

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE TECNOLOGIA E GEOCIÊNCIAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

JORDLLY REYDSON DE BARROS SILVA

**PROCEDIMENTO EFICIENTE PARA ANÁLISE
DE SEÇÕES EM CONCRETO ARMADO USANDO
O MODELO DE TRELIÇA COM AMOLECIMENTO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Recife
2016

JORDLLY REYDSON DE BARROS SILVA

**PROCEDIMENTO EFICIENTE PARA ANÁLISE
DE SEÇÕES EM CONCRETO ARMADO USANDO
O MODELO DE TRELIÇA COM AMOLECIMENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil

Área de Concentração:
Engenharia Estrutural

Orientador:
Profº Dr. Bernardo Horowitz

Recife
2016

Catálogo na fonte
Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

S586p Silva, Jordlly Reydson de Barros.
 Procedimento eficiente para análise de seções em concreto armado
 usando o modelo de treliça com amolecimento / Jordlly Reydson de
 Barros Silva. 2016.
 120 folhas, il.

 Orientador: Prof. Dr. Bernardo Horowitz.
 Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco.
 CTG. Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, 2016.
 Inclui Referências e anexos.

 1. Engenharia Civil. 2. Modelo de Treliça. 3. Vigas. 4. Concreto armado.
 5. Torção. 6. Cortante I. Horowitz, Bernardo (Orientador). II. Título.

 624 CDD (22. ed.) UFPE/BCTG/2016-98

JORDLLY REYDSON DE BARROS SILVA

**PROCEDIMENTO EFICIENTE PARA ANÁLISE
DE SEÇÕES EM CONCRETO ARMADO USANDO
O MODELO DE TRELIÇA COM AMOLECIMENTO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco como parte dos requisitos para obtenção do título de mestre em Engenharia Civil

Aprovada em: 01/03/2016

BANCA EXAMINADORA

Prof^o. Dr. Bernardo Horowitz (Orientador)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Paulo Marcelo Vieira Ribeiro (Examinador Interno)
Universidade Federal de Pernambuco

Prof^o. Dr. Luis Filipe Almeida Bernardo (Examinador Externo)
Universidade da Beira Interior, Covilhã, Portugal

Dedico esse trabalho a todos aqueles que amam a engenharia, não trabalham só pelo dinheiro ou pela obrigação, realmente gostam do que fazem.

Se você já vibrou com o resultado de um cálculo, já passou noites em claro, preocupado, resolvendo problemas, já passou por muitas dificuldades devido a esse estilo de vida que escolhemos e apesar de tudo isso se divertiu bastante, esse trabalho é dedicado a você.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por ter me proporcionado essa experiência incrível que é estudar engenharia de estruturas.

Aos meus pais, Josivaldo e Mônica, e minha Irmã Jorllâny pelo incentivo, ajuda e força que me deram durante toda minha vida.

Aos meus amigos pelo companheirismo.

Ao Professor Bernardo Horowitz, não só pelo suporte no desenvolvimento desse trabalho, mas também pelos valiosos ensinamentos que me foram passados no decorrer dos últimos cinco anos, onde venho sendo orientado pelo mesmo. Tentarei usar sabiamente esses conhecimentos e passá-los adiante, quando possível.

Aos membros da banca avaliadora, Prof. Dr. Luis Bernardo e Prof. Dr. Paulo Marcelo, pela assistência e sugestões para melhoria do trabalho.

À CAPES por ter possibilitado e financiado essa pesquisa.

Ao Professor Gary Gordon Greene Jr. por ter fornecido a sua tese de doutorado, material esse que ajudou e muito no desenvolvimento dessa dissertação.

Ao Eng^o Luiz Fontes pela ajuda na elaboração dos modelos estruturais referentes ao software CAD/TQS.

À Eng^a Mariella Falcão pela compressão e auxílio nos momentos difíceis.

Aos meus colegas da COMPESA pelo incentivo de sempre continuar estudando e me aperfeiçoando.

Às secretárias do programa de pós-graduação em engenharia civil da UFPE por facilitarem a minha vida, permitindo que pudesse dedicar mais tempo à pesquisa.

A todos que colaboraram direta ou indiretamente para a conclusão desse trabalho.

To engineers who, rather than
blindly following the codes of practices,
seek to apply the laws of nature

T. Y. Lin, 1955

RESUMO

A presente dissertação trata sobre um problema recorrente em projetos de estruturas de concreto armado: determinar corretamente o comportamento de seções sujeitas à combinação de esforços seccionais de flexão, cortante e torção, tanto na situação de serviço como na capacidade resistência limite da peça.

Para o estudo desse problema, é proposto um procedimento de análise baseado no modelo de treliça com amolecimento e combinação de solicitações. Essa técnica consiste em idealizar a seção como a associação de quatro painéis de concreto armado fissurados e, para a correta avaliação do comportamento em situações de serviço, considera o efeito do enrijecimento a tração.

Ao contrário de técnicas de solução por tentativa e erro, tradicionais na utilização desse tipo de modelo, o procedimento proposto se baseia em estabelecer o problema como um sistema de equações não lineares, com restrições, e resolvê-lo utilizando algoritmos de otimização, onde são selecionadas variáveis primárias apropriadas de forma a beneficiar a eficiência do processo de solução. Como estimativa inicial para a resposta é considerado o comportamento obtido em um modelo elástico linear.

Uma vez implementado o procedimento em linguagem MATLAB, o mesmo foi aplicado a diversos ensaios experimentais da literatura, para situações de torção pura e combinação desse esforço com cortante, onde foi constatada boa precisão.

Além disso, foi aplicado o procedimento em um estudo de caso real de um pedestal de concreto armado, suporte de um tanque de armazenamento, onde ficou demonstrada a significativa influência do esforço cortante na redução da rigidez à torção da seção.

O procedimento se mostrou uma opção vantajosa, pois, além da precisão dos resultados já comentados, também apresentou excelente eficiência computacional.

Palavras-chave: Modelo de treliça. Vigas. Concreto armado. Torção. Cortante.

ABSTRACT

This dissertation deals with a recurring problem in design of reinforced concrete structures: correctly determine the behavior of sections subjected to combination of bending, shear and torsion, both at service and strength limit.

For the study of this problem, it's proposed an analytical procedure based on the Combined-Action Softened Truss Model (CA-STM). This technique idealize the section as the association of four cracked reinforced concrete panels and, for proper evaluation of the behavior in service situations, consider the effect of tension stiffening.

Instead of trial and error techniques, traditionally used in this type of model, the proposed procedure is based on establishing the problem as a system of nonlinear equations with constraints, and solve it using optimization algorithms. Appropriate primary variables are selected to improve the efficiency of the process. As an initial estimate of the response it is considered the behavior obtained from a linear elastic model.

Once implemented the procedure in MATLAB language, it has been applied to several experimental tests of literature, for pure torsion situations and the combination of shear and torsion, where good accuracy was verified.

In addition, the procedure was applied in the study of a real case, a reinforced concrete pedestal, supporting a storage tank, where it's demonstrated the significant influence of shear in reducing the torsional stiffness of the section.

The procedure proved to be an advantageous option because, beyond the accuracy of the results already mentioned, also showed excellent computational efficiency.

Keywords: Truss model. Beam. Reinforced concrete. Torsion. Shear.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Elemento bidimensional de concreto armado submetido a esforços de membrana	11
Figura 2.2 – Curvas tensão-deformação do concreto em compressão com amolecimento	15
Figura 2.3 – Curva tensão-deformação do aço	17
Figura 2.4 – Relação entre as solicitações e a tensão principal de tração no elemento.....	19
Figura 2.5 – Fluxograma do procedimento original: análise de painéis de concreto armado	25
Figura 2.6 – Fluxograma do procedimento proposto: análise de painéis de concreto armado	27
Figura 2.7 – Dados do exemplo: análise de painéis de concreto armado	28
Figura 2.8 – Curva tensão-deformação do concreto em compressão.....	28
Figura 2.9 – Comportamento do ângulo variável.....	29
Figura 2.10 – Curva tensão-deformação de cisalhamento.....	30
Figura 3.1 – Estrutura idealizada pelo CA-STM	33
Figura 3.2 – Transformação da seção estudada.....	35
Figura 3.3 – Corte perpendicular às fissuras e gradiente das deformações de compressão.....	37
Figura 3.4 – Possíveis geometrias para a distribuição de deformações nas bielas ..	37
Figura 3.5 – Distribuição das armaduras longitudinais nos quatro painéis.....	39
Figura 3.6 – Fluxos de cisalhamento devido aos esforços tangenciais.....	42

Figura 3.7 – Momento resultante no eixo Z devido às solicitações nos painéis 2 e 4.....	44
Figura 3.8 – Comportamento da resistência à tração do concreto após a fissuração	49
Figura 3.9 – Curvaturas longitudinais e transversais.....	51
Figura 3.10 – Compatibilidade entre as deformações longitudinais dos painéis	53
Figura 4.1 – Fluxograma do procedimento original: análise de seções de concreto armado	65
Figura 4.2 – Fluxograma do procedimento proposto: análise de seções de concreto armado	67
Figura 5.1 – Curvas experimentais de McMullen e Warwaruk e soluções do procedimento.....	74
Figura 5.2 – Curva experimental T3 de Lampert e Thürlimann e solução do procedimento.....	75
Figura 5.3 – Curva experimental RC-23 de Rahal e Collins e solução do procedimento.....	75
Figura 5.4 – Influência do esforço cortante na curva torsor-rotação do experimento 1-1	78
Figura 6.1 – Vista tridimensional do pedestal de concreto	82
Figura 6.2 – Desenho em planta do pedestal de concreto	82
Figura 6.3 – Diagrama dos momentos torsores na viga V1	84
Figura 6.4 – Curva torsor-rotação da viga V1 para torção pura e combinação com cortante	86

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Dados dos experimentos utilizados na validação do procedimento proposto	70
Tabela 5.2 – Comparação entre os divisores à torção nos quatro experimentos.....	76
Tabela 5.3 – Influência do esforço cortante na rigidez à torção do experimento 1-1	79
Tabela 6.1 – Comparação dos esforços no pedestal em função do divisor à torção	84
Tabela 6.2 – Rigidezes e divisor à torção de V1 para torção pura e combinação com cortante	87
Tabela 6.3 – Variação dos esforços característicos de V1 de acordo com a rigidez à torção	88

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras gregas:

α_1 Ângulo fixo

α_2 Complemento do Ângulo fixo

$\alpha_D, \alpha_{D,i}$ Inclinação das bielas de compressão de concreto no painel i

α_R Ângulo variável

$\gamma_{LT}, \gamma_{LT,i}$ Deformação de corte no painel i

$\Delta\varepsilon_D, \Delta\varepsilon_{DS,i}$ Incremento entre as iterações

$\varepsilon_{A,i}$ Deformação de compressão na face interna do painel i

ε_{CL} Deformação longitudinal no eixo da seção idealizada

ε_{cr} Deformação de tração de fissuração

ε_{cr0} Deformação a partir da qual a resistência à tração do concreto é nula

$\varepsilon_D, \varepsilon_{D,i}$ Deformação principal de compressão no painel i

$\varepsilon_{DS,1.inicial}$ Deformação de compressão inicial na face externa do painel 1

$\varepsilon_{DS,i}$ Deformação de compressão na face externa do painel i

$\varepsilon_{DS,i}^0$ Estimativa linear inicial para às deformações nas faces externas

$\varepsilon_{DS.MAX}$ Valor limite da deformação de compressão na face externa

$\varepsilon_{L,i}^0$	Estimativa linear inicial para às deformações longitudinais
$\varepsilon_L, \varepsilon_{L,i}$	Deformação longitudinal no painel i
ε_o	Deformação de compressão relativa à resistência de pico
$\varepsilon_{R,i}^0$	Estimativa linear inicial para às deformações de tração principal
$\varepsilon_R, \varepsilon_{R,i}$	Deformação principal de tração no painel i
ε_S	Deformação do aço S
ε_{Sy}	Deformação de escoamento do aço S
$\varepsilon_T, \varepsilon_{T,i}$	Deformação transversal no painel i
θ	Rotação axial sofrida pela peça
$\theta_{TX.ELAS}$	Rotação axial elástica
$\theta_{TX.ULT}$	Rotação axial última
μ	Fator redutor de escala das tensões aplicadas no painel
ν	Módulo de Poisson
ζ	Coefficiente de amolecimento
$\rho_L, \rho_{L,i}$	Taxa de armadura longitudinal no painel i
$\rho_T, \rho_{T,i}$	Taxa de armadura transversal no painel i
σ_1	Tensão principal de tração no elemento de concreto armado
σ_2	Tensão principal de compressão no elemento de concreto armado

$\sigma_D, \sigma_{D,i}$	Tensão principal de compressão no concreto no painel i
$\sigma_L, \sigma_{L,i}$	Tensão longitudinal aplicada no painel i
σ_L^c	Componente do concreto da tensão longitudinal aplicada no painel
$\sigma_R, \sigma_{R,i}$	Tensão principal de tração no concreto no painel i
$\sigma_T, \sigma_{T,i}$	Tensão transversal aplicada no painel i
σ_T^c	Componente do concreto da tensão transversal aplicada no painel
$\tau_{LT}, \tau_{LT,i}$	Tensão de cisalhamento aplicada no painel i
τ_{LT}^c	Componente do concreto da tensão de cisalhamento no painel i
$\phi_{L,13}$	Curvatura longitudinal dos painéis 1 e 3
$\phi_{L,24}$	Curvatura longitudinal dos painéis 2 e 4
$\phi_{T,13}$	Curvatura transversal dos painéis 1 e 3
$\phi_{T,24}$	Curvatura transversal dos painéis 2 e 4
ψ_i	Curvatura do painel i

Letras Romanas Minúsculas:

b	Base da seção transversal
b_0	Largura dos painéis 2 e 4
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto

f_{cr}	Tensão de tração de fissuração
$f_L, f_{L,i}$	Tensão na armadura longitudinal do painel i
f_{Ly}	Tensão de escoamento na armadura longitudinal
$f_S, f_{S,i}$	Tensão do aço S no painel i
f_{Sy}	Tensão de escoamento do aço S
$f_T, f_{T,i}$	Tensão na armadura transversal do painel i
f_{Ty}	Tensão de escoamento na armadura transversal
h	Altura da seção transversal
h_0	Larguras dos painéis 1 e 3
i	Índice identificador principal do painel (1, 2, 3 ou 4)
j	Índice identificador auxiliar do painel (2, 3 ou 4)
k	Índice identificador da iteração
$k_{1,i}$	Relação entre a tensão de compressão média e de pico no painel i
m_L	Constante de proporcionalidade longitudinal
m_T	Constante de proporcionalidade transversal
m_{LT}	Constante de proporcionalidade de cisalhamento
n_{\max}	Número máximo de pontos da análise
q_i	Fluxo de cisalhamento total no painel i

$q_{Vy,i}$	Fluxo de cisalhamento no painel i devido ao cortante do eixo Y
$q_{Vz,i}$	Fluxo de cisalhamento no painel i devido ao cortante do eixo Z
$q_{T,i}$	Fluxo de cisalhamento no painel i devido ao momento torsor
s	Espaçamento entre os estribos
$t_{D,i}$	Espessura do fluxo de cisalhamento no painel i
t_i	Espessura real do painel i
$w_{0,i}$	Largura do painel i
xa	Maior dimensão da seção transversal
xb	Menor dimensão da seção transversal
z_i	Parâmetro adimensional da curvatura no painel i
z_i^0	Estimativa linear inicial para o parâmetro adimensional da curvatura

Letras Romanas Maiúsculas:

A	Primeira constante que determina a curva regularizada do aço
A_{cp}	Área inclusa pelo perímetro externo
A_g	Área bruta de concreto
$A_{L,i}$	Armadura longitudinal no painel i
$A_{LPRE,i}$	Armadura longitudinal preliminar no painel i
A_{LT}	Armadura longitudinal total

A_0	Área inclusa pela linha central do fluxo de cisalhamento
A_T	Armadura transversal
B	Segundo coeficiente para o cálculo de σ_1
C	Terceiro coeficiente para o cálculo de σ_1
DIV_{TOR}	Divisor à torção
$DIV_{TOR.EXP}$	Divisor à torção experimental
$DIV_{TOR.CA-STM}$	Divisor à torção do CA-STM
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
EI	Rigidez à flexão
E_S	Modulo de elasticidade do aço
F	Segunda constante que determina a curva regularizada do aço
F_{CA-STM}	Função resíduo do CA-STM
F_{MCTM}	Função resíduo do MCTM
F_{RA-STM}	Função resíduo do RA-STM
G_C	Módulo de elasticidade transversal
GC	Rigidez à torção
GC_{ELAS}	Rigidez à torção elástica
$GC_{ELAS.EXP}$	Rigidez à torção elástica experimental
$GC_{ELAS.CA-STM}$	Rigidez à torção elástica do CA-STM

GC_{ULT}	Rigidez à torção última
$GC_{ULT.EXP}$	Rigidez à torção última experimental
$GC_{ULT.CA-STM}$	Rigidez à torção última do CA-STM
H	Primeiro coeficiente para o cálculo de σ_1
M_Y	Momento fletor solicitante no eixo Y
M_Z	Momento fletor solicitante no eixo Z
N_X	Esforço normal solicitante no eixo X
S	Índice do aço estudado
T_{CR}	Momento torsor de fissuração
Tol	Tolerância da função resíduo
T_X	Momento torsor solicitante no eixo X
$T_{X.ULT}$	Momento torsor último
$T_{X.ELAS}$	Momento torsor elástico
T_X^0	Estimativa linear inicial para o momento torsor
V_C	Componente do concreto na resistência ao corte
V_Y	Esforço cortante solicitante no eixo Y
V_Z	Esforço cortante solicitante no eixo Z

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	1
1.1.	Rigidez à torção	2
1.2.	Análise de seções em concreto armado	3
1.2.1.	<i>Torção pura</i>	3
1.2.2.	<i>Combinação de esforços</i>	4
1.3.	Objetivos do trabalho	5
1.4.	Metodologia proposta e suas limitações	6
1.5.	Estrutura da dissertação	6
2.	MODELO DE TRELIÇA COM AMOLECIMENTO E ÂNGULO VARIÁVEL	9
2.1.	Introdução	9
2.2.	Descrição do modelo	10
2.2.1.	<i>Equilíbrio das Tensões</i>	10
2.2.2.	<i>Compatibilidade das deformações</i>	13
2.2.3.	<i>Relações constitutivas dos materiais</i>	14
2.2.3.1.	Concreto submetido à compressão.....	14
2.2.3.2.	Aços longitudinais e transversais	16
2.3.	Modelo de treliça elástico linear	18
2.4.	Carregamento proporcional	19
2.5.	Procedimento de solução	22
2.5.1.	<i>Equações adicionais</i>	22
2.5.2.	<i>Equação não linear da estimativa inicial (MCTM)</i>	22
2.5.3.	<i>Sistema de equações não lineares do RA-STM</i>	23
2.5.4.	<i>Algoritmo de solução original</i>	24
2.5.5.	<i>Algoritmo de solução proposto</i>	25
2.6.	Exemplo de aplicação	28
2.7.	Conclusões preliminares	31
3.	MODELO DE TRELIÇA COM AMOLECIMENTO E COMBINAÇÃO DE SOLICITAÇÕES.....	32
3.1.	Introdução	32
3.2.	Fundamentos do modelo	32
3.3.	Transformação da seção real para a seção idealizada no CA-STM	34

3.3.1.	<i>Geometria da seção</i>	34
3.3.2.	<i>Espessura do fluxo de cisalhamento</i>	36
3.3.3.	<i>Cálculo das áreas de aço equivalentes em cada painel</i>	39
3.3.4.	<i>Distribuição dos esforços de membrana equivalentes nos painéis</i>	41
3.3.4.1.	Esforços tangenciais	41
3.3.4.2.	Esforços normais	43
3.4.	Equações de equilíbrio e de compatibilidade dos painéis	44
3.5.	Relações constitutivas dos materiais	46
3.5.1.	<i>Concreto submetido à compressão</i>	46
3.5.2.	<i>Concreto submetido à tração</i>	48
3.5.3.	<i>Aços longitudinais e transversais</i>	50
3.6.	Compatibilidade entre as deformações dos painéis	51
3.6.1.	<i>Curvaturas longitudinais e transversais</i>	51
3.6.2.	<i>Compatibilidade entre as deformações longitudinais dos painéis</i>	52
3.6.3.	<i>Curvaturas das bielas de concreto</i>	53
3.6.4.	<i>Cálculo da rotação axial com base nas deformações de corte</i>	54
4.	PROCEDIMENTO PROPOSTO	55
4.1.	Introdução	55
4.2.	Equações adicionais	55
4.2.1.	<i>Ângulo variável como função das deformações</i>	55
4.2.2.	<i>Parâmetros da seção real e da idealizada</i>	56
4.3.	Variáveis primárias selecionadas	56
4.4.	Função resíduo que representa o sistema não linear	60
4.5.	Estimativa inicial baseada em modelo linear	62
4.6.	Algoritmo de solução original	64
4.7.	Algoritmo de solução proposto	66
5.	VALIDAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO	69
5.1.	Introdução	69
5.2.	Ensaio selecionados para a validação do procedimento	69
5.3.	Especificações usadas nas análises	71
5.4.	Crítérios adotados na validação do procedimento	71
5.4.1.	<i>Rigidez à torção da seção</i>	72
5.5.	Comparação entre os resultados do modelo e os dados experimentais .	74

5.6. Estudo adicional da influência do esforço cortante na rigidez à torção ..	78
5.7. Conclusões preliminares ..	79
6. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO EM UM PROBLEMA REAL ..	81
6.1. Introdução ..	81
6.2. Descrição da estrutura estudada ..	81
6.3. Influência do divisor à torção na distribuição dos esforços ..	83
6.4. Aplicação do procedimento proposto ..	85
7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS ..	91
7.1. Conclusões ..	91
7.2. Sugestões para trabalhos futuros ..	92
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS ..	93
ANEXO A – Código em MATLAB do procedimento proposto (RA-STM) ..	97
ANEXO B – Código em MATLAB do procedimento proposto (CA-STM) ..	104
ANEXO C – Códigos em MATLAB dos dados experimentais ..	114
ANEXO D – Códigos em MATLAB dos dados do Pedestal de Concreto ..	118

1. INTRODUÇÃO

No projeto de estruturas apertadas em concreto armado, é importante determinar corretamente os coeficientes de rigidez usados tanto nas análises em serviço como na capacidade resistente limite das peças.

De forma geral, essa tarefa não é trivial. No caso da rigidez à torção efetiva, por exemplo, essa propriedade é muito sensível à geometria da seção, fissuração do concreto e escoamento do aço, podendo variar consideravelmente com o nível de carregamento aplicado.

Além disso, outro fator que dificulta a análise é o efeito da atuação simultânea de esforços seccionais (combinação de flexão, cortante e torção) na rigidez da seção, associação essa que tende a induzir os coeficientes calculados para grandezas diferentes daquelas relativas às ações isoladas.

Uma má avaliação dos coeficientes de rigidez pode conduzir a análise para valores que não condizem com a realidade, principalmente em estruturas hiperestáticas, onde o efeito da redistribuição dos esforços é mais atuante.

Por outro lado, uma prática corrente da engenharia nacional é admitir, em verificações para o estado limite último, coeficientes de rigidez referentes ao comportamento linear elástico da estrutura multiplicados por redutores de inércia normativos. É evidente que essa abordagem visa simplificar e facilitar o processo e, de forma geral, conduz a análise a valores aceitáveis. Porém, existem situações particulares onde essa prática não é mais suficiente, sendo necessária a utilização de ferramentas mais sofisticadas para determinar os coeficientes de rigidez das análises e, conseqüentemente, os esforços internos de projeto. Um exemplo real com essas características é apresentado posteriormente no capítulo 6.

O presente trabalho trata sobre o desenvolvimento de uma ferramenta para o cálculo dos valores efetivos de rigidez à torção em seções de concreto armado, visando servir como subsídio para análises estruturais. Para isso, foi formulado um procedimento eficiente para determinar o comportamento carga-deformação pré-pico de seções em concreto armado sujeitas à combinação de flexão, cortante e torção, usando o modelo de treliza com amolecimento e combinação de solicitações, *Combined-Action Softened Truss Model* (CA-STM), Greene (2006), teoria essa que

idealiza seções de vigas como a associação de quatro painéis de concreto armado fissurados, um para cada face.

1.1. Rigidez à torção

No projeto de edifícios de concreto armado, é comum o surgimento de esforços internos de torção. No estudo desse fenômeno e no projeto das estruturas é importante determinar o tipo da torção: de equilíbrio ou de compatibilidade.

Se a torção é necessária para manter o equilíbrio da estrutura, a mesma é denominada torção de equilíbrio. Nessa situação, o momento torsor não pode ser reduzido, pois ele é fundamental para satisfazer as condições de equilíbrio.

Já quando esse esforço está relacionado com a compatibilização entre as deformações do elemento estudado e as deformações das estruturas vizinhas, ele é denominado torção de compatibilidade. Nesse caso, a torção na viga depende da rotação nesse elemento, e conseqüentemente de sua rigidez.

Em relação à torção de equilíbrio, a prática da engenharia nacional está dividida em um grupo que utiliza a rigidez à torção da seção bruta (ou elástica), e outro que usa o momento torsor referente a 15% da rigidez da seção bruta. No caso da torção de compatibilidade, a prática corrente no país é simplesmente desprezar esse esforço. Na análise de grelha de um pavimento, por exemplo, isto é simulado através da divisão por 100 da rigidez à torção.

A norma NBR-6118/2007, por sua vez, na alínea 14.6.7.2, especifica que a rigidez à torção pode ser tomada como 15% da elástica. Ao mesmo tempo, na alínea 17.5.1.2, da mesma norma, admite-se desprezar o torsor de compatibilidade. Ou seja, além do fato dessas prescrições poderem causar equívocos na sua interpretação, não é feita orientação precisa sobre como proceder em situações de combinação de momento torsor com esforço cortante elevado, condição estudada no presente trabalho.

1.2. Análise de seções em concreto armado

No presente item é feita uma breve revisão bibliográfica sobre alguns modelos estruturais para análise de seções em concreto armado, tanto para torção pura como para a combinação desse esforço com flexão e/ou cortante.

1.2.1. Torção pura

Em problemas reais de engenharia, são raras as situações em que a estrutura é submetida à torção pura. Normalmente, esse esforço vem acompanhado de flexão e/ou cortante. Apesar disso, dada a importância dessa solicitação para o projeto de estruturas, principalmente em casos onde é um esforço dominante, como em pontes curvas, é válido conhecer bem o comportamento de seções de concreto sujeitas à torção pura.

Com o objetivo de retratar toda a curva torsor-rotação, tanto no comportamento linear (pré-fissuração) como no não linear (pós-fissuração), em seções em concreto armado sujeitas à torção pura, Tavio e Teng (2004, 2005) propuseram uma interpolação quadrática entre parâmetros da rigidez à torção da seção, utilizando hipóteses levantadas por Hsu (1973) e Lampert (1973).

Por outro lado, também com o intuito de prever todo o comportamento carga-deformação de seções em concreto, Bernardo, Andrade e Lopes (2012) desenvolveram uma versão modificada do modelo de treliza com amolecimento e ângulo variável, considerando a contribuição do núcleo de concreto da seção na capacidade resistente da peça, propriedade essa geralmente desprezada em modelos de treliza para torção.

Além desses trabalhos, vale a pena citar outros textos que também apresentaram bons resultados em comparações com dados de experimentos, como: Jeng e Hsu (2009) que, com base em uma expansão do SMM (*Softened Membrane Model*), modelo de membrana com amolecimento, criaram uma nova técnica analítica para estudar o comportamento de vigas sob torção pura, e Bernardo, Andrade e Nunes (2015) que desenvolveram um método generalizado aplicado à torção, através do refinamento do modelo de treliza com amolecimento e ângulo variável, considerando a incorporação da relação constitutiva do concreto em tração.

1.2.2. Combinação de esforços

Desde o surgimento da analogia de treliça espacial proposta por Rausch (1929), modelos de treliça vêm sendo desenvolvidos e aplicados para o entendimento do comportamento de seções em concreto armado sujeitas tanto a torção pura como a interação desse esforço com flexão e/ou cortante. Atualmente, duas linhas de pesquisa vêm se destacando no estudo desses modelos: a teoria do campo de compressão modificada, *Modified Compression Field Theory* (MCFT) e os modelos de treliça com amolecimento, *Softened Truss Model* (STM).

O MCFT, proposto inicialmente por Vecchio e Collins (1986), foi desenvolvido a partir de fundamentos do CFT, *Compression Field Theory*, teoria do campo de compressão, Onsongo (1978), e tem a vantagem sobre o seu predecessor de considerar a contribuição da parcela tracionada de concreto para a resistência da seção. Ambos os modelos idealizam um campo de compressão na biela de concreto, equilibrado pela resultante de tração das armaduras.

Por sua vez, o STM, desenvolvido originalmente por Hsu e Mo (1985), é fundamentado nos três pilares da mecânica das estruturas, onde o equilíbrio das tensões e compatibilidade das deformações é definido de acordo com o círculo de Mohr e as relações constitutivas consideram o efeito de amolecimento do concreto.

Na presente dissertação é aplicado um modelo desenvolvido por Greene (2006), considerado uma expansão do STM tradicional, para a análise de seções de concreto sujeitas à combinação de flexão, cortante e torção. Esse modelo admite o efeito de enrijecimento à tração e com isso consegue fazer uma melhor previsão do comportamento da peça para cargas de serviço.

Tradicionalmente, os modelos comentados até então tem como uma prática corrente na sua utilização resolver o sistema não linear formado pelas equações de equilíbrio, compatibilidade e relações constitutivas, com base em técnicas de solução por tentativa e erro. De forma geral, essa metodologia tende a encontrar corretamente a resposta, porém, quando o número de estimativas é muito grande, o método perde eficiência e pode se tornar uma opção impraticável.

Nesse trabalho, é apresentada uma alternativa eficiente para procedimento de solução do sistema de equações do modelo escolhido. Essa metodologia tem como

fundamento entender o problema como um sistema de equações não lineares com restrições e resolve-lo usando algoritmos de otimização.

1.3. Objetivos do trabalho

Os objetivos da presente dissertação podem ser classificados como objetivo global e objetivos específicos. Como objetivo global, é possível citar:

- Estudar a influência da combinação entre os esforços seccionais de torção e cortante no comportamento e rigidez à torção de seções em concreto armado, tanto em situações de serviço como na capacidade máxima resistente. Com isso, propor uma ferramenta que possa servir de subsídio para o cálculo das rigidezes necessárias em análises estruturais.

Em relação aos objetivos específicos, pode-se nomear:

- Propor um procedimento de solução eficiente para análise de seções retangulares em concreto armado, maciças ou vazadas, submetidas à combinação de esforços seccionais de flexão, cortante e torção, usando o modelo de trelança com amolecimento e combinação de solicitações, CA-STM, Greene (2006), técnica essa que idealiza seções em concreto armado como a associação de quatro painéis fissurados;
- Definir o problema estudado como um sistema de equações não lineares, com restrições, e resolve-lo utilizando algoritmos de otimização, tendo como estimativa inicial para a solução o comportamento obtido em um modelo elástico linear;
- Implementar o procedimento em linguagem MATLAB e aplica-lo a ensaios experimentais contidos na literatura com o objetivo de validar o método;
- Aplicar o procedimento proposto em um estudo de caso real, tendo como objetivo verificar a influência do esforço cortante na rigidez à torção da seção analisada;

1.4. Metodologia proposta e suas limitações

Para a análise de seções em concreto armado, utilizou-se no presente trabalho o modelo de treliça com amolecimento e combinação de solicitações (CA-STM), Greene (2006), técnica essa que idealiza a seção como a associação de quatro painéis fissurados de concreto armado e utiliza o efeito de enrijecimento à tração para fazer uma estimativa razoável do comportamento em serviço da peça.

Uma prática corrente na utilização de técnicas relacionados com o modelo de treliça com amolecimento é resolver o sistema não-linear, formado pelas equações de equilíbrio, compatibilidade e relações constitutivas, com base em técnicas de solução por tentativa e erro. De forma geral, essa metodologia tende a encontrar corretamente a resposta, porém, quando o número de estimativas é muito grande, o método perde eficiência e pode se tornar uma opção impraticável.

No presente trabalho, é apresentada uma alternativa eficiente para procedimento de solução do sistema de equações referente ao CA-STM. Essa metodologia tem como fundamento entender o problema como um sistema de equações não-lineares com restrições e resolve-lo usando algoritmos do *toolbox* de otimização do MATLAB. As variáveis primárias do sistema, 16 ao todo, são selecionadas de forma a beneficiar a eficiência desse procedimento, onde, a estimativa inicial é obtida com base em um modelo linear.

Devido ao fato da metodologia proposta aplicar o modelo desenvolvido por Greene (2006), o procedimento apresentado é tributário das premissas assumidas e das limitações do mesmo, conforme pode-se observar no capítulo 3. Além disso, a técnica de solução faz uso de relações constante entre esforços internos para estudar o comportamento de uma única seção e não de toda a estrutura. Nos capítulos 6 e 7, além de serem ressaltadas essas duas limitações, são sugeridas soluções para serem empregadas em trabalhos científicos futuros.

1.5. Estrutura da dissertação

No presente item, será apresentada a estrutura seguida no desenvolvimento da dissertação, de forma que o texto possa se tornar mais acessível e de fácil compreensão para o leitor.

No capítulo de introdução, além de ser apresentada uma ideia geral sobre o tema da dissertação, é feita uma breve revisão bibliográfica sobre alguns modelos estruturais para análise de seções em concreto armado, juntamente com prescrições da NBR-6118/2007 sobre a rigidez à torção em vigas.

No capítulo 2, além de ser discutido o modelo de treliça com amolecimento e ângulo variável, juntamente com as suas equações de equilíbrio, compatibilidade e as particulares a cerca das relações constitutivas adotadas, é proposto um procedimento eficiente de análise de painéis de concreto armado usando esse modelo. A técnica segue o mesmo raciocínio do procedimento proposto principal, para análise de seções, do capítulo 4 e serve de ferramenta para introduzir o leitor em conceitos abordados no decorrer do trabalho.

No capítulo 3, é descrito o modelo de treliça com amolecimento e combinação de solicitações, CA-STM, proposto originalmente por Greene (2006), onde são frisadas as suas vantagens e desvantagens. Esse capítulo visa servir de subsídio para o entendimento do procedimento proposto para análise de seções em concreto armado, apresentado no capítulo seguinte.

Consta no capítulo 4 o procedimento de solução proposto para o CA-STM, juntamente com as variáveis primárias selecionadas, a função resíduo que representa o sistema de equações não-linear e o método de estimativa inicial para a solução, baseado em um modelo linear elástico.

No capítulo 5, com o objetivo de verificar a eficiência do procedimento de solução proposto na seção anterior, resultados obtidos em análises tanto para o caso de torção pura como para a combinação desse esforço com o cortante são comparados com dados experimentais, obtidos na literatura. Além disso, de forma complementar a esse capítulo, também é apresentado um estudo sobre a influência do esforço cortante na rigidez à torção de vigas de concreto armado.

No capítulo 6, é apresentado um exemplo de aplicação do procedimento proposto em um caso real. Além de ser descrita a estrutura estudada, juntamente com as suas particularidades e dificuldades inerentes do projeto, são apresentados os resultados obtidos na análise da mesma utilizando a associação do CA-STM, capítulo 3, com o procedimento de solução proposto, capítulo 4. Esse estudo foi feito

com o objetivo de demonstrar os benefícios e as desvantagens da aplicação dessa metodologia em uma situação real e propor uma possível solução para a verificação dos elementos da estrutura.

