

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**ALOCÇÃO ÓTIMA DE DISPOSITIVOS INDICADORES DE
FALTA EM ALIMENTADORES DE MÉDIA TENSÃO**

MARCELO PINHEIRO CÂNDIDO ALVES

RECIFE, AGOSTO / 2015

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

**ALOCÇÃO ÓTIMA DE DISPOSITIVOS INDICADORES DE
FALTA EM ALIMENTADORES DE MÉDIA TENSÃO**

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UFPE
PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE
POR

MARCELO PINHEIRO CÂNDIDO ALVES

Orientador: Prof. Adiel Teixeira de Almeida Filho, *Doutor*.

RECIFE, AGOSTO / 2015

Catálogo na fonte

Bibliotecária: Rosineide Mesquita Gonçalves Luz / CRB4-1361 (BCTG)

A474a Alves, Marcelo Pinheiro Cândido.

Alocação ótima de dispositivos indicadores de falta em alimentadores de média tensão / Marcelo Pinheiro Cândido Alves. – Recife: O Autor, 2015.

117p., il., figs., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. Adiel Teixeira de Almeida, PhD.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2015.

Inclui Referências e Anexos.

1. Engenharia de Produção. 2. Alocação. 3. Recobrimento. 4. P-Mediana .5. Indicador de Falta. I. Almeida, Adiel Teixeira de (Orientador). II. Título.

658.5 CDD (22.ed)

UFPE/BCTG-2015/ 277

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA
DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE
MESTRADO PROFISSIONAL DE

MARCELO PINHEIRO CÂNDIDO ALVES

“ALOCÇÃO ÓTIMA DE DISPOSITIVOS INDICADORES DE FALTA
EM ALIMENTADORES DE MÉDIA TENSÃO”

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o candidato **MARCELO PINHEIRO CÂNDIDO ALVES, APROVADO.**

Recife, 31 de agosto de 2015.

Prof. ADIEL TEIXEIRA DE ALMEIDA FILHO, Doutor (UFPE)

Prof. RODRIGO JOSÉ PIRES FERREIRA, Doutor (UFPE)

Prof. GERALDO LEITE TORRES, PhD (UFPE)

Quando o homem compreende a sua realidade, pode levantar hipóteses sobre o desafio dessa realidade e procurar soluções. Assim, pode transformá-la e o seu trabalho pode criar um mundo próprio, seu Eu e as suas circunstâncias (Paulo Freire).

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus, pela oportunidade desta travessia.

Ao professor Adiel Filho, orientador desta dissertação, pelos direcionamentos imprescindíveis ao êxito deste trabalho.

Ao professor Lucimário Gois e ao amigo Albérico Pires, pelo apoio e contribuições.

Aos professores Geraldo Torres e Rodrigo Ferreira, membros da comissão examinadora, pelos valiosos comentários e sugestões realizadas.

A CELPE pela oportunidade da realização deste projeto.

Aos amigos do mestrado Alison Ferreira, Leonardo Moura e Maxwell Luna pelas horas de estudos e incentivos.

Aos meus pais José Cândido e Lucia Pinheiro pelo suporte e oportunidades que me proporcionaram.

E, por fim, aos meus familiares, em especial a minha esposa Liana Alves e filha Mariana Alves por todo o apoio e inspiração sem os quais não teria vencido as adversidades que se apresentaram.

RESUMO

O atual marco regulatório do setor elétrico estabelece dois pressupostos básicos para as empresas distribuidoras de energia elétrica: monopólio natural e forte regulação. O grande desafio das organizações é fornecer um produto que atenda os padrões de qualidade exigidos pelos órgãos reguladores e sociedade. Enfrentando esses desafios, a Companhia Energética de Pernambuco (CELPE) e o Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Telecomunicação (CPqD) desenvolveram, no âmbito do Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico do Setor de Energia Elétrica regulado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), um dispositivo denominado Indicador de Falta (IF) que permite o sensoriamento das grandezas elétricas corrente e tensão em alimentadores de energia elétrica de média tensão. O equipamento IF informa ao centro de operações da empresa a ocorrência de correntes de curto-circuito, tornando mais célere a identificação do trecho da rede onde ocorreu a falha. Porém, a viabilidade da solução passa pela alocação de uma quantidade mínima de dispositivos em pontos estratégicos do sistema que possa cumprir o objetivo de reduzir a duração das interrupções de energia elétrica sem, entretanto, inviabilizar economicamente a solução. O presente trabalho apresenta um estudo de caso que aborda duas metodologias associadas a uma classe mais ampla de problemas que tratam de decisões sobre localização. O problema da P-mediana e o problema do Recobrimento, bem como a combinação entre os dois métodos, foram aplicados a dois casos reais em alimentadores de média tensão do sistema elétrico da CELPE. O método da P-mediana priorizou a instalação dos equipamentos em pontos ou barras com maior número de unidades consumidoras a jusante, enquanto que o Recobrimento indicou pontos de forma a garantir a observabilidade das grandezas elétricas corrente e tensão em todo o sistema, ambos em conformidade com os respectivos critérios adotados. O método combinado apresentou uma compensação entre os critérios observabilidade e número de unidades consumidoras, interpretado como mais aderente à política de manutenção da CELPE. As ferramentas computacionais IBM ILOG CPLEX e MATLAB foram utilizadas para realizar as implementações computacionais.

Palavras Chave: Alocação. Recobrimento. P-mediana. Indicador de Falta.

ABSTRACT

The current regulatory milestone of the electric sector establishes two basic assumptions for the electrical power distribution companies: natural monopoly and strong regulatory. The great challenge of the organizations is to provide a product that meets the quality standards demanded by the regulatory agencies and society. Encountering some of these challenges, the Companhia Energética de Pernambuco (Celpe) (Pernambuco Energy Company) and the Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Telecomunicação (CPqD) (Research Center and Telecommunications Development) developed a framework in the Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico do Setor de Energia Elétrica (Research Program and Technological Development of the Electrical Energy Sector) set by the Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) (National Electric Energy Agency) a device called the Indicador de Falta (IF) (Fault Indicator) that allows to trace electric magnitudes currents and voltage on electrical energy feeders of medium voltage. The IF equipment informs the operation center of the company the occurrence of a short circuit rapidly identifying the passage of the network where the failure occurred. However, the viability of the solution passes by the allocation of a minimum quantity of devices in strategic points of the system that can meet the objective of reducing the duration of electrical power interruptions without, however, economically hinder the solution. This present work presents a study case that addresses two methodologies associated to a wider class of problems that deal with decisions about location. The P-median problem and the Covering problem, as well as the combination between the two methods were applied to two real cases in the medium voltage feeder of the electrical system at CELPE. The P-median method prioritized the installation of the equipment in points or bars with a greater number of downstream consumed units, while the covering indicated points to ensure the observation of the electric magnitudes currents and the voltage throughout the system, both according to their respective criteria. The combined method presented a compensation between the observation criteria and the number of consumed units understanding as the most adherent to the maintenance policy at CELPE. The computational tools such as IBM, ILOG, CPLEX and MATLAB were used to perform the computational implementations.

Keywords: Allocation.Covering.P-median.Fault Indicator.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	JUSTIFICATIVA	13
1.2	OBJETIVOS DO TRABALHO	14
1.2.1	<i>Objetivo Geral</i>	14
1.2.2	<i>Objetivos Específicos</i>	14
1.3	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	15
2	BASE CONCEITUAL.....	16
2.1	QUALIDADE DO FORNECIMENTO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	16
2.1.1	<i>Qualidade do produto</i>	18
2.1.2	<i>Qualidade do serviço</i>	19
2.1.3	<i>Indicadores de atendimentos emergenciais</i>	19
2.1.4	<i>Indicadores de continuidade</i>	21
2.1.4.1	Indicadores de continuidade individuais	21
2.1.4.2	Indicadores de continuidade de conjuntos de unidades consumidoras	22
2.2	INDICADORES DE FALTA	23
2.2.1	<i>O Produto do projeto de P&D da ANEEL</i>	24
2.3	LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES	26
2.3.1	<i>Modelos de localização</i>	28
3	REVISÃO DA LITERATURA.....	32
3.1	LOCALIZAÇÃO DE INSTALAÇÕES	32
3.2	ALOCÇÃO DE INDICADORES DE FALTA	34
4	METODOLOGIA PARA ALOCAÇÃO DOS INDICADORES DE FALTA	37
4.1	O MODELO DO RECOBRIMENTO	37
4.1.1	<i>Formulação do problema</i>	38
4.2	O PROBLEMA DA P-MEDIANA.....	46
4.3	O PROBLEMA DA P-MEDIANA MODIFICADO	47
5	ALOCÇÃO DE IFS EM ALIMENTADORES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	49
5.1	APLICAÇÃO DO PROBLEMA DO RECOBRIMENTO	50
5.1.1	<i>Problema do recobrimento aplicado ao alimentador TAM-01F5</i>	51
5.1.2	<i>Problema do Recobrimento aplicado ao alimentador PRU-01C1</i>	52
5.2	APLICAÇÃO DO PROBLEMA DA P-MEDIANA.....	54
5.2.1	<i>O problema da P-mediana aplicado ao alimentador TAM-01F5</i>	54
5.2.2	<i>O problema da P-mediana aplicado ao alimentador PRU-01C1</i>	56
5.3	APLICAÇÃO DO PROBLEMA DA P-MEDIANA MODIFICADO.....	57
5.3.1	<i>Problema da P-mediana modificado aplicado ao alimentador TAM-01F5</i>	57
5.3.2	<i>Problema da P-mediana modificado aplicado ao alimentador PRU-01C1</i>	57

5.4	ANÁLISE COMPARATIVA DOS RESULTADOS APRESENTADOS PELOS MÉTODOS.....	58
5.4.1	<i>Alimentador TAM-01F5</i>	58
5.4.2	<i>Alimentador PRU-01C1</i>	61
6	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	67
6.1	CONCLUSÕES	67
6.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	68
6.2.1	<i>Localização de Indicadores de Falta</i>	68
6.2.2	<i>Localização de Bases de Manutenção</i>	68
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	69
	ANEXOS	74

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Composição do PRODIST	16
Figura 2.2 – Diagrama Funcional do Sistema de Localização de Faltas.....	24
Figura 2.3 – Sistema de Comunicação do Projeto Indicadores de Falta	25
Figura 2.4 – Interface Homem Máquina	26
Figura 4.1 – Rede esquemática.....	39
Figura 4.2 – Modelo de Dimensionamento e Alocação de Medidores.....	48
Figura 5.1 – Diagrama unifilar do alimentador TAM-01F5.....	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 5.1 – Topologia do alim. TAM-01F5.....	51
Tabela 5.2 – Soluções possíveis e Fatores de Redundância.....	52
Tabela 5.3 – Topologia do alim. PRU-01C1.....	53
Tabela 5.4 – Matriz de distâncias entre as barras elegíveis do alim. TAM-01F5.....	54
Tabela 5.5 – Ranking das barras por número de Unidades Consumidoras do alim. TAM-01F5.....	55
Tabela 5.6 – Ranking das barras por número de Unidades Consumidoras do alim. PRU-01C1.....	56
Tabela 5.7 – Barras selecionadas pelo método da P-mediana.....	59
Tabela 5.8 – Barras selecionadas pelo método Recobrimento e da P-mediana modificado.....	60
Tabela 5.9 – Comparação entre os resultados dos métodos da P-Mediana e Recobrimento para o circuito TAM-01F5.....	61
Tabela 5.10 – Ranking por unidades consumidoras e barras eleitas pelos métodos da P-Mediana e Recobrimento para o alim. PRU-01C1.....	62
Tabela 5.11 – Comparação entre os resultados dos métodos da P-Mediana e Recobrimento para o alim. PRU-01C1.....	66

1 INTRODUÇÃO

A energia elétrica representa um bem essencial para os indivíduos e sociedades. Para que as diversas demandas do setor de energia elétrica sejam atendidas, faz-se necessário estabelecer regras referendadas através de um marco regulatório.

Segundo o Ministério das Minas e Energia (MME), o atual modelo do setor elétrico possui três pilares:

- Garantir a segurança do suprimento de energia elétrica;
- Promover a modicidade tarifária;
- Promover a inserção social no Setor Elétrico Brasileiro, em particular pelos programas de universalização de atendimento.

A reestruturação do setor elétrico brasileiro, iniciada na década de 90, criou as bases para o atual modelo com a publicação da Lei 9.427/96, que instituiu a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) com a missão de regular e fiscalizar os agentes do setor. A Lei 9.648/98 definiu a estrutura de mercado, tarifas e regras de entrada dos agentes. Neste contexto, houve privatizações de empresas federais e mais fortemente as estaduais responsáveis pela distribuição de energia elétrica, buscando, com isso, a inserção da iniciativa privada provedora de recursos para investimentos em geração e expansão do sistema elétrico.

A estrutura do setor elétrico nacional, subdividida nos segmentos Geração, Comercialização, Transmissão e Distribuição de Energia, tem como características um ambiente de competição nos seguimentos de geração e comercialização, a defesa da concorrência com garantias de livre acesso aos sistemas de transmissão e distribuição, e o monopólio natural no fornecimento de eletricidade pautada por instrumentos de regulação técnica e econômica.

A forte regulação do seguimento de distribuição estabelece ferramentas capazes de medir o desempenho das empresas quanto aos aspectos de qualidade do produto fornecido e do serviço prestado.

Os Procedimentos de Distribuição – PRODIST, elaborados pela ANEEL, normatizam e padronizam as atividades técnicas relacionadas ao funcionamento e desempenho dos sistemas de distribuição de energia elétrica. (ANEEL, 2015)

Especificamente, o Módulo 8 do PRODIST, segundo a ANEEL, fixa padrões para os indicadores de qualidade, bem como a metodologia para a apuração dos indicadores de continuidade e dos tempos de atendimento a ocorrências emergenciais, definindo padrões e responsabilidades.

Atuando nesse contexto, a Companhia Energética de Pernambuco (CELPE), criada em 1965, possui, em 2015, mais de 3,2 milhões de clientes e distribui energia elétrica a 184 municípios, ao distrito de Fernando de Noronha e à cidade de Pedras do Fogo, na Paraíba.

O sistema elétrico da CELPE possui 4.000 km de linhas de transmissão de 69, 130 e 230 kV e em torno de 70.000 km de rede de distribuição em média tensão, no nível de 13,8kV. Este ativo é dividido atualmente em 620 circuitos supridos por 120 subestações abaixadoras.

Os alimentadores de média tensão aéreos são bastante extensos e ramificados. Sofrem a influência de diversos fatores externos como, por exemplo, arborização, poluição industrial e marítima, objetos na rede e descargas atmosféricas, além dos defeitos oriundos de degradação e fim de vida útil dos materiais que o compõem. Os diversos modos de falha exigem dos gestores responsáveis pela manutenção do sistema a adoção de políticas de manutenção que tragam resultados satisfatórios representados pelo aumento da confiabilidade do sistema e níveis de disponibilidade dos ativos dentro dos padrões exigidos pelos órgãos reguladores.

As ações preventivas de engenharia envolvem desde estudos de confiabilidade onde são determinadas as taxas de falhas dos materiais e definidos planos preventivos de manutenção observando a vida útil dos materiais e seus modos de falha, como também investimentos em automação e sensoriamento da rede que permitem a segregação dos pontos de falha e agilidade no reestabelecimento do sistema pelas equipes de atendimento emergencial.

De forma objetiva, a engenharia de manutenção envia esforços para que os defeitos não se tornem falhas, reduzindo a frequência de interrupção do sistema elétrico. Uma vez ocorrida a falha do sistema, as equipes emergenciais são responsáveis por reestabelecer o fornecimento de energia aos clientes no menor tempo possível, reduzindo a duração da interrupção.

Dispor a rede de equipamentos que monitorem o sistema elétrico e informem ao centro de operações o trecho do circuito elétrico onde ocorreu a falha, antecipando-se a reclamação

do cliente, permite reduzir as durações das interrupções e melhorar os indicadores de continuidade e de atendimentos emergenciais.

1.1 Justificativa

O setor elétrico brasileiro representa um mercado fortemente regulado que exige das organizações processos eficazes e níveis de investimentos adequados para manter a qualidade do fornecimento de energia aos clientes dentro de parâmetros estabelecidos pelo poder concedente.

Infringir os limites regulatórios implica em penalizações através de multas, redução de tarifas e, nos casos mais graves e recorrentes, perda da concessão.

Segundo a Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL), o conceito Qualidade da Energia elétrica (QEE) envolve indicadores de conformidade dos níveis de tensão, de continuidade do fornecimento de energia elétrica e de atendimentos emergenciais, todos permanentemente auditados.

A instalação de equipamentos denominados Indicadores de Falta (IFs) em pontos estratégicos do sistema elétrico, surge como alternativa tecnológica cuja função principal é identificar as áreas do sistema onde ocorreram faltas permanentes ou transitórias, tornando mais célere o processo de reestabelecimento ou antecipando ações de manutenção preventiva.

Os impactos são positivos com a melhoria do indicador de continuidade Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (DEC), como consequência da redução do indicador Tempo Médio de Atendimento Emergencial (TMAE). Ganhos adicionais podem ser relacionados como a redução do indicador Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (FEC), maior controle dos riscos de acidentes com a população e melhoria da imagem empresa.

Não obstante, o gestor se depara com alguns inconvenientes relacionados com a topologia dos circuitos de distribuição, em geral, bastante extensos no seu tronco e derivações. Monitorar toda a extensão de um alimentador requer a instalação de um volume significativo de equipamentos não suportado pelos recursos financeiros disponíveis.

Nesse cenário, o sucesso da implantação dessa solução requer a aplicação de modelos científicos que permitam alocar uma quantidade mínima de IFs em locais estratégicos tendo como premissa a melhoria do DEC.

1.2 Objetivos do Trabalho

1.2.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é a aplicação de modelos de Pesquisa Operacional (PO) do tipo Programação Linear Inteira (PLI) para alocação estratégica de IFs em alimentadores de distribuição de energia elétrica de média tensão classe 15 kV para fins de redução do indicador DEC ao menor custo possível.

1.2.2 Objetivos Específicos

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Descrever metodologias de alocação de instalações de um modo geral e equipamentos no âmbito do setor elétrico;
- Coletar dados referentes aos alimentadores de uma rede de distribuição de energia elétrica necessários à elaboração de um modelo para apoiar a decisão quanto a localização de equipamentos IFs;
- Levantar as informações inerentes aos alimentadores necessárias à aplicação de modelos de localização;
- Aplicar metodologias de localização de instalações para alocar IFs em alimentadores de distribuição de energia elétrica;
- Realizar análise comparativa entre os resultados dos modelos e a eficácia para a resolução do problema em questão.

1.3 Estrutura da Dissertação

A presente dissertação está estruturada conforme os capítulos discriminados como segue:

- O Capítulo 1 introduz uma breve contextualização do setor elétrico brasileiro com ênfase nos aspectos regulatórios relacionados ao setor de distribuição, além de relatar a motivação, as justificativas e os objetivos do presente trabalho;
- O Capítulo 2 discorre acerca da base conceitual em que se fundamenta o trabalho, abordando os conceitos fundamentais para seu entendimento;
- O Capítulo 3 apresenta uma revisão da literatura acerca do tema geral localização de instalações com ênfase no contexto da alocação de indicadores de falta em redes de distribuição;
- O Capítulo 4 apresenta as formulações matemáticas e os conceitos dos modelos aplicados neste trabalho para a alocação de indicadores de falta em alimentadores de distribuição.
- O Capítulo 5 trata de um estudo de caso onde os modelos são implementados utilizando os softwares IBM ILOG CPLEX e MATLAB, em dois alimentadores de distribuição do sistema da CELPE, com o objetivo de alocar dispositivos indicadores de falta. Os resultados de cada método são analisados individualmente e de forma comparativa;
- O Capítulo 6 expõe as conclusões finais e sugere novas perspectivas de pesquisas para resolução de problemas de localização associados ao setor elétrico.

2 BASE CONCEITUAL

Este capítulo apresenta os conceitos que fundamentam este trabalho e que são necessários para o seu entendimento, delimitando a pesquisa científica ao seu escopo frente a uma literatura bastante vasta e que apresenta diversas técnicas de resolução de problemas.

São descritos, de forma objetiva, o Módulo 8 dos procedimentos de distribuição (PRODIST) que normatiza as atividades dos agentes de distribuição de energia elétrica quanto a Qualidade da Energia Elétrica (QEE), o IF desenvolvido no âmbito do projeto de pesquisa e desenvolvimento (P&D ANEEL) e, por fim, uma revisão relacionada aos modelos de localização encontrados na literatura.

2.1 Qualidade do fornecimento de energia elétrica

A Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) estabelece os procedimentos de distribuição (PRODIST) com o objetivo de normatizar e padronizar as atividades técnicas relacionadas ao funcionamento e desempenho dos sistemas de distribuição de energia elétrica.

A Figura 2.1 mostra a composição do PRODIST em seus oito módulos (ANEEL, 2015):

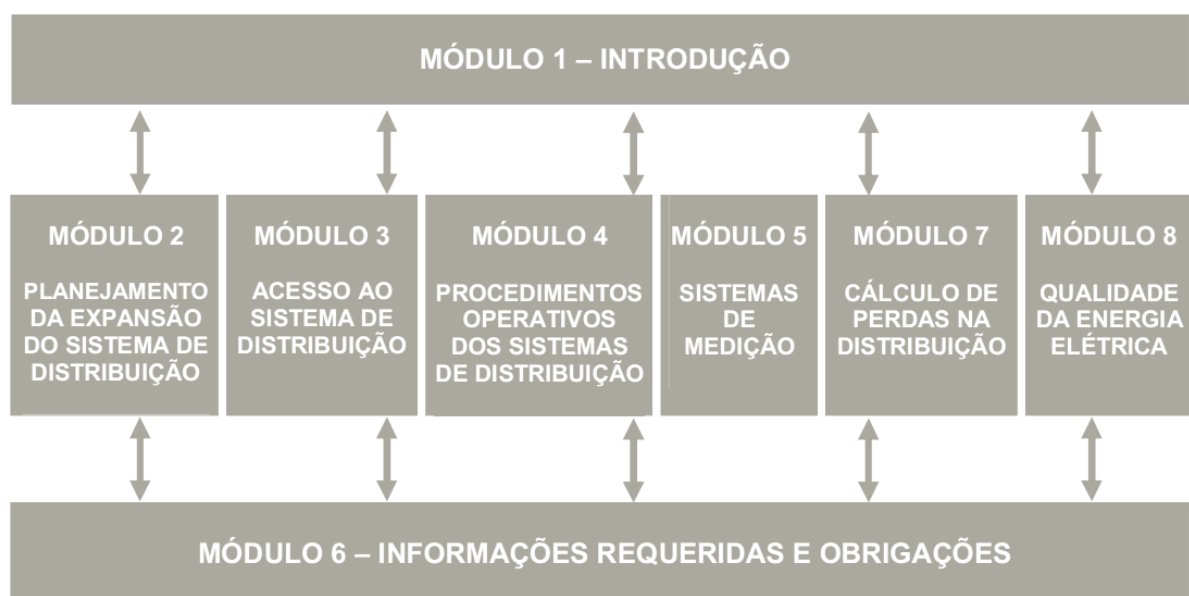


Figura 2.1 – Composição do PRODIST (Fonte ANEEL, 2015)

De acordo com o item 3.4.1 do Módulo 1 do PRODIST (ANEEL, 2015), os procedimentos de rede disciplinam o relacionamento entre os agentes setoriais no que se refere aos sistemas elétricos de distribuição, que incluem todas as redes e linhas de distribuição de energia elétrica em tensão inferior a 230 kV, seja em baixa tensão (BT), média tensão (MT) ou alta tensão (AT).

Conforme item 2.2 do Módulo 1 (ANEEL, 2015), os objetivos dos procedimentos que devem ser observados pelos agentes do setor são:

- a) Garantir que os sistemas de distribuição operem com segurança, eficiência, qualidade e confiabilidade;
- b) Propiciar o acesso aos sistemas de distribuição, assegurando tratamento não discriminatório entre agentes;
- c) Disciplinar os procedimentos técnicos para as atividades relacionadas ao planejamento da expansão, à operação dos sistemas de distribuição, à medição e à qualidade da energia elétrica;
- d) Estabelecer requisitos para os intercâmbios de informações entre os agentes setoriais;
- e) Assegurar o fluxo de informações adequadas à ANEEL;
- f) Disciplinar os requisitos técnicos na interface com a Rede Básica, complementando de forma harmônica dos Procedimentos de Rede.

O contexto deste trabalho está intimamente relacionado ao item a dos objetivos do PRODIST que é garantir que os sistemas de distribuição operem com segurança, eficiência, qualidade e confiabilidade. Esses temas são tratados no Módulo 8 do PRODIST que estabelece as regras necessárias para a manutenção da Qualidade de Energia Elétrica (QEE) fornecida aos clientes.

A QEE se subdivide em qualidade do produto e qualidade do serviço.

2.1.1 Qualidade do produto

A qualidade do produto energia elétrica abrange aspectos técnicos relacionados às grandezas elétricas e fenômenos relacionados tanto em condições de regime permanente quanto em situações transitórias (ANEEL, 2015).

São normatizados conforme Módulo 8 do PRODIST:

a) Tensão em Regime Permanente

A análise de conformidade dos níveis de tensão em determinado ponto de conexão, obtidos através de medição adequada, dar-se-á por comparação em relação à tensão de referência, a qual deve ser a tensão nominal ou contratada do ponto de conexão. São estabelecidas as faixas adequada, precária e crítica, baseando-se no afastamento do valor da tensão de leitura em relação à tensão de referência (ANEEL, 2015).

b) Fator de Potência (FP)

Os valores de referência para as unidades consumidoras ou conexão entre distribuidoras com tensão inferior a 230 kV, que o FP no ponto de conexão deve estar compreendido entre 0,92 e 1,00 indutivo ou 1,00 e 0,92 capacitivo, de acordo com regulamentação vigente (ANEEL, 2015).

c) Harmônicos

As distorções harmônicas são fenômenos associados com deformações nas formas de onda das tensões e correntes em relação à onda senoidal da frequência fundamental (ANEEL, 2015).

d) Desequilíbrio de Tensão

O desequilíbrio de tensão é o fenômeno associado a alterações dos padrões trifásicos do sistema de distribuição (ANEEL, 2015).

e) Flutuação de Tensão

A flutuação de tensão é uma variação aleatória, repetitiva ou esporádica do valor eficaz da tensão (ANEEL, 2015).

f) Variação de Tensão de Cura Duração

Variações de tensão de curta duração são desvios significativos no valor eficaz da tensão em curtos intervalos de tempo (ANEEL, 2015).

g) Variação de Frequência.

O sistema de distribuição e as instalações de geração conectadas ao mesmo devem, em condições normais de operação e em regime permanente, operar dentro dos limites de frequência situados entre 59,9 Hz e 60,1 Hz (ANEEL, 2015).

2.1.2 Qualidade do serviço

Para medir a eficácia da qualidade dos serviços prestados pelas distribuidoras aos clientes o Módulo 8 do PRODIST (ANEEL, 2015) estabelece indicadores e padrões de serviço de forma a prover mecanismos para acompanhamento e controle das atividades.

2.1.3 Indicadores de atendimentos emergenciais

Para medir o desempenho das atividades relacionadas aos atendimentos emergenciais oriundos de falhas no sistema são estabelecidos os indicadores:

a) Tempo Médio de Preparação (TMP)

Busca medir a eficácia dos meios de comunicação, dimensionamento das equipes e dos fluxos de informação dos Centros de Operação (ANEEL, 2015), conforme Equação 2.1.

$$TMP = \frac{\sum_{i=1}^n TP(i)}{n} \quad (2.1)$$

Em que:

TMP = tempo médio de preparação da equipe de atendimento de emergência, expresso em minutos.

TP = tempo de preparação da equipe de atendimento de emergência para cada ocorrência emergencial, expresso em minutos;

n = número de ocorrências emergenciais verificadas no conjunto de unidades consumidoras, no período de apuração considerado.

b) Tempo Médio de Deslocamento (TMD)

Indicador que mede a eficácia da localização geográfica das equipes de manutenção e operação (ANEEL, 2015), conforme Equação 2.2.

$$TMD = \frac{\sum_{i=1}^n TD(i)}{n} \quad (2.2)$$

Em que:

TMD = tempo médio de deslocamento da equipe de atendimento de emergência, expresso em minutos;

TD = tempo de deslocamento da equipe de atendimento de emergência para cada ocorrência emergencial, expresso em minutos.

c) Tempo Médio de Execução (TME)

Indicador que mede a eficácia do restabelecimento do sistema de distribuição pelas equipes de manutenção e operação (ANEEL, 2015), conforme Equação 2.3.

$$TME = \frac{\sum_{i=1}^n TE(i)}{n} \quad (2.3)$$

Em que:

TME = tempo médio de execução do serviço até seu restabelecimento pela equipe atendimento de emergência, expresso em minutos;

TE = tempo de execução do serviço até seu restabelecimento pela equipe de Tempo Médio de Atendimento a Emergências (TMAE).

Apurados os três indicadores acima, determina-se o tempo médio total de todo o processo de reestabelecimento do sistema (ANEEL, 2015), conforme Equação 2.4.

$$TMAE = TMP + TMD + TME \quad (2.4)$$

Em que:

TMAE = tempo médio de atendimento a ocorrências emergenciais, representando o tempo médio para atendimento de emergência, expresso em minutos.

2.1.4 Indicadores de continuidade

Os indicadores de continuidade do serviço de distribuição de energia elétrica permitem que os consumidores e a ANEEL avaliem a qualidade do serviço prestado e o desempenho do sistema elétrico das distribuidoras de energia elétrica. Basicamente, são evidenciadas a duração das interrupções e a frequência com que elas ocorrem. A duração está intimamente relacionada aos indicadores de atendimentos emergenciais, enquanto que a frequência expõe o nível de confiabilidade do sistema elétrico.

Os indicadores de continuidade se subdividem em indicadores de continuidade individuais e de conjunto de unidades consumidoras, onde os conjuntos são representados pelas subestações da concessionária.

2.1.4.1 Indicadores de continuidade individuais

Correspondem aos indicadores por unidade consumidora, são eles:

- a) O indicador Duração de Interrupção Individual por Unidade Consumidora ou por Ponto de Conexão (DIC), expresso em horas e em centésimos de horas, é dado pela Equação 2.5.

$$DIC = \sum_{i=1}^n t(i) \quad (2.5)$$

- a) O indicador Frequência de Interrupção Individual por Unidade Consumidora ou por Ponto de Conexão (FIC), expressa em número de interrupções, é dado pela Equação 2.6.

$$FIC = n \quad (2.6)$$

- b) O indicador Duração Máxima de Interrupção Contínua por Unidade Consumidora ou por Ponto de Conexão (DMIC), é dado pela Equação 2.7.

$$DMIC = t(i) \max \quad (2.7)$$

- c) O indicador Duração da Interrupção Individual ocorrida em dia Crítico por unidade consumidora ou ponto de conexão (DICRI), é dado pela Equação 2.8.

$$DICRI = t \text{ crítico} \quad (2.8)$$

2.1.4.2 Indicadores de continuidade de conjuntos de unidades consumidoras

- a) O indicador Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (DEC), expressa em horas e em centésimos de horas, é dado pela Equação 2.9.

$$DEC = \frac{\sum_{i=1}^{Cc} DIC(i)}{Cc} \quad (2.9)$$

Em que:

Cc = número total de unidades consumidoras faturadas do conjunto no período de apuração, atendidas em BT ou MT.

- b) O indicador Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora (FEC), expressa em número de interrupções e centésimos do número de interrupções, é dado pela Equação 2.10.

$$FEC = \frac{\sum_{i=1}^{Cc} FIC(i)}{Cc} \quad (2.10)$$

Em que:

Cc = número total de unidades consumidoras faturadas do conjunto no período de apuração, atendidas em BT ou MT.

2.2 Indicadores de falta

Segundo Morales *et al.* (2009), em torno de 80% das interrupções no sistema elétrico como um todo são causadas por falhas em redes de distribuição.

Dashti & Sadeh (2011) frisam que as redes de distribuição de energia são suscetíveis a falhas causadas por diferentes razões, tais como:

- As redes são distribuídas em diferentes regiões para que o produto energia elétrica seja disponibilizado para as pessoas;
- Condições do tempo;
- Falhas de equipamentos.

Ainda segundo Dashti & Sadeh (2011), as falhas pioram a qualidade da energia fornecida e os índices de confiabilidade do sistema, diminuindo a satisfação dos consumidores em relação às empresas de distribuição.

Nesse cenário, os dispositivos IFs tem por finalidade contribuir para a identificação do circuito em falha e transmitir essa informação ao Centro de Operações da empresa. Basicamente, o equipamento detecta a passagem de uma corrente de curto-circuito oriunda de uma falha no sistema a jusante do seu local de instalação. Essa informação possibilita que as equipes de atendimento emergencial se dirijam prontamente ao local para a realização de manobras com o objetivo de isolar o trecho em falha e reestabelecer o suprimento de energia ao restante do sistema. Posteriormente, a equipe inicia a inspeção apenas no trecho isolado, reduzindo o tempo dispensado para a localização da falha. Os ganhos ficam mais evidentes em alimentadores extensos e precariamente assistidos pelos equipamentos de proteção como: religadores, seccionadores e chaves fusíveis.

Sem os indicadores, realizam-se manobras sequenciais de abertura e fechamento de chaves seccionadoras no tronco do alimentador na tentativa de identificar o trecho em falha. O

sucesso de um determinado teste significa que o curto-circuito se localiza a jusante da chave que se encontra aberta. Esse procedimento geralmente requer um tempo considerável que impacta negativamente no indicador DEC, além disso, as manobras podem inserir defeitos ou provocar falhas em equipamentos e conexões do sistema da distribuidora e clientes.

2.2.1 O Produto do projeto de P&D da ANEEL

Segundo Barbosa (2014), o IF é um sistema concebido para monitorar as grandezas elétricas corrente e tensão em regimes permanente e transitório em alimentadores de distribuição de média tensão.

Um sistema foi desenvolvido no âmbito do Programa de Pesquisa e Desenvolvimento Tecnológico do Setor de Energia Elétrica regulado pela ANEEL (código PD-0043-1011/2011) em parceria entre a Companhia Energética de Pernambuco - CELPE e o Centro de Pesquisa e Desenvolvimento em Telecomunicação– CPqD.

A Figura 2.2 apresenta uma vista geral do conjunto IFs, onde os sensores instalados na estrutura monitoram a corrente e a tensão das fases. Caso ocorra um curto circuito na rede, os sensores localizados a montante do curto circuito detectam a corrente elevada e enviam esta informação para o concentrador, através de enlace rádio de curto alcance. O concentrador processa a informação recebida, monta uma mensagem e a envia para o COI da concessionária através da rede de telefonia celular (GPRS). Para locais sem cobertura de telefonia celular, o concentrador é equipado com um rádio de longo alcance (extensor de enlace) que leva o sinal até uma área com cobertura de telefonia celular, conforme mostrado na Figura 2.2.

