariograma dos Dados de *Scanlines*

Nesta etapa os semivariogramas ou variogramas serão obtidos para cada uma das famílias de fraturas em particular – assim como os dados são obtidos para as *scanlines*. Entretanto alguma característica das fraturas deve ser considerada para coleta de dados.

Até o presente momento, todos os estudos foram realizados sem a consideração da variável espacial. Por isso apenas a informação da lei de potência não serve para caracterizar o posicionamento das fraturas nos modelos de DFN.

Assim surge o empenho em visualizar espacialmente os dados e encontrar possíveis *clusters* e os seus respectivos comprimentos de correlação espacial.

O objetivo desse processo é descobrir se há uma relação entre a distribuição espacial das fraturas e a lei de potência para os dados de *scanlines* e assim propor um modelo de rede de fraturas baseado nas informações espaciais e de lei de potência.

Para buscar a existência ou não de correlação espacial, bem como seu comprimento de correlação, entre as fraturas das *scanlines* foi utilizado o seguinte algoritmo, criado para a obtenção de um semivariograma:

1. Escolher um número de janelas de observação de iguais tamanhos dentro do intervalo onde se encontra a *scanline*;
2. Efetuar a contagem de fraturas dentro de cada uma dessas janelas;
3. A partir do vetor com o número de fraturas da etapa 2, obter o semivariograma unidimensional;
4. Verificar se o semivariograma apresenta alguma correlação espacial para a janela escolhida;
5. Se existe correlação espacial o comprimento de correlação será dado pelo produto entre o alcance do semivariograma com o tamanho da janela de observação;
6. Casa não haja correlação espacial no variograma (etapa 4), escolher outros números de janelas até encontrar uma correlação (se possível).

A Figura 35 apresenta um esquema simplificado deste algoritmo, com apenas dois passos na escolha dos tamanhos de janelas.

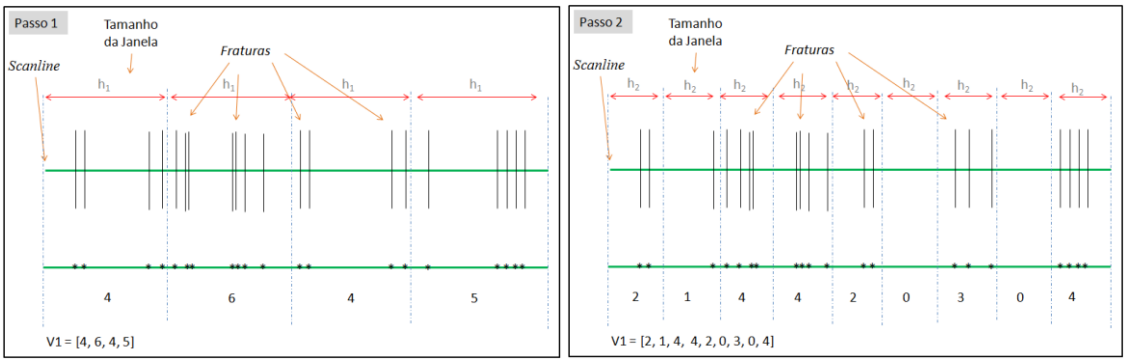


Figura 35: Esquema simplificado do algoritmo para cálculo do semivariograma dos dados de *scanline*.

Para o cálculo do semivariograma vale lembrar de que a função variograma é definida como a esperança matemática do quadrado da diferença entre os valores de pontos igualmente espaçados separados por uma distância h. Conforme equação abaixo:

$$2\gamma(h) = {}^{1}/_{n} \sum_{i=1}^{n} [Z(x+h) - Z(x)]^2 \qquad \text{Eq.3.8}$$

Onde n=nº de pares separados por uma distância 'h', Z(x) valor da variável regionalizada no ponto 'x', Z(x+h) valor da variável regionalizada no ponto x+h.

O principal ganho de informação proveniente da Equação 3.8 é que dados como os mostrados na Tabela 1 podem ser diferenciados quanto à dependência espacial dos dados. Vale ressaltar que as duas séries de dados da tabela apresentam as mesmas estatísticas descritivas.

Tabela 1: Exemplo de séries de dados com estatísticas descritivas iguais, porém correlação espacial distinta.

Nome	Valores									Média	Variância
Série A	1	7	3	6	2	9	4	8	5	5	6,67
Série B	1	3	5	7	9	8	6	4	2	5	6,67

Aplicando-se a Equação 3.8 nas Séries A e B da Tabela 1 é obtida a Tabela 2.

Tabela 2: Dados para construção do semivariograma para as séries A e B.

Intervalo de amostragem	Variância espacial A	Variância espacial B
1	22,00	3,63
2	3,00	12,86
3	23,67	23,83
4	3,80	29,60

Ao plotar os dados da Tabela 2 em um semivariograma (Figura 36) nota-se que apenas a série B apresenta correlação espacial. À medida que o intervalo de amostragem aumenta para a série B, a variância espacial aumenta de maneira consistente. O mesmo não ocorre com a série A. A conclusão é que apenas a série B apresenta correlação espacial.

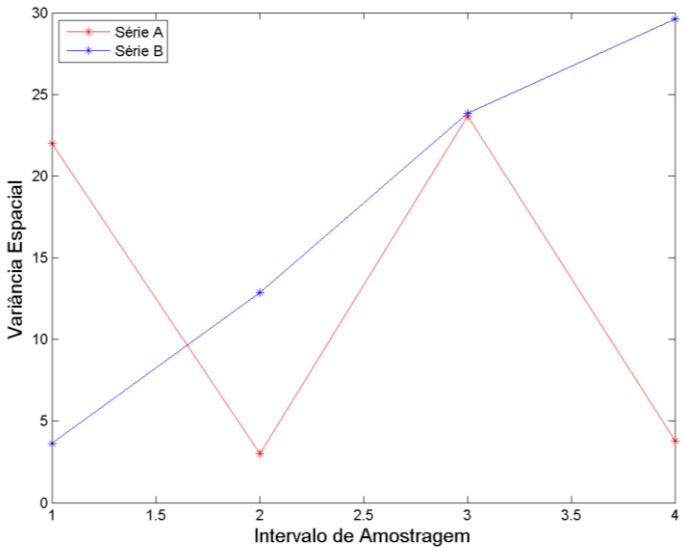


Figura 36: Gráficos dos semivariogramas das séries da Tabela 2 (Adaptado de autor desconhecido).

3.5 Estudo da Forma das Redes Discretas de Fraturas

3.5.1 Tamanho das fraturas

As descontinuidades na forma de falhas e fraturas possuem algumas características importantes, tais como: orientação, tamanho, frequência, geometria da superfície, material de preenchimento.

Obter informações a respeito das aberturas, preenchimentos e os tamanhos das fraturas é de suma importância para entender o comportamento do meio geológico frente a algum fluxo de fluido.

A distribuição de probabilidade dos tamanhos das fraturas em um sistema fraturado é dada por f(l).

Se a localização de uma *scanline*, por exemplo, for imposta de maneira aleatória em relação a uma determinada família de fraturas (descontinuidades) a probabilidade de essa *scanline* cruzar as fraturas dessa família é diretamente proporcional ao tamanho das fraturas. Portanto, segundo Priest (1993) a probabilidade da *scanline* intercepta fraturas com comprimento variando de ‘l’ a ‘l+dl’ é dado pelo produto: k*l*f(l)*dl, onde k é uma constante.

A função distribuição de probabilidade, g(l), das fraturas interceptadas pela *scanline* é dada por:

$g(l)=k*l*f(l)$ Eq. 3.9

$\int_0^\infty g(l)dl = 1$, ou $k\int_0^\infty l\, f(l)dl = 1$

$\int_0^\infty l\, f(l)dl = \mu_l$,

Onde μ_l é a média dos comprimentos das fraturas em todo meio, portanto:

$k = {}^{1}/_{\mu_L}$ e $g(l) = \frac{l\, f(l)}{\mu_L}$

As funções de distribuição de probabilidade para as fraturas de uma determinada família pode admitir uma função (i) exponencial, (ii) uniforme e/ou (iii) triangular. Assim, a partir dessa teoria podem-se encontrar os tamanhos médios das fraturas para que sejam considerados nos modelos de geração de DFN.

3.5.2 Formato das Fraturas

As rochas em geral são geralmente encontradas na natureza com fraturas e a intensidade destas vai depender da escala de observação. Contudo esta etapa do trabalho pretende investigar o efeito do tamanho e do formato de diferentes tipos de fraturas em meios fraturados. Os meios fraturados serão considerados sobre duas perspectivas. Primeiro considerando as fraturas com aberturas constantes (fraturas representadas por retângulos delgados). E uma segunda análise considerando as fraturas com abertura variáveis (representadas por elipses delgadas).

A Figura 37 mostra um padrão de fraturas com os dois tipos de formato.

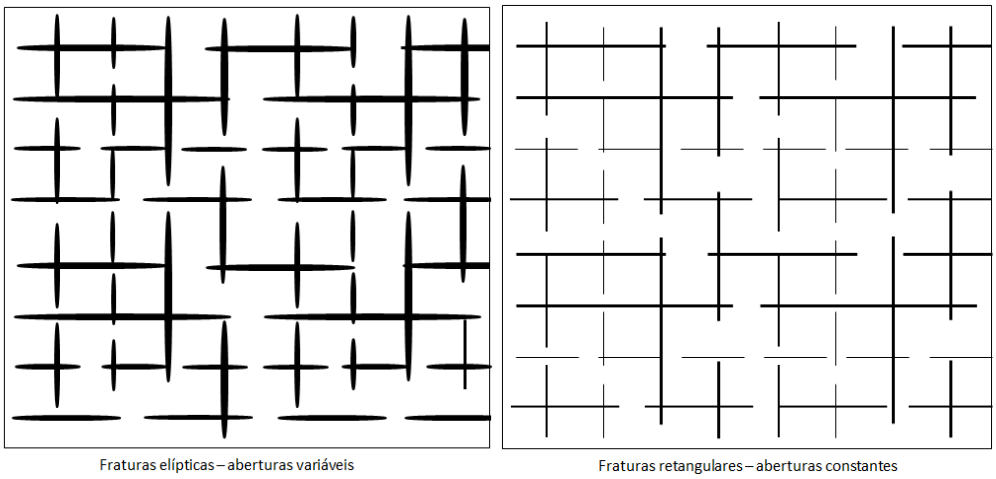


Figura 37: Representações do formato das fraturas nos modelos.

Esse procedimento permitiu verificar como o formato das fraturas, influencia a obtenção dos coeficientes da lei de potência a partir das leituras de *scanlines*.

Diversos autores consideram as fraturas com um formato elíptico (Jaeger 1969; Timoshenko & Goodier 1970; Jaeger & Cook 1979) como mostra a Figura 38. No entanto, com o objetivo de simplificar a representação, as fraturas muitas vezes são consideradas com formas retangulares.

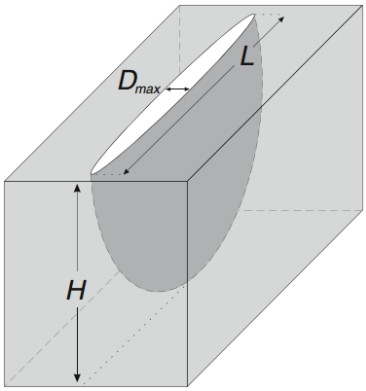


Figura 38: Modelo de fratura elíptica (Klimczak *et al*., 2010).

A Figura 39 mostra um modelo esquemático no qual foi realizado um estudo do formato das fraturas bem como do tamanho das *scanlines* na obtenção da lei de potência.

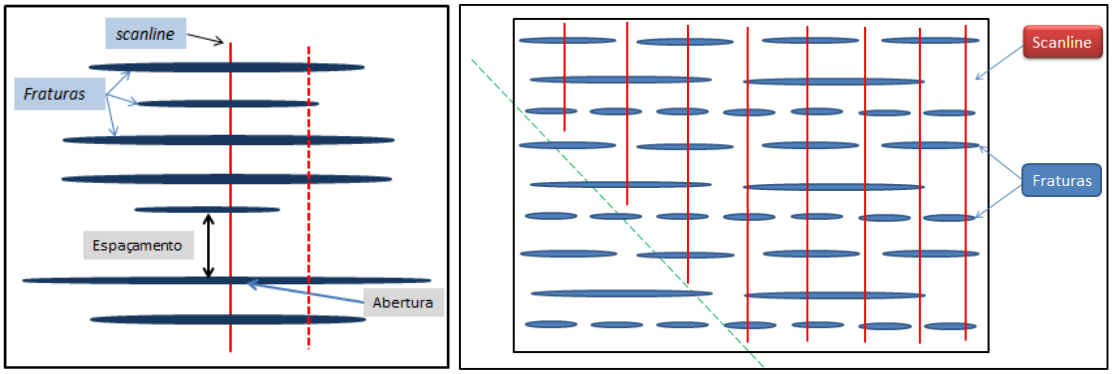


Figura 39: Esquema representativo do estudo da influência do formato e tamanho das *scanlines* na obtenção das leis de potência.

3.5.3 Distribuição das Fraturas

As fraturas podem apresentar uma infinidade de configuração de distribuição e frequência no espaço. Comparar diferentes tipos de medições de *scanlines*, nesses meios, possibilitará um entendimento maior com relação aos critérios de simplificações que são tomados para a representação de modelos de fraturas discretas. Isso porque

esses modelos precisam ser simplificados, a depender da distribuição de fraturas, a fim de viabilizar as simulações computacionais.

A obtenção de modelos de rede de fraturas confiáveis vai depender das informações fornecidas no processo da modelagem. Dados individuais de falhas e fraturas são importantes de serem determinados a partir de secções 2D e 1D (*scanlines*). No entanto, como sabido, essas medidas não são obtidas com exatidão e o nível de acurácia vai depender da escala de observação.

Portanto, esta etapa do trabalho pretendeu computar informações no que diz respeito à variabilidade espacial de famílias de fraturas quando estas são quantificadas a partir de *scanlines* lineares, circulares e retangulares.

Assim foram estudados os mapas de densidades P21, P10 e P22 das fraturas medidos por diferentes técnicas de *scanlines*. Neste caso foram utilizadas *scanlines* lineares, circulares e retangulares como mostra a Figura 40. A pretensão aqui foi descobrir alguma relação entre o padrão de fraturamento com o método de caracterização.

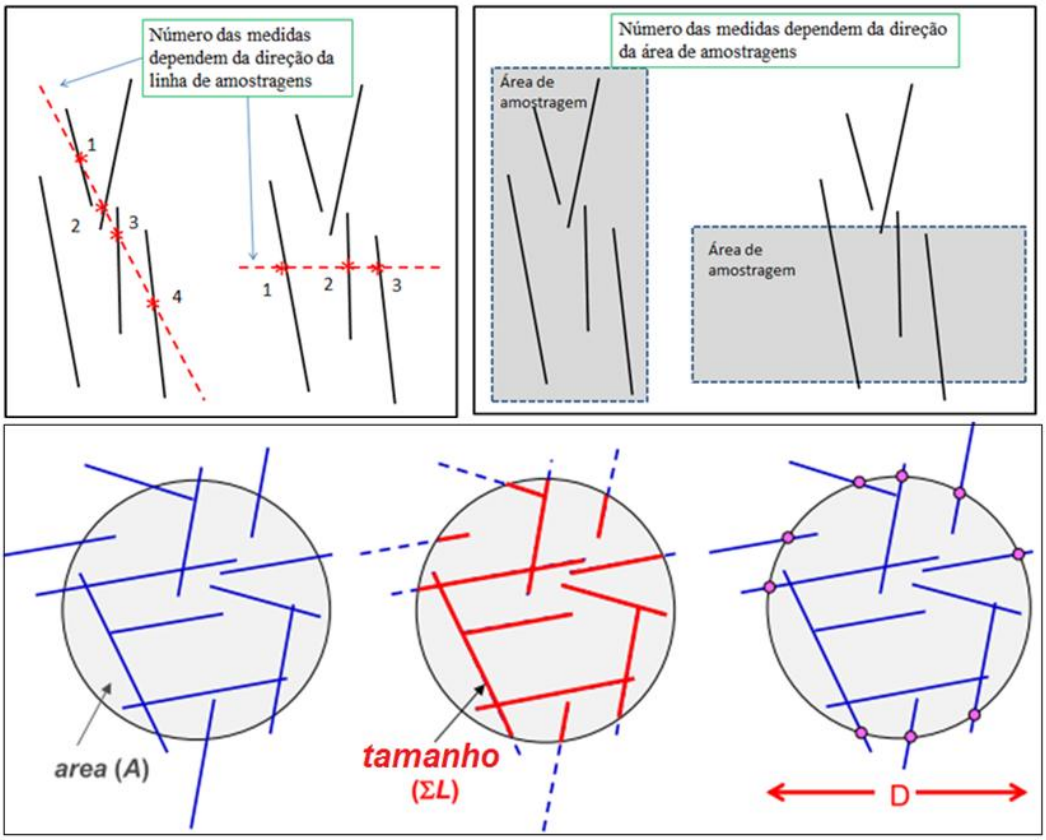


Figura 40: Distintas maneiras de medir padrões de fraturas (Mauldon *et al.*, 2001).

O método mais adequado para caracterizar as fraturas no meio vai depender das propriedades de interesse e da configuração das fraturas. A Figura 41 apresenta alguns exemplos de configuração espacial das fraturas que foram analisados.

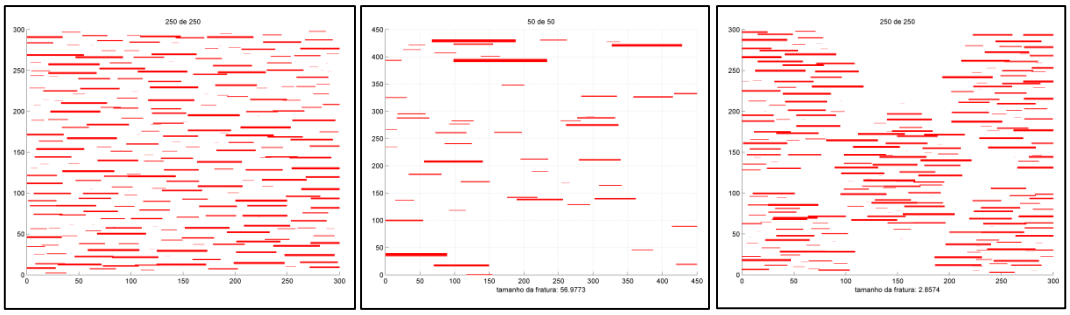


Figura 41: Exemplo de padrões de fraturas retangulares.

A Figura 42 mostra um esquema de como são obtidas os cálculos da relação P10 e P21 em modelos de redes de fraturas.

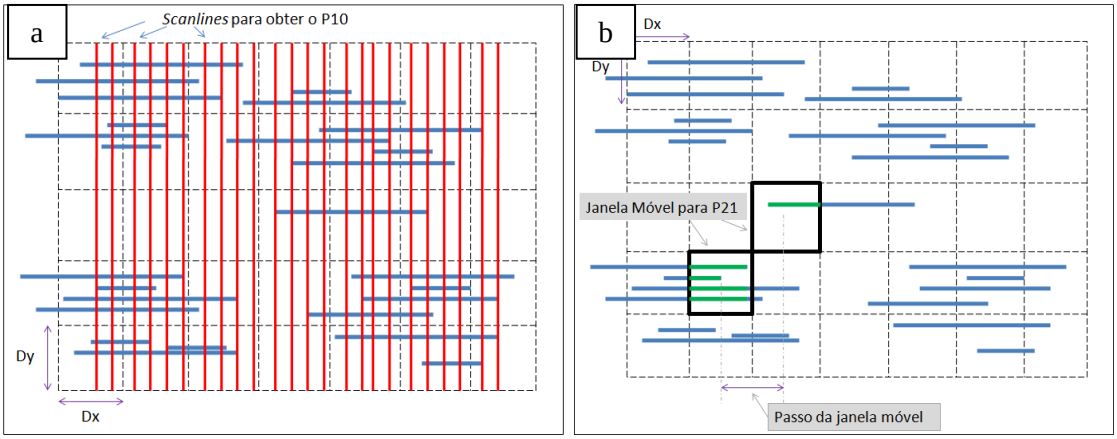


Figura 42: (a) Distribuição das linhas de leitura para obtenção da relação P10 na rede de fraturas, (b) distribuição das janelas móveis para obtenção da relação P21.

3.6 Criação de modelos DFN

Obter uma representação mais fidedigna possível com relação às descontinuidades geológicas presentes nos análogos de reservatório de petróleo é o principal desafio dessa etapa do trabalho. Isso porque os dados e informações conhecidos praticamente são provenientes de medições em escala unidimensional. Neste sentido, deve-se, na medida do possível, extrapolar essas informações e dados para que seja gerado um modelo bidimensional e/ou tridimensional representativo do análogo de reservatório de petróleo.

A Figura 43 mostra um resumo dos principais passos do método seguido para tal problema.

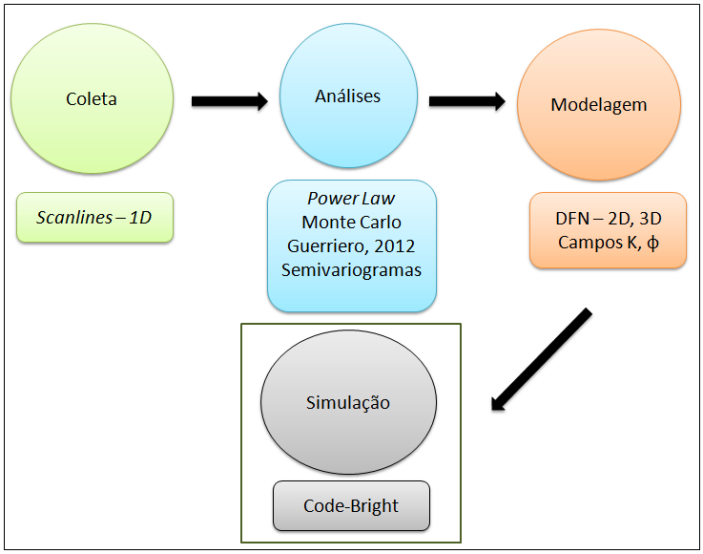


Figura 43: Fluxograma das principais etapas do método seguido. k e phi são respectivamente permeabilidade e porosidade.

Modelos de reservatórios fraturados incorporam pelos menos duas considerações significativas, a saber: meio poroso contínuo sem fratura (rocha intacta) e meio poroso fraturado. Nesse âmbito surgiu a necessidade de se obter modelos de reservatórios de petróleo fraturados com determinados padrões de fraturamento, e para tal foi desenvolvido um *script* em *Matlab* chamado: "Insere_fratura.m". Aqui segue uma breve descrição de como são gerados e apresentados esses modelos de campos com redes de fraturas discretas (DFN). A geração controlada desses modelos é importante, pois oferece subsídio, com os diversos cenários de modelos que são gerados, para as futuras simulações.

O *insere_fratura* tem o objetivo de gerar campos com redes de fraturas discretas considerando dados das *scanlines* e respeitando as principais características das famílias de fraturas, que são: Mergulho, Azimute, frequência P10 (Dershovitz & Herda, 1992), função distribuição de probabilidade (PDF) dos tamanhos de fraturas (lognormal, triangular, constante ou exponencial negativa) e relações entre o tamanho e as aberturas das fraturas (Gudmundsson, 1987).

Deve-se, inicialmente, definir as dimensões do reservatório onde serão geradas as fraturas de maneira aleatória - apenas com relação à posição onde são encontradas, porém respeitando os seguintes vieses de orientação espacial e de frequência:

Viés espacial: o *script* criado aceita diferentes famílias de fraturas. Cada uma dessas famílias é caracterizada por uma orientação espacial definida pelo *Mergulho* (ângulo das fraturas com relação ao plano horizontal) e *Azimute* (ângulo que a fratura faz com relação ao Norte geográfico). Portanto, para cada uma das famílias de fraturas que se deseja gerar, é necessário o fornecimento das respectivas orientações de *Mergulho* e *Azimute*;

Viés de tamanho das fraturas: os tamanhos das fraturas podem ser gerados de maneira totalmente aleatória dentro da região de interesse, assim como utilizando PDFs com médias e desvios padrões dados. Vale ressaltar que uma vez definidos os tamanhos das fraturas é possível estimar as aberturas correspondentes a esses tamanhos a partir de correlações empíricas como as propostas por Gudmundsson (1987);

Viés da frequência das fraturas (P10): na geração do modelo DFN o número de fraturas para cada uma das famílias existentes pode ser especificado em um determinado perfil linear (ou *scanline*) localizado em algum ponto do campo. Desse modo é possível honrar as densidades da relação P10 segundo o critério de obtenção dessas medidas;

Relação empírica entre as aberturas e os tamanho das fraturas: o usuário pode determinar essa relação dentro do código. Caso não possua tal informação, a mesma pode ser encontrada a partir de correlações lineares de PDFs do tipo lognormal, exponencial negativa e triangular.

Uma observação importante é que os números aleatórios gerados podem ser reproduzidos a partir de uma semente de geração de números aleatórios seguindo o método de Mersenne Twister (Matsumoto & Nishimura, 1997). Caso necessário, isso garante a reprodutibilidade do campo de fraturas gerado.

No caso de, existir para um determinado reservatório, dados de perfis de poços com informações de fraturas, o *Insere_fratura.m* consegue identificar as principais possíveis famílias, bem como suas respectivas densidades P10. Para isso o gerador de fratura utiliza o método declusterização K-MEANS.

Uma vez gerada a rede de fraturas (DFN) com a imposição dos devidos vieses e considerações para modelagem, o '*Insere_fratura.m'* fornecerá uma visualização 3D e/ou 2D (se assim for especificada a cota do reservatório). Também, será criado um arquivo "*insere_fratura_fra.dat*" contendo, dentre outros dados, informações de propriedades dos elementos de uma malha de elementos finitos que foram interceptados pelo DFN gerado. Esse arquivo, "insere_fratura_fra.dat", é utilizado nas simulações hidromecânicas com o CODE-BRIGHT (Olivella *et al.*, 1996).

As informações de P10 e gráficos de distribuição dos tamanhos das fraturas e até mesmo rosetas e estereogramas, também podem ser gerados por um módulo de pós-processamento do '*insere_fratura.m'*.

Como etapa final deste trabalho integrado de modelagem de fraturas e modelagem numérica, foi construída uma malha de elementos finitos com base no DFN obtido. Para isto, com o *script* em Matlab, primeiro obtêm-se uma malha de elementos finitos do tamanho do domínio do reservatório de interesse, a ser definido pelo usuário. Posteriormente é feita uma intersecção dos elementos dessa malha com o DFN gerado. A Figura 44 mostra um exemplo da intersecção da malha de elementos finitos com um DFN de duas famílias de fraturas perpendiculares entre si. Os elementos que foram

interceptados pela malha DFN passaram a conter as propriedades das fraturas em questão.

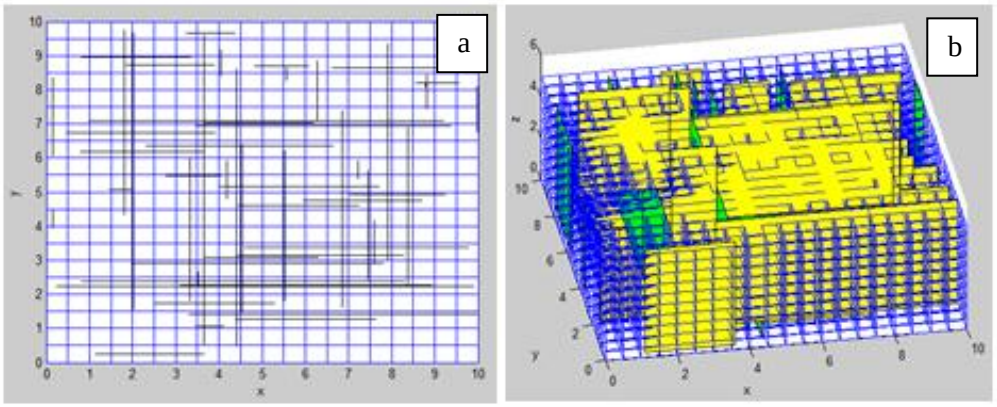


Figura44: Esquema representativo da intersecção da malha de elementos finitos com o DFN. a) visão em planta de famílias de fraturas perpendiculares dentro de um domínio de elementos finitos quadriláteros. b) visão tridimensional dessas famílias.

3.6.1 Modelo de Simulação

Do modelo 3D gerado foram extraídos planos (*slices*) paralelos ao eixo x-y para simulações de fluxo monofásico. A Figura 45 mostra os três principais pontos de obtenção dessas fatias.

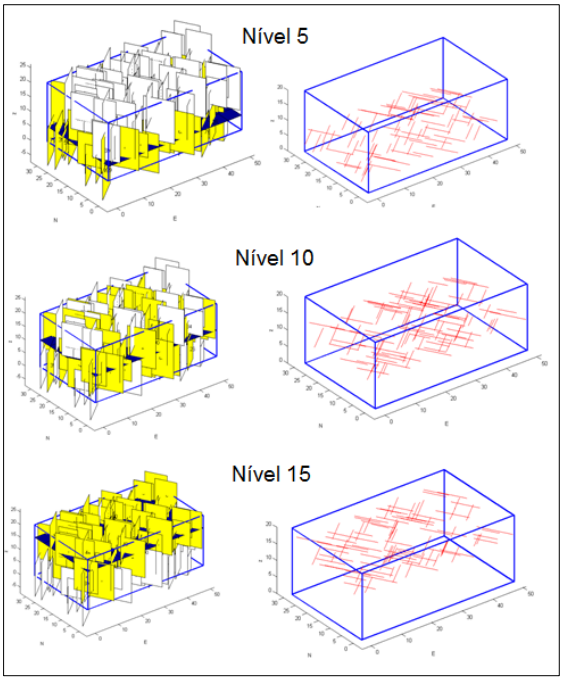


Figura 45: Níveis de coleta de fraturas do modelo 3D para obtenção dos campos de P21.