Por fim, no capítulo 7, o trabalho é concluído com as considerações finais a cerca dos resultados apresentados, onde, também são feitas recomendações para futuros trabalhos científicos na área.

2. MODELO DE TRELIÇÃO COM AMOLECIMENTO E ÂNGULO VARIÁVEL

2.1. Introdução

No projeto e concepção de estruturas, é comum que o engenheiro estime o comportamento de construções complexas com base na associação e combinação de elementos menores e mais simples. Vários métodos de análise estrutural são baseados nesse conceito. Por exemplo, estruturas de contensão de reatores, cobertas em casca ou nervuras de pontes com seção caixão (sem a presença de torção considerável) podem ser inicialmente idealizadas de acordo com elementos bidimensionais de concreto armado submetidos a esforços de membrana.

É possível encontrar na literatura procedimentos baseados em modelos de trelição que conseguem determinar o comportamento desse tipo de estrutura 2D. No presente trabalho, optou-se por usar o modelo de trelição com efeito de amolecimento e ângulo variável, técnica essa baseada nos três pilares da mecânica das estruturas: equilíbrio das tensões, compatibilidade das deformações e relações constitutivas dos materiais.

Muitas vezes, a solução do sistema formado pelas equações desses três grupos é baseada em tentativa e erro. Essa técnica tende a encontrar corretamente a solução, porém, quando o número de estimativas é muito grande, o método perde eficiência e pode se tornar uma opção inviável.

Esse capítulo trata sobre um procedimento eficiente para estimar o comportamento carga-deformação pré-pico de painéis retangulares de concreto armado submetidos a esforços de membrana. A técnica de solução se baseia em estabelecer o problema como um sistema de equações não lineares e resolvê-lo utilizando algoritmos presentes no *toolbox* de otimização do MATLAB, usando como estimativa inicial para a solução o comportamento obtido em um modelo de trelição elástico linear da mesma estrutura.

As equações baseadas no equilíbrio das tensões e compatibilidade das deformações são obtidas através do círculo de Mohr, enquanto que as relações constitutivas dos materiais consideram o amolecimento do concreto submetido a um estado biaxial de tração-compressão e a regularização da curva tensão-deformação

dos aços, para evitar problemas de convergência no método. Por sua vez, a resistência à tração do concreto é desprezada.

O presente capítulo, além de descrever o modelo utilizado, tem como objetivo propor uma opção viável de procedimento de solução para esse problema, considerando tanto a sua eficiência computacional como a precisão dos resultados obtidos em relação a dados de análises presentes na literatura.

2.2. Descrição do modelo

O comportamento pré-pico de elementos bidimensionais de concreto armado pode ser estudado com base no modelo de treliça com amolecimento e ângulo variável (*Rotating-Angle Softened Truss Model – RA-STM*). Segundo Hsu e Mo (2010), desde o desenvolvimento original dessa técnica, ela vem sendo aprimorada para conseguir retratar os mais diversos efeitos na estrutura, como: a contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento, Pang e Hsu (1996); Hsu e Zhang (1997), o comportamento pós-pico usando o coeficiente de Poisson, Hsu e Zhu (2002) e o efeito de enrijecimento à tração, Greene e Belarbi (2006).

Conforme apresentado por Hsu e Mo (2010), o RA-STM não retrata corretamente o comportamento pós-pico devido ao fato de negligenciar o efeito do poisson no elemento fissurado de concreto armado.

O modelo recebe esse nome, pois, o mecanismo de resistência idealizado da estrutura se assemelha a uma treliça, onde as armaduras trabalham em tração e o concreto trabalha em compressão. A teoria é baseada nos três pilares da mecânica das estruturas: Equilíbrio das tensões, compatibilidade das deformações e relações constitutivas dos materiais.

2.2.1. Equilíbrio das Tensões

A Figura 2.1(a) mostra um elemento bidimensional de concreto armado submetido a esforços de membrana, onde os eixos L e T fazem referência à orientação das armaduras longitudinais e transversais. Essa estrutura pode ser entendida como a superposição de um elemento de concreto simples e uma malha

ortogonal de aço, conforme mostra a Fig. 2.1(b) e (c). Os esforços de membrana aplicados no elemento de concreto armado, segundo o sistema de coordenadas L-T (σ_L , σ_T e τ_{LT}), também podem ser separados em componentes do elemento de concreto simples (σ_L^c , σ_T^c e τ_{LT}^c) e componentes da malha de aço ($\rho_L f_L$ e $\rho_T f_T$). As solicitações σ_L e σ_T representam as tensões normais, longitudinais e transversais, aplicadas no elemento, enquanto que τ_{LT} retrata a tensão de cisalhamento.

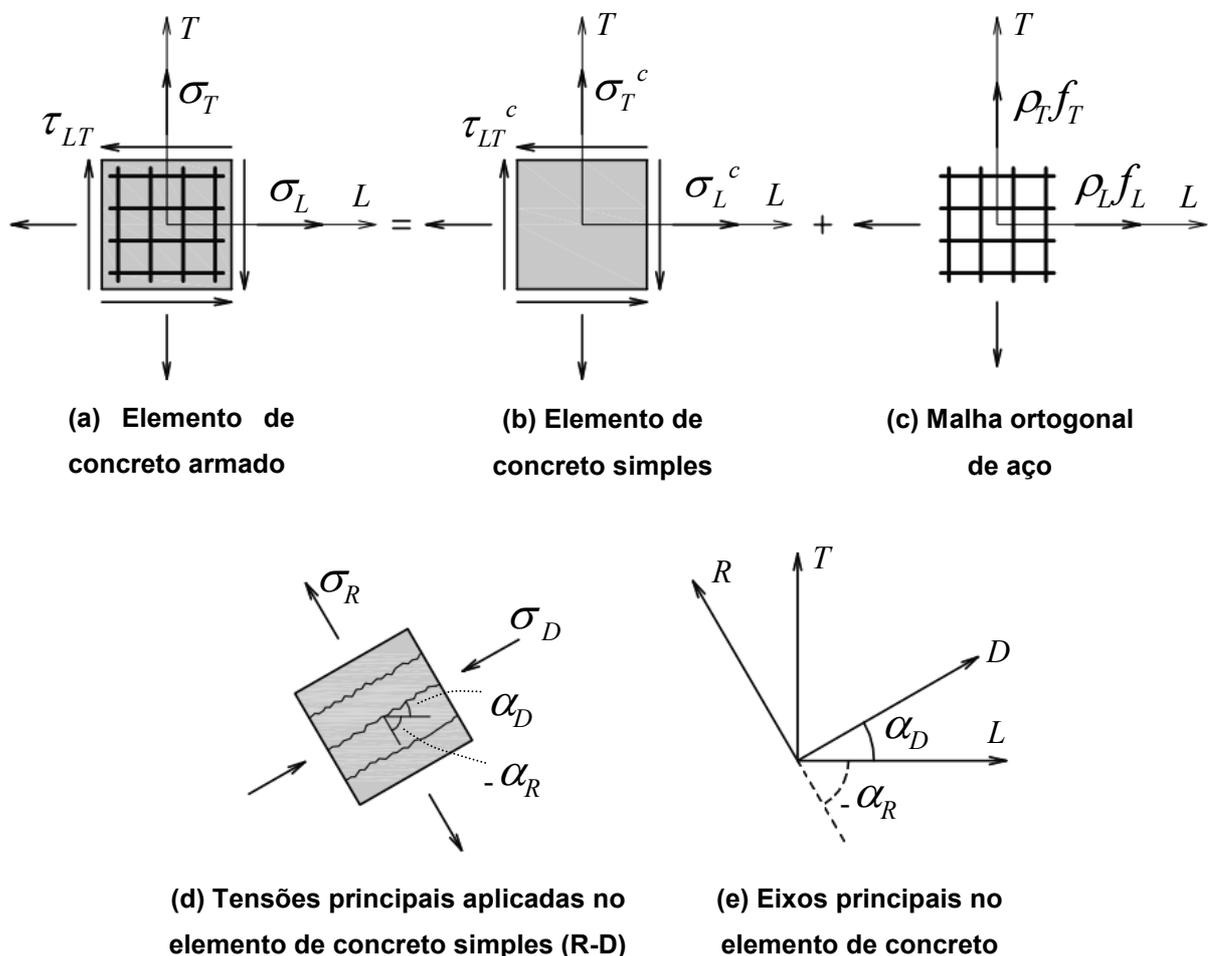


Figura 2.1 – Elemento bidimensional de concreto armado submetido a esforços de membrana

Fonte: Adaptado de Hsu e Mo (2010)

Os parâmetros f_L e f_T são as tensões nos aços longitudinais e transversais, e ρ_L e ρ_T as respectivas taxas de armadura. Admite-se que os aços só resistem a

esforços axiais, desprezando assim qualquer possível efeito de pino. É também considerada aderência perfeita entre o aço e o concreto. A convenção de sinais adotada considera as tensões e deformações de tração como positivas e, conseqüentemente, as de compressão como negativas.

Aplicando-se as condições de equilíbrio em relação ao sistema de coordenadas L-T da Fig. 2.1, pode-se obter a Eq. (2.1).

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_L^c \\ \sigma_T^c \\ \tau_{LT}^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_L f_L \\ \rho_T f_T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

As componentes dos esforços aplicados referentes ao elemento de concreto simples (σ_L^c , σ_T^c e τ_{LT}^c) podem ser definidas com base nas tensões principais de tração e compressão no concreto (σ_R e σ_D) e no ângulo α_R , Fig. 2.1(d). Esse ângulo relaciona os sistemas de coordenadas L-T e R-D, Fig. 2.1(e), e é conhecido como ângulo variável, pois, ele varia quando os esforços de membrana aplicados no elemento de concreto armado aumentam proporcionalmente, Hsu e Mo (2010).

No presente trabalho, optou-se por utilizar nas equações do modelo o complemento do ângulo variável, α_D , no lugar de α_R , Fig. 2.1(e). A escolha desse novo parâmetro foi motivada pelo fato das duas variáveis apresentarem as mesmas propriedades e por ser possível, devido à tendência das fissuras, em peças de concreto armado, surgirem perpendiculares à direção principal de tração, estimar a orientação das fissuras com base em α_D , como mostra a Fig. 2.1(d).

Independente do carregamento, o sistema de coordenadas R-D rotaciona de forma que a componente da resistência ao cisalhamento nesse eixo seja sempre nula, ou seja, o concreto não contribui para resistir ao corte ($V_C=0$).

Um conceito básico usado no RA-STM é que as tensões e deformações admitidas nele são os valores médios ao longo de várias fissuras. Devido à descontinuidade criada pela fissuração, ocorre uma diferença no comportamento ao

longo do painel e uma medida usada para fazer uma avaliação razoável do problema é adotar esse conceito de tensões médias e deformações médias, ao invés de estudar pontos específicos no elemento. Com base no círculo de Mohr das tensões no painel, pode-se obter a transformação de coordenadas entre R-D e L-T, para o elemento de concreto simples, como mostra a Eq.(2.2):

$$\begin{bmatrix} \sigma_L^c \\ \sigma_T^c \\ \tau_{LT}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha_D) & \sin^2(\alpha_D) & 2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \\ \sin^2(\alpha_D) & \cos^2(\alpha_D) & -2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \\ -\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) & \sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) & \cos^2(\alpha_D) - \sin^2(\alpha_D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_D \\ \sigma_R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Aplicando a transformação de coordenadas apresentada na Eq. (2.2) em Eq. (2.1), pode-se obter as equações de equilíbrio mostradas a Eq. (2.3).

$$\begin{bmatrix} \sigma_L \\ \sigma_T \\ \tau_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha_D) & \sin^2(\alpha_D) & 2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \\ \sin^2(\alpha_D) & \cos^2(\alpha_D) & -2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \\ -\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) & \sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) & \cos^2(\alpha_D) - \sin^2(\alpha_D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_D \\ \sigma_R \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_L f_L \\ \rho_T f_T \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

No método em questão, a tensão de tração principal no elemento de concreto simples (σ_R) é desprezada. Com base nessa ideia e reorganizando os termos na Eq. (2.3), pode-se obter as equações de equilíbrio do RA-STM, mostradas em Eq. (2.4), Eq. (2.5) e Eq.(2.6).

$$\sigma_L = \sigma_D \cos^2(\alpha_D) + \rho_L f_L \quad (2.4)$$

$$\sigma_T = \sigma_D \sin^2(\alpha_D) + \rho_T f_T \quad (2.5)$$

$$\tau_{LT} = -\sigma_D \sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \quad (2.6)$$

2.2.2. Compatibilidade das deformações

De forma semelhante à seção anterior, as equações de compatibilidade do painel podem ser obtidas com base na transformação de coordenadas presente no

círculo de Mohr das deformações do elemento, entre o sistema R-D e L-T, como mostra Eq. (2.7). Os parâmetros ε_L e ε_T representam as deformações normais médias nas direções longitudinais e transversais, enquanto γ_{LT} retrata a deformação de cisalhamento no sistema L-T. Por sua vez, ε_D e ε_R representam as deformações principais médias de compressão e tração no sistema R-D.

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_L \\ \varepsilon_T \\ \gamma_{LT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2(\alpha_D) & \sin^2(\alpha_D) & 2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \\ \sin^2(\alpha_D) & \cos^2(\alpha_D) & -2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \\ -2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) & 2\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) & 2\cos^2(\alpha_D) - 2\sin^2(\alpha_D) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_D \\ \varepsilon_R \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Combinando as duas primeiras linhas da Eq. (2.7), juntamente com algumas identidades trigonométricas, pode-se obter o 1º princípio da invariância das deformações, mostrado em Eq. (2.8). Essa equação tem grande importância para o procedimento de solução proposto, pois, relaciona de forma simples e coesa várias incógnitas importantes do problema.

$$\varepsilon_L + \varepsilon_T = \varepsilon_D + \varepsilon_R \quad (2.8)$$

A deformação por corte no sistema L-T (γ_{LT}), calculada na última linha da equação Eq. (2.7), pode ser representada de forma mais simples, como mostra a Eq. (2.9).

$$\gamma_{LT} = 2(\varepsilon_R - \varepsilon_D)\sin(\alpha_D)\cos(\alpha_D) \quad (2.9)$$

2.2.3. Relações constitutivas dos materiais

2.2.3.1. Concreto submetido à compressão

A curva tensão-deformação de um corpo de prova cilíndrico de concreto submetido a uma carga uniaxial de compressão pode ser expressa, geralmente, pela Eq. (2.10).

$$\sigma_D = f_{ck} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_D}{\varepsilon_o} \right)^2 \right] \quad (2.10)$$

O parâmetro f_{ck} representa a resistência característica à compressão do concreto, enquanto que ε_o retrata a deformação relativa a essa tensão, geralmente admitida igual a 2×10^{-3} . A curva tensão-deformação de Eq. (2.10) está ilustrada na Fig. 2.2.

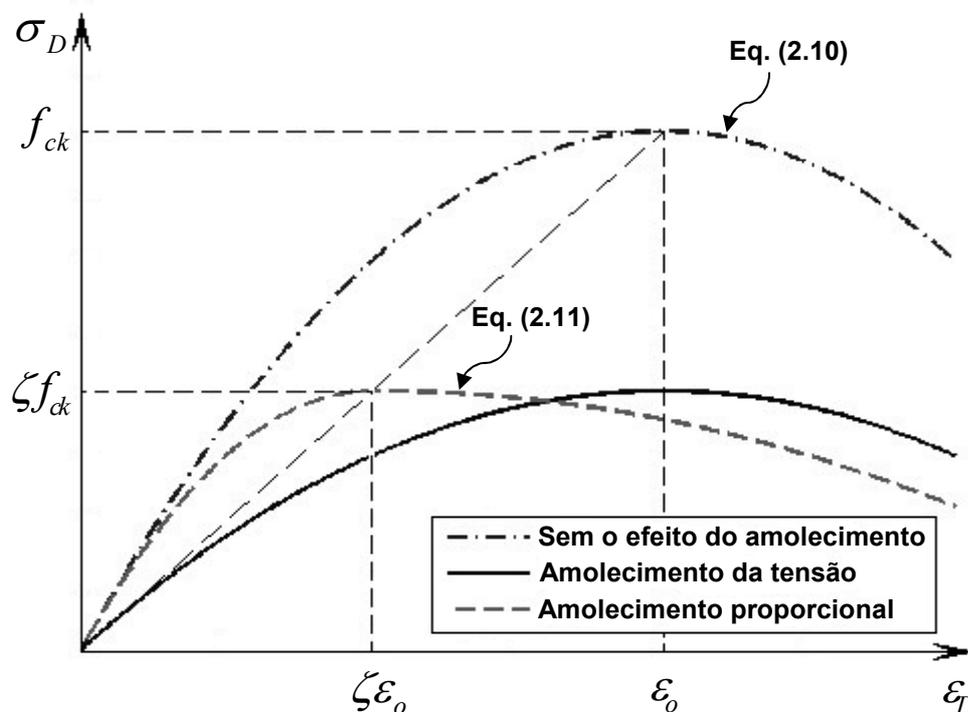


Figura 2.2 - Curvas tensão-deformação do concreto em compressão com amolecimento

Fonte: Adaptado de Hsu e Mo (2010)

Como o problema estudado trata de uma estrutura submetida a um estado de tensões biaxial de tração e compressão, não se pode usar diretamente a curva da Eq. (2.10), pois, ela foi desenvolvida para um carregamento de compressão uniaxial e não leva em conta o efeito do amolecimento devido à tração perpendicular. Porém, é possível adaptar a equação para essa finalidade adicionando-se o coeficiente de amolecimento (ζ).

Existem modelos que consideram o amolecimento apenas na tensão e outros que admitem esse efeito tanto na tensão como na deformação, Fig. 2.2. No presente capítulo optou-se por usar a segunda opção, o chamado amolecimento proporcional. De acordo com Hsu e Mo (2010), para o amolecimento proporcional, pode-se usar a Eq.(2.11) como expressão para a relação constitutiva do concreto em compressão.

$$\sigma_D = \begin{cases} \zeta f_{ck} \left[2 \left(\frac{\varepsilon_D}{\zeta \varepsilon_o} \right) - \left(\frac{\varepsilon_D}{\zeta \varepsilon_o} \right)^2 \right], & \text{para } \varepsilon_D \leq \zeta \varepsilon_o \\ \zeta f_{ck} \left[1 - \left(\frac{\frac{\varepsilon_D}{\zeta \varepsilon_o} - 1}{\frac{2}{\zeta} - 1} \right)^2 \right], & \text{para } \varepsilon_D > \zeta \varepsilon_o \end{cases} \quad (2.11)$$

Devido ao fato do RA-STM apenas conseguir calcular corretamente o comportamento pré-pico da estrutura ($\varepsilon_D \leq \zeta \varepsilon_o$), e não o pós-pico, efetivamente só será usada a primeira linha de Eq. (2.11), a região ascendente da função.

O coeficiente de amolecimento foi objeto de estudo de diversos autores e várias equações diferentes foram desenvolvidas para tentar determinar essa variável. De acordo com dados experimentais, Belarbi e Hsu (1995) observaram que o coeficiente de amolecimento é função da deformação de tração principal no concreto (ε_R), como mostra a Eq. (2.12). No presente estudo optou-se por usar essa equação no cálculo desse parâmetro.

$$\zeta = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 600\varepsilon_R}} \quad (2.12)$$

2.2.3.2. Aços longitudinais e transversais

Uma opção simples de relação constitutiva para os aços, que apresenta bons resultados nesse tipo de modelo, é uma curva elasto-plástica perfeita. Segundo Hsu e Mo (2010), essa relação além de prever de forma satisfatória a resistência ao cisalhamento de painéis submetidos a carregamentos de membrana, quando a

resistência à tração (σ_R) é desprezada, representa bem as propriedades de uma barra de aço isolada. A curva em questão está descrita tanto na Eq. (2.13) como na Fig. 2.3.

O parâmetro E_S representa o modulo de elasticidade do material, enquanto que ε_S e ε_{Sy} são, respectivamente, a deformação no aço e a deformação de escoamento. Por fim, f_S e f_{Sy} retratam a tensão no aço e a tensão de escoamento. O índice S pode ser substituído por L ou T, permitindo assim que a Eq. (2.13) possa representar tanto a armadura longitudinal como a transversal.

$$f_S = \begin{cases} E_S \varepsilon_S, & \text{para } \varepsilon_S \leq \varepsilon_{Sy} = \frac{f_{Sy}}{E_S} \\ f_{Sy}, & \text{para } \varepsilon_S > \varepsilon_{Sy} \end{cases} \quad (2.13)$$

No procedimento de solução proposto, é necessário calcular as derivadas de determinadas funções. Como a Eq. (2.13) apresenta uma descontinuidade na primeira derivada no ponto de escoamento do aço, foi necessário fazer uma regularização da curva para evitar problemas de convergência no método. A curva compatibilizada proposta, baseada na função modificada de Ramberg-Osgood, Collins e Mitchell (1991), é representada tanto na Eq. (2.14) como na Fig. 2.3.

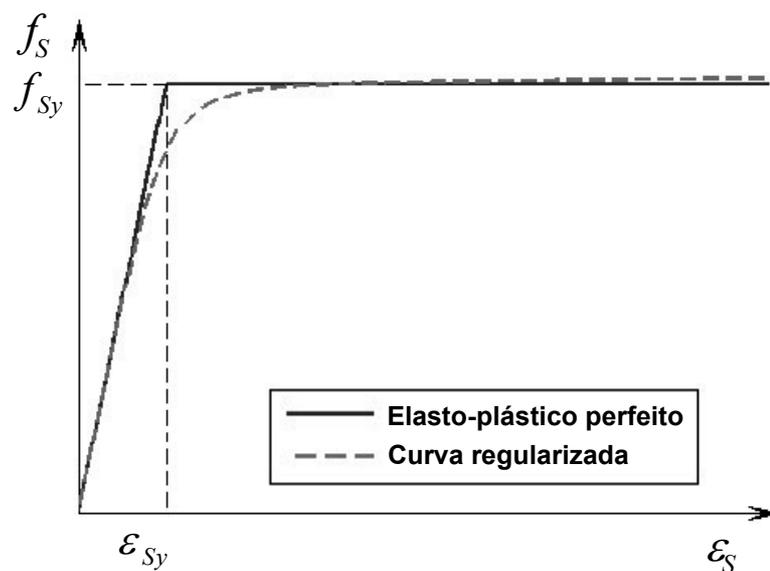


Figura 2.3 - Curva tensão-deformação do aço

$$f_s = E_s \varepsilon_s \left[A + \frac{1-A}{\left[1 + \left[(1-A) \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{sy}} \right]^F \right]^{\frac{1}{F}}} \right] \quad (2.14)$$

Nessa equação, as constantes A e F tiveram seus valores adotados, respectivamente, como 2×10^{-5} e 40 . Essa nova curva, além de ter boa proximidade com o modelo elasto-plástico perfeito, como mostra a Fig. 2.3, obteve bons resultados nas análises, sem apresentar problemas de convergência, como será mostrado mais adiante.

2.3. Modelo de treliça elástico linear

Como foi dito anteriormente, o procedimento proposto usa como estimativa inicial para a solução o comportamento obtido em um modelo de treliça elástico linear da mesma estrutura. Esse modelo, também conhecido como *Mohr Compatibility Truss Model* (MCTM), pode ser usado para cargas de serviço ou até mesmo para carregamentos próximos ao início do escoamento da armadura, Hsu e Mo (2010).

Assim como o RA-STM, o MCTM é baseado nos três pilares da mecânica da estrutura. Nas duas teorias, as equações de equilíbrio e compatibilidade são exatamente as mesmas, portanto, a única diferença entre eles são as relações constitutivas usadas para os materiais. O modelo de treliça elástico linear desconsidera o efeito de amolecimento do concreto e, como o próprio nome do modelo já diz, adota o comportamento linear elástico perfeito como relação constitutiva tanto para o concreto como para o aço, de acordo com as equações Eq. (2.15) e Eq. (2.16).

$$f_s = E_s \varepsilon_s \quad (2.15)$$

$$\sigma_D = E_c \varepsilon_D \quad (2.16)$$

O parâmetro E_c representa o módulo de elasticidade secante do concreto. Da mesma forma que o RA-STM, o MCTM desconsidera a resistência à tração do concreto (σ_R).

2.4. Carregamento proporcional

No caso de análises elásticas, os esforços de membrana aplicados em um elemento de concreto armado segundo o sistema de coordenadas L-T (σ_L , σ_T e τ_{LT}) estão relacionados com a tensão principal de tração no elemento de concreto armado (σ_1) através de constantes de proporcionalidade (m_L , m_T e m_{LT}).

A Figura 2.4 ilustra essa relação juntamente com o sistema de coordenadas 1-2, que descreve os eixos principais no elemento de concreto armado. Os parâmetros σ_1 e σ_2 representam as tensões principais de tração e compressão, enquanto que α_1 relaciona o sistema 1-2 e o L-T. Esse ângulo é conhecido como ângulo fixo, pois não varia quando os esforços aplicados no elemento de concreto armado aumentam proporcionalmente, Hsu e Mo (2010).

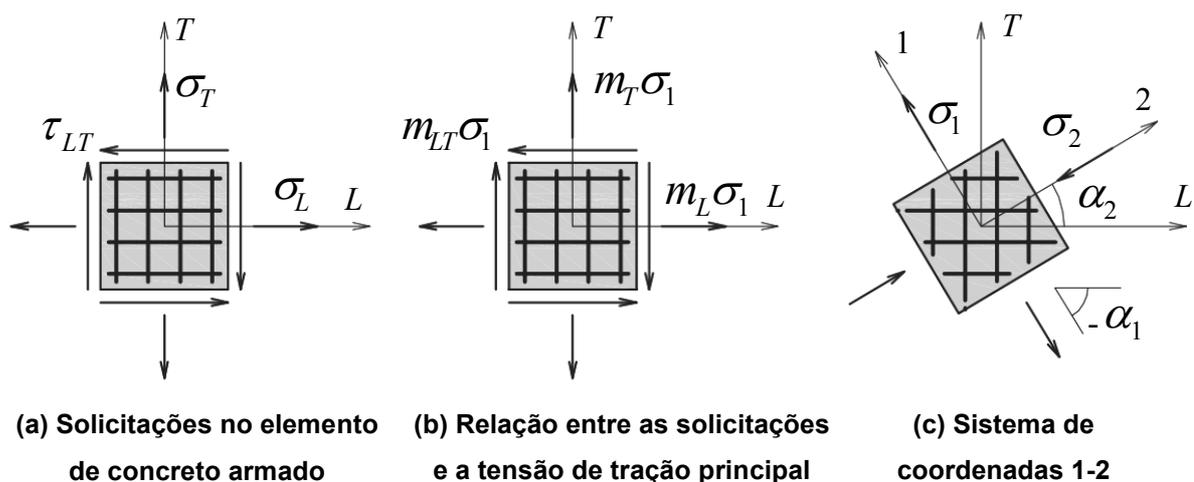


Figura 2.4 - Relação entre as solicitações e a tensão principal de tração no elemento

Fonte: Adaptado de Hsu e Mo (2010)

De forma análoga ao que foi feito com α_R , pode-se definir a orientação do eixo 1-2 com base no complemento do ângulo fixo, α_2 , ao invés de α_1 , Fig. 2.4(c). Os coeficientes de proporcionalidade entre as tensões solicitantes e a tensão principal de tração podem ser calculados de acordo com Eq. (2.17), Eq. (2.18) e Eq. (2.19):

$$m_L = \frac{\sigma_L}{\sigma_1} \quad (2.17)$$

$$m_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_1} \quad (2.18)$$

$$m_{LT} = \frac{\tau_{LT}}{\sigma_1} \quad (2.19)$$

Pode-se observar que, quando σ_1 aumenta, os outros esforços também aumentam, mantendo a mesma proporção original. Esse conceito recebe o nome de carregamento proporcional.

Segundo o círculo de Mohr, a tensão principal de tração pode ser calculada de acordo com a Eq. (2.20):

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_L + \sigma_T}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_L - \sigma_T}{2}\right)^2 + \tau_{LT}^2} \quad (2.20)$$

De acordo com Hsu e Mo (2010), substituindo os coeficientes de proporcionalidade nas equações de equilíbrio Eq. (2.4), Eq. (2.5) e Eq. (2.6), pode-se obter:

$$m_L \sigma_1 - \rho_L f_L = \sigma_D \cos^2(\alpha_D) \quad (2.21)$$

$$m_T \sigma_1 - \rho_T f_T = \sigma_D \sin^2(\alpha_D) \quad (2.22)$$

$$m_{LT}\sigma_1 = -\sigma_D \text{sen}(\alpha_D) \cos(\alpha_D) \quad (2.23)$$

Multiplicando a Eq. (2.21) pela Eq. (2.22), elevando a Eq. (2.23) ao quadrado e combinando os resultados, pode-se encontrar a equação quadrática Eq. (2.24):

$$(m_L\sigma_1 - \rho_L f_L)(m_T\sigma_1 - \rho_T f_T) = (m_{LT}\sigma_1)^2 \quad (2.24)$$

A solução da Eq. (2.24) pode ser obtida com base na Eq. (2.25), onde os coeficientes H , B e C são calculados de acordo com as equações Eq. (2.26), Eq. (2.27) e Eq. (2.28):

$$\sigma_1 = \frac{1}{2H} \left(B \pm \sqrt{B^2 - 4HC} \right) \quad (2.25)$$

$$H = m_L m_T - m_{LT}^2 \quad (2.26)$$

$$B = m_L \rho_T f_T + m_T \rho_L f_L \quad (2.27)$$

$$C = \rho_T f_T \rho_L f_L \quad (2.28)$$

Com base na Eq. (2.25), originalmente obtida por Hsu e Mo (2010), pode-se calcular a tensão σ_1 como função apenas dos coeficientes de proporcionalidade, taxas de armadura e tensões nos aços, independente do ponto estudado no comportamento carga-deformação da estrutura. Essa característica faz com que Eq. (2.25) tenha grande utilidade no modelo em questão. No presente trabalho é usado o conceito de carregamento proporcional para garantir que independente do estado de tensão que a estrutura esteja submetida, a relação original entre os esforços solicitantes seja mantida.

2.5. Procedimento de solução

2.5.1. Equações adicionais

Aplicando-se algumas relações trigonométricas juntamente com as equações de compatibilidade da Eq. (2.7), pode-se definir o ângulo α_D por meio das deformações nos sistemas L-T e R-D, como mostram as equações Eq. (2.29) e Eq. (2.30).

$$\text{sen}^2(\alpha_D) = \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_D}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} = \frac{\varepsilon_R - \varepsilon_T}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} \quad (2.29)$$

$$\text{cos}^2(\alpha_D) = \frac{\varepsilon_R - \varepsilon_L}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} = \frac{\varepsilon_T - \varepsilon_D}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} \quad (2.30)$$

Essas equações tem importância particular na parte do procedimento que envolve o modelo de treliça com amolecimento e ângulo variável. Pois, com base nelas, o ângulo α_D é eliminado das equações de equilíbrio e com isso o processo de solução ganha estabilidade numérica. Após a solução ser encontrada o ângulo pode ser calculado com base na Eq. (2.31).

$$\alpha_D = \arctan\left(\sqrt{\frac{\varepsilon_L - \varepsilon_D}{\varepsilon_T - \varepsilon_D}}\right) \quad (2.31)$$

2.5.2. Equação não linear da estimativa inicial (MCTM)

Aplicando a equação de equilíbrio Eq. (2.23) nas outras duas equações Eq. (2.21) e Eq. (2.22), pode-se obter:

$$f_L = \frac{m_L + m_{LT} \cot(\alpha_D)}{\rho_L} \sigma_1 \quad (2.32)$$

$$f_T = \frac{m_T + m_{LT} \tan(\alpha_D)}{\rho_T} \sigma_1 \quad (2.33)$$

$$\sigma_D = \frac{-m_{LT}}{\text{sen}(\alpha_D) \cos(\alpha_D)} \sigma_1 \quad (2.34)$$

Combinando as relações constitutivas elásticas lineares de Eq. (2.15) e Eq. (2.16) com as equações de equilíbrio Eq. (2.32), Eq. (2.33) e Eq. (2.34), têm-se:

$$\varepsilon_L = \frac{m_L + m_{LT} \cot(\alpha_D)}{E_S \rho_L} \sigma_1 \quad (2.35)$$

$$\varepsilon_T = \frac{m_T + m_{LT} \tan(\alpha_D)}{E_S \rho_T} \sigma_1 \quad (2.36)$$

$$\varepsilon_D = \frac{-m_{LT}}{E_C \text{sen}(\alpha_D) \cos(\alpha_D)} \sigma_1 \quad (2.37)$$

Com base em Eq. (2.31), pode-se obter a equação não linear da estimativa inicial, Eq. (2.38), onde as deformações são calculadas de acordo com Eq. (2.35), Eq. (2.36) e Eq. (2.37).

$$F_{MCTM} = \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_D}{\varepsilon_T - \varepsilon_D} - \text{Tan}^2(\alpha_D) = 0 \quad (2.38)$$

Uma vez encontrado o ângulo α_D , solução de Eq. (2.38), pode-se calcular as deformações ε_T , ε_L e ε_D usando Eq. (2.35), Eq. (2.36) e Eq. (2.37). Após um ajuste preliminar, essas deformações podem servir de estimativa inicial para a solução do sistema de equações não lineares resolvido no método.

2.5.3. Sistema de equações não lineares do RA-STM

Combinando Eq. (2.21) e Eq. (2.22), respectivamente, com Eq. (2.30) e Eq. (2.29), pode-se obter a função resíduo F_{RA-STM} , mostrado em Eq. (2.39). Essa função representa o sistema de equações não lineares que é resolvido durante o procedimento, onde a não linearidade é oriunda das relações constitutivas adotadas.

$$F_{RA-STM} = \begin{bmatrix} \sigma_D \frac{\varepsilon_T - \varepsilon_D}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} - m_L \sigma_1 + \rho_L f_L \\ \sigma_D \frac{\varepsilon_L - \varepsilon_D}{\varepsilon_R - \varepsilon_D} - m_T \sigma_1 + \rho_T f_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

As duas variáveis primárias escolhidas para atuarem no processo de solução de Eq.(2.39) foram as duas deformações dos aços, ε_L e ε_T , e para evitar possíveis problemas de convergência, foram usados os seus valores por mil (10^{-3}).

2.5.4. Algoritmo de solução original

Antes de apresentar o procedimento proposto é importante comentar sobre o algoritmo de solução original do RA-STM, presente em Hsu e Mo (2010). Como ambos os processos são fundamentados na mesma teoria, a formulação utilizada nos dois casos é a mesma. A Figura 2.5 ilustra o fluxograma do procedimento de solução original.

Como pode ser observado nessa ilustração, o método de solução é baseado em tentativa e erro, onde são assumidos valores para ε_R e σ_1 , posteriormente verificados. Nota-se também que a estimativa inicial para esses parâmetros não segue uma metodologia bem definida, ficando a escolha das variáveis muito dependente da experiência do usuário do algoritmo.

É importante frisar que, na versão original do procedimento, é utilizada, como relação constitutiva para os aços, a curva elasto-plástica perfeita de Eq. (2.13), e não a regularizada de Eq. (2.14). Para o cálculo de mais de um ponto da curva carga-deformação da estrutura, é necessário variar o valor selecionado de ε_D , lembrando-se de garantir que esse termo não ultrapasse o limite estipulado ($\zeta \varepsilon_o$).

De forma geral, a técnica de tentativa e erro tende a encontrar corretamente a solução, porém, quando o número de estimativas é muito grande, o método perde eficiência e pode se tornar uma opção impraticável.

