

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS  
DEPARTAMENTO DE ENERGIA NUCLEAR  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM TECNOLOGIAS  
ENERGÉTICAS E NUCLEARES**

**COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR  
CENTRO REGIONAL DE CIÊNCIAS NUCLEARES DO NORDESTE**

**RHAYANNE YALLE NEGREIROS COSTA**

**ANÁLISE TÉRMICA BIDIMENSIONAL DE UMA BARRA DE  
COMBUSTÍVEL NUCLEAR PELO MÉTODO DOS VOLUMES  
FINITOS SOB FLUXO NEUTRÔNICO VARIÁVEL**

**Recife**

**2017**

**RHAYANNE YALLE NEGREIROS COSTA**

**ANÁLISE TÉRMICA BIDIMENSIONAL DE UMA  
BARRA DE COMBUSTÍVEL NUCLEAR PELO  
MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS SOB FLUXO  
NEUTRÔNICO VARIÁVEL**

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares para obtenção do título de Mestre em Ciências, Área de Concentração: Engenharia de Reatores.

**Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto**

**Brayner de Oliveira Lira**

**Coorientador: Prof. Dr. Mário Augusto**

**Bezerra da Silva**

**Recife**

**2017**

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Valdicéa Alves, CRB-4 / 1260

C837a Costa, Rhayanne Yalle Negreiros.

Análise térmica bidimensional de uma barra de combustível nuclear pelo método dos volumes finitos sob fluxo neutrônico variável / Rhayanne Yalle Negreiros Costa - 2017.

129folhas, Il., Tab. Qua. e Simbs.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira.

Coorientador: Prof. Dr. Mário Augusto Bezerra da Silva

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Tecnologias Energéticas e Nucleares, 2017.

Inclui Referências E Apêndices.

1. Engenharia de reatores nucleares. 2. Método dos volumes finitos. 3. Análise térmica. 4. Reator nuclear AP1000. I. Lira, Carlos Alberto Brayner de Oliveira (Orientador). II. Silva, Mário Augusto Bezerra da. III. Título.

UFPE

621.483CDD (22. ed.)

BCTG/2017-301

# **Análise Térmica Bidimensional de uma Barra de Combustível Nuclear pelo Método dos Volumes Finitos sob Fluxo Neutrônico Variável**

**Rhayanne Yalle Negreiros Costa**

**APROVADA EM: 22.06.2017**

**ORIENTADOR: Prof. Dr. Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira**

**CO-ORIENTADOR: Prof. Dr. Mário Augusto Bezerra da Silva**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

**Prof. Dr. Fernando Roberto de Andrade Lima – CRCN-  
NE/CNEN**

---

**Prof. Dr. Enivaldo Santos Barbosa –  
CPGEP/UFCEG**

---

**Prof. Dr. Jair de Lima Bezerra –  
DEN/UFPE**

**Visto e permitida a impressão**

---

**Coordenador(a) do PROTEN/DEN/UFPE**

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por todas as bênçãos e por estar comigo nos melhores e piores momentos.

À minha família, por acreditar tanto na importância da educação e por me permitirem seguir por este caminho.

Aos Professores Carlos Alberto Brayner de Oliveira Lira e Mário Augusto Bezerra da Silva, pela oportunidade, por toda ajuda e pela compreensão.

Aos Professores Fernando Roberto de Andrade Lima, Jair de Lima Bezerra, Hilário Jorge Bezerra de Lima Filho e Enivaldo Santos Barbosa, por todas as contribuições e participações durante o desenvolvimento do trabalho.

À CNPq, pela concessão da bolsa de estudos.

Aos queridos amigos, por toda a força e fé em mim.

A todos do Departamento de Energia Nuclear, que fazem o melhor ambiente para se viver.

“내 피 땀 눈물”  
방탄소년단

## RESUMO

Os benefícios da utilização de tecnologia nuclear para a geração de energia são inúmeros. É uma fonte com poucas emissões de gases do efeito estufa, podendo suprir a crescente demanda sem impactos tão severos ao meio ambiente; que possui alta regularidade, podendo fornecer estabilidade aos sistemas energéticos; e que ajuda a desenvolver tecnologia e conhecimento. O reator AP1000 da companhia Westinghouse busca o desenvolvimento de sistemas mais simples e com maior confiabilidade, com redução de equipamentos e materiais, e menores chances de acidentes graves como fusão do núcleo do reator ou grandes emissões radioativas. Para isso, utiliza-se de tecnologia passiva e sistemas simplificados exigindo menos intervenções e tornando-o uma das tecnologias mais robustas atualmente. O AP1000 é o reator do tipo PWR mais seguro e economicamente favorável do mercado. Essas características o tornam um dos sistemas em uso mais pesquisados. Entretanto, sistemas complexos como um reator nuclear podem encontrar-se submetidos a diversos cenários que precisam ser avaliados para que os níveis de segurança dos mesmos possam ser determinados. Uma das informações mais importantes para a operação do reator é o comportamento térmico do sistema, principalmente dentro do núcleo onde as variações de temperaturas são bruscas e intensas. Esse trabalho busca avaliar um canal nominal do reator AP1000 e seu comportamento térmico em alguns cenários. Para a obtenção dessas informações, aplica-se o Método dos Volumes Finitos (MVF) com o auxílio de software MATLAB para determinar a distribuição de temperaturas em todo o canal. Durante o progresso do presente trabalho, três análises foram desenvolvidas: uma análise unidimensional e uma bidimensional, ambas estacionárias, e uma bidimensional transitória. A partir da análise unidimensional foi possível verificar que tanto a aproximação adotada para a integral volumétrica da geração de calor, quanto os métodos adotados são apropriados para avaliar sistemas térmicos como os desse trabalho. A análise bidimensional estacionária apresenta os impactos da consideração do *gap* e da transmissão de calor na direção axial nas barras de combustível nuclear. Ambos fatores influenciam de maneira relevante as distribuições de temperaturas do sistema, e não devem ser desprezados em análises mais precisas. Por fim, as análises bidimensionais transitórias permitiram determinar que o sistema permaneceu seguro mesmo submetido a bloqueios de até 30% da vazão do refrigerante na entrada do canal. Entretanto, quando a dissipação de calor axial foi desprezada, apenas sob o primeiro bloqueio (10%) o canal permaneceu seguro.

**Palavras-chave:** Método dos volumes finitos. Análise térmica. Reator nuclear AP1000.

## ABSTRACT

The benefits of nuclear technology usage for power generation are numerous. It is a low greenhouse gases emission source, capable of helping to provide for the growing demand with minor environmental impacts; it is a highly reliable resource due to its regularity offering stability to energy systems; and it helps to develop technology and knowledge. Westinghouse Co. AP1000 reactor is the development of a simpler and more reliable system, with less equipment and materials, and smaller probability of serious accidents such as melting of the reactor core or large radiation emissions. It uses passive technology and simplified systems that requires fewer interventions making it one of the most robust technologies nowadays. The AP1000 is the safest and more economically favorable PWR reactor on the market. These features make it one of the most researched systems in use. Complex systems such as a nuclear reactor may be subjected to various scenarios that need to be evaluated in order to determine its safety levels. One of the most important information for the operation of the reactor is the thermal behavior of the system, especially in the core where the variations are sudden and intense. This work aims to evaluate a nominal channel of AP1000 reactor and its thermal behavior in a few scenarios. This information is obtained through the application of Finite Volume Method (FVM) with MATLAB software aid that determines the temperature distribution throughout the channel. During the present study, three analyzes were developed: a one-dimensional and a two-dimensional analysis, both stationary, and a transient two-dimensional analysis. Through one-dimensional analysis it was possible to verify that both the approximation adopted for the volumetric integral of heat generation, and the methods are appropriate to evaluate thermal systems like those in this work. The two-dimensional stationary analysis presents the impacts of gap consideration and axial heat transfer in the nuclear fuel rods. Both factors are relevant for temperature distributions and should not be neglected in more precise analyzes. Finally, the transient two-dimensional analyzes allowed to determine that the system remained safe even under coolant blockages up to 30% at the inlet of the channel. However, when the axial heat dissipation was neglected, the system remained safe only under the first blockage (10%).

**Keywords:** Finite volume method. Thermal analysis. AP1000 nuclear reactor.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1. Esquema de uma barra de combustível nuclear completa. ....	20
Figura 2. Malha adotada para a análise térmica unidimensional de placa quadrada em regime estacionário. ....	41
Figura 3. Malha adotada para a análise térmica bidimensional de placa quadrada em regime estacionário. ....	45
Figura 4. Volume de controle 5 da Figura 3 em destaque. ....	45
Figura 5. Esquema de uma barra de combustível nuclear simplificada (combustível e revestimento perfeitamente unidos). ....	55
Figura 6. Esquema de malha para análise numérica 1D radial estacionária ( $N_f = 2, N_c = 2$ ). .....	60
Figura 7. Volume de controle central no material combustível. ....	61
Figura 8. Volumes de controle no material combustível. ....	62
Figura 9. Volume de controle na interface combustível-revestimento. ....	62
Figura 10. Fluxograma do código para análise unidimensional estacionária de barra de combustível nuclear simplificada. ....	66
Figura 11. Esquema de malha para análise numérica bidimensional ( $N_f = 3, N_g = 2, N_c = 3$ e $N_z = 3$ ). ....	69
Figura 12. Fluxograma do código para análise bidimensional estacionária de canal do reator AP1000 composto por barra de combustível nuclear com <i>gap</i> . ....	77
Figura 13. Fluxograma do código para análise bidimensional transitória de canal nominal do reator AP1000 composto por barra de combustível nuclear com <i>gap</i> . ....	84
Figura 14. Distribuição de temperaturas numa barra de combustível simplificada sob análise unidimensional radial e estacionária. ....	87
Figura 15. Distribuição radial de temperaturas na altura $z = 3,4035m$ em um canal nominal de um reator AP1000 sob regime estacionário. ....	90
Figura 16. Distribuição radial de temperaturas na altura média de um canal nominal de um reator AP1000 sob regime estacionário. ....	91
Figura 17. Distribuição de temperaturas no refrigerante de um canal nominal de um reator AP1000 através de análises numérica e analítica. ....	92
Figura 18. Distribuição de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear de um reator AP1000 através de análises numérica e analítica. ....	93

Figura 19. Distribuição axial de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial $t = 0$ e no novo estacionário após bloqueio de 10% na vazão mássica. ....	95
Figura 20. Distribuição axial de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial $t = 0$ e no novo estacionário após bloqueio de 20% na vazão mássica. ....	96
Figura 21. Distribuição axial de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial $t = 0$ e no novo estacionário após bloqueio de 30% na vazão mássica. ....	98
Figura 22. Distribuição radial de temperaturas para altura média $z = \frac{H}{2}$ da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial $t = 0$ e no novo estacionário após bloqueio de 30% na vazão mássica. ....	99
Figura 23. Volume de controle mais central no material combustível de uma barra de combustível com <i>gap</i> .....	109
Figura 24. Volume de controle mais central no material combustível de uma barra de combustível com <i>gap</i> - Extremidade norte.....	110
Figura 25. Volumes de controle no material combustível de uma barra de combustível com <i>gap</i> . ....	112
Figura 26. Volume de controle no interior do material combustível, na extremidade norte da barra de combustível nuclear com <i>gap</i> .....	113
Figura 27. Volume de controle na interface Combustível- <i>Gap</i> em uma barra de combustível nuclear com <i>gap</i> .....	114
Figura 28. Volume de controle na interface Combustível- <i>Gap</i> em uma barra de combustível nuclear com <i>gap</i> - Extremidade norte.....	115
Figura 29. Volume de controle na interface <i>gap</i> -revestimento em uma barra de combustível nuclear com <i>gap</i> .....	118
Figura 30. Volume de controle na interface <i>gap</i> -revestimento em uma barra de combustível nuclear com <i>gap</i> - Extremidade norte.....	120
Figura 31. Esquema de um canal do reator AP1000 dividido em volumes de controle.....	124
Figura 32. Volume de controle no Refrigerante. ....	125

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Matriz dos coeficientes para análise 1D obtidos pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 2. ....	43
Tabela 2. Matriz dos coeficientes para uma análise 1D do sistema representado pela Figura 2 (Matriz A). ....	43
Tabela 3. Matriz de incógnita para análise 1D do sistema representado pela Figura 2 (Matriz T). ....	44
Tabela 4. Matriz dos termos independentes para análise bidimensional obtida pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 2. ....	44
Tabela 5. Matriz de coeficiente para análise 2D obtida pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 3. ....	47
Tabela 6. Matriz de incógnita para análise 2D do sistema representado pela Figura 3 (Matriz T). ....	47
Tabela 7. Matriz dos termos independentes para análise 2D obtida pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 3. ....	48
Tabela 8. Matriz de coeficientes para análise 2D do sistema representado pela Figura 3 evidenciando coeficientes vizinhos inexistentes. ....	48
Tabela 9. Matriz de coeficientes para uma análise 2D do sistema representado pela Figura 3. ....	49
Tabela 10. Matriz dos termos independentes para análise 2D estacionária do sistema representado pela Figura 3 (Matriz B). ....	50
Tabela 11. Matriz de coeficientes para análise 2D estacionária do sistema representado pela Figura 3 (Matriz A). ....	50
Tabela 12. Matriz dos termos independentes para análise 2D transitória do sistema representado pela Figura 3. ....	52

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Coeficientes para os comprimentos do dióxido de urânio por expansão térmica. ..	33
Quadro 2. Calor específico do revestimento em função da temperatura.....	37
Quadro 3. Constantes de integração da solução analítica da análise unidimensional radial de uma barra de combustível nuclear simplificada em regime estacionário.....	59
Quadro 4. Coeficientes da solução numérica da análise unidimensional radial de uma barra de combustível nuclear simplificada em regime estacionário.....	63
Quadro 5. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime estacionário - volumes de controle na barra. ....	72
Quadro 6. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime estacionário - volumes de controle na extremidade norte da barra. ....	73
Quadro 7. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime estacionário - volumes de controle no refrigerante. ....	74
Quadro 8. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime transitório - volumes de controle no centro da barra. ....	80
Quadro 9. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime transitório - volumes de controle no refrigerante. ....	81
Quadro 10. Propriedades físicas para entrada dos sistemas em estudo.....	85

## LISTAS DE SÍMBOLOS

$q'''$	Taxa de geração volumétrica de calor $\left[\frac{W}{m^3}\right]$
$q_0'''$	Taxa de geração de calor máxima volumétrica $\left[\frac{W}{m^3}\right]$
$\kappa_f$	Inverso do comprimento térmico de difusão no combustível $[m^{-1}]$
$r$	Posição radial do ponto em estudo, em função do centro da barra $[m]$
$z$	Posição axial do ponto em estudo, em função da extremidade sul da barra $[m]$
$H$	Comprimento da barra $[m]$
$D$	Coefficiente de difusão $[m]$
$\Sigma_a$	Seção macroscópica de absorção do combustível $[m^{-1}]$
$\rho$	Densidade $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
$L$	Comprimento do material $[m]$
$T$	Temperatura $[^{\circ}C]$ ou $[K]$
$k$	Condutividade $\left[\frac{W}{m^{\circ}C}\right]$
$c_p$	Calor específico $\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$
$h$	Coefficiente de convecção do fluido refrigerante $\left[\frac{BTU}{ft \cdot hr \cdot ^{\circ}F}\right]$ ou $\left[\frac{W}{m^2 \cdot K}\right]$
$\mu$	Viscosidade dinâmica do fluido refrigerante $\left[\frac{lb}{ft \cdot ^{\circ}F}\right]$ ou $[Pa \cdot s]$
$G$	Velocidade mássica do fluido refrigerante $\left[\frac{lb}{ft^2 \cdot hr}\right]$ ou $\left[\frac{kg}{s \cdot m^2}\right]$
$\phi$	Grandeza conservativa em uma dada região
$S_{\phi}$	Termo de geração da grandeza conservativa $\phi$
$\rho$	Densidade $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$
$u$	Velocidade $\left[\frac{m}{s}\right]$
$Q$	Taxa de calor transmitida através das fronteiras do volume de controle $[W]$
$a$	Coefficiente para a solução numérica
$A$	Matriz de coeficientes
$T$	Matriz de incógnitas
$B$	Matriz dos termos independentes

$\Delta t$	Discretização temporal
$T_{\text{externa-cladding}}$	Temperatura da parede externa do revestimento – condição de contorno para o caso 1D (°C)
$R_{\text{total}}$	Raio total da barra de combustível nuclear ( $m$ )
$R_f$	Raio do cilindro de material combustível ( $m$ )
$Q_{\text{linear}}$	Taxa de geração de calor linear de uma barra de combustível nuclear ( $\frac{W}{m}$ )
$N$	Número de divisões em cada material para gerar os volumes de controle
$\Delta r$	Distância entre os centros dos volumes de controle na direção radial ( $m$ )
$\Delta z$	Distância entre os centros dos volumes de controle na direção axial ( $m$ )
$e$	Espessura das cascas cilíndricas na barra de combustível nuclear ( $m$ )
$T_{\text{in}}$	Temperatura de entrada do fluido refrigerante no canal do reator (°C)
$\dot{m}$	Vazão mássica do refrigerante no canal ( $\frac{kg}{s}$ )
<i>Erro</i>	Erro comparativo entre duas soluções obtidas (°C) ou (%)
$T_{\text{coolant}}$	Distribuição de temperaturas obtida pela adoção da Equação (33) de El-Wakil (1971) (°C)
$T_{\text{wall}}$	Distribuição de temperaturas obtida pela adoção da Equação (32) de El-Wakil (1971) (°C)
$n$	Número de iterações até que a solução numérica de uma análise bidimensional, a partir do uso do Algoritmo da Matriz TriDiagonal, seja alcançado
<i>temporal</i>	Número de iterações até que a solução numérica de uma análise transitória seja alcançado
<i>sinial</i>	Fator usado para inverter os sinais em uma soma
<i>soma</i>	Fator que realiza a soma das temperaturas nos centros dos VCs a sul do VC em análise (°C)
$P$	Pressão no ponto em análise ( $Pa$ )
$\Delta P$	Queda média da pressão do refrigerante no núcleo ( $Pa$ )

## LISTA DE SUBSCRITOS

<i>0</i>	Condição inicial ou máxima
<i>f</i>	Combustível
<i>g</i>	<i>Gap</i>
<i>c</i>	Revestimento
<i>n</i>	Fronteira norte do volume de controle em análise
<i>s</i>	Fronteira sul do volume de controle em análise
<i>e</i>	Fronteira leste do volume de controle em análise
<i>w</i>	Fronteira oeste do volume de controle em análise
<i>P</i>	Centro do volume de controle em análise
<i>N</i>	Centro do volume de controle a norte do VC em análise
<i>S</i>	Centro do volume de controle a sul do VC em análise
<i>E</i>	Centro do volume de controle a leste do VC em análise
<i>W</i>	Centro do volume de controle a oeste do VC em análise
<i>1D</i>	Erro relacionado à comparação das soluções para o caso unidimensional estacionário
<i>numerico</i>	Erro relacionado à comparação entre o resultado numérico e o obtido
<i>– ElWakil</i>	pela adoção das equações do El-Wakil (1971) para o caso bidimensional estacionário
<i>suposição</i>	Erro relacionado ao processo iterativo para determinar a solução numérica para uma análise bidimensional
<i>transitorio</i>	Erro relacionado ao processo iterativo para determinar a solução numérica para uma análise transitória

## LISTA DE SOBRESCRITOS

- 0 Propriedade em instante de tempo passado ( $t - \Delta t$ )
- \* Valor suposto inicialmente

## LISTAS DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LWR	Reatores a água leve ( <i>Light Water Reactor</i> )
PWR	Reatores a água pressurizada ( <i>Pressurized Water Reactor</i> )
APWR	Reatores avançados a água pressurizada ( <i>Advanced Pressurized Water Reactor</i> )
ZIRLO	Zircônio de baixa oxidação ( <i>ZIRconium Low Oxidation</i> )
MVF	Método dos Volumes Finitos
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
TDMA	Algoritmo da Matriz TriDiagonal ( <i>TriDiagonal Matrix Algorithm</i> )
REFPROP	<i>REFerence fluid PROPERTIES</i>
VC	Volume de controle
1D	Unidimensional
2D	Bidimensional

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>19</b>
1.1	Objetivos.....	22
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>25</b>
2.1	AP1000.....	25
2.2	Análise Térmica .....	26
2.3	Métodos Numéricos .....	28
<b>3</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>31</b>
<b>3.1</b>	<b>Análise térmica .....</b>	<b>31</b>
3.1.1	REFPROP (REFerence fluid PROPerties) .....	31
3.1.2	Material Combustível .....	32
3.1.2.1	Densidade.....	33
3.1.2.2	Condutividade térmica.....	34
3.1.2.3	Calor específico .....	34
3.1.3	<i>Gap</i> .....	34
3.1.4	Revestimento .....	36
3.1.4.1	Densidade.....	36
3.1.4.2	Condutividade térmica.....	36
3.1.4.3	Calor específico .....	36
3.1.5	Refrigerante .....	37
<b>3.2</b>	<b>Método dos Volumes Finitos (MVF).....</b>	<b>38</b>
<b>3.3</b>	<b>Solução dos Sistemas de Equações – Algoritmo da Matriz TriDiagonal (TDMA)</b>	
	<b>41</b>	
3.3.1	Análise unidimensional estacionária .....	41
3.3.2	Análise bidimensional estacionária .....	44
3.3.3	Análise transitória.....	51
<b>4</b>	<b>METODOLOGIA .....</b>	<b>54</b>
<b>4.1</b>	<b>1D Estacionário.....</b>	<b>55</b>
4.1.1	Solução analítica.....	56
4.1.2	Solução numérica .....	59

4.1.3	Malha .....	64
4.1.4	Comparação entre soluções .....	64
4.1.5	Código .....	65
<b>4.2</b>	<b>2D Estacionário.....</b>	<b>67</b>
4.2.1	El-Wakil .....	68
4.2.2	Solução numérica .....	68
4.2.3	Malha .....	75
4.2.4	Comparação entre soluções .....	75
4.2.5	Código .....	76
<b>4.3</b>	<b>2D Transitório.....</b>	<b>78</b>
4.3.1	Código .....	82
<b>5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO .....</b>	<b>85</b>
<b>5.1</b>	<b>1D Estacionário.....</b>	<b>86</b>
<b>5.2</b>	<b>2D Estacionário.....</b>	<b>87</b>
<b>5.3</b>	<b>2D Transitório.....</b>	<b>94</b>
5.3.1	Bloqueio de 10%.....	94
5.3.2	Bloqueio de 20%.....	95
5.3.3	Bloqueio de 30%.....	97
5.3.4	Bloqueios maiores que 30% .....	100
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES .....</b>	<b>101</b>
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>104</b>
	<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>108</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Nesta seção serão apresentados os motivos pelos quais houve interesse para realização deste estudo. Apresentar-se-ão os objetivos geral e específicos deste trabalho e, por fim, sua estrutura.

A crescente demanda energética, apreensão com as reservas de suas fontes e preocupação com o meio ambiente são alguns dos motivos do crescente interesse pela geração elétrica nuclear como parte da solução desses problemas. Por se tratar de uma fonte limpa, economicamente viável, com elevada capacidade energética e alta regularidade, os reatores nucleares despertam grande interesse para a indústria elétrica mundial. Quando se considera o ciclo de vida completo das usinas elétricas, vê-se que a tecnologia nuclear é uma das mais limpas tanto por sua baixa emissão de gases do efeito estufa (IAEA,2014), quanto pelas reduzidas emissões radioativas devido à rígida regulamentação. São também bastante regulares em seus preços e produção, diferentemente dos economicamente irregulares combustíveis fósseis e produtivamente inconstantes recursos renováveis (como solar e eólica).

Quanto à sua capacidade produtiva, o combustível nuclear possui alta densidade energética. Isso significa que pouco desse combustível é capaz de gerar muito calor e eletricidade. A energia gerada no reator é função do fluxo neutrônico no núcleo do mesmo, e esse fluxo pode ser tão grande quanto desejado, mas deve ser controlado para que o comportamento térmico do núcleo não seja destrutivo (TODREAS; KAZIMI, 1990). Portanto, deve-se verificar se todos os materiais vão se comportar como esperado sob as condições e variações térmicas em ação.

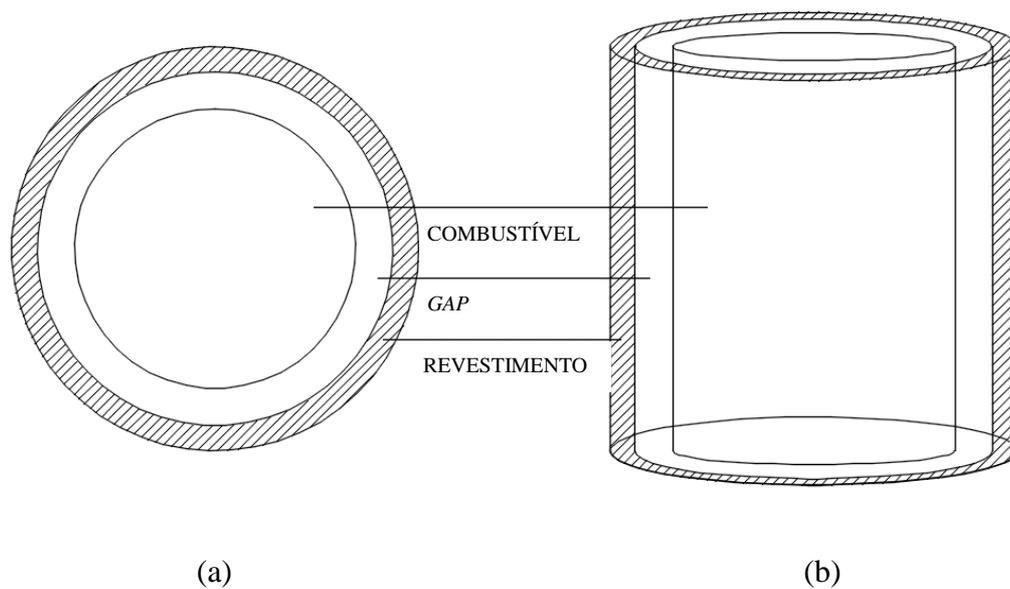
Reatores nucleares são termoelétricas que geram energia por fissão dos elementos físséis em seu combustível, transportando-se esse calor através do fluido refrigerante. Tal fluido é o responsável por produzir o vapor que movimentará as turbinas, convertendo energia mecânica em energia elétrica.

Diversas tecnologias permitem o uso do combustível nuclear para geração elétrica, sendo quase 90% da potência elétrica nuclear produzida por reatores do tipo LWR (*Light Water Reactors*) e quase 80% desta é entregue por reatores do tipo PWR (*Pressurized Water Reactor*) (IAEA, 2016).

Os reatores PWR Avançados (APWR) são modificações dos PWR que adotam sistemas mais simples e independentes para garantir maior eficiência, tornando-se ainda mais competitivos com fontes tradicionais como carvão e gás natural. O AP1000 é o APWR desenvolvido pela companhia Westinghouse. Utiliza tecnologia comprovada de 35 anos de experiência em reatores nucleares, aprimorando-a com o uso de tecnologia passiva e construção modular, além de uma grande simplificação do projeto. Tudo isso, aliado com a obtenção de licenciamento e permissões agilizadas pelo projeto do AP600, tornaram esse projeto mais fácil e barato de construir, operar e manter. O fato do projeto e do licenciamento estarem completamente prontos diminui tempo e custo de construção, ajudando a tornar o custo da energia competitivo (MATZIE, 2008).

No núcleo dos reatores AP1000 são encontrados cilindros responsáveis pela geração de energia, as barras de combustível nuclear, representadas pela Figura 1. O revestimento dessas barras é responsável por confinar o material radioativo, impedindo a contaminação do sistema. As pastilhas de combustível são formadas por dióxido de urânio ( $UO_2$ ) prensado e tratado para resistir às condições de operação do reator. São posicionadas no revestimento de ZIRLO com alguma sobra, para que o espaço vazio possa ser ocupado pelas pastilhas, quando sofrerem expansão térmica sob operação do reator, e pelo gás hélio (gás nobre e inerte) responsável por pressurizar o tubo e garantir a manutenção da estrutura.

**Figura 1. Esquema de uma barra de combustível nuclear completa.**



(a) seção transversal e (b) barra de combustível nuclear completa

Uma das bases do Sistema de Resfriamento do Reator busca "manter a integridade do combustível nuclear durante a operação normal ou durante a ocorrência de transientes" (WESTINGHOUSE, 2011). Essa pesquisa envolve a análise termoidráulica de um canal nominal do reator para verificar se os limites de temperaturas estão sendo respeitados em todos os pontos do canal e em todos os instantes de interesse.

O conhecimento da distribuição de temperaturas é o parâmetro mais importante para o projeto térmico de um reator nuclear (EL-WAKIL, 1971) por dois principais motivos: é necessário saber se os limites estão sendo respeitados ou se há risco de comprometer a eficiência ou segurança do sistema; e é importante saber se os materiais serão capazes de suportar o estresse térmico no interior do reator nuclear (LORENZINI; SPIGA, 1977).

Sistemas complexos podem ser definidos como aqueles que dependem de diversas fatores, como os reatores nucleares. O estudo desses sistemas complexos é de grande importância para o desenvolvimento do conhecimento prático e científico, além da evolução de tecnologias e suas eficiências. Contudo, esse tipo de sistema é matematicamente descrito através de equações complexas (dependentes de diversas variáveis) que não possuem solução analítica. Para resolver esse problema, três soluções são sugeridas:

1. Simplificar o sistema o suficiente para que a solução analítica possa ser obtida;
2. Realizar medidas experimentais para obter os resultados reais;
3. Aplicar métodos numéricos para obtenção da solução aproximada do sistema descrito por equações discretizadas.

Das soluções propostas, as duas primeiras podem fornecer o resultado correto e preciso. Entretanto, a primeira solução pode não descrever tão bem o sistema real de acordo com o grau de simplificação necessário para a obtenção da solução analítica. Dados exatos podem ser obtidos pela adoção da solução experimental, desde que os experimentos representem condições reais e o nível de complexidade que se deseja estudar e que a técnica de medição adotada seja apropriada. Entretanto, a escolha dessa solução traz consigo alguns problemas. Maliska (1995) lista como problemas que tornam inviável a utilização do método experimental as questões de segurança e a grande dificuldade em reproduzir as condições reais. Métodos experimentais também pedem um número de repetições suficientemente alto para que erros de medição desapareçam através do tratamento estatístico.

A terceira solução, apesar de não fornecer o resultado exato, pode proporcionar um resultado suficientemente bom para descrever bem o sistema em análise. A discretização

precisa das leis físicas em estudo e uma malha adequada podem prover esse resultado satisfatório. Além disso, com o uso de ferramentas computacionais, uma malha bem discretizada pode entregar bons resultados, sob custos cada vez mais baixos e tempo hábil (MALISKA, 1995).

O método escolhido para determinar a distribuição de temperaturas nesse sistema foi o Método dos Volumes Finitos (MVF), por garantir conservação local e global da energia nos volumes de controle, independentemente do tamanho da malha (PATANKAR, 1980). Esse método também reduz o consumo computacional para sistemas com geometrias simétricas quando comparados a métodos tradicionais como o Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método dos Elementos Finitos (MEF), que dependem de uma malha discretizada para obtenção de resultados precisos (FORTINI et al., 2008). É um método robusto e de fácil entendimento em seu significado físico, por isso facilmente adotado por diversas áreas.

## 1.1 Objetivos

Deseja-se verificar se, sob condições adversas (variação da vazão do refrigerante), o sistema consegue retornar a um regime estacionário seguro, sem que medidas de controle externas sejam necessárias.

Para alcançar o objetivo geral desse trabalho, três objetivos específicos foram definidos a seguir.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Comparar as soluções analítica e numérica (pela aplicação do Método dos Volumes Finitos) da análise térmica na direção radial em uma barra de combustível nuclear simplificada (formada apenas por combustível e revestimento, perfeitamente conectados) em regime estacionário com a temperatura da parede externa do revestimento conhecida;
2. Obter solução numérica, pela aplicação do Método dos Volumes Finitos, da análise térmica nas direções radial e axial de um canal do núcleo do reator AP1000 contendo uma barra de combustível nuclear completa (formada por material combustível, *gap* e revestimento) em regime estacionário;

3. Obter solução numérica para a análise térmica transitória nas direções radial e axial de um canal do núcleo do reator AP1000 contendo uma barra de combustível nuclear a partir da aplicação do Método dos Volumes Finitos.

Apresenta-se a análise térmica bidimensional de um canal do reator AP1000 composto por barra de combustível nuclear completa para que se possa avaliar os impactos nas distribuições de temperaturas causadas pela descrição de um sistema mais detalhado. São esperadas temperaturas maiores no interior da barra de combustível causado pela presença do *gap*. Contraditoriamente, esperam-se temperaturas menores por considerar que há também perda de calor pelas extremidades da barra.

É improvável que bloqueios ocorram em reatores com vaso fechado, mas, se ocorrem, os bloqueios mais perigosos são na entrada do canal. Consideram-se alguns bloqueios na entrada para definir quais desses permitem que o próprio sistema retorne a um estado estacionário sem que haja princípio de formação de bolhas.

Ao final desse trabalho, será possível determinar se essas análises mais detalhadas (que consideram a dissipação de calor bidimensional e consideram o *gap* na estrutura da barra) podem ser dispensadas ou se não deveriam por representar impactos relevantes nas distribuições de temperaturas. Também serão definidos quais bloqueios de refrigeração na entrada do canal são seguros e quais os intervalos de tempo necessário para o sistema se corrigir após uma perda na capacidade de refrigeração.

Esse trabalho está estruturado nas seguintes seções:

A primeira seção apresenta a introdução, com a motivação para o desenvolvimento do trabalho, seus objetivos e sua estrutura. A seção dois expõe uma revisão da literatura mais relevante para esse estudo, apresentando trabalhos com diferentes abordagens à análise térmica de barras de combustível nuclear, e estudos que usaram diferentes métodos numéricos para a solução de problemas.

Na seção três são introduzidos os embasamentos teóricos necessários para o desenvolvimento e compreensão do estudo. Apresentam-se os fundamentos do Método dos Volumes Finitos e o Algoritmo da Matriz TriDiagonal, além das correlações adotadas para representar as propriedades dos materiais em estudo.