Uma vez gerado o DFN este poderá ser inserido numa malha de elementos finitos, e considerada uma abordagem de elementos finitos com descontinuidades fortes embebidas, tal como é tratado no programa insere fratura.

Outra abordagem proposta aqui neste trabalho para as simulações de fluxo consiste na geração de uma malha cartesiana de elementos finitos sobre o DFN o que permitiu o cálculo de tensores de permeabilidade para cada elemento seccionado pela fratura. Neste caso tem-se um modelo de propriedade equivalente local. Quando se diz local, significa que as propriedades equivalentes são calculadas elemento a elemento.

O modelo consiste na determinação de um tensor equivalente de permeabilidade k_{ij}^{f} calculado em função de um tensor de permeabilidade direcional k_{ij}, que leva em conta as informações da direção do plano de fratura e o ângulo de mergulho das famílias de fraturas. Este tensor direcional é então multiplicado por um fator de permeabilidade geométrico k que é calculado considerando a abertura das fraturas, o grau de preenchimento destas e a frequência de fraturas. Estes parâmetros permitem a realização do cálculo da porosidade de fraturas ϕ_f.

Logo:

$$k_{ij}^{f} = k k_{ij} \qquad \text{Eq. 3.10}$$

O tensor direcional é definido, considerando o fluxo de fluido unicamente nas fraturas, pela expressão abaixo:

$$k_{ij} = P_{kk}\delta_{ij} - P_{ij} \qquad \text{Eq. 3.11}$$

Sendo:

$$P_{ij} = \delta_{ij} - n_i n_j \qquad \text{Eq. 3.12}$$

Onde *i* e *j* referem-se ao sistema de eixos ortogonais de referência *x*, *y* e *z*, δ_{ij} é o delta de Kronecker e n_i é a componente do vetor unitário normal ao plano da fratura projetada no eixo *i*. P_{kk} é o somatório dos elementos da diagonal principal do tensor P_{ij}.

As componentes n_x, n_y e n_z do vetor normal são definidas em termos da direção do mergulho ϕ_D do plano da fratura e da direção do plano da fratura (orientação ou Azimute) δ que é perpendicular à direção do mergulho (ver figura a seguir). Considera-se aqui que o eixo x está alinhado com a direção do Norte. Nos casos dos estudos para meio fraturado bidimensional, as fraturas serão admitidas como planos verticais paralelos entre si, o que implica em $\delta = 90^o$.

$$n_x = cos\,\phi_D sen\delta$$
$$n_y = \text{sen}\,\phi_D sen\delta$$
$$n_z = cos\,\delta$$

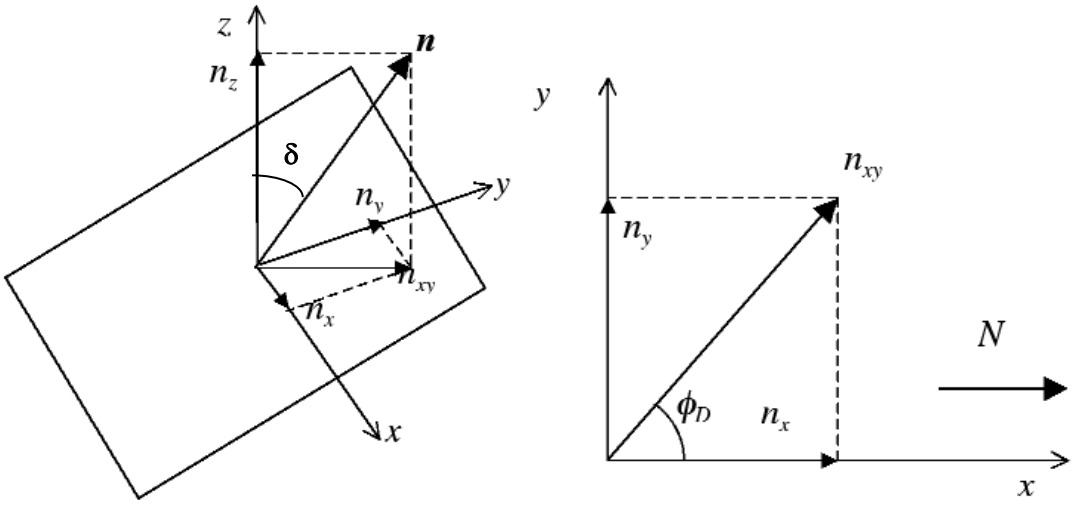


Figura 46: Projeções do vetor normal nos eixos ortogonais de referência e identificação do mergulho e direção do plano da fratura (Gupta *et al*, 2001).

Pode-se definir a porosidade das fraturas ϕ_f como sendo a razão entre o volume de fraturas V_f e o volume total do bloco fraturado *V*, sendo esta a medida da relação P_{33}, bem como pela razão entre a área de fraturas A_f e a área total de observação A, sendo esta a medida da relação P_{22}.

$$\phi_f = \frac{V_f}{V} = P_{33} \quad \text{ou} \quad \phi_f = \frac{A_f}{A} = P_{22} \qquad \text{Eq. 3.13}$$

Mas também se pode escrever a porosidade de fraturas em termos da abertura e densidade ou frequência da fratura (Figura 3.25) da seguinte forma:

$$\phi_f = fw_f = \frac{Nw_f}{H} = P_{10}w_f \qquad \text{ou} \qquad \phi_f = \frac{L_f w_f}{A} = P_{21}w_f \qquad \text{Eq. 3.14}$$

Onde L_f é o comprimento total de fratura (pode ser contabilizada por família de fratura) e w_f a abertura média da fratura. Temos ainda o número de fraturas *N* e o comprimento da linha de observação *H*.

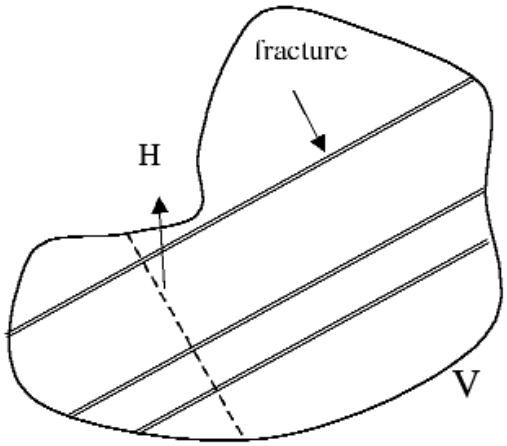


Figura 47: Representação de um bloco de matriz rochosa fraturada e da fratura para um volume representativo (Gupta *et al.*, 2001).

O fator de permeabilidade geométrico *k* é, portanto, determinado em função da porosidade de fratura e também de uma constante adimensional λ, relacionada com o grau de preenchimento da fratura (Oda, 1985; Brown e Bruhn, 1998) que varia de 0 a 1/12, onde valores próximos ao limite máximo indicam que o sistema de fraturas é considerado como canais de placas planas sem nenhum preenchimento (abertas) ou rugosidade lisa, enquanto que para o limite inferior as fraturas encontram-se seladas e com isso sem fluxo de fluido no seu interior.

Com isso, para placas planas, o fator de permeabilidade geométrico pode ser reescrito em função da porosidade da fratura, considerando as duas medidas de densidade de fratura P_{10} e P_{33}, por exemplo.

$$k = \lambda \phi_f w_f^2 = \frac{1}{12}\phi_f w_f^2 \qquad \text{Eq. 3.14}$$

Onde:

$$k = \frac{1}{12}\frac{N}{H} w_f^3 = P_{10} w_f^3 \text{ ou } k = \frac{1}{12}\frac{V_f}{V} w_f^2 = P_{33} w_f^2$$

O tensor de permeabilidade equivalente será determinado para múltiplas famílias de fraturas, através do somatório do tensor individual de cada família. Portanto:

$$k_{ij}^f = k_{ij}^1 + k_{ij}^2 + k_{ij}^3 + ... k_{ij}^n \qquad \text{Eq. 3.15}$$

Caso a matriz intacta da rocha possua permeabilidade que venha a contribuir com o escoamento, compõe-se então um tensor equivalente total que é definido pela soma do tensor de permeabilidade equivalente das fraturas com o tensor de permeabilidade da rocha intacta k^m.

$$k_{ij}^{(f+m)} = k_{ij}^f + k_{ij}^m \qquad \text{Eq. 3.16}$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Este capítulo apresenta os resultados e discussões dos objetivos propostos na metodologia. Assim explicita resultados referentes ao estudo de erros e incertezas nos dados das *scanlines*, estudo de relação entre escalas de observação dos dados, existência ou não de correlação espacial entre os dados estudados, caracterização e influência dos padrões de fraturas na obtenção das *scanlines*, propostas de modelos 2D e 3D de redes discretas de fraturas e por fim, mas não menos importante, uma simulação de fluxo de fluido utilizando o Code-Bright.

Tais análises foram realizadas para dados obtidos na caracterização geológica das fraturas extensionais da Fm. Crato-CE, Brasil, realizadas por Miranda (2015).

4.1 Estudo de Erros e Incertezas

As simulações a seguir foram obtidas utilizando uma das *scanlines* da família de fraturas 2 (N50E) realizadas em laminitos da Formação Crato como descrito no tópico da área de aquisição de dados do Capítulo 3. Essa *scanline* foi escolhida, para os estudos estatísticos, por apresentar dispersões significativas na região do *censoring* e *truncation*. A Tabela 3 mostra os dados de espaçamentos e aberturas de 23 fraturas obtidas em campo com *scanline* de 13,63 m.

Tabela 3: Dados de campo da *scanline*.

Espaçamento (mm)	Aberturas (mm)	Espaçamento (mm)	Aberturas (mm)
1675,158	0,074	231,430	0,611

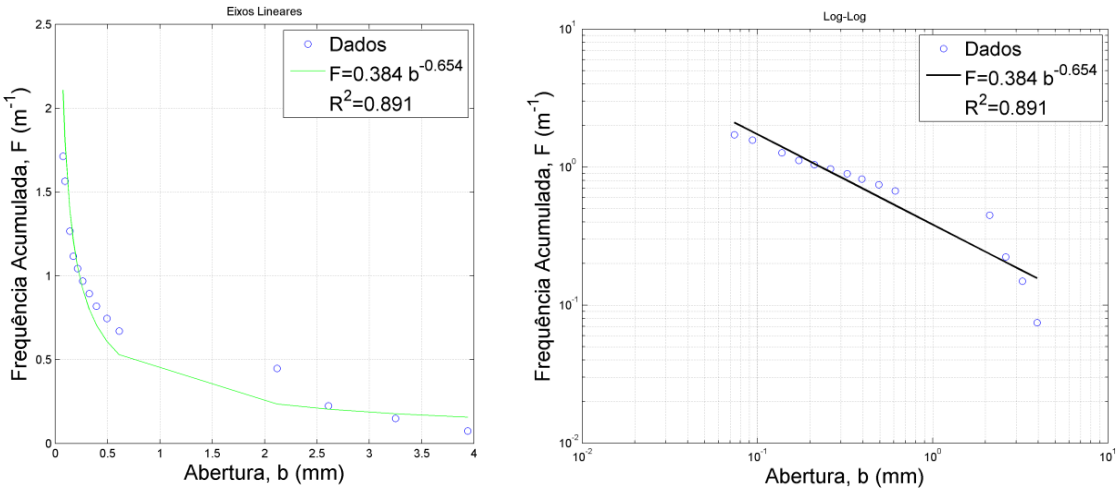
960,188	2,117	196,962	0,094
2127,185	0,094	653,912	0,172
396,878	2,117	226,506	0,212
259,004	0,325	295,442	0,138
462,860	0,138	338,774	0,074
1294,037	3,939	914,886	2,610
154,615	0,492	1449,637	0,094
3,939	0,611	-	-
59,088	0,094	-	-
1331,460	0,394	-	-
48,256	3,250	-	-
35,453	2,117	-	-
20,681	0,611	-	-
262,944	0,261	-	-

Após a aplicação do método proposto por Ortega *et al.,(*2006) obteve-se os valores mostrados na Tabela 4. Esse método visa encontrar a frequência acumulada em função dos tamanhos das aberturas das fraturas.

Tabela 4: Dados após aplicação da metodologia de Ortega *et al.*, (2006).

Classes de Fraturas	Frequência Acumulada (m^{-1})	Abertura (mm)	Classes de Fraturas	Frequência Acumulada (m^{-1})	Abertura (mm)
1	0,075	3,939	13	0,969	0,261
2	0,149	3,250	14	1,043	0,212
3	0,224	2,610	15	1,118	0,172
6	0,447	2,117	17	1,267	0,138
9	0,671	0,611	21	1,565	0,094
10	0,745	0,492	23	1,714	0,074
11	0,820	0,394	-	-	-
12	0,894	0,325	-	-	-

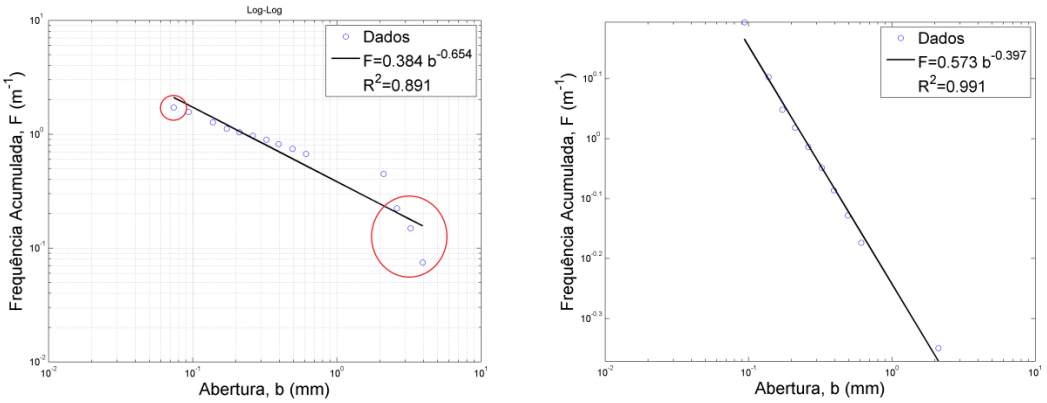
Os gráficos da Figura 48 mostram os dados da Tabela 4 expressos em escala linear e log-log.



(a) (b)

Figura 48: (a) dados ajustados em escala linear, (b) dados ajustados em escala log-log.

Na Figura 49-a observa-se que existem pelo menos quatro artefatos na região de *censoring* e *truncation* (Priest 1995, Ortega *et. al*, 2006). Assim a Figura 4.2(b) mostra um destaque dos pontos que foram removidos (artefatos) e o gráfico construído a partir do calculo de uma nova regressão com os dados remanescentes.



(a) (b)

Figura 49: Curva *power law* de dados de *scanlines* da Fm. Crato com tratamento de artefatos: (a) dados removidos em destaque (artefatos), (b) novo ajuste sem os artefatos.

Nota-se que os artefatos influenciam significativamente os coeficientes da lei de potência. Por esse motivo foram feitas simulações com o Método de Monte Carlo onde foi imposta uma variabilidade nos dados respeitando a função densidade de probabilidades lognormal para representar a variabilidade das medidas estudadas. Portanto, a pretensão principal desse estudo foi encontrar o efeito da influência dos artefatos na determinação dos coeficientes da lei de potência.

4.1.1 Incertezas e erros nos dados

Aqui foi estudado o efeito da consideração de incertezas e erros nas medidas dos dados da *scanline*, após a aplicação do método de Ortega *et al*., (2006), para obtenção da lei de potência. Assim foram consideradas 1.000 amostragens de dados para cada uma das classes de fraturas medidas com a *scanline*. Isso porque, com esse número de amostras, já foi observada uma estabilidade na variabilidade dos dados nas simulações de Monte Carlo.

Os erros considerados nos dados foram atribuídos a partir de amostragens aleatórias respeitando uma função de distribuição de probabilidade log-normal com média e desvio padrão especificados. Neste caso, as médias foram consideradas como sendo os próprios valores das medidas de campo, enquanto que os desvios padrão foram obtidos utilizando o coeficiente de incerteza (CU) relativo a uma medida de dispersão baseada na experiência do geólogo na obtenção das medidas em campo.

As simulações foram realizadas com o método de geração de números aleatórios de Mersenne Twister desenvolvido em 1997 por Makoto Matsumoto e Takuji Nishimura (Matsumoto & Nishimura, 1998). A semente, que é o número usado como ponto inicial do processo iterativo de geração de números pseudo-aleatórios, foi igual a *Seed* = 77.

A seguir são mostrados os resultados das simulações com a consideração de incertezas, separadamente e ao mesmo tempo, em cada uma das medidas de espaçamento entre fraturas e aberturas.

4.1.2 Incertezas e erros apenas nas medidas de espaçamento

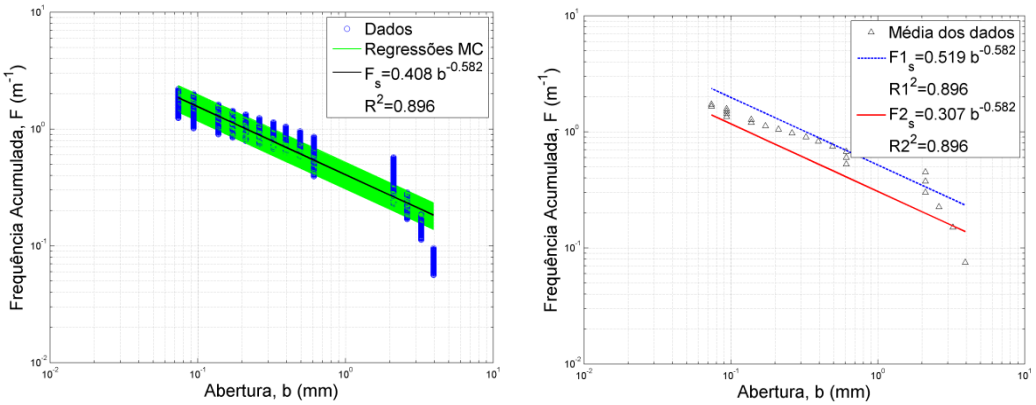
Nesta parte do trabalho foram feitas simulações a fim de mostrar o efeito na obtenção da lei de potência quando considerados erros e incertezas nos dados de espaçamento entre as fraturas medidas na *scanline*.

Em um primeiro momento foram considerados valores de incertezas quaisquer, que não estão apresentados neste trabalho, e o efeito da heterocedasticidade não foi levado em conta. Após esses estudos foram consideradas simulações mais próximas com as incertezas e erros de medidas encontrados em campo e considerando o efeito da heterocedasticidade das variâncias das medidas dos dados.

A partir da experiência de campo para a construção de *scanline*, foi considerado uma dispersão média para o espaçamento de CU_s=30%, enquanto que os dados de abertura foram mantidos sem consideração dos erros e incertezas, ou seja, com um CU_a=0%.

A Figura 50 (a) mostra gráficos com os ajustes de mínimos quadrados para cada um dos conjuntos de dados obtidos com o Método de Monte Carlo (retas em verde), bem como,

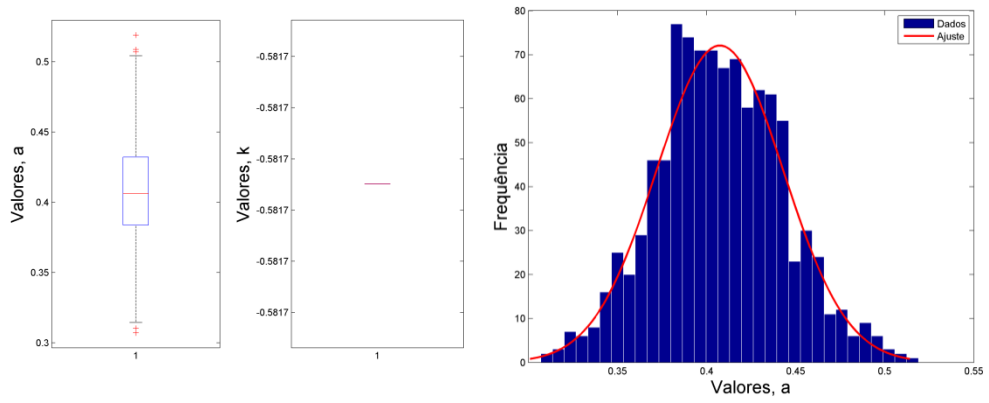
o ajuste médio para esses dados (reta preta). Por outro lado, a Figura 50 (b) mostra as retas extremas ($F1_s$ e $F2_s$) das variações de todos os 1.000 ajustes obtidos com os conjuntos de dados. Nota-se que apenas o coeficiente 'a' da lei de potência varia neste caso, e os limites dessa variação são: 0,307 – 0,519.



(a) (b)

Figura 50: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando consideradas incertezas nas distâncias entre as aberturas.

A Figura 50 (b) mostra que a inclinação (coeficiente angular) das retas do conjunto de todas as regressões não foi alterada, quando apenas se considera erros e incertezas nos dados dos espaçamentos entre as fraturas. Já a Figura 51 mostra gráficos do comportamento dos coeficientes da lei de potência após as 1.000 amostragens de valores aleatórios para cada um dos dados de espaçamento entre as fraturas.



(a) (b)

Figura 51: (a) *Boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b) histograma com ajuste a curva normal para o coeficiente a, quando considerada incerteza apenas nas distâncias.

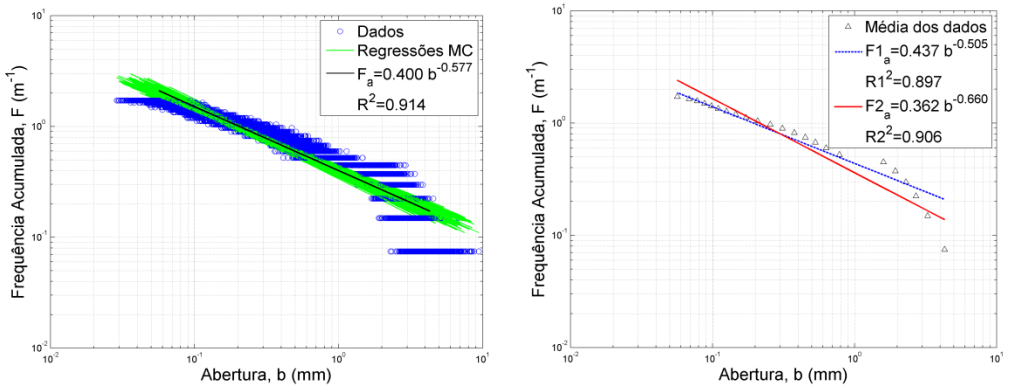
Portanto, como o coeficiente angular das retas de regressão (k) não se altera para esse caso, tem-se variações apenas no coeficiente 'a' da lei de potência, que apresenta

distribuição próxima à curva normal. A média e o desvio padrão, respectivamente, para essa distribuição são: 0,4075 e 0,0355. Isso corresponde a um coeficiente de variação aproximadamente igual CV_a=9%, ou seja, esse foi o valor correspondente à propagação no coeficiente ‘a’ de erros e incertezas impostos nos dados de campo. Por fim o intervalo com 95% de confiança para esse coeficiente é igual a IC_a=[0,4053; 0,4097].

4.1.3 Incertezas e erros apenas nas medidas de abertura

Neste caso foram considerados apenas erros e incertezas nos dados de abertura, isto é um CU_a=30% e, por conseguinte, para os dados de espaçamento um CU_s=0%.

A Figura 52 mostra os ajustes de mínimos quadrados para cada um dos 1.000 conjuntos de dados obtidos a partir do Método de Monte Carlo (retas verdes), bem como o ajuste médio para esses dados (reta preta) e as retas dos ajustes extremos.

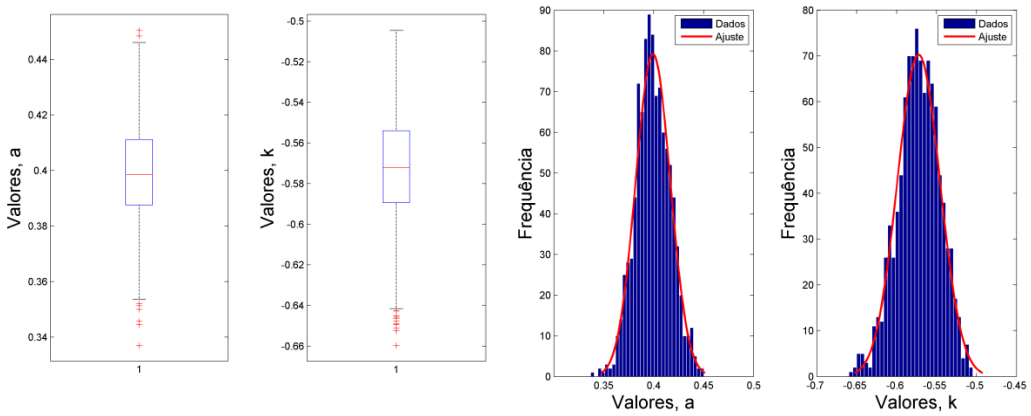


(a) (b)

Figura 52: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando consideradas incertezas nas aberturas das fraturas.

Nota-se, Figura 52 b, que quando atribuímos as incertezas nos dados de aberturas das fraturas são verificadas variações nos dois coeficientes da lei de potência (‘a’ e ‘k’). No entanto, como observado anteriormente, a consideração de incertezas apenas nos dados de espaçamento entre fraturas influenciam apenas no coeficiente ‘a’. Esses resultados evidenciam que os dados de aberturas das fraturas são muito importantes na determinação da lei de potência, e devem ser medidos com o máximo possível de acurácia uma vez que esses influenciam potencialmente os coeficientes dessa lei.

A Figura 53 mostra o comportamento dos coeficientes da lei de potência quando consideradas incertezas apenas nas medidas de aberturas das fraturas. Observa-se que os histogramas dos dois coeficientes da lei de potência apresentaram comportamentos próximos a uma distribuição normal. No caso do histograma do coeficiente 'a' tem-se uma média de 0,3992 e desvio padrão de 0,0173 que corresponde a um CV_a=4,3%, enquanto que o histograma do coeficiente 'k' apresenta média de -0,5725 e desvio padrão de 0,0266 correspondendo a um CV_k=4,3%. Os intervalos com 95% de confiança para cada um dos coeficientes são: IC_a=[0.3981; 0.4002], IC_k=[-0.5742; -0.5709].



(a) (b)

Figura 53: Comportamento dos coeficientes da lei de potência considerando incertezas apenas nas medidas de aberturas das fraturas: (a) *boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b) histogramas com ajustes à curva normal para os coeficientes 'a' e 'k', quando consideradas incertezas apenas nas aberturas.

Contudo, na Figura 54 é mostrado um histograma com os valores dos coeficientes da regressão linear para cada um dos ajustes de retas. O coeficiente de variação dessa variável fornece uma ideia do erro cometido ao se obter a lei de potência para dados de *scanlines* com CU_a=30% e CU_s = 0%.

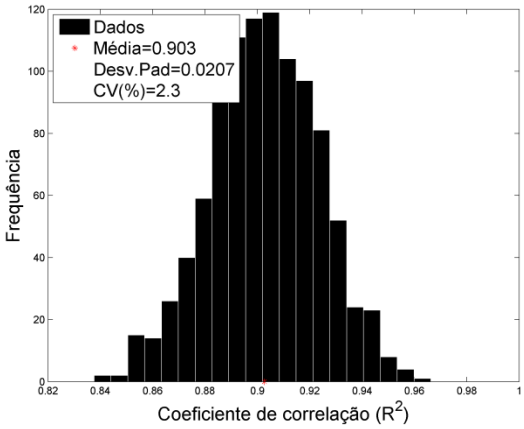
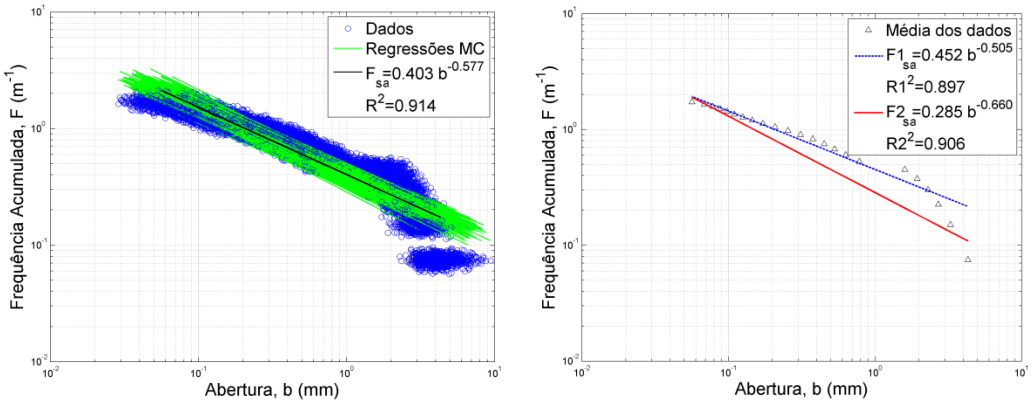


Figura 54: Histograma dos coeficientes de regressão linear para as simulações considerando incertezas e erros apenas nos dados de aberturas.