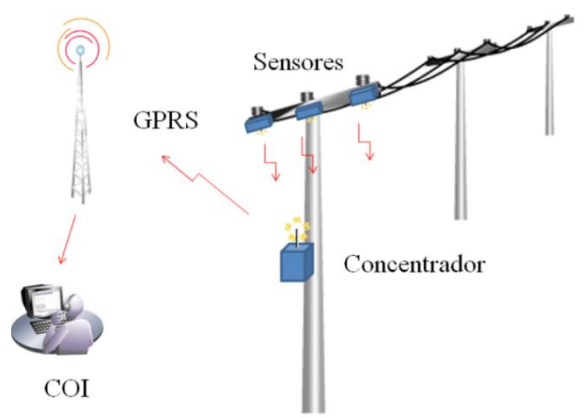


Figura 2.2 – Diagrama funcional do Sistema de Localização de Faltas (Fonte BARBOSA et al., 2014)

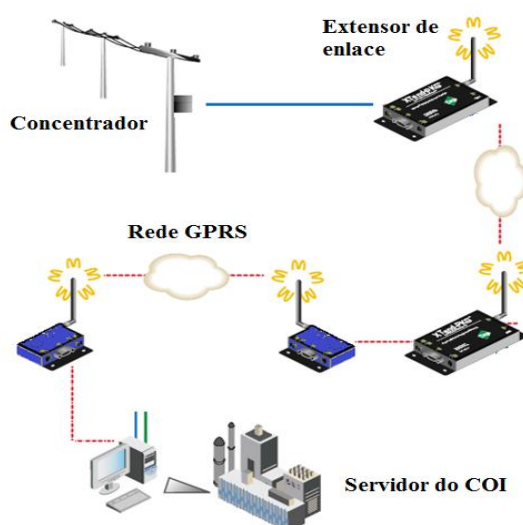


Figura 2.3 - Sistema de Comunicação do Projeto Indicadores de Falta (Fonte BARBOSA et al., 2014)

No COI, a mensagem recebida é tratada por um software proprietário que fornece um alarme na tela do servidor conforme Figura 2.4. Analisando os sensores que detectaram a anormalidade e aqueles que não detectaram, é possível identificar o trecho de rede onde ocorreu o curto circuito. Conforme Barbosa (2015), o sistema desenvolvido permite detectar e localizar tanto as faltas de baixa impedância caracterizadas por uma elevada corrente de curto circuito, quanto as faltas de alta impedância caracterizadas pela ausência de tensão na rede. Naturalmente, como ocorre com todos os indicadores de falta, a resolução da indicação depende do número de sensores instalados na rede, isto é, quanto maior o número de sensores, menor o trecho indicado.

Com base nas informações recebidas pelos sensores, o operador do COI despacha a equipe de manutenção diretamente para o trecho de rede onde ocorreu a falta. A celeridade desse fluxo de informação impacta diretamente no indicador DEC na medida em que reduz os Tempos Médios de Preparação (TMP) e Deslocamento (TMD).



Status	Data da medida	Id Sensor	Fase
●	30/08/2013 11:58:02	14	C
●	30/08/2013 15:52:39	13	A
●	30/08/2013 15:03:33	15	B

Figura 2.4 – Interface Homem Máquina (Fonte BARBOSA et al., 2014)

Outro aspecto está relacionado ao processo de manutenção. A segregação do trecho em que ocorreu a falta facilita o trabalho das equipes de inspeção, contribuindo para a redução de causas não localizadas e, conseqüentemente, para um melhor diagnóstico do estado da rede e modos de falha dos componentes, aumento da confiabilidade do sistema e redução do indicador FEC. Anomalias como desequilíbrios de carga podem ser detectadas analisando o histórico de medições de tensão e corrente realizadas periodicamente.

2.3 Localização de instalações

Localizar significa determinar o local onde será a base de operações, onde serão fabricados os produtos ou prestados os serviços e/ou onde se fará a administração do empreendimento (Moreira, 2008).

A questão da localização está relacionada com a escolha de um ou mais locais, dentro de uma série de locais candidatos, que serão pontos de oferta de determinados tipos de produtos, para atender à procura de um ou outro conjunto de pontos, considerados de mercados, de modo a otimizar a função objetivo definida, obedecendo às restrições do problema específico em estudo (Moreira, 2008); Conforme Slack *et al.* (2002), localização é o posicionamento geográfico de uma operação.

As organizações estão inseridas em um ambiente de mercado dinâmico e globalizado, que exige dos gestores a capacidade de tomar decisões de forma rápida e eficaz para garantir vantagens competitivas. Dentre os diversos tipos de decisão presentes durante o processo de planejamento e gestão empresarial, a decisão de localização de instalações é fator crítico para o desempenho da organização tanto em suas próprias atividades de negócio como no desempenho da empresa na cadeia de suprimentos na qual está inserida, o que envolve a

satisfação dos seus clientes, os custos logísticos e os resultados operacionais (LOPES & ALMEIDA, 2008).

Problemas de localização de instalações dizem respeito a encontrar o lugar “ideal” para a implantação ou ampliação de uma determinada instalação utilizando algum modelo matemático apropriado. A natureza da instalação pode diferir em essência, podendo-se ter serviços emergenciais ou serviços de rotina. Os objetivos de cada tipo de serviço não são os mesmos, necessitando então de modelos matemáticos adequados (LOBO, 2003).

Conforme Lopes & Almeida (2008), observando a literatura mais especializada, inúmeros modelos estão descritos nas principais revistas, periódicos e congressos científicos nacionais e internacionais, onde se sobressaem as seguintes abordagens:

- Programação matemática – destaca-se na resolução de problemas de localização de instalações únicas ou múltiplas de capacidade restrita ou irrestrita, maximização de cobertura e localização de *hubs* numa rede. O objetivo é maximizar (ou minimizar) uma função objetivo linear ou não linear sujeita a restrições de capacidade, recursos financeiros, entre outras.
- Apoio Multicritério a Decisão (AMD) – em função da sua natureza estratégica, o problema de localização tem sido alvo de pesquisas na comunidade de estudos do AMD, com o desenvolvimento de modelos que tratem dos trade-offs presentes nesta tomada de decisão através da estruturação e agregação de preferências do decisor e do tratamento dos fatores quantitativos e subjetivos envolvidos.
- A Teoria das Filas na resolução de problemas de localização está centrada na análise dos indicadores clássicos em sistemas de filas: disponibilidade de atendimento e o tempo de espera na fila e no atendimento. É encontrada principalmente em localização de serviços públicos de saúde e de atendimento em geral.
- A Teoria dos Jogos vem sendo utilizada num grande número de trabalhos, de variados ambientes. Rhim *et al.* (2003) investigam como as empresas devem selecionar o número, os locais e a capacidade de suas instalações produtivas.

2.3.1 Modelos de localização

Os modelos de localização são estudados sobre diversos enfoques. O interesse das organizações e meio acadêmico no desenvolvimento e aplicação de modelos de localizações se deve a necessidade da busca da eficiência, competitividade no mercado e minimização de custos.

Os modelos de localização de instalações são elaborados para quantificar, indicar a melhor localização, dimensionar e definir a demanda de cada estabelecimento (DASKIN, 1995).

Conforme Daskin (1995), os modelos de localização classificam-se em:

- Modelos contínuos

A instalação pode ser localizada em qualquer ponto do plano e a demanda é representada por uma distribuição de probabilidade espacial. Outra característica é que, para se medir a distância, pode-se utilizar a distância Euclidiana, ou seja, a medida da reta que liga os dois pontos, ou a distância Manhattan, representada pela soma das coordenadas em cada um dos eixos em um plano cartesiano.

- Modelos em rede

As instalações e demandas podem se localizam apenas em nós e arcos de uma rede. Neste tipo de modelo, os problemas podem ser representados em árvore ou em grafos. Na representação em árvore existe no máximo um arco entre os nós diferentemente dos problemas em grafos.

A medida da distância é definida como o menor percurso definido pelos arcos entre dois nós.

- Modelos discretos

Neste tipo de modelo as instalações e demandas estão localizadas nos nós, com distância arbitrária entre elas.

Normalmente, os potenciais locais de instalação de serviços não existem em qualquer ponto do espaço, o que faz com que modelos discretos sejam os mais utilizados (FERNANDES *ET AL.*, 2007).

- Quanto ao número de instalações
O número de instalações a serem localizadas pode ser uma informação já disponível, entrando como dado de entrada do problema, ou ser determinado na solução do problema;
- Quanto aos dados de entrada
Os dados de entrada podem apresentar variações ao longo de tempo tornando o modelo dinâmico, ou não dependerem do tempo o que caracteriza o modelo estático. Nos modelos determinísticos os dados de entrada são definidos, enquanto nos modelos probabilísticos os dados de entrada seguem distribuições de probabilidade.

Ainda segundo Daskin (1995) são relacionados os seguintes modelos clássicos de localização:

- Modelos de Cobertura
Caracteriza-se por determinar os locais das instalações considerando como restrição que a distância entre a demanda e o local de instalação mais próximo seja inferior a um determinado valor. Limitar a distância entre o ponto de localização da instalação e a demanda permite que o atendimento seja realizado dentro de um determinado tempo e evita maiores deslocamentos.
Há dois modelos básicos de cobertura: modelo de cobertura de conjuntos e modelos de máxima cobertura. O primeiro modelo tem como objetivo definir locais de instalação ao menor custo possível de forma a atender cada ponto de demanda por pelo menos uma instalação, sempre considerando a restrição da distância máxima. No segundo modelo da máxima cobertura o número de instalações é definido e pretende-se maximizar o atendimento da demanda para uma determinada distância.
- Modelos de P-centro

O conceito dos modelos de P-centro, também chamados de “minimax”, é o de minimizar a máxima distância necessária para atender toda a demanda, considerando um número dado de instalações a serem localizadas. Este modelo é aderente quando há limitações de investimentos para a construção de instalações. Outra característica desse modelo é a liberdade para a localização das instalações em qualquer ponto da rede.

- Modelos de P-mediana

O objetivo dos modelos P-mediana é o de minimizar os custos totais de atendimento das demandas considerando um número de instalações a serem localizadas. Estes modelos podem considerar que as instalações possuem restrições quanto a capacidade de atendimento ou não.

- Modelos de custo fixo de instalação

Os modelos de custo fixo de instalação diferem dos problemas da P-mediana apenas na minimização da soma dos custos onde são levados em conta os custos de abertura da instalação.

- Modelos de p-dispersão

Os modelos de p-dispersão diferem conceitualmente dos modelos anteriores apresentados. Busca-se maximizar a mínima distância entre um determinado número de instalações, sem levar em consideração o atendimento pleno da demanda. Bastante utilizado na localização de instalações militares para dificultar ataques inimigos.

- Modelos de MAXISUM

Os modelos de MAXISUM procuram maximizar a soma da distância total ponderada das demandas e a instalação mais próxima, considerando um número determinado de instalações a serem consideradas. Útil para a localização de instalações indesejadas como usinas nucleares e presídios.

- Modelos de hub

O objetivo dos modelos de hub é o de minimizar os custos totais do sistema, baseando-se na utilização nas rotas de transporte que apresentam custos menores.

3 REVISÃO DA LITERATURA

Neste capítulo é realizada uma revisão da literatura relacionada ao problema de localização utilizando os modelos P-mediana e do Recobrimento, além da literatura relacionada à alocação de dispositivos IFs.

3.1 Localização de instalações

O termo Análise de Localização se refere à modelagem, formulação e solução de uma classe de problemas que pode ser descrita como alocar instalações em algum espaço disponível (ReVelle e Elsel, 2005).

Segundo ReVelle e Elsel (2005), há quatro componentes que caracterizam problemas de localização, são eles: (1) os clientes localizados em pontos ou rotas, (2) as instalações que serão localizadas, (3) o local nos quais os clientes e instalações são localizados, e (4) a métrica que indica a distância ou tempo de deslocamento entre clientes e instalações.

Localização de instalações é um aspecto crítico para o planejamento estratégico de uma ampla gama de empresas públicas e privadas. O estudo da teoria da localização iniciou-se formalmente em 1909 quando Alfred Weber considerou como posicionar um simples armazém de tal forma a minimizar a distância total entre ele e vários clientes (Daskin e Owen, 1998).

Pesquisas relacionadas à localização de instalações tomaram um novo impulso com a publicação realizada por Hakimi (1964) dedicada às localizações de centros de chaveamento de redes de comunicação e unidades policiais em autoestradas. Em seu trabalho Hakimi considerou como problema mais geral o de localizar uma ou mais instalações em uma rede de modo a minimizar a distância total entre clientes e a instalação mais próxima ou minimizar a máxima distância entre eles (Daskin e Owen, 1998).

Church e ReVelle (1976) apresentaram um importante metodologia para medir a efetividade da localização de instalações através da determinação da distância média percorrida pelos clientes que visitam determinada instalação. Enquanto a distância média percorrida aumenta, a acessibilidade à instalação decresce, e assim decresce também a eficácia da localização. A medida da eficácia da localização está associada ao custo de viagem representado pelo tempo de deslocamento ou distância percorrida pelo cliente de um determinado local para ter acesso à instalação.

Hakimi (1964) introduziu a metodologia da P-mediana que utiliza a seguinte medida de eficácia da localização: Encontrar as localizações de P instalações de modo a minimizar a distância ponderada total percorrida entre a demanda (clientes) e a instalação (Daskin e Owen, 1998). A formulação apresentada por Hakimi permite apenas que as instalações sejam localizadas em um conjunto finito de potenciais locais. Esses locais representam os nós da rede. Embora se possa imaginar localizar uma instalação em qualquer ponto ao longo de uma rede, Hakimi (1964) indica que, para qualquer número de P unidades, existe, pelo menos, uma solução ótima para o problema da P-mediana que se localiza nos nós da rede. Assim, a formulação simplificada inclui apenas os nós como possíveis locais de instalação sem penalizar o valor da função objetivo.

Uma versão modificada do problema da P-mediana foi apresentado por ReVelle (1986) para localização de instalações de varejo na presença de empresas concorrentes. O objetivo neste ambiente de varejo é localizar as instalações de forma a maximizar o número de novos clientes fidelizados ou a quota de mercado (*market share*) do varejista. Para esta formulação denominada problema da máxima captura, o autor assume que todas as empresas da área fornecem o mesmo produto e que os clientes se tornam consumidores da empresa mais próxima. Esta modificação ilustra como o problema P-mediana pode ser aplicado no contexto de tomada de decisão estratégica (Daskin e Owen, 1998).

Para problemas relacionados a localização de serviços de emergência como bombeiros e ambulâncias, o problema da P-mediana se torna inapropriado, pois busca minimizar a distância média percorrida sem levar em consideração a distância máxima aceitável entre a localização da demanda e esses serviços de natureza crítica. Para localizar tais instalações críticas a palavra chave é cobertura. No problema de cobertura a demanda é dita coberta quando pode ser atendida dentro de um prazo especificado.

Segundo Daskin e Owen (1998), a literatura relacionada a problemas de cobertura é dividida em dois seguimentos principais, aqueles em que a cobertura é requerida e outros em que a cobertura é otimizada. Essas duas classificações são denominadas problemas de cobertura ajustada e problemas de máxima cobertura, respectivamente. No problema de cobertura ajustada, a função objetivo minimiza o custo de localização da instalação considerando que o nível de cobertura especificado é obtido. Esse método permite examinar quantas instalações são necessárias para garantir um determinado nível de cobertura para todos os clientes.

Em muitas aplicações práticas os recursos disponíveis não são suficientes para construir as instalações exigidas para atingir o nível de cobertura desejado. Em tais casos, as instalações devem ser deslocadas de forma que os recursos disponíveis sejam utilizados para oferecer o nível de cobertura desejado ao máximo de clientes possível. Esse novo objetivo é denominado problema da máxima cobertura (Church e ReVelle, 1974).

White & Case (1974) apresentam uma variação do problema da máxima cobertura no qual é atribuído o mesmo peso para todos os pontos de demanda, ou seja, não se leva em consideração o tamanho da demanda ou número de clientes. Desta forma, o objetivo se torna simplesmente maximizar o número de nós ou pontos de demanda cobertos.

Outra variação denominada problema da máxima cobertura com proximidade obrigatória é descrita por Church e ReVelle (1974). O problema reconhece que as demandas não cobertas pelo serviço desejado a uma distância S , devem ser cobertas por um serviço a uma distância padrão menos rigorosa T ($T > S$). É assegurado que nenhuma demanda está além de T unidades da instalação mais próxima, enquanto o máximo de demandas possíveis são cobertas considerando a distância S .

Em seus artigos, Church & ReVelle (1976) e White & Case (1974) analisam a relação entre os problemas da P-mediana e da máxima cobertura. Os autores mostram que através de uma transformação das distâncias, o problema da máxima cobertura pode ser visto como um caso especial do problema da P-mediana. Especificamente, ao aplicar o problema da P-mediana a uma rede onde as distâncias menores ou iguais a um limite de cobertura S são consideradas iguais a zero e as distâncias maiores do que S são consideradas iguais a 1, pretende-se minimizar a quantidade de demanda não atendida com a distancia de cobertura S . Pode ser demonstrado que isso é equivalente a maximizar a quantidade de demanda atendida com S . Desta forma a versão transformada do problema da P-mediana é equivalente ao problema da máxima cobertura. Daskin (1995) utiliza essa transformação para desenvolver um modelo multi-objetivo que considera o *trade-off* entre minimizar a distancia total da demanda e maximizar a demanda coberta.

3.2 Alocação de Indicadores de Falta

Esta seção apresenta uma revisão da literatura relacionada à alocação de indicadores de falta em sistemas de potência.

Usida (2012) propõe uma abordagem computacional evolutiva utilizando algoritmos genéticos com o objetivo de alocar dispositivos IF em alimentadores primários de distribuição de energia elétrica. A metodologia busca obter uma configuração eficiente de instalação de dispositivos no tronco principal do alimentador de distribuição. Aspectos de viabilidade técnica e financeira também são analisados.

Com o mesmo objetivo, De Souza (2009) apresenta uma metodologia baseada em sistemas de inferência fuzzy para alocação eficiente de dispositivos IF em sistema de distribuição de energia elétrica. São avaliadas como as principais variáveis que influenciam na quantificação da potencialidade para instalação de dispositivos IF se comportam ao longo do tronco principal dos alimentadores. A metodologia também se propõe a quantificar e avaliar a rede de dispositivos já existentes.

Hendi *et al.* (2012) apresenta uma metodologia para alocação ótima de dispositivos IF em redes de distribuição, onde o principal objetivo é aumentar a confiabilidade da rede levando em consideração os aspectos econômicos. A metodologia é definida como um problema de minimização que busca minimizar o custo total de confiabilidade representado pelo somatório do custo de interrupção da energia para os consumidores e o custo do investimento em dispositivos IF. Para isso, os autores utilizam o método de algoritmos imunes derivados de observações do desempenho do sistema imunológico do corpo humano quando submetidos a fatores externos como vírus e bactérias.

Dashti e Sadeh (2011) apresentam um Algoritmo Genético Multi-Objetivo (MOGA) que pretende otimizar as localizações e o número de IF para uma determinada rede de distribuição de energia. Nesse trabalho, a função objetivo leva em consideração os seguintes custos impostos às empresas distribuidoras e aos consumidores: custo da energia não suprida, custos de operação e reestabelecimento do sistema, custo de insatisfação dos consumidores e, por fim, os custos de aquisição e instalação dos dispositivos IF.

De Almeida (2011) propõem uma técnica para alocação ótima de um dado número de dispositivos IF ao longo de alimentadores de distribuição. Para isso usaram o algoritmo genético de Chu-Beasley para resolver tal problema de otimização. A função objetivo proposta determina o número de localizações que são suspeitas de serem a atual localização da falta ou a distância entre eles. Adicionalmente, é possível considerar a presença de áreas prioritárias.

Simões (2012) propôs um modelo que utiliza o método de sobreclassificação PROMETHEE II como ferramenta de decisão multicritério para ordenar a priorização dos equipamentos mais críticos dentro do âmbito de uma concessionária de energia elétrica, ou seja, equipamentos com maior potencial de utilização de dispositivos localizadores de falta da rede de distribuição. Os critérios selecionados foram: a extensão da rede de média tensão, quantidade de unidades consumidoras atendidas, potência instalada, contribuição percentual do DEC da concessionária, acessos para inspeção e flexibilidade operativa.

Santos *et al.* (2007) apresentam o potencial do uso de dispositivos sinalizadores de falta na redução do TMAE a ocorrências emergenciais. Indicando que os dispositivos agilizam a tarefa de localização de defeitos na rede de distribuição, indicando à equipe de manutenção o caminho até o ponto da falha. Frisam que a redução do tempo de localização de defeitos diminui também o tempo médio de atendimento a ocorrências emergenciais, o que influencia positivamente os indicadores de qualidade de prestação de serviços das concessionárias distribuidoras definidos no PRODIST.

Ho *et al.* (2011) apresentam a aplicação da técnica de algoritmos imunes para o problema de localização ótima de indicadores de falta em alimentadores de distribuição. O objetivo é minimizar o custo total representado pelo custo de interrupção de clientes e o custo de investimento nos dispositivos IFs. A eficácia da metodologia é avaliada através de uma aplicação prática realizada em um alimentador da companhia Taiwan Power, onde simulações computacionais exploram o custo benefício das localizações dos IF.

4 METODOLOGIA PARA ALOCAÇÃO DOS INDICADORES DE FALTA

Para a resolução do problema de alocação de IFs este trabalho propõe utilizar metodologias de Pesquisa Operacional (PO), em particular as metodologias do problema do Recobrimento, P-Mediana e o modelo de otimização sequencial apresentado por Silva *et al.* (2015), denominado Problema da P-mediana modificado, que combina as características dos problemas da P-mediana e Recobrimento.

Segundo Hillier (2006), uma forma de sintetizar as fases usuais de um estudo é a seguinte:

- Definir o problema de interesse e coletar os dados;
- Formular um problema matemático para representar um problema;
- Desenvolver um procedimento computacional a fim de derivar soluções para o problema a partir do modelo;
- Testar o problema e aprimorá-lo conforme necessário;
- Preparar-se para a aplicação contínua do modelo conforme prescrito pela gerência;
- Implementar.

O objetivo da pesquisa é analisar comparativamente os resultados apresentados por cada metodologia e indicar a melhor solução para o problema em questão. Os critérios a serem observados são: custo, observabilidade da rede e escolha dos pontos de instalação mais representativos sob o ponto de vista do número de unidades consumidoras atendidas pelo equipamento IF.

Nas seções seguintes são apresentadas as metodologias adotadas para os problemas do Recobrimento, P-mediana e P-mediana modificado.

4.1 O Modelo do Recobrimento

Neste tópico é abordado o modelo desenvolvido por Eldery *et al.* (2006) e Reis *et al.* (2008) desenvolvido para alocação de medidores de energia.

O Problema do Recobrimento se enquadra na classe dos problemas mais difíceis de otimização combinatória existente. Possuem inúmeras aplicações, especialmente na área de localização, alocação e roteamento (GOLDBARG & LUNA, 2005; HOFFMAN & PADBERG, 2007).

Eldery *et al.* (2006) apresenta uma modelagem para a alocação de monitores de qualidade baseada na topologia do sistema e os locais de instalação dos monitores são as barras do sistema.

Reis (2008) apresenta uma metodologia utilizada para indicar o número mínimo e um conjunto de possíveis localizações ótimas para a instalação de monitores de qualidade no sistema elétrico de potência (SEP), como objetivo de minimizar o custo de monitoramento e garantir a total observabilidade do sistema com os equipamentos instalados em barras estratégicas. O problema se resume em encontrar o custo mínimo e em quais barras as instalações serão realizadas. Além disso, outra característica do problema do recobrimento é que a tensão em cada barra e a corrente em cada linha deve ser coberta por pelo menos um medidor (Reis, 2008).

4.1.1 Formulação do problema

Define-se um vetor de variáveis x de dimensão $(n \times 1)$ denominado vetor de existência, conforme Equação 4.1.

$$x = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^t \quad (4.1)$$

Em que n representa o número de barras ou regiões possíveis para a instalação de equipamentos ou instalações e t representa o operador de transposição do vetor.

Cada elemento x_j desse vetor representa a instalação ou não do equipamento ou instalação em determinada barra ou região j e é definido conforme indicado na Equação 4.2:

$$x_j = \begin{cases} 1, & \text{se a facilidade for instalada na região } j \\ 0, & \text{se a facilidade não for instalada} \end{cases} \quad (4.2)$$

Em que:

$$x_j \in \{0,1\}, j=1,\dots,n$$

Os custos de instalação dos equipamentos em um determinado local são representados pelo vetor custo.

Os custos associados a instalação dos equipamentos em cada barra ou região são representados pelo vetor custos C de dimensão $(1 \times n)$ representado na Equação 4.3.

$$c = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ \dots \ c_n] \quad (4.3)$$

Em que cada elemento c_j representa o custo de instalação do equipamento na barra ou região j .

Definidos os vetores de existência x e de custo c , o problema do recobrimento pode ser matematicamente descrito como um problema clássico de otimização combinatória, cuja função objetivo é dada pela Equação 4.4.

$$\text{minimizar } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (4.4)$$

Quanto às restrições do problema, elas devem garantir o conceito de observabilidade do sistema, isto é, que todas as variáveis de estado sejam monitoradas por pelo menos um equipamento.

No âmbito do Sistema Elétrico de Potência (SEP), a aplicação das leis de OHM ao diagrama unifilar simplificado da Figura 4.1 garante a observabilidade das variáveis de estado correntes nas linhas e tensões nas barras.

O diagrama unifilar da Figura 4.1 é definido inicialmente a partir da topologia da rede, em seguida, são numeradas as barras e as linhas e, por fim, são determinadas as impedâncias equivalentes para cada linha.

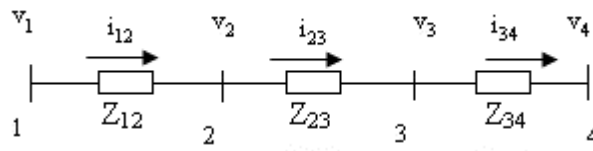


Figura 4.1 – Rede esquemática (Reis, 2007)

A observabilidade de todas as correntes nas linhas e tensões nas barras torna-se possível quando o equipamento instalado em determinada barra é capaz de medir a tensão nesta barra e todas as correntes que saem desta barra.

De posse da medição da tensão, por exemplo, V_1 da barra 1, e da corrente i_{12} entre as barras 1 e 2, é possível calcular a tensão V_2 desde que se conheça a impedância Z_{12} .

Duas propriedades baseadas na Lei de Ohm foram utilizados por Eldery *et al.* (2004) para representar as restrições do problema:

Propriedade 1: Se a tensão em uma barra e a corrente através da linha que sai dela são observáveis, então a tensão na outra barra (barra remota) também é observável (ELDERY *ET AL.*, 2004).

Propriedade 2 – Se a tensão nos extremos da linha é observável, então a corrente através da linha é observável (ELDERY *ET AL.*, 2004).

De posse da propriedade 1, Eldery *et al.* (2004) definiram a matriz de conectividade A utilizada para representar as variáveis de estado tensão nas barras. A matriz A é utilizada como matriz auxiliar na construção da matriz de densidade D e possui dimensão $(m \times n)$ onde m é o número total de variáveis de estado e n o número de possíveis locais de instalação.

Definem-se os elementos da matriz A conforme Equação 4.5:

$$a_{rk} = \begin{cases} 1, & \text{se a variável } r \text{ é observada pelo equipamento } k \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.5)$$

Com $r = 1, 2, \dots, m$ e $k = 1, 2, \dots, n$.

Nessa matriz a coluna k representa o equipamento instalado na barra k , enquanto que a linha r representa a variável de estado tensão na barra ou corrente na linha.

Baseado também na propriedade 1, a Equação 4.6 define o vetor de observabilidade u como resultado da multiplicação da matriz de conectividade pelo vetor de existência x .

$$u_r = \sum_{k=1}^n a_{rk} x_k \quad (4.6)$$

O vetor u indica quantas vezes a tensão de cada barra é observadas por um equipamento.

Para garantir a total observabilidade do sistema, Eldery *et al.* (2004) definiram a matriz de co-conectividade B baseada na propriedade 2. A matriz B também é uma matriz auxiliar utilizada na construção da matriz de densidade D . Tem-se então uma matriz que representa a observabilidade das variáveis de estado correspondentes as correntes nas linhas, complementando a matriz de conectividade A relacionada às tensões nas barras.

A matriz B é subdividida nas matrizes B_j e B_k que indicam a necessidade de observar as tensões nas barras j e k interconectadas, garantindo que a corrente i_{jk} seja determinada. A dimensão das matrizes B_j e B_k é $(m \times n)$, a mesma da matriz A . Os elementos da matriz são definidos conforme equações 4.7 e 4.8.

$$Bj_r = \begin{cases} a_j, & \text{se } r \text{ representa } i_{jk} \text{ e as barras } k \text{ e } j \text{ são conectadas} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.7)$$

$$Bk_r = \begin{cases} a_k, & \text{se } r \text{ representa } i_{jk} \text{ e as barras } k \text{ e } j \text{ são conectadas,} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (4.8)$$

Por exemplo, o elemento da matriz localizado na coluna p e linha r significa que o equipamento está instalado na barra p do sistema e monitora a variável de estado r referente à corrente i_{jk} na linha. Cada elemento dessas matrizes é formado a partir dos vetores a_j e a_k , que são vetores correspondentes às linhas j e k da matriz de conectividade A (Reis, 2007).

Decorrente da propriedade 2, define-se os vetores auxiliares de observabilidade w_j e w_k utilizados para o cálculo do vetor w , que indica quantas vezes a corrente é observada ou medida. As Equações 4.9 e 4.10 mostram os vetores auxiliares w_j e w_k que são obtidos pela multiplicação das matrizes de co-conectividade B pelo vetor de existência x .

$$w_j = B_j \cdot x \quad (4.9)$$

$$w_k = B_k \cdot x \quad (4.10)$$

O vetor w é dado pela Equação 4.11.

$$w = w_j^t \cdot w_k \quad (4.11)$$

Onde w_j^t é o transposto do vetor w_j .

Duas observações são importantes na montagem das matrizes auxiliares de restrições:

- As matrizes auxiliares b_j e b_k são definidas para as variáveis de estado que representam as correntes, ou seja, nas linhas das matrizes que representam tensão o valor do elemento é zero.
- Nas matrizes auxiliares A , Bj e Bk , a variável de estado tensão na barra deve ser escrita em ordem crescente de enumeração e a variável de estado corrente com os índices em ordem crescente.

Definidas as matrizes auxiliares A , Bj e Bk , inicia-se a construção da matriz de densidade D . Sua dimensão será igual a $((n+2L) \times n)$, ou seja, igual ao número de barras ou variáveis de tensão, n , mais duas vezes o número de linhas, $2L$, representando a dependência da variável corrente em relação a tensão em duas barras genéricas j e k .

Desta forma, a matriz de densidade D é representada conforme Equação 4.12.

$$D = \begin{bmatrix} A_{(1:n) \times n} \\ A_{(L:m) \times n} + Bj_{(L:m) \times n} \\ A_{(L:m) \times n} + Bk_{(L:m) \times n} \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

Em que:

- $A_{(1:n) \times n}$ é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas 1 até n e todas as colunas;
- $A_{(L:m) \times n}$ é a submatriz obtida a partir da matriz de conectividade das linhas L até m e todas as colunas;
- $Bj_{(L:m) \times n}$ e $Bk_{(L:m) \times n}$ são as submatrizes obtidas a partir das matrizes de conectividade das linhas L até m e todas as colunas.

De posse de todas as variáveis, o problema do recobrimento pode ser definido de forma completa incluindo as suas restrições, conforme Equação 4.13.

$$\begin{aligned} \text{minimizar } z &= \sum_{j=1}^n c_j x_j \\ \text{Sujeito a } &\begin{cases} D \cdot x \geq 1 \\ x_j \in \{0,1\}, \forall j = 1, \dots, n \end{cases} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Silva *et al.* (2015) propõe uma readequação das restrições do problema do recobrimento baseado na análise detalhada das matrizes auxiliares que compõem a matriz de densidade D . As demonstrações a seguir evidenciam redundâncias na representação da matriz D indicada na Equação 4.13.

De acordo com Silva *et al.* (2015), para entender melhor a relação entre as matrizes descritas na Equação 4.11, a matriz $A(1:n) \times n$ pode ser decomposta em duas sub matrizes. Uma sub matriz gerada a partir da observabilidade das tensões presentes em cada barramento, $A_{n \times n}^v$, e uma sub matriz gerada a partir da observabilidade das correntes presente nos barramentos, $A_{l \times n}^i$. Logo, $A(1:n) \times n$ pode ser reescrita conforme Equação 4.14.

$$A_{(1:n) \times n} = \begin{bmatrix} A_{n \times n}^v \\ A_{l \times n}^i \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Sendo, desta forma, $A_{l \times n}^i = A_{(L:m) \times n}$.

Assim, os elementos pertencentes $A_{n \times n}^v$ são definidos conforme Equação 4.15.

$$A_{n \times n}^v = \begin{cases} a_{ij} = 1, \text{ se o barramento } i \text{ está ligado no barramento } j \\ a_{ij} = 0, \text{ caso contrário} \end{cases} \quad (4.15)$$

Assim, pelas definições em 4.7 e 4.8, as linhas pertencentes as matrizes $B_{j(L:m) \times n}$ e $B_{k(L:m) \times n}$ são repetições das linhas da matriz $A_{n \times n}^v$. Em relação à matriz $A_{l \times n}^i$, cada linha da

matriz será definida pelos vetores linhas a_r^i associados a observabilidade de cada corrente $r = i_{jk}$, de acordo com a Equação 4.16.

$$a_r^i = \begin{cases} a_{rx}^i = a_{jx}^i; \text{ Para } x = j \\ a_{rx}^i = a_{jx}^i; \text{ Para } x = k \\ a_{rx}^i = 0; \text{ Caso contrário} \end{cases} \quad (4.16)$$

A partir da definição acima, percebe-se claramente que os elementos da matriz $A_{l_{xn}}^i$ estão diretamente ligados aos elementos da matriz $A_{n \times n}^v$. Agora, pode se definir os elementos pertencentes as matrizes $A_{(L:m) \times n} + B j_{(L:m) \times n}$ e $A_{(L:m) \times n} + B k_{(L:m) \times n}$ pelos vetores b_r^j e b_r^k onde r representa a corrente i_{jk} . Como $A_{l_{xn}}^i = A_{(L:m) \times n}$, então seguem as equações 4.17 e 4.18.

$$b_r^j = \begin{cases} b_{rx}^j = 2a_{jx}^j; \text{ Para } x = j \\ b_{rx}^j = 2a_{jx}^j; \text{ Para } x = k \\ b_{rx}^j = a_{jx}^j; \text{ Caso contrário} \end{cases} \quad (4.17)$$

$$b_r^k = \begin{cases} b_{rx}^k = 2a_{kx}^k; \text{ Para } x = j \\ b_{rx}^k = 2a_{kx}^k; \text{ Para } x = k \\ b_{rx}^k = a_{kx}^k; \text{ Caso contrário} \end{cases} \quad (4.18)$$

De acordo com as análises acima e considerando os vetores linhas $a^v = [a_1^v, a_2^v, \dots, a_i^v, \dots, a_n^v]$ que representam as linhas da matriz $A_{n \times n}^v$, os vetores b_r^j e b_r^k podem ser reescritos em função dos componentes de a^v através das formulações definidas pelas equações 4.19 e 4.20.

$$b_r^j = [k_1^j \cdot a_1^v, k_2^j \cdot a_2^v, \dots, k_i^j \cdot a_i^v, \dots, k_n^j \cdot a_n^v] \quad (4.19)$$

$$b_r^k = [k_1^k \cdot a_1^v, k_2^k \cdot a_2^v, \dots, k_i^k \cdot a_i^v, \dots, k_n^k \cdot a_n^v] \quad (4.20)$$

Em que k_i^j e k_i^k assumem os valores 1 ou 2 de acordo com as condições evidenciadas nas equações 4.17 e 4.18.

