



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
Centro de Tecnologia e Geociências
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

TÚLIO PESSOA SOUTO MAIOR DE OLIVEIRA

**UTILIZAÇÃO DE CAPITÉIS PARA AUMENTO DE RESISTÊNCIA À
PUNÇÃO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO**

Recife
2015



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

Centro de Tecnologia e Geociências

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

TÚLIO PESSOA SOUTO MAIOR DE OLIVEIRA

**UTILIZAÇÃO DE CAPITÉIS PARA AUMENTO DE RESISTÊNCIA À
PUNÇÃO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO**

Dissertação apresentada ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Estruturas.

Orientador: Bernardo Horowitz

Recife

2015

Catálogo na fonte
Bibliotecária: Rosineide Mesquita Gonçalves Luz / CRB4-1361 (BCTG)

O48u Oliveira, Túlio Pessoa Souto Maior
Utilização de capitéis para aumento de resistência à punção em
Lajes de concreto armado / Túlio Pessoa Souto Maior de Oliveira. –
Recife:O Autor, 2015.
135f. il., figs., gráf., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG.
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2015.
Inclui Referências.

1. Engenharia Civil. 2. Punção . 3. Lages Lisas. 4. Capitéis I.
Horowitz, Bernardo (Orientador). II.Título.

624 CDD (22.ed) UFPE/BCTG-2016/ 13



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Dissertação de Mestrado

**UTILIZAÇÃO DE CAPITÉIS PARA AUMENTO DE RESISTÊNCIA
A PUNÇÃO EM LAJES DE CONCRETO ARMADO**

defendida por

Túlio Pessoa Souto Maior de Oliveira

Considera o candidato APROVADO

Recife, 31 de agosto de 2015

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Bernardo Horowitz – UFPE
(orientador)

Prof. Dr. Fernando Artur Nogueira Silva – UNICAP
(examinador externo)

Prof. Dr. José Jéferson do Rêgo Silva – UFPE
(examinador interno)

DEDICO AOS MEUS AMORES

LUCIANA, JOSE, SILVANA, XIMENA, ALCENIRA, EROTIDES,

LUCIMAR E JOSÉ (IN MEMORIAN)

AGRADECIMENTOS

É impossível a realização de uma pesquisa do tipo, sem contar com a ajuda de outras pessoas. Ao final do trabalho, percebi o quanto fui ajudado para chegar nesse ponto. Gostaria de ter escrito muito mais do que escrevi para demonstrar o quanto sou grato pelo o que fizeram por mim.

A Deus, por ter me aguiado sabiamente até esse momento.

A minha esposa Luciana, por ter aguentado ao stress do dia-a-dia e pelos finais de semana em casa, sem viajar, sem minha companhia devido aos estudos.

A minha família, em especial ao meu pai José conhecido com zito da chesf, minha mãe Silvana conhecida como titiinha, minha segunda mãe Alcenira e minha irmã Ximena e minha vó materna Erotides por estarem sempre ao meu lado.

A família da minha esposa em especial a minha sogra Lucimar pelos cafés da manhã quentinhos nos finais de semana quando minha esposa estava viajando e por me ajudar a controlar o stress da minha esposa por não poder fazer-lhe companhia devido aos estudos.

Gostaria também de agradecer ao meu professor orientador Bernardo Horowitz, por ter me dado a oportunidade de trabalharmos juntos nessa pesquisa, pela sua paciência, pelo seu entusiasmo e pelos puxões de orelhas merecidos.

Aos meus professores Jeferson e Paulinho, pelas dicas, pelas conversas e pela amizade criada por esses anos.

Aos meus colegas do mestrado, pelos finais de semana estudando para as provas e pela ajuda mútua no decorrer desses anos, em especial a Luis e Elilde.

A Ivson, por me ajudar com as programações realizadas nessa pesquisa.

A Flaviana, que apareceu num momento super oportuno para me ajudar com a formatação do trabalho, com o português e concordâncias.

A UFPE, por ter acreditado em mim, que poderia desenvolver um trabalho do nível esperado e por incentivar aos seus alunos a irem mais além do que imaginam.

A CNPQ, pelo incentivo aos estudantes em continuarem evoluindo com suas pesquisas.

A todos que de alguma forma me ajudaram direta ou indiretamente.

Muitíssimo obrigado!

RESUMO

Em lajes de concreto armado sem vigas, apoiadas em pilares, a resistência à punção torna-se um ponto crítico para seu dimensionamento. Até recentemente, os modelos mecânicos para se calcular a resistência à punção das lajes de concreto armado, eram muito complexos, sem praticidade para se aplicar em projetos. O dimensionamento à punção na maioria das normas são baseados em resultados experimentais sem uma modelação física.

Uma das formas de se aumentar a resistência à punção é a utilização de capitéis. Para esse trabalho foi definido a utilização de capitéis curtos. As poucas informações sobre a utilização de capitéis curtos deixam os engenheiros receosos quanto a sua utilização. O objetivo desse trabalho é elucidar mais um pouco sobre esse tipo de solução para combate à punção.

É apresentado como a literatura aborda a utilização dos capitéis curtos e como a sua utilização e suas dimensões são orientadas. Também é apresentado como os métodos normativos, ACI-318/2014, NBR 6118/2014 e FIB MODEL CODE 2010 abordam a sua utilização e dimensionamento.

É selecionado um caso de uma laje submetida à punção e feito o seu dimensionamento segundo os três métodos já mencionados. Também é feita uma comparação com os resultados experimentais obtidos na literatura, os quais são poucos, com os três métodos já citados.

Palavras chaves: Punção; Lajes lisas; Capitéis

ABSTRACT

In flat plates without beams, supported directly on columns, punching shear strength becomes critical in design. Until recently mechanically based models for punching shear computation in reinforced concrete slabs were too complex for routine design work. Punching shear strength checks are basically empirical for most design codes, without a mechanical model basis.

A possible alternative to enhance punching shear capacity is to locally increase slab thickness through shear caps or drop panels. In this work, the shear cap option is studied in detail. Due to lack of information, designers are generally wary of the usage of shear caps. This work aims at gaining a better understanding of this type of solution for punching shear strengthening.

A literature review is presented on shear cap usage as well as guidance with respect to its geometry. Also presented are design check procedures according to ACI-318/2014, NBR 6118/2014 and FIB MODEL CODE 2010.

A case study of a slab subjected to punching shear is selected and its design reviewed according to the three abovementioned codes. Punching shear capacity of shear caps of the very few experimental results are compared with the presented verification procedures.

Key words: Punching; Flat slabs; Capitals

LISTA DE FIGURAS

Figura 2. 1 - Fissurações Radiais.....	21
Figura 2. 2 - Fissuras Tangenciais: fissuração inclinada interna causada por tração diagonal.....	22
Figura 2. 3 - Rotação dos segmentos da laje.	22
Figura 2. 4 - Panorama de fissuração da laje na ocasião da ruptura.....	23
Figura 2. 5 - Zona de ruptura em lajes submetidas ao puncionamento, sem armadura de punção.....	24
Figura 2. 6 - Processo de formação de fissuras de punção.....	24
Figura 2. 7 - Tipos de estribos.	26
Figura 2. 8 - Inclinação dos estribos.....	26
Figura 2. 9 - (a) e (b) Capitel Inclinado (column capital) e; (c) e (d) capitel curto (shear cap); (e) e (f) capitel longo (drop panels connections).....	29
Figura 2. 10 - Distribuição de tensão em torno de um pilar com seção quadrada.....	31
Figura 2. 11 - Comparação de equações com resultados experimentais.	32
Figura 2. 12 - Comparação de equações com resultados experimentais.....	33
Figura 2. 13 - Posição dos pilares em uma laje.	34
Figura 2. 14 – Superfície de ruína pela posição do pilar.....	37
Figura 2. 15 - Zona de ruptura em lajes submetidas ao puncionamento, sem armadura de punção.....	38
Figura 2. 16 –Localização das rupturas quando há armadura de cisalhamento.....	38
Figura 2. 17 - Superfície de controle.....	40
Figura 2. 18 - Modelo de bielas e tirantes para a punção sem transferência de momentos.....	41
Figura 3. 1 - Gráfico de curvas carga-rotação para testes por Kinnunen e Nylander.....	42
Figura 3. 2 – Diminuição da resistência ao cisalhamento da laje com o aparecimento de fissura.....	43
Figura 3. 3 – Test PG-3 feito por Guandalini e Muttoni (ver figura 3.12).....	44
Figura 3. 4 - Testes de Bollinger com reforços de anel.....	45
Figura 3. 5- Engrenamento dos agregados.	46
Figura 3. 6 – Resistência à punção como função da abertura da fissura crítica em comparação com 99 resultados experimentais e a equação de dimensionamento do ACI-318/05.....	48
Figura 3. 7 - Comportamento assumido para laje axissimétrica.....	49
Figura 3. 8 - Relação momento-curvatura bilinear e quadrilinear.....	50

Figura 3. 9 - Testes de Kinnunen e Nylander: (a) Comparação de curvas carga-rotação e analisar as expressões propostas (Equações (3.3), (3.4), (3.5), (3.6) e (3.7)); (b) dimensões dos ensaios; e (c) os parâmetros mecânicos.....	53
Figura 3. 10 -Curvas carga-rotação e critério de falha, comparação para testes PG-3 e PG-10 por Guandalini e Muttoni	55
Figura 3. 11 – Curvas de carga x rotação e critérios de falha para várias taxas de armações e espessuras de lajes.	55
Figura 3. 12 – Resistência à punção função da relação V / V_{Flex} para várias espessuras de lajes e taxas de armação.....	57
Figura 3. 13 - Gráficos de curvas carga-rotação dos testes realizados por Kinnunen e Nylander (1960)	58
Figura 3. 14 - Comparação de várias formulações de ACI 318-05, Eurocode 2, e combinação das Eq. (3.3) e (3.4) e das Eq. (3.3) e (3.8) com os resultados do teste mostrado na Figura 3.6.	59
Figura 3. 15 -Comparação da resistência à punção de acordo com a ACI 318-05, Eurocode 2, e o método refinado (Eq. (3.3) e (3.4)) e simplificado (Eq. (3.3) e (3.8)) propostos por Muttoni.	62
Figura 4. 1 - Definição do perímetro crítico com armadura de cisalhamento.....	65
Figura 4. 2 - Efeitos das aberturas e bordas no perímetro crítico.....	65
Figura 4. 3 - <i>Drop Panels</i>	67
Figura 4. 4 - <i>Column Capital</i>	67
Figura 4. 5 - <i>Shear Cap</i>	68
Figura 4. 6 - Perímetro crítico em pilares internos.....	69
Figura 4. 7 - Disposições geométricas do capitel curto	69
Figura 4. 8 - Disposições geométricas do capitel intermediário.....	70
Figura 4. 9 – Disposições geométricas do capitel longo	70
Figura 4. 10 - Disposição da armadura de punção em planta.....	71
Figura 4. 11 - Disposição da armadura de punção em corte.....	71
Figura 4. 12 - Perímetro crítico junto a abertura na laje.....	72
Figura 4. 13 - Armadura contra colapso progressivo.	77
Figura 4. 14 – Diferença entre altura efetiva para punção (d_v) e altura útil para flexão.....	78
Figura 4. 15 - Altura efetiva quando da introdução de capitéis.....	78
Figura 4. 16 - Definição do perímetro crítico.....	79
Figura 4. 17 - Definição do perímetro crítico máximo.....	79

Figura 4. 18 - Definição do perímetro crítico quando há aberturas nas lajes (a); e quando há instalação de tubos (b)	80
Figura 4. 19 – Definição das excentricidades.....	81
Figura 4. 20 - Rotação da laje.....	82
Figura 4. 21 – Definição das faixas de apoio para o nível II.....	83
Figura 4. 22 – Definição das faixas de apoio para o nível III.....	84
Figura 4. 23 – Espaçamento geral da armadura de punção	85
Figura 4. 24 – Definição do perímetro crítico fora da zona armada e altura efetiva d_v	86
Figura 4. 25 – Altura efetiva d_v com perfis metálicos.....	86
Figura 4. 26 – Disposição da armadura contra o colapso progressivo	89
Figura 4. 27 – Distribuição dos espaçamentos da armadura de cisalhamento	89
Figura 5. 1 - Geometria da laje lisa	91
Figura 5. 2 - (a) – distribuição dos painéis na laje; (b) - Distribuição dos momentos de referência na ligação laje-pilar	92
Figura 5. 3 – Determinação da altura útil da laje	117
Figura 5. 4 - Armação e geometria da laje sem capitel curto sem atender as exigências da NBR.....	119
Figura 5. 5 - Armação e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências da NBR	120
Figura 5. 6 - Armação e geometria da laje sem capitel curto, sem atender as exigências do ACI.....	122
Figura 5. 7 – Armação e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências do ACI	125
Figura 5. 8 - Armação e geometria da laje sem capitel curto sem atender as exigências do FIB	127
Figura 5. 9 - Armação e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências do FIB	129
Figura 5. 10 - Armação e geometria da laje sem capitel curto sem atender as exigências do FIB.....	133
Figura 5. 11 - Armação e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências do FIB	135
Figura 6. 1 - Dimensões geométricas dos ensaios de Megally.....	97
Figura 6. 2 - Distribuição das armaduras de flexão nos ensaios de Megally	98
Figura 6. 3 - Fissuração radial e tangencial na superfície da laje.....	99

Figura 6. 4 - Ruptura no corpo-de-prova I-1	99
Figura 6. 5 – Curvas de carga-deformação comparando lajes lisas bidimensionais com lajes com capitel curto.	100
Figura 6. 6 – Curva carga-deformação no centro da laje.....	101

LISTA DE TABELAS

Tabela 4. 1 – Altura mínima da laje de acordo com o f_{ck} , com a presença ou não de capitel, com a presença ou não de vigas de bordo e também com relação a localização interna ou externa ao capitel.	63
Tabela 4. 2- Valores do coeficiente K.	74
Tabela 4.3 – Diâmetro máximo da armadura de punção em função da altura efetiva d_v ,	89
Tabela 5. 1 – Resistência à punção do capitel e da laje.....	94
Tabela 6. 1- Deslocamento no centro das lajes	101
Tabela 6. 2 - Resistência à punção dos métodos normativos com o corpo-de-prova I-0	102
Tabela 6. 3 – Resistência à punção dos métodos normativos com o corpo-de-prova I-1	102
Tabela 6. 4 – Normalização do f_{ck} dos corpos-de-prova.....	106

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Objetivos.....	20
1.1.1 Objetivo Geral	20
1.1.2 Objetivos Específicos	20
1.2 Justificativa.....	20
2 O FENÔMENO DA PUNÇÃO	21
2.1. Fatores influentes na resistência à punção.....	25
2.1.1 Armadura de punção.....	25
2.1.2 Capitel.....	27
2.1.3 Resistência do concreto	31
2.1.4 Dimensão e forma dos pilares	31
2.1.5 Posição do pilar	33
2.1.6 Aberturas em laje.....	34
2.1.7 Taxa de armadura de flexão.....	35
2.2 Tipos de punção.....	35
2.2.1 Punção simétrica.....	35
2.2.2 Punção assimétrica	36
2.2.3 Punção excêntrica	36
2.3 Tipos de ruínas em lajes	36
2.3.1 Ruína por flexão	36
2.3.2 Ruína por punção.....	37
2.3.3 Ruína por flexão associada à punção.....	38
2.4 Modelos de cálculo	39
2.4.1 Método da superfície de controle	39
2.4.2 Método de Bielas e Tirantes	40
2.4.3 Método de Muttoni	41
3 A TEORIA DA FISSURA DE CISALHAMENTO CRÍTICA	42
3.1 Relação Carga-Rotação	47
3.2 Influência da espessura da Laje	53
3.3 Rotação da Laje	57
3.4 Efeito de tamanho	60
3.5 Fórmula para Projetos.....	60

3.6 Comparação de equações com resultados obtidos experimentalmente.....	61
4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS	63
4.1 ACI 318/2014	63
4.2 NBR 6118/2014.....	68
4.2.1 Determinação do perímetro crítico	68
4.2.2 Determinação das tensões resistentes e solicitantes	72
4.3 FIB MODEL CODE 2010.....	77
5. ESTUDO DE CASO.....	90
5.1 Verificação à Punção sem Armadura Transversal.....	91
5.2 Dimensionamento da armação à flexão pelo método direto (h=0,23m)	92
5.3 Dimensionamento à Punção segundo a NBR 6118/2014.....	93
5.4 Dimensionamento à Punção segundo o ACI 318-14.....	93
5.5 Dimensionamento à Punção segundo o FIB MODEL CODE 2010 (h=0,23).....	93
5.6 Dimensionamento da armação à flexão pelo método direto (h=0,33m)	94
5.7 Dimensionamento à Punção segundo o FIB MODEL CODE 2010 (h=0,33m).....	94
5.8 Resultados.....	94
6 COMPARAÇÃO DAS NORMAS COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS	96
7 CONCLUSÕES	107
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	109
ANEXO I	116
ANEXO II	117
ANEXO III	121
ANEXO IV	126
ANEXO V	131
ANEXO VI.....	132

1 INTRODUÇÃO

Durante a fase de concepção de um projeto estrutural a escolha do tipo de laje é fundamental para a definição do sistema de estruturas a ser utilizado. No Brasil, como a mão-de-obra ainda é relativamente barata, os sistemas com lajes maciças ou nervuradas apoiadas em vigas ainda são os mais utilizados. Porém, em países como EUA, Canadá e parte da Europa e Ásia, o usual para estruturas de concreto é utilizar sistemas de lajes lisas. Este tipo de sistema pode ser composto por lajes maciças ou nervuradas apoiadas diretamente sobre os pilares ou com o uso de capitéis, em função dos vãos e dos carregamentos (FERREIRA, 2010).

Conforme Oliveira (2013), o sistema de lajes lisas apresenta diversas vantagens, quando comparado aos sistemas com vigas, merecendo destaque:

- Facilidade na execução da armadura. O arranjo das armaduras de flexão é mais simples e conseqüentemente mais fácil para executar, possibilitando também o uso de telas soldadas. O sistema com vigas é mais demorado e trabalhoso devido às interferências das armaduras das vigas com os pilares, ao escalonamento da armadura e à execução dos estribos;
- Processo de execução das fôrmas mais simples tanto na montagem quanto na desmontagem, resultando em redução de mão de obra, aumento da produtividade, melhor gerenciamento das formas, maior velocidade de execução, diminuição dos desperdícios;
- Facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto, reduzindo a possibilidade de ocorrência de nichos de concretagem;
- Facilidade na disposição de instalações elétricas, hidráulicas e de ar-condicionado;
- Maior flexibilidade no layout do imóvel, podendo significar um maior número de pavimentos para uma mesma altura total do edifício, uma vez que permite a adoção de um pé-direito menor.

Oliveira (2013) considera ainda algumas desvantagens desse sistema, tais quais:

- Necessidade de um controle mais rigoroso dos deslocamentos verticais das lajes;
- A redução na rigidez do edifício quanto aos esforços horizontais, o que dificulta o emprego desse sistema em edifícios altos;

- No caso de emprego de armadura de cisalhamento, há a necessidade de uma fiscalização e controle rigoroso na instalação desta;
- Possibilidade de uma ruptura localizada por punção na ligação laje-pilar podendo levar a estrutura a ruína parcial ou total, por colapso progressivo.

O modo mais eficiente para aumentar a ductilidade e a capacidade resistente de uma laje lisa é através do uso de armaduras de combate à punção. O controle das flechas do pavimento também merece atenção, mas a possibilidade de uma ruptura localizada por punção na ligação laje-pilar é o ponto mais crítico, uma vez que ela pode se propagar e levar a estrutura à ruína parcial ou total, por colapso progressivo (FERREIRA, 2010).

Guandalini (2006) descreve que a punção é uma forma de ruptura brusca, por cisalhamento, que pode ocorrer em lajes de concreto devido à ação de uma carga concentrada em uma área, normalmente a reação de um pilar ou uma força concentrada.

Nas lajes lisas, esta situação é típica na região da ligação laje-pilar, buscando-se minimizar essas tensões através do aumento da espessura da laje ou com o uso de capitéis onde ocorre o esforço de cisalhamento máximo. (OLIVEIRA, 2013).

De acordo com Melo (1990) o primeiro caso registrado de ruptura por punção foi o do edifício Prest-o-Lite, em Indianápolis (1911), onde as lajes se desligaram completamente dos pilares e levaram a estrutura toda à ruína. Outros casos de acidentes estruturais devido à punção têm sido registrados, como por exemplo o referente ao colapso parcial do edifício Pipers Row Car Park, localizado na cidade de Wolverhampton, Inglaterra (WOOD, 1997).

Segundo Melo (1990), a resistência pós-puncionamento das ligações laje-pilar é fundamental para não ocorrência de um colapso generalizado. Após o puncionamento uma parcela considerável de carga é transmitida para os pilares vizinhos, com ocorrências de novas rupturas.

A resistência à punção está diretamente ligada à inclinação da superfície de ruptura. Menetrey (1998) adverte que esta inclinação pode ser influenciada por diferentes aspectos como a taxa e o tipo de armadura de flexão e que nestes casos as recomendações normativas podem não ser adequadas.

Em um edifício com lajes lisas é muito comum a presença de momentos desbalanceados na ligação laje-pilar, mesmo no caso de pilares internos. Isto ocorre por motivos como variações nos vãos e nos carregamentos ou graças à ação de forças horizontais na estrutura, causadas pelo vento ou por terremotos. Esse momento desbalanceado é transferido da laje para o pilar e afeta a distribuição do cisalhamento nesta região, podendo reduzir significativamente a resistência à punção (FERREIRA, 2010).

As normas apresentam recomendações divergentes para o caso de momentos transferidos na ligação laje-pilar. As diferenças são observadas em aspectos como a posição do perímetro de controle onde o cisalhamento deve ser verificado, a distribuição das tensões cisalhantes devido à ação do momento e o percentual desse momento que deve ser considerado como transferido por cisalhamento. Deste modo, é possível obter diferenças significativas nas estimativas de resistência à punção de ligações laje-pilar sob a ação de momentos desbalanceados (FERREIRA, 2010).

Prevenir rupturas por punção em ligações laje-pilar sob a ação de momentos desbalanceados depende significativamente da capacidade de se estimar com precisão a resistência da ligação, mas com as divergências acima mencionadas existe insegurança do meio científico quanto à aplicação dessas recomendações. Em casos extremos, como o de terremotos, as consequências podem assumir grandes proporções, já que nesse tipo de situação os momentos desbalanceados na ligação laje-pilar podem ser muito elevados (MEGALLY e GHALI, 2000).

Como alternativas para aumentar a ductilidade e a capacidade resistente da ligação laje-pilar, o projetista pode utilizar armaduras de cisalhamento, ou ainda usar ábacos e capitéis, conferindo à laje a denominação de laje cogumelo. O capitel é um elemento estrutural usado para facilitar a transferência das cargas nas lajes para os pilares em pavimentos sem vigas. Apesar de até hoje existirem poucos estudos desenvolvidos com o objetivo de avaliar sua eficiência e a influência das diversas variáveis de projeto no comportamento e resistência de ligações laje-pilar com capitéis, eles são bastante utilizados no combate à punção e aumentam a capacidade resistente da ligação (LIMA NETO, 2012).

O maior desafio para uma pesquisa relacionada à punção ainda é estabelecer um modelo mecânico realista que possa representar de maneira simples o comportamento à punção de uma ligação laje-pilar.

É fato que os métodos teóricos disponíveis para a estimativa de resistência ao cisalhamento de lajes lisas de concreto apresentam falhas no que se refere a explicar o fenômeno da punção e em prever com precisão e segurança a resistência e o modo de ruptura das lajes. Para o caso da introdução de capitéis principalmente os capitéis curtos (*shear caps* ou *shear capitals*) também há necessidade de um maior conhecimento sobre o comportamento estrutural de tais ligações e deste ponto de vista esta pesquisa pode contribuir significativamente para o melhor entendimento destas situações comuns no projeto de edifícios de lajes lisas com capitéis curtos.

A literatura sobre punção é farta, porém a maior parte das pesquisas que tratam sobre este tipo de ruptura no Brasil ou internacionalmente tem como foco principal estudar o comportamento de lajes lisas, assim como o comportamento edificações que usam este sistema estrutural, com o intuito de diminuir os riscos de ocorrência de uma ruptura prematura ou de forma frágil destas lajes que podem vir a ocorrer na ligação laje-pilar. Existem poucas pesquisas desenvolvidas sobre as lajes lisas com capitéis curtos, assim como normas que apresentem recomendações sobre o mesmo, sejam elas dotadas de capitéis ou ábacos.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

Direciona-se o foco deste trabalho em observar o comportamento de ligações laje/pilar com a utilização de capitéis curtos, na intenção de contribuir com informações relevantes sobre este assunto.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Apresentar como uma solução para aumento de resitência à punção, a introdução de capitéis curtos e como os métodos normativos abordam esses elementos.
- Apresentar os resultados experimentais encontrados na literatura de lajes submetidas a punção com capitéis curtos e compará-los com os métodos normativos (NBR 6118/2014, ACI 318/2014 e o FIB MODEL CODE 2010)
- Apresentar os dimensionamentos pelos 3 métodos normativos já mencionados para uma mesma laje com capitel curto e comparação dos resultados obtidos.

1.2 Justificativa

A ideia dessa pesquisa vem do fato que o brasil está utilizando mais os sistemas de lajes sem vigas e para que a utilização desse sistema se torne mais viável a não utilização de armadura de cisalhameto faz com que a montagem da laje seja mais rápida e, portanto, a introdução de capitéis pode ser uma boa solução. Entretanto, há poucas pesquisas sobre o tema, principalmente no que se refere a capitéis curtos. Essa pesquisa vem, portanto, se somar às poucas pesquisas existentes na tentativa de elucidar melhor esse tipo de solução.

2 O FENÔMENO DA PUNÇÃO

Para uma melhor compreensão do estudo, faz-se necessária a descrição do fenômeno da punção, sendo este a perfuração de uma placa, ocasionada por altas tensões de cisalhamento, podendo, por sua vez, ser provocada por forças concentradas ou atuando em pequenas áreas. Esse fenômeno é característico pelas ligações laje-pilar.

A ligação laje-pilar é proveniente das lajes sem vigas, apoiadas diretamente nos pilares. A ruína nesse tipo de laje costuma ser abrupta, sem prévio aviso e as consequências normalmente desastrosas. Por este motivo, é importante que a ligação seja dimensionada de forma a obter boa ductilidade, ou seja, que sofra deformação expressiva antes de atingir o estado limite último.

Da mesma maneira, Shehata (1993) *apud* Stucchi e Knapp (1993) observaram que as fissuras radiais, geradas a partir de danos típicos visíveis nas lajes ensaiadas anteriormente à ruptura, começam aproximadamente ao centro das lajes e se estendem em direção ao perímetro das mesmas, dividindo assim as lajes em segmentos radiais (Figura 2.1).

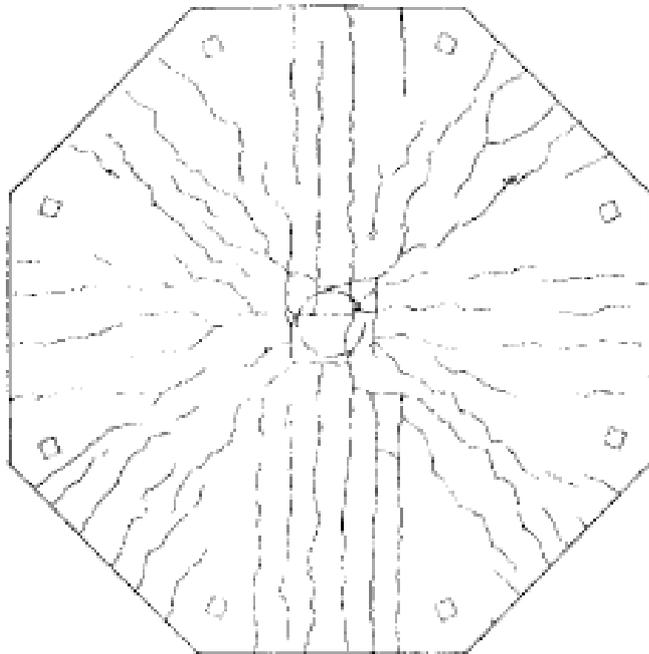


Figura 2.1 - Fissurações Radiais.

Fonte: Shehata (1993) *apud* Stucchi e Knapp (1993).

Os mesmos autores continuam afirmando que "momentos antes da ruptura, algumas fissuras tangenciais na região da punção aparecem, indicando a formação de uma fissuração inclinada interna causada por tração diagonal" (Figura 2.2)

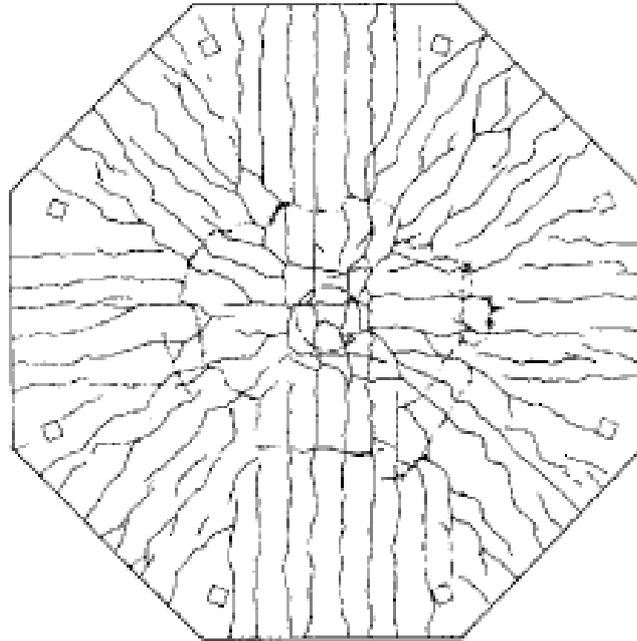


Figura 2. 2 - Fissuras Tangenciais: fissuração inclinada interna causada por tração diagonal.
 Fonte: Shehata (1993) *apud* Stucchi, Knapp (1993).

Seguindo a mesma linha, Braestrup e Regan (1985) defendem que as fissuras inclinadas ocorrem de meio (1/2) a dois terços (2/3) da carga de ruína e que após o aparecimento destas fissuras, a condição da laje ainda é estável, podendo ser descarregada e novamente carregada, sem que a sua resistência seja afetada.

Foi observado que as flechas das lajes ensaiadas, na direção radial, apresentaram perfil quase linear, indicando assim a rotação dos segmentos da laje como corpos rígidos (SHEHATA, 1982 e KINUNNEM e NYLANDER, 1960). Esta representação pode ser observada na Figura 2.3

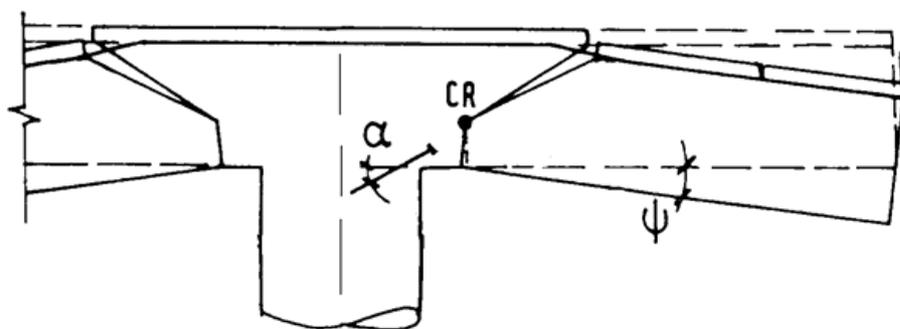


Figura 2. 3 - Rotação dos segmentos da laje.
 Fonte: Kinunnem e Nylander (1960).

A punção em pilares internos, foco do presente estudo, e o comportamento da ligação laje-pilar é bem descrito por Vargas (1997), que observou em diversos estudos, no caso de pilares interiores e lajes carregadas simetricamente, que primeiramente surgem fissuras radiais e algumas fissuras circulares para elevados estágios de cargas. A partir da mais externa destas é que se desenvolvem as superfícies de ruptura por cisalhamento em torno da carga ou pilar. Esta ruptura se caracteriza por um movimento predominante vertical da laje originando a formação de uma superfície tronco-cônica ou tronco piramidal dependendo da seção transversal do pilar, partindo do contorno da área carregada, na face da placa e se estendendo até outra face, com uma inclinação de aproximadamente 30° a 35° em relação ao plano da laje.

Essa definição é comprovada por Lima (2001), ao mostrar que a região da laje imediata ao pilar passa por uma pequena rotação e move-se verticalmente. Esse movimento giratório ocasiona uma fratura na zona comprimida, desligando os dois elementos. Quase não há escoamento da armadura de flexão da laje, o que acaba caracterizando uma ruína do tipo frágil.

Na percepção de Cordovil (1997), os ensaios revelam que a princípio as deformações circunferenciais são maiores que as deformações radiais, desta forma, primeiro aparecem as fissuras radiais. Apenas com a ruptura forma-se uma fissura quase circular, que limita o perímetro de um sólido deslocado ao redor do pilar, de acordo com a Figura 2.4.

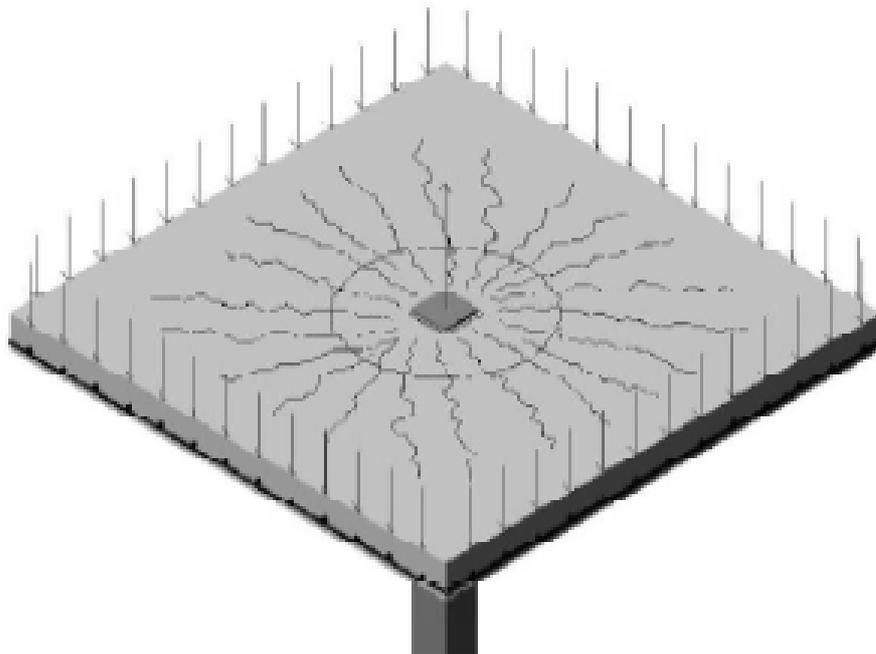


Figura 2. 4 - Panorama de fissuração da laje na ocasião da ruptura.
Fonte: SABRINA *apud* CORDOVIL, F.A.B. (1997).

Cordovil (1997) segue descrevendo ainda que em lajes sem armadura de cisalhamento o plano fissurado alcança distâncias que alternam de duas a três vezes a altura útil da laje. O sólido formado parece com um tronco de cone, com um ângulo que varia de 25° a 30° com o plano da laje, porém, com uma irregularidade significativa, como pode ser observado na Figura 2.5.

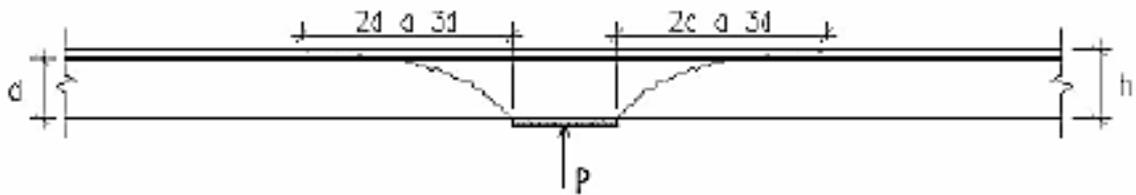


Figura 2.5 - Zona de ruptura em lajes submetidas ao punção, sem armadura de punção.
Fonte: Cordovil (1997).

Cordovil (1997) reafirmou as conclusões de Leonhardt e Mönning (1979) que de acordo com seus ensaios observaram que as deformações tangenciais são, a princípio, maiores que as deformações radiais, sendo assim, as fissuras radiais se manifestam antes das fissuras tangenciais. Apenas para elevados estágios de carga surgem algumas fissuras circulares ou fissuras tangenciais, a partir das quais se desenvolvem as superfícies de ruptura por cisalhamento do cone de punção, com inclinação média na ordem de 30° , observado na Figura 2.6.

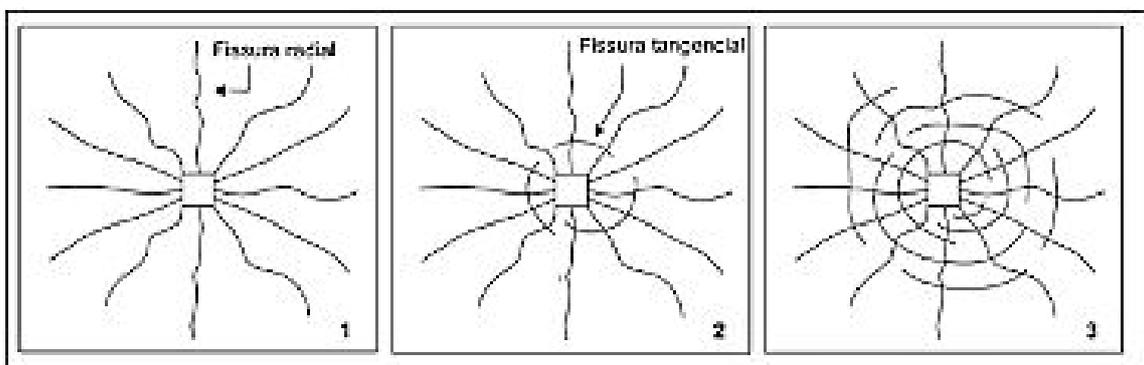


Figura 2.6 - Processo de formação de fissuras de punção.
Fonte: Leonhardt e Mönning (1979).

A região em torno do perímetro do pilar na zona inferior da laje se comprime, devido a deformação desta. Dessa forma, a parte superior da laje é tracionada em alguns segmentos, resultando no aparecimento das fissuras radiais (Figura 2.6).