A seguir será apresentado o procedimento proposto que visa ser uma alternativa viável para técnica de solução desse problema.

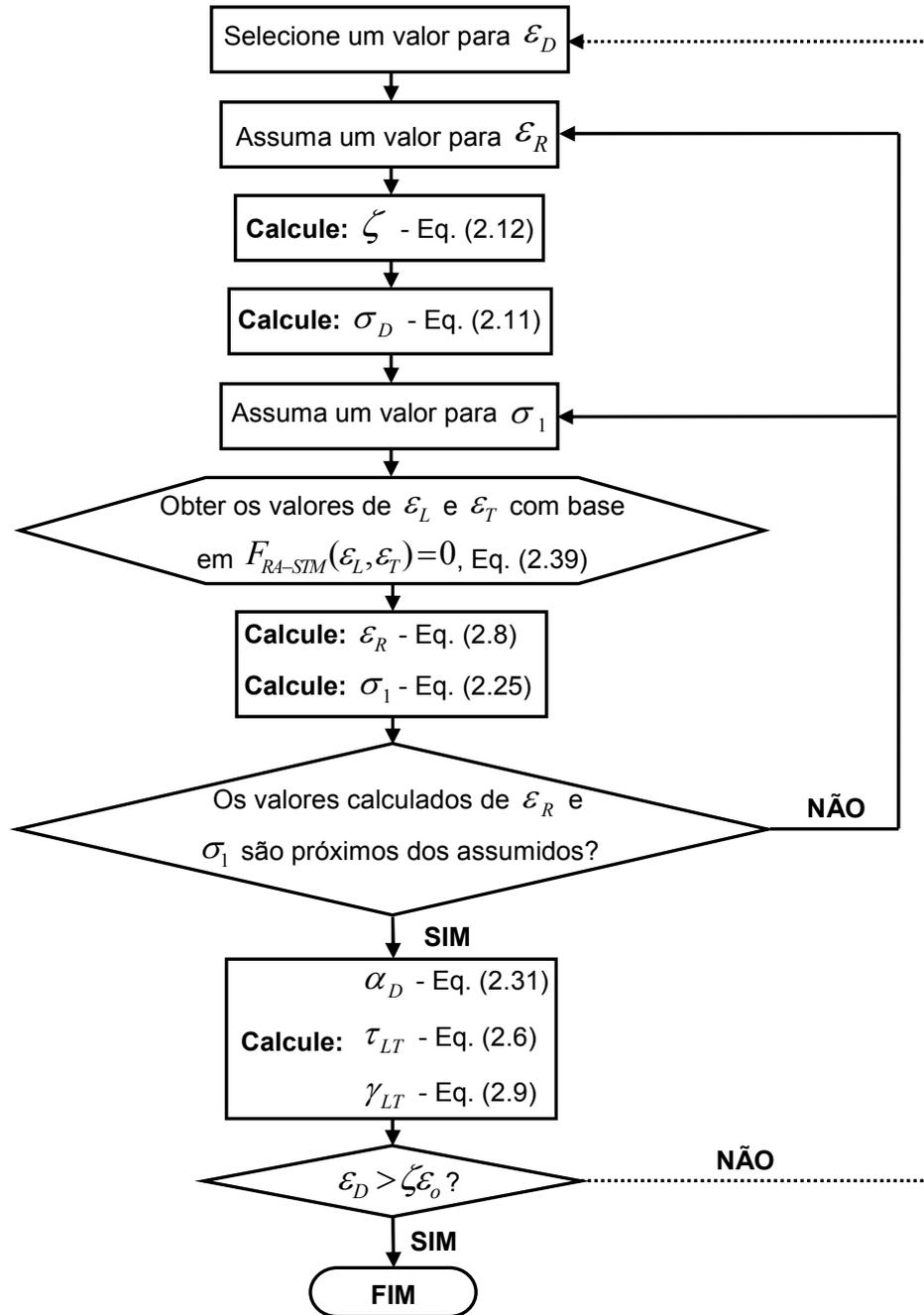


Figura 2.5 – Fluxograma do procedimento original: análise de painéis de concreto armado

Fonte: Adaptado de Hsu e Mo (2010)

2.5.5. Algoritmo de solução proposto

O problema a ser resolvido consiste em: para um dado ε_D , encontrar a solução de um sistema de duas equações não lineares a duas incógnitas, Eq. (2.39), $F_{RA-STM}(\varepsilon_L, \varepsilon_T) = 0$. Para determinar as estimativas iniciais de ε_L e ε_T , necessárias à inicialização do algoritmo não linear, utilizamos o modelo de treliça elástico linear.

São fornecidas solicitações base (σ_L , σ_T e τ_{LT}) e deseja-se acompanhar o comportamento do painel para tensões proporcionais às informadas. Isto é feito variando-se ε_D de zero a $\xi\varepsilon_o$, e resolvendo o sistema não linear de duas equações a duas incógnitas, $F_{RA-STM}(\varepsilon_L, \varepsilon_T) = 0$ em cada caso.

Para dar início ao processo iterativo, calcula-se o estado aproximado de tensões/deformações para as solicitações $\mu\sigma_L$, $\mu\sigma_T$ e $\mu\tau_{LT}$, utilizando o modelo de trelança elástico linear. Com o objetivo de garantir que a estimativa seja próxima da linearidade, fazemos o fator redutor de escala $\mu = 10^{-3}$. Como o modelo é linear, pode-se calcular os valores iniciais de ε_D , ε_L e ε_T com base no produto das deformações correspondentes ao estado σ_L , σ_T e τ_{LT} , obtidas resolvendo-se a Eq. (2.38), $F_{MCTM}(\alpha_D) = 0$, pelo fator redutor μ .

Nas próximas iterações do processo, soma-se um incremento de deformação ($\Delta\varepsilon_D$) a ε_D e como ponto inicial para solução do novo sistema de equações não lineares são usados os resultados da iteração anterior. Esse processo se repete até o número máximo de pontos calculados (N_{\max}) ser atingido ou até a deformação ε_D ser superior ao limite $\zeta\varepsilon_o$. Uma opção eficiente para resolver os sistemas de equações não lineares é usar a função *lsqnonlin*, presente no toolbox de otimização MATLAB. Essa ferramenta se comportou bem no problema em questão e foi usada no exemplo de aplicação mostrado adiante.

Com base nesse procedimento, pode-se obter todo o comportamento pré-pico da estrutura. O algoritmo de solução proposto está ilustrado no fluxograma da Fig. 2.6 e o código em MATLAB referente a ele consta no Anexo A deste trabalho.

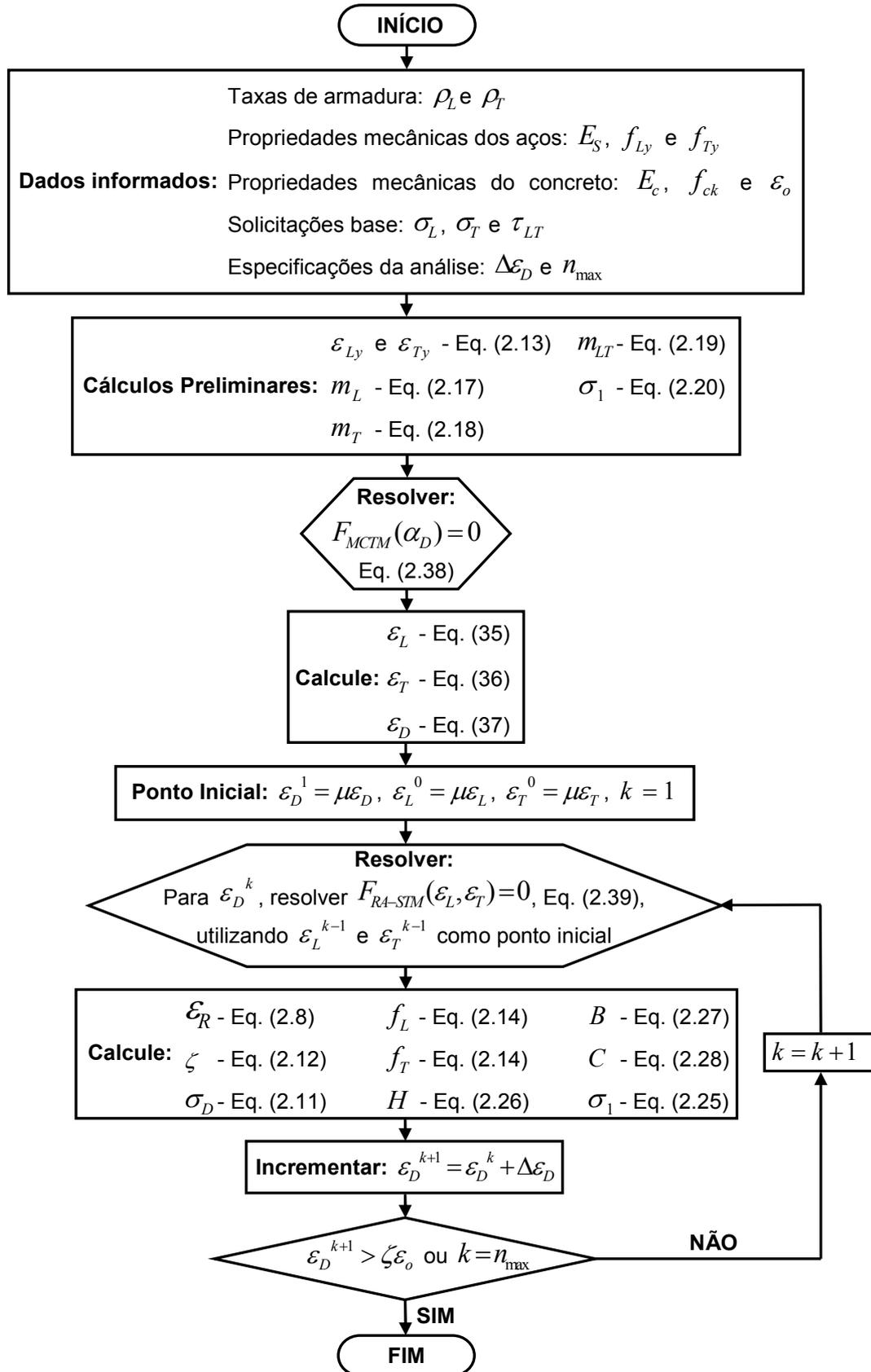
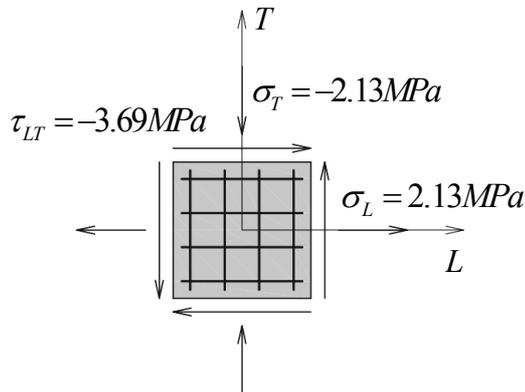


Figura 2.6 – Fluxograma do procedimento proposto: análise de painéis de concreto armado

2.6. Exemplo de aplicação

A seguir será mostrado um exemplo de aplicação do procedimento proposto, onde o problema em questão foi estudado originalmente por Hsu e Mo (2010), posteriormente por Silva e Horowitz (2015), e tem seus dados ilustrados na Fig. 2.7.



Dados do problema:

- Taxas de armadura:
 $\rho_L = 1.03\%$; $\rho_T = 1.03\%$
- Propriedades mecânicas dos aços:
 $E_S = 200GPa$; $f_{Sy} = 413MPa$
- Propriedades mecânicas do concreto:
 $E_c = 24.8GPa$; $f_{ck} = 27.6MPa$; $\epsilon_o = 2 \times 10^{-3}$

Figura 2.7 – Dados do exemplo: análise de painéis de concreto armado

Fonte: Adaptado de Hsu e Mo (2010)

Inicialmente, foi verificada a curva tensão-deformação do concreto comprimido. A Figura 2.8 ilustra a comparação entre os valores obtidos no procedimento e os calculados por Hsu e Mo (2010), onde pode ser observada grande proximidade entre os dados da literatura e as respostas do algoritmo em questão.

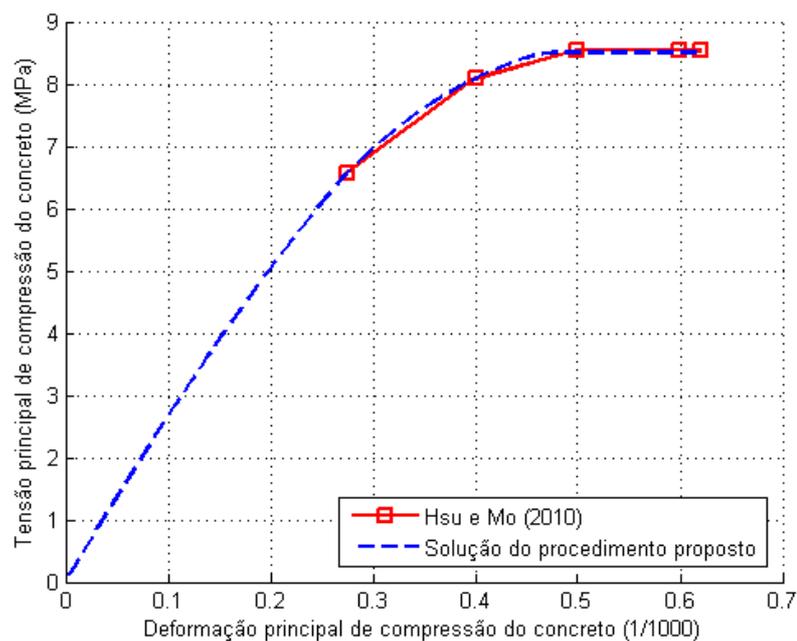


Figura 2.8 – Curva tensão-deformação do concreto em compressão

As curvas obtidas nessa análise foram traçadas com base em 155 pontos, ou seja, o método resolveu 155 sistemas de equações não lineares, cada um representando um estado de tensões que a estrutura estava submetida. A opção inicial era que as curvas fossem construídas com base em 200 pontos, porém, durante a análise do ponto 156, a deformação ε_D superou o limite $\zeta\varepsilon_o$, ultrapassando assim a resistência máxima. Como o modelo usado apenas consegue calcular corretamente o comportamento pré-pico, o programa foi finalizado. Apesar disso, os pontos calculados foram mais que suficientes para a construção de curvas de boa qualidade.

O estudo também analisou a variação do ângulo α_D em relação à deformação principal de compressão do concreto (ε_D), Figura 2.9. Pode-se observar que existe uma tendência de α_D ser praticamente constante em dois trechos da curva. O primeiro é referente a antes do primeiro escoamento do aço, no caso o longitudinal. Enquanto os dois aços estão no regime elástico, a armadura apresenta pouco efeito sobre α_D e com isso, esse ângulo teve o comportamento próximo a α_2 , complemento do ângulo fixo. Conseqüentemente, ele não apresenta variação considerável com o aumento proporcional do carregamento.

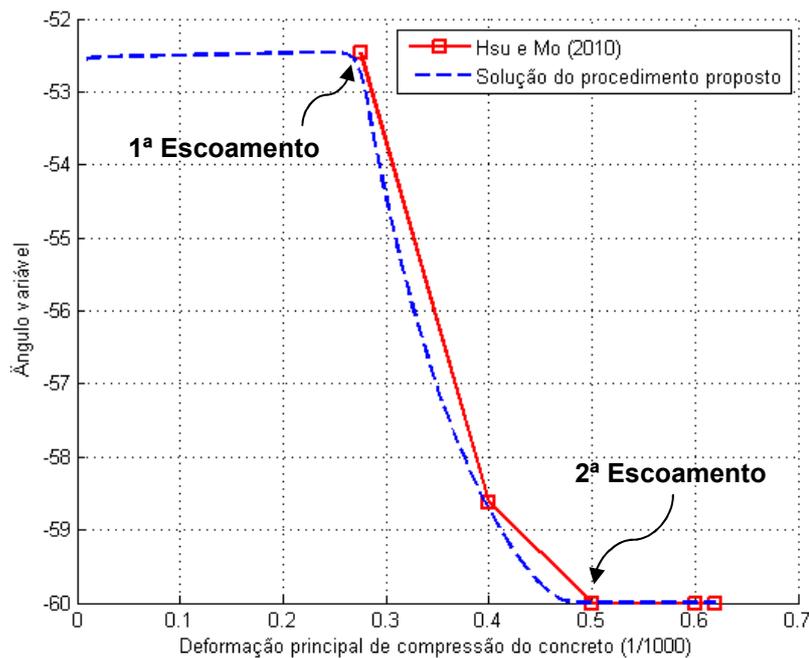


Figura 2.9 – Comportamento do ângulo variável

O segundo trecho onde a curva tem um comportamento constante começa após o segundo escoamento, aço transversal. Com os dois aços tendo ultrapassado o limite elástico, a tensão em cada um deles é basicamente igual à tensão de escoamento e com isso, mais uma vez, o ângulo α_D passa a ter comportamento próximo a α_2 .

Por fim, pode-se observar na Fig. 2.10 a curva tensão de cisalhamento contra a deformação de corte obtida no estudo. Antes do primeiro escoamento, é possível ver claramente o comportamento linear da curva. Porém, após esse ponto, a função vai gradualmente se curvando até atingir a resistência de pico.

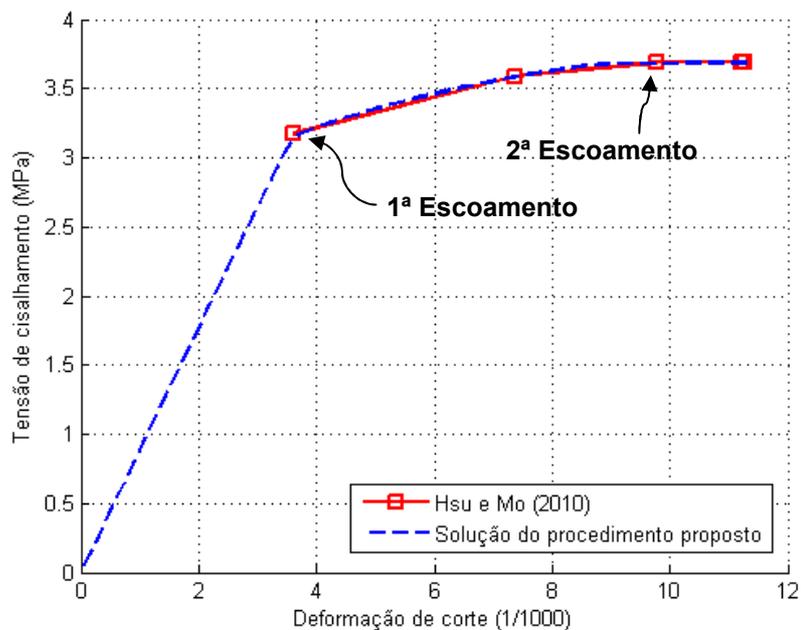


Figura 2.10 – Curva tensão-deformação de cisalhamento

Além da proximidade da resposta encontrada com os dados da literatura e o grau de refinamento das curvas traçadas, é importante salientar a grande eficiência computacional que o procedimento mostrou. O tempo de processamento médio levado pelo computador para executar todo o procedimento descrito, no exemplo em questão, foi cinco segundos, sendo as especificações do processador usado na análise Intel® Core™ i5-2450M @ 2.50GHz.

Com base nisso, a metodologia mostrada passa a ser uma opção atraente em questão de projeto, onde o engenheiro responsável pode tentar várias combinações

de propriedades mecânicas dos materiais e taxas de armadura a fim de encontrar a opção mais viável sem perder produtividade.

2.7. Conclusões preliminares

De acordo com o que foi discutido no presente capítulo, pode-se obter as seguintes conclusões sobre a técnica de solução proposta:

- Devido a sua simplicidade de implementação, propriedades mecânicas bem definidas e bons resultados obtidos, o uso do modelo de treliça elástico linear como estimativa inicial para o procedimento se mostrou uma prática recomendável;
- Apesar de se ter usado uma curva regularizada como relação constitutiva dos aços, os resultados não divergiram muito dos dados obtidos por Hsu e Mo (2010);
- O procedimento apresentado se mostrou uma opção viável para análise de painéis de concreto armado submetidos a esforços de membrana usando o RA-STM. Pois, além de apresentar boa proximidade com dados de análises presentes na literatura, mostrou grande eficiência computacional, retratada no baixo tempo médio de processamento do programa.

3. MODELO DE TRELIÇA COM AMOLECIMENTO E COMBINAÇÃO DE SOLICITAÇÕES

3.1. Introdução

Um dos desafios mais recorrentes em análises de estruturas de concreto armado é prever corretamente o comportamento carga-deformação de vigas sujeitas à combinação de torção, flexão e cortante. Diversos pesquisadores já se dedicaram ao estudo desse problema e, com isso, várias técnicas de análise foram desenvolvidas.

Com base em uma expansão do modelo de treliça com amolecimento e ângulo variável, *Rotating-Angle Softened Truss Model* – RA-STM, visto no capítulo anterior, Greene (2006) propôs uma técnica chamada CA-STM, *Combined-Action Softened Truss Model*, que consegue estimar o comportamento pré-pico de vigas de concreto armado sujeitas a essa combinação de carregamentos.

O presente capítulo tem como objetivo descrever esse modelo, visando servir de subsídio para o entendimento do procedimento de solução proposto no capítulo 4.

3.2. Fundamentos do modelo

O CA-STM calcula o comportamento carga-deformação pré-pico de seções em concreto armado com base na idealização da estrutura como a associação de quatro painéis de concreto fissurados. A Figura 3.1 ilustra essa hipótese juntamente com a convenção de sinais adotada para os esforços solicitantes.

Nesse modelo, a espessura de cada painel é assumida igual à espessura do fluxo de cisalhamento nessa face ($t_{D,i}$) e os esforços aplicados na seção original são transmitidos aos painéis como tensões uniformemente distribuídas, tanto as normais, decorrente da flexão e esforço normal, como as de cisalhamento, oriundas da torção e do esforço cortante.

A teoria de vigas de seção fechada com parede delgada sujeitas à torção assume que a estrutura resiste a esse esforço solicitante através de um fluxo de

cisalhamento constante ao longo do perímetro da seção transversal. O CA-STM admite que tanto seções vazadas como maciças, sujeitas a combinação de torção com outros esforços, podem fazer uso dessa mesma hipótese. Com isso, o núcleo de concreto é desconsiderado no cálculo da resistência da seção.

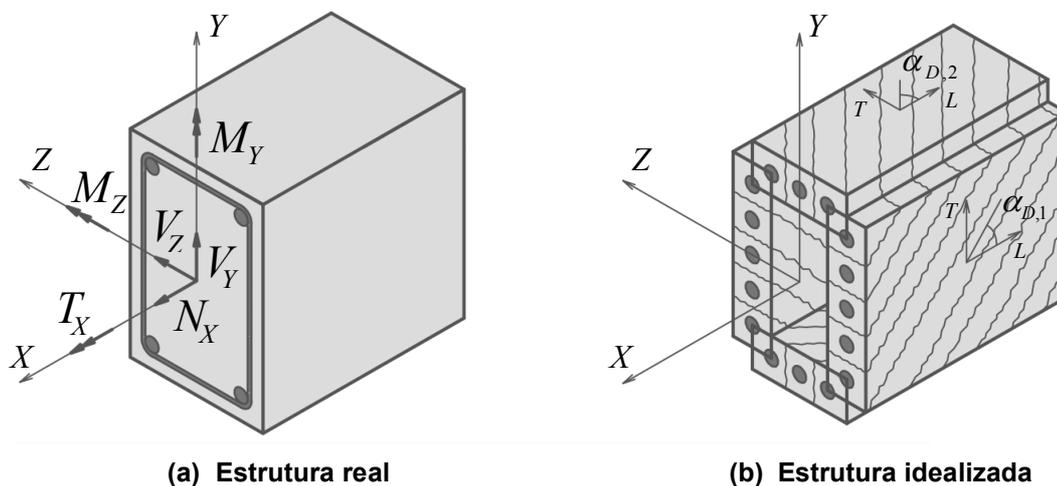


Figura 3.1 – Estrutura idealizada pelo CA-STM

Fonte: Adaptado de Greene e Belarbi (2009)

Quando uma viga é submetida à torção, as suas faces, originalmente planas, assumem a forma de um parabolóide hiperbólico e isso causa uma flexão na biela de concreto. O modelo em questão considera esse efeito através de um gradiente linear nas deformações principais de compressão nos painéis.

O mecanismo de resistência idealizado em cada painel é o RA-STM, visto no capítulo anterior, onde a malha de armaduras ortogonais (formada pelos aços longitudinais e transversais) trabalha a tração e as bielas de concreto, definidas pelas fissuras diagonais, trabalham em compressão. Nesse modelo de treliça, o sistema de coordenadas principal é referente às tensões resultantes no concreto e o ângulo das fissuras em relação ao eixo longitudinal ($\alpha_{D,i}$) varia de forma que a contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento da peça seja nula. É desconsiderado o efeito de pino nas armaduras e admitido aderência perfeita entre o concreto e o aço.

Um conceito básico usado tanto no RA-STM como no CA-STM é que as tensões e deformações admitidas neles são os valores médios ao longo de várias fissuras. Devido à descontinuidade criada pela fissuração, ocorre uma diferença no

comportamento ao longo do painel e uma medida usada para fazer uma avaliação razoável do problema é adotar esse conceito de tensões médias e deformações médias, ao invés de estudar pontos específicos do elemento. No CA-STM, são admitidas como positivas as tensões e deformações que remetem a tração, conseqüentemente, são negativas as referentes à compressão.

A relação constitutiva do concreto em compressão considera o efeito do amolecimento devido à tração perpendicular, enquanto que as armaduras usam uma curva regularizada para relacionar as tensões e deformações no aço. De forma adicional a isso, com base em dados experimentais, Greene (2006) propôs uma relação tensão-deformação média para o concreto submetido à tração, tanto para antes como depois da fissuração. Isso foi feito modelando-se o material como contínuo, apesar de existir o problema da descontinuidade gerada pelas fissuras, e considerando-se um comportamento aparente de treliça antes do início da fissuração.

3.3. Transformação da seção real para a seção idealizada no CA-STM

Entre as várias premissas adotadas no CA-STM algumas delas dizem respeito à transformação da seção real estudada em uma seção fictícia usada no método, como, por exemplo: idealizar a viga segundo a associação de quatro painéis de concreto fissurados, definir a área de aço equivalente em cada elemento com base na armadura original da estrutura e calcular os esforços de membrana aplicados nos painéis de acordo com as solicitações reais.

3.3.1. Geometria da seção

As Figuras 3.2(a) e (b) ilustram, de forma mais detalhada, a transformação feita entre uma seção real de concreto e a idealizada pelo método. A seção transversal original da viga pode ser definida, basicamente, com os parâmetros b e h , respectivamente a base e a altura do elemento, e a espessura real em cada face t_i , onde o índice i faz referência à numeração adotada em cada painel, também mostrada na Fig. 3.2(b).

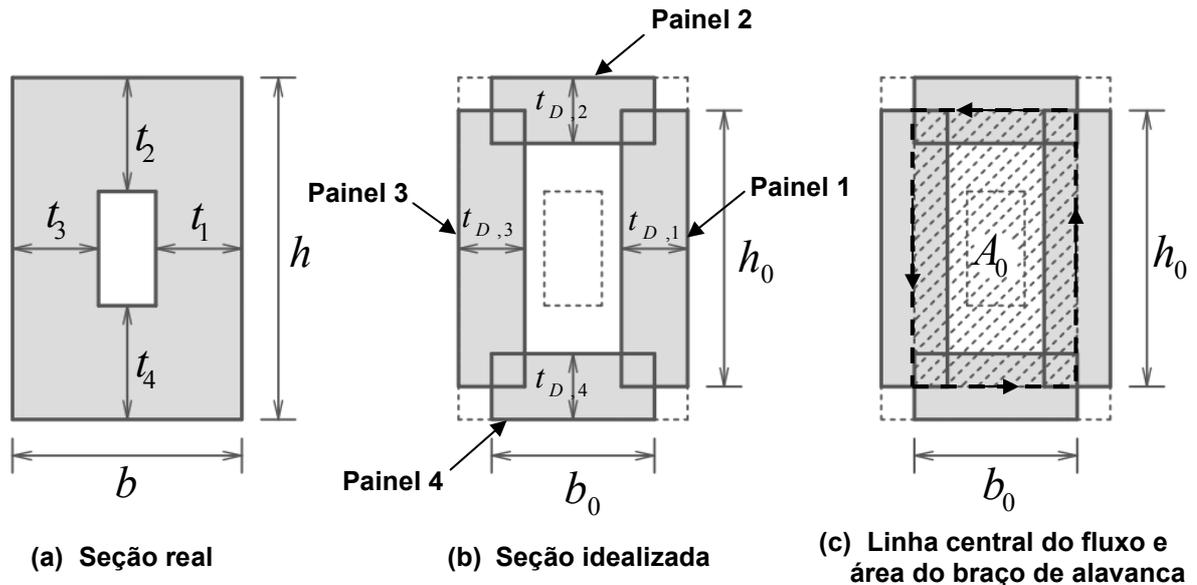


Figura 3.2 – Transformação da seção estudada

Fonte: Adaptado de Greene e Belarbi (2009)

No exemplo ilustrado, a seção real escolhida é vazada. Porém, o modelo também permite utilizar seções maciças, onde, nesse caso, admite-se que t_i é igual à metade da base da seção original, Greene (2006).

Segundo Bredt (1896), vigas retangulares resistem a esforços de torção, basicamente, através de um fluxo de cisalhamento constante ao longo do perímetro da seção. O modelo em questão faz uso da geometria desse fluxo para definir as espessuras dos quatro elementos de concreto idealizados ($t_{D,i}$). Com base nisso, admite-se que a linha central do fluxo coincide com os eixos dos painéis, podendo ser localizada de acordo com as dimensões b_0 e h_0 . A área inclusa pela linha central do fluxo é conhecida como área do braço de alavanca, A_0 , e está representada na Fig. 2(c).

Devido à geometria da seção, a largura dos painéis ($w_{0,i}$) é igual a b_0 para os elementos pares (2 e 4), e h_0 para os ímpares (1 e 3), onde, essas dimensões podem ser calculadas de acordo com as espessuras fictícias dos painéis ($t_{D,i}$), a base (b) e a altura (h) da seção original, Eq. (4.8) e Eq. (4.9). Com isso, a área

transversal de cada elemento é igual ao produto de sua espessura $t_{D,i}$ pela respectiva largura ($W_{0,i}$).

3.3.2. Espessura do fluxo de cisalhamento

Quando uma viga é submetida à torção, as faces do elemento, uma vez planas, assumem a forma de um parabolóide hiperbólico e isso causa uma flexão nas bielas de concreto, formadas entre as fissuras. O CA-STM considera esse efeito através de um gradiente linear nas deformações principais de compressão nos painéis, ilustrado nos cortes perpendiculares às fissuras da Fig. 3.3, onde, as deformações referentes às faces externas e internas, em cada painel, são representadas, respectivamente, por $\varepsilon_{DS,i}$ e $\varepsilon_{A,i}$.

A Figura 3.4, por sua vez, mostra as possíveis geometrias para a distribuição de deformações no perfil das bielas, onde a parcela tracionada é desprezada, Fig. 3.4(a).

Quando $t_{D,i}$ é menor que t_i (espessura real da seção), Fig. 3.4(a), $\varepsilon_{A,i}$ tem seu valor nulo e $\varepsilon_{DS,i}$ é igual ao dobro da deformação principal de compressão ($\varepsilon_{D,i}$). Para o caso da espessura idealizada do painel ser limitada pela espessura real da seção ($t_{D,i} = t_i$), o valor de $\varepsilon_{A,i}$ pode tanto ser nulo, Fig. 3.4(b), como não, Fig. 3.4(c) e (d), isso depende da solicitação atuante.

De forma geral, é possível observar pela Fig. 3.4 que $\varepsilon_{D,i}$ é igual à média aritmética de $\varepsilon_{DS,i}$ e $\varepsilon_{A,i}$, Eq. (3.1).

$$\varepsilon_{D,i} = \frac{\varepsilon_{DS,i} + \varepsilon_{A,i}}{2} \quad (3.1)$$

Por sua vez, também de acordo com os quatro casos mostrados, e a convenção de sinais escolhida, a curvatura da biela em cada painel (ψ_i) pode ser determinada de acordo com Eq. (3.2).

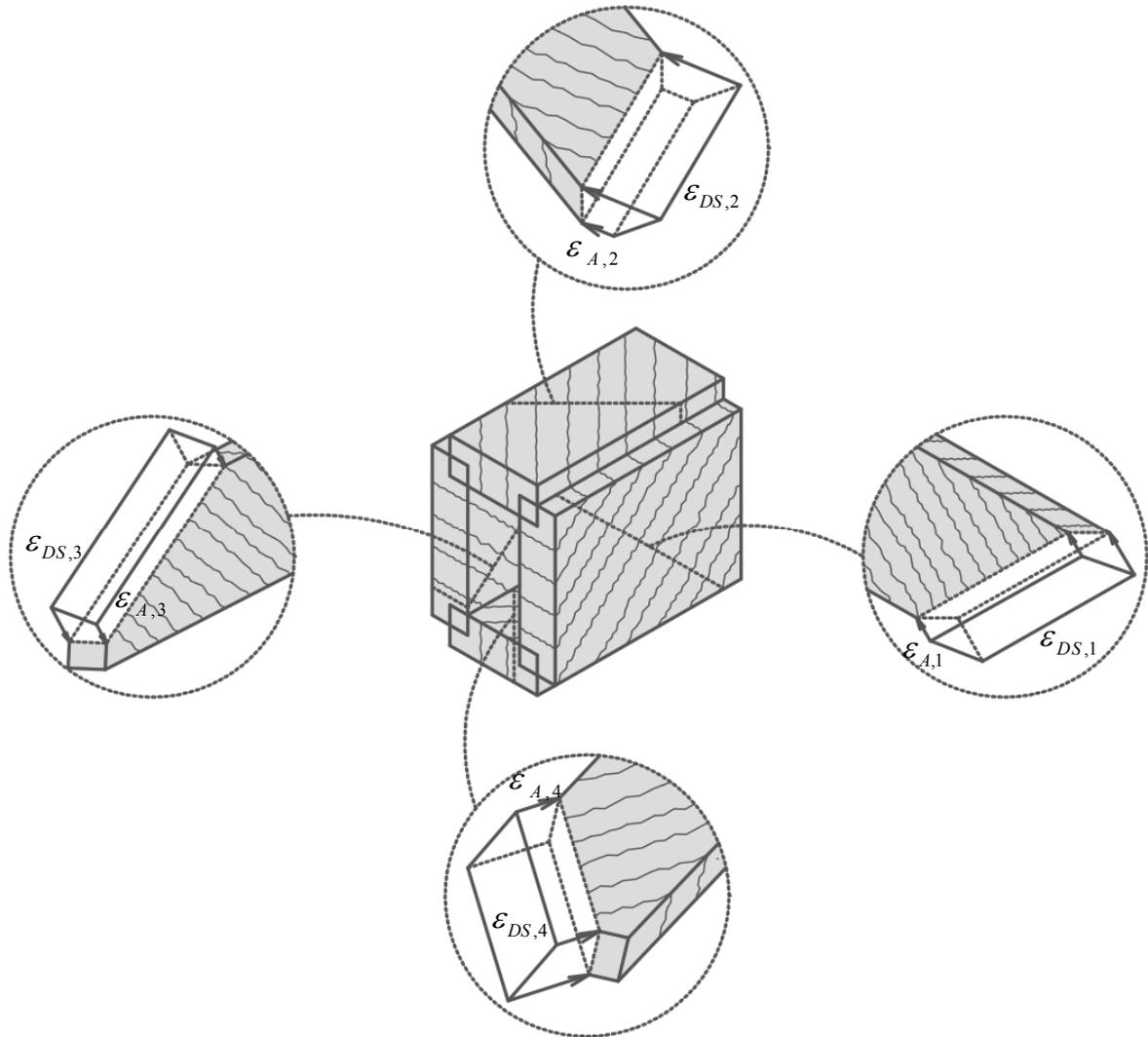


Figura 3.3 – Corte perpendicular às fissuras e gradiente das deformações de compressão

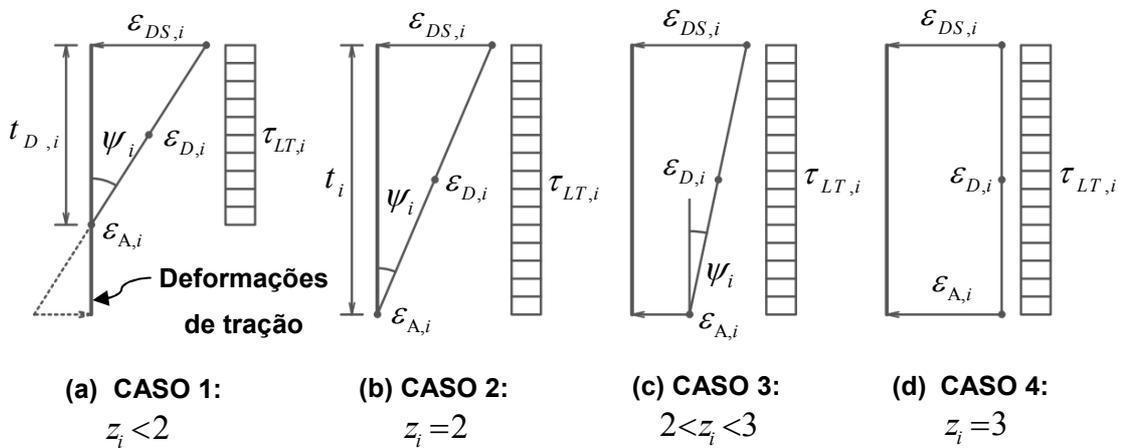


Figura 3.4 – Possíveis geometrias para a distribuição de deformações nas bielas

Fonte: Adaptado de Greene e Belarbi (2009)

$$\psi_i = -\frac{\varepsilon_{DS,i} - \varepsilon_{Ai}}{t_{D,i}} \quad (3.2)$$

Para criar uma forma sistemática de estudar as variáveis $\varepsilon_{DS,i}$, ε_{Ai} , $\varepsilon_{D,i}$, $t_{D,i}$ e ψ_i , nos quatro estados ilustrados na Fig. 4, foi necessário criar o índice z_i , parâmetro adimensional que limita o comportamento da biela de acordo com cada caso. No presente trabalho, essa incógnita foi escolhida para variar entre 0 e 3, embora originalmente Greene (2006) tenha proposto o intervalo entre 0 e 300.

