



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Educação
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica
Curso de Mestrado

TARCISIO ROCHA DOS SANTOS

**Mankala Colhe Três: jogando e explorando conhecimentos matemáticos
por meio de situações didáticas**

RECIFE
2014

TARCISIO ROCHA DOS SANTOS

**Mankala Colhe Três: jogando e explorando conhecimentos matemáticos
por meio de situações didáticas**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain

Coorientador: Prof. Dr. Paulo Figueiredo Lima

**RECIFE
2014**

Catálogo na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

S237m Santos, Tarcisio Rocha dos.
Mankala Colhe Três: jogando e explorando conhecimentos matemáticos por meio de situações didáticas / Tarcisio Rocha dos Santos. – Recife: O autor, 2014.
204 f.: il. ; 30 cm.

Orientadora: Paula Moreira Baltar Bellemain.
Coorientador: Paulo Figueiredo Lima.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2014.
Inclui Referências e Apêndices.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Jogos matemáticos.
3. UFPE - Pós-graduação. I. Bellemain, Paula Moreira Baltar. II. Título.

372.7 CDD (22. ed.) UFPE (CE2015-06)



Tarcisio Rocha dos Santos

**“MANKALA COLHE TRÊS: JOGANDO E EXPLORANDO CONHECIMENTOS
MATEMÁTICOS POR MEIO DE SITUAÇÕES DIDÁTICAS”**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a conclusão do Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica.

Aprovado em: 27/02/2014.

COMISSÃO EXAMINADORA:

Presidente e Orientadora
Profa. Dra. Paula Moreira Baltar Bellemain
UFPE

Coorientador
Prof. Dr. Paulo Figueiredo Lima
UFPE

Examinador Externo
Prof. Dr. Airton Temístocles Gonçalves de Castro
UFPE

Examinador Interno
Prof. Dr. Marcelo Câmara dos Santos
UFPE

Recife, 27 de fevereiro de 2014.

*Dedico esta obra a você, leitor,
que toma a louvável atitude de buscar ampliar os horizontes dos seus conhecimentos.*

AGRADECIMENTOS

*Primeiramente a **Deus**, que é o Caminho, a Verdade e a Vida, que me acompanhou em cada passo desta longa e dura caminhada, me dando forças, esperança, confiança e sabedoria para superar todos os desafios. Coautor deste trabalho e de toda a minha vida, a quem devo toda honra, glória e louvor.*

*Aos meus pais **Ana e Anselmo**, pessoas simples mas sábias, que apesar de qualquer dificuldade nunca cessaram de me amar e de priorizar minha educação familiar, escolar e religiosa, a quem devo todo amor e respeito.*

*Aos meus irmãos **Taciana e Tiago**, irmãos incríveis e que sempre me serviram de espelho, me ajudando a ser quem sou hoje, a quem tenho muito orgulho.*

*À minha namorada **Amanda**, companheira em todos os momentos. Pessoa fundamental na minha vida, que, durante a construção deste trabalho, me estimulou a todo instante e teve uma paciência inesgotável, a quem devo todo meu amor e carinho.*

*À minha orientadora, professora **Paula Baltar**, grande responsável pela minha formação como educador matemático. Maior exemplo de fidelidade à pesquisa e de compromisso com a educação, sempre acreditou em meu potencial, mesmo quando nem eu mesmo imaginava possuir, a quem devo toda gratidão.*

*Ao meu coorientador, professor **Paulo Figueiredo**, que aceitou de imediato o desafio de participar desta pesquisa já em andamento e que pôde contribuir, por meio de sua sabedoria e valorosa experiência, na produção deste trabalho.*

*Ao professor **Airton Castro**, pelas contribuições trazidas nas bancas de qualificação e de dissertação desta pesquisa, e, principalmente, por representar um dos principais pilares da minha formação como educador matemático, por meio do LEMAT-UFPE, a quem tenho muito respeito, amizade e admiração.*

*Ao professor **Marcelo Câmara**, pela imensa contribuição como membro das bancas de qualificação e de dissertação desta pesquisa, e também pela maneira como interage o conhecimento e seu ensino, permitindo transformações essenciais no modo como via a educação e, em particular, a educação matemática.*

Aos responsáveis pela **coordenação da escola** em que foi realizado o dispositivo experimental
dessa pesquisa,
pela disponibilidade e confiança.
E pelos sujeitos que participaram dos experimentos,
sem os quais não seria possível realizar este trabalho.

Aos meus amigos **Israel, João e Marcos**,
que, literalmente, fizeram parte da minha vida durante todo este período, dividindo
expectativas, frustrações, preocupações, realizações, brincadeiras...
Em especial a João, pela disponibilidade nas filmagens do dispositivo experimental desta
pesquisa e a Marcos pelo grande auxílio nos cálculos matemáticos da dissertação,
a quem devo toda amizade verdadeira.

Ao colega **Léo Moraes**,
Pessoa admirável, que nunca mediu esforços para ajudar.

À professora **Cristiane Pessoa**,
pessoa que me estimulou no momento em que eu mais precisava, me ajudando a vislumbrar
um futuro promissor como educador matemático.

Aos colegas e amigos **Ademilson, Fernando, Regina e Amanda**,
companheiros de linha de pesquisa e pessoas maravilhosas.
Colegas que contribuíram muito além das orientações científicas. Souberam dividir todas as
angústias e glórias de maneira verdadeira.
A quem devo toda cumplicidade.

A todos os **colegas** da turma de 2012 do EDUMATEC-UFPE,
que sempre me serviram de exemplo, contribuindo na minha formação e também ajudando na
motivação diante das dificuldades que surgiam.

A todos os **professores** do EDUMATEC,
em especial aos professores Carlos Eduardo, Iranete Lima, Liliane Carvalho, Marcelo
Câmara, Paula Baltar, Paulo Figueiredo, Patrícia Smith, Rosinalda Teles e Sérgio
Abranches,
que foram meus mestres nas disciplinas que cursei no programa.
Pessoas importantíssimas na minha vida, responsáveis por transformar o modo como eu via o
mundo, a educação e a educação matemática.

RESUMO

Este trabalho investigou a contribuição do jogo Mankala Colhe Três para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental. Este é um dos oito jogos matemáticos desenvolvidos no Projeto “Formação docente: interdisciplinaridade e ação docente – Projeto Rede”. Foram utilizados na fundamentação, elementos da Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau. Na análise a priori foi realizado um mapeamento das jogadas e um levantamento dos conhecimentos matemáticos suscetíveis de serem explorados pelos alunos. A experimentação foi composta por dois Estudos Preliminares e pelo Dispositivo Experimental Central. Deste último – composto de partidas individuais; partidas em duplas e entrevistas com teste – participaram quatro alunos de uma escola da rede privada do Recife. Dentre os resultados obtidos na pesquisa, percebeu-se que a partir de um processo de devolução bem conduzido, foi possível fortalecer o caráter adidático das situações de jogo com o Mankala Colhe Três. As diferentes modalidades de interação entre os sujeitos permitiram um bom equilíbrio entre a dimensão lúdica e a intencionalidade didática e favoreceram a evolução das estratégias durante as partidas. Com isso, percebemos a mobilização de conhecimentos matemáticos tais como: o mapeamento de possibilidades, a resolução de problemas mistos (aditivo e multiplicativo), o reconhecimento de divisores e múltiplos de um número e números primos.

Palavras-chave: Jogo matemático. Mankala Colhe Três. Teoria das Situações Didáticas.

RÉSUMÉ

Cette recherche porte sur la contribution du jeu *Mankala Colhe Três* pour l'apprentissage de connaissances mathématiques par des élèves de sixième (11-12 ans). Il s'agit de l'un des huit jeux mathématiques développés au sein du Projet « Formation des professeurs : interdisciplinarité et pratique professionnelle ». Le cadre th'orique dans lequel se place cette recherche est celui de la Théorie des Situations Didactiques de Guy Brousseau. Dans l'analyse *a priori* ont été répertoriées des suites de jeux susceptibles d'être menés par les élèves ainsi que les connaissances mathématiques sous-jacentes. Le dispositif expérimental est composé de deux études préliminaires suivies d'une expérimentation en trois étapes : des parties individuelles, des jeux entre deux binômes puis des tests et interviews avec quatre élèves de sixième d'une école privée de Recife. Parmi les résultats obtenus dans la recherche, nous avons remarqué que le processus de dévolution bien menée a permis de renforcer la nature *adidactique* des situations autour du *Mankala Colhe Três*. Les différents modes *d'interaction* entre les sujets ont favorisé un bon équilibre entre la dimension ludique et l'intention didactique ainsi que l'évolution des stratégies pendant les parties du jeu. Nous avons pu mettre en évidence aussi la mobilisation de connaissances mathématique telles que l'énumération des possibilités, la résolution de problèmes mixtes (additif et multiplicatif), la reconnaissance des diviseurs et multiples d'un certain nombre et des nombres premiers.

Mots-clefs: Jeu mathématique. Mankala Colhe Três. Théorie des Situations Didactiques.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Partidas com diferentes tipos de mankala	19
Figura 2 – Foto de um tabuleiro de Mankala Colhe Três	22
Figura 3 – Tabuleiro do Mankala Colhe Três com um ponteiro	23
Figura 4 – Imagens de tabuleiros de Mankala Colhe Três confeccionados a partir de sucata e materiais de baixo custo.....	23
Figura 5 – Tabuleiro do Mankala Colhe Três.....	24
Figura 6 – Configuração de uma jogada	27
Figura 7 – Configuração de jogada	29
Figura 8 – Jogada que colhe sementes	30
Figura 9 – Jogada que não colhe sementes e que permite que o adversário colha.....	30
Figura 10 – Configuração em que existem mais possibilidades de jogada numa cova com menos sementes	31
Figura 11 – Configuração em que é possível identificar múltiplos de um número.....	32
Figura 12 – Esquema dos procedimentos metodológicos da pesquisa	42
Figura 13 – Etapas do Dispositivo Experimental Central	44
Figura 14 – Ficha de regras do jogo Mankala Colhe Três.....	45
Figura 15 – Tipos de jogadas do Mankala Colhe Três	52
Figura 16 – Hierarquia de jogadas do Mankala Colhe Três	60
Figura 17 – Enunciado da atividade 3 presente no teste da Entrevista.....	85
Figura 18 – Resolução da atividade 3 do teste da entrevista pelo sujeito “A”	86
Figura 19 – Resultados da atividade 4 dos testes das entrevistas dos sujeitos “A”, “B”, “C” e “D”, respectivamente	88
Figura 20 – Resolução da atividade 3 do teste da entrevista pelo sujeito “B”	90
Figura 21 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “A”	150
Figura 22 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “A”	151
Figura 23 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “B”	157
Figura 24 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “B”	159
Figura 25 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “C”	166
Figura 26 – Enunciado da atividade 2 do teste da entrevista do sujeito “C”	167
Figura 27 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “C”	168
Figura 28 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “D”	180
Figura 29 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “D”	182

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	REVISÃO DE LITERATURA.....	14
2.1	Os jogos matemáticos	14
2.2	Os jogos da família mankala.....	18
2.3	O Projeto Rede e o <i>Mankala Colhe Três</i>	21
2.4	Finalidades Educacionais do <i>Mankala Colhe Três</i>	25
2.4.1	<i>Desenvolver estratégias de quantificar mentalmente</i>	26
2.4.2	<i>Resolver problemas de situações mistas: aditivas e multiplicativas</i>	27
2.4.3	<i>Dividir por cálculo mental</i>	28
2.4.4	<i>Mapear as possibilidades</i>	29
2.4.5	<i>Reconhecer divisores de um determinado número</i>	30
2.4.6	<i>Identificar múltiplos de um número</i>	31
2.4.7	<i>Reconhecer números primos</i>	32
3	ELEMENTOS DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E OBJETIVOS DA PESQUISA	34
3.1	Conceitos iniciais da TSD.....	34
3.2	Contrato Didático.....	35
3.3	Processo de Devolução	36
3.4	As Interações e a classificação das Situações Didáticas	37
3.4.1	<i>Esquema geral de uma situação de ação</i>	38
3.4.2	<i>Esquema de uma situação de formulação</i>	39
3.4.3	<i>Esquema de uma situação de validação</i>	39
3.4.4	<i>Necessidade de institucionalização das situações</i>	40
3.5	Objetivos da pesquisa	41
3.5.1	<i>Geral:</i>	41
3.5.2	<i>Específicos:</i>	41
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	42
5	RESULTADOS DOS ESTUDOS PRELIMINARES E IMPLICAÇÕES SOBRE O DISPOSITIVO EXPERIMENTAL CENTRAL.....	47
6	ANÁLISE A PRIORI DAS JOGADAS E CONFIGURAÇÕES	54
7	ANÁLISE GLOBAL DOS RESULTADOS DO DISPOSITIVO EXPERIMENTAL	71
7.1	A dimensão lúdica e o desenvolvimento de atitudes no <i>Mankala Colhe Três</i> ;	71

7.2	Conhecimentos matemáticos mobilizados pelos alunos de 6º ano do Ensino Fundamental por meio de situações envolvendo o <i>Mankala Colhe Três</i>	82
7.2.1	<i>Mapeamento de possibilidades</i>	83
7.2.2	<i>Resolução de problemas com situações mistas (aditiva e multiplicativa)</i>	88
7.2.3	<i>Reconhecimento de divisores, múltiplos e números primos</i>	89
7.3	O processo de devolução e o caráter adidático nas situações envolvendo o <i>Mankala Colhe Três</i>	92
7.3.1	<i>O processo de devolução e o caráter adidático nas situações envolvendo o Mankala Colhe Três – Estudos Preliminares</i>	93
7.3.2	<i>O processo de devolução e o caráter adidático nas situações envolvendo o Mankala Colhe Três – Dispositivo Experimental Central</i>	105
7.4	As interações e os tipos de situações didáticas envolvendo o <i>Mankala Colhe Três</i> ..	116
7.4.1	<i>Situações de ação</i>	117
7.4.2	<i>Situação de formulação</i>	126
7.4.3	<i>Situação de validação</i>	129
7.5	A evolução das estratégias dos alunos de 6º ano do Ensino Fundamental nas partidas de <i>Mankala Colhe Três</i>	137
7.5.1	<i>Análise da evolução das estratégias do sujeito “A” no Dispositivo Experimental Central</i>	143
7.5.2	<i>Análise da evolução das estratégias do sujeito “B” no Dispositivo Experimental Central</i>	152
7.5.3	<i>Análise da evolução das estratégias do sujeito “C” no Dispositivo Experimental Central</i>	160
7.5.4	<i>Análise da evolução das estratégias do sujeito “D” no Dispositivo Experimental Central</i>	170
8	CONSIDERAÇÕES FINAIS	184
	REFERÊNCIAS.....	191
	APÊNDICES	196

1 INTRODUÇÃO

São bastante vastas as pesquisas educacionais que se remetem ao uso de jogos no ensino de matemática, destacando-se as obras de Grandó (2000), Ricceti (2001), Macedo (2007), Smole, Diniz & Milani (2007), Kolodzieiski (2010), Muniz (2010), Barros (2012), Gitirana et al (2013). Dentre as diversas vantagens que o uso de tais recursos pode proporcionar ao ensino e à aprendizagem de matemática, surgem: o caráter lúdico que esses materiais propiciam às aulas de matemática; a forte interação entre os alunos proporcionada pelas atividades com jogos matemáticos, favorecendo também o trabalho em grupo; o desenvolvimento do raciocínio lógico; a construção de uma atitude positiva perante os erros; a formação de cidadãos autônomos; a motivação, mesmo para alunos que em outras situações sentem dificuldades em participar e compreender os conteúdos trabalhados; entre outras.

Entre o final de 2010 e 2011 desenvolveu-se no estado de Pernambuco, por meio da RENAFOR¹, o projeto “Formação docente: interdisciplinaridade e ação docente – Projeto Rede” (PROJETO REDE, 2011a; PROJETO REDE, 2011b, BARROS, 2012, GITIRANA et al, 2013). O Projeto Rede contemplou três subprojetos, dentre eles o Subprojeto 3: “Jogos no ensino de matemática a partir de sucata”, que teve como objetivo promover a formação continuada de professores na área de matemática e elaborar materiais didáticos (jogos e materiais concretos). Oito jogos matemáticos a partir de sucata e materiais de baixo custo foram produzidos neste subprojeto, dentre eles o *Mankala Colhe Três*.

O *Mankala Colhe Três* é uma adaptação, com finalidades educacionais, de um jogo chamado *Mankala Ouri* que, por sua vez, é uma das inúmeras variações dos jogos classificados como *Mankala*. Muitas pesquisas sobre os jogos do tipo *mankala* (SANTOS, 2008a; SANTOS, 2008b; SOMARIVA, 2011; CÂMARA, 2012) apresentam que sua origem é milenar, podendo, inclusive, ultrapassar os 7000 anos de existência e que tais jogos surgiram, muito provavelmente, no continente africano. Esses jogos simulam situações de semeadura e colheita através da transferência de sementes entre covas do tabuleiro.

Apesar de os pesquisadores do Projeto Rede já terem estudado bastante o jogo *Mankala Colhe Três*, de terem realizado várias formações com diversos outros professores e de terem, inclusive, sugerido finalidades educacionais inerentes ao uso do jogo, percebe-se a necessidade de se fazer um estudo mais detalhado sobre a contribuição do uso de tal jogo tomando como foco a construção ou consolidação de conhecimentos matemáticos pelos

¹ Rede Nacional de Formação Continuada de Professores na Educação Básica.

alunos. Ou seja, uma questão que surgiu foi: que contribuição o jogo *Mankala Colhe Três* pode propiciar para o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental? A partir dessa questão nasceu a ideia de elaborar a presente pesquisa científica.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo será apresentada uma revisão de literatura sobre os principais temas relacionados com a pesquisa. Para isso, será feita uma subdivisão em sessões, que revisam os temas: os jogos matemáticos; os jogos da família *mankala*; o Projeto Rede e *Mankala Colhe Três*; e finalidades educacionais do *Mankala Colhe Três*.

2.1 Os jogos matemáticos

O jogo matemático (ou jogo no ensino de matemática) representa uma das principais tendências metodológicas na Educação Matemática. Um dos fatores que justifica o grande potencial das atividades com jogos nas aulas de matemática é que tais atividades evitam que se propague a falsa ideia de que a matemática é uma disciplina apenas para poucos. Como dizia Kolodzieiski (2010), “a matemática como qualquer outra ciência não deve ser tratada de maneira complexa, mas de uma maneira para que esta seja aprendida por todas as pessoas, e não apenas pelas mais talentosas” (KOŁODZIEISKI, 2010, p.3). Por meio de jogos esse contato mais acessível à matemática pode ser permitido.

Os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco – PCPE (PERNAMBUCO, 2012) apresentam vários aspectos que podem ser explorados por meio do uso de jogos. Um destes é a ampliação da dimensão lúdica:

Em primeiro lugar, menciona-se a necessidade de ampliar a dimensão lúdica, importante para o desenvolvimento integral do estudante. Os jogos são, ao lado disso, um elemento que favorece a inserção do estudante em sua cultura, na medida em que a dimensão lúdica está enraizada nela. Os jogos seriam, assim, mais uma forma de exploração da realidade do estudante (PERNAMBUCO, 2012, p. 36).

Ainda sobre a dimensão lúdica propiciada pelos jogos, Grando (2000) apresenta uma relação entre esta dimensão e o grande papel que o jogo possui como instrumento cultural:

A necessidade do Homem em desenvolver as atividades lúdicas, ou seja, atividades cujo fim seja o prazer que a própria atividade pode oferecer, determina a criação de diferentes jogos e brincadeiras. Esta necessidade não é minimizada ou modificada em função da idade do indivíduo. Exercer as atividades lúdicas representa uma necessidade para as pessoas em qualquer momento de suas vidas (GRANDO, 2000, p. 1).

Riccetti (2001), ao analisar os jogos em grupo para a educação infantil, coloca um aspecto muito importante a respeito da utilização dos jogos matemáticos, quando afirma que “as crianças poderão agir como produtoras do seu conhecimento, tomando decisões, sendo capazes de pensar por conta própria e resolver problemas. Com isso, a Matemática contribui para a formação de cidadãos autônomos” (RICCETTI, 2001, p. 19). Essa colocação de Riccetti (2001) mostra que o uso dos jogos matemáticos pode ajudar o aluno a assumir o papel de formador de seu próprio conhecimento. Isso é permitido pelo fato de o jogo possibilitar atividades interativas, tornando o aluno muito mais ativo do que, simplesmente, um observador na escola.

Sobre esse processo de interação e autonomia possibilitado por atividades com jogos no ensino e aprendizagem de matemática, os PCPE (PERNAMBUCO, 2012) colocam que

No âmbito pedagógico, é fundamental o aspecto interativo propiciado pela experiência com jogos matemáticos. Os estudantes não ficam na posição de meros observadores, tomando conhecimentos de novos fatos, mas se transformam em elementos ativos, na tentativa de ganhar a partida ou na busca de um caminho para a solução do problema posto a sua frente. Tal atitude é certamente muito positiva para a aprendizagem das ideias matemáticas subjacentes aos jogos (PERNAMBUCO, 2012, p. 37).

Quando o aluno se depara com um problema em um jogo, ele se vê desafiado e percebe a importância de criar uma estratégia para que esse problema seja resolvido. Esse momento de elaboração de estratégias é feito através da sua ação sobre o jogo, que se dá por tentativas e erros. Além de propiciar todo esse processo de aprendizado, o jogo ainda faz com que isso seja feito de forma prazerosa para o aluno. Sobre este aspecto, os Parâmetros Curriculares Nacionais – 3º e 4º ciclos (BRASIL, 1998), no final dos anos 1990, já colocavam que

Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que estes sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propiciam a simulação de situações problema que exigem soluções vivas e imediatas, o que estimula o planejamento das ações; possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural, no decorrer da ação, sem deixar marcas negativas (BRASIL, 1998, p. 46).

Smole, Diniz e Milani (2007), ao compararem o ensino de matemática tradicional àquele que se utiliza dos jogos, enfatizam a grande mudança que as atividades com jogos

devem trazer à sala de aula: “o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático” (SMOLE, DINIZ & MILANI, 2007, p. 9).

Nos PCPE (PERNAMBUCO, 2012) menciona-se, com bastante ênfase, a compatibilidade entre o trabalho pedagógico com jogos e a metodologia de resolução de problema. Ao tentar justificar essa relação, o documento apresenta várias capacidades matemáticas proporcionadas pelo uso de jogos e que são de fundamental importância para o indivíduo:

Convém lembrar que a observação precisa dos dados, a identificação das regras, a procura de uma estratégia, o emprego de analogias, a redução a casos mais simples, a variação das regras, entre outras possibilidades, são capacidades que podem ser desenvolvidas quando se trabalha com jogos na aula de Matemática (PERNAMBUCO, 2012, p. 37).

Este recorte acima ajuda a justificar o uso de jogos no ensino e na aprendizagem de matemática, ressaltando que muitos conhecimentos matemáticos vão além dos próprios conteúdos estudados na escola e que, tais conhecimentos, fundamentais para o desenvolvimento do sujeito, são claramente explorados por meio dos jogos.

Dentre as potencialidades dos jogos matemáticos, a que aparece com bastante evidência é o estímulo ao raciocínio lógico. Falando um pouco sobre esse estímulo, Smole, Diniz e Milani (2007) colocam que

O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização, as quais estão estreitamente relacionadas ao assim chamado *raciocínio lógico* (SMOLE, DINIZ & MILANI, 2007, p. 9).

Os PCPE (PERNAMBUCO, 2012) também ressaltam a inclusão de questões de lógica no trabalho com os jogos matemáticos. Este aspecto é levantado quando o documento apresenta mais uma vantagem do uso de jogos no ensino e aprendizagem de matemática: a possibilidade de se trabalhar com o mesmo jogo em vários níveis de escolaridade:

A busca de estratégias para a vitória ou para solucionar um desafio inclui, via de regra, uma variedade de questões de lógica ou de Matemática – das elementares aos problemas não resolvidos por especialistas. Este fato

possibilitaria a exploração de um mesmo jogo em diversos níveis, dependendo do estágio dos participantes (PERNAMBUCO, 2012, p. 36).

Ainda no mesmo texto dos Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco (PERNAMBUCO, 2012), é levantada mais uma potencialidade dos jogos matemáticos, que é a possibilidade de integrar várias áreas da matemática (aritmética, álgebra, geometria, combinatória, etc.). É fundamental que seja permitida essa integração no ensino básico, já que vai de encontro à fragmentação da matemática, presente no ensino tradicional e tão distante do modo como a matemática foi construída e deve ser pensada.

O documento dos PCPE (PERNAMBUCO, 2012) coloca, como outras potencialidades dos jogos matemáticos, alguns aspectos que ultrapassam os limites dos conhecimentos matemáticos e que são de fundamental importância para o desenvolvimento do indivíduo. Dentre eles destacam-se: o caráter recreativo que as atividades com jogos propiciam nas aulas de matemática; a contribuição para atitudes positivas de convivência; e o fortalecimento da autoconfiança.

Se debruçando um pouco mais nos dois últimos pontos citados acima, quando se fala em “contribuição para atitudes positivas de convivência” proporcionadas pelos jogos, o documento se refere às regras que os jogos não individuais possuem e que devem ser respeitadas pelos alunos que estão competindo. Esse respeito às regras é essencial para que o aluno perceba que, em alguns momentos, é preciso colaborar com seus parceiros de jogo. Além disso, são trabalhadas as ideias de saber perder e saber ganhar, elementos tão importantes para o desenvolvimento social do indivíduo.

Quanto ao “fortalecimento da autoconfiança do aluno”, pode ser desenvolvido quando um aluno vence uma partida, ou resolve um problema apresentado no jogo. No entanto, se as atividades não forem bem planejadas e controladas, esse fortalecimento da autoconfiança pode se transformar em frustrações e reforçar a ideia de que a matemática é uma disciplina para poucos. Isso é ocasionado, por exemplo, quando se apresentam atividades com jogos em que o nível de complexidade entre os conhecimentos explorados pelo jogo e o nível dos alunos da turma não são compatíveis.

É importantíssimo esclarecer que o jogo matemático, por si só, não tem a capacidade de proporcionar todas as vantagens colocadas no presente texto. A utilização de jogos matemáticos, como de qualquer material didático, exige planejamento e orientação específica.

Macedo (2007) propõe uma maneira de organizar a elaboração de projetos que se utilizam de jogos para o ensino e a aprendizagem. Segundo o autor, “muitos problemas de

ordem estrutural podem ser evitados ou, pelo menos, antecipados se determinados aspectos relativos ao projeto de trabalho forem considerados” (MACEDO, 2007, p. 15).

Sendo assim, Macedo (2007) apresenta inicialmente vários pontos fundamentais para a elaboração de um projeto e em seguida os aspectos metodológicos. Na primeira parte, nomeada “Elaborando o Projeto”, o autor descreve os seguintes pontos: *objetivo; público; materiais; adaptações; tempo; espaço; dinâmica; papel do adulto; proximidade a conteúdos; avaliação da proposta; e continuidade*. Em cada ponto destes o autor descreve as principais características que o definem.

Na segunda parte, intitulada “Aspectos Metodológicos”, Macedo (2007) apresenta quatro etapas: *exploração dos materiais e aprendizagem das regras; prática do jogo e construção de estratégias; resolução de situações-problema; e análise das implicações do jogar*. O autor esclarece que não pretende que o projeto de trabalho com jogos apresentado seja tomado como um modelo exato a ser seguido, tendo como expectativa que sua proposta sirva apenas como um referencial.

Insistindo na necessidade de um planejamento bem elaborado e cuidadoso no uso de jogos para o ensino e a aprendizagem de matemática, os PCPE (PERNAMBUCO, 2012) enfatizam esse aspecto quando colocam que

A complexidade de alguns jogos, mesmo aqueles mais comuns, requer, de um lado, clareza sobre os vários conceitos matemáticos envolvidos e, de outro, um planejamento do momento e da maneira adequados para a sua utilização no processo de ensino e aprendizagem, para que seja garantida a riqueza conceitual, o prazer em participar da atividade e a conquista da autoconfiança (PERNAMBUCO, 2012, p. 38).

Este trecho do documento enfatiza a importância de o professor tanto conhecer os conceitos matemáticos que podem ser explorados por meio dos jogos trabalhados, numa atividade matemática, quanto estar preparado o suficiente para tais atividades, em se tratando do planejamento do “quando” e do “como” conduzir essas atividades.

2.2 Os jogos da família *mankala*

O termo *mankala* tem origem árabe e significa transferir, mover. Dá-se o nome de *mankala* a vários jogos semelhantes e mundialmente difundidos que possuem a característica geral de serem jogados com sementes, pedras ou objetos similares em buracos cavados no

chão ou covas de um tabuleiro. Atualmente existem mais de 200 tipos diferentes de jogos classificados como *mankala* espalhados pelo mundo (SANTOS, 2008a).

Na figura a seguir são apresentadas várias fotos em que indivíduos jogam diferentes tipos de *mankala*:

Figura 1 – Partidas com diferentes tipos de *mankala*



Fonte: Sosio, 2013.

É bastante incerta a origem exata dos jogos do tipo *mankala*. Pesquisas como as de Santos (2008a), Santos (2008b), Somariva (2011), Câmara (2012) afirmam que tais jogos podem, inclusive, possuir mais de 7000 anos de existência.

Alguns consideram que os jogos da família *mankala*² são os mais antigos do mundo, talvez na origem da própria civilização. Existem registros que indicam que a provável origem desses jogos tenha se dado no Egito e, a partir do Vale do Nilo, eles teriam se expandido progressivamente para o restante do continente africano e para o Oriente (SANTOS, 2008b, p. 14).

² Alguns pesquisadores usam o termo *mankala*, como no caso dos produtores do *Mankala Colhe Três*, enquanto outros escrevem *mancala*. Adotamos nessa pesquisa a grafia escolhida no Projeto Rede, pela equipe que criou o *Mankala Colhe Três*.

Os jogos do tipo *mankala* possuem raízes culturais e filosóficas muito fortes. Ao simular situações de semeadura e colheita, os jogadores são levados a colher e a plantar sementes, mesmo que em terras adversárias. Esse aspecto mostra que, apesar de adversários, os dois jogadores (ou duas equipes) não buscam a eliminação do oponente, representando também que a produção é baseada na apropriação coletiva do solo e pelo dever de transmiti-lo às próximas gerações da mesma forma que receberam (SANTOS, 2008a, p. 11).

Em relação ao aspecto cultural atribuído ao *mankala*, dependendo do povo, o jogo era associado a rituais sagrados ou ao movimento celeste das estrelas; a utilização do jogo poderia objetivar fartura na colheita (nesse caso, só se jogava durante o dia, pois se acreditava que à noite os deuses jogavam para abençoar as plantações); o *mankala* poderia ser jogado por conta da morte de um membro da comunidade (nesse caso, jogava-se durante o velório com o objetivo de distrair os maus espíritos enquanto o espírito do morto ia para um bom lugar); em alguns povos o jogo era utilizado para a escolha de um novo líder, através de um campeonato com todos os candidatos ao cargo de liderar a comunidade (SANTOS, 2008a, p. 11).

Existem muitas pesquisas educacionais, como as obras de Santos (2008a), Santos (2008b) e Câmara (2012), que relacionam os jogos da família *mankala* com a *Etnomatemática*, programa proposto pelo pesquisador em educação matemática Ubiratan D'Ambrósio.

Indivíduos e povos têm, ao longo de suas existências e ao longo da história, criado e desenvolvido instrumentos de reflexão, de observação, instrumentos teóricos e, associados a esses, técnicas, habilidades (artes, técnicas, *techné*, *ticas*) para explicar, entender, conhecer, aprender, para saber e fazer como resposta a necessidades de sobrevivência e de transcendência (matema), em ambientes naturais, sociais e culturais (etno) os mais diversos. Daí chamarmos o exposto acima de Programa *Etnomatemática*. O nome sugere o corpus de conhecimento reconhecido academicamente como Matemática (D'AMBRÓSIO, 2005, p. 112).

O programa *Etnomatemática* possui duas grandes dimensões que se articulam: introduzir a variável “cultura” no ensino e aprendizagem da matemática; e questionar a matemática escolar.

A justificativa dada por diversos pesquisadores que propõem uma abordagem acerca da *Etnomatemática* no uso dos jogos do tipo *Mankala*, dentre eles Lopes (2008), Santos C. J. (2008a), Santos, C. J. (2008b), Santos, L. G. e Cunha (2010), Somariva (2011), é que, por ser um jogo de origem africana, esse jogo pode resgatar um pouco da cultura da África às escolas e, conseqüentemente, à cultura brasileira. De fato, o povo africano tem forte influência na

cultura brasileira. Essa influência foi colocada com foco educacional principalmente após a criação das leis 10.639/03 (Brasil, 2003) e 11.645/08 (Brasil, 2008) – que incluem no currículo oficial dos estabelecimentos de ensino fundamental e médio das redes pública e privada a obrigatoriedade do estudo das histórias e das culturas africana, afro-brasileira e indígena.

2.3 O Projeto Rede e o *Mankala Colhe Três*

O projeto “Formação docente: interdisciplinaridade e ação docente – Projeto Rede” foi iniciado em setembro de 2010 pela Universidade Federal de Pernambuco – UFPE em parceria com o Ministério de Educação – MEC, a Secretaria de Educação Básica, a União Nacional dos Dirigentes Municipais de Educação – UNDIME e as secretarias Estadual e Municipais de Educação de Pernambuco (BARROS, 2012, p. 40). Os objetivos do Projeto Rede foram:

- Promover a formação continuada de professores da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio, incluindo a elaboração de material didático.
- Promover a formação de formadores para os programas e cursos de formação continuada.
- Conceber, elaborar e desenvolver material didático, novas metodologias e tecnologias de ensino para os processos ensino-aprendizagem (PROJETO REDE, 2011a, p. 2).

O Projeto Rede foi dividido em três subprojetos, de modo que contemplasse todos os objetivos previstos. Cada subprojeto focou uma área de conhecimento: alfabetização, história e matemática. Os objetivos específicos dos subprojetos foram:

- Subprojeto 1:** Promover a Formação Continuada de professores-alfabetizadores no interior do estado de Pernambuco;
- Subprojeto 2:** Promover a formação continuada de professores de História dos anos 6 a 9 do Ensino Fundamental e do Ensino Médio;
- Subprojeto 3:** Promover a formação continuada de professores na área de matemática e elaborar material didático (jogos e materiais concretos) (PROJETO REDE, 2011a, p. 3).

O *Subprojeto 3*, intitulado “Jogos no ensino de matemática a partir de sucata” teve alguns princípios norteadores. Dentre eles, destacamos: o *reaproveitamento* (uso de materiais de sucata); o *jogo para todos* (incentivar a confecção do jogo pelos alunos, professor, familiares, comunidade, o que evita o medo de estragar o jogo ou perder peças, já que tudo

pode ser facilmente substituído, e ampliam os espaços de uso do jogo – laboratório, aulas, recreios, na comunidade, em casa); a *confeção do jogo como atividade de modelagem* (PROJETO REDE, 2011a).

No subprojeto 3 foram produzidos oito jogos matemáticos a partir de sucata e materiais de baixo custo. Entre eles estava o *Mankala Colhe Três*, jogo que foi utilizado na presente pesquisa. Os outros sete jogos produzidos foram: *Jogo da Velha com Figuras Geométricas*; *Jogo dos Polígonos*; *Jogo do Nim com Dados*; *Jogo dos Sinais*; *Bingo dos Números Racionais*; *Desafio das Operações*; e *Bingo das Grandezas e Medidas*.

O *Mankala Colhe Três* é uma adaptação com finalidades educacionais do *Mankala Ouri*, um dos jogos da família *mankala*. A equipe que desenvolveu o jogo partiu do *Mankala Ouri* porque este representa um tipo de *mankala* mais simples, em se tratando da quantidade de regras e tipo de tabuleiro.

O *Mankala Colhe Três* pode ser feito com material de sucata ou de baixo custo, o que permite, dentre outros aspectos, a construção do próprio jogo pelos alunos, professor, familiares etc. favorecendo, com isso, a utilização do jogo nos mais diversos espaços, dentro e fora da escola.

O material utilizado para confeccionar o *Mankala Colhe Três* se resume a um tabuleiro com cinco covas dispostas de forma circular e 25 sementes ou objetos similares (pedras, pedaços de canudo, emborrachado etc.).

Figura 2 – Foto de um tabuleiro de *Mankala Colhe Três*



Fonte: Andrade et al, 2011c.

Após algumas experimentações com adultos e crianças, dois aspectos importantes foram observados pelos pesquisadores e criadores do jogo sobre o tabuleiro do *Mankala Colhe Três*: decidiu-se colorir as covas para ajudar o jogador a lembrar da cova em que foram retiradas as sementes daquela jogada; foi definido que seria importante colocar setas no tabuleiro indicadoras do sentido das distribuições do jogo (sentido horário). Vale lembrar que

em alguns tabuleiros confeccionados, usou-se a ideia de prender uma seta (ponteiro) no centro do tabuleiro, permitindo que fosse apontada a cova em que as sementes foram retiradas naquela jogada, substituindo, dessa forma, a necessidade de colorir as covas (ANDRADE et al. 2011c), como pode ser visto na figura seguinte:

Figura 3 – Tabuleiro do Mankala Colhe Três com um ponteiro



Fonte: Andrade et al, 2011c.

Durante o projeto, o jogo foi produzido com diversos materiais diferentes. Dentre eles o papelão, papel de revista velha, pratos descartáveis de plástico e de isopor (ver Figura 4).

Figura 4 – Imagens de tabuleiros de Mankala Colhe Três confeccionados a partir de sucata e materiais de baixo custo



Fonte: Andrade et al, 2011c.

Como visto na figura anterior, o jogo pode possuir aparências bem diversificadas, dependendo do material utilizado e da criatividade de quem o confeccionou. Percebe-se,

inclusive, que não é necessário o tabuleiro na construção do jogo, basta, por exemplo, usar cinco recipientes que representem as covas e dispor esses recipientes circularmente (ver Figura 5).

Figura 5 – Tabuleiro do Mankala Colhe Três



Fonte: Andrade, et al, 2011b.

A quantidade de participantes no *Mankala Colhe Três* pode variar de 2 a 4 jogadores. Os produtores do *Mankala Colhe Três* perceberam que a quantidade de jogadores interferia na complexidade do jogo: quanto mais jogadores, mais rápidas seriam as partidas e menos estratégias seriam vivenciadas por cada jogador. Ao trabalhar o *Mankala Colhe Três* com crianças pequenas, os pesquisadores sugerem que ao invés de utilizar as 25 sementes previstas na versão padrão, seja utilizada uma quantidade menor de sementes no tabuleiro (ANDRADE et al., 2011a).

O vencedor do jogo é aquele que conseguir colher mais sementes durante a partida. As regras do jogo são as seguintes:

1. O jogo inicia com todas as sementes dispostas no tabuleiro, sendo a quantidade de cinco sementes em cada cova.
2. Os jogadores decidem, entre si, quem deverá iniciar o jogo e a sequência dos demais jogadores.
3. Cada jogador, em sua vez, escolhe uma das covas, retira todas as sementes da cova, divide em partes iguais, e redistribui as partes entre as covas seguintes (consecutivas), em sentido horário até esgotar as sementes retiradas. A redistribuição inicia na cova seguinte (sentido horário). Dessa forma, é permitido, por exemplo, passar todas as sementes para a próxima cova, considerando o número de partes um. Se o número de partes for maior que 5, pelo menos uma das covas irá receber as sementes mais de uma vez.

4. O jogador recolhe as sementes da última cova em que ele colocou sementes, quando nessa última ficarem exatamente três sementes.
5. O jogo termina quando ocorrerem cinco rodadas sem ninguém recolher sementes ou quando restarem apenas quatro sementes no tabuleiro.

Os pesquisadores do Projeto Rede que produziram o *Mankala Colhe Três* levantaram algumas finalidades educacionais do jogo, dentre as quais surgiram: dividir por cálculo mental; reconhecer os divisores de um determinado número; identificar múltiplos de um número; reconhecer números primos e compostos, entre outras. A partir dessas finalidades educacionais, percebeu-se que o público-alvo para esse jogo contempla desde alunos dos anos iniciais do ensino fundamental até alunos do ensino médio. No entanto, como dito acima, para se utilizar o jogo com crianças mais novas é sugerido que se diminua a quantidade de sementes por cova no início do jogo. A presente pesquisa voltou-se ao uso do *Mankala Colhe Três* com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, ano escolar em que os conhecimentos suscetíveis de ser explorados pelo jogo certamente já foram iniciados em sala de aula. Cada finalidade educacional do *Mankala Colhe Três* será apresentada e brevemente discutida na sessão seguinte.

2.4 Finalidades Educacionais do *Mankala Colhe Três*

O *Mankala Colhe Três* foi desenvolvido no Projeto Rede com o intuito inicial de permitir o trabalho com os divisores de um número. Para isso, decidiu-se fazer uma adaptação do jogo *Mankala Ouri*, como pode ser visto a seguir:

Adaptamos o jogo para que o mesmo fosse mais rápido que o do *Mankala Ouri*, com finalidades de uso em sala de aula. Nesse sentido, o número de covas foi diminuído. Alterou-se também a forma de distribuir as sementes. No *Mankala Ouri*, as sementes são distribuídas uma a uma. Já no *Mankala Colhe Três*, o jogador decide o número de sementes que irá distribuir em cada cova, devendo dividir o número de sementes em partes iguais e distribuir as partes em sequência das covas. Nesse sentido, ele estará buscando os divisores de um número. (ANDRADE et al., 2013. p. 28).

Por meio da produção do *Mankala Colhe Três* e pelo processo de formação vivenciado com os professores das redes públicas de ensino do estado de Pernambuco, percebeu-se que este jogo pode ser utilizado em sala de aula para diversas finalidades educacionais. Visando explorar alguns conhecimentos matemáticos, os pesquisadores e produtores do *Mankala*

Colhe Três elencaram as seguintes finalidades educacionais supostamente proporcionadas pelo jogo:

- Desenvolver estratégias de quantificar mentalmente;
- Resolver problemas com situações mistas: aditivas e multiplicativas;
- Dividir por cálculo mental;
- Mapear as possibilidades;
- Explorar as possibilidades de distribuição em partes iguais a partir das quantias existentes nas covas:
 - Reconhecer divisores de um determinado número;
 - Identificar múltiplos de um número;
 - Reconhecer números primos e compostos.

A seguir será feito um breve comentário a respeito de cada uma das finalidades educacionais mencionadas acima, tendo como base as justificativas colocadas pelos próprios produtores do jogo.

2.4.1 *Desenvolver estratégias de quantificar mentalmente*

Esta finalidade educacional está fortemente relacionada ao conceito de número, já que para a construção deste conceito é necessário que a capacidade de quantificar objetos seja desenvolvida, como é explicado por Andrade et al. (2013):

Nesse **processo**, a relação de ordem, necessária para que ela não deixe de contar um elemento ou que conte um elemento mais de uma vez, é desenvolvida inicialmente a partir de um esquema de organização dos elementos, tal como o alinhamento, a marcação, a correspondência. O ato de contar objetos dispostos desordenadamente é uma habilidade mais complexa. (ANDRADE et al. 2013, p. 29).

Durante as partidas de *Mankala Colhe Três*, a necessidade de contar elementos surge naturalmente e a todo instante. De fato, desde o início das partidas, quando se têm cinco sementes em cada cova do tabuleiro ou durante qualquer outro momento do jogo, a tarefa de contar sementes é a base da realização de cada jogada. Um aspecto importante e que se relaciona com o que foi dito por Andrade et al. (2013) no final da citação acima, é o fato de que as sementes do *Mankala Colhe Três* sempre estão organizadas de maneira desordenada,

devido à própria configuração do tabuleiro do jogo, o que acaba tornando essa tarefa de quantificar os objetos mentalmente muito mais complexa.

2.4.2 Resolver problemas de situações mistas: aditivas e multiplicativas

Devido à forma como as regras do *Mankala Colhe Três* foram elaboradas, percebe-se que, a todo instante, durante o desenvolvimento das estratégias de jogadas, os jogadores se deparam com situações em que são exploradas as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Um ponto interessante é que tais operações, em situações do jogo, surgem com diferentes significados e fortemente relacionadas umas com as outras, favorecendo, desta maneira, a percepção de um caráter prático destas operações, atrelado à necessidade de utilizar mais de uma operação ao mesmo tempo durante uma situação de jogo.

Uma situação típica colocada pelos produtores do jogo, em que pode ser percebida a resolução destas situações mistas, será apresentada, a partir da seguinte configuração do tabuleiro:

Figura 6 – Configuração de uma jogada



Fonte: Andrade et al. 2013, p. 30

Como pode ser visto na figura acima, existem quatro sementes na cova amarela, uma semente em cada uma das covas vermelha, branca e verde e nenhuma semente na cova azul. Supondo que o jogador escolhe a cova amarela para realizar a sua jogada,

Um raciocínio vitorioso pode ser o seguinte: “*Faltam duas sementes para colher na cova verde. Se distribuir de dois em dois, eu consigo!*”. Com isso, o jogador desenvolve uma estratégia de jogada a partir da resolução da situação “quantas sementes faltam para eu completar as três?”, “em quantas partes devo distribuir para conseguir essa quantia na última cova?” e “quantas covas são da cova inicial até a pretendida?”. A primeira, sendo uma

situação aditiva que resolvida por subtração; a segunda, uma situação multiplicativa de cota, e a terceira, outra situação aditiva. O sucesso da jogada vai depender da estratégia gerada a partir dessa correlação. (ANDRADE et al. 2013, p. 30).

O exemplo acima apresenta de maneira muito clara o uso de situações que envolvem operações do campo aditivo e multiplicativo para a resolução do mesmo problema. Vale lembrar que este exemplo representa, na verdade, o uso das situações mistas durante toda a partida, pois os questionamentos levantados na citação anterior acontecem a todo instante durante a realização das jogadas.

2.4.3 *Dividir por cálculo mental*

Como foi visto na sessão anterior, o *Mankala Colhe Três* possibilita a resolução de problemas mistos (aditivos e multiplicativos), trabalhando, dessa forma, com as quatro operações. No entanto, dentre as operações utilizadas nas jogadas, percebe-se que a divisão é a que aparece mais explicitamente. Este fato se dá por conta das regras do jogo, que levam o jogador a realizar a divisão da quantidade de sementes a todo instante. Vale ressaltar que o uso da divisão nas partidas de *Mankala Colhe Três* é feito sem apoio algum do algoritmo usual (o qual, muitas vezes é enfatizado de maneira exagerada na sala de aula). No entanto, pode ser percebido cada elemento do processo de divisão na realização das jogadas, pois, quando se escolhe uma das covas e se divide a quantidade de sementes desta cova em partes iguais, pode ser pensado que se tem

- Como dividendo, o número de sementes existentes na cova escolhida;
- Como divisor, o número de covas seguintes a serem distribuídas as sementes;
- Como quociente, o número de sementes que serão colocadas em cada cova. (ANDRADE et al. 2013, p. 31).

Como só é permitido dividir as sementes da cova escolhida em partes iguais, o resto dessa divisão será sempre zero. Esta análise do processo de divisão durante as partidas traz um caráter mais aplicado aos elementos desta operação, já que, por meio de situações práticas com o jogo, os alunos mobilizam todos os elementos da divisão de uma forma bastante natural.

2.4.4 Mapear as possibilidades

Para a realização de boas jogadas no *Mankala Colhe Três*, é crucial uma boa capacidade de mapear as jogadas. Uma boa jogada no *Mankala Colhe Três* é aquela que favorece o jogador ou que desfavorece o adversário. Para que, de fato, isso aconteça, é preciso que as possíveis jogadas sejam antecipadas. Sendo assim, quanto maior a capacidade de mapear ou antecipar jogadas, maior será a chance de vitória. A seguir será apresentado um exemplo colocado pelos produtores do *Mankala Colhe Três*, em que pode ser percebido o uso desta capacidade:

Entre as jogadas possíveis num jogo com a configuração da *Figura 6*, uma delas permite a colheita de sementes. Esta jogada se dá ao escolhermos a cova amarela.

Figura 7 – Configuração de jogada



Fonte: Andrade et al. 2013, p. 32

No entanto, além de ser preciso escolher a cova conveniente, deve-se ter o cuidado com a escolha da quantidade de partes pelas quais as sementes serão divididas e, posteriormente, distribuídas. Ao mapear as três possíveis divisões das sementes da cova amarela (distribuir de uma em uma, distribuir de duas em duas, pôr as quatro sementes na cova consecutiva), o jogador pode prever que a única jogada vantajosa para ele é dividir as quatro sementes por dois, resultando na seguinte configuração:

Figura 8 – Jogada que colhe sementes



Fonte: Andrade et al. 2013, p. 34

Essa jogada permitiu que o jogador conseguisse colher sementes e, ao mesmo tempo, não deixasse que o seu adversário colhesse na jogada seguinte. Entretanto, se ao invés de escolher distribuir as sementes da cova amarela de duas em duas, o jogador optasse por distribuir as sementes uma a uma, o resultado não seria tão bom para ele, pois deixaria de colher sementes e, ao mesmo tempo, permitiria que o seu adversário pudesse colher sementes na jogada seguinte, colocando a semente da cova azul na cova verde ou redistribuindo as sementes da cova verde de uma em uma.

Figura 9 – Jogada que não colhe sementes e que permite que o adversário colha



Fonte: Andrade et al. 2013, p. 33

Portanto, quanto maior a capacidade de mapear as possibilidades de jogo, maior a chance de realizar boas jogadas.

2.4.5 Reconhecer divisores de um determinado número

Como já foi comentado, desde sua produção, o *Mankala Colhe Três* buscou explorar os divisores de um número. Para isso adaptou-se o *Mankala Ouri*, incluindo um novo modo

de distribuir as sementes pelo tabuleiro, que se utiliza dos divisores da quantidade de sementes presentes na cova escolhida e distribuição das partes obtidas.

Durante a realização de cada jogada, o aluno precisa identificar os divisores do número que representa a quantidade de sementes nas covas, para que seja capaz de saber quais são as jogadas que ele dispõe no jogo naquele momento. A quantidade de divisores de um número, também explorada no jogo, possui uma característica importante e que é amplamente explorada nas jogadas do *Mankala Colhe Três*: um número maior que outro pode ter uma quantidade menor de divisores. No jogo, isto é trabalhado ao se buscar a quantidade de jogadas possíveis que cada uma das covas permite realizar.

Figura 10 – Configuração em que existem mais possibilidades de jogada numa cova com menos sementes



Fonte: Andrade et al. 2011b

Como pode ser visto na figura acima³, apesar de a cova amarela (11 sementes) possuir mais sementes do que a cova verde (seis sementes) existem mais possibilidades de jogada a partir da cova verde do que da cova amarela, pois o número seis possui quatro divisores (1, 2, 3 e 6) e, portanto, quatro maneiras de dividir as sementes para a redistribuição, enquanto 11 possui apenas dois divisores (1 e 11), resultando em apenas duas opções de jogadas a partir da cova amarela: colocar todas as sementes na cova seguinte (dividindo 11 por um) ou redistribuir as sementes de uma em uma (dividindo 11 por 11).

2.4.6 Identificar múltiplos de um número

Como o *Mankala Colhe Três* permite, como foco principal, a exploração dos divisores de um número, conseqüentemente o foco também se volta ao trabalho com a identificação dos

³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, vermelha, amarela, azul, verde e branca.

múltiplos de um número. Uma maneira de perceber esse fato é se a seguinte configuração for analisada:

Figura 11 – Configuração em que é possível identificar múltiplos de um número



Fonte: Andrade et al. 2013, p. 34

Como pode ser visto na *figura 11*, a cova azul possui seis sementes, a cova verde nenhuma, as covas branca e amarela, uma semente cada e a cova vermelha, cinco sementes. Uma estratégia que pode ser utilizada para que se consiga colher sementes na configuração acima é a seguinte: “*existe alguma cova que pode ser dividida em partes contendo duas sementes e que possa ter sua distribuição finalizada na cova branca ou na cova amarela?*”. Essa estratégia parte da ideia de que tanto a cova branca quanto a cova amarela precisam de duas sementes para que se chegue às três desejadas. Sendo assim, o jogador poderá perceber que na cova azul existem seis sementes (seis é múltiplo de dois), mas que a distribuição de duas em duas, partindo da cova azul, não possibilita a retirada de sementes, nem da cova branca nem da cova amarela.