4.1.4 Incertezas e erros nas aberturas e espaçamentos

Nessa parte do estudo, foi considerado um caso de simulação onde se admitiu incertezas tanto nos dados de espaçamentos entre as fraturas, quando nos dados de aberturas das fraturas. Para isso utilizou-se um CU_s=30% para os erros e incertezas referentes às medições de espaçamentos e um CU_a=30% para os dados das aberturas. Por outro lado, dessa vez foram consideradas 1.600 amostragens de números aleatórios, tendo em vista que as atribuições de incertezas aumentaram e foi necessário o aumento de amostras para alcançar a estabilidade das variações. A Figura 55 mostra o resultado dessas simulações.



(a) (b)

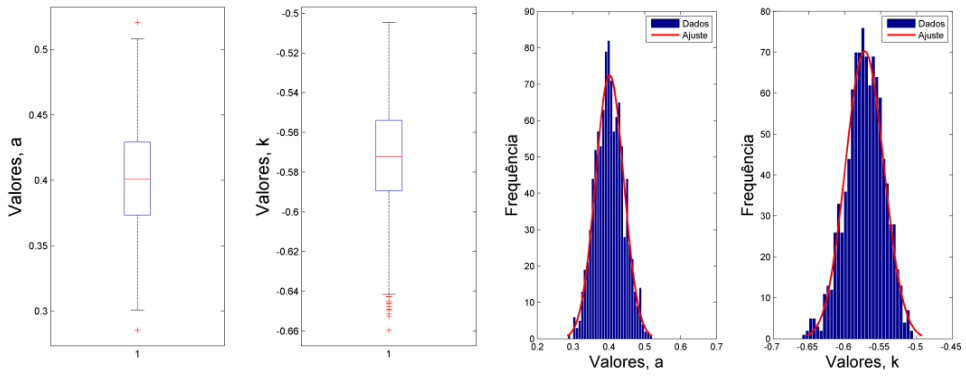
Figura 55: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando consideradas incertezas nos espaçamentos entre fraturas e aberturas.

Da Figura 55 (a) percebe-se que a lei de potência da média das 1.600 amostragens é (F_{sa}=0,403$b^{-0,577}$), e possui praticamente os mesmos coeficientes da equação da Figura

52 (a) (F_a=0,400b$^{-0,577}$) onde foram consideradas incertezas apenas nos dados de aberturas. Esse fato fortalece ainda mais a importância de uma boa aquisição dos dados experimentais das medidas de aberturas das fraturas.

Portanto, vale ressaltar que o efeito da consideração de erros e incertezas nos dados dos espaçamentos pouco influencia, nas simulações de Monte Carlo, quando considerados conjuntamente com os dados de erros e incertezas nas medidas de aberturas.

A Figura 56 mostra o comportamento dos valores dos coeficientes da lei de potência das 1.600 amostragens da simulação. No caso do histograma do coeficiente ‘a’ tem-se uma média de 0,4018 e desvio padrão de 0,0392 que corresponde a um CVa=10%, enquanto que o histograma do coeficiente ‘k’ apresenta média de -0,5725 e desvio padrão de 0,0266 que corresponde a um CVk=10%. Os intervalos com 95% de confiança são: ICsa_a = [0.3993 0.4042], ICsa_k=[-0.5742 -0.5709].



(a) (b)

Figura 56: Comportamento dos coeficientes da lei de potência considerando incertezas nas medidas de espaçamentos e aberturas das fraturas: a) *boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b) histogramas com ajustes a curva normal para os coeficientes ‘a’ e ‘k’, quando considerada incerteza nas distâncias e aberturas.

Na Figura 57 é mostrado um histograma com os valores dos coeficientes da regressão linear para cada um dos ajustes de retas.

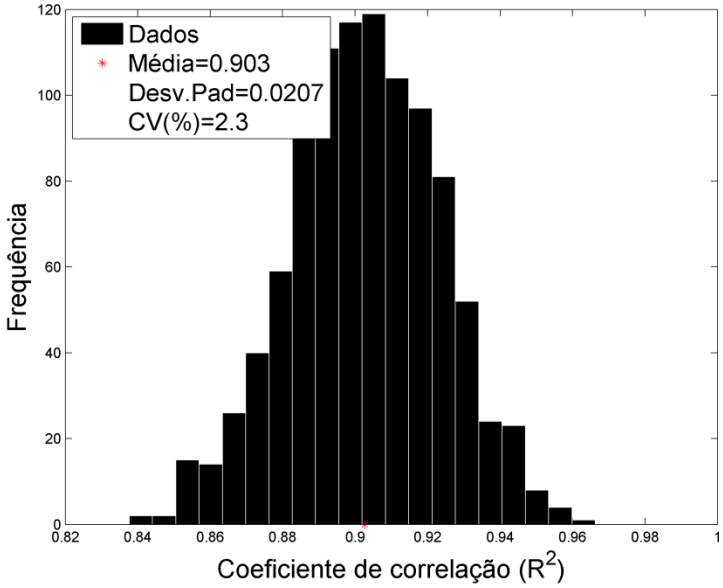


Figura 57: Histograma dos coeficientes de regressão linear para as simulações considerando incertezas e erros nos dados de distâncias e aberturas.

4.1.5 Estudo considerando Heterocedasticidade

Em seguida, foi realizada uma simulação considerando erros e incertezas nas medidas de aberturas e espaçamento. Só que agora considerando o efeito da heterocedasticidade (Gujarati & Porter, 2011; Pindyck & Rubinfeld, 2004) nas medidas de aberturas após a metodologia de Ortega *et al*., (2006). Nesse caso, as aberturas que possuem menores tamanhos apresentam mais erros do que as medidas de aberturas com tamanhos maiores. Isso porque, o usuário fica limitado visualmente com a régua de comparação (*comparetor)* ver Figura 14.

A consideração de erros e incertezas para a menor medida dos dados de abertura foi de CU_{a_min}= 30% enquanto para a maior medida de abertura foi de CU_{a_max} = 10%. Para os coeficientes de incerteza dos dados intermediários foi feita uma interpolação logarítmica de valores de CU para cada um dos dados. Como esse estudo foi aplicado após a metodologia de Ortega *et al.*, (2006), as incertezas nos espaçamentos entre as fraturas foram utilizadas para obtenção das frequências acumuladas e as incertezas e erros impostos para essas medidas foram CU_f=30%.

A Figura 58 mostra os gráficos com os valores dessa interpolação logarítmica para os valores de CU_a das aberturas.

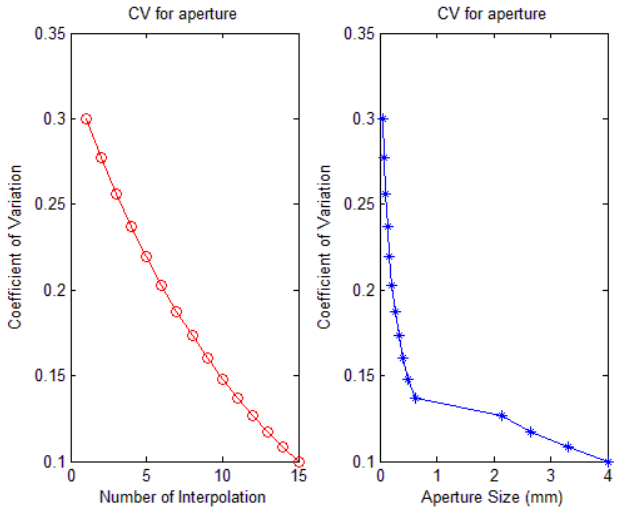
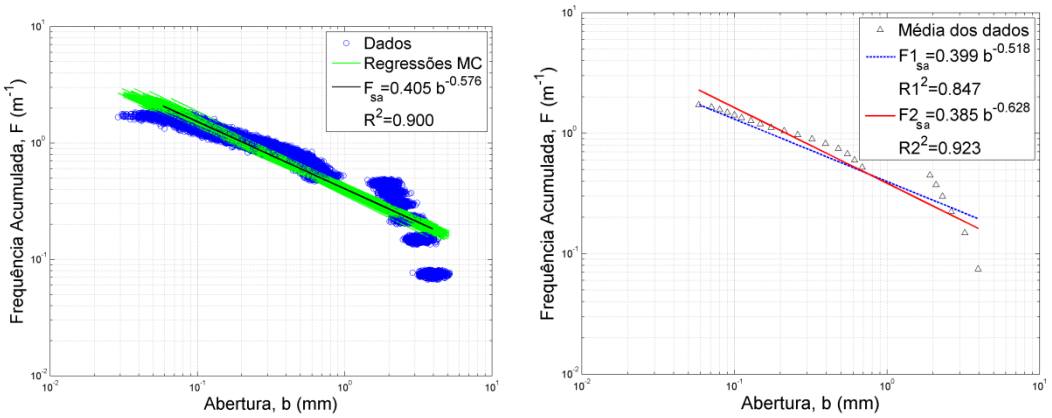


Figura 58: Coeficientes de incerteza para cada uma das medidas dos dados de aberturas.

Os resultados para a consideração da heterocedasticidade, para os tamanhos de aberturas, em uma simulação considerando 1.000 amostragens, são mostrados na Figura 59.

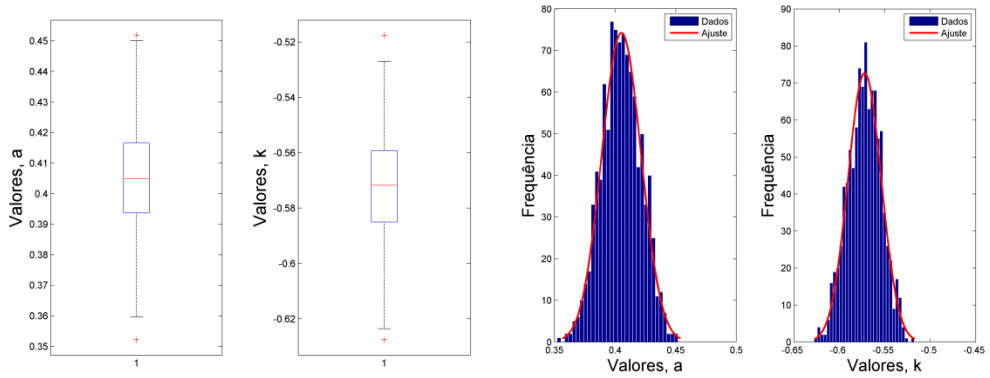


(a) (b)

Figura 59: (a) Ajustes dos dados das simulações, (b) extremos das retas dos ajustes das simulações quando considerada a heterocedasticidade nos dados de aberturas.

Podemos observar que a equação média da lei de potência é $F_{sa_h} = 0{,}405*b^{-0{,}576}$ praticamente a mesma de quando não se considera o efeito de heterocedasticidade, no entanto podemos notar na Figura 59 (a) que o número de *outliers* nos gráficos de *boxplot* foi bem menor que o caso anterior, sem heterocedasticidade.

A Figura 60 apresenta os gráficos com o comportamento dos dados na simulação.



(a) (b)

Figura 60:(a) *Boxplot* dos coeficientes da lei de potência, (b) histogramas com ajustes a curva normal para os coeficientes ‘a’ e ‘k’, quando considerada heterocedasticidade nas aberturas.

Na Figura 60 o histograma para os coeficientes ‘a’ possui uma média de 0,4050 e desvio padrão de 0,01621 que corresponde a um CVsa_ha=4%, enquanto que o histograma do coeficiente ‘k’ apresenta média de -0,5723 e desvio padrão de 0,01829, CVsa_hk=4%. Os intervalos com 95% de confiança para os coeficientes ‘a’ e ‘k’ respectivamente são: IC_ah=[0.404 0.4061], IC_kh=[-0.5734 -0.5711].

A Figura 61 mostra o histograma do coeficiente de regressão para cada uma das realizações. Nota-se que o CV para R^2 nesse caso, CV=1,2%, foi bem inferior aos demais. Isso mostra que houve uma propagação de incerteza menor, uma vez que mais informações a respeito da variabilidade das medidas de abertura foram adicionadas a simulação.

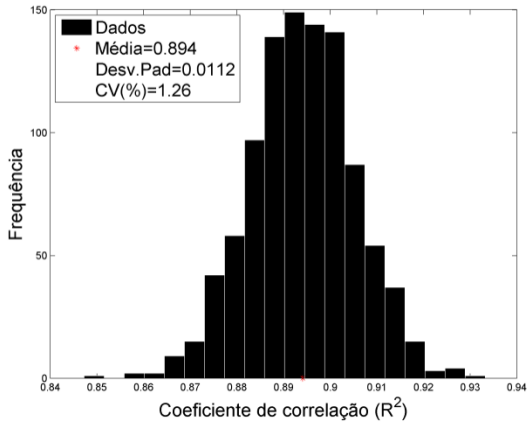


Figura 61: Histograma dos coeficientes de regressão linear para as simulações considerando heterocedasticidade.

A Tabela 5 apresenta um resumo com os valores dos coeficientes para cada um dos casos simulados.

Tabela 5: Resumo das simulações de Monte Carlo. Onde: *PL=Power Law*, s = espaçamento, b=abertura, IC=intervalo de confiança e CV=coeficiente de variação.

Análise	CU(%)		Coeficientes PL		CV(%)	95% de Confiança	
	s	b	CVa(%)	CVk(%)	R^2	ICa	ICk
s	30	0	9	0	0	[0.4053 0.4097]	-
b	0	30	4	4	2,3	[0.3981 0.4003]	[-0.5742 -0.5709]
s + b	30	30	10	10	2,3	[0.3993 0.4042]	[-0.5742 -0.5709]
Hetero s com b	[10-30]	30	4	4	1,3	[0.4040 0.4061]	[-0.5734 -0.5711]

4.2 Estudo da Lei de Potência das *Scanlines* em duas escalas

Como já mencionando na Formação Crato existem duas principais famílias de fraturas, no entanto, as análises a seguir foram realizadas utilizando apenas as *scanlines* da família de fraturas (N50E). Essa família de fraturas foi escolhida pelo fato das *scanlines* na escala micro apresentarem melhores ajustes com as *scanlines* da escala macro.

As Tabelas 6 e 7 mostram os dados de *scanlines* obtidas em afloramento e nas lâminas, respectivamente. Mais informações com respeito a esses dados podem ser encontradas em Miranda, 2016.

Tabela 6: Dados das *scanline* de afloramento (macro).

Classes de Fraturas	Frequência Acumulada (m^{-1})	Abertura (mm)	Classes de Fraturas	Frequência Acumulada (m^{-1})	Abertura (mm)
1	0,0175	150,3500	37	0,6464	0,3250
2	0,0349	29,8860	41	0,7162	0,3101
3	0,0524	5,0000	42	0,7337	0,2610
4	0,0699	3,9392	44	0,7686	0,2490
5	0,0873	3,2499	45	0,7861	0,2117
6	0,1048	3,1010	46	0,8036	0,2020
7	0,1223	2,6399	48	0,8385	0,1743
8	0,1398	2,6097	49	0,8560	0,1723
11	0,1922	2,1173	51	0,8909	0,1645
12	0,2096	2,0203	54	0,9433	0,1395
13	0,2271	1,1500	56	0,9783	0,1379
15	0,2620	1,0806	59	1,0307	0,1316
16	0,2795	0,9500	60	1,0481	0,1150
17	0,2970	0,7500	61	1,0656	0,1146
21	0,3669	0,7048	64	1,1180	0,1081
24	0,4193	0,6106	68	1,1879	0,0936
25	0,4367	0,5000	71	1,2403	0,0893
26	0,4542	0,4924	74	1,2927	0,0747
30	0,5241	0,4699	76	1,3276	0,0739
31	0,5415	0,3985	83	1,4499	0,0705
32	0,5590	0,3939	86	1,5023	0,0620
36	0,6289	0,3759	-	-	-

Tabela 7: Dados das *scanline* de lâmina (micro).

Classes de Fraturas	Frequência Acumulada (m^{-1})	Abertura (mm)	Classes de Fraturas	Frequência Acumulada (m^{-1})	Abertura (mm)
1	0,1609	1,1310	11	2,0916	0,0500
2	0,3218	1,0300	12	2,2525	0,0360
3	0,4827	0,8500	13	2,4134	0,0180
4	0,6436	0,6600	14	2,5743	0,0150
5	0,8045	0,5000	15	2,7352	0,0130
6	0,9654	0,3890	16	3,8961	0,0100
7	1,1263	0,3600	17	4,9179	0,0040
8	1,2872	0,1860	-	-	-
9	1,4480	0,1460	-	-	-
10	1,7698	0,0660	-	-	-

Preparação dos dados da micro e macro escala

O objetivo desta etapa foi entender como estão distribuídos os dados de frequência acumulada e aberturas de fraturas em relação a lei de potência ajustada.

Os gráficos da Figura 62 mostram os dados da Tabela 6 (afloramento) plotados em escala linear e log-log.

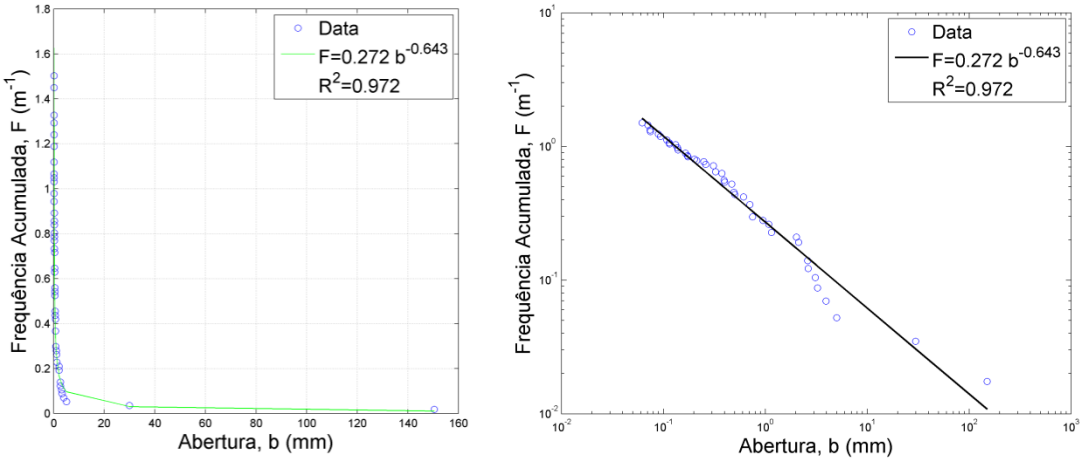


Figura 62: (a) Ajuste de mínimos quadrados dos dados de afloramento em escala linear, (b) em escala log-log.

Da Figura 63 observa-se que o coeficiente 'k_{macro}' da lei de potência apresenta valor de -0.643. Este mesmo valor deveria ser esperado para a escala micro (lâmina), uma vez que os dados pertencem à mesma formação geológica e família de fraturas.

A Figura 4.16 mostra a regressão linear dos dados de *scanlines* obtidos em lâminas (Tabela 7).

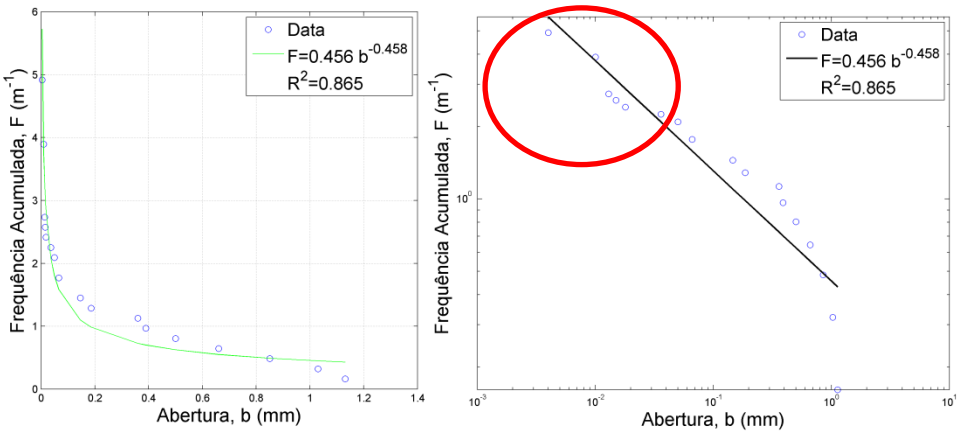


Figura 63: (a) Ajuste de mínimos quadrados dos dados de lâmina em escala linear, (b) em escala log-log.

Observa-se que o k_{micro} da lei de potência (Figura 63) apresenta o valor de -0.458. O valor desse coeficiente é aproximadamente 30% inferior ao da escala macro. No entanto, a Figura 64 apresenta a regressão linear dos dados após a retirada dos 6 dados destacados com um circulo vermelho na Figura 63(b), que melhora bastante essa aproximação. Esses dados foram retirados por provavelmente estarem superamostrando fraturas com grandes aberturas.

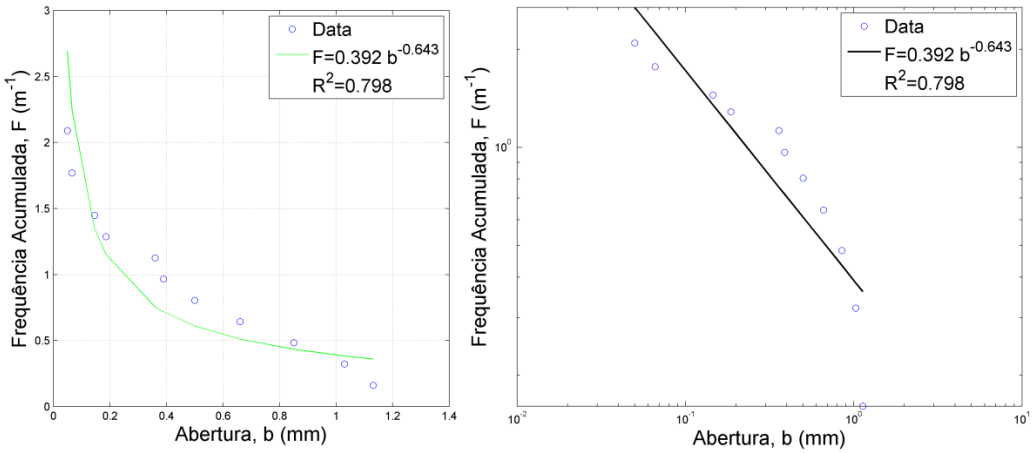


Figura 64:(a) Ajuste de mínimos quadrados dos dados de lâmina em escala linear, (b) em escala log-log, após a retirada de alguns dados.

Podemos observar desse último ajuste, Figura 64, que a inclinação da reta dada pelo coeficiente 'k_{micro}' da lei de potência é exatamente o mesmo valor do coeficiente da lei de potência para a escala macro (afloramento).

A Figura 65 mostra o ajuste conjunto de mínimos quadrados dos dados de afloramento e de lâmina.

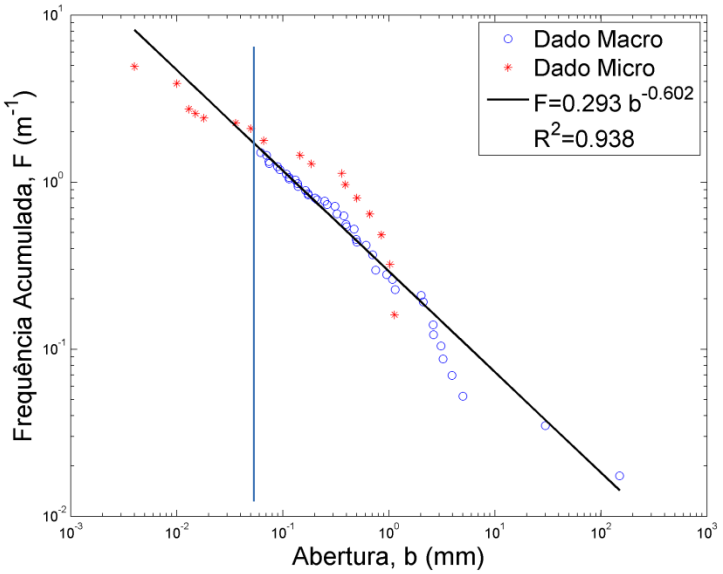


Figura 65: Ajuste de mínimos quadrados dos dados de lâmina e afloramento.

A partir da Figura 65 nota-se que várias medidas da micro escala (lâmina) tiveram a mesma faixa de observação da macro escala (afloramento). Assim, para aplicação das análises estatísticas algumas medidas da micro*scanline* foram desconsideradas. Portanto, apenas as medidas apresentadas na Figura 66, foram utilizadas nos estudos a seguir.

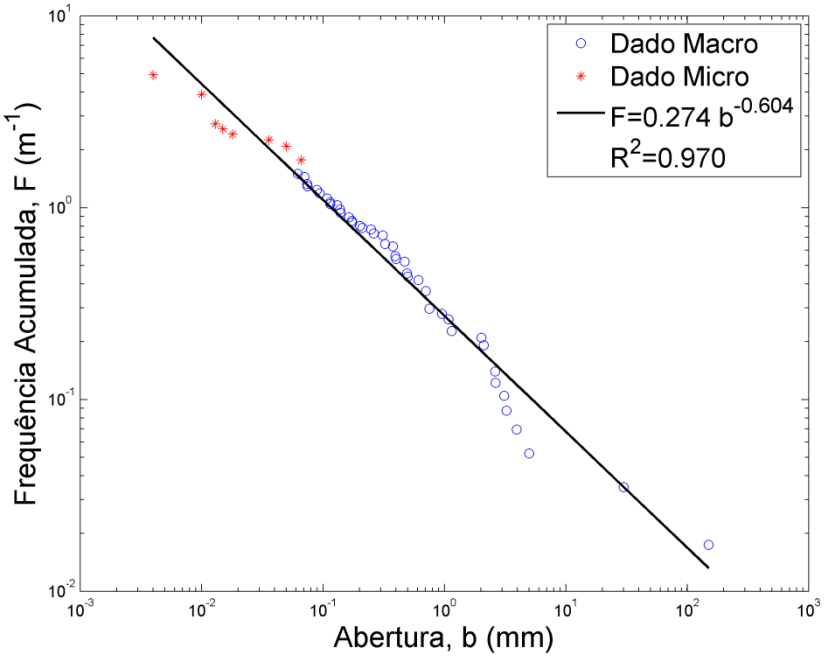


Figura 66: Ajuste de mínimos quadrados para os dados utilizados nos estudos a seguir.

4.2.1 Método dos Dois Pontos – Guerriero (2012)

Neste caso foram escolhidos dois pontos, como sugere Guerriero (2012), para encontrar a lei de potência e não foi realizada a regressão linear. Um dos pontos foi escolhido na escala de lâmina e outro na escala de afloramento como mostra a Figura 67. Desse modo foram encontradas três retas: $F = 0{,}293\ b^{-0{,}562}$ (preta) referente a reta entre os dois pontos escolhidos; $F_{min} = 6{,}156\ b^{-0{,}446}$ (verde) referente a reta de menor inclinação obtida num intervalo com 95% de confiança; e por fim a reta vermelha $F_{max} = 6{,}009 b^{-0{,}766}$ que diz respeito a inclinação máxima dentro desse mesmo intervalo de confiança.

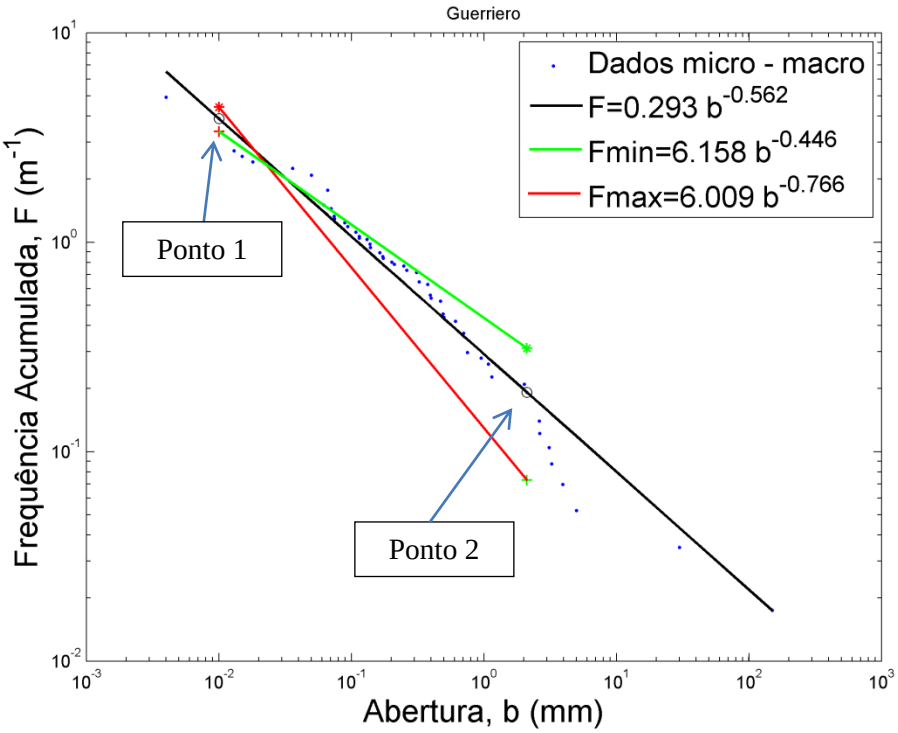


Figura 67: Obtenção da lei de potência pelo método dos dois pontos proposto por Guerriero, 2012.

A interpretação que deve ser dada para os intervalos de confiança gerados dentro de um intervalo de confiança de 95%, por exemplo, é que há uma chance de 95% de que o parâmetro avaliado caia entre as retas verde e vermelha da Figura 67.