Essas fissuras tangencias sucedem da mesma maneira, no entanto, tendo em vista que a laje já foi dividida em segmentos pelas fissuras radiais, estes segmentos têm sua resistência mais elevada. Com isso, eles serão solicitados da mesma forma, ocasionando o surgimento da biela diagonal de compressão.

2.1. Fatores influentes na resistência à punção

Ao descrever o fenômeno da punção, nos deparamos com alguns fatores que influenciam diretamente sua resistência, sendo necessária uma abordagem detalhada desses fatores.

Quando uma ligação laje-pilar, não atende às solicitações atuantes, de modo geral, os seguintes fatores são determinantes para esse problema:

- a) espessura da laje;
- b) armadura de punção;
- c) utilização de capitel;
- d) resistência do concreto;
- e) dimensões e forma da seção transversal dos pilares;
- f) posição do pilar;
- g) aberturas em laje;
- h) taxa de armadura de flexão da laje;
- i) efeito de escala (*size effect*).

2.1.1 Armadura de punção

No combate à punção, pode-se utilizar armaduras diversas, quais sejam:

- a) Placa metálica
- b) Estribos/Ganchos
- c) Barras dobradas
- d) *Shearheads*

- e) Fibras de aço
- f) Conectores tipo pino
- g) Segmentos de perfis metálicos

Para simplificar a descrição da punção com suas armaduras, o presente estudo enfatizará a utilização de estribos, por serem largamente utilizados no Brasil por motivo de economia, apesar de serem construtivamente inconvenientes. Em diversas pesquisas os estribos mostraram ser eficazes em aumentar a ductilidade da ligação e também a resistência à punção.

No mesmo sentido, Cordovil (1997) afirma que os estribos têm a possibilidade de serem abertos em forma de ganchos ou ainda fechados em forma de retângulos, podendo ser associados entre si, dispostos inclinados ou não (Figuras 2.10 e 2.11).

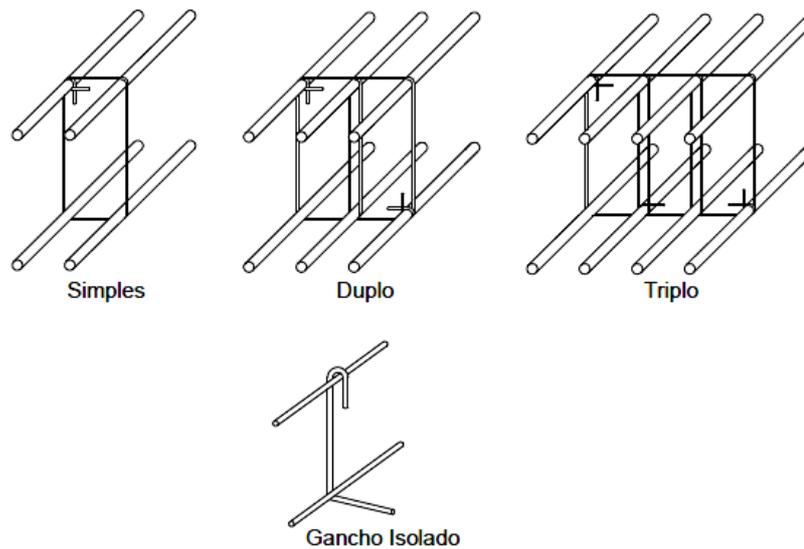


Figura 2. 7 - Tipos de estribos.
Fonte: Rabello (2010).

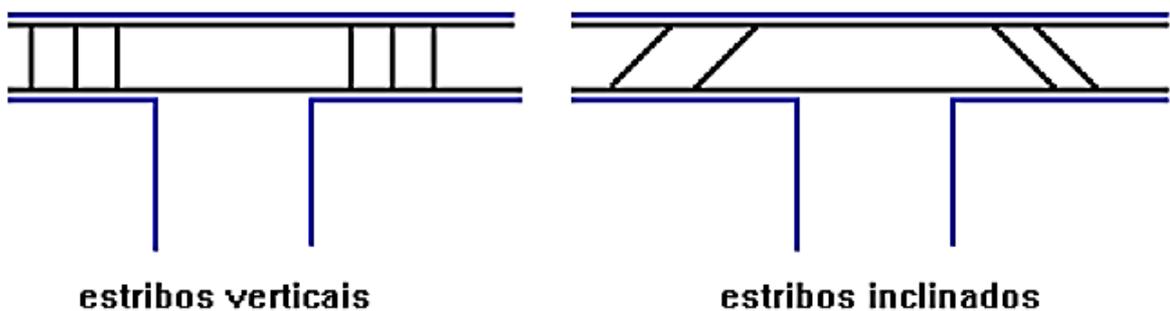


Figura 2. 8 - Inclinação dos estribos.
Fonte: Melges (1995).

Este tipo de associação mostra adequado desempenho em lajes mais espessas, com mais de 25 cm de altura, entretanto, são parcialmente efetivos nas lajes delgadas, isto devido ao “escorregamento” da ancoragem do estribo, o que permite que a ruína por punção aconteça antes que a tensão de escoamento dos estribos seja atingida.

Rabello (2010) atenta para o fato de que os ganchos apresentam a vantagem de não interferir nas armaduras de flexão da laje e nem na dos pilares, sendo fáceis de montar e executar, deve-se, contudo, garantir que não exista folga entre o gancho e as faces superiores da armadura de flexão, por esta servir de apoio para ancoragem do gancho. Não ocorrendo este contato, a contribuição, como um todo, dos ganchos na resistência da ligação, estará comprometida.

Por fim, Park e Islam (1976) chegaram à conclusão que o uso de estribos fechados, ancorados nas barras de flexão proporcionam, além de um aumento na resistência da ligação, um importante crescimento de sua ductilidade em análises de lajes carregadas simetricamente.

2.1.2 Capitel

Anteriormente foi descrito que uma das formas de aumentar a resistência à punção era aumentando a espessura da laje. Essa abordagem tem como finalidade diminuir as tensões solicitantes na ligação laje-pilar pois, o aumento da espessura da laje só funciona até certo ponto, porque esse crescimento não compensa o aumento do peso próprio da laje. Sendo assim, a utilização de capitéis apresenta-se como uma boa solução para pequenos incrementos de cargas.

Independentemente da região em que o problema esteja sendo tratado, grande parte dos engenheiros estruturais utilizam o termo capitel longo como mísula. O capitel pode ter sua forma cônica ou bordas inclinadas, ser curto (*shear cap*) ou longo (*drop panel*).

Segundo Macgregor e Wight (2012), mísulas são porções mais espessas da placa adjacentes às colunas (Figura 2.12) e são utilizados por três razões principais, quais sejam:

1. A mísula enrijece a laje na região de momentos mais altos e, sendo assim, reduz a deflexão.
2. Aumentando a profundidade total da laje, o braço de alavanca já utilizado para calcular a área de aço é aumentado, resultando em menos armação necessária para essa região.

3. A mísula dá uma profundidade adicional à laje junto à coluna, aumentando desse modo a área do perímetro de corte crítico.



(a)



(b)



(c)



(d)



(e)



(f)

Figura 2. 9 - (a) e (b) Capitel Inclinado (column capital) e; (c) e (d) capitel curto (shear cap); (e) e (f) capitel longo (drop panels connections).

Fontes: (a) Lima Neto (2012); (b) <<http://www.nexus.globalquakemodel.org/gem-building-taxonomy/overview/glossary/flat-slab-plate-or-waffle-slab--lfls>>; (c) <<http://nisee.berkeley.edu/elibrary/Image/GoddenF79>>; (d) <<http://www.nexus.globalquakemodel.org/gem-building-taxonomy/overview/glossary/flat-slab-plate-or-waffle-slab--lfls>>; (e) <<http://www.nexus.globalquakemodel.org/gem-building-taxonomy/overview/glossary/flat-slab-plate-or-waffle-slab--lfls>>; (f) <<http://www.estrutural.eng.br/servicos/detalhes.asp?nrseq=7>>.

Ainda de acordo com Macgregor e Wight (2012) a mísula deve estar sempre por baixo da laje (numa laje solicitada com cargas gravitacionais), de modo que o aço de momento negativo seja linear ao longo de todo o seu comprimento.

Os capitéis curtos ou *shear caps* são projeções abaixo da laje e não necessariamente possuem as mesmas dimensões que uma mísula e, portanto, são considerados como um alargamento do pilar. Segundo entendimento de Macgregor e Wight (2012), são usados para aumentar a resistência ao cisalhamento de uma ligação laje-pilar, aumentando localmente a profundidade eficaz da laje. Eles têm essencialmente a mesma finalidade de capitel cônico, de forma piramidal de cabeça para baixo, mas devido a sua forma retilínea (Figura 2.12 (c) e (d)) se tornam mais fáceis de se montar.

Em geral, a projeção vertical de um *shear cap* ou capitel curto abaixo da laje será de 50% a 100% maior que a espessura da laje adjacente a este. Além disso, eles tipicamente irão se estender suficientemente da face do pilar, para assegurar que a capacidade de corte crítico no perímetro exterior ao capitel curto ou *shear cap*, regule a força de cisalhamento da ligação nominal.

Macgregor e Wight (2012), ainda afirmam que o *column capital* ou capitel piramidal de cabeça para baixo é utilizado para proporcionar um perímetro de cisalhamento maior na coluna e para reduzir o vão livre entre os pilares, usados para calcular os momentos fletores na laje. Possuindo um comportamento muito parecido com o capitel curto, se diferenciando, basicamente, na montagem da forma que é piramidal de cabeça para baixo, sendo mais difícil e cara sua montagem.

O capitel longo ou *drop panel*, são porções mais espessas que a laje em torno do pilar como pode ser visto na Figura 2.12 (e) e (f). Esse aumento da laje aumenta o braço de alavanca fazendo com que aumente a resistência aos momentos fletores, aumenta a área de corte crítica tanto no capitel pelo próprio aumento da altura útil quanto na laje pelo aumento do perímetro crítico, além de enrijecer a ligação diminuindo a deformação da laje.

2.1.3 Resistência do concreto

De acordo com Melges (1995), a elevação da resistência do concreto nem sempre é suficiente para aumentar o nível da resistência da ligação aos valores desejados. Melges (1995) ainda firma que dessa maneira, o uso de armaduras é mais indicado, pois além de elevar o valor da resistência da ligação laje-pilar, aumenta a ductilidade.

Rabello (2010) reafirma o dito, corroborando que a resistência à punção da ligação laje-pilar está relacionada à resistência do concreto à tração. Algumas normas admitem que essa resistência seja proporcional ao valor da raiz quadrada da resistência à compressão. No entanto, o aumento da resistência da ligação, em função do aumento da resistência do concreto, não confere à laje uma melhor ductilidade com relação à ruína.

2.1.4 Dimensão e forma dos pilares

A Figura 2.13 a seguir mostra a distribuição de tensão em torno de um pilar com seção quadrada. Observa-se que nos cantos é onde acontece os picos de tensão, logo, nos pilares com seção circular a tensão no perímetro crítico é constante, enquanto que nos pilares com seções retangulares, tendem a ter picos de tensão nos cantos, com isso, pode-se afirmar que, quanto maior a razão dos lados do pilar menor a resistência a punção.

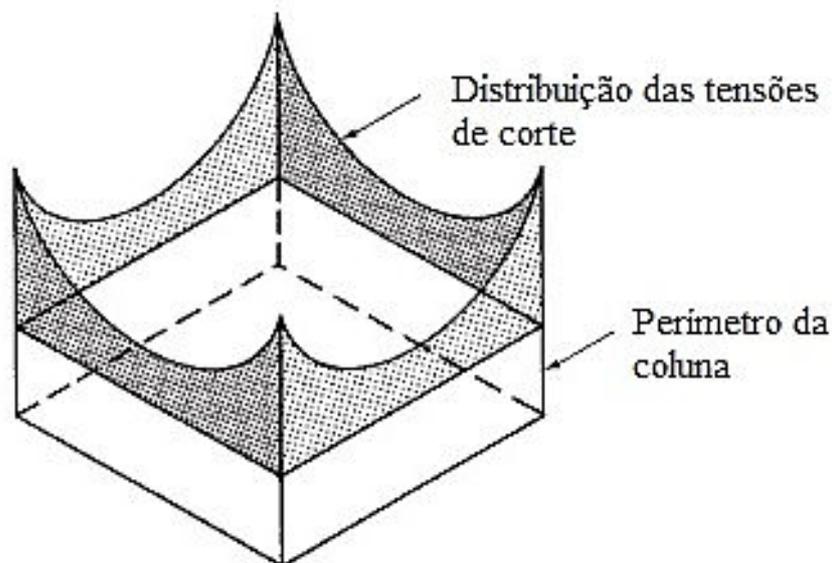


Figura 2. 10 - Distribuição de tensão em torno de um pilar com seção quadrada.
Fonte: Wight e Macgregor, 2012.

Isso foi evidenciado em 1971, quando Hawkins publicou seu estudo onde, variando a razão entre o maior e o menor lado, a qual foi denominada de β , concluiu que quanto maior essa razão menor a resistência à punção da laje como pode ser visto o gráfico na Figura 2.14. Observa-se que para razões muito altas a resistência da laje cai pela metade.

Em 1972 foi publicado outro estudo por Vanderbuilt onde, por sua vez, realizou ensaios em lajes apoiadas em pilares com seção circular e quadrada. O autor concluiu que as lajes com pilares de seção quadrada obtiveram uma resistência menor do que os com seção circular. Também ficou evidenciado que a medida a relação do perímetro crítico e a espessura da laje aumentava, a resistência da laje diminuía. Pode-se observar isso na Figura 2.15.

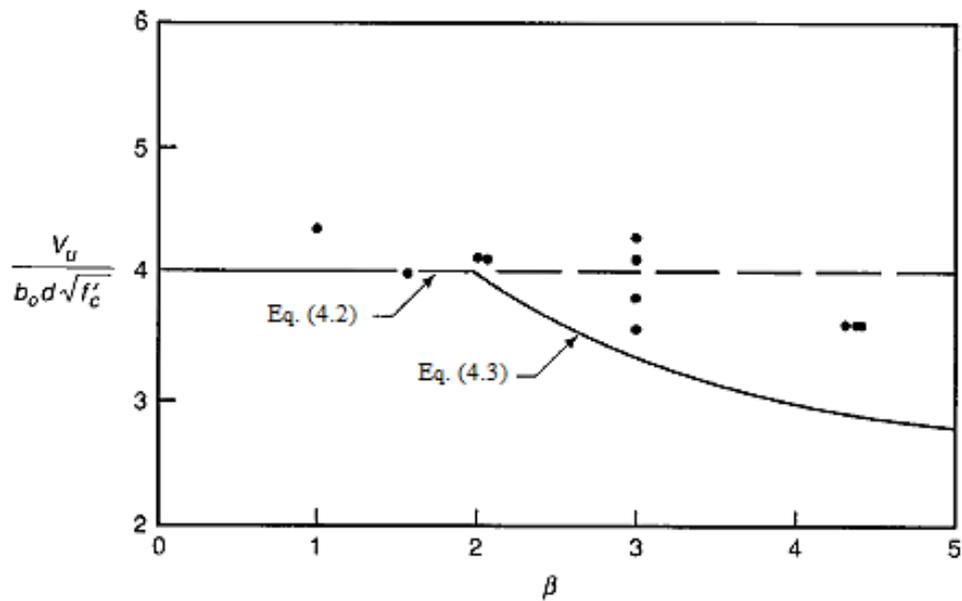


Figura 2. 11 - Comparação de equações com resultados experimentais.
Fonte: Adaptada de Wight e Macgregor, 2012.

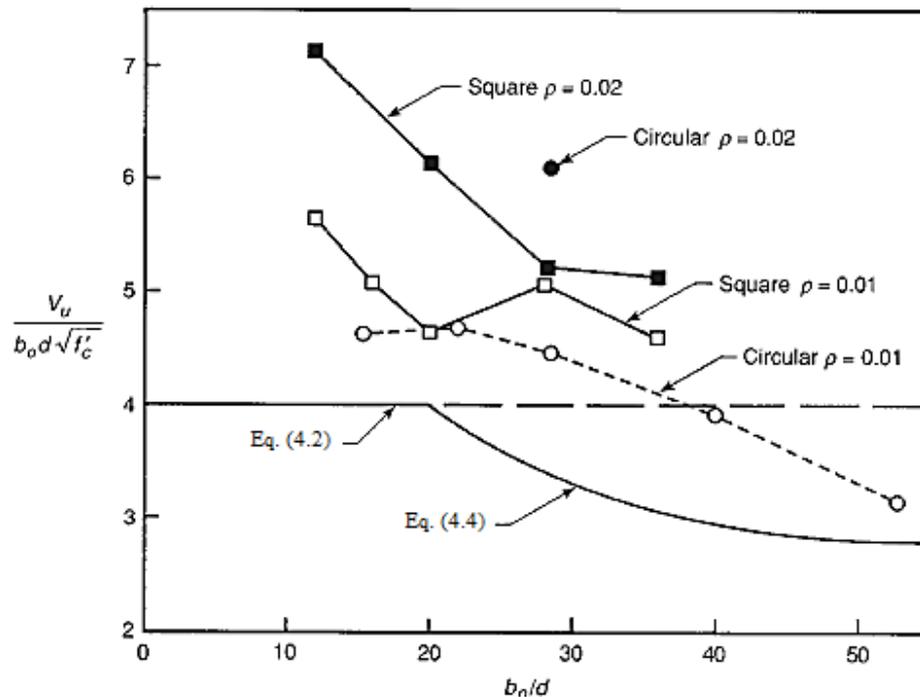


Figura 2. 12 - Comparação de equações com resultados experimentais
 Fonte: Adaptada de Wight e Macgregor, 2012.

2.1.5 Posição do pilar

Assim como a dimensão e o formato do pilar, outro fator que influencia em sua resistência em relação à punção é a posição em que está inserido em uma laje. A posição do pilar em uma laje está dividida em três partes:

1. Pilar interno a laje
2. Pilar de borda
3. Pilar no canto da laje

A Figura 2.16 a seguir mostra essa divisão de forma mais clara. A resistência à punção cai em ordem decrescente da que foi escrita. Quando o pilar é interno admite-se que o perímetro crítico está em todo seu entorno. Quando o pilar é de borda, esse perímetro crítico cai pela metade; e quando é de canto o perímetro cai a $\frac{1}{4}$ do pilar interno.

Além disso, esses pilares não possuem rigidez suficiente para suportar a mesma carga que um pilar interno, por faltar a mesma quantidade de laje para resistir a tais esforços. Restando o fato de a carga da laje solicitante diminuir proporcionalmente, pela mesma razão.

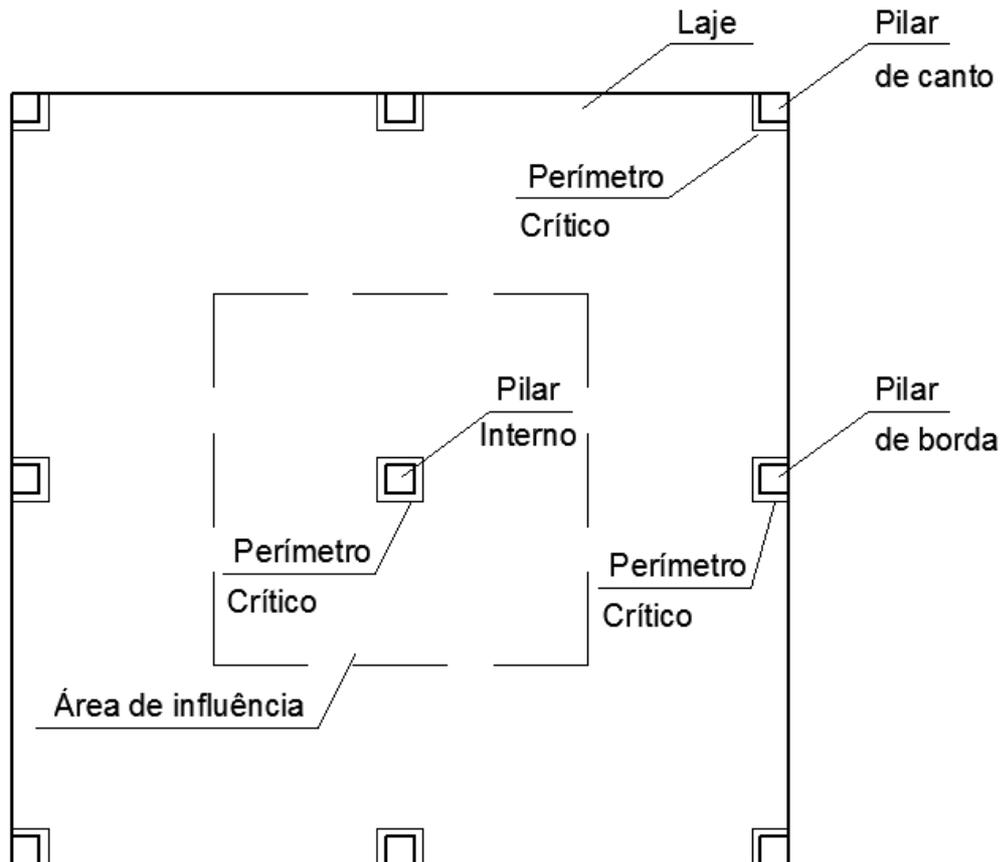


Figura 2. 13 - Posição dos pilares em uma laje.
 Fonte: Elaboração própria

2.1.6 Aberturas em laje

Primeiro deve-se diferenciar aberturas de furos. Os furos têm dimensões pequenas em relação ao elemento estrutural, no caso a laje, e as aberturas não. Deve-se evitar ao máximo a utilização próxima aos pilares pois elas dão lugar a concentração de tensões prejudiciais a ligação laje pilar. Entretanto não é difícil observar nas edificações, aberturas próximas aos pilares para *shafts*. Os shafts servem para passagem de tubulações, alçapões de acesso entre outros.

As normas já preveem essas aberturas e cada uma determina o afastamento mínimo, além de determinarem também a influência sobre o perímetro crítico. Mesmo com uso de aberturas, a ligação laje-pilar deve obedecer aos critérios normativos da distribuição dos esforços, rigidez e deformações.

2.1.7 Taxa de armadura de flexão

Define-se taxa de armadura de flexão tracionada (ρ) como sendo a razão entre a área de armadura de flexão tracionada (A_s) pela área de concreto (A_c). A área de concreto (A_c) é definida como o produto da altura útil da laje (d) por uma determinada largura a ser considerada.

Ferreira (2010) afirma que é razoável estabelecer que apenas uma determinada quantidade de barras próximas da área do pilar irá efetivamente contribuir com a resistência à punção e que a taxa de armadura de flexão tracionada influencia a resistência à punção principalmente nos casos de lajes sem armadura de cisalhamento.

Regan (1986) demonstrou que a largura efetiva a ser considerada nas barras de flexão que irão contribuir para a resistência à punção deve ser tomada afastada $3d$ das extremidades do pilar conforme seus experimentos.

O aumento de armaduras de flexão resulta no aumento da zona comprimida e, conseqüentemente, na área de concreto não fissurado disponível para resistir ao cisalhamento. Isso faz com que diminua as aberturas das fissuras de flexão, e assim facilitando a transferência de forças por meio do engrenamento dos agregados, podendo elevar o efeito de pino.

2.2 Tipos de punção

Com o intuito de otimizar o entendimento da distribuição dos esforços de punção, esta será apresentada em três etapas, quais sejam:

- 1 Punção simétrica
- 2 Punção assimétrica
- 3 Punção excêntrica

2.2.1 Punção simétrica

A punção simétrica só ocorre em pilares centrados e mesmo assim necessita ter carregamentos, comprimentos dos capiteis, taxas de armaduras de flexão, vãos de lajes e quaisquer outros parâmetros influenciando na punção. Se caracteriza ainda por não haver

transferência de momento fletor. Na punção simétrica, a superfície de ruptura é caracterizada por uma forma tronco-cônica.

2.2.2 Punção assimétrica

A punção assimétrica, assim como a simétrica, não possui transferência de momento fletor para a força cortante. Entretanto todos os outros fatores influenciadores nessa situação, podem ao mesmo tempo serem ou não assimétricos. Exemplos desses fatores são: variações geométricas dos pilares, carregamentos diferentes em direções ortogonais, áreas de apoio, vãos com comprimentos diferentes em suas direções ortogonais ou diferentes taxas de armadura de flexão em ambas as direções.

2.2.3 Punção excêntrica

Segundo Oliveira (2013) a punção excêntrica tem como característica principal a transferência de momento fletor na ligação laje-pilar. Ocorre mais em pilares de canto e de borda em virtude dos seus carregamentos excêntricos. Nos pilares internos é mais comum quando a assimetria dos vãos é significativa.

2.3 Tipos de ruínas em lajes

De maneira geral, as ruínas, em lajes sem vigas, são classificadas em três categorias, de acordo com sua resistência.

1. Ruína por flexão
2. Ruína por punção
3. Ruína por punção associado à flexão

2.3.1 Ruína por flexão

A ruína por flexão pode ser definida como o instante em que o momento fletor resistente é menor que o solicitante, ou seja, a laje não suporta os esforços de flexão. Carvalho e Pinheiro (2009) descrevem ainda como o “esmagamento do concreto comprimido ou pela deformação plástica excessiva da armadura de tração”. Normalmente, os elementos

submetidos à flexão levam ao surgimento da ruína com escoamento do aço, se apresentando como uma ruína do tipo dúctil, com grandes deformações.

2.3.2 Ruína por punção

A ruína por punção é aquela em que a laje não consegue resistir aos esforços de cisalhamento. Na visão de Pinheiro e Carvalho (2012), “a laje se rompe antes que a capacidade resistente de flexão seja atingida, provocando uma ruína abrupta que, por não fornecer qualquer aviso prévio, é extremamente perigosa”.

A superfície da ruína por punção acontece em torno do pilar e pode ser segmentada, basicamente, em dois grupos:

a) com relação a posição do pilar: O pilar encontra-se inserido em locais distintos na laje, podendo ser interno, de borda ou de canto conforme mencionado anteriormente. Para os pilares de borda ou de canto, a ruína se altera junto as bordas livres, permanecendo junto as faces internas dos pilares com a mesma forma dos casos simétricos, sendo estes os casos mais críticos. Observa-se a superfície de ruína na Figura 2.17, de acordo com a posição do pilar.

b) com relação a presença de armadura de punção: Quando há a presença de armadura, esta enrijece a zona de cisalhamento da laje, alterando a forma de ruptura desta. A Figura 2.18 a seguir mostra como a laje se arruína sem a presença de armadura transversal.

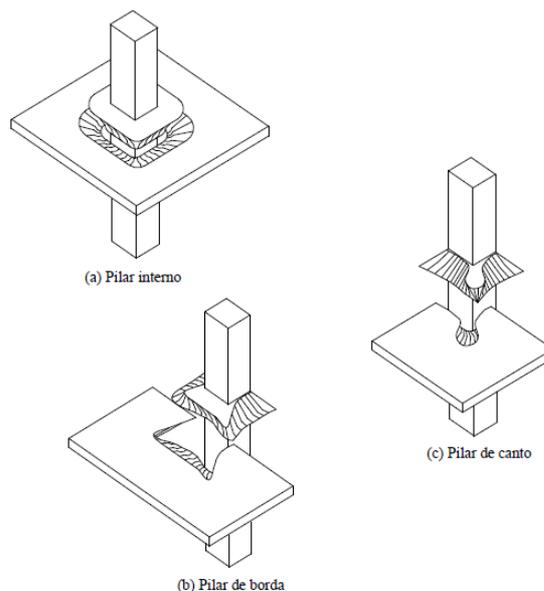


Figura 2. 14 – Superfície de ruína pela posição do pilar
 Fonte: Carvalho e Pinheiro (2009)



Figura 2. 15 - Zona de ruptura em lajes submetidas ao punção, sem armadura de punção.
Fonte: Muttoni, Ruiz, Bentz, Foster e Sigrist, 2010

Quando a armadura de punção é inserida na laje, a forma de ruína se multiplica, conforme pode-se observar na Figura 2.19.

A situação (a) mostra o rompimento através da biela de compressão antes de chegar a primeira linha de armadura de punção. A situação (b) mostra a ruína da laje dentro da zona armada. Já a situação (c) mostra a ruína acontecendo na parte inferior e após a zona armada. Em (d) a ruína acontece na parte superior e inferior da zona armada e também após esta. Finalmente, em (e) acontece a ruína por flexão (BOLVIKEN, 2013).

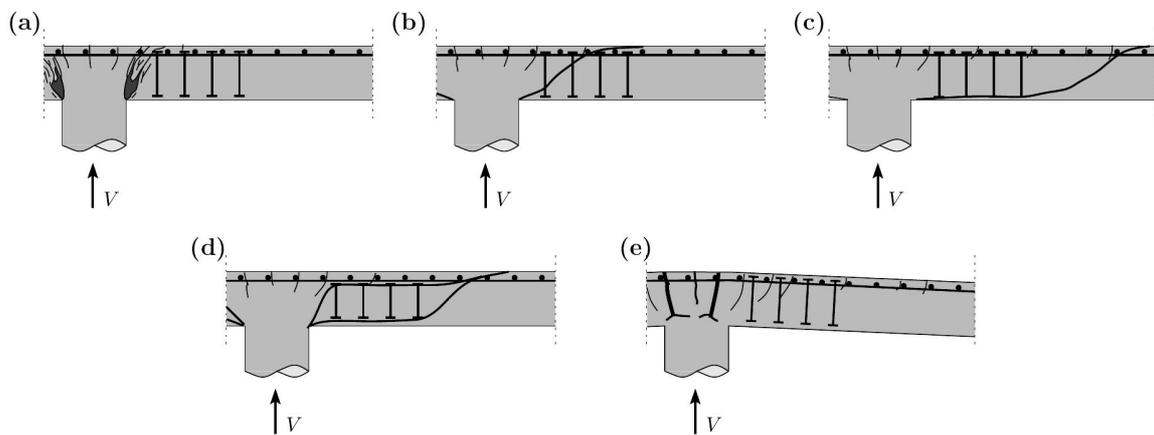


Figura 2. 16 –Localização das rupturas quando há aramdura de cisalhamento
Fonte: Bolviken,2013.

2.3.3 Ruína por flexão associada à punção

A ruína por flexão associada à punção pode ser descrita pelo momento em que a laje não resiste aos esforços de cisalhamento e de flexão quando são solicitados simultaneamente, ou seja, tanto o momento fletor quanto a força cortante têm ação significativa na ruína da

ligação que, influenciada pelo momento fletor, apresenta satisfatória ductilidade segundo Carvalho e Pinheiro (2009).

2.4 Modelos de cálculo

Diversos modelos de cálculo foram apresentados com o intuito de verificar a resistência de uma ligação laje pilar. A maioria deles são conhecidos como modelos mecânicos ou racionais, que buscam determinar a resistência à punção através do fenômeno físico da punção, a exemplo de: Kinnunem e Nylander (1960); Teoria de Nölting; Teoria plástica; Modelo de Andra; Shehata (1985); Gomes (1991) conforme Melges(1995).

Esses métodos não foram bem aceitos por serem considerados muito complexos, inclusive para programação computacional. No entanto, em 2008, Muttoni apresentou seu método, que acabou sendo bem aceito no meio acadêmico, sendo incorporado ao FIB 2010.

Outros métodos também foram propostos e bem aceitos, como: o método da superfície de controle; e o método de bielas e tirantes, o qual foi proposto por Alexander e Simmonds (1987). A seguir, descrever-se-á os principais métodos utilizados e academicamente mais conhecidos.

2.4.1 Método da superfície de controle

O método da superfície de controle é um modelo empírico em que a NBR 6118/2014 e o ACI-318/2014 utilizam para a verificação da punção. Esse método consiste em comparar tensões de cisalhamento atuantes em superfícies consideradas críticas, perpendicular ao plano médio da laje, localizada a uma determinada distância da face do pilar ou da área carregada, com tensões resistentes do concreto para aquele perímetro. Essas superfícies críticas estão relacionadas às regiões com possibilidade de ruína por punção, localizadas entre a face do pilar e o início da armadura, dentro da região armada e além dela.

A tensão nominal de cisalhamento é definida como sendo a razão entre a força cortante e a área da superfície de controle (Figura 2.20). Cada norma adota sua superfície de controle ou perímetro crítico de acordo com seus critérios pertinentes. A área da superfície de controle é definida como sendo o perímetro crítico multiplicada pela altura útil da laje. Essa tensão solicitante é comparada então com uma tensão resistente de cisalhamento onde também cada norma adota sua equação de acordo com seus critérios pertinentes e normalmente é uma função da resistência característica do concreto à compressão (f_{ck}).

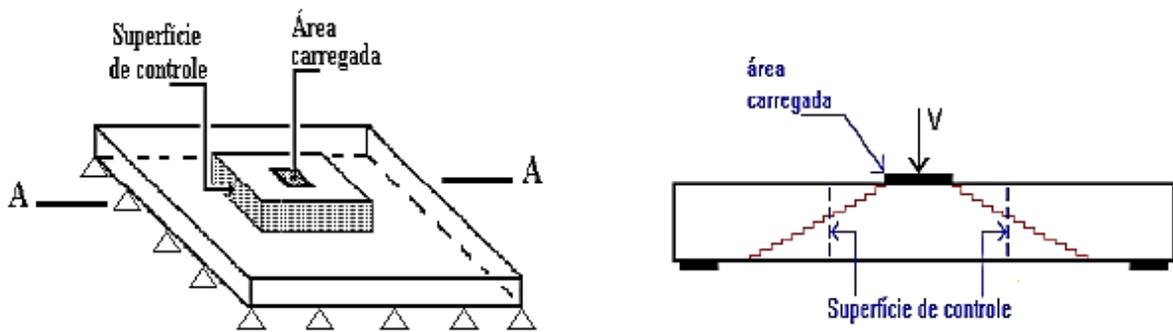


Figura 2.17 - Superfície de controle.

Fonte: Melges, 1995.

Mesmo estabelecendo seções críticas nesse método não significa que a ruptura da laje seja justamente nessas seções. Além disso, essa maneira de proceder também não representa o fenômeno físico da punção, apenas um modo empírico para que os engenheiros possam utilizar em seus projetos.

2.4.2 Método de Bielas e Tirantes

De acordo com Wight e Macgregor (2012), Alexander e Simmonds foram os primeiros a proporem uma análise de punção por meios de bielas e tirantes. Eles observaram que antes da formação das fissuras inclinadas, o corte é transferido por tensões de cisalhamento no concreto. Uma vez que as fissuras se formaram, as tensões de cisalhamento apenas relativamente pequenas poderiam ser transferidas entre elas. A maior parte do cisalhamento vertical é transferido por bielas inclinadas A-B e C-D como pode-se observar na Figura 2.21 que se prolongam a partir da zona de compressão, na parte inferior da laje para a armadura de flexão na parte superior da laje.

Bielas similares existem em torno do perímetro da coluna. A componente horizontal da força nas bielas provoca uma alteração na força do reforço em A e D, e a componente vertical empurra para cima e é resistida por tensões de tração no concreto entre elas. Eventualmente, estas fissuras ocorrem no plano das barras, e há uma falha por punção. Tal falha ocorre de repente, com pouco ou nenhum aviso.

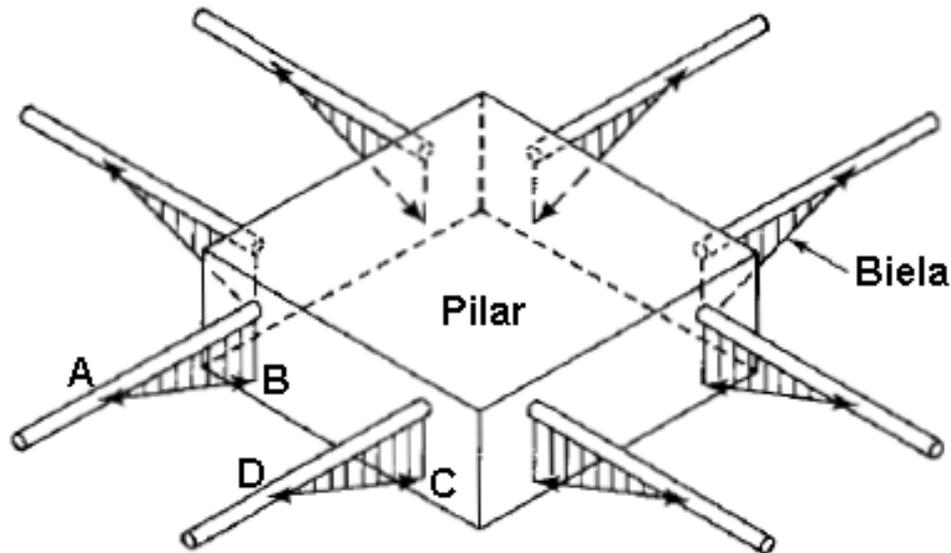


Figura 2. 18 - Modelo de bielas e tirantes para a punção sem transferência de momentos.
 Fonte: Rabello, 2010.

Uma vez que a falha por punção ocorreu em uma ligação de laje-pilar, a capacidade de corte dessa articulação em particular é quase completamente perdida. No caso de uma laje bidimensional, como esta desliza para baixo, a carga do pilar é transferida para ligações de laje-pilar adjacentes, podendo assim, sobrecarregá-los e fazê-los com que falhem.

2.4.3 Método de Muttoni

Esse método foi apresentado por Muttoni em 2008, onde a principal hipótese de sua teoria é que a resistência à punção da ligação laje-pilar diminui com o aumento da rotação da laje. Ele observou que a resistência ao cisalhamento da laje reduzia a partir do aparecimento de uma fissura tangencial que se propagava ao longo da espessura da mesma, onde essa fissura cortava o que ele chamou de biela comprimida a qual transmite a força cortante para o pilar. Ele ainda observou que o aumento da abertura dessa fissura diminuía a resistência da biela comprimida, o que conseqüentemente levava a ligação à ruptura por punção. Após diversos ensaios ele concluiu que a abertura dessa fissura é diretamente proporcional ao produto $\psi \cdot d$, assim como ilustrado na Figura 3.2. Ele concluiu seus estudos apresentando então a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento. Esta vem descrita em tópico subsequente deste trabalho.

3 A TEORIA DA FISSURA DE CISALHAMENTO CRÍTICA

A Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento foi apresentada por Muttoni em 2008 e por Ruiz em 2009. Inicialmente, essa teoria foi desenvolvida para lajes lisas sem armadura de punção. Depois foi estendida para vigas sem estribos e por fim para lajes lisas com armadura de punção. Muttoni aproveitou os trabalhos apresentados por Kinnunen e Nylander em 1960 onde eles propuseram uma teoria racional em que a força de punção era alcançada por uma dada rotação ψ como pode ser observado na Figura 3.1.