Quando z_i é menor que 2, é caracterizado o CASO 1 de comportamento, onde: ε_{Ai} é nulo e $t_{D,i}$ é proporcional a z_i , Fig. 3.4(a). Já, na situação em que z_i é maior que 2 e menor que 3, o problema trata do terceiro caso: ε_{Ai} varia linearmente com z_i , e $t_{D,i}$ é igual a t_i , Fig. 3.4(c). Quando z_i tem seu valor equivalente a 3, é caracterizado um estado de deformações constantes (CASO 4) e, com isso, ε_{Ai} e $\varepsilon_{DS,i}$ são iguais, Fig. 3.4(d). As equações Eq. (3.3) e Eq. (4.4) representam o comportamento das variáveis ε_{Ai} e $t_{D,i}$ em função do índice z_i .

$$\varepsilon_{Ai} = \begin{cases} 0 & , \text{ para } 0 < z_i \leq 2 \\ (z_i - 2)\varepsilon_{DS,i} & , \text{ para } 2 < z_i \leq 3 \end{cases} \quad (3.3)$$

$$t_{D,i} = \begin{cases} z_i \frac{t_i}{2} & , \text{ para } 0 < z_i \leq 2 \\ t_i & , \text{ para } 2 < z_i \leq 3 \end{cases} \quad (3.4)$$

Devido ao fato de relacionar varias incógnitas importantes do problema e ser um fator adimensional, o parâmetro z_i foi uma das variáveis primárias escolhidas no procedimento de solução proposto, como será discutido no capítulo 4.

3.3.3. Cálculo das áreas de aço equivalentes em cada painel

Uma etapa de grande importância durante a formulação do problema usando o CA-STM é o cálculo das áreas de aço equivalentes em cada painel. No caso da armadura transversal, a área distribuída usada nos quatro elementos idealizados é exatamente a mesma da viga estudada (A_T/s). Devido à geometria do problema, não é necessário fazer nenhum tratamento preliminar nesse parâmetro.

Esse já não é o caso da armadura longitudinal. Quando a área de aço é distribuída de forma simétrica, pode-se simplesmente calcular a armadura total na seção e dividi-la igualmente entre os quatro painéis. Porém, quando o problema trata de uma distribuição assimétrica, o cálculo é mais complicado. Greene (2006) propôs uma forma racional de dispor uma parcela da área de aço total (A_{LT}) em cada um dos quatro painéis, usando o conceito de tensão uniforme nas armaduras longitudinais.

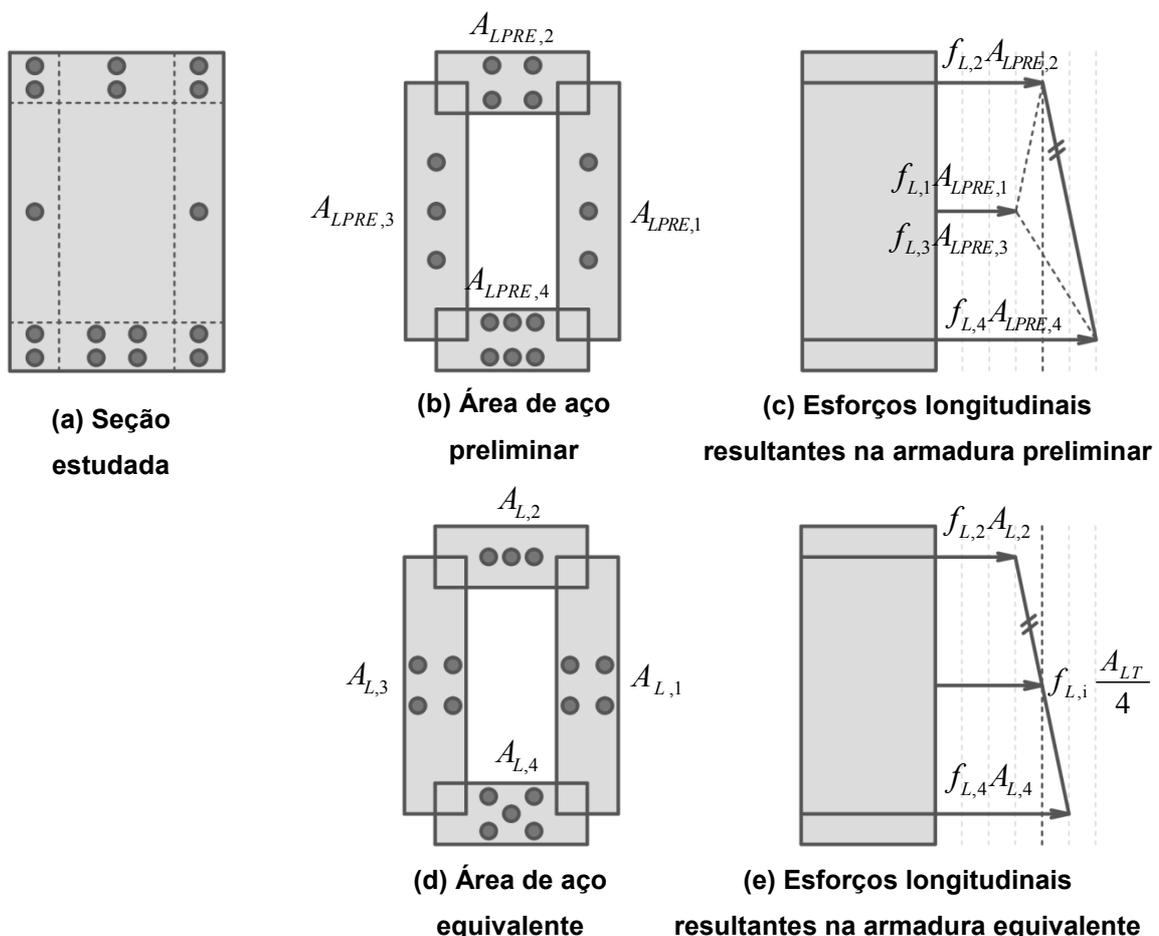


Figura 3.5 – Distribuição das armaduras longitudinais nos quatro painéis

Fonte: Adaptado de Greene (2006)

A seção mostrada em Fig. 3.5(a) será usada para exemplificar essa técnica de distribuição da armação longitudinal. Nessa ilustração, a face inferior apresenta mais armadura que a superior. Já as faces laterais, têm a mesma quantidade de aço.

Antes de calcular a área de aço equivalente em cada painel ($A_{L,i}$), Fig. 3.5(d) é necessário determinar a área de aço preliminar por elemento ($A_{LPRE,i}$). A lógica desse processo é ilustrada nas Fig. 3.5(a) e (b), e, basicamente consiste em determinar esse parâmetro com base nas áreas de influência de cada face da viga, onde, as armaduras localizadas perto do centro da superfície são consideradas parte do referente painel e as taxas dos aços próximos aos cantos das seções são divididas igualmente entre as duas faces adjacentes.

Uma vez determinada às áreas de aço preliminares, o procedimento calcula a armadura equivalente com base nas seguintes hipóteses:

- Os aços longitudinais nos elementos idealizados apresentam a mesma tensão ($f_{L,i}$);
- As forças resultantes nos aços longitudinais dos quatro painéis ($f_{L,i}A_{L,i}$) têm uma relação linear entre si, Fig. 3.5(e);
- E, a diferença entre as resultantes de painéis opostos é a mesma, tanto na armadura equivalente como na preliminar, Fig. 3.5(c) e (e).

De acordo com a primeira e a terceira proposição, a armadura equivalente da face inferior ($A_{L,4}$) produz uma força resultante maior que a face superior ($A_{L,2}$), pois, nesse caso, $f_{L,4}A_{LPRE,4}$ é maior que $f_{L,2}A_{LPRE,2}$. Por sua vez, devido à segunda hipótese adotada, as forças provenientes das duas faces laterais ($f_{L,1}A_{L,1}$ e $f_{L,3}A_{L,3}$) são iguais à média das forças no aço superior e no inferior, o que, pela Fig. 3.5(e), pode-se entender como um quarto da solicitação total nos aços longitudinais dos painéis ($f_{L,i}A_{LT}/4$).

Com base no apresentado até então e desconsiderando $f_{L,i}$, visto que foi adotado o mesmo valor para os quatro elementos, pode-se perceber que a área de aço equivalente em um painel ($A_{L,i}$) é igual a um quarto da área de aço total (A_{LT})

acrescida ou subtraída da metade da diferença entre as áreas de aço preliminares do elemento em estudo e o oposto a ele. Esse mesmo raciocínio pode ser aplicado também no caso de diferença entre as armaduras nos painéis laterais (1 e 3). Generalizando o procedimento, é possível obter a equação Eq. (3.5).

$$A_{L,1} = \frac{A_{LT}}{4} + \left(\frac{A_{LPRE,1} - A_{LPRE,3}}{2} \right) \quad (3.5a)$$

$$A_{L,2} = \frac{A_{LT}}{4} + \left(\frac{A_{LPRE,2} - A_{LPRE,4}}{2} \right) \quad (3.5b)$$

$$A_{L,3} = \frac{A_{LT}}{4} + \left(\frac{A_{LPRE,3} - A_{LPRE,1}}{2} \right) \quad (3.5c)$$

$$A_{L,4} = \frac{A_{LT}}{4} + \left(\frac{A_{LPRE,4} - A_{LPRE,2}}{2} \right) \quad (3.5d)$$

Caso os dois painéis opostos apresentem a mesma área de aço preliminar, a armadura equivalente neles será igual a um quarto de A_{LT} , ou seja, esse procedimento distribui áreas iguais para os quatro painéis quando a seção tem uma armadura simetricamente disposta.

3.3.4. Distribuição dos esforços de membrana equivalentes nos painéis

Uma vez definida a geometria da seção, juntamente com as áreas de aço equivalentes em cada elemento, resta calcular os esforços de membrana em cada painel com base nas solicitações reais na estrutura.

3.3.4.1. Esforços tangenciais

O modelo estudado considera que as seções idealizadas resistem a esforços tangenciais (momento torsor e esforço cortante) através de fluxos de cisalhamento constantes ao longo dos painéis. A convenção de sinais adotada admite que essas solicitações são positivas quando circulam no sentido anti-horário no perímetro da seção, Fig. 3.6(a).

A Equação Eq. (3.6) define o fluxo de cisalhamento ($q_{T,i}$) que surge nos painéis devido a um momento torsor aplicado (T_X), onde o parâmetro A_0 representa a área inclusa na linha central do fluxo (área do braço de alavanca), Fig. 3.2(c).

$$q_{T,i} = \frac{T_X}{2A_0} \quad (3.6)$$

No caso do esforço cortante, o CA-STM admite que dos quatro painéis que compõem a seção apenas os dois elementos paralelos ao sentido do carregamento contribuem para a resistência da peça, como mostram as Fig. 3.6(b) e (c). Para um esforço cortante V_Y , apenas os painéis ímpares (1 e 3) atuam e para V_Z apenas os pares (2 e 4).

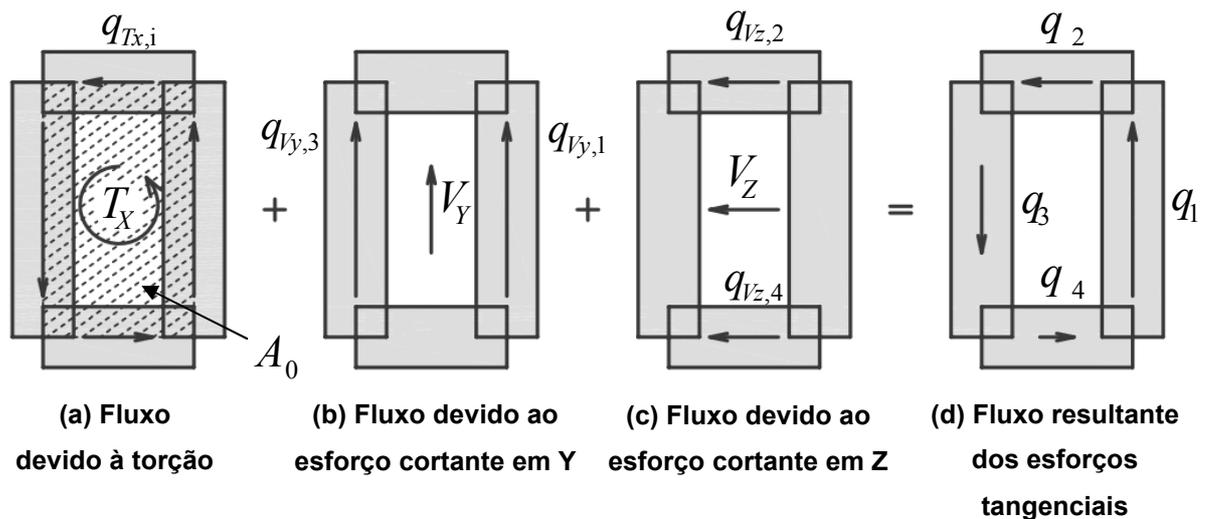


Figura 3.6 – Fluxos de cisalhamento devido aos esforços tangenciais

Fonte: Adaptado de Greene (2006)

As equações Eq. (3.7) e (3.8) representam os fluxos de cisalhamento ($q_{V_y,1}$, $q_{V_z,2}$, $q_{V_y,3}$ e $q_{V_z,4}$) decorrentes dos esforços de corte V_Y e V_Z .

$$q_{V_y,1} = q_{V_y,3} = \frac{V_Y}{2h_0} \quad (3.7)$$

$$q_{Vz,2} = q_{Vz,4} = \frac{V_z}{2b_0} \quad (3.8)$$

Devido ao fato do modelo considerar a distribuição de cisalhamento constante nos painéis, tanto para torção como para cortante, pode-se admitir a interação entre eles (q_i) apenas com base na soma das duas parcelas, Eq. (3.9) e Fig. 3.6(d).

Em virtude da convenção de sinais adotada, o efeito do fluxo referente ao cortante pode ser tanto adicionado (painéis 1 e 2) como subtraído (painéis 3 e 4) do relativo à torção.

$$q_1 = \frac{T_x}{2A_0} + \frac{V_y}{2h_0} \quad (3.9a)$$

$$q_2 = \frac{T_x}{2A_0} + \frac{V_z}{2b_0} \quad (3.9b)$$

$$q_3 = \frac{T_x}{2A_0} - \frac{V_y}{2h_0} \quad (3.9c)$$

$$q_4 = \frac{T_x}{2A_0} - \frac{V_z}{2b_0} \quad (3.9d)$$

Por fim, é possível calcular a tensão de corte resultante por elemento ($\tau_{LT,i}$) de acordo com a divisão do fluxo de cisalhamento em cada painel pela sua espessura, como mostra Eq. (3.10).

$$\tau_{LT,i} = \frac{q_i}{t_{D,i}} \quad (3.10)$$

3.3.4.2. Esforços normais

O modelo estudado considera que as seções idealizadas resistem ao momento fletor e ao esforço axial através de tensões normais uniformemente distribuídas na

face de cada painel ($\sigma_{L,i}$). A Figura 3.7 ilustra isso para o caso do momento resultante no eixo Z , relativo às sollicitações nos painéis 2 e 4, e o esforço axial N_X .

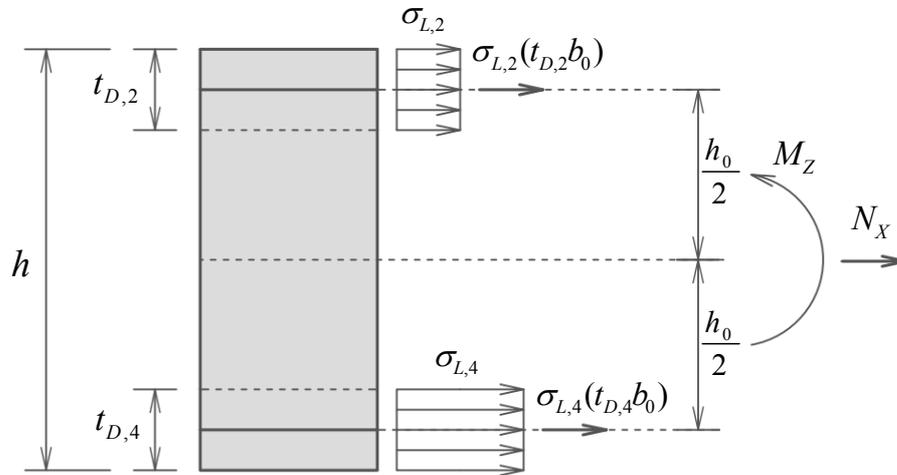


Figura 3.7 – Momento resultante no eixo Z devido às sollicitações nos painéis 2 e 4

Fonte: Adaptado de Greene (2006)

Com base nessa ideia, as equações Eq. (3.11) e Eq. (3.12) representam os momentos resultantes M_Y e M_Z em função das tensões normais nos painéis.

$$M_Y = [\sigma_{L,3}(t_{D,3}h_0) - \sigma_{L,1}(t_{D,1}h_0)] \frac{b_0}{2} \quad (3.11)$$

$$M_Z = [\sigma_{L,4}(t_{D,4}b_0) - \sigma_{L,2}(t_{D,2}b_0)] \frac{h_0}{2} \quad (3.12)$$

Por sua vez, o esforço axial atuante na seção (N_X) pode ser calculado de acordo com a soma das contribuições dos quatro painéis, Eq. (3.13).

$$N_X = \sigma_{L,1}(t_{D,1}h_0) + \sigma_{L,2}(t_{D,2}b_0) + \sigma_{L,3}(t_{D,3}h_0) + \sigma_{L,4}(t_{D,4}b_0) \quad (3.13)$$

3.4. Equações de equilíbrio e de compatibilidade dos painéis

Como o mecanismo de resistência adotado para os painéis do CA-STM é o mesmo usado no RA-STM, as equações de equilíbrio e de compatibilidade nos dois modelos são basicamente as mesmas, ilustradas em Eq. (3.14), Eq. (3.15),

Eq. (3.16), Eq. (3.17) e Eq. (3.18), correspondentes a Eq. (2.3), Eq. (2.9) e Eq. (2.8) no capítulo anterior.

$$\sigma_{L,i} = \sigma_{D,i} \cos^2(\alpha_{D,i}) + \sigma_{R,i} \sin^2(\alpha_{D,i}) + f_{L,i} \left(\frac{A_{L,i}}{t_{d,i} w_{0,i}} \right) \quad (3.14)$$

$$\sigma_{T,i} = \sigma_{R,i} \cos^2(\alpha_{D,i}) + \sigma_{D,i} \sin^2(\alpha_{D,i}) + f_{T,i} \left(\frac{A_T}{t_{d,i} s} \right) \quad (3.15)$$

$$\tau_{LT,i} = (\sigma_{R,i} - \sigma_{D,i}) \sin(\alpha_{D,i}) \cos(\alpha_{D,i}) \sin(\alpha_i) \quad (3.16)$$

$$\gamma_{LT,i} = 2(\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{D,i}) \sin(\alpha_{D,i}) \cos(\alpha_{D,i}) \sin(\alpha_i) \quad (3.17)$$

$$\varepsilon_{T,i} = \varepsilon_{R,i} + \varepsilon_{D,i} - \varepsilon_{L,i} \quad (3.18)$$

As equações Eq. (3.14) e Eq. (3.15) representam o equilíbrio das tensões de membrana longitudinais ($\sigma_{L,i}$) e transversais ($\sigma_{T,i}$) no elemento bidimensional em questão, onde, o índice i faz referência à numeração do painel estudado. Os termos $(A_{L,i}/t_{d,i} w_{0,i})$ e $(A_T/t_{d,i} s)$ retratam, respectivamente, as taxas de armadura longitudinal ($\rho_{L,i}$) e transversal ($\rho_{T,i}$) nos painéis. No CA-STM, admite-se que, de acordo com as solicitações ilustradas em Fig. 3.1(a), não ocorre transferência de esforços entre os painéis através de tensões transversais, ou seja, $\sigma_{T,i}$ é igual à zero. Essa premissa é utilizada no processo de solução proposto e será comentada novamente mais tarde.

As tensões principais de compressão e tração no concreto são representadas, respectivamente, por $\sigma_{D,i}$ e $\sigma_{R,i}$, enquanto, os parâmetros $f_{L,i}$ e $f_{T,i}$ retratam as solicitações nos aços longitudinais e transversais. O espaçamento da armadura transversal é traduzido pela variável s . Por sua vez, $\alpha_{D,i}$ simboliza o ângulo entre a direção principal de compressão e o eixo longitudinal.

A Eq. (3.16) representa o equilíbrio das tensões de cisalhamento ($\tau_{LT,i}$) enquanto que Eq. (17) descreve a compatibilidade das deformações de corte no

painel ($\gamma_{LT,i}$). O termo $\text{sign}(q_i)$, presente nessas equações, serve de ferramenta para garantir que os sinais desses dois parâmetros concordem com o fluxo de cisalhamento em cada painel (q_i). Outra ideia usada no procedimento de solução é que as tensões calculadas pela Eq. (3.16) sejam compatíveis com as obtidas na Eq. (3.10).

As deformações principais de compressão e tração no concreto são representadas, respectivamente, por $\varepsilon_{D,i}$ e $\varepsilon_{R,i}$, enquanto que os parâmetros $\varepsilon_{L,i}$ e $\varepsilon_{T,i}$ retratam as deformações nos sentidos longitudinais e transversais.

Por fim, a Eq. (3.18) ilustra o 1º princípio da invariância das deformações, equação de grande valor para o método, pois, relaciona de forma simples e coesa algumas variáveis de considerável importância para o problema.

O sistema de coordenadas adotado para cada painel é definido de forma que a direção transversal de referência nos elementos concorde com o fluxo de cisalhamento causado por um momento torsor positivo (anti-horário), Fig. 3.6(a). Por sua vez, a direção longitudinal positiva de cada painel é definida paralela ao eixo da viga e perpendicular a direção transversal no elemento, Fig. 3.1(b).

3.5. Relações constitutivas dos materiais

3.5.1. Concreto submetido à compressão

Durante uma comparação entre várias relações constitutivas do concreto em compressão, Greene (2006) decidiu utilizar no CA-STM uma curva diferente da do RA-STM, proposta por Belarbi e Hsu (1991).

Essa mudança ocorreu, pois a curva tensão-deformação para o concreto comprimido usada originalmente no RA-STM foi obtida na época com base em dados experimentais de um número limitado de ensaios, Hsu e Mo (1985), e desde então novos modelos de relação para o concreto comprimido foram propostos, consequentemente, baseados em uma quantidade maior de testes.

Esse estudo comparativo consistiu em verificar o momento torsor último e a referente rotação axial da peça, nos dados experimentais e calculados, em um

problema de torção pura, considerando vários modelos de curva tensão deformação para o concreto, alguns com amolecimento apenas nas tensões e outros tanto nas tensões como nas deformações.

Ainda assim, o modelo que se mostrou mais adequado ao problema utilizou o coeficiente de amolecimento proposto por Belarbi e Hsu (1991), Eq. (3.19), porém, dessa vez, diferente do RA-STM, aplicando esse fator apenas nas tensões e não nas deformações. Nessa equação, a variável principal que retrata o coeficiente é a deformação principal de tração no concreto ($\varepsilon_{R,i}$).

$$\zeta_i = \frac{0.9}{\sqrt{1 + 600\varepsilon_{R,i}}} \quad (3.19)$$

Por fim, segundo o CA-STM, a tensão de compressão principal no concreto ($\sigma_{D,i}$) pode ser calculada com base em Eq. (3.20), onde $k_{1,i}$ representa a relação entre a tensão de compressão média e a tensão de pico atingida na biela de concreto.

$$\sigma_{D,i} = k_{1,i} \zeta_i f_{ck} \quad (3.20)$$

Como, no modelo em estudo, existe um gradiente das deformações de compressão, Fig. 3.4, é necessário calcular $k_{1,i}$ considerando a não uniformidade desse parâmetro. Com base nesse conceito, Greene (2006) conseguiu definir $k_{1,i}$ de acordo com Eq. (3.21), onde, o primeiro caso representa a situação mais geral ($\varepsilon_{A,i} < \varepsilon_{DS,i}$), e o segundo a distribuição uniforme de deformações ($\varepsilon_{A,i} = \varepsilon_{DS,i}$).

$$k_{1,i} = \begin{cases} \left[\frac{\varepsilon_{DS,i}}{\varepsilon_o} \left(1 - \frac{\varepsilon_{DS,i}}{3\varepsilon_o} \right) - \frac{\varepsilon_{A,i}^2}{\varepsilon_{DS,i}\varepsilon_o} \left(1 - \frac{\varepsilon_{A,i}}{3\varepsilon_o} \right) \right] \left(\frac{\varepsilon_{DS,i}}{\varepsilon_{DS,i} - \varepsilon_{A,i}} \right), & \text{para } \varepsilon_{A,i} < \varepsilon_{DS,i} \\ \frac{2\varepsilon_{DS,i}\varepsilon_o - \varepsilon_{DS,i}^2}{\varepsilon_o^2}, & \text{para } \varepsilon_{A,i} = \varepsilon_{DS,i} \end{cases} \quad (3.21)$$

3.5.2. Concreto submetido à tração

A resistência à tração do concreto é geralmente desprezada em modelos de treliça, devido a sua pequena influência no cálculo da capacidade máxima da estrutura, RA-STM, Hsu e Mo (1985). Apesar disso, esse parâmetro apresenta considerável importância no comportamento carga-deformação da peça. Isso faz com que seja interessante considerar a relação constitutiva do concreto tracionado em problemas onde é necessário determinar a resposta da estrutura não só no estado último, mas também sob carregamentos de serviço.

Em painéis fissurados de concreto armado sujeitos a tensões de tração, a armadura resiste a todo o esforço na fissura, enquanto que nas regiões integras o concreto contribui com alguma parcela. Como ocorre um incremento na capacidade de resistência da peça quando é considerada a contribuição do concreto em tração, esse fenômeno recebe o nome de enrijecimento a tração.

Com o objetivo de aumentar a precisão da resposta do RA-STM, Greene (2006) propôs, juntamente com o CA-STM, outro modelo conhecido como TS-STM, *Tension Stiffened Softened Truss Model*, Modelo de treliça com amolecimento e enrijecimento à tração. Como o próprio nome da teoria já diz, ela considera a contribuição do concreto tracionado para determinar a resistência da estrutura.

A relação constitutiva do concreto em tração foi desenvolvida com base em ensaios experimentais de vigas sujeitas a torção pura, os mesmos usados no estudo comparativo do concreto em compressão. O modelo para a resistência à tração obtido para o TS-STM pode também ser utilizado no CA-STM.

A curva do concreto em tração é definida com base em dois comportamentos: antes e depois da fissuração. Antes do elemento atingir a tensão necessária para o aparecimento de fissuras (f_{cr}), ele apresenta basicamente um comportamento linear, Eq. (3.22a). Após chegar ao estado de fissuração, a curva da resistência decresce a medida que a deformação de tração aumenta. Greene (2006) propôs três curvas para caracterizar o comportamento descendente da função: linear - Eq. (3.22b), quadrática - Eq. (3.22c) e exponencial - Eq. (3.22d). As curvas

obtidas, para o estado após a fissuração, juntamente com os dados experimentais coletados estão ilustrados na Fig. 3.8.

$$\sigma_{R,i} = \frac{f_{cr}}{\varepsilon_{cr}} \varepsilon_{R,i} \quad (3.22a)$$

$$\sigma_{R,i} = f_{cr} \left(1 - \frac{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{cr0} - \varepsilon_{cr}} \right) \quad (3.22b)$$

$$\sigma_{R,i} = f_{cr} \left(1 - 2 \frac{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{cr0} - \varepsilon_{cr}} + \left(\frac{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{cr}}{\varepsilon_{cr0} - \varepsilon_{cr}} \right)^2 \right) \quad (3.22c)$$

$$\sigma_{R,i} = f_{cr} \exp[-350(\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{cr})] \quad (3.22d)$$

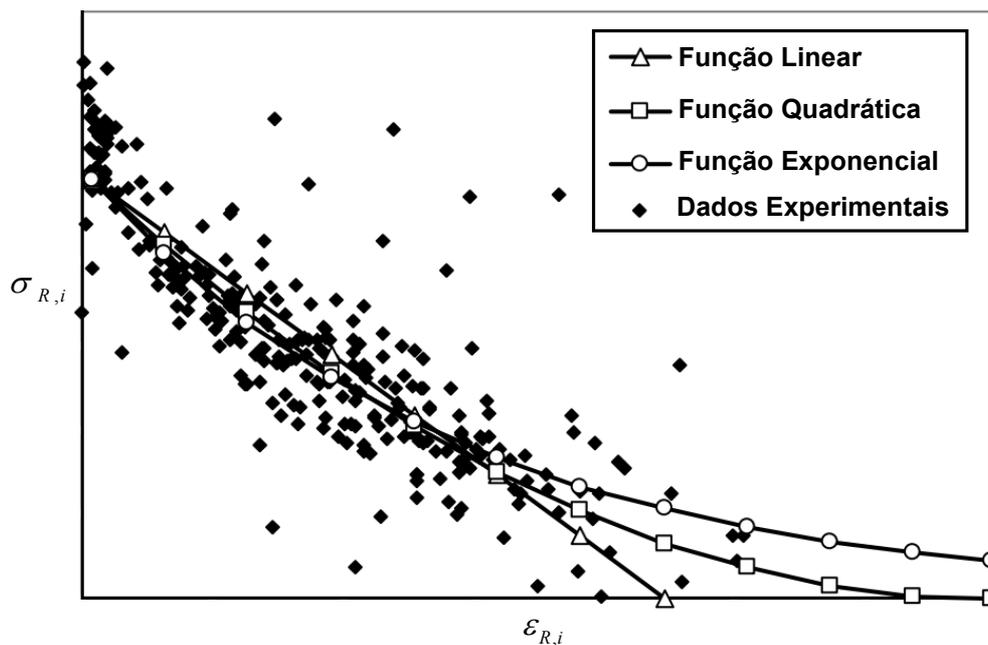


Figura 3.8 – Comportamento da resistência à tração do concreto após a fissuração

Fonte: Adaptado de Greene (2006)

O parâmetro ε_{cr} representa a deformação de tração relativa à fissuração da peça (geralmente adotada igual a 0.1×10^{-3}). Por sua vez, ε_{cr0} é a deformação a partir da qual a resistência à tração do concreto é admitida nula no modelo linear,

considerada igual a 4.5×10^{-3} . A tensão de fissuração (f_{cr}) pode ser calculada de acordo com Eq. (3.23).

$$f_{cr} = \frac{A_g}{2A_{cp}} \sqrt{f_{ck}} \quad (3.23)$$

Os termos A_g e A_{cp} representam, respectivamente, a área bruta de concreto da seção e a área inclusa pelo perímetro externo. Quando a seção é maciça, esses dois valores são iguais e a tensão de fissuração é calculada, simplesmente, como a metade a raiz quadrada do f_{ck} .

No procedimento proposto, optou-se por adotar a relação exponencial, Eq. (2.22d). Essa escolha foi feita devido ao fato dessa curva se adequar melhor aos métodos numéricos de solução adotados.

3.5.3. Aços longitudinais e transversais

Em virtude dos painéis do CA-STM utilizarem o mesmo modelo resistente do RA-STM, pode-se considerar relações constitutivas semelhantes para os aços nos dois casos.

Mais uma vez, com o objetivo de evitar a descontinuidade na primeira derivada no ponto de escoamento do aço, Eq. (2.13), foi necessário fazer uma regularização na função para não ocorrerem problemas de convergência no método. A curva regularizada proposta é a mesma da Eq. (2.14), nesse capítulo chamada de Eq. (3.24).

$$f_{S,i} = E_S \varepsilon_{S,i} \left[A + \frac{1-A}{\left[1 + \left[(1-A) \frac{\varepsilon_{S,i}}{\varepsilon_{Sy}} \right]^F \right]^{\frac{1}{F}}} \right] \quad (3.24)$$

Nesse capítulo, as constantes A e F tiveram seus valores adotados, respectivamente, como 2×10^{-3} e 4 . Essa curva, além de ter boa proximidade com o modelo elasto-plástico perfeito, obteve bons resultados nas análises, sem apresentar problemas de convergência, como será mostrado nos capítulos 5 e 6.

3.6. Compatibilidade entre as deformações dos painéis

Para o correto funcionamento do CA-STM, além de todas as premissas mostradas até então, é necessário garantir certas condições de compatibilidade entre os quatro painéis idealizados. Esses requisitos são estabelecidos com base em curvaturas transversais e longitudinais da seção.