O coeficiente de regressão linear ou coeficiente de determinação fornece uma percentagem de quanto o modelo consegue explicar os valores observados. É importante notar que com esse método proposto por Guerriero (2012) não temos nenhuma informações com relação a esse coeficiente. Em outras palavras não temos informação a respeito do erro do ajuste a não ser das estimativas feitas relativas ao intervalo de confiança obtido.

O método proposto a seguir fornece, além de uma estimativa para o intervalo de confiança, uma previsão para a regressão linear bem como os erros dos ajustes referentes aos coeficientes da lei de potência.

4.2.2 Método de Inferência Estatística

Nesta etapa o objetivo foi descobrir não apenas os coeficientes de regressão linear, mas também a qualidade do ajuste e uma previsão da variabilidade dos dados dentro de limites de confiança pré-estabelecidos. Inicialmente foram obtidas avaliações com 95%

de confiança a fim de comparar com as análises do método de Guerriero, (2012). Posteriormente foram executados um conjunto de simulações para avaliar níveis de confiança com 80% e 70%.

A Figura 68 mostra as curvas para o ajuste dos dados, intervalo com 95% de confiança e previsão para os dados de macro e micro *scanlines*.

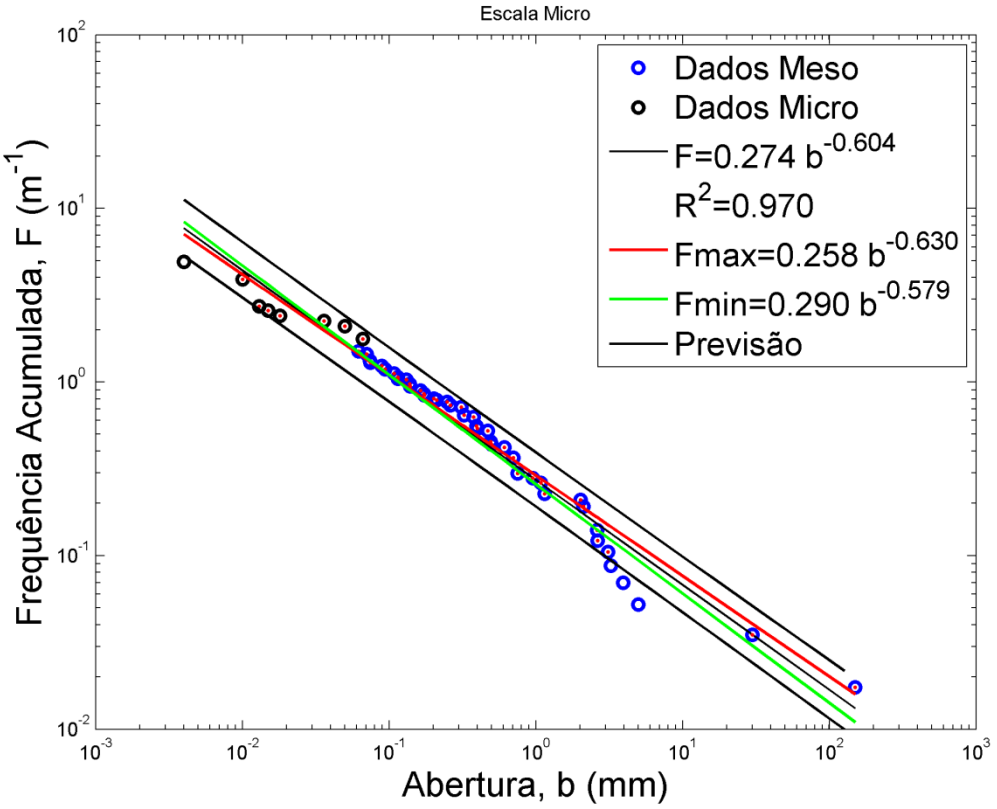


Figura 68: Método de inferência estatística com 95% de confiança aplicado aos dados de macro e micro *scanline*.

Da Figura 68 pode-se notar que as curvas Fmin e Fmax, que representam os extremos para o intervalo de confiança de 95% para a regressão linear estão muito próximas a curva de ajuste dos dados F. As curvas de cor preta representam uma previsão para o ajuste em questão. Podemos admitir que pontos que caíram fora dos extremos dessa curva possam ser classificados como *outliers* (Figura 68 – círculos azuis e pretos não pintados de vermelho). Vale ressaltar que os dados que caíram dentro das curvas de previsão receberam uma marcação em vermelho no centro.

Os intervalos de confiança para os coeficientes da lei de potência são, portanto: IC_a = [0,258; 0,290], IC_k =[-0,630; -0,579]

E os erros padrões encontrados para a estimativa desses coeficientes de regressão foram: EP_a = 0,0151, EP_k = 0,0152.

A soma dos quadrados residuais SQR foi de 0,4131 e, por conseguinte, a variância estimada do erro $\hat{\sigma}^2$=0,0918.

A Figura 69 mostra um novo ajuste de mínimos quadrados apenas para os dados (círculos com marcação vermelha, Figura 68) que estão dentro do intervalo de previsão.

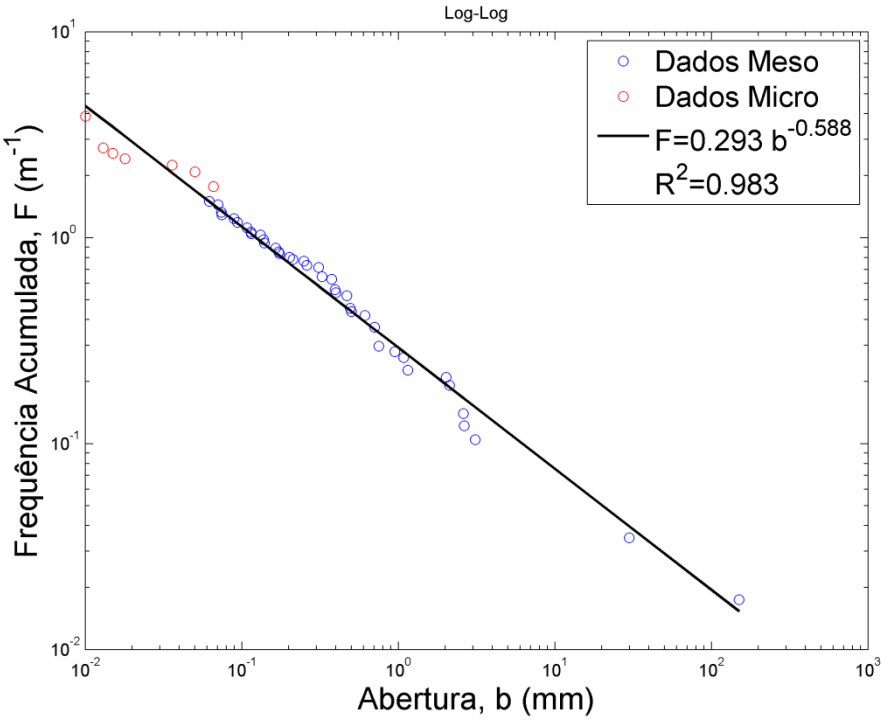
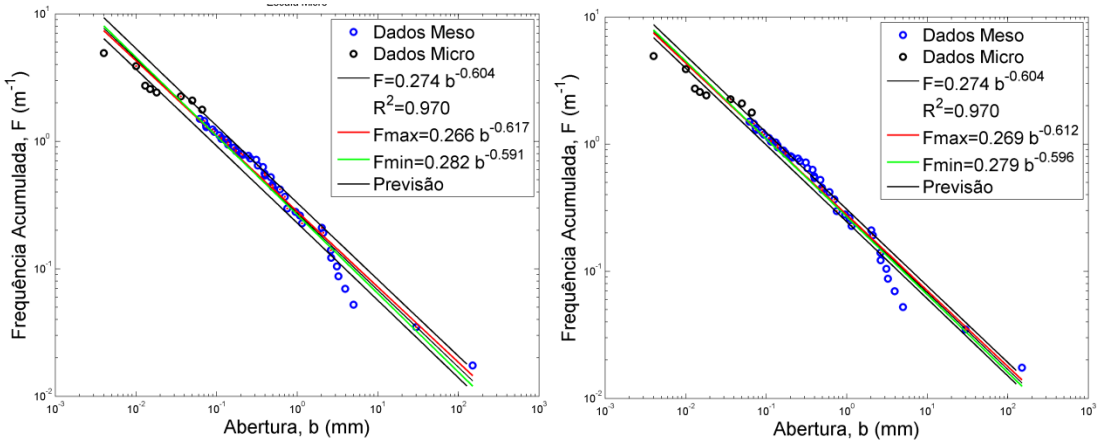


Figura 69: Ajuste dos dados dentro do intervalo de previsão com 95% de confiança.

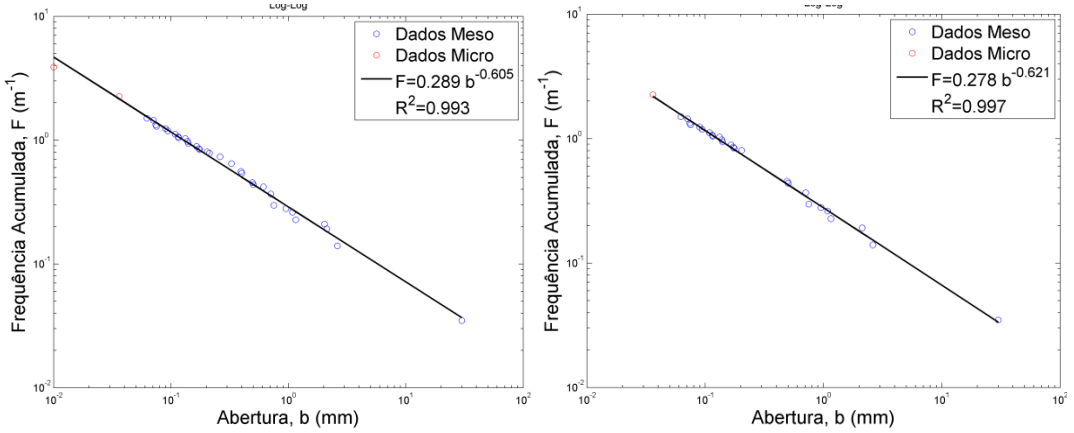
A Figura 70 mostra simulações para os casos de intervalo de confiança com 80% e 70%. Podemos observar que a medida que a confiança diminui mais pontos caem fora do intervalo de previsão.



(a) (b)

Figura 70: (a) Ajustes para 80% de confiança, (b) ajustes para 70% de confiança.

Os ajustes dos dados dentro da curva de previsão presentes nos gráficos da Figura 70 podem ser observados na Figura 71.



(a) (b)

Figura 71:(a) Ajustes com os dados do intervalo de previsão com 80% de confiança e (b) 70% de confiança.

Um dos grandes benefícios do uso desta técnica, que aborda as dificuldades de implementação estatística e computacional, é o maior controle estatístico da aderência e representatividade dos dados a lei de potência.

Outro principal benefício trazido por esse procedimento, quando comparado com o método de Guerriero (2012), está no fato de que agora temos mais segurança com respeito à lei de potência que melhor representa o meio fraturado em estudo. A acuracidade referente à obtenção dessa equação proporciona a construção de modelos numéricos de Redes de Fraturas Discretas (DFN) mais representativos/fidedignos. Isso porque as fraturas podem ser geradas com base em uma equação condensada que garante informações mais confiáveis, pois contempla a escala de lâmina (micro) e de afloramento.

Assim, a Figura 72 mostra exemplos de fraturas geradas com a equação: F = 0,293*b-0,588 para diferentes escalas de observação. Vale frisar que o padrão é o mesmo, porém com focos de observação (100x100; 50x50 e 20x20) distintos.

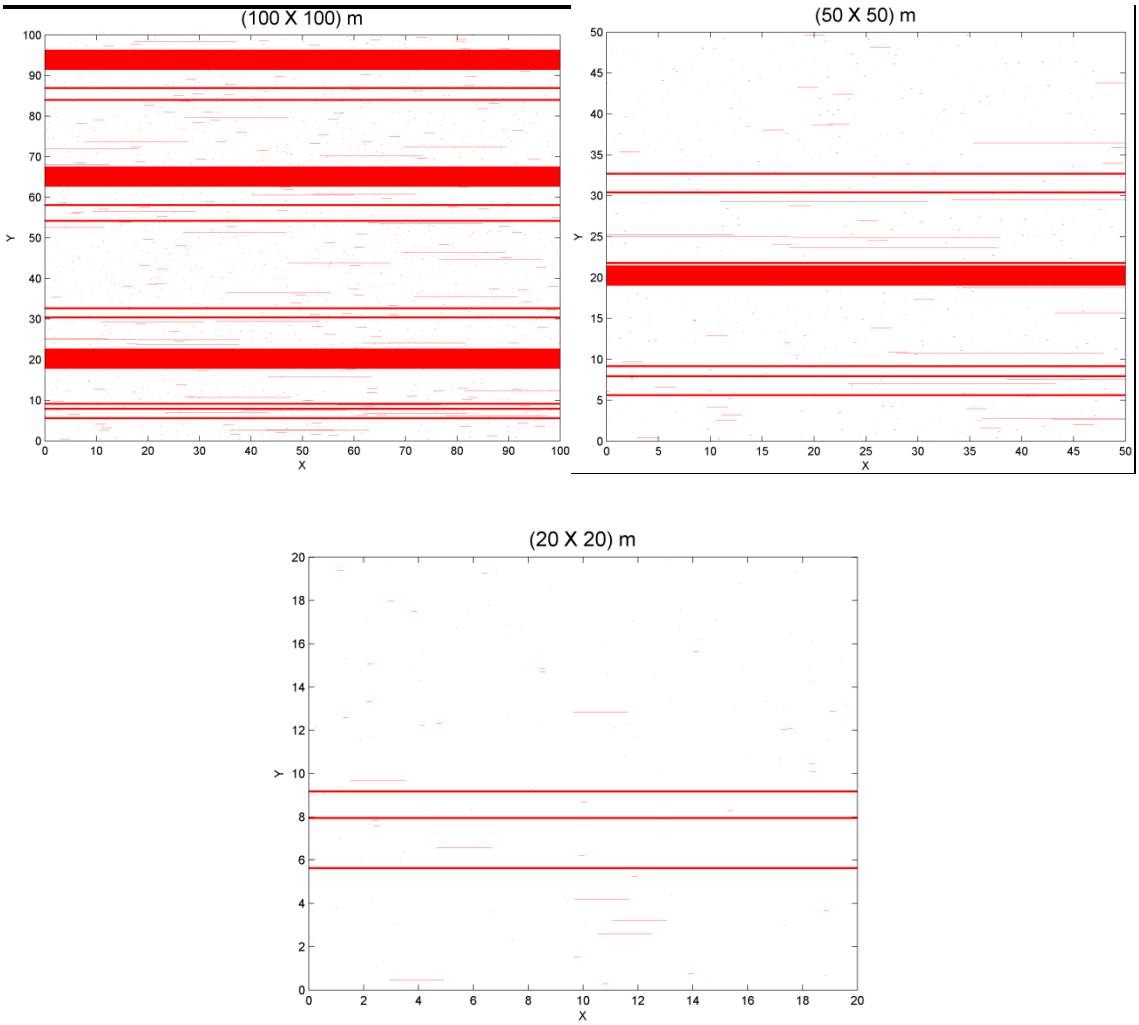


Figura 72: Padrão de fraturas geradas aleatoriamente, para o mesmo campo, observado em diferentes escalas seguindo a lei de potência que melhor se ajustou aos dados da micro e macro*scanline*.

Podemos notar da Figura 72 que à medida que o foco aumenta (caso 20x20) fraturas com aberturas maiores, como esperado pelo motivo do *censoring*, não são observadas.

4.3 Obtenção dos Semivariogramas

O pretendido aqui foi verificar a existência ou não de correlação espacial entre as fraturas. Para validação do algoritmo desenvolvido foi construída uma *scanline* 'artificial' de 100 metros e no decorrer desta foi gerado dois conjuntos de dados: de fraturas distribuídas de maneira aleatória e fraturas disposta na forma de *clusters*.

4.3.1 Fraturas aleatórias

A Figura 73 mostra a posição de 90 fraturas geradas aleatoriamente no decorrer de uma *scanline* de 100 metros. A Figura 73 (b) mostra informações de aberturas que para essa etapa do estudo não são importantes. No entanto a posição das fraturas e a existência ou não de *clusters* são importantes e também estão presentes na Figura 73 (b). O método de K-Means foi utilizado para identificar a existência de clusters.

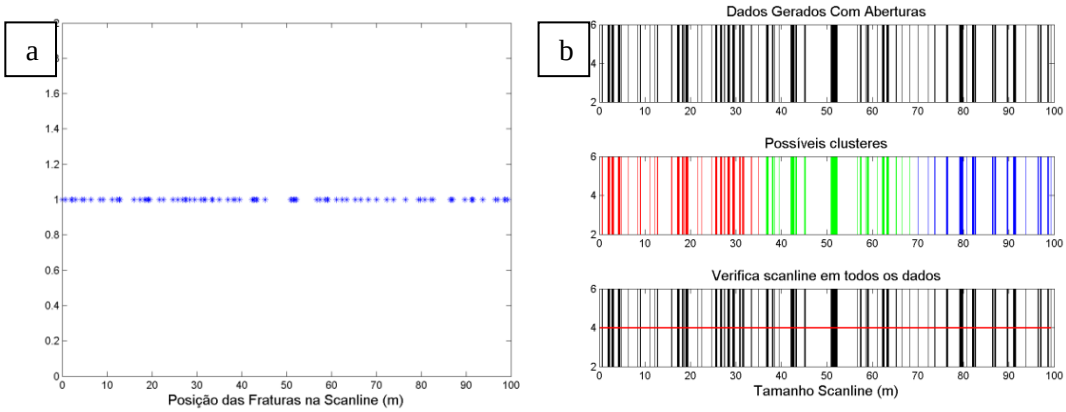


Figura 73: a) Posição das fraturas geradas aleatoriamente b) fraturas com informação de aberturas.

Foram escolhidas 20 janelas para contar o número de fraturas (Figura 74). De acordo com o algoritmo proposto na metodologia não foi possível encontrar um tamanho de janela que produzisse um vetor com correlação espacial.

O coeficiente de variação para os dados de espaçamentos CV = 0,96 neste caso abaixo de 1(um) mostra que não tem clusters de fraturas.

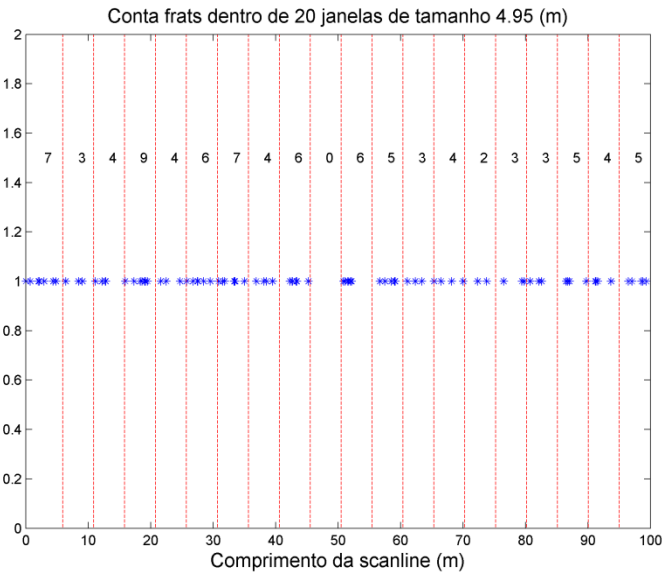


Figura 74: Esquema com o tamanho das janelas para obtenção do vetor de número de fraturas.

A Figura 75 mostra o comportamento da variância quando há uma variação do tamanho do passo 'h' (distância entre as janelas) para o seu cálculo, ou seja, mostra o semivariograma. Este caso claramente não apresenta correlação espacial.

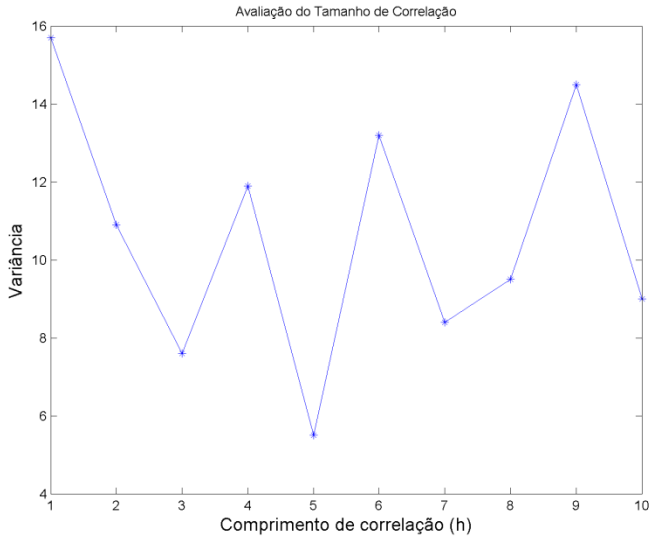


Figura 75: Semivariograma das fraturas geradas aleatórias na *scanline*.

4.3.2 Fraturas com Clusters

Mais uma vez 90 fraturas foram geradas no decorrer de uma *scanline* com 100 metros, porém agora com três *clusters* bem definidos como mostra a Figura 4.29. Os possíveis clusters foram encontrados com o método K-Means, Figura 76 (b).

Neste caso o coeficiente de variação dos espaçamentos das fraturas foi de CV = 2,43 (forte grau de clusterização como esperado).

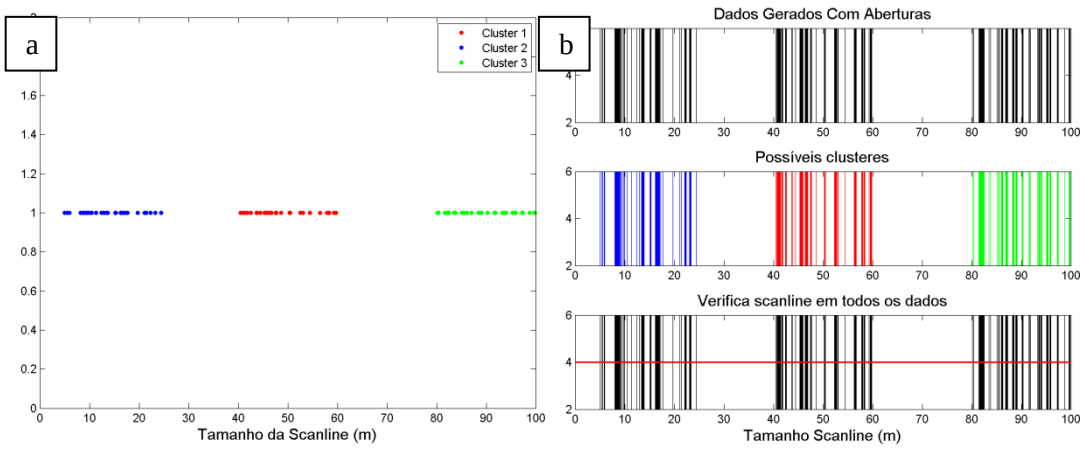


Figura 76: a) Posição das fraturas geradas com clusters b) fraturas com informação de aberturas e clusters separados por cores.

Os dados foram gerados artificialmente com *clusters* e, portanto apresentam alguma correlação espacial. A fim de verificar a consistência do algoritmo para obtenção de semivariogramas foram escolhidos três tamanhos de janelas distintas. Assim foi possível mostrar a independência da escolha do tamanho de janelas para obtenção do semivariograma.

A Figura 77 mostra os três tamanhos de janelas escolhidos para obtenção dos semivariogramas.

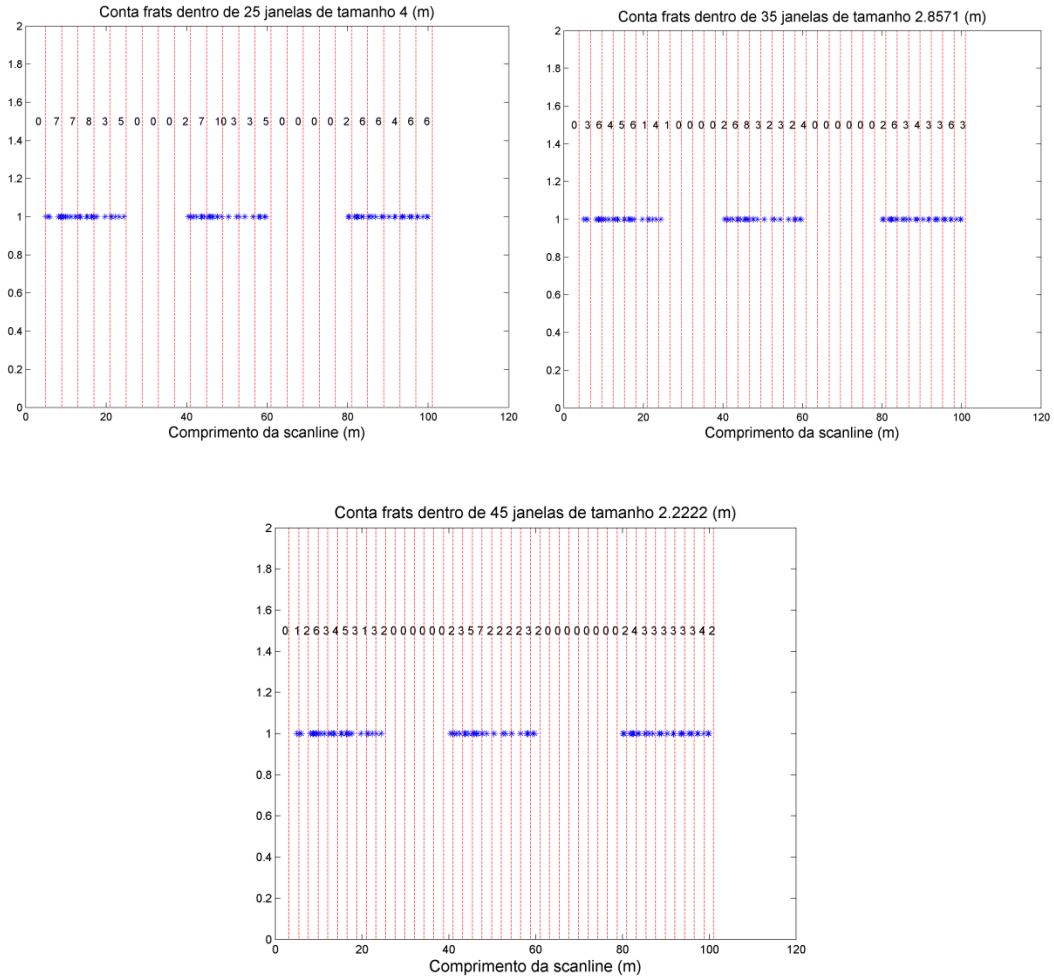


Figura 77: Janelas para obtenção do vetor de número de fraturas.

A Figura 77 apresenta os gráficos dos semivariogramsa para cada um dos tamanhos de janelas da Figura 78.

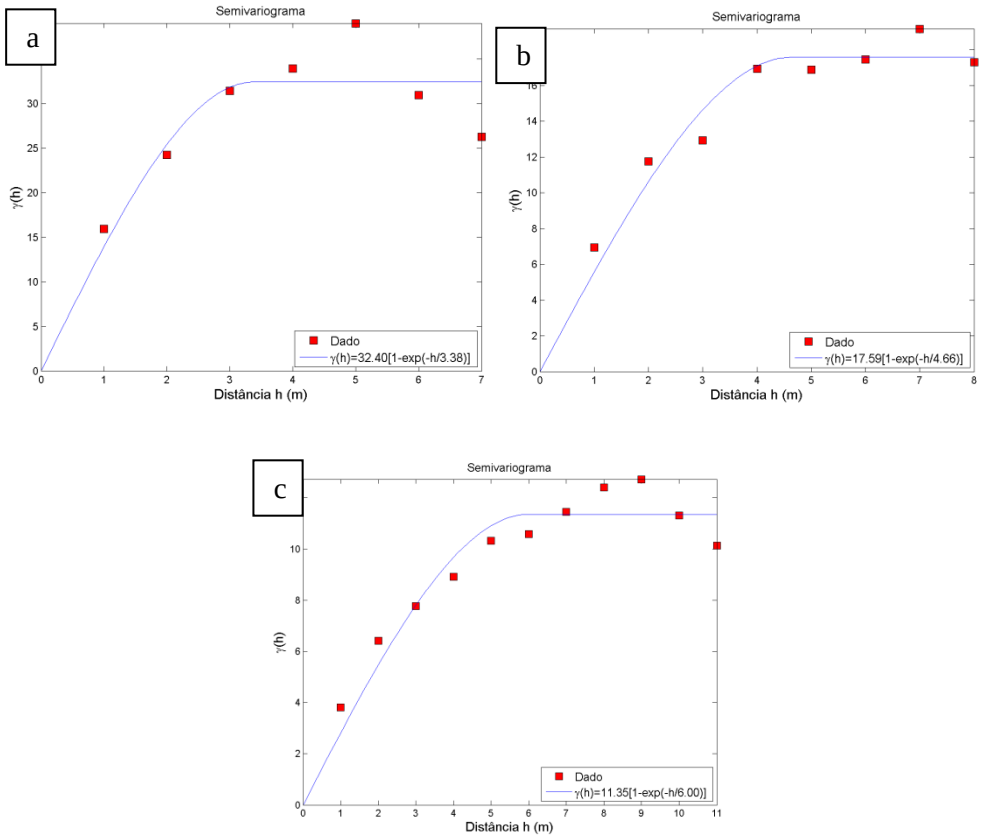


Figura 78: Semivariogramas para as situações de: a) 25 janelas, b) 35 janelas e c) 45 janelas.