2.4.7 Reconhecer números primos

Como visto na sessão “*Reconhecer divisores de um determinado número*”, depois de certa prática os alunos percebem que existem algumas quantidades de sementes que permitem mais possibilidades de jogada do que outras. Sendo assim, pode ser percebido pelos jogadores que existem alguns números que se diferenciam dos demais, pois não permitem divisões exatas a não ser que seja por um ou por ele mesmo. O *Mankala Colhe Três* permite que os alunos conheçam os números primos e compostos através de situações bem diferentes das que habitualmente são apresentadas em sala de aula.

Vale esclarecer que os produtores do *Mankala Colhe Três* fazem questão de ressaltar que ele só assumirá todo o seu potencial na sala de aula se for praticado por um tempo considerável pelos alunos, pois se percebe que, só a partir de certo número de partidas, os alunos começam a desenvolver estratégias que contemplem os conhecimentos matemáticos em foco.

3 ELEMENTOS DA TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS E OBJETIVOS DA PESQUISA

A fundamentação teórica da pesquisa vem da Teoria das Situações Didáticas-TSD, proposta por Brousseau (1996). Serão apresentados os principais conceitos da teoria em foco, dando maior ênfase aos que serão posteriormente discutidos nas análises da pesquisa. Logo em seguida, serão apresentados os objetivos da pesquisa.

3.1 Conceitos iniciais da TSD

Os primeiros conceitos apresentados são os de “situação” e de “meio” (*milieu*), elementos fundamentais na TSD. Segundo Brousseau (2008), uma situação é o modelo de interação de um sujeito com um “meio determinado” (*milieu*), o qual, por sua vez, é considerado como subsistema autônomo antagônico ao sujeito. O *milieu* é preparado de forma a desafiar o aluno para que este tente obter respostas a uma dada situação-problema.

Esclarecendo um pouco mais as relações existentes entre esses elementos da teoria e seus usos no processo de ensino e aprendizagem, Brousseau (2008) coloca:

Consideremos um dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento ou controlar sua aquisição. Esse dispositivo abrange um *meio* material – as peças de um jogo, um desafio, um problema, inclusive um exercício, fichas etc. – e as regras de interação com esse dispositivo, ou seja, o jogo propriamente dito. Contudo somente o funcionamento e o real desenvolvimento do dispositivo, as partidas de fato jogadas, a resolução do problema etc. podem produzir um efeito de ensino. Portanto, deve-se incluir o estudo da evolução da situação, visto pressupormos que a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por essa situação, independentemente de qualquer intervenção do professor ao longo do processo. (BROUSSEAU, 2008, p. 22).

Ao final da citação acima, Brousseau (2008) apresenta um aspecto importante na teoria e que se mostra crucial para que o processo de aprendizagem seja efetivado, que é a independência da intervenção do professor ao longo do processo de adaptação do sujeito, na assimilação do meio criado pela situação didática. Esse fator retrata bem o que Brousseau (2008) conceitua em sua teoria como um meio *adidático*. Elemento fundamental da TSD, o caráter *adidático* das situações se caracteriza por “considerar o funcionamento normal dos conhecimentos, fora das condições didáticas (aquelas em que alguém decidiu pelo aluno que saber ele deveria aprender)” (BROUSSEAU, 2008, p. 89). Ou seja, o sujeito age como se não

houvesse intenção didática por parte do professor, suas ações são movidas pelas exigências da própria situação e não pelo desejo de fazer o que o professor espera dele. No entanto, é importante ressaltar que o meio *adidático* não significa um meio “não didático”, pois há uma forte intenção de provocar aprendizagens e o papel do professor é central na preparação de um meio que seja desafiador e que tenha elementos suficientes, a ponto de permitir a construção, pelos alunos, dos conhecimentos em foco.

3.2 Contrato Didático

Outro conceito fundamental na TSD é o de *Contrato Didático*. O Contrato Didático pode ser entendido como sendo um sistema de responsabilidades recíprocas – predominantemente implícitas – entre o professor e o aluno em uma situação didática, na qual existe um conhecimento matemático visado.

O contrato didático é a regra do jogo e a estratégia da situação didática. É o meio que o professor tem de a colocar em cena. Mas a evolução da situação modifica o contrato, que permite então a obtenção de situações novas. Da mesma maneira, o conhecimento é aquilo que se exprime através das regras da situação a-didática⁴ e através das estratégias. A evolução destas estratégias exige produções de conhecimentos que, por sua vez, permitem a concepção de novas situações a-didáticas (BROUSSEAU, 1996, p. 50).

Na citação acima, Brousseau (1996) comenta sobre a modificação do contrato didático, ou seja, apesar do uso do termo “contrato”, o teórico destaca a necessidade de ruptura do contrato didático nas situações didáticas, sendo, inclusive, o que leva o aluno a evolução dos conhecimentos. Na citação a seguir, Brousseau (1996) explica mais detalhadamente como ocorre e a necessidade dessa ruptura, tanto pelo lado do aluno quanto pelo lado do professor:

Em particular, as cláusulas de ruptura e o enquadramento do contrato não podem ser descritos antecipadamente. O conhecimento será precisamente aquilo que resolverá as crises resultantes dessas rupturas, que não podem ser pré-definidas. Contudo, no momento em que se dão, tudo se passa como se um contrato implícito ligasse o professor ao aluno: surpresa do aluno que não sabe resolver o problema e que insurge contra o facto de o professor não tê-lo sabido torna-lo capaz de o fazer, surpresa do professor que considerava razoavelmente suficientes as suas prestações... revolta, negociação, procura

⁴ Mesmo que *adidática*.

de um novo contrato, que depende do novo “estado”, dos saberes... adquiridos e visados.

O conceito teórico em didática não é, pois, o contrato (o contrato adequado, desadequado, verdadeiro ou falso), mas o *processo de busca de um contrato hipotético* (BROUSSEAU, 1996, p. 52-53).

Com a noção de contrato didático pode-se evidenciar que existem expectativas do professor em relação aos alunos e dos alunos em relação ao professor, com respeito aos conhecimentos em jogo numa situação didática, mesmo se essas expectativas em geral não são explícitas. Quando um dos parceiros age em desacordo com o que se espera dele, há ruptura de algo que funciona como se fosse um contrato que rege as relações entre professores e alunos e determina certa divisão de responsabilidades entre eles. A dinâmica dos saberes veiculados na sala de aula faz com que a evolução dos conhecimentos modifique a divisão de responsabilidades e as expectativas recíprocas entre professor e alunos. O foco central não é avaliar se um contrato é “bom” ou “ruim”, mas evidenciar o processo de busca contínua de negociação de contratos hipotéticos condizentes com o estado de conhecimento.

3.3 Processo de Devolução

Brousseau (2008) parte de duas declarações para apresentar formalmente mais um conceito da teoria de fundamental importância na presente pesquisa, que é o conceito de *devolução*. Seguem as declarações:

1. O ensino tem por objetivo principal o funcionamento do conhecimento como produção livre do aluno em suas relações com um meio *adidático*.
2. O aluno adquire conhecimentos por meio de diversas formas de adaptação às restrições de seu entorno.

A partir das declarações acima, Brousseau (2008) conceitua o processo de devolução da seguinte maneira: “a *devolução* é o ato pelo qual o professor faz com que o aluno aceite a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (*adidática*) ou de um problema e assumam ele mesmo as consequências dessa transferência” (BROUSSEAU, 2008, p. 91).

Discutindo um pouco sobre o que foi dito pelo teórico na citação anterior, pode ser concluído que, para que o processo de devolução seja efetivado de fato, é necessário que esse processo possibilite a presença do caráter *adidático* da situação de aprendizagem, fazendo com que, deste modo, o aluno seja o total responsável pela situação. Segue outra importante citação de Brousseau (1996) sobre o processo de devolução:

Sabemos que o único meio de “fazer” matemática é procurar e resolver determinados problemas específicos e, a este propósito, colocar novas questões. O professor tem, pois, de efectuar⁵, não a comunicação de um conhecimento, mas a devolução do problema adequado. Se esta devolução se opera, o aluno entra no jogo e, se ele acaba por ganhar, a aprendizagem teve lugar (BROUSSEAU, 1996, p. 51).

A citação do teórico, acima, mostra a importância dada à devolução no processo de aprendizagem, no qual está fortemente atrelado o carácter adidático das situações e o contrato didático entre o professor e o aluno.

3.4 As Interações e a classificação das Situações Didáticas

Na Teoria das Situações Didáticas, o termo *Interação* é utilizado para expressar a relação existente entre um aluno e o meio. Para Brousseau (1996), as interações podem ser classificadas em, pelo menos, três grandes categorias:

1. Trocas de informação não codificadas ou sem linguagem: as ações e as decisões que agem diretamente sobre o outro protagonista.
2. Trocas de informação codificadas numa linguagem (as mensagens);
3. Trocas de juízo ou opinião (sentenças referentes a um conjunto de enunciados que exercem o papel de teoria).

Um aspecto importante colocado por Brousseau (1996) a respeito das categorias acima é que, apesar de ser feita uma classificação das interações, todas as categorias se imbricam: “Estas categorias são estritamente encaixadas umas nas outras, porque uma troca de juízo é uma troca de informações particulares, e esta é um tipo particular de acção⁶ e de decisão” (Brousseau, 1996, p. 95).

Seguindo a ordem das categorias postas anteriormente, será apresentado resumidamente o significado de cada uma:

- Existem interacções⁷ em que o jogador exprime as suas escolhas e as suas decisões sem qualquer codificação linguística, através de acções sobre o meio. Assimilaremos a esta classe de acções aquelas onde surgem mensagens com uma codificação tão fácil relativamente a acção, que não desempenha qualquer papel no jogo.

⁵ Mesmo que “efetuar”. Livro fonte escrito em Português de Portugal.

⁶ Mesmo que *ação*. Livro fonte escrito em Português de Portugal.

⁷ Mesmo que *interações*. Livro fonte escrito em Português de Portugal.

- Da mesma maneira, há interações em que o jogador age emitindo uma mensagem para o meio antagonista, sem que esta mensagem signifique a intenção de emitir um juízo. Nesta categoria não se encontram incluídos apenas as ordens, as questões, etc., mas também todas as comunicações de informações.
- Por fim, existem interações tais, que as mensagens trocadas com o meio são asserções, teoremas, demonstrações emitidas e recebidas como tais. A diferença entre uma informação e uma afirmação de validade é suficientemente clara e importante em matemática para que seja inútil insistir nela aqui (BROUSSEAU, 1996, p. 95-96).

Esses três tipos de produção esperados pelo aluno, por meio de sua relação com o meio, são base para a classificação das situações didáticas proposta por Brousseau (2008): situação de *ação*, situação de *formulação* e situação de *validação*, respectivamente. Cada um desses tipos de situações apresentados é regido, e ao mesmo tempo revelado, pelos próprios alunos. A seguir, serão mostradas algumas particularidades que caracterizam o que Brousseau (2008) chama de “esquemas”, para cada um destes tipos de situações.

3.4.1 *Esquema geral de uma situação de ação*

Como dito anteriormente, são os próprios sujeitos que, ao se depararem com o meio preparado pelo professor, revelam as características do tipo de situação que vivenciam. Essa revelação é feita por meio dos tipos de escolhas que os alunos realizam durante a interação. Numa situação de *ação*, os sujeitos inicialmente realizam escolhas quase que aleatórias, as quais são regidas basicamente por suas próprias motivações (BROUSSEAU, 2008, p. 28).

Ainda em uma situação de ação, os sujeitos conseguem perceber que suas escolhas podem influenciar no seu desempenho perante o problema, por meio de certas regularidades fornecidas pela sua interação com o meio. Brousseau apresenta essa característica das situações de ação e sua importância para a aquisição de novos conhecimentos:

Se o meio reage com certa regularidade, o sujeito pode relacionar algumas informações às suas decisões (*feed-back*), antecipar suas respostas e considerá-las em suas futuras decisões. Os conhecimentos permitem produzir e mudar essas “antecipações”. A aprendizagem é o processo em que os conhecimentos são modificados (BROUSSEAU, 2008, p. 28).

Voltando a falar das revelações apresentadas pelos sujeitos das características dos tipos de situação, Brousseau (2008) comenta sobre a maneira com que tais revelações são feitas no esquema de ação. Basicamente, os alunos revelam que vivenciam situações de ação

por meio de táticas (ou procedimentos) ou declarações a respeito do que estão pensando. No entanto, o teórico enfatiza que esses elementos representam apenas projeções do que os alunos estão mobilizando de fato, em que se torna visível um modelo de ação fundamentalmente implícito (BROUSSEAU, 2008, p. 28).

3.4.2 Esquema de uma situação de formulação

Em uma situação de *formulação*, os alunos realizam interações razoavelmente mais elaboradas, as quais são caracterizadas pelo uso da linguagem. Segue uma citação em que Brousseau (2008) detalha o que acabou de ser dito:

A formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema linguístico). O *meio* que exigirá do sujeito o uso de uma formulação deve, então, envolver (efetivamente ou de maneira fictícia) um outro sujeito, a quem o primeiro deverá comunicar uma informação (BROUSSEAU, 2008, p. 29).

Na citação anterior, Brousseau (2008) apresenta também a necessidade de envolvimento de outro sujeito, seja real ou fictício, para que a linguagem se mostre, de fato, essencial na situação. Em uma situação de *formulação*, os alunos se veem estimulados a modificar a linguagem que utilizam habitualmente para que possam comunicar as informações necessárias.

3.4.3 Esquema de uma situação de validação

Assim como uma situação de formulação traz uma evolução nas interações em relação às situações de ação, na situação de *validação* os alunos revelam características muito elaboradas em suas interações. Neste caso, a linguagem utilizada pelos alunos é organizada por enunciados e teoremas.

O emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações necessárias para lidar com a questão. Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, mas entram em conflitos quando há dúvidas. Juntos encarregam-se das relações formuladas entre um meio e um conhecimento relativo a ele. Cada qual pode posicionar-se em relação a um enunciado e, havendo desacordo, pedir uma demonstração ou exigir que o outro aplique suas declarações na interação com o meio (BROUSSEAU, 2008, p.30).

Algo ressaltado pelo teórico e que ajuda a compor o que foi dito na citação anterior é o fato de que, em uma situação de validação, o aluno não mais se deixa convencer por meras intimidações, autoridade, etc. A validade é comunicada por meio de um sistema determinado, respeitado pelos alunos.

3.4.4 *Necessidade de institucionalização das situações*

Inicialmente não caracterizada por Brousseau (1996), devido a ele acreditar que as situações de ação, formulação e validação já contemplassem todos os tipos de situações, a *institucionalização* recebeu o devido olhar por conta da necessidade que se percebia dos professores em se retomar um conteúdo já visto. Neste tipo de situação os alunos assumem o significado socialmente estabelecido de um saber que foi elaborado por eles mesmos, em situações de *ação, formulação e validação*.

No passado, acreditávamos que, ao considerarmos as situações de ação, formulação e validação, dispúnhamos já de todos os tipos possíveis de situação. Tínhamos situações de aprendizagem – no sentido dos psicólogos – e se poderia pensar que havíamos reduzido o ensino a sucessões de aprendizagem. (...) Demoramos a perceber que os professores realmente eram obrigados a “fazer alguma coisa”: tinham de dar conta da produção dos alunos, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão; conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos alunos e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identifica-lo; aproximar as produções dos conhecimentos das outras criações (culturais ou do programa) e indicar quais poderiam ser reutilizadas (BROUSSEAU, 2008, p. 31).

Essa necessidade, tardiamente percebida por Brousseau (2008), de retomar o foco a determinados conhecimentos mobilizados nas situações de ação, formulação e validação é o que dará ao conhecimento visado o *status* de saber. A diferenciação entre conhecimento e saber feita por Brousseau e Centeño (1991) será apresentada a seguir:

Os conhecimentos são meios transmissíveis (por imitação, iniciação, comunicação etc.), ainda que não necessariamente demonstráveis, de controlar uma situação e obter dela um resultado determinado, de acordo com uma expectativa e uma exigência social. O saber é o produto cultural de uma instituição que tem como objetivo identificar, analisar e organizar os

conhecimentos, a fim de facilitar a sua comunicação (BROUSSEAU & CENTEÑO, 1991, apud BROUSSEAU, 2008, p. 31-32)⁸.

Brousseau (2008) afirma que a ordem das situações de ação, formulação, validação e institucionalização representa uma maneira razoável para a construção de saberes pelos alunos. No entanto, o teórico deixa bastante claro que, apesar de ir de encontro à ordem em que os saberes são primeiro reorganizados em discursos e só depois “aplicados” a situações pessoais e transformados em decisões, não existe uma lei geral que qualifique ou desqualifique nenhum desses processos, sendo, deste modo, necessária uma análise das propriedades de cada um destes processos (BROUSSEAU, 2008, p. 33).

3.5 Objetivos da pesquisa

3.5.1 Geral:

- Investigar a contribuição do jogo *Mankala Colhe Três* para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental.

3.5.2 Específicos:

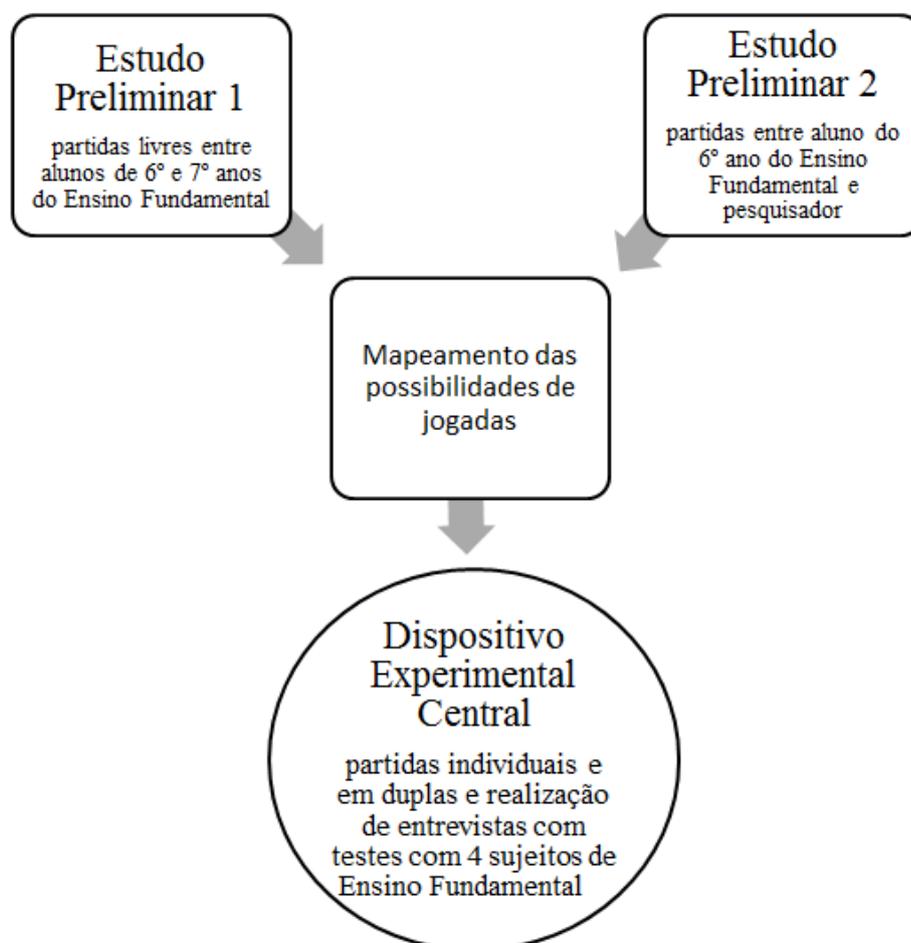
- Analisar a vivência do *Mankala Colhe Três* por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental sob a ótica da dimensão lúdica do jogo e do desenvolvimento de atitudes;
- Identificar os conhecimentos matemáticos mobilizados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em situações envolvendo o jogo *Mankala Colhe Três*;
- Analisar interações de alunos de 6º ano do Ensino Fundamental com o jogo *Mankala Colhe Três* do ponto de vista do caráter adidático das situações e do desenvolvimento de estratégias.

⁸ BROUSSEAU, G.; CENTEÑO, J. Rôle de la mémoire didactique de l'enseignant. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, 1991. In BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino**. Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008 p. 31-32).

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Os procedimentos metodológicos da pesquisa tiveram como base a vivência de momentos práticos entre alunos do 6º ano do Ensino Fundamental e o jogo *Mankala Colhe Três*. Antes que fosse preparado o Dispositivo Experimental Central da pesquisa, foram realizados dois *Estudos Preliminares* e um mapeamento parcial das possibilidades de jogadas do *Mankala Colhe Três*. Cada um dos Estudos Preliminares foi filmado, transcrito e analisado. A análise dos Estudos Preliminares e do mapeamento do jogo serviu de subsídio para a elaboração do Dispositivo Experimental Central da pesquisa. A estrutura dos procedimentos metodológicos da pesquisa pode ser observada no esquema a seguir:

Figura 12 – Esquema dos procedimentos metodológicos da pesquisa



Fonte: elaborada pelo autor

O primeiro Estudo Preliminar foi realizado com três alunos do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental, sendo que outros alunos dividiam o mesmo ambiente da experimentação,

assistindo as partidas. Foram filmadas duas partidas em que os alunos jogavam o *Mankala Colhe Três* um contra um: na primeira partida participaram dois alunos do 6º ano do Ensino Fundamental; já a segunda partida foi realizada pela aluna que havia vencido a partida anterior e por um aluno do 7º ano que estava como espectador. Antes do início da partida, foram apresentadas as regras do *Mankala Colhe Três* e dados alguns exemplos de jogadas. No entanto, mesmo após a partida ter sido iniciada, o pesquisador reforçava as regras do jogo quando percebia alguma dificuldade dos alunos ou quando era questionado por eles.

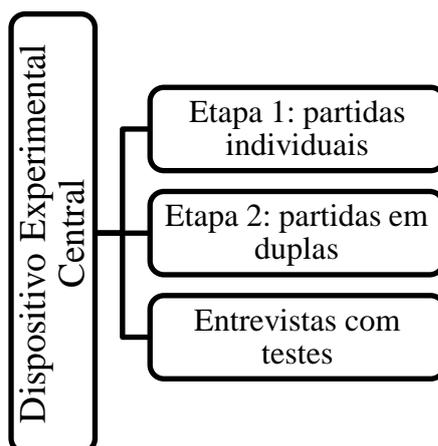
O segundo Estudo Preliminar foi feito de modo semelhante ao primeiro, no entanto, desta vez, ao invés de os alunos jogarem entre si, as partidas com o *Mankala Colhe Três* foram jogadas aluno *versus* pesquisador. Essa opção foi tomada para que o pesquisador pudesse, durante as partidas, provocar o confronto do aluno com situações diversificadas do jogo. Dessa forma, a cada momento, o pesquisador tinha tanto o papel de fazer uma jogada que colocasse o aluno a perceber e refletir as diferentes possibilidades do jogo quanto o de fazer alguns comentários sobre as jogadas feitas por ambos os jogadores (SANTOS, 2013a). Apenas um aluno (6º ano do Ensino Fundamental) participou dessa experimentação, jogando duas partidas.

As partidas realizadas nos Estudos Preliminares foram transcritas e analisadas. Após as análises dos dois Estudos Preliminares, foram percebidos alguns elementos importantes a respeito da preparação das situações envolvendo o *Mankala Colhe Três*, que ajudaram na elaboração do Dispositivo Experimental Central da pesquisa.

Visando favorecer a análise das jogadas utilizadas pelos sujeitos durante a realização do Dispositivo Experimental Central e também buscando novos elementos que ajudariam a elaborar definitivamente este dispositivo, buscou-se uma maneira de mapear todas as possibilidades de jogadas no *Mankala Colhe Três*. Após diversas tentativas de encontrar uma maneira eficiente e viável de mapeamento do jogo, foi elaborado um mapeamento parcial das jogadas possíveis a partir da configuração inicial do tabuleiro.

O Dispositivo Experimental Central foi realizado em uma escola da rede privada de ensino, na cidade do Recife-PE. Participaram da pesquisa quatro sujeitos, nomeados por: “A”, “B”, “C” e “D”, que foram sorteados dentre os alunos da única turma de 6º ano do Ensino Fundamental da escola. A experimentação foi dividida em três etapas e foi feita, basicamente, em torno de uma sequência de partidas de *Mankala Colhe Três* e de uma Entrevista. As etapas foram organizadas da seguinte maneira:

Figura 13 – Etapas do Dispositivo Experimental Central



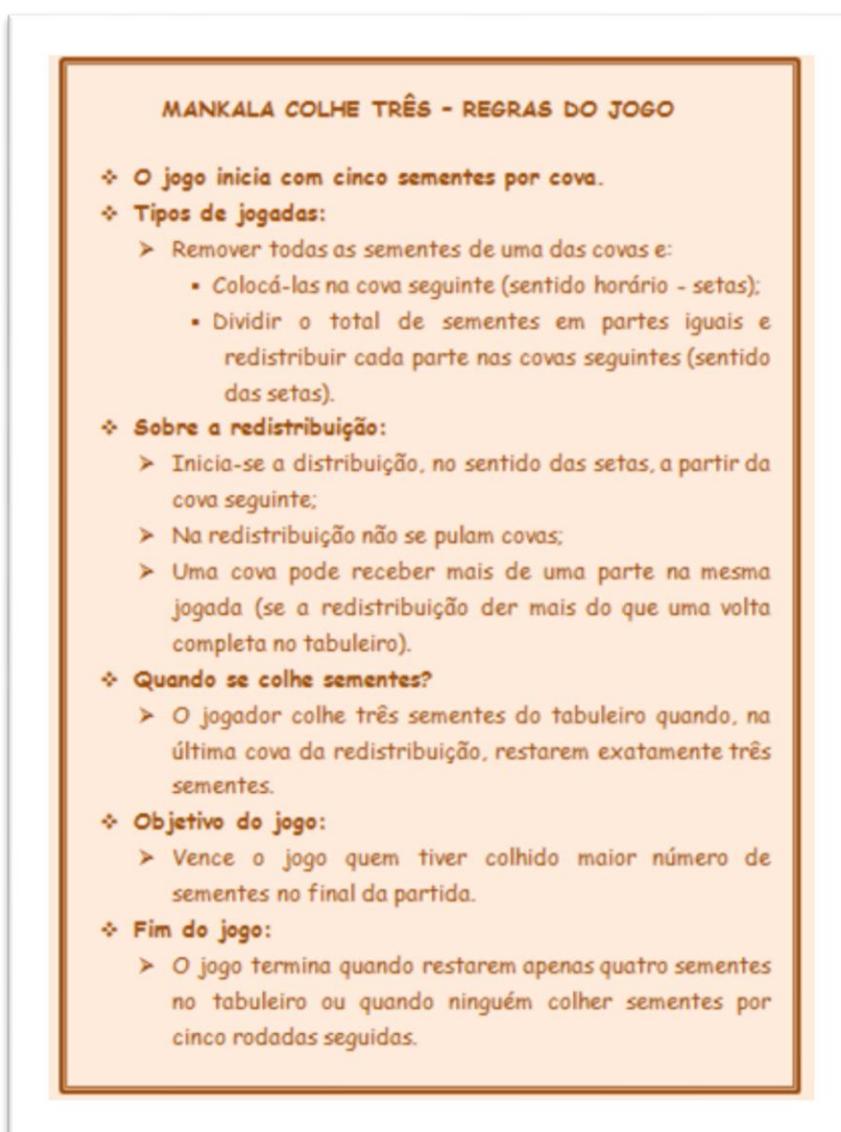
Fonte: elaborada pelo autor

- Etapa 1 – *Partidas individuais* (50 minutos)
 1. Sorteio de quatro sujeitos de 6º ano para a participação na pesquisa.
 2. Sorteio, entre os quatro sujeitos, para a determinação de dois pares de oponentes.
 3. Apresentação do *Mankala Colhe Três* (instruções do jogo).
 4. Partidas: Sujeito “A” *versus* Sujeito “B”; Sujeito “C” *versus* Sujeito “D” (em dois tabuleiros, simultaneamente).
- Etapa 2 – *Partidas em duplas* (50 minutos)
 1. Sorteio, entre os quatro sujeitos, para a determinação de dois pares de oponentes.
 2. Retomada das instruções do *Mankala Colhe Três*.
 3. Partidas: Sujeito 1 *versus* Sujeito 2; Sujeito 3 *versus* Sujeito 4 (em dois tabuleiros, simultaneamente).
 4. Sorteio, entre os quatro sujeitos, para determinar duas duplas.
 5. Partidas: Dupla 1 *versus* Dupla 2.
- Etapa 3 – *Entrevista* (30 minutos por sujeito)
 1. Apresentação do teste a cada sujeito.
 2. Resolução do teste pelos sujeitos individualmente.
 3. Esclarecimentos, quando necessário, sobre as respostas dadas pelos sujeitos.

O intervalo entre as duas etapas iniciais foi de uma semana e entre as duas últimas de duas semanas. Todas as partidas das Etapas 1 e 2 foram filmadas e transcritas, para que permitisse uma análise mais consistente e detalhada da experimentação.

Na primeira etapa, no momento da apresentação do *Mankala Colhe Três* aos sujeitos, foram fornecidas as instruções do jogo por meio de uma ficha de regras, contendo as seguintes informações:

Figura 14 – Ficha de regras do jogo Mankala Colhe Três



Fonte: elaborada pelo autor

Também foi fornecida uma figura com várias imagens de tabuleiros de *Mankala Colhe Três*, produzidos com material de sucata e baixo custo, para que os sujeitos pudessem

conhecer mais sobre a produção do *Mankala Colhe Três* e que pudessem, também, confeccionar seus próprios tabuleiros do jogo⁹.

Além dos materiais fornecidos aos alunos no início da Etapa 1, foram apresentadas, oralmente, outras duas informações:

1. O *Mankala Colhe Três* pode ser jogado por 2 a 4 pessoas, mas sempre iremos jogar por dois oponentes, que serão individuais ou duplas.
2. Os jogadores decidem quem iniciará a partida.

Após uma breve análise das duas etapas da experimentação, percebeu-se que os resultados da pesquisa poderiam ser mais evidenciados por meio de uma terceira e última etapa, em que os sujeitos que participaram da pesquisa seriam entrevistados e colocados a responder algumas indagações a respeito do *Mankala Colhe Três*.

Sendo assim, propôs-se a realização de um teste/entrevista aos sujeitos que participaram das duas primeiras etapas da experimentação, com quatro tipos de situações:

- 1 Proposta de realização de jogadas favoráveis.
- 2 Argumentação a respeito de escolhas de jogadas feitas por sua dupla (“P” fará o papel da dupla).
- 3 Mapeamento das possibilidades de jogadas a partir de uma determinada configuração do tabuleiro.
- 4 Argumentação a respeito dos conhecimentos matemáticos que acreditam que foram explorados durante as situações de jogo.

Os sujeitos foram entrevistados individualmente e cada um deles teve um mesmo modelo de teste (ver Apêndice A). Vale ressaltar que, como nas atividades do teste estão presentes representações diferentes do jogo *Mankala Colhe Três*, no início de cada entrevista o pesquisador apresentou aos sujeitos o significado dessas representações do tabuleiro. Durante toda a entrevista, além do teste, os sujeitos tinham disponíveis um tabuleiro de *Mankala Colhe Três*, sementes do jogo, canetas, lápis, borracha e folhas de papel, que poderiam ser utilizadas em qualquer momento da entrevista. Visando evitar a perda de alguma informação importante a respeito das entrevistas, todas elas foram filmadas e gravadas em áudio. Contrariamente às etapas anteriores, as entrevistas não foram transcritas. O rastro escrito nos testes pelos sujeitos foi o foco da análise. A filmagem e a gravação em áudio da Etapa 3 só foram utilizadas para complementar informações, quando necessário.

⁹ Figura 4: imagens de tabuleiros de *Mankala Colhe Três* confeccionados a partir de sucata (p. 22).

5 RESULTADOS DOS ESTUDOS PRELIMINARES E IMPLICAÇÕES SOBRE O DISPOSITIVO EXPERIMENTAL CENTRAL

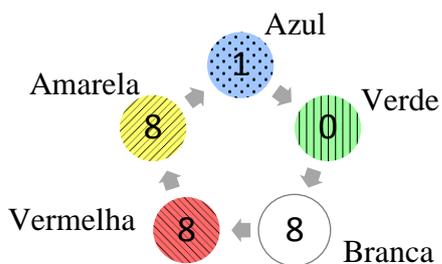
Como dito anteriormente, o primeiro Estudo Preliminar aconteceu em torno de duas partidas com o *Mankala Colhe Três*, em que participaram três alunos: dois do 6º ano do Ensino Fundamental e um do 7º ano do Ensino Fundamental.

Após uma breve análise das filmagens, decidiu-se transcrever a segunda partida, realizada pela aluna que havia vencido a anterior e pelo aluno do 7º ano que estava como espectador da primeira partida. Essa partida foi escolhida para ser transcrita pelo fato de ser realizada por alunos que já apresentavam um pouco mais de apropriação das regras do jogo, o que fez com que argumentassem mais a respeito de suas estratégias de jogadas do que propriamente em relação às regras do jogo. A transcrição da filmagem permitiu obter mais detalhadamente as informações fornecidas pelos sujeitos, incluindo as suas jogadas e comentários. Outro fator importante para a escolha de se transcrever a segunda partida deste primeiro Estudo Preliminar foi o fato de ela terminar empatada. O empate em partidas de *Mankala Colhe Três* com dois oponentes é bastante atípico, pois só ocorre se ambos tiverem colhido a mesma quantidade de sementes no decorrer da partida e se passarem mais de cinco rodadas seguidas sem que ninguém colha sementes.

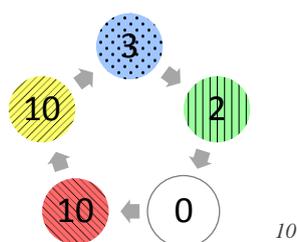
Um resultado interessante do primeiro Estudo Preliminar, percebido logo após o experimento, foi o fato de que os alunos encontravam certa resistência em escolher uma jogada que, associada às noções de divisores, mostrava que o número 1 pode ser considerado como divisor, o que é muito curioso, já que o número 1 é divisor de qualquer outro. Uma hipótese levantada para justificar este fato é a de que, em situações práticas, a ideia de divisor está muito ligada a um número que reparte outro em partes menores, o que não acontece no caso de o divisor ser o 1 (SANTOS, 2013b).

Percebeu-se também que, durante as partidas, havia momentos de exploração e apropriação das características do jogo, em que os alunos se questionavam sobre as regras do *Mankala Colhe Três*, tipos de jogada possíveis, etc. Esse momento de apropriação das regras do jogo geralmente se atrelava a um desenvolvimento e evolução de estratégias que os sujeitos mobilizavam nas partidas.

Segue um trecho da transcrição de uma partida do primeiro Estudo Preliminar, em que “P” representa o pesquisador e “G” um dos sujeitos participantes do estudo preliminar:



16. “G” remove as sementes da cova branca...
17. (P) Tem quantas aí?
18. (G) Oito.
19. “G” distribui as oito sementes duas a duas, resultando em:

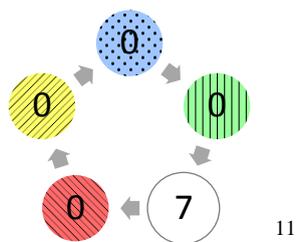


20. (P) Muito bem. Por que tu decidiu fazer isso?
21. (G) Bom, eu tinha esquecido agora de uma regra que... tinha que começar do branco, aí ia dar certo.
22. (P) Ah... Tu pensou que ia cair aqui e tu ia ficar com as três, né?
23. “P” aponta para a cova azul.
24. (G) Foi, aí eu me confundi.
25. (P) Não, normal.

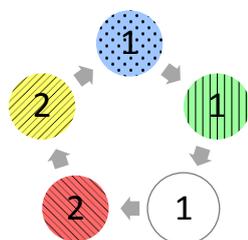
Esse trecho mostra que a aluna “G” ainda está em um processo de exploração e apropriação das regras do jogo, em relação à maneira de distribuir as sementes no tabuleiro. Ao mesmo tempo, percebe-se que “G” utilizou uma estratégia interessante e que resultaria na colheita de sementes, se não fosse o equívoco na distribuição: começar a redistribuição da própria cova em que removeu as sementes. De fato, se a redistribuição de duas em duas sementes feita por “G” pudesse ser iniciada a partir da cova branca, ela conseguiria colher sementes na cova azul.

Ainda na mesma partida percebe-se uma situação bem diferenciada: os alunos decidem que na partida será dado o empate, mesmo antes do fim do jogo. A configuração do tabuleiro, neste instante, era a seguinte:

¹⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas das representações dessa página são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.



Os alunos entenderam que, como o número de sementes na cova branca era sete, só existiam dois tipos de jogadas: redistribuir as sete sementes, uma a uma, a partir da cova vermelha ou remover as sementes da cova branca e as colocar na cova vermelha. Partindo disso, os alunos compreenderam que se fizessem o primeiro tipo de jogada (redistribuir as sementes uma a uma), possibilitariam a vitória do adversário, pois resultaria na seguinte configuração:



Partindo da configuração acima, existiriam duas maneiras de colher sementes e, conseqüentemente, encerrar a partida: remover a semente da cova branca e a colocar na cova vermelha ou remover as sementes da cova amarela e as colocar na cova azul.

Partindo dessa análise de jogadas feita pelos alunos, eles concluíram que a única jogada segura a se fazer era a de remover todas as sementes da cova branca e as colocar na cova vermelha. Seguindo a mesma lógica, o adversário faria a mesma opção de jogada (colher as sete e as colocar na cova seguinte), e assim sucessivamente. Como o número de sementes colhidas pelos jogadores até então era o mesmo, eles decretaram o empate.

Como citado no capítulo “Procedimentos Metodológicos”, o segundo Estudo Preliminar se caracterizou pela realização de duas partidas de *Mankala Colhe Três* entre um aluno do 6º ano do Ensino Fundamental e o pesquisador. Estas partidas foram filmadas, transcritas e analisadas.

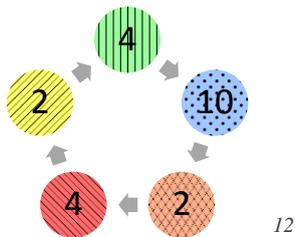
Entre outros fatores, a análise do segundo Estudo Preliminar permitiu identificar possíveis entraves na explanação das instruções do jogo. Logo no início da primeira partida,

¹¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.

após as instruções do jogo, o aluno não aparentava usar estratégias que poderiam aproximá-lo a jogadas favoráveis, mas apenas a explorar o jogo: suas regras e tipos de jogada. Vale ressaltar que durante, praticamente, toda a partida, se via presente esse processo de apropriação das regras do jogo.

Ainda em relação a essa exploração do jogo, surgiu com frequência o seguinte tipo de jogada:

128.



129.(A) Eu vou pegar...

130. “A” se mostra pensativo.

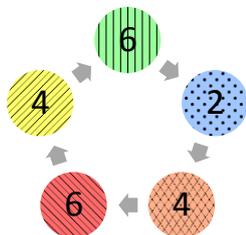
131.(A) Eu vou pegar essas dez daqui e botar duas em cada uma.

132. “A” escolhe a cova azul, mas inicia sua distribuição pela própria cova azul.

133.(P) Opa, a partir da próxima, visse?

134.(A) Ah... Duas em cada um.

135. “A” retira as sementes da cova azul e as redistribui duas a duas, resultando em:



Neste recorte da transcrição do segundo Estudo Preliminar, o aluno “A” escolhe um tipo de jogada (colher 10 sementes da cova azul e redistribuí-las duas a duas), mas inicia a distribuição da cova errada. Ao ser lembrado pelo pesquisador (“P”) que deve iniciar a redistribuição pela outra cova, o sujeito reinicia a distribuição, mas continua optando pelo mesmo tipo de jogada: redistribuir as 10 sementes duas a duas. Esse fato mostra que o aluno está em um processo de exploração e apropriação do jogo, e que ainda realiza estratégias de

¹² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, verde, azul, marrom, vermelha e amarela.

base, pois, para ele, não parece fazer diferença iniciar a redistribuição de covas diferentes, ou, pelo menos, não é objetivo dele buscar uma estratégia eficiente neste momento inicial de jogo.

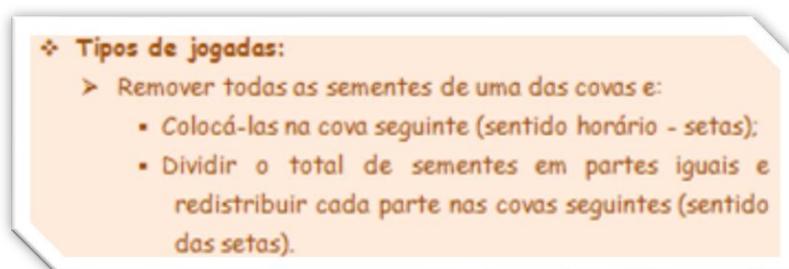
Um dos principais aspectos percebidos após as análises dos Estudos Preliminares foi a necessidade de se estruturar uma maneira de apresentar as instruções do jogo aos sujeitos da pesquisa. Percebeu-se que, pelo fato de o *Mankala Colhe Três* possuir muitas regras, o pesquisador tendia a apresentar as instruções de maneiras variadas. O que poderia influenciar na experimentação, pois, muitas vezes, o jogo acabava se tornando muito confuso para os alunos.

A fim de se evitar tais dificuldades, propôs-se uma estrutura única para a apresentação das regras do jogo no Dispositivo Experimental Central. Para essas instruções, foi proposta uma parte escrita e uma parte oral. O material escrito (ficha de regras) foi preparado visando duas finalidades principais: seguir a mesma ordem de informações para todas as experimentações e fornecer um material permanente aos sujeitos, permitindo que pudessem jogar o *Mankala Colhe Três* em outras ocasiões sem correr o risco de esquecer alguma regra, inclusive nos intervalos entre um momento e outro da experimentação.

Na Teoria das Situações Didáticas, esse momento de instrução das regras do jogo pelos sujeitos representa um momento crucial do processo de *devolução*, em que a responsabilidade da situação de aprendizagem é passada para o aluno e aceita por ele. A partir de então, o aluno assume as consequências dessa responsabilidade. Para que esse processo de *devolução* seja efetivamente alcançado, é indispensável a vivência de situações *adidáticas* pelos sujeitos, o que justifica a necessidade de permitir que o aluno tenha todos os elementos possíveis para a prática e exploração do *Mankala Colhe Três*, incluindo o material permanente fornecido na Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central.

Apesar de as regras do *Mankala Colhe Três* não terem sido modificadas, após os Estudos Preliminares, percebeu-se a necessidade de esclarecer um pouco mais as possibilidades de jogadas. Sendo assim, a ficha traz dois tipos de jogadas:

Figura 15 – Tipos de jogadas do Mankala Colhe Três



Fonte: elaborada pelo autor.

Essa maneira de apresentar os tipos de jogadas evita que o aluno pense que a jogada de remover todas as sementes de uma das covas e coloca-las na cova seguinte não faz parte do jogo. Se no primeiro Estudo Preliminar o jogo tivesse sido apresentado desta forma, talvez os resultados encontrados fossem outros.

Foi percebido também que, em muitos momentos dos Estudos Preliminares, o pesquisador se mostrava questionador aos sujeitos quanto as suas estratégias de jogada, o que, sem dúvida, comprometia a maior exploração do jogo pelos alunos. Essa presença constante do pesquisador durante os Estudos Preliminares fazia com que o caráter *adidático*, elemento essencial nas situações de aprendizagem, não fosse efetivamente conseguido.

Outro elemento importante que foi percebido após as análises dos Estudos Preliminares e que reforça a necessidade de maior exploração do jogo pelos sujeitos foi o fato de que, enquanto que, para o pesquisador, a experimentação representa uma etapa de coleta de informações de uma pesquisa científica, para os sujeitos, esta fase representa um momento descontraído, de diversão e competição. Isso deve ser respeitado, pois se o pesquisador interfere na partida constantemente para que satisfaça suas necessidades científicas, corre o risco de comprometer a parte lúdica do jogo, influenciando, inclusive, na construção dos conhecimentos suscetíveis de serem explorados pelos alunos por meio do jogo.

A escolha de propor uma sequência em que os alunos jogam inicialmente um contra um, para depois jogarem em duplas foi feita de modo a favorecer o surgimento de características das situações didáticas (*ação, formulação e validação*). Inicialmente, os alunos jogaram de uma maneira muito mais exploratória. Tomamos como hipóteses a serem verificadas pela experimentação, que no primeiro momento (jogos entre dois adversários) haveria predomínio de situações de ação e que a segunda etapa favorecia a vivência de situações de formulação e validação. Consideramos que na primeira etapa os sujeitos estão em processo de apropriação do funcionamento do jogo e, ao mesmo tempo, devem evoluir de jogadas arbitrárias para a elaboração de estratégias que aumentem as chances de ganhar o

jogo (por meio da mobilização de conhecimentos matemáticos). Quando os alunos forem jogar em dupla, já devem ter um domínio razoável das regras do jogo e de possíveis estratégias de jogadas. Como os componentes da dupla devem se convencer mutuamente da jogada mais pertinente, haverá necessidade de construir uma argumentação. Por isso, pensamos que a explicitação das jogadas e a busca de convencimento do parceiro da dupla sobre a pertinência da estratégia proposta devem levar à vivência de situações de *formulação e validação*.

Buscou-se permitir que os sujeitos participassem das partidas em duplas já com um nível de apropriação do jogo razoável (sem problemas com as regras do jogo e possibilidades de jogadas). Por isso foi determinado que as duas primeiras etapas da experimentação acontecessem em dias distintos, pois os alunos estariam abertos a explorar ainda mais o jogo no intervalo entre um momento e outro da experimentação. Para favorecer essa exploração do jogo entre as etapas da experimentação, decidiu-se deixar na escola os tabuleiros do *Mankala Colhe Três* que seriam utilizados na Etapa 1 juntamente com fichas de regras. Vale lembrar que, na Etapa 1 do experimento, cada aluno receberia uma ficha de regras e um material com várias imagens de diferentes tabuleiros do *Mankala Colhe Três* para que pudessem levar para casa, permitindo a exploração e, inclusive, a fabricação do jogo.

Também pensando na busca de mais apropriação do jogo pelos sujeitos, antes das partidas em duplas, foi determinado que a Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central seria iniciada com uma retomada das instruções do jogo e a realização de mais algumas partidas com oponentes individuais, pois existia a possibilidade de os sujeitos não terem explorado o jogo durante o intervalo entre as duas primeiras etapas.

6 ANÁLISE A PRIORI DAS JOGADAS E CONFIGURAÇÕES

Como dito anteriormente, no capítulo “Procedimentos Metodológicos”, buscou-se elaborar um mapeamento das jogadas do *Mankala Colhe Três* com o objetivo de permitir uma visão mais panorâmica do jogo. Essa visão permitiria que fossem reconhecidos aspectos do *Mankala Colhe Três* como estratégias favoráveis, caminhos que podem levar à vitória, evolução de estratégias dos sujeitos, quantidade de jogadas possíveis, etc., o que certamente favoreceria a análise das jogadas utilizadas pelos sujeitos no Dispositivo Experimental Central e forneceria novos elementos que ajudariam a elaborar definitivamente este dispositivo.

Partindo dessa busca por um mapeamento eficaz do *Mankala Colhe Três*, buscou-se responder a seguinte questão:

1. Quais configurações do tabuleiro podem ser obtidas durante uma partida de *Mankala Colhe Três*?

Visando responder esse questionamento, buscou-se obter, inicialmente, uma estimativa da quantidade de configurações possíveis. Para isso, decidiu-se responder a seguinte pergunta:

2. De quantas maneiras podem ser distribuídas as sementes do *Mankala Colhe Três* nas cinco covas de seu tabuleiro?

É importante esclarecer que o segundo questionamento acima não fornece, necessariamente, a quantidade exata de configurações possíveis de ser obtidas no *Mankala Colhe Três*, pois pode existir um tipo de distribuição das sementes nas covas do tabuleiro que não seja possível obter durante uma partida, devido às regras de distribuição e colheita do *Mankala Colhe Três*.

No segundo questionamento, o valor que se busca encontrar como solução representa todas as maneiras de distribuir as sementes do jogo em cinco covas, que estão organizadas circularmente. Vale ressaltar que esse cálculo deve ser feito não só para 25 sementes (quantidade inicial), mas para todas as outras quantidades de sementes possíveis de serem obtidas durante o jogo: 22, 19, 16, 13, 10, 7 e 4 sementes¹³.

Para calcular a quantidade de possibilidades de distribuir as sementes do jogo nas cinco covas dispostas circularmente, utilizaram-se *Combinações Completas*. Para que

¹³ Tendo em vista que as sementes do tabuleiro são colhidas de três em três.

possamos compreender o uso das Combinações Completas no problema do *Mankala Colhe Três*, vejamos o seguinte caso:

De quantas formas posso distribuir sete sementes em cinco covas alinhadas? (1)

Para a resolução do problema (1), podemos imaginar que ele pode ser interpretado da seguinte forma:

Quantas soluções inteiras não negativas existem para a equação: $a + b + c + d + e = 7$ (2)

Em que as letras a , b , c , d e e representam as quantidades (inteiras não negativas) de sementes que cada cova (alinhada) irá conter. Uma possível solução para a equação (2) pode ser a seguinte:

$$2 + 1 + 1 + 0 + 3 = 7 \quad (3)$$

Em que $a = 2$, $b = 1$, $c = 1$, $d = 0$ e $e = 3$. Para encontrar o número total de soluções para a equação, podemos utilizar mais uma maneira de interpretar a situação, através do esquema bola-traço (CARVALHO, 2004, p. 49). Segue a representação da solução (3) por meio do esquema bola-traço:

$$2 + 1 + 1 + 0 + 3 \\ \bullet\bullet \mid \bullet \mid \bullet \mid \mid \bullet\bullet\bullet \quad (4)$$

Sendo assim, para formar uma distribuição possível de sete sementes em cinco covas alinhadas, basta arrumar, em fila, sete bolas e quatro traços. Cada bola representa uma semente e os quatro traços definem cinco regiões, que representam as covas. Portanto, podemos reduzir o problema (1) ao seguinte problema:

De quantas formas podemos arrumar em fila sete bolas e quatro traços? (5)

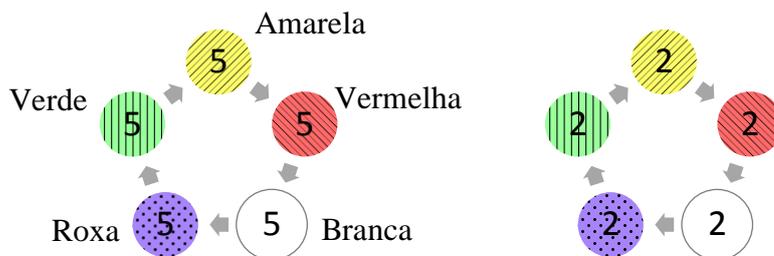
A resolução do problema (5) é relativamente simples, pois se trata de um problema de permutação com repetição, em que devemos permutar 11 objetos (sete bolas e quatro traços) levando em consideração que existem sete repetições do objeto “bola” e quatro repetições do objeto “traço”. Segue a solução:

$$P_{11}^{7,4} = \frac{11!}{7!4!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 330 \quad (6)$$

O valor encontrado na expressão (6) representa, portanto, a quantidade de possibilidades de se distribuir sete sementes em cinco covas alinhadas. No entanto, como no *Mankala Colhe Três* as covas estão organizadas circularmente, contamos cinco vezes cada configuração do tabuleiro. Portanto, é preciso dividir o valor encontrado no cálculo da permutação (6) por cinco:

$$\frac{P_{11}^{7,4}}{5} = \frac{330}{5} = 66 \quad (7)$$

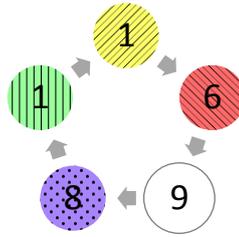
No exemplo acima, concluímos que, quando houver sete sementes no tabuleiro do *Mankala Colhe Três*, existem 66 maneiras de distribuir essas sementes nas cinco covas dispostas circularmente. Da mesma forma que fizemos o cálculo para sete sementes, foi feito o cálculo para 25, 22, 19, 16, 13, 10 e 4 sementes, resultando em um total de 11238 maneiras de distribuir as sementes do *Mankala Colhe Três* em seu tabuleiro. Vale ressaltar que, dentre todas as distribuições possíveis, existem dois casos especiais de distribuição das sementes do *Mankala Colhe Três* em que o fato de o tabuleiro ser circular não influencia em sua configuração. Seguem as configurações¹⁴:



Os dois casos especiais foram levados em consideração no cálculo das distribuições de sementes. A partir do resultado da quantidade de distribuições possíveis das sementes do *Mankala Colhe Três* (11238 maneiras), buscaram-se analisar quais configurações podem, de fato, ser encontradas por meio do jogo. Foi feito um mapeamento parcial do jogo, tendo em vista que a estimativa obtida da quantidade de configurações foi muito grande.