3.6.1. Curvaturas longitudinais e transversais

As deformações longitudinais e transversais em painéis opostos podem ser relacionadas com base na distância entre os eixos dos elementos (h_0 e b_0) e as respectivas curvaturas longitudinais ($\phi_{L,13}$ e $\phi_{L,24}$) e transversais ($\phi_{T,13}$ e $\phi_{T,24}$), como mostram as equações Eq. (3.25), Eq. (3.26), Eq. (3.27), Eq. (3.28) e a Fig. 3.9.

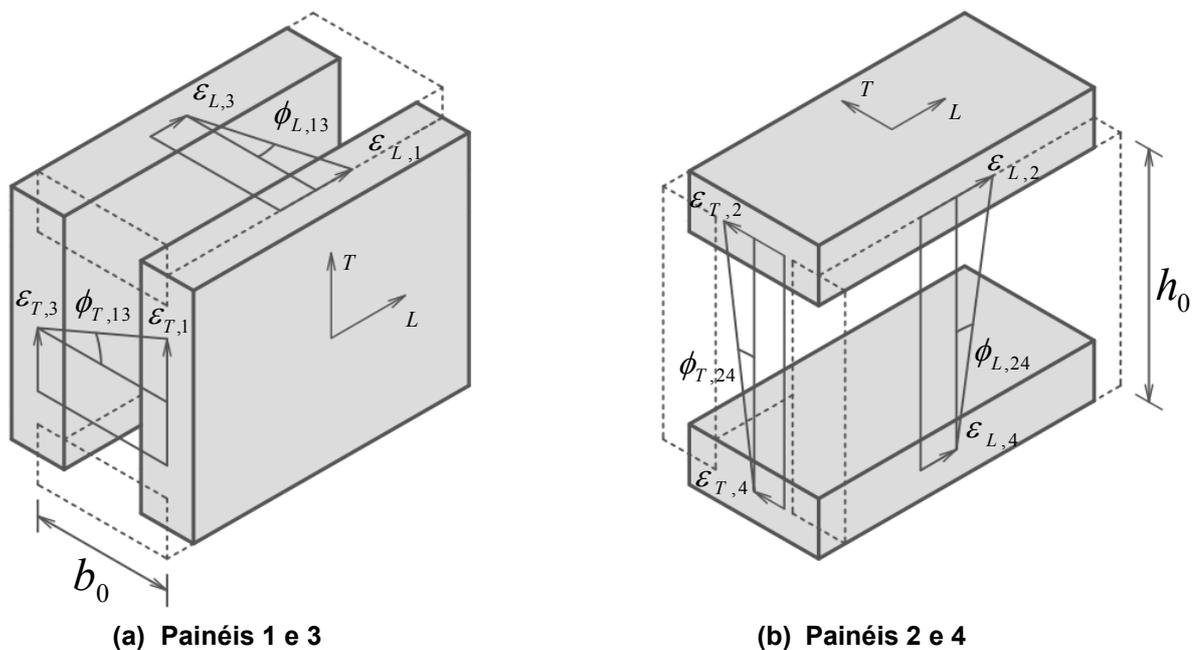


Figura 3.9 – Curvaturas longitudinais e transversais

Fonte: Adaptado de Greene (2006)

A diferença entre as deformações longitudinais dos painéis 1 e 3 causa a curvatura $\phi_{L,13}$ em relação ao eixo Y. Por sua vez, a curvatura $\phi_{T,13}$ pode ser obtida com base nas deformações transversais dos mesmos elementos. De forma semelhante, é possível determinar os parâmetros $\phi_{L,24}$ e $\phi_{T,24}$ de acordo com as deformações longitudinais e transversais dos painéis 2 e 4.

$$\phi_{T,13} = \frac{\varepsilon_{T,1} - \varepsilon_{T,3}}{b_0} \quad (3.25)$$

$$\phi_{T,24} = \frac{\varepsilon_{T,2} - \varepsilon_{T,4}}{h_0} \quad (3.26)$$

$$\phi_{L,13} = \frac{\varepsilon_{L,1} - \varepsilon_{L,3}}{b_0} \quad (3.27)$$

$$\phi_{L,24} = \frac{\varepsilon_{L,2} - \varepsilon_{L,4}}{h_0} \quad (3.28)$$

3.6.2. Compatibilidade entre as deformações longitudinais dos painéis

No CA-STM, as deformações longitudinais dos painéis ($\varepsilon_{L,i}$) podem ser relacionadas entre si através da deformação correspondente no eixo da seção idealizada (ε_{CL}), como mostra a Fig. 3.10. Nessa imagem, pode-se observar que essa vinculação tem caráter linear e é função da distância entre os eixos dos painéis opostos (h_0 e b_0) e as curvaturas longitudinais da seção ($\phi_{L,13}$ e $\phi_{L,24}$).

No processo de solução original do CA-STM, essa relação é representada pela equação Eq. (3.29). Porém, no presente trabalho, optou-se por utilizar Eq. (3.30) no lugar de Eq. (3.29), visto que a nova equação se ajustou melhor ao procedimento de solução proposto. É possível perceber que a Eq. (3.30) foi deduzida com base na combinação das equações que constituem Eq. (3.29).

$$\varepsilon_{L,1} = \varepsilon_{CL} + \phi_{L,13} \frac{b_0}{2} \quad (3.29a)$$

$$\varepsilon_{L,2} = \varepsilon_{CL} + \phi_{L,24} \frac{h_0}{2} \quad (3.29b)$$

$$\varepsilon_{L,3} = \varepsilon_{CL} - \phi_{L,13} \frac{b_0}{2} \quad (3.29c)$$

$$\varepsilon_{L,4} = \varepsilon_{CL} - \phi_{L,24} \frac{h_0}{2} \quad (3.29d)$$

$$\varepsilon_{L,1} + \varepsilon_{L,3} = \varepsilon_{L,2} + \varepsilon_{L,4} \quad (3.30)$$

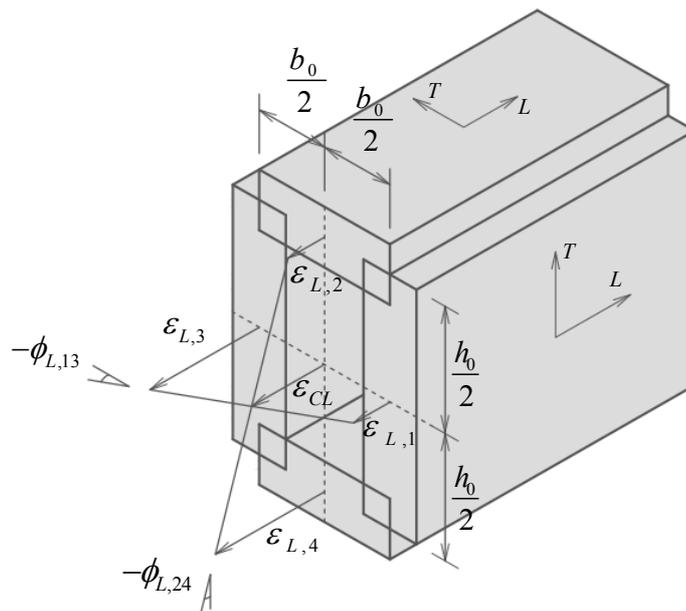


Figura 3.10 – Compatibilidade entre as deformações longitudinais dos painéis

Fonte: Adaptado de Greene (2006)

Pode-se notar que, como o CA-STM modela a estrutura considerando deformações longitudinais constantes em cada painel, existe uma descontinuidade nesse parâmetro no encontro de elementos adjacentes. Segundo Greene (2006), esse problema pode ser minimizado discretizando-se mais a estrutura, o que acarreta em um aumento considerável na complexidade do modelo.

3.6.3. Curvaturas das bielas de concreto

Como já foi dito anteriormente, quando uma viga é submetida à torção pura, as suas faces, originalmente planas, assumem a forma de um parabolóide hiperbólico e

isso causa uma curvatura na biela de concreto. Pode-se encontrar na literatura, Hsu e Mo (2010), a equação que fornece o valor dessa curvatura, para torção pura, Eq. (3.31), onde θ representa a rotação axial sofrida pela estrutura, relativa a esse esforço.

$$\psi_i = \theta \text{sen}(2\alpha_{D,i}) \quad (3.31)$$

Devido ao fato do CA-STM admitir a combinação de momento torsor com outros esforços, é necessário adicionar ao cálculo da curvatura das bielas as parcelas correspondentes às outras fontes: curvaturas longitudinais ($\phi_{L,13}$ e $\phi_{L,24}$) e transversais ($\phi_{T,13}$ e $\phi_{T,24}$) nos painéis. A Eq. (3.32), obtida originalmente por Onsongo (1978), fornece as curvaturas nas bielas com base na interação entre as três fontes citadas.

$$\psi_i = \theta \text{sen}(2\alpha_{D,i}) + \begin{bmatrix} -\phi_{L,13} \\ -\phi_{L,24} \\ \phi_{L,13} \\ \phi_{L,24} \end{bmatrix} \cos^2(\alpha_{D,i}) + \begin{bmatrix} -\phi_{T,13} \\ -\phi_{T,24} \\ \phi_{T,13} \\ \phi_{T,24} \end{bmatrix} \text{sen}^2(\alpha_{D,i}) \quad (3.32)$$

Uma das premissas usadas no processo de solução proposto é que as curvaturas calculadas na Eq. (3.32) concordem com as obtidas na Eq. (3.2).

3.6.4. Cálculo da rotação axial com base nas deformações de corte

Como foi mostrado no item 3.4 do presente capítulo, é possível determinar as deformações de corte em cada painel ($\gamma_{LT,i}$) com base na Eq. (3.17). Sabendo que a integral desse parâmetro, ao longo do perímetro de seções fechadas, é igual a zero, Greene (2006) obteve a relação entre a rotação axial da peça e as deformações de corte nos painéis, de acordo com Eq. (3.33).

$$\theta = \frac{(\gamma_{LT,1} + \gamma_{LT,3})h_0 + (\gamma_{LT,2} + \gamma_{LT,4})b_0}{2A_0} \quad (3.33)$$

4. PROCEDIMENTO PROPOSTO

4.1. Introdução

Nessa seção será discutido o procedimento de solução proposto para o CA-STM, juntamente com as variáveis primárias selecionadas, a função resíduo que representa o sistema de equações não linear e o método de estimativa inicial para a solução, baseado em um modelo linear elástico.

4.2. Equações adicionais

Antes de mais nada, é necessário apresentar certas equações adicionais que fazem parte da metodologia proposta.

4.2.1. Ângulo variável como função das deformações

Aplicando-se algumas relações trigonométricas juntamente com as equações de compatibilidade do painel, pode-se definir o ângulo $\alpha_{D,i}$ por meio das deformações $\varepsilon_{D,i}$, $\varepsilon_{R,i}$, $\varepsilon_{L,i}$ e $\varepsilon_{T,i}$, como mostram as equações Eq. (4.1), Eq. (4.2) e Eq. (4.3), onde Eq. (4.1) e (4.2) correspondem a Eq. (2.29) e (2.30), no capítulo 2.

$$\operatorname{sen}^2(\alpha_{D,i}) = \frac{\varepsilon_{L,i} - \varepsilon_{D,i}}{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{D,i}} = \frac{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{T,i}}{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{D,i}} \quad (4.1)$$

$$\operatorname{cos}^2(\alpha_{D,i}) = \frac{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{L,i}}{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{D,i}} = \frac{\varepsilon_{T,i} - \varepsilon_{D,i}}{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{D,i}} \quad (4.2)$$

$$\operatorname{cos}(\alpha_{D,i})\operatorname{sen}(\alpha_{D,i}) = \frac{\sqrt{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{L,i}}\sqrt{\varepsilon_{L,i} - \varepsilon_{D,i}}}{\varepsilon_{R,i} - \varepsilon_{D,i}} \quad (4.3)$$

Essas equações tem importância particular no procedimento proposto, pois, com base nelas, o ângulo $\alpha_{D,i}$ é eliminado do sistema e com isso o processo de solução ganha estabilidade numérica. Após a análise ter sido realizada, o ângulo pode ser calculado com base na Eq. (4.4), equivalente a Eq. (2.31) no capítulo 2,

onde o termo $\text{sinal}(q_i)$ serve de ferramenta para garantir que o sentido de $\alpha_{R,i}$ concorde com o fluxo cisalhamento no painel estudado (q_i).

$$\alpha_{D,i} = \arctan \left(\sqrt{\frac{\varepsilon_{L,i} - \varepsilon_{D,i}}{\varepsilon_{T,i} - \varepsilon_{D,i}}} \right) \text{sinal}(q_i) \quad (4.4)$$

4.2.2. Parâmetros da seção real e da idealizada

Durante o procedimento de solução, alguns parâmetros da seção, como: área bruta de concreto (A_g), perímetro externo (p_{cp}), área da seção (A_{cp}), dimensões da linha central do fluxo de cisalhamento (b_0 e h_0) e área do braço de alavanca (A_0), podem ser calculados com base em Eq. (4.5), Eq. (4.6), Eq. (4.7), Eq. (4.8), Eq. (4.9) e Eq. (4.10).

$$A_g = (b - t_1)t_4 + (h - t_2)t_1 + (b - t_3)t_2 + (h - t_4)t_3 \quad (4.5)$$

$$p_{cp} = 2(b + h) \quad (4.6)$$

$$A_{cp} = bh \quad (4.7)$$

$$b_0 = b - \left(\frac{t_{D,1} + t_{D,3}}{2} \right) \quad (4.8)$$

$$h_0 = h - \left(\frac{t_{D,2} + t_{D,4}}{2} \right) \quad (4.9)$$

$$A_0 = b_0 h_0 \quad (4.10)$$

4.3. Variáveis primárias selecionadas

No estudo de painéis fissurados de concreto armado submetidos a esforços de membrana, sabe-se que, uma vez conhecidos os parâmetros mecânicos dos materiais (E_S , f_{Ly} , f_{Ty} , E_C , f_{ck} e ε_o), taxas de armaduras (ρ_L e ρ_T), relações

constitutivas e esforços solicitantes (σ_L , σ_T e τ_{LT}), é possível definir o comportamento da estrutura com base nas deformações principais no concreto ($\varepsilon_{D,i}$ e $\varepsilon_{R,i}$) e no ângulo formado entre o eixo principal de compressão e a direção longitudinal referente ($\alpha_{D,i}$).

Porém, como já foi dito anteriormente, quando um painel é utilizado para representar a face de uma viga sujeita a torção, ele sofre um encurvamento e esse efeito é retratado pelo modelo através de um gradiente linear nas deformações principais de compressão. Devido a isso, o comportamento da estrutura não pode mais ser obtido corretamente com base apenas nas três variáveis descritas, sendo assim necessário adicionar a curvatura da peça (ψ_i) no processo de análise.

Portanto, como o CA-STM idealiza seções de concreto armado como a associação de quatro painéis com curvatura e cada um deles pode ser analisado de acordo com quatro variáveis primárias, é possível concluir que todo o comportamento da seção pode ser estudado com base em dezesseis incógnitas, são elas:

$$[\varepsilon_{D,i}, \varepsilon_{R,i}, \alpha_{D,i}, \psi_i] \text{ para } i = 1 \dots 4 \quad (4.11)$$

No presente trabalho, com o objetivo de aumentar a eficiência do procedimento proposto, algumas variáveis primárias foram substituídas por outras equivalentes que se ajustaram melhor ao método.

A primeira mudança diz respeito ao ângulo $\alpha_{D,i}$. Como já foi comentado antes, é recomendável que esse parâmetro seja eliminado do sistema, por questões de estabilidade numérica. É possível observar em Eq. (4.1) e Eq. (4.2) que, uma vez conhecidos $\varepsilon_{R,i}$ e $\varepsilon_{D,i}$, pode-se determinar $\alpha_{D,i}$ com base apenas na deformação longitudinal do painel ($\varepsilon_{L,i}$). Considerando isso e levando em conta que $\varepsilon_{L,i}$ apresenta um comportamento mais simples que $\alpha_{D,i}$ e tem a ordem de grandeza próxima às outras deformações, é interessante utilizar $\varepsilon_{L,i}$ no lugar de $\alpha_{D,i}$, como a terceira variável primária.

A segunda substituição foi da curvatura das bielas de compressão (ψ_i) pelo fator adimensional z_i . Como foi visto nas equações Eq. (3.2), Eq. (3.3) e Eq. (3.4), sabendo-se o valor da espessura real da face (t_i) e da deformação principal de compressão no lado externo ($\varepsilon_{DS,i}$), é possível definir o valor da curvatura das bielas (ψ_i) com base apenas no parâmetro (z_i). Essa nova variável de projeto, além de ter intervalo definido (entre zero e três) e relacionar várias incógnitas importantes do problema, tem caráter adimensional, uma propriedade vantajosa em problemas numéricos.

A última mudança realizada tem relação com a deformação principal de compressão em cada painel ($\varepsilon_{D,i}$). O procedimento de solução do problema é sujeito a determinados critérios de parada que guardam relação com as variáveis primárias. Um deles em particular diz que as deformações principais de compressão no lado externo ($\varepsilon_{DS,i}$) não devem superar o valor limite estabelecido ($\varepsilon_{DS,MAX}$). Com o objetivo de facilitar essa verificação e utilizando a relação entre as duas incógnitas expressa pela Eq. (3.1) e Eq. (3.3), foi possível adotar $\varepsilon_{DS,i}$ no lugar de $\varepsilon_{D,i}$ como uma variável primária. Com isso, as novas incógnitas do problema são:

$$[\varepsilon_{DS,i}, \varepsilon_{R,i}, \varepsilon_{L,i}, z_i] \text{ para } i = 1 \dots 4 \quad (4.12)$$

Uma consideração importante em relação às deformações $\varepsilon_{DS,i}$, $\varepsilon_{R,i}$ e $\varepsilon_{L,i}$ é que, no procedimento proposto, são computados seus valores multiplicados por mil. Isso foi feito para evitar que essas variáveis primárias sejam muito menores que z_i , e assim não ocorram problemas numéricos de convergência decorrentes disso.

Portanto, com base no que foi apresentado até então, é possível definir o problema como: Dada a geometria da seção real (t_i , b e h), a armadura longitudinal e transversal equivalente em cada painel ($A_{L,i}$ e A_T/S), as propriedades mecânicas do concreto (E_C , f_{ck} , ε_o , ε_{cr0} e ε_{cr}) e do aço (E_S , f_{ly} e f_{Ty}) e os esforços solicitantes (N_X , V_Y , V_Z , M_Y , M_Z e T_X), determine as variáveis

$\varepsilon_{DS,i}$, $\varepsilon_{R,i}$, $\varepsilon_{L,i}$ e z_i que minimizam a função F_{CA-STM} , sujeita a restrição $0 \leq z_i \leq 3$, até um valor abaixo da tolerância admitida (Tol). A função resíduo em questão será desenvolvida detalhadamente na próxima seção.

O procedimento descrito acima pode ser classificado como “regido pelas solicitações”, pois, é necessário informar os seis esforços aplicados na seção. Apesar da vantagem de retratar o problema de forma compacta, com base em quatro grupos de variáveis primárias, essa técnica apresenta três limitações que comprometem a sua viabilidade:

- Caso os carregamentos informados forem maiores que a capacidade resistente da seção, o modelo pode ter dificuldade em encontrar uma resposta coerente;
- Mesmo que as solicitações estejam abaixo da resistência máxima, é possível que o método ache duas soluções distintas para a mesma combinação de cargas: uma representando o comportamento pré-pico e outra o pós-pico;
- Por fim, visto que os carregamentos aplicados são fixos, o modelo não é capaz de determinar a resposta carga-deformação da estrutura.

Com o intuito de evitar essas complicações e, principalmente, ser apto a traçar as curvas que representam o comportamento pré-pico da estrutura, foi desenvolvida uma forma alternativa do procedimento em questão, Greene (2006).

A nova técnica consiste em: assumir um valor fixo pra deformação $\varepsilon_{DS,1}$ e, no lugar de definir as próprias solicitações em si, estabelecer relações constantes dos outros cinco esforços com o momento torsor (N_X/T_X , V_Y/T_X , V_Z/T_X , M_Y/T_X e M_Z/T_X). Decorrente disso, T_X toma o lugar de $\varepsilon_{DS,1}$ como variável primária e os esforços solicitantes variam proporcionalmente com o aumento da torção, de forma análoga ao apresentado na seção 2.4. Com isso, as novas variáveis primárias são:

$$[T_X, \varepsilon_{DS,j}, \varepsilon_{R,i}, \varepsilon_{L,i}, z_i] \text{ para } i = 1 \dots 4 \text{ e } j = 2 \dots 4 \quad (4.13)$$

Como o momento torsor T_X passa a ser considerado mais uma incógnita do problema, também é necessário normalizar essa variável para evitar possíveis

problemas de convergência da solução. Isso foi feito dividindo-se T_X pelo momento torsor de fissuração da seção real, T_{CR} , presente na Eq. (4.14), expressão (a) da tabela 22.7.5.1 do ACI 318-14.

$$T_{CR} = 0.33 \sqrt{f_{ck} (MPa)} \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \quad (4.14)$$

Dessa forma, o novo procedimento pode ser apresentado como: Dada a geometria da seção real (t_i , b e h), a armadura longitudinal e transversal equivalente em cada painel ($A_{L,i}$ e A_T / S), as propriedades mecânicas do concreto (E_C , f_{ck} , ε_o , ε_{cr0} e ε_{cr}) e do aço (E_S , f_{Ly} e f_{Ty}), as relações dos esforços solicitantes com o momento torsor (N_X / T_X , V_Y / T_X , V_Z / T_X , M_Y / T_X e M_Z / T_X) e a deformação $\varepsilon_{DS,1}$, determine as variáveis T_X , $\varepsilon_{DS,2}$, $\varepsilon_{DS,3}$, $\varepsilon_{DS,4}$, $\varepsilon_{R,i}$, $\varepsilon_{L,i}$ e z_i que minimizam a função F_{CA-STM} , sujeita a restrição $0 \leq z_i \leq 3$, até um valor abaixo da tolerância admitida (Tol).

Uma das vantagens dessa técnica alternativa é que, por ela determinar a solução do sistema de equações com base em um valor fixo de $\varepsilon_{DS,1}$, pode-se obter o comportamento da estrutura em vários estágios de carregamento proporcionais apenas alterando o valor da deformação assumida. Além disso, $\varepsilon_{DS,1}$ é um parâmetro que varia de forma crescente de zero até o máximo admitido $\varepsilon_{DS,MAX}$. Portanto, é possível definir essa deformação no próximo ponto de estudo como o $\varepsilon_{DS,1}$ atual mais um certo incremento $\Delta \varepsilon_{DS,1}$.

4.4. Função resíduo que representa o sistema não linear

O sistema de equações não linear que é resolvido no procedimento proposto pode ser separado, basicamente, em cinco grupos de equações.

Com base na Eq. (3.15) e na premissa mencionada no item 3.4 do presente trabalho, que considera nula a transferência de esforços transversais entre os

painéis ($\sigma_{T,i} = 0$), pode-se definir a Eq. (4.15): conjunto das quatro primeiras equações do sistema não linear.

$$F_{CA-STM}(i) = \sigma_{R,i} \cos^2(\alpha_{D,i}) + \sigma_{D,i} \sin^2(\alpha_{D,i}) + f_{T,i} \left(\frac{A_T}{t_{d,i} S} \right) = 0 \quad (4.15)$$

O segundo grupo faz referência às curvaturas nas bielas de concreto. Conforme foi apresentado no item 3.6.3, o CA-STM admite que os valores de ψ_i obtidos na Eq. (3.32) concordam com os da Eq. (3.2). De acordo com essa ideia, foi desenvolvida a Eq. (4.16), que representa as quatro equações presentes nesse grupo do sistema.

$$F_{CA-STM}(i+4) = \theta \sin(2\alpha_{D,i}) + \begin{bmatrix} -\phi_{L,13} \\ -\phi_{L,24} \\ \phi_{L,13} \\ \phi_{L,24} \end{bmatrix} \cos^2(\alpha_{D,i}) + \begin{bmatrix} -\phi_{T,13} \\ -\phi_{T,24} \\ \phi_{T,13} \\ \phi_{T,24} \end{bmatrix} \sin^2(\alpha_{D,i}) + \frac{\varepsilon_{DS,i} - \varepsilon_{A,i}}{t_{D,i}} = 0 \quad (4.16)$$

Outra premissa adotada no procedimento de solução em questão é que as tensões de cisalhamento calculadas pela Eq. (3.16) coincidam com as obtidas na Eq. (3.10). Com isso, combinando-se a Eq. (3.16) com a Eq. (3.10), pode-se definir mais quatro equações do sistema não linear, de acordo com Eq. (4.17).

$$F_{CA-STM}(i+8) = (\sigma_{R,i} - \sigma_{D,i}) \sin(\alpha_{D,i}) \cos(\alpha_{D,i}) \sin(q_i) - \frac{q_i}{t_{D,i}} = 0 \quad (4.17)$$

As próximas três equações são obtidas garantindo-se o equilíbrio entre as tensões normais nos painéis e as solicitações da seção. Isso é feito através de Eq. (4.18), Eq. (4.19) e Eq. (4.20), definidas a partir das equações Eq. (3.11), Eq. (3.12) e Eq. (3.13).

$$F_{CA-STM}(13) = [\sigma_{L,3}(t_{D,3}h_0) - \sigma_{L,1}(t_{D,1}h_0)] \frac{b_0}{2} - M_Y = 0 \quad (4.18)$$

$$F_{CA-STM}(14) = [\sigma_{L,4}(t_{D,4}b_0) - \sigma_{L,2}(t_{D,2}b_0)] \frac{h_0}{2} - M_Z = 0 \quad (4.19)$$

$$F_{CA-STM}(15) = \sigma_{L,1}(t_{D,1}h_0) + \sigma_{L,2}(t_{D,2}b_0) + \sigma_{L,3}(t_{D,3}h_0) + \sigma_{L,4}(t_{D,4}b_0) - N_X = 0 \quad (4.20)$$

Por fim, a ultima equação do sistema não linear faz referência a compatibilidade das deformações longitudinais dos quatro painéis, discutida no item 3.6.2, e pode ser representada tanto pela Eq. (3.30) como por Eq. (4.21).

$$F_{CA-STM}(16) = \varepsilon_{L,1} - \varepsilon_{L,2} + \varepsilon_{L,3} - \varepsilon_{L,4} = 0 \quad (4.21)$$

4.5. Estimativa inicial baseada em modelo linear

O procedimento proposto usa como estimativa inicial para a solução o comportamento obtido com base em um modelo elástico linear de um painel de concreto simples submetido ao cisalhamento puro. Uma vez que esse elemento idealizado representa os quatro painéis, os valores iniciais para as variáveis primárias correspondentes em diferentes elementos terão o mesmo valor. Decorrente disso, os valores arbitrados inicialmente para as deformações de compressão na face externa nos painéis, $\varepsilon_{DS,i}^0$, concordam com o $\varepsilon_{DS,1}$ previamente assumido, como mostra Eq. (4.22).

$$\varepsilon_{DS,i}^0 = \varepsilon_{DS,1} \quad (4.22)$$

Usando os princípios do círculo de Mohr no problema elástico linear de painéis de concreto simples submetidos ao cisalhamento puro e tomando $\varepsilon_{DS,i}^0$ como ponto de partida, pode-se determinar os valores de $\varepsilon_{R,i}^0$ e $\varepsilon_{L,i}^0$ para a estimativa inicial de acordo com Eq. (4.23) e Eq. (4.24).

$$\varepsilon_{R,i}^0 = \frac{E_c \varepsilon_{cr}}{2f_{cr}} \varepsilon_{DS,1} \quad (4.23)$$

$$\varepsilon_{L,i}^0 = 0 \quad (4.24)$$

Onde, Eq. (4.23) faz referência às equações Eq. (3.1), Eq. (3.22a) e Eq. (2.16), discutidas anteriormente, e Eq. (4.24) apresenta valor nulo por se tratar de um problema de corte puro.

Caso o valor calculado de $\varepsilon_{R,i}^0$ seja maior que ε_{cr} significa que a deformação $\varepsilon_{DS,1}$ assumida supera o limite de proporcionalidade da estrutura, e, com isso, esse parâmetro não representa uma boa estimativa para o comportamento linear da estrutura. Uma solução para esse problema é diminuir a magnitude da deformação inicial arbitrada.

De acordo com o ACI 318-14, a tensão de cisalhamento referente ao surgimento das fissuras pode ser obtida com base na Eq. (4.25).

$$\tau_{CR} = 0.33 \sqrt{f_{ck}} \text{ (MPa)} \quad (4.25)$$

Calculando-se a tensão de corte no painel, relativa à deformação $\varepsilon_{DS,1}$ previamente assumida, e aplicando esse valor juntamente com Eq. (4.14) e Eq. (4.25), pode-se obter a estimativa inicial para o momento torsor usada na análise, T_X^0 , de acordo com Eq. (4.26).

$$T_X^0 = \varepsilon_{DS,1} \frac{E_c}{2} \frac{A_{cp}^2}{P_{cp}} \quad (4.26)$$

Por fim, em relação a z_i^0 , sabendo-se que essa variável tem o seu comportamento restrito a um intervalo entre zero e três, pode-se definir a sua estimativa inicial com base em um número intermediário. No presente estudo, admitiu-se que essa grandeza tem como ponto inicial o valor unitário, Eq. (4.27).

$$z_i^0 = 1 \quad (4.27)$$

4.6. Algoritmo de solução original

Antes de apresentar o procedimento proposto é importante comentar sobre o algoritmo de solução original do CA-STM, presente em Greene (2006). Como ambos os processos são fundamentados na mesma teoria, a formulação utilizada nos dois casos é a mesma.

A Figura 4.1 ilustra o fluxograma do procedimento de solução original. Como pode ser observado nessa ilustração, o método é baseado em tentativa e erro, onde são assumidos valores para ε_{CL} , $\phi_{L,13}$, $\phi_{L,24}$, $\varepsilon_{DS,2}$, $\varepsilon_{DS,3}$, $\varepsilon_{DS,4}$, T_X , θ , $\varepsilon_{R,i}$ e z_i (16 variáveis primárias), posteriormente verificadas.

Nota-se também que a estimativa inicial para esses parâmetros não segue uma metodologia bem definida, ficando a escolha das variáveis muito dependente da experiência do usuário do algoritmo.

É importante frisar que, na versão original do procedimento, é utilizada, como relação constitutiva para os aços, a curva elasto-plástica perfeita de Eq. (2.13), e não a regularizada de Eq. (3.24).

Para o cálculo de mais de um ponto da curva carga-deformação da estrutura, é necessário variar o valor selecionado de $\varepsilon_{DS,1}$, lembrando-se de garantir que esse termo não ultrapasse o limite estipulado ($\varepsilon_{DS,MAX}$).

De forma geral, a técnica de tentativa e erro tende a encontrar corretamente a solução, porém, quando o número de estimativas é muito grande, o método perde eficiência e pode se tornar uma opção impraticável, ainda mais no caso em questão, onde são verificadas 16 variáveis primárias.

A seguir será apresentado o procedimento proposto que visa ser uma alternativa viável para técnica de solução desse problema.

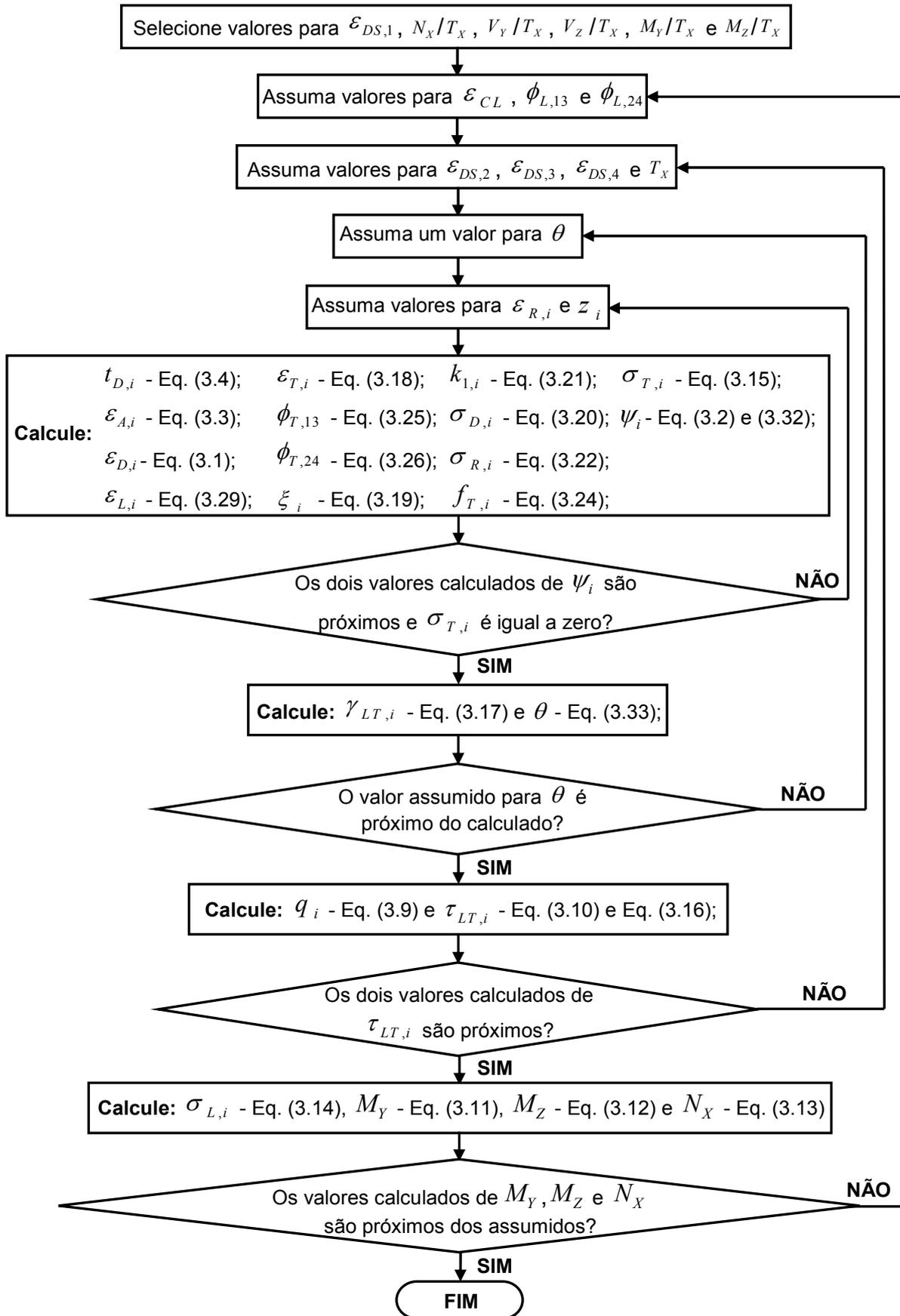


Figura 4.1 – Fluxograma do procedimento original: análise de seções de concreto armado

Fonte: Adaptado de Greene de Belarbi (2009)

4.7. Algoritmo de solução proposto

Com base no que foi apresentado até então, pode-se definir o problema a ser resolvido como: Dada a geometria da seção (t_i , b e h), a armadura longitudinal e transversal equivalente em cada painel ($A_{L,i}$ e A_T), as propriedades mecânicas do concreto (E_C , f_{ck} e ε_o) e do aço (E_S , f_{Ly} e f_{Ty}), as relações dos esforços solicitantes com o momento torsor (N_x/T_x , V_y/T_x , V_z/T_x , M_y/T_x e M_z/T_x) e a deformação principal de compressão na face externa do painel 1 ($\varepsilon_{DS,1}$), encontre a solução do sistema de equações não linear representado em Eq. (4.15)-(4.21), $F_{CA-STM}(T_x, \varepsilon_{DS,2}, \varepsilon_{DS,3}, \varepsilon_{DS,4}, \varepsilon_{R,i}, \varepsilon_{L,i}, z_i) = 0$, sujeita a restrição $0 \leq z_i \leq 3$.