A partir dos resultados mostrados nas Equações 4.19 e 4.20, o teorema 1 e corolário 1 abaixo a restrição de observabilidade será modificada.

Teorema 1 – Dado $d_i \geq 1$ e $c_i \geq 1$ e x_i binário, a restrição $\sum_{i=1}^n d_i \cdot x_i \geq 1$ é redundante em relação à restrição $\sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \geq 1$ quando os vetores $d = [d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n]$ e $c = [c_1, c_2, \dots, c_i, \dots, c_n]$, possuem a seguinte relação $[d_1, d_2, \dots, d_i, \dots, d_n] = [k_1 c_1, k_2 c_2, \dots, k_i c_i, \dots, k_n c_n]$ com $k_i \geq 1$ (SILVA ET AL., 2015).

Prova: Dado que $k_i \geq 1$, então tem-se que $k_i c_i \geq c_i$ para todo i . Logo, $\sum_{i=1}^n k_i \cdot c_i \cdot x_i \geq \sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i$, mas como $\sum_{i=1}^n c_i \cdot x_i \geq 1$ tem-se $\sum_{i=1}^n k_i \cdot c_i \cdot x_i \geq 1$ o que significa $\sum_{i=1}^n d_i \cdot x_i \geq 1$ (SILVA ET AL., 2015).

Corolário 1 – É condição necessária e suficiente para observabilidade do sistema que a restrição da Equação 4.21 seja obedecida.

$$A_{n \times n}^v \cdot X \geq 1 \quad (4.21)$$

Prova: A restrição $D \cdot X \geq 1$ pode ser reescrita com o auxílio dos vetores a^v , b_r^j e b_r^k para todas as restrições e correntes presentes no barramento conforme equações 4.22, 4.23 e 4.24.

$$a^v \cdot X \geq 1 \quad (4.22)$$

$$b_r^j \cdot X \geq 1 \quad (4.23)$$

$$b_r^k \cdot X \geq 1 \quad (4.24)$$

Onde r representa a corrente i_{jk} .

Dada as relações expressas pelas Equações 4.19 e 4.20, tem-se que os vetores b_r^j e b_r^k possuem a mesma relação indicada pelo teorema 1 com os vetores a^v . Assim, as restrições representadas pelas Equações 4.23 e 4.24 são redundantes à restrição definida pela Equação 4.22.

Assim, o corolário sugere que a representação da matriz D , Equação 4.12, é redundante. Como a matriz $A_{n \times n}^v$ é um componente da matriz D , o número de restrições do problema é substancialmente diminuído à medida que a dimensão dos sistemas de distribuição e transmissão aumenta (SILVA ET AL., 2015)

Além de associar o custo da instalação do medidor em cada barramento, o problema pode também tratar da confiabilidade do sistema, dado que o PLI pode gerar mais de uma solução ótima ou dependendo do número de barramentos várias soluções, uma forma de

ajudar o decisor na escolha da melhor solução é através do uso de um fator de redundância (FRD) que indica quantas vezes em média a variável de estado será medida. Assim, o fator de redundância pode ser definido matematicamente pela seguinte formulação (ELDERY *et al.*, 2006; BRANCO *et al.*, 2015):

$$FRD = \frac{\sum_{p=1}^m u_p + w_p}{m} \quad (4.25)$$

Em que:

- Os vetores u_p e w_p indicam quantas vezes cada variável de estado, tensão e corrente, é observada ou medida.
- m é o número total de variáveis de estado.

4.2 O Problema da P-mediana

O problema da P-mediana consiste em selecionar m de n pontos ($m < n$), onde m é o número de pontos ou locais onde podem ser abertas as instalações, de tal maneira que a distância média ou tempo de deslocamento por pessoa a instalação mais próxima seja mínima.

Uma formulação utilizada proposta por Reville e Swain (1970) fez uso da programação linear para localizar instalações centrais ou instalação em redes rodoviárias.

Para $i, j \in \{1, \dots, n\}$ com $i \neq j$, seja x_{ij} uma variável de ligação tal que $x_{ij} = 1$, se o cliente v_i é ligado ao equipamento ou instalação v_j , e $x_{ij} = 0$, caso contrário. Se no vértice v_j é localizado um equipamento, $x_{jj} = 1$, caso contrário $x_{jj} = 0$. Desta forma, a formulação do problema é representada pelas Equações 4.26 e suas restrições indicadas pelas equações 4.27, 4.28, 4.29 e 4.30.

$$\text{Minimizar } c = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i d(v_i, v_j) x_{ij} \quad (4.26)$$

$$\text{Sujeito a: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, n \quad (4.27)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = p \quad (4.28)$$

$$x_{jj} \geq x_{ij}, \forall i, j = 1, \dots, n \quad (4.29)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \forall i, j = 1, \dots, n \quad (4.30)$$

A função objetivo minimiza a distância total de atribuições de clientes às instalações, ou seja, minimiza a soma dos custos de servir os clientes com a instalação mais próxima. A primeira restrição expressa que cada cliente deve ser designado a exatamente uma única instalação. A segunda restrição força a abertura de exatamente p instalações. A terceira previne que um cliente seja designado a uma potencial localização de uma instalação que não tenha sido aberta. Por último, a quarta restrição expressa a integralidade e não negatividade das variáveis de decisão.

4.3 O Problema da P-mediana Modificado

Silva *et al.* (2015) propõe o problema da P-mediana modificado para a alocação de medidores de qualidade de energia como um modelo de otimização sequencial dividido em dois estágios, conforme fluxograma da Figura 4.2. No primeiro estágio o problema do recobrimento é utilizado para determinar o menor número de equipamentos, p , que garantem a observabilidade do sistema. O número mínimo de medidores, dado de saída do problema do problema do recobrimento, é utilizado como dado de entrada para o problema da P-mediana modificado.

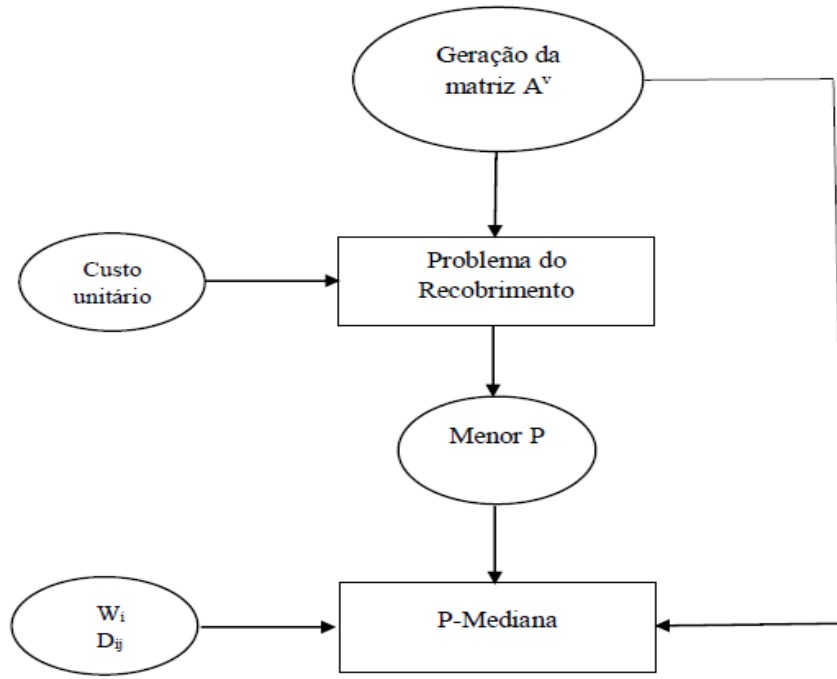


Figura 4.2 – Modelo de dimensionamento e alocação de medidores (Fonte: Silva et al., 2015)

Desta forma, o modelo da P-mediana é reescrito para se obter o problema modificado proposto conforme equações 4.31 a 4.35.

$$\min = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i d(v_i v_j) x_{ij} \quad (4.31)$$

$$\text{Sujeito: } \sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \forall i = 1, \dots, n \quad (4.32)$$

$$\sum_{j=1}^n x_{jj} = P^* \quad (4.33)$$

$$A_{n \times n}^v \cdot X \geq 1 \quad (4.34)$$

$$x_{jj} \geq x_{ij}, \forall i, j = 1, \dots, n \quad (4.35)$$

Onde na Equação 4.33 a variável P^* representa o número mínimo de equipamentos que garantem a cobertura de todas as variáveis da rede. Além de P^* adicionado ao problema da P-mediana, também foi adicionado a restrição $A_{n \times n}^v \cdot X \geq 1$ que garante a observabilidade do sistema (SILVA ET AL., 2015).

5 ALOCAÇÃO DE IFs EM ALIMENTADORES DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A utilização de métodos científicos para determinar a alocação ótima de equipamentos ou instalações encontra, no contexto das distribuidoras de energia elétrica, uma grande gama de problemas nos processos de operação, manutenção, perdas, construção, automação, medição, proteção, etc.

A instalação de equipamentos IFs busca dotar a rede de sensoramento através do monitoramento das grandezas elétricas corrente e tensão em regime permanente e transitório, garantindo maior agilidade na identificação do local onde ocorreu a falta e no reestabelecimento da energia para os clientes. Porém, a grande quantidade de pontos elegíveis para a instalação em um alimentador de distribuição extenso e ramificado pode levar a decisões equivocadas por parte do decisor, tornando a solução ineficaz quanto aos objetivos pretendidos e inviável quanto aos custos associados.

Diante dessa problemática, este estudo de caso propõe o uso dos problemas de programação linear inteira (PLI) do tipo Recobrimento e P-mediana com o objetivo de alocar dispositivos IF em alimentadores de distribuição de media tensão do sistema elétrico da CELPE, observando as premissas: máxima observabilidade da rede, quantidade de unidades consumidoras monitoradas e menor custo.

“A essência de um estudo de caso, a principal tendência em todos os tipos de estudos de casos, é que ela tenta esclarecer uma decisão ou um conjunto de decisões: o motivo pela qual foram tomadas, como foram implementadas e com quais resultados.” (YIN, 2001, p 31)

Para a implementação dos problemas da P-mediana e do Recobrimento foram utilizados os programas IBM ILOG CPLEX e MATLAB.

Foram selecionados para este estudo de caso os alimentadores TAM-01F5 e PRU-01C1. O primeiro, derivado da SE Tamarineira localizada na região metropolitana do Recife e supridor de área densamente povoada e bastante arborizada. O segundo alimentador, derivado da SE Pirapama I localizada no litoral sul do estado de Pernambuco, possui como principal

característica o suprimento de importantes clientes industriais, além de ser mais extenso em relação ao anterior.

As análises dos resultados buscam avaliar as contribuições e aderência de cada metodologia ao problema em questão. A aderência de cada metodologia será maior na medida em que os pontos indicados para alocação dos dispositivos garantam a observabilidade da rede e o monitoramento direto dos trechos que possuam maior quantidade de unidades consumidoras. Garantir que os circuitos observados sejam os mais representativos quanto ao número de unidades consumidoras significa reduzir o potencial de impacto no DEC em eventuais desligamentos dessas áreas críticas.

Neste estudo, foram consideradas como barras elegíveis para a instalação dos dispositivos apenas as estruturas ou postes que possuem chaves seccionadoras. Associar cada IF a uma chave seccionadora representa uma restrição justificada como estratégica para facilitar as manobras de seccionamento de trechos em falta a jusante do dispositivo e assegurar o pronto reestabelecimento dos circuitos sadios, impactando positivamente no indicador DEC. Outro ganho importante diz respeito ao menor volume de informações referentes aos dados de entrada que permite reduzir o tempo de processamento e convergência dos algoritmos dos problemas da P-mediana e do Recobrimento.

5.1 Aplicação do problema do recobrimento

O problema do recobrimento apresenta como solução a quantidade mínima de equipamentos a serem alocados tendo como restrição a cobertura ou monitoramento de todos os pontos do sistema.

A topologia do alimentador utilizada como dado de entrada do modelo desenvolvido por Eldery *et al.* (2006) e Reis (2007) foi obtida realizando uma varredura no sentido fonte carga de forma a identificar as barras eletricamente interconectadas. Segundo Reis (2007), a metodologia é topológica, não precisando conhecer os parâmetros de carga ou geração da rede.

Como já descrito nesse trabalho, o problema do Recobrimento é definido pela Equação 5.1.

$$\text{minimizar } z = \sum_{j=1}^n c_j x_j \quad (5.1)$$

$$\text{Sujeito a } \begin{cases} D \cdot x \geq 1 \\ x_j \in \{0,1\}, \forall j = 1, \dots, n \end{cases}$$

O custo c foi considerado igual para todas as barras já que, na prática, o valor do serviço de instalação dos IFs é o mesmo independentemente do local. A modelagem do problema encontra-se nos anexos deste trabalho.

5.1.1 Problema do recobrimento aplicado ao alimentador TAM-01F5

Foram consideradas 22 barras para o mapeamento da topologia do alimentador TAM-01F5. Cada barra constitui, fisicamente, uma estrutura ou poste associado a uma chave seccionadora.

A varredura do alimentador no sentido fonte carga mapeia a topologia do alimentador indicando as interconexões entre as 22 barras elegíveis, conforme mostrado na Tabela 5.1. Essas informações representam os dados de entrada para o problema do Recobrimento.

Tabela 5.1 – Topologia do alim. TAM-01F5

Barra de Origem	Barra de Chegada
1	2
2	3
2	4
2	5
2	6
2	7
7	8
8	9
9	10
9	4
9	12
8	13
13	14
8	15

8	16
16	17
17	18
17	19
17	20
17	21
21	22

Para este caso foi utilizado o algoritmo (Branch and Bound) implementado por Reis (2007) e os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.2. O resultado da implementação indicou a necessidade de instalação de 6 conjuntos de IFs para garantir a cobertura ou monitoramento completo do circuito tronco e derivações do alimentador. Foram, também, indicadas 8 combinações de barras ou soluções possíveis para alocar os equipamentos com os respectivos fatores de redundância (FRD) calculados utilizando a Equação 4.26.

Tabela 5.2 – Soluções possíveis e Fatores de Redundância

Soluções		FRD
1	2; 9; 14; 15; 17; 22	1,6279
2	2; 9; 14; 15; 17; 21	1,814
3	2; 9; 13; 15; 17; 22	1,7907
4	2; 9; 13; 15; 17; 21	1,9767
5	2; 8; 9; 14; 17; 22	2,1395
6	2; 8; 9; 14; 17; 21	2,3488
7	2; 8; 9; 13; 17; 22	2,3953
8	2; 8; 9; 13; 17; 21	2,6047

Nota-se que as barras 2, 9 e 17 pertencem a todas as soluções possíveis indicadas e que há uma alternância entre as barras 13 e 14, 21 e 22 e 8 e 15. A alternativa 8 apresenta o maior fator de redundância FRD.

5.1.2 Problema do Recobrimento aplicado ao alimentador PRU-01C1

Foram consideradas 130 barras para o mapeamento da topologia do alimentador PRU-01C1.

A varredura do alimentador no sentido fonte carga mapeia a topologia do alimentador indicando as interconexões entre as 130 barras elegíveis, conforme mostrado na Tabela 5.3.

Essas informações representam os dados de entrada para o problema do Recobrimento.

Tabela 5.3 – Topologia do alim. PRU-01C1

Barra de Origem	Barra de Chegada	Barra de Origem	Barra de Chegada	Barra de Origem	Barra de Chegada	Barra de Origem	Barra de Chegada	Barra de Origem	Barra de Chegada
2	3	26	23	66	71	84	36	115	57
7	86	26	80	66	90	85	7	115	59
9	117	26	45	67	130	85	92	119	62
10	21	28	123	67	68	85	91	120	98
11	118	28	30	67	55	89	107	128	56
11	12	30	79	67	128	89	81	21	83
12	13	31	65	67	108	90	1	64	37
14	85	43	42	68	113	90	40	64	121
14	61	54	41	71	72	90	114	64	67
14	116	54	120	71	53	90	29	64	43
14	11	55	96	71	52	90	32		
14	10	57	58	72	73	90	27		
14	88	59	60	73	51	90	28		
14	89	65	47	73	127	100	19		
14	77	65	39	73	74	100	111		
17	94	65	17	74	75	100	129		
23	97	65	2	74	49	100	125		
23	34	65	112	74	126	100	16		
23	4	65	87	74	48	100	101		
23	5	65	66	74	76	100	18		
23	6	66	20	74	50	100	17		
23	93	66	100	80	44	100	15		
23	38	66	102	80	124	100	103		
23	35	66	110	80	46	100	14		
23	64	66	8	80	63	100	54		
23	33	66	26	81	95	100	122		
23	84	66	106	81	82	106	104		
24	25	66	69	81	9	106	105		
26	24	66	99	81	109	110	22		
26	78	66	70	83	115	114	119		

Para implementar este caso de 130 barras foi utilizado o programa IBM ILOG CPLEX que indicou a necessidade de instalação de 38 conjuntos de IFs para garantir a cobertura ou monitoramento completo do circuito. As barras selecionadas para a alocação dos IFs foram as

barras 3, 7, 11, 13, 14, 17, 22, 23, 25, 26, 28, 30, 42, 54, 55, 57, 59, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 73, 74, 80, 81, 83, 84, 85, 89, 90, 100, 106, 117, 120 e 128, que garantem um fator de redundância igual a 4,1154.

5.2 Aplicação do problema da P-mediana

O problema da P-mediana tem como objetivo alocar os IFs priorizando as barras com maior quantidade de unidades consumidoras, além de minimizar a distância média entre os consumidores e os dispositivos.

Nos casos a seguir, o problema da P-mediana ou P-mediana combinado com o Recobrimento foi implementado utilizando o programa IBM ILOG CPLEX.

5.2.1 O problema da P-mediana aplicado ao alimentador TAM-01F5

Como dados de entrada para o programa foram indicados 6 IFs para alocação conforme estabelecido pelo método do Recobrimento, além da matriz de distâncias determinada considerando um vão médio padrão de 40 metros entre barras adjacentes quaisquer. As distâncias em metros entre as 22 barras elegíveis são mostrada na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 – Matriz de distâncias entre as barras elegíveis do alim. TAM-01F5

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	0	560	960	1160	1360	1520	1680	2080	2120	2360	2520	2840	2680	2800	2680	3000	3400	4400	5120	5120	5040	5600
2	560	0	400	600	800	960	1120	1520	1560	1800	1960	2280	2120	2240	2120	2440	2840	3840	4560	4560	4480	5040
3	960	400	0	200	400	560	720	1120	1160	1400	1560	1880	1720	1840	1720	2040	2440	3440	4160	4160	4080	4640
4	1160	600	200	0	200	360	520	920	960	1200	1360	1680	1520	1640	1520	1840	2240	3240	3960	3960	3880	4440
5	1360	800	400	200	0	160	320	720	760	1000	1160	1480	1320	1440	1320	1640	2040	3040	3760	3760	3680	4240
6	1520	960	560	360	160	0	160	560	600	840	1000	1320	1160	1280	1160	1480	1880	2880	3600	3600	3520	4080
7	1680	1120	720	520	320	160	0	400	440	680	840	1160	1000	1120	1000	1320	1720	2720	3440	3440	3360	3920
8	2080	1520	1120	920	720	560	400	0	40	280	440	760	600	720	600	920	1320	2320	3040	3040	2960	3520
9	2120	1560	1160	960	760	600	440	40	0	240	400	720	560	680	560	880	1280	2280	3000	3000	2920	3480
10	2360	1800	1400	1200	1000	840	680	280	240	0	160	480	800	920	800	1120	1520	2520	3240	3240	3160	3720
11	2520	1960	1560	1360	1160	1000	840	440	400	160	0	320	960	1080	960	1280	1680	2680	3400	3400	3320	3880
12	2840	2280	1880	1680	1480	1320	1160	760	720	480	320	0	1280	1400	1280	1600	2000	3000	3720	3720	3640	4200
13	2680	2120	1720	1520	1320	1160	1000	600	560	800	960	1280	0	120	80	320	720	1720	2440	2440	2360	2920
14	2800	2240	1840	1640	1440	1280	1120	720	680	920	1080	1400	120	0	200	480	880	1880	2600	2600	2520	3080
15	2680	2120	1720	1520	1320	1160	1000	600	560	800	960	1280	80	200	0	320	720	1720	2440	2440	2360	2920
16	3000	2440	2040	1840	1640	1480	1320	920	880	1120	1280	1600	320	480	320	0	400	1400	2120	2120	2040	2600
17	3400	2840	2440	2240	2040	1880	1720	1320	1280	1520	1680	2000	720	880	720	400	0	1000	1720	1720	1640	2200
18	4400	3840	3440	3240	3040	2880	2720	2320	2280	2520	2680	3000	1720	1880	1720	1400	1000	0	720	720	640	1200
19	5120	4560	4160	3960	3760	3600	3440	3040	3000	3240	3400	3720	2440	2600	2440	2120	1720	720	0	80	520	1080
20	5120	4560	4160	3960	3760	3600	3440	3040	3000	3240	3400	3720	2440	2600	2440	2120	1720	720	80	0	520	1080
21	5040	4480	4080	3880	3680	3520	3360	2960	2920	3160	3320	3640	2360	2520	2360	2040	1640	640	520	520	0	560
22	5600	5040	4640	4440	4240	4080	3920	3520	3480	3720	3880	4200	2920	3080	2920	2600	2200	1200	1080	1080	560	0

A Tabela 5.5 apresenta o ranking das 22 barras elegíveis classificadas por unidades consumidoras.

Tabela 5.5 – Ranking das barras por número de Unidades Consumidoras do alim. TAM-01F5

Barra	Número de Unidades Consumidoras (UC)
1	4959
2	4958
6	4138
7	4134
8	3837
16	1583
17	1340
9	886
13	789
21	467
11	321
18	302
4	268
10	205
15	204
5	174
12	106
20	94
3	73
14	55
22	55
19	2

O problema da P-mediana indicou a seleção das barras 1, 2, 6, 8, 16 e 21 para a alocação dos dispositivos IFs. As barras 1, 2, 6, 8 e 16 claramente privilegiam o critério da quantidade de consumidores a jusante dos IFs. A seleção da barra 21, topologicamente distante das demais, procura minimizar as distâncias médias entre os consumidores e dispositivos.

5.2.2 O problema da P-mediana aplicado ao alimentador PRU-01C1

Como dados de entrada para o programa foram indicados 6 IFs para alocação conforme estabelecido pelo método do Recobrimento, além da matriz de distâncias determinada considerando um vão médio padrão de 40 metros entre barras adjacentes quaisquer. As distâncias entre as 130 barras elegíveis são mostradas no anexo.

A Tabela 5.6 apresenta o ranking das 130 barras elegíveis classificadas por unidades consumidoras.

Tabela 5.6 – Ranking das barras por número de Unidades Consumidoras do alim. PRU-01C1

Barra	Número UCs	Barra	Número UCs	Barra	Número UCs	Barra	Número UCs	Barra	Número UCs
31	1946	108	31	24	7	117	3	97	1
64	1945	126	30	42	7	21	2	98	1
65	1933	93	28	48	7	33	2	102	1
66	1533	92	27	57	7	46	2	107	1
6	434	128	25	91	7	113	2	109	1
100	398	1	23	26	6	122	2	119	1
69	397	28	20	103	6	2	1	120	1
84	314	56	20	106	6	4	1	123	1
14	282	49	19	19	5	5	1	124	1
71	199	82	19	58	5	9	1	127	1
90	176	22	17	68	5	15	1		
43	165	110	17	76	5	16	1		
112	159	130	17	101	5	18	1		
72	113	111	16	125	5	27	1		
114	99	116	16	40	4	35	1		
67	88	8	15	55	4	37	1		
23	86	30	15	61	4	41	1		
3	84	129	14	62	4	44	1		
73	84	32	13	7	3	47	1		
89	75	59	13	25	3	52	1		
36	67	118	13	34	3	53	1		
10	57	12	10	38	3	60	1		
83	54	20	10	39	3	63	1		
81	48	80	10	45	3	70	1		
29	44	95	10	50	3	74	1		
11	42	121	10	79	3	75	1		
87	42	13	9	86	3	78	1		
85	38	17	9	99	3	88	1		

54	36	51	9	104	3	94	1
115	35	77	8	105	3	96	1

O problema da P-mediana indicou a seleção das barras 3, 6, 10, 14, 23, 26, 28, 29, 30, 31, 36, 42, 43, 54, 56, 59, 64, 65, 66, 67, 69, 71, 72, 73, 77, 81, 83, 84, 87, 89, 90, 93, 100, 112, 114, 115, 116 e 126 para a alocação dos dispositivos IFs.

As barras eleitas para a locação dos IFs, em sua maioria, são as que possuem maior quantidade de unidades consumidoras ligadas no circuito a jusante. Como exemplos, temos: 31, 64, 65, 66, 6, 100, 69, 84. A seleção das barras 26, 42, 77, 59, 30 procura minimizar as distâncias médias entre os consumidores e dispositivos.

5.3 Aplicação do problema da P-mediana modificado

Como já citado, o problema da P-mediana modificado combina os modelos da P-mediana e Recobrimento, ou seja, acrescenta ao problema da P-mediana a restrição de observabilidade da rede.

Naturalmente os dados de entrada são idênticos ao do problema da P-mediana sem a restrição de observabilidade.

5.3.1 Problema da P-mediana modificado aplicado ao alimentador TAM-01F5

As barras eleitas para a alocação dos 6 dispositivos IFs foram as barras 2, 8, 9, 13, 17 e 21. Topologicamente as barras eleitas estão mais distribuídas ao longo do alimentador em relação às barras 1, 2, 6, 8, 16 e 21 indicadas pelo problema da P-mediana sem a restrição de observabilidade.

5.3.2 Problema da P-mediana modificado aplicado ao alimentador PRU-01C1

As barras eleitas para a alocação dos 6 dispositivos IFs foram as barras 3, 13, 14, 17, 21, 23, 24, 26, 28, 30, 43, 54, 56, 57, 59, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 73, 74, 80, 81, 84, 85, 86, 89, 90, 96, 98, 100, 106, 110, 117, 118, que garantem um fator de redundância igual a 4,1154.

Inserir a restrição de observabilidade ao problema da P-mediana modificou o conjunto de barras elegíveis de tal forma que as barras, por exemplo, 31, 6 e 69 líderes do ranking por

unidades consumidoras fossem substituídas pelas barras 74, 96 e 98 menos expressivas nesse critério, Porém necessárias para garantir o monitoramento das grandezas tensão e corrente no sistema como um todo.

5.4 Análise comparativa dos resultados apresentados pelos métodos

5.4.1 Alimentador TAM-01F5

O modelo do Recobrimento para este problema de 22 barras indicou a necessidade de instalação de no mínimo 6 IFs para garantir a observabilidade do sistema. A solução ótima indicada foi a combinação das barras 2, 8, 9, 13, 17 e 21. Essa seleção, como citado anteriormente, foi a que apresentou o maior fator de redundância FRD igual a 2,6047.

A metodologia da P-mediana apresentou como resultado as barras 1, 2, 6, 8, 16 e 21, em consonância com o critério de priorizar as barras representativas quanto ao número de unidades consumidoras supridas pelo circuito a jusante e sem considerar a observabilidade da rede.

O problema que combina as metodologias do Recobrimento e P-mediana, denominado P-mediana modificado, indicou, coincidentemente, a mesma solução do problema do recobrimento, barras 2, 8, 9, 13, 17 e 21 com fator de redundância 2,6047.

A topologia do alimentador e os pontos de instalações indicados por cada método pode ser visualmente observado no diagrama da Figura 5.1. As barras 2, 8 e 21, destacadas em caixas com bordas contínuas, pertencem ao rol de soluções dos três métodos. As barras 1, 6 e 16, destacadas em caixas com bordas tracejadas, fazem parte da solução apenas do problema da P-mediana, enquanto que as caixas 9, 13 e 17, destacadas por caixas com bordas pontilhadas, foram indicadas pelos métodos do Recobrimento e P-mediana modificado.

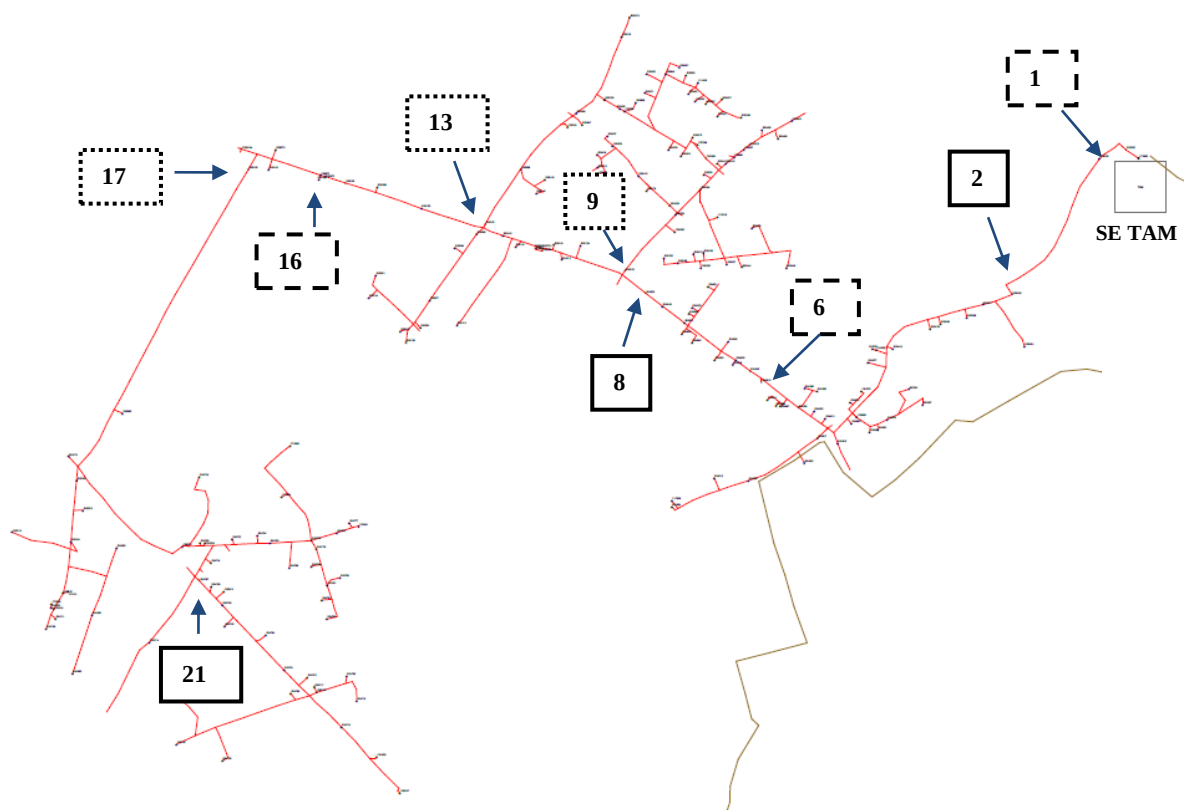


Figura 5.1 – Diagrama unifilar do alimentador TAM-01F5 (Fonte: Sistema GIS da CELPE)

Analisando as Tabelas 5.7 e 5.8 que relacionam as barras indicadas por cada método e suas respectivas quantidades de unidades consumidoras a jusante, fica evidente a priorização dos pontos em função do número de unidades consumidoras como critério da P-mediana.

Tabela 5.7 – Barras selecionadas pelo método da P-mediana

Barra	Placa da chave seccionadora	Barramento do poste	Quantidade de Unidades Consumidoras
1	E03220	B000806	4959
2	E00499	B000702	4958
6	E04691	B003817	4138
8	E04623	B003801	3837
16	E05135	B032675	1583
21	E04787	B032076	467

Tabela 5.8 – Barras selecionadas pelo método Recobrimento e da P-mediana modificado

Barra	Placa da chave seccionadora	Barramento do poste	Quantidade de Unidades Consumidoras
2	E00499	B000702	4958
8	E04623	B003801	3837
9	E04622	B003135	886
13	E05133	B003175	789
17	E05108	B032605	1340
21	E04787	B032076	467

Observa-se que o método da P-mediana ao priorizar as barras com maior quantidade de unidades consumidoras indica, por exemplo, a instalação de IFs nas barras 1 e 2 adjacentes e próximas a subestação Tamarineira, mesmo não havendo derivações ou unidades consumidoras entre elas. Essa concentração de dispositivos dificulta o monitoramento de todo o circuito, não representando uma boa solução sob o ponto de vista da observabilidade. As barras 9 e 13 são barras indicadas pelos métodos que consideram o critério observabilidade já que representam trechos do sistema de difícil estimativa dos valores de tensão e corrente em virtude da sua posição de derivação em relação ao tronco do alimentador. O método da P-mediana substitui as barras 9 e 13 pelas barras 6 e 16 que são mais representativas quanto ao número de unidades consumidoras em detrimento da observabilidade das citadas derivações. Não priorizar derivações longas como as das barras 9 e 13 considerando o fato de terem menor quantidade de unidades consumidoras, significa deixar de monitorar trechos de rede que geralmente possuem maior frequência de desligamento em relação a linha tronco e maior duração de interrupção. Por outro lado a escolha das barras 6 e 16 localizadas na linha tronco permite o monitoramento de trechos mais importantes do alimentador em relação ao carregamento e consumidores, entretanto com maior confiabilidade e melhor acesso para as equipes de manutenção.

O fato da coincidência entre as soluções apresentadas pelos métodos do Recobrimento e P-mediana modificado reduz o conjunto de alternativas a serem analisadas. Essas alternativas que foram discutidas apresentam perdas e ganhos, onde caberá ao decisor avaliar as compensações ou *trade-offs* existentes entre os critérios conforme objetivo pré-definido.

A Tabela 5.9 apresenta um quadro comparativo entre os métodos utilizados.