Os coeficientes 'a' (alcances) das equações de semivariograma de cada um dos ajustes da Figura 78 devem ser multiplicados pelos respectivos tamanhos de janelas de observação da Figura 77. Neste caso para a Figura 77-a temos 25 janelas de 4 metros cada e a equação do semivariograma da Figura 78-a tem um alcance de 3,38 por janela, assim o alcance total vale: 4x3,38 = 13,52 m. A Figura 77-b apresenta 35 janelas de 2,85 m cada este valor multiplicado pelo alcance 4,66 presente na Figura 78-b resulta em: 4,66x2,85 = 13,31 m. Por fim, a Figura 77-c temos 45 janelas com 2,22 m cada e com um alcance equivalente de 6, Figura 78-c, assim 6x2,22 = 13,33 m. Desse modo conclui-se que independentemente do número de janelas escolhido, desde que na escala adequada de observação, o alcance para *scanline* artificial criada é aproximadamente o mesmo, validando assim o algoritmo utilizado.

No tópico a seguir é apresentado o semivariograma para dados reais de uma *scanline* em campo.

4.3.3 Semivariograma dos Dados de *Scanline* de Campo

Os mesmos dados da Tabela 4.1 referentes ao estudo de erros e incertezas foram utilizados a fim de encontrar alguma correlação espacial na distribuição das fraturas. Na Figura 79 é mostrada a posição das fraturas no decorrer da *scanline*. Algumas fraturas foram sobrepostas devido à escala gráfica de visualização

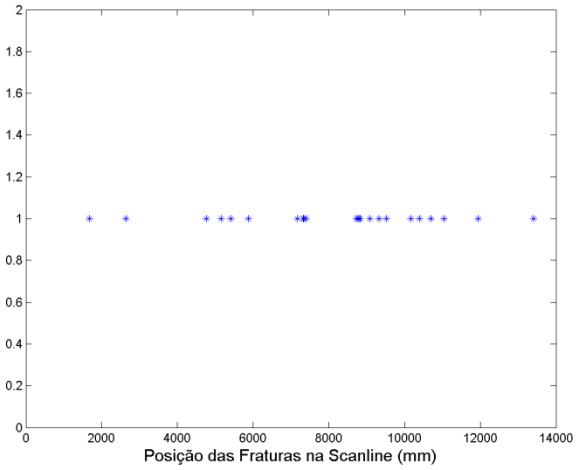


Figura 79: Posição das fraturas de campo no decorrer da *scanline*.

A Figura 80 mostra as janelas com a contagem de fraturas e os possíveis clusters das fraturas presentes.

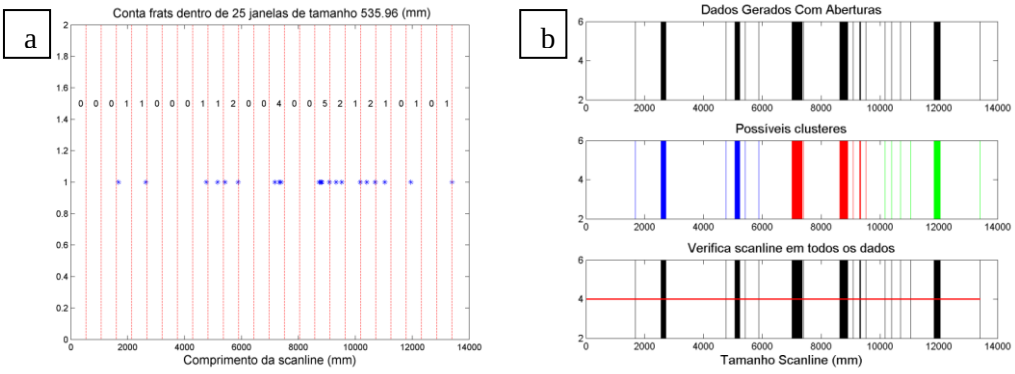


Figura 80: a) Janelas de observação do número de fraturas b) fraturas com informação de aberturas e possíveis *clusters* separados por cores.

A Figura 81 mostra o semivariograma dos dados da *scanline* de campo. Pode-se observar que neste caso tem-se um comprimento de correlação espacial de 5,15 m (0,535x9,620)

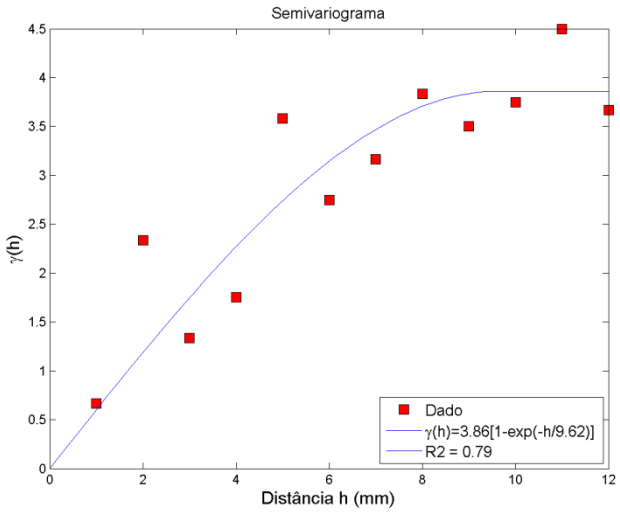


Figura 81: Semivariograma dos dados de *scanline* de campo.

4.4 Estudo do Tamanho das Fraturas

Aqui a pretensão foi entender a influência do padrão de fraturamento na caracterização e obtenção da lei de potência. Para isso, primeiro foram gerados alguns padrões de fraturas como o intuito de aplicar algumas técnicas de caracterização.

Para gerar esses padrões foram admitidas as seguintes considerações: 1- Densidade de fraturas com margem de erros provenientes das leis de potências calculadas na primeira parte deste capítulo; 2 - variabilidade espacial respeitando a correlação espacial do semivariograma da Figura 4.34; 3 - Tamanhos das fraturas correlacionadas com as aberturas (Figura 82).

A geração de redes de fraturas discretas depende de várias informações e uma das mais importantes é a relação entre o tamanho das fraturas e as aberturas. A Figura 82 mostra a correlação entre o tamanho das fraturas e suas aberturas obtidas em campo.

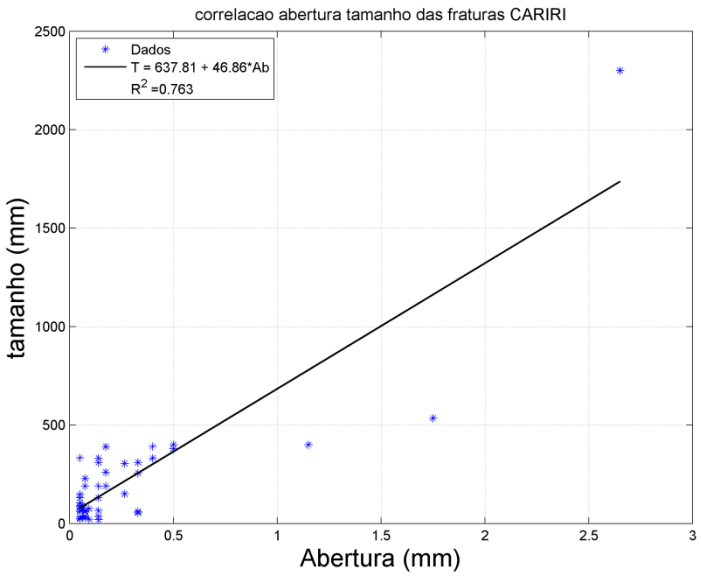


Figura 82: Tamanho das fraturas em função das aberturas.

No resultado da regressão mostrada na Figura 82 pode-se notar que quando a abertura for zero, o tamanho das fraturas é de 637,81 mm. Na verdade não deveria haver nenhum tamanho. Neste caso, a regressão deveria ser uma função linear do tipo Y=aX e não uma função afim como obtido. Por falta de uma aproximação melhor daqui para frente foi considerada uma simplificação onde os tamanhos das fraturas são 82 vezes as aberturas das mesmas, isto é:

T=1,75*46,86Ab.

O fator 1,75 foi escolhido sem critério especifico, porém visando eliminar o coeficiente linear da equação.

Para gerar os tamanhos das fraturas, dentro de um padrão especificado com base na geoestatística, foram efetuadas simulações de Monte Carlo nas quais a função densidade de probabilidades foi considerada como sendo triangular com variação entre zero a 10 metros.

Os padrões de fraturas utilizadas são mostrados na Figura 83. Vale ressaltar que estes padrões são apenas uma possível representação de uma família de fraturas geológicas.

Para um mesmo padrão as fraturas apresentam formatos retangulares e elípticos. Portanto, foram criadas diversas estruturas de armazenamento de dados para computar as informações de cada uma dos campos de fraturas geradas com fraturas sendo representadas por retângulos Figura 83-a (aberturas constantes no decorrer das fraturas) e elipses delgadas Figura 83-b (abertura variando no decorrer do tamanho das fraturas).

Lembrando que campos bidimensionais de fraturas foram gerados a partir de informações unidirecionais obtidas apenas com as *scanline* e a relação tamanho-abertura

das fraturas. Assim, o resultado foi obtido tentando honrar o máximo possível das informações disponíveis.

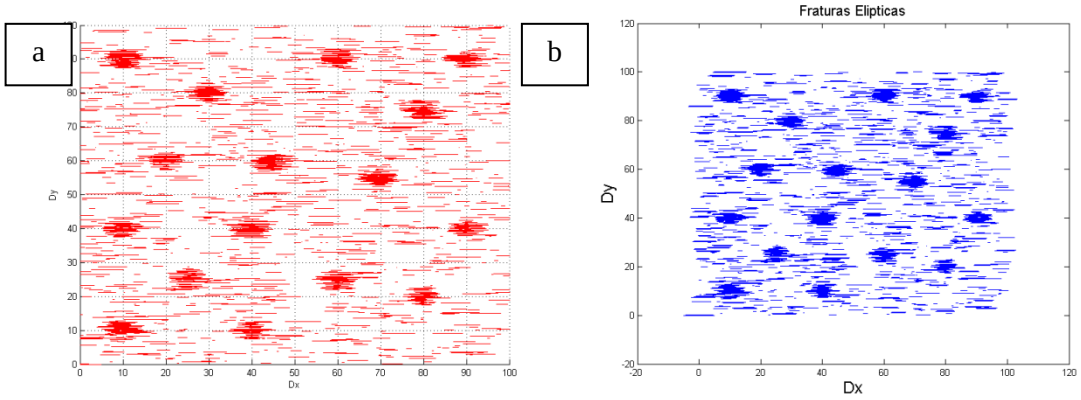


Figura 83: Padrões de fraturas utilizadas. a) fraturas com formato retangular, b) fraturas com formato de elipses delgadas.

No padrão de fraturas Figura 83-a foram realizadas *scanlines* nas posições mostradas na Figura 84-a.

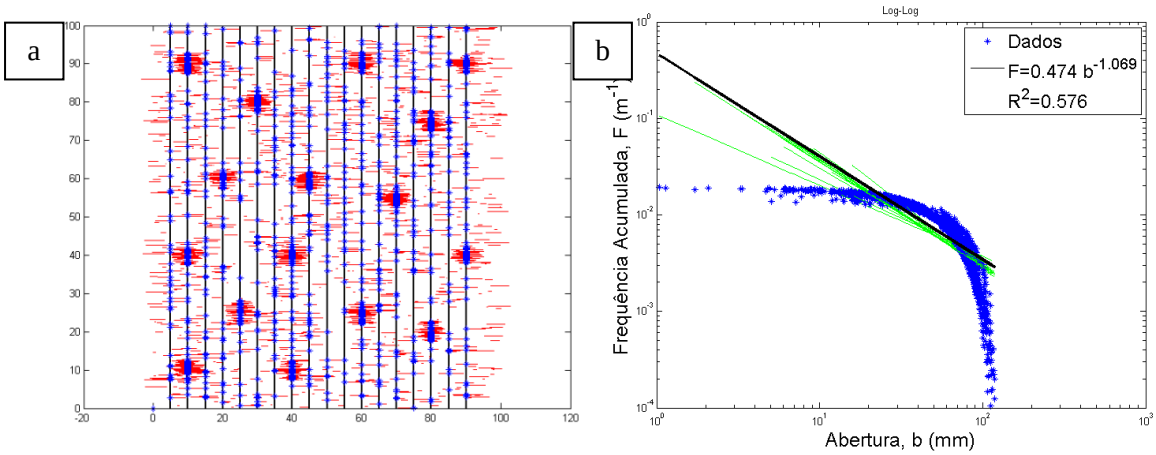


Figura 84: a) Padrão de fraturas com 18 *scanlines* posicionadas nos locais de aquisição de dados. b) regressões lineares (retas em verde) de cada uma das *scanlines* posicionadas em 'a' e média das regressões (reta preta).

A incerteza com relação ao coeficiente angular (inclinação da reta preta - k) é grande, porém a densidade P10 para abertura de 1 mm é 0,474 está muito próxima a dos dados experimentais (ver Figura 81). Pode-se observar claramente a influência do efeito de *truncation* e *censoring* na determinação da inclinação da reta Figura 85-b.

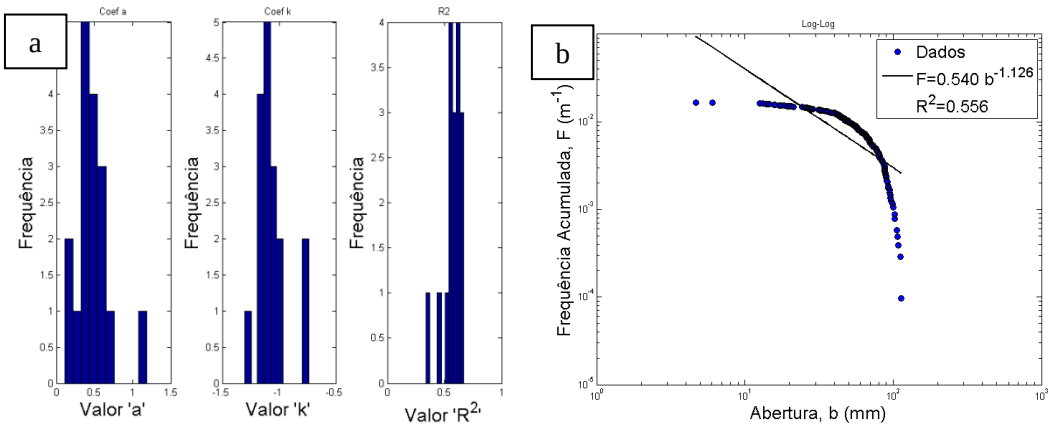


Figura 85: a) Histograma das distribuições dos coeficientes das leis de potências das *scanlines* simuladas nas fraturas retangulares b) ajuste do somatório de todos os valores de dados simulados.

A Figura 86-a mostra o coeficiente de variação dos espaçamentos entre as fraturas comparados com dados de espaçamentos gerados de forma aleatória em um mesmo intervalo. Pode-se observar que existe presença de *clusters* de fraturas. Já a Figura 86-b mostra o número de fraturas por metro P10 para cada uma das *scanlines* simuladas no decorrer do padrão de fraturas geradas.

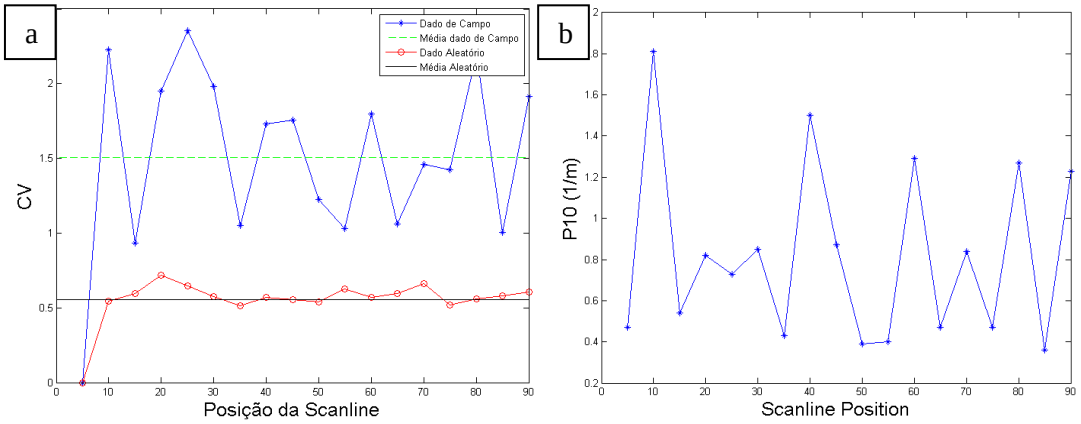


Figura 86: a) Coeficiente de variação dos espaçamentos no decorrer das *scanlines*. b) relação P10 das fraturas ao longo da rede de fraturas.

A Figura 88 mostra os semivariogramas das *scanlines* destacadas na Figura 87. Para obtenção dos semivariogramas foram utilizadas 85 janelas de tamanho 1.175 m.

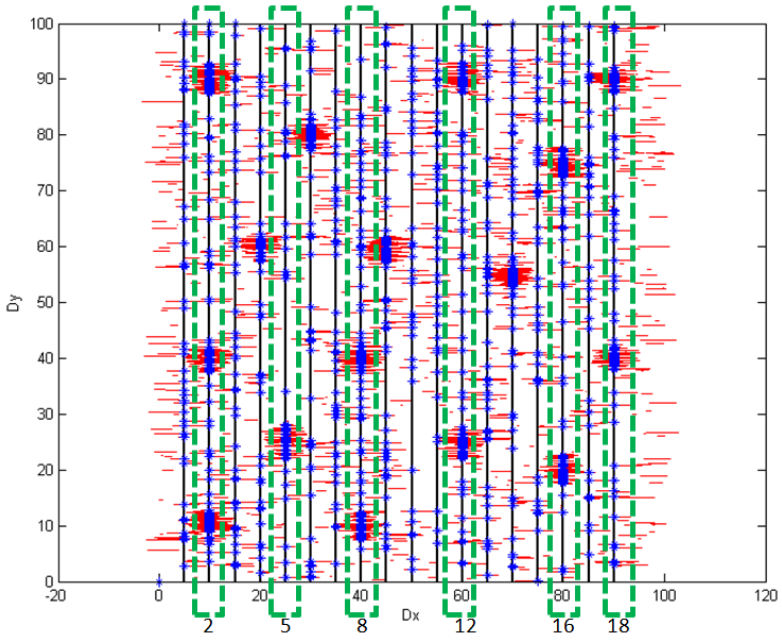


Figura 87: Destaque das *scanlines* que foram escolhidas para obtenção dos semivariogramas.

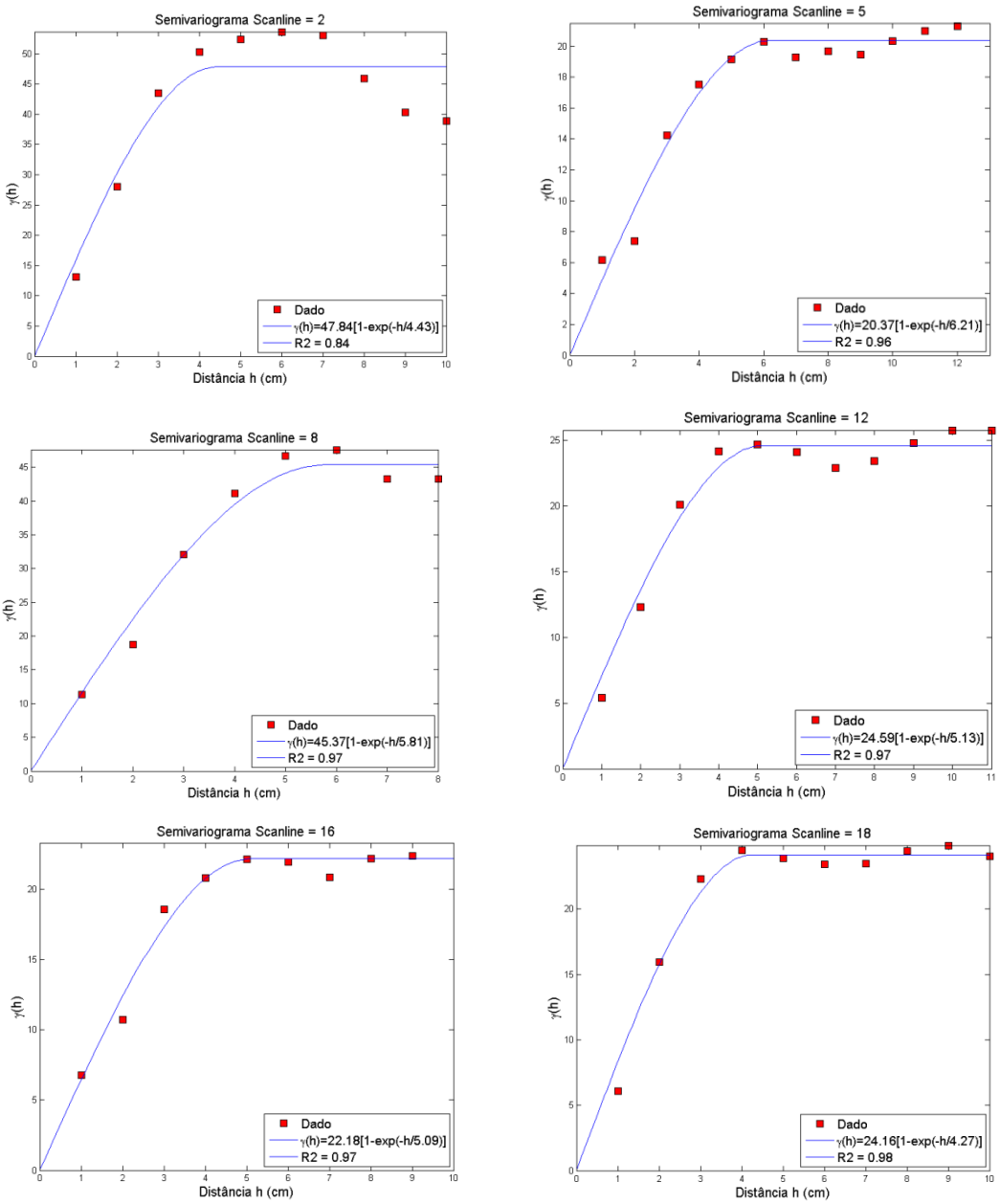


Figura 88: Semivariogramas das *scanlines* destacadas na Figura 87.

A seguir foi analisado o efeito do formato das fraturas na obtenção da lei de potência. O padrão de fraturas da Figura 83-b foi utilizado nesta análise. Vale lembrar que as fraturas neste caso são consideradas com formato de elipses delgadas.

A Figura 89-a mostra as posições das *scanlines* simuladas neste caso, assim como os ajustes das leis de potência (Figura 89-b).

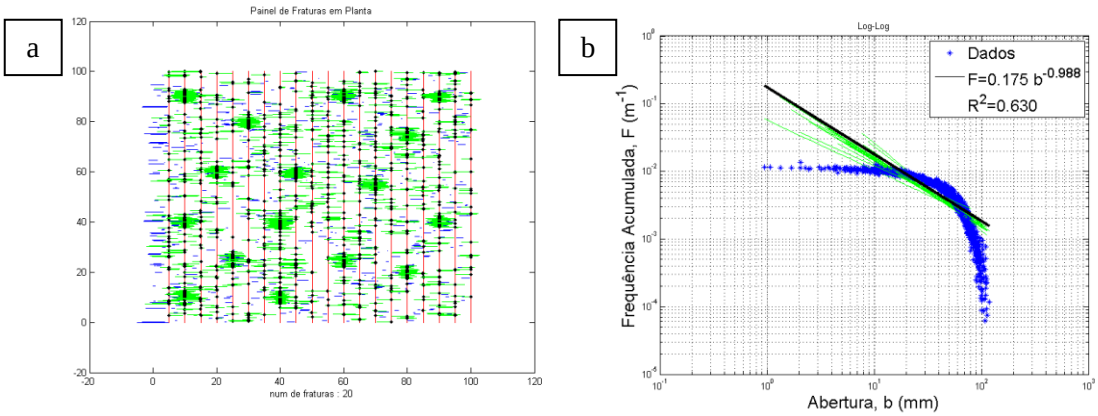


Figura 89: a) Padrão de fraturas elípticas analisado com 20 *scanlines*. b) regressões lineares das relações entre os parâmetros das fraturas (retas em verde) de cada uma das *scanlines* posicionadas em 'a' e média das regressões (reta preta).

A Figura 90 mostra o resultado de todas as *scanlines* juntas como se fosse apenas uma.

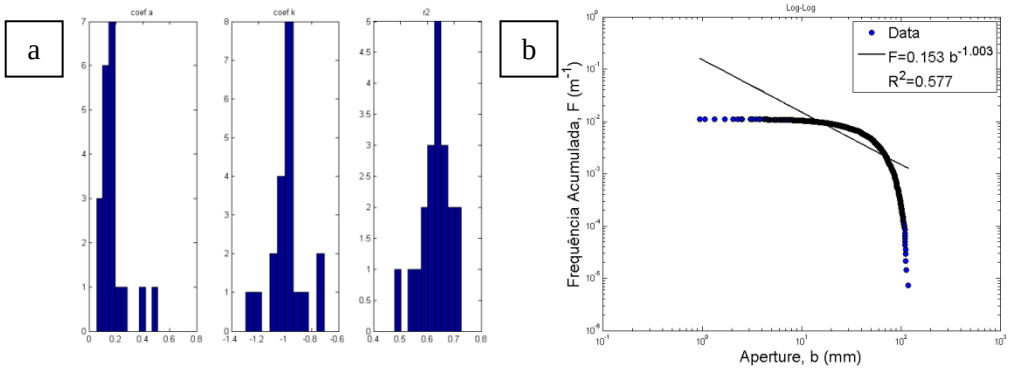


Figura 90: a) Histograma das distribuições dos coeficientes das leis de potências das *scanlines* simuladas nas fraturas elípticas b) ajuste do somatório de todos os valores de dados simulados.

4.5 Estudo com base em Janelas Móveis

Um dos principais objetivos desta etapa foi obter semivariogramas, com base em informações bidimensionais. Para isso foram obtidas janelas móveis dentro do campo de fraturas. Foram escolhidos três tamanhos de *grid*: 5x5, 10x10 e 20x20 m com passo de meia janela para cada caso, a fim de verificar alguma dependência de tamanho de *grid*. Em cada uma dessas janelas foram encontradas as relações de P21.

Neste caso foi analisado apenas o padrão da Figura 83-a (fraturas retangulares). O algoritmo construído para fazer as análises desta etapa foi relativamente complexo uma

vez que para a obtenção do P21 é necessário identificar e calcular os comprimentos das fraturas que estão dentro da janela de observação em questão (mais detalhes ver metodologia).

A Figura 91 mostra um *grid* de 5x5 janelas de áreas iguais a 432.6 m^2. Os passos da janela móvel foram de meia janela.

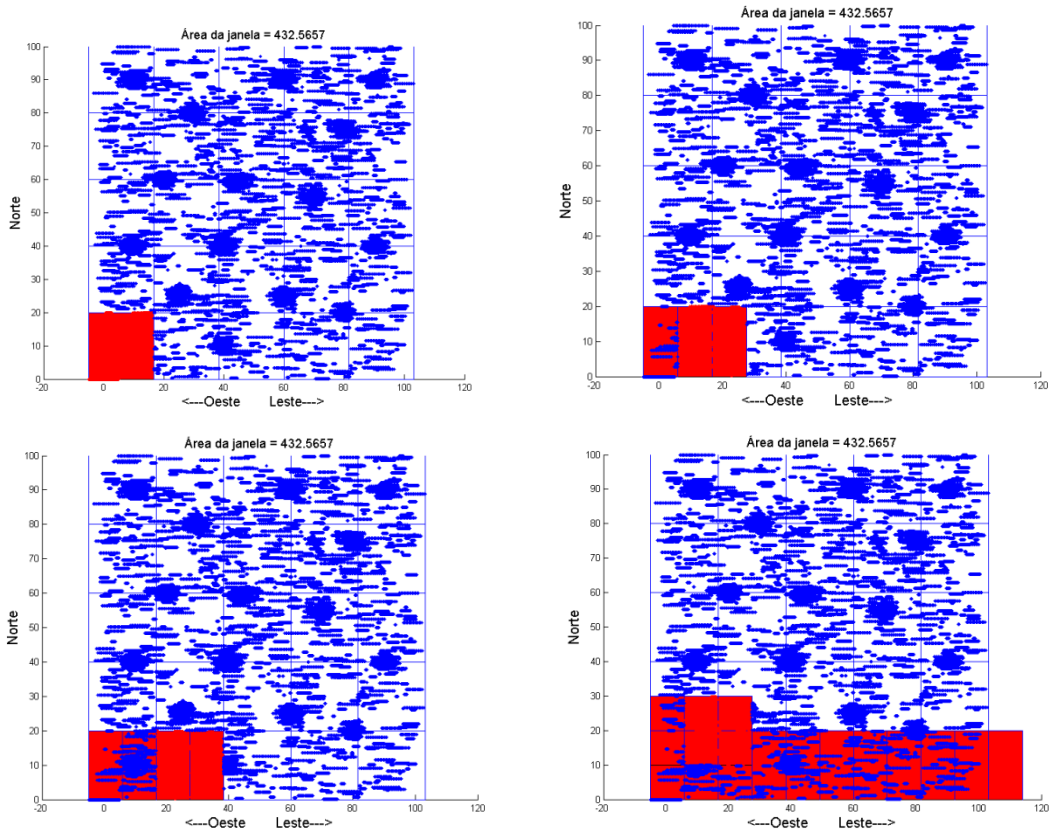


Figura 91: Exemplos de janelas móveis 5x5m calculadas com passo de meia janela em diferentes posições do padrão de fraturas.