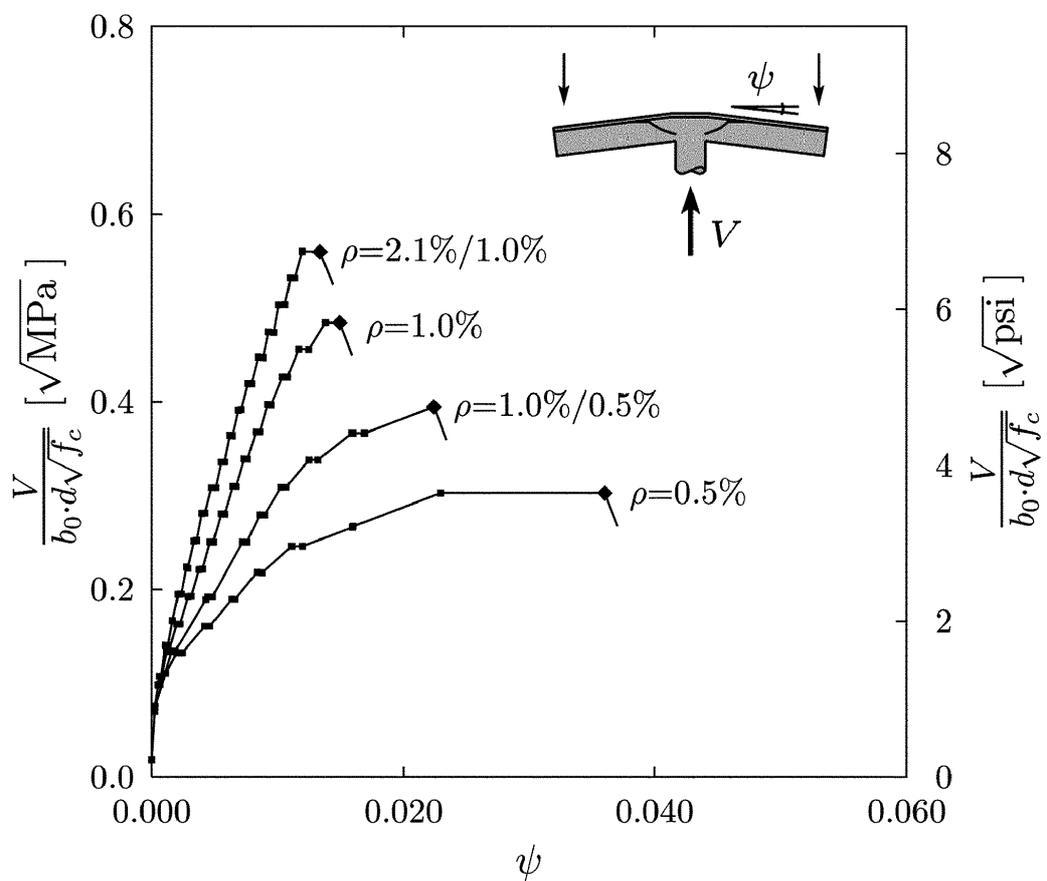


Figura 3.1 - Gráfico de curvas carga-rotação para testes por Kinnunen e Nylander
Fonte: Muttoni, 2008

A principal hipótese da Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento é que a resistência à punção da ligação laje-pilar diminui com o aumento da rotação da laje. A resistência ao cisalhamento da laje diminui com o aparecimento de uma fissura (posteriormente chamada de fissura crítica de cisalhamento) que se propaga pela laje até a biela comprimida inclinada como mostrado na Figura 3.2, transmitindo o esforço de cisalhamento para o pilar.

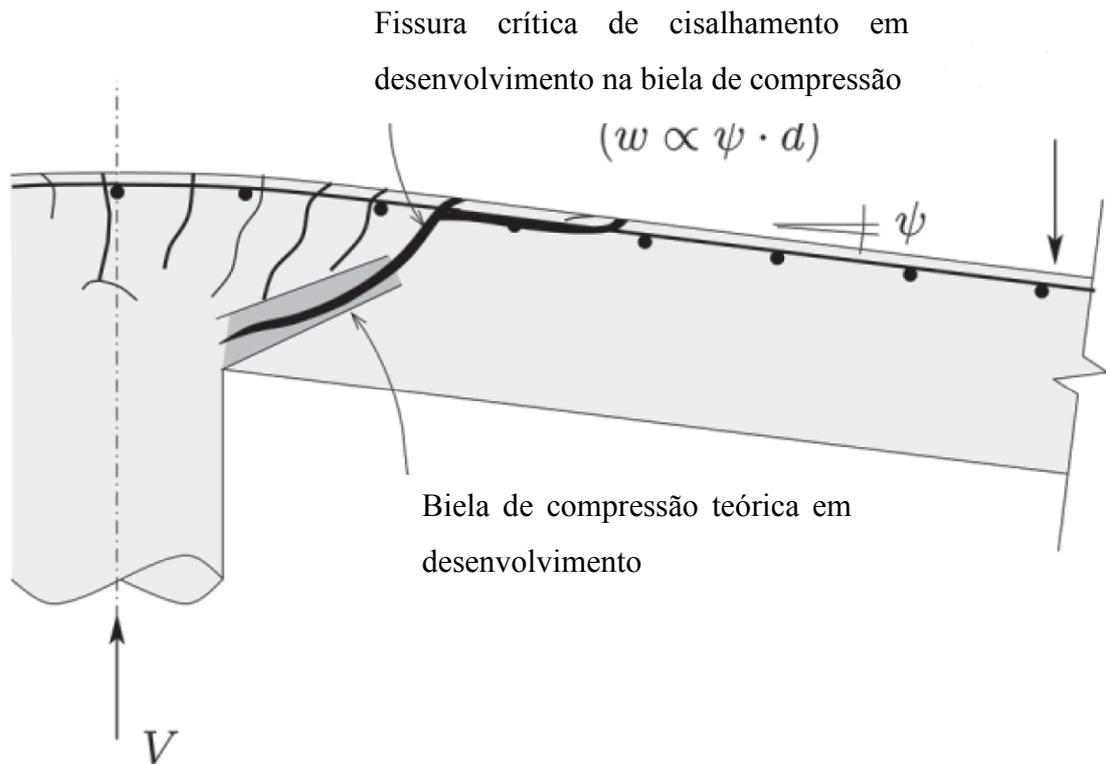


Figura 3. 2 – Diminuição da resistência ao cisalhamento da laje com o aparecimento de fissura
Fonte: Adaptada de Bolviken , 2013

Muttoni observou experimentalmente que a tensão radial de compressão no intradorso da laje (fundo da laje) perto da coluna, após atingir um certo nível de carga máximo, inicia um processo de descompressão. Tal fenômeno pode ser explicado pelo desenvolvimento de um sistema de apoios em formas de cotovelos com uma componente horizontal de tração ao longo do intradorso da laje devido ao desenvolvimento da fissura crítica de cisalhamento, como pode ser observado na Figura 3.3.

Observando o *strain gages* S3 e S4 na Figura 3.3 (d) anterior, percebe-se nitidamente a descompressão aproximadamente em $0,2 \frac{V}{b_0 \cdot d_v \sqrt{f_c}}$ na escala em MPa, , onde V é a carga aplicada, b_0 é o perímetro crítico, d_v é a altura efetiva e f_c a resistência do concreto.

Isso se dá pelo fato da fissura se formar dentro da biela comprimida e dessa forma a tensão que passava por essa biela, procurar uma outra maneira de transmiti-la ao pilar formando assim esses sistemas de apoios em forma de cotovelos.

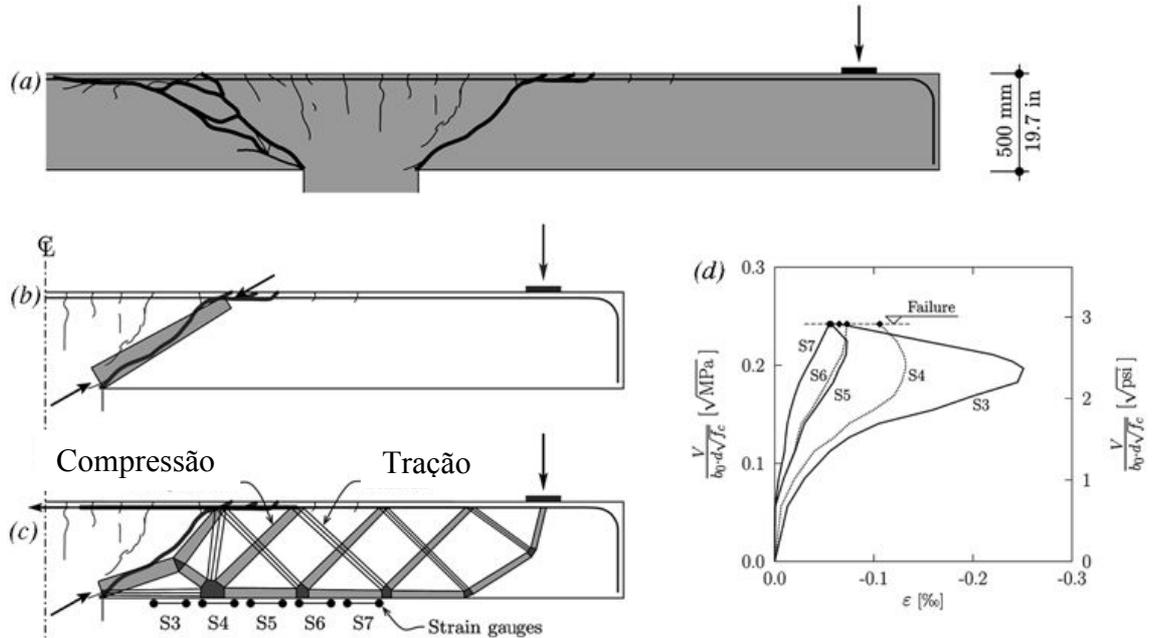


Figura 3.3 – Test PG-3 feito por Guandalini e Muttoni (ver figura 3.12)

(a) padrão de rachaduras da laje após a falha; (b) Biela de compressão teórica desenvolvida em toda a fissura crítica de cisalhamento; (c) Bielas em forma de cotovelo; e (d) parcelas de tensões radiais medidas no intradorso da laje em função da carga aplicada.

Fonte: adaptada de Muttoni, 2008

Bollinger (1985) também confirmou com resultados experimentais, a importância da fissura crítica de cisalhamento na resistência à punção das lajes. Ele ensaiou uma laje com anéis concêntricos somente no limite da laje e percebeu que apenas fissuras radiais se desenvolveram. Dando continuidade ao seu experimento ele ensaiou essa mesma laje com um anel concêntrico a mais, localizado na zona crítica. Como resultado, observou-se que esse anel a mais não evitou, assim como no ensaio anterior, fissuras circulares na zona crítica. Não só as fissuras apareceram como também a resistência a punção da laje foi aproximadamente 43% menor. Como pode ser observado na Figura 3.4, a laje sem a armação na região crítica

chega à ruptura aproximadamente em $0,5 \frac{V}{b_0 \cdot d_v \sqrt{f_c}}$ na escala em MPa, enquanto a outra

chega aproximadamente a $0,3 \frac{V}{b_0 \cdot d_v \sqrt{f_c}}$ na escala em MPa, onde V é a carga aplicada, b_0 é

o perímetro crítico, d_v é a altura efetiva e f_c a resistência do concreto.

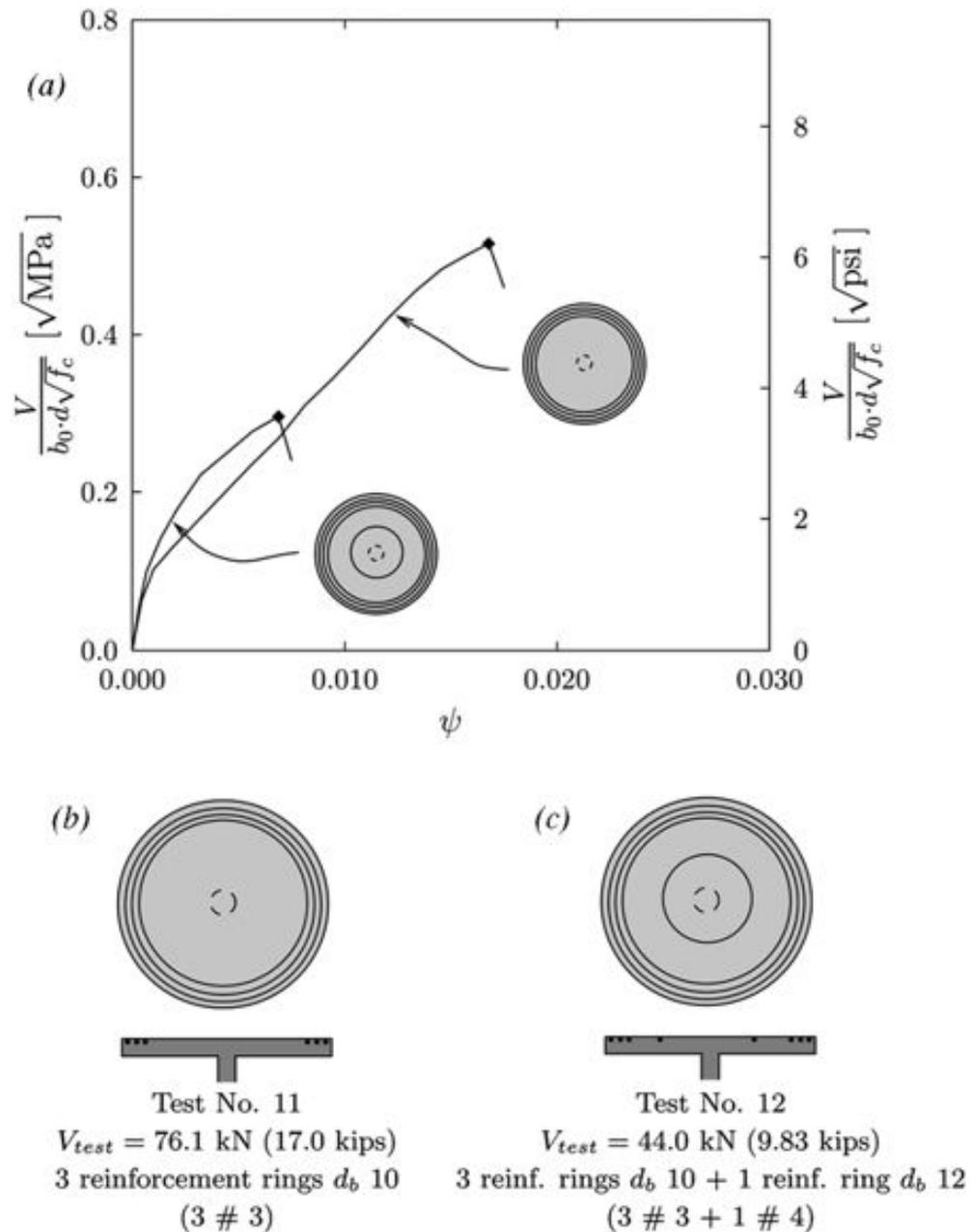


Figura 3. 4 - Testes de Bollinger com reforços de anel

(a) os resultados dos testes; e (b) e (c) distribuição da armadura dos ensaios 11 e 12.

Fonte: Muttoni, 2008.

À medida em que a abertura da fissura crítica de cisalhamento aumenta, a biela diminui a resistência. Isso deu base para supor que as tensões solicitantes nas superfícies das bielas comprimidas eram resistidas por tensões desenvolvidas pelo engrenamento dos agregados (Figura 3.5), ou seja, quanto maior fosse a rugosidade da superfície da fissura crítica, esse engrenamento seria maior e, portanto, maior seria a força necessária para desprender os agregados. O engrenamento dos agregados nada mais é do que a força de atrito gerada pelas 2 superfícies rugosas.

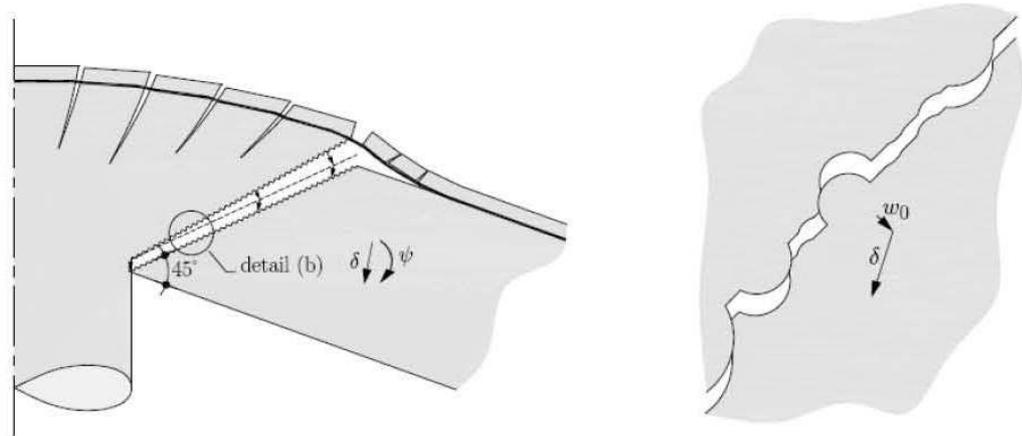


Figura 3.5- Engrenamento dos agregados.

Fonte: adaptada de Bolviken, 2013

Muttoni e Schwartz (1991), relacionaram a rotação da laje com a abertura da fissura e admitiram que esta era proporcional ao produto da rotação da laje pela altura da laje (Equação 3.1), como observou-se na figura 3.2 apresentada anteriormente. Isso os levaram a formular um critério de ruptura semi-empírico (Equação 3.2)

$$\omega \cong \psi \cdot d \quad (3.1)$$

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d_v^3 \sqrt{f_c}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\psi \cdot d}{4mm} \right)^2} \quad (\text{unidades: em SI, N, mm}) \quad (3.2)$$

ou

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d_v^3 \sqrt{f_c}} = \frac{28}{1 + \left(\frac{\psi \cdot d}{0.16in} \right)^2} \quad (\text{unidades: USA, psi, in})$$

Onde:

V_R é a resistência ao cisalhamento;

b_0 é o perímetro de controle fixado em $d_v / 2$ a partir da extremidade do pilar;

d_v é a altura efetiva resistente ao corte da laje;

f_c é a resistência a compressão do concreto;

ψ é a rotação da laje;

d é a altura da laje.

Walraven(1981), Vecchio e Collins (1986), afirmam que dividindo-se a abertura de fissura $\psi \cdot d$ pelo fator $(d_{g0} + d_g)$, onde d_g é o tamanho máximo do agregado e d_{g0} o tamanho máximo do agregado de referência, é uma forma de se transmitir as forças de cisalhamento pela rugosidade da fissura crítica, o que por sua vez é uma função do tamanho máximo do agregado. Muttoni observou que o valor de d_g tem que ser fixado em 0 (zero) para concretos com agregados leves para contabilizar o desenvolvimento das fissuras através dos agregados. Baseando-se nisso, em 2003 Muttoni apresentou sua equação reformulada (Equação 3.3).

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d_v \sqrt{f_c}} = \frac{3/4}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{unidades em SI, N,mm}) \quad (3.3)$$

ou

$$\frac{V_R}{b_0 \cdot d_v \sqrt{f_c}} = \frac{9}{1 + 15 \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{unidades USA, psi, in})$$

Onde:

d_{g0} é o tamanho do agregado de referência com 16mm (0,63 in).

3.1 Relação Carga-Rotação

Para que a equação proposta por Muttoni pudesse ser utilizada, seria necessário estabelecer uma relação entre a rotação da laje (ψ) e a carga aplicada (V). Assim então, ele comparou os resultados de noventa e nove (99) testes de punção a partir da literatura com a Equação 3.3 apresentada anteriormente, como pode-se observar na Figura 3.6 a seguir.

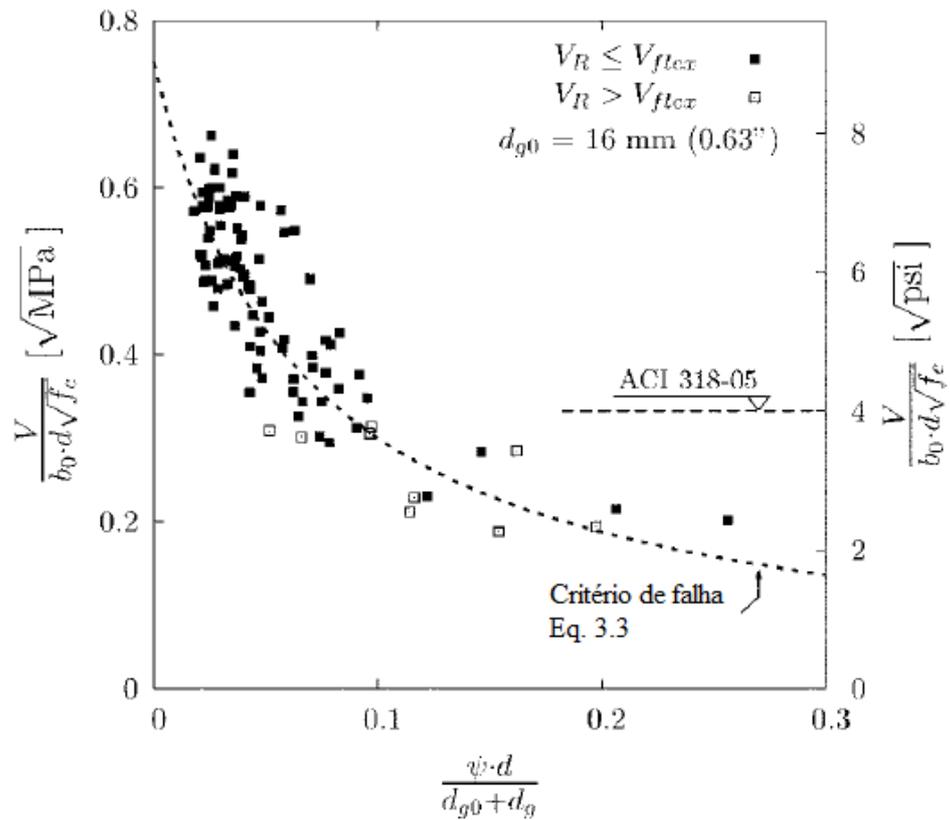


Figura 3. 6 – Resistência à punção como função da abertura da fissura crítica em comparação com 99 resultados experimentais e a equação de dimensionamento do ACI-318/05

Fonte: Muttoni 2008

Para a montagem desse gráfico ele admitiu que a laje se deforma após a fissura crítica (fissura tangencial (circular)), formando um tronco de cone, onde a base menor está na parte inferior da laje. A rotação ψ é multiplicada pelo fator $\frac{d}{(d_{g0} + d_g)}$ para cancelar os efeitos da espessura da laje e tamanho de agregado. Os resultados em que as lajes falharam por punção depois de atingir a resistência à flexão (V_{flex}) são também considerados. Nota-se que, para pequenos valores $\frac{\psi \cdot d}{(d_{g0} + d_g)}$, o ACI fornece valores conservadores e que esse é o local onde a maior parte dos resultados dos experimentos se concentrou. Para o inverso dessa situação, o ACI fornece valores superestimados. Muttoni defende que este fato pode ter duas causas: a primeira é que quando a fórmula do ACI foi originalmente proposta, em 1960, foram realizados apenas experimentos com pouca altura útil e isso fez com que a influência do efeito tamanho não fosse levado em consideração; a segunda é que os resultados dos

experimentos em que falharam após a resistência a flexão, porém com capacidade de rotação limitada, foram considerados na comparação.

Muttoni afirma que, de maneira geral, a relação carga-rotação pode ser obtida por uma simulação numérica não-linear do comportamento à flexão da laje, utilizando, por exemplo, um código não-linear de elementos finitos. Em casos com simetria axial, uma integração numérica da relação momento-curvatura pode ser realizada diretamente.

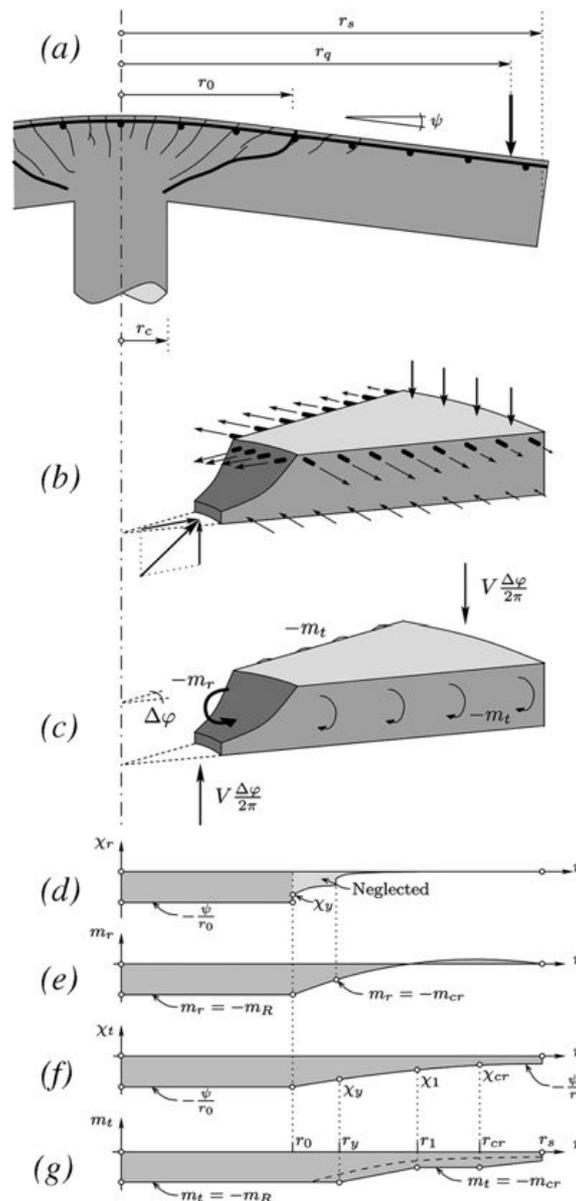


Figura 3.7 - Comportamento assumido para laje axissimétrica

(a) parâmetros geométricos e rotação da laje; (b) forças no concreto e na armadura agindo sobre a laje; (c) forças internas que atuam em uma seção da laje; (d) Distribuição de curvatura radial; (e) distribuição de momento radial; (f) a distribuição de curvatura tangencial; e (g) distribuição de momentos tangenciais para a relação quadrilinear momento-curvatura (área sombreada) e para a relação bilinear momento-curvatura (linha pontilhada).

Fonte: Muttoni, 2008

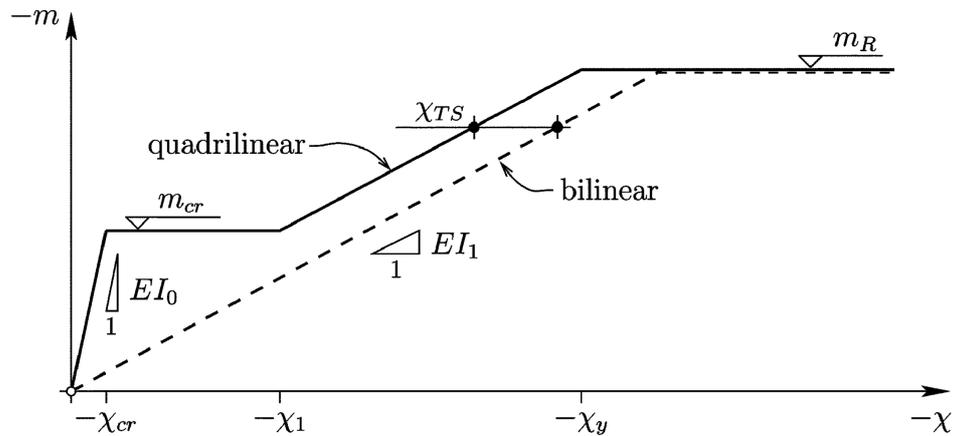


Figura 3.8 - Relação momento-curvatura bilinear e quadrilinear
 Fonte: Muttoni, 2008

Na Figura 3.7 (a) observa-se a definição de alguns parâmetros onde r_o é o raio da fissura crítica, r_q é o raio da carga e r_s é o raio da laje.

Muttoni admitiu que a partir da fissura crítica (r_o) a laje se deforma seguindo uma forma cônica conforme a Figura 3.7 (a). O momento radial e a curvatura radial, decrescem rapidamente conforme as Figura 3.7 (d) e (e). Ele admitiu, portanto, que a fatia da laje correspondente se deforma com uma forma cônica com uma rotação ψ constante.

Para a região localizada dentro do raio r_o , Muttoni admitiu que o momento radial é constante, por causa do equilíbrio das forças realizadas ao longo das seções transversais definidas pela forma das fissuras inclinadas conforme as figuras 3.7 (b) e (c). Muttoni ainda afirma que devido ao fato da força de cisalhamento introduzida na coluna por uma biela inclinada desenvolvida fora da fissura crítica de cisalhamento a força resistente permanece constante conforme as figuras 3.3 (b) e (c).

Com essas definições, considerando uma relação momento-curvatura quadrilinear, pode-se chegar a seguinte expressão:

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot \left(\begin{array}{l} -m_r \cdot r_o + m_R \cdot (r_y - r_o) + EI_1 \cdot \psi \cdot [\ln(r_1) - \ln(r_y)] + EI_1 \cdot \chi_{TS} \cdot (r_1 - r_y) + \\ m_{cr} \cdot (r_{cr} - r_1) + EI_0 \cdot \psi \cdot [\ln(r_s) - \ln(r_{cr})] \end{array} \right) \quad (3.4)$$

onde:

o operador $\langle X \rangle$ é x para $x \geq 0$ e 0 para $x < 0$

m_ϕ é o momento quando $r = r_q$

$\Delta\phi$ é o ângulo de um setor da laje;

r_q é o raio de introdução de carga no perímetro.

EI_0 é a rigidez à flexão antes da formação das fissuras

EI_1 é a rigidez à flexão tangencial após a fissuração

r_c é o raio circular do pilar.

r_y é o raio da zona solicitada ou raio de plasticidade;

r_{cr} é o raio da zona fissurada;

m_R é o momento nominal resistente por unidade de comprimento;

m_r é o momento radial por unidade de comprimento;

m_{cr} é o momento de fissuração por unidade de comprimento;

r_0 é o raio da fissura de cisalhamento;

r_1 é o raio da zona onde a fissuração está estabilizada;

χ_{TS} é a diminuição da curvatura devido a tensão de enrijecimento;

Se a resistência tração do concreto e o efeito da tensão de enrijecimento não forem considerados, a relação momento-curvatura pode ser mais simples tomando-se agora uma relação bilinear. Muttoni afirma que essa relação é semelhante a que foi proposta por Kinnunem e Nylander conforme a Figura 3.8. Essa relação conduz as expressões:

Para a zona elástica $r_y \leq r_0$, a Equação 3.5 descreve a relação entre a carga e curvatura na laje.

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot EI_1 \cdot \psi \cdot \left(1 + \ln \frac{r_s}{r_0} \right) \quad (3.5)$$

Para a zona elasto-plástica, $r_0 \leq r_y \leq r_s$, tem-se a Equação 3.6.

$$V = \frac{2\pi}{r_q - r_c} \cdot EI_1 \cdot \psi \cdot \left(1 + \ln \frac{r_s}{r_y} \right) \quad (3.6)$$

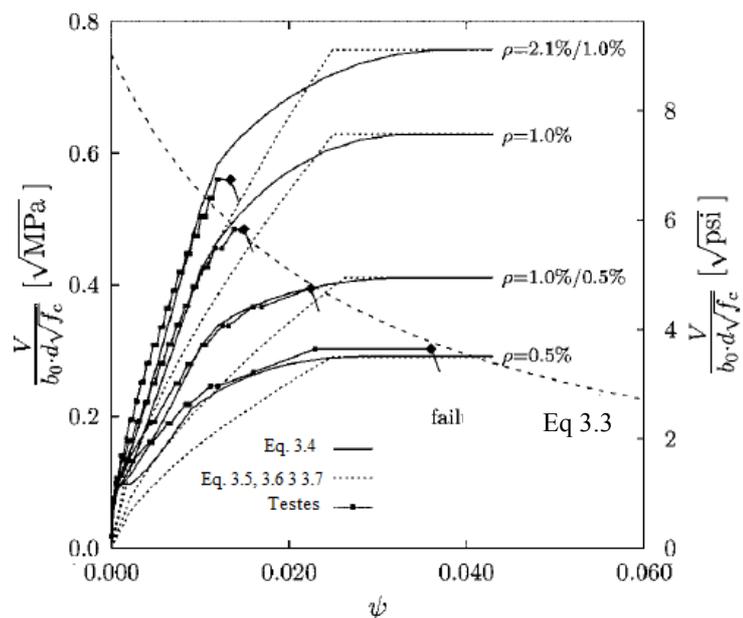
Quando a zona de plastificação da laje tem o mesmo raio que a laje, a resistência à flexão da laje é atingida. Quase todos os operadores na Equação 3.4 é então igual a zero, e a expressão de V_{flex} passa a ser representada pela Equação 3.7.

$$V_{flex} = 2\pi \cdot m_R \cdot \frac{r}{r_q - r_c} \quad (3.7)$$

Para mais detalhes, o desenvolvimento dessas expressões encontram-se no apêndice 1 do artigo publicado por Muttoni em 2008.

A Figura 3.9 a seguir apresenta uma comparação entre as soluções propostas por Muttoni e pelos testes apresentados por Kinnunem e Nylander na Figura 3.1. As linhas pontilhadas representam a relação momento-curvatura bilinear (Equações 3.5 e 3.6), enquanto as linhas contínuas representam a relação momento-curvatura quadrilinear (Equação 3.4).

Como já foi dito anteriormente, as expressões obtidas são muito semelhantes as obtidas por Kinnunem e Nylander. Isso fica mais claro através da representação na Figura 3.9, onde observa-se que para taxas de armaduras baixas as curvas bilineares e quadrilineares estão mais afastadas. Nesse caso, a expressão quadrilinear fornece uma precisão maior, apesar da relação bilinear fornecer resultados adequados. Isso pode ser explicado pelo fato da resistência à tração do concreto e a tensão de enrijecimento serem mais acentuados para baixos níveis de carga.



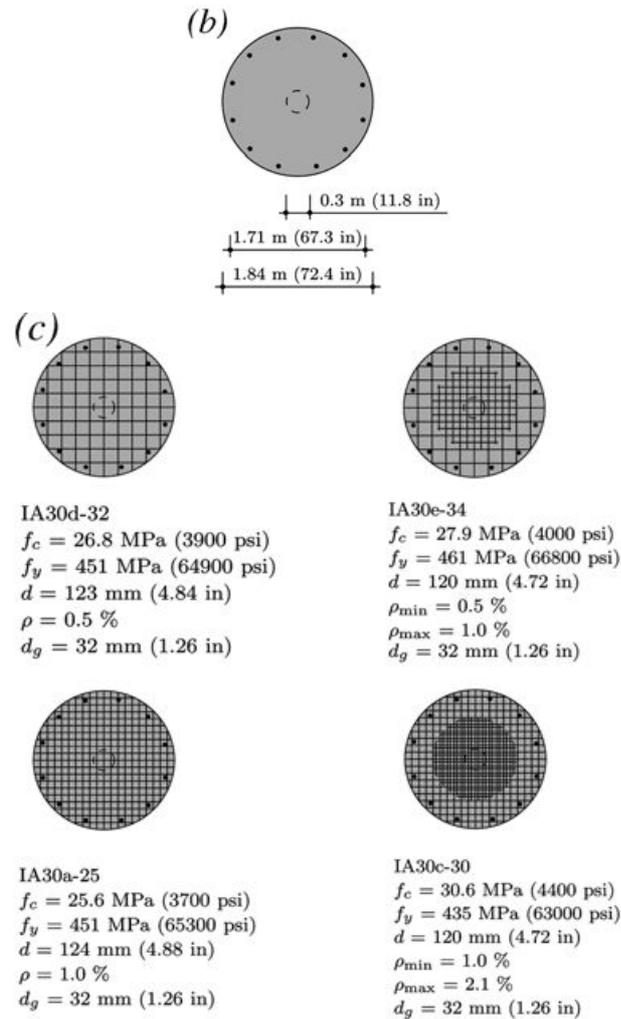


Figura 3.9 - Testes de Kinnunen e Nylander: (a) Comparação de curvas carga-rotação e analisar as expressões propostas (Equações (3.3), (3.4), (3.5), (3.6) e (3.7)); (b) dimensões dos ensaios; e (c) os parâmetros mecânicos.

Fonte: Adaptada Muttoni, 2008

3.2 Influência da espessura da Laje

Guandalini e Muttoni (2004) ensaiaram duas lajes com a mesma taxa de armação ($\rho = 0,33\%$) e o mesmo tamanho máximo do agregado ($d_g = 16\text{mm}$). A laje 1 possuía dimensões de 3,0 x 3,0 x 0,25 m e a Laje 2 possuía 6,0 x 6,0 x 0,50 m. A Figura 3.10 apresenta o gráfico comparando os resultados experimentais com as Equações 3.3, 3.4, 3.5, 3.6 e 3.7.

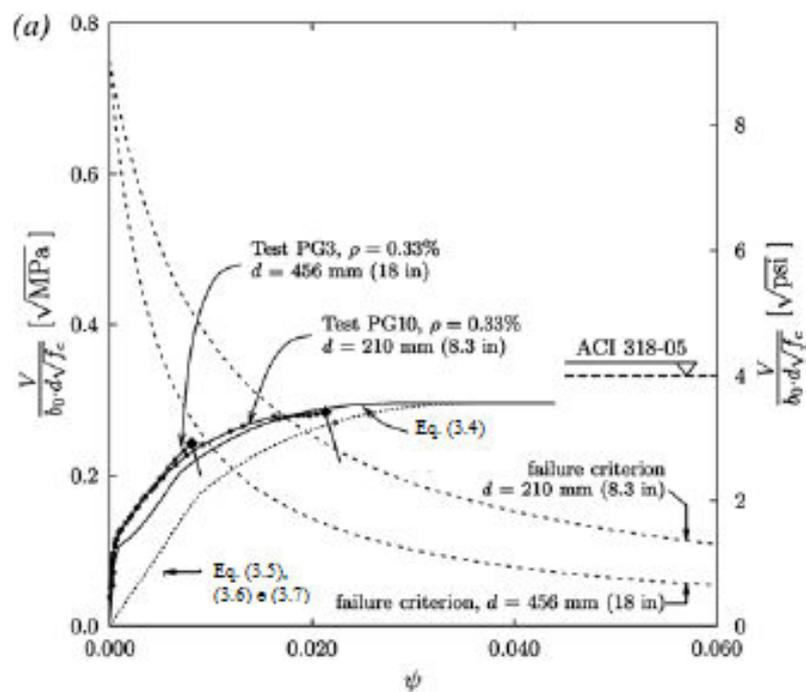
O eixo da abscissa mostra a rotação real da laje. É introduzido no gráfico ainda o critério de falha para cada laje. Novamente, a expressão bilinear subestima a rigidez da laje em sua fase de carga inicial conduzindo a valores inferiores obtidos pela expressão

quadrilinear. Por outro lado, a expressão quadrilinear se assemelha muito com a curva das lajes ensaiadas, descrevendo quase que corretamente o comportamento da laje, necessitando apenas de um pequeno ajuste proporcional. É possível verificar também que o critério de falha estabelecido por Muttoni está muito próximo dos resultados obtidos experimentalmente.