Tabela 5.9 – Comparação entre os resultados dos métodos da P-Mediana e Recobrimento para o circuito TAM-01F5

MÉTODO	NÚMERO DE IFs	LOCAL DE INSTALAÇÃO	FUNÇÃO OBJETIVO – P-MEDIANA	FUNÇÃO OBJETIVO – RECOBRIMENTO	FATORA DE REDUNDÂNCIA
P-Mediana	6	1, 2, 6, 8, 16 e 21	2283760	Não converge	Não converge
Recobrimento	6	2, 8, 9, 13, 17 e 21	-	6	2,6047
Recobrimento + P-mediana	6	2, 8, 9, 13, 17 e 21	8120600	6	2,6047

5.4.2 Alimentador PRU-01C1

O modelo do Recobrimento para este problema de 130 barras indicou a necessidade de instalação de no mínimo 38 IFs para garantir a observabilidade do sistema. A solução ótima indicada foi a combinação das barras 3, 7, 11, 13, 14, 17, 22, 23, 25, 26, 28, 30, 42, 54, 55, 57, 59, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 73, 74, 80, 81, 83, 84, 85, 89, 90, 100, 106, 117, 120 e 128, com fator de redundância FRD igual a 4,1154.

A metodologia da P-mediana apresentou como resultado as barras 3, 6, 10, 14, 23, 26, 28, 29, 30, 31, 36, 42, 43, 54, 56, 59, 64, 65, 66, 67, 69, 71, 72, 73, 77, 81, 83, 84, 87, 89, 90, 93, 100, 112, 114, 115, 116 e 126, em consonância com o critério de priorizar as barras representativas quanto ao número de unidades consumidoras supridas pelo circuito a jusante e sem considerar a observabilidade da rede.

O problema que combina as metodologias do Recobrimento e P-mediana, denominado P-mediana modificado, indicou as barras 3, 13, 14, 17, 21, 23, 24, 26, 28, 30, 43, 54, 56, 57, 59, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 73, 74, 80, 81, 84, 85, 86, 89, 90, 96, 98, 100, 106, 110, 117, 118, que garantem um fator de redundância igual a 4,1154.

A Tabela 5.10 estabelece o ranking por número de unidades consumidoras das 130 barras que representam o conjunto de possibilidades de alocação dos dispositivos IF. Estabelecido o ranking, também são indicadas as barras eleitas por cada método aplicado. O objetivo é facilitar a análise comparativa considerando a significativa dimensão do problema com 130 barras.

Tabela 5.10 – Ranking por unidades consumidoras e barras eleitas pelos métodos da P-Mediana e Recobrimento para o alim. PRU-01C1

Barra	Número de Unidades Consumidoras (UC)	Barras eleitas Recobrimento	Barras eleitas P-mediana	Barras eleitas P-mediana + Recobrimento
31	1946	-	31	-
64	1945	64	64	64
65	1933	65	65	65
66	1533	66	66	66
6	434	-	6	-
100	398	100	100	100
69	397	-	69	-
84	314	84	84	84
14	282	14	14	14
71	199	71	71	71
90	176	90	90	90
43	165	-	43	43
112	159	-	112	-
72	113	-	72	-
114	99	-	114	-
67	88	67	67	67
23	86	23	23	23
3	84	3	3	3
73	84	73	73	73
89	75	89	89	89
36	67	-	36	-
10	57	-	10	-
83	54	83	83	-
81	48	81	81	81
29	44	-	29	-
11	42	11	-	-
87	42	-	87	-
85	38	85	-	85
54	36	54	54	54
115	35	-	115	-
108	31	-	-	-
126	30	-	126	-
93	28	-	93	-
92	27	-	-	-
128	25	128	-	-
1	23	-	-	-

28	20	28	28	28
56	20	-	56	56
49	19	-	-	-
82	19	-	-	-
22	17	22	-	-
110	17	-	-	110
130	17	-	-	-
111	16	-	-	-
116	16	-	116	-
8	15	-	-	-
30	15	30	30	30
129	14	-	-	-
32	13	-	-	-
59	13	59	59	59
118	13	-	-	118
12	10	-	-	-
20	10	-	-	-
80	10	80	-	80
95	10	-	-	-
121	10	-	-	-
13	9	13	-	13
17	9	17	-	17
51	9	-	-	-
77	8	-	77	-
24	7	-	-	24
42	7	42	42	-
48	7	-	-	-
57	7	57	-	57
91	7	-	-	-
26	6	26	26	26
103	6	-	-	-
106	6	106	-	106
19	5	-	-	-
58	5	-	-	-
68	5	68	-	68
76	5	-	-	-
101	5	-	-	-
125	5	-	-	-
40	4	-	-	-
55	4	55	-	-
61	4	-	-	-

62	4	62	-	62
7	3	7	-	-
25	3	25	-	-
34	3	-	-	-
38	3	-	-	-
39	3	-	-	-
45	3	-	-	-
50	3	-	-	-
79	3	-	-	-
86	3	-	-	86
99	3	-	-	-
104	3	-	-	-
105	3	-	-	-
117	3	117	-	117
21	2	-	-	21
33	2	-	-	-
46	2	-	-	-
113	2	-	-	-
122	2	-	-	-
2	1	-	-	-
4	1	-	-	-
5	1	-	-	-
9	1	-	-	-
15	1	-	-	-
16	1	-	-	-
18	1	-	-	-
27	1	-	-	-
35	1	-	-	-
37	1	-	-	-
41	1	-	-	-
44	1	-	-	-
47	1	-	-	-
52	1	-	-	-
53	1	-	-	-
60	1	-	-	-
63	1	-	-	-
70	1	-	-	-
74	1	74	-	74
75	1	-	-	-
78	1	-	-	-
88	1	-	-	-

94	1	-	-	-
96	1	-	-	96
97	1	-	-	-
98	1	-	-	98
102	1	-	-	-
107	1	-	-	-
109	1	-	-	-
119	1	-	-	-
120	1	120	-	-
123	1	-	-	-
124	1	-	-	-
127	1	-	-	-

Fica evidente que os métodos apresentam resultados fieis aos seus respectivos critérios. O método da P-mediana prioriza as barras que possuem maior quantidade de unidades consumidoras localizadas no topo do ranking da Tabela 5.10. Algumas barras com menos significância em relação ao número de unidades consumidoras são escolhidas com o objetivo de minimizar as distâncias médias entre os dispositivos IFs e os consumidores. O método do recobrimento que não observa o número de unidades consumidoras sinaliza para barras menos importantes quanto a esse critério, tornando a distribuição dos IFs mais uniforme ao longo do alimentador e garantido maior redundância na observabilidade das barras do sistema. O método combinado ao inserir a restrição de observabilidade ao método da P-mediana apresenta em seu resultado um comportamento que traduz os seus critérios. Observa-se a opção por barras com menos unidades consumidoras de forma a agregar maior observabilidade ao sistema, porém não traduzindo o nível de observabilidade do método do Recobrimento, como pode ser notado pelos valores dos fatores de redundância dos métodos indicados na Tabela 5.11.

Tabela 5.11 – Comparação entre os resultados dos métodos da P-Mediana e Recobrimento para o alim. PRU-01C1

MÉTODO	NÚMERO DE IFs	LOCAL DE INSTALAÇÃO	FUNÇÃO OBJETIVO – P-MEDIANA	FUNÇÃO OBJETIVO – RECOBRIMENTO	FATORA DE REDUNDÂNCIA
P-Mediana	38	3, 6, 10, 14, 23, 26, 28, 29, 30, 31, 36, 42, 43, 54, 56, 59, 64, 65, 66, 67, 69, 71, 72, 73, 77, 81, 83, 84, 87, 89, 90, 93, 100, 112, 114, 115, 116 e 126	260032	Não converge	Não converge
Recobrimento	38	3, 7, 11, 13, 14, 17, 22, 23, 25, 26, 28, 30, 42, 54, 55, 57, 59, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 73, 74, 80, 81, 83, 84, 85, 89, 90, 100, 106, 117, 120 e 128	-	38	4,1154
Recobrimento + P-mediana	38	3, 13, 14, 17, 21, 23, 24, 26, 28, 30, 43, 54, 56, 57, 59, 62, 64, 65, 66, 67, 68, 71, 73, 74, 80, 81, 84, 85, 86, 89, 90, 96, 98, 100, 106, 110, 117, 118	4096862	38	4,0885

6 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 Conclusões

Neste trabalho foram aplicados modelos de Pesquisa Operacional para solucionar problemas de alocação de indicadores de falta em alimentadores de distribuição de média tensão do sistema elétrico da CELPE. A complexidade do problema apresentado surge em função do volume de indicadores de falta adquiridos através do plano de investimento e da quantidade de pontos possíveis de alocação. Os modelos testados em dois alimentadores (20 barras e 130 barras) apresentaram soluções consistentes em relação aos seus respectivos critérios de forma a contribuir para que a empresa atinja seu objetivo de melhoria dos indicadores de qualidade do fornecimento de energia. O método da P-mediana privilegia as barras com maior número de unidades consumidoras a jusante, enquanto que o Recobrimento mostra claramente em seus resultados que a topologia influencia fortemente na alocação dos dispositivos. A combinação desses dois critérios é a proposta do método da P-mediana com a inserção da restrição de observabilidade, denominado P-mediana modificado, onde os resultados apresentados levam a uma situação intermediária entre os dois métodos anteriores. Os critérios são claramente balanceados e os pontos escolhidos em sua maioria são importantes quanto ao número de consumidores, porém mais bem distribuídos ao longo do circuito garantindo um monitoramento mais amplo.

A CELPE ao investir em dispositivos indicadores de falta objetiva a redução do indicador DEC que é influenciado pelos fatores: número de unidades consumidoras interrompidas e duração do desligamento. Nessa Perspectiva, o método combinado, denominado P- mediana modificado, apresentou maior aderência, pois identifica pontos importantes em relação ao número de unidades consumidoras, em geral mais próximos do centro de carga, como também seleciona barras em pontos extremos do circuito ou derivações que, mais comumente, suprem menos unidades consumidoras e apresentam maior tempo médio de desligamento em função do acesso. Essas compensações são bem vindas e torna os resultados mais alinhados com a ótica da distribuidora.

6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Problemas relacionados à localização de instalações ou equipamento apresenta diversas possibilidades de implementação no indústria relacionada a distribuição de energia elétrica. Seguem abaixo algumas sugestões para trabalhos futuros que certamente são demandas importantes do setor.

6.2.1 Localização de Indicadores de Falta

Aperfeiçoamento do presente trabalho utilizando como critério para a P-mediana o real DEC Potencial associado a cada chave seccionadora. O DEC potencial representa uma estimativa do impacto no DEC caso ocorra desligamento de determinado trecho do circuito. Para isso, é necessário obter o tempo médio de desligamento e o número de consumidores associados a cada chave. O presente trabalho considerou apenas como critério o número de unidades consumidoras, deixando implícito que o tempo médio de desligamento seria igual para todas as chaves, decisão essa motivada pela ausência dessa informação de forma direta nos sistemas de controle atuais da empresa. Importante frisar que ao inserir o tempo médio de desligamento de cada chave através do DEC Potencial, serão retratadas as dificuldades de acesso e extensão do trecho do circuito a jusante, tornando os resultados mais consistentes.

6.2.2 Localização de Bases de Manutenção

Geralmente a definição da localização de uma nova base de manutenção ou remanejamento de uma existente leva em consideração apenas os critérios custo de aquisição do terreno ou da instalação existente. Uma base mal localizada pode causar impactos negativos nos indicadores de qualidade da empresa ao trazer dificuldades para o trabalho das equipes de manutenção. Vários aspectos devem ser observados como, por exemplo, proximidade dos centros de carga, tempo de deslocamento de equipes aos pontos mais distantes do sistema, logística de materiais, facilidade de acesso à própria base, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em <http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/PRODIST/Módulo1_Revisao_7.pdf > Acesso em 05 de maio de 2015.
- ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica. Disponível em <http://www.aneel.gov.br/arquivos/PDF/Módulo8_Revisão_6_Retificação_1.pdf> Acesso em 12 de maio de 2015.
- BARBOSA, C. F. e NALLIN, F. E. "Lightning protection of a smart grid sensor," *Electrical Power System Research*, Elsevier, vol. 118, pp. 83-88, Jan. 2015.
- BARBOSA, C. F., ROMANO R. B., NALLIN, F. E., COSTA, E. F., MILANO, D., RIBAS, G. H. S., CARDINALI JR, V., SOUZA, R. N., JOSÉ FILHO, R., ALVES, M. P. C. e MOURA, L. F., "Aplicação de sensores inteligentes na detecção de faltas de alta impedância," in *Proc. do Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos - SBSE*, Foz do Iguaçu, 2014.
- BRANCO, H.M.G.C., OLESKOVICZ, M., DELBEM, A. C. B., COURY, D. V., SILVA, R. P.M. "Optimized allocation of power quality monitors in transmission systems: A multiobjective approach," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 64, pp. 156-166, Jan. 2015.
- CHURCH, RICHARD L.; REVELLE, CHARLES S. Theoretical and Computational Links between the p-Median, Location Set-covering, and the Maximal Covering Location Problem. *Geographical Analysis*, v. 8, n. 4, p. 406-415, 1976.
- CHURCH, RICHARD; REVELLE, CHARLES R. The maximal covering location problem. *Papers in regional science*, v. 32, n. 1, p. 101-118, 1974.

- DASHTI, RAHMAN; SADEH, JAVAD. Fault indicator allocation in power distribution network for improving reliability and fault section estimation. In: Advanced Power System Automation and Protection (APAP), 2011 International Conference on. IEEE, 2011. p. 1406-1411.
- DASKIN, M. S. Network and Discrete Location: Models, Algorithms and Applications. Wiley Interscience, New York, EUA, 1995.
- DE ALMEIDA, M. C. Optimal placement of faulted circuit indicators in power distribution systems. Electric Power Systems Research, v. 81, n. 2, p. 699-706, 2011.
- DE SOUZA, D. M. B. S. *et al.* Efficient allocation of fault indicators in distribution circuits using fuzzy logic. In: Power & Energy Society General Meeting, 2009. PES'09. IEEE. IEEE, 2009. p. 1-6.
- ELDERY, M. A.; EL-SAADANY, E. F.; SALAMA, M. M. A. Optimum Number and Location of Power Quality Monitors. New York: ICHP, 2004
- FERNANDES, S.; CAPTIVO, M. E.; CLÍMACO, J. SABILOC. Um sistema de apoio à decisão para análise de problemas de localização bicritério. *Pesquisa Operacional*, vol 27, n. 3, pp. 1-17, 2007.
- FERREIRA, HELEMARCO LEITE. Modelos Multicritério de Localização de Transformadores Reservas no Contexto de Planejamento de Manutenção. Recife, 2009. 167p. (Doutorado em Engenharia de Produção – Universidade Federal de Pernambuco).
- GOLDBARG, M. C., LUNA, H. P. C., Otimização combinatória e Programação Linear: Modelos e Algoritmos, 2 ed, Editora Elsevier, p. 409-423, 2005.
- HOFFMAN, K., PADBERG, M., Set Covering, Packing and Partitioning Problems. Disponível em http://iris.gmu.edu/~khoffman/papers/set_covering.html. Acessado em março de 2015.

- HAKIMI, S. LOUIS. Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations research*, v. 12, n. 3, p. 450-459, 1964.
- HENDI, R. BARADARAN; SEYED-SHENEVA, J.; GANDOMKAR, MAJID. Electrical distribution system reliability improvement by optimal placement of fault indicators using immune algorithm. *Int. J. Eng. Res. Applicat.(IJERA)*, v. 2, n. 2, p. 1383-1390, 2012.
- HILLIER, F. S. LIEBERMAN, G. J. 2006, *Introdução à pesquisa Operacional*, Ed. McGraw Hill, São Paulo.
- HO, CHIN-YING; LEE, TSUNG-EN; LIN, CHIA-HUNG. Optimal placement of fault indicators using the immune algorithm. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 26, n. 1, p. 38-45, 2011.
- J. C. SANTOS, A. L. T. NOGUEIRA, F. J. ANDRADE, J. CAMARGO, M. M. SILVEIRA. “Sinalizador Luminoso Monofásico de Faltas para Redes Aéreas de Distribuição de Energia Elétrica até 69 kV” In: VII CBQEE - Conferência Brasileira sobre Qualidade da Energia Elétrica, 2007, Santos/SP. *Anais da Conferência - VII CBQEE.* , 2007.
- LOBO, D. S.; Dimensionamento e otimização locacional de unidades de educação infantil. Florianópolis, 2003. 155p. (Doutorado em Engenharia de Produção – Universidade Federal de Santa Catarina).
- LOPES, Y. G.; ALMEIDA, A. T. Enfoque multicritério para a localização de instalações de serviço: aplicação do método SMARTER. *Revista Eletrônica Sistema e Gestão*, volume 3, nº 2, páginas 114 a 118, Março a Agosto 2008.
- MORALES *et al.* “Elimination of Multiple Estimation for Fault Location in Radial Power Systems by Using Fundamental Single-End Measurements” *IEEE Trans. Power Del.*, vo;. 24, no. 3, July 2009.

- MOREIRA, D. A. 2008, *Administração da Produção e Operações*, Ed. Cengage Learning, São Paulo.
- OWEN, SUSAN HESSE; DASKIN, MARK S. Strategic facility location: A review. *European Journal of Operational Research*, v. 111, n. 3, p. 423-447, 1998.
- REIS, DÉBORA COSTA SOARES. Um algoritmo branch and bound para o problema da alocação ótima de monitores de qualidade de energia elétrica em redes de transmissão. Juiz de Fora, 2007. (Mestrado em Engenharia de Produção – Universidade Federal de Juiz de Fora).
- REVELLE, C. S.; TOREGAS, C.; FALKSON, L. Applications of the location set covering problem. *Geographical Analysis*, vol. 8, pp 65-77, 1976.
- REVELLE, C.; e SWAIN, R.; 1970. Central facilities location. *Geographi Anal* 2, 30-42.
- REVELLE, CHARLES S.; EISELT, HORST A. Location analysis: A synthesis and survey. *European Journal of Operational Research*, v. 165, n. 1, p. 1-19, 2005.
- REVELLE, CHARLES. A perspective on location science. *Location Science*, v. 5, n. 1, p. 3-13, 1997.
- REVELLE, CHARLES. The Maximum Capture or “Sphere of Influence” Location Problem: Hotelling Revisited on a Network*. *Journal of Regional Science*, v. 26, n. 2, p. 343-358, 1986.
- SILVA, L. G. O.; Filho, A. T. A . Alocação de medidores de qualidade de energia utilizando a P-mediana. In: XLVII SBPO, 2015, Porto de Galinhas-PE.
- SIMÕES, EVANDRO MONTEIRO. Modelo multicritério de apoio à decisão para identificação de pontos candidatos à instalação de dispositivos sinalizadores de faltas no sistema de distribuição de energia elétrica. 2012.

SLACK, N., CHAMBERS, S. JOHNSON, R. 2002, *Administração da Produção*, Ed. Atlas, São Paulo.

USIDA, WESLEY FERNANDO. Efficient placement of fault indicators in an actual distribution system using evolutionary computing. *Power Systems, IEEE Transactions on*, v. 27, n. 4, p. 1841-1849, 2012.

WHITE, JOHN A.; CASE, KENNETH E. On covering problems and the central facilities location problem. *Geographical Analysis*, v. 6, n. 3, p. 281-294, 1974.

ANEXOS

1. Modelagem do problema do Recobrimento para alocação de indicadores de falta

```

de = linhas(:,1); % barra que sai a linha
para = linhas(:,2); % barra em que a linha chega
n_linhas = length(de); % numero de linhas do sistema
n_barras = max(max(de),max(para)); % numero de barras do
sistema
% _____CUSTOS IGUAIS_____ %
f = ones(1,n_barras);
% _____CUSTOS DIFERENTES_____ %
%for i = 1 : n_barras
%[l,c] = find(linhas == i);
%f(i) = length(l);
%end
% Inicio do programa de montagem da matriz de restricao
"D" _____ %
% Definindo a dimensao das matrizes de conectividade
AA = zeros(n_linhas + n_barras, n_barras);
Bj = zeros(n_linhas + n_barras, n_barras);
Bk = zeros(n_linhas + n_barras, n_barras);
% Montagem da matriz A relativa a conectividade do sistema
cont = 1;
for i = 1 : (n_linhas)
j = de(i);
k = para(i);
AA(j,j) = 1;
AA(k,k) = 1;
AA(j,k) = 1;
AA(k,j) = 1;
AA(cont + n_barras, j) = 1;
AA(cont + n_barras, k) = 1;
cont = cont + 1;
end
% Montagem da matriz B relativa a co-conectividade do sistema
cont = 1;
for i = 1 : (n_linhas)
j = de(i);
k = para(i);
Bj(cont + n_barras, :) = AA(j,:);
Bk(cont + n_barras, :) = AA(k,:);
cont = cont+1;
end
% Montagem da Matriz de Densidade
for i = 1 : n_barras
D(i,:) = AA(i,:);
end
for i = (n_barras+1):(n_barras+n_linhas)
D(i,:) = AA(i,:) + Bj(i,:);
end
cont = 1;
for i = (n_linhas+n_barras+1):(2*n_linhas + n_barras)
D(i,:) = AA(n_barras+cont,:) + Bk(n_barras+cont,:);
cont = cont+1;

```

```

end
%_____ Fim do programa de montagem das Matrizes de Restrição
"D"
%_____ INICIO DA MONTAGEM DO ALGORITMO B &
B
% Matriz com todas as restrições: de observabilidade e de  $0 \leq x \leq 1$ 
% Matriz de Restrições do tipo  $A \cdot x \leq b$ 
ident = eye(n_barras);
A = [-D
eye(n_barras)];
% Matriz dos coeficientes da restrição
b = [-ones(length(D),1)
ones(n_barras,1)];
% Parametros necessarios somente para compor a função
'linprog'
% Matrizes de igualdade
Aeq = zeros(1,n_barras);
beq = 0;
% Limitantes da função
UB = inf * ones(1,n_barras); % superior
LB = zeros(1,n_barras); % inferior
% Calculo do valor obtido para as variaveis do problema Po
[X,FVAL,EXITFLAG] = linprog(f,A,b,Aeq,beq,UB,UB);
f_objetivo = round(FVAL);
limitante_superior = f_objetivo;
%_____ Inicio da montagem da
arvore_____
matriz_estrutura = -ones(4, n_barras+3);
matriz_estrutura(1,n_barras+1) = 8;
matriz_estrutura(2,n_barras+1) = 8;
matriz_estrutura(1,1) = 0;
matriz_estrutura(2,1) = 1;
ind=1;
r = 1;
t = 1;
while ~isempty(r)
% Matrizes para restricoes do tipo  $A \cdot x \leq b$ 
A = [-(D)
ident(r+1 : n_barras, :)]'; % Representa as variaveis livres
do problemas
b = [-ones(length(D),1)
ones((length(A)-length(D)),1)]; % Valor das variaveis livres
do problemas
% Matriz para as restricoes do tipo  $A \cdot x = b$ 
for k = 1 : 2 % Um problema expandido resulta em de mais dois
novos problemas
Aeq = ident(1:r ,:);
[nlinhas, ncolunas] = size(Aeq);
if k == 1 % k = 1 -> Problema x = 0
beq = matriz_estrutura(ind,1:r)'; % Valor das variaveis fixas
[X,FVAL,EXITFLAG] = linprog(f,A,b,Aeq,beq,UB,UB);
f_objetivo = round(FVAL);
if (EXITFLAG <= 0 | f_objetivo > limitante_superior)
matriz_estrutura(ind,n_barras+1) = 7;
matriz_estrutura(ind,n_barras+2) = f_objetivo;
matriz_estrutura(ind,n_barras+3) = EXITFLAG;
elseif f_objetivo <= limitante_superior
matriz_estrutura(ind,n_barras+1) = 8;

```

```

matriz_estrutura(ind,n_barras+2) = f_objetivo;
matriz_estrutura(ind,n_barras+3) = EXITFLAG;
limitante_superior = f_objetivo;
end
else % k = 2 -> Problema x = 1
beq = matriz_estrutura(ind+1,1:r)'; % Valor das variaveis
fixas
[X,FVAL,EXITFLAG] = linprog(f,A,b,Aeq,beq,LB,UB);
f_objetivo = round(FVAL);
if (EXITFLAG <= 0 | f_objetivo > limitante_superior)
    matriz_estrutura(ind+1,n_barras+1) = 7;
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+2) = f_objetivo;
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+3) = EXITFLAG;
elseif f_objetivo <= limitante_superior
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+1) = 8;
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+2) = f_objetivo;
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+3) = EXITFLAG;
limitante_superior = f_objetivo;
end
end
end
if (r == n_barras & (matriz_estrutura(ind, n_barras+1) == 8))
matriz_estrutura(ind,n_barras+1) = 6;
end
if (r == n_barras & (matriz_estrutura(ind+1, n_barras+1) ==
8))
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+1) = 6;
end
% _____ Expansao da Matriz
estrutura
if r < n_barras
[t,u] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == 8);% Guardar o
indice
[r,s] = find( matriz_estrutura(min(t),:) == -1); % Achar a
coluna do problema expandido
r = min(s);
[lin,col] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == -1); %
Achar o primeiro indice do problema expandido
ind = min(lin);
matriz_estrutura(ind,1:r-1) = matriz_estrutura(min(t),1:r-1);
matriz_estrutura(ind+1,1:r-1) = matriz_estrutura(min(t),1:r-
1);
matriz_estrutura(ind,r) = 0;
matriz_estrutura(ind+1,r) = 1;
matriz_estrutura(ind,n_barras+1) = 5;
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+1) = 5;
matriz_estrutura(min(t),n_barras+1) = 9;
else % r = n_barras -> Ou todas as solucoes ja foram
encontradas
[t,u] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == 8);% Guardar o
indice
[r,s] = find( matriz_estrutura(min(t),:) == -1);% Achar a
coluna do problema expandido
r = min(s);
[lin,col] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == -1); %
Achar o primeiro indice do problema expandido
ind =min(lin);
matriz_estrutura(ind,1:r-1) = matriz_estrutura(min(t),1:r-1);

```

```

matriz_estrutura(ind+1,1:r-1) = matriz_estrutura(min(t),1:r-1);
matriz_estrutura(ind,r) = 0;
matriz_estrutura(ind+1,r) = 1;
if ~isempty(r)
matriz_estrutura(ind,n_barras+1) = 5;
matriz_estrutura(ind+1,n_barras+1) = 5;
end
matriz_estrutura(min(t),n_barras+1) = 9;
end
% _____ Fim do calculo
% _____ Atualização da Matriz
estrutura
[a,b] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == 8);
[c,d] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == 6);
[g,h] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == 5);
matriz_estrutura = [matriz_estrutura(a,:)
matriz_estrutura(c,:)
matriz_estrutura(g,:)
-ones(2,n_barras+3)];
[a,b] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == 5);
ind = min(a);
end
[i,j] = find(matriz_estrutura(:,n_barras+1) == 6);
solucoes = matriz_estrutura(i,1:n_barras);
disp(' ')
[num, col] = size(solucoes);
sol = solucoes * XX;
soma = sum(solucoes, 2);
disp('O numero de monitores necessarios e');
disp(soma)
disp(' ')
disp('O numero de solucoes possiveis e');
disp(num)
disp(' ')
disp('Todas as solucoes possiveis sao:')
disp(sol)
% Verificação da redundancia
for n = 1 : (n_linhas+n_barras)
for m = 1:num
U(n,m) = AA(n,:) * solucoes(m,:);
W(n,m) = (Bj(n,:) * solucoes(m,:))' * (Bk(n,:) *
solucoes(m,:));
end
end
for n = 1:num
frd(n,1) = sum(U(:,n) + W(:,n)) / (n_linhas+n_barras);
end

```

2. Dados de entrada do problema da Recobrimento para alocação de indicadores de falta no alimentador TAM-01F5

```

linhas = [1 2
2 3
2 4
2 5
2 6

```

```

2    7
7    8
8    9
9    10
9    11
9    12
8    13
13   14
8    15
8    16
16   17
17   18
17   19
17   20
17   21
21   22];
syms x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14 x15 x16
x17 x18 x19 x20 x21 x22
XX = [x1
x2
x3
x4
x5
x6
x7
x8
x9
x10
x11
x12
x13
x14
x15
x16
x17
x18
x19
x20
x21
x22];

```

3. Solução do problema do Recobrimento para alocação de indicadores de falta no alimentador TAM-01F5

O numero de monitores necessarios e´
6

O numero de soluções possiveis e´
8

Todas as soluções possiveis sao:

```

x14 + x15 + x17 + x2 + x22 + x9
x14 + x15 + x17 + x2 + x21 + x9
x13 + x15 + x17 + x2 + x22 + x9
x13 + x15 + x17 + x2 + x21 + x9
x14 + x17 + x2 + x22 + x8 + x9

```


$$\begin{aligned} & x_{14} + x_{17} + x_2 + x_{21} + x_8 + x_9 \\ & x_{13} + x_{17} + x_2 + x_{22} + x_8 + x_9 \\ & x_{13} + x_{17} + x_2 + x_{21} + x_8 + x_9 \end{aligned}$$

frd =

1.6279
1.8140
1.7907
1.9767
2.1395
2.3488
2.3953
2.6047

4. Dados de entrada do problema do Recobrimento para alocação de indicadores de falta no alimentador PRU-01C1

```
linhas = [2 3
7 86
9 117
10 21
11 118
11 12
12 13
14 85
14 61
14 116
14 11
14 10
14 88
14 89
14 77
17 94
23 97
23 34
23 4
23 5
23 6
23 93
23 38
23 35
23 64
23 33
23 84
24 25
26 24
26 78
26 23
26 80
26 45
28 123
28 30
30 79
31 65
43 42
54 41
```

54 120
55 96
57 58
59 60
65 47
65 39
65 17
65 2
65 112
65 87
65 66
66 20
66 100
66 102
66 110
66 8
66 26
66 106
66 69
66 99
66 70
66 71
66 90
67 130
67 68
67 55
67 128
67 108
68 113
71 72
71 53
71 52
72 73
73 51
73 127
73 74
74 75
74 49
74 126
74 48
74 76
74 50
80 44
80 124
80 46
80 63
81 95
81 82
81 9
81 109
83 115
84 36
85 7
85 92
85 91
89 107
89 81
90 1
90 40

```

90 114
90 29
90 32
90 27
90 28
100 19
100 111
100 129
100 125
100 16
100 101
100 18
100 17
100 15
100 103
100 14
100 54
100 122
106 104
106 105
110 22
114 119
115 57
115 59
119 62
120 98
128 56
21 83
64 37
64 121
64 67
64 43
];
syms x1      x2  x3  x4  x5  x6  x7 x8 x9 x10 x11 x12 x13 x14
x15 x16 x17 x18 x19 x20 x21 x22 x23 x24 x25 x26 x27 x28 x29
x30 x31 x32 x33 x34 x35 x36 x37 x38 x39 x40 x41 x42 x43 x44
x45 x46 x47 x48 x49 x50 x51 x52 x53 x54 x55 x56 x57 x58 x59
x60 x61 x62 x63 x64 x65 x66 x67 x68 x69 x70 x71 x72 x73 x74
x75 x76 x77 x78 x79 x80 x81 x82 x83 x84 x85 x86 x87 x88 x89
x90 x91 x92 x93 x94 x95 x96 x97 x98 x99 x100 x101 x102 x103
x104 x105 x106 x107 x108 x109 x110 x111 x112 x113 x114 x115
x116 x117 x118 x119 x120 x121 x122 x123 x124 x125 x126 x127
x128 x129 x130
X = [
x1
x2
x3
x4
x5
x6
x7
x8
x9
x10
x11
x12
x13
x14
x15

```

x16
x17
x18
x19
x20
x21
x22
x23
x24
x25
x26
x27
x28
x29
x30
x31
x32
x33
x34
x35
x36
x37
x38
x39
x40
x41
x42
x43
x44
x45
x46
x47
x48
x49
x50
x51
x52
x53
x54
x55
x56
x57
x58
x59
x60
x61
x62
x63
x64
x65
x66
x67
x68
x69
x70
x71
x72
x73
x74

x75
x76
x77
x78
x79
x80
x81
x82
x83
x84
x85
x86
x87
x88
x89
x90
x91
x92
x93
x94
x95
x96
x97
x98
x99
x100
x101
x102
x103
x104
x105
x106
x107
x108
x109
x110
x111
x112
x113
x114
x115
x116
x117
x118
x119
x120
x121
x122
x123
x124
x125
x126
x127
x128
x129
x130
];

5. Solução do problema do Recobrimento para alocação de indicadores de falta no alimentador PRU-01C1

```
BarramentoAtivo = [0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0
0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0
0 0 0 0 1 1 0 1 0 1 0 0 1 0 1 1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0
0 1 1 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0];
```

6. Modelagem do problema da P-mediana para alocação de indicadores de falta

```
pmediana
int P = ...;
{string} chaves = ...; // Define os chaves
{string} indicadores = ...; // define os indicadores
float Unidades consumidoras[chaves] = ...; // Unidades
consumidoras
float Distancia[chaves][indicadores] = ...; // matriz
distância

//Variáveis
dvar boolean indicadorativo[indicadores]; // Indicadores
dvar boolean grafoAtivo[chaves][indicadores]; // grafo ativo

//Função objetivo
minimize
    sum( t in chaves , m in indicadores )
        Unidades
        consumidoras[t]*Distancia[t][m]*grafoAtivo[t][m]; //
minimizar a distancia ponderada pela unidades consumidoras

//Restrições
subject to {
    forall( t in chaves )
        ctShip:
            sum( m in indicadores )
                grafoAtivo[t][m] == 1;

        ctOpen:
            sum( m in indicadores )
                indicadorativo[m] == P;

    forall( t in chaves , m in indicadores )
        ctShipOpen:
            grafoAtivo[t][m] <= indicadorativo[m];
}
```