Este mapeamento possibilita, dentre outros elementos, perceber, a partir de uma determinada configuração do tabuleiro, quantas e quais são as jogadas que podem, ou não, gerar a colheita de três sementes do *Mankala Colhe Três*. Tomemos como exemplo de mapeamento das jogadas, a partir de uma determinada configuração do tabuleiro, uma das configurações presentes no teste da Etapa 3 do Dispositivo Experimental Central da pesquisa:

¹⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



15

A configuração acima pode ser representada pela seguinte expressão:

$$P_i = (1,1,6,9,8)$$

Em que P_i representa a posição ou configuração do tabuleiro e o primeiro número da sequência representa a quantidade de sementes da cova verde, o segundo a quantidade de sementes da cova amarela e assim sucessivamente, até o último número, que representa a quantidade de sementes presentes na cova roxa. Vale esclarecer que, como o *Mankala Colhe Três* é circular, a expressão citada anteriormente representa, na verdade, uma classe de configurações do tabuleiro:

$$(1,1,6,9,8) \equiv (1,6,9,8,1) \equiv (6,9,8,1,1) \equiv (9,8,1,1,6) \equiv (8,1,1,6,9)$$

O que acaba tornando desnecessária a associação entre a cor de cada cova da representação circular do tabuleiro e os valores presentes na outra representação (sequência de números), já que todas as configurações acima, por exemplo, são similares no jogo. Sendo assim, podemos mapear essa posição ou configuração do tabuleiro da seguinte maneira:

$$P_i = (1, 1, 6, 9, 8)$$

Segue o mapeamento das jogadas possíveis a partir da configuração P_i :

$$J_{i,1} = (\emptyset, \mathbf{2}, 6, 9, 8)^{16} \leftarrow \text{Remoção da semente da primeira cova para a cova seguinte.}$$

$$J_{i,2} = (1, \emptyset, \mathbf{7}, 9, 8) \leftarrow \text{Remoção da semente da segunda cova para a cova seguinte.}$$

$$J_{i,3} = (1, 1, \emptyset, \mathbf{15}, 8) \leftarrow \text{Remoção das sementes da terceira cova para a cova seguinte.}$$

$$J_{i,4} = (1, 1, \emptyset, 12, \mathbf{11}) \leftarrow \text{Remoção das sementes da terceira cova e redistribuição três a três.}$$

¹⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

¹⁶ O número marcado (tachado) representa a cova da qual foram removidas a(s) semente(s) para a realização da jogada. O número em negrito representa a última cova da redistribuição.

$J_{i,5} = (3, 1, \emptyset, 11, 10) \xrightarrow[\text{colheita}]{} (0, 1, 0, 11, 10) \leftarrow$ Remoção das sementes da terceira cova e redistribuição duas a duas (a implicação desta configuração representa a colheita de sementes, pois restaram exatamente três sementes na primeira cova, última da redistribuição).

$J_{i,6} = (2, 2, \pm, 11, 9) \leftarrow$ Remoção das sementes da terceira cova e redistribuição uma a uma.

$J_{i,7} = (1, 1, 6, \emptyset, 17) \leftarrow$ Remoção das sementes da quarta cova para a cova seguinte.

$J_{i,8} = (4, 4, 6, \emptyset, 11) \leftarrow$ Remoção das sementes da quarta cova e redistribuição três a três.

$J_{i,9} = (3, 3, 8, \pm, 10) \leftarrow$ Remoção das sementes da quarta cova e redistribuição uma a uma.

$J_{i,10} = (9, 1, 6, 9, \emptyset) \leftarrow$ Remoção das sementes da quinta cova para a cova seguinte.

$J_{i,11} = (5, 5, 6, 9, \emptyset) \leftarrow$ Remoção das sementes da quinta cova e redistribuição quatro a quatro.

$J_{i,12} = (3, 3, 8, 11, \emptyset) \leftarrow$ Remoção das sementes da quinta cova e redistribuição duas a duas.

$J_{i,13} = (3, 3, 8, 10, \pm) \leftarrow$ Remoção das sementes da quinta cova e redistribuição uma a uma.

Nessa notação, $J_{i,j}$ representa uma possibilidade de jogada feita a partir da posição P_i . Pode ser percebido que, de todas as jogadas possíveis a partir da configuração P_i , apenas uma resulta na colheita de sementes ($J_{i,5}$). O mapeamento parcial das jogadas foi feito a partir da configuração inicial do tabuleiro, com cinco sementes por cova.

Apesar de o mapeamento do jogo ter sido feito apenas parcialmente, ele fornece várias configurações importantes, pois todas são possíveis de ser obtidas durante uma partida de *Mankala Colhe Três*. O mapeamento parcial possui 175 configurações diferentes, em que todas elas são configurações do tabuleiro com 25 sementes. Só foram encontradas configurações com 25 sementes pelo fato da elaboração do mapeamento das jogadas ter partido da configuração inicial do tabuleiro.

Como dito anteriormente, além de servir como uma importante fonte para a análise das jogadas feitas pelos sujeitos durante o Dispositivo Experimental Central, o mapeamento parcial do jogo foi crucial para a elaboração deste dispositivo, principalmente da Etapa 3.

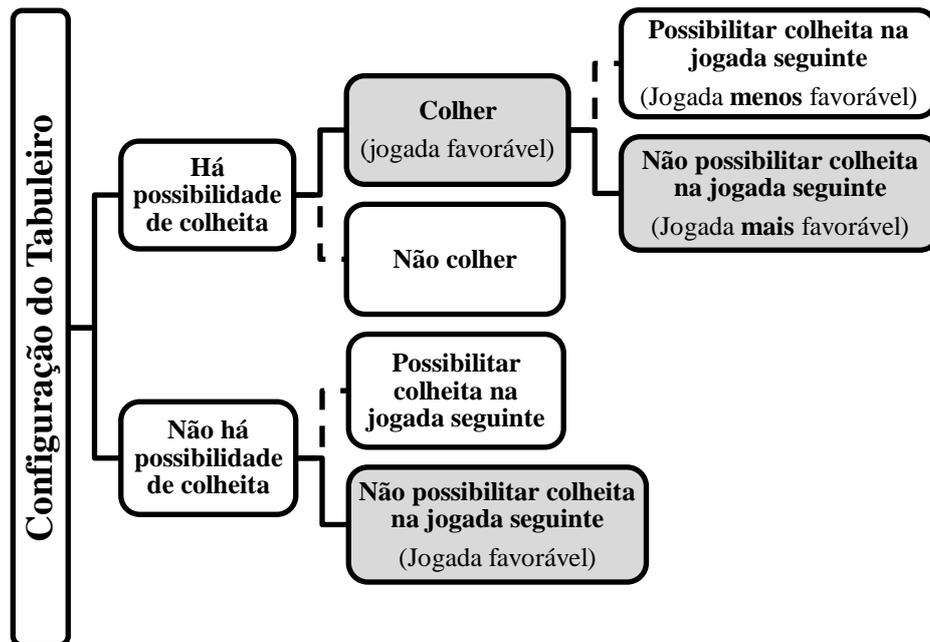
A Etapa 3 do Dispositivo Experimental Central, como foi citado nos Procedimentos Metodológicos, se caracteriza pela realização de uma entrevista que gira em torno de um teste. O teste tem como principal objetivo ser um instrumento de coleta que forneça mais claramente alguns dados a respeito da exploração e desenvolvimento de determinados conhecimentos matemáticos por meio de experiências com o jogo. Dados estes que, por ventura, não puderam ser coletados nas etapas anteriores.

O teste da Etapa 3 é composto por quatro questões, em que são exploradas várias situações diferentes em torno do *Mankala Colhe Três*. O teste apresenta algumas configurações do tabuleiro que foram retiradas do mapeamento parcial do jogo ou das transcrições das Etapas 1 e 2, ou seja, todas as configurações presentes no teste são possíveis de ser obtidas no jogo. Cada configuração foi escolhida com o objetivo de evidenciar os conhecimentos matemáticos que podem ser explorados por meio do *Mankala Colhe Três*.

A partir da escolha das configurações que estão presentes no teste da Etapa 3 do Dispositivo Experimental Central da pesquisa, foi feito um novo mapeamento de cada configuração presente no teste, para que pudesse ser feita uma análise mais consistente e organizada das respostas dos sujeitos (ver Apêndice B). Este mapeamento de cada configuração presente no teste permite que seja feita uma hierarquia das jogadas a partir de cada configuração.

O mapeamento parcial do *Mankala Colhe Três* mostrou que ele é um jogo muito aberto, em que cada configuração do tabuleiro gera muitas opções de jogada. Sendo assim, toda a análise que será feita das jogadas do *Mankala Colhe Três* se resume a uma análise local, em que são levadas em consideração as opções de jogada a partir de uma configuração presente no tabuleiro ou, no máximo, as opções de jogada a partir da antecipação de uma jogada. Sendo assim, o que caracteriza uma jogada ser hierarquicamente melhor do que outra, em primeiro plano, é o fato de existir a possibilidade de colher sementes na presente configuração. Se houver mais de uma opção de colher sementes, a melhor jogada é aquela em que se colhe sementes e não permite que o adversário colha na jogada seguinte. Se, por acaso, não houver possibilidade de colher sementes a partir de uma configuração dada do tabuleiro, uma jogada favorável é aquela em que, apesar de não colher sementes, não permite que o adversário colha na jogada seguinte. Segue um esquema que ajudará a compreender melhor a hierarquia entre as jogadas:

Figura 16 – Hierarquia de jogadas do Mankala Colhe Três



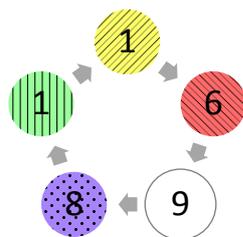
Fonte: elaborada pelo autor.

Serão apresentadas, a seguir, as justificativas de escolha de cada atividade do teste, incluindo as justificativas de escolha de cada configuração de tabuleiro.

Atividade 1 – Proposta de realização de jogadas favoráveis

As situações colocadas na primeira atividade do teste têm como principal objetivo perceber o nível de apropriação do jogo e de criação de estratégias favoráveis que os sujeitos desenvolveram pelas experiências com o jogo.

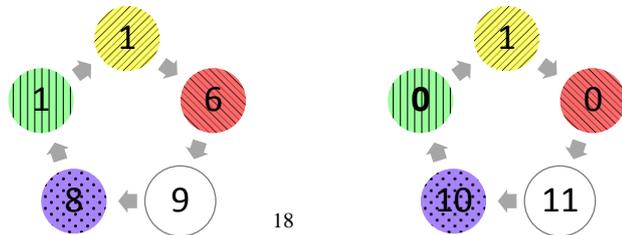
- Há apenas uma opção de colher sementes.



17

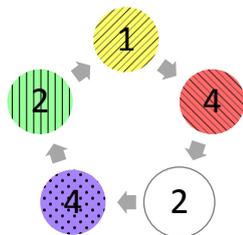
¹⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Como pudemos ver anteriormente (no exemplo de mapeamento de uma jogada), a configuração acima possibilita 13 tipos de jogadas. No entanto, apenas uma destas resulta na colheita de sementes, por meio da remoção das sementes da cova vermelha e da redistribuição das sementes de duas em duas:



Partindo do pressuposto de que os sujeitos caracterizam uma boa jogada quando se pode colher sementes, a jogada acima será considerada como a melhor de todas, já que é a única que permite colheita. Dentre as outras 12 opções de jogadas, apesar de nenhuma delas resultar em colheita de sementes há algumas mais favoráveis que outras. Quatro opções de jogadas não permitem que seu adversário colha sementes na jogada seguinte enquanto oito delas, além de não haver colheita, permitem que o adversário colha na jogada seguinte. Como dito anteriormente, o mapeamento das jogadas do teste ajudou a hierarquizar os tipos de jogadas, permitindo que fosse possível ter uma visão mais criteriosa das estratégias utilizadas pelos sujeitos nas jogadas realizadas e os conhecimentos matemáticos subjacentes a estas estratégias.

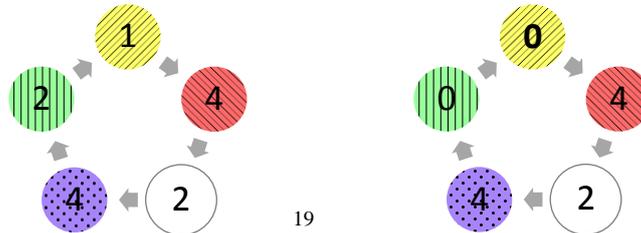
- Várias opções de colher sementes, em que apenas uma destas permite que o adversário também colha sementes na jogada seguinte.



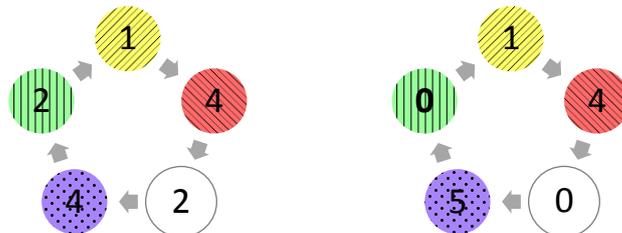
¹⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

A configuração acima permite 11 jogadas possíveis. Dentre estas opções, quatro resultam na colheita de sementes e em sete não se colhem sementes. Seguem as quatro jogadas que resultam em colheita de sementes:

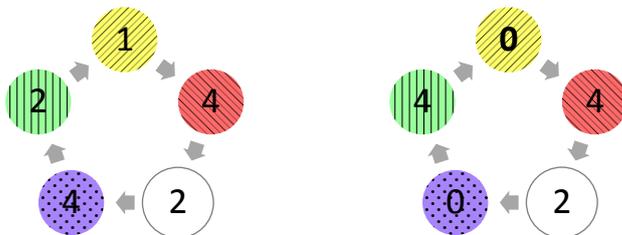
1. Remover as sementes da cova verde e as colocar na cova amarela:



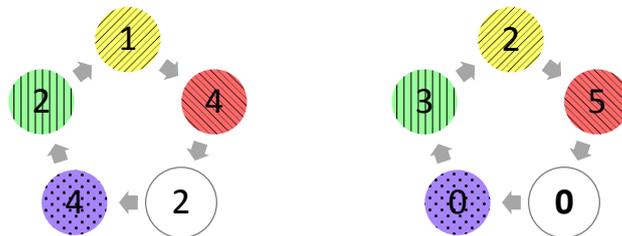
2. Remover as sementes da cova branca e as redistribuir de uma em uma:



3. Remover as sementes da cova roxa e as redistribuir de duas em duas:



4. Remover as sementes da cova roxa e as redistribuir de uma em uma:



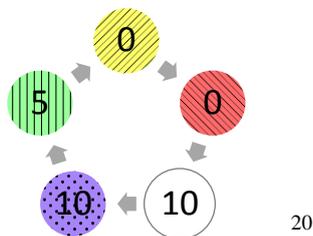
Entre as opções de jogadas que resultam na colheita de sementes, uma delas permite que o adversário colha sementes na jogada seguinte (remoção das sementes da cova verde e as colocando na cova amarela), já as outras três opções de jogadas em que se colhe sementes não permitem que o adversário colha na jogada seguinte. Sendo assim, mesmo em relação às jogadas “boas”, existe uma hierarquia, pois uma delas não é tão boa quanto as outras três. Já

¹⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

entre as sete jogadas “ruins”, que não resultam na colheita de sementes, no caso da configuração do tabuleiro dada, não há tanta diferença, pois todas elas permitem que o adversário colha sementes na jogada seguinte.

Essa configuração que permite várias opções de colheitas pode ser considerada pelos sujeitos como uma configuração fácil, já que a chance de colher sementes é muito grande. Porém, dependendo do nível de sofisticação das estratégias dos sujeitos, pode se tornar uma jogada de difícil análise, pois um nível mais elevado de expertise no jogo levaria a analisar todas as quatro opções de “colheita” e, a partir de então, caracterizar essas jogadas boas em melhores ou piores.

- Não há opções de colher sementes, mas há algumas maneiras de não possibilitar que o adversário colha sementes na jogada seguinte.



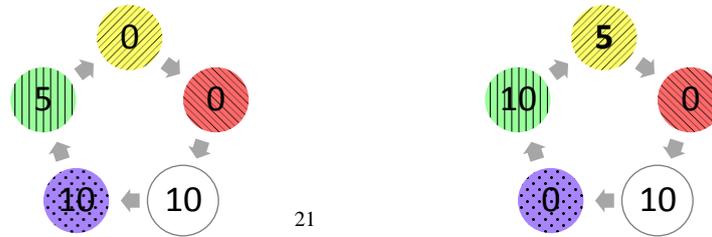
A configuração acima possui 10 opções de jogadas e nenhuma delas resulta na colheita de sementes. Porém, quatro desses tipos de jogadas não permitem que o adversário possa colher sementes na jogada seguinte:

1. Remover as sementes da cova branca e as colocar na cova roxa:



2. Remover as sementes da cova roxa e as redistribuir de cinco em cinco:

²⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



21

3. Remover as sementes da cova verde e as colocar na cova amarela:



4. Remover as sementes da cova verde e as redistribuir de uma em uma:



Apesar de não existir possibilidade de colher sementes, os sujeitos podem perceber que existem jogadas favoráveis, pois não permitem que o adversário colha sementes na jogada seguinte. No entanto, para que os sujeitos sejam capazes de perceber as jogadas favoráveis, é preciso que sejam capazes de mapear o jogo e de antecipar jogadas, já que a classificação das jogadas em favoráveis ou desfavoráveis na presente situação está sendo feita na jogada seguinte à realizada pelos sujeitos.

Atividade 2 – Argumentação a respeito de escolhas de jogadas feitas por sua dupla

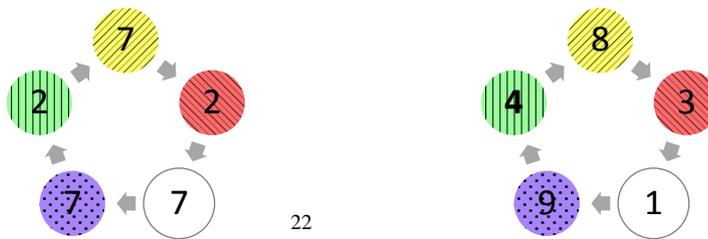
Na segunda atividade, propomos situações em que os sujeitos precisam argumentar a respeito de suas estratégias. Para isso, o pesquisador, no papel de um parceiro de jogo, propõe uma jogada e o aluno entrevistado deve argumentar se concorda ou não com a jogada proposta e por que. Nesse momento, os sujeitos poderão explicitar possíveis estratégias que não puderam ser captadas nos outros momentos de experimentação, quando jogavam livremente (individualmente ou em duplas).

²¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Seguem as configurações do segundo tipo de situação presente no teste e a justificativa da escolha dessas configurações:

- Existia apenas uma jogada de “colheita”, mas o pesquisador realizou outra jogada, na qual não colheu sementes.

a. *Removi as sementes da cova branca e as redistribuí de uma em uma.*



22

A configuração da esquerda possui 10 opções de jogadas, das quais apenas uma resulta na colheita de sementes: remover as sementes da cova verde e as redistribuir uma a uma. Segue:



Entre os outros nove tipos de jogadas (que não colhem sementes), sete não permitem que o adversário colha sementes e apenas duas permitem que o adversário colha sementes. O pesquisador utilizou uma das jogadas em que não colhe sementes e ainda permite que seu adversário colha na jogada seguinte. Ou seja, dentre os 10 tipos de jogadas possíveis, o pesquisador escolheu uma das duas “piores” jogadas possíveis.

Como a partir da configuração da esquerda só há uma jogada que resulta na colheita de sementes, ela representa a melhor jogada possível a se fazer, tendo em vista a análise local das jogadas. No entanto, pode ser que os sujeitos não consigam enxergá-la, já que representa apenas uma possibilidade de um total de 10 tipos de jogadas possíveis. Sendo assim, os

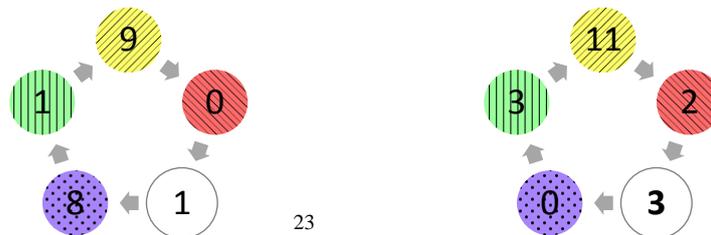
²² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

sujeitos podem analisar a jogada feita por sua “dupla” observando a possibilidade de colheita na jogada seguinte. Como o pesquisador realizou uma das duas únicas jogadas em que não se colhe sementes e ainda permite a colheita do adversário na jogada seguinte, a expectativa é a de que os sujeitos avaliem negativamente a jogada.

Dependendo do argumento utilizado pelos sujeitos nesse problema, poderemos avaliar o poder de mapeamento do jogo que possuem, pois, como neste caso existe apenas um caso em 10 que resulta na colheita de sementes, e não foi a jogada realizada pelo pesquisador, para que o sujeito “encontre” essa jogada ótima é preciso que se desprenda da jogada feita por sua “dupla” e, ao mesmo tempo, que encontre essa única jogada diferenciada.

- Existiam duas jogadas que permitiriam a “colheita”, uma delas possibilita que o adversário colha na jogada seguinte e outra não. O pesquisador realizou a que não permite que seu adversário colha.

b. *Removi as sementes da cova roxa e as redistribuí de duas em duas.*



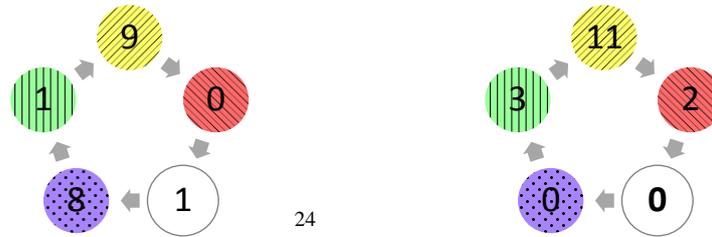
A configuração da esquerda possui nove opções de jogadas, dentre as quais duas resultam na colheita de sementes:

1. Remover as sementes da cova amarela e as redistribuir uma a uma:



2. Remover as sementes da cova roxa e as redistribuir duas a duas:

²³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



24

Das duas configurações que permitem a colheita de sementes apresentadas acima, a primeira permite que o adversário colha na jogada seguinte, ao remover a semente da cova amarela e a colocando na cova vermelha:



Já na outra configuração, utilizada pelo pesquisador, além de resultar na colheita de sementes, não permite que o adversário colha na jogada seguinte. Em relação aos outros sete tipos de jogadas que poderiam ser feitos a partir da configuração dada e que não resulta na colheita de sementes, nenhum deles evitaria que o adversário pudesse colher na jogada seguinte. Neste caso, portanto, o pesquisador realizou a melhor jogada de todas, que foi a de colher sementes e não permitir que o adversário pudesse colher na jogada seguinte.

Sendo assim, as jogadas do problema acima, podem ser divididas em três grupos: resulta na colheita de sementes e não permite a colheita na jogada seguinte (melhor de todas); resulta na colheita de sementes, mas permite a colheita na jogada seguinte (jogada favorável, mas nem tanto); não resulta na colheita de sementes e permite necessariamente a colheita do na jogada seguinte (jogada muito ruim). O pesquisador realizou a jogada melhor de todas, a única que colhe e não permite a colheita em seguida. A expectativa é que os sujeitos avaliem a jogada como boa, até porque na análise local das jogadas do *Mankala Colhe Três*, o que caracteriza a jogada ser boa, prioritariamente, é a possibilidade de colheita de sementes.

Esse é um tipo de problema que tem como principal objetivo verificar se ainda há algum sujeito que não consegue desenvolver estratégias favoráveis no jogo, no nível mais

²⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

elementar, já que é muito grande a expectativa de que concordem com a jogada de “sua dupla”.

- Não existe possibilidade de se colher sementes, mas a jogada feita pelo pesquisador permite que se colha na jogada seguinte.

c. *Removi as sementes da cova amarela e as redistribuí de uma em uma.*



Neste caso, existem 12 jogadas possíveis. Apesar de não existir nenhum tipo de jogada que permita a “colheita” de sementes, existiam seis opções de jogadas que não possibilitariam que o adversário pudesse colher, mas o pesquisador realizou uma jogada que permite que a dupla oponente colha sementes. Após a jogada do pesquisador, sua dupla oponente teria três maneiras de colher sementes.

- Remover a semente da cova amarela e a colocar na cova vermelha, resultando em:

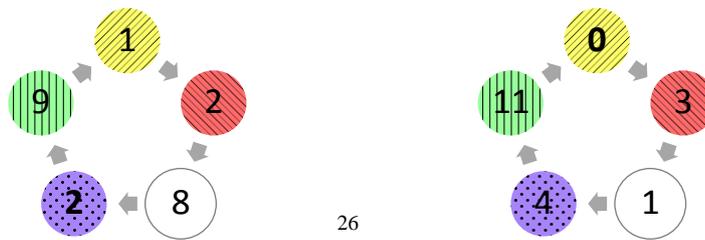


- Remover as sementes da cova vermelha e as redistribuindo de uma em uma, resultando em:



²⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

- Remover as sementes da cova branca e as redistribuir de uma em uma, resultando em:



26

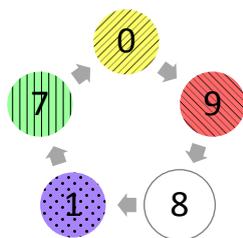
Na configuração inicial do problema existem dois tipos de jogadas: não colhe e não permite que o adversário colha na jogada seguinte (jogada favorável); não colhe, mas permite que o adversário colha na jogada seguinte (jogada desfavorável). Como dito acima, metade das jogadas são favoráveis e a outra metade não é. Como o pesquisador realizou uma jogada desfavorável, espera-se que os sujeitos avaliem sua jogada negativamente. No entanto, para isso, é preciso que os sujeitos já consigam antecipar as jogadas, visto que o que determina a hierarquia das jogadas da configuração em foco é a análise da jogada seguinte à feita pelo pesquisador, e não propriamente a que ele realizou.

Atividade 3 – Mapeamento das possibilidades de jogadas a partir de uma determinada configuração do tabuleiro

Na terceira atividade, buscou-se perceber até que ponto os sujeitos conseguiram mapear todas as possíveis jogadas de serem realizadas a partir de uma configuração dada.

Segue a configuração do tabuleiro presente no quarto tipo de situação presente no teste e a justificativa da escolha dessa configuração:

Partindo da seguinte configuração do tabuleiro, apresente todas as possibilidades de jogadas que podem ser realizadas.



²⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

A configuração acima também pode ser obtida por meio do jogo e foi escolhida por conter quantidades de sementes estratégicas: “sete” é um número primo (dois divisores); “um” possui apenas um divisor; “nove” é um quadrado perfeito (possui um número ímpar de divisores – três); e “oito” é um número composto que não é quadrado perfeito (possui um número par de divisores – quatro).

A partir das respostas dos sujeitos, pode ser verificado o grau de mapeamento do jogo que eles detêm. Uma maneira de os sujeitos saberem se conseguiram mapear todas as possibilidades de jogadas a partir da configuração dada pode ser por meio da contagem do número total de divisores de cada um dos valores que representam o número de sementes nas covas, que, no caso, resulta em um total de 10 divisores, implicando na existência de 10 jogadas possíveis.

Atividade 4 – Argumentação a respeito dos conhecimentos matemáticos que acreditam que foram explorados durante as situações de jogo

Na quarta atividade, buscou-se coletar informações acerca da percepção dos sujeitos sobre os conhecimentos matemáticos que foram explorados por meio de experiências com o *Mankala Colhe Três*. Segue o questionamento feito na quarta questão do teste:

Que conhecimentos matemáticos você acha que utilizou enquanto jogava o Mankala Colhe Três?

Sabemos que muitos elementos importantes em relação à percepção dos conhecimentos matemáticos explorados pelos sujeitos poderão ser omitidos nas respostas dos alunos. Os sujeitos certamente utilizaram conhecimentos matemáticos que não foram citados, pois não foram reconhecidos por eles como tal. No entanto, partimos do pressuposto de que, se o aluno for capaz de externar algum argumento acerca de qualquer conhecimento matemático presente em suas experiências com o jogo, é porque além de ter mobilizado esses conhecimentos tem consciência de tê-los utilizado, o que é um importante elemento a mais para a análise.

7 ANÁLISE GLOBAL DOS RESULTADOS DO DISPOSITIVO EXPERIMENTAL

Para estruturar melhor a análise dos resultados obtidos nos estudos Preliminares e no Dispositivo Experimental Central, foram criados cinco blocos:

1. A dimensão lúdica e o desenvolvimento de atitudes no *Mankala Colhe Três*;
2. Conhecimentos matemáticos mobilizados pelos alunos de 6º ano do Ensino Fundamental por meio de situações envolvendo o *Mankala Colhe Três*;
3. O processo de devolução e o caráter adidático nas situações envolvendo o *Mankala Colhe Três*;
4. As interações e os tipos de situações didáticas nas situações envolvendo o *Mankala Colhe Três*;
5. A evolução das estratégias dos alunos de 6º ano do Ensino Fundamental nas partidas de *Mankala Colhe Três*

Cada um dos blocos será analisado e devidamente justificado, utilizando as transcrições das partidas de *Mankala Colhe Três* dos Estudos Preliminares, das Etapas 1 e 2 Dispositivo Experimental Central e também por meio de recortes dos testes presentes nas entrevistas individuais (Etapa 3 do Dispositivo Experimental).

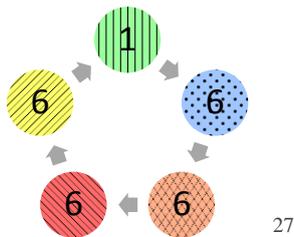
7.1 A dimensão lúdica e o desenvolvimento de atitudes no *Mankala Colhe Três*;

A atividade lúdica, como dita anteriormente, é vista por Grandó (2000) como uma necessidade do Homem, a qual não é diminuída ou modificada em função da idade do indivíduo. Partindo na mesma direção, os Parâmetros para a Educação Básica do Estado de Pernambuco – PCPE (PERNAMBUCO, 2012) enfatizam essa necessidade, ressaltando a importância da dimensão lúdica proporcionada pelos jogos para o desenvolvimento integral do estudante.

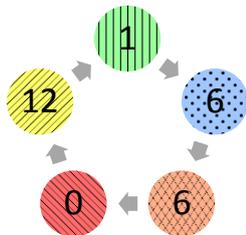
De fato, durante vários momentos em que o *Mankala Colhe Três* era jogado pelos sujeitos participantes da pesquisa, a dimensão lúdica via-se presente. No primeiro Estudo Preliminar, por exemplo, caracterizado por ter sido realizado em torno de duas partidas de *Mankala Colhe Três*, percebeu-se que o fator recreativo do jogo era muito ressaltado, pois muitos alunos fizeram questão de estarem presentes como espectadores das partidas e, inclusive, se mostraram muito interessados em participar da pesquisa competindo. Devido ao planejamento inicial do primeiro Estudo Preliminar, que não visava a realização de muitas

partidas para este momento e que também não tinha o objetivo de realizar partidas por alunos de anos inferiores ao 6º ano do Ensino Fundamental, essa possibilidade de permitir que todos pudessem competir não pôde ser contemplada.

No segundo Estudo Preliminar, caracterizado pela realização de partidas entre o pesquisador e um aluno do 6º ano do Ensino Fundamental, o aspecto lúdico desta atividade se mostrou bastante presente. Segue um recorte da transcrição da primeira partida realizada no segundo Estudo Preliminar:



119. “P” retira as sementes da cova vermelha e coloca todas na cova amarela, resultando em:

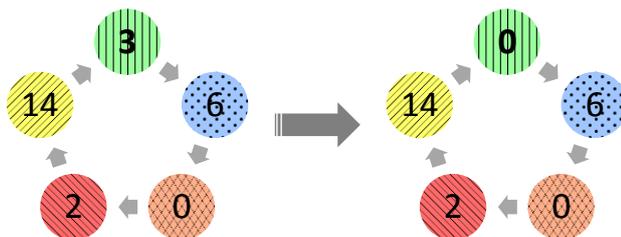


120. (A) Eu vou pegar essas seis daqui, ou essas cinco, quer dizer, né?

121. (P) Tem mais uma ali, ó. São seis mesmo né?

122. (A) Cadê, deixa eu ver? É, são seis. Eu vou botar uma aqui, duas aqui, duas aqui e duas aqui. Três, então eu posso pegar pra mim!

123. “A” remove as sementes da cova marrom e as redistribui de duas em duas, resultando em:



²⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, verde, azul, marrom, vermelha e amarela.

124. (P) Ah... Desenrolado! Aí agora é a minha vez. Aqui tem um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove, dez, onze, doze, treze, catorze. Eu vou pegar essas catorze daqui...

125. (A) **É massa esse jogo!**

126. (P) Num é?! E vou distribuir de dois em dois. Tinham catorze. Dois aqui, dois aqui, dois aqui... pronto agora é tua vez.

No item 125 do recorte da transcrição acima, o aluno “A” enfatiza abertamente o fator de diversão e ludicidade que o *Mankala Colhe Três* pode propiciar. Vale esclarecer que, neste caso, o prazer de jogar o *Mankala Colhe Três* explicitamente colocado pelo sujeito esteve diretamente associado à realização de uma jogada favorável que, no caso, se caracterizou pela colheita de sementes. Ainda em relação ao recorte da transcrição acima, algo que fez com que o jogo se tornasse agradável e admirado pelo aluno foi o fato de ser possível a realização de uma jogada favorável já no início da partida, já que a jogada feita no item 123 da transcrição acima representa, na verdade, a segunda jogada do aluno “A” na partida.

Assim como foi colocado no capítulo “Procedimentos Metodológicos”, houve alguns momentos em que o aspecto lúdico das atividades com o *Mankala Colhe Três* pode ter sido um pouco comprometido. Isso foi percebido durante a análise dos Estudos Preliminares, o que permitiu a elaboração mais cautelosa do Dispositivo Experimental Central da pesquisa. Segue um trecho da transcrição do final da primeira partida e início da segunda partida do segundo Estudo Preliminar:

187. (P) Pronto, então o jogo não vai sair daí. Bora jogar mais uma?

188. (A) Bora.

189. (P) A última agora.

190. *Neste momento “A” e “P” reorganizam o tabuleiro para iniciarem mais uma partida.*

191. (P) Pronto. Quer começar ou quer que eu comece?

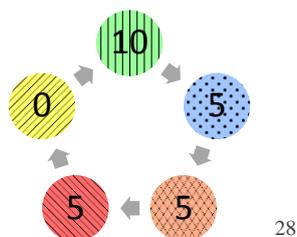
192. (A) Começa.

193. (P) Pronto. Sim, a gente nem viu quem ganhou! Mas empatou, eu acho, num foi?

194. (A) Não! Eu fiquei com mais.

195. (P) Então vamo ver. Essa agora a gente vê quem vai ficar com mais. Posso começar?
Vou pegar essas cinco...

196. “P” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova verde, resultando em:



28

197. (A) Hum... Contou não porque sabia que ia perder, num foi?

198. (P) Não, rapaz. Eu pensava que tinha... eu acho que tinha empatado. Nesse jogo geralmente... Ah não, eu acho que tu ganhou! Porque não empata não, quando só restam quatro, se tiverem duas pessoas jogando. Então tu ganhou mesmo.

199. (A) Então eu ganhei!

200. (P) Tu ganhou! Tu colheu uma a mais do que eu, provavelmente.

Esse trecho da transcrição do segundo Estudo Preliminar mostra o esquecimento do pesquisador no fim da primeira partida, em relação à decisão de quem havia sido o vencedor. Esse esquecimento retrata bem o que havia sido dito no capítulo dos “Procedimentos Metodológicos”, a respeito do cuidado que se deve ter na realização de atividades com jogos, pois, apesar de possuir um fim didático, tais atividades possuem como forte característica o caráter lúdico, que deve ser respeitado. No caso retratado na transcrição acima, o aluno tem todo o direito de levantar o argumento do item 197, pois, para ele, toda a atividade vivenciada com o *Mankala Colhe Três* representa situações de diversão e competição cujo objetivo principal se resume, de uma maneira geral, a vencer as partidas. Já para o pesquisador, a finalidade principal de tais atividades é didática. A presença de casos como esse pode comprometer o caráter lúdico do jogo.

Assim como aconteceu nos Estudos Preliminares, a dimensão lúdica proporcionada pelo *Mankala Colhe Três* se viu bastante presente durante as partidas do Dispositivo Experimental Central da pesquisa. Na Etapa 1, por exemplo, quando os sujeitos competiam individualmente (“A” versus “B” e “C” versus “D”), percebeu-se a todo instante o interesse destes pelo jogo. Este fato pode ser percebido, por exemplo, quando os sujeitos “A” e “B” encerram a segunda partida e propõem a realização de uma terceira partida:

1. (A) De novo?

²⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, verde, azul, marrom, vermelha e amarela.

2. (P) E aí, a última agora?

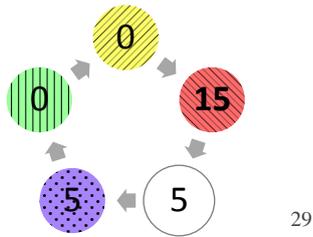
3. (A) Bora?

“A” pergunta à aluna “B”, que responde positivamente com a cabeça.

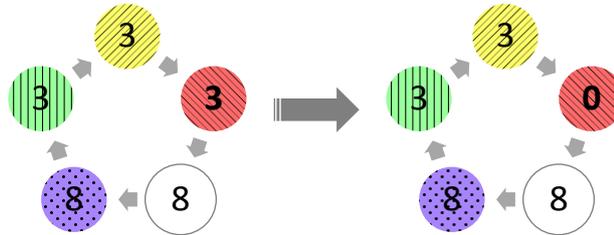
Apesar de o pesquisador ter informado aos sujeitos, no início da Etapa 1, que, após as instruções do jogo, eles jogariam algumas partidas de *Mankala Colhe Três*, a iniciativa de jogar novamente depois do término da segunda partida partiu dos sujeitos “A” e “B”, que se mostraram bastante empolgados com o jogo.

Ainda na Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central da pesquisa, após a finalização das instruções finais presentes nas transcrições desta etapa, houve um momento em que as alunas insistiram para jogarem mais um pouco, mesmo tendo praticamente finalizado o tempo destinado a esta etapa (50 minutos). Infelizmente o relato deste fato não está transcrito, pois se tem apenas a captação em áudio deste momento. A falta de captação em vídeo aconteceu pelo fato de as filmadoras já terem sido desligadas, visto que a experimentação, a princípio, havia sido encerrada. Neste momento, o pesquisador informou aos sujeitos que poderiam jogar até que o sinal do término da aula tocasse, eles concordaram e recomeçaram rapidamente a jogar. No entanto, após aproximadamente cinco minutos do horário definido para encerramento da aula, o pesquisador perguntou às alunas se, de fato, o sinal tocava naquele horário, para sinalizar a mudança de aulas e elas afirmaram que não tocava naquele horário, o que foi um fato bastante curioso, pois os sujeitos, aparentemente, tentaram omitir tal informação ao pesquisador para que pudessem jogar mais partidas com o *Mankala Colhe Três*. Este fato, além de curioso, retrata bem o quanto os sujeitos se identificaram e se motivaram com o jogo *Mankala Colhe Três*.

No início da Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central, três dos quatro sujeitos disseram que tentaram confeccionar um tabuleiro de *Mankala olhe Três* em casa, dentre os quais, dois conseguiram fazer o tabuleiro e disseram que jogaram durante o intervalo entre as duas primeiras etapas. Este fato também reforça a ideia de que o jogo despertou interesse dos sujeitos. Assim como aconteceu nos Estudos Preliminares e na Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central, durante as partidas em duplas da Etapa 2 se viu bastante claro o interesse e diversão propiciado pelo *Mankala Colhe Três*. A partir da seguinte configuração do tabuleiro, segue um trecho em que isto pode ser percebido:



12. “A” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:



13. (AC) Ê!

14. As alunas “A” e “C” comemoram bastante a primeira colheita de sementes.

15. (C) Viu, eu sou demais...

No recorte da transcrição da primeira partida jogada por duplas acima, o aspecto lúdico do jogo é ressaltado pelos sujeitos “A” e “C”, que compõem uma das duplas competidoras. Ainda nas partidas em duplas, da Etapa 2, surge outro momento em que as alunas demonstram interesse nas partidas de *Mankala Colhe Três* e que se assemelha à situação vivenciada no final da Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central, quando as alunas se dispuseram a passar do tempo destinado à experimentação para que pudessem jogar um pouco mais. Segue um recorte da transcrição do início da terceira partida da Etapa 2:

245. (P) *Ok! Muito bem, meninas. Então podem jogar de novo. A gente vai jogar até...*

Terminar a aula.

246. (C) *Ganharam!*

247. (B) *Nós ganhou de novo.*

248. (A) *“Nós ganhou...”*

249. *Ironiza a aluna “A” devido à expressão utilizada por “B” para afirmar que venceu a partida.*

250. (D) **Até terminar o recreio...**

²⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

251. (P) Até três horas, até três horas.
- 252. (C) Não, até três e cinquenta!**
253. (P) Não, a gente vai ficar até três, que é o horário da aula...
- 254. (C) Mas cinquenta é legal, sabe...**
- 255. Os sujeitos sorriem.**
256. (B) Caiu uma bola...
257. (P) Vocês têm outra aula agora, né?
- 258. (C) Tem nada...**
- 259. (D) Tem não, é a mesma aula... São duas...**
260. (P) Mas... É... Temos 50 minutos.

O recorte acima mostra claramente o interesse que tomaram pelo *Mankala Colhe Três*, chegando a quererem ficar por mais uma aula inteira e, inclusive, o horário reservado ao “recreio” da escola jogando, como dito pela aluna “D” no item 250 da transcrição. Para encerrar a análise relativa à presença da dimensão lúdica propiciada pelas experiências com o *Mankala Colhe Três*, segue um relato apresentado pela aluna “B” ao final da Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central da pesquisa, quando o pesquisador fazia um agradecimento final às alunas pela participação em mais uma etapa da pesquisa:

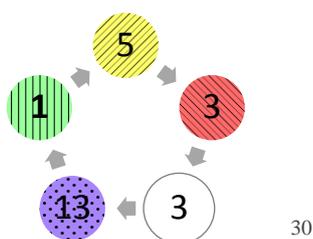
- (P) Agradeço de verdade, muito obrigado... Eu não sei ainda se, por acaso, a gente vai ter algum outro encontro ainda... Algum outro último encontro...
- (B) a gente devia ter um penúltimo...
- (P) Como é?
- (B) Penúltimo encontro... Depois o último!
- (P) Ah... Interessante, interessante.

O relato da aluna “B”, colocado acima, além de reforçar o interesse pelo jogo, apresenta um raciocínio muito elaborado em seu argumento, em se tratando do nível de escolaridade no qual os sujeitos fazem parte.

O *Mankala Colhe Três*, além de propiciar uma ampliação na dimensão lúdica em atividades de ensino e aprendizagem da matemática, permitiu o desenvolvimento de muitas atitudes importantes aos sujeitos. Percebeu-se, por exemplo, que em todos os momentos em que os sujeitos eram postos a jogar o *Mankala Colhe Três* nos estudos Preliminares e durante o Dispositivo Experimental Central, havia regras do jogo que deveriam ser respeitadas e

seguidas por todos. Esse fator, muitas vezes pouco enfatizado no trabalho com jogos no ensino da matemática, representa uma atitude fundamental para o desenvolvimento do indivíduo.

Uma atitude interessante percebida durante vários momentos em que os alunos jogavam o *Mankala Colhe Três* se trata da interação entre os sujeitos, que em alguns momentos se caracterizavam por ser uma interação entre os oponentes e em outros, como na Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central, tinha como característica também as interações entre parceiros de jogo. Nessas interações se percebiam muitas atitudes importantes sendo exploradas pelos sujeitos. Segue um trecho da transcrição do início da Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central, partindo de uma jogada feita por “C”:



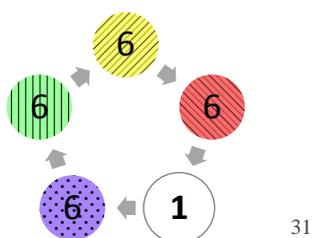
26. (C) Vixi...
27. “C” e “D” sorriem.
28. (D) Agora... [sem captação] pra fazer o que mesmo?
29. “D” pergunta para “C” com a mão sobre a cova branca.
30. (C) Oi? Não, não pode! Porque se fosse eu que tivesse acabado nessa!
31. “C” aponta para a cova branca.
32. (C) Entendeu? Agora tu escolhe uma cova.
33. “C” fala para “D”. “D” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma.

O recorte acima mostra um momento em que um dos sujeitos ajuda o seu adversário de partida a compreender melhor as regras de jogo. Essa interação entre adversários ajuda a mobilizar importantes atitudes de convivência para o desenvolvimento social do indivíduo. Quando a aluna toma a iniciativa de fazer com que sua adversária compreenda bem as regras do jogo, percebe-se que o respeito e preocupação com o colega de jogo superam qualquer

³⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

aspecto competitivo que as experiências com o *Mankala Colhe Três* poderia vir a trazer. Vale ressaltar que o ato de corrigir e apresentar as regras do jogo ao adversário traz a mobilização de muitos conhecimentos inerentes da comunicação dessas informações e que ultrapassam o simples conhecimento das regras do jogo, como a habilidade de organização mental de tais informações levando em consideração as dificuldades do sujeito que virá a receber as informações.

Em muitos momentos durante as partidas em duplas, na Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central, os sujeitos eram levados a argumentar com o outro componente de sua dupla sobre as melhores jogadas a serem feitas. Esses momentos foram muito ricos não apenas pelo fato de propiciar explicitamente a observação do que cada sujeito pensava a respeito de suas estratégias, mas também porque essa interação entre os parceiros de jogo fazia com que os sujeitos trabalhassem de forma colaborativa, permitindo que cada um dos alunos buscasse o devido entrosamento entre tomar decisões a partir de suas próprias ideias e estratégias, mas respeitando e analisando a opinião do colega. Será apresentado um recorte da transcrição da segunda partida jogada por duplas (“AC” *versus* “BD”), partindo da seguinte configuração do tabuleiro:

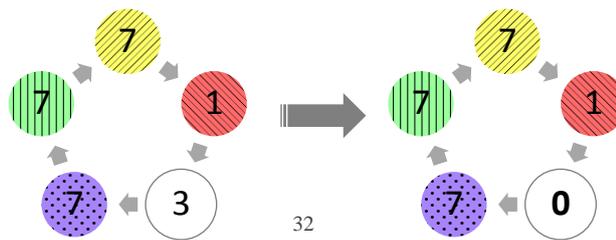


31

11. “B” e “D” sorriem.
12. (C) Faz assim...
13. “C” chega perto de “A”.
14. (C) Três, seis.
15. “C” conta as sementes da cova amarela. “C” simula a redistribuição das sementes da cova amarela de uma em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo.
16. (A) Não, pega desse. Pega desse.
17. “A” aponta para a cova verde.

³¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

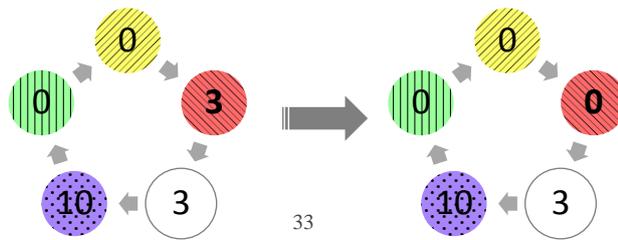
18. (A) Não! Pega desse.
19. “A” aponta para a cova vermelha.
20. (A) Tem quantos?
21. (C) Seis.
22. “A” e “C” simulam a redistribuição das sementes da cova vermelha de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
23. (A) Viu?!
24. “A” diz para “C”.
25. (C) Viu que tem que raciocinar?
26. “C” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:



O trecho da transcrição acima retrata bem o quanto o aspecto colaborativo das alunas “A” e “C”, que fazem parte de uma das duplas que competem no jogo, favorece a tomada de decisões. As duas alunas pensam juntas e tentam se convencer a respeito da melhor jogada a se fazer, até que, de fato, conseguem perceber que podem colher sementes se, por exemplo, removerem as sementes da cova vermelha e redistribuírem uma a uma. Vale ressaltar que essa jogada representa uma das duas únicas possibilidades de colher sementes a partir da configuração do item 10, de um total de 17 tipos de jogadas.

Em alguns momentos das partidas em duplas a aluna “B” apresentou uma postura, ao menos, intrigante, pois aparentemente se aliava a suas oponentes para analisar as possibilidades de jogadas, inclusive classificando-as em melhores e piores. Segue um trecho em que isto pode ser percebido, partindo da seguinte colheita de sementes realizada por “B”:

³² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



79. (C) Vai ficar aqui com dois... Aqui com dois e aqui com dois.
80. "C" aponta para as covas verde, amarela e vermelha, respectivamente.
81. (A) E aqui com dois!
82. "A" aponta para a cova roxa.
- 83. (B) E a gente ganha, se vocês fizer assim...**
- 84. (D) Cala a boca, menina...**
85. "D" fala para "B". "B" e "D" sorriem.
86. (C) e aí, por quê?
87. "C" pergunta à sua dupla "A", a respeito do comentário de "B".
88. "A" pensa um pouco.
89. (A) Por que eles vão pegar... Um, dois.
90. "A" aponta para as covas roxa e verde, respectivamente.
91. (A) Aí eles vão ficar com três, aí eles vão pegar.
92. (C) Oxe... Tá, vamos lá.
93. (A) tem quantos? Três, num é? Então coloca um em cada um.
94. "A" fala para "C", se referindo às sementes da cova branca.
95. (C) Não, deixa. Vamos botar esses três aqui...
96. (A) Aí vão ficar oito...
97. (C) Se a gente vai distribuir cinco, nesse e nesse...
98. "C" aponta para as covas verde e amarela respectivamente.
99. (A) Cinco em cada um!
100. (C) Nesse e nesse, cinco...
101. "C" aponta novamente para as covas verde e amarela, respectivamente.
102. (A) Ah é...
103. (C) Daí vai botar os três aqui.
104. "C" aponta para a cova roxa.