Muttoni (2008) afirma que por causa de ambas as placas serem geometricamente semelhantes e devido ao efeito de tamanho, a laje mais espessa tem uma capacidade de rotação mais baixa e falha de uma forma bastante frágil, apesar da sua baixa taxa de armação. Já a laje mais fina, apresentou um comportamento mais dúctil.

Isso fica mais claro ao observar a Figura 3.11. Ela apresenta curvas de carga-rotação para várias taxas de armadura, incluindo os critérios de falha para várias espessuras de lajes. Deve-se observar também que o valor de resistência à punção estabelecido pelo ACI 318-05, foi introduzindo no gráfico da figura 3.11 e que é fixo independentemente da rotação da laje.

A medida que a taxa de armação diminui para 0,5%, a laje apresenta um comportamento dúctil de maneira que a ruptura ocorre por cisalhamento após grandes deformações plásticas. Por outro lado, quando a taxa de armação fica próxima aos 2,0%, a laje falha após qualquer solicitação na armadura de flexão. Apesar do aumento da armadura de flexão aumentar a resistência à punção, ao mesmo tempo reduz a capacidade de deformação da laje.



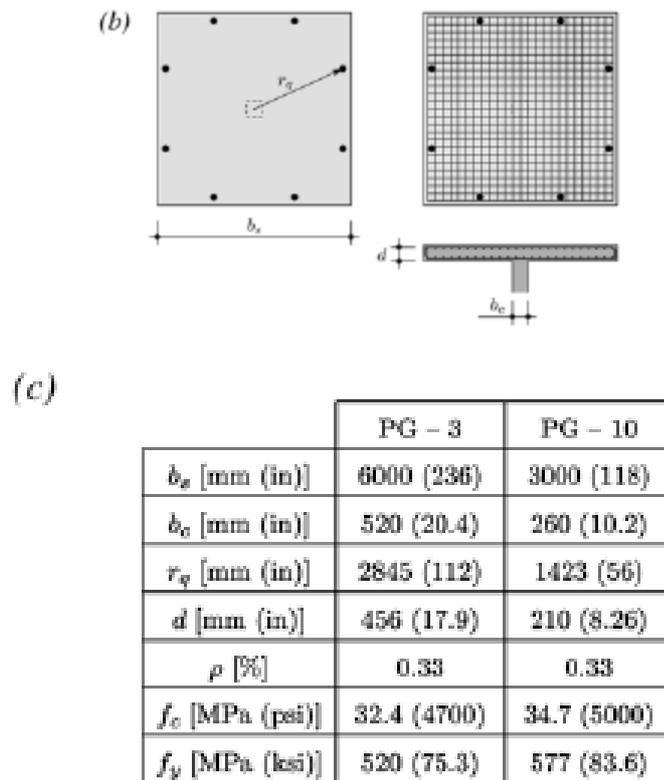


Figura 3. 10 -Curvas carga-rotação e critério de falha, comparação para testes PG-3 e PG-10 por Guandalini e Muttoni

(a) as curvas de carga-rotação analíticas e experimentais e critério de falha de acordo com a Eq. (3.3); (b) geometria dos corpos-de-prova; e (c) os parâmetros geométricos e mecânicos para cada corpo-de-prova.

Fonte: Muttoni, 2008

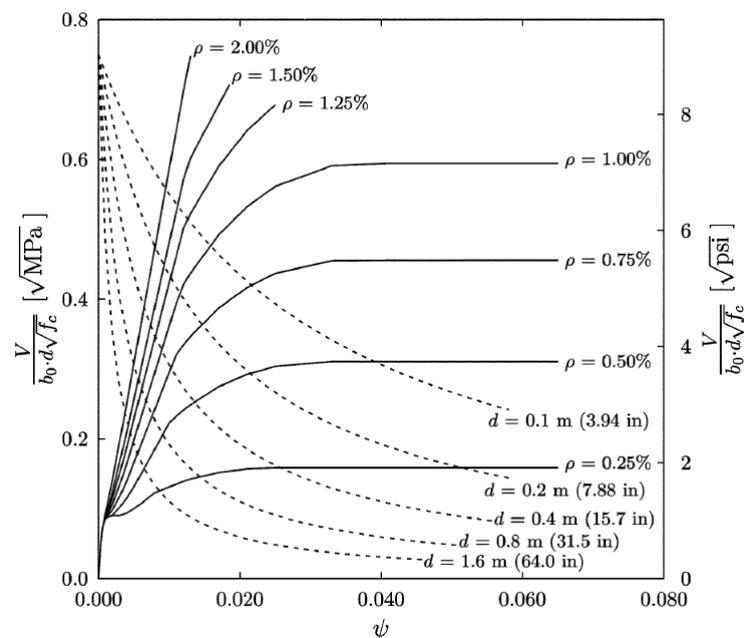


Figura 3. 11 – Curvas de carga x rotação e critérios de falha para várias taxas de armaduras e espessuras de lajes.

Fonte: Com base na figura a partir de Muttoni, 2008

É possível analisar que as lajes mais finas com as maiores taxas de armaduras falharam com pouca ductilidade, apresentado na maioria dos casos valores maiores do que os previstos pelo ACI. As equações propostas previram valores muito mais baixos que a equação do ACI para as lajes mais espessas com taxas de armaduras mais baixas, falhando de modo frágil, não atingindo a carga de ruptura à flexão teórica. A equação utilizada pelo ACI, ainda é baseada nos experimentos de Moe (1961) que não incluiu nenhum parâmetro para explicar o efeito da armadura longitudinal, no entanto, ela deriva de uma expressão analítica que o contém conforme explicado por Alexander e Hawkins (2005). Essa expressão demonstra que a resistência a punção é uma função da relação $\frac{V_R}{V_{flex}}$, onde V_R é resistência a punção para a carga correspondente a sua resistência a flexão V_{flex} .

A Figura 3.12 apresenta uma comparação entre a resistência à punção e o fator $\frac{V_R}{V_{flex}}$. Ensaio realizado por Moe (1961) e Elstner e Hognestad (1956) foram inclusos no gráfico além da Equação 3.7 representada pelas linhas contínuas. Com os dados daquela época, Moe concluiu que havia uma relação linear entre a resistência a punção e o fator $\frac{V_R}{V_{flex}}$. Muttoni (2008) afirma que nível de cisalhamento para que ocorra a ruptura ao cisalhamento diminui com o aumento da espessura da laje, entretanto, a inclinação mantém-se aproximadamente a mesma observada por Moe em placas finas. A expressão de resistência a punção do ACI foi inserida também no gráfico e para lajes mais espessas, ela superestima a resistência e isso não garante um comportamento dúctil. Fica claro que o efeito de tamanho é bem acentuado.

Outra observação importante é quanto a taxa de armadura de flexão. Se essa taxa tende a aumentar, isso faz com que aumente a resistência a punção, entretanto, diminui a rotação da laje no momento da ruptura e observa-se também que a relação $\frac{V_R}{V_{flex}}$ diminui também.

Muttoni (2008) afirma que em tais casos, a única maneira de assegurar um comportamento dúctil da laje é incluir armadura de cisalhamento.

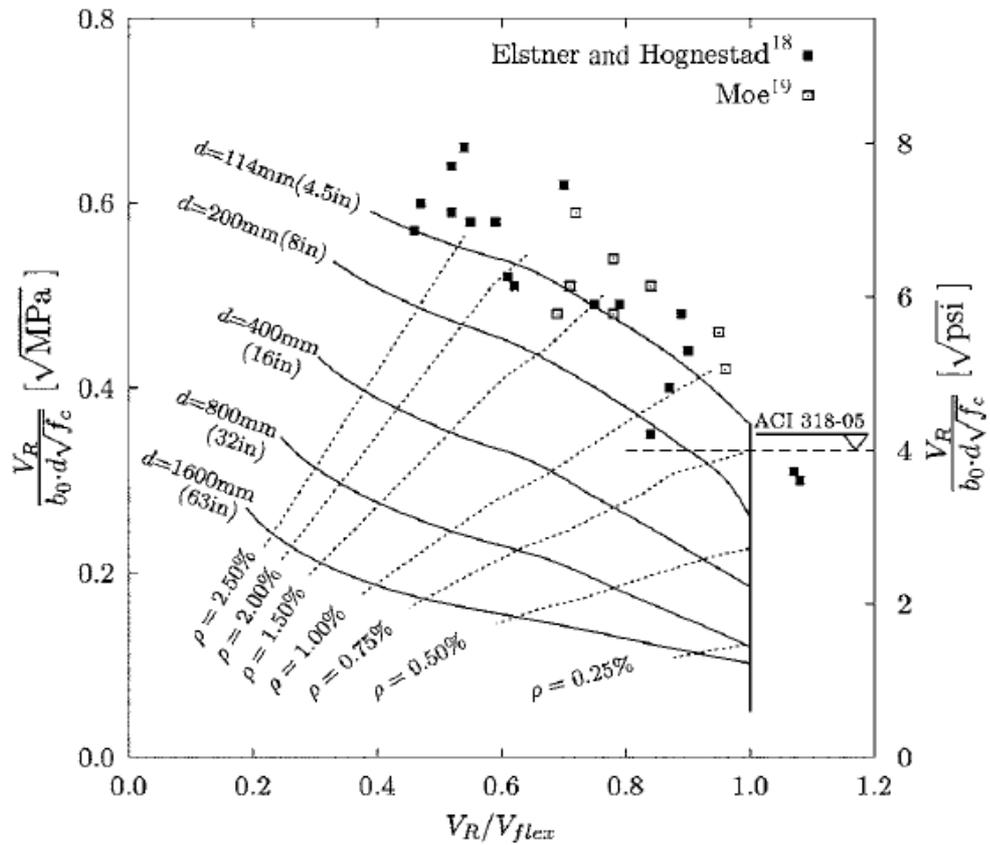


Figura 3. 12 – Resistência à punção função da relação V / V Flex para várias espessuras de lajes e taxas de armadura.

$r_c = 1.4d$, $r_s = 9.2d$, $r_q = 7.8d$, $f_c = 24 \text{ MPa}$ [3400 psi], e $f_y = 350 \text{ MPa}$ [50 ksi]; comparação com testes por Elstner e Hognestad e Moe ($d = 114 \text{ milímetros}$ [4,5 pol.], $b_c = 254 \text{ milímetros}$ [10 pol.], $B_s = 1.830 \text{ milímetros}$ [72 pol.], $R_q = 890 \text{ milímetros}$ [35], em. $f_c = 13\text{-}51 \text{ MPa}$ [1820-7180 psi], $f_y = 303\text{-}482 \text{ MPa}$ [43,1-68,6 Ksi], e $\rho = 0,5 \text{ a } 7\%$).

Fonte: Muttoni, 2008

3.3 Rotação da Laje

Até o momento, foram apresentadas formulações para se determinar a resistência de lajes à punção, entretanto, essas formulações dependem da rotação da laje e ainda não foi apresentado como se obteve expressões para o cálculo dessas rotações. Para isso foram utilizadas as simplificações para trabalhar com a relação momento-curvatura bilinear. Utilizando a Equação 3.7 e assumindo que a resistência à flexão (V_{flex}), é alcançada por um raio igual a 75% do raio do elemento de laje isolada. De maneira simplificada, a rotação ψ pode ser expressa através da Equação 3.8.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{V}{V_{flex}} \right)^{3/2} \quad (3.8)$$

Onde:

ψ é função da relação $\frac{V}{V_{flex}}$;

V_{flex} é a resistência da laje à flexão.

A expressão de ψ só pode ser descrita após ser estabelecida uma relação carga-rotação da laje. O desenvolvimento dessa expressão é apresentado no artigo publicado por Muttoni em 2008.

A Figura 3.13 mostra novamente os ensaios de Kinnunen e Nylander (1960) além das curvas momento-curvatura tanto quadrilinear quanto bilinear. A diferença é que o eixo da abscissa agora é a rotação. As linhas contínuas representam a relação quadrilinear e as pontilhadas a relação bilinear. Mais uma vez pode-se observar que as equações descrevem corretamente o comportamento da laje, fornecendo alguns valores minimamente conservadores. Observa-se também que o critério de ruptura está condizente com os ensaios realizados.

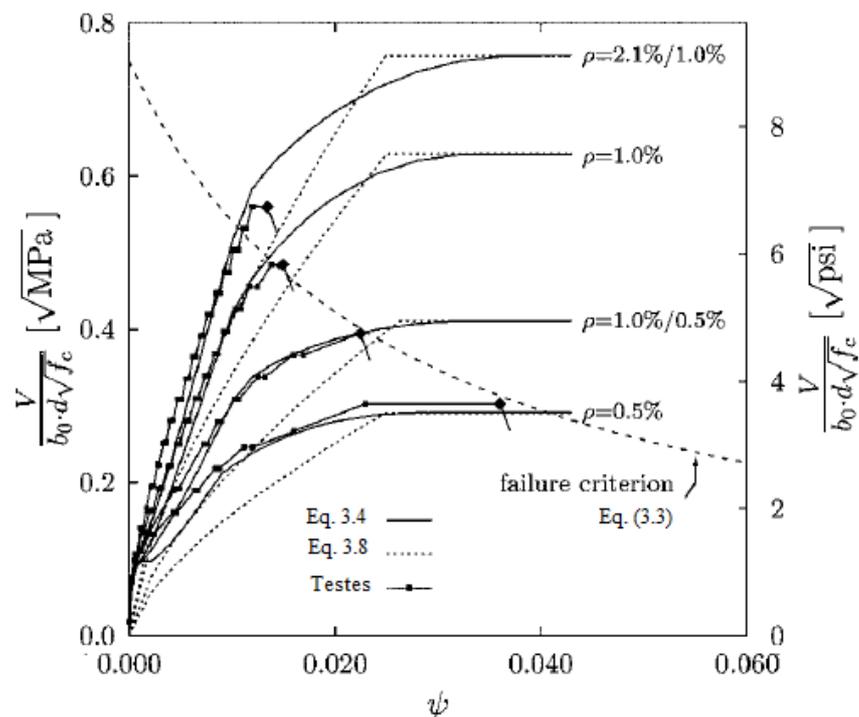


Figura 3. 13 - Gráficos de curvas carga-rotação dos testes realizados por Kinnunen e Nylander (1960)

Ver Fig. 3.10 para os parâmetros geométricos e mecânicos e comparação com as expressões analíticas da Eq. (3.4) e (3.5).

Fonte: Muttoni, 2008

A Figura 3.14 mostra 4 gráficos, todos com o eixo das abcissas sendo uma relação entre a resistência a flexão ensaiada e a resistência teórica calculada, $\frac{V_{R,test}}{V_{flex}}$, e o eixo das ordenadas sendo a relação entre resistência a punção ensaiada e a resistência teórica calculada, $\frac{V_{R,test}}{V_{R,th}}$.

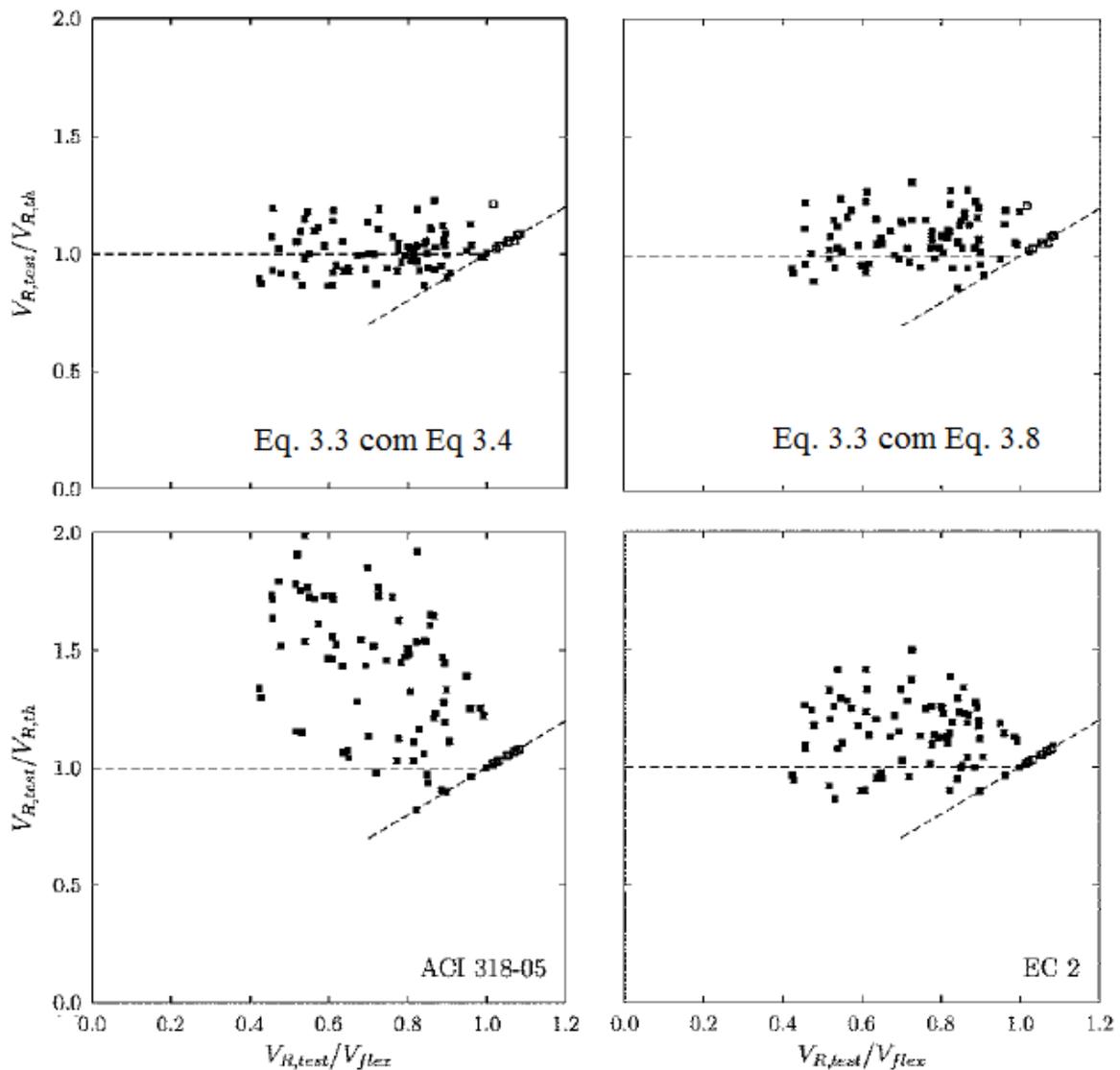


Figura 3.14- Comparação de várias formulações de ACI 318-05, Eurocode 2, e combinação das Eq. (3.3) e (3.4) e das Eq. (3.3) e (3.8) com os resultados do teste mostrado na Figura 3.6.

Fonte: Muttoni, 2008

As linhas pontilhadas inclinadas são os resultados das equações teóricas. Observa-se que os resultados para todas as equações foram satisfatórios, entretanto, o ACI 318-05 mostra-se muito conservador em relação ao EUROCODE 2, por seus resultados estarem muito afastados da linha pontilhada. Muttoni comenta que testes em que a ruptura ocorreu depois de atingir a resistência a flexão da laje também foram incluídos e é por isso que uma série de resultados estão aglomerados na linha teórica de resistência.

A Equação 3.3 com a Equação 3.8 representa uma relação bilinear de carga-rotação, tendo seus resultados um pouco afastados da linha teórica de cálculo do que a relação quadrilinear que é o gráfico da Equação 3.3 com a Equação 3.4. Isso fica evidente, pois, nos resultados, foram incluídos ensaios com laje pequena ou com espessuras moderadas.

3.4 Efeito de tamanho

Em seu trabalho, Muttoni (2008) afirma que o fator para a redução da força para o efeito de tamanho não é uma função da espessura da placa, mas sim da sua extensão. Neste caso, essa extensão é representada pelo raio (r_s) da laje na Equação 3.8. Ele percebeu que introduzindo a equação de rotação (ψ) na Equação 3.3 o valor de d será anulado. Caso não tenha sido percebido, o efeito de tamanho foi introduzido no momento em que a rotação (ψ) da laje foi multiplicada por d na Equação 3.2.

3.5 Fórmula para Projetos

Para fins práticos de projeto, Muttoni (2003) propõe uma nova equação assumindo que $r_s = 0,22 \cdot L$, onde L é a extensão da laje entre eixo dos pilares e que $V_{flex} = 8 \cdot M_{Rd}$, onde M_{Rd} é a capacidade resistente à flexão da laje, ao redor da coluna, reduzida pelo fator de segurança. Logo, a equação apresentada foi a Equação 3.9.

$$\psi = 0,33 \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{f_y}{E_s} \cdot \left(\frac{V_d}{8 \cdot M_{Rd}} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (3.9)$$

Onde:

V_d é a força de cisalhamento fatorada.

Essa equação foi elaborada para a situação de um pilar interno. Caso a situação seja de um pilar de borda a constante 8 deve ser alterada para 4 e se for de canto deve ser alterada para 2.

3.6 Comparação de equações com resultados obtidos experimentalmente

Na Figura 3.15, são apresentados 6 gráficos onde Muttoni comparou os resultados obtidos na literatura com o método refinado, o ACI e o EUROCODE – 2.

Na Figura 3.15 (a) observa-se que a medida em que se aumenta a taxa de armadura de flexão a resistência aumenta. Pouco antes de alcançar a taxa de 1% todos os métodos, exceto o ACI 318-05 que se mantém fixo para qualquer taxa, tendem a uma curva de estabilidade.

Na Figura 3.15 (b) pode ser observado que todos os métodos aplicados corroboram com a ideia do efeito de tamanho da coluna em relação a espessura da laje, apesar do ACI considerar isso para grandes valores da relação $\frac{b_0}{d}$.

Na Figura 3.15 (c) fica evidente que a medida em que se aumenta a altura útil da laje, no caso para lajes muito grossas, a resistência à punção diminui. O ACI não leva esse efeito em consideração.

Na Figura 3.15 (d) todos os métodos convergem para mesma ideia. Entretanto, o ACI permanece com sua resistência constante até a faixa entre 60 a 80 MPa. Deve-se levar em consideração que são resistências bastante elevadas.

Na Figura 3.15 (e) percebe-se que o EUROCODE e o ACI apresentam resultados parecidos. As formulações de Muttoni levam em consideração o aumento do limite de plasticidade do aço, apesar dele reconhecer que as pesquisas nesse sentido têm sido limitadas.

Na Figura 3.15 (f) o ACI e o EUROCODE não levam em consideração a relação $\frac{r_s}{d}$ (comprimento pela altura da laje), enquanto que nas formulações propostas por Muttoni esta relação é considerada. Muttoni propõe que mais pesquisas devam ser realizadas pois, para espessuras muito finas das lajes a resistência é menor do que o esperado.

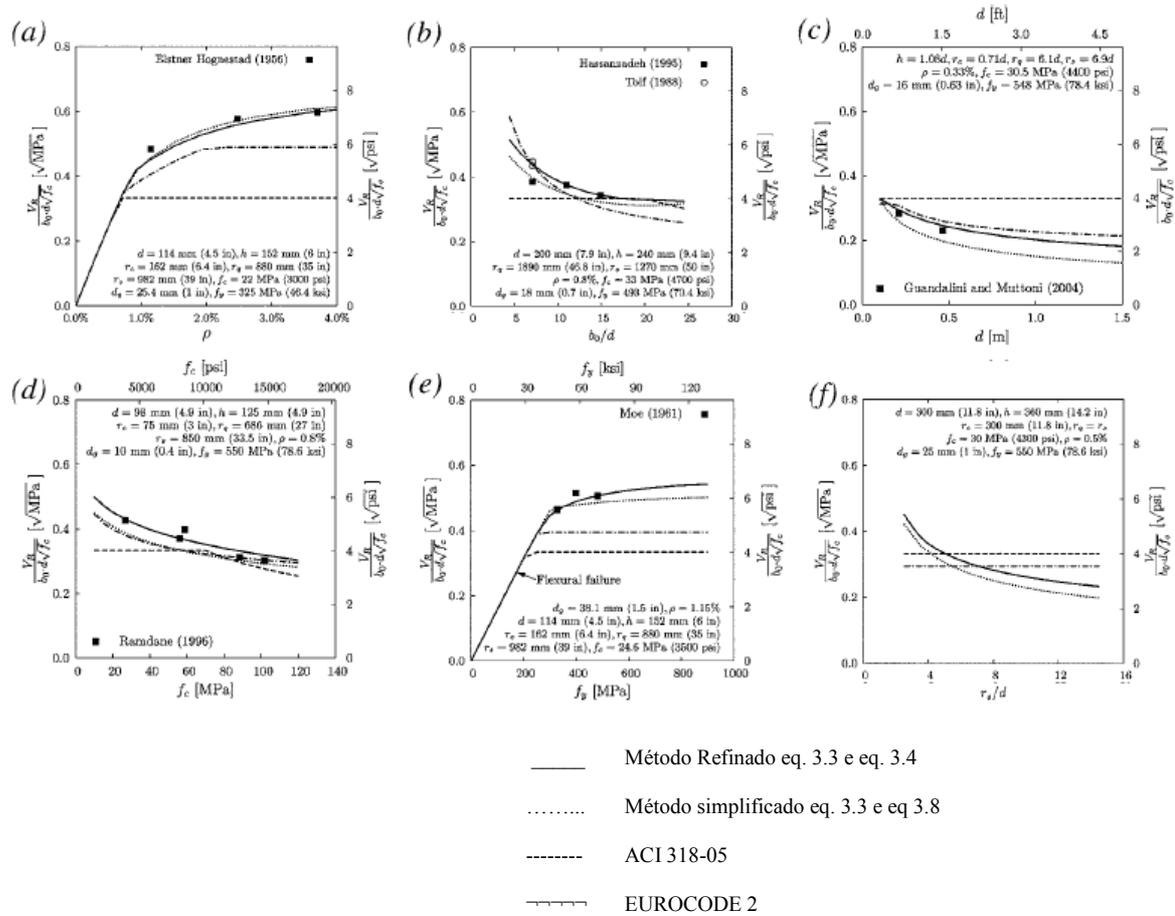


Figura 3.15-Comparação da resistência à punção de acordo com a ACI 318-05, Eurocode 2, e o método refinado (Eq. (3.3) e (3.4)) e simplificado (Eq. (3.3) e (3.8)) propostos por Muttoni.

Resultados de testes que mostram a influência de: (a) taxa de armadura (testes por Elstner e Hognestad); (b) perímetro de cisalhamento (testes por Hassanzadeh e Tolf); (c) profundidade efetiva de laje (testes por Guandalini e Muttoni); (d) resistência do concreto (testes por Ramdane); (e) resistência a deformação do aço (testes por Moe); e (f) esbeltez da laje.

Fonte: Muttoni 2008.

4. PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Esse trabalho apresenta 3 métodos de verificação segundo as normas: NBR 6118/2014, ACI 318/2014 e o FIB 2010.

4.1 ACI 318/2014

Essa norma utiliza também o critério dos contornos críticos, entretanto, a determinação das resistências difere da NBR 6118/2014.

O dimensionamento à punção deve atender ao capítulo 8 da referida norma, o qual trata das lajes bidimensionais, ao capítulo 15 que trata das conexões entre peças de concreto e também ao subcapítulo 22.6 que trata exclusivamente da punção em lajes bidimensionais, mais precisamente sobre forças de cisalhamento bidimensionais.

Apesar do subcapítulo 22.6 tratar exclusivamente sobre forças de cisalhamento bidimensionais, o mesmo não define pontos que também são inerentes ao assunto abordado, como os limites de dimensionamento de capiteis, espessura de laje mínima, parcela de momento fletor influenciante na força vertical, tratando do assunto nos capítulos 8 e 15.

O item 8.3.1.1 define que as lajes sem capitel devem ter no mínimo 5 polegadas e com capitel 4 polegadas. Esse mesmo item apresenta uma tabela determinando a espessura mínima da laje de acordo com o vão entre apoios e também com a resistência do concreto, que aqui é apresentado na Tabela 1.

Fy, psi ²	Sem Drop Panel			Com Drop Panel		
	Fora do Drop Panel		Interno ao Drop Panel	Fora do Drop Panel		Interno ao Drop Panel
	Sem vigas de borda	Com vigas de borda		Sem vigas de borda	Com vigas de borda	
40	Ln/33	Ln/36	Ln/36	Ln/36	Ln/40	Ln/40
60	Ln/30	Ln/33	Ln/33	Ln/33	Ln/36	Ln/36
75	Ln/28	Ln/31	Ln/31	Ln/31	Ln/34	Ln/34

Tabela 4. 1 – Altura mínima da laje de acordo com o fck, com a presença ou não de capitel, com a presença ou não de vigas de borda e também com relação a localização interna ou externa ao capitel.

Fonte: ACI318/2014.

Neste caso L_n é o vão livre entre pilares e 1 psi equivale a 0,006894759 Mpa.

O item 22.6.1.2 determina que a resistência à punção sem armadura de cisalhamento pode ser apresentada de acordo com a Equação 4.1.

$$v_n = v_c \quad (4.1)$$

Onde:

v_c é determinado de acordo com 22.6.5.2 quando não armado e deve ser o menor valor entre as Equações 4.2, 4.3 e 4.4.

$$4 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d \quad (4.2)$$

$$\left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d \quad (4.3)$$

$$\left(2 + \frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}\right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d \quad (4.4)$$

Onde:

λ é calculado de acordo com 19.2.4 que para o caso desse trabalho será 1;

f_c' é a resistência do concreto definida em 22.6.3.1 onde seu valor máximo é 10.000 psi;

d é a altura útil da laje;

β é a razão entre o maior lado do pilar e o menor lado;

α_s é de 40 para colunas interiores, 30 para colunas de ponta, e de 20 para as colunas de canto;

b_0 é o contorno crítico situado a uma distância $d/2$ do pilar conforme 22.6.4 e Figura 4.1 até para o caso da laje com armadura.

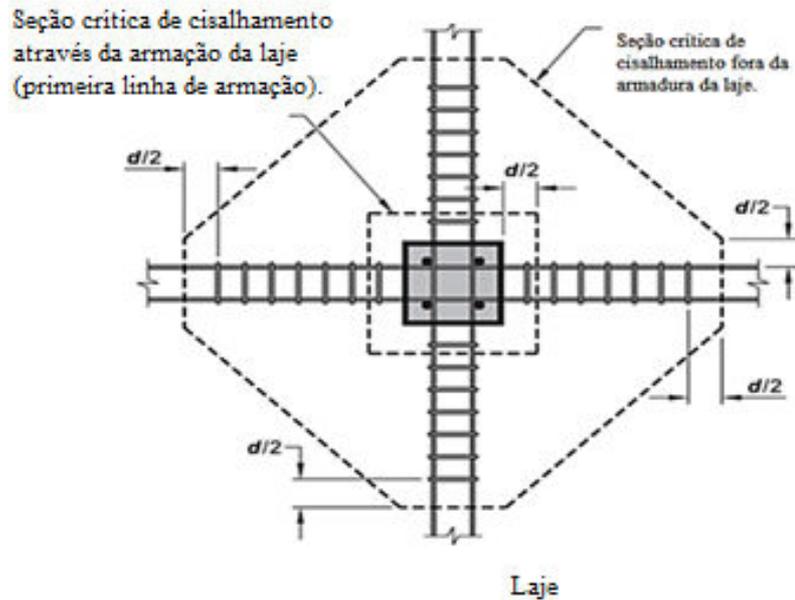


Figura 4.1 - Definição do perímetro crítico com armadura de cisalhamento.
 Fonte: Adaptada Wight e Macgregor, 2012, pg. 707.

Para o caso de haver abertura em lajes, deve-se seguir o item 22.6.4.3 que considera que, se uma abertura está localizada dentro de uma faixa de coluna ou mais perto do que $10h$ a partir de uma carga concentrada ou zona de reação, uma porção de b_0 delimitada por linhas retas que se projetam a partir do centro da coluna, cargas concentradas ou área de reação tangente aos limites da abertura devem ser consideradas ineficazes.

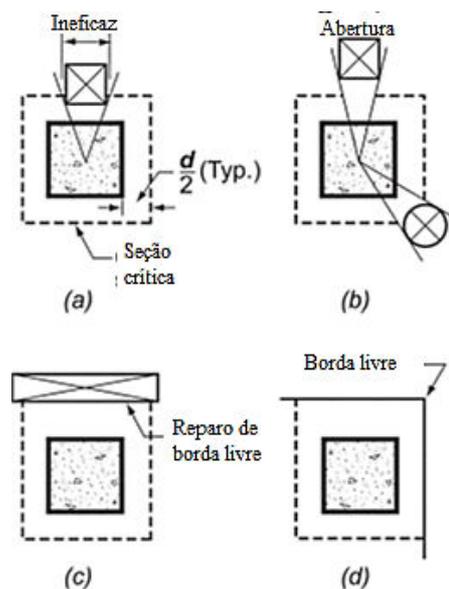


Figura 4.2 - Efeitos das aberturas e bordas no perímetro crítico.
 Fonte: WIGHT e MACGREGOR, 2012, pg 699

Quando houver a necessidade de armadura de cisalhamento, o item 22.6.1.3 determina que a resistência a punção será: $v_n = v_c + v_s$, com v_c limitado em $2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot (b_0 \cdot d)$ conforme o item 22.6.6.1

O item 22.6.6.2 determina que v_n deve ser no máximo $\phi \cdot 6 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot (b_0 \cdot d)$ para o caso de estribos, os quais são o tipo de armadura utilizada nesse trabalho. Isso faz com que v_s seja no máximo $4 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot (b_0 \cdot d)$ isso por que ϕ é um fator redutor de valor 0,75 conforme o item 19.2.4.

O item 22.6.7.1 determina que a altura útil da laje d deve ser no mínimo 6 polegadas e quando a laje for armada deve ser pelo menos $16 \cdot d_b$ onde d_b é o diâmetro do estribo.

Em 22.6.7.2 é determinada a resistência da armadura que pode ser calculada através da Equação 4.5.

$$v_s = \frac{A_v \cdot f_{yt}}{b_0 \cdot s} \quad (4.5)$$

Onde:

A_v é a soma das áreas de todas as pernas dos estribos;

f_{yt} é a tensão de escoamento do aço que é limitado em 60.000 psi conforme os itens 22.6.3.2 e 20.2.2.4;

b_0 é o perímetro crítico; e

s é o espaçamento das linhas periféricas da armadura transversal na direção perpendicular à face do pilar.

O modo de calcular a resistência de uma laje à punção com capitel deve ser feito da mesma forma da ligação laje-pilar, com duas ressalvas: para a laje-capitel, as dimensões do pilar serão representadas pelas dimensões do capitel e na ligação pilar-capitel a altura útil da laje deverá ser substituída pela altura útil do capitel.

A norma brasileira trata os capiteis em capitel longo, médio e curto podendo ou não ser inclinado. O ACI determina 3 tipos de capiteis: o *Drop Panel*, o *Shear Cap* e o *Column Capital*. O *Column Capital* para o ACI é o capitel inclinado.

O *Drop Panel* para comparação (Figura 4.3), se enquadra no caso de capitel longo para a norma brasileira. O ACI determina que o comprimento da face do pilar até sua borda não deve ser menor do que $1/6$ (um sexto) do vão. Sua espessura não pode ser menor do que $h/4$ onde h é a espessura da laje. Essa exigência é feita por se entender que as tensões de compressão não iriam fluir para baixo tornando-se o restante da altura ineficaz.

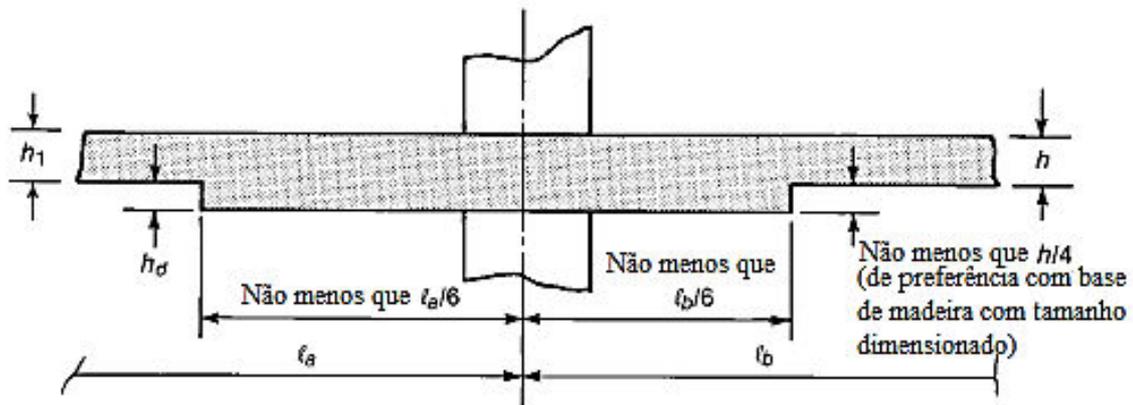


Figura 4.3 - Drop Panels.

Fonte: Adaptada Wight e Macgregor, 2012, pg 731

O column capital nada mais é do que um capitel inclinado, entretanto, o seu apoio efetivo compreende a distância entre duas linhas inclinadas a no máximo 45° partindo do centro do pilar e tangenciando o encontro do pilar com o capitel caso suas inclinações sejam maior que 45° (Figura 4.4). A altura útil do capitel a $d/2$ da face do pilar, também é limitada por essas linhas a 45° , saindo do topo do capitel até encontrar a referida linha.