A seção quatro exhibe a metodologia aplicada em cada sistema avaliado nesse trabalho. Para cada caso, descreve-se detalhadamente o sistema estudado, a malha adotada e os

coeficientes obtidos a partir da discretização realizada através do Método dos Volumes Finitos. Um fluxograma para cada código desenvolvido também é apresentado para que as soluções sejam alcançadas.

Na seção cinco são apresentados os resultados obtidos e discussões decorrentes dos mesmos. A seção seis expõe as conclusões dessa pesquisa e as sugestões para futuras pesquisas na área. Por fim, o Apêndice A traz a dedução detalhada das equações obtidas pela discretização devido à aplicação do Método dos Volumes Finitos para a análise bidimensional transitória do canal do reator AP1000.

## 2 REVISÃO DA LITERATURA

Alguns trabalhos são desenvolvidos visando a aprimorar os níveis de segurança de instalações nucleares, bem como criar tecnologias que explorem a fonte de forma cada vez mais segura. Outros trabalhos, como esse, visam a testar a tecnologia atual e os níveis de segurança que esta oferece, em diversos cenários. Apresentar-se-ão, a seguir, alguns desses trabalhos, além de uma breve discussão sobre alguns dos métodos numéricos aplicados em diversos ramos científicos.

### 2.1 AP1000

O reator AP1000 é a tecnologia desenvolvida pela companhia Westinghouse para suprir algumas necessidades da indústria. É a tecnologia APWR mais segura e economicamente favorável no mercado, garantindo competitividade econômica no mercado energético e maior segurança e eficiência (WESTINGHOUSE, 2011). Esse reator foi desenvolvido a partir da simplificação dos sistemas que garantiram menores custos e tempo de construção, além de menos pontos de falhas, usando tecnologia já comprovada juntamente com uma abordagem inovadora em busca de segurança. Diversas mudanças no projeto permitiram simplificações com reduções nos tempos de construção, material e mão-de-obra (SCHULZ, 2006).

O núcleo do reator AP1000 é basicamente igual ao núcleo convencional de reatores da Westinghouse, com algumas variações derivadas de tecnologias comprovadas para melhorar o desempenho do sistema. O núcleo do reator é um vaso pressurizado composto por 157 elementos combustíveis em um arranjo quadrado ( $17 \times 17$ ) formados por 264 barras de combustível nuclear com mais de 4m de altura, 24 barras de controle e uma barra de condução, além de outros elementos estruturais (WESTINGHOUSE, 2003). Um mesmo elemento combustível possui o mesmo enriquecimento em suas pastilhas, mas três diferentes taxas de enriquecimento são encontradas em diferentes elementos combustíveis para que sejam arranjados no núcleo do reator (WESTINGHOUSE, 2011). Água leve atua como refrigerante e moderador para esse reator, sob pressão normal de 15,51 MPa (WESTINGHOUSE, 2003).

As barras de combustível nuclear são formadas por dióxido de urânio na forma de pastilhas cilíndricas revestidas por ZIRLO, formando uma barra cilíndrica que contém o material combustível. O ZIRLO (*ZIRconium Low Oxidation*) é uma liga de zircônio

desenvolvida pela própria Westinghouse para atuar como revestimento de barras de combustível nuclear no núcleo do reator. Esse material é uma evolução do Zircônio-4 (que já permitia um aumento na eficiência dos nêutrons em comparação ao aço inoxidável), que possui menores quantidades de estanho e, por isso, maior resistência à corrosão e maiores taxas de *burnup*<sup>1</sup> e temperaturas no material combustível (WESTINGHOUSE, 2016).

Essas barras são pressurizadas pela adição de gás hélio durante sua fabricação para evitar rompimento do revestimento devido à pressão do fluido refrigerante e para permitir que os materiais expandam sem causar maiores tensões às barras. Durante a operação do reator há geração de calor no urânio e aumento de temperatura em todo o sistema, causando expansão térmica nos materiais e diminuição da espessura do *gap* preenchido pelo hélio. Também durante a operação do reator, há geração de gases de fissão que devem ser acomodados também dentro do revestimento para que não haja disseminação de elementos radioativos.

Apesar de bastante parecido com os núcleos de outros reatores, algumas características são um pouco diferentes. As barras de combustível são mais longas e as condições de operação e materiais empregados também o são. Deve-se realizar análises termoidráulicas para verificar se o projeto térmico é adequado e se a operação do reator é segura.

## 2.2 Análise Térmica

A determinação minuciosa da distribuição de temperatura influencia, em diversos aspectos, os projetos de reatores nucleares, desde a definição dos materiais empregados e funções adotadas para o seu funcionamento até o tempo de resposta em diversos cenários.

Em 1977, Lorenzini e Spiga realizaram uma análise unidimensional em um canal do núcleo do reator composto por uma barra de combustível nuclear simplificada (apenas combustível e revestimento), desenvolvendo equações analíticas para representar o sistema. A partir desse trabalho, os autores concluíram que sistemas com alto número de *Biot*<sup>2</sup> (*Bi*) são mais eficazes na transmissão de calor, resultando em distribuições de temperatura mais distantes das críticas, mas também causam maior estresse térmico aos materiais do sistema (pois as variações de temperatura dão-se em pequenos intervalos de tempo).

---

<sup>1</sup> *Burnup* é a taxa de produção de energia a partir da taxa consumo completo do combustível (EL-WAKIL, 1971).

<sup>2</sup> O número de *Biot* é a relação entre as resistências externa (convecção) e interna (condutividade) à transferência de calor ( $Bi = \frac{h \cdot R_f}{k_c}$ , em que *h* é o coeficiente de transmissão de calor por convecção, *R<sub>f</sub>* é o raio do cilindro combustível e *k<sub>c</sub>* é a condutividade térmica do combustível) (EL-WAKIL, 1971).

Dois outros fatores foram destacados nesse trabalho: a razão entre as condutividades térmicas do material combustível e do revestimento, que aumenta as temperaturas nos materiais, mas com uma variação mais lenta, causando menor estresse térmico; e a difusividade térmica do revestimento, que não provoca variações nas distribuições de temperatura, mas que pode implicar em variações em menores intervalos de tempo.

Yapici, Ipek e Özceyhan (2001) e Yapici, Ipek e Üneyli (2003) investigaram a distribuição de temperatura de uma barra de combustível nuclear formada por combustível e revestimento, quando a temperatura da parede externa do revestimento era conhecida. A análise realizada foi unidimensional, com diferentes condições de contorno: distintos fluidos refrigerantes, potência do reator e fração volumétrica entre refrigerante e combustível. Seus trabalhos apresentam dados importantes como determinação da máxima temperatura com adoção de diferentes materiais e cenários, sua variação em anos de queima do combustível no reator. Também apresentam a distribuição radial de temperaturas na barra simplificada. Os resultados mostram que os parâmetros térmicos de um reator devem ser limitados para que, junto com o sistema de remoção de calor, possa-se garantir o respeito aos limites dos materiais e evitar-se a falha do elemento combustível (EL-WAKIL,1971).

Kudryashov, Khlunov e Chmykhov (2010) investigaram a interferência das taxas de *burnup* na distribuição de temperatura em uma barra de combustível nuclear, além dos impactos causados por diferentes níveis de descrição da barra. Apresentaram a distribuição radial de temperaturas para barras submetidas ao mesmo fluxo térmico linear, mostrando a diferença quando se considera apenas o material combustível, uma barra simplificada e uma barra completa sob influência de diferentes taxas de *burnup*. Esse trabalho mostra a importância da consideração das taxas de *burnup* em análises térmicas ao apresentar as significantes diferenças na distribuição de temperaturas nesses sistemas. Kudryashov, Khlunov e Chmykhov (2010) mostram que o tempo para alcançar o estado estacionário a partir do início da operação do reator é menor que um minuto.

A evolução do conhecimento sobre os fatores que influenciam na distribuição de temperaturas nas barras de combustível nuclear e sua variação de acordo com as condições a que está exposto compõem diversos modelos que buscam garantir maior segurança aos reatores nucleares. Aybar e Ortego (2005) apresentam uma revisão de alguns dos códigos desenvolvidos para descrição do comportamento do combustível em condições normais ou anormais de operação, apresentando a evolução dos mesmos e suas limitações.

O código FROBA (*Fuel ROd Behavior Analysis*) foi desenvolvido para prever o comportamento de barras de combustível nuclear do reator AP1000 (YU et al., 2012). Esse

código mostra a variação da distribuição de temperaturas com a taxa de *burnup* evidenciando o comportamento do *gap*.

Estudos de casos especiais para evitar ou prever acidentes são derivações importantes desses estudos de previsão do comportamento das barras de combustível nuclear. Por exemplo, durante o funcionamento de um reator, é possível que haja uma falha no revestimento da barra. Além da falha na contenção dos elementos radioativos, há uma possível instabilidade no núcleo do reator causada por variação súbita na composição e condutividade térmica do *gap*, a variação das temperaturas da barra de combustível, entre outras consequências, bem descritas por Chen et al. (2015). De acordo com o tamanho da falha, haverá diferenças entre as condições às quais os materiais estarão submetidos, como um aumento da temperatura máxima do combustível ou redução da temperatura do revestimento, em alguns casos de forma muito intensa e quase instantânea.

Poddar et al. (2015) realizaram uma análise unidimensional axial de uma barra de combustível nuclear submetida a um "efeito de achatamento"<sup>3</sup> por uma abordagem analítica. Entre outros resultados, obteve-se um deslocamento das temperaturas máximas para longe do centro, e que a relação entre o aumento do raio do canal estudado (e do fluxo de refrigerante) nem sempre indicam um melhor resfriamento da barra.

## 2.3 Métodos Numéricos

A descrição de alguns sistemas complexos demanda a adoção de diversas simplificações (que podem comprometer a sua representatividade) ou a adoção de uma análise numérica e utilização de ferramenta computacional para obtenção de resultados minuciosos em tempo útil. Um modelo numérico descreve perfeitamente um sistema se a definição da sua malha é adequada (suficientemente refinada), e se o modelo matemático é indicado para descrever o fenômeno em estudo (MALISKA, 1995).

A aplicação dos métodos numéricos para a análise térmica de barras de combustível nuclear pode ser realizada por vários métodos. Pandey e Mahesh (2010) aplicaram o Método das Diferenças Finitas (MDF) em uma análise unidimensional em regime permanente com geração de calor não-uniforme a uma barra de combustível (cilindro formado apenas por

---

<sup>3</sup> *Flattening effect* é o efeito causado pela inserção de barras de controle para uniformizar a distribuição de potência, garantindo otimização da utilização do combustível (PODDAR et al., 2015).

material combustível). Eskandari, Bavandi e Mihandoost (2012) também aplicaram o MDF em uma simples análise unidimensional (com apenas 10 pontos) de barra de combustível simplificada com temperatura da parede externa mantida constante, com o auxílio do software ABAQUS/Standard 2009. Ambos trabalhos apresentaram um perfil de temperaturas adequado para a distribuição de temperaturas na barra, e Eskandari, Bavandi e Mihandoost (2012) ainda apresentam a distribuição do fluxo de calor através do sistema. O método foi escolhido por sua simplicidade e sua ampla utilização.

A partir da aplicação do método dos resíduos ponderados e a técnica da "colocação ortogonal"<sup>4</sup>, Fortini et al. (2008) avaliaram um elemento mais complexo (cilindros combustíveis concêntricos separados por *gap* preenchido com gás que não gera ou acumula energia), em avaliação unidimensional estacionária, obtendo resultados satisfatórios mesmo com apenas três pontos.

Bolborici e Dawson (2016) decidiram-se pelo MVF para a representação de estruturas piezoelétricas por várias razões: sua capacidade de representar bem estruturas geometricamente simples, simplicidade com que o método trabalha em superfícies limítrofes e pela transparência da modelagem por tal método. Seu trabalho apresenta a adoção de apenas um volume de controle (VC) apresentando bons resultados a princípio, mas desviando-se da melhor aproximação obtida pelo software CONSOL em outras simulações. Os autores afirmam que um refinamento na malha é possível e melhoraria os resultados.

Huang et al. (2011) aplicaram o MVF para avaliar foto-reatores. Os autores puderam validar o modelo desenvolvido para análise da transferência radiativa, e aplicá-lo a diversos fatores ópticos como absorvidade e refletividade. Puderam afirmar sobre a grande importância das paredes na redistribuição da intensidade da luz, e do impacto que características desses materiais que se tornam críticos no desenvolvimento de sistemas desse tipo.

Nas ciências médicas, Amarante (2012) desenvolveu um modelo de regulação de nucleotídeos extracelulares *in vivo* a partir da simulação pelo MVF e comparação com dados da literatura. A autora propôs investigação do comportamento dos nucleotídeos após choque hipotônico, obtendo resultados concordantes com dados experimentais.

Alguns trabalhos foram desenvolvidos para determinação da distribuição de temperatura de barras de combustível nuclear com a adoção do Método dos Volumes Finitos. Kim, Rhee e Park (2006) compararam o MVF e o MEF com o auxílio do *software* CATHENA para análise unidimensional (tanto estacionária quanto transitória) de um cilindro homogêneo.

---

<sup>4</sup> *orthogonal collocation* é a técnica em que as funções constituem um conjunto de polinômios ortogonais cujas raízes fornecem os nós ou pontos de colocação (FORTINI et al., 2008).

Mostrou-se que o MEF (usado durante a criação do *software*) tem sua precisão em função da malha escolhida, enquanto, mesmo com uma discretização menos refinada, o MVF apresenta resultados adequados. Na análise transitória, o MVF aproximou-se melhor dos resultados, enquanto o MEF apresentou até resultados inconsistentes (um aumento de temperatura, apesar de o cilindro estar submetido a um resfriamento por convecção de fluidos em sua proximidade).

Silva e Narain (2013) realizaram uma análise térmica em uma barra de combustível com revestimento (ausência de *gap*) considerando "fator de depressão do fluxo"<sup>5</sup>, também adotando o MVF. O fator adotado procura permitir a entrega de resultados mais realistas, uma vez que a adoção do fluxo máximo superestima as temperaturas na barra. Lima (1997) apresenta estudo sobre o comportamento termoidráulico de barra aquecida eletricamente sob fluxo crítico a partir da aplicação do MVF. Esse estudo apresenta análise bidimensional e transitória, da barra elétrica para simulação do comportamento das barras de combustíveis nucleares, sob condições normais de operação e condições esperadas em acidentes. Os resultados obtidos permitiram a definição de tempo de resposta para a manutenção da integridade física dos materiais adotados.

---

<sup>5</sup> *flux depression factor* é a razão entre o fluxo na superfície de uma barra e a média dessa grandeza no interior da barra (SILVA; NARAIN, 2013).

### 3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Em uma análise numérica, é importante que o sistema seja descrito da maneira mais realista possível para que o sistema seja bem representado. Por isso, a Seção 3.1 apresenta algumas correlações para melhor descrever o comportamento físico dos materiais de acordo com as condições às quais os mesmos estão submetidos. A Seção 3.2 apresenta os fundamentos do Método dos Volumes Finitos, e a Seção 3.3, o método de solução a partir do Algoritmo da Matriz TriDiagonal, adotado para todo o trabalho.

#### 3.1 Análise térmica

Durante o funcionamento de um reator nuclear, a energia gerada no material combustível deve ser transportada do interior da barra até o fluido refrigerante, que retira esse calor do núcleo do reator. A ordem de grandeza das temperaturas encontradas sob operação normal de um reator torna a transmissão de calor por radiação desprezível em comparação com a transmissão por condução e convecção. A convecção só é evidente em fluidos em movimento, como no fluido refrigerante. Além disso, em fluidos submetidos à ação convectiva, o calor é transportado principalmente no sentido do movimento do fluido (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007).

Nos materiais sólidos, a transmissão de calor dá-se majoritariamente por condução. Esse é o caso da transmissão de calor no combustível e no revestimento. O *gap* é um espaço entre combustível e revestimento preenchido por um gás inerte (como o hélio). Devido à sua pequena espessura, pode-se considerar que a transmissão de calor se dá por condução nessa região (AINSCOUGH, 1982; VELOSO, 2004). O calor transmitido através do *gap* pode, então, ser determinado a partir da utilização da condutância no mesmo.

##### 3.1.1 REFPROP (*REFerence fluid PROPERTIES*)

“O REFPROP é uma ferramenta desenvolvida pelo NIST (*National Institute of Standards and Technology*) para o cálculo de propriedades termodinâmicas e de transporte de fluidos e misturas importantes para a indústria” (NIST, 2013). Esse módulo não usa dados experimentais, mas os modelos mais precisos para a determinação dessas propriedades para fluidos puros ou misturas. Esses modelos são implementados em um conjunto de sub-rotinas

em FORTRAN e pode ser usado em diversos compiladores, como o MATLAB usado no desenvolvimento dessa pesquisa.

No presente trabalho, apenas as propriedades termodinâmicas de fluidos puros (água e hélio) são necessárias. Para a determinação das propriedades termodinâmicas de fluidos puros, o REFPROP implementa três modelos: equações de estado explícitas na energia de Helmholtz, a equação de estado modificada de Benedict-Webb-Rubin e um modelo de estados correspondentes estendidos (ECS – *extended corresponding states model*) (NIST, 2013).

Diversas versões dessa ferramenta já foram lançadas, com muitas melhorias no código e na interface para o usuário, sendo a mais recente uma atualização da versão 9. A versão usada durante essa pesquisa foi a versão 1.1.6.34, obtida gratuitamente por se tratar de uma versão mais antiga.

### 3.1.2 Material Combustível

No caso de uma barra de combustível nuclear, pode-se considerar que a energia gerada se dá apenas no material combustível da barra, desconsiderando-se decaimentos radioativos e outros fenômenos de menor ordem de grandeza de geração. Portanto, fora do cilindro de material combustível, o termo de geração é nulo.

A Equação (1) apresenta a função de geração volumétrica de calor ( $q'''$ ) no dióxido de urânio ( $UO_2$ ) para um reator heterogêneo, variável axial e radialmente (LAMARSH, 1966). Na Equação (1),  $q_0'''$  é a geração de calor máxima no material combustível da barra.  $I_0$  é a função de Bessel modificada de ordem zero,  $\kappa_f$  é o inverso do comprimento de difusão<sup>6</sup> térmico no combustível, e  $r$  é a posição radial do ponto em estudo, em função do centro da barra ( $r = 0$ ).  $z$  é a posição axial do ponto em avaliação, em função da extremidade sul da barra ( $z = 0$ ), e  $H$  é o comprimento da barra de combustível nuclear do reator.

$$q''' = q_0''' \cdot I_0(\kappa_f \cdot r) \cdot \text{sen}\left(\frac{\pi \cdot z}{H}\right) \quad (1)$$

A energia gerada no combustível é transmitida nesse material por condução. Há, entretanto, grande variação, tanto espacial quanto temporal, de temperaturas na barra que causam variações nas propriedades térmicas em seus materiais. Algumas correlações precisam

---

<sup>6</sup> O comprimento de difusão é a raiz quadrada da razão entre o coeficiente de difusão ( $D$ ) e a seção macroscópica de absorção ( $\Sigma_a$ ) do material (LAMARSH, 1966).

ser adotadas para melhor avaliar tais propriedades em cada ponto em estudo e em cada instante de interesse.

### 3.1.2.1 Densidade

A densidade do dióxido de urânio é representada pela correlação apresentada na Equação (2), dada por IAEA (2006). Na Equação (2),  $L(273)$  e  $L(T)$  são os comprimentos [m] desse material a 273K e a temperatura real  $T$  [K] e  $\rho_f$  é a densidade do material combustível nessas condições  $\left[\frac{kg}{m^3}\right]$ .

$$\rho_f(T) = 10,96 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{L(273K)}{L(T)}\right)^3 \quad (2)$$

A razão entre os comprimentos em diferentes temperaturas descreve a expansão térmica do material, e essa razão pode ser reescrita pelas relações de Martin para a expansão térmica do  $UO_2$  sólido, apresentados pelas Equações (3) e (4) (IAEA, 2006).

A Equação (3) representa o comprimento expandido para o intervalo de temperaturas entre 273K e 923K.

$$L(T) = L(273) \cdot (a + b \cdot T - c \cdot T^2 + d \cdot T^3) \quad (3)$$

A Equação (4) apresenta o comprimento expandido para temperaturas maiores que 923K até 3120K.

$$L(T) = L(273) \cdot (a + b \cdot T - c \cdot T^2 + d \cdot T^3) \quad (4)$$

Os coeficientes para as Equações (3) e (4) foram reunidos no Quadro 1.

**Quadro 1. Coeficientes para os comprimentos do dióxido de urânio por expansão térmica.**

	<b><i>a</i></b>	<b><i>b</i></b>	<b><i>c</i></b>	<b><i>d</i></b>
<b>273 ≤ T (K) ≤ 923</b>	$9,9734 \cdot 10^{-1}$	$9,802 \cdot 10^{-6}$	$-2,705 \cdot 10^{-10}$	$4,291 \cdot 10^{-13}$
<b>923 &lt; T (K) ≤ 3120</b>	$9,9672 \cdot 10^{-1}$	$1,179 \cdot 10^{-5}$	$-2,429 \cdot 10^{-9}$	$1,219 \cdot 10^{-12}$

A partir do uso das Equações (2), (3) e (4), a densidade no centro de cada volume de controle no material combustível pode ser apropriadamente estimada para temperaturas dentro desses intervalos.

### 3.1.2.2 Condutividade térmica

A condutividade térmica como uma função da temperatura pode ser determinada a partir da correlação dada pelo relatório da Westinghouse (2011) sobre o AP1000, apresentado pela Equação (5). Obtém-se, então, a relação entre a condutividade térmica do dióxido de urânio à 95% da sua densidade teórica. Na Equação (5),  $k_f$  é a condutividade do material combustível  $\left[\frac{W}{m \cdot ^\circ C}\right]$  e  $T$  é a temperatura no ponto em questão  $[^\circ C]$ .

$$k_f = \left( \frac{1}{11,8 + 0,0238 \cdot T} + 8,775 \cdot 10^{-13} \cdot T^3 \right) \cdot 100 \quad (5)$$

### 3.1.2.3 Calor específico

O calor específico no dióxido de urânio pode ser determinado a partir da correlação fornecida por Luscher e Geelhood (2014), apresentada pela Equação (6). Nessa equação, tem-se o calor específico do material combustível  $c_{p_f} \left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$  e a temperatura  $T [K]$  do ponto em estudo. A Equação (6) pode ser usada com erros aceitáveis para o intervalo de temperaturas de 300 a 4000K (LUSCHER; GEELHOOD, 2014).

$$c_{p_f} = \frac{8,5013 \cdot 10^7 \cdot e^{\frac{535,285}{T}}}{T^2 \cdot \left[ e^{\frac{535,285}{T}} - 1 \right]} + 2,43 \cdot 10^{-2} \cdot T + \frac{1,6587 \cdot 10^{12} \cdot e^{\frac{-1,8967 \cdot 10^4}{T}}}{T^2} \quad (6)$$

### 3.1.3 Gap

Não há geração de calor nessa região, implicando numa distribuição de temperatura aproximadamente linear e, devido à sua pequena espessura, a energia é transmitida por condução.

A composição do *gap* é alterada com o funcionamento do reator, uma vez que produtos de fissão são acumulados nessa região, implicando em variações em suas propriedades. Além disso, durante a operação do reator, o aumento de temperatura causa expansões térmicas nos materiais do combustível e do revestimento, resultando em perda da espessura do *gap*.

São consideradas barras novas, aquelas introduzidas pela primeira vez no reator. A importância disso é a garantia do *gap* puramente preenchido por hélio, pastilhas perfeitas (sem rachaduras ou outros defeitos) e nenhuma variação da composição ou geração esperada devido a *burnup*. Além disso, a ordem de grandeza dos intervalos de tempo adotados nesse trabalho é muito pequena, implicando em pequenas variações físicas, aqui desconsideradas. Portanto, para esse trabalho, considera-se que a composição e espessura do *gap* permanecem constantes para todos os casos estudados.

A avaliação do *gap* realizada nesse trabalho é bastante limitada, sendo necessário melhorá-la em futuros trabalhos. A condução de calor no *gap* deveria ser determinada a partir da condutância nessa região. Entretanto, diversas dificuldades foram encontradas na adoção da condutância do *gap* para a determinação da distribuição de temperaturas, entre elas a adoção de uma malha adequada (especialmente nas fronteiras com outros materiais); e o fator que representa uma dependência cúbica com a temperatura do combustível, que causa problemas durante as iterações para determinar a distribuição de temperaturas por convergência. Portanto, uma vez que a espessura do *gap* é muito pequena, e que, efetivamente, pode-se considerar que a transmissão de calor se dá por condução (AINSCOUGH, 1982; VELOSO, 2004), esse trabalho adota a condutividade do hélio para a descrição da transmissão de calor nessa região.

Uma vez que o *gap* é preenchido por um fluido (gás hélio), algumas de suas propriedades são facilmente calculadas com o auxílio da rotina REFPROP (Seção 3.1.1). O módulo REFPROP é uma ferramenta que permite o cálculo de propriedades termodinâmicas a partir de outras duas outras conhecidas (NIST, 2013). Então, uma vez que se conheçam duas propriedades, como a temperatura e a pressão de um fluido existente na base de dados, outras propriedades, como sua condutividade, podem ser determinadas.

A densidade e o calor específico do hélio também são determinados com o auxílio do módulo REFPROP para a obtenção da solução transitória.

### 3.1.4 Revestimento

No revestimento, não há geração de calor nessa região e a condução de calor é dada apenas por condução. As temperaturas aqui variam quase linearmente e, portanto, uma malha menos refinada que no combustível é necessária. Algumas correlações foram adotadas para representar as propriedades do ZIRLO de acordo com as condições às quais o mesmo é exposto.

#### 3.1.4.1 Densidade

Uma vez que a variação de temperaturas no revestimento não é tão grande quanto a que ocorre no material combustível, a densidade será considerada constante. O valor base usado é  $\rho_c = 6,57 \cdot 10^3 \frac{Kg}{m^3}$ , que é a densidade do Zircaloy-4 a 20°C (WHITMARSH, 1962).

#### 3.1.4.2 Condutividade térmica

A condutividade térmica no revestimento pode ser determinada pela correlação apresentada por Luscher e Geelhood (2014). Para temperaturas de 2098K ou maiores, a condutividade é considerada  $36 \frac{W}{m \cdot K}$ ; e para temperaturas abaixo de 2098K, a Equação (7) apresenta valores adequados para a condutividade do ZIRLO otimizado. Na Equação (7),  $T$  [K] é a temperatura do ponto em estudo, e  $k_c$  é dado em  $\left[ \frac{W}{m \cdot K} \right]$ .

$$k_c = 7,51 + 2,09 \cdot 10^{-2} \cdot T - 1,45 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 + 7,67 \cdot 10^{-9} \cdot T^3 \quad (7)$$

A condutividade obtida a partir da Equação (7) apresenta boa correspondência para temperaturas até 1800K, mas pode ser adotada para temperaturas até sua temperatura de fusão (2098K), com desvio padrão entre 20 e 30%, em relação à própria condutividade obtida (LUSCHER; GEELHOLD, 2014). As temperaturas esperadas nessa região encontram-se na faixa segura para essa correlação.

#### 3.1.4.3 Calor específico

O calor específico no revestimento pode ser determinado por uma interpolação entre os valores apresentados por Luscher e Geelhood (2014), apresentados no Quadro 2. A partir de

1248K, o calor específico é considerado constante e igual a  $356 \frac{J}{kg \cdot K}$ , apesar de tal suposição implicar erros grandes (da ordem de  $\frac{100J}{kg \cdot K}$ ). Essa correlação é válida para temperaturas entre 300K e 2099K.

**Quadro 2. Calor específico do revestimento em função da temperatura.**

Temperatura (K)	Calor Específico ( $\frac{J}{kg \cdot K}$ )
300	281
400	302
640	331
1090	375
1093	502
1113	590
1133	615
1153	719
1173	816
1193	770
1213	619
1233	469
1248	356

Em busca de menores erros para essa correlação, o Quadro 2 apresenta uma combinação entre os dados fornecidos por Brooks e Stansbury para a fase *alpha* das ligas de *zircaloy* (até 1090K) e, para a fase *beta*, valores propostos por Deem e Eldridge (LUSCHER; GEELHOOD, 2014). Esperam-se temperaturas próximas às do início do Quadro 2, ainda na fase *alpha* desse material, onde os erros são menores.

### 3.1.5 Refrigerante

Deseja-se observar apenas as temperaturas mais altas do refrigerante para determinar se o mesmo opera de forma segura (ou seja, sem mudança de fase excessiva, com consequências severas ao sistema). Uma vez que o fluido refrigerante se movimenta verticalmente para cima,

a troca de calor predominante nessa região dá-se por convecção no fluido, que é relevante apenas no sentido do movimento (VERSTEEG, MALALASEKERA, 2007).

As extremidades da barra de combustível nuclear encontram-se envoltas pelo fluido refrigerante e deve-se, portanto, avaliar a influência do mesmo no processo de transmissão de calor. Portanto, as extremidades, além de submetidas às trocas de calor pelo próprio material da barra, também perdem calor por convecção pelo fluido refrigerante.

Por se tratar de um fluido, as propriedades como densidade, calor específico e viscosidade dinâmica podem ser determinadas pelo uso do módulo REFPROP (LUSCHER; GEELHOOD, 2014). Uma vez determinadas essas propriedades em cada ponto de interesse, o coeficiente de transmissão de calor por convecção ( $h$ ) pode ser determinado a partir da aplicação dos coeficientes na Equação (8) (WESTINGHOUSE, 2011). A Equação (8) é dada em unidades britânicas, então, a viscosidade dinâmica da água ( $\mu$ ) está em  $\left[\frac{lb}{ft \cdot ^\circ F}\right]$ , o calor específico da água  $c_p$  está em  $\left[\frac{BTU}{lb \cdot ^\circ F}\right]$  e a velocidade mássica do fluxo ( $G$ ) em  $\left[\frac{lb}{ft^2 \cdot hr}\right]$ , resultando em um  $h$  em  $\left[\frac{BTU}{ft \cdot hr \cdot ^\circ F}\right]$ .

$$h = 0,023 \cdot G^{0,8} \cdot c_p \cdot \mu^{-0,6} \quad (8)$$

### 3.2 Método dos Volumes Finitos (MVF)

Diversos métodos podem ser empregados para a obtenção de uma solução numérica; entre eles está o Método dos Volumes Finitos (MVF). O Método dos Volumes Finitos garante a conservação de propriedades relevantes aos sistemas, de maneira geral e local; apresenta resultados representativos mesmo em malha menos refinada (poupando recursos computacionais) e é favorável para geometrias com boa simetria (KIM; RHEE; PARK, 2006; VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007; SILVA; NARAIN, 2009).

O MVF demanda três passos:

- a. Malha: geração da malha por divisão do domínio em volumes de controle;
- b. Discretização: aplicação e discretização das leis conservativas em cada volume de controle;
- c. Solução: obtenção da solução.

A malha do Método dos Volumes Finitos vai depender do sistema em análise, mas dar-se-á em divisões do volume total em volumes menores e discretos que serão submetidos à avaliação de como se comporta a variável em estudo. A soma de todos esses volumes de controle forma o volume total do sistema. Dessa forma, as interações entre esses volumes são dadas através das fronteiras entre os mesmos, resultando em um comportamento conservativo do sistema.

Para a determinação de uma grandeza  $\phi$  conservativa em uma dada região R, a Equação (9) descreve a variação temporal de  $\phi$  na região como função do fluxo líquido através das fronteiras de R e da taxa de produção dada pelo termo fonte. Na Equação (9),  $D$  é a difusividade térmica e  $S_\phi$  é o termo fonte.

$$\frac{d\phi}{dt} \Big|_{na\ região\ R} = -\nabla \cdot (D\nabla\phi) \Big|_{nos\ limites\ de\ R} + S_\phi \quad (9)$$

A Equação (9) pode ser reescrita como a Equação Geral do Transporte (Equação (10)). Nela, o fluxo líquido de  $\phi$  através da fronteira de R é dividido para expor claramente a taxa desse fluxo saindo do elemento por convecção e a taxa do crescimento de  $\phi$  por difusão, tornando mais clara a avaliação dos processos na malha. Na Equação (10),  $\rho$  é a densidade e  $u$  é a velocidade.

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\phi u) = \nabla \cdot (D\nabla\phi) + S_\phi \quad (10)$$

O sistema pode ser dividido em volumes de controle (VC) para ser mais facilmente estudado. Integrando-se, então, a Equação (10) em volumes de controle, tem-se:

$$\int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dVol + \int_{VC} \nabla \cdot (\rho\phi u) dVol = \int_{VC} \nabla \cdot (D\nabla\phi) dVol + \int_{VC} S_\phi dVol$$

Aplicando-se o Teorema de Gauss<sup>7</sup> sobre o termo convectivo e o difusivo, tem-se agora que a variação temporal da variável  $\phi$  no volume de controle (VC) depende do termo geração

---

<sup>7</sup> O teorema da divergência diz que o fluxo externo de um campo vetorial que passa através de uma superfície fechada é igual a integral do volume da divergência sobre a região dentro da superfície (STEWART, 2002).

em cada volume de controle, além do fluxo líquido da variável  $\phi$  através das superfícies por difusão ou convecção. Na Equação (11),  $\mathbf{n}$  é o vetor normal à superfície  $\alpha$  do volume de controle.

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{VC} \rho \phi \, dVol \right) + \int_{\alpha} \mathbf{n} \cdot (\rho \phi \mathbf{u}) \, d\alpha = \int_{\alpha} \mathbf{n} \cdot (D\nabla\phi) \, d\alpha + \int_{VC} S_{\phi} \, dVol \quad (11)$$

Para o caso transitório, faz-se necessária a integração da Equação (11) no tempo, resultando na Equação (12), entre um instante  $t$  e um instante posterior,  $t + \Delta t$ . Essa é uma representação bem geral da Equação do Transporte e está pronta para receber as condições de contorno, em busca da solução.

$$\begin{aligned} & \int_t^{t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} \left( \int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} \, dVol \right) dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{\alpha} \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) \, d\alpha dt \\ &= \int_t^{t+\Delta t} \int_{\alpha} \mathbf{n} \cdot (D\nabla\phi) \, d\alpha dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{VC} S_{\phi} \, dVol dt \end{aligned} \quad (12)$$

Para sistemas mais simples, a Equação (12) pode ser o ponto de partida para a avaliação de sistemas. Por exemplo, no caso de um sistema sob regime estacionário, as integrais no tempo são desnecessárias, e não há variações temporais, o que anula o primeiro termo da Equação (12), chegando-se à Equação (13).

$$\int_{\alpha} \mathbf{n} \cdot (\rho\phi\mathbf{u}) \, d\alpha = \int_{\alpha} \mathbf{n} \cdot (D\nabla\phi) \, d\alpha + \int_{VC} S_{\phi} \, dVol \quad (13)$$

Uma vez definida a equação que melhor descreve os fenômenos em cada volume de controle, pode-se escrevê-la discretizada para, então, solucionar o sistema de equações e incógnitas, solucionando-se o problema.