³³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

105. (B) Ih... como vocês pensaram...
106. “B” brinca, ironizando a análise feita pelas adversárias.
107. (C) Como é que a gente faz?
108. (A) Coloca dois em cada um.

No item 83 da transcrição acontece algo diferenciado, pois a aluna “B” se insere na discussão inicialmente levantada pelas alunas “A” e “C”, que compõem a outra dupla, sobre a escolha da melhor jogada a se fazer. No mesmo instante, a aluna “D”, companheira de “B” na partida, recrimina o ato de “B” (item 84). O comentário feito por “B” no item 83 fez com que as alunas da dupla adversária se questionassem mais sobre a escolha da jogada. Esse relato apresenta um aspecto muito interessante e que está diretamente relacionado às atitudes de convivência que a exploração do *Mankala Colhe Três* pode proporcionar, pois, neste caso, para a aluna “B”, o fator “competição” presente no jogo ficou momentaneamente de lado, dando lugar a uma maior ênfase na análise das jogadas.

7.2 Conhecimentos matemáticos mobilizados pelos alunos de 6º ano do Ensino Fundamental por meio de situações envolvendo o *Mankala Colhe Três*

No capítulo “Finalidades Educacionais do *Mankala Colhe Três*” foram apresentadas todas as finalidades levantadas pelos produtores do jogo. Vale enfatizar que o *Mankala Colhe Três* foi produzido visando prioritariamente o trabalho com os anos iniciais do Ensino Fundamental, assim como os outros jogos matemáticos produzidos no Projeto Rede³⁴. Dessa forma, algumas das finalidades educacionais do jogo contemplavam conhecimentos matemáticos mais elementares, como “desenvolver estratégias de quantificar mentalmente” e “dividir por cálculo mental”. Apesar de fundamentalmente importantes, tais conhecimentos não serão focos de análise, devido ao fato de os sujeitos participantes da presente pesquisa possuírem um nível mais elevado de escolaridade. Esses conhecimentos já não apresentam maiores dificuldades para os sujeitos no nível em que se encontram.

Dentre os conhecimentos matemáticos explorados pelos sujeitos da pesquisa, iremos analisar o nível de apropriação do jogo em relação ao “mapeamento de possibilidades” que os

³⁴ Embora houvesse, entre os cursistas, professores dos anos finais do ensino fundamental e do ensino médio, a ampla maioria dos professores em formação no Projeto Rede atuava nos anos iniciais do ensino fundamental. Isso justifica a escolha de elaborar jogos que pudessem ser utilizados nos níveis de 1º ao 5º ano. Ao mesmo tempo, muitos dos jogos criados são adaptáveis a diferentes níveis de escolaridade.

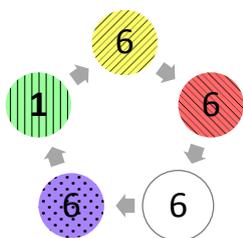
sujeitos possuem, a percepção de “resolução de problemas com situações mistas” e o reconhecimento, por parte dos alunos, dos “divisores de um número”, “múltiplos de um número” e “números primos”.

7.2.1 Mapeamento de possibilidades

A tentativa de mapeamento das possibilidades de jogadas a partir de uma configuração do tabuleiro, no *Mankala Colhe Três*, pode ser percebida durante vários momentos dos Estudos Preliminares e do Dispositivo Experimental Central. Percebe-se que essa capacidade se desenvolve na medida em que os sujeitos vão explorando mais o jogo. Por esse motivo, o desenvolvimento da capacidade de mapear as possibilidades do jogo servirá como elemento fundamental para a análise da evolução das estratégias dos sujeitos, análise que será apresentada em outro momento do trabalho.

A capacidade dos sujeitos de mapear as possibilidades de jogadas está muito atrelada às possibilidades de realização de uma jogada favorável. Como visto no capítulo “Análise a priori das jogadas e configurações”, estabelecemos uma hierarquia entre as jogadas, em que prioritariamente uma jogada favorável é aquela que resulta na colheita de sementes. Dessa forma, quando os sujeitos vão realizar uma jogada, sempre há uma busca da possibilidade de colher sementes. Caso não seja possível a colheita, devido à configuração do tabuleiro, procura-se uma jogada que não permita a colheita do adversário na jogada seguinte. A procura dessa jogada favorável, por meio da antecipação de jogadas, tem como base o mapeamento das possibilidades de jogada, que é feito a todo instante nas partidas de *Mankala Colhe Três*.

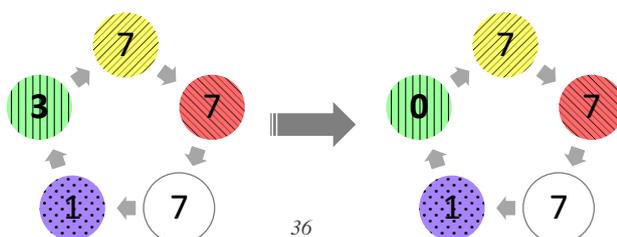
Segue um trecho da transcrição da terceira partida em duplas (“AC” versus “BD”) da Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central no qual se pode ver, de uma maneira bastante explícita, a análise feita pelas alunas “B” e “D” para a decisão da melhor jogada a ser realizada:



35

³⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

16. “B” conta as sementes da cova amarela. “C” simula a redistribuição das sementes da cova amarela de três em três, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
17. (D) Tá tudo com seis, menina.
18. “B” simula a redistribuição das sementes da cova amarela de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
19. (D) Ah é, mermo.
20. “D” leva a mão à cova amarela.
21. (B) Peraí, não bota esse não, não bota esse não.
22. “B” fala para “D”.
23. (C) Fala baixo...
24. “B” simula a redistribuição das sementes da cova branca de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
- 25. (B) É esse daqui!**
26. “B” aponta para a cova roxa. “B” simula a redistribuição das sementes da cova roxa de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
27. (B) Aí a gente ganha!
28. “D” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:



36

A configuração inicial do recorte da transcrição acima possui 17 tipos diferentes de jogadas, já que cada uma das quatro covas com seis sementes permite quatro opções de jogadas e a cova com uma semente permite apenas uma opção de jogada. No entanto, de todas essas opções possíveis, apenas duas delas resultam em colheita de sementes. A aluna “B”, juntamente com sua companheira de jogo “D”, busca uma jogada que resulte em colheita de sementes. Após algumas tentativas, transcritas entre o item 16 e o 24, “B” encontra uma

³⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

jogada que resultaria na colheita de sementes (item 25). Para que as alunas “B” e “D” conseguissem encontrar uma jogada que permitisse a colheita de sementes, foi preciso que mapeassem, pelo menos parcialmente, as possibilidades de jogadas a partir da configuração determinada no tabuleiro.

Um elemento importante percebido durante algumas partidas nos Estudos Preliminares e no Dispositivo Experimental Central, sobre a capacidade de mapear as jogadas é que, em alguns momentos, dependendo do sujeito, as possibilidades de jogadas eram analisadas sem que o tabuleiro do jogo servisse de auxílio, nem mesmo para apontar para as covas. Ou seja, nesses momentos, o mapeamento era feito de maneira visual, o que poderia evitar que o adversário acompanhasse o raciocínio e o mapeamento do outro sujeito. Esse tipo de mapeamento totalmente visual necessita de um grau de concentração bem mais elevado dos sujeitos, aumentando o nível de abstração e, conseqüentemente, a chance de cometer algum equívoco.

Como dito no capítulo “Procedimentos Metodológicos”, durante as entrevistas da Etapa 3 do Dispositivo Experimental Central, os alunos foram postos a resolver um teste com atividades relacionadas ao *Mankala Colhe Três*. Uma das atividades presentes no teste buscava identificar até que ponto os alunos conseguiam mapear as possibilidades de jogadas a partir de uma configuração dada do tabuleiro. Segue o enunciado da atividade:

Figura 17 – Enunciado da atividade 3 presente no teste da Entrevista

3. Partindo da seguinte configuração do tabuleiro, apresente todas as possibilidades de jogadas que podem ser realizadas (anexo).

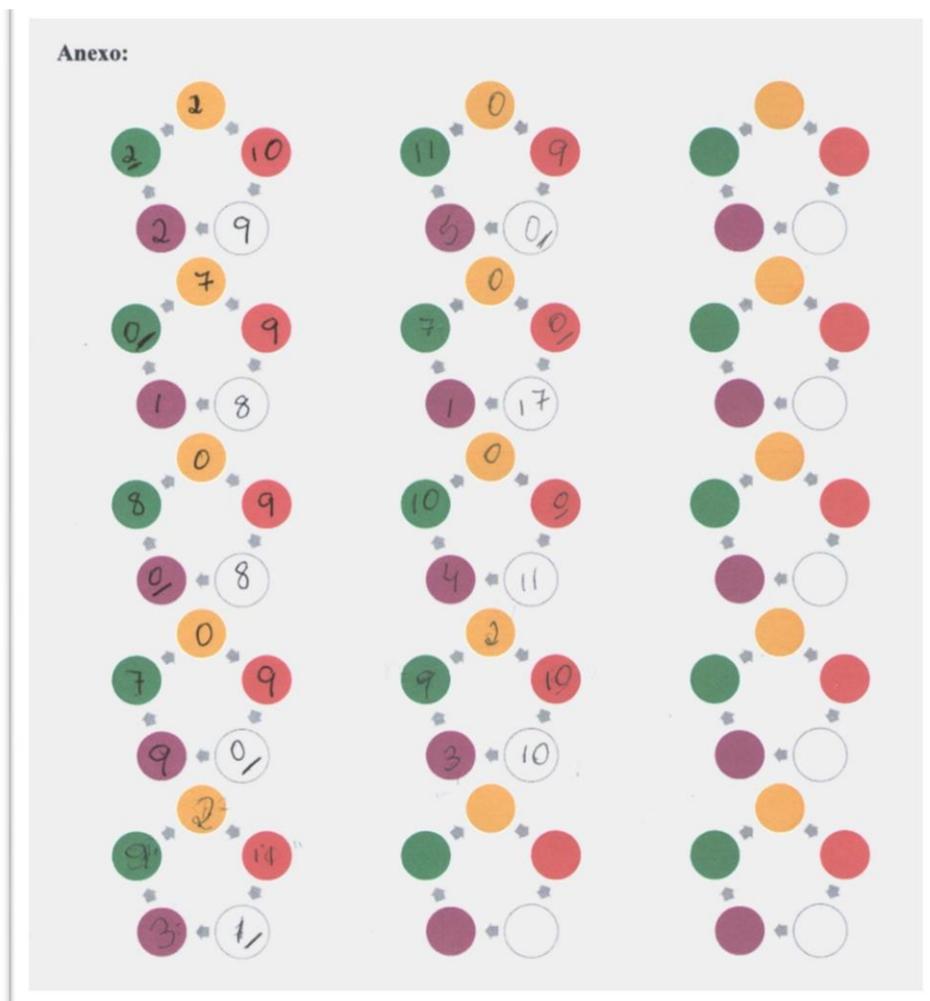
Fonte: elaborada pelo autor

Vale lembrar também que, durante toda a entrevista, os sujeitos tinham, além do teste, acesso a um tabuleiro de *Mankala Colhe Três* com sementes do jogo, folhas de papel, caneta, lápis e borracha.

Dentre as quatro alunas que participaram da pesquisa, duas utilizaram o tabuleiro do *Mankala Colhe Três* durante o mapeamento proposto na atividade 3 da Entrevista (“C” e “D”)

e as outras duas não utilizaram o tabuleiro em momento algum da Entrevista (“A” e “B”). O uso do tabuleiro do *Mankala Colhe Três* durante o mapeamento pode ter influenciado nos resultados obtidos, pois, percebeu-se que, das quatro alunas, a que mais cometeu erros em relação às quantidades de sementes por cova foi a aluna “A”, que não utilizou o tabuleiro durante o mapeamento e que, durante as partidas das Etapas 1 e 2 do Dispositivo Experimental Central, apresentava um nível de apropriação do jogo relativamente alto (como será mostrado na análise da evolução de estratégias). A seguir será apresentada a resolução da aluna “A” na atividade 3 da Entrevista³⁷.

Figura 18 – Resolução da atividade 3 do teste da entrevista pelo sujeito “A”



Fonte: teste da aluna “A”

³⁷ O mapeamento total a partir da configuração presente nessa atividade segue como apêndice do texto (Apêndice B).

Como dito anteriormente, durante a apresentação dos testes nas entrevistas foi explicado o significado da representação gráfica do tabuleiro e foi solicitado aos sujeitos que fizessem uma marcação no círculo equivalente à cova na qual as sementes haveriam sido recolhidas para redistribuição³⁸. Analisando as configurações colocadas pela aluna “A”, se apoiando também nas filmagens, percebe-se que, logo na primeira configuração, “A” comete o equívoco de iniciar a redistribuição das sementes da cova verde, uma a uma, pela própria cova verde, e não pela cova seguinte (amarela). Na quinta configuração feita por “A” (na parte inferior e esquerda da imagem), o equívoco acontece após a tentativa de redistribuição das oito sementes da cova branca uma a uma, a partir da qual sobrariam 10 sementes na cova vermelha, e não 11. Por fim, na última configuração feita pela aluna “A” (quarta configuração da coluna central), acontece um equívoco que, sem dúvida, não aconteceria se ela tivesse usado o tabuleiro do jogo como material auxiliar: ela escolheu remover as sementes da cova vermelha e as redistribuir de uma em uma. No entanto, ao acrescentar as sementes que cada cova receberia da redistribuição, ela esqueceu que havia removido as sementes da cova vermelha e somou o número de sementes da redistribuição ao número de sementes que havia inicialmente na cova, o que acabou resultando em um tabuleiro contendo um total de 34 sementes. O tabuleiro só não ficou com 10 sementes a mais (35 sementes) porque ao invés de adicionar as duas sementes na cova vermelha (que deveria estar vazia após a remoção para redistribuição), ela adicionou apenas uma, resultando em um total de 10 sementes, e não 11 sementes. Essa observação mostra que a passagem entre a realização efetiva das jogadas com o jogo para o registro simbólico no teste escrito apresenta um custo cognitivo, que não será estudado nesta pesquisa, mas que pode ser investigado em pesquisas futuras.

Da mesma forma que a ausência do uso do tabuleiro do *Mankala Colhe Três* pode ter influenciado nos equívocos cometidos pela aluna “A”, na atividade 3 do teste da Entrevista, pode ser percebido também que o uso do tabuleiro deve ter favorecido o mapeamento das jogadas feito pela aluna “D”, pois, apesar de em muitos momentos das partidas ela demonstrar certa dificuldade no jogo, ela foi a única que não cometeu erro algum nas configurações produzidas. Vale ressaltar que, apesar de a aluna “C” também se utilizar do tabuleiro para a produção das configurações propostas na atividade 3 do teste, ela cometeu um pequeno deslize em uma das configurações do tabuleiro, quando, ao produzir uma configuração já feita antes, contou uma semente a menos em uma das covas.

³⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações do teste são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Nenhum dos sujeitos conseguiu produzir todas as 10 configurações possíveis partindo da configuração dada na atividade 3. Um aspecto interessante foi que, apesar de as alunas “A” e “B” não utilizarem o tabuleiro durante o mapeamento das jogadas da atividade 3 do teste, ambas esqueceram de produzir apenas uma das configurações possíveis. Já as alunas “C” e “D”, que, inclusive “erraram menos” nas configurações produzidas, ambas deixaram de fazer três configurações. Uma possível hipótese a ser levantada é que as alunas “A” e “B” se sentiam mais seguras sobre as possibilidades de jogadas, o que fez com que não usassem o tabuleiro, fator que acabou influenciando na “qualidade” das configurações produzidas.

7.2.2 Resolução de problemas com situações mistas (aditiva e multiplicativa)

A percepção dos sujeitos sobre a resolução de problemas com situações mistas (aditivas e multiplicativas) pôde ser vista nos resultados obtidos nos testes da Entrevista (Etapa 3 do Dispositivo Experimental Central). Seguem os resultados dos quatro sujeitos:

Figura 19 – Resultados da atividade 4 dos testes das entrevistas dos sujeitos “A”, “B”, “C” e “D”, respectivamente

<p>4. Que conhecimentos matemáticos você acha que utilizou enquanto jogava o <i>Mankala Colhe Três</i>? Em que momentos?</p> <p>Som. uso adição, subtração e divisão.</p>
<p>4. Que conhecimentos matemáticos você acha que utilizou enquanto jogava o <i>Mankala Colhe Três</i>? Em que momentos?</p> <p>Divisão e soma</p>
<p>4-) soma, Divisão e multiplicação, nas Distribuições das sementes</p>
<p>4. Que conhecimentos matemáticos você acha que utilizou enquanto jogava o <i>Mankala Colhe Três</i>? Em que momentos?</p> <p>6 divisão, quando jogamos todas as sementes e quando dividimos em partes iguais</p>

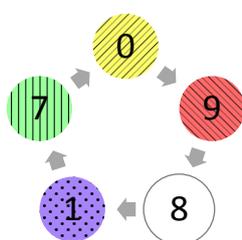
Fonte: testes das alunas “A”, “B”, “C” e “D”.

Como pode ser visto nas respostas dadas pelas alunas, os conhecimentos matemáticos apresentados foram resumidos às quatro operações, dentre as quais houve uma predominância da divisão, que apareceu em todas as respostas e da adição (ou soma), que foi citada em três das quatro respostas. Os outros conhecimentos matemáticos citados pelos sujeitos foram a multiplicação e a subtração, que foram colocados por apenas um sujeito cada.

A partir das respostas dos sujeitos, conclui-se que perceberam o uso das operações numéricas que remetem situações mistas (aditivas e multiplicativas) durante as partidas de *Mankala Colhe Três*. De fato, apenas a aluna “D”, que colocou apenas a divisão como conhecimento matemático explorado durante as partidas, não explicitou no teste o uso de conhecimentos aditivos e multiplicativos simultaneamente.

7.2.3 Reconhecimento de divisores, múltiplos e números primos

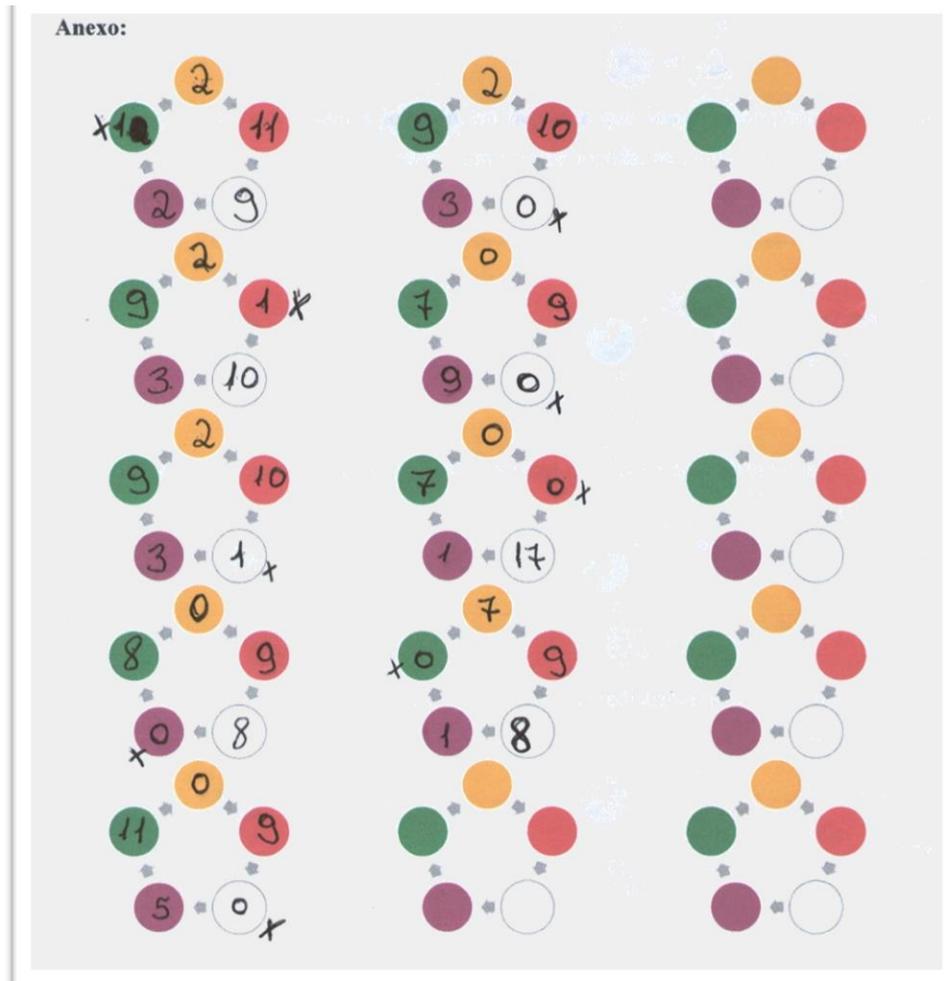
O reconhecimento dos divisores e múltiplos de um número, pelos sujeitos, pode ser percebido facilmente pelas jogadas realizadas no *Mankala Colhe Três*, pois a exploração desses conhecimentos é uma consequência direta das regras do jogo, já que, para realizar cada jogada, o jogador precisa antes escolher uma das covas e, ou colocar essas sementes na cova seguinte ou dividir essas sementes em partes iguais e redistribuir essas partes. Podemos ver claramente a exploração desses conhecimentos nas respostas dadas pelos alunos na atividade 3 do teste presente na etapa de Entrevista, quando precisam mapear as possibilidades de jogadas a partir de uma configuração dada do tabuleiro. Para auxiliar a análise, segue a configuração da atividade 3 do teste, seguindo de um recorte da resolução da aluna “B”:



39

³⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Figura 20 – Resolução da atividade 3 do teste da entrevista pelo sujeito “B”



Fonte: teste da aluna “B”.

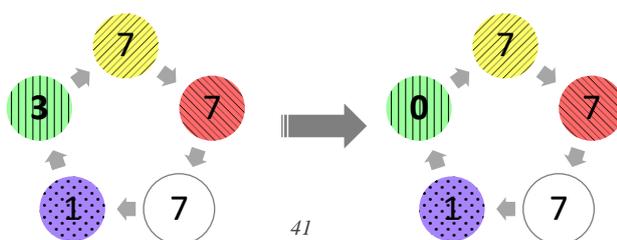
Como citado anteriormente, foi solicitado aos sujeitos que fizessem uma marcação na cova onde haviam “removido as sementes” para a redistribuição. Analisando, por exemplo, as possibilidades de jogadas a partir da cova branca⁴⁰, que possui oito sementes, o número de divisores do número oito é quatro (1, 2, 4 e 8). Sendo assim, existem quatro maneiras de realizar jogadas a partir da cova branca. A aluna “B” foi capaz de realizar todas elas. Portanto, podemos concluir que, para que “B” conseguisse realizar todas essas jogadas, era preciso que ela conseguisse perceber todos os divisores de oito. Em relação aos múltiplos de um número, percebemos que estes sempre estão fortemente conectados com os divisores no jogo. De fato, quando a aluna “B” decidiu remover as sementes da cova branca e iniciar uma redistribuição destas oito sementes, o número total de sementes da cova branca, inicialmente, representará

⁴⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

sempre um múltiplo de qualquer uma das quantidades escolhidas para ser redistribuídas por cova, que pode ser de uma em uma, de duas em duas, de quatro em quatro ou de oito em oito (todas as sementes na cova seguinte).

Ainda analisando as configurações apresentadas pela aluna “B” na *figura 20*, podemos perceber que, assim como “B” mobilizou os conhecimentos relacionados aos múltiplos e divisores de um número na redistribuição das sementes da cova branca, ela foi capaz de reconhecer a característica do número de divisores de um número primo. A cova verde, inicialmente com sete sementes, possibilitaria apenas duas possibilidades de jogadas, pois o número sete, por ser primo, só possui dois divisores: o um e o próprio sete. Além da aluna “B”, as alunas “A” e “C” também fizeram o mapeamento a partir da cova verde. A aluna “D” foi a única que não conseguiu produzir as duas configurações partindo da cova verde, realizando apenas a jogada de remover as sementes da cova verde e as colocar na cova seguinte (amarela).

Também durante as partidas de *Mankala Colhe Três* do Dispositivo Experimental Central, pôde ser percebido esse reconhecimento da característica dos divisores dos números primos. Será apresentado um trecho da transcrição da terceira partida em duplas da Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central, partindo da seguinte colheita:



29. “A” conta as sementes da cova branca. “A” simula a redistribuição das sementes da cova branca de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
30. (C) Aqui fica com dois, aqui com dois.
31. “C” aponta para as covas roxa e verde, respectivamente.
32. (C) Eu acho.
33. (A) Não, peraê... Não tem como dividir sete... Então, de um em um.
34. (C) Eu sei, tô ligada.

⁴¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Os itens 33 e 34 do recorte da transcrição acima apresentam o momento em que as alunas “A” e “C”, que faziam parte de uma das duplas, explicitam o entendimento das características de um número primo sobre o número de divisores. No momento da discussão, o tabuleiro estava com uma configuração em que três das covas possuíam sete sementes, uma delas estava com apenas uma semente e a outra vazia (item 28). O aspecto interessante, percebido no diálogo das alunas “A” e “C”, é o fato de “A” (item 34) mostrar interesse em informar para sua companheira de jogo o fato de o número sete “não ter como dividir”, e a aluna “C” confirmar tal informação, efetivando que tal conhecimento já havia sido mobilizado também por ela, por meio das partidas de *Mankala Colhe Três*.

7.3 O processo de devolução e o caráter adidático nas situações envolvendo o *Mankala Colhe Três*

Como foi colocado no capítulo “Elementos da Teoria das Situações Didáticas”, dois elementos fundamentais da TSD na presente pesquisa são o *processo de devolução* e o caráter *adidático* nas situações envolvendo o jogo *Mankala Colhe Três*. Esses dois elementos da teoria estão fortemente relacionados, como o próprio Brousseau (1996) coloca: “Na didática moderna, o ensino é a devolução ao aluno de uma situação a-didática⁴², e a aprendizagem é uma adaptação a esta situação” (BROUSSEAU, 1996, p.51). No caso das situações envolvendo o *Mankala Colhe Três*, o processo de devolução se caracteriza, principalmente, pelo momento em que os sujeitos participantes da pesquisa recebem as instruções do jogo pelo pesquisador. No entanto, para que esse processo de devolução fosse, de fato, conseguido de maneira eficaz, era preciso que, a partir de então, os sujeitos se vissem capazes de explorar o jogo, desenvolver estratégias e mobilizar os conhecimentos matemáticos subjacentes a estas estratégias da maneira mais autônoma possível, ou seja, inseridos em um meio adidático, lugar onde a intenção didática do pesquisador não parecesse presente.

Partindo do que foi dito no parágrafo anterior, serão apresentados a seguir alguns recortes das transcrições das partidas com o *Mankala Colhe Três* nos dois Estudos Preliminares e nas Etapas 1 e 2 do Dispositivo Experimental Central, visando enfatizar o processo de devolução de cada um destes momentos e a presença do caráter adidático em tais situações. Como foi apresentado no capítulo “Resultados dos Estudos Preliminares e Implicações sobre o Dispositivo Experimental Central”, a análise dos dados dos Estudos

⁴² Ou *adidática*.

Preliminares subsidiou a elaboração do Dispositivo Experimental Central. Muitos dos resultados relacionavam-se a entraves no processo de devolução e limitações observadas quanto à presença do caráter adidático nas situações com o *Mankala Colhe Três*. Por esse motivo, a presente análise será dividida em dois tópicos: um relativo aos dois Estudos Preliminares e o outro relativo ao Dispositivo Experimental Central.

7.3.1 O processo de devolução e o caráter adidático nas situações envolvendo o Mankala Colhe Três – Estudos Preliminares

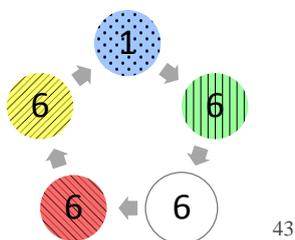
Infelizmente, o momento das instruções do *Mankala Colhe Três*, no primeiro Estudo Preliminar, não pôde ser transcrito, pois as instruções não foram filmadas. Naquele momento, o foco principal da pesquisa era analisar as jogadas e argumentações feitas pelos sujeitos, o que acabou resultando na ausência de elementos para a análise do processo de devolução. No entanto, as regras do jogo foram apresentadas, basicamente, da seguinte maneira:

O Mankala Colhe Três é jogado por dois, três ou quatro jogadores (ou equipes), que decidem quem iniciará o jogo. O tabuleiro do jogo possui cinco covas distribuídas circularmente, com cinco sementes por cova (inicialmente). Na sua vez, o jogador escolhe uma cova, retira todas as suas sementes, e as redistribui nas covas seguintes (consecutivas) no sentido horário a partir da cova seguinte. (...) se a cova escolhida tiver seis sementes, por exemplo, o jogador pode redistribuí-las uma a uma, duas a duas, três a três ou colocar todas as sementes da cova seguinte. São recolhidas as sementes da última cova da distribuição quando nesta restarem exatamente três sementes e vence quem colher mais sementes no fim do jogo. O jogo se encerra quando restarem apenas quatro sementes no tabuleiro (SANTOS, 2013b, p. 2).

Como dito no capítulo “Resultados dos Estudos Preliminares e implicações sobre o Dispositivo Experimental”, a maneira como o *Mankala Colhe Três* foi apresentado aos sujeitos, no primeiro Estudo Preliminar, pode ter influenciado nos resultados obtidos. Apesar de não haver problemas de informação com as instruções do jogo, foi percebido que os alunos tendiam a não realizar um dos tipos de jogadas: remover as sementes de uma cova e as colocar na cova seguinte, jogada que tinha como ideia a divisão do número de sementes na cova escolhida para a realização da jogada por um. Essa dificuldade encontrada estava provavelmente atrelada ao fato de que, em situações práticas, a ideia de divisor está muito ligada a um número que reparte outro em partes menores, o que não acontece no caso de o divisor ser o 1. Sendo assim, o principal resultado obtido no primeiro Estudo Preliminar foi a

necessidade de se organizar a maneira de apresentar as instruções do jogo, dando mais ênfase a essa possibilidade de jogada pouco utilizada no primeiro Estudo Preliminar, já que foi dito inicialmente aos alunos que, para a realização de cada jogada, era preciso a divisão da quantidade de sementes removidas para a redistribuição em partes iguais e que essas partes seriam redistribuídas. Como a apresentação das instruções do jogo aos sujeitos faz parte do processo de devolução das situações com o *Mankala Colhe Três*, viu-se a necessidade de estudar mais a fundo o processo de devolução para o dispositivo experimental central.

Essa necessidade de repensar o processo de devolução para o dispositivo central ganhou força ao ser percebido também que o caráter adidático das situações com o jogo se mostrou afetado, devido à postura que o pesquisador tomava durante o experimento. Segue um trecho da transcrição do primeiro Estudo Preliminar que ajuda a esclarecer este fato:

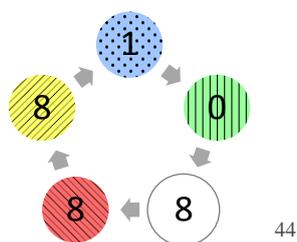


6. “A” *colhe as sementes da cova branca.*
7. (P) Por que você decidiu tirar essa da branca?
8. (A) Bom... Eu teria praticamente dado uma chance se eu botasse isso aqui, por exemplo...
9. “A” *simula a jogada em que a semente da cova azul seria removida e colocada na cova verde.*
10. (A) Teria... Bom, se aqui fosse cinco tinha ficado seis, mas aqui é... Aqui já é seis.
11. “A” *se refere à cova verde.*
12. (P) Não, pode jogar! Eu perguntei porque vi tu tirando da branca. Eu pensei que tu ia jogar com a branca, né. Vai jogar com a branca? Ou vai jogar com outra cor?
13. (A) Eu pensei que aqui tinha cinco. Deixa eu pensar agora com seis...
14. (P) Pode pensar... Tem todo tempo do mundo.

⁴³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.

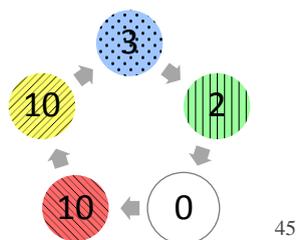
O trecho acima mostra que a intervenção do pesquisador (P) pode comprometer a presença de situações adidáticas. Nos itens 7 e 12 do recorte da transcrição acima, por exemplo, o pesquisador interfere na jogada do sujeito “A” buscando, ainda no início da primeira partida, explicações desse sujeito a respeito de suas escolhas no jogo. A pergunta do pesquisador no item 7 pode ser interpretada pelo sujeito como se o pesquisador achasse que não era uma boa escolha e provocar uma mudança de jogada. Neste caso, a modificação da jogada inicialmente pensada não é motivada pela reflexão sobre vantagens e desvantagens da jogada escolhida (o que interpretamos pelo viés do caráter adidático da situação), mas movida por uma tentativa de desvelar o conselho dado por um jogador mais experiente (ou seja, o jogador novato é impulsionado pela leitura que faz de uma intenção didática do pesquisador). Além disso, o jogador diante de um jogo novo vai inicialmente explorar as possibilidades de jogada, testar aquelas que são mais ou menos favoráveis. Só quando adquire maior domínio do jogo consegue explicar com desenvoltura porque faz determinadas escolhas de jogada. Ao questionar o porquê de certa jogada, o pesquisador desvia o olhar do jogo propriamente dito e de seus objetivos (colher o máximo de sementes) para focar a justificativa das escolhas, o que é prematuro, uma vez que o jogador ainda está se apropriando do funcionamento do jogo.

No trecho a seguir, que representa a continuação do recorte apresentado há pouco, o pesquisador intervém na jogada da outra aluna (G). O estado do tabuleiro será apresentado no início da transcrição:



16. “G” remove as sementes da cova branca...
17. (P) Tem quantas aí?
18. (G) Oito.
19. “G” distribui as oito sementes duas a duas, resultando em:

⁴⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.

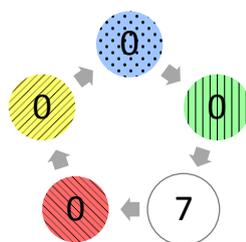


20. (P) Muito bem. Por que tu decidiu fazer isso?
21. (G) Bom, eu tinha esquecido agora de uma regra que... tinha que começar do branco, aí ia dar certo.
22. (P) Ah... Tu pensou que ia cair aqui e tu ia ficar com as três, né?
23. “P” aponta para a cova azul.
24. (G) Foi, aí eu me confundi.
25. (P) Não, normal.

Neste caso, a intervenção do pesquisador em relação à jogada feita pela aluna “G”, nos itens 17, 20, 22 e 25 da transcrição, também retrata um momento em que o caráter adidático foi comprometido. No entanto, é importante esclarecer que a aluna “G” já tinha jogado o *Mankala Colhe Três* na partida anterior e que, portanto, possuía um pouco mais de experiência com o jogo.

Para finalizar a análise relativa ao processo de devolução e ao caráter adidático das situações com o *Mankala Colhe Três* do primeiro Estudo Preliminar, vejamos o recorte da transcrição partindo da seguinte configuração do tabuleiro:

164. “G” remove as sementes da cova verde e as coloca na cova branca, resultando em:



(...)

170. (P) **O jogo termina quando só restam quatro sementes no tabuleiro, só que você pode ver que pode fi... Você colocou tudo aqui...**

171. “P” leva a mão da cova verde para a cova branca.

⁴⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.

172. (P) **E ele pode botar tudo aqui...**

173. *“P” leva a mão para a cova vermelha.*

174. (P) **E pode nunca mais acabar, né?**

175. *Risos...*

176. (P) **Então outra maneira de terminar é... Se der cinco rodadas e ninguém tirar sementes. Aí a gente acaba. É a sua vez, pode jogar.**

177. *“P” fala para “A”.*

178. (P) **Aí é empate, porque, no caso aqui, a quantidade de sementes foi empate. Mas aí...**

179. *“A” se mostra bastante pensativo.*

180. (A) **Já sei que eu não vou optar por botar uma em cada um. Por quê isso?**

181. (P) Por quê?

182. (A) Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete.

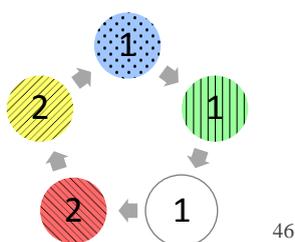
183. *“A” simula a distribuição das sementes da cova branca uma a uma, apontando para as covas.*

184. (A) Aqui terá duas! E aqui terá...

185. *“A” Aponta, respectivamente, para as covas amarela e azul.*

186. (P) **Vamo fazer o seguinte: distribui pra ver como é que ia ficar o tabuleiro...**

187. *“A” remove as sementes da cova branca e as distribui uma a uma, resultando em:*



188. (P) **Isso. Aí tu não quer fazer isso por quê?**

189. (A) Ou seja, fazia isso...

190. *“A” simula a jogada em que seriam retiradas as sementes da cova amarela e as colocaria a cova azul.*

191. (P) Ah, ela podia colocar as duas aqui?

192. (A) Isso.

193. (G) Ou então ele colocava isso aqui...

⁴⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.

194. “G” *simula a jogada em que a semente da cova branca seria colocada na cova vermelha.*

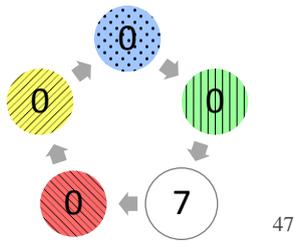
195. (P) Ou então colocar essa aqui? Ah! Muito bem.

196. (A) É, tinha várias formas, né?

197. (P) Verdade. Muito bem.

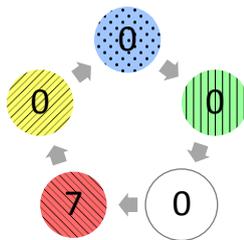
198. (A) Ou seja, já que eu não...

199. “A” *reorganiza o tabuleiro voltando à configuração anterior:*



200. (A) Só tem duas formas. Se eu fazer essa, ou então oh... A gente vai ter que ficar fazendo assim o tempo todo, então...

201. “A” *remove as sementes da cova branca e as coloca na cova vermelha, resultando em:*



202. (A) Temos o empate?

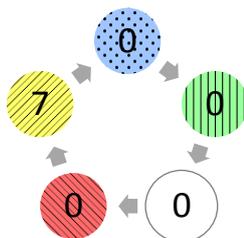
203. (P) E aí?

204. “P” *pergunta à “G”.*

205. (P) **Você vai... Ele passou pra cá. É sua vez de jogar. O que é que você vai fazer?**

206. (G) **Vou passar...**

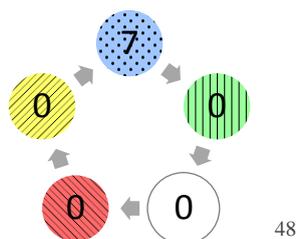
207. “G” *passa todas as sementes da cova vermelha para a cova amarela, resultando em:*



⁴⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.

208. (P) Ah, muito bem. Então eu acho que agora a gente...

209. “A” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova azul, resultando em:



210. (P) Decretou o empate. Ok?

211. (A) É... Ninguém é burro de...

212. Risos.

Em relação ao recorte da transcrição apresentado acima, um elemento inicial que pôde ser percebido comprova os problemas encontrados no processo de devolução, entre os itens 170 e 176, quando, pela primeira vez, o pesquisador informa uma das duas maneiras de encerrar as partidas de *Mankala Colhe Três*, que é quando ninguém colhe sementes por cinco rodadas seguidas. Além do mais, esse fato está atrelado a uma ausência muito clara do caráter adidático das situações no jogo, devido à constante intervenção do pesquisador durante a partida. Quando o pesquisador decide apresentar essa “nova” maneira de encerramento das partidas (item 176), os sujeitos estão diante de uma situação muito particular do jogo, em que existiam apenas duas opções de jogadas e que uma delas permitiria a vitória do adversário. No entanto, essa análise das jogadas foi feita muito mais pelo pesquisador do que propriamente pelos sujeitos, como pode ser visto no item 178. Percebe-se, no entanto, que os sujeitos “A” e “G” acabam por entender a lógica do problema e conseguem, de certo modo, antecipar as duas possibilidades de jogadas, concluindo que a melhor opção de jogada seria a que acabara de ser apresentada pelo pesquisador, resultando no empate.

O relato apresentado pela transcrição e analisado no parágrafo anterior mostra que, apesar de os sujeitos serem capazes de compreender e até mesmo de argumentar sobre jogadas favoráveis no *Mankala Colhe Três*, esses conhecimentos não foram construídos somente por eles. De fato, o decreto de empate feito pelos alunos foi, de certa forma, induzido pelo pesquisador.

⁴⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, azul, verde, branca, vermelha e amarela.

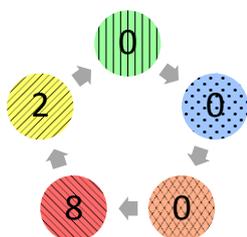
Assim como no Primeiro Estudo Preliminar, percebeu-se uma grande deficiência no processo de devolução para o segundo Estudo Preliminar. Contrariamente ao outro estudo, todo o processo de instruções do jogo feito pelo pesquisador ao aluno “A”, único sujeito participante do segundo Estudo Preliminar, foi filmado e transcrito. Os dados obtidos por meio da filmagem e transcrição do experimento ajudaram bastante a perceber os problemas do processo de devolução e a perceber momentos em que o caráter adidático das situações não era conseguido. Este fato, como dito no capítulo “Resultados dos Estudos Preliminares e implicações sobre o Dispositivo Experimental”, favoreceu a elaboração do Dispositivo Experimental Central da pesquisa. Segue um trecho da transcrição do segundo Estudo Preliminar que relata bem alguns dos elementos que puderam causar dificuldades em relação ao processo de devolução:

1. (P) Vê só, o nome desse jogo é Mankala Colhe Três. Isso aqui ele pega tranquilo, de longe [referindo-se ao gravador de áudio]. É...
2. (A) Mankala Colhe Três...
3. (P) Isso, vamo lá. Prestando atenção. **O jogo é o seguinte, é bem complicado, então é preciso prestar bastante atenção.** Se tu reparar a gente tem cinco covinhas. Cada cova tem cinco sementes. Ok?

O recorte acima representa o início do diálogo entre o pesquisador e o sujeito participante do experimento. No item 3 da transcrição, o pesquisador afirma que “o jogo é bem complicado”. Esta frase, dita logo no início do experimento, poderia influenciar na dimensão lúdica que o *Mankala Colhe Três* pode proporcionar. No entanto, dentre os aspectos percebidos no processo de devolução deste Estudo Preliminar, o que mais chamou atenção foi a duração deste processo de instruções do jogo. De fato, como pode ser visto nas transcrições em anexo do texto, a primeira jogada só foi apresentada no item 117 da transcrição. Esse momento de apresentação das regras do jogo teve uma duração de, aproximadamente, sete minutos e meio.

Como a pretensão do pesquisador neste Estudo Preliminar era a de, ao competir com o aluno “A”, apresentar questões relativas ao jogo durante as partidas, o caráter adidático acabou por ficar muito comprometido. Há momentos em que o pesquisador “P” levanta algumas questões relativas à análise das jogadas e que acaba fazendo com o que o sujeito não desenvolva os conhecimentos em jogo, mas seja apresentado (passivamente) a tais noções. Esse fato gera alguns conflitos no sujeito, que, claramente, ainda estava em processo de

exploração do jogo. Isso é percebido, por exemplo, quando o pesquisador faz uma análise de uma jogada em voz alta, fazendo com que o sujeito perceba que a antecipação das jogadas é um elemento importante para a realização boas jogadas no *Mankala Colhe Três*, no entanto essa análise parece confundir o aluno. Segue o trecho da transcrição em que isso pode ser visto:



245.

49

246. (P) Dois, quatro, seis, oito...

247. *“P” retira as sementes da cova vermelha e as conta.*

248. (A) Que... Porque eu fui fazer isso... Tu vai ganhar...

249. (P) Vou? Por que eu vou ganhar? Diga.

250. (A) Porque tem oito... Eu vou dizer o que tu vai botar?

251. (P) Eu sou esperto, rapaz. Eu já conheço o jogo. Vá, diga.

252. (A) Aí vê, olha... Uma, duas, três, quatro, cinco, seis, sete, oito. Vai ficar com três aqui.

253. *“A” simula uma jogada a partir da cova vermelha em que as sementes são distribuídas uma a uma a partir da amarela. Para isso ele aponta para as covas enquanto conta de um até oito, tirando a conclusão de que restariam exatamente três sementes na cova azul.*

254. (P) Três?

255. (A) Não! Uma, duas, três...

256. *“A” inicia mais uma vez uma simulação, iniciando da cova amarela.*

257. (A) Ah não, tá certo. Porque essa aqui vai ficar pelo último!

258. *“A” aponta para a cova amarela.*

259. (A) É, tá certo.

260. (P) Vamo fazer o seguinte a partir de agora... Botar as oito aqui.

261. *“P” devolve as oito sementes à cova vermelha.*

⁴⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, verde, azul, marrom, vermelha e amarela.

262. (P) Vamo imaginar. Feito você disse. Se eu distribuir de uma em uma, o que é que acontece? Um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito.

A partir de então, o pesquisador e o sujeito iniciam um processo de análise das jogadas a partir da configuração do item 245. Essa análise é feita de modo a definir qual seria a configuração do tabuleiro resultante da redistribuição das sementes da cova vermelha de uma em uma. Essa análise é feita entre os itens 263 e 297 da transcrição do segundo Estudo Preliminar. Segue a continuação da transcrição a partir dessa análise, quando o pesquisador define a jogada que irá realizar:

298. (P) Aí o que vai acontecer? Aqui vai ter duas, né?

299. *“P” aponta para a cova marrom.*

300. (A) Unhum!

301. (P) Eu não vou fazer isso! Porque vai ficar duas aqui... E uma aqui.

302. *“P” aponta, respectivamente, para as covas azul e marrom.*

303. (P) E aí você gosta muito disso.

304. *Risos.*

305. (P) Então eu vou pensar mais um pouquinho... O que eu vou fazer? Vou tirar essas daqui...

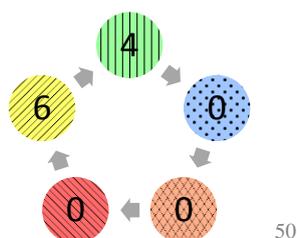
306. *“P” começa a retirar as oito sementes da cova vermelha.*

307. (P) Dois, três, quatro, cinco, seis, sete...

308. (A) Eu nem tinha pensado nisso!

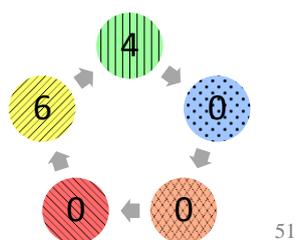
309. (P) Oito. Vou pegar essas oito e vou colocar... Quatro aqui, quatro aqui.

310. *“P” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui quatro a quatro, resultando em:*



⁵⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, verde, azul, marrom, vermelha e amarela.

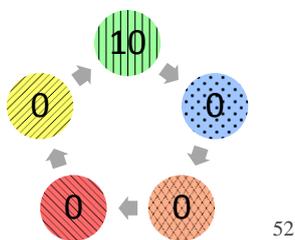
No recorte acima, o sujeito se mostra surpreso pela maneira como o pesquisador definiu a sua jogada – por meio de uma análise baseada na antecipação de jogadas – afirmando, inclusive, que “não havia pensado nisso”. Esse ponto representa um momento particular de toda a experimentação. De fato, como o próprio aluno afirmou, essa nova maneira de pensar nas jogadas do *Mankala Colhe Três* pareceu ser bem diferente do que ele realizava em suas escolhas no jogo. Essa mudança brusca na maneira de pensar o jogo fez com que o aluno se confundisse na jogada seguinte:



311. (A) Aqui eu vou botar... Não. Se eu botar três aqui, três aqui...
312. “A” *simula a distribuição das sementes da cova amarela três a três.*
313. (A) Aí vai ficar três. Você só... Pegar... Botar aqui...
314. “A” *simula a próxima jogada, em que “seria” possível recolher as três sementes da cova azul (deveriam ser colhidas) e as colocar na cova marrom.*
315. (A) Vai ficar três, você pode... Então deixa pra lá. Vou pegar essas seis...
316. “A” *inicia a retirada das sementes da cova amarela.*
317. (A) Peraí, aqui tem quatro...
318. “A” *devolve as sementes à cova amarela.*
319. (A) Essa aqui... Essas... tem seis, essas seis...
320. “A” *remove as seis sementes da cova amarela.*
321. (A) E botar duas aqui...
322. “A” *coloca duas sementes na cova verde.*
323. (A) Não. Três aqui...
324. “A” *coloca uma semente a mais na cova verde.*
325. (A) E...
326. “A” *quase coloca as três sementes restantes na cova azul...*
327. (A) **EI NÃO! Vou não. Vale não...**

⁵¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, verde, azul, marrom, vermelha e amarela.

328. “A” *retira as três sementes que havia acabado de colocar na cova verde.*
329. (P) Por que não?
- 330. (A) Aí se eu botar três aqui e três aqui...**
331. “A” *aponta, respectivamente, para as covas verde e azul.*
- 332. (A) Você só... Botar aqui e vai... Pegou as três.**
333. “A” *simula uma jogada de retirada das sementes da cova azul para a cova marrom.*
- 334. (P) Quando é que a gente colhe semente?**
- 335. (A) Quando... Quando ficam três, sobrando.**
- 336. (P) Na última jogada, né?**
- 337. (A) É! Então eu vou botar... Não, se eu botar... Eu vou botar as dez aqui.**
338. “A” *coloca todas as sementes que estavam na cova amarela na cova verde, resultando em:*



52

339. (P) Vá!
340. (A) As seis! Vai ficar com dez.
341. (P) Anham!

No recorte da transcrição acima, acontece um fato muito interessante: ao perceber que o pesquisador havia feito uma análise das jogadas, a partir de antecipações, o sujeito percebe que “deve” fazer o mesmo, para que também realize boas jogadas. No entanto, essa mudança da maneira de pensar nas jogadas parece ser tão brusca que o sujeito simplesmente deixa de pensar na jogada atual e foca apenas na jogada seguinte, por meio da antecipação de jogadas. Isso pode ser claramente percebido entre os itens 311 e 314 e entre itens 327 e 333, quando o aluno acredita que redistribuir as seis sementes da cova amarela de três em três é uma má jogada, já que “restariam três sementes na cova azul”, o que permitiria que o pesquisador pudesse remover tais sementes da cova azul e as colocar na cova marrom, resultando em colheita. Mas, na verdade, se “A” redistribuísse as sementes da cova amarela de três em três,

⁵² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, verde, azul, marrom, vermelha e amarela.

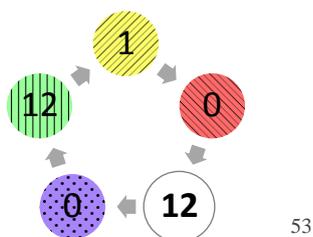
ele próprio colheria as sementes resultantes da cova azul em sua jogada atual. Impressionado com decisão explicitada por “A”, o pesquisador chega a perguntar imediatamente ao sujeito, no item 334, “quando é que a gente colhe sementes?”, e mesmo após responder corretamente (item 335), o aluno continua a pensar apenas nas jogadas antecipadas. Vale ressaltar que, durante todo o experimento, o sujeito não havia apresentado dificuldade alguma em relação aos tipos de jogadas do *Mankala Colhe Três* ou colheita de sementes.

Os relatos apresentados acima só reforçaram a necessidade de um momento em que os sujeitos pudessem explorar o jogo da maneira mais livre possível, ou seja, com o mínimo de apego às intenções do pesquisador. De fato, os resultados obtidos por meio dos Estudos Preliminares serviram bastante para a elaboração do dispositivo Experimental Central, de modo que este pudesse contemplar situações verdadeiramente adidáticas pelos sujeitos e que houvesse processos de devolução eficazes, a ponto de permitir que tal caráter adidático pudesse ser contemplado.