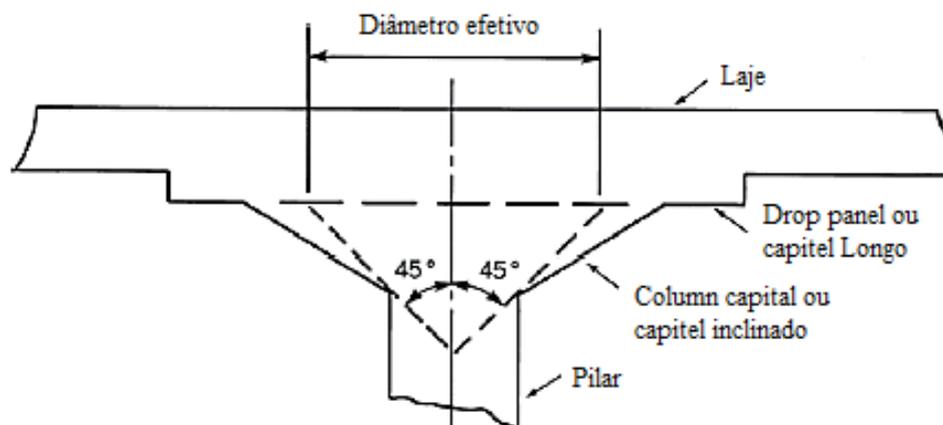


Figura 4.4 - Column Capital.

Fonte: Adaptada Wight e Macgregor, 2012.

O *Shear Cap* (Figura 4.5) ou pela norma brasileira, capitel curto, não necessariamente atende as definições que regem o drop panel. Entretanto, recomenda-se que a projeção horizontal seja no mínimo igual a projeção vertical. A projeção horizontal irá se estender o suficiente para que tanto a laje quanto o capitel resistam à punção.

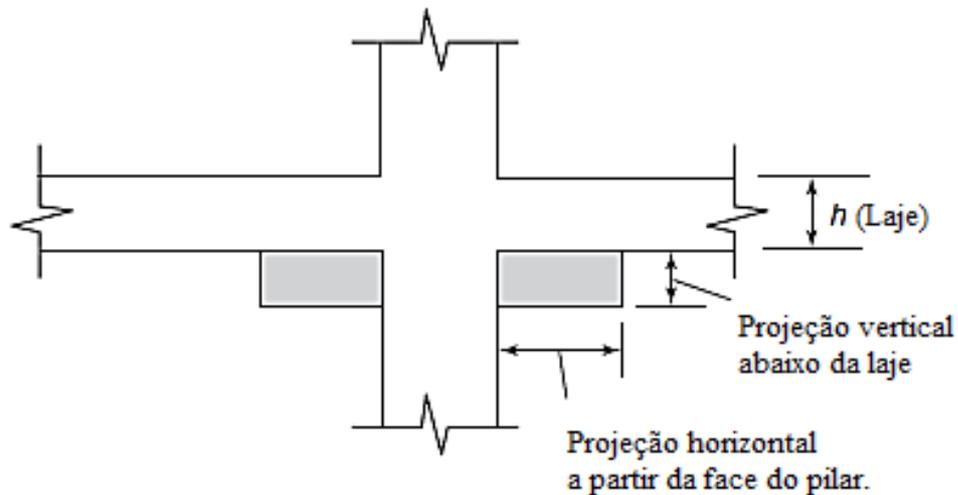


Figura 4.5 - *Shear Cap*.
Fonte: Adaptada Wight e Macgregor, 2012.

4.2 NBR 6118/2014

A NBR 6118/2014 utiliza o método das superfícies de controle em seu dimensionamento. Esse método consiste em determinar contornos críticos ou perímetros críticos, determinando-se uma tensão resistente e comparando-a com uma tensão solicitante atuante nesse mesmo perímetro.

4.2.1 Determinação do perímetro crítico

De acordo com o item 19.5.1 a NBR trabalha com 3 perímetros críticos (Figura 4.6):

- C - é o próprio contorno do pilar;
- C' - é o contorno a $2d$ de distância do pilar (d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' conforme 19.5.2.1);
- C'' - para os casos em que se utilize armadura de punção (19.5.3.4), é o contorno a $2d$ de distância da última linha de armação onde d é a altura útil da laje em todo o contorno C''.

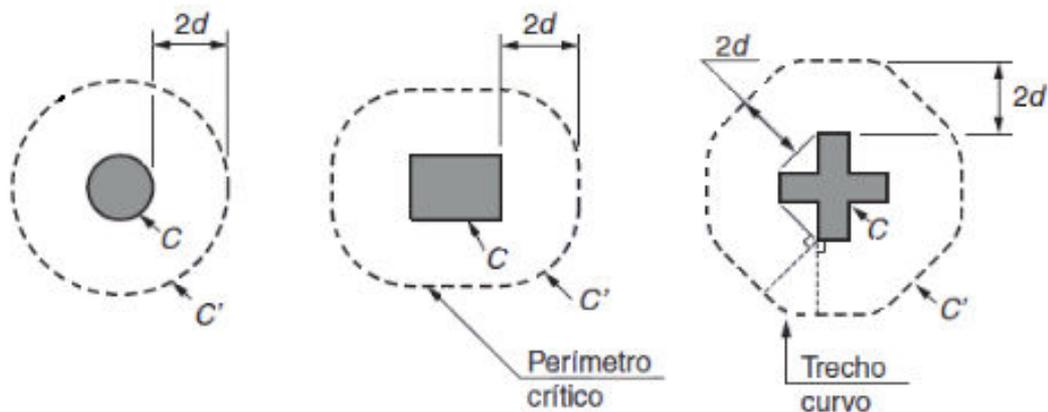


Figura 4. 6 - Perímetro crítico em pilares internos.

Fonte: NBR 6118/2014.

Para o caso em que se utilize capitel deve-se obedecer às exigências do item 19.5.2.5 onde a NBR divide em 3 tipos de capiteis: Curto, intermediário e longo.

O capitel curto se caracteriza por $l_c \leq 2 \cdot (d_c - d)$. Com isso basta verificar o contorno C_2' conforme a figura 4.7.

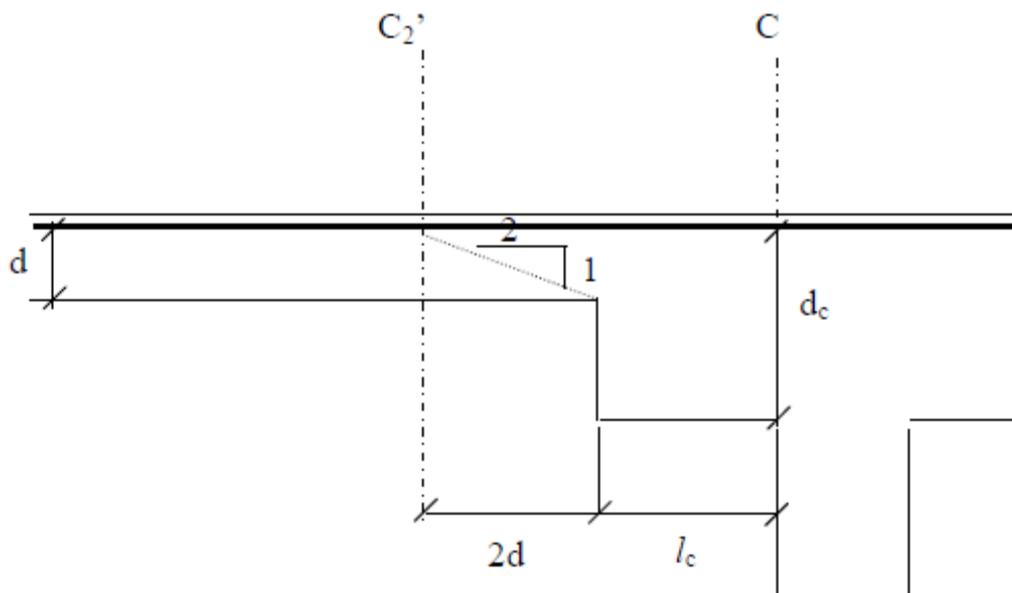


Figura 4. 7 - Disposições geométricas do capitel curto .

Fonte: LONGO, 2012

O capitel intermediário se caracteriza por $2 \cdot (d_c - d) < l_c \leq 2 \cdot d_c$, logo basta verificar o contorno C_1' .

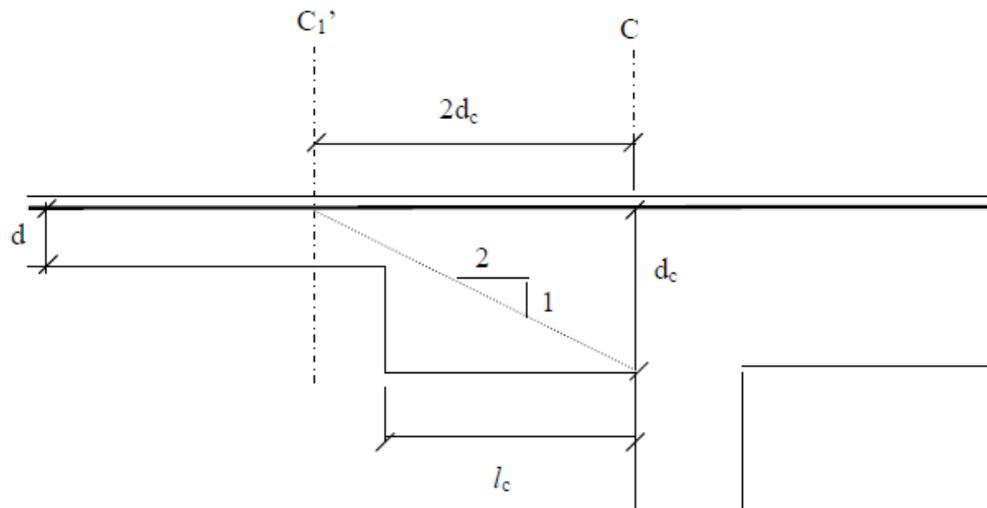


Figura 4. 8 - Disposições geométricas do capitel intermediário

Fonte: LONGO, 2012

Por fim, o capitel longo se caracteriza por $l_c > 2 \cdot d_c$ e então é necessário verificar os contornos $C1'$ e $C2'$.

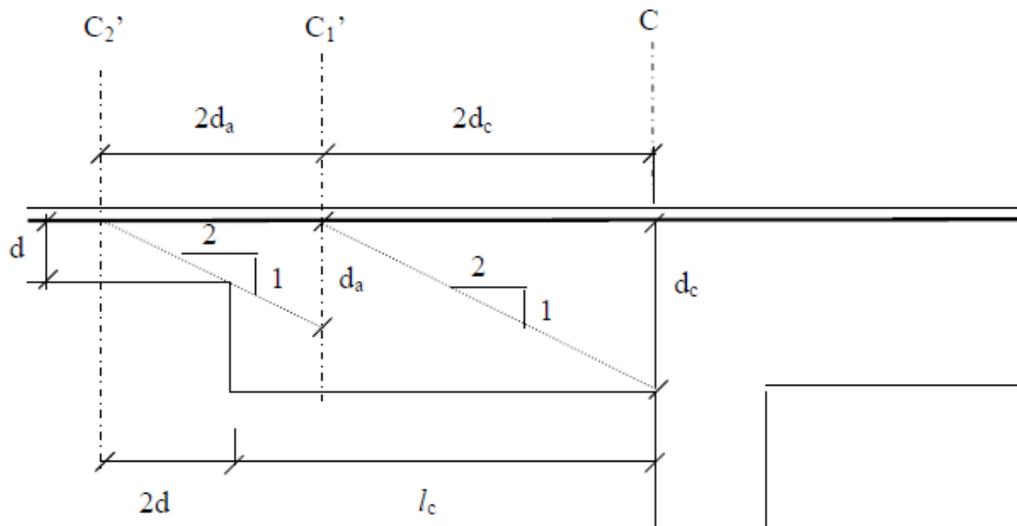


Figura 4. 9 – Disposições geométricas do capitel longo

Fonte: LONGO, 2012

Em todos os casos d é a altura útil da laje no contorno $C2'$, d_c é a altura útil da laje na face do pilar, d_a é a altura útil da laje no contorno $C1'$ e l_c é a distância entre a borda do capitel e a face do pilar.

A altura d_a pode ser definida através da Equação 4.6.

$$d_a = \frac{l_c + 2 \cdot d - 2 \cdot d_c}{2} \quad (4.6)$$

A NBR não deixa claro, mas os contornos $C'1$ e $C'2$ são contornos para os casos sem armadura de punção. Esses são contornos do tipo C' . Caso se utilize armadura de punção devem ser realizadas verificações citadas anteriormente. Nesse caso o comprimento horizontal do capitel irá aumentar e para a laje o capitel deve ser tratado com um pilar.

Independente da geometria utilizada, a disposição das armaduras deve ser atendida conforme o item 19.5.3.4 onde pode ser observado na Figura 4.10.

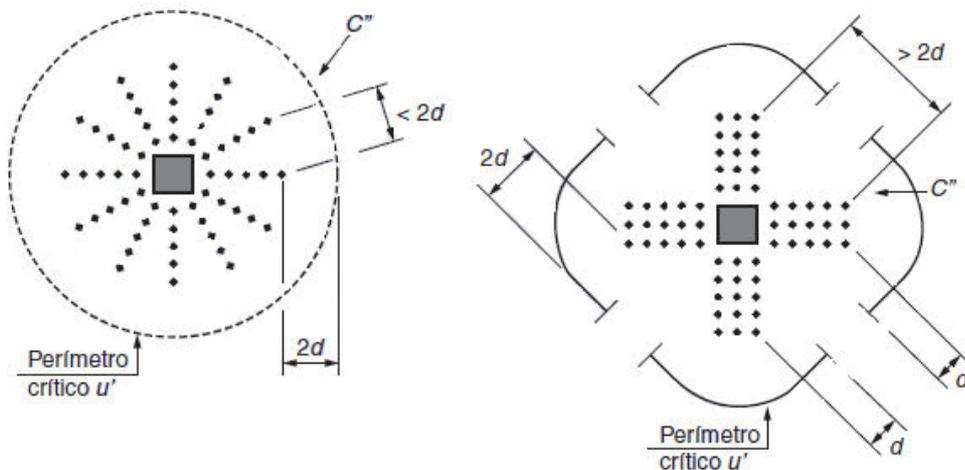


Figura 4.10 - Disposição da armadura de punção em planta.

Fonte: NBR 6118/2014

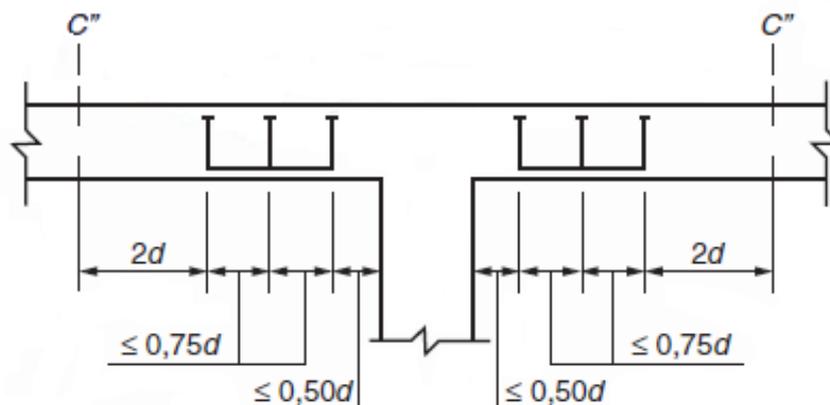


Figura 4.11 - Disposição da armadura de punção em corte

Fonte: NBR 6118/2014

Ainda deve-se considerar as aberturas nas lajes próximas aos pilares de acordo com o item 19.6 que estabelece que se na laje existir abertura situada a menos de $8d$ do contorno C , não pode ser considerado o trecho do contorno crítico C' entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangenciam o contorno da abertura.

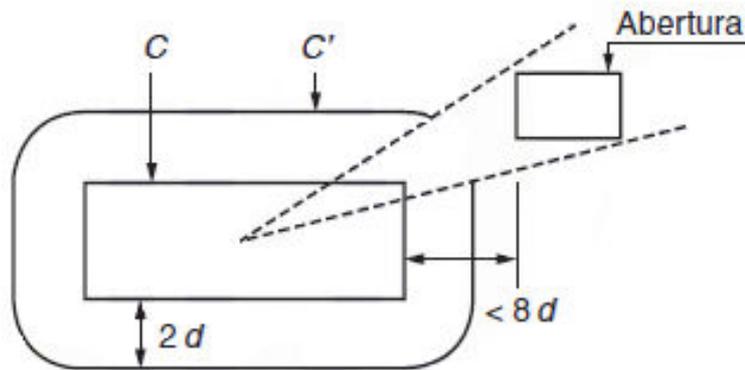


Figura 4.12 - Perímetro crítico junto a abertura na laje.
Fonte: NBR 6118/2014

4.2.2 Determinação das tensões resistentes e solicitantes

Primeiramente deve ser feita a verificação no contorno C , com ou sem armadura de punção. A verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto com a tensão solicitante de acordo com o item 19.5.3.1 é dada pela Equação 4.7.

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (4.7)$$

Onde

$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250)$, com f_{ck} em megapascal;

τ_{Sd} é calculado conforme 19.5.2.1, com u_0 (perímetro do contorno C) em lugar de u .

O item 19.5.3.1 ainda determina que o valor de τ_{Rd2} pode ser ampliado de 20% por efeito de estado múltiplo de tensões junto a um pilar interno, quando os vãos que chegam a esse pilar não diferem mais de 50% e não existem aberturas junto ao pilar. τ_{Sd} é determinado pelos itens 19.5.2.1 e 19.5.2.2. Quando não há transferência de momento fletor para a força vertical são utilizados os critérios do item 19.5.2.1 (Equação 4.8) que determina que:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (4.8)$$

Sendo d determinado de acordo com a Equação 4.9:

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (4.9)$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C' , externo ao contorno, C da área de aplicação da força e deste distante $2d$ no plano da laje;

d_x e d_y são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

u é o perímetro do contorno crítico C' ;

$u \cdot d$ é a área da superfície crítica;

F_{sd} é a força ou a reação concentrada de cálculo.

A referida norma afirma ainda que a força de punção F_{sd} pode ser reduzida da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do contorno considerado na verificação, C ou C' .

Quando há transferência de momento fletor para a força vertical deve-se atender ao item 19.5.2.2 que fornece a Equação 4.10.

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad (4.10)$$

Onde:

K é o coeficiente que fornece a parcela de M_{sd} , transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação C_1/C_2 . O coeficiente K assume os valores indicados na Tabela 2, extraída da NBR 6118/2014.

C_1/C_2	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

Onde: C_1 é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

C_2 é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força.

Tabela 4. 2- Valores do coeficiente K.

Fonte: NBR 6118/2014

Para pilares circulares internos, deve ser adotado o valor $K = 0,6$. Os valores de W_p devem ser calculados pelas Equações 4.11 e 4.12 a seguir:

a) Para um pilar retangular:

$$W_p = \frac{C_1^2}{2} + C_1 \cdot C_2 + 4 \cdot C_2 \cdot d + 16 \cdot d^2 + 2 \cdot \rho \cdot d \cdot C_1 \quad (4.11)$$

b) Para um pilar circular:

$$W_p = (D + 4 \cdot d)^2 \quad (4.12)$$

Onde:

D é o diâmetro do pilar.

A segunda verificação deve ser do contorno C' . Verifica-se a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal do concreto e é determinada pelo item 19.5.3.2 que define a Equação 4.13 para o caso sem armadura de punção.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot (1 + \sqrt{20/d}) \cdot (100 \cdot \rho \cdot fck)^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} \quad (4.13)$$

Sendo ρ calculado de acordo com a Equação 4.14 e d de acordo com a Equação 4.15.

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (4.14)$$

$$d = \frac{d_x + d_y}{2} \quad (4.15)$$

Onde:

d é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico C da área de aplicação da força, em centímetros;

ρ é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

ρ_x e ρ_y são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais assim calculadas:

- na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de $3d$ para cada um dos lados;
- no caso de proximidade da borda, prevalece a distância até a borda, quando menor que $3d$.

σ_{cp} – tensão inicial no concreto ao nível do baricentro da armadura de protensão, devida à protensão simultânea de n cabos. Esse trabalho não abordará protensão, por isso esse valor deverá ser tomado como 0.

Essa verificação deve ser feita no contorno crítico C' ou em C1' e C2', no caso de existir capitel.

Após verificar que no contorno C' será utilizada armadura de punção, deve-se utilizar a Equação 4.16 do item 19.5.3.3

$$\tau_{Sd} \leq \tau_{Rd3} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot fck)^{1/3} + 0,10 \cdot \sigma_{cp} + 1,5 \frac{d}{s_r} \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d} \quad (4.16)$$

Onde:

s_r é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que $0,75d$;

A_{sw} é a área da armadura de punção em um contorno completo paralelo a C';

α é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

u é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto.

f_{ywd} é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA-50 ou CA-60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados conforme estabelece 19.4.2.

O item 19.5.3.3 ainda determina que essa armadura deve ser preferencialmente constituída por três ou mais linhas de conectores tipo pino com extremidades alargadas, dispostas radialmente a partir do perímetro do pilar. Cada uma dessas extremidades deve estar ancorada fora do plano da armadura de flexão correspondente.

A última verificação deve ser o contorno C'' onde só deve ser verificada quando houver armadura transversal. A NBR comenta que a armadura de punção deve ser estendida em contornos paralelos a C' até que, em um contorno C'' afastado $2d$ do último contorno de armadura (ver Figuras 4.10 e 4.11), não seja mais necessária armadura, isto é, $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$ (conforme item 19.5.3.2). Para o caso onde há armadura de cisalhamento no capitel, essas verificações também devem ser atendidas.

O item 19.5.3.5 exige uma armadura de punção obrigatória. Ela comenta que no caso de a estabilidade global da estrutura depender da resistência da laje à punção, deve ser prevista armadura de punção, mesmo que τ_{sd} seja menor que τ_{Rd1} . Essa armadura deve equilibrar um mínimo de 50% de F_{sd} .

Por fim, a última verificação para punção que deve ser realizada é a armadura contra o colapso progressivo conforme o item 19.5.4 onde afirma-se que para garantir a ductilidade local e a consequente proteção contra o colapso progressivo, a armadura de flexão inferior que atravessa o contorno C deve estar suficientemente ancorada além do contorno C' ou C'' conforme a figura 4.13, e deve ser tal que:

$$f_{yd} \cdot A_{s,ccp} \geq 1,5F_{sd} \quad (4.17)$$

Onde:

$A_{s,ccp}$ é o somatório de todas as áreas das barras inferiores que cruzam cada uma das faces do pilar;

F_{sd} pode ser calculado com γ_f igual a 1,2.

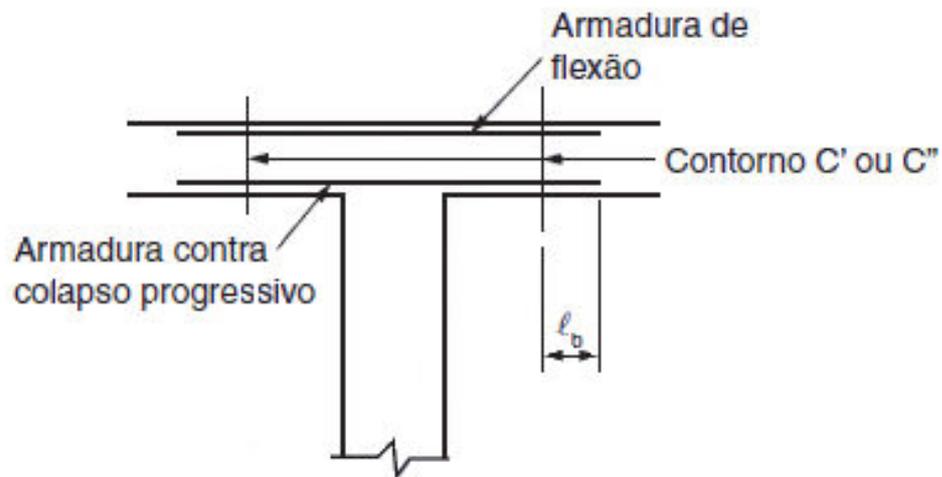


Figura 4.13 - Armadura contra colapso progressivo.
Fonte: NBR6118/2014

4.3 FIB MODEL CODE 2010

O FIB ainda não é uma norma, é um modelo de código que está se encaminhando para tal. Por isso alguns pontos ainda não estão definidos, inclusive para o dimensionamento à punção e quanto aos procedimentos em relação ao uso de capitéis.

O dimensionamento à punção é baseado na teoria da fissura crítica de cisalhamento. Para lajes submetidas à punção o dimensionamento é determinado pela resistência à punção do concreto mais a resistência de armadura quando da sua introdução. Essa equação é determinada no item 7.3.5.3 e descrita conforme a Equação 4.18.

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed} \quad (4.18)$$

Onde:

V_{Rd} é a resistência de cálculo à punção;

$V_{Rd,c}$ é a parcela resistente fornecida pelo concreto;

$V_{Rd,s}$ é parcela resistente fornecida pela armadura de cisalhamento; e

V_{Ed} é carga solicitante.

A parcela resistente fornecida pelo concreto é determina ainda no item 7.3.5.3 do FIB, através da Equação 4.19.

$$V_{Rd,c} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (4.19)$$

Onde:

f_{ck} é a resistência do concreto;

k_{ψ} é um parâmetro dependente da rotação da laje;

b_0 é o perímetro crítico;

d_v é a altura efetiva da laje considerando a penetração do apoio; e

γ_c é o coeficiente de segurança.

É importante esclarecer que d_v é diferente de d que é a altura útil da laje para cálculo a flexão (FIB, item 7.3.5.2). As figuras 4.14 e 4.15 representam essa diferença. A Figura 4.24 apresenta d_v quando há armadura de punção.

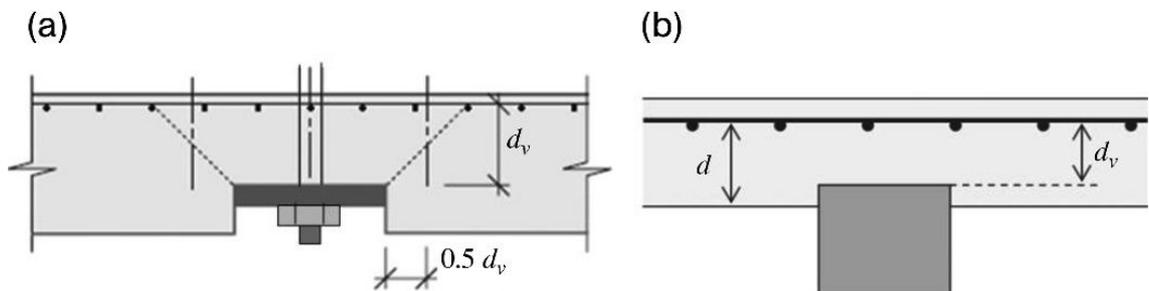


Figura 4.14 – Diferença entre altura efetiva para punção (d_v) e altura útil para flexão.

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

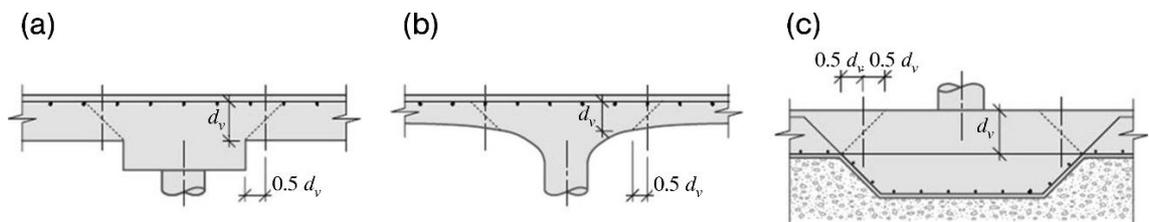


Figura 4.15 - Altura efetiva quando da introdução de capitéis

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

A Figura 4.16 mostra como é determinado o perímetro crítico a depender da geometria do pilar (FIB, item 7.3.5.2). O perímetro crítico é limitado pela face do pilar a no máximo $3 \cdot d_v$, conforme pode-se observar através da Figura 4.17.

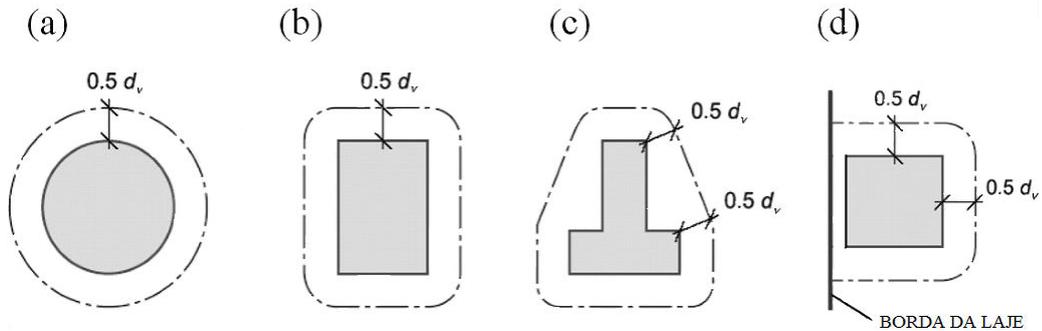


Figura 4.16 - Definição do perímetro crítico
Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

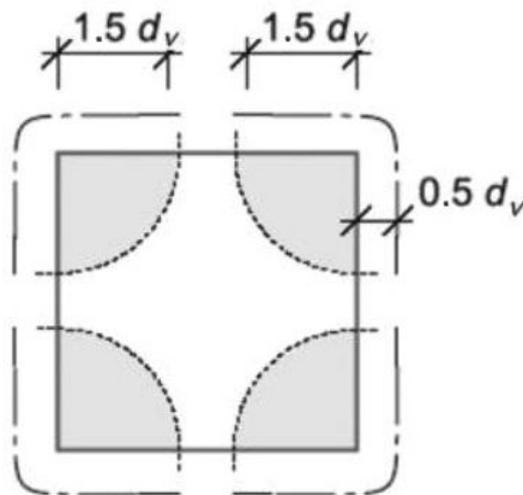


Figura 4.17 - Definição do perímetro crítico máximo
Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures 2010

No caso de aberturas em lajes, elas não causam influência caso sua distância seja maior que $0,5 \cdot d_v$ do perímetro crítico. Caso seja menor, deve-se traçar linhas das quinas da abertura até o centro do pilar, conforme a Figura 4.18 (a), não devendo ser considerado o perímetro dentro dessas linhas. Caso necessite de instalação de tubos, o perímetro dentro da área dos tubos não deve ser considerado (Figura 4.18(b)).

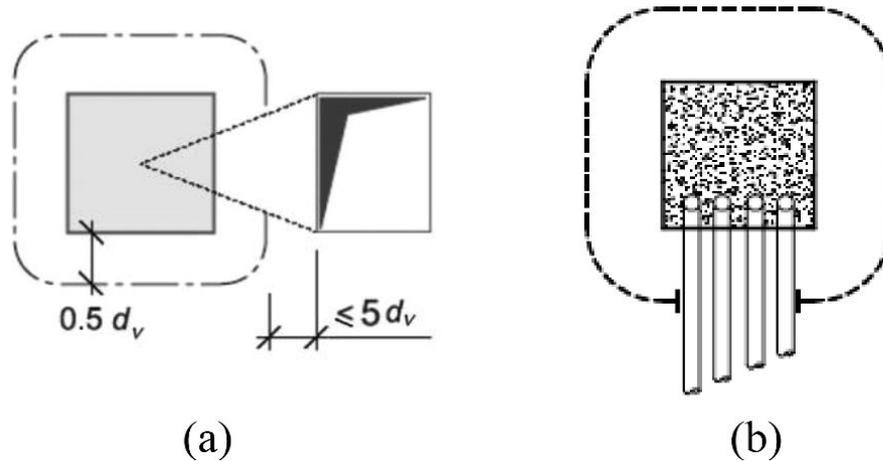


Figura 4. 18 - Definição do perímetro crítico quando há aberturas nas lajes (a); e quando há instalação de tubos (b)

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

Em todos os casos o perímetro crítico é denominado como $b_{1,red}$. O perímetro crítico deve ser multiplicado por um fator k_e conforme a Equação 4.20.

$$b_0 = k_e \cdot b_{1,red} \quad (4.20)$$

Onde:

$b_{1,red}$ é o novo perímetro crítico; e

k_e é o coeficiente de excentricidade determinado pela Equação 4.21.

$$k_e = \frac{1}{1 + \frac{e_u}{b_u}} \quad (4.21)$$

Onde:

e_u é a excentricidade resultante das forças de cisalhamento com o respectivo centroide do perímetro crítico; e

b_u é o diâmetro da circunferência como a mesma superfície que a região dentro do perímetro crítico.

O FIB comenta que para fins de concepção, a localização do centro de gravidade do perímetro crítico pode ser calculada pela aproximação da sua forma com linha retas, conforme pode-se observar na Figura 4.19.

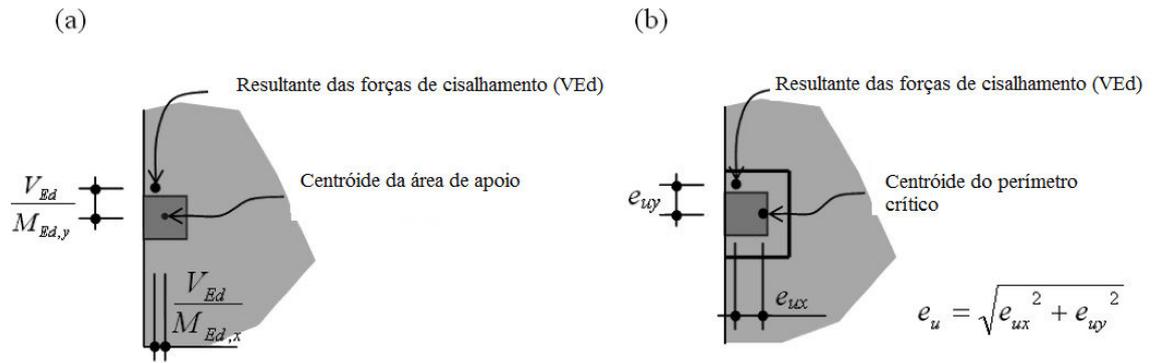


Figura 4.19 – Definição das excentricidades.

(b) e_{ux} e e_{uy} são excentricidades do centróide do perímetro crítico com relação a resultante das forças de cisalhamento.

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

Nos casos em que a estabilidade lateral não depende da ação do pórtico formado pela laje e pilar e onde os vãos adjacentes não diferem mais do que 25%, o coeficiente k_e pode ser aproximado para 0,9 caso o pilar seja interno, 0,7 para o pilar de borda e 0,65 para pilares de canto. O próximo passo é o cálculo de k_ψ que é determinado pela Equação 4.22 (FIB, item 7.3.5.3).

$$k_\psi = \frac{1}{1.5 + 0.9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} \leq 0.6 \quad (4.22)$$

Onde:

k_{dg} é um parâmetro dependente do tamanho máximo do agregado;

ψ é a rotação da laje; e

d é a altura útil da laje para cálculo à flexão.

k_{dg} é determinado pela Equação 4.23.

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0.75 \quad (4.23)$$

Onde:

d_g é o tamanho máximo do agregado e que, caso seja menor do 16mm, k_{dg} deve ser tomado igual a 1.

A rotação ψ da laje, observada na Figura 4.20, pode ser calculada em quatro (4) níveis de aproximação conforme (FIB, item 7.3.5.4). O nível I é para análises elásticas sem significativa redistribuição das forças internas; o nível II é utilizado quando há uma significativa redistribuição dos momentos à flexão; o nível III é utilizado quando se faz um modelo elástico-linear não fissurado; e, por fim, o nível IV é baseado numa análise não-linear.

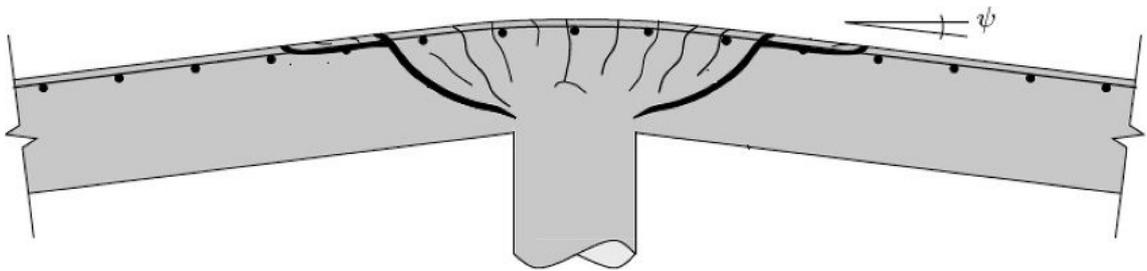


Figura 4. 20 - Rotação da laje.

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

Para o nível I, se a relação $\frac{L_x}{L_y}$ estiver entre 0,5 e 2, onde são os respectivos vãos em direções ortogonais, a rotação ψ pode ser determinada pela Equação 4.24.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (4.24)$$

Onde:

r_s é raio de momentos nulos podendo ser tomado como 0,22 vezes o maior vão;

$$r_s = 0,22 \cdot L_{maior} ;$$

d é a altura útil para o cálculo à flexão;

f_{yd} é resistência de cálculo ao escoamento do aço; e

E_s é o módulo de elasticidade do concreto.

Para o nível II, a rotação ψ é calculada através da Equação 4.25.

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left(\frac{m_{Ed}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (4.25)$$

Onde:

m_{Ed} é o momento médio por unidade de comprimento para o cálculo da armadura de flexão na faixa de apoio (para a direção considerada);

m_{Rd} é a resistência à flexão média por unidade de comprimento em uma faixa de apoio (para a direção considerada). A rotação tem que ser calculada ao longo de duas direções principais de armação.

Para pilares com localização interna, o momento médio por unidade de comprimento (m_{Ed}) é determinado pela Equação 4.26.

$$m_{Ed} = V_{Ed} \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \quad (4.26)$$

A largura da faixa de apoio para o cálculo m_{Ed} é dado através da Equação 4.27.

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{menor} \quad (4.27)$$

A Figura 4.21 apresenta a faixa de apoio b_s .