### 3.3 Solução dos Sistemas de Equações – Algoritmo da Matriz TriDiagonal (TDMA)

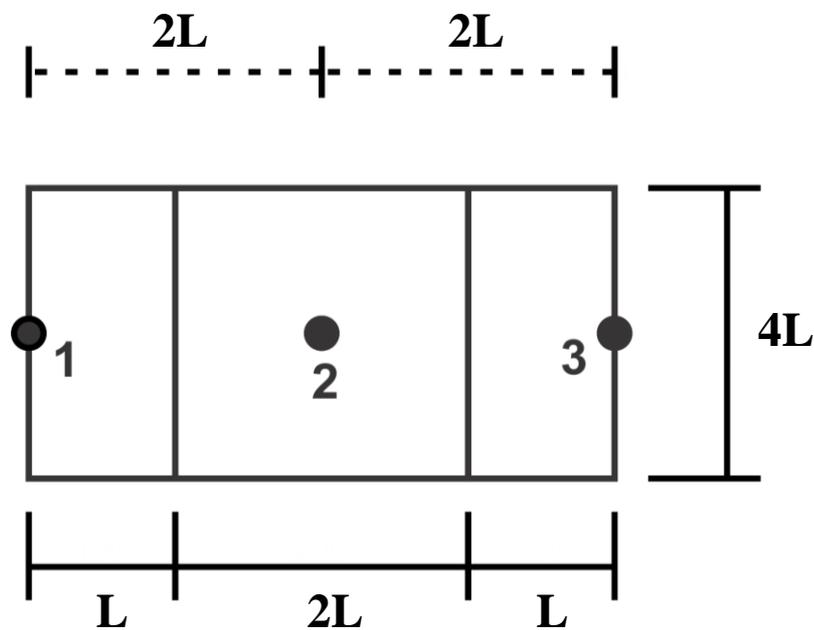
Como dito na Seção 3.2, a obtenção da solução numérica a partir do Método dos Volumes Finitos segue três passos: geração da malha, discretização das equações e solução do sistema. Considera-se uma placa quadrada de lado  $4L$  em regime estacionário; há geração de calor que é transmitido por toda a placa apenas por condução. Pode-se considerar a condutividade nesse material constante e igual a  $k$ .

Três análises serão desenvolvidas a seguir:

#### 3.3.1 Análise unidimensional estacionária

Na análise unidimensional considera-se que o calor é transmitido apenas em uma direção. Portanto, a malha obtida é, na verdade, a representada pela Figura 2.

**Figura 2.** Malha adotada para a análise térmica unidimensional de placa quadrada em regime estacionário.



Linhas tracejadas indicam as distâncias entre os centros dos volumes de controle e linhas contínuas representam as dimensões dos volumes de controle.

Observa-se que a malha adotada é diferente da malha clássica, em que todos os volumes de controle possuem mesmas dimensões e seus centros não coincidem com suas fronteiras. Uma análise similar à mostrada na Figura 2 foi adotada durante o desenvolvimento do presente trabalho e, portanto, decidiu-se por apresentar o método através da mesma análise em um sistema mais simples (a placa da Figura 2).

Na Figura 2, as dimensões de cada volume de controle são evidenciadas pelas linhas contínuas, enquanto as distâncias entre os centros dos mesmos são representadas pelas linhas tracejadas. Deve-se realizar o balanço de energia para cada volume de controle para que as equações de cada um sejam determinadas.

Em cada volume de controle há geração de calor e fluxo de energia através de suas fronteiras. Escrevendo-se esse fenômeno matematicamente, tem-se que a energia gerada no volume de controle ( $q''' dVol$ ) somada ao calor transmitido através de suas fronteiras leste ( $Q_e$ ) e oeste ( $Q_w$ ), deve ser nula para que se mantenha o regime estacionário (Equação (14)).

$$q''' dVol + Q_w + Q_e = 0 \quad (14)$$

Como o calor é transmitido apenas por condução, a Equação (14) pode ser reescrita como a Equação (15).

$$q''' \cdot (2L \cdot 4L) + k \cdot 4L \frac{(T_1 - T_2)}{2L} + k \cdot 4L \frac{(T_3 - T_2)}{2L} = 0 \quad (15)$$

Na Equação (15),  $T$  é a temperatura no centro de cada volume de controle especificado. Essa equação pode ser reescrita de forma que cada temperatura fique evidenciada (Equação (16)).

$$T_1 \cdot (2k) + T_3 \cdot (2k) - T_5 \cdot (2k + 2k) + q''' \cdot 8L^2 = 0 \quad (16)$$

Na Equação (16), vê-se que o coeficiente da temperatura no centro do volume de controle em evidência ( $a_p$ ) é a soma dos seus vizinhos. Escrevendo-se em forma matricial, tem-se a Equação (17).

$$-a_W \cdot T_1 + a_P \cdot T_2 - a_E \cdot T_3 = q''' 4L^2 \quad (17)$$

Na Equação (17),  $a_W$  é o coeficiente do volume de controle vizinho a oeste (volume de controle 1) e  $a_E$  é o coeficiente do vizinho a leste (volume de controle 3), iguais a  $2k$ .

Deve-se aplicar o balanço de energia em cada volume de controle para a obtenção das equações que os descrevem. Pode-se reescrever cada uma dessas equações no formato da Equação (17), evidenciando as temperaturas e coeficientes de cada vizinho. Essas equações podem, então, ser reescritas em forma matricial.

Cada linha da matriz de coeficientes apresenta todos os coeficientes à esquerda da Equação (17) organizados na seguinte ordem: norte, oeste, em estudo, leste e sul. Como na Equação (17), apenas o coeficiente do volume de controle em análise é positivo.

**Tabela 1. Matriz dos coeficientes para análise 1D obtidos pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 2.**

VC	Coeficientes				
1	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0
2	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0
3	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$

Como o VC 1 não possui vizinhos com sua fronteira esquerda, o termo  $a_W$  para esse volume de controle é nulo, fazendo com que toda a coluna seja nula. A última coluna da matriz de coeficientes também é nula, uma vez que o VC 3 não possui vizinhos com sua fronteira leste. Portanto, essas duas colunas podem ser eliminadas, fazendo com que a matriz de coeficientes para a análise unidimensional seja reduzida à Matriz A (quadrada) apresentada na Tabela 2.

**Tabela 2. Matriz dos coeficientes para uma análise 1D do sistema representado pela Figura 2 (Matriz A).**

	Coeficientes		
1	$a_P$	$-a_E$	0
2	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$
3	0	$-a_W$	$a_P$

As matrizes de termos independentes e de incógnitas são dadas pelas Tabela 3 e Tabela 4, respectivamente.

**Tabela 3. Matriz de incógnita para análise 1D do sistema representado pela Figura 2 (Matriz T).**

$$\begin{array}{c|c} 1 & T_1 \\ \hline 2 & T_2 \\ \hline 3 & T_3 \end{array}$$

**Tabela 4. Matriz dos termos independentes para análise bidimensional obtida pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 2.**

$$\begin{array}{c|c} 1 & q''' \cdot L^2 \\ \hline 2 & q''' \cdot L^2 \\ \hline 3 & q''' \cdot L^2 \end{array}$$

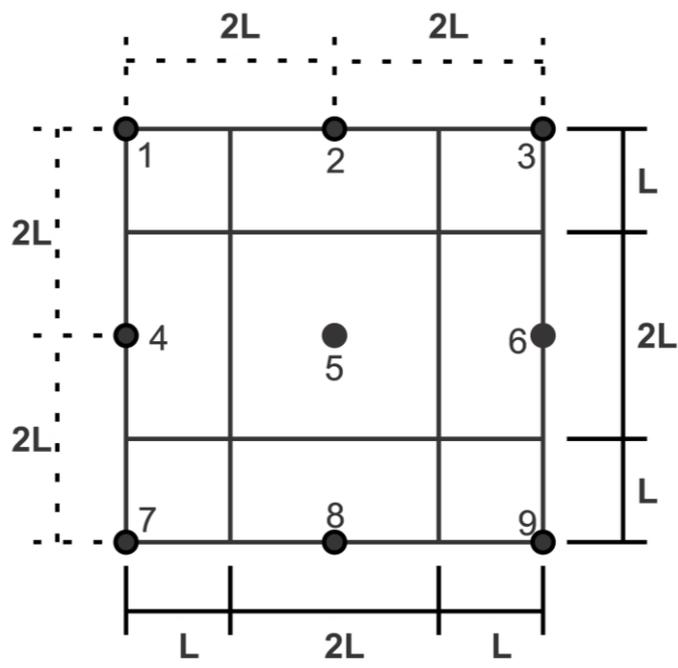
A solução para a análise unidimensional estacionária pode ser obtida pela aplicação direta do Algoritmo da Matriz TriDiagonal, pois a Matriz A já é uma matriz tridiagonal, quadrada e inversível.

### 3.3.2 Análise bidimensional estacionária

Para gerar a malha para a análise bidimensional desse sistema, divide-se o sistema estudado em nove volumes de controle, como mostrado na Figura 3. A malha adotada possui oito volumes de controle com seus centros nas extremidades do sistema e dos próprios volumes de controle, e apenas um volume de controle com seu centro no interior do VC. Essa malha foi adotada por representar, em um sistema mais simples, a análise apresentada no desenvolvimento do presente trabalho.

Pode-se, então, avaliar cada volume de controle individualmente para determinar as temperaturas no centro de cada um deles.

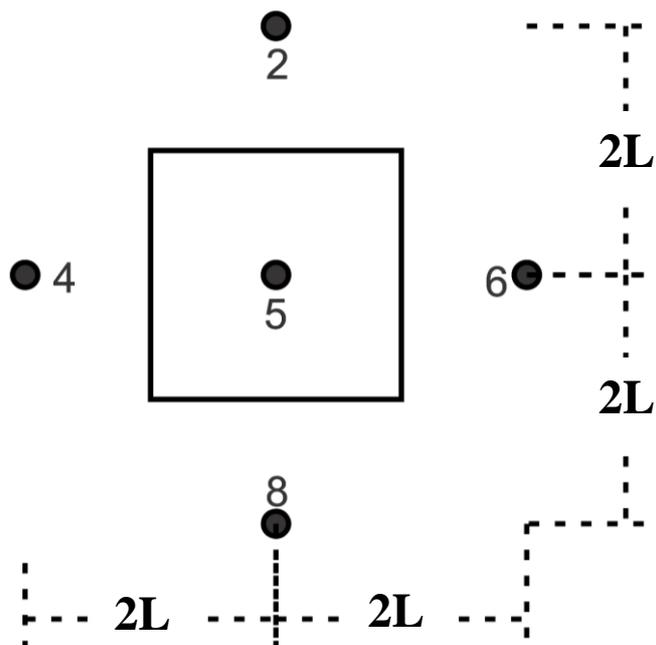
**Figura 3. Malha adotada para a análise térmica bidimensional de placa quadrada em regime estacionário.**



Linhas tracejadas indicam as distâncias entre os centros dos volumes de controle e linhas contínuas representam as dimensões dos volumes de controle.

A Figura 4 apresenta o VC 5 em destaque, que é um quadrado de lados  $2L$ .

**Figura 4. Volume de controle 5 da Figura 3 em destaque.**



Linhas tracejadas indicam as distâncias entre os centros dos volumes de controle.

O centro do VC 5 está localizado a  $2L$  de distância dos centros de todos os seus vizinhos. Há geração de energia nesse volume, além de transmissão de calor com seus vizinhos através de suas fronteiras: pela fronteira norte com o VC 2, pela fronteira sul com o VC 8, pela fronteira leste com o VC 6 e pela fronteira oeste com o VC 4.

Escrevendo-se esse fenômeno matematicamente, tem-se que a energia gerada no volume de controle ( $q''' dVol$ ), somada ao calor transmitido através de suas fronteiras norte ( $Q_n$ ), sul ( $Q_s$ ), leste ( $Q_e$ ) e oeste ( $Q_w$ ), deve ser nula para que se mantenha o regime estacionário (Equação (18)). Escrevendo-se em forma matricial, tem-se a Equação (18) para o VC 5.

$$-a_N \cdot T_2 - a_W \cdot T_4 + a_P \cdot T_5 - a_E \cdot T_6 - a_S \cdot T_8 = q''' L^2 \quad (18)$$

Na Equação (18),  $a_N$  é o coeficiente do vizinho a norte (VC 2),  $a_W$  é o coeficiente do vizinho a oeste (VC 4),  $a_E$  é o coeficiente do vizinho a leste (VC 6) e  $a_S$  é o coeficiente do vizinho a sul (VC 8), todos iguais a  $k$ .

Deve-se aplicar o balanço de energia em cada volume de controle para a obtenção das equações que os descrevem. Pode-se reescrever cada uma dessas equações no formato da Equação (18), evidenciando as temperaturas e coeficientes de cada vizinho. Essas equações podem, então, ser reescritas em forma matricial. As matrizes completas são apresentadas a seguir.

A Tabela 5 é a matriz dos coeficientes, a Tabela 6 é a matriz das incógnitas e a Tabela 7, a matriz dos termos independentes.

Cada linha da matriz de coeficientes apresenta todos os coeficientes à esquerda da Equação (18) organizados na seguinte ordem: norte, oeste, em estudo, leste e sul. Como na Equação (18), o coeficiente do volume de controle em análise é dado pelo somatório dos coeficientes de seus vizinhos, sendo também o único elemento positivo da matriz de coeficientes.

**Tabela 5. Matriz de coeficiente para análise 2D obtida pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 3.**

VC	Coeficientes												
1	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$

A Tabela 6 reúne os termos desconhecidos da Equação (18), que são as temperaturas no centro de cada volume de controle do sistema.

**Tabela 6. Matriz de incógnita para análise 2D do sistema representado pela Figura 3 (Matriz  $T$ ).**

1	$T_1$
2	$T_2$
3	$T_3$
4	$T_4$
5	$T_5$
6	$T_6$
7	$T_7$
8	$T_8$
9	$T_9$

A Tabela 7 apresenta os termos conhecidos da Equação (18), à direita da igualdade, representando a geração de calor em cada volume de controle.

**Tabela 7. Matriz dos termos independentes para análise 2D obtida pela aplicação do balanço de energia em cada volume de controle do sistema representado pela Figura 3.**

1	$q''' \cdot L^2$
2	$q''' \cdot L^2$
3	$q''' \cdot L^2$
4	$q''' \cdot L^2$
5	$q''' \cdot L^2$
6	$q''' \cdot L^2$
7	$q''' \cdot L^2$
8	$q''' \cdot L^2$
9	$q''' \cdot L^2$

Como evidenciado pela Figura 3, o VC 5 é o único que possui vizinhos com todas as suas fronteiras. Para os outros VCs, como seus centros se localizam nas fronteiras do sistema, alguns de seus vizinhos são inexistentes e, portanto, esses coeficientes são nulos.

Substituindo-se apenas os coeficientes nulos, a matriz de coeficientes pode ser reescrita pela matriz apresentada na Tabela 8.

**Tabela 8. Matriz de coeficientes para análise 2D do sistema representado pela Figura 3 evidenciando coeficientes vizinhos inexistentes.**

VC	Coeficientes												
1	0	0	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	$-a_W$	$a_P$	0	$-a_S$	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	$-a_N$	0	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	0	$-a_S$	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	$-a_N$	0	$a_P$	$-a_E$	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	0	0

Observa-se que a nova matriz de coeficientes possui as duas primeiras e duas últimas colunas nulas, e estas podem ser removidas da matriz. A nova matriz de coeficientes é dada pela Tabela 9.

**Tabela 9. Matriz de coeficientes para uma análise 2D do sistema representado pela Figura 3.**

VC	Coeficientes								
1	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0	0
2	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0	0	0
3	0	$-a_W$	$a_P$	0	$-a_S$	0	0	0	0
4	0	$-a_N$	0	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0	0
5	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	$-a_S$	0	0
6	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	0	$-a_S$	0
7	0	0	0	0	$-a_N$	0	$a_P$	$-a_E$	0
8	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$
9	0	0	0	0	0	0	$-a_N$	$-a_W$	$a_P$

A nova matriz de coeficientes é uma matriz quadrada que possui em sua diagonal principal apenas os coeficientes relativos ao volume de controle em análise. Apenas esses termos são positivos nessa matriz. Os outros elementos da matriz são nulos ou representam o fluxo de calor através de suas fronteiras devido ao gradiente de temperaturas com seus vizinhos.

Na análise bidimensional, um volume de controle é influenciado por cada um de seus quatro vizinhos, fazendo com que cada equação discretizada possua cinco incógnitas: as temperaturas no centro do VC em análise ( $T_P$ ) e no centro dos volumes de controle em contato com suas fronteiras norte ( $T_N$ ), sul ( $T_S$ ), leste ( $T_E$ ) e oeste ( $T_W$ ). A matriz de coeficientes é, portanto, uma matriz pentadiagonal. Entretanto, como se deseja aplicar o Algoritmo da Matriz TriDiagonal, a matriz dos coeficientes precisa se tornar uma matriz tridiagonal. Versteeg e Malalasekera (2007) sugerem que duas dessas variáveis sejam inferidas, pois essas incógnitas tornar-se-iam conhecidas e passariam para a matriz dos termos independentes.

Supondo-se valores para as temperaturas nos centros dos volumes de controle a norte e a sul do volume de controle em análise, estas passam a ser conhecidas e devem ser, então, posicionadas na matriz dos termos independentes. A matriz de termos independentes é agora

formada por uma soma entre o termo fonte no VC e os termos relativos à transferência de calor através das fronteiras norte e sul, a partir das temperaturas que foram supostas conhecidas nos centros dos volumes de controle a norte  $[T_N^*]$  e a sul  $[T_S^*]$  do volume de controle em análise. A matriz dos termos independentes torna-se a matriz apresentada na Tabela 10.

**Tabela 10. Matriz dos termos independentes para análise 2D estacionária do sistema representado pela Figura 3 (Matriz B).**

1	$q''' \cdot L^2 + a_S \cdot T_4^*$
2	$q''' \cdot L^2 + a_S \cdot T_5^*$
3	$q''' \cdot L^2 + a_S \cdot T_6^*$
4	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_1^* + a_S \cdot T_7^*$
5	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_2^* + a_S \cdot T_8^*$
6	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_3^* + a_S \cdot T_9^*$
7	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_4^*$
8	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_5^*$
9	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_6^*$

Os coeficientes para os vizinhos a norte e a sul do volume de controle em análise foram removidos da matriz de coeficientes que se torna uma matriz tridiagonal quadrada e inversível, representada pela matriz da Tabela 11.

**Tabela 11. Matriz de coeficientes para análise 2D estacionária do sistema representado pela Figura 3 (Matriz A).**

VC	Coeficientes										
1	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	$-a_W$	$a_P$	$-a_E$

A partir daqui, pode-se obter a solução a partir do uso do Algoritmo da Matriz TriDiagonal (TDMA).

Uma vez que a matriz dos termos independentes (Matriz  $B$ ) é obtida pelo produto entre a matriz dos coeficientes (Matriz  $A$ ) e a matriz das incógnitas (Matriz  $T$ ), o TDMA determina a matriz das incógnitas pelo produto entre o inverso da matriz de coeficientes e a matriz dos termos independentes, desde que a Matriz  $A$  seja tridiagonal (e inversível), como mostra a Equação (19).

$$T = A^{-1} \cdot B \quad (19)$$

Entretanto, essa distribuição de temperaturas não deve ser real, uma vez que suposições para as temperaturas a norte e a sul foram feitas e não se sabe se essas suposições são corretas. Para corrigir esse problema, a distribuição de temperaturas deve ser determinada novamente usando a nova distribuição calculada ( $T$ ) como suposição ( $T^*$ ) (na Matriz  $B$ ). Deve-se repetir esse procedimento até que haja convergência entre as distribuições calculadas para que o erro da suposição inicial seja corrigido através de iterações.

### 3.3.3 Análise transitória

A análise transitória de sistemas complexos é de grande importância, uma vez que uma mudança em uma das variáveis do sistema pode impactar de diversas maneiras, mesmo em pequenos intervalos de tempo. Além disso, a velocidade dos impactos dessas variações e o tempo de resposta para garantir segurança são informações valiosas determinadas a partir de análises desse tipo.

Como evidenciado por Versteeg e Malalasekera (2007), soluções de problemas transitórios podem ser obtidas por três diferentes abordagens. A solução explícita calcula o valor da variável de interesse em função de valores no instante de tempo passado. Essa abordagem é interessante, pois há apenas uma variável, visto que os valores no instante passado são conhecidos. Entretanto, apresenta uma grande limitação da discretização temporal por ser uma função da discretização espacial, com uma proporcionalidade quadrada. Então, para uma discretização espacial apropriadamente refinada, a discretização temporal seria ainda mais fina, causando um consumo excessivo de recursos computacionais.

A segunda abordagem é a parcialmente implícita, que adota valores tanto em um instante de tempo atual ( $t$ ), quanto em um instante passado ( $t - \Delta t$ ), sendo  $\Delta t$  a discretização temporal adotada. Esta abordagem é quase tão limitada quanto a solução explícita, pois exige que a discretização temporal adotada também seja proporcional ao quadrado da discretização espacial para garantir resultados fisicamente realistas.

Por fim, há a abordagem implícita, que é "recomendada para cálculos transientes de propósito geral por sua estabilidade e robustez" (VERSTEEG; MALALASEKERA, 2007). A abordagem implícita determina a variável no instante de tempo atual como uma função dela mesma no tempo passado e de todas as outras variáveis do problema no atual momento. Nesse caso, tem-se apenas uma informação conhecida (a variável em estudo no tempo passado), fazendo com que o sistema precise ser solucionado de uma vez, e que todas as variáveis no tempo presente sejam determinadas simultaneamente. Como não há condições limitantes para a discretização temporal ou espacial, essa é a opção que permite a obtenção dos melhores resultados e, por isso, a adotada nesse trabalho.

A análise transitória feita nesse trabalho é realizada bidimensionalmente, então o procedimento descrito na Seção 3.3.2 deve ser seguido para que a matriz de coeficientes se torne tridiagonal e o Algoritmo da Matriz TriDiagonal possa ser aplicado. Além dos termos já discutidos anteriormente, a variável em estudo é também uma função dela mesma em um instante de tempo passado. Como essa informação é conhecida, esse termo é parte integrante da matriz de termos independentes, que pode ser representada pela Tabela 12.

**Tabela 12. Matriz dos termos independentes para análise 2D transitória do sistema representado pela Figura 3.**

1	$q''' \cdot L^2 + a_S \cdot T_4^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_1^0$
2	$q''' \cdot L^2 + a_S \cdot T_5^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_2^0$
3	$q''' \cdot L^2 + a_S \cdot T_6^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_3^0$
4	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_1^* + a_S \cdot T_7^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_4^0$
5	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_2^* + a_S \cdot T_8^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_5^0$
6	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_3^* + a_S \cdot T_9^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_6^0$
7	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_4^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_7^0$
8	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_5^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_8^0$
9	$q''' \cdot L^2 + a_N \cdot T_6^* + \mathbf{a}_P^0 \cdot \mathbf{T}_9^0$

Na Tabela 12, os termos evidenciados  $T_p^0$  são as temperaturas no centro dos volumes de controle em análise em um instante de tempo passado ( $t - \Delta t$ ), e as temperaturas  $T^*$  são as temperaturas inferidas no instante de tempo atual ( $t$ ). Pode-se, então, determinar a nova distribuição de temperaturas a partir do Algoritmo da Matriz TriDiagonal para o instante temporal atual.

A distribuição obtida também não será a real uma vez que as temperaturas nos centros dos volumes de controle a norte e a sul do VC em análise foram inferidas. A distribuição de temperaturas do sistema deve ser recalculada adotando a distribuição encontrada como a nova suposição, e esse procedimento deve ser repetido até que haja convergência entre as distribuições obtidas. Essa é a distribuição de temperaturas para o instante de tempo atual.

A partir disso, uma nova distribuição de temperaturas deve ser determinada para um novo instante de tempo a partir do incremento de um  $\Delta t$  ao instante temporal. Esse procedimento deve ser repetido para todo o intervalo de tempo de interesse.

## 4 METODOLOGIA

O trabalho foi dividido em três análises com crescente complexidade, para que diferentes objetivos fossem alcançados. Essa seção do trabalho apresenta a metodologia aplicada na análise de cada caso estudado. Dividiu-se o estudo em:

- 1) 1D Estacionário - análise unidimensional radial, estacionária, de uma barra simplificada de combustível nuclear (formada por material combustível e revestimento perfeitamente unidos);
- 2) 2D Estacionário - análise bidimensional estacionária de um canal nominal do reator AP1000 com barra de combustível completa (combustível, *gap*, revestimento);
- 3) 2D Transitório - análise bidimensional transitória de um canal nominal do reator AP1000 com barra de combustível nuclear completa em situação de bloqueio parcial do fluxo do refrigerante na entrada do canal.

Para cada caso serão apresentados a descrição do sistema estudado, a malha adotada e os coeficientes para a obtenção das soluções. Esses coeficientes foram obtidos a partir da discretização do balanço de energia para cada volume de controle. A dedução minuciosa das equações para a análise do caso bidimensional transitório é apresentada no Apêndice A. Uma vez que os outros casos tratam de simplificações desse último, as minúcias apresentadas são suficientes para abranger todo o trabalho. Nessa seção, apresentam-se apenas os coeficientes organizados em tabelas.

Antes de detalhar cada caso, faz-se necessário descrever suposições gerais adotadas para todos os casos. Considera-se que cada sistema apresentado seja ideal. Portanto, a barra de combustível simplificada apresenta uma união perfeita entre o material combustível e o revestimento (sem vazios de qualquer tipo que poderiam alterar os coeficientes de transmissão de calor ou as propriedades físicas dos materiais). A barra completa apresenta-se perfeitamente simétrica (não há efeitos causados por excentricidade, ou outros defeitos de fabricação). Além disso, admitem-se todos os materiais bem homogêneos, o que permite assumir que não há variações bruscas de densidades ou enriquecimento, causando possíveis pontos de falhas estruturais ou térmicas.

São consideradas barra novas, sendo introduzidas pela primeira vez no reator (*gap* preenchido por hélio apenas, pastilhas perfeitas (sem rachaduras ou outros defeitos) e nenhuma

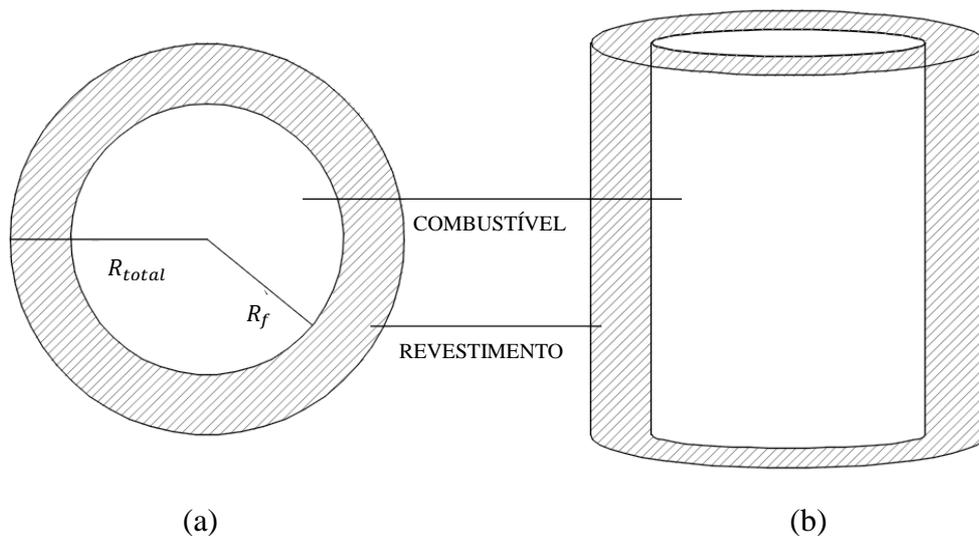
variação da composição ou geração esperada devido a *burnup*). A geração de calor em cada barra combustível pode ser descrita pela Equação (1).

#### 4.1 1D Estacionário

O primeiro sistema estudado é uma barra de combustível nuclear composta apenas por um cilindro interno de material combustível e uma casca cilíndrica externa para revestimento, perfeitamente conectados (ausência de *gap* entre as estruturas), como mostrado na Figura 5. O cilindro interno é formado por dióxido de urânio, responsável pela geração de calor nessa barra. O revestimento é formado por ZIRLO e está perfeitamente unido ao cilindro combustível. A barra está em regime estacionário e transporta o calor gerado apenas radialmente. O sistema apresenta comportamento puramente difusivo, em que o calor gerado no cilindro interno é transmitido por condução até a superfície do revestimento.

As propriedades físicas do dióxido de urânio e do ZIRLO são consideradas constantes (condutividades térmicas do combustível ( $k_f$ ) e do revestimento ( $k_c$ )). Sabe-se que a geração de calor nessa barra varia apenas com o raio, por uma função de Bessel modificada (simplificação da Equação (1)), e a temperatura na parede externa do revestimento dessa barra é conhecida ( $T_{externa-c}$ ) e mantida constante.  $R_f$  é o raio do cilindro combustível e  $R_{total}$ , o raio da barra de combustível.

**Figura 5. Esquema de uma barra de combustível nuclear simplificada (combustível e revestimento perfeitamente unidos).**



(a) seção transversal e (b) barra de combustível nuclear simplificada

Antes de determinar os coeficientes para cada solução, a geração de calor máxima no material combustível ( $q_0'''$ ) deve ser determinada. Uma vez que a taxa de geração de calor linear de uma barra de combustível nuclear ( $Q_{linear}$ ) pode ser determinada pela integração da geração de calor no volume de controle pela área transversal (Equação (20)), um valor adequado para  $q_0'''$  pode ser definido.

$$Q_{linear} = \int_0^{R_f} q_0''' I_0(\kappa_f r) 2\pi r dr \quad (20)$$

A partir da taxa de geração de calor linear produzida por cada barra (dado fornecido por Westinghouse (2011)), obtém-se a taxa de geração volumétrica pela Equação (21).

$$q_0''' = \frac{Q_{linear} \cdot \kappa_f}{2\pi \cdot R_f \cdot I_1(\kappa_f R_f)} \quad (21)$$

Por se tratar de um sistema simples, há solução analítica, além da numérica. A condição de contorno para a determinação das distribuições de temperaturas pelos dois métodos é que a temperatura na parede externa é conhecida. Decidiu-se por usar a temperatura máxima da parede obtida a partir da solução numérica para o caso bidimensional estacionário, apresentado na Seção 4.2. No caso bidimensional, consideram-se variáveis as propriedades dos materiais de acordo com as condições físicas às quais eles estão submetidos, representando com maior confiabilidade o sistema. A distribuição de temperaturas da parede externa do revestimento é calculada para o caso bidimensional e apenas a temperatura máxima dessa distribuição é usada no caso unidimensional como condição de contorno.

#### 4.1.1 Solução analítica

O resultado da análise numérica pode ser comparado com a solução analítica para verificar as similaridades dos resultados obtidos a partir de diferentes métodos. A solução analítica é obtida a partir da integração da Equação Geral do Transporte (Equação (10)) com respeito ao raio para um sistema puramente difusivo e em regime estacionário. Essa integração resulta na aparição de constantes de integração que devem ser determinadas a partir da aplicação das condições iniciais e de contorno. Para esse sistema, tais condições são:

- i. Todos os gradientes de temperatura devem ser finitos;
- ii. Na interface entre o combustível e o revestimento, deve haver continuidade do fluxo de calor;
- iii. Na interface entre o combustível e o revestimento, deve haver continuidade das temperaturas;
- iv. A temperatura na parede externa do revestimento é conhecida e igual à  $T_{externa-c}$ .

Como há geração de calor apenas no cilindro onde há apenas combustível, duas soluções analíticas serão obtidas:

1. No cilindro formado por material combustível ( $0 \leq r \leq R_f$ ), onde a geração é diferente de zero e depende da posição radial, a integração da Equação Geral do Transporte é reescrita como a Equação (22):

$$\int_r d\left(k_f r \frac{dT}{dr}\right) + \int_r q_0''' I_0(\kappa_f r) r dr = 0 \quad (22)$$

As relações (23) e (24) são, então, obtidas para o material combustível ( $0 \leq r \leq R_f$ ):

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{q_0''' I_1(\kappa_f r)}{\kappa_f k_f} + \frac{C_1}{r} \quad (23)$$

$$T(r) = -\frac{q_0'''}{\kappa_f^2 k_f} I_0(\kappa_f r) + C_1 \ln(r) + C_2 \quad (24)$$

A Equação (23) descreve a variação de temperatura com a posição, e a Equação (24), a temperatura a uma distância ( $r$ ) do centro da barra. Nas equações,  $I_0$  e  $I_1$  são funções de Bessel Modificada de ordem zero e primeira ordem, respectivamente; e  $C_1$  e  $C_2$  são as constantes de integração, determinadas a partir da aplicação das condições de contorno.

2. A distribuição de temperatura na casca cilíndrica de revestimento ( $R_f \leq r \leq R_{total}$ ) também é dada pela integração da Equação Geral do Transporte (Equação (10)) reescrita como a Equação (25), sem geração de calor.

$$\int_{r=R_f}^r \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( k_c r \frac{dT}{dr} \right) dr = 0 \quad (25)$$

As relações para o gradiente de temperatura e a temperatura do revestimento em função da posição são dadas pelas Equações (26) e (27), respectivamente.  $C_3$  e  $C_4$  são as constantes de integração para a região do revestimento.

$$\frac{dT}{dr} = \frac{C_3}{r} \quad (26)$$

$$T(r) = C_3 \ln|r| + C_4 \quad (27)$$

Aplicando-se as quatro condições de contorno, encontram-se os valores para as constantes de integração e, então, a solução analítica.