A Figura 92 apresenta o campo da relação P21 para cada um dos três tamanhos de janelas de observação.

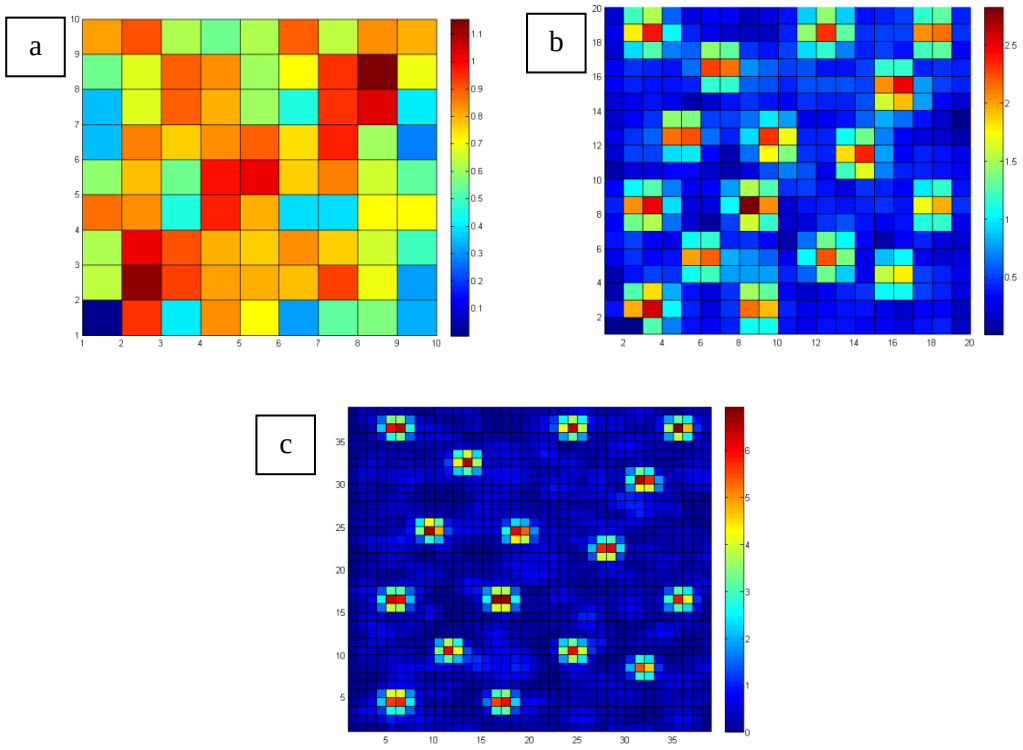


Figura 92: a) *Grid* 5x5m com passo de meia janela b) *grid* de 10x10m com passo de meia janela, c) *grid* de 20x20m com passo de meia janela.

O tempo computacional para o cálculo da relação P21 para o tamanho de janela da Figura 92-c é relativamente demorado, cerca de 40 min em uma máquina com um processador Intel i7 5ª geração. Isso se ligada a opção de visualização de formação de janelas como mostra os exemplos da Figura 91. Sem essa visualização o tempo passa para 10 min na mesma máquina.

Os semivariogramas da Figura 92 são mostrados na Figura 93. Nota-se que a média dos comprimentos de correlação para os três tamanhos de grid é aproximadamente 2,5. Em outras palavras temos um comprimento de correlação de duas janelas e meia que com um pouco de atenção pode ser verificado na Figura 92.

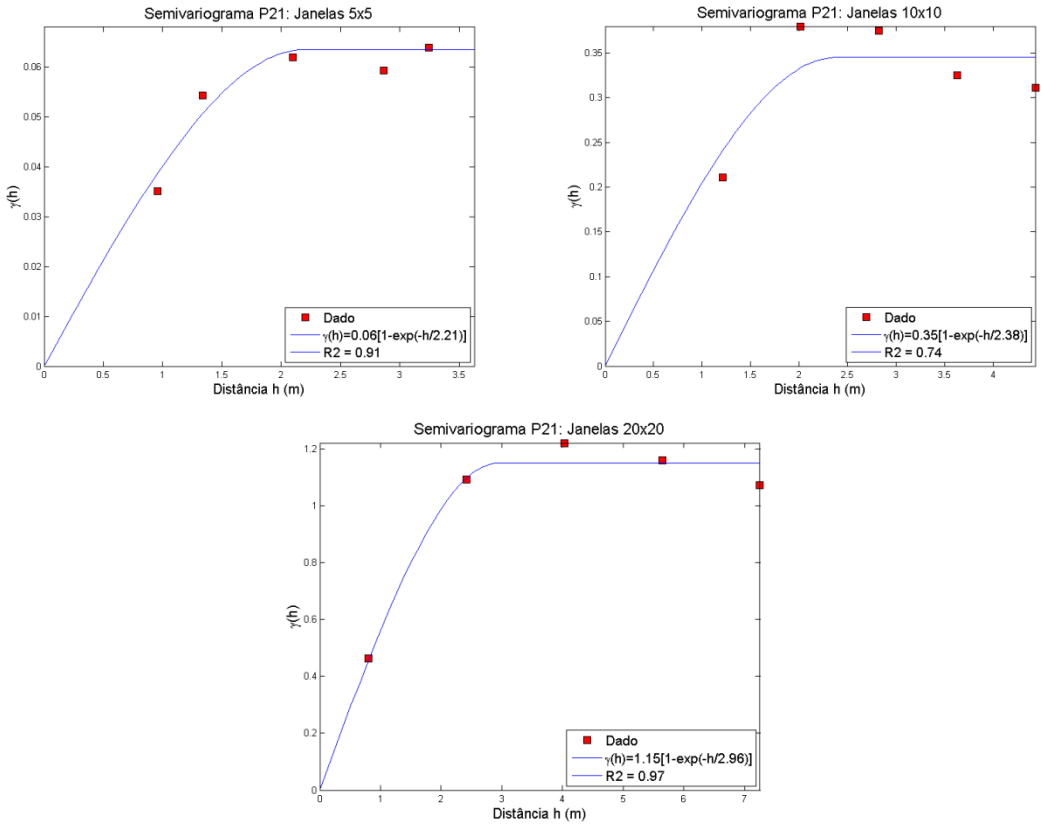


Figura 93: Semivariogramas para os três tamanhos de *grids* calculados com as janelas móveis.

4.6 Obtenção da relação P21 com *Scanlines* Circulares

O uso de *scanlines* circulares possui o principal benefício de evitar que vieses com relação à orientação das *scanlines* sejam carregados na aquisição dos dados.

A Figura 94 mostra o campo de fraturas com 9x9m e 19x19m *scanlines* circulares utilizadas para calcular a relação P21. Respectivamente, as *scanlines* têm 10 e 5 m de raio e passo (distância entre os centros das *scanlines*) de 5 e 2.5 m.

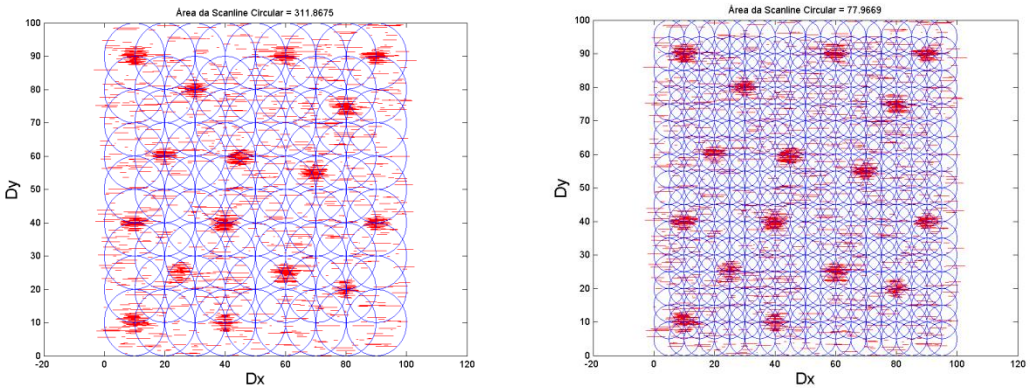


Figura 94: *Scanlines* circulares utilizadas para o calculo do P21. a) 9x9 *scanlines* de raio 10 m e passo 5 m. b) 19x19 *scanlines* de raio 5 m e passo de 2.5 m.

Na Figura 95 observam-se os campos com a distribuição da relação P21 para os dois tamanhos de *scanlines* estudados.

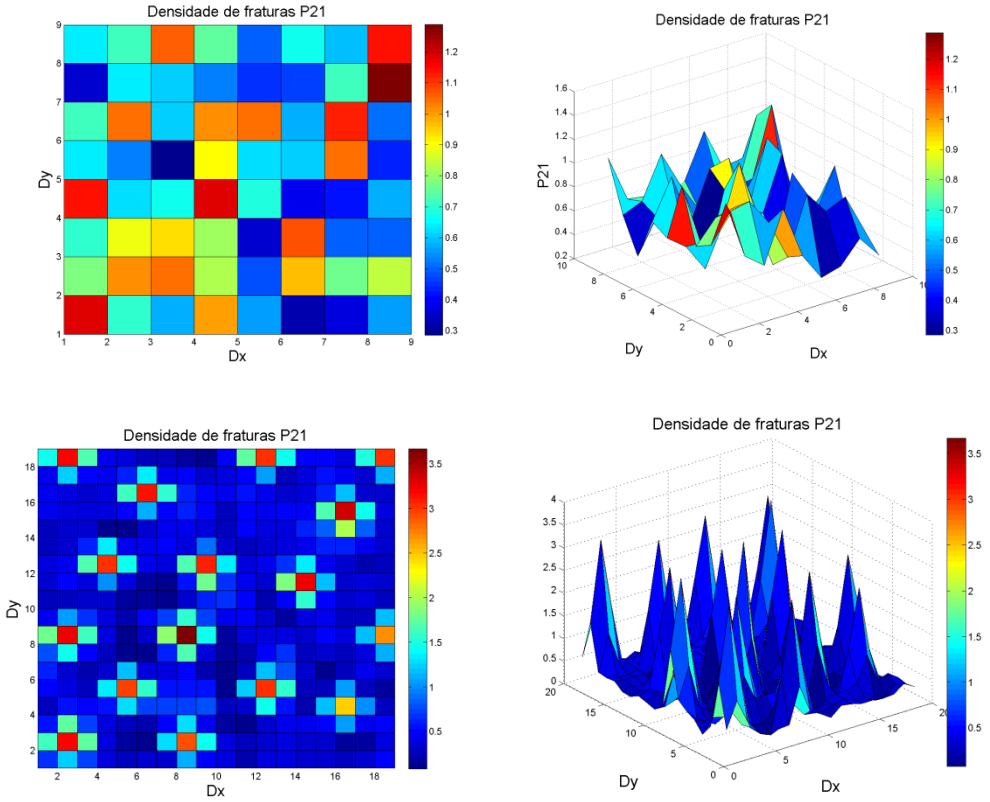


Figura 95: a) Campo de densidades a partir da relação P21 para *scanlines* com 10 m de raio b) perspectiva do campo com *scanline* de 10 m. c) *scanline* com 5 m de raio, d) perspectiva do campo da *scanline* de 5 m.

A Figura 96 apresenta os semivariogramas dos campos de P21 para as *scanlines* de 10 m e 5 m de raio.

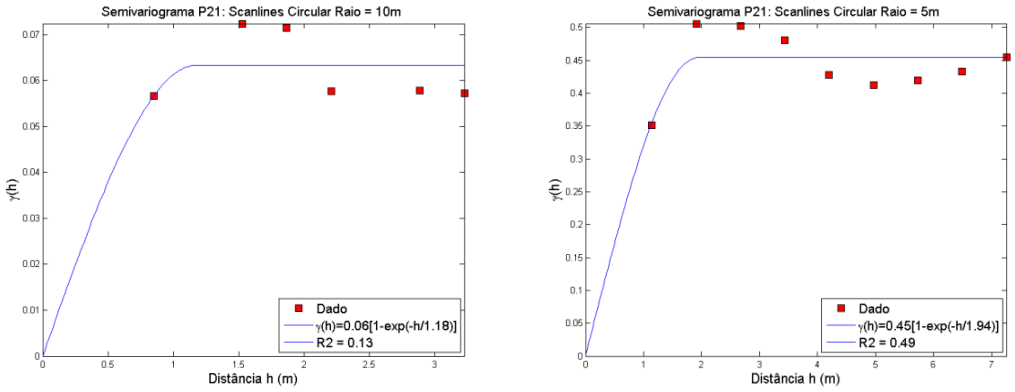


Figura 96: Semivariogramas para as *scanlines* de a) 10 m de raio e b) 5 m de raio.

4.7 Obtenção de Modelos DFN

Os reservatórios de petróleo podem apresentar diversas famílias de fraturas. Isso pode dificultar bastante a obtenção da frequência e do padrão de fraturamento do meio. No entanto existe um conjunto principal de famílias de fraturas e este ao menos deve ser considerado na modelagem de um sistema de redes de fraturas discretas.

Inicialmente, na modelagem, devemos delimitar a geometria do meio no qual as famílias de fraturas serão geradas.

Neste caso, a base geométrica para a geração da rede de fraturas discretas possui as seguintes dimensões: 50 m de comprimento, 30 m de largura e 20 m de altura, como mostra a Figura 97. A escolha dessas dimensões foi baseada num volume representativo para uma *scanline* de aproximadamente 14 m.

As leis de potência que representam as duas famílias de fraturas estudadas são: *Set* 1 -> $F_1 = 0{,}250*b^{-0{,}7}$, *Set* 2 -> $F_2 = 0{,}285*b^{-0{,}68}$ (Ver Figuras 27 e 28). Todas as fraturas geradas com o 'insere_fratura.m' foram admitidas com aberturas constantes medindo 1 mm, devido à resolução de observação do modelo de simulação não utilizar fraturas de aberturas menores. Isso corresponde a uma densidade de fraturas para a família 1 de $P10_1 = 0{,}25$ frat/m e para família 2 de $P10_2 = 0{,}28$ frat/m. Em função disso foram gerados modelos com redes de fraturas discretas (DFN) com densidade de fraturas próximas a esses valores.

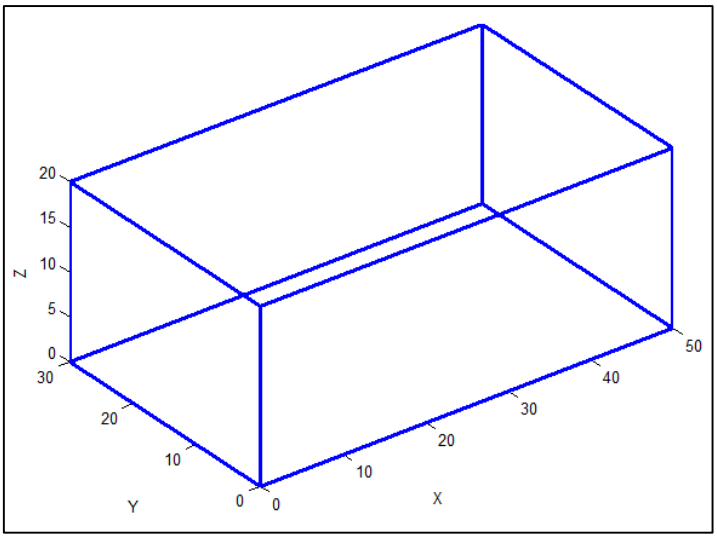
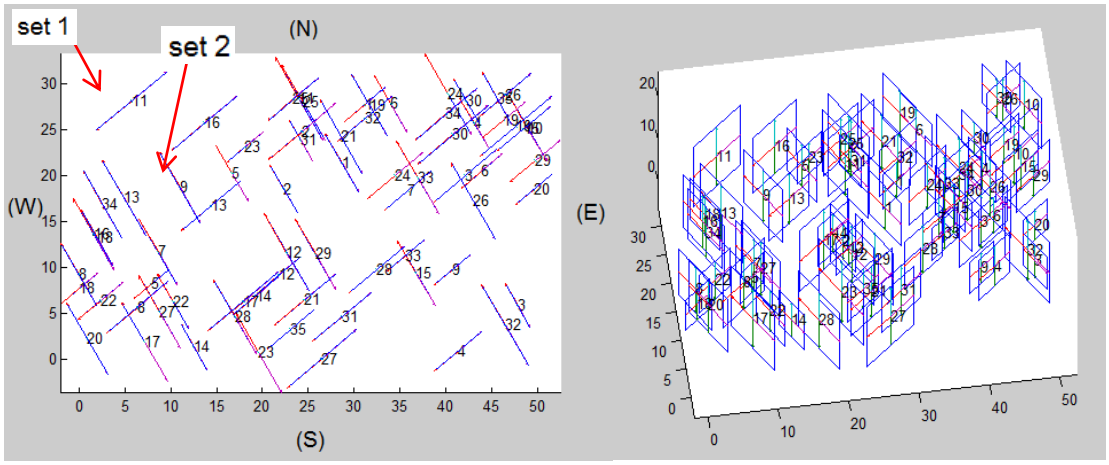


Figura 97: Dimensões do meio onde foram geradas as fraturas discretas.

A Figura 98 mostra as duas principais famílias ou sets de fraturas (*set* 1: N50E e *set* 2: N30W) geradas com o 'insere_fratura.m'. Neste primeiro caso as famílias de fraturas foram geradas com 35 fraturas cada. E, como já mencionado, as aberturas foram admitidas constantes com valor de 1mm para todas as fraturas nas duas famílias.



(a) (b)

Figura 98: Exemplo de um sistema de distribuição de fraturas discretas obtidas com o Insere_fratura.m.

A Figura 99 mostra as rosetas para essas duas famílias de fraturas.

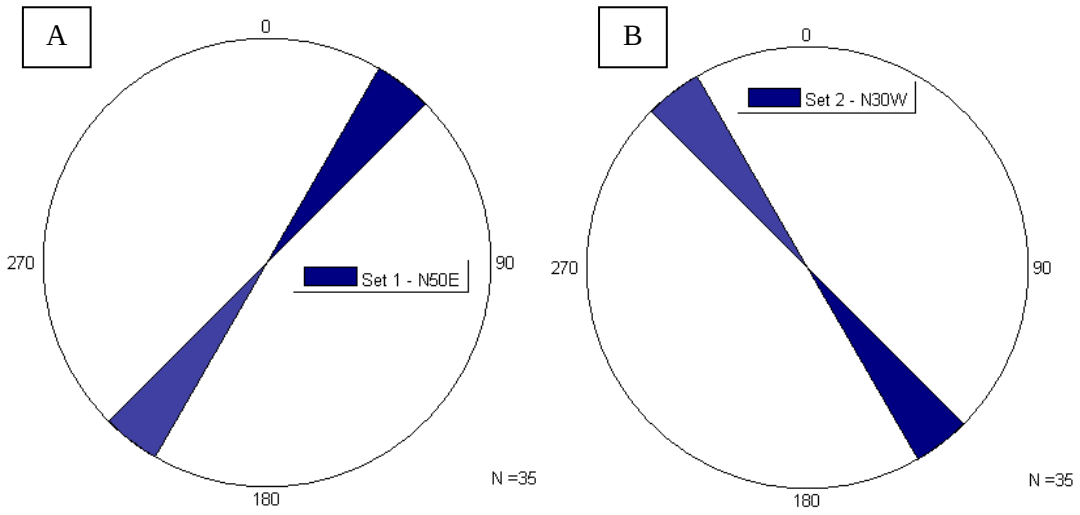


Figura 99: Rosetas para cada uma das famílias de fraturas geradas.

A Figura 100 mostra o estereograma para as duas famílias (*set*1 e *set*2) da rede de fraturas discretas. Vale ressaltar que existem apenas dois pontos nesse gráfico, um para cada família, pelo fato de que não foi imposta nenhuma variabilidade nas orientações espaciais das fraturas.

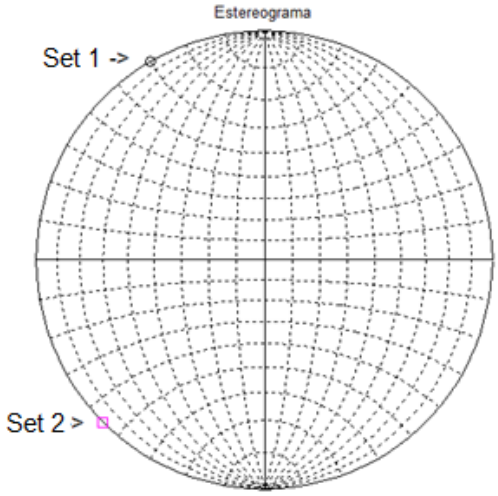


Figura 100: Estereograma da rede de fraturas discreta gerada.

A Figura 101 mostra um modelo gerado, quando considerada a escala em questão, com a densidade de fraturas mais próxima das medidas com *scanline*. Vale enfatizar que a obtenção de um DFN com fraturas no espaço a partir de informações de *scanline* coletadas em uma dimensão é uma atividade bastante pretenciosa. No entanto podemos gerar um modelo que mais se aproxime das fraturas em campo, honrando as características mais importantes das famílias de fraturas. Neste caso, estamos considerando: orientação espacial e frequência das fraturas.

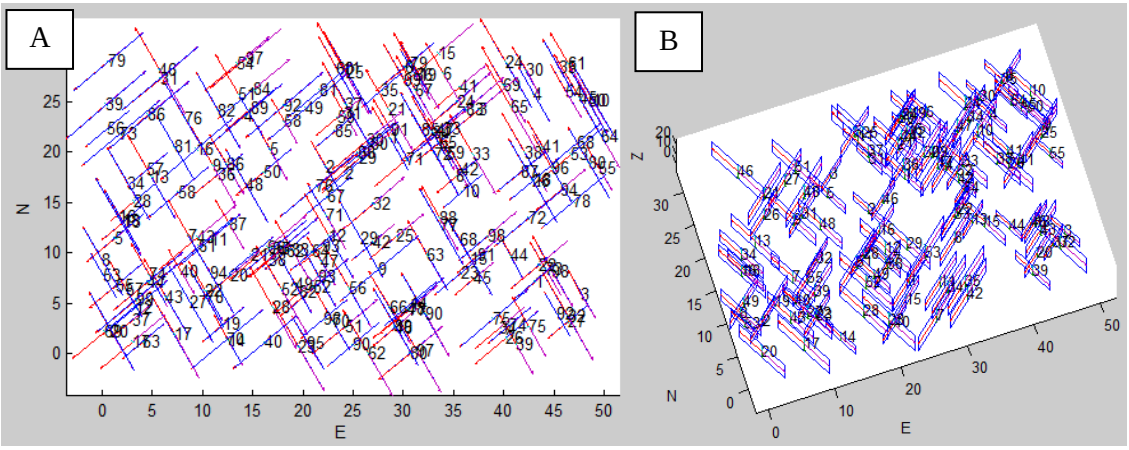


Figura 101: a) Rede de fraturas discretas com densidade de fraturas criada a partir dos dados de campo; b) perspectiva 3D da rede de fraturas.

4.7.1 Padrões de Densidades de Fraturas conforme a relação P10

A seguir são mostradas as densidades de fatias em três níveis do modelo DFN. É sabido que a densidade das fraturas vai variar um pouco com relação ao nível em que estamos efetuando as medidas. Portanto as densidades P10 para cada uma das famílias foram obtidas em fatias paralelas ao plano x-y nas seguintes cotas do eixo Z: Z=5m, Z=10m e Z=15m. A Figura 102 mostra a vista x-y do DFN, assim como uma perspectiva do mesmo.

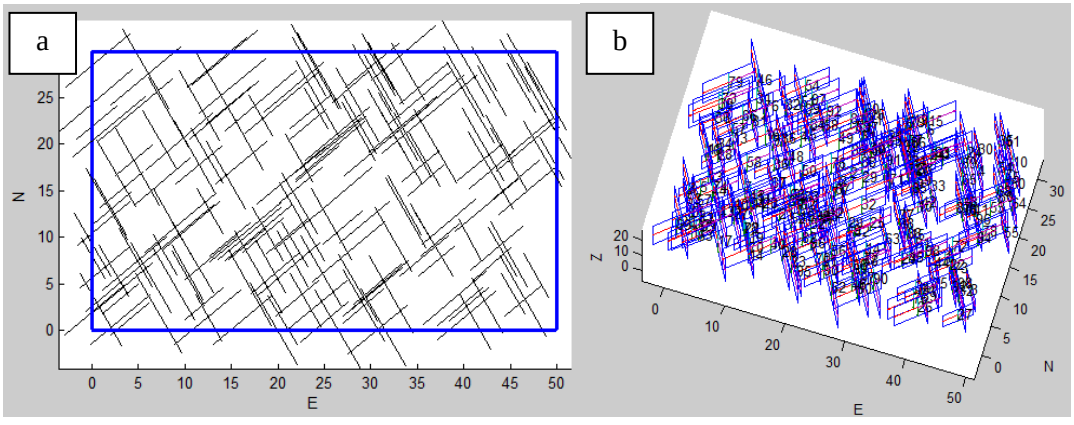


Figura 102: a) Modelo DFN representativo das medidas em campo. b) perspectiva do modelo.

A Figura 103 mostra a distribuição das famílias de fraturas representadas por cores distintas. As fraturas da família 1 (*set* 1: N50E) estão coloridas em verde e as fraturas da família 2 (*set* 2: N30W) com a cor vermelha.

Dentro da geometria da Figura 103 foram obtidos os três planos (fatias) de referência para obtenção das densidades P10 e malhas de elementos finitos 2D. A seguir são apresentadas as densidades P10 para cada um desses planos de observação.

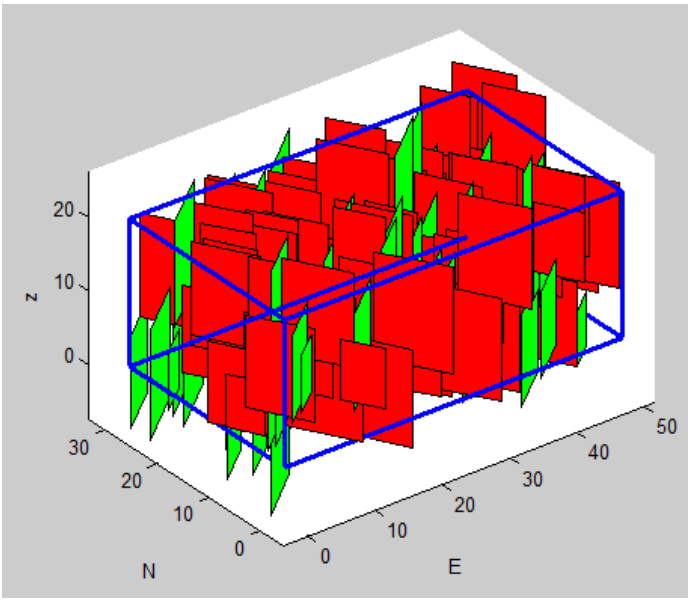


Figura 103: Modelo DFN com duas famílias de fraturas separadas por cores conforme os dados de campo obtidos com as *scanlines*.

4.7.2 Plano de referência (z=5m)

A Figura 104 mostra como foram identificadas as fratura que cortam o plano de referência em questão. Nesse caso as fraturas que intersectam o plano azul Z = 5 m, estão na cor amarela.

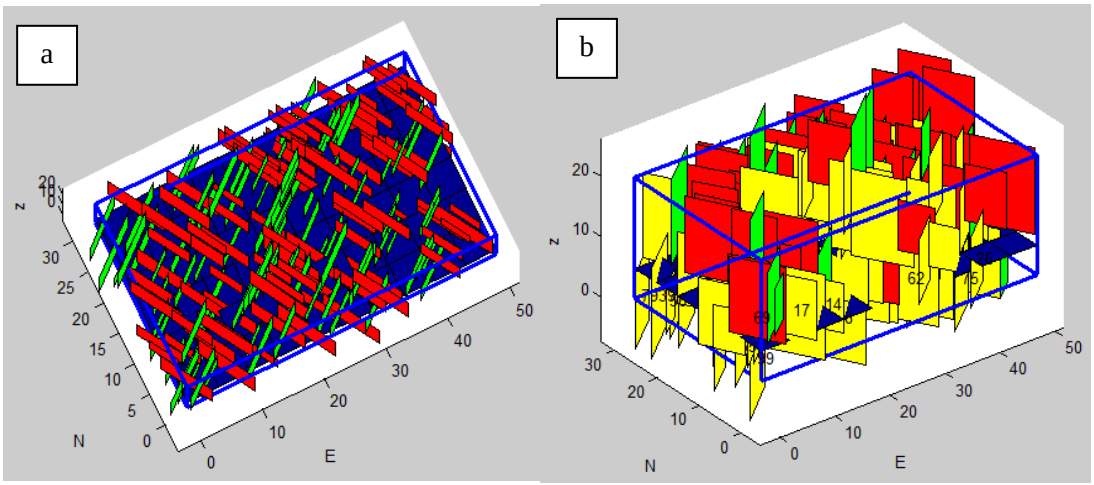


Figura 104: a) Plano de corte (Z = 5 m) na malha DFN. b) fraturas que intersectam esse plano na cor amarela.