7.3.2 O processo de devolução e o caráter adidático nas situações envolvendo o *Mankala Colhe Três* – Dispositivo Experimental Central

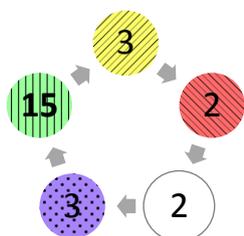
Todos os aspectos que geraram dificuldades, percebidos nos Estudos Preliminares, em relação ao processo de devolução e o caráter adidático das situações com o *Mankala Colhe Três*, foram estudados de modo a evitar que acontecessem durante o Dispositivo Experimental Central. Buscando um processo de devolução eficaz, foi elaborada uma ficha de regras do *Mankala Colhe Três*, a qual continha informações sobre a configuração inicial do jogo, os tipos de jogada, sobre a redistribuição, sobre quando se colhe sementes, o objetivo do jogo e informações sobre o fim do jogo. Esta ficha representava um material permanente, que os sujeitos poderiam utilizar em qualquer momento durante o experimento ou, inclusive, em outros momentos fora da escola (figura 14).

No momento das instruções do jogo, na Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central, cada sujeito recebeu a ficha de regras, que foi lida pelo pesquisador exatamente como estava escrito. Durante a leitura da ficha de regras, os sujeitos acompanhavam atentamente com suas fichas individuais. Após esse momento de leitura da ficha de regras, quando as alunas já jogavam, surgiu um momento inicial em que as elas buscavam esclarecer algum tipo de dúvida a respeito das instruções do jogo. Será apresentado o trecho da transcrição da primeira partida entre as alunas “A” e “B” no qual pode ser observado este momento de esclarecimento de dúvidas, partindo da seguinte configuração do tabuleiro:



53

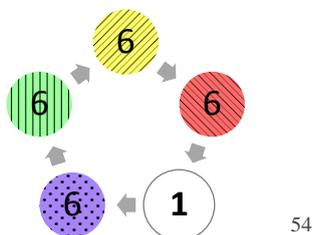
6. (A) Se eu quiser pegar essa daqui e distribuir, eu preciso pegar só cinco, ou todas?
7. “A” se refere à cova branca e suas sementes.
8. (P) Pega todas de uma cova! É sempre assim: você remove todas as sementes de uma das covas e aí tem dois tipos de jogada, lembra?
9. “A” acena positivamente com a cabeça, visando o tabuleiro do jogo.
10. (P) Ou colocar todas na próxima ou redistribuir em partes iguais.
11. “A” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



12. (A) E aí, eu posso pegar agora?
13. “A” faz a pergunta se referindo às covas que restaram três sementes (roxa e amarela).
14. (P) A tua última jogada foi aonde?
15. (A) Aqui.
16. “A” aponta para a cova verde.
17. (P) Ah não. Só se a última jogada restar três...
18. (B) Fosse aqui ou aqui.
19. “B” aponta para as covas roxa e amarela.
20. (P) A última cova da redistribuição.

⁵³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Na partida inicial entre as alunas “C” e “D” também surgiu este momento, em que os sujeitos buscavam o esclarecimento de algumas regras do jogo. Segue o recorte da transcrição que apresenta o momento em que as alunas “C” e “D” buscam tirar suas dúvidas a respeito das regras do *Mankala Colhe Três*, partindo da configuração:



4. (D) **Aí joga aqui também?**

5. “D” *se refere à cova branca, cova de onde foram removidas as sementes.*

6. (C) **É!**

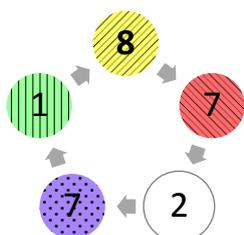
7. (C) **E agora sou eu. Eu pego nessa?**

8. “C” *se refere à cova roxa, perguntando à “P”.*

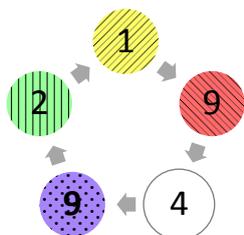
9. (P) **Você escolhe uma das covas e distribui.**

10. (C) **Ah...**

11. “C” *remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:*



12. “C” *remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:*



13. (C) **Daí ela conseguiu preencher três. Daí ela pega, né? Pra ela?**

⁵⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

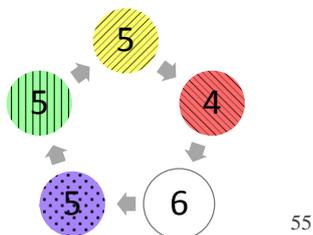
14. (P) Se for na última cova da redistribuição.
15. (C) Ah...
16. (P) Se a última que ela colocou restou três, ela pode colher.
17. (C) Ah...

Este momento inicial nas partidas, apresentado nos dois recortes de transcrições acima, mostra que o processo de devolução esteve em curso também durante a realização das partidas, de acordo com as necessidades dos sujeitos, não se restringindo, dessa forma, às instruções do jogo. Este fato se confirmou após a realização das partidas, quando o pesquisador percebeu que havia alguns tipos de jogadas que não foram realizados em momento algum pelos sujeitos nesta etapa do experimento. Os alunos tendiam a realizar apenas dois tipos de jogadas: remover todas as sementes de uma das covas e as colocar na cova seguinte ou remover todas as sementes de uma das covas e as redistribuir de uma em uma. Para evitar que o caráter adidático das situações nas partidas fosse comprometido, o pesquisador achou mais sensato deixar para esclarecer todos os tipos de jogadas possíveis no *Mankala Colhe Três* ao final do experimento. Para isso, o pesquisador foi além das instruções presentes na ficha de regras e apresentou exemplos de tipos de jogadas que não estavam sendo feitas pelos sujeitos durante as partidas. Segue um trecho da transcrição das instruções finais da Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central:

12. (...) É... E eu queria também esclarecer só um ponto! Que é o seguinte: se vocês pegarem a regra de vocês... Por favor, cada um pegue sua regra. Já que vocês vão praticar bastante, em casa, é... Existem dois tipos de jogada, num é isso?
13. “A”, “B” e “C” acenam positivamente com a cabeça.
14. (P) Um dos tipos de jogada diz o quê? Deixa eu pegar a minha aqui também... Diz o seguinte, é... Tipos de jogada: remover todas as sementes de uma das covas e colocá-las na cova seguinte no sentido das setas, no sentido horário. Vocês fizeram isso, num foi? Tirava todas as sementes de uma das covas e colocava na cova seguinte.
15. “P” *simula, em um dos tabuleiros, a passagem das sementes da cova branca para a cova roxa. Neste momento, “C” aponta para “D” e fala algo que não foi captado. Ambas sorriem.*
16. (P) E o outro tipo de jogada... O outro tipo de jogada é qual? Remover todas as sementes de uma das covas e dividir o total de sementes em partes iguais e redistribuir

cada parte na cova seguinte. Então, por exemplo... Eu percebi que durante as jogadas de vocês... É... Essa jogada foi pouco utilizada, que é o seguinte, por exemplo...

17. “P” *retira uma semente da cova vermelha de um dos tabuleiros, que estava com cinco sementes por cova, e a coloca na cova branca, resultando em:*



18. (P) Se aqui tem seis sementes... Tem seis sementes aqui, *ok?*
19. “P” *se refere às sementes da cova branca.*
20. (P) Então, se que quiser jogar nessa cova com seis sementes... Atenção meninas...
21. *As alunas se aproximam do tabuleiro que “P” utiliza.*
22. (P) Uma jogada permitida também é eu dividir essas seis sementes...
23. “P” *coloca as seis sementes da cova branca na palma de sua mão e as mostra para as alunas.*
24. (P) Em partes iguais. E dividir essas partes iguais... Existem quantas maneiras de dividir... Me diga uma maneira de dividir essas seis sementes em partes iguais, por favor. Alguém...
25. (B) Duas em cada uma...
26. (P) Ah! Duas em cada um.
27. “P” *separa as seis sementes de sua mão em três grupos de duas sementes.*
28. (B) Três em dois...
29. (C) Três...
30. (P) Ou três em duas, exato.
31. “P” *separa as seis sementes de sua mão em dois grupos de três sementes.*
32. (B) E uma em cada um.
33. (P) E uma em cada um, exatamente. Então tem várias maneiras de distribuir, *ok?*
34. “A”, “B” e “C” *acenam positivamente com a cabeça.*
35. (P) Então eu queria deixar claro que essa regrinha tá abrindo todas as possibilidades de fazer isso também... Essas jogadas também são possíveis no jogo. Tá *ok?*

⁵⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

36. “A”, “B” e “C” acenam positivamente com a cabeça.

As instruções finais se mostraram bastante importantes, principalmente porque os alunos receberam a informação de que poderiam explorar livremente o *Mankala Colhe Três* durante o intervalo entre as duas primeiras etapas do Dispositivo Experimental Central (uma semana), o que permitiria que, na Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central, as alunas já possuíssem um bom grau de apropriação do jogo. Portanto, era preciso que os sujeitos conhecessem bem todas as possibilidades de jogadas que o *Mankala Colhe Três* pode propiciar. Vale lembrar que os alunos haviam recebido a ficha de regras e uma figura com várias imagens de diferentes tabuleiros de *Mankala Colhe Três* construídos com material de sucata e baixo custo, permitindo a produção e prática do jogo em diferentes momentos e locais. Além disso, os tabuleiros de *Mankala Colhe Três* utilizados na Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central foram deixados na escola e disponibilizados aos alunos durante todo o período experimental central da pesquisa.

Durante a Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central, foi percebido que o pesquisador quase não interferiu. A fala do pesquisador se concentrou no momento inicial das partidas – quando os alunos buscaram esclarecimentos devido a algumas dúvidas com as regras do jogo. Ou seja, a intervenção do pesquisador foi focada na transferência de responsabilidade sobre o jogo aos jogadores (devolução da situação adidática). A partir de então, ao optar por não intervir, o pesquisador permitiu que os jogadores testassem suas estratégias (suas hipóteses de jogadas favoráveis), verificassem a pertinência de suas escolhas baseados essencialmente no fato de conduzirem ou não a colher sementes e a ganhar as partidas. Até nos momentos em que uma partida se encerrava, as próprias alunas se encarregavam de decidir quem iria iniciar a próxima partida e já reiniciavam o jogo, o que ilustra que interagiam entre si e com o jogo de maneira autônoma. Na transcrição das duas partidas entre as alunas “C” e “D”, por exemplo, dos 143 itens presentes na transcrição da primeira partida e 34 itens presentes na transcrição da segunda partida, apenas sete deles representavam argumentações feitas pelo pesquisador. Dentre esses sete pontos de comentário do pesquisador, quatro fazem parte do momento inicial, quando as alunas buscavam esclarecer possíveis dúvidas a respeito das regras do jogo e os outros três foram colocações mais neutras e que não estavam relacionadas às estratégias do jogo, como pode ser visto a seguir:

97. (P) Essa ainda é a primeira partida, num é?

98. “C” *acena positivamente com a cabeça.*

99. (P) Sem problema. Podem continuar aí, jogando.

(...)

140.(C) Acabou...

141.(D) Acabou!

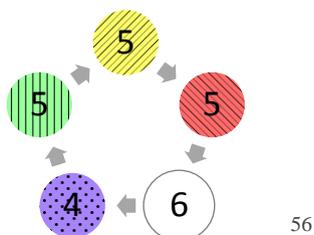
142.(P) Pronto, podem começar de novo, meninas.

Vale ressaltar que os sete itens em que o pesquisador argumentava nas transcrições das partidas entre os sujeitos “C” e “D” fazem parte da primeira partida, ou seja, durante a segunda partida o pesquisador não entrevistou em momento algum.

Visando evitar qualquer novo problema com as instruções do jogo na Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central, o que poderia comprometer mais uma vez o processo de devolução, perguntou-se, inicialmente, aos sujeitos se eles haviam jogado o *Mankala Colhe Três* entre as duas primeiras etapas do experimento. Como visto anteriormente, dois deles (“C” e “D”) confirmaram que haviam explorado. No entanto, por precaução, foi programado um momento inicial de retomada das regras do jogo. Neste momento, além da releitura da ficha de regras, foram dados exemplos de jogadas, para que ficassem claras todas as opções de jogadas no *Mankala Colhe Três*. O jogo foi rerepresentado dessa maneira visando evitar os problemas ocorridos na Etapa 1, quando os alunos ainda possuíam certas dúvidas a respeito das instruções do jogo. Segue um trecho da transcrição da Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central no momento em que foram enfatizadas algumas regras do jogo:

40. (P) Segunda maneira de jogar: remover todas as sementes de uma das covas e dividir o total de sementes em partes iguais, e redistribuir cada parte nas covas seguintes. Mais uma vez: remover todas as sementes de uma das covas, dividir em partes iguais essa quantidade e redistribuir cada parte dessa que eu dividi. E aí, lembram do exemplo que eu dei semana passada também, que era quando tinha, por exemplo, seis sementes...

41. “P” *retira uma das sementes da cova roxa e a coloca na cova branca, resultando em:*



56

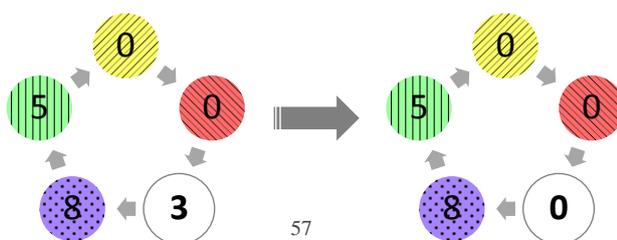
42. (P) Que eu disse o seguinte: se eu quero jogar nessa cova branca, por exemplo... Muita atenção, meninas... E eu removo...
43. *“P” remove as sementes da cova branca.*
44. (P) Quando eu olho na minha mão... Eu tenho quantas sementes aqui?
45. *As alunas respondem “seis”.*
46. (P) Seis sementes. E aí, como é que eu devo redistribuir essas sementes? Eu tenho várias opções. Uma delas é: colocar todas as sementes na próxima, que foi a primeira regra que a gente acabou de ver, *ok?* Só que outra maneira é dividir em partes iguais...
47. (C) Pode botar, tipo, dois em cada?
48. (P) Pode colocar dois em cada! Por quê? Porque seis a gente pode dividir dois, dois e dois, num é verdade?
49. *“P” espalha as sementes da palma de sua mão em três grupos de duas sementes.*
50. (P) Num é?
51. *“A” e “C” acenam positivamente com a cabeça.*
52. (P) Só que, como colhi da branca, eu começo colocando duas na roxa, duas na verde e duas na amarela. *Ok?*
53. *“A”, “B” e “C” acenam positivamente com a cabeça.*
54. (P) Tem outra maneira, que eu poderia fazer?
55. (B) Três em cada um.
56. (C) Botando três...
57. (P) Muito bem, meninas. Coloco três aqui, três aqui. É outra maneira.
58. *“P” aponta para as covas roxa e verde.*
59. (P) Existe mais uma outra maneira de jogar?
60. (C) Coloca de uma em uma...
61. (P) Uma em cada um, que foi a que mais apareceu semana passada.
62. *“C” sorri,*

⁵⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

63. (P) Mas é importante saber que todas essas jogadas fazem parte do jogo. *Ok?*
64. “B” e “C” *acenam positivamente com a cabeça.*
65. (P) Pronto... Alguma dúvida? Não?
66. (C) Não!

O recorte acima mostra uma parte das instruções do jogo para a Etapa 2, no momento em que foi rerepresentado o tipo de jogada que os sujeitos tiveram dificuldade na etapa anterior. Como dito acima, diferentemente da maneira como as instruções foram passadas no início da Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central, apresentou-se exemplos de jogadas para que ficassem mais claras todas as possibilidades de jogadas que o jogo permite.

Um aspecto interessante em relação ao processo de instruções do jogo para a Etapa 2 do experimento central, se for feita a comparação com a Etapa 1, se refere ao momento em que os sujeitos retiravam as dúvidas durante o início das partidas. Na Etapa 2 este momento quase não existiu, se resumindo, praticamente, a apenas um questionamento da aluna “C”, que será apresentada logo após a seguinte colheita feita por “C”:



16. (C) Pode fazer assim?

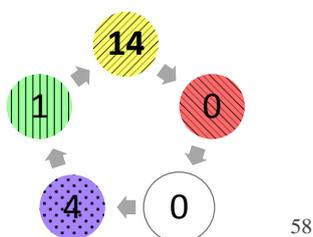
17. “C” *pergunta sobre a jogada que acabou de fazer.*
18. (P) Pode sim! Só uma dúvida... Vocês duas também podem... Podem tirar...
19. “P” *se refere às alunas “A” e “B”, que estão competindo em outro tabuleiro.*
20. (P) Ela perguntou mais uma vez... É um tipo de regra que a gente também viu no final da aula. Tinham três sementes nessa cova vermelha. Ela tirou as três e colocou na próxima. É uma jogada possível. Como restou três na última, ela pode colher. *Ok?*
21. *As alunas “A” e “B” sorriem.*

⁵⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Além de aparecer apenas o questionamento da aluna “C” como uma “tirada de dúvida”, pode se perceber que ela pergunta apenas para se certificar, já que a jogada já havia sido efetivada por ela (item 16).

Apesar de o pesquisador enfatizar bastante as regras do jogo que se mostraram mais problemáticas na etapa anterior do Dispositivo Experimental Central, alguns detalhes do jogo foram ditos pelo pesquisador durante as partidas, como a maneira de finalizar o jogo, por exemplo. No entanto, pôde ser percebido que as alunas já haviam se apropriado do jogo a ponto de não apresentarem dificuldades com as regras. É importante destacar que, apesar de o pesquisador ter conduzido o processo de devolução de maneira mais ativa neste momento, se contrapondo à passividade da etapa 1, o caráter adidático não foi comprometido. É importante que fique claro que o pesquisador (professor) pode e deve se assegurar que há compreensão da tarefa (funcionamento do jogo) por parte dos sujeitos (alunos), em que o desafio é conduzir esse processo sem desvelar os conhecimentos em jogo e sem induzir a usar determinados conhecimentos para resolver o problema posto (desenvolver estratégias mais adequadas de jogo). Segue um recorte da transcrição em que isso pode ser visto:

6. (P) Vocês se lembram quando é que o jogo se encerra?
7. (C) Quando fica com quatro!
8. (B) Quando fica quatro.
9. (P) Ah, *ok*. Muito bem.
10. “D” *remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:*



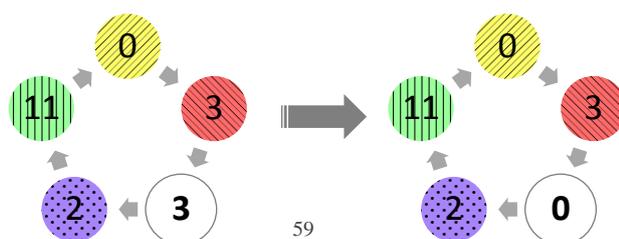
11. (P) Ou quando, se por acaso demorar muito o jogo, mais de cinco rodadas no final sem ninguém colher, num é. Aí a gente também encerra.

⁵⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Foi percebido também que a informação levantada pelo pesquisador não teve relação direta com as situações em que os sujeitos estavam inseridos naquele momento. Ou seja, a intervenção do pesquisador retratada acima não influenciou a tomada de decisões dos sujeitos.

Além deste momento citado há pouco, teve mais um instante em que o pesquisador entrevistou durante as partidas. Segue o trecho que traz esse momento:

8. (P) Só lembrando... Mais um detalhezinho que a gente viu no final da última aula foi o seguinte...
9. “C” remove as sementes da cova amarela e a redistribui de uma em uma, resultando em:



10. (P) Atenção, meninas, é bem rápido... Muito bem, “C”.
11. “P” se refere à “colheita” feita por “C”.
12. (P) É rapidinho. Foi a questão de que, tinha uma cova que tinha sete sementes. Eu não lembro quem foi... Foi uma de vocês duas...
13. “P” se refere às alunas “A” e “B”
14. (P) Acho que foi “A” que perguntou: “P”, eu posso distribuir sete sementes de três em três, ou foi de duas em duas e no final colocar três?
15. (A) Fui eu.
16. (P) Aí eu disse: Ôpa, não... Porque a gente não tem como dividir...
17. (C) Tem que ser igual.
18. (P) Em partes iguais. Muito bem.
19. “P” fala à “C”.
20. (P) Vocês lembram, né?
21. (C) Unhum.
22. (P) Ótimo.

⁵⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

O trecho acima apresenta o outro momento em que o pesquisador faz uma intervenção para lembrar mais um detalhe a respeito das regras do jogo, enquanto os sujeitos jogam. É importante esclarecer que a situação a qual o pesquisador se remete não está transcrita, pois aconteceu em um momento após a finalização da Etapa 1 do Dispositivo Experimental. Este momento foi justificado no bloco referente à “dimensão lúdica e o desenvolvimento de atitudes no *Mankala Colhe Três*”. Assim como no momento citado pouco antes, essa interferência do pesquisador poderia comprometer o caráter adidático do experimento. No entanto, para justificar a permanência do caráter adidático, serve o mesmo argumento usado na situação anterior.

Por meio da análise do processo de devolução e da presença do caráter adidático nas partidas de *Mankala Colhe Três* durante os dois estudos Preliminares e as Etapas 1 e 2 do Dispositivo Experimental Central, podemos concluir que, após uma análise das dificuldades encontradas nos Estudos Preliminares, conseguiu-se preparar um dispositivo experimental que favorecesse a dimensão adidática da situação de jogo com o *Mankala Colhe Três*. A seguir, será apresentada uma análise referente às interações dos sujeitos participantes da pesquisa atreladas às características das situações didáticas.

7.4 As interações e os tipos de situações didáticas envolvendo o *Mankala Colhe Três*

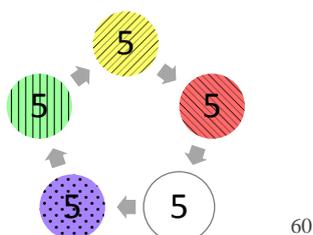
Será feita uma análise geral das diversas interações dos sujeitos durante as etapas do Dispositivo Experimental Central. A escolha de focar o estudo apenas nas interações ocorridas no dispositivo central se deve ao fato de tal dispositivo ter sido planejado para possibilitar essas interações de diferentes naturezas. Esta análise busca perceber a passagem dos tipos de situações didáticas propostas por Brousseau (1996): *ação, formulação e validação*. É importante lembrar que as Etapas 1 e 2 do Dispositivo Experimental Central foram elaboradas com tal finalidade, em que, inicialmente, quando os sujeitos são apresentados ao jogo e iniciam a realização das partidas individuais, imaginou-se que seria proporcionada a presença de situações de ação. Já quando os alunos iniciassem as partidas em duplas, após certa apropriação do jogo, a necessidade de argumentação entre as duplas tenderia a propiciar a presença de situações de formulação e validação.

7.4.1 Situações de ação

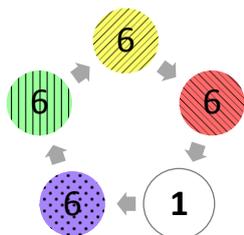
Logo após uma análise geral dos tipos de situações percebidas nas partidas do experimento, será feita uma análise da evolução das estratégias dos alunos, que, apesar de estar fortemente atrelada à passagem dos tipos de situações didáticas, serão feitas posteriormente. De fato, independente da passagem pelas situações de ação, formulação e validação – que está ligada aos tipos de interações proporcionados pela maneira como o dispositivo foi preparado – as estratégias tendem a evoluir a todo instante, devido à exploração e apropriação do jogo.

Como previsto, no primeiro momento com o jogo houve um predomínio de situações de ação. Neste momento inicial, percebeu-se que muitas das jogadas realizadas eram escolhidas quase que arbitrariamente. Este momento de exploração mais livre do jogo foi percebido por todos os sujeitos e estava muito ligado ao esclarecimento das regras do jogo. A seguir serão apresentados trechos da transcrição das partidas individuais nos quais isto pode ser percebido.

1. (P) Pronto... Então podem começar a jogar!
2. *O tabuleiro está na configuração inicial:*



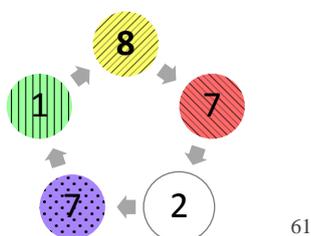
3. *“D” remove as sementes da cova branca e inicia a redistribuição, de uma em uma.*



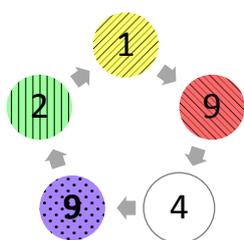
4. (D) Aí joga aqui também?
5. *“D” se refere à cova branca, cova de onde foram removidas as sementes.*
6. (C) É!

⁶⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

7. (C) E agora sou eu. Eu pego nessa?
8. “C” se refere à cova roxa, perguntando a “P”.
9. (P) Você escolhe uma das covas e distribui.
10. (C) Ah...
11. “C” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:

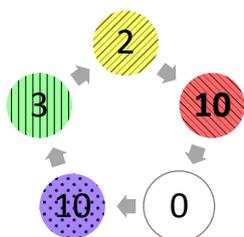


12. “D” remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:



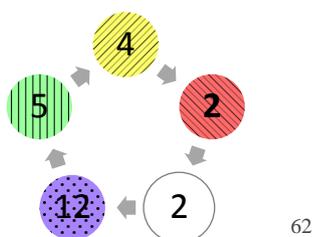
(...)

20. “C” conta as sementes da cova branca e simula a redistribuição destas sementes, de uma em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo.
21. (C) Ah, não dá naquela! Que saco!
22. “C” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



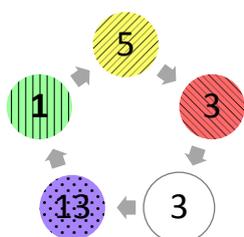
23. “D” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:

⁶¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



24. (C) Quase!

25. “C” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:

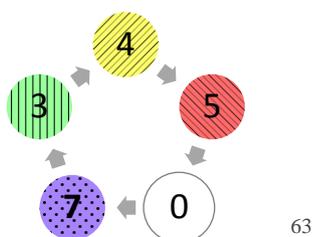


26. (C) Vixi...

27. “C” e “D” sorriem.

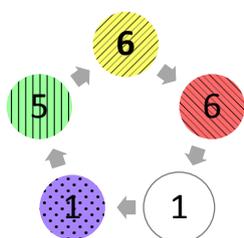
O recorte apresentado acima, da transcrição da primeira partida entre “C” e “D” da Etapa 1, mostra o momento inicial de exploração do jogo. Neste momento, as alunas realizam jogadas que, apesar de buscarem a colheita de sementes, aparentam contar com a sorte nas redistribuições. Como no item 24 pode ser percebido, a aluna “C” enfatiza que “quase” conseguiu colher sementes em sua jogada, mas ela só conseguiu concluir tal fato após a redistribuição das sementes, o que nos leva a inferir que o resultado de sua jogada, de certo modo, ainda dependia do acaso. Um ponto interessante a se ressaltar é o fato de as alunas buscarem simular as redistribuições de sementes em vários momentos durante as partidas, inclusive neste momento inicial. No item 20, por exemplo, a aluna “C” faz uma simulação como esta a partir da cova branca, fazendo com que ela opte por mudar de jogada. Estas simulações mostram que, desde o início do experimento, as jogadas das alunas não se caracterizam por serem totalmente aleatórias, pois já existe uma intenção de realizar boas jogadas. Será apresentado a seguir mais um recorte da exploração inicial do jogo, desta vez pelas alunas “A” e “B”, que competiam entre si. O estado atual do tabuleiro segue no início do recorte da transcrição:

⁶² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

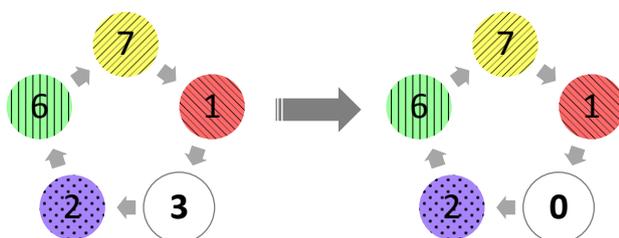


63

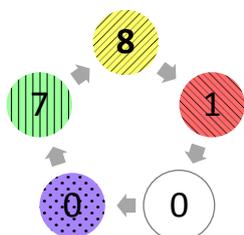
28. “B” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:



29. “A” se mostra pensativa. Ela balança a cabeça olhando para as covas e seguindo o sentido do jogo, aparentando simular mentalmente uma distribuição. “A” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:

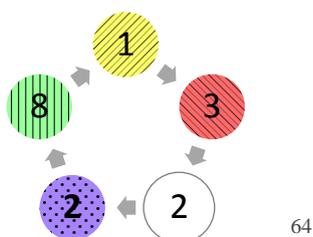


30. “B” se aproxima do tabuleiro, olha bem para o jogo e, após um instante, remove as sementes da cova roxa, redistribuindo-as uma a uma, resultando em:



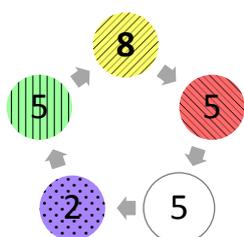
31. “A” simula uma distribuição das sementes, uma a uma, apontando para as covas do tabuleiro segundo o sentido do jogo. Inicialmente ela aponta para a cova amarela e, seguindo o sentido do jogo, aponta mais sete vezes, encerrando na cova branca. Em seguida ela inicia mais uma simulação, novamente a partir da cova amarela, apontando nove vezes seguindo o sentido do jogo e encerrando na cova roxa. “B” remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:

⁶³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



O recorte acima, da primeira partida entre as alunas “A” e “B” da Etapa 1, apresenta dois momentos interessantes tendo como foco as jogadas de “A”. O primeiro momento, no item 29, a aluna realiza mentalmente uma simulação de jogadas que resulta na colheita de sementes. Vale enfatizar que, a partir da configuração anterior (item 28), só existia uma maneira de colher sementes. No entanto, a mesma aluna, ao se deparar com outra configuração do tabuleiro em sua jogada seguinte (item 31), busca realizar novas simulações, mas que não são efetivadas em uma boa jogada, já que existia a possibilidade de colheita de sementes (remover as sementes da cova verde e as redistribuir de uma em uma). Como o próprio item 31 apresenta, a aluna tentou mapear as possibilidades, mas não simulou a redistribuição a partir da remoção das sementes da cova verde. Pode ser concluído que as alunas já iniciam a exploração do *Mankala Colhe Três* com um processo de busca de jogadas favoráveis. Essa busca por um desenvolvimento de estratégias através da exploração inicial do jogo representa bem uma situação de ação.

Percebeu-se que, desde o início do experimento, a aluna “C” fazia o uso da linguagem durante a realização de suas jogadas, o que poderia caracterizar situações de formulação e validação. No entanto, claramente é percebido que muitas de suas falas não partem da necessidade de argumentação proporcionada pelo meio, mas que representa uma característica particular da aluna. Este fato pode ser percebido em um trecho da transcrição da primeira partida da Etapa 1 apresentado a seguir, após a representação do estado do tabuleiro no momento:



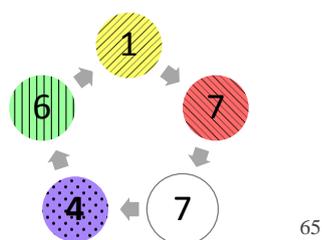
⁶⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

39. (C) Deixa eu ver.

40. “C” conta as sementes da cova verde e simula a redistribuição destas sementes, de uma em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo. Logo após, ela faz a mesma análise a partir da cova vermelha e, em seguida, a partir da cova amarela.

41. (C) Ah!

42. “C” remove as sementes da cova amarela e as redistribui, de uma em uma, resultando em:

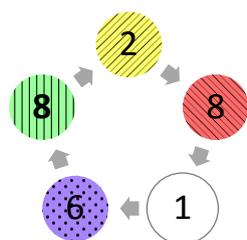


43. (C) Ficou quatro...

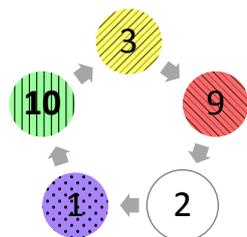
44. “C” sorri, se referindo a sua distribuição e ao fato de terem sobrado quatro sementes na cova roxa.

45. (C) Daí você pega o que tem mais...

46. “C” sorri. Após pensar bastante, “D” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



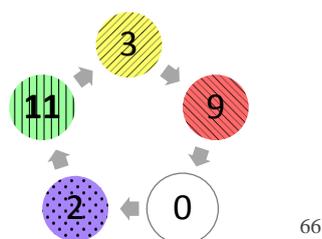
47. “C” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:



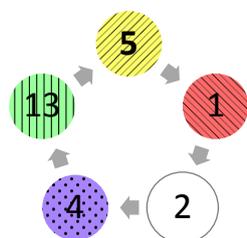
48. (C) Eita! Ah não...

49. “C” leva a mão à cova amarela, que contem três sementes, mas volta atrás. “D” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:

⁶⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



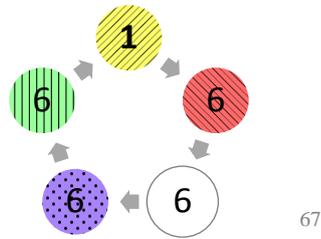
50. “C” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:



51. (C) Num tá dando certo.
52. “C” sorri.
53. “D” conta as sementes da cova verde e simula a redistribuição destas sementes de um em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo. No fim da simulação, ambas sorriem.
54. (C) Agora vai fazer a festa...

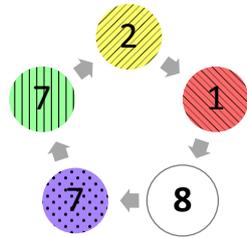
De fato, é claramente perceptível que a aluna “C” ainda está em processo de ação sobre o jogo. Suas argumentações apenas explicitam seus pensamentos. Deste modo, sua fala faz apenas um papel de suporte ao seu próprio raciocínio. Com o passar do tempo, pode ser percebido que a ação sobre o jogo faz com que os sujeitos ganhem apropriação do jogo e realizem jogadas cada vez mais elaboradas. Essa apropriação maior com o jogo era necessária para a realização das partidas em duplas, já que, a partir de então, o objetivo era o de identificar a passagem pelas situações de formulação e validação, por meio das argumentações dos sujeitos. A seguir, será apresentado um trecho da transcrição em que os alunos já demonstravam bastante apropriação com o jogo, por meio da realização frequente de jogadas favoráveis, mas que ainda não necessitavam do uso da linguagem (partidas individuais no início da Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central). Este trecho será iniciado com a representação do tabuleiro daquele momento.

⁶⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

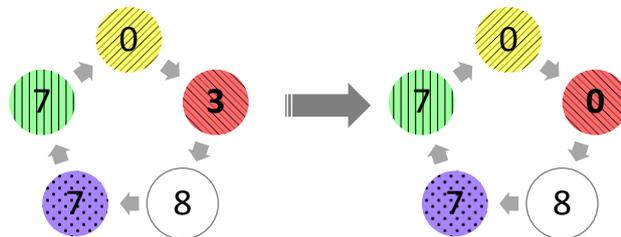


67

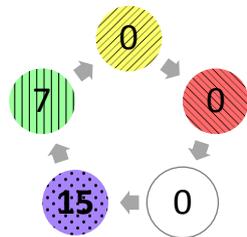
8. “C” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:



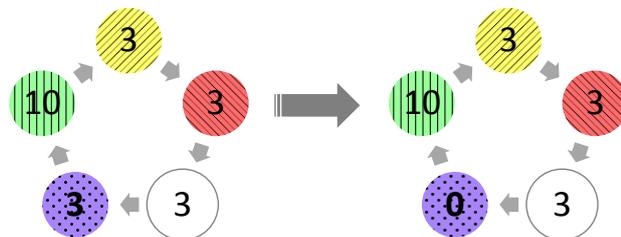
9. “D” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:



10. “C” remove as sementes da cova branca e as coloca na cova roxa, resultando em:

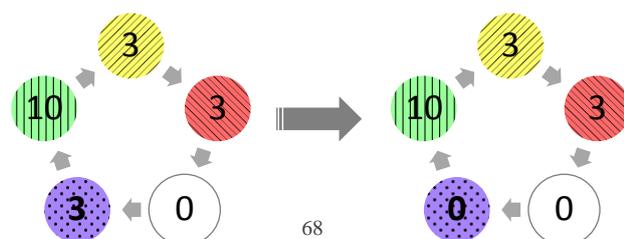


11. “D” conta as sementes da cova roxa, simula a distribuição destas sementes de uma em uma. “D” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:

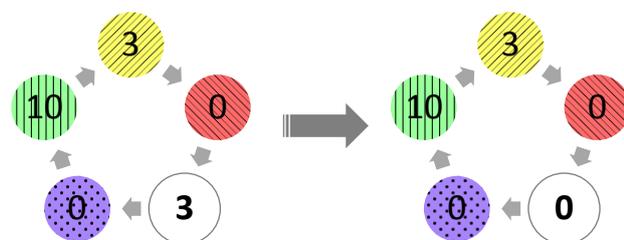


⁶⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

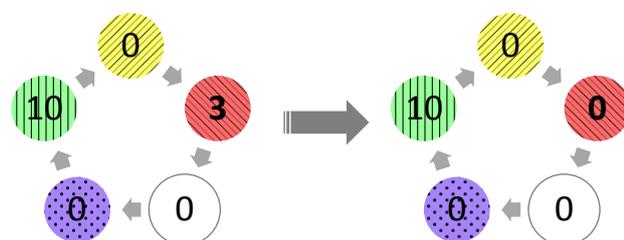
12. “C” remove as sementes da cova branca e as coloca na cova roxa, resultando em:



13. “D” remove as sementes da cova vermelha e as coloca na cova branca, resultando em:



14. “C” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:

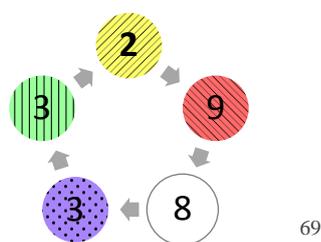


O trecho da transcrição acima mostra que, nas oito primeiras jogadas, houve cinco colheitas. Apesar de o fato de se colher sementes representar apenas um dos tipos de jogadas favoráveis, o recorte acima mostra que, ao menos, as alunas já conseguem perceber as possibilidades de colheita presentes nas configurações do tabuleiro, o que representa um alto nível de mapeamento das jogadas. Outro elemento importante que pode ser percebido no recorte da transcrição acima é o fato de as alunas realizarem todas essas jogadas em silêncio, diferindo do que acontecia no momento inicial. De fato, no início das partidas, suas falas ajudavam a enfrentar a situação de ação. No entanto, parece que após certo domínio das jogadas possíveis – atrelado à capacidade de mapear as jogadas – elas não necessitavam mais falar para dar suporte à ação.

⁶⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

7.4.2 Situação de formulação

Como dito há pouco, ainda na Etapa 1 do Dispositivo Experimental central a aluna “C” apresentava um diferencial em relação às outras, devido ao uso constante da linguagem, mesmo que, quase sempre, sem necessidade aparente. No entanto, algumas argumentações colocadas por “C” nas partidas individuais podem caracterizar elementos que claramente se enquadram em situações de formulação, o que só ajuda a confirmar as imbricações existentes entre as diversas modalidades de interação presentes nas situações didáticas. Segue um trecho da transcrição da última partida jogada pelas alunas “C” e “D” na Etapa 1 do dispositivo central, partindo da seguinte configuração do tabuleiro:

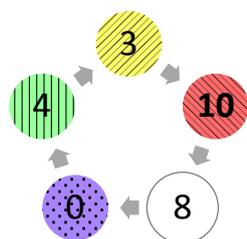


87. (C) Três, quatro, cinco, seis, sete, oito.

88. “C” conta as sementes da cova branca e simula a redistribuição destas sementes de uma em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo.

89. (C) Não vai dar certo porque eu vou ter que passar.

90. “C” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:



91. “C” se mostra frustrada por restarem 3 sementes na cova amarela mas não poder colher. “D” remove as sementes da cova vermelha.

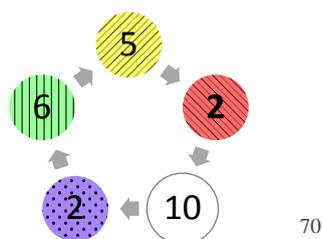
92. (C) Só porque aí é a que tem mais!

93. “C” afirma para “D”, que acena positivamente com a cabeça.

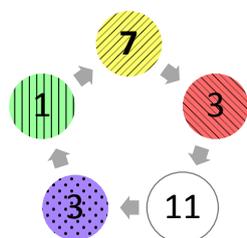
94. (D) É porque aqui tem... Tem oito, aí dá meia volta aqui e vai parar ali.

95. “D” redistribui as sementes de uma em uma, resultando em:

⁶⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



96. “C” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:



97. (C) Se tu fizesse um negócio aí, você ia pegar...

98. “C” fala para “D”. “D” se mostra bastante pensativa.

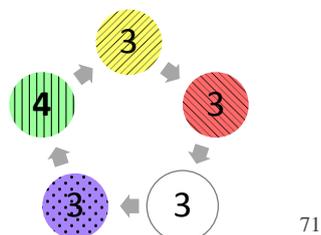
O recorte acima apresenta várias argumentações feitas por “C” e, inclusive, uma feita por “D”, que representam formulações acerca das jogadas (itens destacados no recorte da transcrição anterior). Entre os itens 87 e 89 da transcrição, “C” conclui que a redistribuição das sementes da cova branca, uma a uma, não resultará na colheita de sementes, pois “eu vou ter que passar”. Em seguida, “C” comenta a jogada feita por “D”, afirmando que sua escolha de redistribuir as sementes da cova vermelha foi dada pelo fato de ser a cova com maior número de sementes, como se essa fosse a estratégia utilizada por “D” durante as partidas. “D”, porém, esclarece que sua escolha foi feita porque se ela fosse redistribuir as sementes da cova branca não faria uma jogada boa, já que “dá meia volta aqui e vai parar ali”. Por fim, no item 97 “C” levanta um argumento muito interessante, mas que é falso, já que, a partir da configuração do item 96, não há possibilidade de colheita de sementes. Essas formulações feitas pelas alunas “C” e “D” chamaram nossa atenção, pois aconteceram de forma natural, sem que houvesse a “exigência” do dispositivo experimental.

Em muitos momentos das partidas em duplas houve a presença de formulações pelos sujeitos. Muitas das formulações apresentavam-se momentaneamente verdadeiras, mas depois de um tempo surgiam algumas falsas, o que ajuda a confirmar, mais uma vez, as imbricações entre os tipos de situações didáticas. Desta vez, imbricações entre situações de formulação e

⁷⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

de validação. A seguir, será apresentado um trecho da transcrição da primeira partida jogada por duplas (“AC” *versus* “CD”), e que podem ser percebidas mais algumas interações que interpretamos como situações de formulação:

49. “C” *redistribui as sementes da cova roxa de uma em uma, resultando em:*



71

50. (A) Tem uma jogada que se eles fizerem, a gente vai ganhar um.

51. “A” *fala para* “C”.

52. (A) Porque vê, se elas pegarem... Três e colocarem...

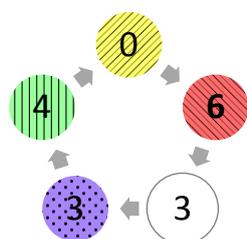
53. “A” *aponta para a cova roxa.*

54. (C) Num fala não, fala pra mim.

55. “C” *coloca o ouvido perto de* “A”. “B” e “D” *ficam atentas ao que* “A” *diz.*

56. (B) Vai não, não vão ganhar... Olha aqui, ó. Vou tirar daqui...

57. “B” *remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:*



58. (A) Ah é, só esse...

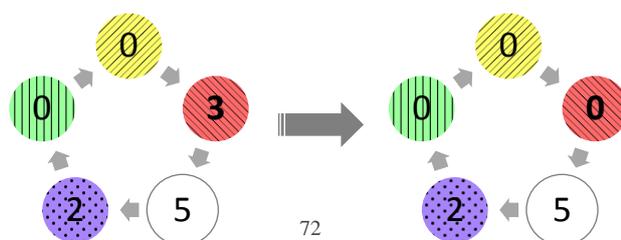
No item 50 do recorte acima, a aluna “A” fala para a sua parceira de jogo que, dependendo da jogada da dupla adversária, elas podem colher sementes da jogada seguinte. No entanto, no item 56, “B” mostra que existe a possibilidade de realizar uma jogada favorável, mesmo que não possa colher sementes. A principal formulação feita no recorte acima é feita pela aluna “A”, no item 58, pois ela afirma que a jogada feita por “B”, sua

⁷¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

adversária, era a única maneira de jogar sem que permitisse a colheita na jogada seguinte. É importante esclarecer que a formulação feita por “A” é falsa, visto que dos onze tipos de jogadas possíveis a partir da configuração do item 49, existiam três que não permitiriam a colheita de sementes na jogada seguinte: remover as sementes da cova amarela e as colocar na cova vermelha; remover as sementes da cova amarela e as redistribuir de uma em uma; remover as sementes da cova verde e as redistribuir de uma em uma.

7.4.3 Situação de validação

Será apresentado, a seguir, um momento durante as partidas do Dispositivo Experimental Central em que todos os quatro sujeitos se mostram totalmente convencidos sobre a melhor jogada a se fazer a partir de determinada configuração do tabuleiro. Este momento pode ser caracterizado pela presença de situações de validação. Segue o trecho da transcrição da segunda partida realizada por duplas (“AC” versus “CD”), partindo da seguinte colheita de sementes:



124.(C) Nós também. Oxe...

125.(D) Tem cinco, como é que faz?

126. “D” pergunta à “B”.

127.(D) Deixa eu fazer, porque tu tá fazendo... Deixa eu tentar...

128. “D” conta as sementes da cova branca e simula a redistribuição destas sementes, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.

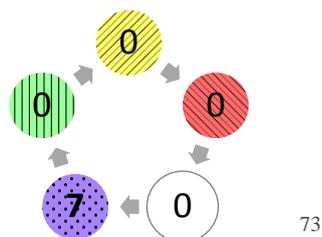
129.(B) Não faz assim... Não, não divide... Bota tudo no mesmo.

130. “D” leva a mão à cova branca.

131.(B) Porque se não elas ganham.

132. “D” remove as sementes da cova branca e as coloca na cova roxa, resultando em:

⁷² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



133.(C) Oxe, “B”.

134. “A”, “B” e “C” sorriem.

135.(C) Vamos ver. Três... Seis, sete.

136. “C” conta as sementes da cova roxa e simula a redistribuição destas sementes de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.

137.(C) Não vai fazer, porque aqui vai ter dois, pá.

138. “C” aponta para as covas amarela e vermelha simultaneamente.

139.(A) Dois. E não tem outra opção. A gente coloca as sete aqui ou...

140. “A” aponta para a cova verde.

141.(A) Uma em cada um.

142. “A” e “C” pensam um pouco.

143.(A) Coloca nessa aqui, pra ver o que elas fazem...

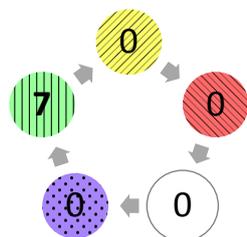
144. “A” aponta para a cova verde.

145.(C) Então... Daí fica, sete, sete, sete...

146. “C” aponta para várias covas do tabuleiro seguindo o sentido do jogo. “A”, “B” e “C” sorriem.

147.(A) Tá bom, vai. Elas vão enjoar...

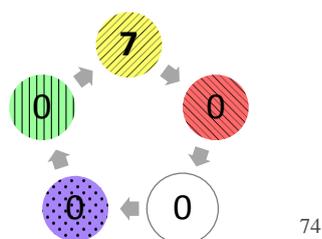
148. “C” remove as sementes da cova roxa e as coloca na cova verde, resultando em:



149.(C) Algum dia.

150. “B” remove as sementes da cova verde e as coloca na cova amarela, resultando em:

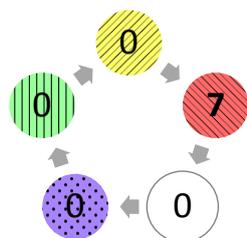
⁷³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



74

151.(B) Feito ela falou...

152. “B” fala para “D”. “C” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:



153. “A” e “C” sorriem. “B” fala algo em voz baixa para “D”.

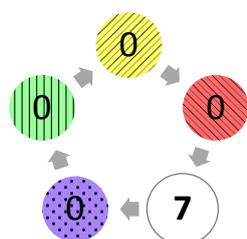
154.(D) Meu deus...

155.(A) Vai “D”, tu joga!

156. “D” leva a mão à cova vermelha.

157.(B) Tudo no mesmo... Tudo no mesmo.

158. “D” remove as sementes da cova vermelha e as coloca na cova branca, resultando em:

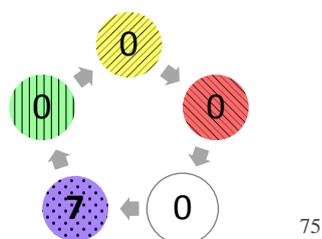


159. “A” se mostra desapontada por “D” ter feito o mesmo tipo de jogada que vinha sendo feito.

160.(C) Bora, rapaz. Oxe...

161. “C” remove todas as sementes da cova branca e as coloca na cova roxa, resultando em:

⁷⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

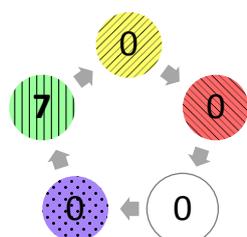


162.(A) Ah não, peraí...

163. "A" leva a mão à cova em que sua dupla acabou de colocar as sementes...

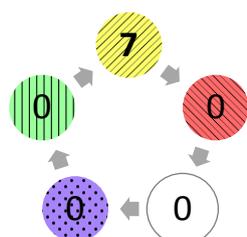
164.(C) Ah não, nada!

165. "C" não deixa que "A" altere a jogada feita. "B" remove as sementes da cova roxa e as coloca na cova verde, resultando em:



166.(C) Eu também jogo ali...

167. "C" aponta para a cova amarela. "C" remove as sementes da cova verde e as coloca na cova amarela, resultando em:



168.(A) Ai meu deus...

169. "B" começa a remover as sementes da cova amarela.

170.(P) Vocês se lembram quando é que... Quais são as opções...

171.(C) Fica repetitivo!

172.(P) Como é?

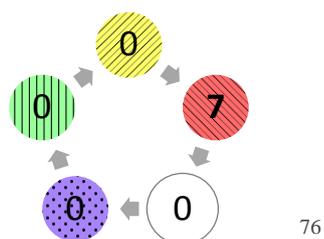
173. "P" pergunta à "C".

174.(C) Fica repetitivo, assim...

175.(P) É, porque assim... O jogo termina...

⁷⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

176. “B” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:



177.(P) Do jeito que vocês estão jogando, o jogo vai terminar quando?

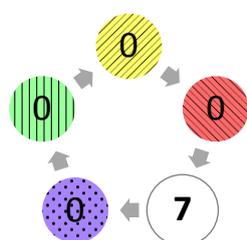
178.(A) Nunca!

179.(C) Nunca.

180.(B) Nunca.

181.(P) Ah...

182. “C” remove as sementes da cova vermelha e as coloca na cova branca, resultando em:



183.(A) Peraí...

184. “A” leva a mão para as sementes que sua dupla acabou de depositar na cova branca.

185.(C) Não, cala a boca. Deixa aí.

186. “C” segura as mãos de “A”.

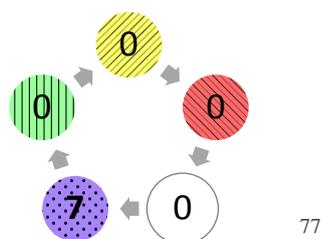
187.(D) Não, não... Desisto. Caramba!

188. “D” leva a mão à cova branca.

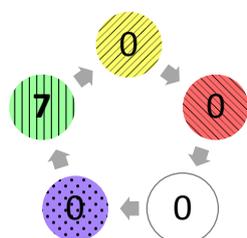
189.(B) Não, desiste nada...