- i. Para que a temperatura seja finita para todo  $r$ ,  $C_1$  deve ser nulo;
- ii. Há continuidade do fluxo de calor na interface combustível-revestimento, que pode ser calculado pela igualdade entre as Equações (23) e (26). A partir disso, encontra-se  $C_3 = -\frac{q_0'''}{\kappa_f k_f} I_1(\kappa_f R_f) R_f$ ;
- iii. A continuidade da temperatura na interface combustível-revestimento é determinada pela igualdade entre as Equações (24) e (27). Obtém-se, então, a constante  $C_2 = \frac{q_0'''}{\kappa_f k_f} \cdot I_1(\kappa_f R_f) \cdot R_f \cdot \ln\left(\frac{R_{total}}{R_f}\right) + \frac{q_0'''}{\kappa_f^2 k_f} + T_{externo-c}$ ;
- iv. Como a temperatura da superfície externa do revestimento é conhecida ( $T_{externa-c}$ ), a substituição dessas informações na Equação (27) permite a obtenção da última constante de integração,  $C_4 = \frac{q_0'''}{\kappa_f k_c} I_1(\kappa_f R_f) R_f \ln(R_{total}) + T_{externa-c}$ .

A temperatura em cada ponto da barra pode, então, ser determinada substituindo sua posição radial ( $r$ ) nas Equações (24) e (27). A Equação (24) deve ser usada para posições até  $r = R_f$  (material combustível), e a Equação (27), para posições na barra maiores (ou iguais a) que  $R_f$  (revestimento).

O Quadro 3 reúne as constantes de integração para a solução analítica.

**Quadro 3. Constantes de integração da solução analítica da análise unidimensional radial de uma barra de combustível nuclear simplificada em regime estacionário.**

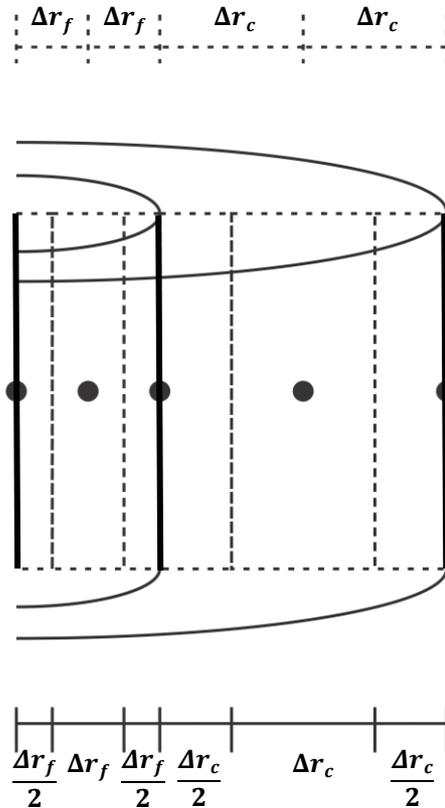
$C_1$	0
$C_2$	$\frac{q_0''' \cdot I_1(\kappa_f R_f) \cdot R_f}{\kappa_f k_f} \cdot \ln\left(\frac{R_{total}}{R_f}\right) + \frac{q_0''' \cdot I_0(\kappa_f R_f)}{\kappa_f^2 k_f} + T_{externo-c}$
$C_3$	$-\frac{q_0''' \cdot I_1(\kappa_f R_f) \cdot R_f}{\kappa_f k_f}$
$C_4$	$\frac{q_0''' \cdot I_1(\kappa_f R_f) R_f}{\kappa_f k_c} \ln(R_{total}) + T_{externa-c}$

#### 4.1.2 Solução numérica

Para a solução numérica, seguem-se os passos do Método dos Volumes Finitos descritos na Seção 3.2.

- Malha: A Figura 6 é uma representação da malha adotada para a análise unidimensional, evidenciando os centros dos volumes de controle discretizados. Uma vez que o elemento estudado possui simetria em torno de seu eixo axial central, apenas um semicilindro é representado pela Figura 6. Na figura, o cilindro interno é de material combustível, e a casca cilíndrica externa, o revestimento. São admitidos  $N_f$  volumes de controle no combustível,  $N_c$  no revestimento, e um volume de controle é a interface combustível-revestimento.

Figura 6. Esquema de malha para análise numérica 1D radial estacionária ( $N_f = 2, N_c = 2$ ).



Linhas tracejadas indicam as distâncias entre os centros dos volumes de controle e linhas contínuas representam as dimensões dos volumes de controle.

Na Figura 6, são representadas as dimensões dos volumes de controle por linhas de quotas contínuas e as distâncias entre os centros dos volumes de controle por linhas de quotas tracejadas.  $\Delta r_f$  é a distância radial entre os centros dos volumes de controle no material combustível dada pela divisão do raio do cilindro combustível ( $R_f$ ) pelo número de volumes de controle nesse material; e  $\Delta r_c$  é a discretização radial do revestimento dada pela divisão da espessura do revestimento ( $e_c$ ) pelo número de volumes de controle no revestimento.

O volume de controle central no combustível é um cilindro de raio  $\frac{\Delta r_f}{2}$  e todos os outros volumes de controle no combustível são cascas cilíndricas com espessura  $\Delta r_f$ . Os VCs no revestimento são cascas cilíndricas com espessura  $\Delta r_c$ , exceto o último volume de controle no revestimento, que é uma casca cilíndrica de espessura  $\frac{\Delta r_c}{2}$ . O VC na interface entre o material combustível e o revestimento é formada por

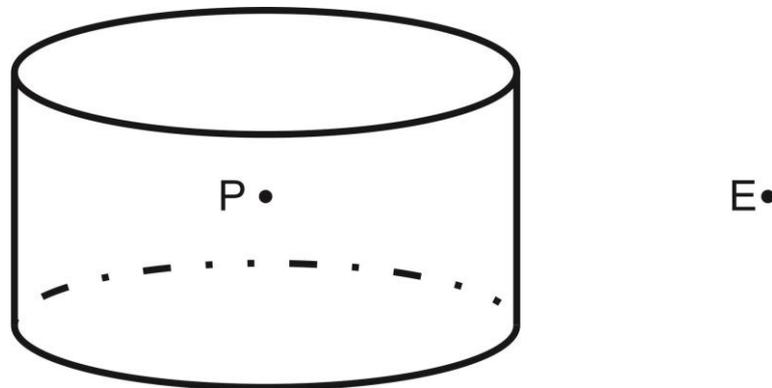
uma casca cilíndrica de material combustível com espessura  $\frac{\Delta r_f}{2}$  perfeitamente unida a uma casca cilíndrica de ZIRLO com espessura  $\frac{\Delta r_c}{2}$ ;

- b. Discretização: para obtenção da solução numérica, deve-se realizar um balanço de energia nos volumes de controle. A análise numérica foi dividida em cinco regiões para aplicação das condições físicas específicas em cada grupo de volumes de controle. A descrição matemática desses sistemas térmicos pode ser acompanhada através do Apêndice A;

**1. Primeiro VC no material combustível (cilindro central ( $r = 0$ )):**

A Figura 7 representa o cilindro central que possui raio igual a  $\frac{\Delta r_f}{2}$ , para que todos os centros dos VCs estejam separados pela distância ( $\Delta r_f$ ). Há geração de energia no volume de controle, que deve ser transmitida por condução com seu vizinho à esquerda.

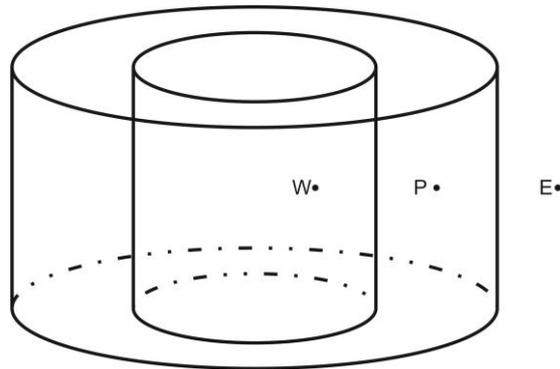
**Figura 7. Volume de controle central no material combustível.**



**2. VCs do elemento combustível ( $0 < r < R_f$ ):**

Todos os outros volumes de controle no material combustível são cascas cilíndricas com espessura  $\Delta r_f$ , distanciados também por  $\Delta r_f$  de seus vizinhos como representado pela Figura 8. Nesses elementos há geração de calor em toda a casca cilíndrica de dióxido de urânio, e o calor é transmitido por condução através do material combustível.

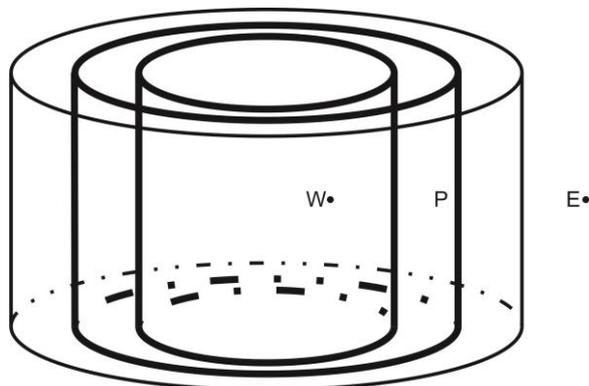
**Figura 8. Volumes de controle no material combustível.**



**3. VC com centro na interface combustível-revestimento ( $r = R_f$ ):**

A Figura 9 representa o volume de controle na interface entre o material combustível e o revestimento, que é a união entre a última casca cilíndrica de material combustível e a primeira de revestimento. O centro do VC está localizado exatamente na interface ( $r = R_f$ ); a fronteira com o vizinho à esquerda está a  $\frac{\Delta r_f}{2}$  do centro, enquanto a fronteira com o vizinho à direita está a  $\frac{\Delta r_c}{2}$  também do centro do VC.

**Figura 9. Volume de controle na interface combustível-revestimento.**



O volume de controle da Figura 9 transfere calor pela fronteira à esquerda por condução no material combustível ( $k_f$ ), e à direita por condução pelo revestimento ( $k_c$ ). Há geração nesse volume de controle, mas apenas onde há material combustível. Então, o volume efetivamente gerando energia é dado por  $\Delta V = \pi \left[ R_f^2 - \left( R_f - \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 \right] H$ , sendo  $R_f$  o raio do cilindro combustível.

#### 4. VCs do revestimento ( $R_f < r < R_{total}$ ):

O último conjunto de VCs é do revestimento, formado por ZIRLO. São cascas cilíndricas que também podem ser representadas pela Figura 8, com distâncias e espessuras iguais a  $\Delta r_c$ .

A dedução das equações a partir do balanço de energia gera os mesmos resultados que os obtidos para os VCs no combustível desde que as propriedades usadas sejam alteradas para as do revestimento e a geração de calor seja admitida nula.

#### 5. Último VC no revestimento ( $r = R_{total}$ ):

O último VC no revestimento tem espessura igual a  $\frac{\Delta r_c}{2}$  e possui centro na parede externa do revestimento, que possui temperatura conhecida.

O Quadro 4 reúne todos os coeficientes obtidos pela análise numérica.

**Quadro 4. Coeficientes da solução numérica da análise unidimensional radial de uma barra de combustível nuclear simplificada em regime estacionário.**

Posição axial dos centros dos VCs	Coeficientes para a solução numérica			
	$a_W$	$a_E$	$b$	$a_P$
$r = 0$	0	$\frac{2k_f}{\Delta r_f}$	$q_0''' I_0 \left( \kappa_f \frac{\Delta r_f}{4} \right) \frac{\Delta r_f}{2}$	$\frac{2k_f}{\Delta r_f}$
$0 < r < R_f$	$\frac{k_f}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$\frac{k_f}{\Delta r_f} \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$q_0''' I_0(\kappa_f r) r \Delta r_f$	$\frac{2k_f r}{\Delta r_f}$
$r = R_f$	$2 \frac{k_f}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$2 \frac{k_c}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$q_0''' I_0(\kappa_f R_f) \Delta r_f \left( R_f - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$	$2 \frac{k_f}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right) + 2 \frac{k_c}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right)$
$R_f < r < R_{total}$	$\frac{k_c}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$\frac{k_c}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	0	$\frac{2k_c r}{\Delta r_c}$
$r = R_{total}$	0	0	$T_{externa-c}$	1

- c. Solução: A matriz de coeficientes resultante é uma matriz tridiagonal. A solução pode, então, ser obtida pelo Algoritmo da Matriz TriDiagonal, por simples inversão matricial (Equação (19)). Deve-se multiplicar o inverso da matriz dos coeficientes pela matriz dos termos independentes, formada pelos termos de geração, para a obtenção da distribuição de temperaturas.

#### 4.1.3 Malha

Deseja-se determinar a distribuição de temperaturas de forma precisa, exigindo uma malha refinada, mas, ainda assim, com o menor consumo de recurso computacional possível. A malha ideal para a análise unidimensional foi definida a partir da variação do número de volumes de controle e a comparação entre os resultados obtidos para diferentes malhas. Para isso, definiu-se a distribuição de temperaturas para uma malha refinada (1000 VCs no  $UO_2$  e 100 no ZIRLO) e comparou-se a máxima temperatura com a obtida com outras malhas com menor número de VCs. A malha ideal é aquela que permite obter a mesma temperatura máxima que a obtida através da malha refinada com uma tolerância de  $10^{-3}\%$  através da Equação (28).

$$Erro_{malha} (\%) = \frac{|T_{fina} - T_{ideal}|}{T_{fina}} \cdot 100 \quad (28)$$

Na Equação (28),  $T_{fina}$  é a temperatura máxima obtida a partir da malha refinada, e  $T_{ideal}$  é a temperatura máxima obtida a partir da malha menos refinada.

#### 4.1.4 Comparação entre soluções

Um importante fator a ser determinado durante essa avaliação é o erro entre as soluções analítica e numérica. Se o erro encontrado for alto, o método não é adequado para representar esse sistema ou as aproximações adotadas não o são. O mesmo é determinado a partir da Equação (29), em que as distribuições de temperaturas obtidas analítica e numericamente são comparadas e normalizadas pela solução analítica.

$$Erro_{1D} (\%) = \frac{|T_{analítico} - T_{numérico}|}{T_{analítico}} \cdot 100 \quad (29)$$

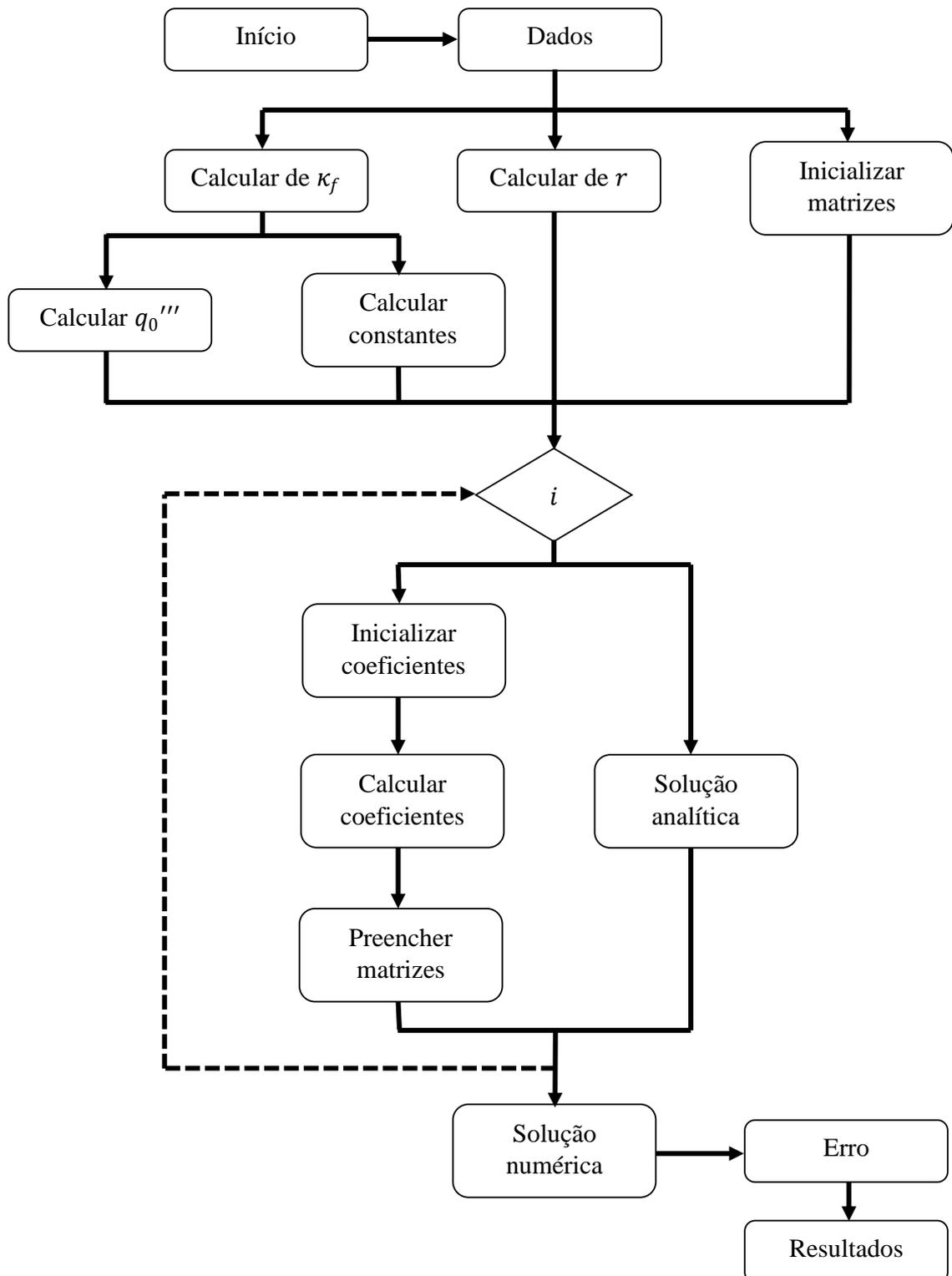
#### 4.1.5 Código

Um código foi desenvolvido para resolver o sistema de equações obtido. O esquema apresentado pela Figura 10 busca apresentar os principais passos do código desenvolvido a fim de encontrar as soluções numérica e analítica para a análise unidimensional radial e estacionária.

Inicia-se o programa com a entrada dos dados referentes a propriedades gerais dos materiais e da malha adotada. Com os dados iniciais, é possível que cálculos iniciais de propriedades importantes sejam realizados. Inicializam-se as matrizes e calculam-se o  $\kappa_f$  e as posições radiais para a malha adotada. Então, a geração de calor máxima no material combustível ( $q_0'''$ ) e as constantes de integração para a solução analítica podem ser calculados. A partir daí os cálculos para a obtenção das soluções podem ser iniciados. Observa-se um laço espacial, necessário para que todos os coeficientes de cada volume de controle sejam determinados e posicionados apropriadamente nas matrizes para a solução numérica. Simultaneamente, a solução analítica é calculada pela aplicação das Equações (24) e (27) para cada posição radial. Ao fim do laço espacial, a solução numérica é obtida por aplicação do Algoritmo da Matriz TriDiagonal.

O erro entre a solução numérica e analítica foi determinado a partir da Equação (29). O erro máximo encontrado foi o maior valor encontrado no vetor erro. Os resultados são apresentados e discutidos na próxima seção do trabalho.

Figura 10. Fluxograma do código para análise unidimensional estacionária de barra de combustível nuclear simplificada.



## 4.2 2D Estacionário

Avalia-se um canal nominal de um reator nuclear AP1000 composto por uma barra de combustível nuclear formada por um cilindro interno de dióxido de urânio revestido por uma casca cilíndrica de ZIRLO, representada pela Figura 1, e pelo refrigerante. O ZIRLO e o  $UO_2$  são separados por um fino *gap* preenchido por hélio.

A geração de calor acontece apenas no material combustível, e esse calor é transportado na barra radial e axialmente. O calor é, então, retirado do núcleo pelo refrigerante que o transporta no sentido do seu movimento (vertical ascendente), a partir da base da barra ( $z = 0$ ) até a extremidade superior da mesma ( $z = H$ ). A temperatura de entrada do fluido no canal refrigerante ( $T_{in}$ ) é conhecida.

A função para o calor gerado nessa barra é dada pela Equação (1), e é variável radial e axialmente. Uma vez que a taxa de geração linear de calor ( $Q_{linear}$ ) por barra de combustível é igual à integral da taxa volumétrica de geração pela área transversal da barra (Equação (30)), a taxa de geração de calor máxima pode ser determinada.

$$Q_{linear} = \int_0^{R_f} \int_0^H q_0''' I_0(\kappa_f r) \text{sen}\left(\frac{\pi z}{H}\right) 2\pi r dr \quad (30)$$

A geração de calor máxima no material combustível ( $q_0'''$ ) é dada pela Equação (31).

$$q_0''' = \frac{Q_{linear} \cdot \kappa_f}{4R_f I_1(\kappa_f R_f)} \quad (31)$$

O calor é transportado pelos materiais que compõem essa barra também nas direções radial e axial, mas apenas axialmente no fluido refrigerante uma vez que a transmissão de calor se dá principalmente no sentido do fluxo em fluidos em movimento (VERSTEEG, MALALASEKERA, 2007).

Uma das análises realizadas durante o estudo desse caso foi o impacto de uma análise bidimensional na distribuição de temperaturas. Como a barra de combustível nuclear é muito longa e fina, a maior parte da energia é transmitida radialmente e, por isso, muitos dos trabalhos

desenvolvidos na área desconsideram a dissipação de calor axial. Para verificar qual o impacto dessa simplificação, decidiu-se calcular as temperaturas da parede externa do revestimento e do fluido refrigerante a partir de equações da literatura clássica, fornecidas por El-Wakil (1971). El-Wakil (1971) apresenta equações para a distribuição axial das temperaturas em algumas distâncias radiais considerando que todo o calor é dissipado apenas radialmente.

#### 4.2.1 El-Wakil

Determina-se a distribuição de temperaturas na parede externa do revestimento de ZIRLO pela adoção da Equação (32), fornecida por El-Wakil (1971).

$$T_{wall} = T_{in} + q_0''' (\pi R_{total}^2) \cdot \left( \frac{H}{\pi c_p \dot{m}} \left( \cos \left( \pi + \frac{\pi z}{H} \right) + 1 \right) + \frac{\text{sen} \left( \frac{\pi z}{H} \right)}{2\pi R_{total} h} \right) \quad (32)$$

Para determinar a distribuição de temperaturas no fluido refrigerante, adota-se a Equação (33) (EL-WAKIL, 1971).

$$T_{coolant} = T_{in} + \frac{q_0''' R_f^2 H}{c_p \dot{m}} \left( \cos \left( \pi + \frac{\pi z}{H} \right) + 1 \right) \quad (33)$$

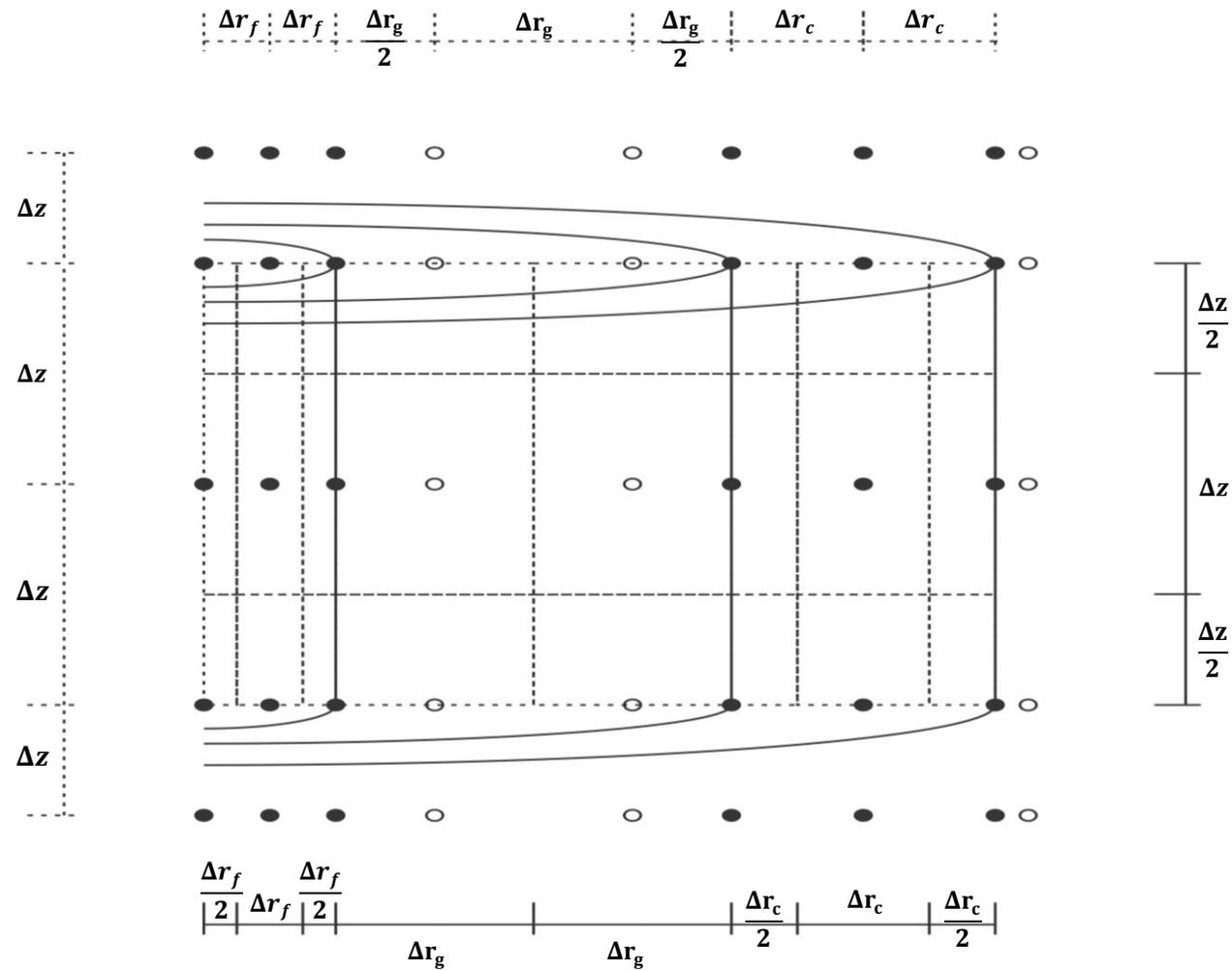
Nas Equações (32) e (33),  $T_{in}$  é a temperatura de entrada do refrigerante no canal do reator,  $R_{total}$  e  $H$  são o raio e a altura, respectivamente, da barra de combustível nuclear, e  $z$  é a posição axial do ponto em estudo, que varia de ( $z = 0$ ) para a extremidade sul da barra a ( $z = H$ ) para sua extremidade norte. Nessas equações, as propriedades do refrigerante são:  $h$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção,  $c_p$  é o calor específico e  $\dot{m}$  é a vazão mássica. Na Equação (33),  $R_f$  é o raio do cilindro combustível.

#### 4.2.2 Solução numérica

Para a solução numérica, seguem-se os passos do Método dos Volumes Finitos descritos na Seção 3.2.

- a. Malha: a Figura 11 representa a malha adotada para análises numéricas bidimensionais em um canal composto por barra de combustível completa.

Figura 11. Esquema de malha para análise numérica bidimensional ( $N_f = 3$ ,  $N_g = 2$ ,  $N_c = 3$  e  $N_z = 3$ ).



Na Figura 11, as quotas com linhas tracejadas indicam as distâncias entre os centros dos VCs e aquelas com linhas contínuas representam as dimensões dos VCs.

A barra foi dividida axialmente em  $(N_{axial} - 2)$  seções de altura  $\Delta z$ , e duas seções (nas extremidades norte e sul) com altura  $\frac{\Delta z}{2}$ . Radialmente, o material combustível possui  $N_f$  divisões, o *gap* possui  $N_g$  divisões e o revestimento possui  $N_c$  divisões.

Dada a simetria do sistema, apenas um semicilindro é representado na figura. As dimensões dos volumes de controle são representadas por linhas contínuas e as distâncias entre os centros dos volumes de controle, por linhas tracejadas.

Na direção radial, os volumes de controle no combustível foram divididos para que cada centro ficasse a  $\Delta r_f$  de distância entre eles. Por isso, o primeiro conjunto de volumes de controle no combustível, os cilindros centrais, possuem raio  $\frac{\Delta r_f}{2}$ . Os últimos VCs no combustível, em contato com o *gap*, são cascas cilíndricas com espessura  $\frac{\Delta r_f}{2}$ ; nos quais os centros dos volumes de controle localizam-se na própria fronteira com o VC a esquerda. No interior do material combustível, os VCs são cascas cilíndricas com espessura  $\Delta r_f$ .

O *gap* é dividido de forma que cada VC seja uma casca cilíndrica com  $\Delta r_g$  de espessura. Por isso, os centros dos volumes de controle em contato com os materiais combustível e do revestimento estão a apenas  $\frac{\Delta r_g}{2}$  de distância dos centros dos VCs desses vizinhos.

O revestimento é dividido em cascas cilíndricas de forma que os centros dos VCs desses materiais distanciem-se radialmente por  $\Delta r_c$ , e as espessuras desses elementos seja também  $\Delta r_c$ , exceto nos volumes de controle em contato com o *gap* ou o refrigerante (sua espessura é apenas  $\frac{\Delta r_c}{2}$ ).

O refrigerante cobre todas as superfícies da barra de combustível nuclear, fazendo com que possua  $(N_f + N_g + N_c)$  volumes de controle abaixo da barra, e a mesma quantidade acima; além de  $(N_z + 2)$  volumes de controle paralelos à barra;

- b. Discretização: para obtenção da solução numérica, deve-se realizar um balanço de energia em cada volume de controle. A barra de combustível foi dividida em sete regiões (Figura 11), de acordo com os materiais que a compõe e os processos físicos

aos quais estão submetidos, além da região formada pelo fluido refrigerante. Além disso, as sete regiões da barra possuem duas subdivisões: os volumes de controle nas extremidades norte e sul da barra (submetidos à ação convectiva do fluido refrigerante); e os volumes fora das extremidades que não sofrem interferências pelo refrigerante. O fluido refrigerante possui quatro subdivisões: as câmaras de entrada e saída do canal, o primeiro volume de controle logo após a câmara de entrada do canal e os volumes de controle no interior do canal.

A discretização realizada detalhadamente no Apêndice A apresenta o balanço de energia para cada grupo de volumes de controle e todos os coeficientes necessários para a obtenção da solução numérica da barra de combustível nuclear de um canal do reator AP1000 sob análise bidimensional e regime estacionário.

Os coeficientes para a solução numérica desse sistema foram reunidos nos Quadro 5, Quadro 6 e Quadro 7. O Quadro 5 apresenta os coeficientes para os volumes de controle no centro da barra de combustível nuclear.

Na barra de combustível, os coeficientes  $a_p$  são o somatório de seus coeficientes vizinhos ( $a_W + a_E + a_N + a_S$ ).

**Quadro 5. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime estacionário - volumes de controle na barra.**

	Volumes de controle na barra				
	$a_W$	$a_E$	$a_N$	$a_S$	$b$
$r = 0$	0	$\frac{2k_e \Delta z}{\Delta r_f}$	$\frac{k_n \Delta r_f}{2\Delta z}$	$\frac{k_s \Delta r_f}{2\Delta z}$	$q''' \frac{\Delta r_f \Delta z}{2}$
$0 < r < R_f$	$k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$\frac{k_n r \Delta r_f}{\Delta z}$	$\frac{k_s r \Delta r_f}{\Delta z}$	$q''' r \Delta r_f \Delta z$
$r = R_f$	$2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$2 \left( \frac{2k_e}{\Delta r_g} \right) r \Delta z$	$k_n \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$	$k_s \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$	$q''' \Delta r_f \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$
$R_f < r < R_f + e_g^8$	$\left( \frac{k_w}{\Delta r_g} \right) \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_g}{2} \right)$	$\left( \frac{k_e}{\Delta r_g} \right) \Delta z \left( r + \frac{\Delta r_g}{2} \right)$	$\left( \frac{k_n}{\Delta z} \right) r \Delta r_g$	$\left( \frac{k_s}{\Delta z} \right) r \Delta r_g$	0
$r = R_f + e_g$	$2 \left( \frac{2k_w}{\Delta r_g} \right) r \Delta z$	$2k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$k_n \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	0
$R_f + e_g < r < R_{total}$	$k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$\frac{k_n r \Delta r_c}{\Delta z}$	$\frac{k_s r \Delta r_c}{\Delta z}$	0
$r = R_{total}$	$2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$2h_e r \Delta z$	$k_n \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	0

<sup>8</sup> Para o primeiro VC no *gap*, o termo  $a_W$  é o dobro do registrado no Quadro 5; e para o último VC no *gap*, o termo  $a_E$  é o dobro do registrado no Quadro 5. Como explicado no Apêndice A, na Seção B.4.

O Quadro 6 apresenta os coeficientes  $a_N$  e  $a_S$  para os volumes de controle na extremidade norte da barra, pois os outros coeficientes ( $a_W$ ,  $a_E$  e  $b$ ) são os mesmos do Quadro 5 para cada posição radial. Para a extremidade sul da barra, os coeficientes  $a_N$  e  $a_S$  devem ser invertidos.

**Quadro 6. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime estacionário - volumes de controle na extremidade norte da barra.**

	Extremidade norte	
	$a_N$	$a_S$
$r = 0$	$h_n \Delta r_f$	$\frac{k_s \Delta r_f}{\Delta z}$
$0 < r < R_f$	$2h_n r \Delta r_f$	$2 \frac{k_s r \Delta r_f}{\Delta z}$
$r = R_f$	$2h_n \Delta r_f \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$	$2k_s \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$
$R_f < r < R_f + e_g$	$2h_n r \Delta r_g$	$2 \left( \frac{k_s}{\Delta z} \right) r \Delta r_g$
$r = R_f + e_g$	$2h_n \Delta r_c \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$2k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right)$
$R_f + e_g < r < R_{total}$	$2h_n r \Delta r_c$	$2 \frac{k_s r \Delta r_c}{\Delta z}$
$r = R_{total}$	$2h_n \Delta r_c \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$2k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right)$

O Quadro 7 apresenta os coeficientes para os volumes de controle no refrigerante. Os coeficientes na diagonal principal da matriz de coeficientes ( $a_p$ ) são a soma dos coeficientes  $a_W$  e  $b$  para o refrigerante. Além disso, antes de ser adicionado à matriz solução, o termo  $b$  deve ser multiplicado pelo termo *soma*. O termo *soma* representa uma reescrita dos termos  $T_n$  e  $T_s$  (que são as temperaturas nas fronteiras norte e sul do volume de controle em estudo, inferidas para transformar a matriz de coeficientes em uma matriz tridiagonal).