Na Figura 105 é possível observar com mais detalhes as fraturas, na cor amarela, que intersectam o plano Z = 5 m. As demais fraturas estão representadas com a cor branca para aumentar o contraste.

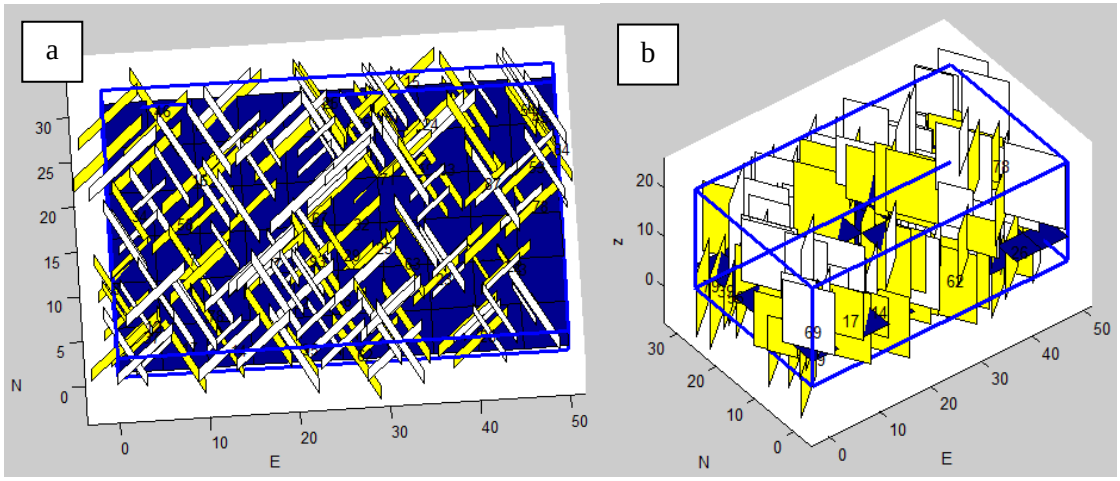


Figura 105: a) Fraturas destacadas (amarelas) que intercepta o plano de referencia. b) Neste caso 95 fraturas interceptam o plano Z = 5 m.

Para cada uma das duas famílias de fraturas que interceptam o plano deve-se obter a informação sobre a densidade de fraturas conforme a relação P10 como mostrada na Figura 106.

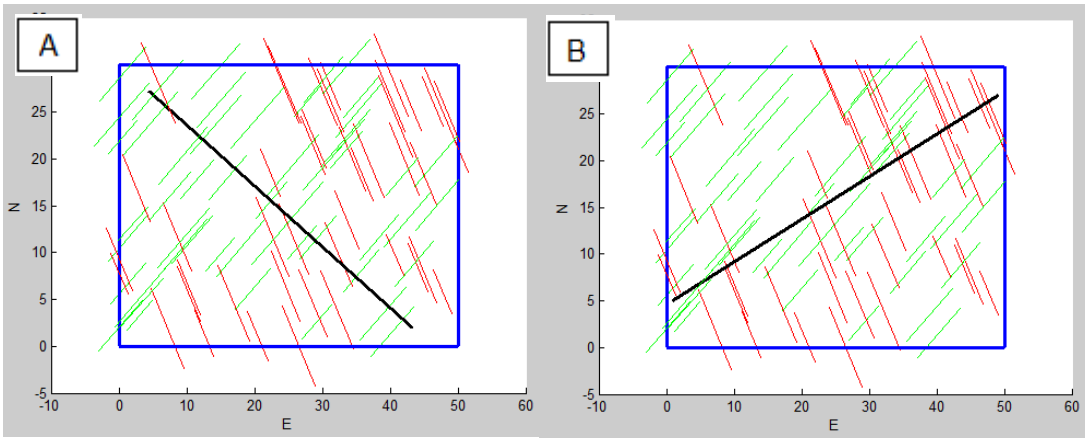


Figura 106: A) *Scanline* com 46 m utilizada para obter a relação P10 (família 1 - verde) = 0,28, B) *Scanline* com 52 m utilizada para obter a relação P10 (família 2 - vermelha) = 0,35, ambas na cota Z = 5 m.

4.7.3 Plano de referência (z=10m)

A Figura 107 apresenta as fraturas que intersectam o plano na cota Z = 10 m.

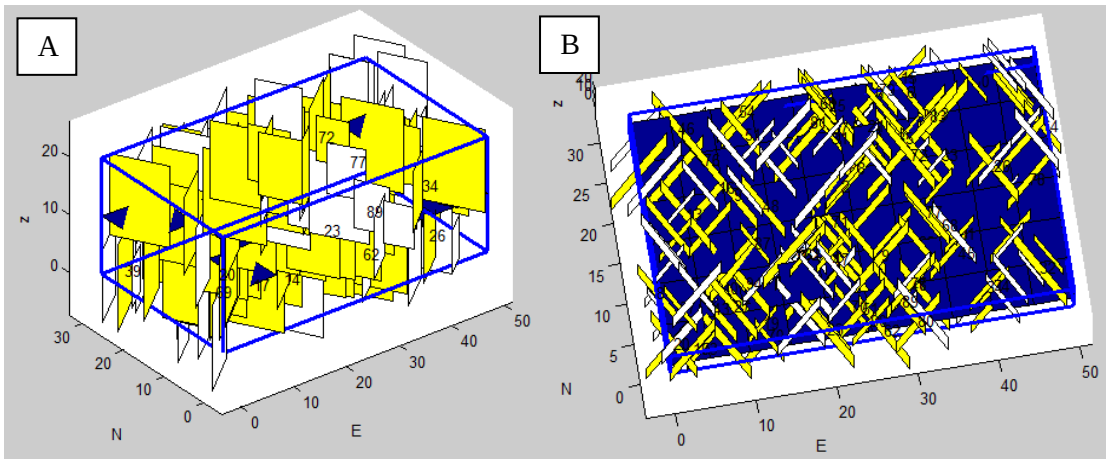


Figura 107: A) Fraturas destacadas no plano de referencia. B) Neste caso 116 fraturas intersectam o plano Z = 10 m.

As densidades de fraturas para cada uma das duas famílias desse plano são apresentadas na Figura 108.

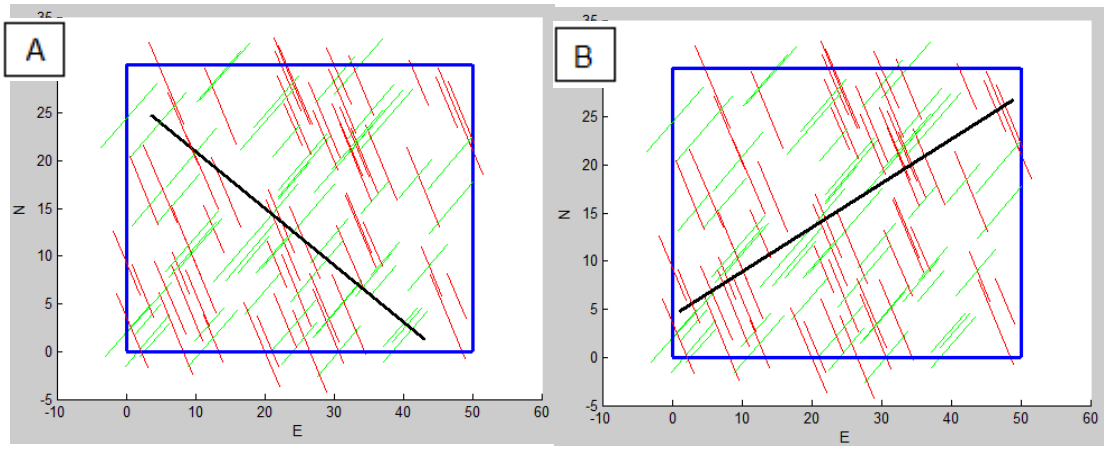


Figura 108: A) *Scanline* com 46 m utilizada para obter a relação P10 (família 1- verde) = 0,3, B) *Scanline*com 52 m utilizada para obter a relação P10 (família 2 - vermelha) = 0,36, ambos na cota Z = 10 m.

4.7.4 Plano de referência (z=15m)

Finalmente a última aquisição, mas não menos importante, de fraturas foi feita no plano Z=15m e pode ser observada na Figura 109.

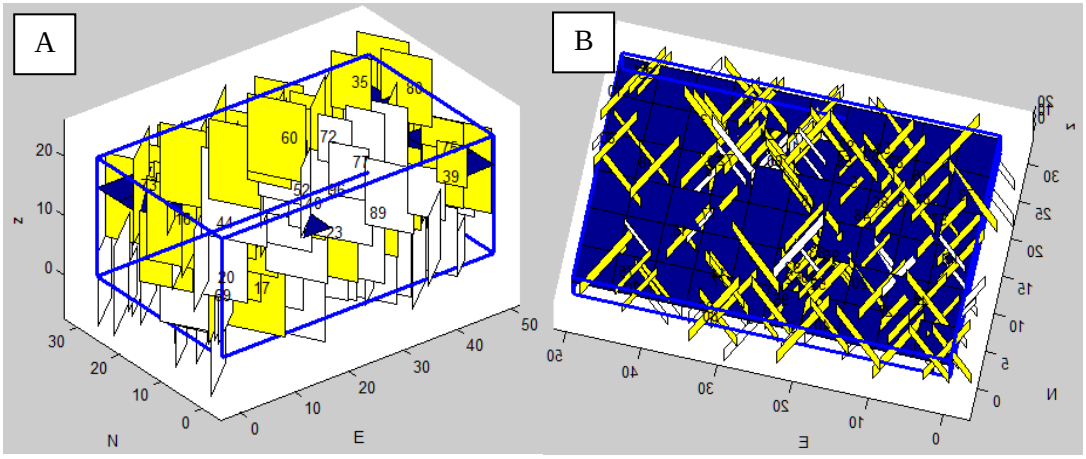


Figura 109: A) Fraturas destacadas no plano de referencia. B) Neste caso 101 fraturas intersectam o plano Z = 15 m.

A Figura 110 mostra as densidades de fraturas para esse plano.

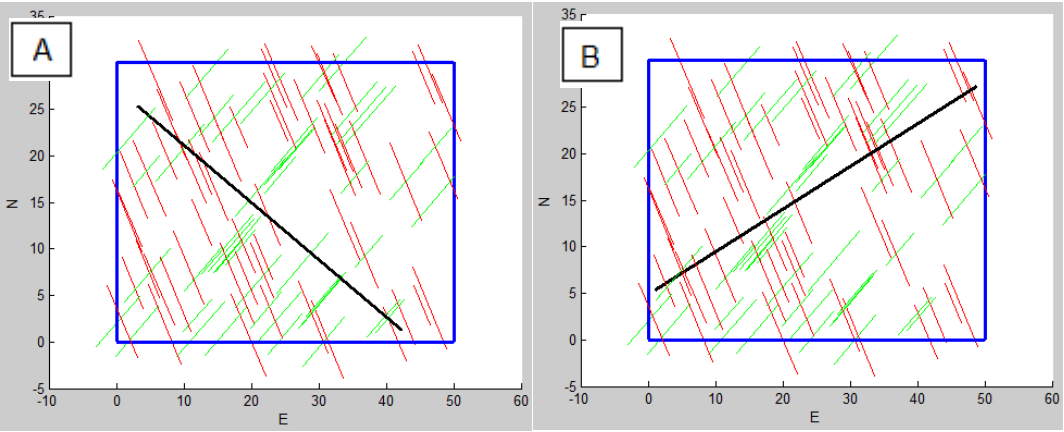


Figura 110: A) *Scanline* com 46 m utilizada para obter a relação P10 (família 1) = 0,17; B) *Scanline* com 52 m utilizada para obter a relação P10 (família 2) = 0,30, ambos na cota Z = 15 m.

4.8 Rede de Fraturas Discretas em Malha de Elementos Finitos

Uma maneira de simular o modelo de DFN criado para a simulação de fluxo envolvendo o sistema de fraturas é a partir do método de elementos finitos. Então foi gerada uma malha 3D de elementos finitos tetraédricos com as mesmas dimensões do modelo mostrado na Figura 4.50, apresentada anteriormente. Essa malha de elementos finitos foi interceptada pela rede de fraturas discretas, como mostra a Figura 111.

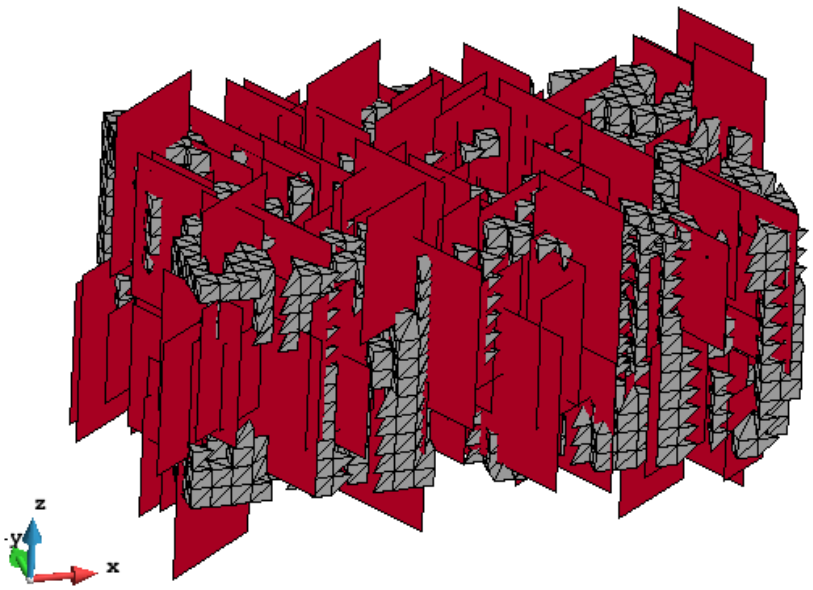


Figura 111: Malha de elementos finitos com 38.880 elementos, interceptada por 200 fraturas discretas.

A Figura 112 mostra outra visualização da malha de elementos finitos que foi sobreposta pelo modelo DFN com as duas famílias de fraturas discretas.

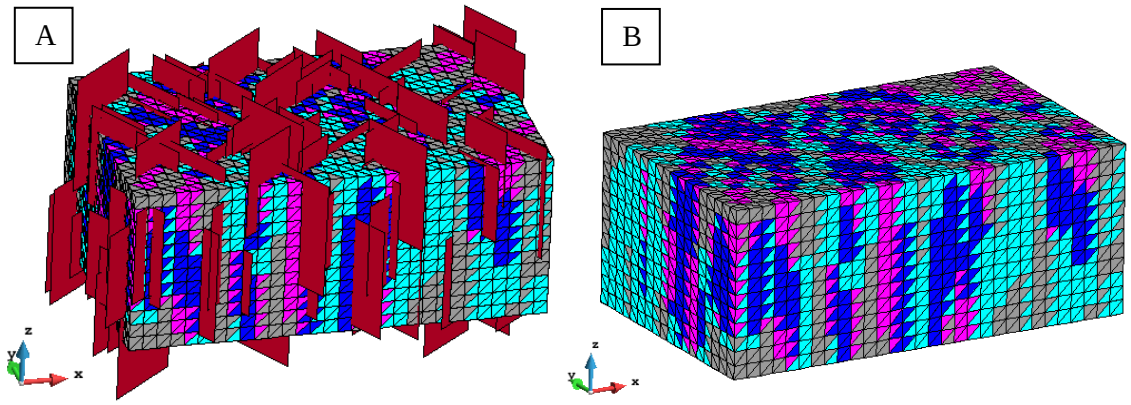


Figura112: A) Malhas de elementos finitos com identificação dos elementos cortados pelas famílias de fraturas. B) Apenas malha de elementos finitos.

Na Figura 112 os elementos em cinza representam a matriz do meio (rocha intacta - sem fraturas); já os elementos em azul escuro representam os elementos que foram intersectados pelas fraturas da família 1 (*set* 1: N50E), por outro lado os elementos em azul claro representam as intersecções com as fraturas da família 2 (*set*2: N30W). Por fim os elementos rosa referem-se aos que são intersectados simultaneamente pelas duas famílias de fraturas.

A Figura 113 mostra cada um desses conjuntos de elementos e suas respectivas quantidades.

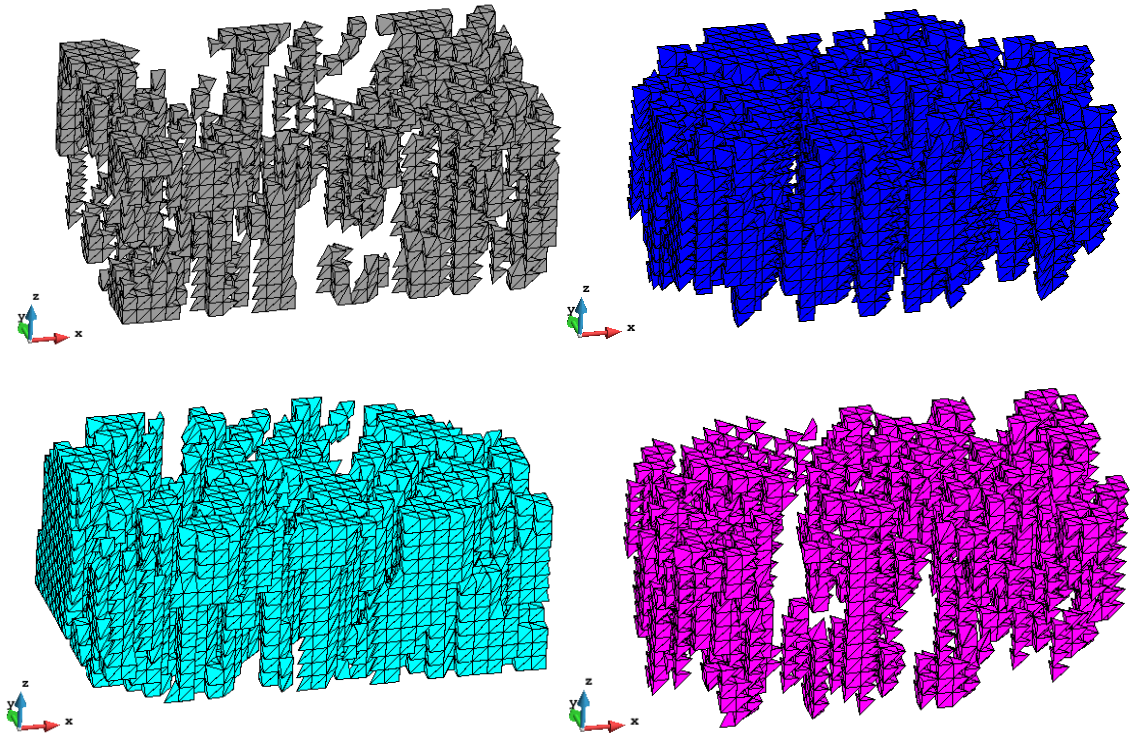


Figura113: Rocha intacta - 3.917 elementos cinza; Família 1 - 14.427 elementos azuis escuros; Família 2 – 16.427 elementos azuis claros; Intersecção entre família 1 e 2 – 4.109 elementos rosa.

4.8.1 Obtenção de Malha de Elementos Finitos 2D

A partir de uma malha de elementos finitos 3D o 'insere_fratura.m', também, pode obter uma malha de elementos finitos 2D. Para isso basta que o usuário defina uma fatia (*slice*) no nível (cota) de referência em relação ao eixo Z da malha 3D.

A Figura 114 mostra um exemplo de uma malha 2D obtida na cota Z = 5 m.

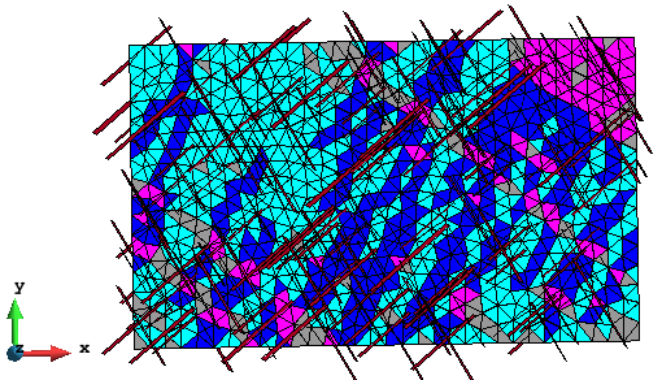
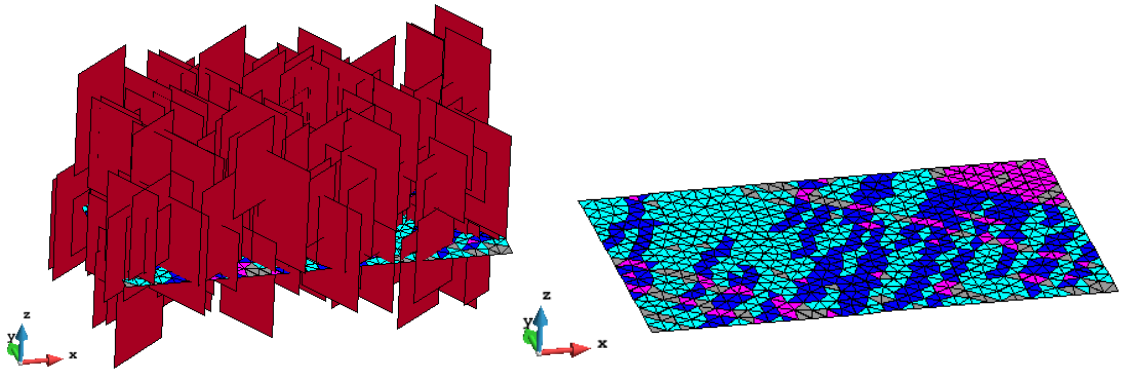
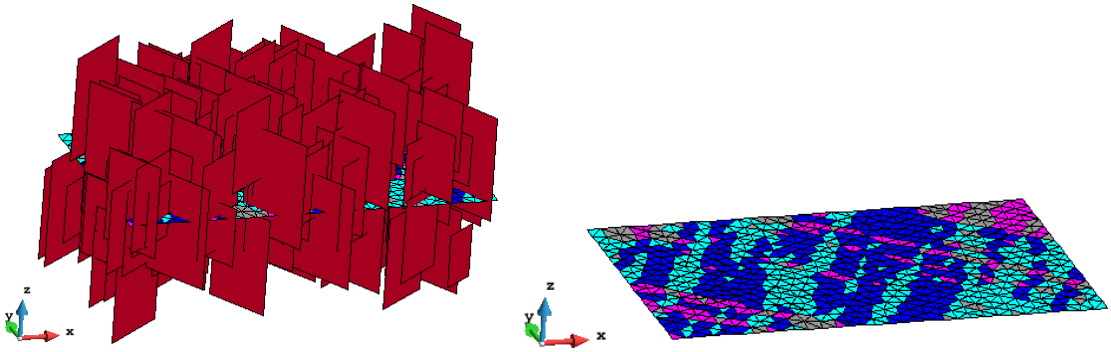


Figura 114: Malha de elementos finitos intersectada por famílias de fraturas na cota Z = 5 m.

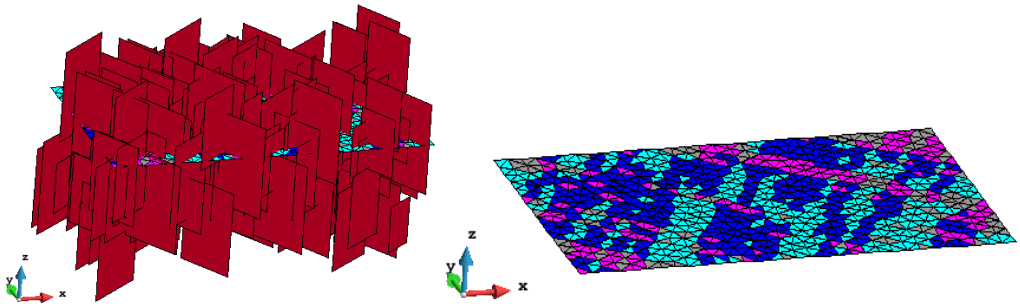
As Figuras 115 e 116 mostram as malhas de elementos finitos 2D obtidas para cada um dos três níveis de referência.



Z = 5 m



Z = 10 m



Z = 15 m

Figura 115: Perspectivas das malhas 2D para cada uma das cotas de referência.

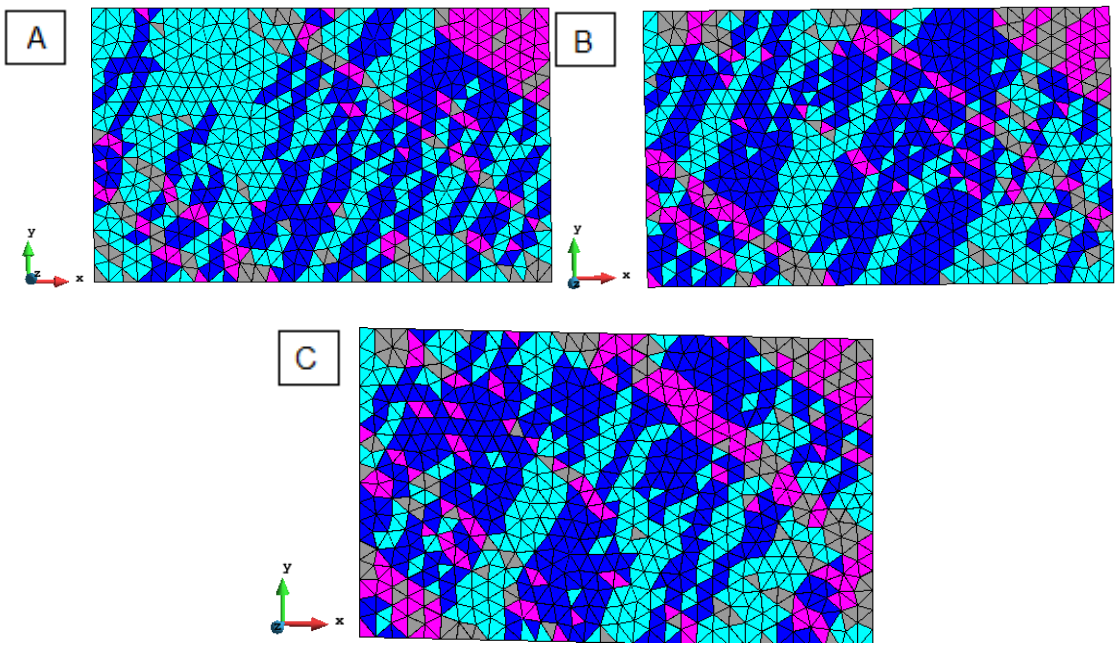


Figura 116: Cada uma das malhas contém 623 nós e 1.148 elementos, A) Z=5 m, B) Z=10 m, C) Z=15 m.

4.9 Exemplo de Simulação de Fluxo Monofásico

As simulações de fluxo monofásico foram realizadas em uma malha estruturada de elementos finitos com formato quadrilátero empregando uma abordagem de contínuo equivalente local. Neste caso, como já discutido no Capítulo 3, os campos de porosidades e permeabilidades foram obtidos através dos campos da relação P21 utilizando o modelo de Oda.

A Figura 117 mostra os campos de P21 obtidos do DFN dos três níveis do modelo 3D.

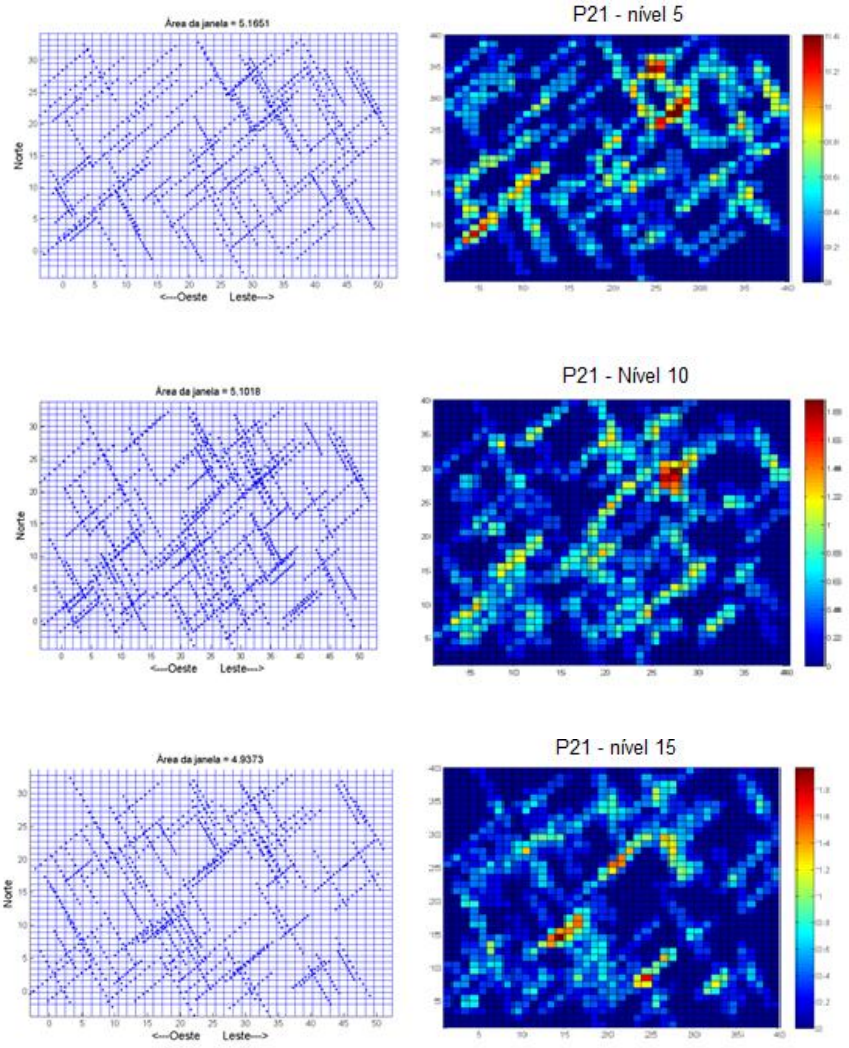


Figura 117: Painéis que mostram as relações de P21 em uma grade de 40x40 elementos para três níveis do modelo 3D do DFN.