190. “B” segura as mãos de “D”. As alunas sorriem. “B” remove as sementes da cova branca e as coloca na cova roxa, resultando em:

⁷⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



191. “C” remove as sementes da cova roxa e as coloca na cova verde, resultando em:



192.(P) Atenção, meninas... Silêncio... Se vocês pegarem a fichinha de regras, tem lá outra opção de terminar a partida. Termina de duas maneiras. Qual é a primeira opção de terminar a partida? Quando sobram...

193.(A) Quatro.

194.(P) Exatamente quatro. E tem outra maneira de terminar também, que é quando passar mais de cinco rodadas seguidas sem ninguém colher. Por quê? Porque é o que tá acontecendo... O que eu tô vendo agora. Nenhuma das duas quer fazer outro tipo de jogada.

195.(A) Nenhuma das duas, né?

196. “A” aponta para “B” e para “C”. “B” e “C” sorriem.

197.(P) Nenhuma das duas duplas.

198.(D) Meu irmão...

199.(B) Desiste não, meu irmão...

200. “D” leva a mão à cova verde e remove as sementes. “B” tenta segurar “D” para evitar outro tipo de jogada.

201.(A) Deixa ela jogar...

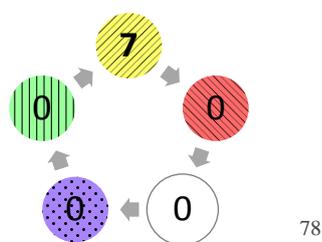
202. “A” começa a segurar “B” pra evitar que “B” interfira na jogada de “D”.

203.(B) Pera, pera, pera, não, não, não...

204. “D” conta as sete sementes em sua mão, em voz alta, e simula a redistribuição dessas sementes de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.

⁷⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

- 205.(B) Elas vão fazer, elas vão colher...
206. “D” *se mostra pensativa.*
- 207.(C) A gente vai botar sete aqui, visse...
208. “C” *fala para “D”, apontando para a cova amarela.*
- 209.(B) Não... Bota aqui, “D”...
210. “B” *aponta para a cova amarela.*
- 211.(D) Ah é. Um, dois, três, quatro, cinco... Eita negócio...
212. “D” *aponta para as covas verde, amarela, vermelha e branca, respectivamente.*
- 213.(D) Tava aqui, né?
214. “D” *aponta para a cova verde, amarela, vermelha, branca e roxa..*
- 215.(B) É. Bota aqui... Bota aqui.
216. “B” *aponta para a cova amarela.*
- 217.(D) Um, dois, três, quatro, cinco.
218. “D” *aponta para as covas amarela, vermelha e branca, roxa e verde, respectivamente.*
- 219.(D) Aí vai ficar um em cada um.
- 220.(B) Sim, mas elas vão...
- 221.(C) Seis, sete!
222. “C” *fala para “D”, apontando para as covas amarela e vermelha. “A” fica lendo a ficha de regras.*
- 223.(A) Tá... Tem problema não, o problema é não acabar o jogo...
- 224.(B) É, bota aqui, “D”, bota aqui “D”.
- 225.(A) Não, mentira...
226. “D” *remove as sementes da cova verde e as coloca na cova amarela, resultando em:*



227. “C” *remove as sementes da cova amarela*
- 228.(P) Bem. Eu posso concluir então que o jogo...

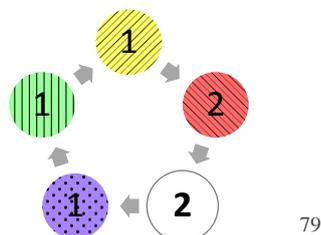
⁷⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

229.(A) Pode...

230.(C) Pode não...

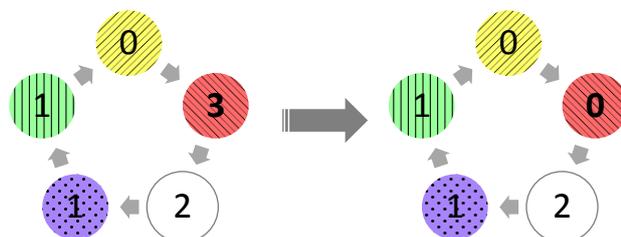
231.(A) Não peraê...

232. “C” havia começado a redistribuir as sementes da cova amarela de uma em uma, resultando em:



233.(C) Viu? Eu não sou chata! Vocês que só...

234. “B” remove a semente da cova amarela e a coloca na cova vermelha, resultando em:



No longo processo da transcrição acima podem ser observadas algumas situações de validação. Como visto no capítulo referente à Teoria das Situações Didáticas, uma característica particular das situações de validação é o fato de o aluno não se deixar convencer por meras intimidações ou pelo argumento de autoridade, já que a validade é comunicada por meio de um sistema determinado e respeitado pelos alunos. No extrato acima, as jogadoras estavam cientes de que possuíam apenas duas opções de jogada e que, dependendo de suas escolhas, poderiam permitir a colheita de sementes pela dupla adversária. No caso, a colheita da dupla adversária daria a vitória da partida à outra dupla, já que o jogo se encontrava empatado.

Apesar de, no final do trecho da transcrição apresentado acima, a aluna “C” tomar a decisão de fazer uma jogada vista como desfavorável para “não ser chata”, o que representaria um argumento mais voltado a uma natureza emocional do que racional, percebe-se que esta decisão foi tomada muito mais pelo fato de esta aluna não perceber que o jogo poderia ser resultado em empate. De fato, durante várias jogadas anteriores, “C” apresenta um

⁷⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

conhecimento muito consolidado a respeito das suas escolhas no jogo, em que, dentre as jogadas possíveis, possuía a plena convicção de qual seria favorável ou não. Esse argumento se fortalece quando nem mesmo as intimidações de sua própria companheira de jogo fazem com que suas escolhas sejam modificadas.

Ainda no trecho acima, pode ser destacado um aspecto interessante e que se relaciona com o que acabamos de discutir. Percebe-se que as alunas não encerram a partida quando ficam por mais de cinco rodadas seguidas sem que ninguém colha sementes, até mesmo após a intervenção do pesquisador (itens 170, 172, 177, 192, 194, 197, 228). O que se pode concluir é que, apesar de demonstrar certa falta de clareza das instruções do jogo pelos sujeitos, já que, para eles, a partida se encerra apenas quando restarem quatro sementes no tabuleiro, as alunas apresentam bastante autonomia na situação.

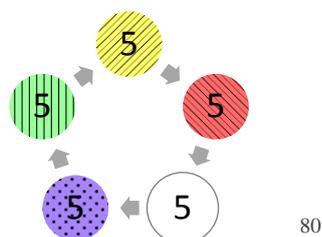
7.5 A evolução das estratégias dos alunos de 6º ano do Ensino Fundamental nas partidas de *Mankala Colhe Três*

Durante os Estudos Preliminares, puderam ser percebidos alguns elementos que forneciam informações sobre as estratégias dos alunos enquanto exploravam o jogo *Mankala Colhe Três* e sobre a evolução destas estratégias – por vezes caracterizadas por jogadas quase que aleatórias e em outros momentos escolhas já bem mais elaboradas. Entretanto, na análise da evolução das estratégias, escolhemos focar apenas os sujeitos participantes do Dispositivo Experimental Central da pesquisa, uma vez que houve um acompanhamento maior dos alunos em relação ao tempo de exploração e à apropriação do jogo.

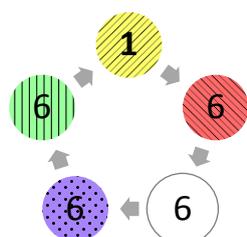
O principal conhecimento matemático atrelado à evolução das estratégias dos alunos é a capacidade de mapear jogadas, já que é essa capacidade que permite a visualização e execução de jogadas favoráveis. Na verdade, quando essa capacidade evolui, muitos outros conhecimentos adjacentes ao mapeamento também são mobilizados, como o reconhecimento de múltiplos, de divisores, de números primos, etc. Portanto, a análise da evolução das estratégias dos alunos durante o Dispositivo Experimental Central da pesquisa será feita tomando como base a evolução da capacidade de mapear as jogadas.

Em um momento inicial, quando os alunos são apresentados ao *Mankala Colhe Três*, percebe-se que suas primeiras estratégias estão muito ligadas à exploração do jogo, em que o objetivo principal é o de colocar em prática todas as instruções que acabaram de receber. Este momento é percebido por todos os sujeitos. Segue um trecho da transcrição em que se pode perceber este fato:

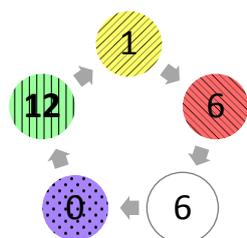
1. (P) Pronto... Então podem começar a jogar!
2. *O tabuleiro está na configuração inicial:*



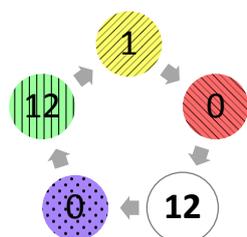
3. *“B” remove todas as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:*



4. *“A” se mostra bastante pensativa. Remove as sementes da cova roxa e as coloca na cova verde, resultando em:*



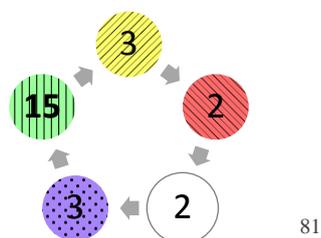
5. *“B” se mostra bastante pensativa. Leva a mão à cova verde, mas decide remover as sementes da cova vermelha, colocando-as na cova branca, resultando em:*



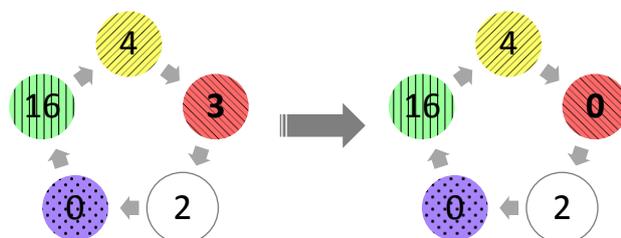
6. (A) Se eu quiser pegar essa daqui e distribuir, eu preciso pegar só cinco, ou todas?
7. *“A” se refere à cova branca e suas sementes.*

⁸⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

8. (P) Pega todas de uma cova! É sempre assim: você remove todas as sementes de uma das covas e aí tem dois tipos de jogada, lembra?
9. “A” acena positivamente com a cabeça, visando o tabuleiro do jogo.
10. (P) Ou colocar todas na próxima ou redistribuir em partes iguais.
11. “A” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



12. (A) E aí, eu posso pegar agora?
13. “A” faz a pergunta se referindo às covas nas quais restaram três sementes (roxa e amarela).
14. (P) A tua última jogada foi aonde?
15. (A) Aqui.
16. “A” aponta para a cova verde.
17. (P) Ah não. Só se a última jogada restar três...
18. (B) Fosse aqui ou aqui.
19. “B” aponta para as covas roxa e amarela.
20. (P) A última cova da redistribuição.
21. “B” leva a mão à cova amarela, mas antes de remover suas sementes, volta a mão, pensa um pouco, e a leva para a cova roxa. B remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:

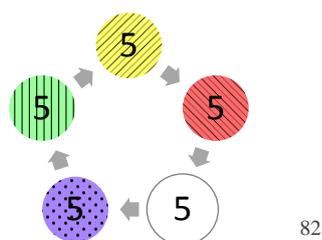


⁸¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

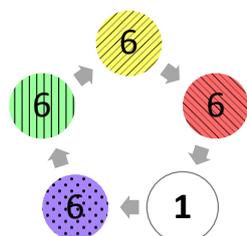
De fato, partindo das jogadas realizadas por “A” e “B”, pode ser percebido que suas jogadas iniciais foram feitas de maneira muito mais livres, em que o foco principal era a exploração do jogo (suas regras e tipos de jogadas), de modo que as possibilidades de colheita de sementes ainda não estavam sendo percebidas (jogadas dos itens 4, 5 e 11).

Esse processo de realização de jogadas desfavoráveis atreladas à primeira exploração com o jogo pode também ser percebida na partida entre as alunas “C” e “D”:

1. (P) Pronto... Então podem começar a jogar!
2. *O tabuleiro está na configuração inicial:*

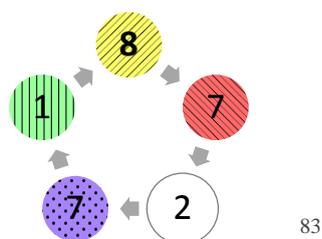


3. “D” remove as sementes da cova branca e inicia a redistribuição, de uma em uma.

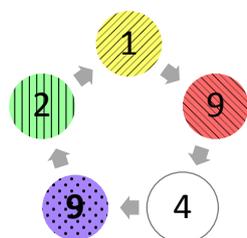


4. (D) Aí joga aqui também?
5. “D” se refere à cova branca, cova de onde foram removidas as sementes.
6. (C) É!
7. (C) E agora sou eu. Eu pego nessa?
8. “C” se refere à cova roxa, perguntando à “P”.
9. (P) Você escolhe uma das covas e distribui.
10. (C) Ah...
11. “C” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:

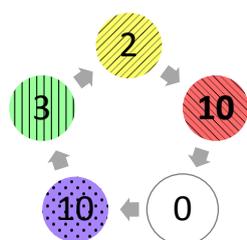
⁸² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



12. “D” remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:



13. (C) Daí ela conseguiu preencher três. Daí ela pega, né? Pra ela?
 14. (P) Se for na última cova da redistribuição.
 15. (C) Ah...
 16. (P) Se a última que ela colocou restou três, ela pode colher.
 17. (C) Ah...
 18. “C” conta, em voz alta, as sementes da cova vermelha e simula a redistribuição destas sementes, de uma em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo.
 19. (C) Ixi!
 20. “C” conta as sementes da cova branca e simula a redistribuição destas sementes, de uma em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo.
 21. (C) Ah, não dá naquela! Que saco!
 22. “C” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



⁸³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

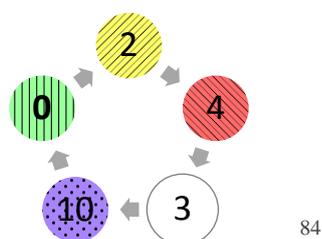
Apesar desse momento inicial se mostrar presente em todos os sujeitos da pesquisa, percebe-se que esta fase de apropriação das regras e de um mapeamento inicial do jogo evolui de maneira rápida, pois, ao mesmo tempo em que realizam as jogadas, as alunas estão começando a pôr em prática todas as regras do jogo que receberam há pouco. Isto pode ser percebido, por exemplo, no item 21 da partida entre as alunas “A” e “B”, quando “B” colhe as sementes pela primeira vez em todo experimento, em que fica claro que tal jogada não se deu de forma completamente aleatória, já que a aluna parece ter analisado a jogada muito bem antes de realizá-la. Além deste último fato citado, percebe-se que a continuidade da partida mostra uma sequência de jogadas que demonstram certo nível de mapeamento, em que a maioria das jogadas realizadas são favoráveis – seja pelo fato de resultar em colheita, seja por não permitir a colheita pelo adversário na jogada seguinte, o que acaba fortalecendo a ideia de que o momento inicial de exploração e apropriação do jogo acontece de maneira provisória e, na maioria das vezes, muito remota, dando lugar a um momento com jogadas mais elaboradas.

Como foi visto nas análises do processo de devolução, neste primeiro momento do dispositivo central as alunas ainda possuíam certas limitações em relação às instruções do jogo, utilizando apenas as distribuições das sementes de uma em uma ou removendo as sementes de uma cova e colocando-as na cova seguinte. O recorte da transcrição acima mostra que, tanto na jogada do item 11 quanto na jogada do item 22, apesar de existirem duas opções de colheita de sementes em cada uma das configurações do tabuleiro, inclusive por meio da distribuição de sementes uma a uma (tipo de jogada frequentemente utilizada pelas alunas neste momento), aluna “C” poderia ter colhido sementes e não colheu, o que ajuda a caracterizar esta fase de realização de jogadas desfavoráveis conectadas à primeira exploração com o jogo. Diferentemente da partida inicial entre as alunas “A” e “B”, a continuidade das jogadas não fez com que as alunas iniciassem um processo de realização de jogadas favoráveis. Esse fato nos leva a crer que a evolução das estratégias das alunas acontece de maneira individual, em que cada aluna evolui de maneiras diferentes e em velocidades diferentes. Sendo assim, será feita uma análise da evolução das estratégias dos sujeitos, apresentando como se deu essa evolução em cada um deles individualmente. Toda a análise individual da evolução das estratégias dos sujeitos participantes do Dispositivo Central será justificada por meio das transcrições das partidas realizadas nas duas primeiras etapas e também pelo registro do teste presente na etapa das entrevistas individuais.

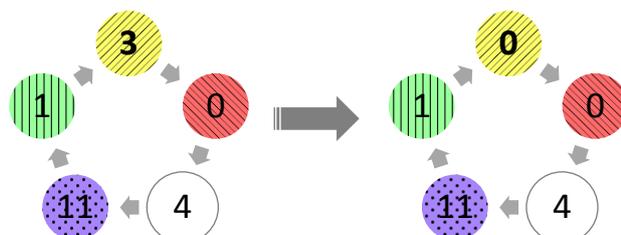
7.5.1 Análise da evolução das estratégias do sujeito "A" no Dispositivo Experimental Central

Como visto anteriormente, apesar de a aluna "A" passar pelo momento inicial de exploração do jogo, ela demonstrou uma evolução rápida, em que, já na segunda partida realizada contra a aluna "B", apresentou uma sequência muito boa, realizando jogadas favoráveis. Segue um trecho da transcrição da segunda partida entre "A" e "B" na Etapa 1 do dispositivo central:

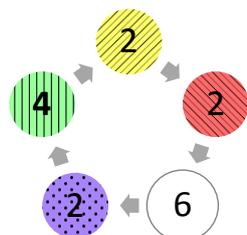
4. "B" remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:



5. "A" remove as sementes da cova vermelha e as redistribui, resultando em:

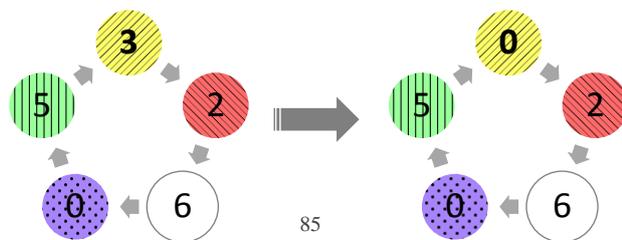


6. "B" olha atentamente para o tabuleiro. Simula mentalmente uma distribuição, balançando a cabeça enquanto acompanha visualmente as covas, seguindo o sentido do jogo. "B" remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:

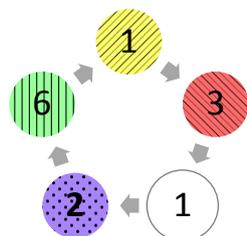


7. "A" remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:

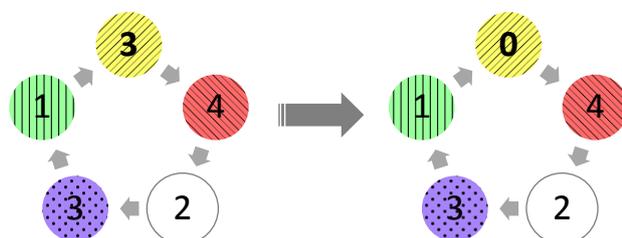
⁸⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



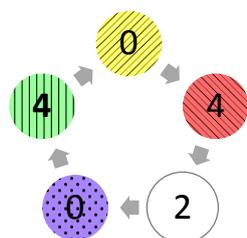
8. “B” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



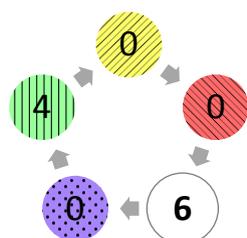
9. “A” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:



10. “B” remove as sementes da cova roxa e as coloca na cova verde, resultando em:

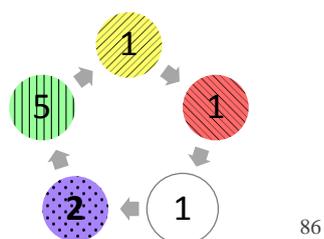


11. “A” remove as sementes da cova vermelha e as coloca na cova branca, resultando em:

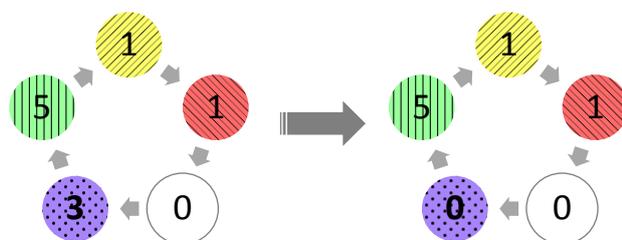


⁸⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

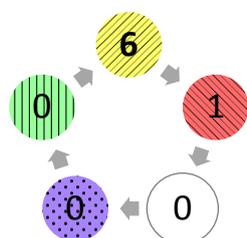
12. “B” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



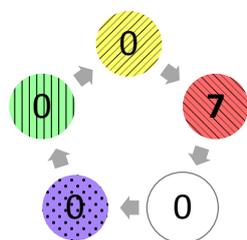
13. “A” remove a semente da cova branca e a coloca na cova roxa, resultando em:



14. “B” remove as sementes da cova verde e as coloca na cova amarela, resultando em:

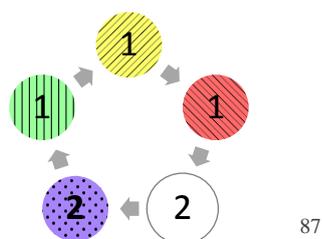


15. “A” simula mentalmente uma distribuição, balançando a cabeça enquanto acompanha visualmente as covas, seguindo o sentido do jogo. “A” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:

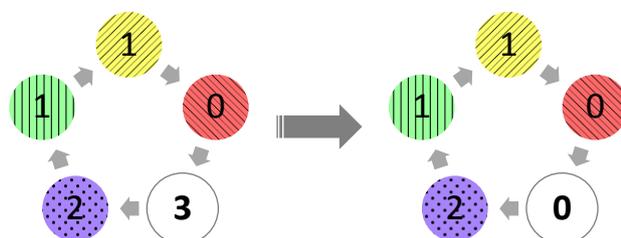


16. “B” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:

⁸⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



17. “A” remove a semente da cova vermelha e a coloca na cova branca, resultando em:

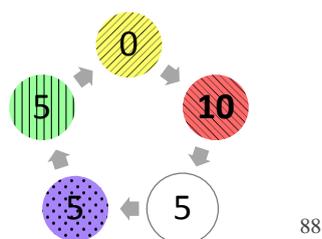


O recorte da transcrição acima apresenta uma sequência de sete rodadas seguidas da segunda partida entre “A” e “B” na Etapa 1 do dispositivo central. Todas as sete jogadas realizadas por “A” podem ser consideradas como jogadas favoráveis, pois, das sete, apenas duas não resultaram em colheita de sementes, e destas, uma não possibilitava a colheita de sementes por meio da distribuição de sementes uma a uma ou remoção de sementes de uma cova para a seguinte (jogadas tidas como possíveis pelos sujeitos neste momento da experimentação). Além disso, nas jogadas em que a aluna “A” não colheu sementes, percebe-se a sua intenção de não permitir que o adversário colhesse sementes na jogada seguinte. Vale ressaltar que todas as jogadas acima foram realizadas em silêncio, o que pode indicar um domínio das jogadas possíveis, relacionado à capacidade demonstrada por “A” de realizar jogadas favoráveis.

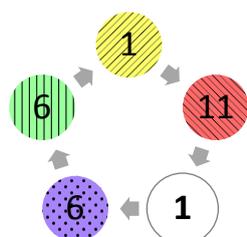
Um fato que vale destacar é que aluna “A”, mesmo após mostrar que possui certa capacidade de realizar jogadas favoráveis, levando em consideração a limitação dos tipos de jogadas realizadas pelos sujeitos neste momento inicial de experimento, em alguns momentos depois disso, deixa de colher sementes quando há possibilidades. Isto acontece por existirem configurações de tabuleiro mais complexas e difíceis de mapear do que outras. Segue mais um trecho de transcrição:

1. “B” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:

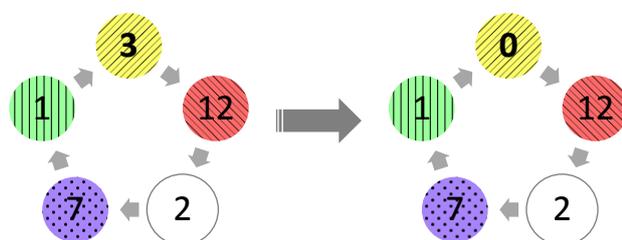
⁸⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



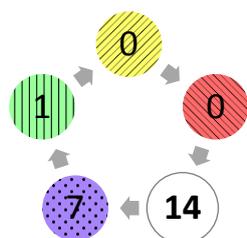
2. “A” simula a distribuição das sementes da cova vermelha, apontando para as covas, seguindo o sentido do jogo. “A” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



3. “B” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:

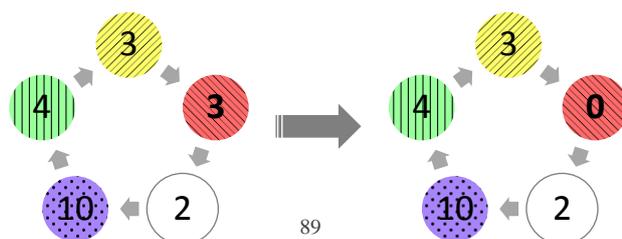


4. “A” conta as sementes da cova roxa e simula a distribuição destas de uma em uma, apontando para as covas, seguindo o sentido do jogo. “A” refaz a simulação e se mostra pensativa. “A” conta as sementes da cova vermelha e simula a distribuição destas de uma em uma, apontando para as covas, seguindo o sentido do jogo. “A” se mostra muito pensativa, passando um longo período com a mão sobre a cova vermelha. “A” recolhe as sementes da cova vermelha e as coloca na cova branca, resultando em:

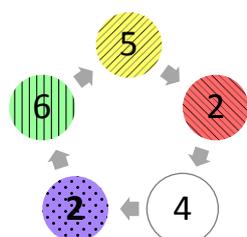


⁸⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

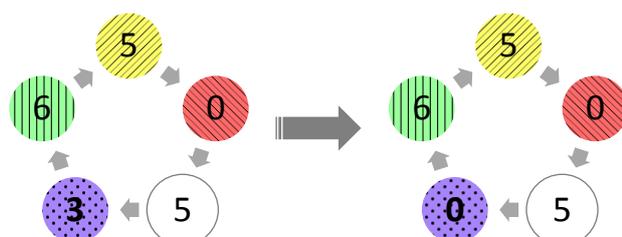
5. “B” se mostra bastante concentrada no tabuleiro. “B” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



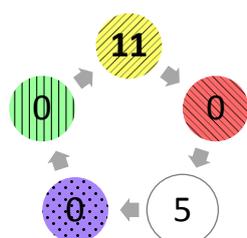
6. “A” conta as sementes da cova roxa e simula a distribuição destas de uma em uma, apontando para as covas, seguindo o sentido do jogo. “A” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:



7. “B” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:

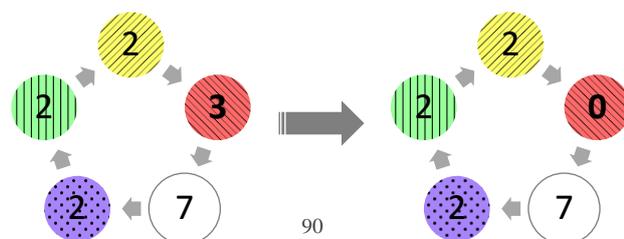


8. “A” simula a distribuição, de uma em uma, a partir da cova branca, apontando para as covas segundo o sentido do tabuleiro. “A” remove as sementes da cova verde e as coloca na cova amarela, resultando em:

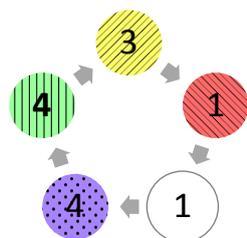


9. “B” remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:

⁸⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



10. “A” conta as sementes da cova branca e simula a redistribuição destas, de uma em uma, apontando para as covas segundo o sentido do jogo. “A” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:

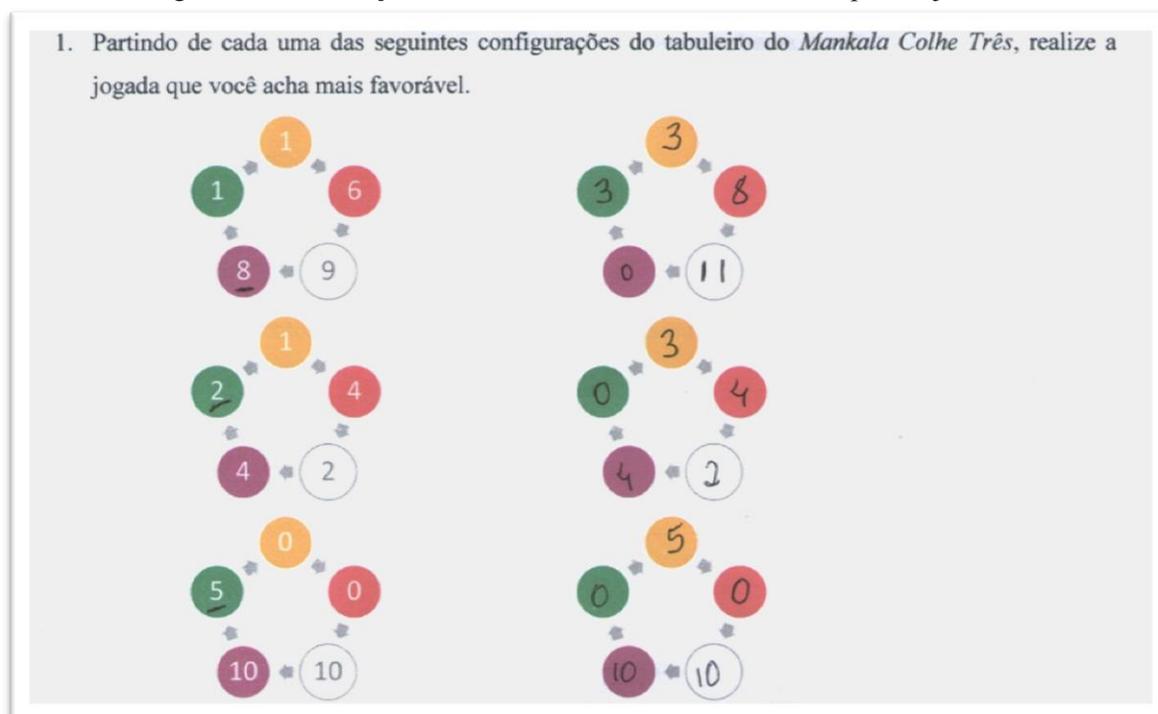


As cinco jogadas realizadas por “A”, apresentadas no recorte acima, poderiam ser caracterizadas como jogadas desfavoráveis, já que quando existia a possibilidade de colheita a aluna não a fez e quando não existia a possibilidade de realizar uma jogada que resultasse em colheita, a aluna possibilitou a colheita pela adversária na jogada seguinte. No entanto, é muito importante esclarecer que as configurações de tabuleiro apresentadas acima possuem um nível de dificuldade bastante elevado. No item 4, por exemplo, pode ser percebido que a aluna refletiu muito antes de realizar sua jogada. No caso, a presente configuração do tabuleiro (item 3) não permitia a colheita de sementes por meio dos tipos de jogadas tidas como possíveis pelas alunas (remover as sementes de uma cova e as colocar na cova seguinte ou redistribuir as sementes de uma das covas de uma em uma). Sendo assim, a aluna decidiu que uma jogada segura a se fazer seria a de passar todas as sementes da cova vermelha para a cova branca, evitando uma jogada que mudasse a configuração do tabuleiro a ponto de permitir a colheita da adversária. Porém, mesmo assim, a jogada feita por “A” acabou permitindo a colheita de sementes da aluna “B” na jogada seguinte. Este fato mostra que as estratégias vão, sim, evoluindo com o tempo, pois o nível de complexidade das análises das jogadas está claramente aumentando, no entanto, é perceptível que a evolução das estratégias não acontece de maneira simples e linear. Em alguns momentos os sujeitos demonstram retroceder para que, em outros momentos, consiga avançar de maneira mais efetiva.

⁹⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Por fim, analisando o teste da aluna “A”, percebemos até que ponto as estratégias dela evoluíram após as partidas das etapas anteriores do dispositivo central. Na primeira atividade, por exemplo, pode ser percebido que ela detém um nível de apropriação de jogo interessante e que consegue mapear as jogadas para realizar jogadas favoráveis em um nível satisfatório. Segue um recorte do teste resolvido por “A” na etapa de entrevistas:

Figura 21 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “A”



Fonte: teste da aluna “A”

A primeira configuração que aparece nessa atividade possui apenas uma maneira de colher sementes (redistribuir as sementes da cova verde⁹¹ de duas em duas), que aparentemente, não foi encontrada por “A”. Inclusive, ela realizou uma jogada que permitia a colheita de sementes na jogada seguinte, mesmo que para esta nova configuração também existisse apenas uma maneira de realizar tal colheita. Sendo assim, acreditamos que a aluna não conseguiu encontrar a jogada que resultaria em colheita e, por isso, ela tentou realizar uma jogada que não permitisse a colheita de sementes na próxima jogada. De qualquer forma, nas duas outras configurações colocadas na atividade a aluna realizou jogadas favoráveis, pois colheu sementes na segunda configuração e não permitiu a colheita de sementes na terceira

⁹¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

configuração, quando não existia possibilidade de colher sementes. Vale comentar que na segunda configuração presente na atividade, existiam quatro maneiras de colher sementes e a aluna realizou a pior delas, pois era a única que possibilitaria a colheita de sementes na jogada seguinte. Ou seja, dentre as boas jogadas, a aluna realizou a pior delas.

Na segunda atividade, pode ser percebido também até que ponto as estratégias de “A” evoluíram ao decorrer das partidas de *Mankala Colhe Três*. Seguem mais dois recorte do teste resolvido por “A”⁹²:

Figura 22 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “A”

2. Imaginemos que estamos jogando em duplas e que sou seu companheiro de equipe. Partindo da configuração da esquerda, realizei um tipo de jogada, resultando no tabuleiro à direita. O que você me diria? Concorde ou discorde? Por quê?

a. Removi as sementes da cova branca e as redistribuí de uma em uma.



b. Removi as sementes da cova roxa e as redistribuí de duas em duas.



c. Removi as sementes da cova amarela e as redistribuí de uma em uma.



Eu acho que se você pegasse as duas sementes da cova verde e colocasse cada uma das sementes nas covas seguintes, o resultado seria 3 sementes na última cova.

b) Eu concordo com você, nós pegamos mais três sementes!

c) Eu gostei da sua jogada. Nós não tínhamos muitas escolhas.

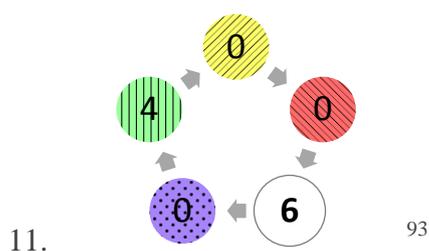
Fonte: teste da aluna “A”

⁹² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

No item *a*, a aluna consegue perceber a única jogada a partir da configuração da esquerda em que se colhe sementes, mesmo não sendo esta a jogada “realizada pelo pesquisador”. Já no item *b*, a aluna concorda com a jogada feita pelo pesquisador e apresenta como justificativa a colheita de sementes, o que nos leva a crer que de fato, a prioridade da aluna “A” é a colheita de sementes, sem que haja uma hierarquia entre as jogadas que resultam em colheita. Por fim, a resposta dada pela aluna “A” no item *c* resume bem o nível de evolução de estratégias que ela conseguiu chegar após as experimentações com o jogo, pois, diante de uma configuração em que não havia a possibilidade de colheita de sementes, mas que a jogada proposta pelo pesquisador permitia a colheita de sementes na jogada seguinte, a aluna argumenta que “não tínhamos muitas escolhas”, concordando com a jogada. É importante esclarecer que durante toda a realização do teste, a aluna “A” não fez uso do tabuleiro do jogo, realizando um mapeamento mental das jogadas, o que já representa um avanço. A aluna “A” demonstrou uma apropriação do jogo muito boa e uma capacidade de mapear as jogadas em um nível satisfatório, tendo dificuldades apenas em algumas situações em que era preciso um mapeamento mais cauteloso das jogadas e antecipações.

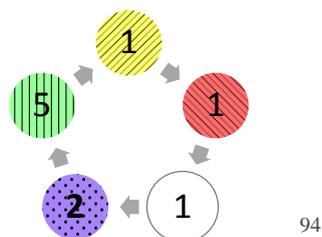
7.5.2 *Análise da evolução das estratégias do sujeito “B” no Dispositivo Experimental Central*

Dentre as quatro alunas que participaram do Dispositivo Experimental Central, a aluna “B” é a que possui uma evolução mais nítida das estratégias durante as partidas de *Mankala Colhe Três*. Esta aluna apresenta uma evolução de estratégias rápida e muito consistente. Nas duas partidas iniciais da Etapa 1, por vezes ela se mostra cuidadosa em suas escolhas, refletindo muito antes das jogadas e, em outras, realiza jogadas mais rápidas e que aparentam estar sendo feitas de maneira quase aleatória. Segue um recorte da transcrição em que este momento de exploração do jogo pode ser percebido:

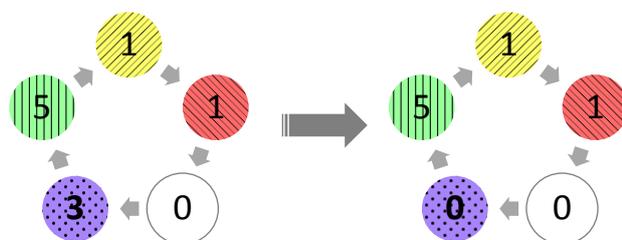


⁹³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

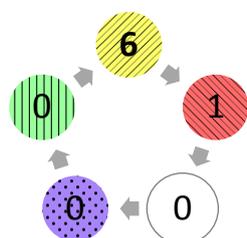
12. “B” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



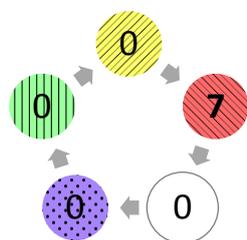
13. “A” remove a semente da cova branca e a coloca na cova roxa, resultando em:



14. “B” remove as sementes da cova verde e as coloca na cova amarela, resultando em:

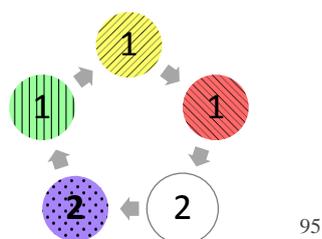


15. “A” simula mentalmente uma distribuição, balançando a cabeça enquanto acompanha visualmente as covas, seguindo o sentido do jogo. “A” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:



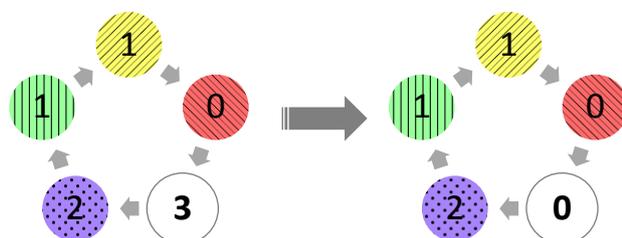
16. “B” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:

⁹⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

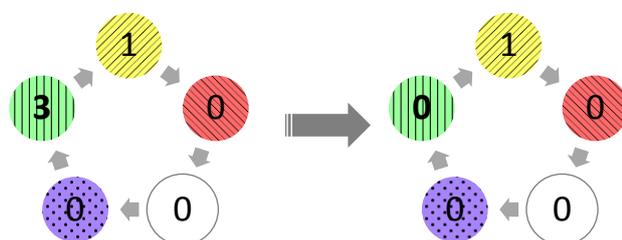


95

17. “A” remove a semente da cova vermelha e a coloca na cova branca, resultando em:



18. “B” remove rapidamente as sementes da cova roxa e as coloca na cova verde, resultando em:



19. (P) Opa! Ah... Já tinha acabado!

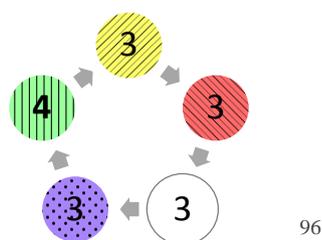
20. “A” e “P” sorriem. “B” se mostra um pouco chateada.

No recorte acima, a aluna “B” realiza um mesmo tipo de jogada desfavorável nos itens 12, 14 e 16. De fato, em todos esses itens citados, ela não pode colher sementes, mas realiza uma jogada que possibilita a colheita de sua adversária que, destas três chances de colher sementes, aproveita duas (itens 13 e 17). O final do recorte acima (itens de 17 a 20) apresenta um momento interessante, em que a aluna “B” percebe que pode colher as sementes logo após a colheita de sua adversária, no entanto, o jogo já havia sido encerrado, pois após a jogada do item 17, restaram apenas quatro sementes no tabuleiro. Este fato aparentou chatear a aluna “B” (item 20). A partir de então, a aluna “B” mostrou uma evolução impressionante em sua capacidade de mapear as jogadas e realizar jogadas favoráveis. Essa evolução das estratégias de “B” faz com que na terceira partida da Etapa 1 ela consiga uma vitória arrasadora, em que ela realiza a colheita de sementes por seis vezes contra apenas uma colheita da sua adversária.

⁹⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

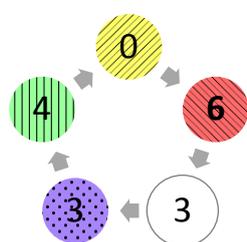
Além disso, a aluna “B” consegue vencer em todas as partidas seguintes, até o fim do Dispositivo Experimental Central, incluindo as partidas por duplas.

Algo a se destacar é que as informações sobre as vitórias conquistadas pela aluna “B” apresentadas acima representam consequências da realização de jogadas muito bem elaboradas, em que ela se destaca por mapear as possibilidades de uma forma muito delicada e eficiente. Segue um trecho em que é percebido o uso de estratégias bastante elaboradas por “B”, partindo da seguinte configuração do tabuleiro:



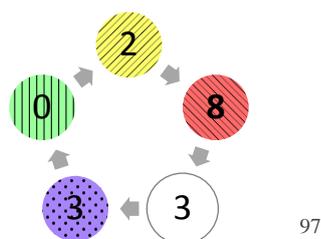
96

50. (A) Tem uma jogada que se eles fizerem, a gente vai ganhar um.
51. “A” fala para “C”.
52. (A) Porque vê, se elas pegarem... Três e colocarem...
53. “A” aponta para a cova roxa.
54. (C) Num fala não, fala pra mim.
55. “C” coloca o ouvido perto de “A”. “B” e “D” ficam atentas ao que “A” diz.
56. (B) Vai não, não vão ganhar... Olha aqui, ó. Vou tirar daqui...
57. “B” remove as sementes da cova amarela e as coloca na cova vermelha, resultando em:



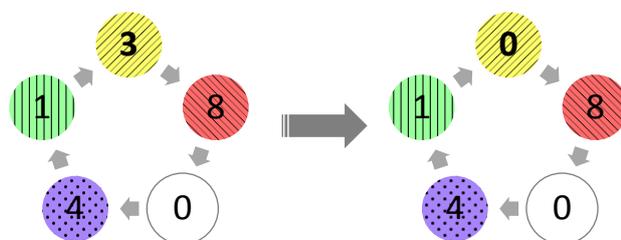
58. (A) Ah é, só esse...
59. (D) Já era.
60. (C) É tu agora, visse?
61. “C” remove as sementes da cova verde e as redistribui de duas em duas, resultando em:

⁹⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



97

62. “B” leva a mão à cova branca. “D” tenta segurar a mão dela e chega a gritar para chamar atenção de sua dupla. “B” insiste em remover as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



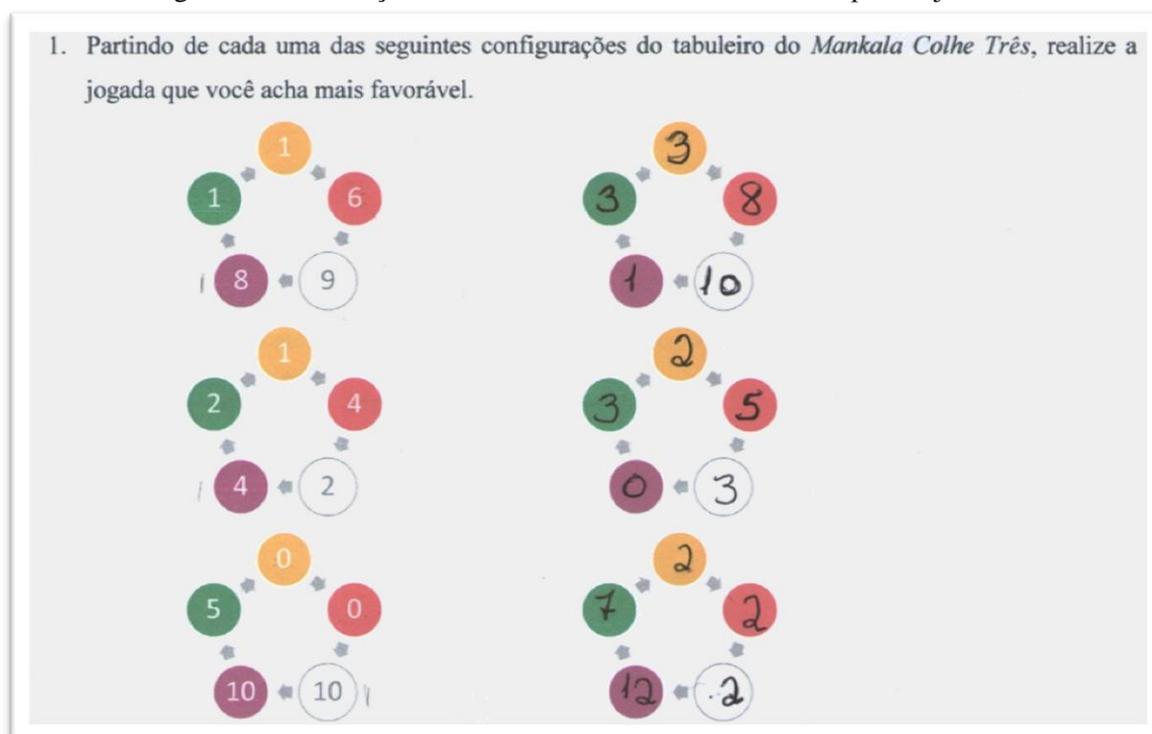
No recorte acima, “B” realiza duas jogadas muito bem pensadas. No item 50, sua adversária fala para a sua dupla que, dependendo da jogada de “B” elas podem colher sementes na jogada seguinte. No entanto, a aluna “B” se mostra desafiada e “encontra” uma das poucas possibilidades de jogadas que não permite a colheita de sementes na jogada seguinte, o que representa uma capacidade de mapeamento muito boa. Na jogada seguinte (item 62), a aluna “B” realiza uma jogada diferenciada em relação às jogadas de todos os outros sujeitos até então: ela sabe que existe mais de uma maneira de colher sementes, mas faz uma análise entre estas jogadas boas de modo a classificá-las em melhores ou piores, tomando como critério a possibilidade de colheita de sementes na jogada seguinte. De fato, como pode ser visto no item 62, a aluna “D”, companheira de “B” nas partidas por duplas, chega a gritar com “B” por perceber que ela estava prestes a fazer uma jogada a partir da cova branca, já que estava evidente (para “D”) que poderiam ser colhidas as sementes da cova vermelha, colocando-as na cova seguinte. Porém, “B” insiste em remover da cova branca, pois sabe que se fizesse a jogada que sua companheira gostaria, iria possibilitar a colheita de sementes na jogada seguinte, já que a dupla adversária poderia fazer uma jogada similar (colocar as três sementes da cova branca na cova roxa), resultando em colheita. É importante esclarecer que a escolha feita por “B” ainda continuou permitindo a colheita de sementes da dupla adversária, mas, para isso, era preciso que os adversários realizassem uma jogada um

⁹⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

pouco menos clara, que talvez nem mesmo a aluna “D” houvesse reparado: remover as sementes da cova vermelha e as redistribuir de uma em uma. De fato, após a realização desta última jogada apresentada na transcrição, a dupla adversária não realizou a colheita de sementes, confirmando, para “D”, que sua escolha foi favorável.

Nos testes da Etapa 3 do Dispositivo Experimental Central, a aluna “B” apresentou um nível razoável de realização de jogadas favoráveis, um pouco inferior em relação às jogadas percebidas nas partidas das etapas anteriores. Isto pode ter acontecido pelo fato de as entrevistas serem realizadas após um intervalo de duas semanas em relação à Etapa 2 do dispositivo central e também por ela não ter utilizado o tabuleiro do *Mankala Colhe Três* durante a entrevista, fazendo com que suas análises fossem feitas de maneira completamente abstrata. Vale lembrar que o não uso do tabuleiro por “B”, no momento da entrevista, foi escolha da própria aluna, já que o tabuleiro esteve disponível para todos os sujeitos. Segue o recorte do teste feito por “B”⁹⁸:

Figura 23 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “B”



Fonte: teste da aluna “B”

⁹⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Assim como a aluna “A”, a aluna “B” também não percebeu que existia uma jogada em que se colhiam sementes (redistribuir as sementes da cova vermelha de duas em duas). No entanto, a jogada feita por “B” não permite que o adversário possa colher sementes na jogada seguinte, o que pode representar uma jogada, até certo ponto, favorável. De fato, só existia uma maneira de colher sementes a partir da configuração inicial, se a aluna não percebeu este caso, o que resta a ela é a análise da jogada seguinte. Vale lembrar também que as jogadas realizadas por “B” na atividade acima se restringiram à redistribuição das sementes de uma em uma, jogada muito utilizada no início da primeira etapa do Dispositivo Experimental Central. Sendo assim, pode ser que “B” não estivesse atenta a todos os tipos de jogadas possíveis de serem realizadas neste momento, já que havia certo tempo em que a aluna não jogava o *Mankala Colhe Três*. Além da influência desse período sem jogar o *Mankala Colhe Três*, outro fato que pode explicar a “queda de desempenho” de “B” entre as etapas 2 e 3 do dispositivo experimental é que na etapa anterior a situação era de jogo, o desafio era ganhar o jogo. Havia uma situação nitidamente adidática. Enquanto na entrevista, esse caráter se perde um pouco, pois os sujeitos são chamados, de certo modo, a mostrar ao pesquisador o que sabem sobre o jogo, o que acaba introduzindo um componente, em certo nível, didático, que move os conhecimentos de outra maneira.

Na segunda configuração, caracterizada por possibilitar várias maneiras de colher sementes, a aluna “B” colhe e, contrariamente à aluna “A”, não permitiu que o adversário pudesse colher sementes em seguida. Vale lembrar que esta segunda configuração da primeira atividade do teste possui quatro opções de colher sementes, dentre as quais três não possibilitam a colheita na jogada seguinte.

A terceira configuração do teste não possibilita a colheita de sementes. Portanto, uma jogada favorável seria não permitir que o adversário colhesse sementes na jogada seguinte. A aluna “B” fez uma jogada que permite a colheita de sementes em seguida, não representando, portanto, uma boa jogada.

A seguir será apresentado um recorte da segunda atividade do teste da aluna “B”, em que as alunas são levadas a argumentar sobre escolhas de jogadas feitas por um componente de sua dupla (hipotético):

Figura 24 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “B”

2. Imaginemos que estamos jogando em duplas e que sou seu companheiro de equipe. Partindo da configuração da esquerda, realizei um tipo de jogada, resultando no tabuleiro à direita. O que você me diria? Concorda ou discorda? Por quê?

a. Removi as sementes da cova branca e as redistribuí de uma em uma.