De acordo com as relações dos esforços informadas, deseja-se acompanhar o comportamento da estrutura para carregamentos com essas proporções. Isto é feito variando-se o $\varepsilon_{DS,1}$ inicial, de forma crescente, até o valor máximo ($\varepsilon_{DS,MAX}$), geralmente tido como 3.5×10^{-3} , e resolvendo o sistema de equações $F_{CA-STM}(T_x, \varepsilon_{DS,2}, \varepsilon_{DS,3}, \varepsilon_{DS,4}, \varepsilon_{R,i}, \varepsilon_{L,i}, z_i) = 0$ em cada caso.

Para dar início ao processo iterativo, calcula-se o comportamento relativo a um modelo elástico linear de um painel de concreto simples submetido ao cisalhamento puro. Com base nele, pode-se determinar as estimativas iniciais para o CA-STM de acordo com Eq. (4.22), Eq. (4.23), Eq. (4.24), Eq. (4.26) e Eq. (4.27). Caso $\varepsilon_{R,i}^0$ seja maior que o valor de ε_{cr} , a deformação $\varepsilon_{DS,1}$ assumida supera o limite de proporcionalidade da estrutura, e, portanto, é necessário assumir um $\varepsilon_{DS,1}$ inicial menor que o anterior.

Nas próximas iterações, soma-se um incremento de deformação ($\Delta\varepsilon_{DS,1}$) a $\varepsilon_{DS,1}$ e como ponto inicial para solução do novo sistema de equações não lineares são usados os resultados da iteração anterior. Esse processo se repete até o

número máximo de pontos (n_{\max}) ser atingido, a deformação $\epsilon_{DS,1}$ ser superior ao limite $\epsilon_{DS,MAX}$ ou até o momento torsor T_X se igualar a resistência de pico.

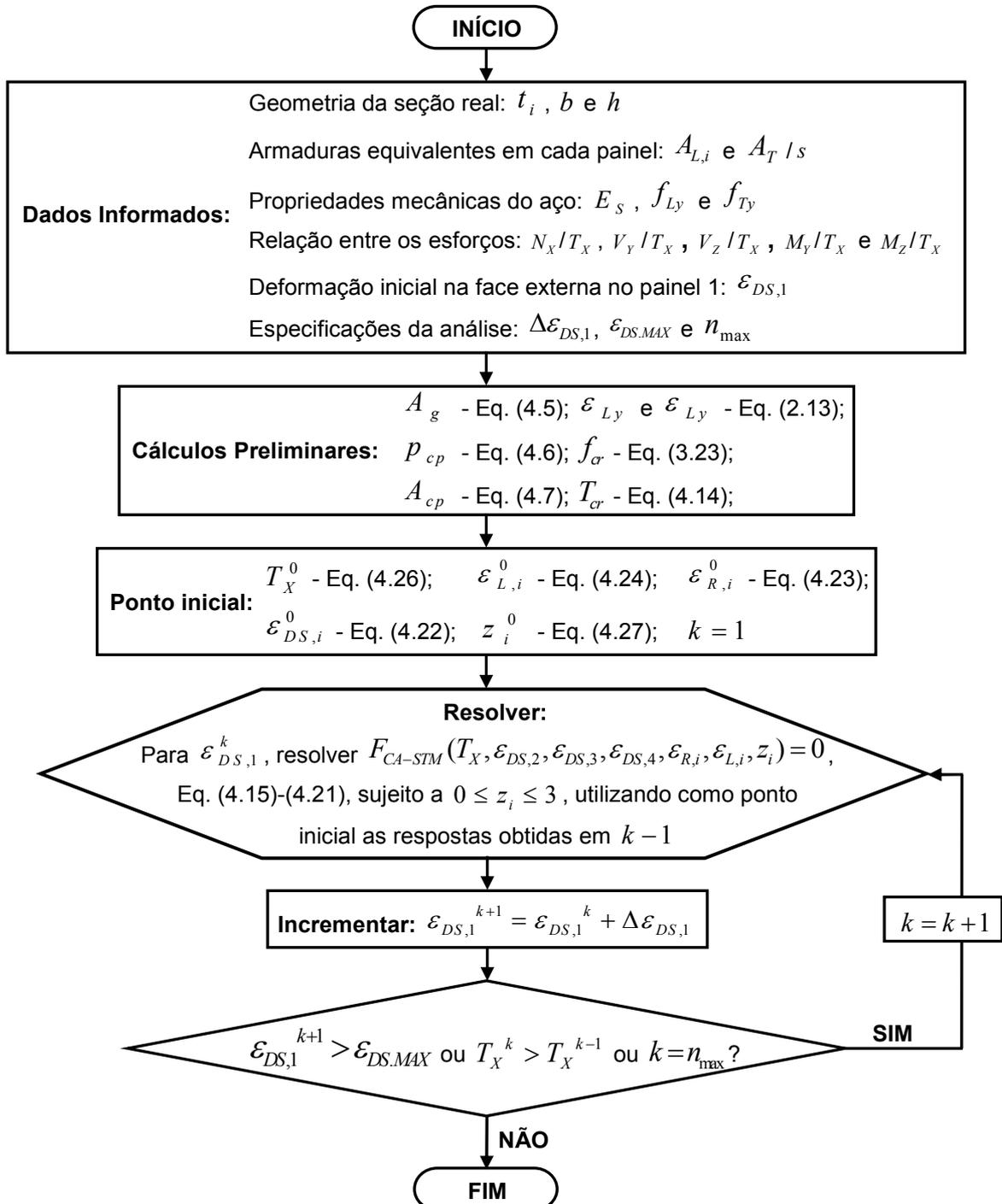


Figura 4.2 – Fluxograma do procedimento proposto: análise de seções de concreto armado

Uma opção eficiente para resolver esses sistemas de equações não lineares é usar a função *lsqnonlin*, presente no toolbox de otimização MATLAB. Essa ferramenta se comportou bem no problema em questão e foi usada na validação do método e no exemplo de aplicação mostrados, respectivamente, nos capítulos 5 e 6.

Com base nesse procedimento, pode-se obter todo o comportamento pré-pico da estrutura. O algoritmo de solução proposto está ilustrado no fluxograma da Fig. 4.2 e o código em MATLAB referente a ele consta no Anexo B desse trabalho.

5. VALIDAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO

5.1. Introdução

Originalmente, o CA-STM foi validado por Greene (2006) com base na comparação entre o comportamento carga-deformação da estrutura previsto pelo modelo e os dados experimentais obtidos em 28 ensaios de laboratório, dos quais, 21 foram realizados por McMullen e Warwaruk (1970), 6 por Lampert e Thürlimann (1968, 1969) e um por Rahal e Collins (1995).

Com o objetivo de verificar a eficiência do procedimento de solução proposto para o CA-STM, alguns desses experimentos foram selecionados para uma análise adicional, considerando tanto o caso de torção pura como a combinação desse esforço com o cortante.

Além disso, de forma complementar a esse capítulo, também será apresentado um estudo sobre a influência do esforço cortante na rigidez à torção de vigas de concreto armado.

5.2. Ensaios selecionados para a validação do procedimento

Basicamente, a situação de torção pura foi representada pelos ensaios 1-1 e 2-1, realizados por McMullen e Warwaruk (1970) e o experimento T3 de Lampert e Thürlimann (1968), onde, os dados da seção, propriedades mecânicas dos materiais e taxas de armadura desses testes são mostrados na Tabela 5.1.

Por sua vez, a atuação conjunta do momento torsor (T_x) com o esforço cortante (V_y) foi considerada no presente estudo através da viga RC-23, Rahal e Collins (1995), onde, os seus dados também estão ilustrados na Tabela 5.1.

Devido ao fato do presente texto não ter como foco a ação simultânea de torção e flexão, os resultados obtidos nos ensaios que admitiram essa combinação de esforços não foram considerados na validação do procedimento proposto. Como consequência disso, a maioria dos testes feitos por Lampert e Thürlimann (1968, 1969) não foi usada no estudo, com exceção de T3.

Constam no Anexo C desse trabalho os códigos em MATLAB referentes aos dados dos experimentos utilizados na validação do procedimento proposto.

Tabela 5.1 – Dados dos experimentos utilizados na validação do procedimento proposto

		McMullen e Warwaruk (1970)	McMullen e Warwaruk (1970)	Lampert e Thürlimann (1968)	Rahal e Collins (1995)
Ensaio		1-1	2-1	T3	RC-23
Tipo		Torção Pura	Torção Pura	Torção Pura	Torção + Cortante
Carregamento	Relação (V_Y / T_X)	0	0	0	0.819
	Base (cm)	15	15	50	34
Geometria da seção	Altura (cm)	30	30	50	64
	Espessura (cm)	Seção maciça	Seção maciça	8	Seção maciça
	Longitudinal superior	2 Ø 10	2 Ø 19	16 Ø 12*	5 Ø 25
Armadura	Longitudinal inferior	2 Ø 19	2 Ø 19		10 Ø 25
	Transversal	Ø 10 c/ 83 mm	Ø 10 c/ 83 mm	Ø 12 c/ 110 mm	Ø 10 c/ 125 mm
Resistência do Concreto (MPa)		34	34	26	42
Tensão de escoamento da armadura (MPa)	Longitudinal	344	344	375	480
	Transversal	344	344	375	466
Deformação de compressão última do concreto (1/1000)		2	2	2	2.25

* Armadura referente às faces superior, inferior e laterais

5.3. Especificações usadas nas análises

Como foi discutido anteriormente no capítulo 4, para o correto funcionamento do procedimento e a precisa atuação dos critérios de parada do método numérico, é necessário definir certas especificações da análise, como: a deformação de compressão inicial na face externa do painel 1 ($\varepsilon_{DS,1.inicial}$), o incremento desse parâmetro em cada iteração ($\Delta\varepsilon_{DS,1}$), a deformação limite admitida nas bielas de concreto ($\varepsilon_{DS.MAX}$), o número máximo de pontos a serem calculados no procedimento (n_{max}) e a tolerância (Tol) da função a ser minimizada, $F_{CA-STM}(T_X, \varepsilon_{DS,2}, \varepsilon_{DS,3}, \varepsilon_{DS,4}, \varepsilon_{R,i}, \varepsilon_{L,i}, z_i) = 0$.

Nos resultados que serão mostrados adiante, $\varepsilon_{DS,1.inicial}$ e $\Delta\varepsilon_{DS,1}$ foram considerados iguais a 10^{-5} , enquanto que o valor adotado para $\varepsilon_{DS.MAX}$, 3.5×10^{-3} , concordou com Greene (2006). Por sua vez, n_{max} e Tol foram definidos, respectivamente, como 400 e 10^{-8} .

5.4. Critérios adotados na validação do procedimento

Quando Greene (2006) validou o CA-STM, ele usou, como principal ferramenta de aferição, a relação torção-rotação experimental de cada viga. Isso foi feito através de três parâmetros: a área sob a curva (representando a energia de deformação armazenada e dissipada pela estrutura referente à torção), o momento tursor último da seção e a rotação axial de serviço da peça (obtida com base na rotação relativa a 2/3 do tursor último).

No presente estudo, também optou-se por adotar como base da comparação a curva tursor-rotação da estrutura, porém, usando como critérios de análise, além do formato da função, a rigidez à torção elástica da seção (GC_{ELAS}) e a razão entre esse parâmetro e a rigidez última (GC_{ULT}), relação conhecida como divisor à torção (DIV_{TOR}).

A escolha desses critérios foi feita com o objetivo de ter uma visão prática do problema, visto que esses parâmetros são comumente utilizados em verificações estruturais em escritórios de projeto, seja em análises em serviço, GC_{ELAS} , ou no cálculo da resistência máxima da seção, GC_{ULT} .

A utilização do conceito de divisor à torção no procedimento proposto é um dos pontos chave do exemplo de aplicação real que será mostrado no próximo capítulo.

5.4.1. Rigidez à torção da seção

Pode-se definir a rigidez à torção elástica da seção, GC_{ELAS} , como a razão entre um momento torsor resistente inferior ao limite de proporcionalidade, ou seja, contido no regime elástico, $T_{X.ELAS}$, e a rotação axial sofrida pela peça referente a esse esforço, $\theta_{TX.ELAS}$, como mostra a Eq. (5.1).

$$GC_{ELAS} = \frac{T_{X.ELAS}}{\theta_{TX.ELAS}} \quad (5.1)$$

Em decorrência do baixo valor adotado para a deformação de compressão inicial ($\varepsilon_{DS,1.inicial}$) e para o incremento em cada iteração ($\Delta\varepsilon_{DS,1}$), 10^{-5} , pode-se garantir que os primeiros pontos obtidos pelo modelo pertencem ao trecho elástico-linear do comportamento carga-deformação da estrutura e, com isso, podem ser selecionados para o cálculo do GC_{ELAS} . No presente trabalho, optou-se por definir esse parâmetro com base no segundo ponto da curva torsor-rotação (o primeiro não nulo). Essa premissa, além de simplificar o processo, apresentou bom resultados, como será mostrado mais adiante.

De forma complementar, de acordo com Young e Budynas (2002), é possível calcular a rigidez elástica teórica da seção de acordo com Eq. (5.2).

$$GC_{ELAS} = G_C \left(\frac{1}{3} - 0.21 \frac{xb}{xa} \left(1 - \frac{xb^4}{12xa^4} \right) \right) xa.xb^3 \quad (5.2)$$

$$G_C = \frac{E_C}{2(1+\nu)} \quad (5.3)$$

Onde xa e xb são, respectivamente, a maior e a menor dimensão da seção e G_C é o módulo de elasticidade transversal, definido pela Eq. (5.3), onde E_C é módulo de elasticidade do concreto e ν é o coeficiente de Poisson do material.

A Eq. (5.2) tem particular importância nesse trabalho, pois, será utilizada na verificação da rigidez elástica calculada no procedimento proposto.

Por sua vez, de acordo com Tavio e Teng (2004, 2005), a rigidez à torção última da peça, GC_{ULT} , pode ser calculada de forma similar com base na relação entre o máximo momento torsor resistente, $T_{X,ULT}$, e a respectiva rotação axial, $\theta_{TX,ULT}$, Eq. (5.4).

$$GC_{ULT} = \frac{T_{X,ULT}}{\theta_{TX,ULT}} \quad (5.4)$$

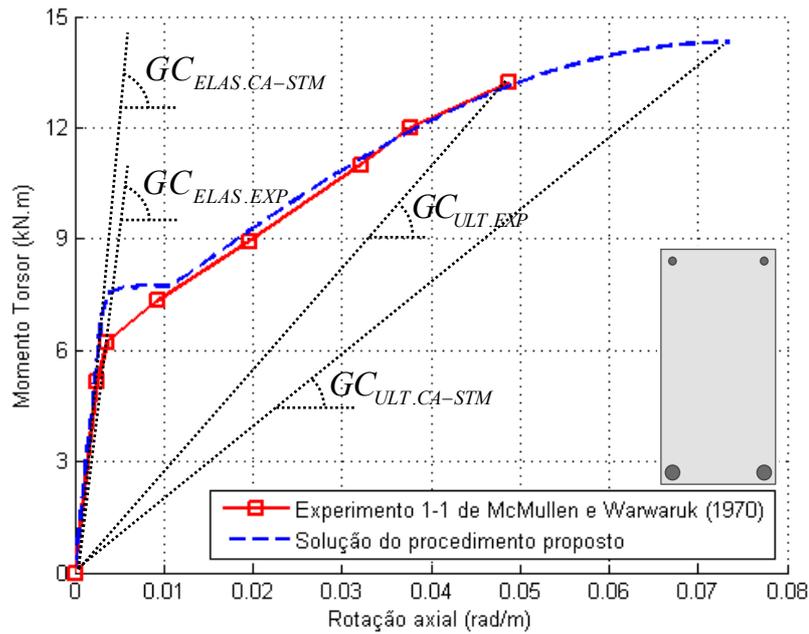
Uma vez calculadas as rigidezes, utilizando Eq. (5.1) e Eq. (5.4), é possível determinar o divisor à torção, DIV_{TOR} , de acordo com a razão entre elas, Eq. (5.5).

$$DIV_{TOR} = \frac{GC_{ELAS}}{GC_{ULT}} \quad (5.5)$$

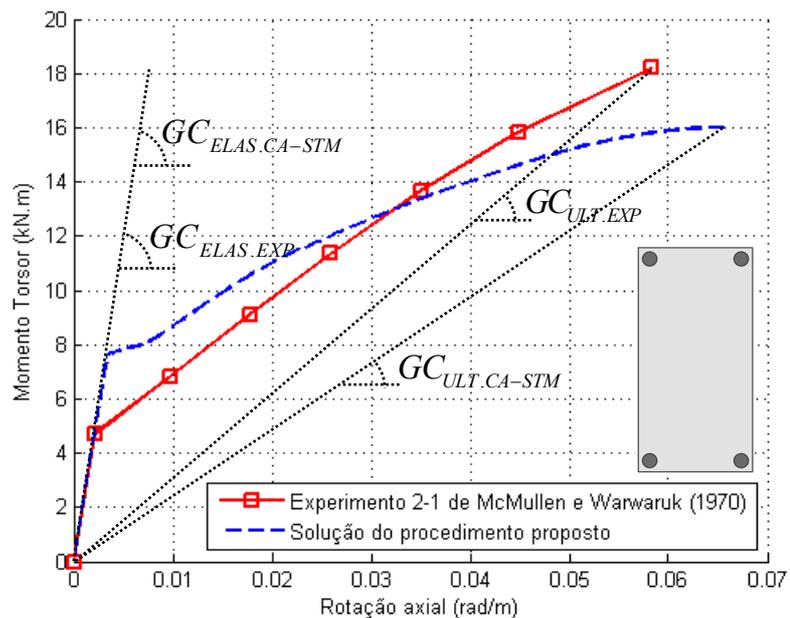
No presente estudo, além do parâmetro teórico calculado na Eq. (5.2), são computados dois valores de rigidez elástica e divisor à torção para cada seção estudada: um referente à curva obtida nos ensaios ($GC_{ELAS.EXP}$ e $DIV_{TOR.EXP}$) e outro relativo aos resultados da análise com o CA-STM ($GC_{ELAS.CA-STM}$ e $DIV_{TOR.CA-STM}$). Os dados calculados pelo modelo são comparados com os respectivos valores experimentais e assim é verificada a validade do procedimento proposto.

5.5. Comparação entre os resultados do modelo e os dados experimentais

De acordo com as Figuras 5.1, 5.2 e 5.3, pode-se comparar as curvas torsor-rotação experimentais obtidas, respectivamente, por McMullen e Warwaruk (1970), Lampert e Thurlimann (1968) e Rahal e Collins (1995), com as calculadas no procedimento em questão.



(a) Experimento 1-1



(b) Experimento 2-1

Figura 5.1 – Curvas experimentais de McMullen e Warwaruk e soluções do procedimento

Como pode ser observado nessas quatro ilustrações, a técnica proposta conseguiu prever corretamente a tendência da relação entre o momento torsor e a rotação axial nas estruturas, principalmente no espécime 1-1 de McMullen e Warwaruk (1970), Fig. 5.1(a), onde, a curva calculada pelo CA-STM praticamente coincidiu com a obtida nos ensaios, embora apresente um momento torsor máximo superior ao experimental.

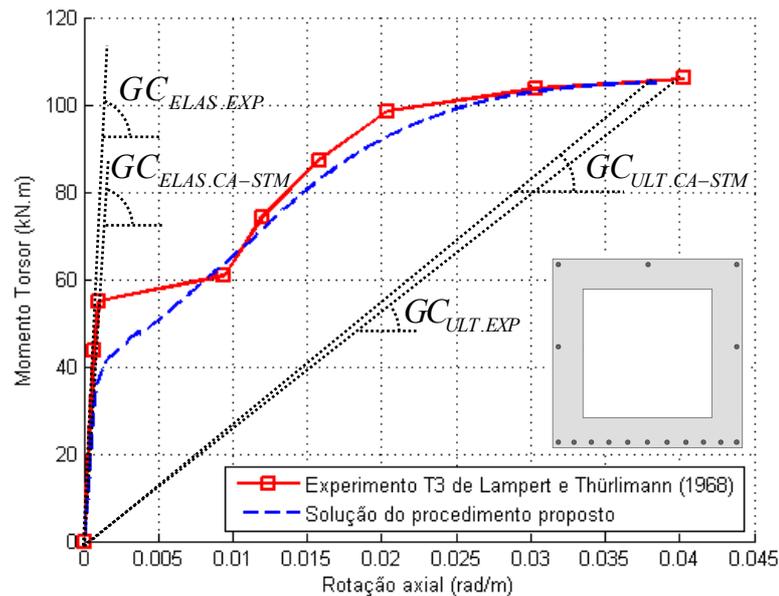


Figura 5.2 – Curva experimental T3 de Lampert e Thürlimann e solução do procedimento

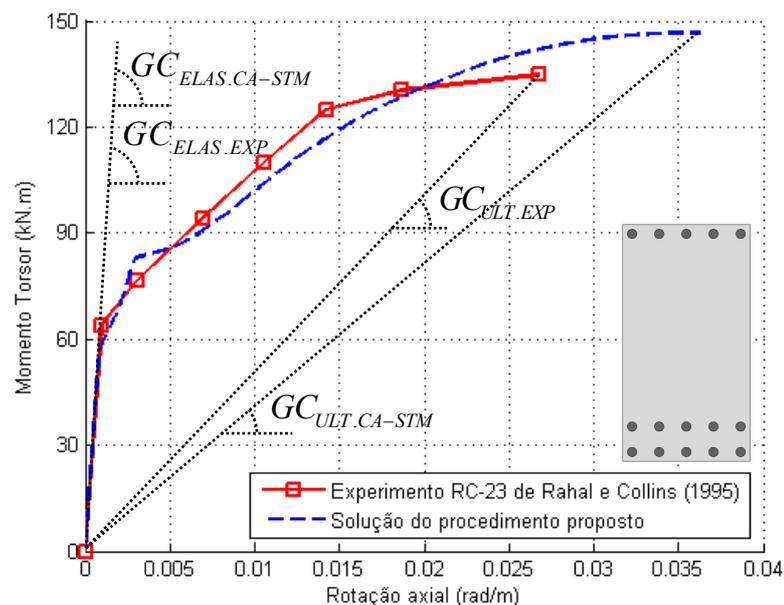


Figura 5.3 – Curva experimental RC-23 de Rahal e Collins e solução do procedimento

A Tabela 5.2, por sua vez, compara as rigidezes e divisores à torção calculados pelo modelo com os dados dos ensaios e o valor teórico da rigidez elástica da Eq. (5.2).

Tabela 5.2 – Comparação entre os divisores à torção nos quatro experimentos

		McMullen e Warwaruk (1970)	McMullen e Warwaruk (1970)	Lampert e Thürlimann (1968)	Rahal e Collins (1995)
Ensaio		1-1	2-1	T3	RC-23
Rigidez à torção elástica (kN.m ²)	Teórico	2.680	2.680	89.016	71.943
	Ensaio	2.058	2.177	63.768	65.320
	Modelo	2.293	2.293	34.718	66.898
Rigidez à torção última (kN.m ²)	Ensaio	271	312	2.632	5.041
	Modelo	195	243	2.753	4.063
Divisor último à torção	Ensaio	7,6	7,0	24,2	13
	Modelo	11,6	9,4	12,6	16,5

Pode-se perceber que o procedimento proposto conseguiu, com razoável precisão, determinar as rigidezes elásticas nesses exemplos, em comparação com os valores teórico e experimental, com exceção do ensaio T3. Esse bom resultado, no geral, pode ser justificado pela consideração da relação constitutiva do concreto em tração na formulação do modelo, o chamado enrijecimento à tração.

No caso do ensaio T3, é importante frisar que esse experimento trata de uma seção vazada e a formulação usada no cálculo da rigidez teórica é relativa a seções maciças, onde é considerada a resistência do núcleo de concreto. Esse fato pode justificar a grande diferença entre o valor calculado pelo modelo e a resposta teórica.

Em relação aos divisores à torção, é possível perceber que os valores obtidos na análise apresentaram boa proximidade com os relativos aos ensaios, novamente

com ressalvas para o experimento T3. Embora esse teste apresente o melhor resultado dos quatro ensaios em relação à rigidez última, o seu baixo desempenho no cálculo de GC_{ELAS} poluiu o resultado de DIV_{TOR} e impossibilitou uma boa previsão desse parâmetro.

Apesar disso, de forma geral, o modelo conseguiu retratar de forma plausível a tendência do comportamento da estrutura, independente do carregamento aplicado, geometria da seção e propriedades mecânicas dos materiais.

Outra característica importante do problema que pode ser comprovada no presente estudo é a influência que a armadura longitudinal tem sobre a rigidez última e o divisor à torção da seção. É possível concluir esse fato, comparando-se o comportamento previsto pelo modelo nos experimentos 1-1 e 2-1, e notando que a única diferença entre eles é a menor taxa de armadura longitudinal na região superior da viga 1-1, o que aumenta a fragilidade dessa face e, conseqüentemente, diminui a capacidade resistente da seção. De acordo com a Tabela 5.2, também pode-se notar que o modelo calculou o mesmo valor de GC_{ELAS} para as duas seções, o que mostra a pequena influencia que a armadura longitudinal tem na análise, durante o comportamento linear.

Por fim, além da acurácia demonstrada pelo método, é importante ressaltar a sua eficiência computacional. O tempo médio de processamento levado pelo computador para executar todo o procedimento descrito, nos exemplos citados, foi aproximadamente quinze segundos, sendo as especificações do processador usado: Intel® Core™ i5-2450M @ 2.50GHz. As curvas torsor-rotação das quatro seções estudadas, mostradas nas Fig. 5.1, 5.2 e 5.3, foram definidas com base em aproximadamente 280 pontos do comportamento carga-deformação de cada peça. Ou seja, basicamente, foram resolvidos, em média, 280 sistemas de equações não-lineares, com 16 variáveis primárias, em cada exemplo, usando o procedimento proposto, em apenas quinze segundos.

Com isso, conclui-se que a associação do CA-STM com o procedimento proposto se mostrou, nesses casos, uma boa opção para a estimativa tanto do comportamento carga-deformação como da rigidez à torção de vigas de concreto armado.

5.6. Estudo adicional da influência do esforço cortante na rigidez à torção

De forma complementar ao conteúdo apresentado até então, foi desenvolvido um estudo sobre a influência do esforço cortante (V_Y) tanto na curva torsor-rotação como na rigidez à torção última de vigas em concreto armado. Essa análise consistiu em verificar o comportamento de uma mesma estrutura submetida a diferentes relações entre as duas solicitações (V_Y/T_X) e teve como base o experimento 1-1 de McMullen e Warwaruk (1970), visto que o procedimento proposto teve o seu melhor desempenho nesse ensaio, Fig. 5.1(a).

A Fig. 5.4 representa as curvas torsor-rotação obtidas na análise da seção 1-1 para relações V_Y/T_X variando entre 0 e 6.

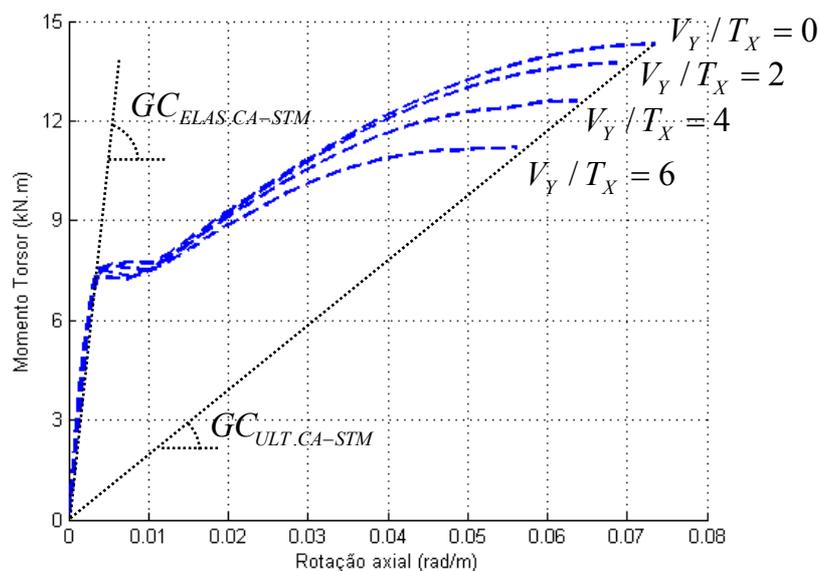


Figura 5.4 – Influência do esforço cortante na curva torsor-rotação do experimento 1-1

Como pode ser observado, com o aumento do esforço cortante, ocorre tanto a diminuição da capacidade resistente da seção como da ductilidade da peça. Apesar disso, a rigidez à torção última tende a apresentar pequena variação, para o intervalo estudado da relação V_Y/T_X . Os valores obtidos das rigidezes elásticas e últimas e os respectivos divisores estão resumidos na Tabela 5.3.

Ao contrário da rigidez última, $CG_{ELAS.CA-STM}$ se mostrou mais sensível a mudança da relação V_Y/T_X , aumentando consideravelmente com o incremento do

cortante aplicado. Essa influência de V_Y/T_X sobre a rigidez elástica, fez com que ocorresse um pequeno crescimento no valor do divisor à torção ($DIV_{TOR.CA-STM}$) com o aumento do esforço de corte, como mostra a Tabela 5.3.

É importante comentar que o procedimento proposto apresentou dificuldades em encontrar uma resposta coerente, nesse exemplo, para valores de V_Y/T_X maiores que 6.

Tabela 5.3 – Influência do esforço cortante na rigidez à torção do experimento 1-1

Relação V_Y/T_X	0	2	4	6
Rigidez à torção elástica (kN.m²) $GC_{ELAS.CA-STM}$	2.293	2.500	2.745	2.895
Rigidez à torção última (kN.m²) $GC_{ULT.CA-STM}$	195	201	198	201
Divisor à torção $DIV_{TOR.CA-STM}$	11,8	12,4	13,8	14,4

O entendimento da resposta da estrutura para essa combinação de carregamentos tem particular importância no projeto de elementos de concreto armado, visto que, em situações reais, o momento torsor dificilmente surge sem está acompanhado do esforço cortante.

5.7. Conclusões preliminares

De acordo com o que foi apresentado no presente capítulo, pode-se obter as seguintes conclusões com a técnica de solução proposta:

- Devido a sua simplicidade de implementação, propriedades mecânicas bem definidas e bons resultados obtidos, em comparação com os dados experimentais, o uso do modelo linear apresentado no item 4.5 como estimativa inicial para o procedimento se mostrou uma prática recomendável;

- Apesar de não ter sido observada grande relevância da armadura longitudinal no comportamento da seção em análises no regime linear, existe uma significativa influencia desse parâmetro na rigidez última e no divisor à torção da estrutura;
- Em relação à influência do esforço cortante, foi constatado que tanto a capacidade resistente da seção como a ductilidade da peça diminuem com o aumento desse esforço. Apesar disso, a rigidez à torção última apresentou a tendência de se manter praticamente constante, para o intervalo estudado da relação V_y/T_x , no exemplo analisado;
- De forma geral, o procedimento apresentado se mostrou uma opção viável para a análise de seções de concreto armado usando o CA-STM. Pois, além de apresentar boa proximidade com dados de experimentos presentes na literatura, mostrou grande eficiência computacional, retratada no baixo tempo médio de processamento do programa.

6. EXEMPLO DE APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO EM UM PROBLEMA REAL

6.1. Introdução

No presente capítulo será apresentado um exemplo de aplicação do procedimento proposto em um caso real. Além de ser descrita a estrutura estudada, juntamente com as suas particularidades e dificuldades inerentes do projeto, são apresentados os resultados obtidos na análise da mesma utilizando a associação do CA-STM com o procedimento de solução proposto.

Esse estudo foi feito com o objetivo de demonstrar os benefícios e as desvantagens da aplicação dessa metodologia em uma situação real e propor uma possível solução para a verificação dos elementos dessa estrutura.

6.2. Descrição da estrutura estudada

O exemplo de aplicação do procedimento proposto que será mostrado nessa seção é um problema real que surgiu durante a verificação estrutural de um pedestal de concreto armado que serve de suporte para um tanque de armazenamento com finalidades industriais, originalmente estudado por Silva e Horowitz (2014). A Figura 6.1 mostra uma vista tridimensional dessa estrutura, enquanto que a Figura 6.2 representa um desenho em planta do pedestal, juntamente com as dimensões da viga curva V1 e dos quatro pilares que a suportam.

Além do peso próprio da estrutura, foi considerado na análise um carregamento linear aplicado no eixo da viga V1, proveniente do líquido armazenado e do tanque e seus equipamentos, equivalente a 535 kN/m. Os pilares da estrutura tem comprimento igual a 5,65 m e foram definidos como engastados nas extremidades inferiores. Por sua vez, a resistência à compressão do concreto (f_{ck}) foi adotada igual a 30 MPa, enquanto que a tensão de escoamento característica dos aços foi admitida como 500 MPa (CA-50). Constam no Anexo D do presente trabalho os códigos em MATLAB referentes aos dados do pedestal.

De acordo com as Figuras 6.1 e 6.2, pode-se perceber que o pórtico estudado é estaticamente indeterminado e que a viga V1 fica sujeita a um momento torsor de

equilíbrio devido à sua curvatura. Portanto, o problema trata de uma estrutura hiperestática submetida à torção de equilíbrio.

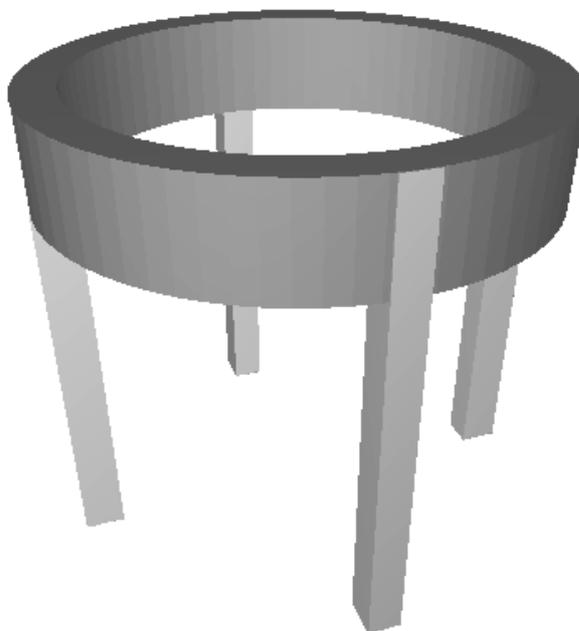


Figura 6.1 – Vista tridimensional do pedestal de concreto

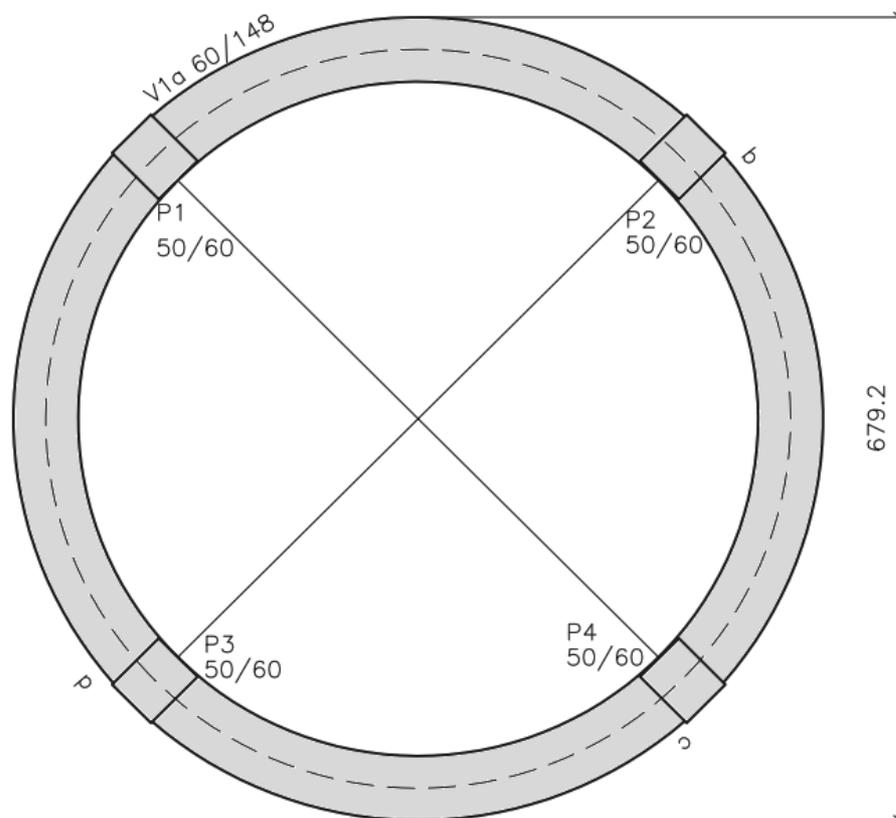


Figura 6.2 – Desenho em planta do pedestal de concreto

Tendo em vista que, nesse tipo de análise, a relação entre a rigidez à flexão dos pilares (EI) e a rigidez à torção das vigas (GC) influencia consideravelmente na distribuição dos esforços internos e que o exemplo estudado trata de uma estrutura de concreto armado, onde, GC varia significativamente com o aumento da carga aplicada, como foi visto no capítulo 5, pode-se concluir que estimar corretamente o diagrama das solicitações internas nesse problema é uma atividade não trivial.