**Quadro 7. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime estacionário - volumes de controle no refrigerante.**

	$a_w$	$b$	$soma$
$z = 0$	$h_w 2\pi R_{total} \frac{\Delta z}{2}$	$2\dot{m}c_p$	$T_s$
$0 < z \leq H$	$h_w 2\pi R_{total} \Delta z$	$2\dot{m}c_p$	$\left( 2 \cdot \sum_{j+1}^{nAxial+1} T(j) \cdot (-1)^{sinal} \right) + T_{in}(-1)^{sinal}$
$z > H$	0	1	$\left( 2 \cdot \sum_{j+1}^{nAxial+1} T(j) \cdot (-1)^{sinal} \right) + T_{in}(-1)^{sinal}$

A definição de cada coeficiente encontra-se bem detalhada no Apêndice A;

- c. Solução: a matriz dos coeficientes resultante é uma matriz pentadiagonal, acomodando os coeficientes  $a_P$ ,  $a_E$ ,  $a_W$ ,  $a_N$  e  $a_S$ . Entretanto, como se deseja aplicar o Algoritmo da Matriz TriDiagonal, precisa-se transformar essa matriz em uma matriz tridiagonal. Aplicando-se o método da Seção 3.3.2, pode-se alcançar tal objetivo.

Uma vez que a temperatura na câmara de entrada no canal refrigerante é conhecida ( $T_{in}$ ), estas representam as temperaturas dos centros dos volumes de controle a sul da próxima posição axial. A próxima posição axial pode, então, ser determinada ao se supor um valor qualquer para as temperaturas ao norte desses volumes de controle. Decidiu-se por definir  $T_N^*$  como igual a  $T_S$ , ajudando o código a alcançar convergência mais rapidamente. A temperatura no centro do volume de controle a norte do VC em evidência é representada por  $T^*$  para que seja evidente que a mesma é uma suposição, e não o valor real. A partir disso, os termos  $(a_N \cdot T_N^*)$  e  $(a_S \cdot T_S)$  são conhecidos e devem fazer parte da matriz resultado, transformando a matriz de coeficientes em uma matriz tridiagonal. Pode-se aplicar o Algoritmo da Matriz TriDiagonal encontrando-se as temperaturas dessa posição axial, que funcionam como os vizinhos a sul da nova posição axial. Esse processo deve ser repetido por toda a extensão da barra.

As temperaturas encontradas não devem ser as corretas, uma vez que foram supostas todas as temperaturas a norte. Mas pode-se usar a nova distribuição encontrada

como a nova suposição para as temperaturas a norte. Ao se calcular toda a distribuição de temperaturas a partir dessa nova suposição, os erros serão menores. Deve-se repetir tal processo até que haja convergência da distribuição de temperaturas encontrada. Considera-se que a convergência foi atingida quando, entre duas distribuições calculadas consecutivamente, o erro máximo encontrado foi de  $10^{-3}\%$ . Esse erro é calculado a partir da Equação (34).

$$Erro_{suposição} (\%) = \frac{|T_n - T_{n-1}|}{T_n} \cdot 100 \quad (34)$$

Na Equação (34),  $T_n$  representa a distribuição obtida na última iteração ( $n$ ) e  $T_{n-1}$  a distribuição obtida na iteração anterior ( $n - 1$ ). Nessa equação,  $n$  é o número de iterações necessário para que a solução numérica seja alcançada.

#### 4.2.3 Malha

A malha ideal para a análise bidimensional foi definida a partir da variação do número de volumes de controle e a comparação entre os resultados obtidos para diferentes malhas. Para isso, definiu-se a distribuição de temperaturas para uma malha bastante refinada (1000 divisões radiais no material combustível, 100 no revestimento e no *gap* e 1000 na direção axial para a barra) e comparou-se a máxima temperatura com a obtida com outras malhas não tão finas. A malha ideal é aquela que permite obter a mesma temperatura máxima que a obtida através da malha discretizada com uma tolerância máxima de 0,1% através da Equação (28). Na Equação (28),  $T_{fina}$  é a temperatura máxima obtida a partir da malha refinada e  $T_{ideal}$  é a temperatura máxima obtida a partir da malha menos refinada que se deseja testar.

#### 4.2.4 Comparação entre soluções

As temperaturas calculadas a partir das equações fornecidas por El-Wakil (1971) podem ser comparadas com as do método numérico escolhido.

O erro entre a solução obtida através da solução analítica pelas Equações (32) e (33) e a solução numérica obtida pelo MVF é obtido subtraindo-se de maneira absoluta as temperaturas calculadas para os mesmos pontos pelas duas formas, como aponta a Equação (35).

$$Erro_{numerico-El-Wakil} = |T_{El-Wakil} - T_{numerico}| \quad (35)$$

A Equação (35) representa o erro entre as soluções numéricas para a parede externa do combustível ( $r = R_{total}$ ) e para o fluido refrigerante ( $r > R_{total}$ ), e as soluções obtidas através das Equações (32) e (33), respectivamente. Esse erro será apresentado em (°C), pois se deseja saber em quantos graus a temperatura é superestimada quando se desconsidera parte da dissipação de calor.

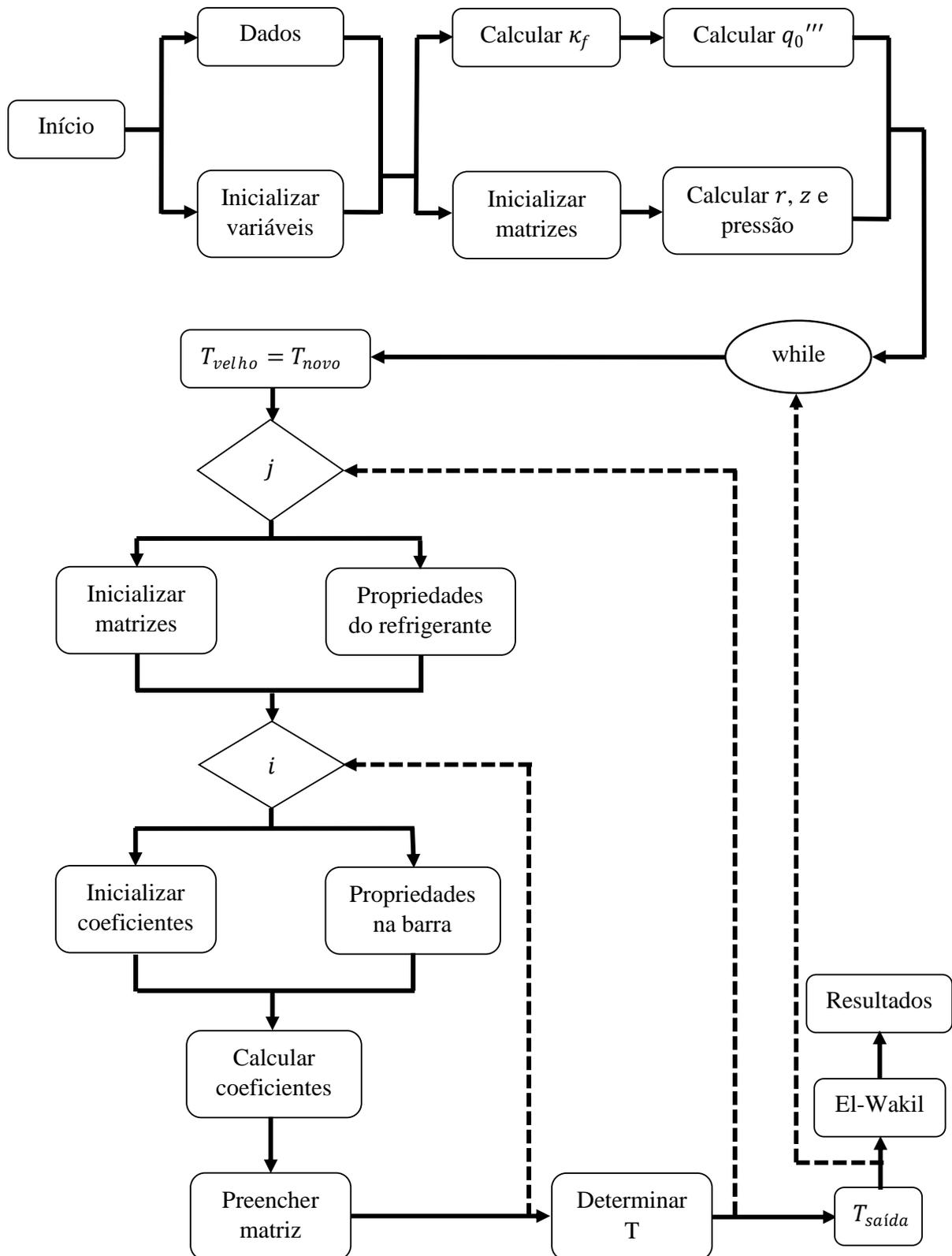
#### 4.2.5 Código

Um código foi desenvolvido para realizar a análise bidimensional estacionária do canal do reator. Como mostra a Figura 12, o código começa com a entrada de dados iniciais referentes às propriedades dos materiais e da própria malha e inicialização de variáveis. A partir daí, inicializam-se as matrizes e pode-se calcular  $\kappa_f$ . Então, determina-se a geração máxima de calor ( $q_0'''$ ) pela Equação (31), as posições radial e axial dos centros dos volumes de controle. Uma vez que a pressão de entrada do fluido refrigerante é conhecida, assim como a queda média da pressão no núcleo do reator, a pressão de cada posição axial no fluido foi determinada por interpolação linear.

Um laço foi criado para corrigir as suposições das temperaturas nos centros dos volumes de controle a norte do volume de controle em análise. Nesse laço, as temperaturas calculadas anteriormente são posicionadas na matriz usada para captar as novas suposições para  $T_N$ . A partir disso, para cada posição axial a partir da entrada do canal, inicializam-se as matrizes e calculam-se as propriedades do refrigerante. Para cada posição axial, inicializam-se os coeficientes para a solução numérica e calculam-se as propriedades dos materiais. Calculam-se, então, os coeficientes, posicionando-os na matriz de coeficientes.

A distribuição de temperaturas para cada posição axial é determinada assim como a temperatura na saída do canal. Essas temperaturas são recalculadas até que a distribuição correta seja encontrada. Por fim, as distribuições na parede externa do revestimento e no refrigerante são calculadas através das Equações (32) e (33) e os resultados são apresentados.

Figura 12. Fluxograma do código para análise bidimensional estacionária de canal do reator AP1000 composto por barra de combustível nuclear com *gap*.



### 4.3 2D Transitório

O último sistema estudado é um canal nominal do reator AP1000 que se encontra em regime estacionário sob condições normais inicialmente (solução do caso bidimensional estacionário), mas sofre um bloqueio parcial na entrada do canal. Deseja-se observar o comportamento transitório desse sistema, observando-se se, e quando, o mesmo volta a alcançar um novo estado estacionário, e se o mesmo é seguro. Foi considerado seguro o canal que não apresenta início de formação de bolhas em nenhum ponto do canal.

O sistema em evidência é um canal nominal do reator AP1000 composto por barra de combustível nuclear completa (combustível, *gap* e revestimento), que é o mesmo sistema estudado na análise bidimensional estacionária apresentado na Seção 4.2. O calor é transmitido nesse sistema bidimensionalmente por processos difusivos no interior da barra de combustível nuclear, e no sentido do fluxo mássico no refrigerante, por convecção. A função para a geração máxima de calor no material combustível é dada pela Equação (31), e as propriedades dos materiais são calculadas a partir das correlações apresentadas na Seção 3.1 ou pelo uso do módulo REFPROP (NIST, 2013) para o refrigerante e o *gap*.

A avaliação do comportamento transitório de um sistema é realizada a partir da Equação Geral do Transporte (Equação (10)), apresentando um novo termo às equações de balanço de energia (relativo ao gradiente temporal de temperaturas). Decidiu-se por adotar a abordagem implícita que, como discutido na Seção 3.3.3, é bastante robusta, além de não possuir limitações em sua discretização temporal como uma função da discretização espacial. A abordagem implícita calcula a temperatura no centro do volume de controle em evidência no instante atual ( $T_P$ ) a partir das temperaturas no centro dos VCs de seus vizinhos no instante de tempo atual ( $T_W, T_E, T_N$  e  $T_S$ ) e da sua temperatura em um instante anterior ( $T_P^0$ ), que é a única informação conhecida.

O sistema estudado encontra-se em estado estacionário inicialmente ( $t = 0$ ) quando sofre uma abrupta redução do seu poder de refrigeração devido a um bloqueio parcial do fluxo do refrigerante na entrada do canal. São conhecidos os fluxos do refrigerante antes e depois do bloqueio, além das dimensões e propriedades dos materiais (determinados a partir das correlações apresentadas na Seção 3.1), e a temperatura da entrada do refrigerante no canal (considerada sempre constante e igual a  $T_{in}$ ).

Para a obtenção da solução numérica, seguem-se os passos do MVF:

- a. Malha: a mesma malha usada na análise bidimensional estacionária foi usada, descrita minuciosamente na Seção 4.2;
- b. Discretização: a discretização detalhada é apresentada no Apêndice A;

Os coeficientes para a solução da análise bidimensional transitória estão organizados nos Quadro 8, Quadro 9 e no já mencionado Quadro 6. O Quadro 8 apresenta os coeficientes para os VCs no centro da barra de combustível, e o Quadro 6, os coeficientes que diferem para VCs nas extremidades da barra ( $a_N$  e  $a_S$ ), pois os outros coeficientes ( $a_W$ ,  $a_E$ ,  $a_P^0$  e  $b$ ) são os mesmos do Quadro 8. O termo  $a_P$  para os VCs na barra de combustível é a soma dos coeficientes dos centros dos VCs vizinhos ( $a_E$ ,  $a_W$ ,  $a_N$ ,  $a_S$ ) e dele mesmo no instante de tempo passado ( $a_P^0$ ).

Quadro 8. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime transitório - volumes de controle no centro da barra.

	Volumes de controle no centro da barra					
	$a_p^0$	$a_w$	$a_E$	$a_N$	$a_s$	$b$
$r = 0$	$\frac{\rho_f c_{p_f} \Delta r_f \Delta z}{2\Delta t}$	0	$\frac{2k_e \Delta z}{\Delta r_f}$	$\frac{k_n \Delta r_f}{2\Delta z}$	$\frac{k_s \Delta r_f}{2\Delta z}$	$q'''' \frac{\Delta r_f \Delta z}{2}$
$0 < r < R_f$	$\frac{\rho_f c_{p_f} r \Delta r_f \Delta z}{\Delta t}$	$k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$\frac{k_n r \Delta r_f}{\Delta z}$	$\frac{k_s r \Delta r_f}{\Delta z}$	$q'''' r \Delta r_f \Delta z$
$r = R_f$	$\frac{\rho_f c_{p_f} \Delta r_f \Delta z}{\Delta t} \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$	$2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)$	$2 \left( \frac{2k_e}{\Delta r_g} \right) r \Delta z$	$k_n \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$	$k_s \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$	$q'''' \Delta r_f \Delta z \cdot \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)$
$R_f < r < (R_f + e_g)^9$	$\frac{\rho_g c_{p_g} r \Delta r_g \Delta z}{\Delta t}$	$\left( \frac{k_w}{\Delta r_g} \right) \Delta z \cdot \left( r - \frac{\Delta r_g}{2} \right)$	$\left( \frac{k_e}{\Delta r_g} \right) \Delta z \cdot \left( r + \frac{\Delta r_g}{2} \right)$	$\left( \frac{k_n}{\Delta z} \right) r \Delta r_g$	$\left( \frac{k_s}{\Delta z} \right) r \Delta r_g$	0
$r = R_f + e_g$	$\frac{\rho_c c_{p_c} \Delta r_c \Delta z}{\Delta t} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$2 \left( \frac{2k_w}{\Delta r_g} \right) r \Delta z$	$2k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$k_n \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	0
$(R_f + e_g) < r < R_{total}$	$\frac{\rho_c c_{p_c} r \Delta r_c \Delta z}{\Delta t}$	$k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$\frac{k_n r \Delta r_c}{\Delta z}$	$\frac{k_s r \Delta r_c}{\Delta z}$	0
$r = R_{total}$	$\frac{\rho_c c_{p_c} \Delta r_c \Delta z}{\Delta t} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right)$	$2h_e r \Delta z$	$k_n \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	$k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right)$	0

<sup>9</sup> Para o primeiro VC no *gap*, o termo  $a_w$  é o dobro do registrado no Quadro 8; e para o último VC no *gap*, o termo  $a_E$  é o dobro do tabelado.

O Quadro 9 apresenta os coeficientes que descrevem os volumes de controle no refrigerante, sendo o coeficiente  $a_p$  a soma dos coeficientes  $a_w$ ,  $a_p^0$  e  $b$ . Nessa região, o termo  $b$  deve ser modificado antes de ser posicionado na matriz solução: deve-se multiplicá-lo pelo termo *soma* e deve ser somado ao termo  $a_p^0 T_p^0$ .

**Quadro 9. Coeficientes da análise bidimensional de um canal do reator AP1000 em regime transitório - volumes de controle no refrigerante.**

	$a_p^0$	$a_w$	$b$	<i>soma</i>
$z = 0$	$\frac{\rho c_p \Delta z \dot{m}}{2 \Delta t} \frac{1}{G}$	$h_w 2 \pi R_{total} \frac{\Delta z}{2}$	$2 \dot{m} c_p$	$T_s$
$0 < z \leq H$	$\frac{\rho c_p \Delta z \dot{m}}{\Delta t} \frac{1}{G}$	$h_w 2 \pi R_{total} \Delta z$	$2 \dot{m} c_p$	$\left( 2 \cdot \sum_{j+1}^{n_{Axial}+1} T(j) \cdot (-1)^{sinal} \right) + T_{in} (-1)^{sinal}$
$z > H$	0	0	1	$\left( 2 \cdot \sum_{j+1}^{n_{Axial}+1} T(j) \cdot (-1)^{sinal} \right) + T_{in} (-1)^{sinal}$

- c. Solução: as temperaturas no tempo inicial são conhecidas, como a solução da análise bidimensional estacionária. As temperaturas da entrada do canal são conhecidas e mantidas constantes ( $T_{in}$ ). Portanto, tem-se novamente uma matriz de coeficientes pentadiagonal, que pode ser solucionada como no caso bidimensional estacionário. Deve-se determinar as temperaturas para todas as posições radiais na próxima posição axial. As temperaturas para o centro dos volumes de controle logo acima da entrada no instante de tempo atual ( $t$ ) são funções das temperaturas dos volumes vizinhos no mesmo instante ( $t$ ) e de sua própria temperatura em um instante passado ( $t - \Delta t$ ), uma vez que a abordagem implícita para a solução foi adotada. Supõem-se valores para as temperaturas a norte do VC em análise para transformar a matriz de coeficientes em uma matriz tridiagonal (uma vez que as temperaturas a sul do VC em análise são sempre conhecidas, quando a análise é feita a partir da entrada do canal) e pode-se aplicar o Algoritmo da Matriz TriDiagonal. O processo é repetido para todo o comprimento do canal, com as temperaturas dos volumes a sul conhecidas e a norte novamente assumidas. Admitiram-se, como suposição inicial, as mesmas temperaturas que as temperaturas dos vizinhos a sul,

para auxiliar o código a convergir mais rapidamente. Novamente, como para a solução bidimensional estacionária, os cálculos devem ser repetidos com novas suposições para as temperaturas a norte do VC em estudo, até a obtenção da solução correta para o novo instante temporal (até que o erro entre suposições consecutivas, calculado a partir da Equação (34), seja menor que  $10^{-3}\%$  para a temperatura máxima na distribuição).

Essa será a distribuição do instante de tempo passado para o novo instante temporal, que será determinada pela adição de um intervalo temporal ao tempo total e pela repetição do procedimento descrito. O novo estado estacionário será considerado alcançado quando a maior diferença absoluta entre duas distribuições de temperaturas, calculadas para duas iterações temporais consecutivas, seja menor que  $10^{-3}^{\circ}\text{C}$ , calculado a partir da Equação (36).

$$Erro_{transitorio} = |T^{temporal} - T^{temporal-1}| \quad (36)$$

Na Equação (36),  $T^{temporal}$  representa a distribuição de temperaturas para o instante temporal atual ( $t$ ) e  $T^{temporal-1}$  a distribuição para o instante passado ( $t - \Delta t$ ). Nessa equação, o termo *temporal* indica o número de iterações temporais para alcançar o novo estado estacionário após bloqueio na entrada do canal.

### 4.3.1 Código

O código desenvolvido para alcançar a solução bidimensional transitória do canal nominal do reator é representado pela Figura 13. Inicia-se o programa com a entrada dos dados e o cálculo para a solução estacionária a partir dos passos descritos na Seção 4.2.5. Essa distribuição é a condição inicial do sistema, e será a condição no instante de tempo passado ( $t - \Delta t$ ) para o novo instante temporal ( $t$ ). Aplica-se, então, o bloqueio estudado na vazão de entrada do refrigerante. Inicializam-se as variáveis e as matrizes para a parada do laço temporal.

Dentro do laço temporal, um laço espacial calcula a distribuição de temperaturas para o novo instante de tempo. Esse laço espacial é bastante parecido com a solução estacionária apresentada na Seção 4.2, e nele há a determinação dos coeficientes para a solução numérica para todas as posições radiais em cada posição axial a partir da extremidade sul da barra. Para

isso, as matrizes de coeficientes, variáveis e de termos independentes, além de se determinar as propriedades do fluido refrigerante em cada posição axial. Então, para cada posição radial na mesma posição axial, inicializam-se os coeficientes para a solução numérica e pode-se calcular as propriedades dos materiais. Então, todos os coeficientes para os volumes de controle em cada posição axial são determinados, e corretamente posicionados nas matrizes.

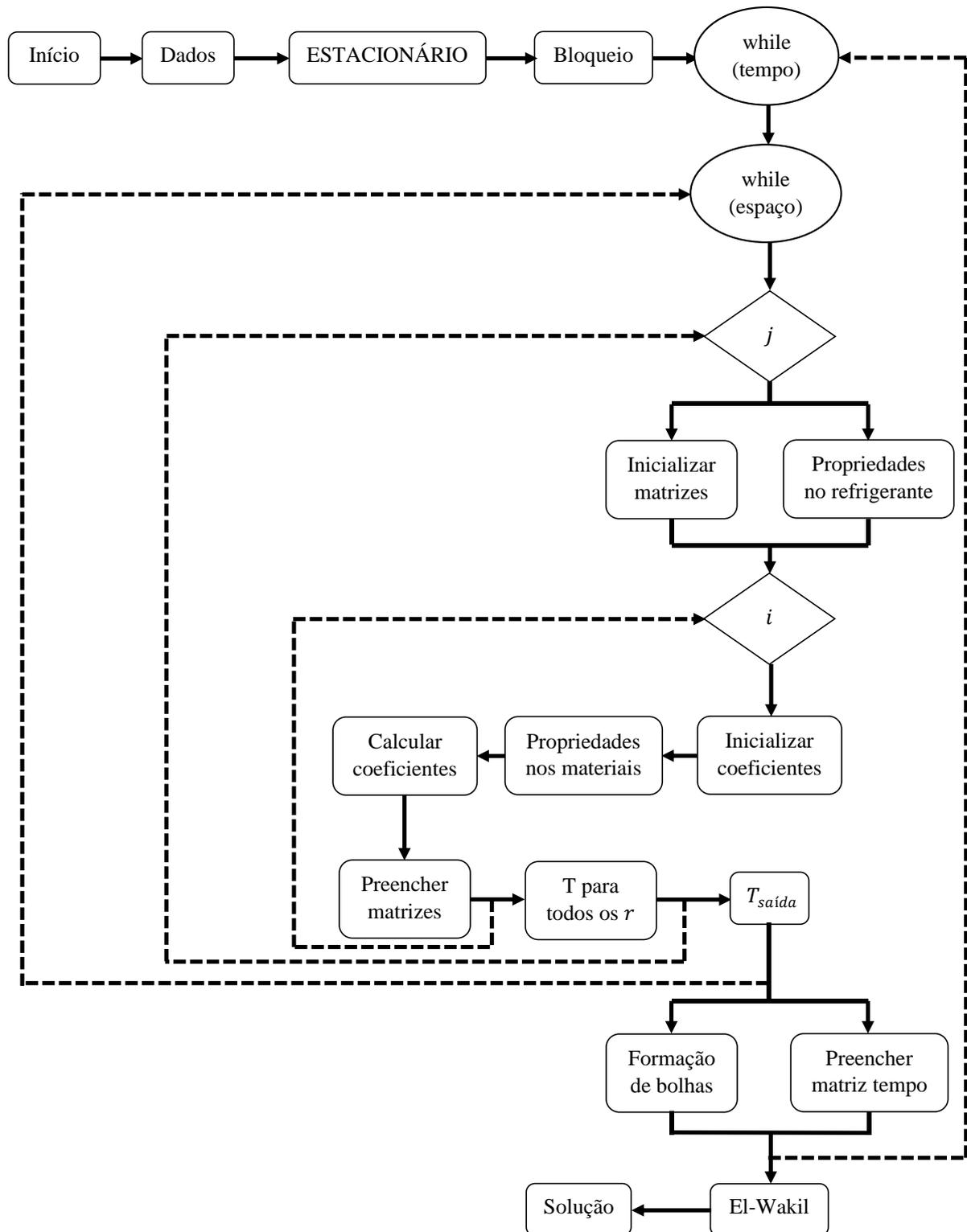
A distribuição de temperaturas é calculada por simples inversão matricial através do Algoritmo da Matriz TriDiagonal e a temperatura do refrigerante na saída do canal pode ser determinada. Essa distribuição é recalculada até que a suposição inicial das temperaturas a norte do volume de controle em análise seja corrigida.

Com a distribuição de temperaturas correta, pode-se verificar se há formação de bolhas em algum instante ou ponto do canal. E essa distribuição é guardada na matriz tempo.

Calculam-se, então, as distribuições de temperaturas para as condições do estado estacionário final desconsiderando-se a dissipação axial de calor (pela adoção das Equações (32) e (33)).

Por fim, os resultados podem ser representados.

Figura 13. Fluxograma do código para análise bidimensional transitória de canal nominal do reator AP1000 composto por barra de combustível nuclear com *gap*.



## 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados foram fornecidos a partir da aplicação dos códigos no MATLAB, a partir do fornecimento de dados de entrada e das equações que regem cada volume de controle. O Quadro 10 apresenta os principais dados usados para o estudo dos casos. Esses valores são união de dados da literatura clássica, como o coeficiente de difusão e a seção macroscópica de absorção e dados sobre uma barra de combustível nuclear, retirados dos manuais técnicos e artigos sobre o AP1000.

**Quadro 10. Propriedades físicas para entrada dos sistemas em estudo.**

<b>PROPRIEDADES</b>	
<sup>10</sup> Raio do combustível - $R_f$ (m)	0,0040955
<sup>10</sup> Espessura do revestimento - $e_c$ (m)	$5,72 \cdot 10^{-4}$
<sup>11</sup> Condutividade térmica do combustível para o caso 1D - $k_f$ $\left(\frac{W}{m \cdot K}\right)$	2
<sup>11</sup> Condutividade térmica do revestimento para o caso 1D - $k_c$ $\left(\frac{W}{m \cdot K}\right)$	13,84
<sup>10</sup> Taxa de Potência Linear - $Q_{linear}$ $\left(\frac{W}{m}\right)$	$18,77 \cdot 10^3$
<sup>12</sup> Coeficiente de difusão - $D$ (m)	$1,6 \cdot 10^{-3}$
<sup>12</sup> Seção macroscópica de absorção - $\Sigma_a$ (m <sup>-1</sup> )	1,97
<sup>10</sup> Comprimento da barra de combustível nuclear - $H$ (m)	4,2762
<sup>10</sup> Temperatura do fluido na entrada do canal - $T_{in}$ (°C)	279,44
<sup>10</sup> Espessura do gap - $e_g$ (m)	$8,25 \cdot 10^{-5}$
<sup>10</sup> Pressão no gap - $P_g$ (Pa)	$1,379 \cdot 10^6$
<sup>10</sup> Vazão mássica do refrigerante no canal - $\dot{m}$ $\left(\frac{kg}{s}\right)$	0,3152
<sup>10</sup> Velocidade mássica do refrigerante no canal - $G$ $\left(\frac{kg}{s \cdot m^2}\right)$	$3,4586 \cdot 10^3$
<sup>10</sup> Pressão do refrigerante na entrada do canal - $P$ (Pa)	$15,513 \cdot 10^6$
<sup>10</sup> Queda média da pressão do refrigerante no núcleo - $\Delta P$ (Pa)	$0,275 \cdot 10^6$

<sup>10</sup> (WESTINGHOUSE, 2011).

<sup>11</sup> (SILVA, NARAIN, 2013).

<sup>12</sup> (EL-WAKIL, 1971).

## 5.1 1D Estacionário

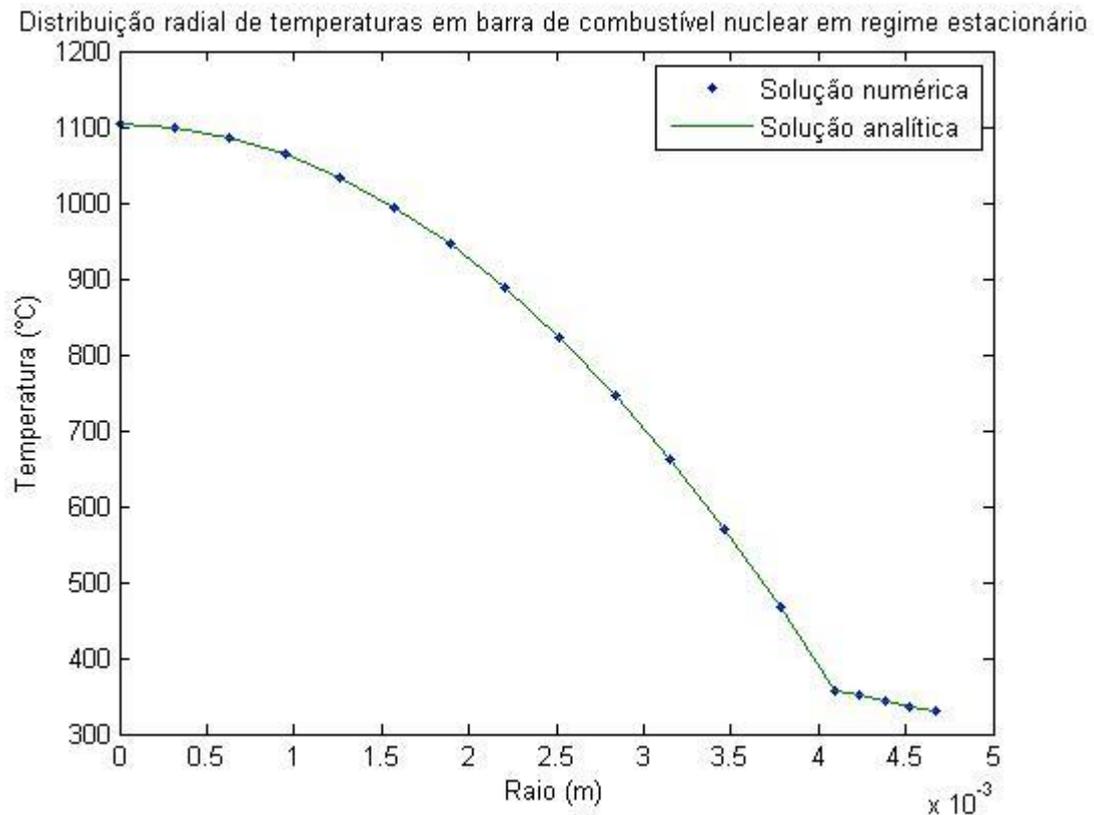
A análise unidimensional radial estacionária da barra de combustível nuclear foi realizada tanto analítica quanto numericamente. Nessa análise, consideram-se constantes as condutividades térmicas, e ideais os materiais (sem defeitos e perfeitamente unidos). O uso das propriedades apresentadas no Quadro 10 como os dados de entrada no código desenvolvido ajudam a alcançar as soluções. A entrada dos coeficientes reunidos no Quadro 4 permite a obtenção da solução numérica e a entrada das constantes reunidas no Quadro 3 permite o alcance da solução analítica.

A condição de contorno desse sistema é a temperatura da parede externa da barra que é conhecida. Adotou-se o valor de 329,5613°C que é a temperatura máxima na parede externa da barra de combustível nuclear determinada a partir da análise numérica bidimensional, apresentada na Seção 5.2. Decidiu-se por esse valor, pois a análise bidimensional realizada calcula as propriedades dos materiais em função da temperatura em cada ponto, sendo a análise mais precisa para as condições as quais a barra está exposta.

A primeira informação que precisa ser definida é a malha ideal, pelo processo descrito na Seção 4.1.3. A partir de uma malha bastante refinada (1000 volumes de controle no combustível e 100 no revestimento) a distribuição térmica da barra foi definida em 1,478s de compilação. A temperatura máxima obtida com a malha refinada foi 1103,652°C. A malha foi redimensionada diversas vezes, com um número menor de volumes de controle, até que a malha com 13 VCs no combustível e 4 no revestimento fosse definida como a malha ideal. A temperatura máxima obtida a partir da malha ideal foi 1103,641°C, respeitando a condição para geração da malha ideal, conforme Equação (28). O erro entre as temperaturas máximas das malhas refinada e ideal foi  $Erro_{malha} = 9,77 \cdot 10^{-4}\%$ .

A partir da malha ideal, as soluções numérica e analítica foram determinadas; e ambas foram representadas no mesmo gráfico, apresentado na Figura 14. A Figura 14 apresenta a distribuição radial de temperaturas para a barra de combustível nuclear simplificada obtida a partir do Método dos Volumes Finitos (solução numérica) e pela integração da Equação Geral do Transporte (solução analítica).