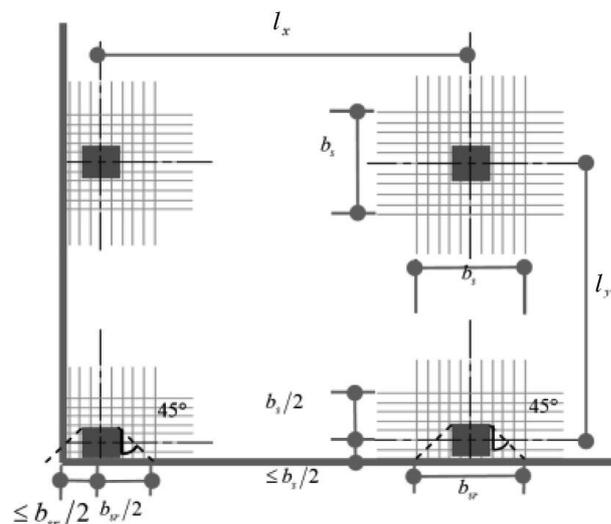


Figura 4. 21 – Definição das faixas de apoio para o nível II
Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

Para o nível III, recomendado para lajes irregulares, ou seja, para relações de $\frac{L_x}{L_y}$ que não estejam situadas entre 0,5 e 2, o coeficiente 1,5 no cálculo de ψ pode ser tomado igual 1,2. r_s é calculado utilizando um modelo elástico-linear (não fissurado) e m_{Ed} é calculado a partir de um modelo elástico-linear (não fissurado) como o valor médio do momento para o dimensionamento da armadura de flexão ao longo da largura da faixa de apoio (b_s), conforme pode-se observar através da Figura 4.22.

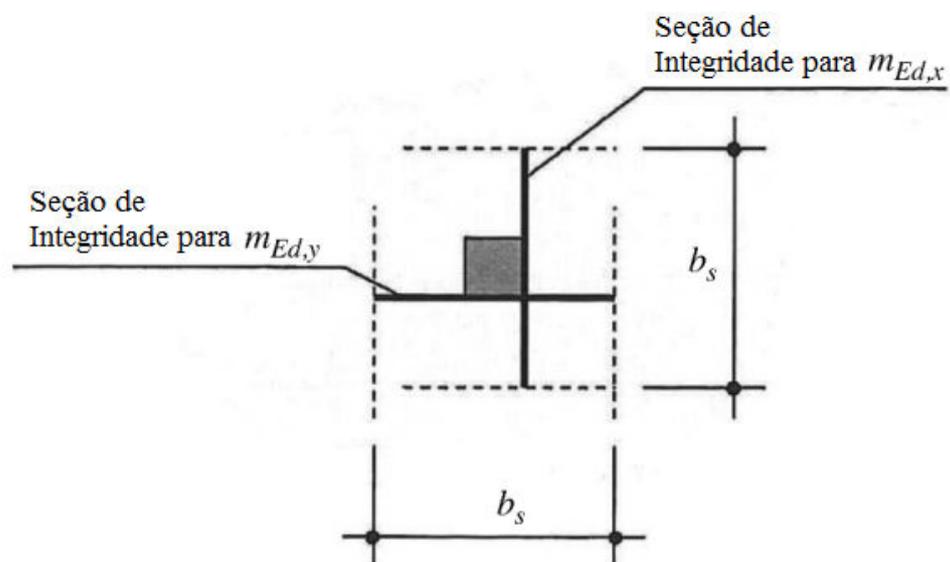


Figura 4. 22 – Definição das faixas de apoio para o nível III
 Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

A largura da faixa de apoio pode ser calculada como na aproximação do nível II, tendo $r_{s,x}$ e $r_{s,y}$ como o valor máximo na direção investigada.

Por fim, no nível IV a rotação ψ pode ser calculada com base na análise não-linear da estrutura e contabilizando a fissuração e efeitos da tensão de enrijecimento, obtendo-se assim da armadura e quaisquer outros efeitos não-lineares relevantes, dados para uma avaliação precisa da estrutura.

Quando há introdução da armadura de cisalhamento, a parcela $V_{Rd,s}$ é calculada através da Equação 4.28 (FIB, item 7.3.5.3).

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{swd} \quad (4.28)$$

Onde:

A_{sw} é o somatório das áreas das seções transversais da armadura de cisalhamento, como pode-se observar através da Figura 4.23;

σ_{swd} é o esforço solicitado na armadura de cisalhamento e é calculado através da Equação 4.29.

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \left(1 + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\varphi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad (4.29)$$

Onde:

f_{bd} é a resistência de aderência de cálculo, que para barras corrugadas pode ser adotado o valor de 3,0 MPa;

f_{ywd} é a resistência de cálculo na armadura de punção; e

φ_w é o diâmetro das barras da armadura transversal.

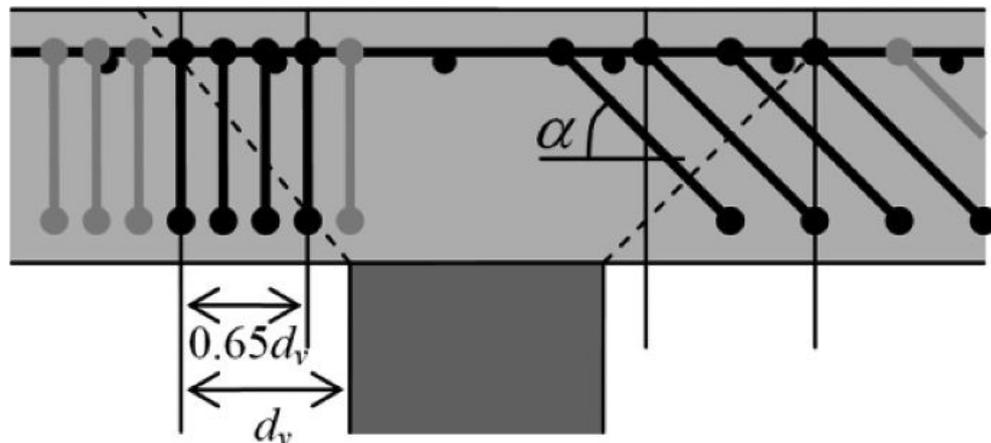


Figura 4.23 – Espaçamento geral da armadura de punção

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

O FIB orienta que para garantir a capacidade de deformação suficiente é necessária uma quantidade mínima de armadura de cisalhamento em lajes com armadura de punção (Equação 4.30).

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot k_e \cdot \sigma_{swd} \geq 0,5 \cdot V_{Ed} \quad (4.30)$$

O perímetro crítico a ser calculado fora da zona de armadura deve obedecer ao detalhamento conforme as Figuras 4.24 e 4.25 (FIB, item 7.3.5.5).

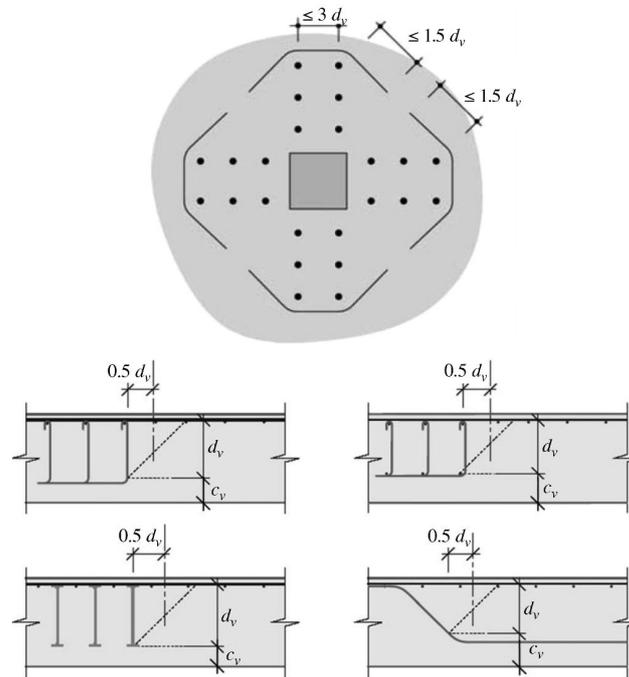


Figura 4.24 – Definição do perímetro crítico fora da zona armada e altura efetiva d_v
Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

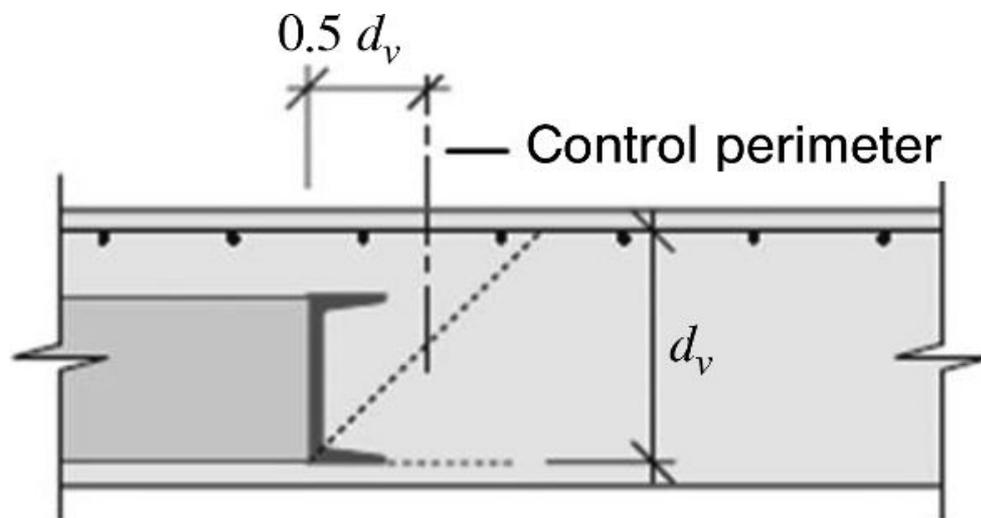


Figura 4.25 – Altura efetiva d_v com perfis metálicos
Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

Independentemente se a laje está armada ou não à punção, a resistência máxima à punção é limitada pelo esmagamento das bielas de compressão do concreto na área de apoio e, portanto, é definido no item 7.3.5.3 do FIB através da Equação 4.31.

$$V_{Rd,max} = k_{sys} \cdot k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (4.31)$$

Onde:

k_{sys} é o coeficiente que representa o desempenho à punção para sistemas de controle de fissuração por cisalhamento e para confinar adequadamente as bielas de compressão no intradorso da laje. Na ausência de outros dados, e desde que a armação seja detalhada conforme as prescrições do item 7.13.5.3, o valor de k_{sys} pode ser considerado igual a 2.

Em lajes sem armadura à punção ou com capacidade de deformação insuficiente, deve ser introduzida uma armadura de integridade contra o colapso progressivo que é definido através da Equação 4.32 (FIB, item 7.3.5.6).

$$V_{Rd,int} = \sum A_s \cdot f_{yd} \cdot \left(\frac{f_t}{f_y} \right)_k \cdot \sin \alpha_{ult} \leq \frac{0,5 \cdot \sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot d_{res} \cdot b_{int} \quad (4.32)$$

Onde:

A_s refere-se à soma das seções transversais de todas as armaduras adequadamente estendidas para além da área de apoio no lado de compressão da laje ou ao bem-ancorada dobrada para cima;

f_{yd} é a resistência ao escoamento de cálculo;

a relação $\left(\frac{f_t}{f_y} \right)_k$ e o parâmetro ε_{uk} são definidos na subseção 5.2.5.4 e dependem da classe ductilidade da armadura;

α_{ult} é o ângulo da barra de integridade com relação à laje no momento da ruptura (após o desenvolvimento de deformações plásticas no regime pós-punção);

d_{res} é a distância entre o centro de gravidade da relação de armadura à flexão e o centróide do armadura integridade;

b_{int} é o perímetro de controle ativado pela armadura de integridade após a perfuração e pode ser calculada através da Equação 4.33.

$$b_{\text{int}} = \sum \left(s_{\text{int}} + \frac{\pi}{2} \cdot d_{\text{res}} \right) \quad (4.33)$$

Para melhor entendimento do item 7.3.5.6 do FIB, deve-se observar a Figura 4.26.

O item 7.13.5.3 do FIB ainda possui comentários que interferem no dimensionamento à punção. Alguns foram reproduzidos abaixo e outros podem ser deduzidos a partir da Figura 4.27.

Nas zonas de maiores momentos, o afastamento da barra do reforço principal não deve exceder o menor valor entre 1,2 vezes a espessura da laje e 300 mm.

Para os membros com armadura de cisalhamento, as equações da subseção 7.3.5.3 do FIB são aplicáveis, desde que:

- Um mínimo de dois elementos de armadura de cisalhamento sejam fornecidos na direção radial;
- A distância entre o primeiro elemento de reforço e o cisalhamento face de apoio é maior do que ou igual a $0,35 \cdot d_v$ e menor que ou igual a $0,75 \cdot d_v$. Qualquer armadura de cisalhamento mais perto do apoio de $0,35 \cdot d_v$ não devem ser considerados para resistência;
- O espaçamento máximo entre os elementos de cisalhamento reforço na direção radial não seja maior do que o menor valor de e $0,75 \cdot d_v$ e 300 milímetros;
- A cobertura máxima do concreto no lado da compressão da laje não exceda $d_v / 6$;
- O diâmetro máximo da armadura de cisalhamento φ_{max} não exceda os valores indicados na Tabela 4.3.

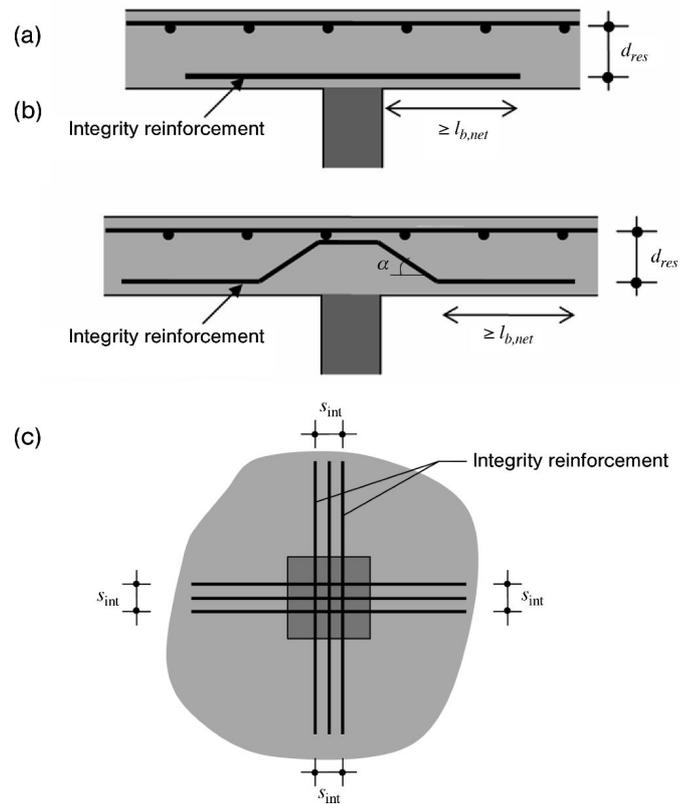


Figura 4.26 – Disposição da armadura contra o colapso progressivo

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

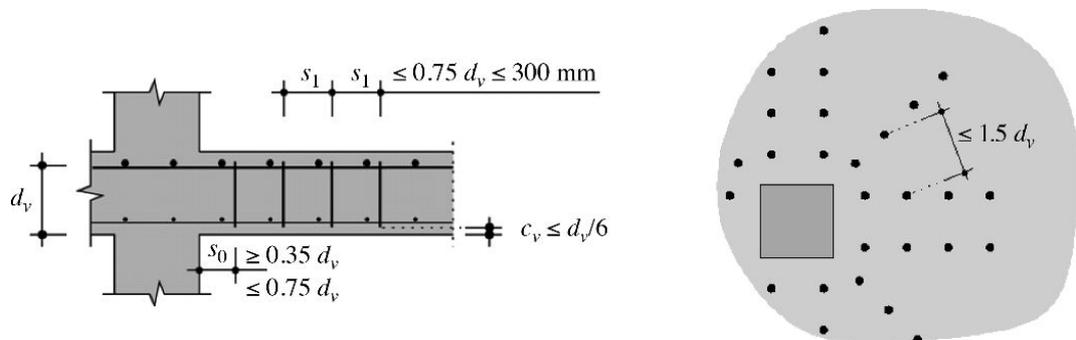


Figura 4.27 – Distribuição dos espaçamentos da armadura de cisalhamento

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

d_v [mm]	ϕ_{\max} [mm]
< 160	—
160–180	14
181–220	16
221–260	18
261–340	20
341–600	25
> 600	30

Tabela 4.3 – Diâmetro máximo da armadura de punção em função da altura efetiva d_v .

Fonte: FIB MODEL CODE for concrete structures, 2010

5. ESTUDO DE CASO

Neste capítulo é feita uma comparação entre as normas NBR 6118/2014, ACI 318/2014 e o FIB 2010 para avaliar qual o grau de rigor de cada uma com relação aos esforços de punção atuando em um pilar centrado. Aqui é realizada uma análise, sendo definido a mesma situação para os três métodos de cálculo, para saber de qual o tamanho necessário do capitel curto a ser introduzido.

A situação a ser analisada para todos os casos será de uma laje lisa apoiada em pilares com seção de 0,30 x 0,30 m afastados entre eixos de 7,00 m conforme pode ser observado na figura 5.1. A carga na laje a ser utilizada será além do peso próprio da laje, ou seja, $PP=25$ kN/m³, $CP_1 = 1,0$ kN/m² de carga permanente, $CP_2 = 1$ kN/m² para considerar as alvenarias e $CA = 1,5$ kN/m² de carga acidental. O f_{ck} do concreto foi estabelecido em 28 MPa.

O cobrimento das armaduras foi estabelecido em 0,02 m e o diâmetro das barras que resistem a flexão foi determinado através do método direto resultando em $\phi = 0,016m$. Inicialmente para um pré-dimensionamento adotou-se $\phi = 0,016m$. Ficou definido que essa armação seria utilizada em todas as situações.

Foi estabelecido para essas comparações, atender ao máximo de igualdade nos parâmetros geométricos e de cargas assim como a taxa de armadura de flexão. A força ou tensão solicitante de cálculo podem variar em virtude dos coeficientes de ponderação de cada norma.

A princípio pode-se destacar que a NBR 6118/14 se diferencia das outras duas normas por fazer comparações entre tensões solicitantes e tensões resistentes enquanto que o ACI 318/14 e o FIB 2010 comparam forças solicitantes com forças resistentes. Outra diferença é que a distância adotada para o cálculo do perímetro é de 2d enquanto nas outras duas normas é de 0,5d, fazendo com que se obtenha um maior perímetro crítico. Outro ponto interessante, é que na NBR 6118/14 o perímetro crítico não é limitado, ou seja, todo o contorno em volta do pilar contribui para a resistência à punção da laje.

A rotação ψ pode ser determinada por 4 níveis sendo eles I, II, III e IV. Os níveis III e IV necessitariam de modelagem computacional o que não é o foco desse trabalho. O nível II acrescenta as determinações do nível I, apenas um fator que leva em consideração uma taxa entre o momento resistente a flexão e o momento resistente pelas armaduras incluídas na laje. Para esse exemplo foi colocada exatamente a armadura necessária tornando essa taxa igual a 1 e por isso será adotado o nível I para o dimensionamento.

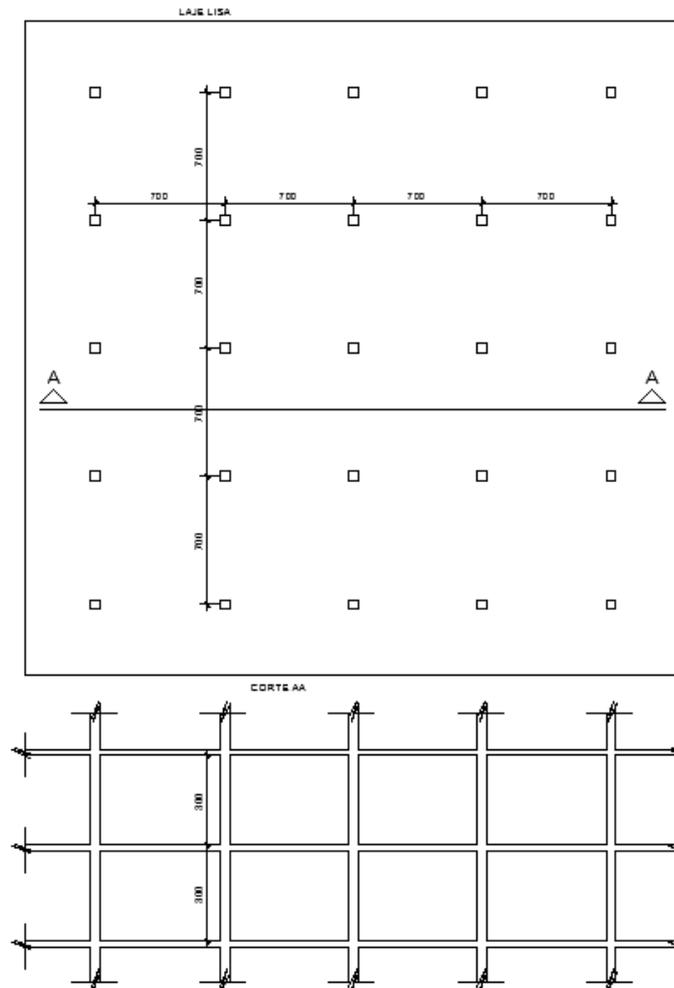


Figura 5. 1 - Geometria da laje lisa
 Fonte: Elaboração própria

5.1 Verificação à Punção sem Armadura Transversal

A situação de dimensionamento foi escolhida de maneira que as lajes lisas não resistissem à punção e assim necessitando de algum reforço, que no caso desse trabalho serão os capitéis curtos. A altura da laje inicial foi determinada em $0,23\text{ m}$ para todos os casos, em atendimento as exigências do ACI.

Quando da introdução dos capitéis curtos, eles irão seguir as recomendações mencionadas por Macgregor (2012) onde a projeção vertical deve ser entre 50% a 100% da altura da laje e a projeção horizontal deve ser no mínimo igual a projeção vertical.

5.2 Dimensionamento da armação à flexão pelo método direto ($h=0,23m$)

Esse método é previsto no ACI 318/14 onde consiste na determinação dos esforços de flexão em um painel de forma simples, sem considerar as dimensões e as cargas dos painéis adjacentes segundo Carvalho e Pinheiro (2009). Esse método deve ser aplicado para quando somente há cargas gravitacionais o qual é o caso desse estudo.

Para vãos internos, entende-se que o momento total de referência M_0 , é distribuído conforme a figura 5.2.1 (b), onde nas ligações laje pilar os momentos negativos são $0,65 \cdot M_0$ e o moento positivo entre os pilares é de $0,35 \cdot M_0$, onde $M_0 = \frac{q \cdot l_2 \cdot l_n^2}{8}$ e q é a carga total, l_2 é a distância entre eixo dos pilares e l_n é a distância medida entre as faces dos pilares

A distribuição dos momentos nos painéis deve obedecer a figura 5.2. Os painéis principais devem receber 75% do momento negativo e 60% do momento positivo, enquanto que nos panéis secundários, devem receber 25% do momento negativo e 40% do momento positivo.

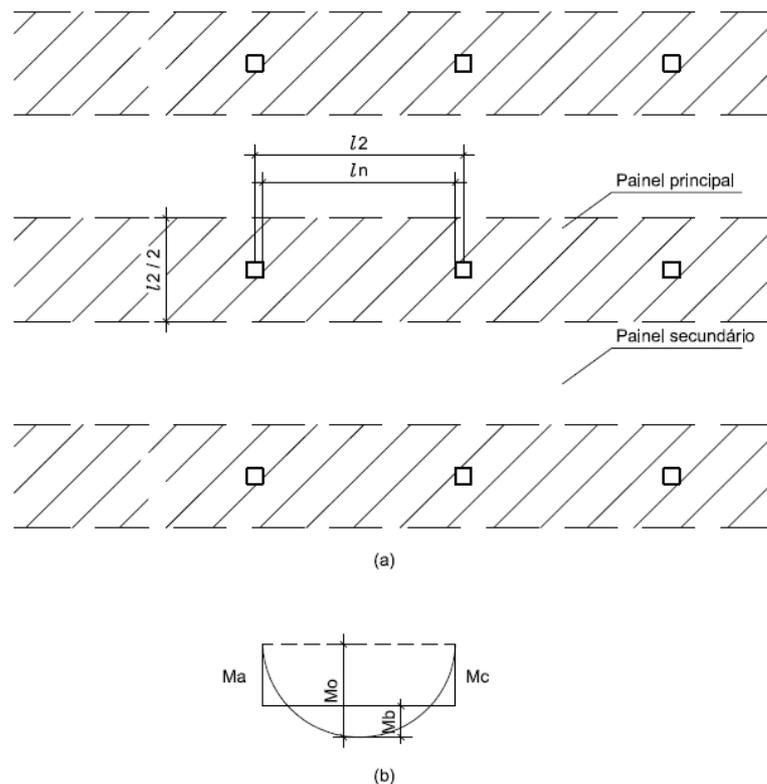


Figura 5. 2 - (a) – distribuição dos painéis na laje; (b) - Distribuição dos momentos de referência na ligação laje-pilar

Fonte: Elaboração própria

O detalhamento desse dimensionamento está apresentado no Anexo I, onde determinou-se o M_0 e a Determinação dos momentos efetivos.

5.3 Dimensionamento à Punção segundo a NBR 6118/2014

A verificação à punção pela NBR 6118/2014 requer duas (2) verificações: a primeira seria no perímetro do pilar e a segunda seria num perímetro localizado a $2d$ do pilar. Quando da introdução de capitel curto deve-se seguir as orientações observadas na Figura 4.7 .

Os cálculos deste dimensionamento podem ser observados no Anexo II, onde apresentam-se o Cálculo da Força Solicitante, o Cálculo da Altura Útil, o Cálculo dos Perímetros Críticos, Cálculo das Tensões Solicitantes de Cálculo, Verificação da Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na superfície C (contorno u), Verificação Resistente na superfície Crítica C' em Elementos Estruturais ou Trechos sem Armadura de Punção (contorno u') e Verificação das superfícies críticas do Capitel.

5.4 Dimensionamento à Punção segundo o ACI 318-14

Como o ACI não utiliza o sistema de unidades S.I., foi adotado então, apresentar os valores das variáveis tanto no sistema S.I. quanto no americano. No Anexo III está apresentado este dimensionamento, através do cálculo do Vão Mínimo, da Altura Mínima da Laje, da Altura Útil da Laje, da Força Solicitante de Projeto, do Perímetro Crítico, da Força Resistente, Dimensionamento do Capitel e o Dimensionamento da Laje com capitel.

5.5 Dimensionamento à Punção segundo o FIB MODEL CODE 2010 (h=0,23)

O dimensionamento à punção pelo FIB é baseado na teoria da fissura crítica, conforme já apresentado, e a situação também é a mesma dos dois métodos normativos já apresentados. No anexo IV pode-se observar o Cálculo da Força Solicitante, Cálculo do Perímetro Crítico, Cálculo da Rotação ψ , Cálculo do Coeficiente k_ψ , Cálculo da Resistência à Punção, Verificação do Capitel e a Verificação da Laje após o Capitel.

5.6 Dimensionamento da armação à flexão pelo método direto (h=0,33m)

Foi verificado que a altura da laje de 0,23m não foi suficiente para suportar os esforços de punção, logo, a altura da laje de 0,33m foi a altura mínima para suportar tais esforços e portanto foi necessário novos cálculos para os esforços de momento e da armadura necessária. O dimensionamento pode ser observado através dos cálculos presentes no Anexo V.

5.7 Dimensionamento à Punção segundo o FIB MODEL CODE 2010 (h=0,33m)

O dimensionamento à punção pelo FIB é baseado na teoria da fissura crítica conforme já apresentado e a situação também é a mesma dos dois métodos normativos já apresentados. No Anexo VI podem-se observar os cálculos deste dimensionamento.

5.8 Resultados

Os dados obtidos pelos cálculos acima foram introduzidos em uma tabela para efeito de comparação (Tabela 5.1). O índice 0 reflete a verificação feita a 0,5d do pilar. O índice 1 reflete a verificação a 0,5d ou 2d do capitel a depender do método normativo.

PARÂMETROS	NORMAS		
	NBR 6118/2014	ACI 318/2014	FIB 2010
	tensões	forças	forças
$\sigma_{sol_b_0}$ (KN/m ²) ou Vc (KN)	-	560,76	788,30
$\sigma_{res_b_0}$ (KN/m ²) ou Vc (KN)	-	986,80	805,20
$\sigma_{res_b_0} / \sigma_{sol_b_0}$ (KN/m ²) ou Vc (KN)	-	56,83%	97,90%
h (m) espessura do Capitel	0,36	0,35	0,51
d (m) altura útil do Capitel	0,32	0,31	0,47
b_0 Perímetro crítico no Capitel (m)	-	2,44	2,42
$\sigma_{sol_b_1}$ (KN/m ²) ou Vc (KN)	571,80	560,76	788,30
$\sigma_{res_b_1}$ (KN/m ²) ou Vc (KN)	658,40	968,50	825,60
$\sigma_{sol_b_1} / \sigma_{res_b_1}$ (KN/m ²) ou Vc (KN)	86,85%	57,90%	95,48%
h (m) espessura da laje	0,23	0,23	0,33
d (m) altura útil da laje	0,19	0,19	0,29
b_1 Perímetro crítico a (x)d do capitel (m)	5,72	3,80	4,00

Tabela 5.1 – Resistência à punção do capitel e da laje
Fonte: Elaboração própria

Pode-se observar que a o FIB 2010 foi mais conservador, pelo menos no nível I, que as outras duas normas. Salientando novamente que não foi apresentado nesta versão o modelo de cálculo para o capitel.

Os calculos apresentados mostraram que para o nível I do FIB 2010, no que se refere a vãos muito grandes a introdução de capiteis não é interessante, pois o perímetro crítico é limitado a $3 \cdot 4 \cdot d_v + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v)$. Logo, o aumento da projeção horizontal do capitel acaba não sendo um fator preponderante de maneira que, isso é percebido quando a solução para resolver tal problema é aumentar a espessura da laje.

Observa-se que para as normas americana e brasileira, as dimensões dos capiteis curtos foram praticamente idênticas, as lajes ficaram com a mesma espessura, entretanto a razão tensão solicitante sobre tensão resistente foi menor no ACI do que na NBR.

Nas normas americana e brasileira, a introdução de capitel curto pode ser uma boa solução para quando a diferença entre a força solicitante e resistente estejam próximas.

6 COMPARAÇÃO DAS NORMAS COM RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Este tópico destina-se a utilizar resultados de ensaios experimentais na literatura e compará-los com as resistências fornecidas pelos três métodos normativos anteriormente apresentados.

A maior parte das pesquisas com relação aos capitéis curtos são destinadas a avaliar como se comporta esse tipo de estrutura com a existência de abalos sísmicos. Pouquíssimos resultados experimentais foram publicados para situações contrárias a esta. Entretanto, em 1998, Megally em sua tese de doutorado, realizou entre seus experimentos 2 situações com capitéis curtos para o caso de pilares internos. Posteriormente, essa tese foi base para uma publicação de Ghali e Megally (2002) tratando sobre a utilização de capitéis curtos.

Os dois capitéis curtos ensaiados tiveram suas propriedades geométricas iguais, sendo uma laje de 0,155m de espessura, a altura do capitel de 0,075m e sua seção de 0,43m x 0,43m. O tamanho da laje foi 5,0 m x 5,0m com seção do pilar de 0,25m x 0,25m. Megally (1998) adotou que a distância de 0,95 do centro do pilar seria a linha de momentos nulos, o que ele chamou de zona de teste 1 (Figura 6.1).

A armadura de flexão superior utilizada foi $\phi = 16mm$, 15 barras em um sentido e 13 no outro. Já a armadura de flexão inferior teve área de $100mm^2$, 10 barras em cada sentido (Figura 6.2).

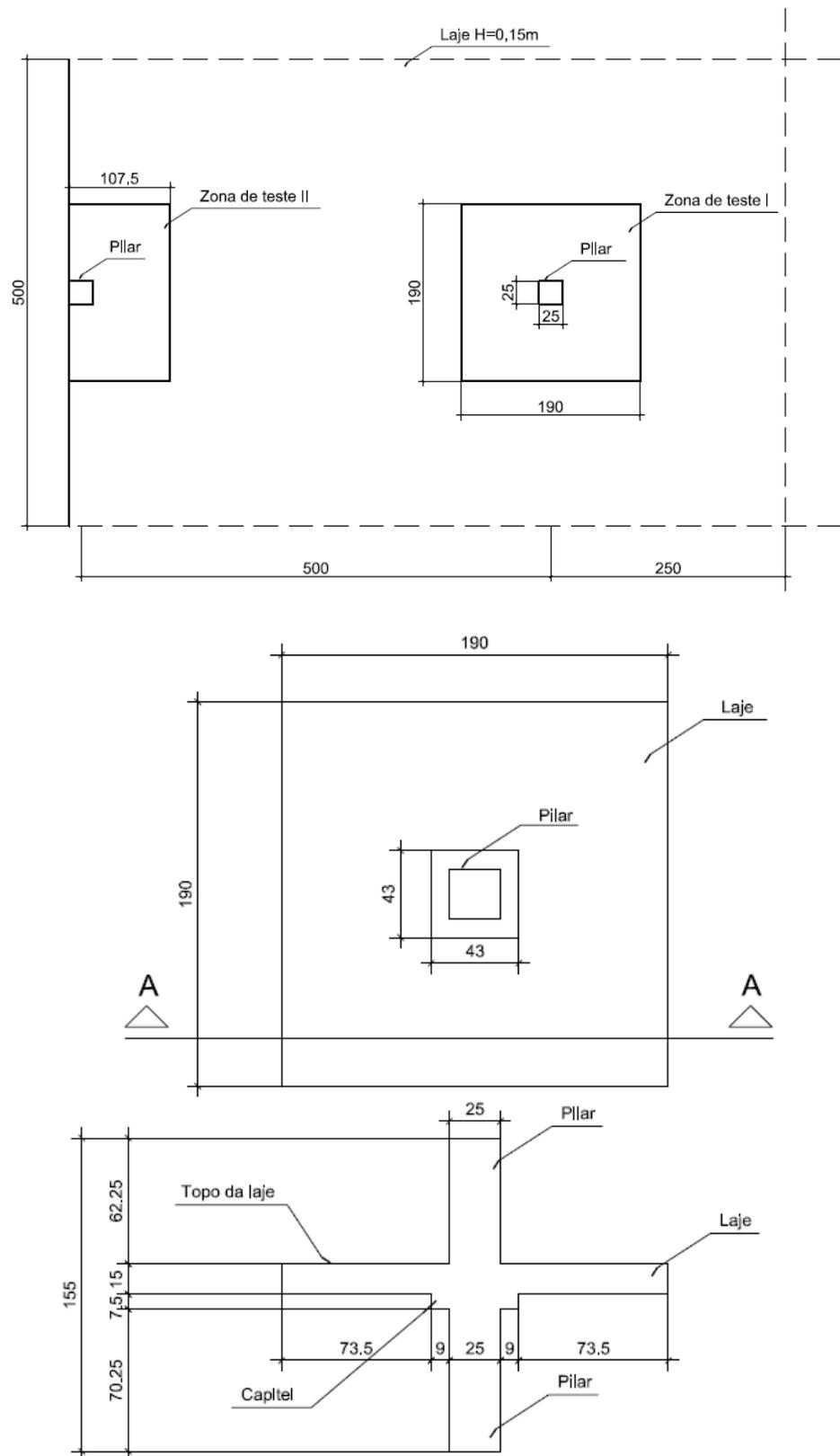


Figura 6. 1 - Dimensões geométricas dos ensaios de Megally
 Fonte: Adaptada de Megally, 1998

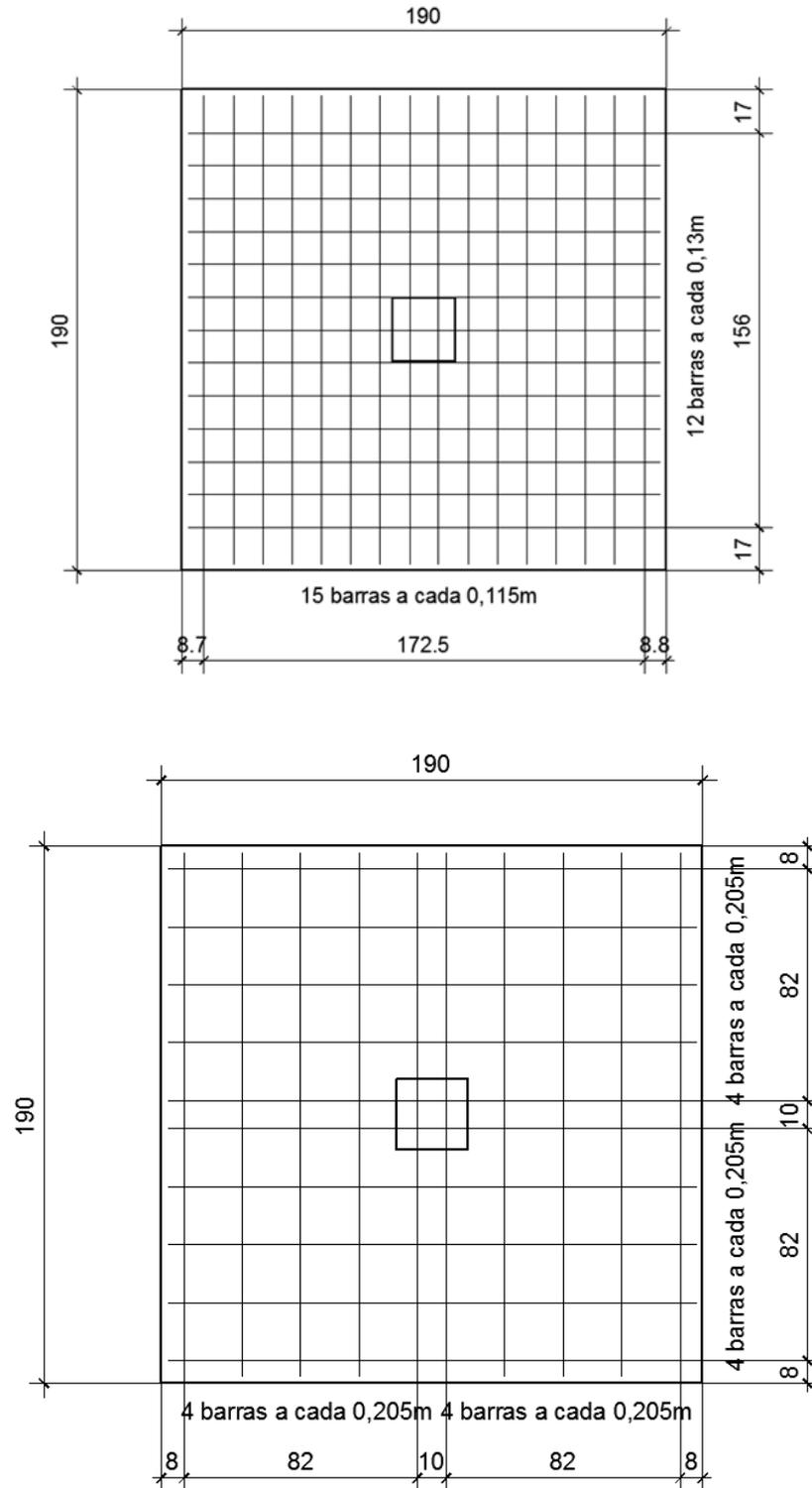


Figura 6. 2 - Distribuição das armaduras de flexão nos ensaios de Megally
 Fonte: Adaptada de Megally, 1998

O concreto foi dimensionado para que tivesse 36MPa aos 28 dias. Entretanto, na prática, a resistência do concreto ficou em 40,6 MPa para o corpo-de-prova I-0 e 39,5 MPa para o corpo-de-prova I-1.