Além da dificuldade inerente da própria análise, vale salientar que consta no projeto da estrutura em questão a execução de diversas duplicatas do pedestal, o que compõe a unidade de produção desse sistema industrial. Com isso, fica evidente a necessidade de se obter um projeto econômico, ainda assim, garantindo-se eficiência na análise.

6.3. Influência do divisor à torção na distribuição dos esforços

Inicialmente, com o objetivo de demonstrar a influência do divisor à torção (DIV_{TOR}) na distribuição dos esforços no pedestal, foram desenvolvidos três modelos estruturais no software de projeto CAD/TQS, variando-se o valor do divisor da viga V1 entre 1 (rigidez à torção efetiva igual à elástica), 6,67 (recomendação da NBR-6118/2007, equivalente a 15% da rigidez bruta) e 100 (rigidez desprezível).

Devido à simetria da estrutura, o diagrama dos momentos torsões se repete no decorrer da viga V1 e as flexões máximas nos quatro pilares são iguais e localizadas nas extremidades superiores dos elementos.

A Figura 6.3 mostra, para os três modelos, o trecho do diagrama de torção (em serviço) da viga V1 que é repetido, onde, essa região representa um quarto da viga e é compreendida entre os centros de dois vão consecutivos.

A Tabela 6.1, por sua vez, ilustra a relação obtida, nos três modelos estruturais, entre o divisor da rigidez à torção da viga, o momento tursor máximo em V1 e a flexão nos pilares. Pode-se perceber que com o aumento do divisor, e conseqüentemente, diminuição da rigidez GC , o tursor máximo na viga tende a decrescer, enquanto que o fletor nos pilares aumenta. Esse efeito ocorre devido à redistribuição dos esforços na estrutura.

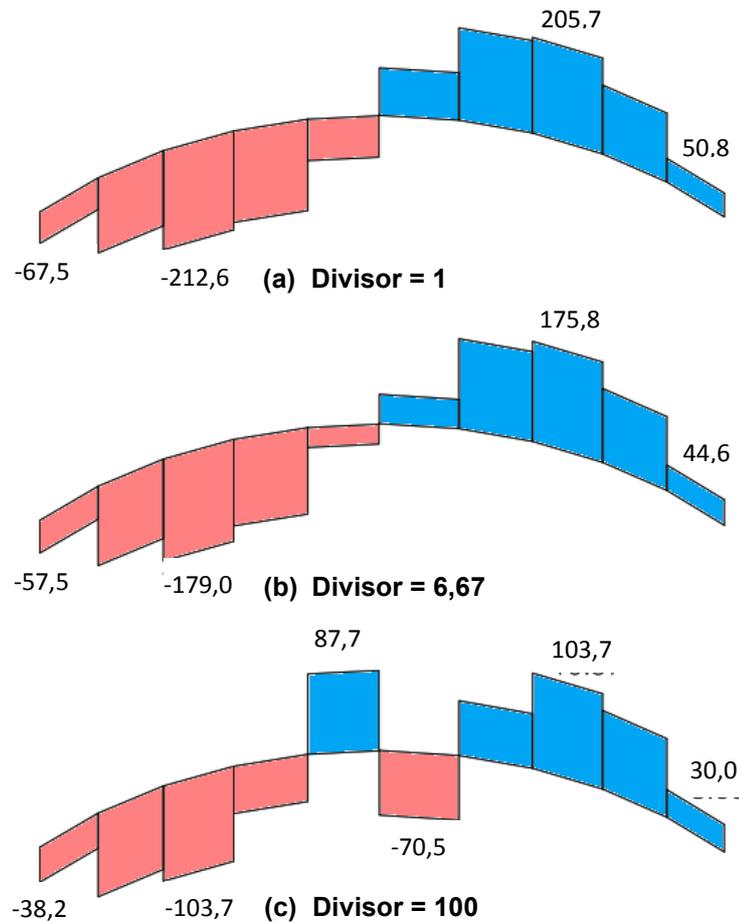


Figura 6.3 – Diagrama dos momentos torsões na viga V1

Tabela 6.1 – Comparação dos esforços no pedestal em função do divisor à torção

Divisor à torção DIV_{TOR}	Momento torsor máximo em V1 (kN.m)	Momento fletor máximo nos pilares (kN.m)
1	212,6	44,9
6,67	179,0	161,1
100	103,7	433,5

Com a diminuição da rigidez a torção, decorrente da fissuração da peça, a capacidade resistente da viga ao giro decresce e os esforços internos migram para outra região da estrutura que apresente resistência ao deslocamento: os pilares.

A redistribuição dos esforços influencia bastante na análise e no projeto desse tipo de estrutura. Por exemplo, o momento fletor máximo nos pilares do pedestal

variou de - 44,9 kN.m (rigidez elástica) para - 433,5 kN.m (divisor igual a 100), um aumento de quase dez vezes. Uma mudança no momento fletor dessa magnitude pode confundir o projetista da estrutura e induzi-lo a utilizar valores que não retratam bem a realidade.

6.4. Aplicação do procedimento proposto

Em virtude da significativa influência que a rigidez à torção última da viga V1 apresentou sobre o comportamento global do pedestal de concreto, foi conduzido um estudo complementar, utilizando o procedimento proposto, com o objetivo de tentar estimar um divisor à torção recomendável para a verificação dos elementos estruturais do problema em questão.

Antes de mais nada, é importante ressaltar que o CA-STM não foi testado anteriormente para seções com essas dimensões e nem para combinações de esforços dessa magnitude.

Nesse estudo, foram adotadas algumas especificações da análise diferentes das do capítulo anterior. As deformações inicial ($\varepsilon_{DS,1.inicial}$) e incremental ($\Delta\varepsilon_{DS,1}$), por exemplo, tiveram seus valores considerados iguais a 6×10^{-6} , enquanto que o limite n_{max} foi ampliado de 300 para 600. Essas mudanças foram feitas, basicamente, como o intuito de refinar a análise através da diminuição do passo entre os pontos calculados. Os valores de $\varepsilon_{DS,MAX}$ e Tol permaneceram inalterados em relação ao último capítulo.

A Fig. 6.4 representa as curvas torsor-rotação obtidas na análise da seção crítica da viga V1, tanto para torção pura (179,0 kN.m) como para a combinação desse esforço com o cortante (1491,7 kN).

Como pode ser observado, com a atuação simultânea das duas solicitações, ocorre uma considerável diminuição da capacidade resistente da seção, em relação à situação de torção pura, juntamente com um pequeno decréscimo de ductilidade. Em consequência disso, ao contrário do que foi observado no estudo do capítulo 5.6, a rigidez última sofre uma expressiva diminuição, quando é levada em conta a combinação dos dois carregamentos. Esse decréscimo pode ser justificado pela

grande relação V_Y/T_X (8,33) presente na situação em estudo, juntamente com a magnitude do esforço cortante atuante.

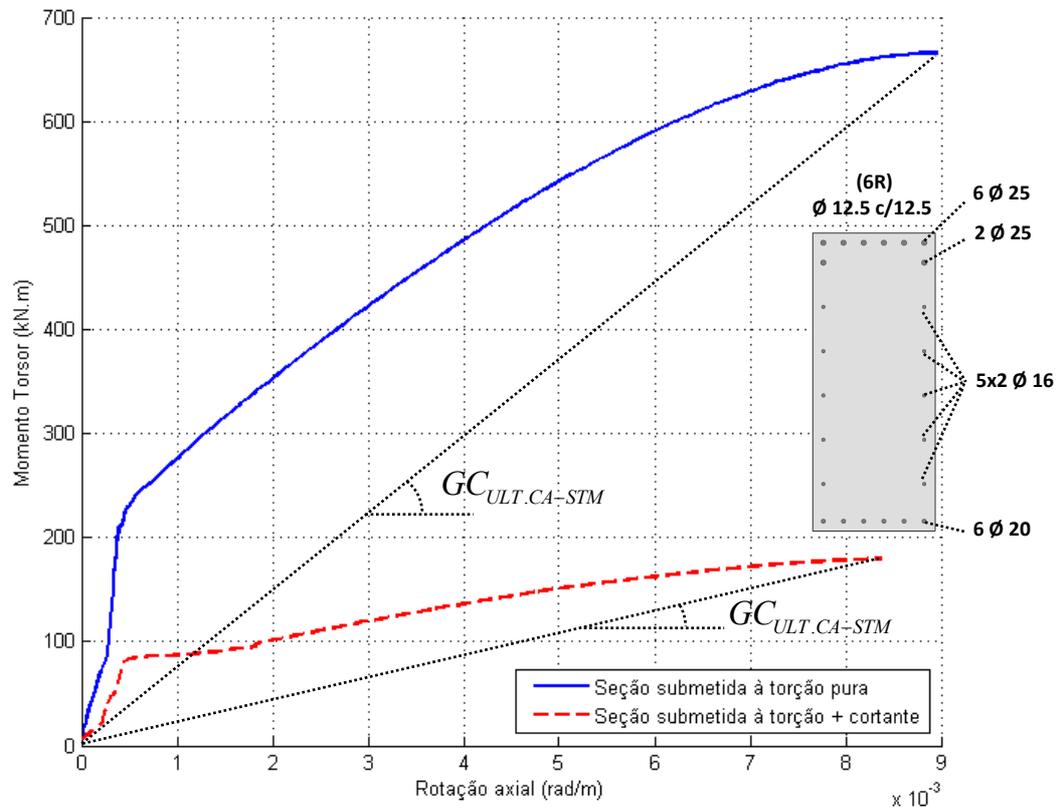


Figura 6.4 – Curva torsor-rotação da viga V1 para torção pura e combinação com cortante

Os valores obtidos, nas duas análises, para as rigidezes elástica e última e o divisor à torção estão resumidos na Tabela 6.2.

Em relação à eficiência computacional, o tempo médio de processamento levado pelo computador para executar todo o procedimento descrito foi quarenta segundos para o caso de torção pura e oitenta segundos na situação de combinação de carregamentos, novamente utilizando-se um processador com especificações Intel® Core™ i5-2450M @ 2.50GHz.

É importante frisar que as armaduras, longitudinal e transversal, usadas nessas análises concordaram com as fornecidas pelo software de projeto CAD/TQS, no modelo estrutural com divisor à torção de 6,67, Fig. 6.4, onde o dimensionamento foi feito de acordo com a NBR 6118/2007. O termo (6R), presente nessa ilustração, retrata que a armadura transversal da viga ($\varnothing 12.5$ c/12.5) é composta por três

estribos (seis ramos), ou seja, efetivamente, a taxa de aço usada corresponde ao triplo desse detalhe.

Tabela 6.2 – Rigidezes e divisor à torção de V1 para torção pura e combinação com cortante

	Torção Pura	Combinação Torsor + Cortante
Relação V_Y/T_X	0	8,33
Rigidez à torção elástica (kN.m²) $GC_{ELAS.CA-STM}$	720.048	663.613
Rigidez à torção última (kN.m²) $GC_{ULT.CA-STM}$	74.501	21.507
Divisor à torção $DIV_{TOR.CA-STM}$	9,7	30,9

De acordo com a Tabela 6.2, pode-se perceber que, na situação de torção pura, foi obtido um coeficiente (9,7) com razoável proximidade ao adotado no cálculo da armadura da seção. Isso mostra que, nesse caso, a recomendação da norma brasileira foi plausível.

Porém, quando é levada em conta a combinação do torsor com o esforço cortante, essa conclusão já não é mais válida, visto o aumento sofrido pelo divisor à torção (30,9) na atuação simultânea das duas solicitações.

Após a obtenção desses resultados preliminares, foi desenvolvido um quarto modelo estrutural do pedestal de concreto, dessa vez usando o divisor de 30,9, calculado pelo CA-STM. Esse estudo foi realizado com o objetivo de comparar a nova armadura requerida para a viga V1 com a obtida na situação com divisor de 6,67, Fig. 6.4. Conseqüentemente, foi constatado que o aço longitudinal coincidiu nos dois casos e que a taxa de armadura transversal apresentou uma diminuição de cerca de 16,67% com o aumento do divisor.

É possível concluir que esse decréscimo na taxa de aço diz respeito à armadura transversal de torção, visto que, com exceção do momento torsor, as

solicitações internas da viga V1 não apresentaram significativas mudanças entre as duas análises. A Tabela 6.3 mostra os esforços característicos máximos em V1, juntamente com o momento fletor nos pilares, para os dois casos em estudo.

Tabela 6.3 – Variação dos esforços característicos de V1 de acordo com a rigidez à torção

Divisor usado no cálculo da armadura com o CAD/TQS	6,67	30,9
Momento fletor máximo na viga V1 (kN.m)	1452,2	1550,6
Esforço cortante máximo na viga V1 (kN)	1491,7	1493,1
Momento torsor máximo na viga V1 (kN.m)	179,0	130,8
Momento fletor máximo nos pilares (kN.m)	161,1	336,28
Relação V_Y/T_X	8,33	11,42
Divisor obtido na análise da seção com o CA-STM	30,9	32,4

Juntamente com a diminuição do momento torsor em V1, também pode ser observado no modelo um considerável aumento na flexão nos pilares, onde o valor máximo mais que dobrou de uma análise para a outra. Esse efeito, novamente, é consequência da redistribuição dos esforços no pedestal de concreto.

Dando continuidade ao estudo, a seção crítica da viga V1 foi novamente analisada com base no CA-STM, porém, dessa vez, usando a armadura referente ao modelo com coeficiente de 30,9 e a nova relação V_Y/T_X (11,42). O divisor à torção obtido nessa última análise foi 32,4, valor razoavelmente próximo ao usado no cálculo da armadura (variação de 4,85%), o que mostra que 30,9 é um número plausível para ser usado como divisor à torção nesse exemplo.

Além disso, para o total entendimento do problema em questão, é importante frisar certas limitações da presente análise. Devido ao efeito da redistribuição dos esforços na estrutura, o próprio valor da relação V_Y/T_X muda com a variação da rigidez à torção, Tabela 6.3, fato não retrado pelas curvas da Figura 6.4, que consideram constante esse parâmetro em toda a análise. Por sua vez, como foi mostrado anteriormente, a razão V_Y/T_X também pode influenciar na rigidez à torção da seção. A interdependência entre essas duas variáveis caracteriza mais uma não linearidade do problema em estudo.

Fora isso, é importante lembrar que as curvas ilustradas na Figura 6.4 representam o comportamento apenas da seção crítica de V1 e não de toda a viga. Existem regiões do elemento que estão submetidos a diferentes níveis de carregamento e conseqüentemente apresentam comportamentos distintos, o que provoca variações na rigidez de uma seção para outra.

Com base nessas características do problema, nota-se o grau de complexidade inerente da análise do pedestal de concreto, onde existe uma profunda relação entre a distribuição dos esforços na estrutura, as rigidezes dos elementos, taxas de armaduras e geometria das seções.

Portanto, conclui-se que para determinar o real comportamento carga-deformação do pedestal de concreto, ou construções semelhantes, é necessário o desenvolvimento de uma ferramenta de análise não linear com carregamento incremental e discretização da estrutura, onde a cada passo da verificação sejam calculados os valores efetivos da relação V_Y/T_X e da rigidez à torção, em cada sub-elemento. Conseqüentemente, o CA-STM poderia ser utilizado no cálculo dos coeficientes de rigidez das barras, enquanto que o procedimento proposto serviria como técnica de solução do sistema de equações envolvido, visto a eficiência computacional demonstrada por ele.

Contudo, na falta dessa ferramenta, recomenda-se utilizar no estudo do pedestal de concreto, ou de estruturas similares, uma envoltória dos esforços internos obtidos em análises com o coeficiente 6,67 (NBR 6118/2007) e com o divisor calculado por um modelo semelhante ao discutido no presente trabalho. Portanto, de forma prática, o pedestal de concreto pode ser analisado de acordo

com os esforços grifados na Tabela 6.3: divisor igual a 6,67 para o tursor na viga V1 e 30,9 para o fletor nos pilares. Dessa forma o projeto fica protegido contra o possível subdimensionamento dos pilares, decorrente do uso exclusivo do divisor recomendado pela norma brasileira.

7. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1. Conclusões

- É preciso prever o real comportamento de seções em concreto armado sujeitas a ação combinada dos esforços seccionais de flexão, cortante e torção para calcular as rigidezes apropriadas em análises estruturais para verificações dos estados limites de serviço e ruptura;
- O modelo de treliça com amolecimento e ângulo variável (RA-STM) representa satisfatoriamente a resistência de painéis fissurados em concreto armado;
- O modelo de treliça com amolecimento e combinação de solicitações (CA-STM) pode ser empregado no estudo de seções retangulares, maciças ou vazadas, em concreto armado sujeitas a combinação de flexão, cortante e torção. Nesse caso, a seção é modelada como a associação de quatro painéis fissurados, onde os esforços solicitantes são transmitidos aos elementos através de tensões uniformes;
- Para que o CA-STM consiga modelar corretamente o comportamento em serviço da seção se faz necessário considerar o efeito de enrijecimento à tração.
- Na literatura os modelos de treliça com amolecimento são resolvidos tradicionalmente utilizando-se o método das tentativas e erro para determinar os estados de tensão e deformação. Nesse trabalho, foi desenvolvido um procedimento eficiente de solução desse problema utilizando a tecnologia de sistemas de equações não lineares sujeitos a restrições;
- No caso do CA-STM, o problema pode ser formulado em termos de um sistema não linear com 16 equações e 16 incógnitas, onde as variáveis primárias selecionadas no presente trabalho são T_X , $\varepsilon_{DS,2}$, $\varepsilon_{DS,3}$, $\varepsilon_{DS,4}$, $\varepsilon_{R,i}$, $\varepsilon_{L,i}$ e z_i ;
- O procedimento foi implementado em linguagem MATLAB e aplicado a diversos ensaios experimentais da literatura, onde foi observada boa aderência

da metodologia proposta em relação ao comportamento experimental, tanto em serviço como na ruptura;

- Foi aplicado o procedimento implementado no estudo de um caso real de viga anel de um pedestal de concreto, suporte de um tanque de armazenamento, onde, ficou demonstrada a significativa influência do esforço cortante na redução da rigidez à torção da seção nesse problema.

7.2. Sugestões para trabalhos futuros

De forma adicional a esse texto, com o objetivo de determinar o real comportamento carga-deformação do pedestal de concreto do capítulo 6, ou de construções semelhantes, fica como sugestão para futuros trabalhos científicos o desenvolvimento de uma ferramenta de análise não linear com carregamento incremental e discretização da estrutura, onde a cada passo da verificação sejam calculados os valores efetivos da relação V_Y/T_X e da rigidez à torção, em cada sub-elemento. Conseqüentemente, o CA-STM poderia ser utilizado no cálculo dos coeficientes de rigidez das barras, enquanto que o procedimento proposto serviria como técnica de solução do sistema de equações envolvido, visto a eficiência computacional demonstrada por ele.

Além disso, é necessária a elaboração de mais estudos sobre a influência do esforço cortante na rigidez à torção de vigas de concreto armado, uma vez que, geralmente, em situações reais, os dois esforços atuam simultaneamente e esse fato não é levado em conta, normalmente, no cálculo da rigidez da seção em projetos de estruturas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. "Building Code Requirements for structural Concrete, ACI – 318 (2014)", Farmington hills, MI USA, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. "Projeto de Estruturas de Concreto, NBR – 6118 (2007)". ABNT, Rio de Janeiro, Brasil, 2007.

BELARBI, A.; HSU, T. T. C., 1991. "Constitutive Laws of Reinforced Concrete in Biaxial Tension-Compression," Research Report UHCEE 91-2, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Houston, Houston, Texas, 155 pp.

BELARBI, A.; HSU, T. T. C., 1995. "Constitutive Laws of Softened Concrete in Biaxial Tension-Compression", *ACI Structural Journal*, 92(5), 562–573.

BERNARDO, L. F. A.; ANDRADE, J. M. A.; LOPES, S. M. R., 2012. "Modified Variable Angle Truss-Model for torsion in reinforced concrete beams", *Materials and Structures*, 45:1877-1902.

BERNARDO, L. F. A.; ANDRADE, J. M. A.; NUNES, N. C. G., 2015. "Generalized Softened Variable Angle Truss-Model for Reinforced Concrete Beams under Torsion", *Materials and Structures*, Vol. 48. No. 7, Pages 2169–2193.

BREDT, R., 1896. "Kritische Bemerkungen zur Drehungselastizitat," *Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure*, Band 40, No. 28, pp. 785-790, No. 29, pp. 813-817.

CANADIAN STANDARDS ASSOCIATION. "Design of Concrete Structures, CSA A23.3 (2004)", Mississauga, Canadá, 2004.

COLLINS, M. P.; MITCHELL, D., 1991. *Prestressed Concrete Structures*. Prentice hall.

GREENE, G. G. Jr; BELARBI, A., 2006. "Tension stiffened softened truss model for RC under pure torsion", *CD Proc., 2nd FIB Congress CD-ROM*, Paper No. 0952.

GREENE, G. G. Jr., 2006. "Behavior of reinforced concrete girders under cyclic torsion and torsion combined with shear: experimental investigation and analytical models", Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, University of Missouri-Rolla, USA.

GREENE, G. G. Jr., BELARBI, A., 2009. "Model for Reinforced Concrete Members under Torsion, Bending and Shear. I: Theory", *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, 135:961-969.

HSU, T. T. C., 1973. "Post-Cracking Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Sections", *ACI Journal*, Proceedings, V. 70, No. 5, pp. 352-360.

HSU, T. T. C.; MO, Y. L., 1985. "Softening of Concrete in Torsional Members – Theory and Tests". *Journal of the American Concrete Institute*, Proceedings, 82(3), 290–303.

HSU, T. T. C.; ZHANG, L. X., 1997. "Nonlinear Analysis of Membrane Elements by Fixed-Angle Softened-Truss Model", *Structural Journal of the American Concrete Institute*, 94(5), 483–492.

HSU, T. T. C.; ZHU, R. R. H., 2002. "Softened Membrane Model for Reinforced Concrete Elements in Shear", *Structural Journal of the American Concrete Institute*, 99(4), 460–469.

HSU, T. T. C.; MO, Y. L., 2010. *Unified Theory of Concrete Structures*. Wiley.

JENG, C. H., HSU, T. T. C., 2009. "A Softened Membrane Model for Torsion in Reinforced Concrete Members", *Engineering Structures*, 31(9):1944-54.

LAMPERT, P.; THÜRLIMANN, B., 1968. "Torsion Tests of Reinforced Concrete Beams," Report No. 6506-2, *Intitut für Baustatik*, ETH, Zurich, 101 pp.

LAMPERT, P.; THÜRLIMANN, B., 1969. "Torsion-Bending Tests of Reinforced Concrete Beams", Report No. 6506-3, *Intitut für Baustatik*, ETH, Zurich, 116 pp.

LAMPERT, P., 1973. "Post-cracking Stiffness of Reinforced Concrete Beams in Torsion and Bending", *Analysis of Structural Systems for Torsion*, SP-35, American Concrete Institute, Farmington Hills, Mich., pp. 385-433

MCMULLEN, A. E.; WARWARUK, J. M., 1970. "Concrete Beams in Bending, Torsion and Shear", *Journal of Structural Engineering*, ASCE, V. 96, No. ST5, pp. 885-903.

ONSONGO, W. M., 1978. "The Diagonal Compression Field Theory for Reinforced Concrete Beams Subjected to Combined Torsion, Flexure and Axial Loads," Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Canada, 246 pp.

PANG, X. B.; HSU, T. T. C., 1996. "Fixed-Angle Softened-Truss Model for Reinforced Concrete", *Structural Journal of the American Concrete Institute*, 93(2), 197–207.

RAHAL, K. N.; COLLINS, M. P., 1995. "Effect of the Thickness of Concrete Cover on the Shear-Torsion Interaction – an Experimental Investigation," *ACI Structural Journal*, V. 92, No. 3, pp. 334-342.

RAUSCH, E., 1929. "Berechnung des Eisenbetons gegen Verdrehung (Design of reinforced concrete in torsion)". PhD Thesis, Berlin (in German)

SILVA, J. R. B.; HOROWITZ, B., 2014. "Rigidez à torção Efetiva em Vigas de Concreto Armado", *CILAMCE 2014 – XXXV Iberian Latin American Congresso on Computational Methods in Engineering*, Fortaleza-CE, Brasil.

SILVA, J. R. B.; HOROWITZ, B., 2015. "Procedimento Eficiente Para Estimar o Comportamento Carga-Deformação de Painéis de Concreto Armado Submetidos a Esforços de Membrana Usando o Modelo de Trelença com Amolecimento e Ângulo Variável", *CILAMCE 2015 – XXXVI Iberian Latin American Congresso on Computational Methods in Engineering*, Rio de Janeiro-RJ, Brasil.

TAVIO; TENG, S., 2004. "Effective Torsional Rigidity of Reinforced Concrete Members", *ACI Structural Journal*, V.101, No. 2, March. - April. 2004, pp. 252-260.

TAVIO; TENG, S., 2005. "Effective Torsional Stiffness of Cracked Reinforced Concrete Beams", Civil Engineering Research, School of Civil & Environmental Engineering, Nanyang Technological University, NO. 18, January 2005, pp. 116-118.

VECCHIO, F.; COLLINS, M. P., 1986. "The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", *ACI Journal*, no. 83-22.

YOUNG, W. C.; BUDYNAS, R. G., 2002. Roark's Formulas for Stress and Strain. McGraw-Hill.

ANEXO A – Código em MATLAB do procedimento proposto (RA-STM)

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PROCEDIMENTO eficiente para o cálculo do comportamento carga-deformação %
% de PAINELIS de concreto armado usando o RA-STM %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tic; clear all; clc;

% LEITURA DOS DADOS DE ENTRADA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
Exemplo_painel_Hsu;

% CÁLCULO DA ESTIMATIVA INICIAL PARA A SOLUÇÃO (MCTM) %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
alfaD1 = (lsqnonlin(@(alfar) MCTM_PAINEL(alfaD),0.01, [],0))*180/pi;

% SOLUÇÃO DO SISTEMA (RA-STM) %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
COMP_PAINEL;

% PLOTAGEM DAS CURVAS DO COMPORTAMENTO CARGA-DEFORMAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
toc; PLOT_PAINEL;
```

```
function Exemplo_painel_Hsu
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Dados de entrada do problema estudado por Hsu e Mo (2010) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
global roll rolT Es fly fty Ec fck eo tal sigL sigT ely ety
global sig1 mlt mL mT

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS DE ENTRADA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Taxas das armaduras:
roll = 0.0103; % Taxa de armadura longitudinal
rolT = 0.0103; % Taxa de armadura transversal

% Propriedades Mecânicas dos aços:
Es = 200000; % Módulo de elasticidade do aço (MPa)
fly = 413; % Tensão de escoamento do aço longitudinal (MPa)
fty = 413; % Tensão de escoamento do aço transversal (MPa)

% Propriedades Mecânicas do concreto:
Ec = 24800; % Módulo de elasticidade do concreto (MPa)
fck = 27.6; % Resistência característica a compressão do concreto (MPa)
eo = -2; % Deformação última do concreto (1/1000)

% Solicitações base no elemento de concreto armado (L-T):
tal = -3.69; % Tensão de cisalhamento (MPa)
sigL = 2.13; % Tensão de tração longitudinal (MPa)
sigT = -2.13; % Tensão de tração transversal (MPa)

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULOS PRELIMINARES %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

ely = fly/Es*1000; % Deformação de escoamento longitudinal (1/1000)
ety = fty/Es*1000; % Deformação de escoamento transversal (1/1000)
sig1 = (sigL + sigT)/2 + sqrt(((sigL - sigT)/2)^2+tal^2);
mlt = tal/sig1;
mL = sigL/sig1;
mT = sigT/sig1;

end
```

```
function F = MCTM_PAINEL(alfaD)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina que representa o comportamento linear do painel (MCTM), %
% usada na estimativa inicial para o RA-STM %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global rolL rolT Es Ec el et ed sig1 mlt mL mT

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% COMPORTAMENTO LINEAR (MCTM) %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Fator = 0.001*sig1;
el = (mL + mlt*cot(alfaD))/rolL/Es*Fator;
et = (mT + mlt*tan(alfaD))/rolT/Es*Fator;
ed = -mlt/Ec/sin(alfaD)/cos(alfaD)*Fator;

F = (tan(alfaD))^2 - (el - ed)/(et - ed);

end
```

```
function F = RASTM_PAINEL(x,ed1)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina que representa o comportamento não linear do painel (RA-STM) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global rolL rolT Es fck eo mlt mL mT ely ety sigmad csi er fl ft

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULOS PRELIMINARES %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Eq.(2.8) - Princípio da invariância das deformações:
er = x(1) + x(2) - ed1;

% Eq.(2.12) - Coeficiente de Amolecimento:
csi = 0.9/sqrt(1 + 0.6*er);

% Eq.(2.11) - Tensão de compressão principal do concreto:
if ed1 > csi*eo
    sigmad = -fck*csi*(2*ed1/csi/eo - (ed1/csi/eo)^2);
else
    sigmad = -fck*csi*(1 - ((ed1/csi/eo - 1)/(2/csi - 1))^2);
end

% Eq.(2.14) - Tensões nas armaduras:
A = 2*10^-5;
F = 40;
fl = Es*x(1)*10^-3*(A + (1-A)/(1 + ((1-A)*x(1)/ely)^F)^(1/F));
ft = Es*x(2)*10^-3*(A + (1-A)/(1 + ((1-A)*x(2)/ety)^F)^(1/F));

% Eq.(2.25)-(2.28) - Equação da Tensão principal de tração:
S = mL*mT - mlt^2;
B = mL*rolT*ft + mT*rolL*fl;
C = rolL*rolT*fl*ft;
sigmal = 1/2/S*(B - sqrt(B^2 - 4*S*C));

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% COMPORTAMENTO NÃO-LINEAR (RA-STM) %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Eq. (2.39) - Sistema de equações não-linear resolvido

F(1) = (x(1) - ed1)/(er - ed1)*sigmad - mT*sigmal + rolT*ft;
F(2) = (x(2) - ed1)/(er - ed1)*sigmad - mL*sigmal + rolL*fl;

end
```

```
function COMP_PAINEL
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina que calcula o comportamento carga-deformação do painel, com %
% base na subrotina RASTM_PAINEL
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global el et ed eo sigmad csi er fl ft
global ED SIGMAD TAL GAMA EL ET FL FT ALFAD

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCULO DO COMPORTAMENTO CARGA-DEFORMAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Estimativa inicial com base no MCTM:
x(1) = el*1000; x(2) = et*1000; ed1 = ed*1000;

% Número máximo de pontos e tamanho do passo:
pontos = 500; passo = 2/pontos;

% Cálculo do comportamento carga-deformação:
for i = 1:pontos
    % Solução do sistema usando o 'lsqnonlin':
    options = optimset('TolX',10^-10,'TolFun',10^-10);
    x = lsqnonlin(@(x) RASTM_PAINEL(x,ed1-passo*i),x,[0,0],[],options);

    % Criar vetores com o comportamento:
    ED(i) = ed - passo*i;
    SIGMAD(i) = sigmad;
    COS = (x(2) - ED(i))/(er - ED(i));
    SIN = (x(1) - ED(i))/(er - ED(i));
    TAL(i) = -SIGMAD(i)*sqrt(COS*SIN);
    GAMA(i) = 2*(er - ED(i))*sqrt(COS*SIN);
    EL(i) = x(1);
    ET(i) = x(2);
    FL(i) = fl;
    FT(i) = ft;
    ALFAD(i) = -atan(sqrt(SIN/COS))*180/pi;
    % Verificação da deformação máxima de compressão na biela:
    if ED(i) < csi*eo
        break
    end
end
end
```

```
function PLOT_PAINEL
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina para plotagem das curvas do comportamento carga-deformação %
% do painel %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global ED SIGMAD TAL GAMA EL ET FL FT ALFAR

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PLOTAGEM %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Solução obtida por HSU e MO (2010):
eHSU = [ -0.275; -0.40; -0.50; -0.60; -0.62];
sigmadHSU = [ -6.57; -8.09; -8.54; -8.54; -8.53];
elHSU = [ 2.07; 5.65; 7.98; 9.11; 9.14];
etHSU = [ 1.11; 1.85; 2.33; 2.64; 2.63];
flHSU = [ 413; 413; 413; 413; 413];
ftHSU = [ 222; 369; 413; 413; 413];
alfaHSU = [ 52.46; 58.62; 60; 60; 60];
talHSU = [ 3.17; 3.59; 3.69; 3.69; 3.69];
gamaHSU = [ 3.60; 7.38; 9.78; 11.22; 11.28];

% Seleção de opção de plotagem:
disp('1 - Curva Tensão-deformação de compressão do concreto');
disp('2 - Curva Tensão-deformação do aço longitudinal');
disp('3 - Curva Tensão-deformação do aço transversal');
disp('4 - Ângulo (alfaD) x Deformação de compressão do concreto');
disp('5 - Tensão de corte x Deformação de corte');
disp('0 - Não quero ver gráfico nenhum');
disp(' ');
IND = input('Qual gráfico vc quer ver? : ');

% Plotagem das curvas:
while IND > 0
    switch IND
    case 1
        % Curva Tensão-deformação de compressão do concreto
        hold on
        plot(-eHSU,-sigmadHSU,'-rs','LineWidth',2,'MarkerSize',7)
        plot(-[0 ED],[-[0 SIGMAD]'],'--b','LineWidth',2)
        %Títulos
        title('Curva Tensão-deformação de compressão do concreto');
        xlabel('Deformação principal de compressão do concreto (1/1000)');
        ylabel('Tensão principal de compressão do concreto (MPa)');
        legend('Hsu e Mo (2010)',...
            'Solução do procedimento proposto');
        grid on
        hold off
    case 2
        % Curva Tensão-deformação do aço longitudinal
        hold on
        plot([0 EL],[0 FL]','-g','LineWidth',2)
        plot(elHSU,flHSU,'--rs','LineWidth',2,'MarkerSize',7)
        %Títulos
        title('Curva Tensão-deformação do aço longitudinal');
```