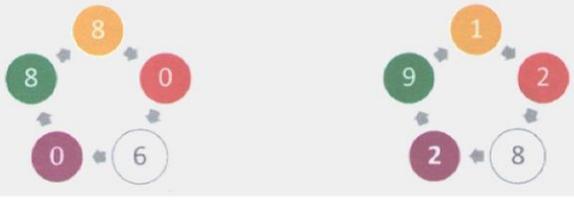
Boa, porque a outra pessoa não tem como pegar.

b. Removi as sementes da cova roxa e as redistribuí de duas em duas.



Boa, porque no longo prazo vai pegar 3 sementes.

c. Removi as sementes da cova amarela e as redistribuí de uma em uma.



Ruim, porque a outra pessoa pode remover do Amarelo e pegar 3 sementes.

Fonte: teste da aluna “B”

Dentre as três respostas dadas por “B” na segunda atividade do teste, a primeira delas representa a única resposta que, apesar de exigir certo nível de mapeamento de jogo, não se concretizou em uma escolha de jogada favorável⁹⁹. A resposta dada pela aluna “B” ao item *a*, na verdade, é muito similar à escolha feita por esta aluna na primeira configuração na atividade 1 do teste, pois, em ambas, a aluna não percebeu que existia uma jogada em que se colhiam sementes e acabou focando sua análise na jogada seguinte, evitando a colheita de seu adversário. É importante esclarecer que, neste caso, existe sim a possibilidade de colheita a partir da configuração da esquerda, por meio da redistribuição das sementes da cova roxa de uma em uma. Diferentemente do que foi dito pela aluna “A” a respeito do item *c* da atividade 2 do teste, a aluna “B” considerou a jogada realizada pelo pesquisador como “ruim”, pois, mesmo sabendo que não existia a possibilidade de colher sementes, a tendência de “B” é a de analisar a possibilidade de colheita na jogada seguinte. É importante enfatizar que essa

⁹⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

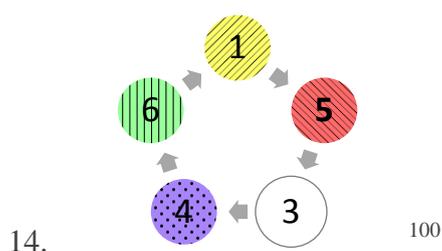
capacidade de mapear as jogadas possíveis para o adversário representa um grau de sofisticação maior no domínio do jogo.

De maneira geral, a evolução das estratégias da aluna “B” aconteceu muito rapidamente, caracterizada por um salto logo após a realização da segunda partida da Etapa 1 do Dispositivo Experimental Central. É importante ressaltar que, durante as partidas das Etapas 1 e 2 do dispositivo central e durante o teste, a aluna “B” apresentou uma grande capacidade de organização mental, visto que, em muitos momentos, fazia os mapeamentos sem apontar para o tabuleiro.

7.5.3 *Análise da evolução das estratégias do sujeito “C” no Dispositivo Experimental Central*

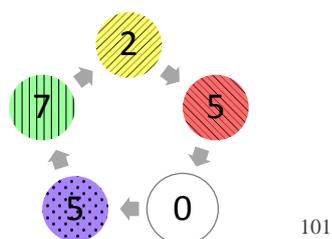
A aluna “C”, como dito anteriormente, apresentou uma característica diferenciada em relação às outras alunas participantes do Dispositivo Experimental Central, pois, desde o início das partidas da Etapa 1 ela usava frequentemente a linguagem, externando suas escolhas durante o jogo. Também foi percebido um grande avanço nas estratégias utilizadas por “C” durante as etapas do experimento, no entanto, diferentemente das alunas “A” e “B”, essa evolução não se deu de forma tão rápida. A evolução apresentada por “C” estava muito ligada à exploração dela com o jogo. Vale lembrar que esta aluna e a aluna “D” foram as únicas que afirmaram ter praticado o jogo durante o intervalo entre as etapas 1 e 2.

Apesar de apresentar certa evolução durante as partidas, as jogadas feitas por “C” nas partidas iniciais oscilavam muito em relação à realização de jogadas favoráveis, pois, em alguns momentos ela realizava algumas jogadas favoráveis e logo em seguida deixava de perceber opções muito claras no jogo (e *vice-versa*). Segue um trecho da segunda partida da Etapa 1 em que isto pode ser verificado, a partir da seguinte configuração:

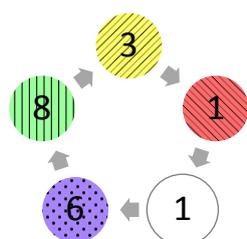


¹⁰⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

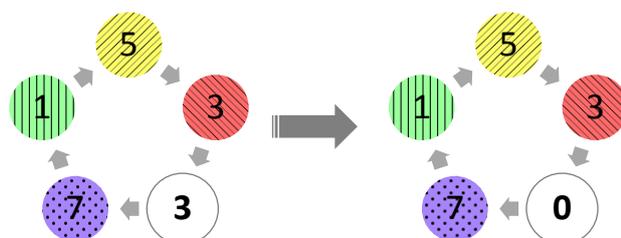
15. “C” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:



16. “D” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:



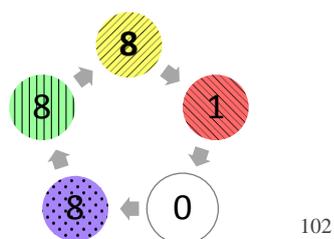
17. “C” simula a redistribuição de uma em uma das sementes da cova verde. “C” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:



A configuração presente no item 14 permite a colheita de sementes de duas formas: redistribuição das sementes da cova roxa de duas em duas ou a redistribuição das sementes da cova verde de uma em uma. No entanto, a aluna “C” não realiza nenhuma das duas (item 15). Já na jogada seguinte (item 17), a aluna “C” consegue perceber a opção de colher sementes a partir da configuração do item 14. Este recorte da transcrição representa muitos momentos durante a exploração do jogo pelo sujeito.

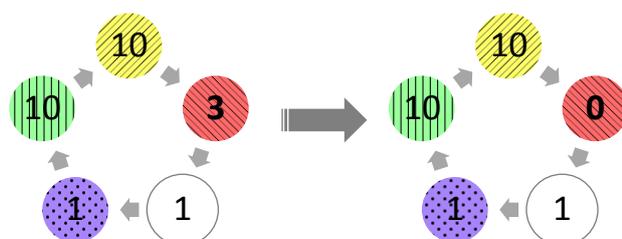
Como a aluna “C” havia praticado o jogo entre as duas primeiras etapas do dispositivo central, foi notável a evolução que ela teve em relação às estratégias utilizadas na Etapa 1. Segue um trecho do início da primeira partida da Etapa 2 do Dispositivo Experimental Central, em que se dava a seguinte configuração do tabuleiro:

¹⁰¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

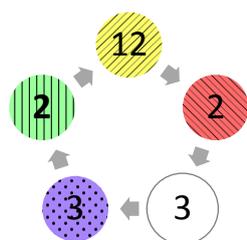


102

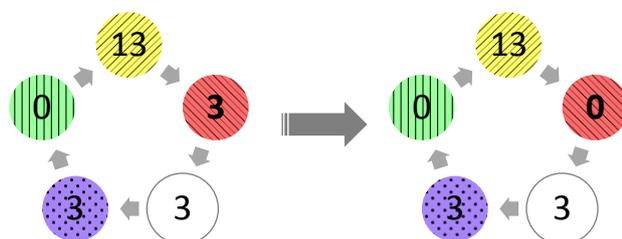
3. “C” conta as sementes da cova amarela e simula a distribuição dessas sementes de uma em uma, apontando para as covas no sentido do jogo. “C” faz o mesmo com as sementes da cova verde e com as sementes da cova roxa, respectivamente. “C” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, resultando em:



4. “D” conta as sementes da cova verde. “D” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:



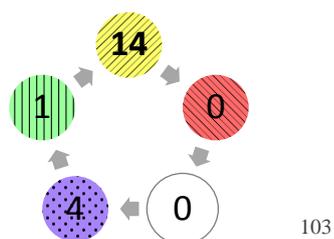
5. “C” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:



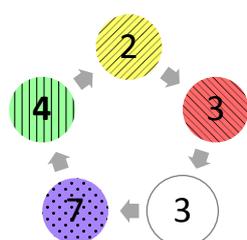
6. (P) Vocês se lembram quando é que o jogo se encerra?
 7. (C) Quando fica com quatro!
 8. (B) Quando fica quatro.
 9. (P) Ah, *ok*. Muito bem.

¹⁰² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

10. “D” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:

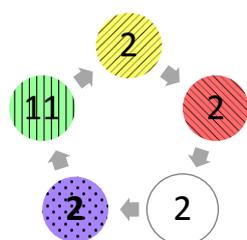


11. (P) Ou quando, se por acaso demorar muito o jogo, mais de cinco rodadas no final sem ninguém colher, num é? Aí a gente também encerra.
12. “C” remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:



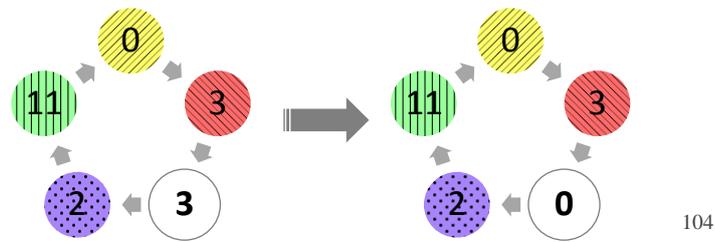
13. A redistribuição de “C” se encerra na cova verde e ela simula ter mais uma semente, se mostrando desapontada por não poder encerrar sua distribuição na cova seguinte (amarela).

Das três jogadas feitas por “C” na transcrição acima, ela colheu sementes em duas delas e “por pouco” não colhe a terceira (item 13). Na partida seguinte – segunda partida individual da Etapa 2 – “C” faz uma sequência de colheitas interessante. Segue o trecho, iniciado pela configuração do tabuleiro naquele momento:



16. “C” remove as sementes da cova amarela e a redistribui de uma em uma, resultando em:

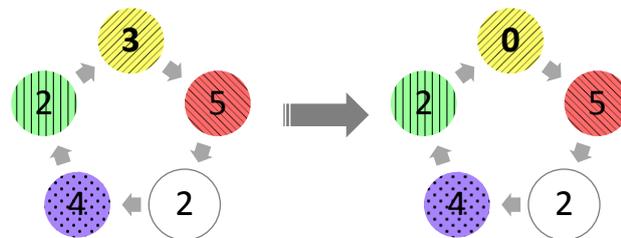
¹⁰³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



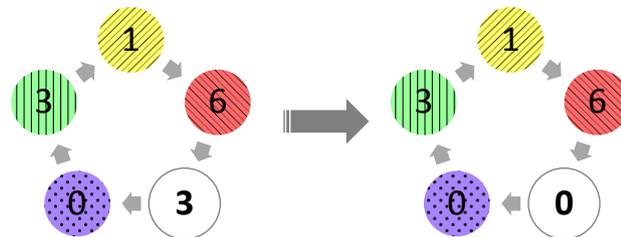
104

(...)

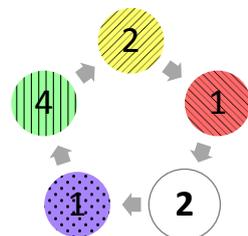
30. “D” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:



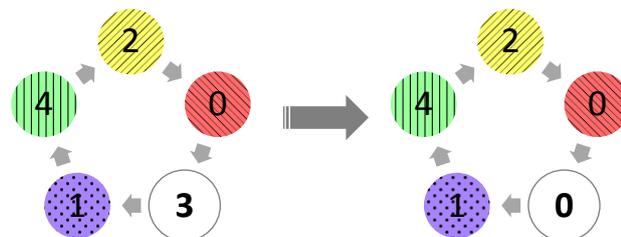
31. “C” remove as sementes da cova roxa e as distribui de uma em uma, resultando em:



32. “D” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:

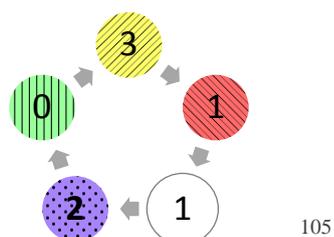


33. “C” remove a semente da cova vermelha e a coloca na cova branca, resultando em:



¹⁰⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

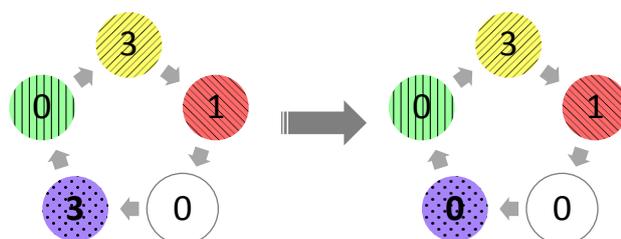
34. “D” remove as sementes da cova verde e as redistribui de uma em uma, resultando em:



35. “C” leva a mão à cova branca.

36. (D) Meu deus, oxe.

37. “C” remove a semente da cova branca e a coloca na cova roxa, resultando em:

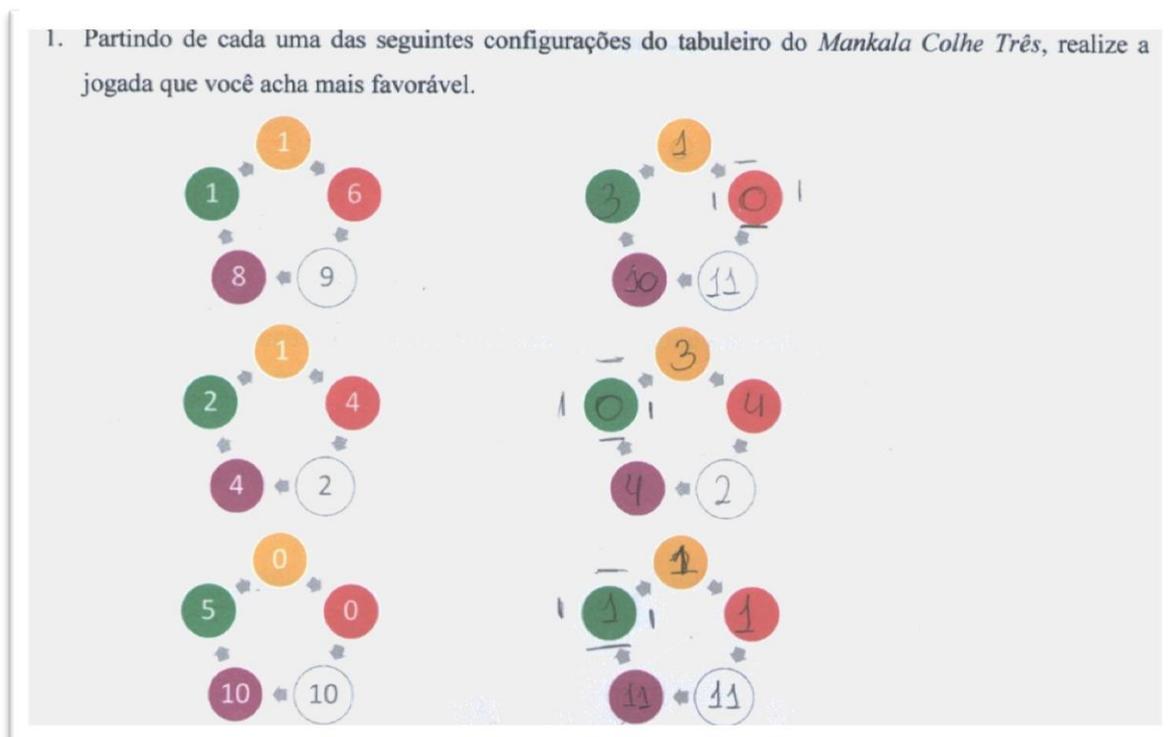


38. (C) Acabou.

No recorte acima, a aluna “C” realiza quatro colheitas seguidas, mostrando que sua capacidade de realizar jogadas favoráveis, atrelada a um bom nível de mapeamento do jogo, está bastante apurada. A seguir, será apresentado um recorte do teste respondido pela aluna “C” na Etapa 3 do dispositivo central, para que possa ser percebido o nível de evolução das estratégias que “C” detinha naquele momento:

¹⁰⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Figura 25 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “C”



Fonte: teste da aluna “C”

Antes de analisar as respostas da aluna “C”, é importante lembrar que esta aluna recorreu ao tabuleiro do *Mankala Colhe Três* que se encontrava disponível no momento da entrevista durante, praticamente, todo o teste¹⁰⁶. Um primeiro resultado interessante encontrado nas respostas acima foi o fato de a aluna “C”, diferentemente das alunas “A” e “B”, ter realizado a jogada mais favorável de todas na primeira configuração do teste, que foi a de remover as sementes da cova vermelha e as redistribuir de duas em duas. Esta jogada era a única que resultaria em colheita de sementes.

Na segunda configuração presente da atividade 1 do teste, a aluna também realizou uma jogada que resultou na colheita de sementes, assim como “A” e “B” também colheram. No entanto, a jogada de “C” foi a mesma de “A”, que, apesar de colher sementes, permitiu que o adversário pudesse colher na jogada seguinte. Só lembrando, a configuração do tabuleiro em foco possui quatro opções de colheita de semente, dentre as quais três não permitem que o adversário colha na próxima rodada. Sendo assim, tanto a aluna “A” quanto a aluna “C” utilizaram a pior jogada em que se colhiam sementes. Este fato é interessante, pois nos leva a crer que, muito provavelmente, tais alunas não se preocuparam com a jogada

¹⁰⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

seguinte assim que viram possibilidade de colheita, fazendo com que a provável análise feita por “B” desta configuração seja diferenciada.

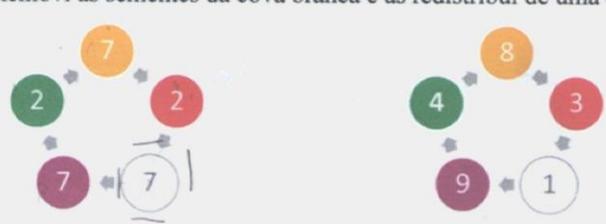
A terceira configuração acima não possibilita a colheita de sementes, mas seis das dez possibilidades de jogadas, a partir desta configuração, permitem que o adversário colha sementes na próxima jogada. A aluna “C” realizou uma jogada que não possibilita a colheita de sementes na jogada seguinte. Deste modo, podemos concluir que o desempenho da aluna “C” nessa primeira atividade do teste foi bom, já que o único momento em que ela deixou de realizar a melhor jogada possível se deu na segunda configuração, quando, após a colheita de sementes, permitiria que o adversário colhesse na jogada seguinte.

A seguir será apresentado um recorte da segunda atividade do teste da aluna “C”¹⁰⁷:

Figura 26 – Enunciado da atividade 2 do teste da entrevista do sujeito “C”

2. Imaginemos que estamos jogando em duplas e que sou seu companheiro de equipe. Partindo da configuração da esquerda, realizei um tipo de jogada, resultando no tabuleiro à direita. O que você me diria? Concorda ou discorda? Por quê?

a. Removi as sementes da cova branca e as redistribuí de uma em uma.



b. Removi as sementes da cova roxa e as redistribuí de duas em duas.



c. Removi as sementes da cova amarela e as redistribuí de uma em uma.

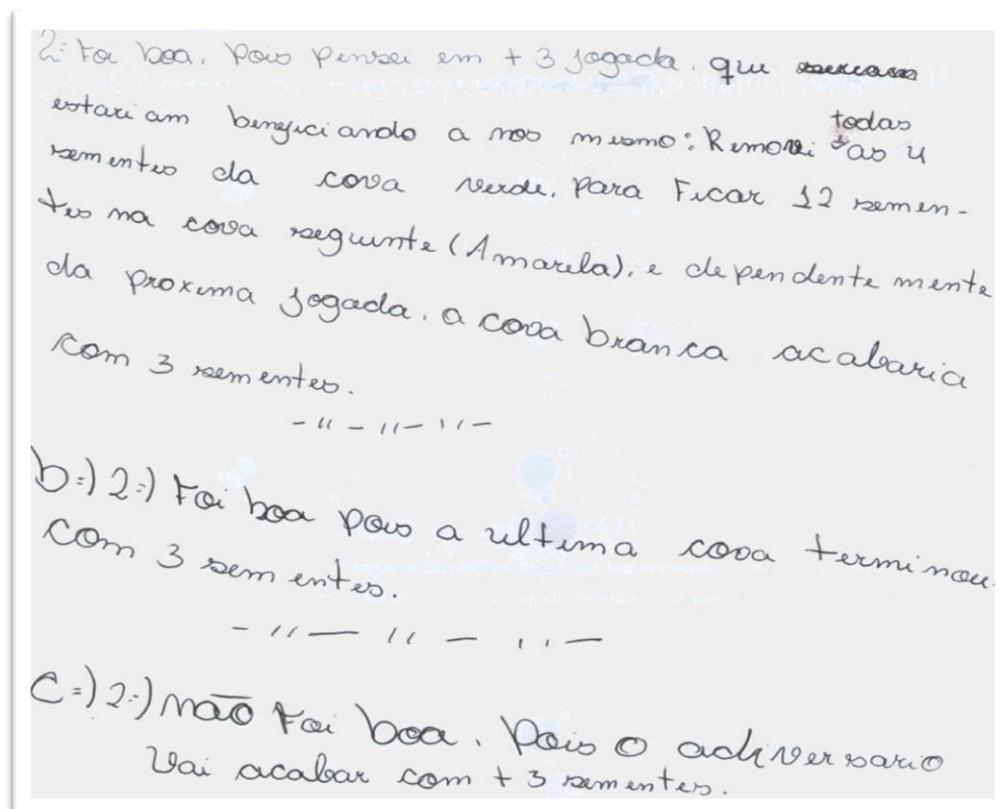


Fonte: teste da aluna “C”

¹⁰⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

As justificativas dadas pela aluna “C” para os itens *a* e *c* da atividade acima são similares às apresentadas pela aluna “B”. Representam um bom nível de entendimento do jogo e uma boa capacidade de mapeamento das jogadas, conhecimento necessário para a realização de jogadas favoráveis.

Figura 27 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “C”



Fonte: teste da aluna “C”

A justificativa apresentada por “C” no item *a* parece um pouco confusa. Inicialmente a aluna “C” classifica a jogada feita pelo seu parceiro hipotético como sendo uma boa jogada. Logo após, a aluna apresenta um argumento que demonstra sua preocupação com as jogadas seguintes, após a jogada feita pelo pesquisador. No entanto, parece que “C” considera a possibilidade de, ela mesma, remover as sementes da cova verde e as colocar na cova amarela a partir da configuração da esquerda, o que, na verdade, não seria possível, já que a próxima jogada seria feita pelo oponente. Outra hipótese a ser levantada, a partir de sua resposta, é se considerarmos que ao escrever “removi” a aluna quis dizer “remove”, porque deste modo ela estaria considerando a jogada feita na configuração da direita pelo adversário, e não por ela própria. Seguindo essa lógica, a aluna “C” sugere que poderia colher após a jogada do adversário – em passar as sementes da cova verde para a cova amarela – pois restariam três

sementes na cova branca. De fato, se o adversário fizer a jogada que “C” espera, esta poderá redistribuir as nove sementes da cova roxa de uma em uma, resultando na colheita de três sementes na cova branca. É importante esclarecer dois pontos: a jogada mais favorável a se fazer, a partir da cova da esquerda, seria a remoção das sementes da cova verde de uma em uma; a maneira como a aluna “C” argumentou na justificativa do item *a* pode não representar efetivamente o que ela estava mobilizando, já que a tarefa de formular o que se pensa requer muito mais esforço do que a tarefa de resolver o problema em ação.

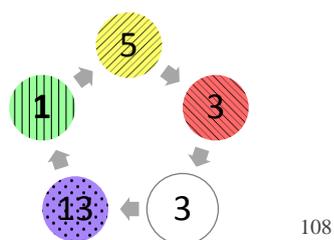
Analisando a resposta colocada por “C” para o item *b*, percebe-se que a aluna considera corretamente a jogada feita pelo pesquisador como “boa”, trazendo como justificativa o fato de a jogada resultar em colheita de sementes. Vale lembrar que, a partir da configuração da esquerda deste item, existiam apenas duas possibilidades de colher sementes, em que uma delas permitiria que o adversário pudesse colher na jogada seguinte (removendo as sementes da cova amarela e as redistribuindo de uma em uma) e a outra, “feita pelo pesquisador” na atividade, era a melhor de todas, pois além de resultar em colheita, não possibilita a colheita de sementes na jogada seguinte. Ao justificar a jogada deste item, a aluna não argumenta sobre a jogada seguinte, o que poderia nos levar a crer que ela considerou apenas a jogada atual para classificar a jogada do “pesquisador”. No entanto, não podemos estar certos de que ela não levou isso em consideração, pois, assim como foi colocado a respeito do item *a*, os conhecimentos que são mobilizados nem sempre são explicitados, já que o esforço cognitivo de apresentar a maneira de pensar é claramente mais elevado ao de realizar escolhas em ação.

Em relação ao item *c*, a aluna “C” pensou como a aluna “B”, afirmando que a jogada não foi boa, pois possibilitaria a colheita de sementes pela adversária na jogada seguinte. Na configuração da esquerda deste item, sabemos que não há possibilidades de colheita de sementes, no entanto, existem configurações que permitem colheita do adversário na jogada seguinte e outras que não permitem. Podemos interpretar que a aluna “C”, assim como “B”, percebeu que não havia possibilidades de colheita na configuração da esquerda, pois ambas justificaram a jogada “ruim” pelo fato de permitir que o adversário colhesse na jogada seguinte, e não pelo fato de o “pesquisador” ter deixado de colher sementes. Se compararmos a maneira como “C” justificou os itens *b* e *c*, percebemos que no item *b* ela não explicitou algo sobre a jogada seguinte, já no item *c* ela o fez. Percebemos que um aspecto que pode ajudar a compreender este fato é que, na jogada do item *b*, a aluna valorizou a colheita de sementes. De fato, percebemos que a colheita de sementes tende a permanecer no topo de

hierarquia das jogadas possíveis. Realizar uma análise de jogadas melhores ou piores partindo de uma colheita de sementes representa um grau de sofisticação bastante elevado.

7.5.4 *Análise da evolução das estratégias do sujeito “D” no Dispositivo Experimental Central*

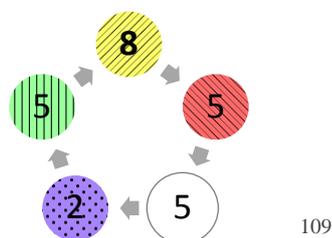
Dentre todas as alunas que participaram do Dispositivo Experimental Central, a aluna “D” foi a que mais representou, ao decorrer do experimento, jogadas que não aparentavam uma maior evolução nas estratégias. Na verdade, suas jogadas oscilavam muito em relação à realização de jogadas favoráveis. No entanto, diferentemente de “C”, essa oscilação se deu, praticamente, durante todo o experimento. Vale lembrar que esta aluna afirmou ter praticado o *Mankala Colhe Três* durante o intervalo entre as duas primeiras etapas do dispositivo central, assim como a aluna “C”. A aluna “D” apresentou dificuldades não só em evoluir nas suas estratégias de jogo, mas também em relação à apropriação das regras do *Mankala Colhe Três*. Como veremos no exemplo do recorte da transcrição a seguir, “D” realizou algumas jogadas erradas durante a primeira partida da Etapa 1:



28. (D) Agora... [sem captação] pra fazer o que mesmo?
29. “D” pergunta para “C” com a mão sobre a cova branca.
30. (C) Oi? Não, não pode! Porque se fosse eu que tivesse acabado nessa!
31. “C” aponta para a cova branca.
32. (C) Entendeu? Agora tu escolhe uma cova.
33. “C” fala para “D”. “D” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de uma em uma, no entanto caem duas sementes na cova verde em uma das vezes que a redistribuição deveria ser de apenas uma.
34. (C) Não, botou duas aqui, não?

¹⁰⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

35. (D) Então tira aí...
36. “D” *fica na dúvida, olha para o restante das sementes em sua mão, mas não sabe bem o que fazer,*
37. (C) Vai, continua!
38. “D” *continua a redistribuição de uma em uma a partir da cova amarela, mesmo caindo duas sementes na cova anterior (verde). A redistribuição resulta em:*

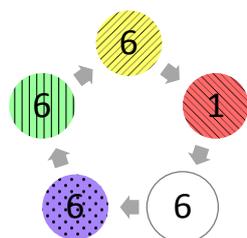


109

No item 28 do trecho da transcrição acima, “D” demonstra ainda não compreender bem ao certo como se dá o funcionamento do jogo. Já no item 33, quando “D” inicia a redistribuição das 13 sementes da cova roxa, uma a uma, ela acaba tendo problemas na distribuição, o que resulta em uma configuração do tabuleiro diferente da esperada. Este fato pode ter influenciado no tempo de duração dessa partida – partida longa –, pois este erro de distribuição das sementes gerou uma configuração do tabuleiro que ainda não se sabe se seria possível obter normalmente durante uma partida de *Mankala Colhe Três*.

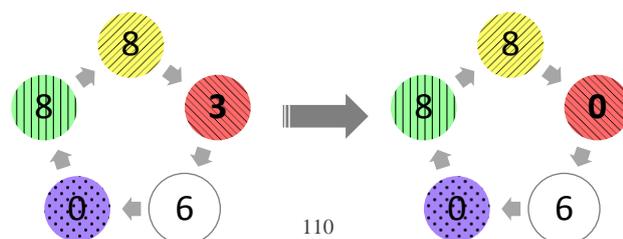
Será apresentado a seguir mais um recorte da transcrição, desta vez da segunda partida da Etapa 2, em que pode ser percebida a oscilação entre a realização de jogadas favoráveis e jogadas desfavoráveis:

1. (C) Quer começar?
2. “C” *pergunta à “D”. “D” aponta para “C”, que comemora o fato de poder começar novamente. “C” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:*

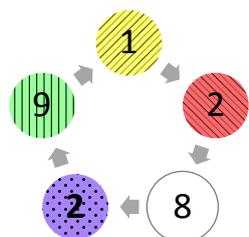


¹⁰⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

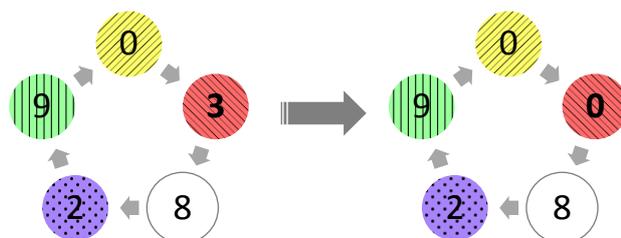
3. “D” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de duas em duas, resultando em:



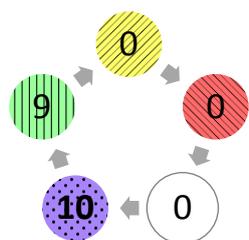
4. “C” conta as sementes das covas verde, branca e amarela, simulando em cada caso, a redistribuição de sementes, uma a uma. “C” remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:



5. “D” leva a mão à cova amarela e “C” se lamenta. “D” remove a semente da cova amarela e a coloca na cova vermelha, resultando em:

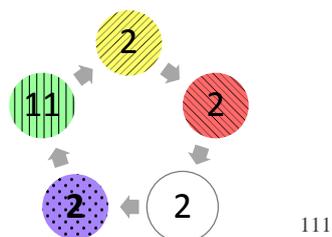


6. “C” conta as sementes da cova verde e simula a redistribuição destas sementes de uma em uma. Após pensar um pouco, “C” se mostra desapontada e refaz a mesma ação com as sementes da cova branca, também se mostrando desapontada no fim da simulação. “C” remove as sementes da cova branca e as coloca na cova roxa, resultando em:



¹¹⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

7. “D” remove as sementes da cova roxa e as redistribui de duas em duas, resultando em:

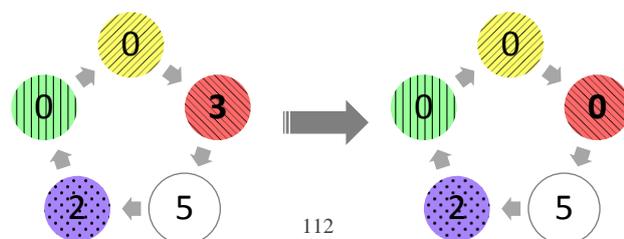


111

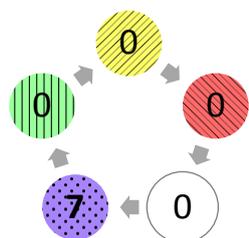
No item 3, a aluna “D” realiza uma jogada resultando em colheita de sementes que difere de todas as outras feitas, inclusive em relação às partidas entre “A” e “B”, pois ela colhe as sementes do item 2 por meio da distribuição das sementes da cova roxa de duas em duas. A jogada que foi realizada em outros momentos em que a mesma configuração inicial (item 2) aparecia era a de distribuir as sementes da cova amarela de uma em uma, resultando também em três sementes na cova vermelha. A jogada seguinte da aluna “D” também resulta na colheita de sementes (item 5). No entanto, ao se deparar com a configuração do tabuleiro do item 6, que só permite a redistribuição a partir de duas covas, não percebe que pode colher se redistribuir as sementes da cova verde de três em três. Sendo assim, “D” executa uma jogada que não resulta em colheita e, claramente, permite a colheita da adversária na jogada seguinte (item 6). Este caso representa, na verdade, uma série de ocasiões em que a evolução das estratégias da aluna parece não acontecer de maneira clara.

Uma característica muito forte, percebida nas partidas por duplas, e que pode ter interferido na evolução das estratégias de “D”, foi a postura tomada pela sua companheira de jogo (“B”). De fato, em muitos momentos ficou claro que quem determinava as escolhas do jogo nas partidas em duplas era a aluna “B”, fazendo com que fosse preciso que a aluna “D” insistisse em interferir nas escolhas feitas por “B”. O que, posteriormente – depois de perceber que a aluna “B” possuía uma alta capacidade de mapeamento de jogadas e de perceber também que tal aluna não iria abrir mão de suas opções de jogadas, fez com que “D” tomasse uma postura completamente passiva no jogo. Segue um trecho da transcrição das partidas em duplas em que isto pode ser visto, partindo de uma colheita de sementes feita por “C”:

¹¹¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas desta representação são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



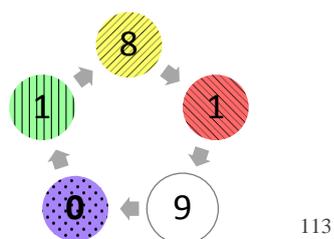
124. (C) Nós também. Oxe...
125. (D) Tem cinco, como é que faz?
126. “D” pergunta à “B”.
127. (D) Deixa eu fazer, porque tu tá fazendo... Deixa eu tentar...
128. “D” conta as sementes da cova branca e simula a redistribuição destas sementes, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
129. (B) Não faz assim... Não, não divide... Bota tudo no mesmo.
130. “D” leva a mão à cova branca.
131. (B) Porque se não elas ganham.
132. “D” remove as sementes da cova branca e as coloca na cova roxa, resultando em:



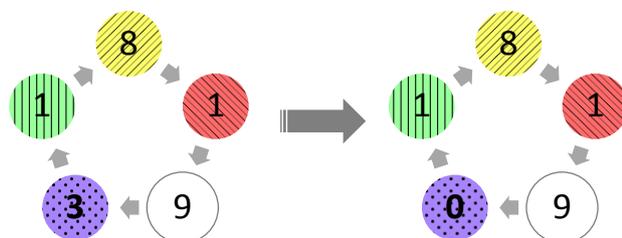
133. (C) Oxe, “B”.
134. “A”, “B” e “C” sorriem.

O recorte da transcrição acima mostra que, de fato, “B” é quem lidera na dupla “BD”. No entanto, essa atitude se repete por muitas vezes, chegando ao ponto de “D”, simplesmente, abrir mão de suas estratégias, como pode ser visto no seguinte trecho da transcrição da terceira (última) partida em duplas:

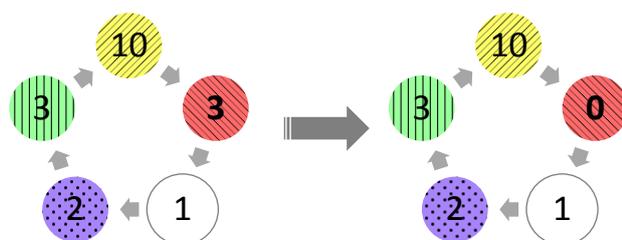
¹¹² Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



41. “B” aponta para a cova roxa. “C” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:

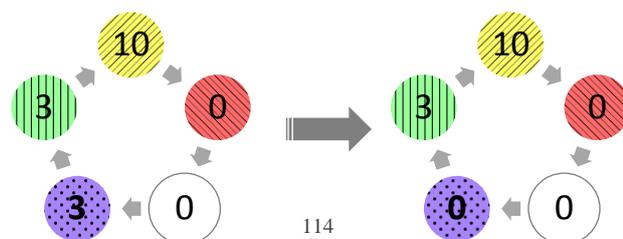


42. (C) Vai tu!
43. “B” conta as sementes da cova branca.
44. (D) Tu conta e eu boto nas casinhas... Nas covinhas.
45. “B” simula a redistribuição das sementes da cova branca de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.
46. (C) Dez.
47. (B) Tem nove!
48. (C) Ah, e é, é?
49. “C” e “B” sorriem.
50. “B” refaz a simulação da redistribuição das covas brancas uma a uma.
51. (B) É esse, é esse daqui!
52. “B” aponta para a cova branca. “D” remove as sementes da cova branca e as redistribui de uma em uma, resultando em:

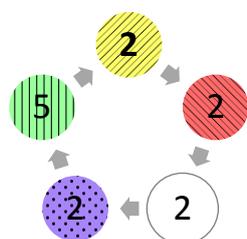


53. (C) É, doido...
54. “C” remove a semente da cova branca e a coloca na cova roxa, resultando em:

¹¹³ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



55. “B” aparenta ficar surpresa.
56. (C) Vai, vocês...
57. “B” inicia a contagem das sementes da cova amarela.
58. (D) Cinco... Seis, sete, oito, nove, dez.
59. (B) Eita, tu me atrapalhou...
60. “B” e “D” sorriem.
61. (C) Oxe... Tu num faz nada não, é?
62. “C” pergunta para “A”, sua dupla.
63. (A) Eu tô...
64. “A” se concentra no jogo.
65. (B) Peraí...
66. “B” passa um bom tempo pensando no jogo.
67. (B) Bota... um em cada um.
68. “B” fala para “D”. “D” remove as sementes da cova amarela e as redistribui de uma em uma, resultando em:

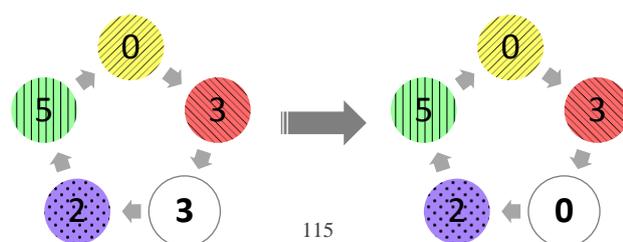


No item 44, fica muito clara a postura passiva de “D”, pois ela pede para sua companheira “contar” as sementes para que ela possa “colocar nas covinhas”. A partir de então, “B” começa a ordenar as jogadas para “D”, que, como combinado, apenas as realiza, como pode ser visto nos itens 51 e 52. Outro trecho que mostra bem esta postura das alunas “B” e “D” em suas jogadas pode ser visto nos itens 57, 58 e 59, quando a aluna “D” conta em voz alta as sementes de uma das covas e a aluna “B” diz que sua parceira está lhe

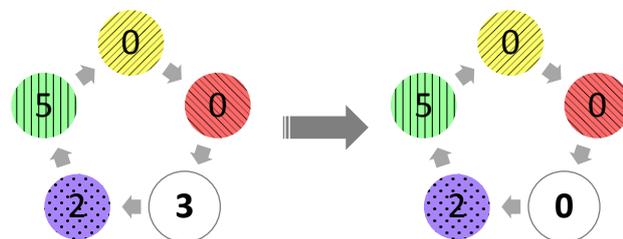
¹¹⁴ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

atrapalhando. Apesar de ambas levarem o comentário na brincadeira, esta fala representa bem a dinâmica que toma a interação entre “B” e “D”. Seguindo a partida, pode ser visto nos itens 67 e 68 que a postura tomada por “B” e “D” corresponde ao combinado no item 44, ou seja, “B” determina a jogada a ser realizada e “D” executa.

Mesmo após a aluna “D” ter combinado que “B” poderia ser a responsável por “contar” as sementes nas jogadas, a aluna “D” toma algumas iniciativas interessantes no decorrer do jogo, indo de encontro ao combinado anteriormente. Segue mais um trecho da transcrição da última partida por duplas, partindo de uma colheita feita por “C”:



73. (A) Droga, era pra a gente fazer nesse...
74. “A” aponta para a cova vermelha
75. (A) Porque ele não pegava...
76. “A” aponta para a cova roxa.
77. (A) Ah, não. Deixa.
78. (B) E aí... A gente tá agora com mais possibilidades de...
79. “D” remove as sementes da cova vermelha e as coloca na cova branca, resultando em:

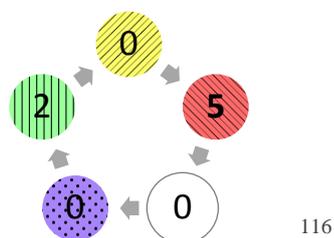


80. (B) Vai!
81. “B” fala para a outra dupla (“AC”).

O trecho acima apresenta um momento do jogo em que, mesmo sem a aluna “B” ordenar sua jogada, a aluna “D” percebe a opção de colheita de sementes e toma a iniciativa

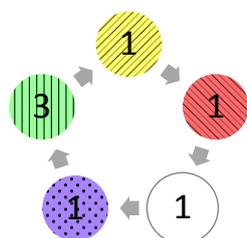
¹¹⁵ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

de jogar, resultando em colheita (item 79). Um fator interessante é que, diante de tal iniciativa, a aluna “B” não parece se opor. Isso deve ter acontecido porque a jogada feita por “D” foi considerada por “B” como uma boa jogada. Ainda em relação à iniciativa de não mais esperar as ordens de “B”, a aluna “D” resolve repetir sua atitude, como pode ser visto em mais um trecho da transcrição da última partida jogada por duplas:



140. (D) Então pra não ficar perdendo tempo...

141. “D” remove as sementes da cova vermelha e as redistribui de uma em uma, resultando em:



142. (B) Não... Não dividia assim não...

143. “B” fala para “D”.

144. (D) Eu não tenho paciência.

145. (B) Aí a gente perde!

146. “B” fala para “D”. “C” simula a distribuição das sementes da cova verde de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.

Como dito há pouco, o recorte acima apresenta mais um momento em que “D” toma a iniciativa e realiza uma jogada, mesmo que “B” não tenha opinado. No entanto, desta vez, a iniciativa de “D” foi criticada por “B”, já que, a princípio, a jogada feita não representava uma jogada favorável. De fato, diferentemente da outra jogada de “D”, que resultou na colheita de sementes, desta vez ela pareceu ter realizado uma jogada arbitrária que, aos olhos de sua companheira de jogo, se mostrou uma jogada displicente, como pode ser percebido nos itens

¹¹⁶ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

144 e 145 da transcrição. Seguindo a hipótese de que, de fato, a jogada de “D” foi realizada de maneira arbitrária, tendo em vista que ela própria diz “não ter paciência” na análise das jogadas, a configuração resultante de sua jogada se mostrou uma jogada favorável por pura sorte, pois, de fato, não há possibilidades de colher sementes a partir da configuração do item 141.

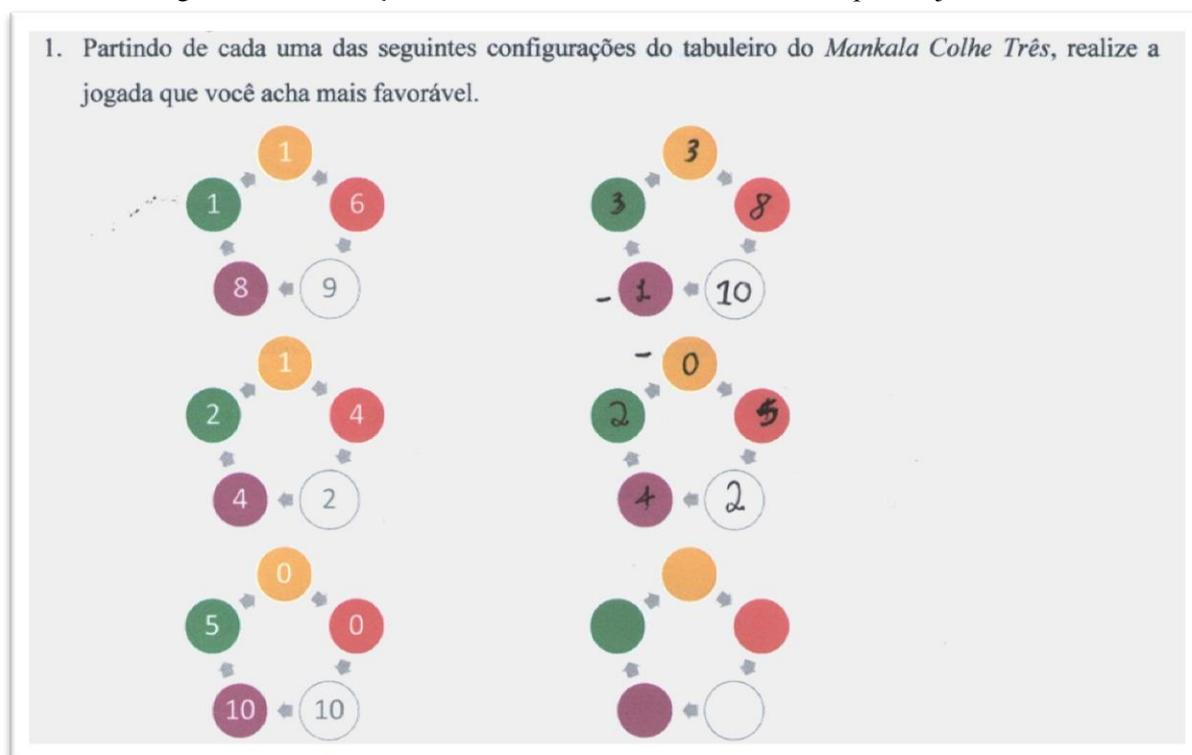
Para finalizar a análise das estratégias da aluna “D” durante as partidas das Etapas 1 e 2 do Dispositivo Experimental Central, segue a continuação da transcrição apresentada acima, na qual pode ser visto claramente que a aluna se mostra despreocupada em analisar as possibilidades de jogadas, limitando suas estratégias:

146. *“B” fala para “D”. “C” simula a distribuição das sementes da cova verde de uma em uma, apontando para as covas seguintes segundo o sentido do jogo.*
147. (C) Eita, fica com dois. Botar um aqui não dá...
148. *“C” aponta para a cova branca.*
149. (C) Daí aqui vai ficar com dois.
150. *“C” aponta para a cova roxa.*
151. (C) Dá muito certo não...
152. *“C” e “A” pensam bastante, olhando para o tabuleiro.*
153. (C) Oh, dá pra fazer assim: bota esses três aqui...
154. *“C” simula retirar as sementes da cova verde e as colocar na cova amarela.*
155. (C) Daí elas vão jogar: um, dois, três, quatro.
156. *“C” aponta para as covas vermelha, branca, roxa e verde, respectivamente.*
157. (C) Ou... Um, dois... Três, quatro.
158. *“C” simula redistribuir quatro sementes de duas em duas, saindo da cova amarela.*
159. (C) Dá certo também não.
- 160. (D) É só pegar e dividir...**

O recorte acima apresenta o momento em que as alunas “A” e “C” mapeiam as possibilidades de jogadas a partir da configuração do tabuleiro presente no item 141 (recorte anterior da transcrição). Diante da detalhada análise das possibilidades de jogadas feitas pelas alunas “A” e “C”, a aluna “D” fala que “é só pegar e dividir”, como se as outras alunas estivessem “perdendo tempo” (termo utilizado por “D” no recorte anterior) por estarem refletindo bastante nas jogadas. Esta fala pode ser vista no item 160 da transcrição acima.

A seguir, será apresentado um recorte do teste respondido pela aluna “D”, onde podem ser percebidas as limitações a respeito da evolução de suas estratégias¹¹⁷:

Figura 28 – Resolução da atividade 1 do teste da entrevista pelo sujeito “D”



Fonte: teste da aluna “D”

O recorte acima mostra alguns elementos muito interessantes. Primeiramente podemos perceber que a aluna não fez a jogada da terceira configuração. Este fato, a princípio, está sem justificativa, pois, através das filmagens da etapa de entrevista, percebeu-se que ela simplesmente terminou a realização da jogada da segunda configuração e passou para a resolução da atividade 2 do teste. Isto ocorreu exatamente no momento em que o pesquisador se dirigia para a câmera de filmagem para assegurar que os vídeos estavam sendo feitos. Portanto, inicialmente podemos levantar duas justificativas: ou a aluna não resolveu o problema intencionalmente, aproveitando o momento que o pesquisador se afastou, ou foi falta de atenção da aluna. De fato, não é possível determinar o que houve apenas pelas filmagens.

¹¹⁷ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Um segundo elemento interessante, percebido nas respostas dadas pela aluna “D” à atividade 1 do dispositivo central, foi o fato de ela não ter realizado uma jogada que resultasse em colheita a partir da segunda configuração do tabuleiro, presente no teste acima. Como vimos anteriormente, todas as outras alunas colheram sementes a partir desta configuração, até porque existem quatro maneiras de se colher sementes, dentre as quais três ainda evitam a colheita do adversário na jogada seguinte. Apesar de não termos observado uma evolução muito nítida das estratégias de “D”, em muitos momentos nas partidas das Etapas 1 e 2 do dispositivo central, esta aluna conseguia perceber a presença de possibilidades de colheita, o que nos leva a crer que a resposta dada por “D”, na verdade, não representa, de fato, a sua atual capacidade de realizar jogadas favoráveis. Deste modo, podemos inferir que a aluna “D” aparenta não ter paciência ou motivação para mapear as jogadas possíveis e analisar seus efeitos.

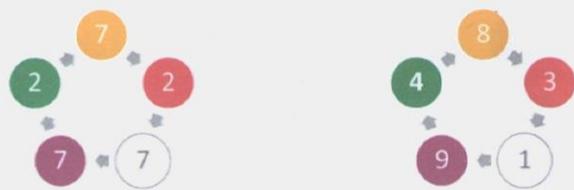
A partir da primeira configuração presente no teste, a aluna não realiza a jogada que resultaria na colheita de sementes, no entanto também não permite a colheita de sementes na próxima jogada. Poderíamos imaginar que ela não conseguiu mapear as possibilidades de jogadas o suficiente para que percebesse a única jogada que resultaria em colheita de sementes e, a partir de então, buscou realizar uma jogada que evitasse a colheita de sementes pelo adversário na jogada seguinte. Porém, a partir da jogada feita por ela na segunda configuração do teste e pela ausência de resposta na terceira, existe a chance de ela ter realizado mais uma jogada arbitrária, consequência de sua falta de motivação para mapear as jogadas. Lembrando que “D” foi uma das alunas que utilizou o tabuleiro no momento do teste para simular as jogadas.

A seguir serão apresentadas as respostas dadas pela aluna “D” na atividade 2 do teste, durante a etapa de entrevistas.