7. Dados de entrada do problema da P-mediana para alocação de indicadores de falta no alimentador TAM-01F5

```
P=6;
chaves={"C1","C2","C3","C4","C5","C6","C7","C8","C9","C10","C
11","C12","C13","C14","C15","C16","C17","C18","C19","C20","C2
1","C22"};
indicadores={"C1","C2","C3","C4","C5","C6","C7","C8","C9","C1
0","C11","C12","C13","C14","C15","C16","C17","C18","C19","C20
","C21","C22"};
```

```

nconsumidores=[4959, 4958, 73, 268, 174, 4138, 4134,
3837, 886, 205, 321, 106, 789, 55, 204, 1583,
1340, 302, 2, 94, 467, 55];
Matrz Distancia=
[0,560,960,1160,1360,1520,1680,2080,2120,2360,2520,2840,2680
,2800,2680,3000,3400,4400,5120,5120,5040,5600],
[560,0,400,600,800,960,1120,1520,1560,1800,1960,2280,2120,224
0,2120,2440,2840,3840,4560,4560,4480,5040],
[960,400,0,200,400,560,720,1120,1160,1400,1560,1880,1720,1840
,1720,2040,2440,3440,4160,4160,4080,4640],
[1160,600,200,0,200,360,520,920,960,1200,1360,1680,1520,1640,
1520,1840,2240,3240,3960,3960,3880,4440],
[1360,800,400,200,0,160,320,720,760,1000,1160,1480,1320,1440,
1320,1640,2040,3040,3760,3760,3680,4240],
[1520,960,560,360,160,0,160,560,600,840,1000,1320,1160,1280,1
160,1480,1880,2880,3600,3600,3520,4080],
[1680,1120,720,520,320,160,0,400,440,680,840,1160,1000,1120,1
000,1320,1720,2720,3440,3440,3360,3920],
[2080,1520,1120,920,720,560,400,0,40,280,440,760,600,720,600,
920,1320,2320,3040,3040,2960,3520],
[2120,1560,1160,960,760,600,440,40,0,240,400,720,560,680,560,
880,1280,2280,3000,3000,2920,3480],
[2360,1800,1400,1200,1000,840,680,280,240,0,160,480,800,920,8
00,1120,1520,2520,3240,3240,3160,3720],
[2520,1960,1560,1360,1160,1000,840,440,400,160,0,320,960,1080
,960,1280,1680,2680,3400,3400,3320,3880],
[2840,2280,1880,1680,1480,1320,1160,760,720,480,320,0,1280,14
00,1280,1600,2000,3000,3720,3720,3640,4200],
[2680,2120,1720,1520,1320,1160,1000,600,560,800,960,1280,0,12
0,80,320,720,1720,2440,2440,2360,2920],
[2800,2240,1840,1640,1440,1280,1120,720,680,920,1080,1400,120
,0,200,480,880,1880,2600,2600,2520,3080],
[2680,2120,1720,1520,1320,1160,1000,600,560,800,960,1280,80,2
00,0,320,720,1720,2440,2440,2360,2920],
[3000,2440,2040,1840,1640,1480,1320,920,880,1120,1280,1600,32
0,480,320,0,400,1400,2120,2120,2040,2600],
[3400,2840,2440,2240,2040,1880,1720,1320,1280,1520,1680,2000,
720,880,720,400,0,1000,1720,1720,1640,2200],
[4400,3840,3440,3240,3040,2880,2720,2320,2280,2520,2680,3000,
1720,1880,1720,1400,1000,0,720,720,640,1200],
[5120,4560,4160,3960,3760,3600,3440,3040,3000,3240,3400,3720,
2440,2600,2440,2120,1720,720,0,80,520,1080],
[5120,4560,4160,3960,3760,3600,3440,3040,3000,3240,3400,3720,
2440,2600,2440,2120,1720,720,80,0,520,1080],
[5040,4480,4080,3880,3680,3520,3360,2960,2920,3160,3320,3640,
2360,2520,2360,2040,1640,640,520,520,0,560],
[5600,5040,4640,4440,4240,4080,3920,3520,3480,3720,3880,4200,
2920,3080,2920,2600,2200,1200,1080,1080,560,0],
];

```

8. Solução do problema da P-mediana para alocação de indicadores de falta no alimentador TAM-01F5

```

solution (optimal) with objective 2283760
// Quality Incumbent solution:
// MILP objective 2.2837600000e+006

```

```
// MILP solution norm |x| (Total, Max) 2.80000e+001
1.00000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max) 0.00000e+000
0.00000e+000
// MILP x bound error (Total, Max) 0.00000e+000 0.00000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max) 0.00000e+000
0.00000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max) 0.00000e+000
0.00000e+000
indicadorativo = [1 1 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 1
0];
```

9. Dados de entrada do problema da P-mediana para alocação de indicadores de falta no alimentador PRU-01C1

```
P=6;
chaves={"C1","C2","C3","C4","C5","C6","C7","C8","C9","C10","C
11","C12","C13","C14","C15","C16","C17","C18","C19","C20","C2
1","C22","C23","C24","C25","C26","C27","C28","C29","C30","C31
","C32","C33","C34","C35","C36","C37","C38","C39","C40","C41"
,"C42","C43","C44","C45","C46","C47","C48","C49","C50","C51",
"C52","C53","C54","C55","C56","C57","C58","C59","C60","C61","
C62","C63","C64","C65","C66","C67","C68","C69","C70","C71","C
72","C73","C74","C75","C76","C77","C78","C79","C80","C81","C8
2","C83","C84","C85","C86","C87","C88","C89","C90","C91","C92
","C93","C94","C95","C96","C97","C98","C99","C100","C101","C1
02","C103","C104","C105","C106","C107","C108","C109","C110","
C111","C112","C113","C114","C115","C116","C117","C118","C119"
,"C120","C121","C122","C123","C124","C125","C126","C127","C12
8","C129","C130"};
indicadores={"I1","I2","I3","I4","I5","I6","I7","I8","I9","I1
0","I11","I12","I13","I14","I15","I16","I17","I18","I19","I20
","I21","I22","I23","I24","I25","I26","I27","I28","I29","I30"
,"I31","I32","I33","I34","I35","I36","I37","I38","I39","I40",
"I41","I42","I43","I44","I45","I46","I47","I48","I49","I50",
"I51","I52","I53","I54","I55","I56","I57","I58","I59","I60",
"I61","I62","I63","I64","I65","I66","I67","I68","I69","I70",
"I71","I72","I73","I74","I75","I76","I77","I78","I79","I80",
"I81","I82","I83","I84","I85","I86","I87","I88","I89","I90",
"I91","I92","I93","I94","I95","I96","I97","I98","I99","I100",
"I101","I102","I103","I104","I105","I106","I107","I108","I109",
"I110","I111","I112","I113","I114","I115","I116","I117","I118",
"I119","I120","I121","I122","I123","I124","I125","I126","I127"
,"I128","I129","I130"};
nconsumidores=[23, 1, 84, 1, 1, 434, 3, 15, 1, 57, 42,
10, 9, 282, 1, 1, 9, 1, 5, 10, 2,
17, 86, 7,
3, 6, 1, 20, 44, 15, 1946, 13, 2, 3, 1,
67,
1, 3, 3, 4, 1, 7, 165, 1, 3, 2, 1,
7,
19, 3, 9, 1, 1, 36, 4, 20, 7, 5, 13,
1,
4, 4, 1, 1945, 1933, 1533, 88, 5, 397, 1, 199,
113,
84, 1, 1, 5, 8, 1, 3, 10, 48, 19, 54,
314,
```


38, 3, 42, 1, 75, 176, 7, 27, 28, 1, 10,
 1, 1, 3, 398, 5, 1, 6, 3, 3, 6, 1,
 31,
 1, 17, 16, 159, 2, 99, 35, 16, 3, 13, 1,
 1,
 10, 2, 1, 1, 5, 30, 1, 25, 14, 17];

Distancia=

[[0, 3509, 5151, 5172, 6565, 6395, 6755, 5313, 3591, 11910, 8272, 8156, 8
 277, 7818, 4341, 3401, 3277, 3608, 3730, 1663, 1303, 7304, 341, 4752, 278
 8, 3512, 647, 5913, 6833, 4885, 6980, 7418, 5277, 9195, 9228, 9091, 9772,
 9860, 8657, 8105, 3483, 4180, 9353, 10748, 5960, 5593, 6651, 7961, 5470,
 5128, 6147, 4513, 5615, 4833, 4413, 11215, 11869, 10527, 10671, 10555, 1
 1979, 7297, 4037, 7162, 7477, 7903, 3260, 10701, 11323, 1182, 2206, 3212
 , 3296, 4404, 4974, 5087, 5465, 9527, 3985, 8159, 5621, 10252, 10543, 855
 6, 9228, 4831, 6304, 3415, 8386, 9299, 3236, 5593, 5558, 6800, 7685, 1051
 6, 10562, 5815, 4925, 1209, 1590, 3394, 2215, 4070, 959, 1001, 712, 9318,
 10364, 11360, 34, 1916, 4663, 11772, 3950, 9400, 7627, 12100, 8219, 3743
 , 4571, 9926, 4365, 6931, 6327, 2897, 5383, 5166, 11274, 1881],
 [3509, 0, 5850, 5663, 7679, 7660, 8449, 8569, 5001, 14295, 10877, 10774,
 11029, 10593, 7053, 6497, 6468, 6854, 6906, 5102, 4800, 7771, 3273, 4621
 , 3484, 4656, 3789, 2432, 3375, 1601, 3623, 9013, 1827, 10604, 10558, 103
 83, 11261, 10861, 9960, 8279, 50, 6814, 9640, 11115, 5778, 5320, 6583, 83
 80, 3691, 3741, 3807, 2638, 2315, 1571, 7093, 11010, 11476, 12251, 12342
 , 12301, 13791, 9825, 3778, 6979, 9026, 8319, 4869, 11091, 11342, 2691, 1
 746, 542, 1008, 2060, 3232, 3502, 3582, 12126, 4108, 4850, 5400, 12572, 1
 2919, 10918, 10530, 7592, 9730, 4905, 10997, 11898, 390, 8832, 8806, 849
 8, 7819, 12898, 10518, 6909, 6960, 2699, 5099, 6606, 5707, 6842, 4009, 40
 10, 3830, 11853, 9749, 13793, 3537, 5238, 5513, 11804, 630, 11166, 10253
 , 14532, 10915, 1350, 6903, 10798, 7039, 3476, 6049, 5940, 3627, 3133, 10
 955, 5142]
 [5151, 5850, 0, 339, 11712, 11546, 11869, 9302, 1643, 16586, 12900, 1278
 0, 12763, 12306, 9166, 7987, 7754, 7921, 8141, 6100, 5272, 2158, 4889, 95
 36, 7670, 8598, 5782, 7659, 8525, 5854, 9009, 3335, 6458, 14324, 14366, 1
 4232, 14884, 15010, 13799, 2965, 5875, 9072, 14414, 15839, 10793, 10372
 , 11552, 2817, 9399, 9296, 9649, 8305, 7950, 7331, 9253, 16158, 16749, 15
 574, 15732, 15595, 16976, 12041, 2137, 12038, 3317, 2757, 2003, 15796, 1
 6337, 5855, 6160, 6089, 6549, 7837, 8898, 9126, 9318, 14102, 8804, 10201
 , 10422, 15023, 15266, 13358, 14369, 9569, 9570, 1821, 13005, 13885, 595
 6, 9579, 9530, 11913, 2564, 15235, 15549, 10955, 10013, 5893, 5538, 7812
 , 6157, 8879, 6072, 6119, 5844, 13959, 15130, 16013, 5135, 6528, 495, 167
 93, 5665, 14452, 12272, 16735, 12765, 4706, 9583, 15074, 9214, 8616, 111
 37, 7635, 9324, 8892, 16176, 6598]
 [5172, 5663, 339, 0, 11717, 11560, 11914, 9473, 1771, 16718, 13031, 1291
 2, 12909, 12450, 9262, 8101, 7875, 8056, 8271, 6200, 5375, 2204, 4896, 94
 64, 7623, 8581, 5810, 7407, 8262, 5596, 8757, 3627, 6198, 14363, 14399, 1
 4262, 14931, 15023, 13828, 2939, 5690, 9159, 14376, 15810, 10721, 10294
 , 11488, 2856, 9250, 9166, 9469, 8157, 7722, 7120, 9348, 16091, 16671, 15
 642, 15797, 15666, 17058, 12157, 1907, 11968, 3603, 2795, 2127, 15769, 1
 6285, 5816, 6061, 5925, 6396, 7672, 8753, 8987, 9165, 14242, 8741, 9940,
 10347, 15141, 15390, 13469, 14400, 9677, 9787, 1942, 13137, 14024, 5787
 , 9752, 9703, 11958, 2513, 15360, 15493, 10954, 10065, 5854, 5654, 7939,
 6291, 8976, 6107, 6154, 5874, 14091, 15037, 16148, 5158, 6623, 648, 1674
 3, 5449, 14519, 12400, 16872, 12905, 4483, 9652, 15077, 9307, 8352, 1106
 1, 7731, 9176, 8733, 16103, 6685]
 [6565, 7679, 11712, 11717, 0, 337, 1412, 5814, 10150, 7283, 4856, 4813, 5
 351, 5121, 3773, 4849, 5135, 5338, 5098, 6065, 6799, 13868, 6824, 3284, 4

321, 3197, 5948, 8815, 9267, 9186, 8923, 13773, 9146, 2931, 2879, 2706, 3
596, 3314, 2282, 14656, 7628, 3620, 3128, 4332, 2735, 3025, 2393, 14525,
5421, 4896, 6369, 5718, 8021, 7637, 3689, 5282, 6078, 4661, 4722, 4722, 6
208, 3975, 10346, 2645, 13850, 14467, 9812, 4272, 5143, 5978, 6182, 7140
, 6692, 6324, 5433, 5190, 5580, 5795, 3593, 9502, 2927, 5621, 6023, 4328,
2852, 3891, 7385, 9973, 4953, 5609, 7304, 5849, 5875, 1442, 14227, 6013,
4529, 785, 2258, 5942, 6681, 5204, 6419, 3950, 5677, 5627, 5888, 5431, 51
40, 6901, 6583, 5655, 11226, 5545, 8301, 3658, 4491, 7574, 5119, 8850, 29
13, 3362, 3680, 9323, 2822, 4791, 5394, 5819, 5470, 5514]
[6395, 7660, 11546, 11560, 337, 0, 1145, 5480, 9971, 7121, 4577, 4530, 50
58, 4816, 3456, 4555, 4843, 5035, 4792, 5827, 6576, 13698, 6664, 3370, 42
54, 3103, 5769, 8883, 9366, 9188, 9040, 13549, 9170, 2951, 2927, 2765, 36
02, 3464, 2331, 14497, 7609, 3313, 3435, 4598, 2935, 3191, 2660, 14355, 5
555, 5016, 6520, 5791, 8100, 7688, 3371, 5599, 6400, 4616, 4692, 4672, 61
63, 3673, 10227, 2943, 13628, 14297, 9629, 4537, 5441, 5859, 6121, 7119,
6684, 6382, 5537, 5304, 5711, 5549, 3609, 9655, 3095, 5439, 5837, 4088, 2
910, 3561, 7049, 9793, 4677, 5358, 7281, 5514, 5539, 1180, 14071, 5826, 4
843, 768, 1950, 5824, 6446, 4908, 6160, 3642, 5491, 5442, 5709, 5189, 547
7, 6721, 6411, 5411, 11058, 5836, 8286, 3575, 4192, 7406, 4830, 8803, 260
3, 3545, 3364, 9424, 3054, 4519, 5523, 5928, 5792, 5275]
[6755, 8449, 11869, 11914, 1412, 1145, 0, 4843, 10255, 6058, 3444, 3402,
3944, 3731, 3125, 4356, 4649, 4752, 4492, 5915, 6716, 13999, 7054, 4399,
4974, 3797, 6110, 9845, 10376, 10015, 10080, 13626, 10045, 2464, 2533, 2
428, 3017, 3384, 2020, 14834, 8399, 3069, 4041, 4947, 4071, 4305, 3799, 1
4651, 6626, 6074, 7608, 6777, 9083, 8622, 3029, 6221, 7047, 3840, 3959, 3
882, 5360, 2583, 10718, 4055, 13713, 14594, 9902, 4875, 5939, 6401, 6822
, 7909, 7507, 7338, 6571, 6353, 6778, 4406, 4526, 10740, 4211, 4352, 4743
, 2947, 2551, 3055, 6338, 10075, 3541, 4213, 8063, 4825, 4859, 49, 14423,
4730, 5457, 1814, 1866, 6368, 6533, 4681, 6133, 3370, 5808, 5763, 6046, 4
047, 6339, 5632, 6766, 5481, 11376, 6285, 9080, 2730, 3093, 6333, 3710, 9
514, 2401, 3586, 3040, 10439, 4199, 4461, 6590, 6967, 6460, 5370]
[5313, 8569, 9302, 9473, 5814, 5480, 4843, 0, 7706, 7439, 3858, 3741, 356
9, 3140, 2242, 2099, 2101, 1722, 1668, 3674, 4350, 11181, 5642, 6866, 581
8, 5202, 4843, 10770, 11592, 10089, 11559, 10025, 10396, 6875, 7039, 700
7, 7163, 8072, 6684, 12109, 8531, 2497, 8845, 9784, 7417, 7357, 7625, 117
73, 8835, 8285, 9806, 8351, 10251, 9539, 2292, 11030, 11846, 7345, 7557,
7330, 8430, 3319, 9007, 8071, 10135, 11726, 7359, 9711, 10780, 5878, 688
8, 8137, 7996, 8612, 8507, 8439, 8925, 4931, 6401, 12579, 7307, 6057, 621
4, 4579, 7090, 1944, 1607, 7543, 3940, 4734, 8221, 286, 246, 4857, 11779,
6181, 10266, 5549, 3668, 5870, 4012, 1964, 3299, 2232, 4583, 4575, 4791,
4864, 10942, 6859, 5298, 3402, 8836, 11128, 9108, 6378, 3318, 7546, 3630
, 9040, 3063, 8337, 2325, 11681, 7724, 2653, 8762, 8861, 11247, 3464]
[3591, 5001, 1643, 1771, 10150, 9971, 10255, 7706, 0, 14951, 11265, 1114
5, 11138, 10679, 7523, 6344, 6113, 6288, 6504, 4457, 3629, 3744, 3361, 81
58, 6236, 7088, 4203, 7140, 8068, 5439, 8468, 4086, 6032, 12714, 12762, 1
2633, 13265, 13433, 12202, 4596, 5013, 7432, 12927, 14333, 9405, 9003, 1
0140, 4396, 8293, 8115, 8679, 7208, 7266, 6563, 7611, 14738, 15361, 1394
0, 14100, 13960, 15336, 10399, 2018, 10639, 4117, 4340, 360, 14287, 1488
0, 4422, 4910, 5112, 5510, 6824, 7781, 7980, 8233, 12472, 7406, 9696, 904
4, 13382, 13627, 11715, 12768, 7926, 8072, 180, 11370, 12254, 5009, 7986
, 7938, 10298, 4205, 13597, 14106, 9405, 8394, 4460, 3896, 6174, 4522, 72
36, 4481, 4530, 4263, 12324, 13788, 14380, 3572, 4886, 1153, 15332, 4984
, 12819, 10635, 15103, 11135, 4124, 7951, 13510, 7571, 8165, 9761, 5992,
8212, 7833, 14776, 4959, 14707]
[11910, 14295, 16586, 16718, 7283, 7121, 6058, 7439, 14951, 0, 3687, 380
6, 3871, 4311, 7569, 8635, 8848, 8665, 8447, 10553, 11363, 18555, 12246,
10456, 10831, 9687, 11289, 15872, 16429, 15891, 16138, 17455, 15984, 49
69, 5183, 5357, 4448, 5957, 5546, 19470, 14247, 7735, 8131, 7858, 10014,
10305, 9566, 19164, 12673, 12127, 13641, 12825, 15125, 14632, 7496, 966

3,10397,3324,3462,3234,2660,4613,15928,9656,17566,19115,14593
,7784,9002,11930,12584,13764,13412,13369,12629,12409,12827,25
08,10554,16776,10208,1728,1380,3389,5267,7094,7903,14778,3581
,2713,13906,7194,7247,6012,19117,1403,9081,7856,7335,11904,11
069,8780,10430,7843,10974,10940,11224,2627,10669,580,11909,10
151,16103,9054,14921,3810,4321,319,3834,15216,7454,6343,7545,
16493,10066,9059,12639,13024,10016,10120]
[8272,10877,12900,13031,4856,4577,3444,3858,11265,3687,0,120,
619,791,3941,4955,5162,4980,4761,6873,7679,14880,8611,7545,74
97,6429,7664,12666,13319,12478,13110,13869,12633,4085,4314,43
79,4066,5420,4254,15791,10831,4134,7004,7430,7447,7622,7238,1
5493,9798,9225,10806,9738,11976,11402,3877,9046,9874,3811,404
1,3772,4651,1064,12268,7498,13977,15443,10907,7349,8579,8388,
9137,10362,10059,10210,9652,9475,9936,1261,7459,13897,7535,21
99,2382,956,4394,3441,4666,11091,119,1032,10491,3643,3695,341
5,15435,2350,8316,5150,4029,8365,7384,5093,6744,4204,7352,732
2,7600,1060,9515,3117,8269,6477,12416,8813,11491,3123,645,384
8,374,11698,3976,5783,3929,13393,7610,5395,9749,10049,9345,64
53]
[8156,10774,12780,12912,4813,4530,3402,3741,11145,3806,120,0,
594,699,3828,4836,5043,4860,4641,6755,7560,14759,8496,7469,74
00,6337,7550,12572,13229,12374,13024,13751,12532,4119,4346,44
06,4119,5454,4269,15671,10727,4023,7008,7456,7388,7558,7190,1
5373,9721,9148,10730,9652,11885,11308,3765,9061,9890,3893,412
2,3856,4756,972,12151,7457,13858,15323,10787,7376,8602,8278,9
033,10260,9959,10120,9571,9396,9858,1373,7374,13817,7471,2317
,2501,1022,4424,3325,4566,10972,230,1144,10388,3528,3581,3375
,15314,2470,8328,5091,3940,8256,7264,4974,6624,4090,7238,7208
,7486,1179,9510,3237,8153,6359,12297,8841,11386,3181,531,3967
,340,11589,3874,5813,3816,13303,7556,5278,9671,9968,9357,6335
]
[8277,11029,12763,12909,5351,5058,3944,3569,11138,3871,619,59
4,0,462,4005,4903,5084,4859,4659,6810,7597,14703,8618,7899,77
11,6686,7689,12897,13580,12626,13396,13591,12808,4704,4933,49
96,4681,6039,4863,15623,10984,4225,7600,8046,7879,8029,7713,1
5306,10143,9567,11154,10024,12230,11631,3953,9655,10484,4381,
4613,4338,5126,1406,12231,7996,13701,15258,10782,7966,9194,84
80,9284,10524,10245,10470,9971,9807,10275,1363,7761,14220,794
5,2570,2671,1567,5012,3477,4204,10967,600,1168,10647,3328,338
1,3919,15278,2637,8922,5587,4313,8459,7288,5000,6622,4247,738
2,7355,7627,1329,10097,3291,8272,6432,12284,9430,11634,3735,8
83,3988,254,11792,4170,6401,4007,13657,8061,5382,10090,10366,
9951,6424]
[7818,10593,12306,12450,5121,4816,3731,3140,10679,4311,791,69
9,462,0,3557,4442,4622,4398,4198,6348,7135,14252,8158,7549,72
95,6290,7232,12484,13178,12187,13005,13165,12377,4736,4956,50
02,4778,6066,4831,15171,10547,3782,7515,8043,7583,7714,7455,1
4857,9784,9208,10796,9636,11826,11218,3507,9607,10438,4590,48
19,4554,5438,1148,11769,7759,13275,14809,10324,7964,9175,8032
,8847,10091,9819,10070,9598,9441,9913,1805,7383,13846,7632,29
41,3076,1713,5031,3026,3876,10509,841,1598,10211,2909,2962,37
11,14824,3043,8863,5303,3938,8011,6827,4538,6162,3795,6925,68
99,7169,1726,9975,3732,7812,5970,11827,9431,11195,3851,653,44
37,493,11342,3757,6415,3561,13256,7779,4921,9729,9992,9893,59
63]
[4341,7053,9166,9262,3773,3456,3125,2242,7523,7569,3941,3828,
4005,3557,0,1263,1549,1628,1370,3066,3895,11232,4679,4666,388
4,3071,3726,9038,9788,8642,9679,10610,8852,5499,5608,5525,595
0,6509,5134,12111,7008,277,6891,7986,5175,5121,5399,11868,672

7, 6162, 7720, 6364, 8431, 7776, 97, 9055, 9850, 6472, 6648, 6484, 7823, 2956, 8362, 5858, 10703, 11815, 7163, 7919, 8887, 4475, 5308, 6561, 6318, 6713, 6443, 6343, 6830, 5201, 4265, 10621, 5069, 5922, 6205, 4231, 5637, 541, 3845, 7345, 4057, 4972, 6675, 2378, 2384, 3154, 11728, 6178, 8300, 3387, 1522, 4455, 3644, 1565, 3123, 287, 3412, 3381, 3661, 4980, 8819, 7019, 4340, 2639, 8673, 9270, 7648, 5371, 3297, 7760, 3917, 7787, 871, 6706, 93, 9871, 5483, 1531, 6658, 6816, 9241, 2582]

[3401, 6497, 7987, 8101, 4849, 4555, 4356, 2099, 6344, 8635, 4955, 4836, 4903, 4442, 1263, 0, 293, 562, 449, 1918, 2730, 10024, 3741, 5032, 3763, 306, 2854, 8672, 9493, 8040, 9466, 9347, 8324, 6757, 6860, 6772, 7212, 7738, 6374, 10915, 6458, 1288, 7976, 9140, 5786, 5639, 6152, 10654, 6848, 6316, 7793, 6293, 8153, 7440, 1360, 10109, 10885, 7722, 7902, 7732, 9048, 4056, 7329, 6645, 9441, 10602, 5984, 9076, 9993, 3815, 4799, 6052, 5900, 6527, 6488, 6443, 6925, 6191, 4472, 10499, 5606, 7040, 7294, 5371, 6887, 1587, 3494, 6168, 5065, 5968, 6142, 2348, 2326, 4389, 10540, 7265, 9366, 4345, 2614, 3804, 2449, 360, 1875, 993, 2567, 2550, 2796, 6013, 9740, 8070, 3392, 1529, 7498, 10391, 7052, 6627, 4315, 8803, 4864, 7050, 1982, 7920, 1336, 9583, 6129, 558, 6770, 6828, 10272, 1526]

[3277, 6468, 7754, 7875, 5135, 4843, 4649, 2101, 6113, 8848, 5162, 5043, 5084, 4622, 1549, 293, 0, 409, 454, 1727, 2518, 9776, 3614, 5217, 3864, 3486, 2763, 8684, 9519, 7992, 9512, 9066, 8295, 7046, 7151, 7063, 7498, 8031, 6667, 10672, 6430, 1581, 8261, 9431, 6009, 5848, 6396, 10404, 6976, 6453, 7908, 6384, 8187, 7462, 1646, 10390, 11163, 7995, 8177, 8004, 9310, 4288, 7152, 6893, 9161, 10352, 5754, 9367, 10279, 3777, 4793, 6038, 5909, 6590, 6602, 6570, 7048, 6389, 4633, 10564, 5818, 7269, 7515, 5609, 7179, 1843, 3403, 5938, 5270, 6167, 6120, 2367, 2338, 4681, 10302, 7486, 9648, 4621, 2905, 3769, 2222, 146, 1616, 1283, 2491, 2480, 2708, 6222, 10003, 8280, 3266, 1370, 7266, 10678, 7009, 6905, 4527, 9009, 5056, 6967, 2275, 8213, 1624, 9610, 6357, 613, 6898, 6934, 10550, 1397]

[3608, 6854, 7921, 8056, 5338, 5035, 4752, 1722, 6288, 8665, 4980, 4860, 4859, 4398, 1628, 562, 409, 0, 263, 2002, 2750, 9909, 3941, 5590, 4270, 3862, 3122, 9084, 9923, 8368, 9919, 9088, 8680, 7104, 7221, 7143, 7527, 8135, 6758, 10815, 6816, 1725, 8466, 9599, 6347, 6202, 6706, 10529, 7377, 6851, 8312, 6792, 8593, 7866, 1724, 10612, 11395, 7965, 8154, 7969, 9240, 4158, 7414, 7197, 9186, 10478, 5930, 9533, 10476, 4163, 5189, 6430, 6310, 6999, 7006, 6971, 7450, 6185, 5020, 10973, 6168, 7122, 7351, 5486, 7253, 1806, 2994, 6115, 5084, 5967, 6510, 1995, 1963, 4781, 10455, 7320, 9864, 4865, 3085, 4156, 2433, 263, 1766, 1401, 2862, 2854, 3070, 6038, 10276, 8093, 3595, 1692, 7438, 10868, 7389, 6892, 4355, 8816, 4848, 7323, 2436, 8334, 1714, 10015, 6689, 1018, 7299, 7340, 10782, 1745]

[3730, 6906, 8141, 8271, 5098, 4792, 4492, 1668, 6504, 8447, 4761, 4641, 4659, 4198, 1370, 449, 454, 263, 0, 2164, 2938, 10141, 4067, 5457, 4212, 3737, 3215, 9103, 9930, 8437, 9909, 9344, 8734, 6841, 6958, 6881, 7264, 7875, 6496, 11044, 6868, 1479, 8225, 9348, 6177, 6046, 6514, 10764, 7294, 6760, 8241, 6743, 8592, 7875, 1465, 10376, 11162, 7707, 7895, 7712, 8989, 3920, 7588, 7001, 9442, 10713, 6146, 9282, 10232, 4218, 5220, 6470, 6329, 6973, 6936, 6890, 7373, 5976, 4910, 10946, 6009, 6891, 7125, 5246, 6991, 1545, 3045, 6331, 4866, 5756, 6556, 1926, 1901, 4521, 10681, 7095, 9626, 4640, 2842, 4208, 2630, 344, 1985, 1152, 2941, 2929, 3160, 5820, 10061, 7877, 3719, 1820, 7656, 10622, 7453, 6632, 4131, 8602, 4640, 7420, 2190, 8075, 1457, 10020, 6514, 989, 7217, 7277, 10550, 1851]

[1663, 5102, 6100, 6200, 6065, 5827, 5915, 3674, 4457, 10553, 6873, 6755, 6810, 6348, 3066, 1918, 1727, 2002, 2164, 0, 829, 8172, 1979, 5137, 3339, 3525, 1330, 7454, 8348, 6533, 8433, 7733, 6902, 8376, 8448, 8335, 8891, 9220, 7915, 9047, 5071, 2982, 9089, 10387, 6188, 5911, 6750, 8812, 6420, 5976, 7239, 5617, 7072, 6306, 3154, 11113, 11834, 9505, 9672, 9523, 10884, 5965, 5426, 7269, 7815, 8758, 4097, 10331, 11109, 2488, 3589, 4746, 4733, 5662, 5971, 6014, 6454, 8108, 4416, 9568, 5911, 8949, 9209, 7271, 8463, 3479, 4649, 4279, 6983, 7885, 4795, 3957, 3919, 5955, 8661, 9180, 1040

6,5404,4054,2494,621,1820,664,2779,1194,1217,1301,7932,10486,9989,1644,437,5608,11537,5581,8391,6234,10722,6778,5406,3543,9349,3115,8444,6559,1536,6335,6238,11224,553]

[1303,4800,5272,5375,6799,6576,6716,4350,3629,11363,7679,7560,7597,7135,3895,2730,2518,2750,2938,829,0,7344,1531,5573,3666,4071,1332,7212,8135,6122,8282,6975,6543,9179,9245,9129,9703,9995,8706,8218,4775,3809,9775,11103,6696,6382,7309,7986,6604,6210,7347,5708,6916,6135,3983,11757,12459,10330,10496,10348,11712,6784,4669,7829,7053,7931,3269,11048,11787,2403,3481,4514,4591,5657,6127,6208,6617,8907,4821,9456,6393,9769,10024,8094,9258,4302,5151,3451,7788,8685,4536,4635,4594,6757,7833,9995,11065,6111,4850,2421,344,2597,1061,3608,1393,1438,1344,8739,11055,10797,1273,1261,4780,12221,5214,9215,7042,11527,7573,4912,4359,10112,3944,8233,7069,2364,6518,6353,11852,1350]

[7304,7771,2158,2204,13868,13698,13999,11181,3744,18555,14880,14759,14703,14252,11232,10024,9776,9909,10141,8172,7344,0,7046,11667,9819,10757,7930,9298,10089,7487,10631,2734,8069,16458,16505,16374,17010,17162,15942,943,7801,11154,16568,17996,12924,12498,13691,658,11408,11345,11574,10318,9706,9162,11321,18294,18874,17673,17836,17692,19054,14060,3998,14171,2638,599,4098,17953,18484,8007,8262,8072,8555,9809,10917,11157,11316,16056,10943,11765,12551,17031,17257,15384,16509,11611,11261,3924,14980,15844,7927,11448,11397,14042,761,17226,17693,13112,12138,8045,7588,9823,8163,10945,8216,8264,7992,15933,17237,17979,7287,8606,2642,18942,7491,16555,14262,18689,14722,6519,11689,17229,11284,10172,13265,9705,11336,10878,18306,8687]

[341,3273,4889,4896,6824,6664,7054,5642,3361,12246,8611,8496,8618,8158,4679,3741,3614,3941,4067,1979,1531,7046,0,4880,2922,3728,967,5694,6623,4602,6796,7261,5013,9486,9514,9374,10069,10127,8939,7834,3249,4515,9566,10974,6106,5725,6815,7704,5456,5144,6088,4465,5434,4651,4750,11398,12039,10838,10980,10867,12297,7634,3710,7322,7316,7645,3042,10928,11524,1189,2103,3013,3143,4307,4953,5084,5441,9866,4115,7988,5758,10586,10879,8890,9513,5170,6606,3189,8726,9639,3022,5922,5887,7099,7408,10852,10755,6066,5234,1222,1844,3730,2502,4409,1283,1321,1033,9656,10508,11697,349,2250,4405,11975,3684,9711,7966,12438,8559,3432,4894,10185,4701,6723,6469,3238,5370,5120,11448,2219]

[4752,4621,9536,9464,3284,3370,4399,6866,8158,10456,7545,7469,7899,7549,4666,5032,5217,5590,5457,5137,5573,11667,4880,0,1965,1733,4318,5532,5996,6025,5682,12138,5923,6181,6098,5913,6854,6280,5512,12348,4571,4394,5050,6523,1257,846,2037,12319,2256,1688,3261,2435,4737,4371,4640,6629,7214,7943,7998,8005,9489,6510,7825,2505,12191,12258,7869,6494,6857,3741,3443,4106,3612,3054,2173,1957,2398,8672,767,6369,887,8750,9138,7267,6058,5107,8430,7997,7658,8460,4277,7031,7032,4444,11897,9124,6050,2611,3633,3703,5627,5350,5734,4636,4184,4137,4284,8335,5634,10028,4781,4882,9086,7319,5215,6935,7022,10732,7711,5903,3997,6194,4596,6055,1604,4632,2210,2568,6640,4710]

[2788,3484,7670,7623,4321,4254,4974,5818,6236,10831,7497,7400,7711,7295,3884,3763,3864,4270,4212,3339,3666,9819,2922,1965,0,1177,2374,5189,5908,5068,5797,10183,5159,7204,7180,7014,7846,7606,6583,10542,3434,3616,6756,8200,3184,2807,3904,10476,3142,2658,4047,2534,4551,3923,3900,8503,9127,8795,8896,8842,10328,6434,6097,4405,10238,10415,5937,8161,8667,1819,1867,2946,2582,2830,2743,2733,3200,8727,1198,6770,2836,9104,9459,7468,7160,4413,7255,6071,7616,8501,3095,6038,6025,5023,10097,9438,7881,3536,3507,1781,3760,4009,3980,3739,2275,2231,2345,8437,7586,10338,2817,3166,7206,9123,4114,7699,6892,11074,7572,4556,3541,7600,3846,5990,3547,3252,3060,3070,8540,3000]