```
    xlabel('Deformação de no aço el(1/1000)');
    ylabel('Tensão no aço longitudinal (MPa)');
    legend('Resposta do procedimento proposto','HSU e MO (2010)');
    grid on
    hold off
case 3
    % Curva Tensão-deformação do aço transversal
    hold on
    plot([0 ET],[0 FT],'-g','LineWidth',2)
    plot(etHSU,ftHSU,'--rs','LineWidth',2,'MarkerSize',7)
    %Títulos
    title('Curva Tensão-deformação do aço transversal');
    xlabel('Deformação de no aço et(1/1000)');
    ylabel('Tensão no aço transversal (MPa)');
    legend('Resposta do procedimento proposto','HSU e MO (2010)');
    grid on
    hold off
case 4
    % Ângulo (alfaD) x Deformação de compressão do concreto
    hold on
    plot(-eHSU,-alfaHSU,'-rs','LineWidth',2,'MarkerSize',7)
    plot(-ED,ALFAD,'--b','LineWidth',2)
    %Títulos
    title('Ângulo (alfaD)x Deformação de compressão do concreto');
    xlabel('Deformação principal de compressão do concreto (1/1000)');
    ylabel('Complemento do Ângulo variável');
    legend('Hsu e Mo (2010)',...
           'Solução do procedimento proposto');
    grid on
    hold off
case 5
    % Tensão de corte x Deformação de corte
    hold on
    plot(gamaHSU,talHSU,'-rs','LineWidth',2,'MarkerSize',7)
    plot([0 GAMA],[0 TAL], '--b', 'LineWidth', 2)
    %Títulos
    title('Tensão de corte x Deformação de corte');
    xlabel('Deformação de corte (1/1000)');
    ylabel('Tensão de cisalhamento (MPa)');
    legend('Hsu e Mo (2010)',...
           'Solução do procedimento proposto');
    grid on
    hold off
end
disp(' ');
IND = input('Qual gráfico vc quer ver? : ');
end
end
```

ANEXO B – Código em MATLAB do procedimento proposto (CA-STM)

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PROCEDIMENTO eficiente para cálculo do comportamento carga-deformação %
% em SEÇÕES de concreto armado usando o CA-STM %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
tic; clear all; clc; global eds1

% SELEÇÃO DOS DADOS DE ENTRADA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

McMullen_and_Warwaruk_11; }
McMullen_and_Warwaruk_21; } Códigos em MATLAB dos dados
Lampert_and_Thurlimann_T3; } experimentais – Anexo C
Rahal_and_Collins_RC23;

PedCon_Div667 }
PedCon_Div309 } Códigos em MATLAB dos dados do
                  } Pedestal de concreto – Anexo D

% Deformação de compressão inicial do painel 1
eds1 = -0.01;

% CÁLCULO DA ESTIMATIVA INICIAL PARA A SOLUÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
EST_CASTM(eds1);

% SOLUÇÃO DO SISTEMA (CA-STM) %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
COMP_CASTM;

% PLOTAGEM DAS CURVAS DO COMPORTAMENTO CARGA-DEFORMAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
toc; PLOT_CASTM;

% CÁLCULO DAS RIGIDEZES E DIVISOR À TORÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
RIG_CASTM;
```

```
function EST_CASTM(eds1)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina que representa o comportamento linear de um painel de
% concreto simples submetido ao cisalhamento puro, usada na estimativa
% inicial para o CA-STM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global x fck ecr b h t1 t2 t3 t4

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULOS PRELIMINARES %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Eq.(4.6) - Perímetro externo da seção (m):
pcp = 2*(b+h);

% Eq.(4.7) - Área inclusa pelo perímetro externo da seção (m2):
Acp = b*h;

% Eq.(4.5) - Área bruta da seção (m2):
Ag = (b-t1)*t4 + (h-t2)*t1 + (b-t3)*t2 + (h-t4)*t3;

% Eq.(3.23) - Resistência máxima a tração do concreto (MPa):
fcr = 0.5*Ag/Acp*sqrt(fck);

% NBR-6118/2007 - Módulo de elasticidade secante do concreto (MPa):
Ecc = 0.85*5600*sqrt(fck);

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULO DA ESTIMATIVA %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

for i = 1:3
    x(i) = eds1;
end

for i = 4:7
    x(i) = -Ecc*ecr/2/fcr*eds1*10^-3;
    x(i+4) = 0;
    x(i+8) = 1;
end
x(16) = -Ecc/2*Acp^2/pcp*eds1*10^-3;

end
```

```
function F = CASTM(x,eds1)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina que representa o comportamento não linear da seção (CASTM) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global h b t1 t2 t3 t4 A11 A12 A13 A14 At s fly fty Es
global fck e0 ecr TETA Tcr MyTx MzTx VyTx VzTx NxTx

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULOS INICIAIS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Eq.(4.7) - Área inclusa pelo perímetro externo da seção (m2):
Acp = b*h;

% Eq.(4.5) - Área bruta da seção (m2):
Ag = (b-t4)*t1 + (h-t1)*t2 + (b-t2)*t3 + (h-t3)*t4;

% Eq.(3.23) - Resistência máxima a tração do concreto (MPa):
fcr = 0.5*Ag/Acp*sqrt(fck);

% Eq.(3.22a) - Módulo de elasticidade do concreto tracionado (MPa):
Ec = fcr/ecr*1000;

% Eq.(2.13) - Deformação de escoamento longitudinal (1/1000):
ely = fly/Es*1000;

% Eq.(2.13) - Deformação de escoamento transversal:
ety = fty/Es;

% ACI 318-14 - Momento torsor de fissuração:
pcp = 2*(b+h);
Tcr = sqrt(fck)/3*Acp^2/pcp;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% COMBINED ACTION SOFTENED TRUSS MODEL (CA-STM) %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Relação dos outros esforços com o momento torsor:
Tx = Tcr*x(16);
My = MyTx*Tx;
Mz = MzTx*Tx;
Vy = VyTx*Tx;
Vz = VzTx*Tx;
Nx = NxTx*Tx;

% Eq.(3.3) e Eq.(3.4) - Espessura do fluxo e deformação interna do painel:
if x(12) < 2
    td1 = x(12)*t1/2;
    ea1 = 0;
else
    td1 = t1;
    ea1 = (x(12) - 2)*eds1*10^-3;
end
```

```
if x(13) < 2
    td2 = x(13)*t2/2;
    ea2 = 0;
else
    td2 = t2;
    ea2 = (x(13) - 2)*x(1)*10^-3;
end

if x(14) < 2
    td3 = x(14)*t3/2;
    ea3 = 0;
else
    td3 = t3;
    ea3 = (x(14) - 2)*x(2)*10^-3;
end

if x(15) < 2
    td4 = x(15)*t4/2;
    ea4 = 0;
else
    td4 = t4;
    ea4 = (x(15) - 2)*x(3)*10^-3;
end

% Eq.(4.8) - Base da área do braço de alavanca:
b0 = b - (td1 + td3)/2;

% Eq.(4.9) - Altura da área do braço de alavanca:
h0 = h - (td2 + td4)/2;

% Eq.(4.10) - Área do braço de alavanca:
A0 = b0*h0;

% Eq.(3.1) - Deformação principal de compressão nos painéis:
ed1 = (eds1*10^-3 + ea1)/2;
ed2 = (x(1)*10^-3 + ea2)/2;
ed3 = (x(2)*10^-3 + ea3)/2;
ed4 = (x(3)*10^-3 + ea4)/2;

% Eq.(3.27) e (3.28) - Curvaturas longitudinais:
fil13 = (x(8)*10^-3 - x(10)*10^-3)/b0;
fil24 = (x(9)*10^-3 - x(11)*10^-3)/h0;

% Eq.(3.18) - 1º Princípio da invariância das deformações:
et1 = x(4)*10^-3 + ed1 - x(8)*10^-3;
et2 = x(5)*10^-3 + ed2 - x(9)*10^-3;
et3 = x(6)*10^-3 + ed3 - x(10)*10^-3;
et4 = x(7)*10^-3 + ed4 - x(11)*10^-3;

% Eq.(3.25) e (3.26) - Curvaturas transversais:
fit13 = (et1 - et3)/b0;
fit24 = (et2 - et4)/h0;

% Eq.(3.19) - Coeficientes de amolecimento:
zeta1 = 0.9/sqrt(1 + 0.6*x(4));
zeta2 = 0.9/sqrt(1 + 0.6*x(5));
zeta3 = 0.9/sqrt(1 + 0.6*x(6));
zeta4 = 0.9/sqrt(1 + 0.6*x(7));
```

```
% Eq.(3.21) - Relação entre a resistência à compressão no pico e a média:
if ea1 > (eds1*10^-3)
    k11 = ((eds1*10^-3)/e0*(1-(eds1*10^-3)/3/e0)-ea1^2/(eds1*10^-3)/e0*(1-
ea1/3/e0))* (eds1*10^-3)/((eds1*10^-3)-ea1);
else
    k11 = (2*(eds1*10^-3)*e0 - (eds1*10^-3)^2)/(e0^2);
end

if ea2 > (x(1)*10^-3)
    k12 = ((x(1)*10^-3)/e0*(1-(x(1)*10^-3)/3/e0)-ea2^2/(x(1)*10^-3)/e0*(1-
ea2/3/e0))* (x(1)*10^-3)/((x(1)*10^-3)-ea2);
else
    k12 = (2*(x(1)*10^-3)*e0 - (x(1)*10^-3)^2)/(e0^2);
end

if ea3 > (x(2)*10^-3)
    k13 = ((x(2)*10^-3)/e0*(1-(x(2)*10^-3)/3/e0)-ea3^2/(x(2)*10^-3)/e0*(1-
ea3/3/e0))* (x(2)*10^-3)/((x(2)*10^-3)-ea3);
else
    k13 = (2*(x(2)*10^-3)*e0 - (x(2)*10^-3)^2)/(e0^2);
end

if ea4 > (x(3)*10^-3)
    k14 = ((x(3)*10^-3)/e0*(1-(x(3)*10^-3)/3/e0)-ea4^2/(x(3)*10^-3)/e0*(1-
ea4/3/e0))* (x(3)*10^-3)/((x(3)*10^-3)-ea4);
else
    k14 = (2*(x(3)*10^-3)*e0 - (x(3)*10^-3)^2)/(e0^2);
end

% Eq.(3.20) - Tensão de compressão principal no concreto:
sigmad1 = -zeta1*fck*k11;
sigmad2 = -zeta2*fck*k12;
sigmad3 = -zeta3*fck*k13;
sigmad4 = -zeta4*fck*k14;

% Eq.(3.22a) e Eq.(3.22d) - Tensão de tração principal no concreto:
if x(4) < ecr
    sigmar1 = Ec*(x(4)*10^-3);
else
    sigmar1 = fcr*exp(-350*(x(4)-ecr)*10^-3);
end

if x(5) < ecr
    sigmar2 = Ec*(x(5)*10^-3);
else
    sigmar2 = fcr*exp(-350*(x(5)-ecr)*10^-3);
end

if x(6) < ecr
    sigmar3 = Ec*(x(6)*10^-3);
else
    sigmar3 = fcr*exp(-350*(x(6)-ecr)*10^-3);
end

if x(7) < ecr
    sigmar4 = Ec*(x(7)*10^-3);
else
    sigmar4 = fcr*exp(-350*(x(7)-ecr)*10^-3);
end
```

```

% Eq.(3.24) - Tensão no aço transversal:
A = 0.002;
F = 4;
Bt = (1 - A)/ety;
ft1 = Es*et1*(A + (1-A)/(1 + (Bt*et1)^F)^(1/F));
ft2 = Es*et2*(A + (1-A)/(1 + (Bt*et2)^F)^(1/F));
ft3 = Es*et3*(A + (1-A)/(1 + (Bt*et3)^F)^(1/F));
ft4 = Es*et4*(A + (1-A)/(1 + (Bt*et4)^F)^(1/F));

% Eq.(4.1) - Seno de alfaD ao quadrado:
sin21 = ((x(8)*10^-3) - ed1)/((x(4)*10^-3) - ed1);
sin22 = ((x(9)*10^-3) - ed2)/((x(5)*10^-3) - ed2);
sin23 = ((x(10)*10^-3) - ed3)/((x(6)*10^-3) - ed3);
sin24 = ((x(11)*10^-3) - ed4)/((x(7)*10^-3) - ed4);

% Eq.(4.2) - Cosseno de alfaD ao quadrado:
cos21 = ((x(4)*10^-3) - (x(8)*10^-3))/((x(4)*10^-3) - ed1);
cos22 = ((x(5)*10^-3) - (x(9)*10^-3))/((x(5)*10^-3) - ed2);
cos23 = ((x(6)*10^-3) - (x(10)*10^-3))/((x(6)*10^-3) - ed3);
cos24 = ((x(7)*10^-3) - (x(11)*10^-3))/((x(7)*10^-3) - ed4);

% Eq.(4.3) - Produto do seno e cosseno de alfaD:
sincos1 = sqrt(((x(8)*10^-3) - ed1)*(et1 - ed1))/((x(4)*10^-3) - ed1);
sincos2 = sqrt(((x(9)*10^-3) - ed2)*(et2 - ed2))/((x(5)*10^-3) - ed2);
sincos3 = sqrt(((x(10)*10^-3) - ed3)*(et3 - ed3))/((x(6)*10^-3) - ed3);
sincos4 = sqrt(((x(11)*10^-3) - ed4)*(et4 - ed4))/((x(7)*10^-3) - ed4);

% Eq.(3.15) - Equação de equilíbrio transversal:
F(1) = sigmad1*sin21 + sigmar1*cos21 + ft1*(At/td1/s);
F(2) = sigmad2*sin22 + sigmar2*cos22 + ft2*(At/td2/s);
F(3) = sigmad3*sin23 + sigmar3*cos23 + ft3*(At/td3/s);
F(4) = sigmad4*sin24 + sigmar4*cos24 + ft4*(At/td4/s);

% Eq.(3.9) - Cálculo dos Fluxos:
q1 = Tx/2/A0 + Vy/2/h0;
q2 = Tx/2/A0 + Vz/2/b0;
q3 = Tx/2/A0 - Vy/2/h0;
q4 = Tx/2/A0 - Vz/2/b0;

% Eq.(3.17) - Deformações de corte nos painéis:
gamalt1 = 2*((x(4)*10^-3) - ed1)*sincos1*sign(q1);
gamalt2 = 2*((x(5)*10^-3) - ed2)*sincos2*sign(q2);
gamalt3 = 2*((x(6)*10^-3) - ed3)*sincos3*sign(q3);
gamalt4 = 2*((x(7)*10^-3) - ed4)*sincos4*sign(q4);

% Eq.(3.33) - Ângulo TETA:
TETA = ((gamalt1 + gamalt3)*h0 + (gamalt2 + gamalt4)*b0)/2/A0;

% Eq.(3.2) e Eq.(3.32) - Curvatura da biela:
curv1a = -((eds1*10^-3) - ea1)/td1;
curv2a = -((x(1)*10^-3) - ea2)/td2;
curv3a = -((x(2)*10^-3) - ea3)/td3;
curv4a = -((x(3)*10^-3) - ea4)/td4;

curv1b = TETA*2*sincos1 - fil13*cos21 - fit13*sin21;
curv2b = TETA*2*sincos2 - fil24*cos22 - fit24*sin22;
curv3b = TETA*2*sincos3 + fil13*cos23 + fit13*sin23;
curv4b = TETA*2*sincos4 + fil24*cos24 + fit24*sin24;

```

```
F(5) = curv1a - curv1b;
F(6) = curv2a - curv2b;
F(7) = curv3a - curv3b;
F(8) = curv4a - curv4b;

% Eq.(3.10) e Eq.(3.16) - Tensão de cisalhamento:
tal1a = q1/td1;
tal2a = q2/td2;
tal3a = q3/td3;
tal4a = q4/td4;

tal1b = (-sigmad1 + sigmar1)*sincos1*sign(q1);
tal2b = (-sigmad2 + sigmar2)*sincos2*sign(q2);
tal3b = (-sigmad3 + sigmar3)*sincos3*sign(q3);
tal4b = (-sigmad4 + sigmar4)*sincos4*sign(q4);

F(9) = tal1a - tal1b;
F(10) = tal2a - tal2b;
F(11) = tal3a - tal3b;
F(12) = tal4a - tal4b;

% Eq.(3.24) - Tensão no aço longitudinal:
Bl = (1 - A)/ely;
fl1 = Es*x(8)*10^-3*(A + (1-A)/(1 + (Bl*x(8))^F)^(1/F));
fl2 = Es*x(9)*10^-3*(A + (1-A)/(1 + (Bl*x(9))^F)^(1/F));
fl3 = Es*x(10)*10^-3*(A + (1-A)/(1 + (Bl*x(10))^F)^(1/F));
fl4 = Es*x(11)*10^-3*(A + (1-A)/(1 + (Bl*x(11))^F)^(1/F));

% Eq.(3.14) - Equação de equilíbrio longitudinal:
sigmal1 = sigmad1*cos21 + sigmar1*sin21 + fl1*A11/td1/h0;
sigmal2 = sigmad2*cos22 + sigmar2*sin22 + fl2*A12/td2/b0;
sigmal3 = sigmad3*cos23 + sigmar3*sin23 + fl3*A13/td3/h0;
sigmal4 = sigmad4*cos24 + sigmar4*sin24 + fl4*A14/td4/b0;

% Eq.(3.11) - Momento fletor no eixo Y:
F(13) = (sigmal3*td3*h0 - sigmal1*td1*h0)*b0/2 - My;

% Eq.(3.12) - Momento fletor no eixo Z:
F(14) = (sigmal4*td4*b0 - sigmal2*td2*b0)*h0/2 - Mz;

% Eq.(3.13) - Esforço Normal em X:
F(15) = sigmal1*td1*h0+sigmal2*td2*b0+sigmal3*td3*h0+sigmal4*td4*b0 - Nx;

% Eq.(3.30) - Compatibilização das deformações longitudinais:

ecl13 = (x(8)*10^-3 + x(10)*10^-3)/2;
ecl24 = (x(9)*10^-3 + x(11)*10^-3)/2;

F(16) = ecl13 - ecl24;

end
```

```
function COMP_CASTM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina que calcula do comportamento carga-deformação da seção, %
% com base na subrotina função do CASTM %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global eds1 Tcr TETAj Tj x TETA

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CALCULO DO COMPORTAMENTO CARGA-DEFORMAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

lb = [-100; -100; -100; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0];
ub = [ 0; 0; 0; 100; 100; 100; 100; 100; 100; 100; 100; 100; 3; 3; 3; 3; 100];

nmax = 400;
TETAj(nmax) = 0; Tj(nmax) = 0;
for i = 1:nmax
passo = 0.01;

options = optimset('MaxFunEvals',40000,'MaxIter',50000,'TolX',
10^-8,'TolFun',10^-8);
x = lsqnonlin(@ (x) CASTM(x,eds1-passo*i),x,lb,ub,options);
TETAj(i) = TETA; Tj(i) = x(16)*Tcr*1000; i
lim = min(min(eds1-passo*i,x(1)),min(x(2),x(3)))
if lim < -3.5
    TETAj = TETAj(1:i);
    Tj = Tj(1:i);
    break
end
end

if i>200 & Tj(i-1)>Tj(i) & Tj(i-2)>Tj(i)
    TETAj = TETAj(1:i);
    Tj = Tj(1:i);
    disp('torsor caiu!');
    break
end
end
Tj = [0 Tj]; TETAj = [0 TETAj];

end
```

```
function PLOT_CASTM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina para plotagem da curva torsor-rotação da seção %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global TETAexp Texp TETAj Tj b h fck

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% PLOTAGEM %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

hold on
plot(TETAexp,Texp,'-rs','LineWidth',2)
plot(TETAj,Tj,'--b','LineWidth',2)
grid on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TÍTULOS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

title('Curva Torsor-Rotação');
xlabel('Rotação axial (rad/m)');
ylabel('Momento Torsor (kN.m)');
grid on

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% TEMPO DE PROCESSAMENTO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

tempo = toc;

end
```

```
function RIG_CASTM
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Subrotina para o cálculo das Rigidezes à torção e Divisores à torção %
% da seção %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global TETAexp Texp TETAj Tj b h fck

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% CÁLCULO DAS RIGIDEZES E DIVISORES À TORÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

Rigj = max(Tj)/TETAj(find(Tj==max(Tj)));
Rigexp = max(Texp)/TETAexp(find(Texp==max(Texp)));

RigEj = Tj(2)/TETAj(2);
RigEexp = Texp(2)/TETAexp(2);

Divj = RigEj/Rigj;
DIVexp = RigEexp/Rigexp;

Ec = 0.85*5600*sqrt(fck)*1000;
Gc = Ec/2/1.2;
xb = min(b,h); xa = max(b,h);
RigET = Gc*(1/3 - 0.21*xb/xa*(1 - xb^4/12/xa^4))*xa*xb^3;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% IMPRESSÃO DOS VALORES DAS RIGIDEZES E DIVISORES À TORÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

disp(' ');
fprintf('Rigidez Elástica do Experimento: %6.1f kN.m²\n',RigEexp);
fprintf('Rigidez Elástica do Modelo: %6.1f kN.m²\n',RigEj);
fprintf('Rigidez Elástica teórica: %6.1f kN.m²\n',RigET);
disp(' ');
fprintf('Rigidez Última do Experimento: %6.1f kN.m²\n',Rigexp);
fprintf('Rigidez Última do Modelo: %6.1f kN.m²\n',Rigj);
disp(' ');
fprintf('Divisor à torção do Experimento: %6.1f \n\n',DIVexp);
fprintf('Divisor à torção do Modelo: %6.1f \n\n',Divj);
disp(' ');
end
```

ANEXO C – Códigos em MATLAB dos dados experimentais

```
function McMullen_and_Warwaruk_11
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Dados do experimento 1-1 de McMullen e Warwaruk (1970) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global h b t1 t2 t3 t4 A11 A12 A13 A14 At s fly fty Es fck e0 ecr ecr0
global TETAexp Texp MyTx MzTx VyTx VzTx NxTx

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS DE ENTRADA DA SEÇÃO %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Geometria da seção:
h = 0.30; % Altura da seção (m)
b = 0.15; % Base da seção (m)
t1 = b/2; t2 = b/2; % Espessura máxima dos painéis (m)
t3 = b/2; t4 = b/2;

% Quantidade das armaduras:
A11 = 1.8104e-04; % Área da armadura longitudinal no painel 1 (m2)
A12 = 7.8540*10^-5; % Área da armadura longitudinal no painel 2 (m2)
A13 = 1.8104e-04; % Área da armadura longitudinal no painel 3 (m2)
A14 = 2.8353*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 4 (m2)
At = 7.8540*10^-5; % Área da armadura transversal (m2)
s = 0.083; % Espaçamento da armadura transversal (m)

% Propriedades Mecânicas dos aços:
fly = 344; % Tensão de escoamento da armadura longitudinal (MPa)
fty = 344; % Tensão de escoamento da armadura transversal (MPa)
Es = 200000; % Módulo de elasticidade dos aços (MPa)

% Propriedades Mecânicas do concreto:
fck = 34; % Resistência característica do concreto comprimido (MPa)
e0 = -2*10^-3; % Deformação de compressão última do concreto (1/1000)
ecr = 0.1; % Deformação de tração que o concreto fissa (1/1000)
ecr0 = 4.5; % Deformação de tração limite do concreto (1/1000)

% Relação dos outros esforços com o momento torsor:
MyTx = 0; % Momento Fletor y / Momento Torsor x
MzTx = 0; % Momento Fletor z / Momento Torsor x
VyTx = 0; % Esforço Cortante y / Momento Torsor x
VzTx = 0; % Esforço Cortante z / Momento Torsor x
NxTx = 0; % Esforço Normal x / Momento Torsor x

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% RESULTADOS EXPERIMENTAIS %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

TETAexp = [0; 0.0025; 0.0036; 0.0094; 0.0196; 0.0321; 0.0377; 0.0487];

Texp = [0; 5.1437; 6.2096; 7.3422; 8.9411; 11.0063; 12.0056; 13.2048];

end
```

```
function McMullen_and_Warwaruk_21
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Dados do experimento 2-1 de McMullen e Warwaruk (1970)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global h b t1 t2 t3 t4 A11 A12 A13 A14 At s fly fty Es fck e0 ecr ecr0
global TETAexp Texp MyTx MzTx VyTx VzTx NxTx

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS DE ENTRADA DA SEÇÃO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Geometria da seção:
h = 0.30;           % Altura da seção (m)
b = 0.15;           % Base da seção (m)
t1 = b/2; t2 = b/2; % Espessura máxima dos painéis (m)
t3 = b/2; t4 = b/2;

% Quantidade das armaduras:
A11 = 2.8353*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 1 (m2)
A12 = 2.8353*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 2 (m2)
A13 = 2.8353*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 3 (m2)
A14 = 2.8353*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 4 (m2)
At = 7.8540*10^-5;  % Área da armadura transversal (m2)
s = 0.083;          % Espaçamento da armadura transversal (m)

% Propriedades Mecânicas dos aços:
fly = 344;         % Tensão de escoamento da armadura longitudinal (MPa)
fty = 344;         % Tensão de escoamento da armadura transversal (MPa)
Es = 200000;       % Módulo de elasticidade dos aços (MPa)

% Propriedades Mecânicas do concreto:
fck = 34;          % Resistência característica do concreto comprimido (MPa)
e0 = -2*10^-3;     % Deformação de compressão última do concreto (1/1000)
ecr = 0.1;         % Deformação de tração que o concreto fissura (1/1000)
ecr0 = 4.5;        % Deformação de tração limite do concreto (1/1000)

% Relação dos outros esforços com o momento torsor:
MyTx = 0;          % Momento Fletor y / Momento Torsor x
MzTx = 0;          % Momento Fletor z / Momento Torsor x
VyTx = 0;          % Esforço Cortante y / Momento Torsor x
VzTx = 0;          % Esforço Cortante z / Momento Torsor x
NxTx = 0;          % Esforço Normal x / Momento Torsor x

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% RESULTADOS EXPERIMENTAIS
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

TETAexp = [0; 0.002158; 0.009831; 0.017744; 0.025897; 0.035009; 0.04484;
           0.058268];

Texp = [0; 4.6999; 6.8146; 9.1158; 11.3548; 13.6561; 15.8329; 18.1963];

end
```

```
function Lampert_and_Thurlimann_T3
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Dados do experimento T3 de Lampert e Thurlimann (1968) %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global h b t1 t2 t3 t4 A11 A12 A13 A14 At s fly fty Es fck e0 ecr ecr0
global TETAexp Texp MyTx MzTx VyTx VzTx NxTx

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS DE ENTRADA DA SEÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Geometria da seção:
h = 0.50; % Altura da seção (m)
b = 0.50; % Base da seção (m)
t1 = 0.08; t2 = 0.08; % Espessura máxima dos painéis (m)
t3 = 0.08; t4 = 0.08;

% Quantidade das armaduras:
A11 = 4*1.131*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 1 (m2)
A12 = 1*1.131*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 2 (m2)
A13 = 4*1.131*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 3 (m2)
A14 = 9*1.131*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 4 (m2)
At = 1.131*10^-4; % Área da armadura transversal (m2)
s = 0.110; % Espaçamento da armadura transversal (m)

% Propriedades Mecânicas dos aços:
fly = 375; % Tensão de escoamento da armadura longitudinal (MPa)
fty = 375; % Tensão de escoamento da armadura transversal (MPa)
Es = 200000; % Módulo de elasticidade dos aços (MPa)

% Propriedades Mecânicas do concreto:
fck = 26; % Resistência característica do concreto comprimido (MPa)
e0 = -2*10^-3; % Deformação de compressão última do concreto (1/1000)
ecr = 0.1; % Deformação de tração que o concreto fissura (1/1000)
ecr0 = 4.5; % Deformação de tração limite do concreto (1/1000)

% Relação dos outros esforços com o momento torsor:
MyTx = 0; % Momento Fletor y / Momento Torsor x
MzTx = 0; % Momento Fletor z / Momento Torsor x
VyTx = 0; % Esforço Cortante y / Momento Torsor x
VzTx = 0; % Esforço Cortante z / Momento Torsor x
NxTx = 0; % Esforço Normal x / Momento Torsor x

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% RESULTADOS EXPERIMENTAIS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

TETAexp = [0; 0.000685; 0.001028; 0.009422; 0.011991; 0.015760; 0.020386;
           0.030322; 0.040257];

Texp = [0; 43.6956; 54.9246; 60.7944; 74.3202; 87.3357; 98.5647; 103.6688;
        105.9657];

end
```

```
function Rahal_and_Collins_RC23
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Dados do experimento RC2-3 de Rahal e Collins (1995)
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global h b t1 t2 t3 t4 A11 A12 A13 A14 At s fly fty Es fck e0 ecr ecr0
global TETAexp Texp MyTx MzTx VyTx VzTx NxTx

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS DE ENTRADA DA SEÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Geometria da seção:
h = 0.64;           % Altura da seção (m)
b = 0.34;           % Base da seção (m)
t1 = b/2; t2 = b/2; % Espessura máxima dos painéis (m)
t3 = b/2; t4 = b/2;

% Quantidade das armaduras:
A25M = 5*10^-4;    % Área de aço de uma barra 25M (Padrão canadense) (m2)
A11 = 15/4*A25M;  % Área da armadura longitudinal no painel 1 (m2)
A12 = 7/4*A25M;   % Área da armadura longitudinal no painel 2 (m2)
A13 = 15/4*A25M;  % Área da armadura longitudinal no painel 3 (m2)
A14 = 23/4*A25M;  % Área da armadura longitudinal no painel 4 (m2)
At = 1*10^-4;     % Área da armadura transversal (m2)
s = 0.125;        % Espaçamento da armadura transversal (m)

% Propriedades Mecânicas dos aços:
fly = 480;        % Tensão de escoamento da armadura longitudinal (MPa)
fty = 466;        % Tensão de escoamento da armadura transversal (MPa)
Es = 195000;      % Módulo de elasticidade dos aços (MPa)

% Propriedades Mecânicas do concreto:
fck = 42;         % Resistência característica do concreto comprimido (MPa)
e0 = -2.25*10^-3; % Deformação de compressão última do concreto (1/1000)
ecr = 0.1;        % Deformação de tração que o concreto fissa (1/1000)
ecr0 = 4.5;       % Deformação de tração limite do concreto (1/1000)

% Relação dos outros esforços com o momento torsor:
MyTx = 0;         % Momento Fletor y / Momento Torsor x
MzTx = 0;         % Momento Fletor z / Momento Torsor x
VyTx = 1/1.22;    % Esforço Cortante y / Momento Torsor x
VzTx = 0;         % Esforço Cortante z / Momento Torsor x
NxTx = 0;         % Esforço Normal x / Momento Torsor x

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% RESULTADOS EXPERIMENTAIS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

TETAexp = [0; 0.0009765; 0.0030923; 0.0069295; 0.0105740; 0.0142187;
           0.0186443; 0.0267146];

Texp = [0; 63.8177; 76.5173; 94.0358; 110.0738; 124.7944; 130.4015;
        134.7282];

End
```

ANEXO D – Códigos em MATLAB dos dados do Pedestal de Concreto

```
function PedCon_Div667
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Dados do Pedestal de Concreto para o divisor à torção de V1 = 6.67
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global h b t1 t2 t3 t4 A11 A12 A13 A14 At s fly fty Es fck e0 ecr ecr0
global TETAexp Texp MyTx MzTx VyTx VzTx NxTx

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS DE ENTRADA DA SEÇÃO
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Geometria da seção:
h = 1.48;           % Altura da seção (m)
b = 0.60;           % Base da seção (m)
t1 = b/2; t2 = b/2; % Espessura máxima dos painéis (m)
t3 = b/2; t4 = b/2;

% Quantidade das armaduras:
A11 = 19.50*10^-4;  % Área da armadura longitudinal no painel 1 (m2)
A12 = 26.40*10^-4;  % Área da armadura longitudinal no painel 2 (m2)
A13 = 19.50*10^-4;  % Área da armadura longitudinal no painel 3 (m2)
A14 = 12.70*10^-4;  % Área da armadura longitudinal no painel 4 (m2)
At = 29.40*10^-4;  % Área da armadura transversal (m2)
s = 1;              % Espaçamento da armadura transversal (m)

% Propriedades Mecânicas dos aços:
fly = 500/1.15;    % Tensão de escoamento da armadura longitudinal (MPa)
fty = 500/1.15;    % Tensão de escoamento da armadura transversal (MPa)
Es = 200000;       % Módulo de elasticidade dos aços (MPa)

% Propriedades Mecânicas do concreto:
fck = 30;          % Resistência característica do concreto comprimido (MPa)
e0 = -2*10^-3;     % Deformação de compressão última do concreto (1/1000)
ecr = 0.1;         % Deformação de tração que o concreto fissura (1/1000)
ecr0 = 4.5;        % Deformação de tração limite do concreto (1/1000)

% Relação dos outros esforços com o momento torsor:
MyTx = 0;          % Momento Fletor y / Momento Torsor x
MzTx = 0;          % Momento Fletor z / Momento Torsor x
VyTx = 8.33;       % Esforço Cortante y / Momento Torsor x
VzTx = 0;          % Esforço Cortante z / Momento Torsor x
NxTx = 0;          % Esforço Normal x / Momento Torsor x
```

```
function PedCon_Div309
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% Dados do Pedestal de Concreto para o divisor à torção de V1 = 30.9 %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% INICIALIZAÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

global h b t1 t2 t3 t4 A11 A12 A13 A14 At s fly fty Es fck e0 ecr ecr0
global TETAexp Texp MyTx MzTx VyTx VzTx NxTx

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% DADOS DE ENTRADA DA SEÇÃO %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Geometria da seção:
h = 1.48;           % Altura da seção (m)
b = 0.60;           % Base da seção (m)
t1 = b/2; t2 = b/2; % Espessura máxima dos painéis (m)
t3 = b/2; t4 = b/2;

% Quantidade das armaduras:
A11 = 19.50*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 1 (m2)
A12 = 26.40*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 2 (m2)
A13 = 19.50*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 3 (m2)
A14 = 12.70*10^-4; % Área da armadura longitudinal no painel 4 (m2)
At = 24.50*10^-4; % Área da armadura transversal (m2)
s = 1;             % Espaçamento da armadura transversal (m)

% Propriedades Mecânicas dos aços:
fly = 500/1.15; % Tensão de escoamento da armadura longitudinal (MPa)
fty = 500/1.15; % Tensão de escoamento da armadura transversal (MPa)
Es = 200000;    % Módulo de elasticidade dos aços (MPa)

% Propriedades Mecânicas do concreto:
fck = 30;       % Resistência característica do concreto comprimido (MPa)
e0 = -2*10^-3;  % Deformação de compressão última do concreto (1/1000)
ecr = 0.1;      % Deformação de tração que o concreto fatura (1/1000)
ecr0 = 4.5;     % Deformação de tração limite do concreto (1/1000)

% Relação dos outros esforços com o momento torsor:
MyTx = 0;       % Momento Fletor y / Momento Torsor x
MzTx = 0;       % Momento Fletor z / Momento Torsor x
VyTx = 11.42;   % Esforço Cortante y / Momento Torsor x
VzTx = 0;       % Esforço Cortante z / Momento Torsor x
NxTx = 0;       % Esforço Normal x / Momento Torsor x
```