**Figura 14. Distribuição de temperaturas numa barra de combustível simplificada sob análise unidimensional radial e estacionária.**



A temperatura máxima no interior da barra encontrada foi 1103,6°C e foi observada boa conformidade entre as duas soluções, demonstrando a eficácia do método para descrição do sistema apresentado. O erro máximo calculado a partir da Equação (29) encontrado em toda a distribuição foi  $Err_{o_{1D}} = 9,7956 \cdot 10^{-4}\%$ , para a malha ideal para esse caso.

Os bons resultados obtidos também permitem inferir que a aproximação sugerida por Patankar (1980) (a integral volumétrica da densidade de potência como o produto entre a sua média no volume de controle e o próprio volume) foi uma boa opção, podendo ser adotada para os outros casos estudados.

## 5.2 2D Estacionário

A análise bidimensional do canal nominal do reator AP1000 foi realizada a partir de análise numérica com aplicação do Método dos Volumes Finitos. A solução numérica considera que o calor é transmitido na barra radial e axialmente, e apenas axialmente por convecção na

direção do fluxo do refrigerante. Também foram calculadas as distribuições de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear e no refrigerante por equações da literatura clássica (EL-WAKIL, 1971) apresentadas nesse trabalho pelas Equações (32) e (33), respectivamente. Essa análise realizada pela aplicação das Equações (32) e (33) consideram a dissipação de energia ocorrendo apenas na direção radial dentro da barra.

A solução foi obtida a partir da entrada dos coeficientes definidos na Seção 4.2 no código desenvolvido no software MATLAB, das correlações para as propriedades dos materiais apresentadas na Seção 3.1 e dos dados apresentados no Quadro 10.

A primeira informação retirada dessa análise é a melhor malha para a análise bidimensional desse sistema, determinada a partir da comparação entre os resultados obtidos por diferentes malhas. Foi definida como a melhor malha aquela que permite a determinação da distribuição de temperaturas com precisão adequada e menor consumo computacional possível. Para uma malha refinada (1000 divisões axiais na barra, 1000 radiais no combustível e 100 radiais nas regiões do *gap* e do revestimento) a solução numérica foi obtida após 11 iterações e quase 40 minutos de processamento. A temperatura máxima obtida nessa distribuição foi 1480,74°C.

A malha ideal encontrada possui 50 divisões axiais, 114 radiais no material combustível, 50 no *gap* e apenas 10 no revestimento. A partir dessa malha, a temperatura máxima obtida em toda distribuição foi 1482,21°C e o erro entre as malhas fina e ideal, calculado pela Equação (28), foi menor que a tolerância máxima de 0,1% ( $Erro_{malha} = 0,099031\%$ ).

A distribuição de temperaturas calculada pela malha ideal foi obtida em sete iterações com tempo de processamento de 6,775 segundos, a partir do código apresentado na Seção 4.2.5. O tempo de processamento da malha ideal é menor que 0,3% do tempo de processamento da malha refinada.

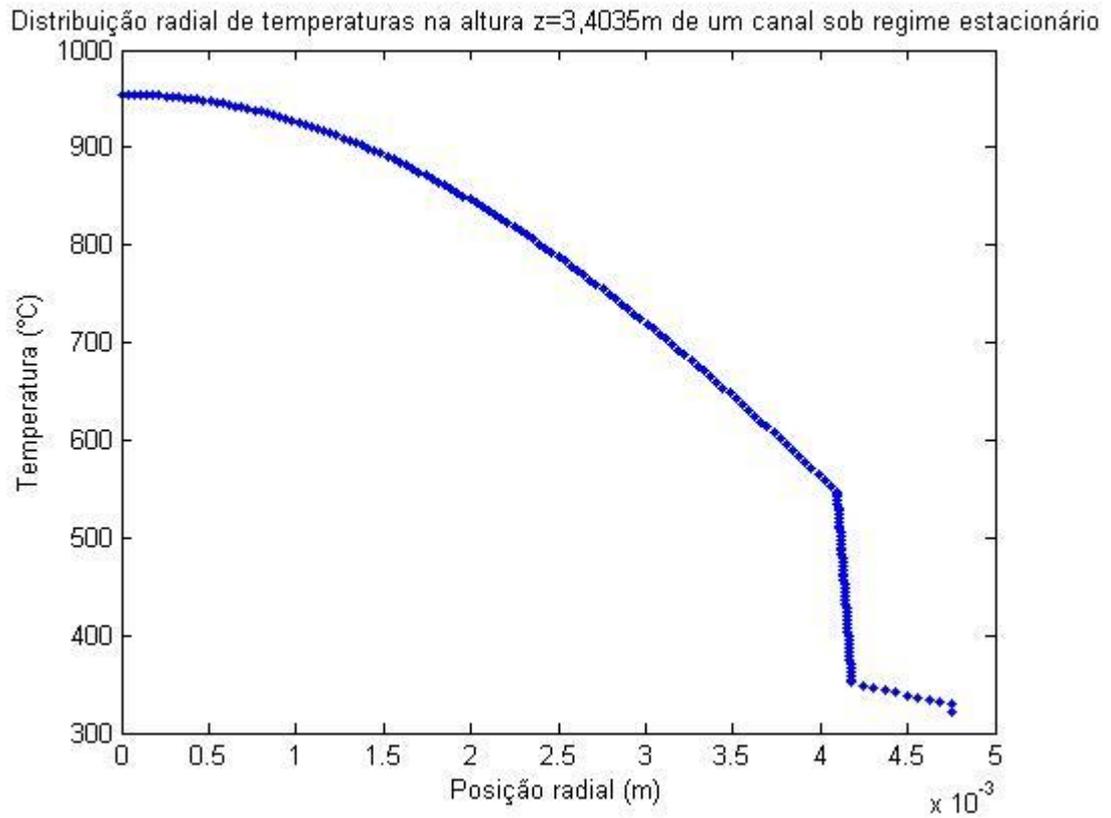
Na realidade, não se observaram diferenças significativas entre os resultados obtidos independentemente da malha adotada para o revestimento (apenas 2 VCs já seriam o suficiente para respeitar os critérios para a geração da malha). Optou-se por adotar 10 VCs para que os gráficos ficassem melhor representados. Também não houve significativa variação no tempo de processamento ou no número de iterações (permaneceu igual à sete) para justificar o uso de apenas dois VCs prejudicando a apresentação dos resultados.

Como explicado extensivamente nas Seções 3.3.2 e 4.2, a matriz de coeficientes em uma análise bidimensional é pentadiagonal. Para que a solução possa ser obtida a partir do Algoritmo da Matriz TriDiagonal, as temperaturas nos centros dos volumes de controle em contato com a fronteira norte do VC em evidência foram inferidas e, uma vez que as temperaturas dos VCs a sul são sempre conhecidas, a matriz de coeficientes torna-se tridiagonal. Decidiu-se adotar as temperaturas nos centros dos volumes de controle a norte do VC em evidência ( $T_N^*$ ) como iguais às temperaturas nos centros dos volumes de controle a sul do VC em evidência ( $T_S$ ), pois estas são conhecidas e sabe-se que essas duas temperaturas não devem divergir muito uma da outra, ajudando o sistema a convergir. Mas, quando as temperaturas  $T_N^*$  foram consideradas iguais a zero, o mesmo resultado foi alcançado com quase a mesma velocidade: o tempo de compilação foi de 7,34s e apenas sete iterações foram necessárias. Esses resultados evidenciam a eficiência do Algoritmo da Matriz TriDiagonal para a solução do problema, uma vez que mesmo com adoção de suposições iniciais diferentes, as soluções convergem rapidamente.

Um dos objetivos da análise bidimensional estacionária é a determinação da importância do *gap* para a distribuição de temperaturas, uma vez que muitas análises (como a unidimensional estacionária apresentada na seção anterior) desconsideram essa região.

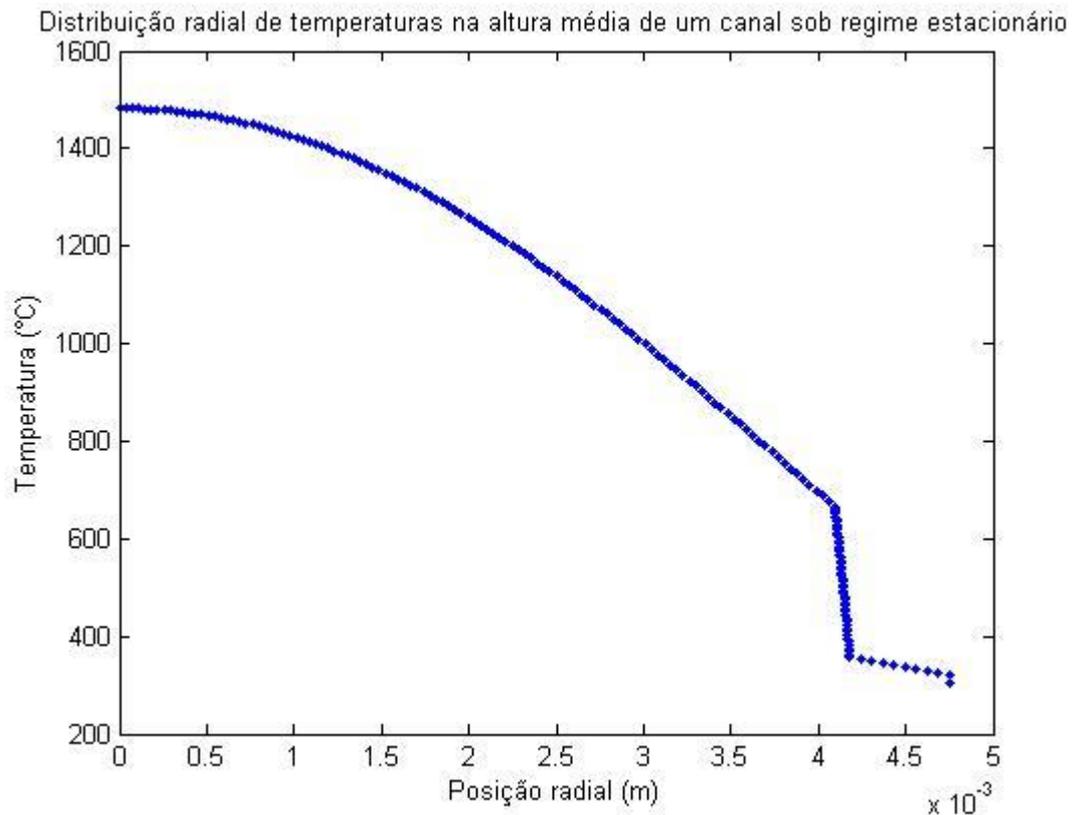
Para evidenciar o impacto do mesmo nas distribuições de temperaturas, dois gráficos com a distribuição radial de temperaturas foram desenvolvidos, para a altura média do canal ( $z = \frac{H}{2}$ ) e para a posição de máxima temperatura na parede externa da barra ( $z = 3,4035m$ ). Nesses gráficos, as regiões da barra são facilmente identificáveis por suas curvas de temperatura. A Figura 15 apresenta a distribuição radial de temperaturas no canal para a posição axial  $z = 3,4035m$ , que é a posição de máxima temperatura na parede externa do revestimento. A Figura 16 apresenta a distribuição radial de temperaturas no canal para a altura média da barra ( $z = \frac{H}{2}$ ).

**Figura 15. Distribuição radial de temperaturas na altura  $z = 3,4035m$  em um canal nominal de um reator AP1000 sob regime estacionário.**



Na Figura 15 observa-se uma variação de  $195,91^{\circ}C$  no *gap*, e uma temperatura máxima no centro da barra igual a  $954,41^{\circ}C$  para essa posição axial do canal nominal do reator AP1000.

**Figura 16. Distribuição radial de temperaturas na altura média de um canal nominal de um reator AP1000 sob regime estacionário.**

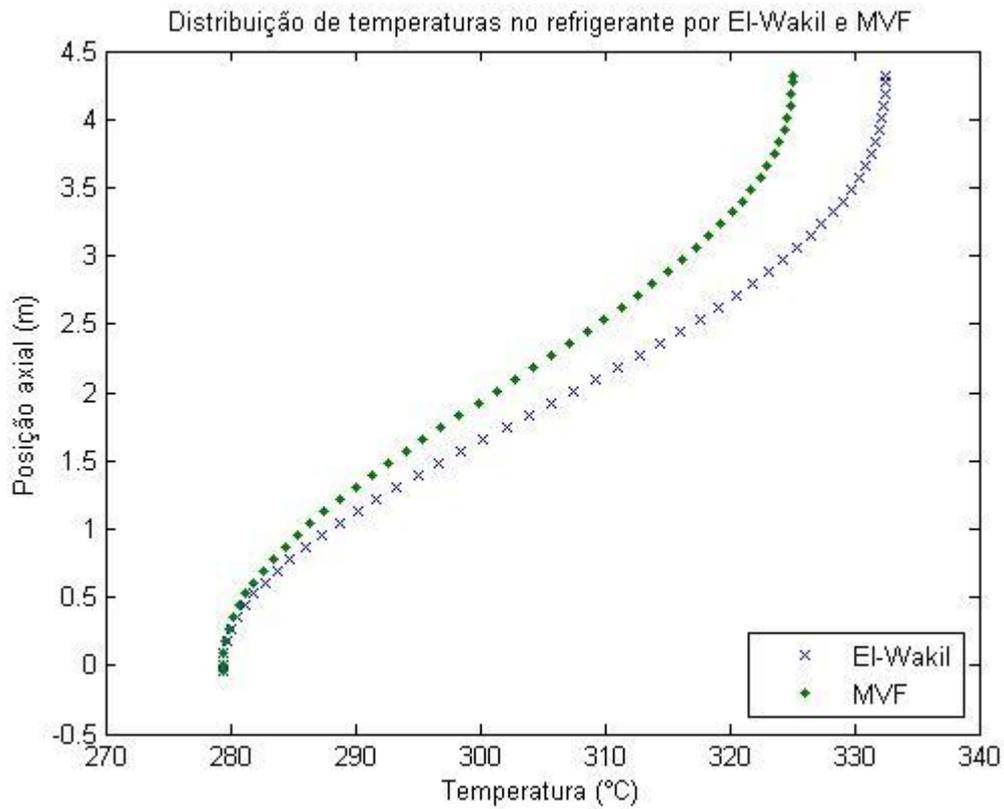


Na Figura 16 observa-se uma variação de 307,82°C no *gap*, e uma temperatura máxima no centro da barra igual à 1482,21°C para essa posição axial do canal nominal do reator AP1000.

Outro objetivo dessa análise é a verificação da relevância da dissipação de calor axial na barra de combustível nuclear. A análise numérica considera que o calor é dissipado radial e axialmente na barra enquanto as Equações (32) e (33) fornecidas por El-Wakil (1971) consideram que esse o calor é transmitido apenas radialmente.

A Figura 17 apresenta a distribuição de temperaturas no fluido refrigerante no canal do reator obtido a partir da solução numérica descrita na Seção 4.2 e pela Equação (33).

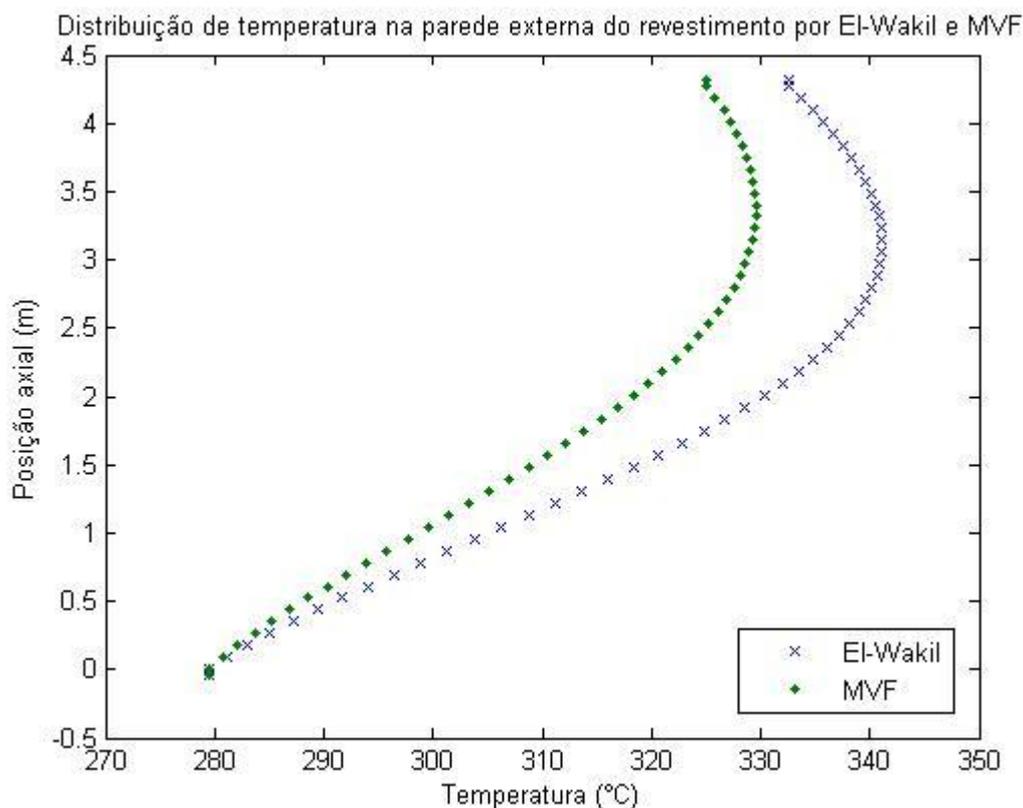
**Figura 17. Distribuição de temperaturas no refrigerante de um canal nominal de um reator AP1000 através de análises numérica e analítica.**



Na Figura 17, observam-se curvas com comportamento semelhante, mostrando uma adequação dos modelos para representar tais processos físicos. Entretanto, a distribuição que assume que o calor é transmitido apenas radialmente (El-Wakil), apresenta temperaturas maiores que a solução numérica pelo Método dos Volumes Finitos, superando em até 8,14°C a distribuição encontrada através da análise numérica realizada nesse trabalho.

A Figura 18 apresenta as distribuições de temperaturas para a parede externa do revestimento a partir da análise numérica bidimensional e pela adoção da Equação (32).

**Figura 18. Distribuição de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear de um reator AP1000 através de análises numérica e analítica.**



Na Figura 18, observam-se as duas curvas que possuem formatos similares representando adequadamente o sistema. Entretanto, a curva determinada a partir da solução analítica fornecida por El-Wakil (1971) apresenta valores até 12,86°C maiores que as temperaturas obtidas pela análise numérica realizada.

Essas diferenças de temperaturas são justificadas, pois a análise realizada pelas Equações (32) e (33) considera que todo o calor flui apenas radialmente, quando parte dele é também dissipado axialmente (fator considerado na análise numérica). O calor é transmitido majoritariamente radialmente, mas essa fração transmitida axialmente causa impactos consideráveis nas distribuições de temperaturas calculadas, podendo influenciar em custos e fatores de segurança. Como a transmissão de calor é diretamente proporcional ao gradiente de temperaturas, erros maiores ainda são esperados com a aproximação do centro da barra.

A presença do *gap* causa um aumento nas temperaturas no interior da barra, enquanto a dispersão do calor também na direção axial, além da radial, causa uma redução nas distribuições

encontradas. Por isso, temperaturas mais altas são encontradas quando o *gap* é considerado, mas essas temperaturas poderiam ser superestimadas se a transmissão de calor através das extremidades da barra fosse desconsiderada.

### 5.3 2D Transitório

O último caso investiga o comportamento térmico de um canal nominal do reator nuclear AP1000 que se encontra em funcionamento em estado estacionário em um instante inicial (solução bidimensional estacionária, apresentada na Seção 5.2) quando é submetido a uma súbita redução em sua capacidade refrigerante causado por um bloqueio parcial na entrada do canal. Deseja-se determinar se, e quando, o sistema térmico é capaz de retornar a um estado estacionário sem que as condições no núcleo se tornem instáveis pela formação de bolhas no refrigerante. Para isso, as condições próximas à parede da barra de combustível foram verificadas: se o refrigerante submetido às temperaturas e pressões encontradas ali inicia o processo de ebulição (qualidade maior que zero), o sistema não é mais considerado seguro. Um PWR é capaz de suportar alguma formação de bolhas ainda mantendo a segurança do sistema. Entretanto, nenhum modelo bifásico foi adotado para esse trabalho, portanto, as regiões onde há formação de bolhas não serão bem representadas. Apenas o começo da formação de bolhas será indicado aqui.

Os bloqueios na vazão do fluido refrigerante foram testados a partir da introdução dos coeficientes apresentados na Seção 4.3 no código desenvolvido e descrito na Seção 4.3.1.

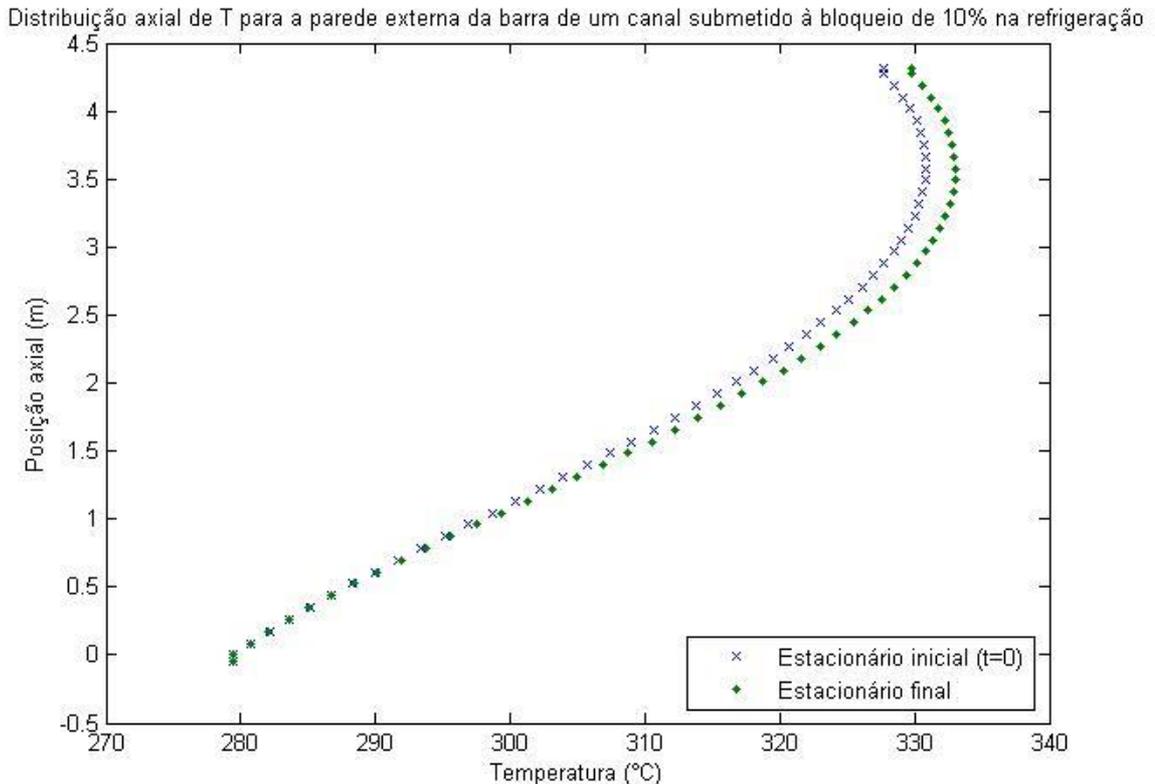
#### 5.3.1 Bloqueio de 10%

Para um bloqueio de 10% do fluxo de refrigerante na entrada do canal, o sistema é capaz de atingir um novo estado estacionário após 128 iterações temporais em aproximadamente 11h de compilação, quando uma discretização temporal igual a  $\Delta t = 0,01s$  foi adotada.

A Figura 19 apresenta a distribuição de temperaturas para a parede externa da barra nos dois estados estacionários de interesse (estado inicial ( $t = 0$ ) e o estado estacionário final) obtidos a partir da análise numérica. Um acréscimo máximo de 2,04°C foi obtido para a parede da barra, e houve um aumento máximo de 3,04°C em todo o sistema. De acordo com a análise

numérica realizada, não haveria condições de formação de bolha em nenhum ponto do canal e em nenhum instante entre os estados estacionários sob bloqueio de 10%.

**Figura 19. Distribuição axial de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial ( $t = 0$ ) e no novo estacionário após bloqueio de 10% na vazão mássica.**



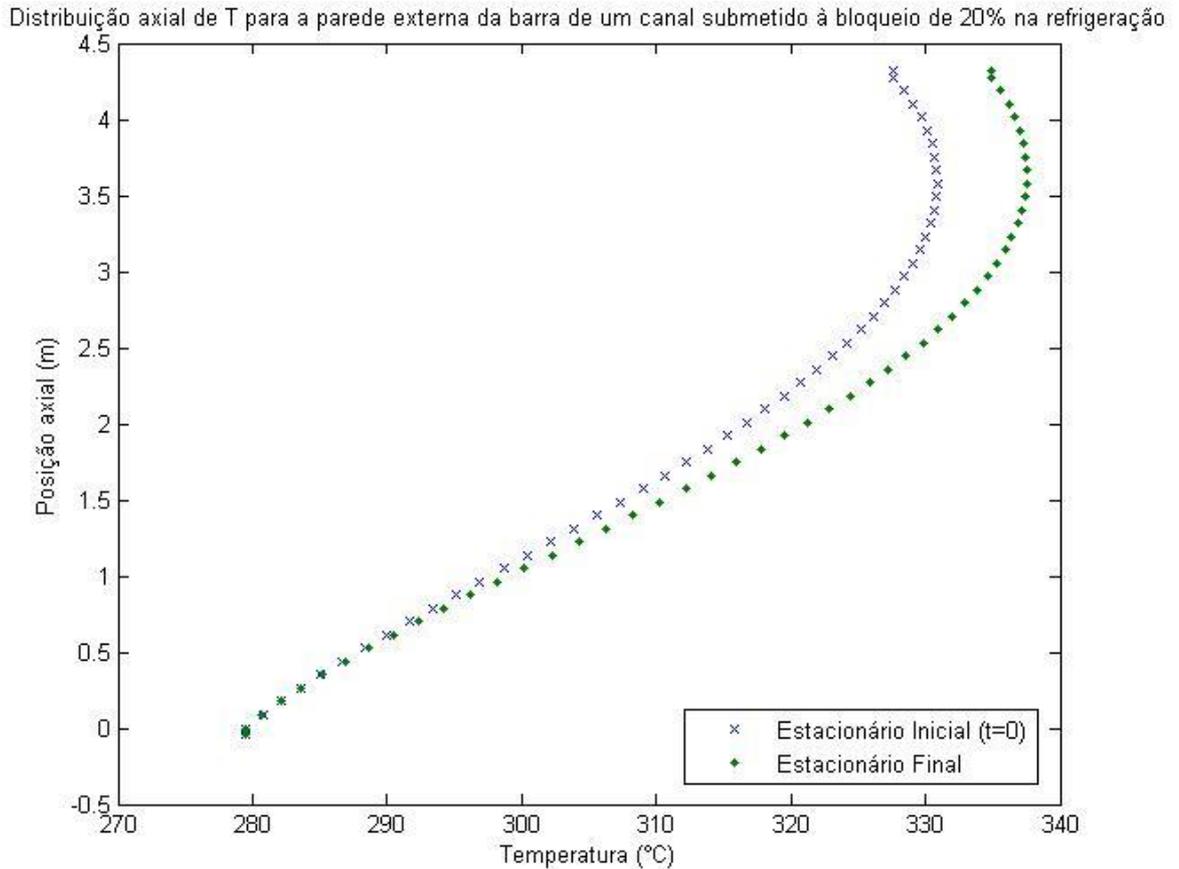
Quando a Equação (32) foi adotada, houve um acréscimo máximo na distribuição de temperaturas de 16,75°C. Mesmo desconsiderando-se a dissipação axial de calor na barra de combustível nuclear, não há alcance de condições de formação de bolhas. Portanto, para ambas as análises, o sistema ainda é considerado seguro mesmo submetido a um bloqueio de 10% do fluxo de refrigerante na entrada do canal.

### 5.3.2 Bloqueio de 20%

Quando o bloqueio adotado foi de 20%, um novo estado estacionário foi alcançado após 144 iterações temporais em 8,2h de compilação, quando  $\Delta t = 0,01s$ . As distribuições de

temperaturas para a parede externa da barra para os dois estados estacionários foram apresentadas na Figura 20.

**Figura 20. Distribuição axial de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial ( $t = 0$ ) e no novo estacionário após bloqueio de 20% na vazão mássica.**



A Figura 20 representa um aumento máximo de  $7,30^{\circ}\text{C}$  nas temperaturas da parede externa da barra e de até  $7,54^{\circ}\text{C}$  em todo o sistema. Essas condições físicas não permitem o alcance da saturação em nenhum ponto do canal ou instante até o alcance do novo estado estacionário.

Pela adoção da equação fornecida por El-Wakil, que desconsidera a dissipação de calor axial, o aumento nas temperaturas na parede da barra alcança até  $19,96^{\circ}\text{C}$ . A partir da adoção da Equação (32) haveria condições para formação de bolhas a partir da altura  $z = 2,5308\text{m}$ . O sistema, então, seria seguro pela análise numérica, mas não de acordo com a Equação (32).

### 5.3.3 Bloqueio de 30%

Ao se aplicar o bloqueio de 30% na vazão do refrigerante, um novo estado estacionário foi alcançado. Durante o processo para determinar esse novo estado, alguns valores foram testados como  $\Delta t$ , para que houvesse uma noção do número de iterações necessário para alcançar o novo estado estacionário. A partir da análise numérica, todas as temperaturas, em todos os instantes de tempo, estão abaixo da temperatura de saturação para o refrigerante em cada ponto do canal, quando a discretização temporal é adequada.

O primeiro valor para a discretização temporal testado foi  $\Delta t = 10s$ . Essa análise convergiu após 11 iterações temporais, levando cerca de 50 minutos. A distribuição final foi igual à obtida para outras discretizações temporais adotadas (apresentada na Figura 21), não havendo formação de bolhas em nenhum ponto do canal pelo método numérico. Entretanto, durante a compilação do código, há um registro de formação de bolhas a partir da altura  $4,1017m$  apenas na segunda iteração temporal. Isso significa que o intervalo de tempo adotado para o  $\Delta t$  foi uma escolha ruim que superestimou o ganho de temperaturas do sistema, e dificultou o processo de convergência. Essa discretização temporal não é adequada.

A próxima discretização temporal adotada foi de  $\Delta t = 1s$ . O novo estado estacionário foi alcançado após 9 iterações temporais e aproximadamente  $30min$  de compilação. Dessa vez, não há formação de bolhas em nenhum instante durante a compilação, mostrando uma representação melhor do sistema.

A terceira discretização temporal adotada foi  $\Delta t = 0,1s$ , que converge em 27 iterações temporais em aproximadamente  $1,5h$ . Também não há formação de bolhas em nenhum instante durante a compilação.

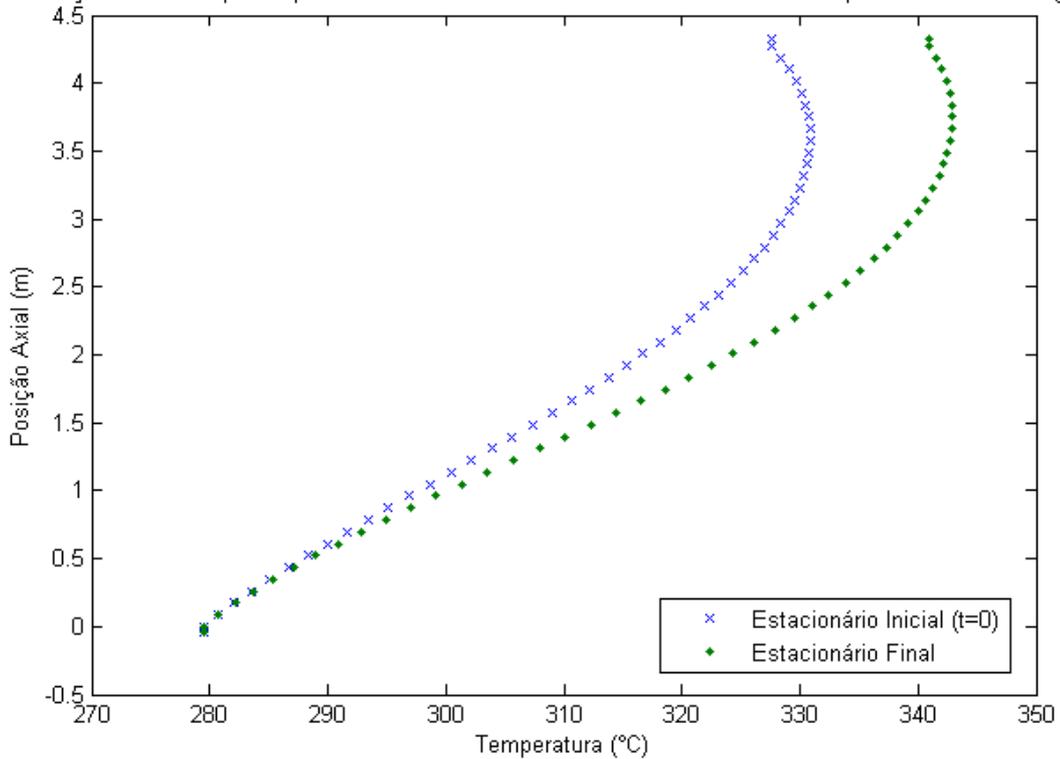
Ao adotar  $\Delta t = 0,01s$ , o sistema consegue convergir após 161 iterações temporais consumindo aproximadamente  $9,3h$  para a compilação. Nesse caso também não há formação de bolhas em nenhum ponto do canal e em nenhum instante durante a compilação do código.

Para  $\Delta t = 0,01s$  menos de  $2s$  foram necessários para que o sistema alcançasse o novo estado estacionário. Uma vez que a ordem de grandeza do fenômeno é em décimos de segundo, como evidencia as duas últimas discretizações temporais, uma dessas deve ser adotada como a discretização ideal, pois compilar com intervalos de tempo menores que esses exigiria maior capacidade computacional.  $\Delta t = 0,01s$  foi o considerado ótimo.