[3512, 4656, 8598, 8581, 3197, 3103, 3797, 5202, 7088, 9687, 6429, 6337, 6686, 6290, 3071, 3306, 3486, 3862, 3737, 3525, 4071, 10757, 3728, 1733, 1177, 0, 2956, 6240, 6895, 6232, 6716, 10903, 6299, 6045, 6029, 5868, 6682, 6506, 5434, 11516, 4606, 2795, 5841, 7246, 2666, 2419, 3239, 11415, 3656, 3094, 4649, 3352, 5548, 4981, 3063, 7726, 8405, 7619, 7722, 7666, 9152, 5366, 7154, 3759, 10968, 11355, 6766, 7201, 7813, 2791, 3036, 4116, 3733, 3785, 3378, 3271, 3759, 7639, 1200, 7593, 2407, 7959, 8320, 6342, 6013, 3562, 6739, 6916, 6547, 7415, 4268, 5387, 5383, 3846, 11080, 8301, 7059, 2414, 2403, 2754, 4067, 3619, 4080, 2995, 2745, 2694, 2907, 7337, 6984, 9203, 3535, 3223, 8121, 8260, 5286, 6522, 5843, 9935, 6531, 5728, 2552, 6525, 3014, 6971, 3036, 2899, 3587, 3758, 7803, 3052]

[647, 3789, 5782, 5810, 5948, 5769, 6110, 4843, 4203, 11289, 7664, 7550, 7689, 7232, 3726, 2854, 2763, 3122, 3215, 1330, 1332, 7930, 967, 4318, 2374, 2956, 0, 6125, 7018, 5259, 7109, 7948, 5601, 8553, 8588, 8453, 9127, 9233, 8019, 8741, 3756, 3555, 8780, 10161, 5489, 5146, 6149, 8587, 5274, 4880, 6029, 4393, 5746, 4977, 3795, 10680, 11351, 9880, 10024, 9908, 11333, 6679, 4677, 6665, 8013, 8529, 3864, 10113, 10764, 1161, 2264, 3418, 3406, 4380, 4798, 4876, 5288, 8922, 3555, 8253, 5165, 9624, 9919, 7927, 8590, 4227, 5942, 4026, 7780, 8694, 3472, 5117, 5085, 6155, 8323, 9893, 10014, 5206, 4278, 1169, 1507, 2890, 1972, 3460, 317, 355, 66, 8706, 9883, 10742, 656, 1457, 5292, 11210, 4291, 8753, 7020, 11484, 7622, 4204, 3928, 9307, 3745, 7114, 5860, 2326, 5187, 5032, 10752, 1379]

[5913, 2432, 7659, 7407, 8815, 8883, 9845, 10770, 7140, 15872, 12666, 12572, 12897, 12484, 9038, 8672, 8684, 9084, 9103, 7454, 7212, 9298, 5694, 5532, 5189, 6240, 6125, 0, 953, 1817, 1351, 10964, 1230, 11708, 11616, 11428, 12381, 11700, 11036, 9615, 2450, 8778, 10098, 11529, 6390, 5966, 7132, 9838, 3650, 4039, 3100, 3097, 835, 1266, 9063, 11038, 11345, 13475, 13531, 13537, 15021, 11602, 5525, 7391, 10958, 9780, 7072, 11522, 11507, 4978, 3902, 2711, 2775, 2507, 3452, 3731, 3485, 13880, 5321, 2561, 6063, 14147, 14520, 12566, 11572, 9575, 12027, 7075, 12784, 13656, 2677, 11020, 10998, 9893, 9170, 14503, 10689, 8116, 8643, 4977, 7501, 8827, 8081, 8865, 6309, 6302, 6158, 13575, 9568, 15409, 5942, 7543, 7417, 11953, 2193, 12457, 12071, 16133, 12754, 3021, 8728, 11560, 9008, 1053, 6544, 8117, 3637, 3112, 10906, 7429]

[6833, 3375, 8525, 8262, 9267, 9366, 10376, 11592, 8068, 16429, 13319, 13229, 13580, 13178, 9788, 9493, 9519, 9923, 9930, 8348, 8135, 10089, 6623, 5996, 5908, 6895, 7018, 953, 0, 2674, 639, 11846, 2069, 12112, 12004, 11813, 12785, 12005, 11437, 10354, 3392, 9522, 10278, 11674, 6715, 6320, 7410, 10607, 3913, 4388, 3154, 3607, 1357, 2058, 9806, 11039, 11278, 13910, 13951, 13976, 15449, 12257, 6402, 7611, 11836, 10550, 8009, 11673, 11556, 5862, 4771, 3621, 3628, 3110, 3835, 4086, 3746, 14514, 5890, 1681, 6419, 14712, 15093, 13167, 11954, 10320, 12885, 8008, 13437, 14293, 3602, 11835, 11816, 10423, 9917, 15077, 10750, 8606, 9290, 5858, 8418, 9664, 8982, 9628, 7187, 7178, 7048, 14199, 9508, 15983, 6862, 8417, 8304, 11990, 3143, 12925, 12738, 16698, 13426, 3944, 9424, 11836, 9752, 101, 6822, 8941, 3921, 3453, 10878, 8297]

[4885, 1601, 5854, 5596, 9186, 9188, 10015, 10089, 5439, 15891, 12478, 12374, 12626, 12187, 8642, 8040, 7992, 8368, 8437, 6533, 6122, 7487, 4602, 6025, 5068, 6232, 5259, 1817, 2674, 0, 3163, 9172, 606, 12117, 12060, 11881, 12780, 12304, 11465, 7827, 1648, 8406, 10948, 12416, 7101, 6646, 7895, 8034, 4663, 4873, 4442, 3766, 2279, 1949, 8685, 12152, 12548, 13795, 13879, 13848, 15339, 11426, 3727, 8244, 9162, 7975, 5411, 12398, 12545, 4226, 3343, 2127, 2509, 3108, 4299, 4590, 4520, 13727, 5594, 4347, 6734, 14166, 14516, 12516, 12028, 9181, 11182, 5392, 12597, 13498, 1989, 10358, 10329, 10064, 7378, 14495, 11718, 8429, 8557, 4238, 6444, 8126, 7099, 8426, 5507, 5514, 5307, 13454, 10786, 15390, 4908, 6715, 5630, 13002, 994, 12721, 11853, 16129, 12513, 1355, 8504, 12218, 8630, 2767, 7332, 7485, 4620, 4076, 12062, 6634]

[6980,3623,9009,8757,8923,9040,10080,11559,8468,16138,13110,13024,13396,13005,9679,9466,9512,9919,9909,8433,8282,10631,6796,5682,5797,6716,7109,1351,639,3163,0,12314,2566,11728,11611,11419,12400,11566,11053,10923,3631,9409,9785,11162,6311,5935,6975,11161,3515,4028,2669,3373,1366,2147,9691,10475,10693,13541,13574,13609,15073,12052,6876,7146,12309,11104,8388,11163,11007,5948,4845,3785,3705,2967,3509,3736,3351,14286,5653,1234,6035,14429,14815,12915,11559,10204,12901,8397,13226,14067,3794,11794,11777,10126,10482,14800,10208,8289,9088,5940,8550,9658,9081,9535,7254,7240,7133,13963,8928,15706,7011,8470,8767,11437,3491,12579,12543,16413,13233,4360,9264,11384,9638,607,6391,8921,3534,3115,10305,8341]

[7418,9013,3335,3627,13773,13549,13626,10025,4086,17455,13869,13751,13591,13165,10610,9347,9066,9088,9344,7733,6975,2734,7261,12138,10183,10903,7948,10964,11846,9172,12314,0,9777,16073,16158,16053,16554,16952,15638,3436,9031,10599,16713,18066,13366,12984,14068,2866,12379,12194,12749,11294,11205,10547,10706,18626,19287,17051,17237,17057,18315,13187,5444,14578,128,2864,4317,18013,18708,8406,8985,9172,9586,10900,11867,12064,12319,14952,11375,13516,13018,16067,16238,14508,16177,10886,9743,4220,13957,14758,9059,10263,10210,13664,3462,16205,17962,13077,11777,8443,7112,9073,7502,10333,8172,8223,7997,14888,17769,16875,7391,8160,3548,19151,8907,15969,13295,17548,13654,7972,11230,17080,10679,11938,13730,9168,12298,11917,18691,8285]

[5277,1827,6458,6198,9146,9170,10045,10396,6032,15984,12633,12532,12808,12377,8852,8324,8295,8680,8734,6902,6543,8069,5013,5923,5159,6299,5601,1230,2069,606,2566,9777,0,12073,12004,11822,12741,12195,11413,8388,1866,8608,10751,12209,6934,6487,7716,8608,4372,4643,4040,3568,1790,1634,8889,11864,12229,13785,13860,13841,15332,11574,4333,8036,9767,8550,5996,12195,12285,4518,3550,2292,2578,2909,4055,4348,4219,13873,5560,3743,6579,14257,14615,12626,11968,9393,11543,5982,12752,13645,2186,10660,10633,10093,7942,14595,11460,8404,8665,4526,6856,8433,7490,8649,5830,5833,5645,13589,10458,15495,5303,7056,6236,12739,1329,12727,12016,16230,12685,1924,8658,12090,8834,2162,7141,7766,4337,3790,11759,6963]

[9195,10604,14324,14363,2931,2951,2464,6875,12714,4969,4085,4119,4704,4736,5499,6757,7046,7104,6841,8376,9179,16458,9486,6181,7204,6045,8553,11708,12112,12117,11728,16073,12073,0,241,389,674,1335,675,17288,10553,5482,3218,3360,5421,5795,4827,17110,8214,7724,9105,8613,10901,10550,5402,5051,5862,1843,1850,1920,3347,3805,13117,4817,16162,17054,12363,3279,4525,8765,9071,10064,9621,9234,8286,8027,8379,4406,6524,12200,5695,3600,3989,3169,329,5325,8192,12534,4121,4314,10227,6787,6830,2423,16874,3995,4361,3695,4330,8730,8992,7063,8572,5764,8256,8209,8489,4051,5794,4745,9207,7941,13831,4735,11228,1212,4128,5285,4454,11754,4844,1702,5422,12161,5384,6905,8198,8660,5373,7832]

]

[9228,10558,14366,14399,2879,2927,2533,7039,12762,5183,4314,4346,4933,4956,5608,6860,7151,7221,6958,8448,9245,16505,9514,6098,7180,6029,8588,11616,12004,12060,11611,16158,12004,241,0,194,807,1110,598,17328,10507,5580,2985,3124,5301,5684,4685,17158,8100,7618,8979,8526,10805,10470,5511,4810,5622,2008,1992,2089,3481,4008,13128,4655,16246,17101,12412,3043,4287,8769,9046,10019,9570,9152,8185,7922,8265,4648,6466,12064,5585,3835,4222,3403,88,5453,8376,12582,4352,4554,10183,6958,7000,2495,16911,4228,4120,3654,4395,8734,9066,7172,8661,5868,8294,8247,8525,4292,5559,4970,9241,8014,13873,4501,11180,1448,4343,5500,4682,11723,4929,1469,5529,12052,5249,6991,8086,8555,5132,7901]

[9091,10383,14232,14262,2706,2765,2428,7007,12633,5357,4379,4406,4996,5002,5525,6772,7063,7143,6881,8335,9129,16374,9374,5913,7014,5868,8453,11428,11813,11881,11419,16053,11822,389,194,0,1000,1084,436,17194,10333,5488,2835,3051,5108,5493,4491,17028,7908,7427,8786,8339,10617,10284,5428,4706,5524,2200,2186,2280,3676,4027,12978,4461,16140,16971,12284,2971,4204,8616,8879,9845,9394,8966,7995,7732,8073,4758,6288,11870,5394,3983,4374,3483,146,5387,8365,12453,4422,4658,10009,6933,6974,2391,16775,4379,4005,3484,4282,8580,8955,7088,8560,5781,8160,8113,8390,4399,5413,5134,9104,7903,13741,4435,11005,1595,4380,5673,4744,11554,4828,1414,5444,11861,5055,6889,7895,8365,5023,7788]

[9772,11261,14884,14931,3596,3602,3017,7163,13265,4448,4066,4119,4681,4778,5950,7212,7498,7527,7264,8891,9703,17010,10069,6854,7846,6682,9127,12381,12785,12780,12400,16554,12741,674,807,1000,0,1557,1349,17849,11210,5956,3683,3579,6092,6468,5488,17660,8887,8398,9775,9287,11575,11222,5853,5345,6131,1206,1186,1289,2679,3963,13720,5462,16645,17604,12912,3500,4756,9379,9713,10720,10281,9906,8960,8701,9052,4191,7188,12866,6368,3220,3587,3115,876,5729,8400,13085,4083,4131,10882,7051,7097,2973,17439,3597,4701,4353,4871,9345,9503,7505,9053,6223,8826,8780,9063,3858,6231,4278,9783,8454,14390,4908,11886,954,4214,4767,4440,12400,5348,1952,5877,12835,6049,7397,8871,9334,5684,8353]

[9860,10861,15010,15023,3314,3464,3384,8072,13433,5957,5420,5454,6039,6066,6509,7738,8031,8135,7875,9220,9995,17162,10127,6280,7606,6506,9233,11700,12005,12304,11566,16952,12195,1335,1110,1084,1557,0,1393,17960,10810,6450,2230,2045,5311,5737,4595,17819,8095,7663,8901,8651,10874,10613,6412,3790,4582,2639,2531,2729,3869,5108,13659,4442,17035,17761,13090,1964,3219,9291,9449,10330,9857,9298,8248,7970,8263,5697,6756,11910,5641,4777,5143,4501,1036,6408,9445,13255,5456,5618,10498,8004,8045,3354,17534,5154,3147,4092,5184,9255,9841,8065,9486,6754,8952,8903,9172,5350,4716,5821,9876,8792,14522,3407,11470,2446,5452,6276,5789,12085,5769,395,6425,12044,5183,7816,8093,8596,4128,8668]

[8657,9960,13799,13828,2282,2331,2020,6684,12202,5546,4254,4269,4863,4831,5134,6374,6667,6758,6496,7915,8706,15942,8939,5512,6583,5434,8019,11036,11437,11465,11053,15638,11413,675,598,436,1349,1393,0,16760,9910,5088,2801,3225,4747,5120,4160,16597,7539,7049,8431,7943,10228,9883,5038,4793,5621,2508,2523,2582,4022,3806,12542,4167,15724,16539,11853,3146,4345,8180,8449,9421,8973,8566,7612,7352,7703,4746,5870,11529,5020,4086,4486,3399,579,5018,8077,12022,4307,4626,9585,6622,6662,1986,16341,4488,4065,3056,3862,8144,8535,6696,8150,5386,7728,7680,7957,4378,5369,5283,8670,7483,13308,4612,10583,1737,4194,5859,4609,11125,4420,1660,5052,11486,4713,6478,7523,7985,5093,7366]

[8105,8279,2965,2939,14656,14497,14834,12109,4596,19470,15791,15671,15623,15171,12111,10915,10672,10815,11044,9047,8218,943,7834,12348,10542,11516,8741,9615,10354,7827,10923,3436,8388,17288,17328,17194,17849,17960,16760,0,8313,12025,17298,18737,13604,13170,14381,575,11955,11930,12053,10875,10087,9595,12200,18976,19535,18535,18695,18556,19929,14959,4564,14852,3324,572,4954,18697,19191,8743,8917,8622,9118,10336,11475,11726,11853,16973,11639,12015,13227,17935,18166,16281,17330,12501,12203,4775,15892,16761,8469,12378,12327,14878,461,18135,18392,13893,12979,8781,8471,10723,9062,11824,9034,9081,8804,16846,17873,18894,8091,9478,3460,19650,7943,17414,15170,19607,15638,69]

79,12546,18016,12162,10431,13936,10582,11886,11409,18975,9553
]
 [3483,50,5875,5690,7628,7609,8399,8531,5013,14247,10831,10727
 ,10984,10547,7008,6458,6430,6816,6868,5071,4775,7801,3249,457
 1,3434,4606,3756,2450,3392,1648,3631,9031,1866,10553,10507,10
 333,11210,10810,9910,8313,0,6769,9592,11067,5730,5272,6535,84
 11,3653,3698,3780,2597,2316,1566,7049,10965,11433,12200,12291
 ,12251,13741,9778,3807,6931,9044,8350,4878,11042,11295,2654,1
 701,491,959,2024,3192,3461,3545,12079,4057,4857,5352,12523,12
 871,10870,10479,7548,9697,4916,10950,11851,341,8794,8767,8448
 ,7853,12850,10472,6859,6912,2661,5073,6568,5677,6798,3973,397
 4,3796,11806,9707,13744,3510,5204,5534,11757,680,11116,10207,
 14483,10869,1393,6857,10748,6994,3492,6001,5900,3589,3097,109
 11,5106]
 [4180,6814,9072,9159,3620,3313,3069,2497,7432,7735,4134,4023,
 4225,3782,277,1288,1581,1725,1479,2982,3809,11154,4515,4394,3
 616,2795,3555,8778,9522,8406,9409,10599,8608,5482,5580,5488,5
 956,6450,5088,12025,6769,0,6747,7874,4923,4860,5168,11794,645
 0,5885,7444,6090,8165,7515,284,8901,9690,6526,6696,6542,7904,
 3127,8213,5634,10689,11740,7072,7809,8753,4260,5068,6317,6066
 ,6443,6166,6066,6554,5395,3989,10347,4809,6071,6365,4376,5605
 ,798,4094,7253,4251,5166,6435,2642,2646,3102,11636,6338,8150,
 3193,1363,4238,3577,1622,3097,330,3239,3206,3490,5163,8626,71
 90,4181,2548,8579,9143,7413,5415,3493,7933,4128,7572,711,6633
 ,230,9605,5236,1454,6382,6540,9079,2475]
 [9353,9640,14414,14376,3128,3435,4041,8845,12927,8131,7004,70
 08,7600,7515,6891,7976,8261,8466,8225,9089,9775,16568,9566,50
 50,6756,5841,8780,10098,10278,10948,9785,16713,10751,3218,298
 5,2835,3683,2230,2801,17298,9592,6747,0,1475,3863,4321,3060,1
 7225,6448,6110,7126,7190,9263,9124,6804,2185,3007,4842,4750,4
 931,6095,6418,12828,2716,16783,17165,12606,1451,2025,8561,846
 5,9140,8637,7851,6702,6410,6613,7546,5693,9989,4240,6818,7206
 ,6187,2897,6966,10371,12755,7067,7426,9311,8848,8879,4037,168
 53,7213,1421,3693,5384,8523,9694,8332,9492,7076,8544,8493,872
 7,7179,2578,7947,9375,8697,13942,2448,10213,4429,6864,8450,73
 47,10945,6038,1891,6798,10306,3616,7896,6465,7001,2419,8547]
 [10748,11115,15839,15810,4332,4598,4947,9784,14333,7858,7430,
 7456,8046,8043,7986,9140,9431,9599,9348,10387,11103,17996,109
 74,6523,8200,7246,10161,11529,11674,12416,11162,18066,12209,3
 360,3124,3051,3579,2045,3225,18737,11067,7874,1475,0,5337,579
 5,4533,18654,7885,7566,8520,8654,10695,10579,7894,1806,2558,4
 549,4396,4637,5513,7030,14284,4174,18139,18594,14007,80,1176,
 9995,9930,10614,10111,9315,8156,7863,8048,7742,7157,11296,571
 5,6793,7148,6527,3041,7987,11240,14160,7472,7661,10786,9751,9
 787,4931,18295,7161,1319,4991,6526,9957,11000,9488,10750,8198
 ,9913,9862,10106,7395,3064,7778,10769,9982,15364,1388,11686,4
 490,7413,8174,7794,12419,7166,1660,7896,11697,5085,9117,7905,
 8446,2162,9838]
 [5960,5778,10793,10721,2735,2935,4071,7417,9405,10014,7447,73
 88,7879,7583,5175,5786,6009,6347,6177,6188,6696,12924,6106,12
 57,3184,2666,5489,6390,6715,7101,6311,13366,6934,5421,5301,51
 08,6092,5311,4747,13604,5730,4923,3863,5337,0,458,805,13576,2
 803,2352,3686,3368,5563,5326,5128,5373,5959,7246,7270,7316,87
 68,6474,9075,1248,13421,13515,9113,5314,5614,4984,4693,5282,4
 776,4026,2939,2659,2969,8473,1999,6801,382,8355,8757,7018,524
 8,5534,9017,9243,7553,8276,5453,7543,7552,4109,13152,8747,480
 2,2297,3873,4946,6717,6129,6745,5211,5327,5278,5450,8116,4404
 ,9635,5988,5889,10341,6077,6350,6325,6998,10306,7667,7090,438
 5,5174,5092,6760,372,5465,2794,3286,5384,5718]

[5593,5320,10372,10294,3025,3191,4305,7357,9003,10305,7622,7558,8029,7714,5121,5639,5848,6202,6046,5911,6382,12498,5725,846,2807,2419,5146,5966,6320,6646,5935,12984,6487,5795,5684,5493,6468,5737,5120,13170,5272,4860,4321,5795,458,0,1263,13148,2420,1937,3345,2923,5143,4884,5082,5808,6378,7607,7639,7675,9138,6624,8634,1690,13037,13087,8715,5772,6064,4586,4254,4824,4318,3579,2515,2243,2584,8684,1610,6477,100,8629,9027,7242,5635,5514,8947,8842,7731,8482,4995,7499,7505,4346,12716,9017,5249,2497,3907,4549,6421,5973,6489,5132,5000,4953,5110,8334,4788,9911,5622,5632,9924,6526,5892,6659,7146,10593,7824,6632,4371,5611,5043,6368,767,5284,2403,2875,5809,5461]

[6651,6583,11552,11488,2393,2660,3799,7625,10140,9566,7238,7190,7713,7455,5399,6152,6396,6706,6514,6750,7309,13691,6815,2037,3904,3239,6149,7132,7410,7895,6975,14068,7716,4827,4685,4491,5488,4595,4160,14381,6535,5168,3060,4533,805,1263,0,14344,3503,3098,4317,4148,6300,6099,5340,4605,5224,6668,6674,6742,8167,6319,9862,520,14126,14283,9841,4511,4820,5720,5480,6087,5581,4808,3691,3405,3671,8186,2748,7380,1186,7949,8355,6719,4625,5697,9232,9976,7337,8001,6258,7724,7738,3831,13930,8348,4013,2186,3981,5681,7304,6505,7272,5476,5965,5915,6106,7821,3745,9220,6677,6421,11096,5282,7153,5810,6842,9866,7487,7895,4561,4433,5311,7449,589,5889,3505,4020,4636,6254]

[7961,8380,2817,2856,14525,14355,14651,11773,4396,19164,15493,15373,15306,14857,11868,10654,10404,10529,10764,8812,7986,658,7704,12319,10476,11415,8587,9838,10607,8034,11161,2866,8608,17110,17158,17028,17660,17819,16597,575,8411,11794,17225,18654,13576,13148,14344,0,12031,11978,12176,10943,10272,9747,11959,18947,19524,18316,18480,18334,19691,14683,4617,14823,2753,61,4748,18611,19140,8664,8909,8694,9181,10425,11543,11786,11936,16662,11597,12278,13202,17651,17872,16009,17163,12242,11808,4576,15593,16452,8546,12038,11987,14693,778,17841,18348,13770,12789,8702,8224,10448,8789,11582,8871,8920,8648,16545,17883,18587,7944,9247,3299,19598,8081,17199,14878,19294,15330,7110,12335,17887,11922,10688,13915,10344,11960,11496,18957,9331]

[5470,3691,9399,9250,5421,5555,6626,8835,8293,12673,9798,9721,10143,9784,6727,6848,6976,7377,7294,6420,6604,11408,5456,2256,3142,3656,5274,3650,3913,4663,3515,12379,4372,8214,8100,7908,8887,8095,7539,11955,3653,6450,6448,7885,2803,2420,3503,12031,0,577,1012,1094,2815,2740,6716,7496,7886,10027,10059,10095,11558,8759,7413,3742,12409,11969,8075,7876,7915,4290,3435,3337,2854,1635,513,410,168,10927,2463,4117,2520,10977,11370,9517,8048,7210,10335,8160,9912,10715,3487,9031,9025,6671,11494,11357,7091,4818,5850,4261,6764,7119,7077,6648,5271,5237,5266,10590,6128,12258,5503,6290,9011,8369,4128,9071,9269,12954,9959,5032,6150,7936,6667,3957,2915,6364,87,588,7400,6128]

[5128,3741,9296,9166,4896,5016,6074,8285,8115,12127,9225,9148,9567,9208,6162,6316,6453,6851,6760,5976,6210,11345,5144,1688,2658,3094,4880,4039,4388,4873,4028,12194,4643,7724,7618,7427,8398,7663,7049,11930,3698,5885,6110,7566,2352,1937,3098,11978,577,0,1589,1118,3211,3014,6150,7298,7740,9524,9564,9591,11061,8185,7369,3394,12230,11917,7878,7552,7672,3960,3209,3324,2817,1767,593,308,711,10359,1896,4681,2036,10426,10817,8954,7569,6641,9796,7974,9339,10147,3486,8476,8471,6119,11470,10804,6846,4271,5274,3929,6350,6595,6626,6089,4852,4814,4867,10023,6009,11707,5161,5822,8890,8131,4238,8552,8694,12406,9384,5091,5576,7521,6101,4439,2514,5843,523,938,7228,5657]

[6147,3807,9649,9469,6369,6520,7608,9806,8679,13641,10806,10730,11154,10796,7720,7793,7908,8312,8241,7239,7347,11574,6088,3261,4047,4649,6029,3100,3154,4442,2669,12749,4040,9105,8979,

8786, 9775, 8901, 8431, 12053, 3780, 7444, 7126, 8520, 3686, 3345, 4317, 12176, 1012, 1589, 0, 1639, 2299, 2508, 7712, 7944, 8245, 10932, 10954, 1003, 12452, 9769, 7585, 4477, 12770, 12116, 8494, 8519, 8431, 4969, 3997, 3579, 3171, 1858, 1306, 1378, 892, 11928, 3464, 3135, 3445, 11953, 12348, 10512, 8923, 8209, 11286, 8561, 10919, 11718, 3700, 10007, 10000, 7651, 11594, 12336, 7619, 5795, 6863, 4945, 7535, 8053, 7902, 7633, 6063, 6033, 6030, 11589, 6468, 13235, 6181, 7144, 9295, 8872, 4114, 10002, 10279, 13926, 10969, 5075, 7157, 8715, 7663, 3180, 3737, 7296, 1071, 1001, 7807, 6988]

[4513, 2638, 8305, 8157, 5718, 5791, 6777, 8351, 7208, 12825, 9738, 9652, 10024, 9636, 6364, 6293, 6384, 6792, 6743, 5617, 5708, 10318, 4465, 2435, 2534, 3352, 4393, 3097, 3607, 3766, 3373, 11294, 3568, 8613, 8526, 8339, 9287, 8651, 7943, 10875, 2597, 6090, 7190, 8654, 3368, 2923, 4148, 10943, 1094, 1118, 1639, 0, 2309, 1962, 6369, 8416, 8855, 10378, 10434, 10440, 11924, 8680, 6326, 4480, 11323, 10882, 6997, 8637, 8786, 3333, 2394, 253, 1763, 661, 600, 864, 1025, 10920, 2287, 4257, 3017, 11106, 11487, 9563, 8483, 6878, 9783, 7078, 9855, 10701, 2408, 8569, 8557, 6823, 10414, 1471, 7960, 5026, 5715, 3309, 5899, 6530, 6281, 6242, 4435, 4406, 4394, 10601, 7118, 12377, 4547, 5542, 7917, 9245, 3121, 9364, 9170, 13093, 9861, 3987, 5904, 8533, 6316, 3674, 3576, 5774, 1019, 656, 8345, 5389]

[5615, 2315, 7950, 7722, 8021, 8100, 9083, 10251, 7266, 15125, 11976, 11885, 12230, 11826, 8431, 8153, 8187, 8593, 8592, 7072, 6916, 9706, 5434, 4737, 4551, 5548, 5746, 835, 1357, 2279, 1366, 11205, 1790, 10901, 10805, 10617, 11575, 10874, 10228, 10087, 2316, 8165, 9263, 10695, 5563, 5143, 6300, 10272, 2815, 3211, 2299, 2309, 0, 784, 8449, 10220, 10540, 12678, 12729, 12741, 14223, 10913, 5817, 6556, 11209, 10213, 7158, 10687, 10681, 4585, 3483, 2428, 2341, 1767, 2628, 2903, 2650, 13177, 4572, 2560, 5241, 13403, 13781, 11842, 10760, 8963, 11566, 7182, 12094, 12955, 2448, 10492, 10473, 9130, 9635, 13764, 9862, 7335, 7947, 4578, 7183, 8332, 7718, 8273, 5897, 5884, 5772, 12866, 8764, 14671, 5646, 7118, 7665, 11128, 2299, 11671, 11391, 15390, 12078, 3243, 8070, 10730, 8395, 1440, 5712, 7603, 2802, 2280, 10093, 6992]

[4833, 1571, 7331, 7120, 7637, 7688, 8622, 9539, 6563, 14632, 11402, 11308, 11631, 11218, 7776, 7440, 7462, 7866, 7875, 6306, 6135, 9162, 4651, 4371, 3923, 4981, 4977, 1266, 2058, 1949, 2147, 10547, 1634, 10550, 10470, 10284, 11222, 10613, 9883, 9595, 1566, 7515, 9124, 10579, 5326, 4884, 6099, 9747, 2740, 3014, 2508, 1962, 784, 0, 7800, 10236, 10613, 12295, 12359, 12355, 13843, 10339, 5215, 6408, 10555, 9686, 6438, 10565, 10651, 3818, 2720, 1645, 1575, 1318, 2423, 2716, 2590, 12619, 4097, 3342, 4978, 12906, 13276, 11314, 10429, 8313, 10827, 6471, 11521, 12395, 1670, 9785, 9764, 8670, 9138, 13258, 9826, 6919, 7383, 3812, 6405, 7607, 6948, 7606, 5137, 5126, 5005, 12317, 8847, 14163, 4864, 6364, 7022, 11106, 1673, 11261, 10806, 14890, 11489, 2646, 7462, 10495, 7745, 2151, 5520, 6886, 2704, 2156, 10136, 6242]

[4413, 7093, 9253, 9348, 3689, 3371, 3029, 2292, 7611, 7496, 3877, 3765, 3953, 3507, 97, 1360, 1646, 1724, 1465, 3154, 3983, 11321, 4750, 4640, 3900, 3063, 3795, 9063, 9806, 8685, 9691, 10706, 8889, 5402, 5511, 5428, 5853, 6412, 5038, 12200, 7049, 284, 6804, 7894, 5128, 5082, 5340, 11959, 6716, 6150, 7712, 6369, 8449, 7800, 0, 8970, 9767, 6378, 6554, 6391, 7733, 2884, 8438, 5796, 10799, 11905, 7251, 7827, 8799, 4528, 5348, 6598, 6350, 6726, 6438, 6334, 6821, 5138, 4254, 10625, 5028, 5845, 6130, 4152, 5540, 514, 3897, 7432, 3994, 4909, 6715, 2418, 2425, 3058, 11815, 6103, 8214, 3314, 1442, 4507, 3735, 1662, 3218, 378, 3480, 3449, 3730, 4912, 8744, 6948, 4413, 2726, 8761, 9181, 7691, 5277, 3234, 7689, 3860, 7840, 796, 6610, 55, 9889, 5433, 1619, 6648, 6814, 9158, 2665]

[11215, 11010, 16158, 16091, 5282, 5599, 6221, 11030, 14738, 9663, 9046, 9061, 9655, 9607, 9055, 10109, 10390, 10612, 10376, 11113, 11757, 18294, 11398, 6629, 8503, 7726, 10680, 11038, 11039, 12152, 10475, 18626, 11864, 5051, 4810, 4706, 5345, 3790, 4793, 18976, 10965, 8901, 2185, 1806,

5373, 5808, 4605, 18947, 7496, 7298, 7944, 8416, 10220, 10236, 8970, 0, 8
33, 6351, 6201, 6440, 7301, 8538, 14441, 4124, 18689, 18886, 14433, 1879
, 751, 10321, 10062, 10551, 10038, 9061, 7858, 7568, 7646, 9457, 7353, 10
424, 5749, 8566, 8929, 8179, 4723, 9145, 12555, 14572, 9099, 9362, 10720
, 11033, 11064, 6216, 18523, 8940, 764, 5779, 7540, 10283, 11704, 10467,
11555, 9231, 10469, 10418, 10632, 9102, 1638, 9576, 11240, 10738, 15701
, 1032, 11532, 6226, 8962, 9980, 9401, 12353, 8195, 3395, 8962, 11047, 50
42, 9996, 7535, 8082, 361, 10581]

[11869, 11476, 16749, 16671, 6078, 6400, 7047, 11846, 15361, 10397, 987
4, 9890, 10484, 10438, 9850, 10885, 11163, 11395, 11162, 11834, 12459, 1
8874, 12039, 7214, 9127, 8405, 11351, 11345, 11278, 12548, 10693, 19287
, 12229, 5862, 5622, 5524, 6131, 4582, 5621, 19535, 11433, 9690, 3007, 25
58, 5959, 6378, 5224, 19524, 7886, 7740, 8245, 8855, 10540, 10613, 9767,
833, 0, 7100, 6941, 7188, 7976, 9371, 14984, 4722, 19346, 19463, 15063, 2
635, 1395, 10938, 10619, 11036, 10523, 9485, 8280, 7996, 8028, 10266, 79
56, 10547, 6328, 9348, 9705, 9001, 5536, 9953, 13377, 15197, 9925, 10176
, 11203, 11853, 11884, 7043, 19080, 9718, 1593, 6544, 8332, 10900, 12419
, 11244, 12293, 10020, 11150, 11099, 11305, 9913, 1777, 10331, 11895, 11
468, 16300, 1427, 11976, 7026, 9794, 10712, 10230, 12825, 8987, 4189, 97
57, 11279, 5612, 10755, 7932, 8473, 614, 11308]

[10527, 12251, 15574, 15642, 4661, 4616, 3840, 7345, 13940, 3324, 3811,
3893, 4381, 4590, 6472, 7722, 7995, 7965, 7707, 9505, 10330, 17673, 1083
8, 7943, 8795, 7619, 9880, 13475, 13910, 13795, 13541, 17051, 13785, 184
3, 2008, 2200, 1206, 2639, 2508, 18535, 12200, 6526, 4842, 4549, 7246, 76
07, 6668, 18316, 10027, 9524, 10932, 10378, 12678, 12295, 6378, 6351, 71
00, 0, 232, 90, 1548, 4029, 14528, 6659, 17148, 18261, 13582, 4473, 5706,
10236, 10653, 11709, 11287, 10984, 10077, 9825, 10190, 3573, 8225, 1403
6, 7507, 2366, 2669, 2883, 2080, 6165, 8409, 13760, 3792, 3575, 11867, 71
91, 7240, 3792, 18137, 2688, 5758, 5382, 5604, 10204, 10102, 7981, 9593,
6756, 9570, 9527, 9814, 3301, 7355, 3232, 10535, 9070, 15079, 5792, 1288
0, 1127, 4135, 3642, 4170, 13346, 5991, 3021, 6411, 13963, 7220, 7979, 10
008, 10457, 6701, 8986]