É importante salientar que o corpo-de-prova I-0 foi moldado em uma única etapa enquanto que o corpo-de-prova I-1 foi moldada em duas etapas. Ou seja, no primeiro dia foi moldado o capitel curto até o nível da laje e no dia seguinte a laje foi concretada de uma vez.

Para os dois ensaios, notou-se que a falha ocorreu fora do *shear capital* ou capitel curto de maneira quebradiça e que, apesar das cargas relativamente altas, a ruptura ocorreu sem prévio aviso. A Figura 6.3 mostra a fissuração radial e tangencial na superfície da laje enquanto que a Figura 6.4 mostra onde aconteceu a ruptura no corpo-de-prova I-1.



Figura 6.3 - Fissuração radial e tangencial na superfície da laje
Fonte: artigo Ghali e Megally, 2002



Figura 6.4 - Ruptura no corpo-de-prova I-1
Fonte: Artigo Ghali e Megally, 2002

Observa-se através da Figuras 6.3 como a fissuração dos dois corpos-de-prova se apresentou, diferenciando-se apenas pelo tipo de ruptura conforme a Figura 6.4. Enquanto que

no corpo-de-prova I-1 ocorreu em apenas uma quina do capitel curto, no corpo-de-prova I-0 a ruptura ocorreu nos 4 cantos. Isso mostra que os cantos dos capiteis curtos são os pontos vulneráveis dessa ligação. Megally justifica a diferença de ruptura pelo processo de moldagem. O corpo-de-prova I-1 foi moldada em duas etapas enquanto que o corpo-de-prova I-0 foi em uma única etapa resultando que as resistências do concreto nos capitéis foram diferentes. Enquanto que no corpo-de-prova I-0 foi de 31,4 MPa no corpo-de-prova I-1 foi de 39,5MPa.

Megally adotou o tamanho do capitel curto de maneira que ele obtivesse uma resistência 50% maior que a laje sem o capitel de acordo com o ACI 318-95. Neste caso, essa laje sem capitel foi ensaiada por Mokhtar (1985). A Figura 6.5 apresenta a comparação entre a deformação dessa laje lisa com o corpo-de-prova I-1 que contém o capitel curto. Observa-se que o capitel forneceu uma rigidez maior a ligação.

A Figura 6.6 mostra um gráfico onde contempla as curvas de carga-deformação para os dois corpos-de-prova (I-0 e I-1), apresentando os pontos onde ocorre a primeira fissura e a primeira fissura da armadura de flexão. Como pode ser observado, o corpo-de-prova I-0 foi mais flexível do que o corpo-de-prova I-1. Novamente Megally explica que isso pode ter ocorrido pelo método de moldagem da laje. A Tabela 6.1 define melhor os pontos de deformação das lajes.

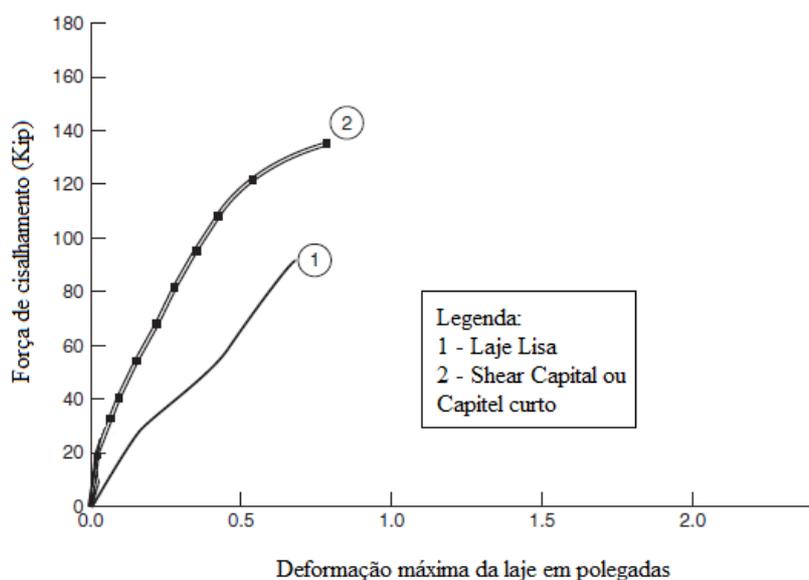


Figura 6. 5 – Curvas de carga-deformação comparando lajes lisas bidimensionais com lajes com capitel curto.

Fonte: Adaptada de Macgregor, 2012

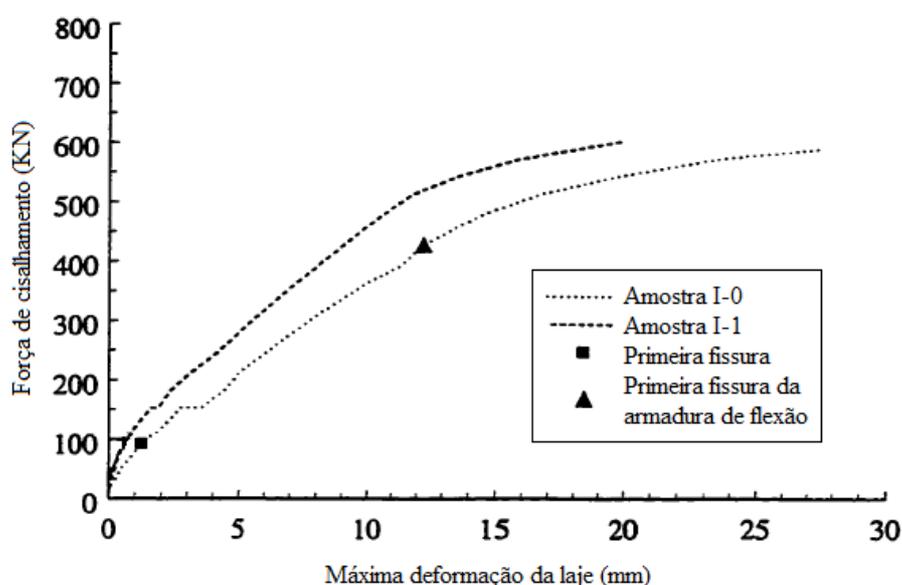


Figura 6. 6 – Curva carga-deformação no centro da laje

Fonte: Adaptada de Megally, 1998

Amostras	Primeira fissura		Primeira deformação da armadura de flexão		Ruptura	
	V _{cr} (KN)	Δ _{cr} (mm)	V _y * (KN)	Δ _y * (mm)	V _u (KN)	Δ _u (mm)
I-0	90	1,3	428,4	12,3	589,6	27,4
I-1	90	0,6	422,8	8,9	602,6	19,8

Tabela 6. 1- Deslocamento no centro das lajes

*Os valores de V_y e Δ_y do corpo-de-prova I-1 foram estimados baseados nos resultados do corpo-de-prova I-0

Fonte: Adaptada Megally, 1998.

Discussão dos resultados

Apresentado todas as observações acerca dos experimentos realizados, as Tabelas 6.2 e 6.3 a seguir comparam os resultados obtidos com os cálculos pelas normas ACI 318/14, NBR 6118/2014 e pelo FIB Model Code 2010. Em ambas as tabelas, V_u é a carga de ruptura dos ensaios; V_{a0} é a resistência à compressão diagonal do concreto no perímetro do pilar; V_{a1} é a resistência à compressão diagonal do concreto no perímetro do capitel; V_{a2} é a resistência à punção d/2 do pilar; V_{a3} é a resistência à punção a d/2 ou 2d do capitel; V_a é tomado como o valor mínimo de V_{a2} e V_{a3}.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Parâmetros	fck=40,6 (MPa)	Vu (KN)	Va0 (KN)	Va1 (KN)	Va2 (KN)	Va3 (KN)	Va (KN)	Vu/Va
Amostras	Mokhtar	408,00	-	-	-	-	408,00	1,00
	I-0	589,60	-	-	-	556,70	556,70	1,36
	ACI	-	-	-	713,01	536,14	536,14	1,10
	NBR	-	2.160,00	4.320,00	-	451,49	451,49	1,31
	FIB	-	-	-	-	434,08	434,08	1,36

Tabela 6. 2 - Resistência à punção dos métodos normativos com o corpo-de-prova I-0

Fonte: Adaptada de Megally, 1998.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Parâmetros	fck=39,5 (MPa)	Vu (KN)	Va0 (KN)	Va1 (KN)	Va2 (KN)	Va3 (KN)	Va (KN)	Vu/Va
Amostras	Mokhtar	408,00	-	-	-	-	408,00	1,00
	I-1	602,60	-	-	-	576,60	576,60	1,41
	ACI	-	-	-	703,29	528,82	528,82	1,14
	NBR	-	2.112,00	4.225,00	-	447,38	447,38	1,35
	FIB	-	-	-	-	430,41	430,41	1,40

Tabela 6. 3 - Resistência à punção dos métodos normativos com o corpo-de-prova I-1

Fonte: Adaptada de Megally, 1998.

Primeiramente, para realizar o dimensionamento com as mesmas propriedades geométricas dos corpos-de-prova, foram dispensadas algumas determinações por não atenderem as especificações das normas atuais, visto que os ensaios com capitéis foram realizados no ano de 1998 e a laje de referência em 1985. Em relação à NBR não se respeitou a altura mínima da laje que é de 0,16m e nem o cobrimento da armadura que é de 0,02m. Em relação ao ACI não se respeitou o cobrimento mínimo que é de 0,019m e ao FIB também não foi respeitado o cobrimento máximo do concreto de 0,014m de acordo com o cálculo de d_v .

Para o FIB, foi escolhido o nível LOA II pois a armação que foi colocada na laje não é exatamente a necessária, havendo valores divergentes entre MRd e Med conforme já foi visto no capítulo 4. Para se determinar os valores de resistência à punção no nível LOA II do FIB, é necessário para cada corpo-de-prova, resolver um sistema de equações não lineares, assim

como foi visto no capítulo 3, cujo os gráficos desses sistemas são apresentados nas figuras 6.7 e 6.8. A curva em azul representa o critério de ruptura enquanto que a curva em vermelho, representa o comportamento carga-deformação da laje. O eixo das abcissas representa a rotação da laje enquanto que o eixo das ordenadas representa a carga resistente. O encontro das duas curvas determina a carga resistente á punção da laje e a sua rotação.

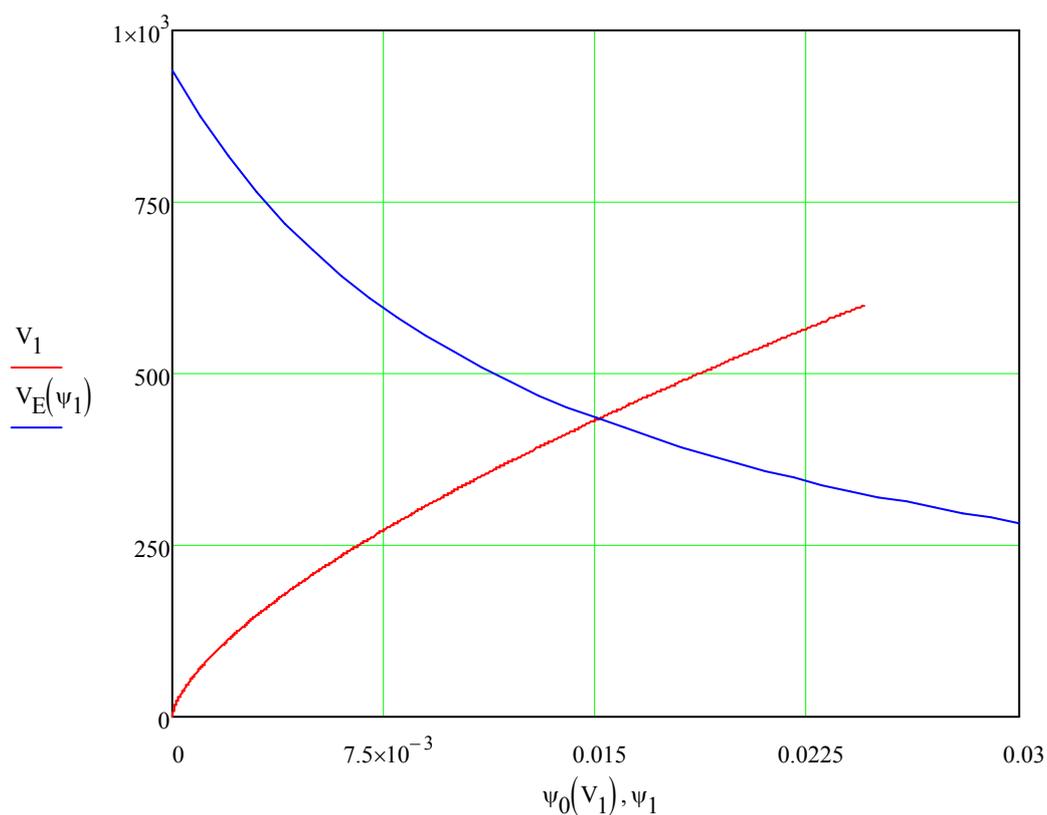


Figura 6. 7 – Gráfico da solução do sistema de equações não lineares do nível LOA II do FIB para o corpo-de-prova I-0.

Fonte: O autor.

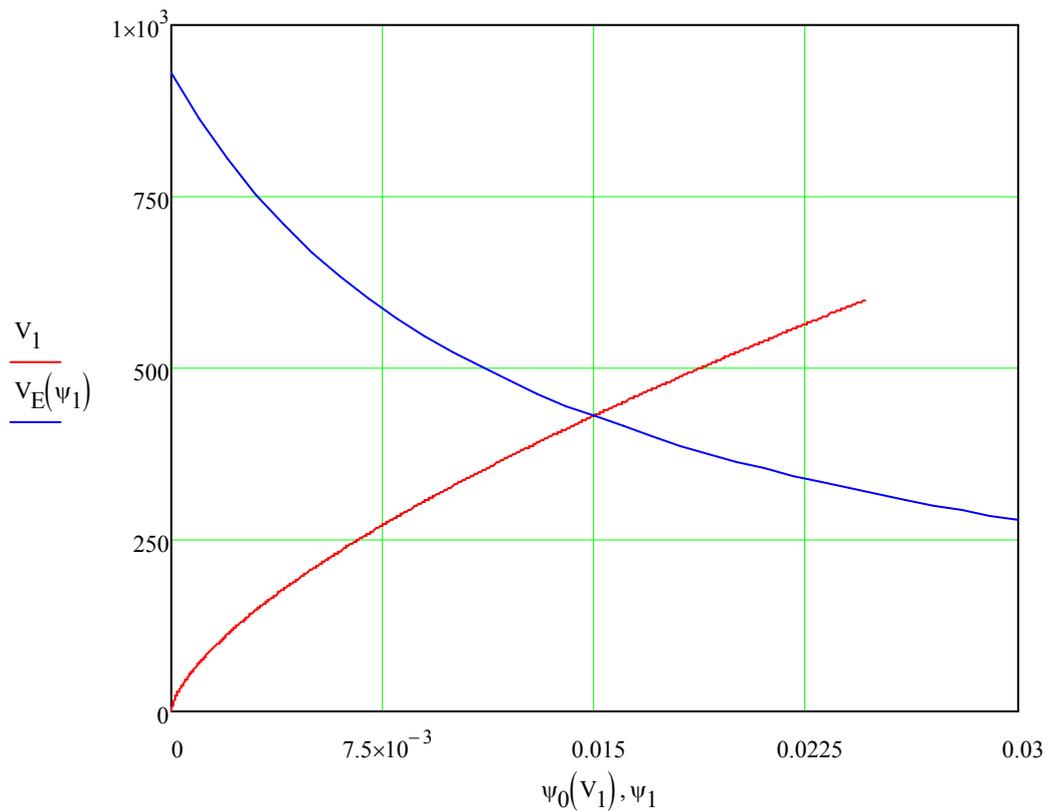


Figura 6. 8 – Gráfico da solução do sistema de equações não lineares do nível LOA II do FIB para o corpo-de-prova I-0.

Fonte: O autor.

Para a NBR, quando da existência de capitel curto, ela determina que basta verificar o contorno C2' (distante 2d do capitel), além da compressão diagonal do concreto. A NBR não compara forças, compara tensões. Os cálculos das forças inclusas na tabela foram feitos multiplicando a parcela do perímetro crítico e altura útil pela tensão resistente e dividindo o resultado pelo coeficiente de segurança conforme as equações 6.1 e 6.2. Assim, a força solicitante será igual a força máxima resistente.

$$\sigma_s = \sigma_r \quad (6.1)$$

$$\frac{\gamma_c \cdot F_{sd}}{u \cdot d} = \sigma_r$$

$$F_r = F_{sd} = \frac{\sigma_r \cdot u \cdot d}{\gamma_c} \quad (6.2)$$

Onde:

σ_s é a tensão solicitante, σ_r é a tensão resistente, γ_c é o coeficiente de segurança, F_{sd} é a força solicitante, u é o perímetro crítico do local sendo calculado, d é a altura útil do local sendo calculado, F_r é a força de resistência máxima.

O ACI determina que para capitéis curtos (*shear caps*) a projeção horizontal não deve ser menor do que a projeção vertical, não especificando um valor mínimo. A verificação do capitel deve ser realizada da mesma forma que a verificação da laje. Já no FIB, não há comentários sobre a inclusão de capitéis, seja curto ou longo, apenas a definição de d_v e por isso não foram incluídas na tabela.

Para comparação dos três métodos apresentados com os ensaios de Megally, todos os coeficientes tanto de majoração quanto de minoração foram considerados igual a 1 (um).

Observou-se que os valores fornecidos pela NBR, ACI e o FIB não ultrapassaram os valores dos dois ensaios experimentais, tanto na verificação da laje quanto do capitel. Não foram valores próximos aos ensaiados, o que demonstra um certo conservadorismo na utilização de capitéis curtos, o que é bom, pois, fornece uma segurança adicional para o engenheiro estrutural. É de se esperar por esse comportamento visto as rupturas terem sido abruptas, com pouca deformação e sem prévio aviso. Os resultados dos ensaios mostraram que as falhas ocorreram nas lajes com muita fragilidade nas quinas do capitel e por isso Ghali e Megally (2002) sugerem que ao se introduzir capitéis, a resistência da laje seja no máximo $V_n = 2 \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d$, em psi, a qual é a metade da carga de resistência à punção segundo o ACI.

O FIB demonstrou ser o método mais conservador quanto as verificações, chegando a um valor 40% menor do que os valores ensaiados. Os valores obtidos com o FIB para o nível LOA II foram muito próximos dos fornecidos pela NBR. Nas duas comparações a diferença foi de 5%. Era de se esperar por esses valores mais conservadores mediante ao que foi apresentado no capítulo 5 do estudo de caso. A estrutura das equações do FIB e do ACI são muito parecidas, onde os fatores do ACI $4, 2 + \frac{4}{\beta}$ e $\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0}$ em psi, podem ser substituídos pelo coeficiente k_{ψ} no FIB, onde o FIB é abordado para valores em SI. Esse coeficiente é no máximo 0,6. Observa-se que como o FIB é um método físico, ele busca dar sentido as 3 equações do ACI que foram elaboradas sem um modelo físico entretanto com a obtenção dos resultados experimentais.

O ACI se apresenta como o método menos conservador, ou seja, mais próximo dos valores ensaiados. As equações de dimensionamento são baseadas em resultados puramente experimentais de Moe (1961) e Vanderbilt (1972), assim, como era de se esperar, os resultados mostraram que seria necessário ainda um acréscimo entre 10% a 14% da carga resistente para se chegar a carga ensaiada, o que surpreendeu por esta se tratar de uma norma conservadora.

Uma observação importante é que Megally (1998) determinou o tamanho dos capitéis de forma que, pelos cálculos do ACI 318-95, aumentasse em 50 % a resistência da laje de Mokhtar (1985), o que experimentalmente não foi comprovado pois, a resistência de fato variou seu aumento entre 36% a 41% (Tabela 6.4).

Amostras	(1)	(2)	(3)	(4)
	Fck* (MPa)	Vu* (KN)	Vm* (KN)	Vm/Vref
Mokhtar	36,20	408,00	408,00	1,00
I-0	40,60	589,60	556,74	1,36
I-1	39,5	602,6	576,88	1,41

Tabela 6. 4 – Normalização do fck dos corpos-de-prova

* Fck é resistência do concreto em MPa, Vu é carga de ruptura em KiloNewton e Vm

é a carga de ruptura normalizada por $V_m = V_u \cdot \sqrt{\frac{36,2}{fck}}$.

Fonte: Adaptada de Megally, 1998.

7 CONCLUSÕES

O uso de capitéis curtos pode ser uma boa solução quando não se deseja utilizar armadura de punção ou aumentar a espessura da laje para aumentar a resistência à punção. É desejável que sua utilização seja para pequenos incrementos de carga e recomendável que a resistência seja aumentada no máximo em 30% da carga da laje, como pôde-se aferir mediante os poucos ensaios na literatura.

Ficou evidenciado neste estudo que o ponto crítico de falha dos capitéis curtos são suas quinas, apesar de todas as rupturas terem ocorrido nas lajes. As rupturas continuaram sendo abruptas e sem prévio aviso. Uma possível solução seria a utilização de formas octogonais ou circunferenciais para minimizar esse efeito. Claramente seria necessário que fossem feitos ensaios com esses novos formatos de capitéis curtos.

Dos métodos normativos apresentados, o critério do FIB MODEL CODE 2010 é o único baseado em um modelo físico enquanto que os demais são puramente empíricos.

O critério do FIB leva em conta o efeito desfavorável da flexibilidade da laje e como os demais métodos normativos não levam esse efeito em consideração, é preciso adotar em projetos valores prudentes para a razão vão/espessura.

Ficou claro que os métodos normativos superestimam o aumento da resistência à punção com a introdução dos capitéis curtos, apesar de fornecerem valores conservadores em relação aos fornecidos pelos ensaios experimentais.

O presente trabalho, tanto no estudo de caso quanto na comparação com resultados experimentais, tratou todos os casos para pilares internos sem momentos desbalanceados por cargas laterais e sem efeitos sísmicos. Observou-se no estudo de caso que o FIB, no nível LOA I, não forneceu resultados razoáveis, pelo menos para grandes vãos.

Dentre os métodos normativos, quando comparados com resultados experimentais, o FIB se apresentou como o mais conservador para o nível LOA II, enquanto que o ACI foi o menos conservador. Para uma melhor avaliação do método proposto pelo FIB, seria utilizar os níveis LOA III e IV, apesar do nível LOA II fornecer resultados bastante razoáveis.

Tendo em vista a existência na literatura de várias pesquisas sobre capitéis curtos com efeitos sísmicos, vê-se a necessidade de mais pesquisas com o uso de capitéis curtos sem efeitos sísmicos para determinar qual a projeção vertical e horizontal máxima ou ideal para o aumento de resistência à punção e quais os efeitos com relação a rigidez da ligação e flexibilidade da laje.

Recomendações para Trabalhos Futuros

Como já foi mencionado, os poucos resultados experimentais na literatura, impedem um estudo mais aprofundado sobre o comportamento à punção em lajes de concreto com capitéis curtos. Os capitéis aqui mencionados são do tipo retangular, não se está comentando sobre capitéis curtos tipo mísula (inclinados). Logo propõe-se que esse trabalho seja complementado com as seguintes recomendações:

- 1 – Considerar o uso de protensão em lajes para avaliar as deformações da laje no momento da ruptura;
- 2 – Considerar o momento desbalanceado para avaliar a resistência à punção da laje em um único eixo;
- 3 – Considerar o momento desbalanceado com protensão para avaliar a resistência qual o comportamento da laje com esses efeitos simultaneamente;
- 4 – Considerar o pilar sendo ele de canto ou de borda para a situação desse trabalho assim como as outras situações relatadas acima;
- 5 – Realização de ensaios experimentais para todos os casos citados;
- 6 – Comparar os valores fornecidos pelo FIB nos níveis LOA III e LOA IV com os resultados de ensaios experimentais na literatura;
- 7 – Realização de ensaios experimentais em pilares retangulares com capitéis curtos circunferenciais para avaliar o ganho ou a perda de resistência da laje sem quinas no capitel curto e também para avaliar se a ruptura será dentro ou fora do capitel curto.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALBUQUERQUE, E. J. P. **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilares de Centro Retangulares**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM – 004 A/10, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília – DF, 2010.

ALEXANDER, S. D. B. HAWKINS, N. M. **A Design Perspective on Punching Shear**, SP-232, M. A. Polak, ed., American Concrete Institute, pp. 97-108. Farmington Hills, MI, 2005

AMERICAN CONCRET INSTITUTE – ACI. **Building Code Requirements for Structural Concrete - ACI 318-14**. Setembro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS E TÉCNICAS NBR 6118:2014. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro.

Bollinger, K. **Load-Carrying Behaviour and Reinforcement of Axisymmetrically Loaded Reinforced Concrete Plates**. Doctoral thesis, Abteilung Bauwesen der Universität Dortmund, 262 pp. Dortmund, Germany, 1985.

BOLVIKEN, I. S. **Models for Punching Shear Capacity in Concrete Slabs**. Norwegian University of Science and Technology - NTNU, Faculty of Engineering Science and Technology, Department of Structural Engineering, Master Thesis. Junho, 2013.

BRAESTRUP, M.W.; REGAN, P.E. **Punching shear in reinforced concrete: a state of the art report**. CEB Bulletin d'information, n.168, 1985.

BROMS, C.E. Elimination of Flat Plate Punching Failure Mode. **ACI Structural Journal**, Vol. 97, N° 1, pp. 94-101, Jan.-Feb. 2000.

BROMS, C. E., **Concrete Flat Slabs and Footings: Design Method for Punching and Detailing for Ductility**. PhD Thesis. Department of Civil and Architectural Engineering, Division of Structural Design and Bridges, Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2005.

CARVALHO, C. B. **Análise Crítica dos Critérios Normativos de Dimensionamento à Punção em Lajes Lisas**. Dissertação de mestrado Universidade Federal de Minas Gerais Belo Horizonte –MG: Setembro, 2008. *Apud* CORDOVIL, F. A. B. **Lajes de Concreto Armado - Punção**. Florianópolis: Editora da UFSC, 1997.

CARVALHO, R.C., PINHEIRO, L.M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**. São Paulo: PINI, 2009. v.2.

CORDOVIL, F. A. B. **Lajes de Concreto Armado - Punção**. Florianópolis: Editora da UFSC, 1997.

ELSTNER, R. C. HOGNESTAD, E. Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs. **ACI JOURNAL**, Proceedings V. 53, Nº 2, pp. 29-58, Feb. 1956,

FÉDÉRATION INTERNATIONALE DU BÉTON – FIB. **Model Code for Concrete Structures**. 2010

FERREIRA, M. de P. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília. Brasília-DF: Outubro, 2010.

FOSTER, S. J.; MUTTONI A.; FERNÁNDEZ RUIZ, M.; BENTZ, E. C.; SIGRIST, V. Background to the Model Code 2010 Shear Provisions - Part II Punching Shear. **Structural Concrete**, Ernst & Sohn, 37 p. Berlin, Germany, 2013.

GOMES, R. B., **Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement**. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1991, 185 p.

GUANDALINI, S., **Poinçonnement Symétrique des dalles en béton armé**. École Polytechnique Fédérale de Lausanne, Lausanne, Switzerland, 2006, 257p.

HAWKINS, Neil M.; FALLSEN, H. B.; HINOJOSA, R. C. **Influence of Column Rectangularity on the Behavior of Flat Plate Structures**. SP-30 Cracking, Deflection and

Ultimate Load of Concrete Slab Systems, pp. 127–146. American Concrete Institute: Detroit, 1971.

HEINEN, S. K. **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado: Dimensionamento de um Pavimento.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis-SC: 2013. *apud* CORDOVIL, F. A. **Concreto Armado - Punção.** Florianópolis: Editora da UFSC, 1997.

KINNUNEN, S. NYLANDER, H. Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement. **Transactions of the Royal Institute of Technology**, N° 158, 112 pp. Stockholm, Sweden, 1960.

LEONHARDT, F.; MÖNIG, E. **Construções de concreto: casos especiais de dimensionamento de estruturas de concreto armado.** Interciência, v.2. Rio de Janeiro, 1979.

LIMA, J. S. **Verificações da Punção e da Estabilidade Global em Edifícios de Concreto: Desenvolvimento e Aplicação de Recomendações Normativas.** Dissertação de mestrado. São Carlos, 2001.

LIMA NETO, A. F.. **Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Capitéis.** Tese de Doutorado. Universidade de Brasília. Brasília-DF: Junho, 2012.

LONGO, H.I. **Dimensionamento de lajes ao puncionamento.** Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro-RJ, 2012.

MACGREGOR, J.G. **Reinforced Concrete – Mechanics and Design.** 3.ed. New Jersey: Prentice-Hall Inc.,1997.

VANDERBILT, D. M. Shear Strength of Continuous Plates, Proceedings ASCE. **Journal of the Structural Division**, Vol. 98, No. ST5, May 1972, pp. 961-973.

MEGALLY, S. H. **Punching Shear Resistance of Concrete Slabs to Gravity and Earthquake Forces.** Dissertation submitted to the faculty of graduate studies in partial fulfillment. Department of Civil Engineering. Calgary, Alberta: June, 1998.

MEGALLY, S., GHALI, A. Punching Of Concrete Slabs due To Column Moment Transfer. **ASCE Journal of Structural Engineering**, Vol. 126, No. 2, pp. 180-189, Feb, 2000.

MEGALLY, S; GHALI, A. Cautionary Note on Shear Capitals. *Concrete International*, Vol. 24, No. 3, March 2002, pp 75-82.

MELGES, J. L. P. **Punção em Lajes: Exemplos de Cálculo e Análise Teórico-experimental.** Dissertação de Mestrado. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1995.

MELO, G. S. S. A. **Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure.** PhD Thesis, Polytechnic of Central London. London, England: 1990.

MENETREY, Ph., Relationship between flexural and punching failure. **ACI Structural Journal**, Vol. 95, No. 4, pp. 412-419, Jul.-Aug, 1998.

MOE, J., **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings under Concentrated Loads.** V. D47, PCA, IL, 135 pp. 1961.

MUTTONI, A. Shear and Punching Strength of Slabs without Shear Reinforcement. **Beton- und Stahlbetonbau**, V. 98, No. 2, pp. 74-84. Berlin, Germany, 2003.

MUTTONI, A. Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement. **ACI Structural Journal Technical Paper**, 2008.

MUTTONI, A., Schwartz, J. Behaviour of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement. **IABSE Colloquium**, V. 62, pp. 703-708. Zurich, Switzerland, 1991.

OLIVEIRA, D. R.; MELO, G. S.; REGAN, P. E. Punching Strengths of Flat Plates with Vertical or Inclined Stirrups. **ACI Structural Journal**, V. 97, No. 3, May-June 2000, pp. 485-491.

OLIVEIRA, M. H. de. **Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento Submetidas a Carregamento Excêntrico e Apoiadas sobre Pilares Retangulares.** Tese de Doutorado. Universidade de Brasília. Brasília-DF: Março, 2013.

PARK, R.; ISLAM, S. Strength of slab column connections with shear and unbalanced flexure. **Journal of the Structural Division**, ASCE, 102, ST9, 1976. Pp. 1879-1901. 1976.

CARVALHO, R.C. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado:** volume 2. Org. Roberto Chust Carvalho, Libânio Miranda Pinheiro. São Paulo: PINI, 2009.

RABELLO, F. T. **Análise Comparativa de Normas para a Punção em Lajes de Concreto Armado.** Dissertação de mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis – SC: Março, 2010.

REGAN, P.E.. Shear combs, reinforcement against punching. **The Structural Engineer.** London, 1986.

RUIZ, M. F.; MUTTONI, A. Applications of Critical Shear Crack Theory to Punching of Reinforced Concrete Slabs with Transverse Reinforcement. **ACI Structural Journal**, July-August, 2009. Nº 106-S46.

SCOTT, D.; ALEXANDER, B; SIDNEY, E; SIMMONDS, H. Ultimate Strength of Column-Slab Connections. **ACI Structural Journal**, Proceedings, Vol. 84, No. 3, May-June 1987, pp. 255-261.

SIGRIST, V., BENTZ, E., Fernández Ruiz, M., FOSTER, S.J., MUTTONI, A., **Background to the Model Code 2010 Shear Provisions - Part I:** Beams and Slabs, Structural Concrete, Ernst & Sohn, Germany, companion paper to this manuscript.

SHEHATA, I.A.M. **Punção em lajes.** In.: Colóquio Sobre Estruturas De Concreto, 6, 1993. *apud* STUCCHI, F.R.; KNAPP, L.M. Punção em lajes. In: Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto. São Paulo: Anais. p.209-232,1993.

VARGAS, E. N. Z. **Punção em Lajes Cogumelo de concreto de alta Resistência reforçado com Fibras de Aço.** Dissertação de mestrado. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1997.

WIGHT, J. K.; MACGREGOR, J. G. **Reinforced Concrete: Mechanics & Desing.** 6th ed, 2012.

WOOD, J. G. M., **Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997.** Report presented to Structural Studies & Design Ltd. England: 1997.

WALRAVEN, J. C., Fundamental Analysis of Aggregate Interlock. **Journal of Structural Engineering**, ASCE, V. 107, No. 11, pp. 2245-2270, 1981.

VECCHIO, F. J., COLLINS, M. P., The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear. **ACI JOURNAL**, Proceedings V. 83, No. 2, pp. 219-231, Mar.-Apr, 1986.

ANEXOS

ANEXO I

Determinação do M_0

Conforme a figura 5.2.1 $l_2 = 7,0m$. l_n de ser medido de face a face do pilar, logo:

$$l_n = 7,0 - \frac{c_1}{2} - \frac{c_1}{2} = 7 - \frac{0,3}{2} - \frac{0,3}{2} = 6,7m$$

A carga total q é a soma das cargas acidentais, permanentes e o peso próprio da estrutura. Como a altura da laje foi definida em 0,2m logo:

$$q = PP + CA + CP_1 + CP_2 = (25 \cdot 0,23) + 1,5 + 1 + 1 = 9,25kN/m^2$$

Dessa forma M_0 é:

$$M_0 = \frac{q \cdot l_2 \cdot l_n^2}{8} = \frac{9,25 \cdot 7,0 \cdot 6,7^2}{8} = 363,3kN \cdot m$$

Determinação dos momentos efetivos

Para a ligação laje-pilar o momento é $0,65 \cdot M_0$ logo:

$$M_{efet2} = 0,65 \cdot M_0 = 0,65 \cdot 363,3 = 236,2kN$$

Como a distribuição dos momentos nas faixas de apoio é de 75% logo

$$M_{efet1} = 0,75 \cdot M_{efet2} = 0,75 \cdot 236,2 = 177,1kN \cdot m$$

$$M_k = \frac{M_{efet1}}{\frac{l_2}{2}} = \frac{177,1}{\frac{7}{2}} = 50,6 \frac{kN \cdot m}{m}$$

ANEXO II

Cálculo da Força Solicitante

$$F_{sd} = F_{sk} \cdot \gamma_f = 453,25 \cdot 1,4 = 634,55 \text{ kN}$$

Cálculo da Altura Útil

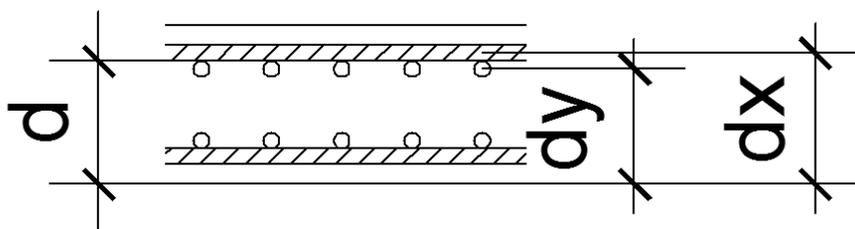


Figura 5.3 – Determinação da altura útil da laje
Fonte: Elaboração própria

$$h = 0,23 \text{ m}$$

$$d = 0,194 \text{ m}$$

Cálculo dos Perímetros Críticos

$$u = 2 \cdot (c_1 + c_2) = 1,2 \text{ m}$$

$$u' = u + 2\pi(2d) = 3,64 \text{ m}$$

Cálculo das Tensões Solicitantes de Cálculo

$$\tau_{sd} = \frac{Fsd}{u \cdot d} = 2,72 \text{ MPa ou } 2725,7 \text{ kN/m}^2$$

$$\tau_{sd}' = \frac{Fsd}{u' \cdot d} = 0,901 \text{ MPa ou } 901,1 \text{ kN/m}^2$$

Verificação da Tensão Resistente de Compressão Diagonal do Concreto na superfície C (contorno u).

$$\tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} = 4,795 \text{MPa} \text{ ou } 4795 \text{KN} / \text{m}^2$$

Como $\tau_{Rd2}(4795) \geq \tau_{sd}(2725,7)$, a laje resiste à compressão diagonal do concreto.

Verificação Resistente na superfície Crítica C' em Elementos Estruturais ou Trechos sem Armadura de Punção (contorno u')

a) Cálculo da quantidade de barras na área solicitada

Conforme foi calculado anteriormente, os espaçamentos das barras de flexão são

$$esp_x = esp_y = 0,20 \text{m} .$$

$$Q_{bx} = \frac{c_1 + (6 \cdot d)}{esp_x} \cong 8$$

$$Q_{by} = \frac{c_2 + (6 \cdot d)}{esp_y} \cong 8$$

b) Cálculo da taxa de armadura

$$\rho_x = \frac{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \cdot Q_{bx}}{(c_1 + 6 \cdot d) \cdot d_x} = 5,439 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho_y = \frac{\frac{\pi \cdot \phi^2}{4} \cdot Q_{by}}{(c_1 + 6 \cdot d) \cdot d_y} = 5,907 \cdot 10^{-3}$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} = 5,668 \cdot 10^{-3}$$

Verificação Resistente na Superfície Crítica C' em Elementos Estruturais ou Trechos sem Armadura de Punção (contorno u')

$$\tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}} \right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 0,1\sigma_{cp} = 0,658 \text{MPa} \text{ ou } 658,4 \text{kN/m}^2$$

Como $\tau_{Rd1}(658,4) \leq \tau_{sd'}(901,1)$, é necessário reforçar essa laje. Para esse trabalho a solução adotada foi de um capitel curto. A figura abaixo mostra como seria a situação da laje case resistisse aos esforços de punção, assim como os contornos críticos.