Figura 29 – Resolução da atividade 2 do teste da entrevista pelo sujeito “D”

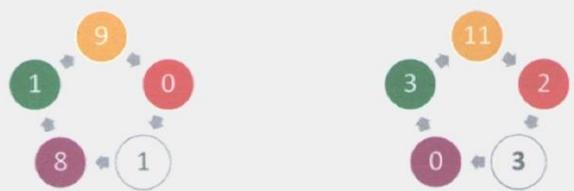
2. Imaginemos que estamos jogando em duplas e que sou seu companheiro de equipe. Partindo da configuração da esquerda, realizei um tipo de jogada, resultando no tabuleiro à direita. O que você me diria? Concorda ou discorda? Por quê?

a. Removi as sementes da cova branca e as redistribuí de uma em uma.



Sim, pois o adversário não conseguiria ter uma soma lógica.

b. Removi as sementes da cova roxa e as redistribuí de duas em duas.



Não, porque ele conseguiria pegar todas as sementes da cova branca e colocá-las na Roxa.

c. Removi as sementes da cova amarela e as redistribuí de uma em uma.



Sim, porque o adversário não conseguiria ganhar.

Fonte: teste da aluna “D”

No item *a*, a aluna apresenta um argumento que fica muito próximo do que as alunas “B” e “C” disseram, quando afirmam que consideram a jogada como sendo boa devido à impossibilidade de colheita do adversário na jogada seguinte¹¹⁸. Esse argumento mostra a preocupação das alunas com a possibilidade de colheita dos adversários, o que é totalmente legítimo, ainda mais no caso em que nenhuma jogada permite colheita pelo jogador. Entretanto, nem o tabuleiro dado no teste, nem a jogada proposta correspondem a esse tipo de configuração, uma vez que existe uma possibilidade de colheita de sementes a partir da configuração da esquerda (encontrada pela aluna “A”) e a configuração da direita possibilita a colheita de sementes pelo adversário na jogada seguinte, por meio da redistribuição das sementes da cova roxa, uma a uma. No entanto, apesar dessa dupla inadequação na escolha de “D”, podemos considerar o argumento levantado pelas alunas “B”, “C” e “D” como sendo pertinente, pois o nível de exigência da configuração em foco é muito alto, visto que existia

¹¹⁸ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

apenas uma maneira, dentre 10 possibilidades de jogadas, que resultaria em colheita; além disso, a jogada realizada por sua suposta dupla de jogo foi outra. Além do mais, a partir da configuração resultante (esquerda) só existia uma maneira de o adversário colher sementes, dentre um total de 13 possibilidades.

A resposta dada pela aluna no item *b*, assim como aconteceu no segundo item da atividade 1, é contrária às respostas fornecidas por todas as outras alunas, que até então era unânime. A aluna “D” afirma que a jogada feita pelo pesquisador no item *b* não foi boa, pois permitiria a colheita de sementes na jogada seguinte. Esse item, já comentado em outro momento deste trabalho, representa, na verdade, um problema da aluna com a representação das jogadas e configurações utilizada no teste, mesmo após um período inicial das entrevistas em que o pesquisador buscou esclarecer tais elementos. A aluna afirmou que a jogada não foi boa, pois as três sementes resultantes na cova branca poderiam ser passadas para a cova roxa e, desta forma, serem colhidas pelo adversário. No entanto, as sementes da cova branca, na realidade, seriam colhidas por ela e sua dupla, já que representa a última cova da redistribuição. Repensando nas instruções da etapa de entrevistas, talvez essa dificuldade pudesse ser evitada se, ao invés de aparecer, na configuração da direita, a quantidade de três sementes na última cova da redistribuição aparecesse “zero” ou um símbolo diferente, representando o processo ou o estado final do tabuleiro após a colheita de sementes. No entanto, é importante perceber que, dentre as quatro alunas participantes do experimento, a aluna “D” foi a única que apresentou dificuldades dessa natureza.

Para finalizar, analisemos a resposta dada pela aluna “D” no item *c* da atividade 2 do teste. Lembrando que este item apresenta uma configuração do tabuleiro que, a princípio, não possibilita a colheita de sementes, mas a jogada feita pelo “pesquisador” resulta em uma configuração com várias maneiras de colher sementes na jogada seguinte – das 12 opções de jogadas, três permitem colheita de sementes. A justificativa apresentada por “D” mostra que, a princípio, ela pode ter percebido que a análise da configuração da esquerda deve ser feita em relação à jogada seguinte, pelo fato de não existir possibilidade de colheita, o que faz ela concluir que a jogada foi boa, pois “o adversário não conseguiria ganhar”. No entanto, como dito anteriormente, não só existe possibilidade de o adversário colher sementes na jogada seguinte, mas existem três maneiras de ele fazer isto. Podemos imaginar que a resposta dada pela aluna “D” pode representar um nível limitado da capacidade de mapear as jogadas.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa investigou a contribuição do jogo *Mankala Colhe Três* para a aprendizagem de conhecimentos matemáticos por alunos de 6º ano do Ensino Fundamental. O *Mankala Colhe Três* é um dos oito jogos matemáticos produzidos pelo Subprojeto 3: Jogos no ensino de matemática a partir de sucata no âmbito do projeto “Formação docente: interdisciplinaridade e ação docente – Projeto Rede”, desenvolvido no estado de Pernambuco, entre 2010 e 2011.

O *Mankala Colhe Três* despertou nosso interesse por vários motivos. Primeiramente, assim como os demais jogos produzidos no Projeto Rede, ele é um jogo bastante acessível, já que pode ser confeccionado com materiais facilmente encontrados pelos alunos. Além disso, o *Mankala Colhe Três* é um jogo que possui uma matemática mais implícita, em que os conhecimentos matemáticos que podem ser explorados por meio dele nem sempre são percebidos por quem o joga, fazendo com que a ludicidade seja mais bem propiciada e que momentos didáticos sejam vividos de maneira mais livre por parte do aluno. Outro fator que nos fez escolher o *Mankala Colhe Três* para ser explorado nesta pesquisa se refere ao aspecto cultural que este jogo traz consigo, pois ele possui fortes raízes culturais e filosóficas, enriquecendo ainda mais sua exploração na sala de aula. Por fim, o *Mankala Colhe Três* tem outra importante característica: ser um jogo muito aberto, ou seja, que possui um número de possibilidades de jogadas e configurações do tabuleiro muito grande. Este fato faz com que o esgotamento dos tipos de configurações do tabuleiro se torne quase impossível, evitando, deste modo, que o jogo não se torne enfadonho ou desinteressante após certo número de partidas.

Adotamos na pesquisa a perspectiva, explicitada no Projeto Rede, de buscar um equilíbrio entre a dimensão lúdica do jogo, que deve ser preservada, e o aspecto didático, ou seja, a intenção de provocar a aprendizagem de conhecimentos matemáticos e de fomentar o desenvolvimento de atitudes.

Os produtores do jogo haviam feito um levantamento das seguintes finalidades educacionais que experiências com o *Mankala Colhe Três* permitiam mobilizar: “desenvolver estratégias de quantificar mentalmente”, “dividir por cálculo mental”, “resolver problemas com situações mistas (aditivas e multiplicativas)”, “mapear as possibilidades”, “reconhecer divisores de um número”, “reconhecer múltiplos de um número” e “reconhecer números primos”. Buscando realizar um estudo mais aprofundado do *Mankala Colhe Três*, que tentasse perceber os conhecimentos matemáticos que, de fato, são explorados por meio de

experiências com o jogo, decidiu-se usar a Teoria das Situações Didáticas – TSD, de Guy Brousseau (1996, 2008) como fundamentação teórica da pesquisa. Os elementos da teoria ajudaram a traçar o percurso metodológico da pesquisa e a embasar a análise dos resultados.

Os procedimentos metodológicos da pesquisa tiveram como base experiências com o jogo *Mankala Colhe Três* por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Tais procedimentos foram iniciados por meio de dois Estudos Preliminares e, em seguida, pela realização do Dispositivo Experimental Central.

No primeiro Estudo Preliminar, foram realizadas duas partidas de *Mankala Colhe Três* por três alunos. As partidas foram filmadas e transcritas. Tal experiência teve como principal resultado certa resistência dos alunos em realizar um tipo específico de jogada, o que nos fez repensar o processo de instruções do jogo. Para isso, buscou-se um aprofundamento maior no estudo do processo de devolução, elemento fundamental da Teoria das Situações Didáticas.

No segundo Estudo Preliminar também foram realizadas duas partidas. No entanto, desta vez, houve apenas um sujeito participante, que competiu com o pesquisador nas duas partidas. Esta experimentação teve como característica a intervenção constante do pesquisador durante as partidas, que tentava, a todo instante, levantar questionamentos sobre as opções de jogadas do sujeito. O principal resultado obtido desse estudo foi a percepção de que era preciso uma exploração maior dos sujeitos com o jogo para que fossem capazes de mobilizar tais conhecimentos. Para isso, era preciso também que o pesquisador preparasse um meio de modo que as situações vivenciadas pelos competidores nas partidas exigissem o mínimo de sua intervenção. Ao buscar criar condições para que os sujeitos jogassem do modo mais autônomo possível, pretendíamos favorecer a presença do caráter adidático – elemento da TSD que permite o funcionamento dos conhecimentos do aluno como se não houvesse intenção didática.

Os resultados dos dois estudos preliminares foram fundamentais para a elaboração do Dispositivo Experimental Central. Neste dispositivo participaram quatro alunos de 6º ano do Ensino Fundamental de uma escola privada da cidade do Recife e aconteceu em três etapas, caracterizadas, respectivamente, pela: realização de partidas individuais (três partidas entre “A” e “B” e duas partidas entre “C” e “D”); realização de partidas individuais e por duplas (uma partida entre “A” e “B”, três partidas entre “C” e “D” e três partidas em duplas: “AC” *versus* “BD”); realização de entrevistas individuais. As Etapas 1 e 2 tiveram uma duração de 50 minutos e intervalo de uma semana entre si. As entrevistas tiveram uma duração de, aproximadamente, 30 minutos cada, e aconteceram duas semanas após a realização da Etapa 2 do dispositivo central. As entrevistas foram baseadas na realização de um teste, focado em

configurações do tabuleiro, jogadas do *Mankala Colhe Três* e outras características do jogo. As duas etapas iniciais do Dispositivo Experimental Central foram filmadas e transcritas, para permitir uma análise mais detalhada e consistente das interações entre os sujeitos e das jogadas realizadas por estes. Como as entrevistas tiveram como base a realização do teste, elas foram apenas filmadas, de modo a permitir a coleta de alguma informação que, por acaso, não estivesse nos testes.

A escolha de propor uma sequência de partidas individuais para só depois realizar partidas por duplas foi feita para que fosse permitida a passagem dos diferentes tipos de situações adidáticas (ação, formulação e validação). Sendo assim, as partidas individuais possibilitaram a presença das situações de ação e as partidas em duplas permitiriam a passagem por situações de formulação e validação, já que os companheiros de cada dupla necessitaram argumentar entre si para decidir suas jogadas.

Foi feita uma análise a priori das jogadas e configurações do tabuleiro do jogo. Esta análise buscou perceber quantas e quais são as possíveis configurações que o jogo permite obter. Para descobrir a quantidade de configurações possíveis, foi feito um levantamento inicial das possibilidades de distribuição das sementes do *Mankala Colhe Três* nas cinco covas do tabuleiro. Foi encontrado um total de 11238 maneiras de arrumar as sementes do jogo nas cinco covas dispostas circularmente. No entanto, esse número não representava, necessariamente, o número de configurações possíveis de se obter durante as partidas, já que dependeria das regras de redistribuição e colheita do *Mankala Colhe Três*. Como o valor encontrado como estimativa foi muito grande, buscou-se encontrar quais configurações são, de fato, possíveis de se obter no jogo. Para isso, partimos da configuração inicial do tabuleiro e iniciamos um mapeamento das jogadas do *Mankala Colhe Três*, que possibilitaria perceber, dentre outros aspectos, quantas e quais são as jogadas que podem, ou não, gerar a colheita de três sementes do *Mankala Colhe Três* a partir de determinada configuração do tabuleiro. O mapeamento total do jogo não foi produzido, pois, após certo número de configurações encontradas do tabuleiro, era exigido um esforço imenso para verificar se as configurações obtidas representavam novas configurações ou se estas já haviam sido encontradas anteriormente. Porém, o mapeamento parcial obtido se mostrou fundamental na pesquisa, pois, a partir dele foram escolhidas algumas configurações do tabuleiro, possíveis de se obter em jogo, para serem colocadas no teste da etapa de entrevistas. Cada configuração destas foi previamente analisada, de modo a levantar possíveis justificativas a partir das respostas dos alunos.

Além de ajudar na elaboração do teste, o mapeamento parcial das jogadas permitiu que fossem criados critérios para a análise da evolução das estratégias dos sujeitos. Como de um modo geral cada configuração do tabuleiro permite vários tipos de jogadas, que recaem em várias novas configurações do tabuleiro, percebeu-se que a antecipação de jogadas feita pelos alunos não ultrapassavam duas jogadas seguintes. Partindo disso, classificamos as jogadas dos sujeitos como favoráveis ou não, mesmo tendo o cuidado de perceber que em alguns momentos, dependendo do nível de apropriação com o jogo e da complexidade da configuração do tabuleiro, uma jogada pode ser vista como “mais favorável” do que outras. De uma maneira geral, uma jogada era vista como favorável quando, diante de uma configuração do tabuleiro com possibilidade de colheita, o sujeito colhia sementes ou, no caso de não haver possibilidade de colheita de sementes, quando não permitia que o adversário colhesse sementes na jogada seguinte. Em jogadas mais sofisticadas, alguns sujeitos podem classificar as “jogadas favoráveis” como melhores ou piores. Isto ocorre quando uma configuração permite mais de uma possibilidade de colheita de sementes, tornando interessante uma nova análise sobre a possibilidade de colheita também pelo adversário na jogada seguinte após uma colheita.

Apesar de termos obtido resultados interessantes após as análises da pesquisa, acreditamos que o mapeamento completo do *Mankala Colhe Três* forneceria elementos importantes para a análise das estratégias dos sujeitos. Sendo assim, acreditamos que uma pista para futuras pesquisas seria tentar produzir todo o mapeamento das jogadas do *Mankala Colhe Três*, mesmo que, para isso, fosse necessário o uso de tecnologias mais sofisticadas. Partindo da mesma ideia, pensamos que outro elemento importante para futuras pesquisas com o *Mankala Colhe Três* seria se concentrar na elaboração de critérios de análise das estratégias dos sujeitos, que certamente se relacionaria com a produção do mapeamento do jogo.

Para a análise global de todos os resultados obtidos por meio dos estudos preliminares e do dispositivo central, foram criados cinco blocos de análise, que apresentaram os principais resultados da presente pesquisa. Todos os resultados encontrados foram embasados e justificados por meio das transcrições das partidas dos estudos preliminares e do dispositivo central e pelos resultados obtidos nos testes da etapa de entrevistas.

Pretendíamos analisar a vivência do *Mankala Colhe Três* por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental sob a ótica da dimensão lúdica do jogo e do desenvolvimento de atitudes. Dentre os resultados da pesquisa, percebeu-se que as experiências com o *Mankala Colhe Três* propiciaram, de fato, momentos de ludicidade e permitiram as interações dos

sujeitos, que em alguns momentos eram feitas entre oponentes e em outras entre parceiros de jogo, favorecendo, neste último, o trabalho colaborativo. Além disso, as situações de jogo permitiram a mobilização de importantes atitudes de convivência, como o fato de adversários de jogo se entrosar ao ponto de realizarem análises de jogadas juntos. Percebeu-se, porém, que dois dos quatro sujeitos do dispositivo central (alunas “B” e “D”) apresentaram entraves nas interações como parceiras de jogo. Essa dificuldade caracterizou-se pela existência de certa dominação de uma aluna sobre a outra na realização das jogadas, o que nos faz pensar em discutir tal aspecto em outra ocasião, talvez refletindo no modo com que as etapas do dispositivo central foram planejadas. Talvez a maneira como o dispositivo foi realizado possa ter interferido nessa dominação, pois não verificamos o que poderia acontecer se as componentes das duplas fossem trocadas. Como sugestão de continuidade em outras pesquisas, e que se relaciona com o que foi dito, pensamos que poderia ser mais bem trabalhado o viés da Etnomatemática com o *Mankala Colhe Três*, pois, apesar de ter sido comentado nesta pesquisa, acreditamos que a exploração do aspecto cultural do jogo, associado à sua provável origem africana, auxiliaria a dimensão lúdica e o desenvolvimento de atitudes.

O segundo objetivo específico da pesquisa era identificar os conhecimentos matemáticos mobilizados por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental em situações envolvendo o jogo *Mankala Colhe Três*. Dentre as finalidades educacionais levantadas pelos produtores do jogo, buscou-se identificar a mobilização dos conhecimentos matemáticos compatíveis ao ano de escolaridade dos sujeitos participantes da pesquisa. Como resultados, foram percebidos que os sujeitos mobilizavam e reconheciam o trabalho com situações mistas (aditivas e multiplicativas) durante as partidas do jogo. Foi percebido também que, a todo instante, os sujeitos (alguns de modo mais evidente que outros) eram postos a mapear as possibilidades de jogadas a partir das configurações do tabuleiro. Esse mapeamento, inclusive, tendia a ficar cada vez mais elaborado ao passar do tempo de jogo. Foi percebido também que, durante as suas jogadas, os sujeitos reconheciam múltiplos e divisores de um número e também a característica de divisibilidade dos números primos.

Traçamos também, como objetivo específico desta pesquisa “analisar interações de alunos de 6º ano do Ensino Fundamental com o jogo *Mankala Colhe Três* do ponto de vista do caráter adidático das situações e do desenvolvimento de estratégias”. Três blocos de análise do dispositivo experimental central são relacionados com esse objetivo.

Um dos blocos de análise da pesquisa se refere ao processo de devolução e ao caráter adidático das situações com o *Mankala Colhe Três*. Após os estudos preliminares, buscou-se

elaborar um dispositivo experimental em que o processo de devolução das situações pudesse ser bem conduzido. De fato, percebeu-se que este processo foi bem feito a ponto de fortalecer o caráter adidático das situações com o jogo. Como planejado, a maneira como o Dispositivo Experimental Central da pesquisa se deu permitiu a passagem dos alunos por situações de ação, formulação e validação, embora o aspecto da validação ficasse ainda relativamente implícito. Os conhecimentos matemáticos em foco estavam fortemente ligados à capacidade de os sujeitos realizarem jogadas favoráveis.

Com o objetivo de perceber a contribuição do jogo em relação à evolução das estratégias dos sujeitos, foi feita uma análise individual de cada uma das alunas participantes do Dispositivo Experimental Central. A análise das estratégias estava muito atrelada à capacidade dos sujeitos em mapear as jogadas, de modo que, quanto maior esta capacidade, mais evoluída é sua estratégia. De uma maneira geral, as alunas, nomeadas por “A”, “B”, “C” e “D”, apresentaram uma evolução significativa de suas estratégias durante este dispositivo, mesmo que o tempo destinado à exploração e apropriação do jogo tenha sido razoavelmente limitado. Além disso, foi claramente percebido que a evolução das estratégias das alunas se deu de maneiras diferentes, em relação à velocidade de evolução e ao nível de estratégia alcançado. Essa análise mostrou, por exemplo, que a aluna “B” apresentou uma evolução muito rápida de suas estratégias e que também conseguiu realizar jogadas muito elaboradas durante as partidas. Já em outro extremo, percebeu-se que a aluna “D”, apesar de em alguns momentos apresentar jogadas bem elaboradas, deixava claro que não mostrava se preocupar em realizar um mapeamento satisfatório das configurações do tabuleiro nas suas jogadas, fazendo com que suas escolhas, mesmo após muita exploração do jogo, se mostrassem quase que arbitrárias.

Este trabalho conseguiu mostrar a grande potencialidade que o *Mankala Colhe Três* possui como instrumento para a aprendizagem de matemática e para a mobilização de atitudes que são fundamentais para o desenvolvimento do indivíduo. Vale lembrar que o *Mankala Colhe Três*, inicialmente produzido para ser trabalhado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, teve como público alvo os alunos do 6º ano do Ensino Fundamental na presente pesquisa.

Uma sugestão para possíveis pesquisas seria a alteração da duração do dispositivo experimental, pois, apesar de todos os resultados citados há pouco, o dispositivo utilizado na presente pesquisa ainda se mostrou curto para alguns aspectos de análise, como, por exemplo, na análise da evolução das estratégias dos sujeitos. Com uma maior experiência e diferentes modalidades de jogo, certamente os alunos possam desenvolver de modo mais nítido a

habilidade de mapear as jogadas. Uma opção seria preparar um dispositivo experimental que proporcionasse a participação dos alunos de uma sala de aula, o que poderia permitir momentos de institucionalização, tipo de situação da TSD que não foi aprofundado nesta pesquisa. Provavelmente estas variações trariam elementos complementares aos que foram investigados até então e possibilitariam, inclusive, a exploração histórica e cultural dos jogos do tipo Mankala, que, apesar de estes aspectos serem tomados como motivadores para a escolha do jogo na presente pesquisa, acabaram não sendo focados. No entanto, vale ressaltar que, apesar de curto e com poucos sujeitos, a maneira como foi desenvolvido o dispositivo experimental foi pertinente, pois possibilitou uma análise mais profunda e que subsidiará outras pesquisas sobre o tema por meio de dados minuciosamente analisados. Deste modo, concluímos que os resultados encontrados na presente pesquisa podem servir de base para estudos de maior amplitude.

Ainda sobre futuras investigações, poderiam ser pensadas algumas variações do *Mankala Colhe Três* de modo a permitir a mobilização de outros conhecimentos matemáticos. Essas variações poderiam ser de diferentes naturezas, partindo desde uma mudança da quantidade inicial de sementes ou de covas do tabuleiro a até modificações nas regras do jogo. A mudança de tais variáveis pode permitir mudanças de estratégias, que estão diretamente relacionadas aos conhecimentos matemáticos em jogo.

Assim como Barros (2012) tomou a iniciativa de explorar o Jogo dos Polígonos como recurso didático para o ensino da Geometria, por meio de uma dissertação de mestrado, a presente pesquisa investigou a potencialidade do *Mankala Colhe Três* por meio de experimentações feitas por alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. Sendo assim, acreditamos que é iminente a necessidade de se dar o devido olhar para os demais jogos produzidos pelo Projeto Rede.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R.; MONTEIRO, A. P.; LANDIM, E. **O Mankala Colhe Três e a modelação no Ensino de Matemática**. Anais do 3º Simpósio Internacional De Pesquisa Em Educação Matemática, 2012, Fortaleza/CE. 3º SIPEMAT, 2012.

_____. **Mankala Colhe Três e a Modelação no Ensino de Matemática**. Anais do VII Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2012, João Pessoa/PB. VII EPBEM, 2012.

ANDRADE, J. LEAL, Y. MONTEIRO, A. ANDRÉ, R. MACLYNE, D. TELES, R. GITIRANA, V. Projeto Rede: Jogos na Educação Matemática, UFPE. **Mankala Colhe Três**. Disponível em: <<http://lematec.net/projetorede/uploads/Textos/Mancala%20colhe%20Tr%C3%AAs%20%20regras%20e%20hist%C3%B3rico.pdf>>. Acesso em 20 dez. 2011a.

_____. Projeto Rede: Jogos na Educação Matemática, UFPE. **Mankala Colhe Três – Ficha de Atividades**. Disponível em: <<http://lematec.net/projetorede/uploads/Textos/Mankala%20colhe%20tr%C3%AAs%20%20Problemas.pdf>>. Acesso em 20 dez. 2011b.

_____. Projeto Rede: Jogos na Educação Matemática, UFPE. **Vídeo de confecção do jogo**. Disponível em: < <http://www.authorstream.com/Presentation/veronica.gitirana-955051-confecao-da-mankala-colhe-tr-s-com-sucata/>>. Acesso em 20 dez. 2011c.

_____. Mankala Colhe Três. In GITIRANA, V.; TELES, R.; BELLEMAIN, P.; CASTRO, A.; CAMPOS, I.; LIMA, P.; BELLEMAIN, F. (Orgs.). **Jogos com sucata na Educação Matemática**. Projeto Rede. Recife: NEMAT: Ed, Universitária da UFPE, p. 25-38, 2013.

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: BRUN, J (org), **Didáctica das Matemáticas**. Tradução: Figueiredo, M.J. Lisboa: Instituto Piaget, p. 193-217, 1996.

BARROS, L. D. O. **Análise de um jogo como recurso didático para o ensino da geometria: Jogo dos Polígonos**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Pernambuco, 2012.

BRASIL. **Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003**, Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da Rede de Ensino a obrigatoriedade da temática "História e Cultura Afro-Brasileira",

e dá outras providências. Publicado no DOU de 10/1/2003. Disponível em <<http://www3.dataprev.gov.br/SISLEX/paginas/42/2003/10639.htm>>. Acesso em 20 fev. 2013.

_____. **Lei nº 11.645, de 10 março de 2008.** Altera a Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996, modificada pela Lei nº 10.639, de 9 de janeiro de 2003, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para incluir no currículo oficial da rede de ensino a obrigatoriedade da temática – História e Cultura Afro-Brasileira e Indígena. Publicado no DOU de 11.3.2008. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_Ato2007-2010/2008/Lei/L11645.htm>. Acesso em: 20 fev. 2013.

_____. Ministério da Educação. **Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental).** Brasília: SEF/MEC,1998.

BROUSSEAU. G. Fundamentos e Métodos da Didáctica da Matemática. In: BRUN, Jean (Org.). **Didática das Matemáticas.** Lisboa: Instituto Piaget, 1996. p. 35- 113.

_____. **Introdução ao estudo das Situações Didáticas: conteúdos e métodos de ensino.** Tradução de Camila Bogéa. São Paulo: Ática, 2008 (TSD).

CÂMARA, L. T. **Mancala, um jogo milenar, contribuindo na alfabetização matemática de jovens e adultos.** Disponível em: <<http://www.arquitetura.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/LucieneTavaresdaCamara.pdf>> Acesso em: 24 jul. 2012.

CARVALHO, P. C.; FERNANDEZ, P.; MORGADO, A.; PITOMBEIRA, J. **Análise Combinatória e Probabilidade.** Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, sexta edição, 2004.

D'AMBRÓSIO, U. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. **Educação e Pesquisa,** São Paulo, v. 31, n. 1, p. 99-120, jan./abr. 2005.

GITIRANA, V.; TELES, R.; BELLEMAIN, P.; CASTRO, A.; CAMPOS, I.; LIIMA, P.; BELLEMAIN, F. (Orgs.). **Jogos com sucata na Educação Matemática.** Projeto Rede. Recife: NEMAT: Ed, Universitária da UFPE, 2013.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. Tese de Doutorado. Campinas, SP. Faculdade de Educação, UNICAMP, 2000.

KOŁODZIEISKI, J. F. **Jogos e atividades lúdicas: uma contribuição no processo ensino-aprendizagem**. Anais do II Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia. 2010. Artigo n° 25. Disponível em <http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais2010/artigos/Ens_Mat/art25.pdf> Acesso em 15 set. 2012.

LOPES, V. N. Mankala: Jogo de tabuleiro de origem africana explora valores e habilidades. In: **Revista do Professor**, ano 24 – n° 96 – out./dez. 2008.

MACEDO, Lino de. et al. **Aprendendo com jogos e Situações Problema**. Porto Alegre: Artes Médicas, 2007.

MARTINEZ, R; MALDANER, J. J. **Utilização de jogos no Ensino da matemática**. Anais do II Sinect. Artigo n°: 50. Disponível em: <http://www.pg.utfpr.edu.br/sinect/anais2010/artigos/Ens_Mat/art50.pdf> Acesso em: 24 jul 2012.

MUNIZ, C. A. **Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010. – (Tendências em Educação matemática, 20).

PERNAMBUCO. Secretaria de Educação de Pernambuco. **Parâmetros para a Educação Básica do estado de Pernambuco: Parâmetros Curriculares de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio**. Recife: SEDUC-PE, 2012.

PROJETO REDE. Jogos na Educação Matemática. **Apresentação**. Disponível em: <<http://lematec.net/projetorede/>>. Acesso em: 20 dez. 2011a.

PROJETO REDE. Jogos na Educação Matemática. **Cursos**. Disponível em: <<http://lematec.net/projetorede/index.php?page=cursos>>. Acesso em: 20 dez. 2011b.

RICCETTI, V. P. Jogos em Grupo para a Educação Infantil. In: **Educação Matemática em Revista**, Publicação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano 8 – n°11 – dezembro de 2001.

SANTOS, C. J. **Limites e potencialidades do uso dos mankalas na educação matemática e nas relações étnico-raciais no ambiente escolar.** Maringá, 2008a.

_____. **Jogos africanos e a educação matemática: semeando com a família mancala.** Maringá: Secretaria de Estado da Educação, 2008b.

SANTOS, L. G.; CUNHA, H. **A utilização do jogo mancala como ferramenta para o desenvolvimento de ensino, aprendizagem e de habilidades em matemática.** Anais do X-ENEM. Salvador, 2010.

SANTOS, M. J. C. **As metodologias – Engenharia Didática e Sequência Fedathi aliadas a Teoria de Piaget.** Anais do XIII-CIAEM. Recife, 2011.

SANTOS, T. R. **Situações Didáticas com o jogo Mankala Colhe Três: estimulando o cálculo mental.** Anais do VII Congresso Iberoamericano de Educación Matemática, 2013, Montevideo/Uruguay. VII CIBEM, 2013a.

_____. **Situações Didáticas com o jogo Mankala Colhe Três: explorando a noção de divisores por alunos do 3º ciclo do Ensino Fundamental.** Anais do VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática, 2013, Canoas/RS. VI CIEM, 2013b.

SANTOS, T. R.; BELLEMAIN, P.; LIMA, P. **Mankala Colhe Três: jogando e explorando conhecimentos matemáticos na sala de aula.** Anais do XVI Encontro Nacional de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática, 2012, Canoas/RS. XVIEBRAPEM, 2012.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Cadernos do Mathema: Jogos de Matemática de 6º a 9º ano.** Porto Alegre, Artmed, 2007.

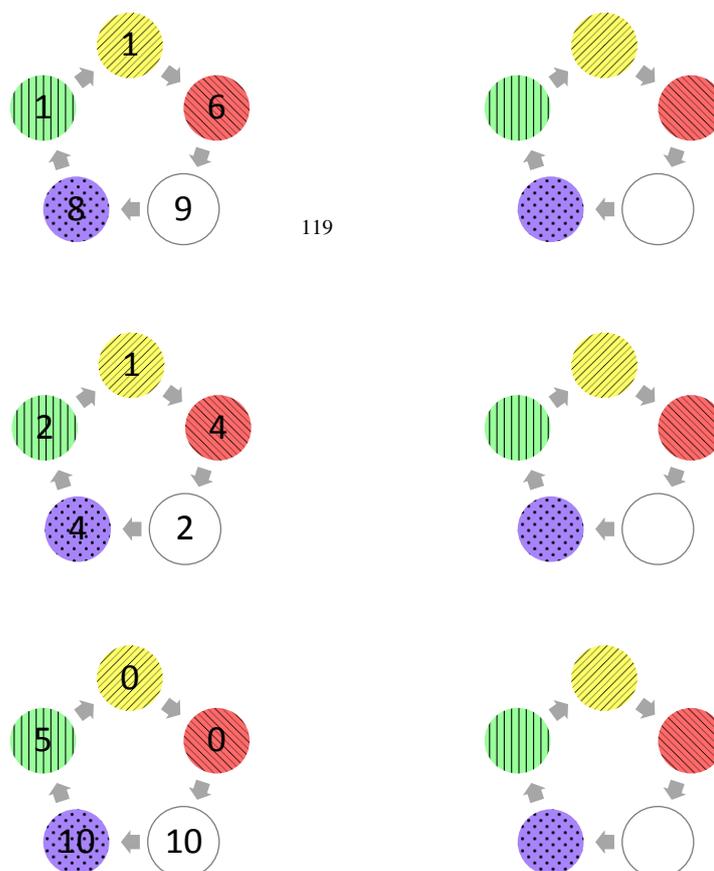
SOMARIVA, J. F. G. et al. **Uso de jogos e o ensino da cultura africana na metodologia dos projetos criativos ecoformadores.** Revista Electrónica de Investigación y Docencia (REID), Número Monográfico, Octubre, 2011, 25-40. Disponível em: <<http://www.ujaen.es/revista/reid/monografico/n1/REIDM1art2.pdf>> Acesso em: 12 jun 2012.

SOSIO, Andrea. Even more mancalas. **Galeria de andrea.sosio**. Flickr: andrea.sosio.
Disponível em: <<http://www.flickr.com/photos/andsos/galleries/72157626346391900/>>.
Acesso em: 26 fev. 2013.

APÊNDICES

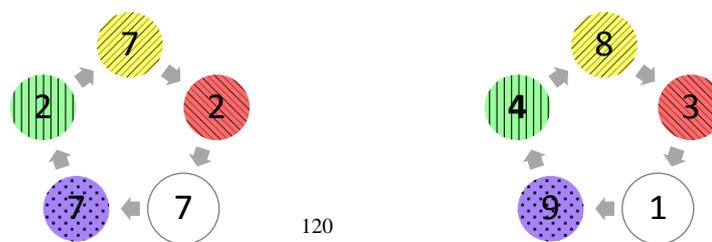
APÊNDICE A – Modelo de teste das entrevistas

1. Partindo de cada uma das seguintes configurações do tabuleiro do *Mankala Colhe Três*, realize a jogada que você acha mais favorável.



2. Imaginemos que estamos jogando em duplas e que sou seu companheiro de equipe. Partindo da configuração da esquerda, realizei um tipo de jogada, resultando no tabuleiro à direita. O que você me diria? Concorda ou discorda? Por quê?
- a. Removi as sementes da cova branca e as redistribuí de uma em uma.

¹¹⁹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.



120

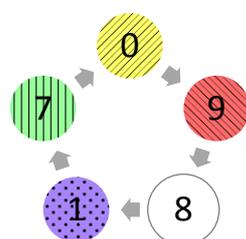
b. Removi as sementes da cova roxa e as redistribuí de duas em duas.



c. Removi as sementes da cova amarela e as redistribuí de uma em uma.



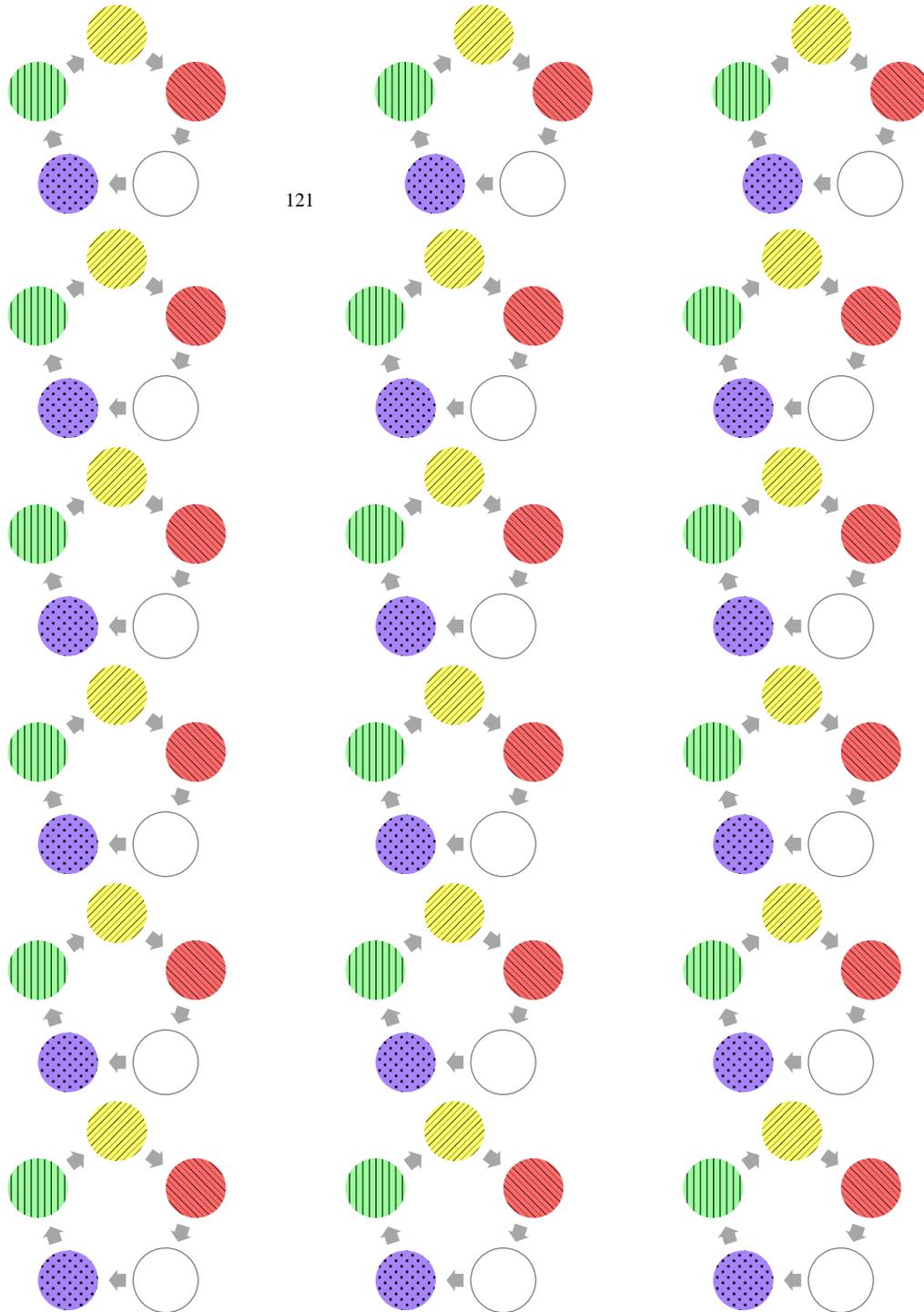
3. Partindo da seguinte configuração do tabuleiro, apresente todas as possibilidades de jogadas que podem ser realizadas (anexo).



4. Que conhecimentos matemáticos você acha que utilizou enquanto jogava o *Mankala Colhe Três*? Em que momentos?

¹²⁰ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

Anexo:



¹²¹ Partindo da cova superior e seguindo o sentido horário, as covas de todas as representações desta página são, respectivamente, amarela, vermelha, branca, roxa e verde.

APÊNDICE B – Mapeamento das configurações presentes no teste das entrevistas

Para facilitar o mapeamento das jogadas, serão utilizadas algumas legendas:

- $P_{1a,n} \rightarrow$ *Enésima* jogada realizada a partir da primeira configuração apresentada na atividade 1.
- $P_{1b,n} \rightarrow$ *Enésima* jogada realizada a partir da segunda configuração apresentada na atividade 1.
- $P_{1c,n} \rightarrow$ *Enésima* jogada realizada a partir da terceira configuração apresentada na atividade 1.
- $P_{2a,n} \rightarrow$ *Enésima* jogada realizada a partir da primeira configuração da esquerda apresentada na atividade 2.
- $P_{2b,n} \rightarrow$ *Enésima* jogada realizada a partir da segunda configuração da esquerda apresentada na atividade 2.
- $P_{2c,n} \rightarrow$ *Enésima* jogada realizada a partir da terceira configuração da esquerda apresentada na atividade 2.
- $P_{3,n} \rightarrow$ *Enésima* jogada realizada a partir da configuração apresentada na atividade 3.
- **(P)** \rightarrow configuração que **permite** a colheita de sementes.
- **(N)** \rightarrow configuração que **não permite** a colheita de sementes.
- $(x_k, i - i) \rightarrow$ colheita de sementes, na jogada seguinte, a partir da *k-ésima* cova com “x” sementes, que aparece na sequência de números, e distribuição destas sementes em grupos de *i* sementes.
- $\times \rightarrow$ cova em que as “x” sementes foram removidas para a redistribuição.
- A jogada que possui um sinal (*) representa a jogada executada pelo pesquisador (que fazia o papel da dupla de cada sujeito) na atividade 2.

Atividade 1

$$P_{1a} = (1, 1, 6, 9, 8) \rightarrow (P), (6, 2 - 2)$$

$$P_{1a,1} = (0, 2, 6, 9, 8) \rightarrow (N)$$

$$P_{1a,2} = (1, 0, 7, 9, 8) \rightarrow (P), (9, 3 - 3)$$

$$P_{1a,3} = (1,1,\emptyset,15,8) \rightarrow (\mathbf{P}), (15,3 - 3)/(15,1 - 1)$$

$$P_{1a,4} = (1,1,\emptyset,12,11) \rightarrow (\mathbf{P}), (12,3 - 3)$$

$$P_{1a,5} = (\mathbf{3}, 1, \emptyset, 11, 10) \xrightarrow{\text{colheita}} (0,1,0,11,10) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{1a,6} = (2,2,\mathbf{1},11,9) \rightarrow (\mathbf{P}), (2_2, 2 - 2)$$

$$P_{1a,7} = (1,1,6,\emptyset,17) \rightarrow (\mathbf{P}), (6,2 - 2)$$

$$P_{1a,8} = (4,4,6,\emptyset,1) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{1a,9} = (3,3,8,\mathbf{1},10) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{1a,10} = (9,1,6,0,\mathbf{9}) \rightarrow (\mathbf{P}), (6,3 - 3)$$

$$P_{1a,11} = (5,5,6,9,\emptyset) \rightarrow (\mathbf{P}), (6, 3 - 3)$$

$$P_{1a,12} = (3,3,8,11,\emptyset) \rightarrow (\mathbf{P}), (11, 1 - 1)$$

$$P_{1a,13} = (3,3,8,10,\mathbf{1}) \rightarrow (\mathbf{N})$$

- P_{1a} possui 1 opção de colher sementes e 12 opções de não colher sementes.
- A opção que resulta na colheita não permite que o adversário colha na jogada seguinte.
- Dentre as 12 jogadas em que não se colhe sementes, 8 permitem colheita na jogada seguinte e 4 não permitem colheita na jogada seguinte.

$$\mathbf{P}_{1b} = (\mathbf{2}, \mathbf{1}, \mathbf{4}, \mathbf{2}, \mathbf{4}) \rightarrow (\mathbf{P}), (2_1, 2 - 2)/(4_1, 1 - 1)/(2_2, 1 - 1)/(4_2, 2 - 2)$$

$$P_{1b,1} = (\emptyset, \mathbf{3}, 4, 2, 4) \xrightarrow{\text{colheita}} (0,0,4,2,4) \rightarrow (\mathbf{P}), (4_2, 1 - 1)$$

$$P_{1b,2} = (\emptyset, 2, 5, 2, 4) \rightarrow (\mathbf{P}), (2_1, 1 - 1)/(4, 1 - 1)$$

$$P_{1b,3} = (2, \emptyset, 5, 2, 4) \rightarrow (\mathbf{P}), (2_2, 1 - 1)/(4, 1 - 1)$$

$$P_{1b,4} = (2, 1, \emptyset, 6, 4) \rightarrow (\mathbf{P}), (2, 1 - 1)/(6, 2 - 2)/(4, 2 - 2)$$

$$P_{1b,5} = (2, 1, \emptyset, 4, 6) \rightarrow (\mathbf{P}), (2, 2 - 2)$$

$$P_{1b,6} = (3, 2, \emptyset, 3, 5) \rightarrow (\mathbf{P}), (3_2, 1 - 1)$$

$$P_{1b,7} = (2, 1, 4, \emptyset, 6) \rightarrow (\mathbf{P}), (2, 2 - 2)$$

$$P_{1b,8} = (\mathbf{3}, 1, 4, \emptyset, 5) \xrightarrow{\text{colheita}} (0, 1, 4, 0, 5) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{1b,9} = (6, 1, 4, 2, \emptyset) \rightarrow (\mathbf{P}), (6, 1 - 1)$$

$$P_{1b,10} = (4, \mathbf{3}, 4, 2, \emptyset) \xrightarrow{\text{colheita}} (4, 0, 4, 2, 0) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{1b,11} = (3,2,5, \mathbf{3}, \emptyset) \xrightarrow[\text{colheita}]{} (3,2,5,0,0) \rightarrow (N)$$

- P_{1b} possui 4 opções de colher sementes e 7 opções de não colher sementes.
- Dentre as 4 opções que resulta na colheita, 1 permite colheita na jogada seguinte e 3 não permitem colheita na jogada seguinte.
- Todas as 7 jogadas em que não se colhe sementes permitem colheita na jogada seguinte.

$$P_{1c} = (0, 0, 10, 10, 5) \rightarrow (N)$$

$$P_{1c,1} = (0,0,\emptyset,20,5) \rightarrow (N)$$

$$P_{1c,2} = (0,0,\emptyset,15,10) \rightarrow (P), (15,1 - 1)/(15,3 - 3)$$

$$P_{1c,3} = (2,2,\mathbf{2},12,7) \rightarrow (P), (2_1, 1 - 1)$$

$$P_{1c,4} = (2,2,\mathbf{2},12,7) \rightarrow (P), (2_1, 1 - 1)$$

$$P_{1c,5} = (0,0,10,\emptyset,15) \rightarrow (P), (15,1 - 1)/(15,3 - 3)$$

$$P_{1c,6} = (5,0,10,\emptyset,10) \rightarrow (N)$$

$$P_{1c,7} = (2,2,12,\mathbf{2},7) \rightarrow (P), (2_3, 1 - 1)$$

$$P_{1c,8} = (2,2,12,\mathbf{2},7) \rightarrow (P), (2_3, 1 - 1)$$

$$P_{1c,9} = (5,0,10,10,\emptyset) \rightarrow (N)$$

$$P_{1c,10} = (1,1,11,11,\mathbf{1}) \rightarrow (N)$$

- P_{1c} não possui opção de colher sementes e possui 10 opções de não colher sementes.
- Dentre as 10 jogadas (em que não se colhe sementes), 6 permitem colheita na jogada seguinte e 4 não permitem colheita na jogada seguinte.

Atividade 2

$$P_{2a} = (7, 2, 7, 7, 2) \rightarrow (P), (2_2, 1 - 1)$$

$$P_{2a,1} = (\emptyset,9,7,7,2) \rightarrow (N)$$

$$P_{2a,2} = (\mathbf{1},4,9,8,3) \rightarrow (N)$$

$$P_{2a,3} = (7, \emptyset, 9, 7, 2) \rightarrow (N)$$

$$P_{2a,4} = (7, \emptyset, 8, 8, 2) \rightarrow (N)$$

$$P_{2a,5} = (7, 2, \emptyset, 14, 2) \rightarrow (P), (14, 1 - 1) / (2_2, 1 - 1)$$

$$*P_{2a,6} = (8, 3, \underline{1}, 9, 4) \rightarrow (P), (9, 1 - 1)$$

$$P_{2a,7} = (7, 2, 7, \emptyset, 9) \rightarrow (N)$$

$$P_{2a,8} = (9, 3, 8, \underline{1}, 4) \rightarrow (N)$$

$$P_{2a,9} = (9, 2, 7, 7, \emptyset) \rightarrow (N)$$

$$P_{2a,10} = (8, 3, 7, 7, \emptyset) \rightarrow (N)$$

- P_{2a} possui 1 opção de colher sementes e 9 opções de não colher sementes.
- A opção que resulta na colheita não permite que o adversário colha na jogada seguinte.
- Dentre as 9 jogadas em que não se colhe sementes, 2 permitem colheita na jogada seguinte e 7 não permitem colheita na jogada seguinte.

$$P_{2b} = (9, 0, 1, 8, 1) \rightarrow (P), (9, 1 - 1) / (8, 2 - 2)$$

$$P_{2b,1} = (\emptyset, 9, 1, 8, 1) \rightarrow (P), (8, 2 - 2)$$

$$P_{2b,2} = (\emptyset, 3, 4, 11, 1) \rightarrow (P), (4, 2 - 2)$$

$$P_{2b,3} = (\underline{1}, 2, 3, 10, 3) \xrightarrow[\text{colheita}]{} (1, 2, 3, 10, 0) \rightarrow (P), (1, 1 - 1)$$

$$P_{2b,4} = (9, 0, \emptyset, 9, 1) \rightarrow (P), (9_1, 1 - 1) / (9_2, 3 - 3)$$

$$P_{2b,5} = (9, 0, 1, \emptyset, 9) \rightarrow (P), (9_1, 3 - 3)$$

$$P_{2b,6} = (13, 0, 1, \emptyset, 5) \rightarrow (P), (13, 1 - 1)$$

$$*P_{2b,7} = (11, 2, 3, \emptyset, 3) \xrightarrow[\text{colheita}]{} (11, 2, 0, 0, 3) \rightarrow (N)$$

$$P_{2b,8} = (11, 2, 2, \underline{1}, 3) \rightarrow (P), (2_2, 2 - 2) / (3, 1 - 1)$$

$$P_{2b,9} = (10, 0, 1, 8, \emptyset) \rightarrow (P), (8, 2 - 2)$$

- P_{2b} possui 2 opções de colher sementes e 7 opções de não colher sementes.
- Dentre as 2 opções que resulta na colheita, 1 permite colheita na jogada seguinte e 1 não permite colheita na jogada seguinte.
- Todas as 7 jogadas em que não se colhe sementes permitem colheita na jogada seguinte.

$$P_{2c} = (8, 0, 6, 0, 8) \rightarrow (N)$$

$$P_{2c,1} = (0, 8, 6, 0, 8) \rightarrow (N)$$

$$P_{2c,2} = (0, 4, 10, 0, 8) \rightarrow (N)$$

$$P_{2c,3} = (0, 2, 8, 2, 10) \rightarrow (P), (2_1, 1 - 1)$$

$$*P_{2c,4} = (1, 2, 8, 2, 9) \rightarrow (P), (1, 1 - 1)/(2_1, 1 - 1)/(8, 1 - 1)$$

$$P_{2c,5} = (8, 0, 0, 6, 8) \rightarrow (N)$$

$$P_{2c,6} = (8, 0, 0, 3, 11) \rightarrow (N)$$

$$P_{2c,7} = (10, 0, 0, 2, 10) \rightarrow (N)$$

$$P_{2c,8} = (9, 1, 1, 2, 9) \rightarrow (P), (1_2, 1 - 1)$$

$$P_{2c,9} = (16, 0, 6, 0, 0) \rightarrow (P), (6, 3 - 3)$$

$$P_{2c,10} = (12, 4, 6, 0, 0) \rightarrow (P), (12, 3 - 3)/(6, 3 - 3)$$

$$P_{2c,11} = (10, 2, 8, 2, 0) \rightarrow (P), (2_1, 1 - 1)$$

$$P_{2c,12} = (10, 2, 8, 1, 1) \rightarrow (N)$$

- P_{2c} não possui opção de colher sementes e possui 12 opções de não colher sementes.
- Dentre as 12 jogadas (em que não se colhe sementes), 6 permitem colheita na jogada seguinte e 6 não permitem colheita na jogada seguinte.

Atividade 3

$$P_3 = (7, 0, 9, 8, 1) \rightarrow (N)$$

$$P_{3,1} = (0,7,9,8,1) \rightarrow (\mathbf{P}), (9, 3 - 3)$$

$$P_{3,2} = (1,2,11,9,2) \rightarrow (\mathbf{P}), (1, 1 - 1)$$

$$P_{3,3} = (7,0,0,17,1) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{3,4} = (10,0,0,11,4) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{3,5} = (9,2,1,10,3) \rightarrow (\mathbf{P}), (2, 2 - 2)$$

$$P_{3,6} = (7,0,9,0,9) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{3,7} = (11,0,9,0,5) \rightarrow (\mathbf{P}), (11, 1 - 1)$$

$$P_{3,8} = (9,2,11,0,3) \rightarrow (\mathbf{P}), (9, 3 - 3)/(11, 1 - 1)$$

$$P_{3,9} = (9,2,10,1,3) \rightarrow (\mathbf{N})$$

$$P_{3,10} = (8,0,9,8,0) \rightarrow (\mathbf{N})$$

- P_3 não possui opção de colher sementes e possui 10 opções de não colher sementes.
- Dentre as 10 jogadas (em que não se colhe sementes), 5 permitem colheita na jogada seguinte e 5 não permitem colheita na jogada seguinte.