[10671, 12342, 15732, 15797, 4722, 4692, 3959, 7557, 14100, 3462, 4041,
4122, 4613, 4819, 6648, 7902, 8177, 8154, 7895, 9672, 10496, 17836, 1098
0, 7998, 8896, 7722, 10024, 13531, 13951, 13879, 13574, 17237, 13860, 18
50, 1992, 2186, 1186, 2531, 2523, 18695, 12291, 6696, 4750, 4396, 7270, 7
639, 6674, 18480, 10059, 9564, 10954, 10434, 12729, 12359, 6554, 6201, 6
941, 232, 0, 291, 1499, 4244, 14664, 6646, 17334, 18425, 13743, 4322, 554
6, 10360, 10757, 11800, 11373, 11045, 10121, 9865, 10224, 3800, 8300, 14
050, 7539, 2578, 2870, 3110, 2058, 6351, 8633, 13920, 4023, 3805, 11960,
7406, 7455, 3912, 18295, 2890, 5623, 5456, 5747, 10327, 10272, 8165, 977
1, 6931, 9716, 9672, 9959, 3531, 7242, 3400, 10680, 9236, 15237, 5619, 12
970, 1281, 4359, 3779, 4401, 13450, 6149, 2905, 6586, 14002, 7233, 8149,
10042, 10498, 6554, 9149]

[10555, 12301, 15595, 15666, 4722, 4672, 3882, 7330, 13960, 3234, 3772,
3856, 4338, 4554, 6484, 7732, 8004, 7969, 7712, 9523, 10348, 17692, 1086
7, 8005, 8842, 7666, 9908, 13537, 13976, 13848, 13609, 17057, 13841, 192
0, 2089, 2280, 1289, 2729, 2582, 18556, 12251, 6542, 4931, 4637, 7316, 76
75, 6742, 18334, 10095, 9591, 11003, 10440, 12741, 12355, 6391, 6440, 71
88, 90, 291, 0, 1492, 4013, 14560, 6737, 17154, 18280, 13602, 4562, 5794,
10274, 10699, 11759, 11339, 11045, 10142, 9890, 10258, 3510, 8281, 1410
8, 7575, 2290, 2588, 2850, 2162, 6171, 8381, 13781, 3751, 3516, 11917, 71
73, 7223, 3834, 18159, 2607, 5847, 5439, 5635, 10242, 10118, 7988, 9605,
6769, 9598, 9555, 9843, 3242, 7445, 3144, 10563, 9088, 15101, 5879, 1293
0, 1159, 4107, 3552, 4129, 13391, 6014, 3111, 6424, 14028, 7294, 7995, 10
075, 10523, 6790, 9005]

[11979, 13791, 16976, 17058, 6208, 6163, 5360, 8430, 15336, 2660, 4651,
4756, 5126, 5438, 7823, 9048, 9310, 9240, 8989, 10884, 11712, 19054, 122
97, 9489, 10328, 9152, 11333, 15021, 15449, 15339, 15073, 18315, 15332,

3347,3481,3676,2679,3869,4022,19929,13741,7904,6095,5513,8768
,9138,8167,19691,11558,11061,12452,11924,14223,13843,7733,730
1,7976,1548,1499,1492,0,5143,15999,8126,18416,19638,14977,544
7,6595,11736,12182,13249,12831,12532,11618,11363,11722,3998,9
773,15545,9038,2629,2725,3851,3543,7467,9313,15157,4597,4087,
13407,8243,8295,5312,19540,2757,6805,6930,7075,11705,11467,92
82,10923,8110,11021,10979,11268,3848,8494,2848,11986,10452,16
482,6583,14420,2631,5119,2938,4964,14874,7416,4207,7770,15500
,8728,9349,11541,11995,7662,10378]
[7297,9825,12041,12157,3975,3673,2583,3319,10399,4613,1064,97
2,1406,1148,2956,4056,4288,4158,3920,5965,6784,14060,7634,651
0,6434,5366,6679,11602,12257,11426,12052,13187,11574,3805,400
8,4027,3963,5108,3806,14959,9778,3127,6418,7030,6474,6624,631
9,14683,8759,8185,9769,8680,10913,10339,2884,8538,9371,4029,4
244,4013,5143,0,11317,6615,13290,14632,10039,6952,8139,7360,8
088,9307,8999,9148,8603,8431,8895,2301,6403,12850,6540,2985,3
251,1328,4076,2489,4441,10223,1182,2073,9438,3162,3211,2564,1
4591,3223,7787,4183,2967,7336,6504,4237,5897,3231,6364,6331,6
614,2042,8850,4063,7296,5554,11552,8417,10440,3106,524,4806,1
203,10666,2921,5435,2934,12331,6658,4454,8708,8999,8814,5515]
[4037,3778,2137,1907,10346,10227,10718,9007,2018,15928,12268,
12151,12231,11769,8362,7329,7152,7414,7588,5426,4669,3998,371
0,7825,6097,7154,4677,5525,6402,3727,6876,5444,4333,13117,131
28,12978,13720,13659,12542,4564,3807,8213,12828,14284,9075,86
34,9862,4617,7413,7369,7585,6326,5817,5215,8438,14441,14984,1
4528,14664,14560,15999,11317,0,10322,5435,4556,2165,14248,146
82,4369,4382,4076,4565,5811,6926,7171,7319,13515,7139,8073,86
95,14282,14567,12588,13120,8835,9626,2057,12381,13289,3930,92
93,9250,10765,4105,14539,13875,9567,8926,4405,5000,7245,5709,
8086,4993,5032,4743,13322,13313,15372,4035,5800,1909,15143,35
43,13402,11625,16111,12192,2576,8604,13678,8391,6494,9399,687
3,7342,6880,14430,5816]
[7162,6979,12038,11968,2645,2943,4055,8071,10639,9656,7498,74
57,7996,7759,5858,6645,6893,7197,7001,7269,7829,14171,7322,25
05,4405,3759,6665,7391,7611,8244,7146,14578,8036,4817,4655,44
61,5462,4442,4167,14852,6931,5634,2716,4174,1248,1690,520,148
23,3742,3394,4477,4480,6556,6408,5796,4124,4722,6659,6646,673
7,8126,6615,10322,0,14635,14763,10342,4159,4377,6217,5940,649
5,5985,5141,3985,3694,3908,8396,3236,7469,1627,8077,8484,6928
,4588,6135,9677,10475,7593,8219,6665,8161,8177,4083,14400,848
0,3560,2567,4412,6178,7824,7000,7790,5946,6483,6433,6622,8026
,3225,9335,7189,6939,11584,4840,7535,5865,7134,9962,7764,8303
,5010,4241,5769,7645,933,6393,3755,4288,4140,6772]
[7477,9026,3317,3603,13850,13628,13713,10135,4117,17566,13977
,13858,13701,13275,10703,9441,9161,9186,9442,7815,7053,2638,7
316,12191,10238,10968,8013,10958,11836,9162,12309,128,9767,16
162,16246,16140,16645,17035,15724,3324,9044,10689,16783,18139
,13421,13037,14126,2753,12409,12230,12770,11323,11209,10555,1
0799,18689,19346,17148,17334,17154,18416,13290,5435,14635,0,2
752,4356,18087,18775,8456,9022,9192,9611,10923,11898,12097,12
348,15062,11428,13508,13072,16174,16346,14612,16264,10983,986
2,4256,14065,14868,9078,10373,10320,13751,3360,16313,18027,13
151,11862,8493,7194,9169,7593,10426,8240,8291,8063,14997,1782
3,16986,7452,8244,3546,19219,8911,16065,13401,17660,13763,797
2,11318,17161,10772,11928,13784,9257,12329,11944,18752,8367]
[7903,8319,2757,2795,14467,14297,14594,11726,4340,19115,15443
,15323,15258,14809,11815,10602,10352,10478,10713,8758,7931,59
9,7645,12258,10415,11355,8529,9780,10550,7975,11104,2864,8550
,17054,17101,16971,17604,17761,16539,572,8350,11740,17165,185

94,13515,13087,14283,61,11969,11917,12116,10882,10213,9686,11905,18886,19463,18261,18425,18280,19638,14632,4556,14763,2752,0,4692,18551,19079,8604,8848,8632,9120,10364,11481,11724,11875,16613,11536,12221,13141,17600,17822,15958,17106,12189,11767,4520,15543,16403,8485,11992,11941,14637,738,17791,18287,13712,12732,8642,8170,10397,8738,11528,8814,8862,8590,16495,17821,18538,7886,9192,3241,19537,8021,17144,14828,19246,15281,7049,12280,17828,11868,10631,13854,10290,11898,11435,18896,9276][3260,4869,2003,2127,9812,9629,9902,7359,360,14593,10907,10787,10782,10324,7163,5984,5754,5930,6146,4097,3269,4098,3042,7869,5937,6766,3864,7072,8009,5411,8388,4317,5996,12363,12412,12284,12912,13090,11853,4954,4878,7072,12606,14007,9113,8715,9841,4748,8075,7878,8494,6997,7158,6438,7251,14433,15063,13582,13743,13602,14977,10039,2165,10342,4356,4692,0,13961,14566,4129,4669,4945,5323,6637,7562,7753,8021,12115,7114,9619,8755,13023,13268,11355,12418,7566,7751,185,11012,11897,4851,7639,7592,9945,4565,13238,13795,9070,8040,4167,3536,5815,4165,6876,4138,4187,3923,11966,13503,14022,3240,4526,1513,15017,4897,12462,10276,14746,10778,4075,7594,13170,7212,8108,9471,5632,7993,7629,14476,4600]

[10701,11091,15796,15769,4272,4537,4875,9711,14287,7784,7349,7376,7966,7964,7919,9076,9367,9533,9282,10331,11048,17953,10928,6494,8161,7201,10113,11522,11673,12398,11163,18013,12195,3279,3043,2971,3500,1964,3146,18697,11042,7809,1451,80,5314,5772,4511,18611,7876,7552,8519,8637,10687,10565,7827,1879,2635,4473,4322,4562,5447,6952,14248,4159,18087,18551,13961,0,1256,9954,9896,10589,10086,9298,8142,7850,8039,7661,7124,11307,5691,6714,7070,6446,2961,7917,11165,14113,7391,7581,10760,9677,9713,4858,18255,7083,1374,4937,6462,9916,10944,9424,10691,8132,9863,9812,10057,7314,3115,7702,10722,9924,15320,1468,11664,4410,7334,8101,7714,12393,7100,1579,7829,11697,5066,9055,7895,8435,2234,9781]

[11323,11342,16337,16285,5143,5441,5939,10780,14880,9002,8579,8602,9194,9175,8887,9993,10279,10476,10232,11109,11787,18484,11524,6857,8667,7813,10764,11507,11556,12545,11007,18708,12285,4525,4287,4204,4756,3219,4345,19191,11295,8753,2025,1176,5614,6064,4820,19140,7915,7672,8431,8786,10681,10651,8799,751,1395,5706,5546,5794,6595,8139,14682,4377,18775,19079,14566,1256,0,10483,10300,10866,10355,9440,8247,7955,8071,8915,7552,11014,5996,7967,8320,7686,4203,8934,12271,14710,8624,8833,11036,10764,10798,5928,18742,8333,827,5717,7391,10445,11712,10347,11517,9081,10537,10486,10713,8567,2326,8938,11346,10720,15872,463,11884,5665,8538,9316,8941,12674,8043,2831,8795,11569,5309,9920,7948,8496,1104,10569]

[1182,2691,5855,5816,5978,5859,6401,5878,4422,11930,8388,8278,8480,8032,4475,3815,3777,4163,4218,2488,2403,8007,1189,3741,1819,2791,1161,4978,5862,4226,5948,8406,4518,8765,8769,8616,9379,9291,8180,8743,2654,4260,8561,9995,4984,4586,5720,8664,4290,3960,4969,3333,4585,3818,4528,10321,10938,10236,10360,10274,11736,7360,4369,6217,8456,8604,4129,9954,10483,0,1103,2282,2245,3254,3793,3910,4283,9648,2985,7095,4625,10229,10551,8542,8758,5007,7059,4259,8506,9418,2351,6143,6115,6448,8303,10527,9700,5199,4682,38,2632,3915,3133,4240,1332,1328,1187,9402,9375,11401,1216,2567,5389,10939,3237,9116,7750,12145,8387,3313,4477,9316,4474,5958,5341,3260,4203,3985,10355,2460]

[2206,1746,6160,6061,6182,6121,6822,6888,4910,12584,9137,9033,9284,8847,5308,4799,4793,5189,5220,3589,3481,8262,2103,3443,1867,3036,2264,3902,4771,3343,4845,8985,3550,9071,9046,8879,9713,9449,8449,8917,1701,5068,8465,9930,4693,4254,5480,8909,34

35,3209,3997,2394,3483,2720,5348,10062,10619,10653,10757,1069
9,12182,8088,4382,5940,9022,8848,4669,9896,10300,1103,0,1260,
1145,2205,2923,3093,3399,10389,2773,5993,4314,10865,11206,920
0,9025,5848,8125,4767,9257,10160,1367,7145,7120,6871,8463,111
84,9492,5398,5254,1095,3725,4935,4236,5100,2417,2407,2288,101
20,8976,12074,2239,3647,5731,10762,2353,9551,8511,12815,9171,
2693,5167,9428,5293,4865,5020,4240,3351,3047,10058,3529]
[3212,542,6089,5925,7140,7119,7909,8137,5112,13764,10362,1026
0,10524,10091,6561,6052,6038,6430,6470,4746,4514,8072,3013,41
06,2946,4116,3418,2711,3621,2127,3785,9172,2292,10064,10019,9
845,10720,10330,9421,8622,491,6317,9140,10614,5282,4824,6087,
8694,3337,3324,3579,2253,2428,1645,6598,10551,11036,11709,118
00,11759,13249,9307,4076,6495,9192,8632,4945,10589,10866,2282
,1260,0,513,1748,2854,3107,3244,11608,3575,4987,4902,12040,12
389,10390,9991,7101,9341,5001,10481,11380,171,8396,8371,7957,
8161,12368,10044,6369,6430,2284,4797,6178,5370,6357,3613,3610
,3453,11332,9323,13264,3242,4849,5722,11328,1171,10624,9741,1
4003,10406,1809,6387,10272,6544,3720,5563,5494,3267,2808,1050
6,4742]
[3296,1008,6549,6396,6692,6684,7507,7996,5510,13412,10059,995
9,10245,9819,6318,5900,5909,6310,6329,4733,4591,8555,3143,361
2,2582,3733,3406,2775,3628,2509,3705,9586,2578,9621,9570,9394
,10281,9857,8973,9118,959,6066,8637,10111,4776,4318,5581,9181
,2854,2817,3171,1763,2341,1575,6350,10038,10523,11287,11373,1
1339,12831,8999,4565,5985,9611,9120,5323,10086,10355,2245,114
5,513,0,1314,2362,2608,2770,11297,3110,4866,4397,11685,12040,
10049,9540,6858,9260,5390,10178,11070,682,8248,8225,7555,8658
,12020,9532,5928,6088,2239,4850,6053,5377,6130,3562,3551,3432
,11012,8812,12920,3328,4790,6169,10817,1614,10211,9445,13656,
10118,2319,6086,9792,6295,3722,5053,5343,2781,2345,9993,4669]
[4404,2060,7837,7672,6324,6382,7338,8612,6824,13369,10210,101
20,10470,10070,6713,6527,6590,6999,6973,5662,5657,9809,4307,3
054,2830,3785,4380,2507,3110,3108,2967,10900,2909,9234,9152,8
966,9906,9298,8566,10336,2024,6443,7851,9315,4026,3579,4808,1
0425,1635,1767,1858,661,1767,1318,6726,9061,9485,10984,11045,
11045,12532,9148,5811,5141,10923,10364,6637,9298,9440,3254,22
05,1748,1314,0,1206,1493,1521,11410,2815,3974,3671,11646,1202
1,10077,9111,7239,9991,6705,10328,11188,1885,8842,8827,7385,9
875,12004,8613,5614,6181,3236,5878,6736,6324,6569,4468,4446,4
391,11099,7739,12910,4437,5637,7468,9898,2498,9957,9628,13632
,10316,3397,6317,9186,6672,3187,4237,5990,1575,1073,8983,5495
]
[4974,3232,8898,8753,5433,5537,6571,8507,7781,12629,9652,9571
,9971,9598,6443,6488,6602,7006,6936,5971,6127,10917,4953,2173
,2743,3378,4798,3452,3835,4299,3509,11867,4055,8286,8185,7995
,8960,8248,7612,11475,3192,6166,6702,8156,2939,2515,3691,1154
3,513,593,1306,600,2628,2423,6438,7858,8280,10077,10121,10142
,11618,8603,6926,3985,11898,11481,7562,8142,8247,3793,2923,28
54,2362,1206,0,293,491,10807,2219,4249,2613,10921,11308,9420,
8138,6940,9981,7648,9768,10592,3008,8711,8703,6617,11015,1129
4,7420,4783,5661,3765,6295,6747,6631,6346,4809,4776,4793,1047
8,6535,12198,5008,5859,8507,8704,3700,9091,9105,12904,9796,45
80,5913,8111,6388,3890,3107,5990,431,398,7778,5699]
[5087,3502,9126,8987,5190,5304,6353,8439,7980,12409,9475,9396
,9807,9441,6343,6443,6570,6971,6890,6014,6208,11157,5084,1957
,2733,3271,4876,3731,4086,4590,3736,12064,4348,8027,7922,7732
,8701,7970,7352,11726,3461,6066,6410,7863,2659,2243,3405,1178
6,410,308,1378,864,2903,2716,6334,7568,7996,9825,9865,9890,11
363,8431,7171,3694,12097,11724,7753,7850,7955,3910,3093,3107,

2608,1493,293,0,488,10618,2087,4422,2342,10705,11094,9220,787
4,6831,9932,7843,9590,10404,3265,8636,8630,6398,11266,11081,7
128,4555,5504,3881,6363,6713,6670,6258,4868,4833,4868,10285,6
255,11984,5121,5881,8727,8412,3981,8847,8937,12686,9628,4852,
5783,7829,6285,4138,2819,5958,328,633,7491,5719]
[5465,3582,9318,9165,5580,5711,6778,8925,8233,12827,9936,9858
,10275,9913,6830,6925,7048,7450,7373,6454,6617,11316,5441,239
8,3200,3759,5288,3485,3746,4520,3351,12319,4219,8379,8265,807
3,9052,8263,7703,11853,3545,6554,6613,8048,2969,2584,3671,119
36,168,711,892,1025,2650,2590,6821,7646,8028,10190,10224,1025
8,11722,8895,7319,3908,12348,11875,8021,8039,8071,4283,3399,3
244,2770,1521,491,488,0,11070,2572,3971,2684,11130,11522,9664
,8214,7317,10416,8103,10050,10857,3390,9123,9117,6823,11393,1
1508,7247,4971,5978,4256,6784,7192,7113,6746,5296,5262,5283,1
0734,6267,12410,5499,6334,8935,8524,4004,9232,9403,13108,1009
3,4917,6266,8103,6772,3791,3082,6436,189,453,7547,6174]
[9527,12126,14102,14242,5795,5549,4406,4931,12472,2508,1261,1
373,1363,1805,5201,6191,6389,6185,5976,8108,8907,16056,9866,8
672,8727,7639,8922,13880,14514,13727,14286,14952,13873,4406,4
648,4758,4191,5697,4746,16973,12079,5395,7546,7742,8473,8684,
8186,16662,10927,10359,11928,10920,13177,12619,5138,9457,1026
6,3573,3800,3510,3998,2301,13515,8396,15062,16613,12115,7661,
8915,9648,10389,11608,11297,11410,10807,10618,11070,0,8634,15
039,8594,1369,1360,1469,4734,4696,5486,12300,1144,229,11739,4
689,4742,4369,16625,1325,8763,6189,5237,9625,8605,6313,7951,5
462,8610,8580,8858,373,10113,1929,9523,7718,13621,9092,12741,
3254,1904,2634,1337,12958,5223,6085,5189,14586,8603,6644,1088
1,11205,9779,7699]
[3985,4108,8804,8741,3593,3609,4526,6401,7406,10554,7459,7374
,7761,7383,4265,4472,4633,5020,4910,4416,4821,10943,4115,767,
1198,1200,3555,5321,5890,5594,5653,11375,5560,6524,6466,6288,
7188,6756,5870,11639,4057,3989,5693,7157,1999,1610,2748,11597
,2463,1896,3464,2287,4572,4097,4254,7353,7956,8225,8300,8281,
9773,6403,7139,3236,11428,11536,7114,7124,7552,2985,2773,3575
,3110,2815,2219,2087,2572,8634,0,6464,1643,8832,9209,7277,643
4,4747,7929,7244,7575,8415,3743,6586,6582,4574,11190,9192,675
4,2844,3448,2947,4887,4771,5028,4195,3430,3384,3523,8314,6395
,10099,4014,4183,8349,8012,4723,7174,6899,10818,7591,5336,369
8,6706,4205,5959,2358,4032,2396,2610,7377,4012]
[8159,4850,10201,9940,9502,9655,10740,12579,9696,16776,13897,
13817,14220,13846,10621,10499,10564,10973,10946,9568,9456,117
65,7988,6369,6770,7593,8253,2561,1681,4347,1234,13516,3743,12
200,12064,11870,12866,11910,11529,12015,4857,10347,9989,11296
,6801,6477,7380,12278,4117,4681,3135,4257,2560,3342,10625,104
24,10547,14036,14050,14108,15545,12850,8073,7469,13508,12221,
9619,11307,11014,7095,5993,4987,4866,3974,4249,4422,3971,1503
9,6464,0,6576,15088,15482,13634,12005,11134,13965,9627,14012,
14826,5006,12805,12791,10784,11581,15470,10244,8928,9909,7084
,9714,10711,10222,10497,8380,8363,8273,14704,8821,16370,8190,
9580,9971,11422,4724,13126,13353,17061,14044,5581,10143,11692
,10573,1595,6817,9964,4159,3855,10218,9445]
[5621,5400,10422,10347,2927,3095,4211,7307,9044,10208,7535,74
71,7945,7632,5069,5606,5818,6168,6009,5911,6393,12551,5758,88
7,2836,2407,5165,6063,6419,6734,6035,13018,6579,5695,5585,539
4,6368,5641,5020,13227,5352,4809,4240,5715,382,100,1186,13202
,2520,2036,3445,3017,5241,4978,5028,5749,6328,7507,7539,7575,
9038,6540,8695,1627,13072,13141,8755,5691,5996,4625,4314,4902
,4397,3671,2613,2342,2684,8594,1643,6576,0,8533,8931,7150,553
5,5455,8899,8883,7644,8392,5073,7445,7452,4252,12774,8921,518

3,2405,3839,4588,6426,5942,6482,5085,5014,4966,5128,8242,4752
,9815,5649,5626,9972,6459,5974,6560,7063,10496,7740,6709,4311
,5516,4989,6468,717,5259,2503,2974,5755,5455]
[10252,12572,15023,15141,5621,5439,4352,6057,13382,1728,2199,
2317,2570,2941,5922,7040,7269,7122,6891,8949,9769,17031,10586
,8750,9104,7959,9624,14147,14712,14166,14429,16067,14257,3600
,3835,3983,3220,4777,4086,17935,12523,6071,6818,6793,8355,862
9,7949,17651,10977,10426,11953,11106,13403,12906,5845,8566,93
48,2366,2578,2290,2629,2985,14282,8077,16174,17600,13023,6714
,7967,10229,10865,12040,11685,11646,10921,10705,11130,1369,88
32,15088,8533,0,407,1696,3923,5471,6772,13207,2117,1467,12182
,5838,5891,4307,17570,404,7916,6160,5612,10203,9488,7214,8873
,6202,9307,9272,9558,1248,9393,1282,10252,8537,14535,8094,131
98,2388,2780,1987,2449,13505,5753,5172,5892,14777,8428,7434,1
0941,11317,8904,8495]
[10543,12919,15266,15390,6023,5837,4743,6214,13627,1380,2382,
2501,2671,3076,6205,7294,7515,7351,7125,9209,10024,17257,1087
9,9138,9459,8320,9919,14520,15093,14516,14815,16238,14615,398
9,4222,4374,3587,5143,4486,18166,12871,6365,7206,7148,8757,90
27,8355,17872,11370,10817,12348,11487,13781,13276,6130,8929,9
705,2669,2870,2588,2725,3251,14567,8484,16346,17822,13268,707
0,8320,10551,11206,12389,12040,12021,11308,11094,11522,1360,9
209,15482,8931,407,0,2010,4310,5739,6842,13453,2286,1513,1253
0,5985,6038,4699,17806,35,8288,6554,5959,10525,9737,7453,9110
,6481,9604,9570,9854,1351,9780,891,10543,8802,14780,8435,1354
4,2779,2996,1616,2585,13836,6074,5539,6178,15158,8832,7705,11
333,11704,9270,8766]
[8556,10918,13358,13469,4328,4088,2947,4579,11715,3389,956,10
22,1567,1713,4231,5371,5609,5486,5246,7271,8094,15384,8890,72
67,7468,6342,7927,12566,13167,12516,12915,14508,12626,3169,34
03,3483,3115,4501,3399,16281,10870,4376,6187,6527,7018,7242,6
719,16009,9517,8954,10512,9563,11842,11314,4152,8179,9001,288
3,3110,2850,3851,1328,12588,6928,14612,15958,11355,6446,7686,
8542,9200,10390,10049,10077,9420,9220,9664,1469,7277,13634,71
50,1696,2010,0,3485,3792,5537,11539,968,1295,10529,4395,4446,
2909,15910,1986,7461,4745,3962,8516,7819,5561,7221,4512,7611,
7576,7862,1102,8732,2875,8557,6855,12868,7904,11542,2169,1276
,3615,1330,11826,4065,4871,4198,13236,7141,5749,9475,9817,848
7,6808]
[9228,10530,14369,14400,2852,2910,2551,7090,12768,5267,4394,4
424,5012,5031,5637,6887,7179,7253,6991,8463,9258,16509,9513,6
058,7160,6013,8590,11572,11954,12028,11559,16177,11968,329,88
,146,876,1036,579,17330,10479,5605,2897,3041,5248,5635,4625,1
7163,8048,7569,8923,8483,10760,10429,5540,4723,5536,2080,2058
,2162,3543,4076,13120,4588,16264,17106,12418,2961,4203,8758,9
025,9991,9540,9111,8138,7874,8214,4734,6434,12005,5535,3923,4
310,3485,0,5491,8435,12588,4433,4640,10156,7011,7053,2514,169
12,4316,4033,3630,4409,8723,9082,7202,8682,5896,8297,8249,852
7,4378,5471,5056,9242,8029,13877,4421,11151,1536,4416,5584,47
61,11700,4950,1389,5558,12002,5191,7012,8035,8507,5045,7916]
[4831,7592,9569,9677,3891,3561,3055,1944,7926,7094,3441,3325,
3477,3026,541,1587,1843,1806,1545,3479,4302,11611,5170,5107,4
413,3562,4227,9575,10320,9181,10204,10886,9393,5325,5453,5387
,5729,6408,5018,12501,7548,798,6966,7987,5534,5514,5697,12242
,7210,6641,8209,6878,8963,8313,514,9145,9953,6165,6351,6171,7
467,2489,8835,6135,10983,12189,7566,7917,8934,5007,5848,7101,
6858,7239,6940,6831,7317,4696,4747,11134,5455,5471,5739,3792,
5491,0,3545,7749,3555,4469,7215,2027,2042,3077,12125,5711,838
4,3604,1725,4987,4031,1818,3458,770,3916,3887,4163,4489,9004,

6537,4828,3066,9079,9301,8187,5087,2796,7276,3399,8316,1149,6
632,568,10403,5826,1966,7143,7317,9349,3027]
[6304,9730,9570,9787,7385,7049,6338,1607,8072,7903,4666,4566,
4204,3876,3845,3494,3403,2994,3045,4649,5151,11261,6606,8430,
7255,6739,5942,12027,12885,11182,12901,9743,11543,8192,8376,8
365,8400,9445,8077,12203,9697,4094,10371,11240,9017,8947,9232
,11808,10335,9796,11286,9783,11566,10827,3897,12555,13377,840
9,8633,8381,9313,4441,9626,9677,9862,11767,7751,11165,12271,7
059,8125,9341,9260,9991,9981,9932,10416,5486,7929,13965,8899,
6772,6842,5537,8435,3545,0,7927,4716,5331,9406,1535,1512,6346
,11920,6807,11790,7148,5270,7057,4809,3256,4111,3815,5728,573
1,5901,5526,12522,7334,6283,4494,9139,12603,10227,7544,4274,7
948,4351,10037,4670,9737,3929,12978,9328,4009,10259,10322,127
83,4600]
[3415,4905,1821,1942,9973,9793,10075,7543,180,14778,11091,109
72,10967,10509,7345,6168,5938,6115,6331,4279,3451,3924,3189,7
997,6071,6916,4026,7075,8008,5392,8397,4220,5982,12534,12582,
12453,13085,13255,12022,4775,4916,7253,12755,14160,9243,8842,
9976,4576,8160,7974,8561,7078,7182,6471,7432,14572,15197,1376
0,13920,13781,15157,10223,2057,10475,4256,4520,185,14113,1471
0,4259,4767,5001,5390,6705,7648,7843,8103,12300,7244,9627,888
3,13207,13453,11539,12588,7749,7927,0,11197,12082,4902,7823,7
775,10118,4383,13423,13937,9229,8214,4297,3719,6000,4350,7058
,4303,4352,4085,12151,13629,14207,3396,4707,1330,15162,4909,1
2639,10461,14931,10963,4066,7771,13332,7393,8106,9600,5814,80
79,7706,14612,4779]
[8386,10997,13005,13137,4953,4677,3541,3940,11370,3581,119,23
0,600,841,4057,5065,5270,5084,4866,6983,7788,14980,8726,7658,
7616,6547,7780,12784,13437,12597,13226,13957,12752,4121,4352,
4422,4083,5456,4307,15892,10950,4251,7067,7472,7553,7731,7337
,15593,9912,9339,10919,9855,12094,11521,3994,9099,9925,3792,4
023,3751,4597,1182,12381,7593,14065,15543,11012,7391,8624,850
6,9257,10481,10178,10328,9768,9590,10050,1144,7575,14012,7644
,2117,2286,968,4433,3555,4716,11197,0,915,10611,3721,3774,351
1,15537,2254,8371,5256,4147,8483,7491,5200,6848,4319,7467,743
7,7716,954,9585,3010,8383,6588,12521,8853,11610,3136,760,3739
,379,11817,4095,5821,4045,13511,7713,5508,9863,10165,9400,656
5]
[9299,11898,13885,14024,5609,5358,4213,4734,12254,2713,1032,1
144,1168,1598,4972,5968,6167,5967,5756,7885,8685,15844,9639,8
460,8501,7415,8694,13656,14293,13498,14067,14758,13645,4314,4
554,4658,4131,5618,4626,16761,11851,5166,7426,7661,8276,8482,
8001,16452,10715,10147,11718,10701,12955,12395,4909,9362,1017
6,3575,3805,3516,4087,2073,13289,8219,14868,16403,11897,7581,
8833,9418,10160,11380,11070,11188,10592,10404,10857,229,8415,
14826,8392,1467,1513,1295,4640,4469,5331,12082,915,0,11511,44
96,4549,4178,16411,1478,8661,5989,5013,9395,8384,6092,7733,52
34,8382,8352,8630,276,9987,2135,9296,7493,13404,9020,12513,31
85,1675,2849,1122,12728,4994,6002,4960,14365,8412,6418,10669,
10989,9681,7473]
[3236,390,5956,5787,7304,7281,8063,8221,5009,13906,10491,1038
8,10647,10211,6675,6142,6120,6510,6556,4795,4536,7927,3022,42
77,3095,4268,3472,2677,3602,1989,3794,9059,2186,10227,10183,1
0009,10882,10498,9585,8469,341,6435,9311,10786,5453,4995,6258
,8546,3487,3486,3700,2408,2448,1670,6715,10720,11203,11867,11
960,11917,13407,9438,3930,6665,9078,8485,4851,10760,11036,235
1,1367,171,682,1885,3008,3265,3390,11739,3743,5006,5073,12182
,12530,10529,10156,7215,9406,4902,10611,11511,0,8482,8456,811
2,8008,12509,10214,6532,6571,2356,4824,6260,5412,6467,3678,36

77,3510,11466,9488,13403,3265,4912,5595,11498,1019,10781,9868,14142,10531,1638,6517,10442,6660,3701,5733,5584,3418,2951,10674,4810]

[5593,8832,9579,9752,5849,5514,4825,286,7986,7194,3643,3528,3328,2909,2378,2348,2367,1995,1926,3957,4635,11448,5922,7031,6038,5387,5117,11020,11835,10358,11794,10263,10660,6787,6958,6933,7051,8004,6622,12378,8794,2642,8848,9751,7543,7499,7724,12038,9031,8476,10007,8569,10492,9785,2418,11033,11853,7191,7406,7173,8243,3162,9293,8161,10373,11992,7639,9677,10764,6143,7145,8396,8248,8842,8711,8636,9123,4689,6586,12805,7445,5838,5985,4395,7011,2027,1535,7823,3721,4496,8482,0,53,4836,12051,5951,10268,5621,3749,6134,4298,2232,3585,2397,4854,4845,5065,4634,10987,6614,5578,3680,9114,11104,9376,6245,3125,7296,3400,9316,3167,8280,2456,11924,7843,2905,8958,9069,11257,3739]

[5558,8806,9530,9703,5875,5539,4859,246,7938,7247,3695,3581,3381,2962,2384,2326,2338,1963,1901,3919,4594,11397,5887,7032,6025,5383,5085,10998,11816,10329,11777,10210,10633,6830,7000,6974,7097,8045,6662,12327,8767,2646,8879,9787,7552,7505,7738,11987,9025,8471,10000,8557,10473,9764,2425,11064,11884,7240,7455,7223,8295,3211,9250,8177,10320,11941,7592,9713,10798,6115,7120,8371,8225,8827,8703,8630,9117,4742,6582,12791,7452,5891,6038,4446,7053,2042,1512,7775,3774,4549,8456,53,0,4870,12001,6004,10299,5640,3766,6107,4256,2203,3542,2397,4824,4815,5033,4687,11011,6667,5543,3646,9065,11139,9347,6293,3177,7348,3453,9284,3180,8319,2463,11905,7854,2882,8952,9060,11287,3707]

[6800,8498,11913,11958,1442,1180,49,4857,10298,6012,3415,3375,3919,3711,3154,4389,4681,4781,4521,5955,6757,14042,7099,4444,5023,3846,6155,9893,10423,10064,10126,13664,10093,2423,2495,2391,2973,3354,1986,14878,8448,3102,4037,4931,4109,4346,3831,14693,6671,6119,7651,6823,9130,8670,3058,6216,7043,3792,3912,3834,5312,2564,10765,4083,13751,14637,9945,4858,5928,6448,6871,7957,7555,7385,6617,6398,6823,4369,4574,10784,4252,4307,4699,2909,2514,3077,6346,10118,3511,4178,8112,4836,4870,0,14467,4686,5452,1857,1908,6416,6573,4712,6169,3402,5853,5807,6091,4009,6347,5588,6811,5520,11419,6272,9128,2681,3071,6288,3684,9563,2437,3559,3071,10485,4234,4498,6634,7012,6456,5410]