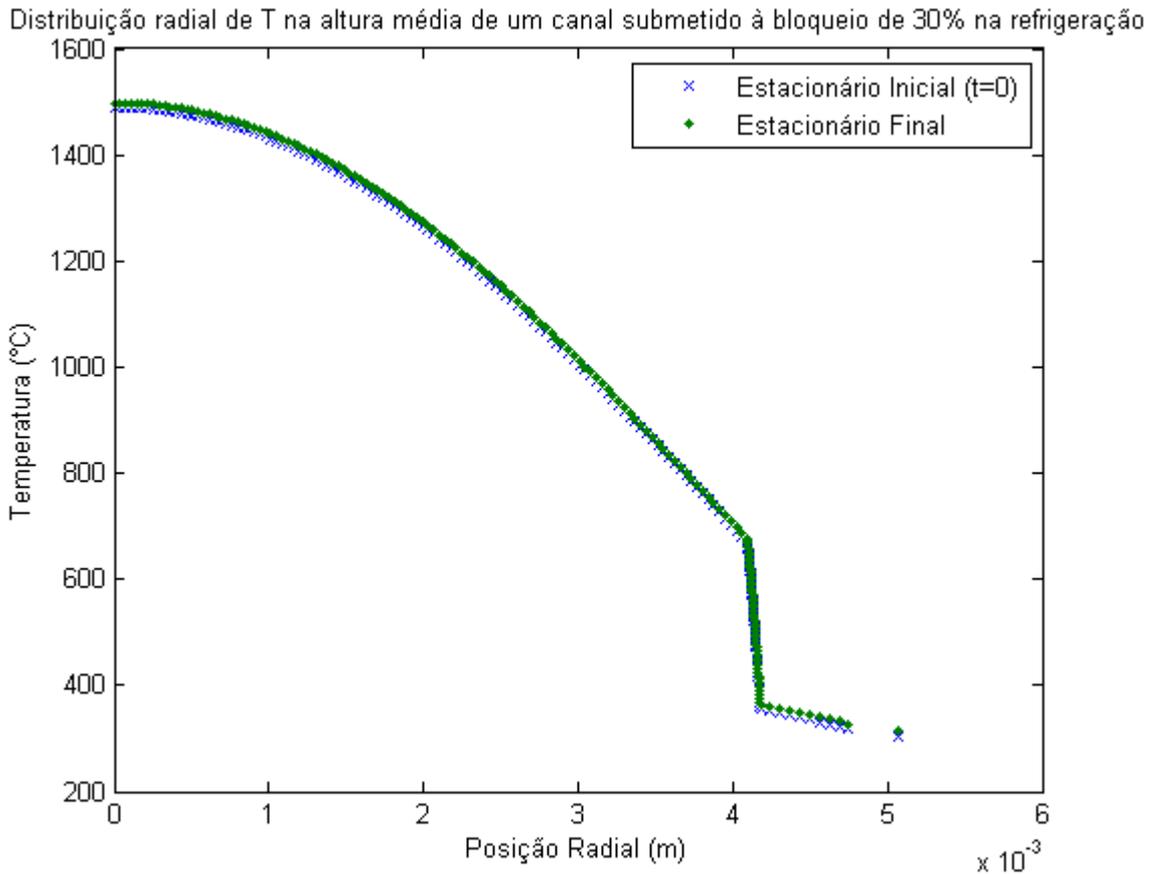
A Figura 21 apresenta a distribuição de temperaturas na parede externa da barra para o estado estacionário alcançado após o bloqueio na entrada do canal, comparando com a distribuição antes do bloqueio. Houve um acréscimo máximo na distribuição de temperaturas de 13,43°C nessa posição radial devido ao bloqueio, segundo a análise numérica realizada. Não há alcance das condições de saturação e, portanto, não há formação de bolhas.

**Figura 21. Distribuição axial de temperaturas na parede externa da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial ( $t = 0$ ) e no novo estacionário após bloqueio de 30% na vazão mássica.**

Distribuição axial de T para a parede externa da barra de um canal submetido à bloqueio de 30% na refrigeração



**Figura 22. Distribuição radial de temperaturas para altura média ( $z = \frac{H}{2}$ ) da barra de combustível nuclear para o estado estacionário inicial ( $t = 0$ ) e no novo estacionário após bloqueio de 30% na vazão mássica.**



A Figura 22 apresenta a distribuição radial de temperaturas na altura média do canal para os dois estados estacionários do sistema: antes e depois do bloqueio de refrigeração. Há um aumento nas temperaturas em todo o sistema alcançando um gradiente entre os dois estacionários de  $10,1371^{\circ}\text{C}$  no centro da barra para essa altura.

A partir da análise dos resultados, que considera a dissipação de calor radial e axial, esse sistema não ultrapassa as temperaturas de saturação no canal. Entretanto, ao adotar a Equação (32), haveria superação das temperaturas de saturação a partir do meio da barra ( $z = 2,2690\text{m}$ ). Ao desconsiderar a dissipação axial, o sistema torna-se bastante instável, já que há formação de bolhas tão longe da saída do canal.

#### **5.3.4 Bloqueios maiores que 30%**

Algumas tentativas para obter a solução para bloqueios maiores que 30% no fluxo mássico na entrada do canal foram realizadas. Entretanto, independente da discretização temporal, o sistema não alcança convergência. Uma vez que há início de formação de bolhas no canal, as propriedades térmicas do fluido refrigerante variam bruscamente, afetando todo o sistema. Como nenhum modelo bifásico foi adotado, não há correção para esse comportamento que continua afetando todo o sistema e não representa apropriadamente o fenômeno.

Ao tentar obter soluções para esse bloqueio na vazão do refrigerante, o código apenas continua compilando nunca atingindo um novo estacionário. Isso não quer dizer que um novo estado estacionário não é atingido, mas que o sistema supera as condições de saturação do refrigerante antes que tal estacionário seja alcançado.

## 6 CONCLUSÕES

Na avaliação do caso unidimensional estacionário, os erros obtidos foram baixos mesmo para uma malha pouco refinada (apenas 18 VCs – 13 no combustível, 4 no revestimento e a interface combustível-revestimento). A aproximação adotada para a integral da densidade de potência volumétrica foi uma boa escolha, que foi também adotada para todas as outras análises realizadas nesse trabalho.

O estudo bidimensional do sistema submetido a um regime estacionário provou-se importante por aumentar a precisão da determinação das temperaturas. As diferenças obtidas através de uma análise que considera a transmissão de calor também axial mostram temperaturas quase 13°C mais baixas na parede externa da barra de combustível nuclear e menores em 8°C no refrigerante. Erros ainda maiores são esperados com a aproximação do centro da barra, uma vez que a transferência de calor é proporcional ao gradiente de temperaturas, que cresce com a diminuição da posição radial. Os resultados obtidos garantem que os sistemas são mais seguros que o esperado de acordo com análises simplificadas.

A análise bidimensional também avaliou os impactos de um *gap* preenchido por gás inerte na distribuição de temperaturas. Observou-se um aumento nas temperaturas no interior da barra e, portanto, as simplificações que desconsideram a presença do *gap* nas barras de combustível nuclear apresentam distribuições de temperaturas subestimadas.

Há uma relação antagônica nos benefícios da análise bidimensional realizada nesse trabalho. Há um aumento de temperatura no interior da barra causada pela consideração do *gap* na composição da barra, enquanto há uma diminuição dessas temperaturas devido ao reconhecimento do calor dissipado axialmente através das extremidades da barra. Ambas as considerações implicam em uma representação mais real do sistema estudado.

O método usado para a obtenção da solução numérica a partir do Algoritmo da Matriz TriDiagonal alcança bons resultados com pouco consumo computacional. Independentemente da primeira suposição para as temperaturas nos centros dos volumes de controle a norte dos em evidência, a solução é alcançada pela convergência das temperaturas em apenas sete iterações para a malha ideal (com 50 divisões axiais da barra, 114 radiais no material combustível, 50 no *gap* e 10 no revestimento). A adoção da malha ideal também foi uma boa solução para reduzir o tempo de compilação, que passou a ser menor que 0,3% do tempo necessário para a malha refinada inicial.

A análise transitória apresenta resultados interessantes. Avalia-se um canal médio do reator nuclear AP1000 formado por barra de combustível nuclear completa (combustível, *gap* e revestimento) que se encontra em operação normal e em regime estacionário em um instante inicial ( $t = 0$ ) quando sofre uma queda abrupta em sua capacidade refrigerante por um bloqueio parcial no fluxo mássico na entrada do canal.

A análise numérica realizada considera as propriedades dos materiais variando com as condições térmicas às quais estão submetidos, além da dissipação bidimensional (radial e axial) do calor gerado no material combustível. A partir dessas considerações, em nenhum instante ou ponto do canal as condições de saturação do fluido refrigerante são superadas quando uma discretização temporal adequada é adotada para os bloqueios de 10%, 20% e 30%. Uma vez que o sistema em questão se estabiliza em poucos segundos, a adoção de um  $\Delta t = 10s$  é inconsistente e, por isso, (para essa discretização) obteve-se um falso alarme de formação de bolhas. Quando discretizações sensatas foram adotadas, o sistema foi capaz de convergir, sempre em segurança. A discretização adotada para todos os bloqueios foi de  $\Delta t = 0,01s$ .

Aplicando-se a Equação (32), que desconsidera a dissipação axial de calor às condições encontradas nesse novo estado estacionário, haveria formação de bolhas desde aproximadamente a altura média do canal para os bloqueios de 20% e 30%. O presente trabalho não apresenta modelos para o comportamento bifásico do sistema, então maiores análises não podem ser realizadas. Entretanto, é sabido que alguma formação de bolhas não necessariamente causa insegurança ao sistema, especialmente quando moderadamente e próxima à saída do canal.

O sistema ainda é seguro para todos os bloqueios pela análise numérica e apenas para o bloqueio de 10% pela adoção da Equação (32) fornecida por El-Wakil (1971).

O Método dos Volumes Finitos é bastante benéfico em sistemas com malhas facilmente definidas, uma vez que o mesmo garante conservação de energia dentro dos volumes de controle. O Algoritmo da Matriz TriDiagonal também é uma ferramenta útil nas análises numéricas realizadas, permitindo que soluções sejam encontradas rapidamente a partir de simples inversão matricial.

Quanto ao consumo computacional para a solução dos sistemas estudados, houve um uso inteligente dos recursos. Ainda que a solução transitória tenha consumido diversas horas de processamento, sem que resultados definitivos tenham sido obtidos, a adoção da malha ideal para as análises bidimensionais propiciou significativa redução do consumo computacional em

relação as malhas adotadas a princípio com maior número de VCs, garantindo a manutenção da qualidade dos resultados a partir dos critérios adotados nas Seções 4.1.3 e 4.2.3.

Além disso, espera-se que a adoção de algum modelo para regimes bifásicos implique respostas positivas para essas análises, principalmente para bloqueios pouco maiores que 30%. Uma vez que formação de bolhas é esperada apenas nas proximidades da saída do canal, um novo estado estacionário seria possível sem desestabilizar demasiadamente o sistema.

Esse trabalho apresenta apenas avaliações iniciais de análises realizadas a partir do Método dos Volumes Finitos. Os bons resultados encontrados permitem afirmar que outros trabalhos podem ser desenvolvidos com análises ainda mais próximas aos sistemas reais. Sugere-se que os próximos trabalhos explorem melhores correlações para avaliar o *gap*, além de considerar fatores desconsiderados no presente trabalho, como taxas de burnup, que causam imenso impacto nas propriedades dos materiais. A avaliação de fatores como o DNB e fatores de canal quente também devem ser realizados por representar informações relevantes à segurança do canal.

Sugere-se a comparação do Método dos Volumes Finitos com outros métodos numéricos (como o MDF ou MEF), uma vez que bons resultados são obtidos mesmo para malhas simplificadas e com baixos custos computacionais.

## REFERÊNCIAS

AINSCOUGH, J. B. *Gap conductance in Zircaloy-clad LWR fuel rods*. United Kingdom Atomic Energy Authority, 1982.

AMARANTE, T. D. Modelo de regulação dos nucleotídeos extracelulares no líquido superficial das vias respiratórias [Dissertação]. Belo Horizonte: Instituto de Ciências Exatas, Universidade Federal de Minas Gerais; 2012.

AYBAR, H. S.; ORTEGO, P. A review of nuclear fuel performance codes. **Progress In Nuclear Energy**, v. 46, n. 2, p.127-141, 2005.

BOLBORICI, V.; DAWSON, F. P. Coupled circuit based representation of piezoelectric structures modeled using the finite volume method. **Ultrasonics**, v. 66, p. 103-110, 2016.

CHEN, W.; YANG, L.; XIAO, H.; CHEN, Z. Thermal-hydraulics analysis during fuel element failure in an operating PWR. **Progress in Nuclear Energy**, v. 85, p. 694-700, 2015.

EL-WAKIL, M. M. *Nuclear Heat Transport*. Scraton, PA: International Textbook Company, 1971.

ESKANDARI, M. R.; BAVANDI, A.; MIHANDOOST, A. Studies on Nuclear Fuel Rod Thermal Performance. **Energy Procedia**, v. 14, p. 142-147, 2012.

FORTINI, M. A.; STAMOULIS, M. N.; FERREIRA, A. F. M.; PEREIRA, C.; COSTA, A. L.; SILVA, C. A. M. Application of the orthogonal collocation method to determination of temperature distribution in cylindrical conductors. **Annals of Nuclear Energy**, v. 35, p. 1681-1685, 2008.

HUANG, Q.; LIU, T.; YANG, J.; YAO, L.; GAO, L. Evaluation of radiative transfer using the finite volume method in cylindrical photoreactors. **Chemical Engineering Science**, v. 66, p. 3930-3940, 2011.

IAEA, *Climate Change and Nuclear Power 2014*, Vienna: International Atomic Energy Agency; 2014.

IAEA, *Nuclear Power Reactors in the World: Reference Data Series No. 2*, Vienna: International Atomic Energy Agency; 2016.

IAEA, *Thermophysical Properties Database of Materials for Light Water Reactors and Heavy Water Reactors*. Vienna: International Atomic Energy Agency; 2006.

KIM, H. T.; RHEE, B. W.; PARK, J. H. Application of the finite volume method to the radial conduction model of the CATHENA code. **Annals of Nuclear Energy**, v. 33, p. 924-931, 2006.

KUDRYASHOV, N. A.; KHLUNOV, A. V.; CHMYKHOV, M. A. Thermal regimes of high burn-up nuclear fuel rod. **Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation**, v. 15, p. 1240-1252, 2010.

LAMARSH, J. R. *Introduction to nuclear reactor theory*. Addison Wesley Publishing Company; 1966.

LIMA, R. C. F. Comportamento Termoidráulico de Vareta Aquecida Eletricamente Durante Transitório de Fluxo Crítico de Calor [Tese]. São Paulo: Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares (IPEN), Universidade de São Paulo; 1997.

LORENZINI, E.; SPIGA, M. Consequences of a step variation in coolant temperature on a fuel rod with cladding. **Nuclear Engineering and Design** v. 44, n. 3, p. 323-330, 1977.

LUSCHER, W. G.; GEELHOOD, K. J. *Material Property Correlations: Comparisons between FRAPCON-4.0, FRAPTRAN 2.0, and MATPRO*, U.S. Nuclear Regulatory Commission, Office of Nuclear Regulatory Research; 2014.

MALISKA, C. R. **Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional: Fundamentos e Coordenadas Generalizadas**. Rio de Janeiro: LTC, 1995.

MATZIE, R. A. AP1000 will meet the challenges of near-term deployment. **Nuclear Engineering And Design**, v. 238, n. 8, p.1856-1862, 2008.

NIST, *NIST Reference Fluid Thermodynamic and Transport Properties Database (REFPROP): Version 9.1 User's Guide*, National Institute of Standards and Technology, 2013.

PANDEY, K. M.; MAHESH, M. Determination of Temperature Distribution in a Cylindrical Nuclear Fuel Rod – a Mathematical Approach. **International Journal of Innovation, Management and Technology**, v. 1, n. 5, p. 464-468, 2010.

PATANKAR, S. V. *Numerical heat transfer and fluid flow*. EUA: Hemisphere Publishing Corporation, 1980.

PODDAR, A.; CHATTERJEE, R.; CHAKRAVARTY, A.; GHOSH, K.; SEN, S.; MUKHOPADHYAY, A. A thermal model to characterize the flattening effect of a nuclear fuel element in an annular channel using simple analytical approach. **Progress in Nuclear Energy**, v. 85, p. 441-453, 2015.

SCHULZ, T. I. Westinghouse AP1000 advanced passive plant. **Nuclear Engineering and Design**, v. 236, n. 14-16, p. 1547-1557, 2006.

SILVA, M. A. B.; NARAIN, R. A quantitative estimate on the heat transfer in cylindrical fuel rods to account for flux depression inside fuel. **Progress in Nuclear Energy**, v. 69, p. 29-34, 2013.

STEWART, J. *Cálculo*. 4ª edição. São Paulo: Pioneira Thompson Learning; 2002.

TODREAS, N. E.; KAZIMI, M. S. *Nuclear Systems I: Thermal Hydraulics Fundamentals*. Taylor & Francis, 1990.

VELOSO, M. A. F. Análise Termofluidodinâmica de Reatores Nucleares de Pesquisa Refrigerados a Água em Regime de Convecção Natural [Tese]. Campinas: Faculdade de Engenharia Química, Universidade Estadual de Campinas; 2004.

VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. 2ª edição. Pearson Education; 2007.

WESTINGHOUSE, *AP1000 Advanced Nuclear Plant: Plant Description*, Westinghouse Electric Company LLC; 2003.

WESTINGHOUSE, *AP1000 European Design Control Document: Revision 19*, Westinghouse Electric Company LLC; 2011.

WESTINGHOUSE, *Optimized ZIRLO: High Performance Fuel Cladding Material*, Westinghouse Electric Company LLC; 2016.

WHITMARSH, C. L. *Review of Zircaloy-2 and Zircaloy-4 Properties Relevant to N.S. Savannah Reactor Design. No. ORNL-3281*. Oak Ridge: U.S. Atomic Energy Commission, Oak Ridge National Laboratory; 1962.

YAPICI, H.; IPEK, O.; ÖZCEYHAN, V. Temperature distribution in nuclear fuel rod and variation of the neutronic performance parameters in (D-T) driven hybrid reactor system. **Annals of Nuclear Energy**, v. 28, p. 1825-1850, 2001.

YAPICI, H.; IPEK, O.; ÜNEYLI, M. Investigation of the performance parameters and temperature distribution in fuel rod dependent on operation periods and first wall loads in fusion-fission reactor system fueled with ThO<sub>2</sub>. **Energy Conversion and Management**, v. 44, p. 573-595, 2003.

YU, H.; TIAN, W.; YANG, Z.; SU, G. H.; QIU, S. Development of Fuel ROD Behavior Analysis code (FROBA) and its application to AP1000. **Annals of Nuclear Energy**, v. 50, p. 8-17, 2012.

## APÊNDICE A – DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES DE UMA ANÁLISE BIDIMENSIONAL DE UM CANAL DO REATOR COMPOSTO POR BARRA DE COMBUSTÍVEL NUCLEAR COM GAP EM REGIME TRANSITÓRIO

A presente seção apresenta a discretização das equações da transmissão de calor para o sistema mais complexo avaliado nesse trabalho. Todos os outros sistemas são simplificações desse e, portanto, facilmente compreendidos a partir da seguinte descrição.

Avalia-se aqui minuciosamente a terceira subseção da metodologia. Um canal do reator nuclear composto por uma barra de combustível nuclear com material combustível e revestimento separados por um *gap* preenchido por gás hélio puro em regime transitório. A descrição matemática desse sistema foi dividida em sete partes de acordo com a região da barra em análise, e mais uma última parte para a descrição do comportamento térmico do refrigerante.

Além disso, as sete divisões da barra combustível ainda possuem duas subdivisões, uma para volumes localizados nas extremidades norte e sul da barra, e outra para VCs localizados no centro das barras (fora das extremidades). Isso porque nas extremidades da barra, os VCs estão submetidos à ação convectiva pelo fluido refrigerante. Apresentam-se as equações para os volumes na extremidade norte apenas, uma vez que os coeficientes para a extremidade sul são os mesmos excetuando os coeficientes  $a_N$  e  $a_S$ , que precisam ser trocados entre eles (o fluido no VC na extremidade sul troca calor por convecção com o vizinho ao sul, nesse caso).

Há também subdivisões durante a análise do fluido refrigerante. São quatro as análises realizadas nessa região: a câmara de entrada do canal refrigerante, o primeiro volume de controle acima da câmara de entrada, a câmara de saída do fluido refrigerante e os pontos centrais no canal do reator. Isso dá-se por diferentes condições de contorno em cada conjunto de VCs apresentados, e descritos detalhadamente durante essa seção.

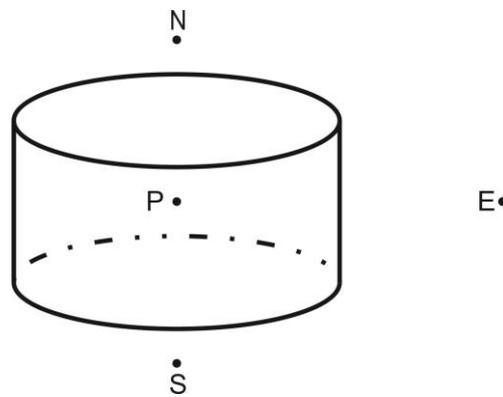
As divisões dos volumes de controle procuram manter características gerais para que seja fácil a escrita dos códigos. Por exemplo, todas as distâncias radiais entre os centros dos volumes de controle no mesmo material são  $\Delta r_{material}$  e todas as distâncias axiais entre os centros dos VCs são iguais a  $\Delta z$ . Disso, tem-se que todas as alturas dos VCs na barra são iguais à  $\Delta z$  exceto nas extremidades, sendo apenas  $\frac{\Delta z}{2}$ .

A presente seção descreve apenas o passo b do MVF, sendo responsável pela discretização da Lei da Conservação da Energia em cada volume de controle. Os coeficientes para a solução numérica foram apresentados nessa seção e organizados em tabelas na Seção 4.

### A.1 Combustível - volume de controle central ( $r = 0$ )

Essa análise é do primeiro volume de controle no combustível, um cilindro de raio  $\Delta r_f$  e altura  $\Delta z$  representado pela Figura 23. É o cilindro mais interno e, portanto, não possui um vizinho à oeste. A distância entre os centros dos VCs vizinhos no eixo axial é  $\Delta z$ , e  $\Delta r_f$  é a distância para seu vizinho à leste.

**Figura 23. Volume de controle mais central no material combustível de uma barra de combustível com gap.**



A partir da aplicação da Lei da Conservação da Energia para esse sistema, tem-se que o calor entrando no VC a partir das fronteiras leste, norte e sul somado ao calor gerado no volume é igual ao calor acumulado em um intervalo de tempo, dado pela Equação (37).

$$Q_{e \rightarrow P} + Q_{n \rightarrow P} + Q_{s \rightarrow P} + q''' \Delta V = \rho \Delta V c_{p_f} \frac{dT}{dt} \quad (37)$$

As energias são transmitidas através de cada fronteira por condução, e a variação da variável de interesse no tempo é dada considerando-se a mesma em um instante passado ( $T_P^0$ ) e todas as outras variáveis no instante presente ( $T_P, T_N, \dots$ ), seguindo uma abordagem implícita.

$$k_e 2\pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right) \Delta z \frac{T_E - T_P}{\Delta r_f} + k_n \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 \frac{T_N - T_P}{\Delta z} + k_s \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 \frac{T_S - T_P}{\Delta z} + q''' \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 \Delta z = \rho_f \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 c_{p_f} \Delta z \frac{(T_P - T_P^0)'''}{\Delta t} \quad (38)$$

Na Equação (38),  $k_e$ ,  $k_n$  e  $k_s$  são as condutividades nas fronteiras leste, norte e sul do VC em análise, respectivamente. Como o único material nesses VCs é o material combustível, a Equação (5) é usada para definir essas propriedades. Também são propriedades do material combustível sua densidade ( $\rho_f$ ), determinada pelas Equações (2), (3) e (4), e o calor específico ( $c_{p_f}$ ), determinado a partir da Equação (6).

Reescrevendo-se isolando cada temperatura como na Equação (17), tem-se:

$$a_P^0 = \frac{\rho_f c_{p_f} \Delta r_f \Delta z}{2 \Delta t};$$

$$a_W = 0;$$

$$a_E = \frac{2k_e \Delta z}{\Delta r_f};$$

$$a_N = \frac{k_n \Delta r_f}{2 \Delta z};$$

$$a_S = \frac{k_s \Delta r_f}{2 \Delta z};$$

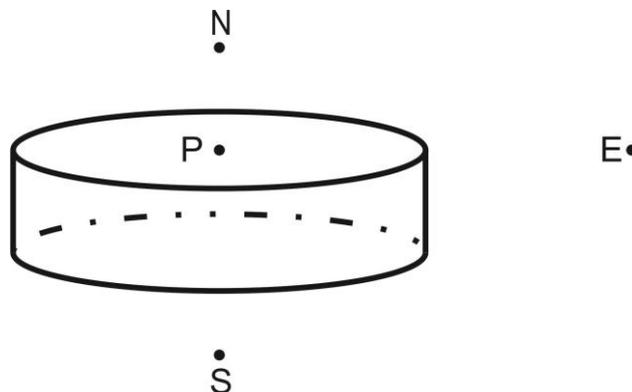
$$b = q_0''' I_0 \left( \frac{\kappa_f \Delta r_f}{4} \right) \text{sen} \left( \pi \frac{z}{H} \right) \frac{\Delta r_f \Delta z}{2};$$

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.$$

### Combustível - volume central - Extremidade norte $\left( z = \frac{H}{2} \right)$

O volume de controle, nesse caso, é a extremidade norte do cilindro combustível central, representado pela Figura 24. Nesse caso, a altura do VC é  $\frac{\Delta z}{2}$ , diminuindo-se o volume pela metade, mas mantendo-se as distâncias entre os centros dos volumes de controle.

**Figura 24. Volume de controle mais central no material combustível de uma barra de combustível com gap - Extremidade Norte.**



O VC mais interno da extremidade norte ( $z = \frac{H}{2}$ ), transporta calor por convecção pela extremidade norte:

$$\begin{aligned}
 & k_e 2\pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right) \frac{\Delta z}{2} \frac{T_E - T_P}{\Delta r_f} + h_n \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 (T_N - T_P) + k_s \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 \frac{T_S - T_P}{\Delta z} \\
 & + q''' \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 \frac{\Delta z}{2} = \rho_f c_{p_f} \pi \left(\frac{\Delta r_f}{2}\right)^2 \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_P - T_P^0)}{\Delta t}
 \end{aligned} \tag{39}$$

Na Equação (39),  $k_e$  e  $k_s$  são as condutividades do material combustível nas fronteiras leste e sul do VC em análise, respectivamente; e  $h_n$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção na fronteira norte com o fluido refrigerante. As condutividades podem ser determinadas a partir da Equação (5), enquanto  $h_n$  usa a correlação apresentada pela Equação (8). Novamente, a densidade e o calor específico no centro dos VCs em análise são propriedades do  $UO_2$ , determinados pelas correlações apresentadas nas Seções 3.1.2.1 e 3.1.2.3, respectivamente.

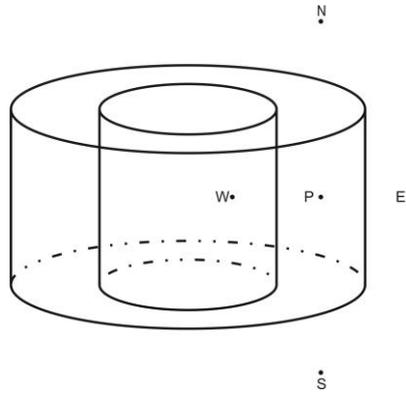
Reescrevendo, tem-se os seguintes coeficientes:

$$\begin{aligned}
 a_p^0 &= \frac{\rho_f c_{p_f} \Delta r_f \Delta z}{2 \Delta t}; \\
 a_w &= 0; \\
 a_E &= \frac{2k_e \Delta z}{\Delta r_f}; \\
 a_N &= h \Delta r_f; \\
 a_S &= \frac{k_n \Delta r_f}{\Delta z}; \\
 b &= q_0''' \cdot I_0 \left(\frac{\kappa_f \Delta r_f}{4}\right) \cdot \text{sen} \left(\pi \cdot \frac{z}{H}\right) \cdot \frac{\Delta r_f \Delta z}{2}; \\
 a_p &= a_w + a_E + a_N + a_S + a_p^0.
 \end{aligned}$$

## A.2 Combustível - Pontos internos do combustível ( $0 < r < R_f$ )

Fora do volume central e da interface com o *gap*, todos os VCs do combustível podem ser descritos a partir dessa avaliação. A Figura 25 apresenta um volume de controle e sua posição relativa aos VCs vizinhos. Os volumes de controle no material combustível possuem espessura igual a  $\Delta r_f$  e altura  $\Delta z$ . Os centros dos VCs à direita e à esquerda estão posicionados  $\Delta r_f$  de distância do seu centro, e os centros dos VCs à norte e à sul estão à  $\Delta z$  de seu centro.

Figura 25. Volumes de controle no material combustível de uma barra de combustível com gap.



A partir do balanço de energia, com todas as extremidades do volume transmitindo calor por condução:

$$\begin{aligned}
 & k_w 2\pi \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right) \left( \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \right) (T_W - T_P) + k_e 2\pi \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right) \left( \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \right) (T_E - T_P) \\
 & + \left[ \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 - \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 \right] \left[ k_n \pi \frac{T_N - T_P}{\Delta z} + k_s \pi \frac{T_S - T_P}{\Delta z} \right] + q''' \pi 2r \Delta r_f \Delta z \quad (40) \\
 & = \rho_f c_{p_f} 2\pi r \Delta r_f \Delta z \frac{(T_P - T_P^0)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Na Equação (40), as condutividades nas fronteiras oeste, leste, norte e sul ( $k_w$ ,  $k_e$ ,  $k_n$  e  $k_s$ , respectivamente) são do material combustível, determinadas pela Equação (5). As correlações para a densidade e calor específico do  $UO_2$  no centro do VC são determinadas pelas correlações das Seções 3.1.2.1 e 3.1.2.3, respectivamente.

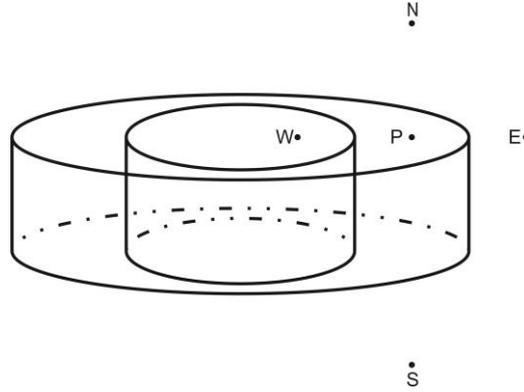
Escrevendo-se na forma da Equação (17):

$$\begin{aligned}
 a_P^0 &= \frac{\rho_f c_{p_f} r \Delta r_f \Delta z}{\Delta t}; \\
 a_W &= k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right); \\
 a_E &= k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right); \\
 a_N &= \frac{k_n r \Delta r_f}{\Delta z}; \\
 a_S &= \frac{k_s r \Delta r_f}{\Delta z}; \\
 b &= q_0''' \cdot I_0(\kappa_f r) \cdot \text{sen} \left( \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \cdot r \Delta r_f \Delta z; \\
 a_P &= a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.
 \end{aligned}$$

### Combustível - volumes genéricos - Extremidade norte ( $z = \frac{H}{2}$ )

Esse VC é bem representado pela Figura 26, com altura igual a  $\frac{\Delta z}{2}$ . Pode-se ver que o calor é transmitido por condução pelos vizinhos à sul, leste e oeste, e por convecção à norte.

**Figura 26. Volume de controle no interior do material combustível, na extremidade norte da barra de combustível nuclear com gap.**



$$\begin{aligned}
 & k_w 2\pi \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_W - T_P)}{\Delta r_f} + k_e 2\pi \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_E - T_P)}{\Delta r_f} \\
 & + h_n \pi 2r \Delta r_f (T_N - T_P) + k_s \pi \left[ \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 - \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 \right] \frac{T_S - T_P}{\Delta z} + q''' \pi 2r \Delta r_f \frac{\Delta z}{2} \quad (41) \\
 & = \rho_f c_{p_f} 2\pi r \Delta r_f \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_P - T_P^0)}{\Delta t}
 \end{aligned}$$

Na Equação (41), as condutividades são relativas ao combustível, podendo ser determinadas pela Equação (5). O coeficiente  $h_n$  do refrigerante é definido pela Equação (8).

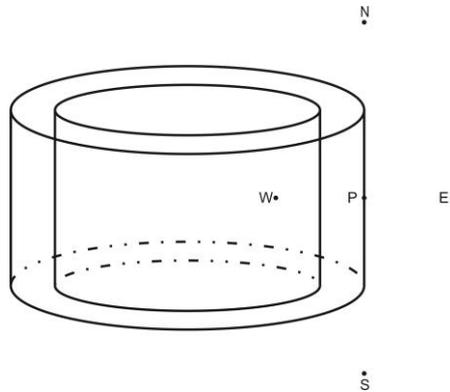
Evidenciando-se cada coeficiente para os centros dos VCs, tem-se os coeficientes:

$$\begin{aligned}
 a_P^0 &= \frac{\rho_f c_{p_f} r \Delta r_f \Delta z}{\Delta t}; \\
 a_W &= k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right); \\
 a_E &= k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r + \frac{\Delta r_f}{2} \right); \\
 a_N &= 2hr \Delta r_f; \\
 a_S &= 2 \frac{k_s r \Delta r_f}{\Delta z}; \\
 b &= q_0''' \cdot I_0(\kappa_f r) \cdot \text{sen} \left( \pi \cdot \frac{z}{H} \right) \cdot r \Delta r_f \Delta z; \\
 a_P &= a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.
 \end{aligned}$$

### A.3 Interface combustível-gap ( $r = R_f$ )

O último volume de controle no combustível é uma casca cilíndrica com a sua maior área lateral cortando o centro do volume, representado pela Figura 27. Possui espessura de  $\frac{\Delta r_f}{2}$  e altura  $\Delta z$ .