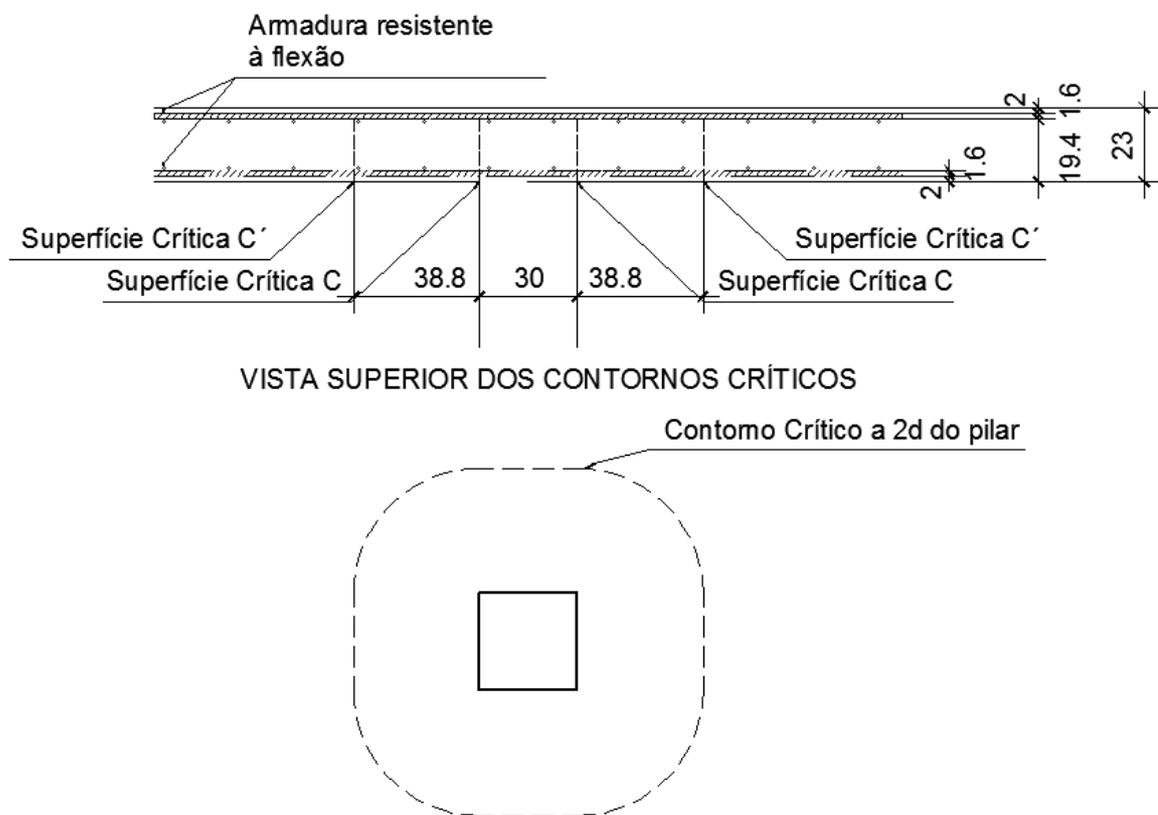


Figura 5.4 - Armadura e geometria da laje sem capitel curto sem atender as exigências da NBR
Fonte: Elaboração própria

Verificação das superfícies críticas do Capitel

Utilizando as prescrições do shear cap por Macgregor, adotou-se $L_c = 0,13m$ como projeção vertical e $L_{c2} = 0,26m$ como projeção horizontal do capitel. A projeção horizontal

foi o dobro da projeção vertical mediante a necessidade de se aumentar o perímetro crítico para aumentar a resistência à punção da laje com capitel curto, então:

$$d_c = d + L_c = 0,324$$

$$d_a = d = 0,194m$$

Com isso, de acordo com o estabelecido na norma, basta verificar o contorno C2'.

a) Cálculo dos perímetros críticos com capitel curto

$$u_{C2'} = 8 \cdot L_{c2} + 2\pi(2d) + 2 \cdot (c_1 + c_2) = 5,72m$$

b) Verificação Resistente na Superfície Crítica C' em Elementos Estruturais ou Trechos sem Armadura de Punção (contorno C2')

$$\tau_{sd_C2'} = \frac{Fsd}{u_{C2'} \cdot d} = 0,572MPa \text{ ou } 571,8kN/m^2$$

Como $\tau_{Rd1}(658,4) \geq \tau_{sd_C2'}(571,8)$, a laje resiste à punção.

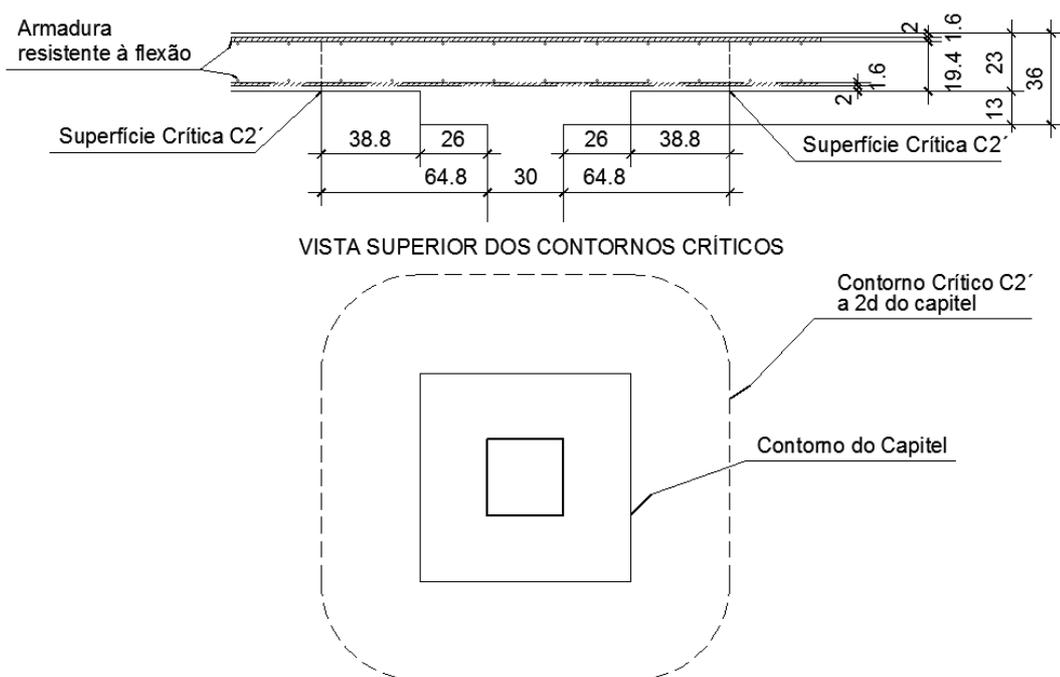


Figura 5.5 - Armadura e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências da NBR
Fonte: Elaboração própria

ANEXO III

Cálculo do Vão Mínimo

$$L_{\min} = 22.96588 \text{ ft ou } 7 \text{ m}$$

Cálculo da Altura Mínima da Laje

$$h = 9,05 \text{ in ou } 0,23 \text{ m}$$

Cálculo da Altura Útil da Laje

$$d = 7,64 \text{ in ou } 0,194 \text{ m}$$

Cálculo da Força Solicitante de Projeto

$$V_u = \frac{V_{u1} \cdot (L_1 \cdot L_2)}{1002,6} = 126,064 \text{ kips ou } V_u \cdot 4,44822 = 560,76 \text{ kN}$$

Cálculo do Perímetro Crítico

$$b_0 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 8 \cdot \frac{d}{2} = 77,8 \text{ in ou } 1,97 \text{ m}$$

Cálculo da Força Resistente

A força resistente deve ser adotada como a menor das três equações de resistência:

$$\lambda = 1$$

$$V_{c1} = 4 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d = 150,37 \text{ kips}$$

$$\beta = \frac{c_1}{c_2} = 1$$

$$V_{c2} = \left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d = 225,6 \text{ kips}$$

$$\alpha_s = 40$$

$$V_{c3} = \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d = 222,8 \text{ kips}$$

Como V_{c1} é o menor dos três valores, tem-se que:

$$V_c = \phi \cdot V_{c1} = 0,75 \cdot 150,37 = 112,78 \text{ kips ou } 501,66 \text{ kN}$$

Como $V_c (501,66 \text{ kN}) < V_u (560,76 \text{ kN})$, a laje tem que ser reforçada. Para esse trabalho foi escolhida a solução de se introduzir um capitel curto. O ACI denomina-o como shear cap.

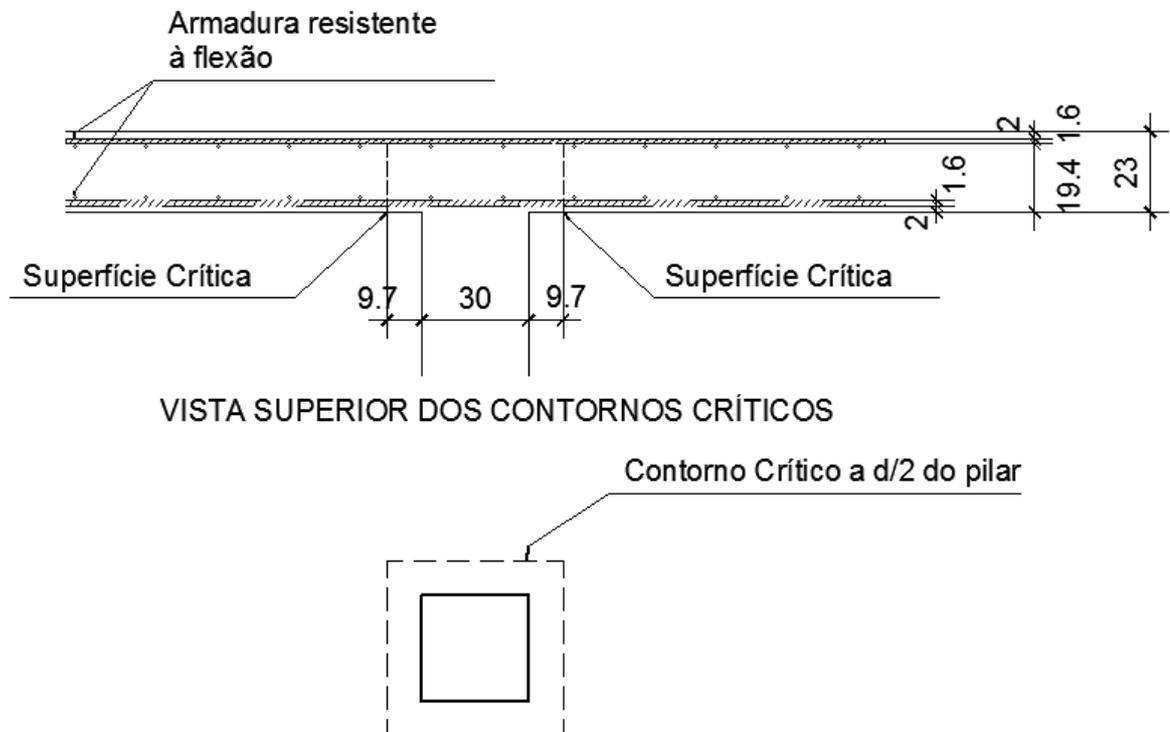


Figura 5. 6 - Armadura e geometria da laje sem capitel curto, sem atender as exigências do ACI
Fonte: Elaboração própria

Dimensionamento do Capitel

Quando da introdução de capitéis o ACI solicita que eles também sejam verificados. A localização do perímetro críticos deles está a $d/2$ do pilar. Por esse motivo e para efeito de comparação, a projeção horizontal será o dobro da projeção vertical fixado em 50% da altura da laje, então:

$$P_v = 0,5 \cdot h = 4,53in \text{ ou } 0,115m$$

$$P_h = 2 \cdot P_v = 9,055in \text{ ou } 0,23m$$

$$h_{sc} = 3 \cdot 9,055 / 2 = 13,58 \text{ ou } 0,345m$$

a) Cálculo da Altura Útil do Capitel

$$d_{sc} = d + 0,5h = 12,18in \text{ ou } 0,31m$$

b) Cálculo do Perímetro Crítico

$$b_0 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 8 \cdot \frac{d_{sc}}{2} = 96in \text{ ou } 2,44m$$

c) Cálculo da Força Resistente

$$\lambda = 1$$

$$V_{c1sc} = 4 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d_{sc} = 295,8kips$$

$$\beta = \frac{c_1}{c_2} = 1$$

$$V_{c2sc} = \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d_{sc} = 443,7kips$$

$$\alpha_s = 40$$

$$V_{c3} = \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2 \right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d = 523,2 \text{ kips}$$

Como V_{c1} é o menor dos três valores, logo:

$$V_c = \phi \cdot V_{c1} = 0,75 \cdot 295,8 = 221,8 \text{ kips ou } 986,8 \text{ kN}$$

Como $V_c (986,8 \text{ kN}) > V_u (560,8 \text{ kN})$, o capitel resiste à punção.

Dimensionamento da Laje com capitel

a) Novos Parâmetros

$$c_{1sc} = c_1 + h = 29,9 \text{ in ou } 0,76 \text{ m}$$

$$c_{2sc} = c_1 + 0,5 \cdot h = 29,9 \text{ in ou } 0,76 \text{ m}$$

b) Cálculo do Perímetro Crítico

$$b_0 = 2 \cdot c_{1sc} + 2 \cdot c_{2sc} + 8 \cdot \frac{d}{2} = 150,2 \text{ in ou } 3,8 \text{ m}$$

c) Cálculo da Força Resistente

$$\lambda = 1$$

$$V_{c1} = 4 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d = 290,3 \text{ kips}$$

$$\beta = \frac{c_1}{c_2} = 1$$

$$V_{c2} = \left(2 + \frac{4}{\beta} \right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d = 435,4 \text{ kips}$$

$$\alpha_s = 40$$

$$V_{c3} = \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2 \right) \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_0 \cdot d = 292,8 \text{ kips}$$

Como V_{c1} é o menor dos três valores, logo:

$$V_c = \phi \cdot V_{c1} = 0,75 \cdot 290,3 = 217,7 \text{ kips ou } 968,5 \text{ kN}$$

Como $V_c (968,5 \text{ kN}) > V_u (560,8 \text{ kN})$, a laje resiste à punção a $d/2$ do capitel.

Se a projeção horizontal fosse igual a projeção vertical, a laje ainda seria resistente fornecendo o valor de $V_c (735,2 \text{ kN}) > V_u (560,8 \text{ kN})$. Aqui fica claro que a escolha da projeção horizontal ter sido o dobro da projeção vertical, pois a localização a $d_{sc}/2$ da face do pilar ficaria fora do capitel.

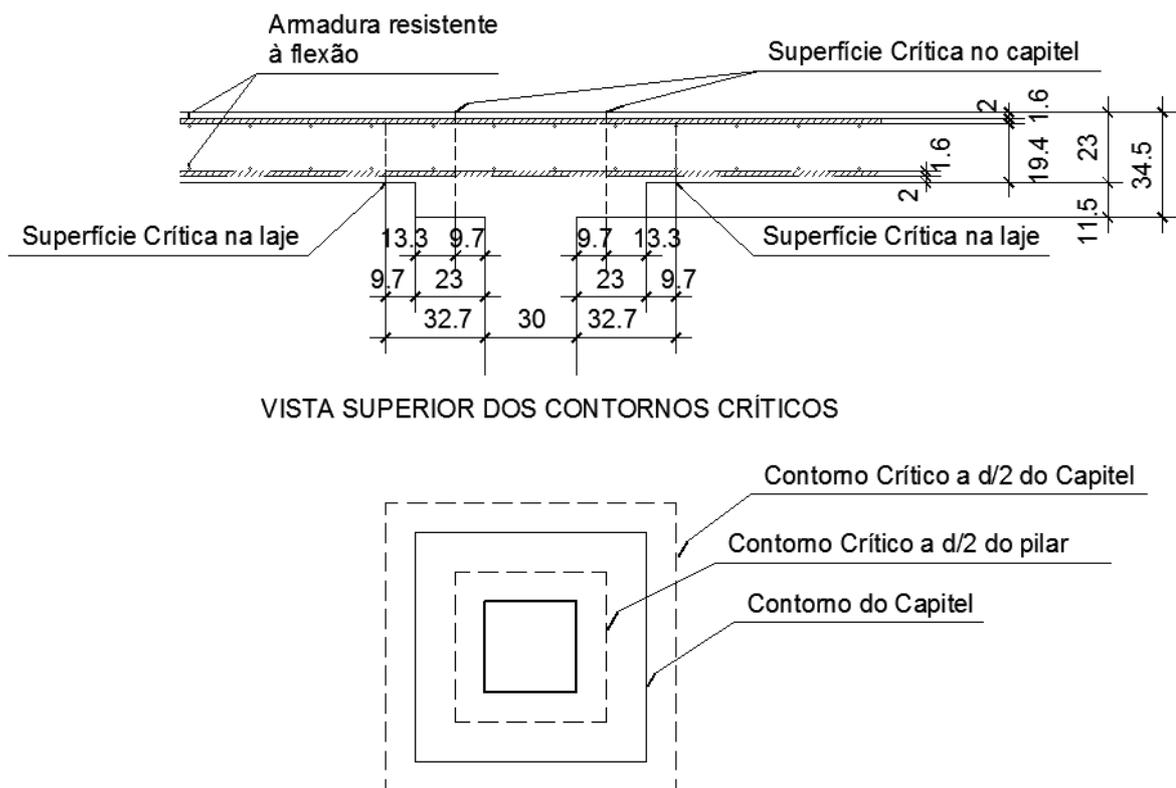


Figura 5.7 – Armadura e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências do ACI
Fonte: Elaboração própria

ANEXO IV

Cálculo da Força Solicitante

$$V_{Ed} = L1 \cdot L2 \cdot (\gamma_{cl} \cdot (P_p + Cp_1 + Cp_2) + \gamma_c \cdot C_a) = 622,9kN$$

Cálculo do Perímetro Crítico

$$b_{max} = 4 \cdot (3 \cdot d_v) + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 2,94m$$

$$b_{1,red} = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 1,81m$$

$$b_0 = k_e \cdot b_{1,red} = 1,63$$

Cálculo da Rotação ψ

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s} = 434,783MPa$$

Quando a razão entre o comprimento dos vãos da laje estiver entre 0,5 e 2,0 o raio de momentos nulos na laje pode ser aproximado conforme a equação abaixo:

$$r_s = 0,22 \cdot L_{max} = 1,54m$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} = 0,026$$

Cálculo do Coeficiente k_ψ

O coeficiente k_ψ é dependente do tamanho máximo do agregado foi definido em:

$$d_g = 25mm$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} = 0,78$$

$$k_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} = 0,198 \text{ onde } d \text{ está em mm}$$

Cálculo da Resistência à Punção

$$V_{Rd} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v = 220,9kN$$

Como $V_{Rd} (220,9kN) < V_{Ed} (622,9kN)$, a laje necessitará de um reforço. O reforço escolhido foi o capitel curto.

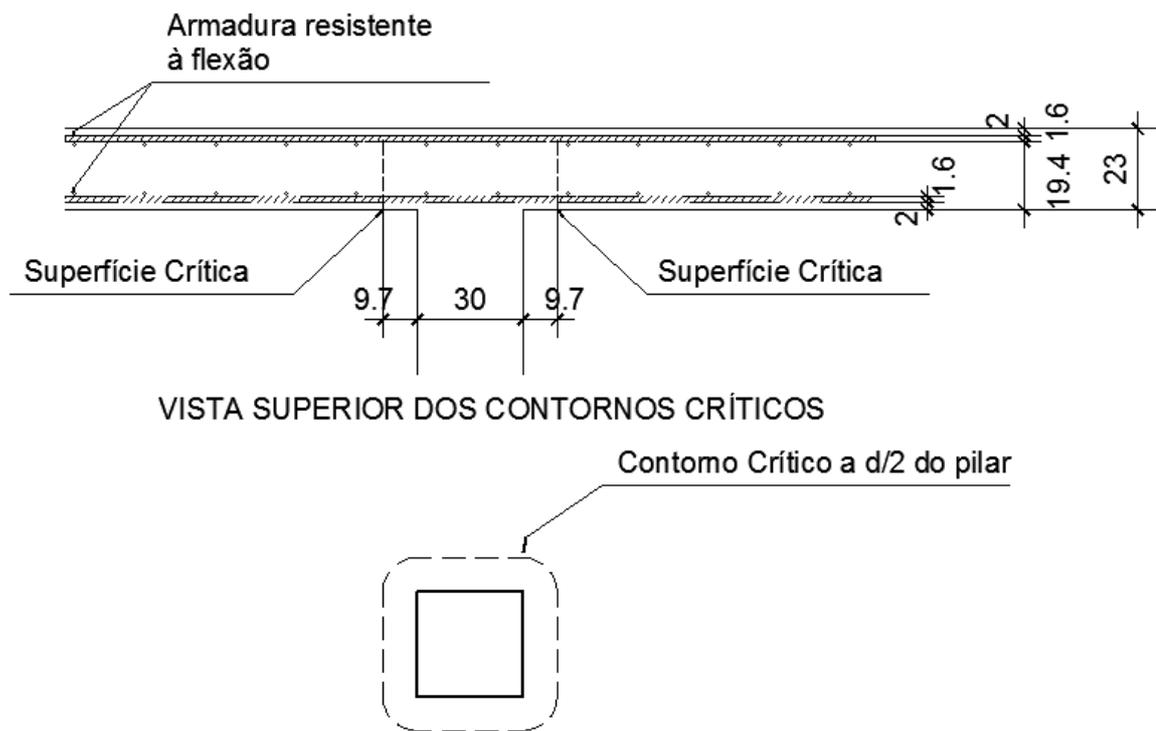


Figura 5. 8 - Armadura e geometria da laje sem capitel curto sem atender as exigências do FIB
Fonte: Elaboração própria

Verificação do Capitel

No FIB MODEL CODE 2010, não é apresentada a verificação de um capitel. Entretanto, para sua verificação será considerada nos cálculos a altura do capitel com a carga da laje.

$$h_{cap} = h + h = 0,46m$$

Pode-se observar que a projeção vertical foi estabelecida para 0,23m e a projeção horizontal 0,46m. Os valores das projeções não são iguais pelos mesmos motivos já esclarecidos no dimensionamento dos capitéis pelo ACI.

Como a laje agora tem capitel,

$$d = d_v = h_{cap} - \phi_{flex} - cob = 0,424m$$

a) Cálculo do Perímetro Crítico

$$b_{max} = 4 \cdot (3 \cdot d_v) + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 6,42m$$

$$b_{1,red} = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 2,53m$$

$$b_0 = k_e \cdot b_{1,red} = 0,9 \cdot 2,53 = 2,28m$$

b) Cálculo da Rotação ψ

A rotação ψ deverá continuar com o mesmo valor pois com a introdução do capitel curto apenas a região da ligação laje-pilar foi enrijecida.

c) Cálculo do Coeficiente k_ψ

O mesmo comentário sobre a rotação ψ vale para este item.

d) Cálculo da Resistência à Punção

$$V_{Rd} = k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v = 675,2kN$$

Como $V_{Rd} (675,2kN) > V_{Ed} (622,9kN)$, o capitel resiste à punção.

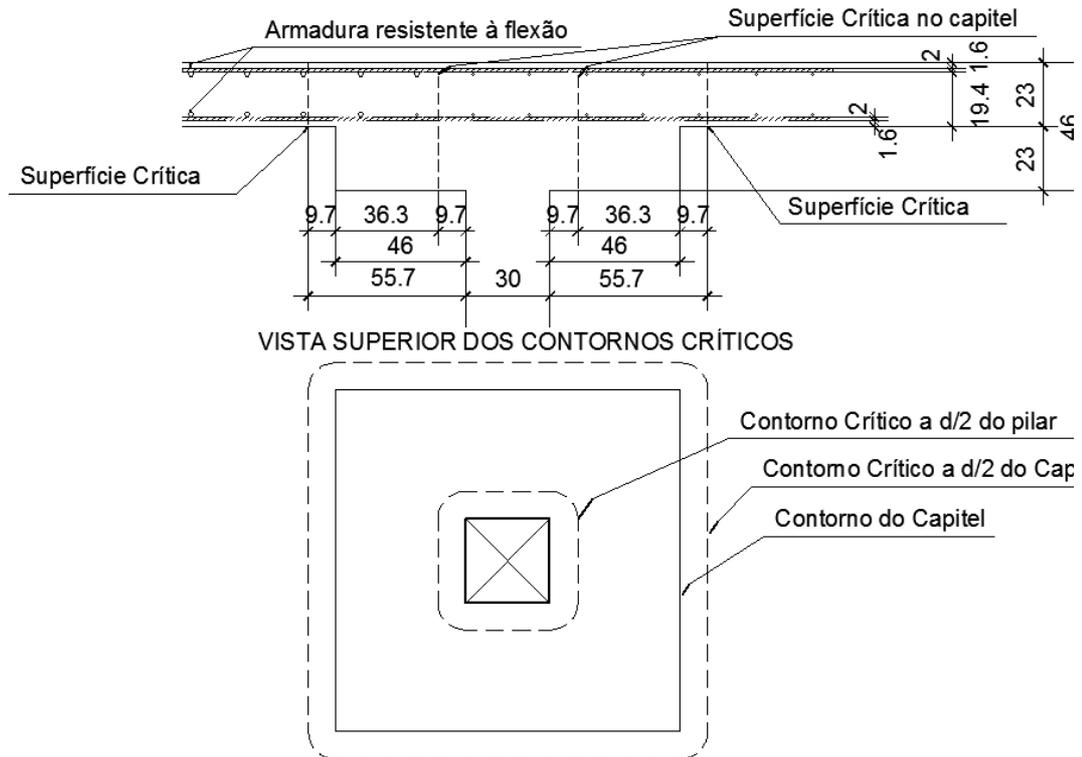


Figura 5.9 - Armadura e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências do FIB

Fonte: Elaboração própria

Verificação da Laje após o Capitel

a) Cálculo da Força Solicitante

Assim como em todos os métodos normativos já apresentados, a força solicitante deveria ser diminuída em relação a área do capitel principalmente quando eles acabam tendo um tamanho significativo o qual foi esse caso do FIB. Entretanto isso não será feito mediante as comparações ainda a serem realizadas.

b) Cálculo do Perímetro Crítico

$$c_{cap1} = 1,22m$$

$$c_{cap2} = 1,22m$$

$$b_{max} = 4 \cdot (3 \cdot d_v) + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 2,94m$$

$$b_0 = b_{max} = k_e \cdot b_{1,red} = 2,65m$$

c) Cálculo da Rotação ψ

A rotação ψ continua com o mesmo valor.

d) Cálculo do Coeficiente k_ψ

O coeficiente k_ψ também continua com o mesmo valor

e) Cálculo da Resistência à Punção

$$V_{Rd} = k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v = 359,1kN$$

Como $V_{Rd} (359,1kN) > V_{Ed} (622,9kN)$, a laje ainda não resiste à punção (ver Figura 5.9).

Observou-se que mesmo com a utilização de um capitel curto, a laje não obteve resistência suficiente para suportar a carga solicitante. Os valores são discrepantes. A explicação para tal fato, se dá pelo perímetro crítico a $d/2$ do apoio (capitel ou pilar), que sempre está limitado a $3 \cdot d_v$ por face de apoio (pilar ou capitel), ou seja, a partir de um certo tamanho do capitel, não adianta aumentá-lo pois o perímetro crítico já chegou ao seu máximo.

Para que o dimensionamento não fique limitado ao perímetro crítico, pode-se tentar algumas alternativas como o aumento do f_{ck} do concreto, a redução dos vãos entre pilares, o aumento da armadura de flexão, a substituição por outro tipo de laje mais leve (nervurada por exemplo) ou o aumento da espessura da laje.

Para esse trabalho, foi escolhido apenas o aumento da espessura. Com isso será necessário novamente o cálculo da armadura de flexão.

ANEXO V**Determinação do novo M_0**

$$M_0 = \frac{q \cdot l_2 \cdot l_n^2}{8} = 461,5 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Determinação dos novos momentos efetivos

$$M_k = \frac{M_{efet1}}{\frac{l_2}{2}} = 64,3 \frac{\text{kN} \cdot \text{m}}{\text{m}}$$

ANEXO VI

$$d_v = d = 0,294$$

Cálculo da Força Solicitante

$$V_{Ed} = L1 \cdot L2 \cdot (\gamma_{c1} \cdot (P_p + Cp_1 + Cp_2) + \gamma_c \cdot C_a) = 788,3kN$$

Cálculo do Perímetro Crítico

$$b_{\max} = 4 \cdot (3 \cdot d_v) + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 4,45m$$

$$b_0 = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 2,12m$$

$$b_0 = b_{\max} = k_e \cdot b_{1,red} = 1,91m$$

Cálculo da Rotação ψ

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s} = 434,783MPa$$

Quando a razão entre o comprimento dos vãos da laje estiver entre 0,5 e 2,0 o aio de moemtnos nulos na laje pode ser aproximado conforme a equação abaixo:

$$r_s = 0,22 \cdot L_{\max} = 1,54m$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} = 0,017$$

Cálculo do Coeficiente k_ψ

$$d_g = 25mm$$

$$k_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} = 0,78$$

$$k_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot k_{dg} \cdot \psi \cdot d} = 0,199 \text{ onde } d \text{ está em mm.}$$

Cálculo da Resistência à Punção

$$V_{Rd} = k_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v = 394,2kN$$

Como $V_{Rd} (394,2kN) < V_{Ed} (788,3kN)$, a laje necessitará de um reforço. O reforço escolhido foi o capitel curto.

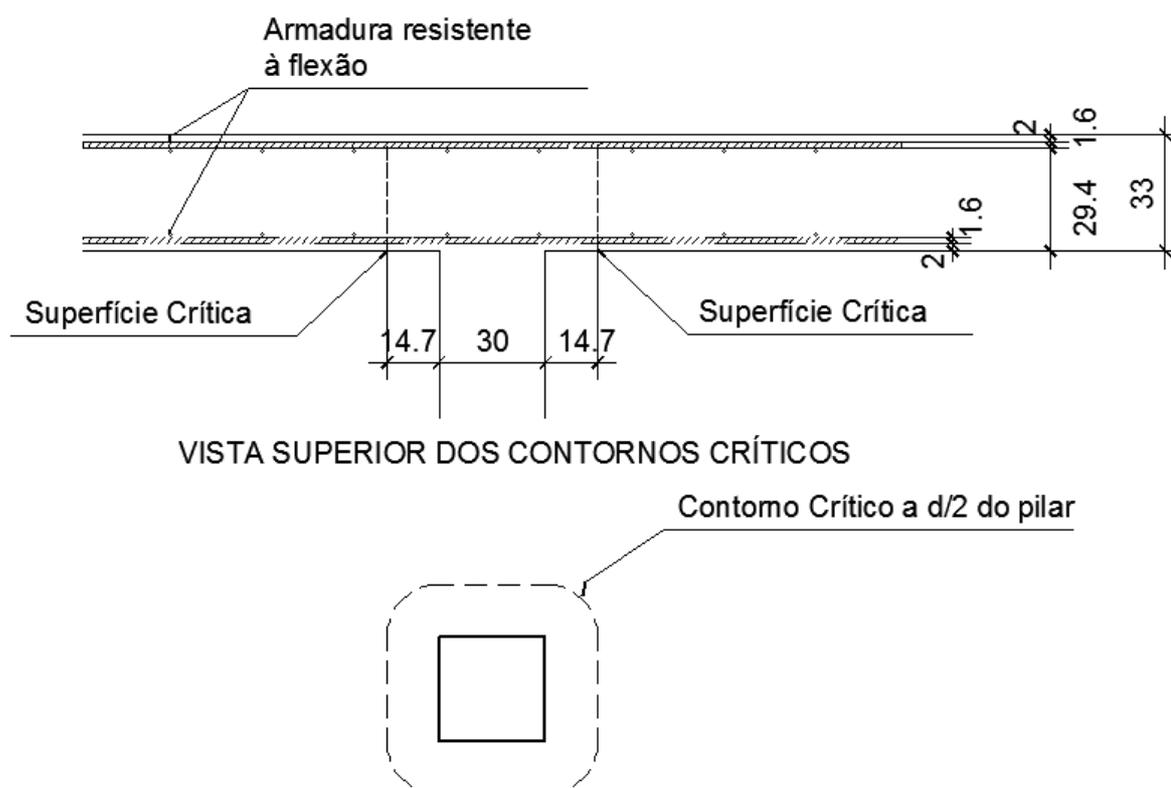


Figura 5. 10 - Armadura e geometria da laje sem capitel curto sem atender as exigências do FIB
Fonte: Elaboração própria

Verificação do Capitel

No FIB MODEL CODE 2010, não é apresentada a verificação de um capitel. Entretanto, para sua verificação será considerada nos cálculos a altura do capitel com a carga da laje.

$$h_{cap} = h + 0,55 \cdot h = 0,51m$$

Pode-se observar que a projeção vertical foi estabelecida para 0,18m e a projeção horizontal 0,36m. Os valores das projeções não são iguais pelos mesmos motivos já esclarecidos no dimensionamento dos capitéis pelo ACI.

a) Cálculo do Perímetro Crítico

$$b_{\max} = 4 \cdot (3 \cdot d_v) + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 7,17m$$

$$b_{1,red} = 2 \cdot c_1 + 2 \cdot c_2 + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 2,69m$$

$$b_0 = k_e \cdot b_{1,red} = 2,42m$$

b) Cálculo da Rotação ψ

A rotação ψ deverá continuar com o mesmo valor pois com a introdução do capitel curto apenas a região da ligação laje-pilar foi enrijecida.

c) Cálculo do Coeficiente k_ψ

O mesmo comentário sobre a rotação ψ vale para este item.

d) Cálculo da Resistência à Punção

$$V_{Rd} = k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v = 805,2kN$$

Como $V_{Rd} (805,2kN) > V_{Ed} (788,3kN)$, o capitel resiste à punção.

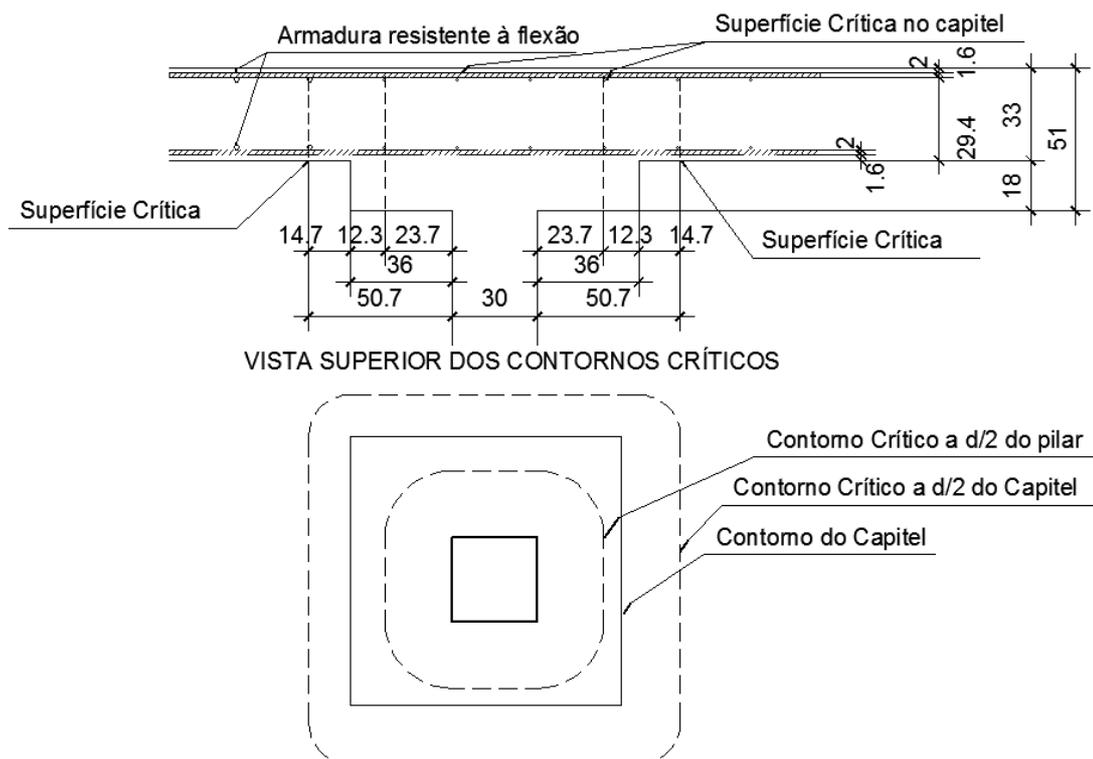


Figura 5.11 - Armadura e geometria da laje com capitel curto atendendo as exigências do FIB
 Fonte: Elaboração própria

Verificação da Laje após o Capitel

a) Cálculo da Força Solicitante

Assim como em todos os métodos normativos já apresentados, a força solicitante deveria ser diminuída em relação a área do capitel principalmente quando eles acabam tendo um tamanho significativo o qual foi esse caso do FIB. Entretanto, isso não será feito mediante as comparações ainda a serem realizadas.

b) Cálculo do Perímetro Crítico

$$c_{cap1} = 1,02m$$

$$c_{cap2} = 1,02m$$

$$b_{max} = 4 \cdot (3 \cdot d_v) + 2 \cdot \pi \cdot (0,5 \cdot d_v) = 4,45m$$

$$b_0 = b_{max} = k_e \cdot b_{1,red} = 4,00m$$

c) Cálculo da Rotação ψ

A rotação ψ continua com o mesmo valor.

d) Cálculo do Coeficiente k_ψ

O coeficiente k_ψ também continua com o mesmo valor

e) Cálculo da Resistência à Punção

$$V_{Rd} = k_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v = 825,6kN$$

Como $V_{Rd} (825,6kN) > V_{Ed} (788,3kN)$, a laje com capitel curto resiste à punção (ver Figura 5.11).