Como o objetivo é encontrar o refinamento mínimo da grade (malha) na qual a simulação de fluxo passa a ficar equivalente a tamanhos de grades mais refinados escolheu-se o nível 10 para responder tal questionamento. A Figura 118 mostra os campos de P21 para este nível 10, refinados em grades de tamanhos 10x10, 20x20, 40x40 e 80x80.

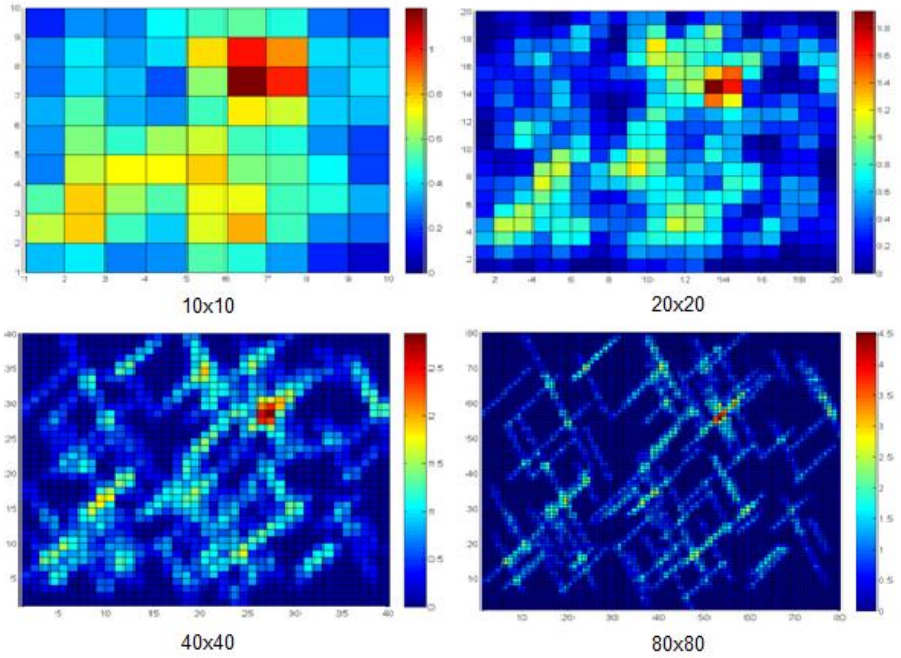


Figura 118: Campos de P21 para o nível 10 com diferentes tamanhos de grades.

Mais uma vez foram extraídos de cada um dos campos da Figura 118 campos de permeabilidades equivalentes. A Figura 119 mostra um exemplo do campo de permeabilidades para o caso 80x80. Vale ressaltar que as malhas de elementos finitos com base em quadriláteros foram obtidas com a quantidade de elementos na direção ‘x’ e ‘y’ equivalentes às dos campos da relação P21.

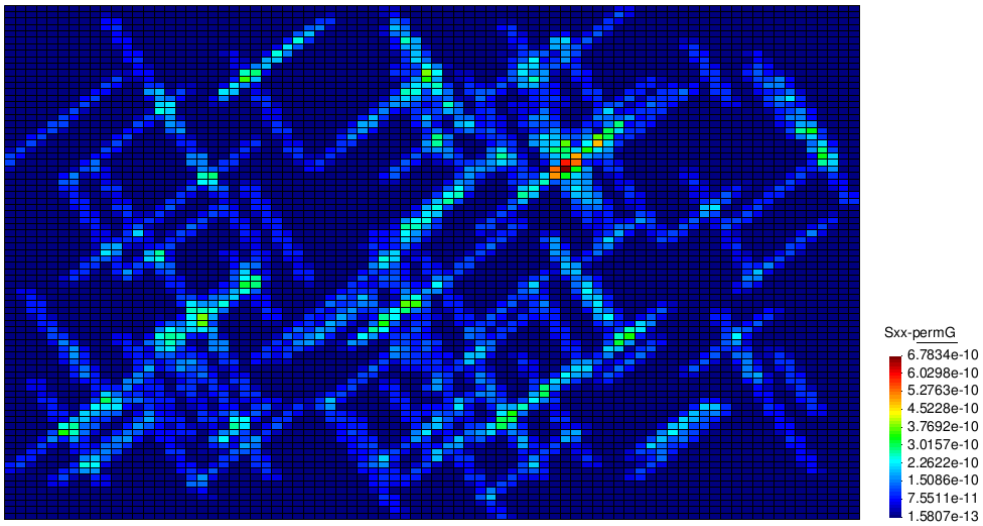


Figura 119: Campo de Permeabilidades para a relação P21 refinado na escala 80x80.

As condições de contorno para as simulações dos casos estão mostradas na Figura 120 caso 10x10. Neste caso foram consideradas pressões prescritas (condição de Dirichlet) sempre no primeiro nó (extremo inferior esquerdo) do campo e no ultimo nó extremo superior direito do campo. O mesmo foi feito para os demais modelos com diferentes tamanhos de grade.

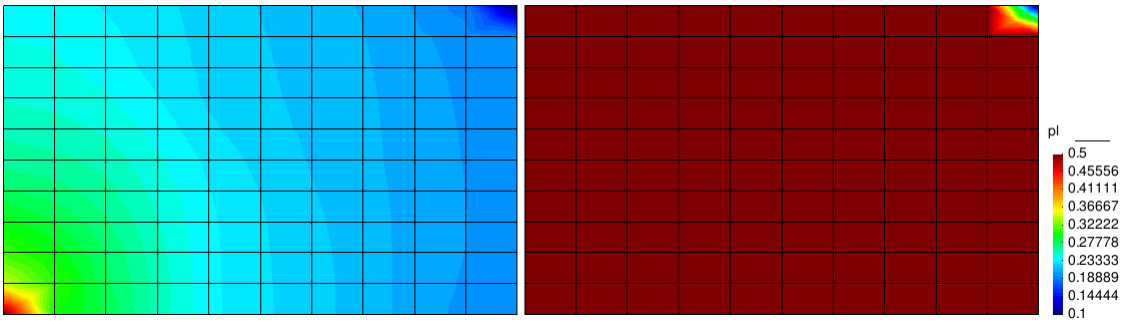


Figura120: Condições de contorno para o problema de fluxo monofásico.

O resultado das simulações com o CODE-BRIGHT está mostrado na Figura 121 que apresenta os valores de produção acumulada em função do tempo de simulação. E a Figura 122 mostra a vazão de produção em função do tempo.

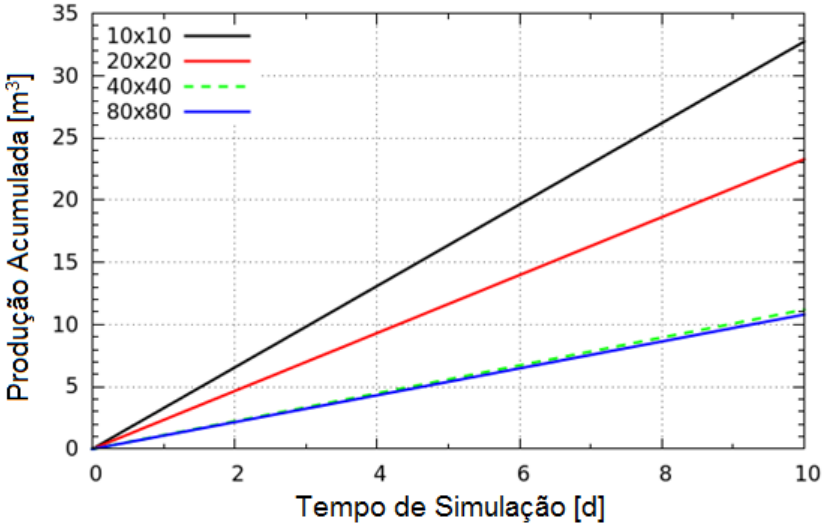


Figura 121: Produções acumuladas das simulações em função do tempo de simulação obtida para cada um dos tamanhos de malha ou grade (10x10, 20x20, 40x40 e 80x80).

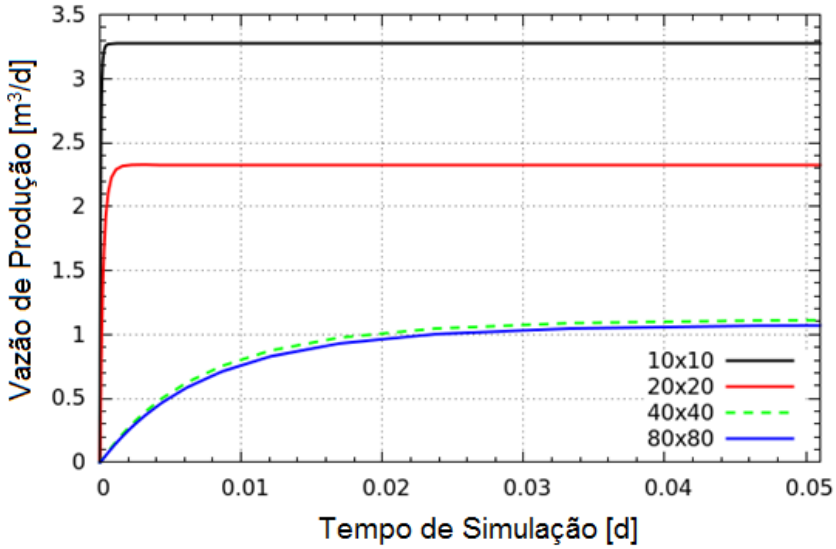


Figura 122: Vazão de produção em função do tempo de simulação de cada um dos tamanhos de malha ou grade (10x10, 20x20, 40x40 e 80x80).

Observa-se, Figuras 121 e 122, que o tamanho de grade ou malha de 40x40 proporciona exatamente o mesmo resultado que o modelo com grade 80x80. Desse modo para as dimensões do problema e configuração da distribuição de fraturas no campo um tamanho de grade 40x40 apresenta boa representatividade para um contínuo equivalente do meio. Como o problema é monofásico, a frente de saturação não interfere nas curvas obtidas.

A Figura 122 mostra que o estado estacionário foi rapidamente atingido para os tamanhos de grades 10x10 e 20x20. No entanto, para os tamanhos 40x40 e 80x80, que proporcionaram resultados iguais, o pequeno retardo até a estacionaridade da simulação possivelmente é explicado devido aos blocos da grade, que neste último caso, apresentam mais valores de baixa permeabilidade (apenas da matriz), devido a um maior refinamento da grade.

Esse resultado mostra a necessidade de uma avaliação em relação à escolha do tamanho da malha para a simulação. Uma previsão com um erro muito elevado pode ser encontrada em caso de negligencia com relação a esse parâmetro. Da Figura 122 nota-se que em dez dias de simulação os valores de produção acumulada para as malhas de tamanho 40x40 e 80x80 (que neste caso são as mais representativas) foram de aproximadamente 11 m^3/d, porém a malha de 10x10 forneceu praticamente o triplo desse valor (32 m^3/d) e a malha 20x20 o dobro (23 m^3/d).

5 CONCLUSÕES

O presente trabalho serviu para elucidar e/ou esclarecer, até certo ponto, questionamentos a respeito dos reservatórios de petróleo a partir da construção de modelos computacionais provenientes de dados presentes em afloramento análogos de reservatório.

Uma contribuição importante dos estudos foi propor alternativas de avaliar, a partir de simulações estocásticas, a influência ou propagação dos erros, incertezas e imprecisões de medidas nos dados de *scanlines* que fornecem a lei de potência como resultado.

Também foi possível determinar qual a sensibilidade das variáveis medidas para a obtenção dos coeficientes da lei de potência, bem como determinar os intervalos com 95% de confiança. Os resultados da pesquisa mostraram que as medidas das aberturas das fraturas, obtidas com a técnica de *scanline* nos afloramentos influenciam significativamente a determinação da lei de potência (padrão de fraturamento do meio). Por outro lado às medições de espaçamentos entre fraturas, também obtidas com a técnica de *scanline*, pouco influenciam nos coeficientes da lei de potência.

Foram propostas e estudadas alternativas para mitigar os problemas de *censoring* e *truncation* a partir do método de dois pontos sugerido por Gerrierro, 2012 e inferência estatística aplicada ao método de regressão linear.

É muito importante saber, para construção dos modelos, se as fraturas estão distribuídas em *clusters* e/ou possuem alguma correlação espacial. Por isso foi estudada a presença de clusters nos dados de *scanline* e apresentada uma maneira para obtenção de um semivariograma que verificasse a dependência espacial desses dados. Tudo isso permite obter modelos de DFN com mais controle e representatividade do meio geológico.

Por fim, após a construção desses modelos foi estudado, a partir de simulações de fluxo monofásico, a obtenção de tamanho de malhas com elementos finitos quadriláteros para um dado DFN que melhor representasse as propriedades das fraturas dentro dos domínios do modelo. As simulações dos modelos de redes de fraturas discretas foram importantes para exemplificar as inúmeras dificuldades da atividade e evidenciar o cuidado que deve ser tomado no refino de uma malha de elementos finitos que computa informações de DFN.

Sugestões para trabalhos Futuros

Avanço no desenvolvimento do gerador de DFN considerando outras estruturas encontradas em reservatórios carbonáticos tais como feições cársticas;

Construção de algoritmo para determinar a relação P32 de uma rede discreta de fraturas tridimensional;

Elaborar um modelo DFN tridimensional respeitando semivariogramas definidos a partir dos dados das *scanlines*;

Executar simulações considerando fenômenos geomecânicos, sistema de escoamento bifásico água-óleo, em outros modelos tridimensionais;

Adoção de modelos geoestatísticos para geração de cenários multiescala baseado nos dados da caracterização geológica a nível de afloramentos em escala regional da bacia;

Simular fluxo bifásico para avaliar o efeito do tamanho da malha na frende de saturação.

Elaborar métodos de validação dos modelos DFN a parir das relações de P21 e P33.

REFERÊNCIAS

Agar, S.M., S.Geiger, S.Matthäi, R.Alway, S.Tomas, A. Immenhauser, R. Shekar, et al., 2010, The impact of hierarchical fracture networks on flow partitioning in carbonate reservoirs: Examples based on a Jurassic carbonate ramp analog from the High Atlas, Morocco: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Florence, Italy, September 19–22, 2010, SPE Paper 135135, 19 p.

Allan, J., Qing Sun, S. "*Controls on Recovery Factor in Fractured Reservoirs: Lessons Learned from 100 Fractures Wells*." In: SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, Colorado, EUA, SPE Paper 84590, October 2003.

Assine, M. L., 1992, Análise estratigráfica da Bacia do Araripe, Nordeste do Brasil: Revista Brasileira de Geociências, v. 22, p. 289–300.

Assine, M. L., 2007, Bacia do Araripe: Boletim de Geociências da Petrobras, v. 15, p. 371–389.

B. B. Mandelbrot, The Fractal Geometry of Nature (W.H. Freeman and Company, Nova Iorque, 1975).

Barton, C.A., Zoback, M.D., 1992. Self-similar distribution and properties of macroscopic fractures at depth in crystalline rock in the Cajon Pass Scientific Drill Hole. Journal of Geophysical Research 97, 5181e5200.

Bernier, J.M. (1987). Elements of Bayesian Analysis of Uncertainty in Hydrological Reliability and Risk Models. In: Duckstein, L. & Plate, E.J. (Eds), Engineering Reliability and Risk in Water Resources, NATO ASI Series, Serie E: Applied Sci., No. 124, Nijhoff, Dordrecht, Netherlands.

Bonnet, E., Bour, O., Odling, N., Davy, P., Main, I., Cowie, P. A., Berkowitz, B., "Scaling of Fracture Systems in Geological Media," Reviews of Geophysics 39, 3, 347–383, 2001.

BP Statistical Review of World Energy. US Securities and Exchange Commission, June 2015.

Brown, S.R., and Bruhn, R.L., 1998: Fluid Permeability of Deformable Fracture Networks," J. of Geophys. Res., 103 (B2), 2489-2500.

Carman, P. C. (1948). Interaction of Water and Porous Materials. Soc. Discussions , p. 72.

Childs, C., J. J. Walsh, and J. Watterson, A method for estimation of the density of fault displacements below the limits of seismic resolution in reservoir formations, in North Sea Oil and Gas Reservoirs, II, edited by A. T. Buller et al., pp. 309-318, Norw. Inst. of Technol., Graham and Trotman, London, 1990.

Davy, P., Bour, O., De Dreuzy, J. R., Darcel, C., "Flow in multiscale fractal fracture networks," Geological Society, London, Special Publications 261, 31-45, 2006.

Dekking, F. M., Kraaikamp, C., Lopuhaa, H. P., Meester, L. E., A Modern Introduction to Probability and Statistics: Understanding Why and How. Springer-Verlag, London (UK), 2005.

Dershowitz, W. S., Herda, H. H.. Interpretation of Fracture Spacing and Intensity. Proc. 32nd US Rock Mech. Symp., Santa Fe, NM, 757-766, 1992.

Dimov, I. T., 2008, Monte Carlo methods for applied scientists: London, United Kingdom, World Scientific, 291 p.

Einstein H.H. and G.B. Beacher, 1983. Probabilistic and Statistical Methods in Engineering Geology: Specific Methods and Examples. Rock Mechanics and Rock Engineering 16, 39-72.

Falcão, F.O.L., Simulação Hidromecânica de Reservatório Carbonático de Petróleo através de Pseudoacoplamento. Tese de Doutorado, PUC-Rio de Janeiro, 2013.

Fontana, A.; M. C. Naldi (2009) Estudo de Comparação de Métodos para Estimação de Números de Grupos em Problemas de Agrupamento de Dados. Universidade de São Paulo.

Geiger S., and Matthäi, S. What can we learn from high-resolution numerical simulations of single- and multi-phase fluid flow in fractured outcrop analogues? Geological Society, London, Special Publications published online September 5, 2012.

Gelhar L. W. Stochastic subsurface hydrology. Englewood Cliffs. Prentice-Hall, 1993.

Geweke J. Monte Carlo Simulation and Numerical Integration. University of Minnersota, 1992.

Gillespie, P.A., Howard, C.B. Walsh J.J., Watterson J. Mensurement and characterization of spatial distributions of fractures.Tectonophysics.Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, 1993.

Gudmundsson, A., 1987, Geometry, formation, and development of tectonic fractures on the Reykjanes Peninsula, southwest Iceland: Tectonophysics, v. 139, p. 295–308.

Guerriero, V., Iannace, A., Mazzoli, S., Parente, M., Vitale, S., Giorgioni M., "Quantifying uncertainties in multi-scale studies of fractured reservoir analogues: Implemented statistical analysis of scan line data," Journal of Structural Geology, 2010.

Guerriero, V., Power Law Distribution: Method of Multi-scale Inferential Statistics, Journal of Modern Mathematics Frontier. Dipartimento di Scienze della Terra, Università degli studi di Napoli, Italy, 2012.

Guerriero, V., S. Mazzoli, A. Iannace, S. Vitale, A. Carravetta, and C. Strauss, 2013, A permeability model for naturally fractured carbonate reservoirs: Marine and Petroleum Geology, v. 40, p. 115–134.

Gujarati, D. N.; Porter, D. C. Econometria básica. 5. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 924 p.

Gupta, A., Penuela, G, Avila, R. 2001. An integrated approach to the determination of permeability tensors for naturally fractured reservoirs. Journal of Canadian Petroleum Technology. Vol. 40, No 12.

Gutenberg, B., and Richter, C. F., Seismicity of the Earth and Associated Phenomena (Princeton University Press, 1954; reprinted, Stechert-Haffner, 1965).

H. Takayasu, Fractals in the Physical Sciences (Manchester Univ. Press, Manchester, 1990).

Harstad, H., Teufel, L. W., Lorenz, J. C., Brown, S. R. (1996). Characterization and fluid flow simulation of naturally fractured frontier sandstone, Green River Basin, Wyoming. Sandia Report. SAND 96-1955.

K. Falconer, Fractal Geometry - Mathematical Foundation and Applications (John Wiley & Sons, Chichester, 1990).

Kalas M. H.; Whitlock P. A. *Monte Carlo Methods*. WILEY VCH, Germany, 2004.

Klir, G. J. (1989). Methodological Principles of Uncertainty in Indutive Modelling: a New Perspective. In: Erickson, G. J. & SMITH, C.R. (Eds), Maximum-Entropy and Bayesian Methods in Science and Engineering Vol. I.

Landan D.P. & Binder K. *A guide to Monte Carlo Simulation in Statistical Physics*. Cambridge, 2000.

MacQueen, J. B. (1967). Some Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations.Procedings of 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability 1. pp. 281–297.

Maddala, G. S. (2003), Introduction to Econometrics (Macmillan: New York).

Mandelbrot B.B., The Fractal Geometry of Nature (W.H. Freeman and Company, Nova Iorque, 1975).

Matsumoto, M. and Nishimura, T. 1998. Mersenne Twister: A 623-dimensionally equidistributed uniform pseudorandom number generator: ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation, v. 8, no. 1, p. 3–30.

Mauldon, M. Dunne, W.M., Rohrdaugh Jr., M.B., Circular scanlines and circular windows: new tools for characterizing the geometry of fracture traces. Journal of structural Geology, 2001.

Mauldon, M., Mauldon, J.G., 1997. Fracture sampling on a cylinder: from scanlines to boreholes and tunnels. Rock Mechanics and Rock Engineering 30, 129-144.

Meyer, P. L., 1965, Introductory probability and statistical applications: Boston,Massachusetts, Addison-Wesley Publishing Co., Inc., 339 p.

Miranda, T. S.; Barbosa, J.A.; Gomes, I. F.; Neumann, V. H.; Santos, R. F. V. C.; Matos, G.; Guimaraes, L. J. N.; Florencio, R. Q.; Alencar, M. L. Aplicação da Técnica de Scanline a Modelagem Geológica/Geomecânica de Sistemas de Fraturamento nos Depósitos Carbonáticos e Evaporíticos da Bacia do Araripe, NE do Brasil.. Boletim de Geociências da PETROBRAS (Impresso), v. 20, p. 305-326, 2012.

Miranda, T.S., Magalhães, J.R., Barbosa, J.A., Correia Filho, O.J., Alencar, M.L. 2014. Araripe Basin, NE Brazil: a rift basin implanted over a previous pull-apart system? In: 4th Atlantic Conjugate margins Conference, St. John's, Canadá. Abstracts Book, 1: 80-82.

Morgan, M.G. & Henrion, M. (1993). Uncertainty: A Guide to Dealing with Uncertainty in Quantitative Risk and Policy Analysis. Cambridge University Press, New York.

Moritz, H., 1972, Advanced least-squares methods: Department of Geodetic Science Report 175, Columbus, Ohio, The Ohio State University, Research Foundation, 129 p.

Moura E., M., Análise gráfica de estruturas porosas sobre a ótica da estereologia. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Programa de pós-graduação em ciências de materiais, Natal – RN, 2011.

Nelson, W. and Hahn, G.J., 1973. Linear estimation of a regression relationship from censored data --Part I1. Best linear unbiased estimation and theory. Technometrics, 15: 133-150.

Neumann, V.H., Gale, J., Reed, R.M., Barbosa, J.A. Padrão de fraturamento nos calcários laminados aptianos da região de nova olinda-santana do cariri, bacia do araripe: uma aplicação da técnica de escalas.Estudos Geológicos v. 18, 2008-2.p65.

Oda, M. (1985). Permeability tensor for discontinuous rock masses. Geotechinique, 35:483-495.

Olivella S. Numerical formulation for a simulator (CODE_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media. Eng Comput 1996.

Ordoñez, A., Peñuela, G., Idrobo, E. A., Medina, C. E. 2001. "Recent advances in naturally fractured reservoir modeling". CT&F - Ciencia, Tecnología y Futuro. vol 2, Núm. 2.

Ortega, O., Marrett, R., Laubach, E., 2006. Scale-independent approach to fracture intensity and average spacing measurement. AAPG Bulletin 90, 193-208.

Peacocka, D.C.P. ,Harrisb, S.D., Mauldonc, M., *Use of curved scanlines and boreholes to predict fracture frequencies*. JournalofStructuralGeology 25, 2003.

Pereira, L.C., Quantificação de Incertezas Aplicada à Geomecânica de Reservatórios, Tese de Doutorado. Universidade Federal de Pernambuco, 2015.

Pickering G., J.M. Bull, D.J. Sanderson. Sampling power-law distributions. Department of Geology, University of Southampton, Highfield, Southampton, S017 1B J, UK, 1995. Tectonophysics, 248 (1995) 1-20.

Pimentel, Edson P., Vilma F. de França, & Nizam Omar. A identificação de grupos de aprendizes no ensino presencial utilizando técnicas de clusterização. Anais do Simpósio Brasileiro de Informática na Educação. Vol. 1. No. 1. 2003.

Pindyck, R. S.; Rubinfeld, D. L. Econometria, modelos e previsões. 3. ed. Rio de Janeiro: Campus, 2004. 726p.

Priest, S. D., 1993. Discontinuity Analysis for Rock Engineering. Chapman & Hall, New York.

Priest, S. D., and J. A. Hudson, 1976, Discontinuity spacing in rock: International Journal of Rock Mechanics, Mining Science, and Geomechanics Abstracts, v. 13, p. 135–148.

Priest, S. D., Hudson, J.A., 1981. Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. International Journal of RockMechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts 18,183-197.

R. W. Fox e A. T. McDonald, 'Introdução a mecânica dos Fluidos', Guanabara, 1985.

F. M. White, *'Fluid Mechanics'*, McGraw-Hill, 2001.

Rafael Santos (UFPE), Igor Gomes (UFPE), Leonardo Guimarães (UFPE), Tiago Miranda (UFPE), Antonio Barbosa (UFPE), Virgínio Neumann (UFPE), Elizabeth McKinnon (JSG-UTexas), Randall Marrett (JSG-UTexas). Numerical modeling of naturally fractured carbonate reservoir based on outcrops of Crato Formation, NE Brazil. European Association of Geoscientists & Engineers. 2016.

Rand, W. M. (1971). Objective criteria for the evaluation of clustering methods.Journalofthe American StatisticalAssociation, 66, 846–850.

Ross, S. A first course in probability (6ª ed.), Macmillan, Nova Yourk, 2002.

Rouleau, A., and J. E. GALE, Statistical characterization of the fracture system in the Stripa granite, Sweden, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr., 22, 353–367, 1985.

Rubinstein R. Y.; Krose D. P. Simulation and the Monte Carlo Method. Second Edition, Wiley Series in Probability and Statistics, 2007.

Russ, John. C & Dehoff, Robert T. Pratical Stereology. 2ª ed. New York. Plenum Press, 2000.

Sammis, C. G., L. J. An, and I. Ershaghi, 1991, Fractal patterns in graywacke outcrops at The Geysers geothermal field: 16th Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford University, Stanford, California.

Sampling power-law distributions. G. Pickering, J.M. Bull, D.J. Sanderson. Department of Geology, University of Southampton, Highfield, Southampton, S017 1B J, UK, 1995. Tectonophysics,248 (1995) 1-20.

Santos, R. F., Miranda, T. S., Barbosa, J. A., Gomes, I. F., Matos, G., Gale, J., Neumann, V., Guimarães, L. J. 2015. Characterization of natural fractures systems: analysis of uncertainty effects in linear scanline results. AAPG Bulletin.

Silva, I. J. M., Santos, R.F.V.C., Guimarães, L.J.N., Implementação de modelo de creep para rocha salina incluindo as fases transiente e estacionária. In: Rio Oil & Gas Expo and Conference, 2014, Rio de Janeiro. Rio Oil e Gas 2014.

Sterio, D.C. The unbiased estimation of number and sizes of arbitrary particles using the dissector. J. Microsc. 1984.

Takayasu H., Fractals in the Physical Sciences (Manchester Univ. Press, Manchester, 1990).

Terzaghi, R. D., 1965, Sources of error in joint surveys: Geotechnique, v. 15, no. 3, p. 287–304.

Tiago Miranda (UFPE),) Antonio Barbosa (UFPE), Igor Gomes (UFPE), Agnelo Soares (UFCG), Rafael Santos (UFPE), Gabriel Matos (Petrobras), Elizabeth McKinnon (JSG-UTexas), Virgínio Neumann (UFPE), Randall Marrett (JSG-UTexas). Petrophysics and petrography of Aptian tight carbonate reservoir, Araripe Basin, NE Brazil. European Association of Geoscientists & Engineers. 2016.

Tonon F., S. Chen, S., Closed-form and numerical solutions for the probability distribution function of fracture diameters. 2006.

Underwood, Ervin E. quantitative Stereology, Addison-Wesley Publishing Company, New York, 1970.

Wang, Z., Rutqvist, J., Wang, Y., Leung, C., Hock, A., Dai, Y. 2012. "The effect of stress on flow and transport in fractured rock masses using TOUGH-FLAC and modified crack tensor theory". Proceeding of TOUGH Symposium. Berkeley, California.