**Figura 27. Volume de controle na interface combustível-gap em uma barra de combustível nuclear com gap.**



Por conservação da energia, vê-se que há transmissão de calor por condução no combustível pelos vizinhos à oeste, norte e sul. Na área de contato entre esses materiais, a transmissão de calor é dada por condução através do *gap*, regido pela condutividade do *gap* ( $k_e$ ), que pode ser determinada com o auxílio do REFPROP. A aplicação do balanço de energia nesse VC resulta na Equação (42):

$$\begin{aligned}
 & k_w 2\pi \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right) \Delta z \frac{T_W - T_P}{\Delta r_f} + \left( \frac{2k_e}{\Delta r_{gap}} \right) 2\pi r \Delta z (T_E - T_P) \\
 & + \left[ r^2 - \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 \right] \left[ \frac{k_n \pi}{\Delta z} (T_N - T_P) + \frac{k_n \pi}{\Delta z} (T_S - T_P) \right] \\
 & + q''' \pi \left( r^2 - \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 \right) \Delta z = \rho_f c_{p_f} \pi \frac{\Delta r_f \Delta z}{\Delta t} \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right) (T_P - T_P^0)
 \end{aligned} \tag{42}$$

As condutividades nas fronteiras do material combustível ( $k_w$ ,  $k_n$  e  $k_s$ ), assim como a densidade e o calor específico no centro do VC em análise, podem ser determinadas a partir das correlações apresentadas na Seção 3.1.1.

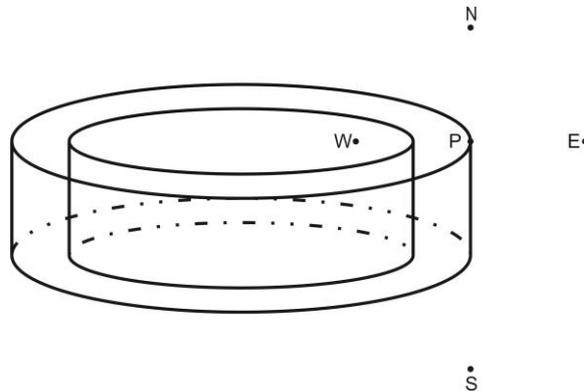
Os coeficientes para a solução numérica nessa região:

$$\begin{aligned}
a_P^0 &= \frac{\rho_f c_{p_f} \Delta r_f \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)}{\Delta t}; \\
a_W &= 2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right); \\
a_E &= 2 \left( \frac{2k_e}{\Delta r_{gap}} \right) r \Delta z; \\
a_N &= k_n \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right); \\
a_S &= k_s \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right); \\
b &= q_0''' \cdot I_0(\kappa_f R_f) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot z}{H} \right) \cdot \Delta r_f \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right); \\
a_P &= a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.
\end{aligned}$$

### Interface combustível-gap - Extremidade norte $\left( z = \frac{H}{2} \right)$

O volume de controle em análise é a extremidade norte da casca cilíndrica em contato com o *gap*, representado pela Figura 28. Nesse caso, a altura do VC é  $\frac{\Delta z}{2}$ , diminuindo-se o volume pela metade e transmitindo calor por convecção através da extremidade norte.

**Figura 28. Volume de controle na interface combustível-gap em uma barra de combustível nuclear com gap - Extremidade norte.**



$$\begin{aligned}
& k_w 2\pi \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{T_W - T_P}{\Delta r_f} + \left( \frac{2k_e}{\Delta r_g} \right) 2\pi r \frac{\Delta z}{2} (T_E - T_P) \\
& + h_n \pi \Delta r_f \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right) (T_N - T_P) + k_s \pi \left[ r^2 - \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 \right] \frac{(T_S + T_P)}{\Delta z} \\
& + q_0''' \pi \left( r^2 - \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right)^2 \right) \frac{\Delta z}{2} = \rho_f c_{p_f} \pi \frac{\Delta r_f \Delta z}{2 \Delta t} \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right) (T_P - T_P^0)
\end{aligned} \tag{43}$$

Na Equação (43), as propriedades  $k_w$  e  $k_s$  são relativas ao combustível, podendo ser determinadas pela Equação (5). O coeficiente  $k_e$  é a condutividade do *gap*, determinada com o auxílio do módulo REFPROP, e  $h_n$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção do refrigerante, determinado pela Equação (8). Por fim, a densidade e o calor específico no centro do volume de controle podem ser determinados pelas correlações apresentadas na Seção 3.1.1 para o material combustível. Os coeficientes para a solução numérica nesse VC são:

$$\begin{aligned} a_p^0 &= \frac{\rho_f c_{p_f} \Delta r_f \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right)}{\Delta t}; \\ a_w &= 2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_f} \left( r - \frac{\Delta r_f}{2} \right); \\ a_E &= 2 \left( \frac{2k_e}{\Delta r_g} \right) r \Delta z; \\ a_N &= 2h \Delta r_f \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right); \\ a_S &= 2k_s \left( \frac{\Delta r_f}{\Delta z} \right) \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right); \\ b &= q_0''' \cdot I_0(\kappa_f R_f) \cdot \text{sen} \left( \frac{\pi \cdot z}{H} \right) \cdot \Delta r_f \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_f}{4} \right); \\ a_p &= a_w + a_E + a_N + a_S + a_p^0. \end{aligned}$$

#### A.4 *Gap* ( $R_f < r < R_f + e_g$ )

Os volumes de controle no interior do *gap* são similares aos VCs no interior do material combustível, podendo também ser representados pela Figura 25. No interior do *gap*, todas as superfícies do VC estão submetidas à transmissão pelo próprio *gap* que, devido à sua espessura, pode ser considerado apenas condução regida pela condutividade do hélio. Os centros dos VCs no *gap* estão distanciados por uma distância  $\Delta r_{gap}$  dos centros dos volumes de controle vizinhos, exceto o primeiro e o último volumes de controle que, como mostrado na Figura 11, estão distanciados  $\frac{\Delta r_g}{2}$  dos centros dos volumes de controle na interface entre o VC no *gap* e os VCs nos materiais combustível e do revestimento, respectivamente.

$$\begin{aligned} &\left( \frac{k_w}{\Delta r_g} \right) 2\pi \left( r - \frac{\Delta r_g}{2} \right) \Delta z (T_w - T_p) + \left( \frac{k_e}{\Delta r_g} \right) 2\pi \left( r + \frac{\Delta r_g}{2} \right) \Delta z (T_E - T_p) \\ &+ \left( \frac{k_n}{\Delta z} \right) 2\pi r \Delta r_g (T_N - T_p) + \left( \frac{k_s}{\Delta z} \right) 2\pi r \Delta r_g (T_S - T_p) = \rho_g c_{p_g} 2\pi r \frac{\Delta r_g \Delta z}{\Delta t} (T_p - T_p^0) \end{aligned} \quad (44)$$

Nessa equação, todas as propriedades são do hélio: as condutividades nas fronteiras oeste ( $k_w$ ), leste ( $k_e$ ), norte ( $k_n$ ) e sul ( $k_s$ ) dos volumes de controle, a densidade ( $\rho_{gap}$ ) e o calor específico ( $c_{p_g}$ ) no centro dos VCs, podem ser determinadas com o auxílio do módulo REFPROP, resultando nos seguintes coeficientes para obtenção da solução numérica:

$$\begin{aligned} a_P^0 &= \frac{\rho_g c_{p_g} r \Delta r_g \Delta z}{\Delta t}; \\ a_W &= \left( \frac{k_w}{\Delta r_g} \right) \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_g}{2} \right); \\ a_E &= \left( \frac{k_e}{\Delta r_g} \right) \Delta z \left( r + \frac{\Delta r_g}{2} \right); \\ a_N &= \left( \frac{k_n}{\Delta z} \right) r \Delta r_g; \\ a_S &= \left( \frac{k_s}{\Delta z} \right) r \Delta r_g; \\ b &= 0; \\ a_P &= a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0. \end{aligned}$$

Para o primeiro VC no *gap*, o termo  $a_W$  deve ser multiplicado por 2; e no último VC no *gap*, o termo  $a_E$  é o dobro do coeficiente mostrado pois a distância entre os centros dos VCs em questão e seus vizinhos à esquerda e direita, respectivamente, é igual à  $\frac{\Delta r_g}{2}$ . Esse valor deve ser atualizado antes de ser somado para o termo  $a_P$ .

### **Gap – Extremidade norte ( $z = \frac{H}{2}$ )**

Os volumes de controle no *gap*, na extremidade norte da barra também podem ser representados pela Figura 26 e possuem altura é  $\frac{\Delta z}{2}$  e espessura  $\Delta r_g$ . Estão submetidos à ação convectiva pelo fluido refrigerante em sua face norte e à ação difusiva causada pelo próprio *gap*.

$$\begin{aligned} &\left( \frac{k_w}{\Delta r_g} \right) 2\pi \left( r - \frac{\Delta r_g}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} (T_W - T_P) + \left( \frac{k_e}{\Delta r_g} \right) 2\pi \left( r + \frac{\Delta r_g}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} (T_E - T_P) \\ &+ h_n 2\pi r \Delta r_g (T_N - T_P) + \left( \frac{k_s}{\Delta r_g} \right) 2\pi r \Delta r_g (T_S - T_P) = \rho_g c_{p_g} 2\pi r \frac{\Delta r_g \Delta z}{2\Delta t} (T_P - T_P^0) \end{aligned} \quad (45)$$

Na Equação (45), a propriedade  $h_n$  é a constante de convecção do fluido refrigerante determinada pela correlação apresentada pela Equação (8), enquanto as condutividades do hélio

nas fronteiras sul, leste e oeste devem ser determinadas a partir do módulo REFPROP (assim como o calor específico e a densidade do hélio).

Evidenciando-se os coeficientes:

$$a_P^0 = \frac{\rho_g c_{p_g} r \Delta r_g \Delta z}{\Delta t};$$

$$a_W = \left( \frac{k_W}{\Delta r_g} \right) \Delta z \left( r - \frac{\Delta r_g}{2} \right);$$

$$a_E = \left( \frac{k_e}{\Delta r_g} \right) \Delta z \left( r + \frac{\Delta r_g}{2} \right);$$

$$a_N = 2hr\Delta r_g;$$

$$a_S = 2 \left( \frac{k_s}{\Delta z} \right) r \Delta r_g;$$

$$b = 0;$$

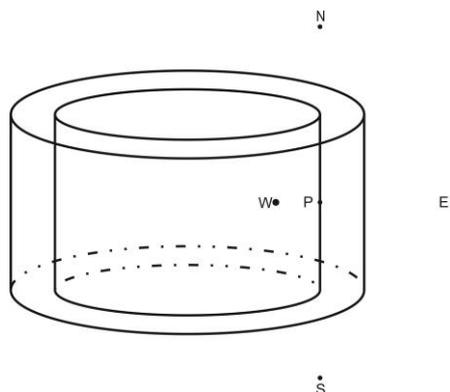
$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.$$

Para o primeiro VC no *gap*, o termo  $a_W$  deve ser multiplicado por 2; e no último VC no *gap*, o termo  $a_E$  é o dobro do coeficiente mostrado pois as distâncias entre os centros dos VCs em questão e seus vizinhos à esquerda e direita, respectivamente é igual à  $\frac{\Delta r_g}{2}$ . Esse valor deve ser atualizado antes de ser somado para o termo  $a_P$ .

### A.5 Interface *gap*-revestimento ( $r = R_f + e_g$ )

A Figura 29 representa os primeiros volumes de controle do revestimento, na interface com o *gap*.

**Figura 29. Volume de controle na interface *gap*-revestimento em uma barra de combustível nuclear com *gap*.**



Esses primeiros VCs do revestimento apresentam características parecidas com os últimos VCs no combustível, uma vez que sua espessura  $\left(\frac{\Delta r_c}{2}\right)$  também é apenas metade da espessura dos volumes de controle internos no ZIRLO. Também como na interface entre o *gap* e o combustível, a distância entre o primeiro volume de controle no revestimento e o último no *gap* é de apenas  $\frac{\Delta r_g}{2}$  para que todos os VCs no *gap* possuam  $\Delta r_g$  de espessura.

Uma análise da conservação da energia sobre esses volumes resulta em:

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{2k_w}{\Delta r_g}\right) 2\pi r \Delta Z (T_W - T_P) + k_e 2\pi \left(r + \frac{\Delta r_c}{2}\right) \Delta Z \frac{(T_E - T_P)}{\Delta r_r} \\
& + k_n \pi \Delta r_c \left(r + \frac{\Delta r_c}{4}\right) \frac{(T_N - T_P)}{\Delta Z} + k_s \pi \Delta r_c \left(r + \frac{\Delta r_c}{4}\right) \frac{(T_S - T_P)}{\Delta Z} \\
& = \rho_c c_{p_c} \pi \frac{\Delta r_c \Delta Z}{\Delta t} \left(r + \frac{\Delta r_c}{4}\right) (T_P - T_P^0)
\end{aligned} \tag{46}$$

Na Equação (46), como esses volumes de controle são compostos apenas por ZIRLO, as condutividades  $k_e$ ,  $k_n$  e  $k_s$  podem ser determinadas pelas correlações apresentadas na Seção 3.1.4.2. O termo  $k_w$  é a condutividade do *gap* na fronteira oeste do volume de controle em estudo, determinada com o auxílio do módulo REFPROP. Na Equação (46), a densidade e o calor específico são dados no centro do volume de controle do ZIRLO; sendo a densidade do revestimento considerada constante e igual a  $6,57 \cdot 10^3 \frac{kg}{m^3}$  e o calor específico sendo determinado como descrito na Seção 3.1.4.3.

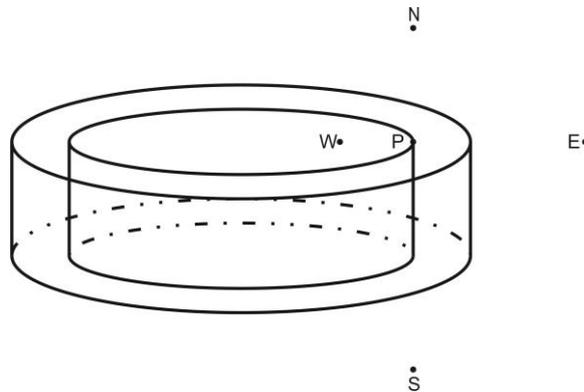
Os coeficientes para a solução numérica nessa região podem, então, ser reorganizados como:

$$\begin{aligned}
a_P^0 &= \frac{\rho_c c_{p_c} \Delta r_c \Delta Z}{\Delta t} \left(r + \frac{\Delta r_c}{4}\right); \\
a_W &= 2 \left(\frac{2k_w}{\Delta r_g}\right) r \Delta Z; \\
a_E &= 2k_e \frac{\Delta Z}{\Delta r_c} \left(r + \frac{\Delta r_c}{2}\right); \\
a_N &= k_n \frac{\Delta r_c}{\Delta Z} \left(r + \frac{\Delta r_c}{4}\right); \\
a_S &= k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta Z} \left(r + \frac{\Delta r_c}{4}\right); \\
b &= 0; \\
a_P &= a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.
\end{aligned}$$

### Interface *gap*-revestimento - Extremidade norte ( $z = \frac{H}{2}$ )

O volume de controle na interface entre o *gap* e o revestimento e na extremidade norte da barra de combustível nuclear possui altura  $\frac{\Delta z}{2}$ , sendo submetido à ação convectiva pelo fluido refrigerante em sua fronteira norte. Esse volume de controle é representado pela Figura 30.

**Figura 30. Volume de controle na interface *gap*-revestimento em uma barra de combustível nuclear com *gap* - Extremidade norte.**



A aplicação do balanço de energia resulta na Equação (47) para esse grupo de volumes de controle:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{2k_w}{\Delta r_g} \right) 2r \frac{\Delta z}{2} (T_W - T_P) + k_e 2 \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_E - T_P)}{\Delta r_c} + h \Delta r_c \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right) (T_N - T_P) \\ & + k_s \Delta r_c \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right) \frac{(T_S - T_P)}{\Delta z} = \rho_c c_p c \frac{\Delta r_c \Delta z}{2 \Delta t} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right) (T_P - T_P^0) \end{aligned} \quad (47)$$

Na Equação (47), a propriedade  $k_w$  é a condutividade do hélio na fronteira oeste do volume de controle, determinada com o auxílio do módulo REFPROP. A propriedade  $h_n$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção do fluido refrigerante na fronteira norte do volume de controle, determinado pela Equação (8). As condutividades  $k_e$  e  $k_s$  nas fronteiras leste e sul do volume de controle, assim como o calor específico no centro do volume de controle devem ser determinados de acordo com a Seção 3.1.4 para o revestimento nessa região da barra.

Isolando os coeficientes para destacar a variável de interesse, representando na forma da Equação (17)(7):

$$a_P^0 = \frac{\rho_c c_p \Delta r_c \Delta Z}{\Delta t} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$a_W = 2 \left( \frac{2k_w}{\Delta r_g} \right) r \Delta Z;$$

$$a_E = 2k_e \frac{\Delta Z}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right);$$

$$a_N = 2h \Delta r_c \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$a_S = 2k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta Z} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$b = 0;$$

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.$$

## A.6 Revestimento ( $R_f + e_g < r < R_{total}$ )

Também representado pela Figura 25, os VCs transferem energia por condução para todos seus vizinhos. É fácil perceber que a aplicação dessas condições do revestimento resulta na mesma solução encontrada para o combustível (Seção A.2 desse apêndice). Basta substituir as propriedades do combustível pelas do revestimento, e anular a geração de calor.

Aplicando-se o balanço de energia nesses VCs, os coeficientes podem ser determinados, sabendo-se que  $k_w$ ,  $k_e$ ,  $k_n$  e  $k_s$  são condutividades do revestimento nas fronteiras oeste, leste, norte e sul, respectivamente, determinadas de acordo com a Seção 3.1.4.2. A densidade e o calor específico no centro do volume de controle em análise podem ser determinados a partir das correlações apresentadas na Seção 3.1.4. Os coeficientes que descrevem essa região são:

$$a_P^0 = \frac{\rho_c c_p r \Delta r_c \Delta Z}{\Delta t};$$

$$a_W = k_w \frac{\Delta Z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right);$$

$$a_E = k_e \frac{\Delta Z}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right);$$

$$a_N = \frac{k_n r \Delta r_c}{\Delta Z};$$

$$a_S = \frac{k_s r \Delta r_c}{\Delta Z};$$

$$b = 0;$$

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.$$

### Revestimento - Extremidade norte ( $z = \frac{H}{2}$ )

A extremidade norte perde calor por convecção para o fluido refrigerante. É fácil perceber que a aplicação também resultará em resultados similares ao do combustível (Seção A.2 nesse anexo). Basta substituir as propriedades do combustível pelas do revestimento e anular a geração de calor.

Os coeficientes que descrevem esse volume de controle são:

$$a_P^0 = \frac{\rho_c c_p r \Delta r_c \Delta z}{\Delta t};$$

$$a_W = k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right);$$

$$a_E = k_e \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r + \frac{\Delta r_c}{2} \right);$$

$$a_N = 2hr\Delta r_c;$$

$$a_S = 2 \frac{k_s r \Delta r_c}{\Delta z};$$

$$b = 0;$$

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.$$

### A.7 Interface revestimento-refrigerante ( $r = R_{total}$ )

O último volume de controle na barra é o elemento do revestimento que está em contato com o fluido refrigerante, podendo ser representado pela Figura 27. Seu vizinho à direita retira calor do VC por convecção, enquanto as outras faces estão submetidas à difusão. A lei matemática que descreve esse VC é:

$$\begin{aligned} & k_w 2\pi \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right) \Delta z \frac{(T_W - T_P)}{\Delta r_c} + h_e 2\pi r \Delta z (T_E - T_P) + k_n \pi \Delta r_c \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right) \frac{(T_N - T_P)}{\Delta z} \\ & + k_s \pi \Delta r_c \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right) \frac{(T_S - T_P)}{\Delta z} = \rho_c c_p \pi \frac{\Delta r_c \Delta z}{\Delta t} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right) (T_P - T_P^0) \end{aligned} \quad (48)$$

Na Equação (48), as propriedades  $k_w$ ,  $k_n$  e  $k_s$  são as condutividades do revestimento nas fronteiras oeste, norte e sul, respectivamente (determinados na Seção 3.1.4.2), e a propriedade  $h_e$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção do fluido refrigerante na fronteira leste do volume de controle (determinado a partir da Equação (8)). A densidade do revestimento ( $\rho_c$ ) é considerada constante nesse estudo, e o calor específico do revestimento

$(c_{p_c})$  pode ser determinado a partir de interpolação linear da tabela apresentada na Seção 3.1.4.3.

Os coeficientes para os volumes de controle na interface com o refrigerante internos a barra de combustível são:

$$a_P^0 = \frac{\rho_c c_{p_c} \Delta r_c \Delta z}{\Delta t} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$a_W = 2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right);$$

$$a_E = 2h_e r \Delta z;$$

$$a_N = k_n \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$a_S = k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$b = 0;$$

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.$$

#### Interface revestimento-refrigerante - Extremidade norte $(z = \frac{H}{2})$

O volume de controle na interface revestimento-refrigerante, na extremidade norte da barra está submetido à convecção não apenas por seu vizinho à esquerda, como também por seu vizinho à norte, como evidenciado pela Figura 28. A lei matemática que descreve esse volume de controle é:

$$\begin{aligned} k_w 2 \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right) \frac{\Delta z}{2} \frac{(T_W - T_P)}{\Delta r_c} + \frac{h_e 2r \Delta z}{2} (T_E - T_P) + h_n \Delta r_c \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right) (T_N - T_P) \\ + k_s \Delta r_c \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right) \frac{(T_S - T_P)}{\Delta z} = \rho_c c_{p_c} \frac{\Delta r_c \Delta z}{2 \Delta t} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right) (T_P - T_P^0) \end{aligned} \quad (49)$$

Na Equação (49), as propriedades  $k_w$  e  $k_s$  são as condutividades do revestimento nas fronteiras oeste e sul, respectivamente (determinados na Seção 3.1.4.2), e as propriedades  $h_n$  e  $h_e$  são coeficientes de transmissão de calor por convecção do fluido refrigerante através das fronteiras norte e leste do volume de controle, determinados pela Equação (8). A densidade ( $\rho_c$ ) e o calor específico ( $c_{p_c}$ ) no centro do volume de controle podem ser determinados de acordo com as correlações apresentadas na Seção 3.1.4.

Os coeficientes para os volumes de controle na interface com o refrigerante nas extremidades da barra de combustível são:

$$a_P^0 = \frac{\rho_c c_p \Delta r_c \Delta z}{\Delta t} \left( r + \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$a_W = 2k_w \frac{\Delta z}{\Delta r_c} \left( r - \frac{\Delta r_c}{2} \right);$$

$$a_E = 2h_e r \Delta z;$$

$$a_N = 2h \Delta r_c \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

$$a_S = 2k_s \frac{\Delta r_c}{\Delta z} \left( r - \frac{\Delta r_c}{4} \right);$$

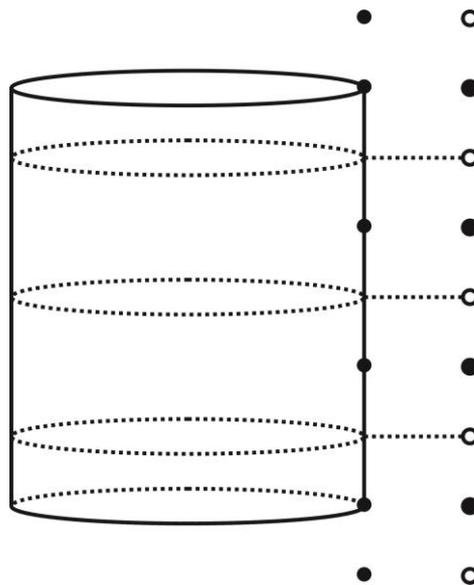
$$b = 0;$$

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_P^0.$$

### A.8 Fluido refrigerante ( $r > R_{total}$ )

A análise realizada no fluido refrigerante é um pouco diferente da realizada na barra de combustível. Primeiramente, o fluido refrigerante move-se axialmente para cima, fazendo com que a transmissão de calor ocorra prioritariamente por convecção nessa direção. Mesmo se tratando de uma análise bidimensional, o calor é transmitido apenas no sentido do movimento.

**Figura 31. Esquema de um canal do reator AP1000 dividido em volumes de controle.**



A Figura 31 apresenta o esquema desse canal estudado evidenciando o centro dos VCs no refrigerante pelo símbolo (•) e os pontos nas fronteiras dos VCs representados por

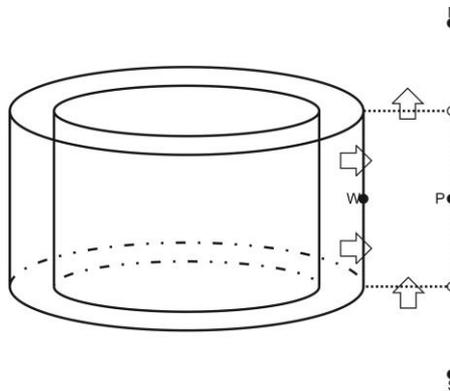
(○). Dessa forma, os pontos nas câmaras de entrada e saída do fluido refrigerante são, na verdade, pontos de fronteiras do primeiro e último VC no refrigerante, respectivamente. Essa decisão também garante que os VCs no refrigerante tenham sempre a mesma altura ( $\Delta z$ ).

Nesse sistema, a energia transmitida pela barra é transportada por convecção axial no refrigerante ou acumulada no volume de controle com o tempo. Essa energia acumulada é a responsável pela variação temporal da temperatura. Não há convecção com os vizinhos à direita, pois, no fluido, a transmissão de calor é unidimensional axial.

A Equação (50) (DEWITT et al., 2008) descreve a absorção de calor pela massa de refrigerante fluindo nas vizinhanças da barra de combustível. Na Equação (50),  $\dot{m}$  é a vazão mássica do fluido refrigerante em um volume de controle,  $c_p$  é o calor específico do material e  $Calor$  é a quantidade de calor absorvida pela massa de refrigerante. O volume de controle no refrigerante pode ser representado pela Figura 32.

$$Calor = \dot{m}c_p dT \quad (50)$$

**Figura 32. Volume de controle no refrigerante.**



Portanto, a partir da aplicação do balanço de energia em cada VC no refrigerante:

$$h_w A_w (T_w - T_p) + \dot{m} c_p (T_n - T_s) = \frac{\rho c_p \Delta z \left( \frac{\dot{m}}{G} \right) (T_p - T_p^0)}{\Delta t} \quad (51)$$

Na Equação (51), o primeiro termo faz referência ao calor recebido pelo VC através do seu vizinho à oeste, ou seja, a barra de combustível. Nesse termo,  $h_w$  é o coeficiente de transmissão de calor por condução através da fronteira oeste do volume de controle,  $A_w$  é a área da fronteira do VC em contato com a barra de combustível nuclear (dada por  $A_w = \frac{2\pi R_{total} \Delta z}{2}$ , para volumes de controle vizinhos às extremidades da barra, e o dobro para todos os outros).

O segundo termo na Equação (51) é o calor transmitido axialmente no volume de controle, sendo  $\dot{m}$  o fluxo mássico do refrigerante no canal do reator e  $c_p$  o calor específico no centro do VC. O último termo da equação é o calor acumulado no VC, sendo  $\rho$  a densidade do refrigerante e  $G$  a velocidade mássica do mesmo.

Na Equação (51),  $T_n$  e  $T_s$  são as temperaturas nas fronteiras norte e sul do VC, não os pontos nodais (e por isso estão em letra minúscula). Considerando-se uma aproximação linear entre as fronteiras dos volumes de controle para reescrever as temperaturas nos centros dos mesmos, pode-se obter todas as equações em função dos pontos nodais (Equação (52)).

$$T_P = \frac{T_n + T_s}{2} \quad (52)$$

A partir disso, as temperaturas nas fronteiras podem ser reescritas em função das temperaturas nos centros dos volumes de controle.

Essa região pode ser descrita em quatro partes: a câmara de entrada, que possui temperaturas constantes ( $T_{in}$ ), o primeiro volume de controle no refrigerante (exatamente acima da entrada), os pontos centrais no fluido e o último volume de controle no fluido (na saída do canal).

#### **Volume de controle acima da entrada ( $z = 0$ )**

A temperatura na entrada do canal é conhecida. Então, a primeira incógnita no refrigerante é o volume de controle logo acima da entrada do canal. O calor é transmitido pela fração da barra de combustível em contato com esse volume de controle. Como trata-se da extremidade sul da barra, a altura do VC vizinho à esquerda é apenas  $\frac{\Delta z}{2}$ . O calor acumulado no volume de controle em estudo é igual ao calor recebido pela barra exceto a parcela que é retirada do VC por convecção no fluido. Pode-se descrever matematicamente a transmissão de calor nessa região por:

$$\frac{\rho c_p \Delta z}{2} \frac{\dot{m}}{G} \frac{T_P - T_P^0}{\Delta t} = h_w 2\pi R_{total} \frac{\Delta z}{2} (T_W - T_P) + 2\dot{m} c_p (T_n - T_s) \quad (53)$$

Na Equação (53),  $\rho \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$  é a densidade,  $c_p \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right]$  o calor específico,  $\dot{m} \left[ \frac{kg}{s} \right]$  a vazão mássica e  $G \left[ \frac{kg}{s \cdot m^2} \right]$  a velocidade mássica do refrigerante.  $R_{total} [m]$  é o raio da barra de combustível nuclear e  $h \left[ \frac{W}{m^2 \cdot K} \right]$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção do fluido refrigerante, na fronteira oeste do VC ( $h_w$ ) e no centro do VC ( $h_p$ ).

Além disso,  $T_n$  e  $T_s$  são as temperaturas nas fronteiras norte e sul do volume de controle, respectivamente; enquanto as temperaturas  $T_p$  e  $T_w$  são as temperaturas nos centros dos VCs em estudo e no centro de seu vizinho à oeste, respectivamente. Por fim,  $T_p^0$  é a temperatura no centro do VC em análise, mas num instante temporal passado. Entre essas temperaturas, são conhecidas a temperatura na fronteira sul do VC, que é a temperatura na entrada do canal ( $T_{in}$ ), e a temperatura no centro do VC em estudo no instante passado ( $T_p^0$ ).

Pode-se considerar que as temperaturas nos centros dos volumes de controle são aproximadamente uma média entre as temperaturas em suas fronteiras (Equação (52)), podendo-se reescrever a temperatura na fronteira norte como uma função do centro do VC e sua fronteira sul. Tem-se:

$$T_n = 2T_p - T_s \quad (54)$$

A temperatura  $T_n$  deve ser substituída na Equação (53) pela relação da Equação (54). Evidenciando-se os coeficientes da solução numérica:

$$soma = T_s;$$

$$a_p^0 = \frac{\rho c_p \Delta z \dot{m}}{2 \Delta t G};$$

$$a_w = h_w 2\pi R_{total} \frac{\Delta z}{2};$$

$$b = 2\dot{m}c_p;$$

$$a_p = a_w + b + a_p^0.$$

O termo  $b$  ainda deve ser multiplicado pelo fator *soma*, que nesse caso é apenas a temperatura de entrada do refrigerante no canal ( $T_{in}$ ); além de somado ao fator  $a_p^0 T_p^0$ , que descreve o VC no instante passado antes de ser posicionado na matriz solução.

### Volumes de controle internos ao canal refrigerante ( $0 < z \leq H$ )

Os volumes de controle no refrigerante também podem ser representados pela Figura 32, e transportam calor da mesma maneira que a descrita anteriormente. A diferença é que o volume de controle vizinho oeste possui altura igual à  $\Delta z$ . Portanto, a lei matemática que descreve o fenômeno físico em estudo é dada pela Equação (55):

$$\rho c_p \Delta z \frac{\dot{m} T_P - T_P^0}{G \Delta t} = h_w 2\pi R_{total} \Delta z (T_W - T_P) + 2\dot{m} c_p (T_n - T_s) \quad (55)$$

A diferença dá-se nas temperaturas nas fronteiras, que podem ser reescritas em função dos centros dos volumes de controle. A temperatura na fronteira sul pode ser reescrita em função do centro do VC ao sul do estudado e da fronteira sul desse vizinho. Repetindo-se esse processo, as temperaturas das fronteiras sul podem ser reescritas como funções dos centros dos volumes de controle ao sul do VC em estudo e da temperatura de entrada no canal. Uma vez que a temperatura na fronteira norte é uma função do centro do VC em estudo e de sua fronteira sul (uma função dos VCs ao sul, e da temperatura de entrada no canal), todas as fronteiras podem ser reescritas como centros e entrada do canal. A relação  $(T_n - T_s)$  da Equação (55) é dada pela Equação (56) (função *soma*).

$$soma = \left( 2 \cdot \sum_{j+1}^{n_{Axial}+1} T(j) \cdot (-1)^{sinal} \right) + T_{in} (-1)^{sinal} \quad (56)$$

Reescrevendo-se a relação matemática para evidenciar os coeficientes da solução:

$$soma = \left( 2 \cdot \sum_{j+1}^{n_{Axial}+1} T(j) \cdot (-1)^{sinal} \right) + T_{in} (-1)^{sinal};$$

$$a_P^0 = \frac{\rho c_p \Delta z \dot{m}}{\Delta t G};$$

$$a_W = h_w 2\pi R_{total} \Delta z;$$

$$b = 2\dot{m} c_p;$$

$$a_P = a_W + b + a_P^0.$$

O termo  $b$  deve ser recalculado (e posicionado na matriz solução) como a Equação (57).

$$b \cdot soma + a_P^0 T_P^0 \quad (57)$$

### **Câmara de saída ( $z > H$ )**

A última temperatura a ser determinada é a fronteira norte do último volume de controle no refrigerante. Foi considerado uma aproximação linear entre as temperaturas nas fronteiras para a obtenção das temperaturas nos centros dos VCs (Equação (52)), possibilitando que todas as temperaturas nas fronteiras fossem reescritas em função das temperaturas nos centros dos VCs ao sul. Por isso, a temperatura de saída é uma função soma de todas as temperaturas à sul, dada pela Equação (56).

Os coeficientes que podem representar esse VC são:

$$soma = \left( 2 \cdot \sum_{j+1}^{n_{Axial}+1} T(j) \cdot (-1)^{sinal} \right) + T_{in}(-1)^{sinal};$$

$$b = 1;$$

$$a_p = a_w + b + a_p^0.$$