[7685,7819,2564,2513,14227,14071,14423,11779,4205,19117,15435,15314,15278,14824,11728,10540,10302,10455,10681,8661,7833,761,7408,11897,10097,11080,8323,9170,9917,7378,10482,3462,7942,16874,16911,16775,17439,17534,16341,461,7853,11636,16853,18295,13152,12716,13930,778,11494,11470,11594,10414,9635,9138,11815,18523,19080,18137,18295,18159,19540,14591,4105,14400,3360,738,4565,18255,18742,8303,8463,8161,8658,9875,11015,11266,11393,16625,11190,11581,12774,17570,17806,15910,16912,12125,11920,4383,15537,16411,8008,12051,12001,14467,0,17775,17942,13462,12571,8341,8094,10356,8697,11441,8618,8665,8386,16491,17416,18543,7671,9091,3059,19201,7484,17015,14811,19259,15289,6519,12147,17586,11776,9995,13483,10197,11426,10948,18521,9162]

[10516,12898,15235,15360,6013,5826,4730,6181,13597,1403,2350,2470,2637,3043,6178,7265,7486,7320,7095,9180,9995,17226,10852,9124,9438,8301,9893,14503,15077,14495,14800,16205,14595,3995,4228,4379,3597,5154,4488,18135,12850,6338,7213,7161,8747,9017,8348,17841,11357,10804,12336,11471,13764,13258,6103,8940,9718,2688,2890,2607,2757,3223,14539,8480,16313,17791,13238,7083,8333,10527,11184,12368,12020,12004,11294,11081,11508,1325,9192,15470,8921,404,35,1986,4316,5711,6807,13423,2254,1478,12509,5951,6004,4686,17775,0,8298,6542,5938,10501,9707,7423,9080,6454,9577,9543,9828,1317,9787,906,10516,8774,14750,8451,13523

,2784,2965,1635,2552,13813,6050,5549,6151,15143,8824,7677,113
20,11690,9281,8738]
[10562,10518,15549,15493,4529,4843,5457,10266,14106,9081,8316
,8328,8922,8863,8300,9366,9648,9864,9626,10406,11065,17693,10
755,6050,7881,7059,10014,10689,10750,11718,10208,17962,11460,
4361,4120,4005,4701,3147,4065,18392,10472,8150,1421,1319,4802
,5249,4013,18348,7091,6846,7619,7960,9862,9826,8214,764,1593,
5758,5623,5847,6805,7787,13875,3560,18027,18287,13795,1374,82
7,9700,9492,10044,9532,8613,7420,7128,7247,8763,6754,10244,51
83,7916,8288,7461,4033,8384,11790,13937,8371,8661,10214,10268
,10299,5452,17942,8298,0,5046,6787,9661,11003,9723,10836,8479
,9794,9743,9964,8404,1750,8964,10586,10026,15087,1286,11058,5
553,8216,9399,8668,11851,7442,2753,8207,10766,4491,9263,7123,
7671,1030,9871]
[5815,6909,10955,10954,785,768,1814,5549,9405,7856,5150,5091,
5587,5303,3387,4345,4621,4865,4640,5404,6111,13112,6066,2611,
3536,2414,5206,8116,8606,8429,8289,13077,8404,3695,3654,3484,
4353,4092,3056,13893,6859,3193,3693,4991,2297,2497,2186,13770
,4818,4271,5795,5026,7335,6919,3314,5779,6544,5382,5456,5439,
6930,4183,9567,2567,13151,13712,9070,4937,5717,5199,5398,6369
,5928,5614,4783,4555,4971,6189,2844,8928,2405,6160,6554,4745,
3630,3604,7148,9229,5256,5989,6532,5621,5640,1857,13462,6542,
5046,0,1884,5163,6014,4705,5800,3520,4944,4894,5149,5837,5434
,7442,5834,5007,10471,6139,7534,4342,4707,8137,5372,8070,2518
,4124,3295,8665,2476,4218,4783,5175,5930,4859]
[4925,6960,10013,10065,2258,1950,1866,3668,8394,7335,4029,394
0,4313,3938,1522,2614,2905,3085,2842,4054,4850,12138,5234,363
3,3507,2403,4278,8643,9290,8557,9088,11777,8665,4330,4395,428
2,4871,5184,3862,12979,6912,1363,5384,6526,3873,3907,3981,127
89,5850,5274,6863,5715,7947,7383,1442,7540,8332,5604,5747,563
5,7075,2967,8926,4412,11862,12732,8040,6462,7391,4682,5254,64
30,6088,6181,5661,5504,5978,5237,3448,9909,3839,5612,5959,396
2,4409,1725,5270,8214,4147,5013,6571,3749,3766,1908,12571,593
8,6787,1884,0,4652,4673,2963,4302,1692,3970,3926,4213,4937,73
06,6835,4934,3621,9519,7783,7586,4478,3455,7573,4146,7910,655
,5339,1429,9364,4143,2634,5794,6055,7721,3506]
[1209,2699,5893,5854,5942,5824,6368,5870,4460,11904,8365,8256
,8459,8011,4455,3804,3769,4156,4208,2494,2421,8045,1222,3703,
1781,2754,1169,4977,5858,4238,5940,8443,4526,8730,8734,8580,9
345,9255,8144,8781,2661,4238,8523,9957,4946,4549,5681,8702,42
61,3929,4945,3309,4578,3812,4507,10283,10900,10204,10327,1024
2,11705,7336,4405,6178,8493,8642,4167,9916,10445,38,1095,2284
,2239,3236,3765,3881,4256,9625,2947,7084,4588,10203,10525,851
6,8723,4987,7057,4297,8483,9395,2356,6134,6107,6416,8341,1050
1,9661,5163,4652,0,2647,3907,3141,4221,1332,1326,1193,9378,93
37,11376,1243,2567,5427,10901,3249,9084,7727,12119,8366,3334,
4451,9279,4453,5954,5303,3248,4175,3960,10317,2458]
[1590,5099,5538,5654,6681,6446,6533,4012,3896,11069,7384,7264
,7288,6827,3644,2449,2222,2433,2630,621,344,7588,1844,5627,37
60,4067,1507,7501,8418,6444,8550,7112,6856,8992,9066,8955,950
3,9841,8535,8471,5073,3577,9694,11000,6717,6421,7304,8224,676
4,6350,7535,5899,7183,6405,3735,11704,12419,10102,10272,10118
,11467,6504,5000,7824,7194,8170,3536,10944,11712,2632,3725,47
97,4850,5878,6295,6363,6784,8605,4887,9714,6426,9488,9737,781
9,9082,4031,4809,3719,7491,8384,4824,4298,4256,6573,8094,9707
,11003,6014,4673,2647,0,2292,718,3358,1499,1538,1505,8443,110
47,10501,1562,1052,5049,12142,5527,8991,6749,11229,7270,5245,
4155,9969,3698,8516,7089,2123,6678,6536,11809,1174]

[3394, 6606, 7812, 7939, 5204, 4908, 4681, 1964, 6174, 8780, 5093, 4974, 5000, 4538, 1565, 360, 146, 263, 344, 1820, 2597, 9823, 3730, 5350, 4009, 3619, 2890, 8827, 9664, 8126, 9658, 9073, 8433, 7063, 7172, 7088, 7505, 8065, 6696, 10723, 6568, 1622, 8332, 9488, 6129, 5973, 6505, 10448, 7119, 6595, 8053, 6530, 8332, 7607, 1662, 10467, 11244, 7981, 8165, 7988, 9282, 4237, 7245, 7000, 9169, 10397, 5815, 9424, 10347, 3915, 4935, 6178, 6053, 6736, 6747, 6713, 7192, 6313, 4771, 10711, 5942, 7214, 7453, 5561, 7202, 1818, 3256, 6000, 5200, 6092, 6260, 2232, 2203, 4712, 10356, 7423, 9723, 4705, 2963, 3907, 2292, 0, 1660, 1311, 2623, 2613, 2837, 6153, 10099, 8210, 3382, 1481, 7326, 10744, 7145, 6896, 4461, 8938, 4978, 7094, 2325, 8253, 1644, 9755, 6474, 757, 7041, 7079, 10631, 1519]

[2215, 5707, 6157, 6291, 6419, 6160, 6133, 3299, 4522, 10430, 6744, 6624, 6622, 6162, 3123, 1875, 1616, 1766, 1985, 664, 1061, 8163, 2502, 5734, 3980, 4080, 1972, 8081, 8982, 7099, 9081, 7502, 7490, 8572, 8661, 8560, 9053, 9486, 8150, 9062, 5677, 3097, 9492, 10750, 6745, 6489, 7272, 8789, 7077, 6626, 7902, 6281, 7718, 6948, 3218, 11555, 12293, 9593, 9771, 9605, 10923, 5897, 5709, 7790, 7593, 8738, 4165, 10691, 11517, 3133, 4236, 5370, 5377, 6324, 6631, 6670, 7113, 7951, 5028, 10222, 6482, 8873, 9110, 7221, 8682, 3458, 4111, 4350, 6848, 7733, 5412, 3585, 3542, 6169, 8697, 9080, 10836, 5800, 4302, 3141, 718, 1660, 0, 2841, 1857, 1881, 1949, 7802, 10992, 9858, 2191, 857, 5673, 11937, 6164, 8495, 6116, 10581, 6614, 5928, 3732, 9639, 3188, 9079, 7113, 1672, 6992, 6901, 11680, 1028]

[4070, 6842, 8879, 8976, 3950, 3642, 3370, 2232, 7236, 7843, 4204, 4090, 4247, 3795, 287, 993, 1283, 1401, 1152, 2779, 3608, 10945, 4409, 4636, 3739, 2995, 3460, 8865, 9628, 8426, 9535, 10333, 8649, 5764, 5868, 5781, 6223, 6754, 5386, 11824, 6798, 330, 7076, 8198, 5211, 5132, 5476, 11582, 6648, 6089, 7633, 6242, 8273, 7606, 378, 9231, 10020, 6756, 6931, 6769, 8110, 3231, 8086, 5946, 10426, 11528, 6876, 8132, 9081, 4240, 5100, 6357, 6130, 6569, 6346, 6258, 6746, 5462, 4195, 10497, 5085, 6202, 6481, 4512, 5896, 770, 3815, 7058, 4319, 5234, 6467, 2397, 2397, 3402, 11441, 6454, 8479, 3520, 1692, 4221, 3358, 1311, 2841, 0, 3148, 3119, 3396, 5248, 8952, 7290, 4068, 2353, 8387, 9470, 7431, 5654, 3559, 8031, 4168, 7548, 1039, 6944, 346, 9713, 5530, 1245, 6577, 6713, 9409, 2297]

[959, 4009, 6072, 6107, 5677, 5491, 5808, 4583, 4481, 10974, 7352, 7238, 7382, 6925, 3412, 2567, 2491, 2862, 2941, 1194, 1393, 8216, 1283, 4184, 2275, 2745, 317, 6309, 7187, 5507, 7254, 8172, 5830, 8256, 8294, 8160, 8826, 8952, 7728, 9034, 3973, 3239, 8544, 9913, 5327, 5000, 5965, 8871, 5271, 4852, 6063, 4435, 5897, 5137, 3480, 10469, 11150, 9570, 9716, 9598, 11021, 6364, 4993, 6483, 8240, 8814, 4138, 9863, 10537, 1332, 2417, 3613, 3562, 4468, 4809, 4868, 5296, 8610, 3430, 8380, 5014, 9307, 9604, 7611, 8297, 3916, 5728, 4303, 7467, 8382, 3678, 4854, 4824, 5853, 8618, 9577, 9794, 4944, 3970, 1332, 1499, 2623, 1857, 3148, 0, 51, 251, 8392, 9706, 10427, 966, 1235, 5580, 10979, 4530, 8443, 6707, 11169, 7313, 4483, 3613, 9032, 3430, 7282, 5699, 2030, 5185, 5063, 10548, 1133]

[1001, 4010, 6119, 6154, 5627, 5442, 5763, 4575, 4530, 10940, 7322, 7208, 7355, 6899, 3381, 2550, 2480, 2854, 2929, 1217, 1438, 8264, 1321, 4137, 2231, 2694, 355, 6302, 7178, 5514, 7240, 8223, 5833, 8209, 8247, 8113, 8780, 8903, 7680, 9081, 3974, 3206, 8493, 9862, 5278, 4953, 5915, 8920, 5237, 4814, 6033, 4406, 5884, 5126, 3449, 10418, 11099, 9527, 9672, 9555, 10979, 6331, 5032, 6433, 8291, 8862, 4187, 9812, 10486, 1328, 2407, 3610, 3551, 4446, 4776, 4833, 5262, 8580, 3384, 8363, 4966, 9272, 9570, 7576, 8249, 3887, 5731, 4352, 7437, 8352, 3677, 4845, 4815, 5807, 8665, 9543, 9743, 4894, 3926, 1326, 1538, 2613, 1881, 3119, 51, 0, 289, 8361, 9656, 10394, 1008, 1241, 5628, 10928, 4535, 8400, 6677, 11137, 7285, 4500, 3573, 8983, 3398, 7273, 5650, 2010, 5151, 5032, 10497, 1133]

[712, 3830, 5844, 5874, 5888, 5709, 6046, 4791, 4263, 11224, 7600, 7486, 7627, 7169, 3661, 2796, 2708, 3070, 3160, 1301, 1344, 7992, 1033, 4284, 2345, 2907, 66, 6158, 7048, 5307, 7133, 7997, 5645, 8489, 8525, 8390, 9063, 9172, 7957, 8804, 3796, 3490, 8727, 10106, 5450, 5110, 6106, 8648, 5266

,4867,6030,4394,5772,5005,3730,10632,11305,9814,9959,9843,11268,6614,4743,6622,8063,8590,3923,10057,10713,1187,2288,3453,3432,4391,4793,4868,5283,8858,3523,8273,5128,9558,9854,7862,8527,4163,5901,4085,7716,8630,3510,5065,5033,6091,8386,9828,9964,5149,4213,1193,1505,2837,1949,3396,251,289,0,8641,9841,10677,721,1411,5353,11158,4336,8688,6956,11419,7559,4259,3862,9247,3680,7144,5821,2266,5180,5032,10705,1328]

[9318,11853,13959,14091,5431,5189,4047,4864,12324,2627,1060,1179,1329,1726,4980,6013,6222,6038,5820,7932,8739,15933,9656,8335,8437,7337,8706,13575,14199,13454,13963,14888,13589,4051,4292,4399,3858,5350,4378,16846,11806,5163,7179,7395,8116,8334,7821,16545,10590,10023,11589,10601,12866,12317,4912,9102,9913,3301,3531,3242,3848,2042,13322,8026,14997,16495,11966,7314,8567,9402,10120,11332,11012,11099,10478,10285,10734,373,8314,14704,8242,1248,1351,1102,4378,4489,5526,12151,954,276,11466,4634,4687,4009,16491,1317,8404,5837,4937,9378,8443,6153,7802,5248,8392,8361,8641,0,9744,2058,9316,7534,13475,8751,12471,2914,1698,2790,1234,12707,4954,5736,4963,14270,8243,6448,10545,10876,9422,7507]

[10364,9749,15130,15037,5140,5477,6339,10942,13788,10669,9515,9510,10097,9975,8819,9740,10003,10276,10061,10486,11055,17237,10508,5634,7586,6984,9883,9568,9508,10786,8928,17769,10458,5794,5559,5413,6231,4716,5369,17873,9707,8626,2578,3064,4404,4788,3745,17883,6128,6009,6468,7118,8764,8847,8744,1638,1777,7355,7242,7445,8494,8850,13313,3225,17823,17821,13503,3115,2326,9375,8976,9323,8812,7739,6535,6255,6267,10113,6395,8821,4752,9393,9780,8732,5471,9004,12522,13629,9585,9987,9488,10987,11011,6347,17416,9787,1750,5434,7306,9337,11047,10099,10992,8952,9706,9656,9841,9744,0,10508,10391,10147,14691,2669,10235,7005,9322,10988,9846,11100,7949,4337,8727,9511,4039,9540,6177,6715,1399,9982]

[11360,13793,16013,16148,6901,6721,5632,6859,14380,580,3117,3237,3291,3732,7019,8070,8280,8093,7877,9989,10797,17979,11697,10028,10338,9203,10742,15409,15983,15390,15706,16875,15495,4745,4970,5134,4278,5821,5283,18894,13744,7190,7947,7778,9635,9911,9220,18587,12258,11707,13235,12377,14671,14163,6948,9576,10331,3232,3400,3144,2848,4063,15372,9335,16986,18538,14022,7702,8938,11401,12074,13264,12920,12910,12198,11984,12410,1929,10099,16370,9815,1282,891,2875,5056,6537,7334,14207,3010,2135,13403,6614,6667,5588,18543,906,8964,7442,6835,11376,10501,8210,9858,7290,10427,10394,10677,2058,10508,0,11358,9589,15531,9020,14416,3552,3755,744,3257,14694,6929,6213,6997,16049,9704,8500,12222,12595,9924,9560]

[34,3537,5135,5158,6583,6411,6766,5298,3572,11909,8269,8153,8272,7812,4340,3392,3266,3595,3719,1644,1273,7287,349,4781,2817,3535,656,5942,6862,4908,7011,7391,5303,9207,9241,9104,9783,9876,8670,8091,3510,4181,9375,10769,5988,5622,6677,7944,5503,5161,6181,4547,5646,4864,4413,11240,11895,10535,10680,10563,11986,7296,4035,7189,7452,7886,3240,10722,11346,1216,2239,3242,3328,4437,5008,5121,5499,9523,4014,8190,5649,10252,10543,8557,9242,4828,6283,3396,8383,9296,3265,5578,5543,6811,7671,10516,10586,5834,4934,1243,1562,3382,2191,4068,966,1008,721,9316,10391,11358,0,1903,4646,11795,3975,9408,7624,12099,8214,3762,4576,9944,4364,6961,6355,2891,5417,5200,11300,1871]

[1916,5238,6528,6623,5655,5411,5481,3402,4886,10151,6477,6359,6432,5970,2639,1529,1370,1692,1820,437,1261,8606,2250,4882,3166,3223,1457,7543,8417,6715,8470,8160,7056,7941,8014,7903,8454,8792,7483,9478,5204,2548,8697,9982,5889,5632,6421,9247,6290,5822,7144,5542,7118,6364,2726,10738,11468,9070,9236,9088,10

452, 5554, 5800, 6939, 8244, 9192, 4526, 9924, 10720, 2567, 3647, 4849, 4790, 5637, 5859, 5881, 6334, 7718, 4183, 9580, 5626, 8537, 8802, 6855, 8029, 3066, 4494, 4707, 6588, 7493, 4912, 3680, 3646, 5520, 9091, 8774, 10026, 5007, 3621, 2567, 1052, 1481, 857, 2353, 1235, 1241, 1411, 7534, 10147, 9589, 1903, 0, 6035, 11145, 5747, 7955, 5835, 10324, 6392, 5638, 3107, 8925, 2686, 8512, 6257, 1108, 6206, 6146, 10856, 172]

[4663, 5513, 495, 648, 11226, 11058, 11376, 8836, 1153, 16103, 12416, 12297, 12284, 11827, 8673, 7498, 7266, 7438, 7656, 5608, 4780, 2642, 4405, 9086, 7206, 8121, 5292, 7417, 8304, 5630, 8767, 3548, 6236, 13831, 13873, 13741, 14390, 14522, 13308, 3460, 5534, 8579, 13942, 15364, 10341, 9924, 11096, 3299, 9011, 8890, 9295, 7917, 7665, 7022, 8761, 15701, 16300, 15079, 15237, 15101, 16482, 11552, 1909, 11584, 3546, 3241, 1513, 15320, 15872, 5389, 5731, 5722, 6169, 7468, 8507, 8727, 8935, 13621, 8349, 9971, 9972, 14535, 14780, 12868, 13877, 9079, 9139, 1330, 12521, 13404, 5595, 9114, 9065, 11419, 3059, 14750, 15087, 10471, 9519, 5427, 5049, 7326, 5673, 8387, 5580, 5628, 5353, 13475, 14691, 15531, 4646, 6035, 0, 16328, 5369, 13957, 11787, 16253, 12284, 4427, 9089, 14588, 8721, 8397, 10688, 7142, 8934, 8514, 15724, 6104]

[11772, 11804, 16793, 16743, 5545, 5836, 6285, 11128, 15332, 9054, 8813, 8841, 9430, 9431, 9270, 10391, 10678, 10868, 10622, 11537, 12221, 18942, 11975, 7319, 9123, 8260, 11210, 11953, 11990, 13002, 11437, 19151, 12739, 4735, 4501, 4435, 4908, 3407, 4612, 19650, 11757, 9143, 2448, 1388, 6077, 6526, 5282, 19598, 8369, 8131, 8872, 9245, 11128, 11106, 9181, 1032, 1427, 5792, 5619, 5879, 6583, 8417, 15143, 4840, 19219, 19537, 15017, 1468, 463, 10939, 10762, 11328, 10817, 9898, 8704, 8412, 8524, 9092, 8012, 11422, 6459, 8094, 8435, 7904, 4421, 9301, 12603, 15162, 8853, 9020, 1498, 11104, 11139, 6272, 19201, 8451, 1286, 6139, 7783, 10901, 12142, 10744, 11937, 9470, 10979, 10928, 11158, 8751, 2669, 9020, 11795, 11145, 16328, 0, 12344, 5838, 8801, 9366, 9179, 13136, 8432, 3033, 9179, 12002, 5772, 10331, 8402, 8950, 1333, 10995]

[3950, 630, 5665, 5449, 8301, 8286, 9080, 9108, 4984, 14921, 11491, 11386, 11634, 11195, 7648, 7052, 7009, 7389, 7453, 5581, 5214, 7491, 3684, 5215, 4114, 5286, 4291, 2193, 3143, 994, 3491, 8907, 1329, 11228, 11180, 11005, 11886, 11470, 10583, 7943, 680, 7413, 10213, 11686, 6350, 5892, 7153, 8081, 4128, 4238, 4114, 3121, 2299, 1673, 7691, 11532, 11976, 12880, 12970, 12930, 14420, 10440, 3543, 7535, 8911, 8021, 4897, 11664, 11884, 3237, 2353, 1171, 1614, 2498, 3700, 3981, 4004, 12741, 4723, 4724, 5974, 13198, 13544, 11542, 11151, 8187, 10227, 4909, 11610, 12513, 1019, 9376, 9347, 9128, 7484, 13523, 11058, 7534, 7586, 3249, 5527, 7145, 6164, 7431, 4530, 4535, 4336, 12471, 10235, 14416, 3975, 5747, 5369, 12344, 0, 11796, 10864, 15156, 11523, 973, 7519, 11402, 7637, 3243, 6608, 6497, 4071, 3551, 11466, 5660]

[9400, 11166, 14452, 14519, 3658, 3575, 2730, 6378, 12819, 3810, 3123, 3181, 3735, 3851, 5371, 6627, 6905, 6892, 6632, 8391, 9215, 16555, 9711, 6935, 7699, 6522, 8753, 12457, 12925, 12721, 12579, 15969, 12727, 1212, 1448, 1595, 954, 2446, 1737, 17414, 11116, 5415, 4429, 4490, 6325, 6659, 5810, 17199, 9071, 8552, 10002, 9364, 11671, 11261, 5277, 6226, 7026, 1127, 1281, 1159, 2631, 3106, 13402, 5865, 16065, 17144, 12462, 4410, 5665, 9116, 9551, 10624, 10211, 9957, 9091, 8847, 9232, 3254, 7174, 13126, 6560, 2388, 2779, 2169, 1536, 5087, 7544, 12639, 3136, 3185, 10781, 6245, 6293, 2681, 17015, 2784, 5553, 4342, 4478, 9084, 8991, 6896, 8495, 5654, 8443, 8400, 8688, 2914, 7005, 3552, 9408, 7955, 13957, 5838, 11796, 0, 3310, 4123, 3497, 12243, 4869, 2837, 5308, 12981, 6337, 6869, 9047, 9477, 6556, 7868]

[7627, 10253, 12272, 12400, 4491, 4192, 3093, 3318, 10635, 4321, 645, 531, 883, 653, 3297, 4315, 4527, 4355, 4131, 6234, 7042, 14262, 7966, 7022, 6892, 5843, 7020, 12071, 12738, 11853, 12543, 13295, 12016, 4128, 4343, 4380, 4214, 5452, 4194, 15170, 10207, 3493, 6864, 7413, 6998, 7146, 6842, 14878, 9269, 8694, 10279, 9170, 11391, 10806, 3234, 8962, 9794, 4135, 4

359,4107,5119,524,11625,7134,13401,14828,10276,7334,8538,7750
,8511,9741,9445,9628,9105,8937,9403,1904,6899,13353,7063,2780
,2996,1276,4416,2796,4274,10461,760,1675,9868,3125,3177,3071,
14811,2965,8216,4707,3455,7727,6749,4461,6116,3559,6707,6677,
6956,1698,9322,3755,7624,5835,11787,8801,10864,3310,0,4489,69
1,11061,3359,5794,3286,12814,7182,4751,9217,9500,9245,5810]
[12100,14532,16735,16872,7574,7406,6333,7546,15103,319,3848,3
967,3988,4437,7760,8803,9009,8816,8602,10722,11527,18689,1243
8,10732,11074,9935,11484,16133,16698,16129,16413,17548,16230,
5285,5500,5673,4767,6276,5859,19607,14483,7933,8450,8174,1030
6,10593,9866,19294,12954,12406,13926,13093,15390,14890,7689,9
980,10712,3642,3779,3552,2938,4806,16111,9962,17660,19246,147
46,8101,9316,12145,12815,14003,13656,13632,12904,12686,13108,
2634,10818,17061,10496,1987,1616,3615,5584,7276,7948,14931,37
39,2849,14142,7296,7348,6288,19259,1635,9399,8137,7573,12119,
11229,8938,10581,8031,11169,11137,11419,2790,10988,744,12099,
10324,16253,9366,15156,4123,4489,0,3970,15437,7672,6662,7739,
16763,10363,9238,12919,13300,10333,10297]
[8219,10915,12765,12905,5119,4830,3710,3630,11135,3834,374,34
0,254,493,3917,4864,5056,4848,4640,6778,7573,14722,8559,7711,
7572,6531,7622,12754,13426,12513,13233,13654,12685,4454,4682,
4744,4440,5789,4609,15638,10869,4128,7347,7794,7667,7824,7487
,15330,9959,9384,10969,9861,12078,11489,3860,9401,10230,4170,
4401,4129,4964,1203,12192,7764,13763,15281,10778,7714,8941,83
87,9171,10406,10118,10316,9796,9628,10093,1337,7591,14044,774
0,2449,2585,1330,4761,3399,4351,10963,379,1122,10531,3400,345
3,3684,15289,2552,8668,5372,4146,8366,7270,4978,6614,4168,731
3,7285,7559,1234,9846,3257,8214,6392,12284,9179,11523,3497,69
1,3970,0,11700,4034,6150,3914,13502,7842,5327,9907,10192,9697
,6378]
[3743,1350,4706,4483,8850,8803,9514,9040,4124,15216,11698,115
89,11792,11342,7787,7050,6967,7323,7420,5406,4912,6519,3432,5
903,4556,5728,4204,3021,3944,1355,4360,7972,1924,11754,11723,
11554,12400,12085,11125,6979,1393,7572,10945,12419,7090,6632,
7895,7110,5032,5091,5075,3987,3243,2646,7840,12353,12825,1334
6,13450,13391,14874,10666,2576,8303,7972,7049,4075,12393,1267
4,3313,2693,1809,2319,3397,4580,4852,4917,12958,5336,5581,670
9,13505,13836,11826,11700,8316,10037,4066,11817,12728,1638,93
16,9284,9563,6519,13813,11851,8070,7910,3334,5245,7094,5928,7
548,4483,4500,4259,12707,11100,14694,3762,5638,4427,13136,973
,12243,11061,15437,11700,0,7766,12041,7787,4041,7372,6508,497
0,4466,12302,5578]
[4571,6903,9583,9652,2913,2603,2401,3063,7951,7454,3976,3874,
4170,3757,871,1982,2275,2436,2190,3543,4359,11689,4894,3997,3
541,2552,3928,8728,9424,8504,9264,11230,8658,4844,4929,4828,5
348,5769,4420,12546,6857,711,6038,7166,4385,4371,4561,12335,6
150,5576,7157,5904,8070,7462,796,8195,8987,5991,6149,6014,741
6,2921,8604,5010,11318,12280,7594,7100,8043,4477,5167,6387,60
86,6317,5913,5783,6266,5223,3698,10143,4311,5753,6074,4065,49
50,1149,4670,7771,4095,4994,6517,3167,3180,2437,12147,6050,74
42,2518,655,4451,4155,2325,3732,1039,3613,3573,3862,4954,7949
,6929,4576,3107,9089,8432,7519,4869,3359,7672,4034,7766,0,594
1,778,9502,4678,2062,6087,6299,8377,3009]
[9926,10798,15074,15077,3362,3545,3586,8337,13510,6343,5783,5
813,6401,6415,6706,7920,8213,8334,8075,9349,10112,17229,10185
,6194,7600,6525,9307,11560,11836,12218,11384,17080,12090,1702
,1469,1414,1952,395,1660,18016,10748,6633,1891,1660,5174,5611
,4433,17887,7936,7521,8715,8533,10730,10495,6610,3395,4189,30
21,2905,3111,4207,5435,13678,4241,17161,17828,13170,1579,2831

, 9316, 9428, 10272, 9792, 9186, 8111, 7829, 8103, 6085, 6706, 11692, 5516, 5172, 5539, 4871, 1389, 6632, 9737, 13332, 5821, 6002, 10442, 8280, 8319, 3559, 17586, 5549, 2753, 4124, 5339, 9279, 9969, 8253, 9639, 6944, 9032, 8983, 9247, 5736, 4337, 6213, 9944, 8925, 14588, 3033, 11402, 2837, 5794, 6662, 6150, 12041, 5941, 0, 6620, 11873, 5021, 7973, 7938, 8449, 3732, 8796]

[4365, 7039, 9214, 9307, 3680, 3364, 3040, 2325, 7571, 7545, 3929, 3816, 4007, 3561, 93, 1336, 1624, 1714, 1457, 3115, 3944, 11284, 4701, 4596, 3846, 3014, 3745, 9008, 9752, 8630, 9638, 10679, 8834, 5422, 5529, 5444, 5877, 6425, 5052, 12162, 6994, 230, 6798, 7896, 5092, 5043, 5311, 11922, 6667, 6101, 7663, 6316, 8395, 7745, 55, 8962, 9757, 6411, 6586, 6424, 7770, 2934, 8391, 5769, 10772, 11868, 7212, 7829, 8795, 4474, 5293, 6544, 6295, 6672, 6388, 6285, 6772, 5189, 4205, 10573, 4989, 5892, 6178, 4198, 5558, 568, 3929, 7393, 4045, 4960, 6660, 2456, 2463, 3071, 11776, 6151, 8207, 3295, 1429, 4453, 3698, 1644, 3188, 346, 3430, 3398, 3680, 4963, 8727, 6997, 4364, 2686, 8721, 9179, 7637, 5308, 3286, 7739, 3914, 7787, 778, 6620, 0, 9835, 5399, 1580, 6599, 6763, 9148, 2623]

[6931, 3476, 8616, 8352, 9323, 9424, 10439, 11681, 8165, 16493, 13393, 13303, 13657, 13256, 9871, 9583, 9610, 10015, 10020, 8444, 8233, 10172, 6723, 6055, 5990, 6971, 7114, 1053, 101, 2767, 607, 11938, 2162, 12161, 12052, 11861, 12835, 12044, 11486, 10431, 3492, 9605, 10306, 11697, 6760, 6368, 7449, 10688, 3957, 4439, 3180, 3674, 1440, 2151, 9889, 11047, 11279, 13963, 14002, 14028, 15500, 12331, 6494, 7645, 11928, 10631, 8108, 11697, 11569, 5958, 4865, 3720, 3722, 3187, 3890, 4138, 3791, 14586, 5959, 1595, 6468, 14777, 15158, 13236, 12002, 10403, 12978, 8106, 13511, 14365, 3701, 11924, 11905, 10485, 9995, 15143, 10766, 8665, 9364, 5954, 8516, 9755, 9079, 9713, 7282, 7273, 7144, 14270, 9511, 16049, 6961, 8512, 8397, 12002, 3243, 12981, 12814, 16763, 13502, 4041, 9502, 11873, 9835, 0, 6862, 9031, 3967, 3506, 10884, 8391]

[6327, 6049, 11137, 11061, 2822, 3054, 4199, 7724, 9761, 10066, 7610, 7556, 8061, 7779, 5483, 6129, 6357, 6689, 6514, 6559, 7069, 13265, 6469, 1604, 3547, 3036, 5860, 6544, 6822, 7332, 6391, 13730, 7141, 5384, 5249, 5055, 6049, 5183, 4713, 13936, 6001, 5236, 3616, 5085, 372, 767, 589, 13915, 2915, 2514, 3737, 3576, 5712, 5520, 5433, 5042, 5612, 7220, 7233, 7294, 8728, 6658, 9399, 933, 13784, 13854, 9471, 5066, 5309, 5341, 5020, 5563, 5053, 4237, 3107, 2819, 3082, 8603, 2358, 6817, 717, 8428, 8832, 7141, 5191, 5826, 9328, 9600, 7713, 8412, 5733, 7843, 7854, 4234, 13483, 8824, 4491, 2476, 4143, 5303, 7089, 6474, 7113, 5530, 5699, 5650, 5821, 8243, 4039, 9704, 6355, 6257, 10688, 5772, 6608, 6337, 7182, 10363, 7842, 7372, 4678, 5021, 5399, 6862, 0, 5819, 2916, 3432, 5042, 6087]

[2897, 5940, 7635, 7731, 4791, 4519, 4461, 2653, 5992, 9059, 5395, 5278, 5382, 4921, 1531, 558, 613, 1018, 989, 1536, 2364, 9705, 3238, 4632, 3252, 2899, 2326, 8117, 8941, 7485, 8921, 9168, 7766, 6905, 6991, 6889, 7397, 7816, 6478, 10582, 5900, 1454, 7896, 9117, 5465, 5284, 5889, 10344, 6364, 5843, 7296, 5774, 7603, 6886, 1619, 9996, 10755, 7979, 8149, 7995, 9349, 4454, 6873, 6393, 9257, 10290, 5632, 9055, 9920, 3260, 4240, 5494, 5343, 5990, 5990, 5958, 6436, 6644, 4032, 9964, 5259, 7434, 7705, 5749, 7012, 1966, 4009, 5814, 5508, 6418, 5584, 2905, 2882, 4498, 10197, 7677, 9263, 4218, 2634, 3248, 2123, 757, 1672, 1245, 2030, 2010, 2266, 6448, 9540, 8500, 2891, 1108, 7142, 10331, 6497, 6869, 4751, 9238, 5327, 6508, 2062, 7973, 1580, 9031, 5819, 0, 6286, 6322, 10141, 1061]

[5383, 3627, 9324, 9176, 5394, 5523, 6590, 8762, 8212, 12639, 9749, 9671, 10090, 9729, 6658, 6770, 6898, 7299, 7217, 6335, 6518, 11336, 5370, 2210, 3060, 3587, 5187, 3637, 3921, 4620, 3534, 12298, 4337, 8198, 8086, 7895, 8871, 8093, 7523, 11886, 3589, 6382, 6465, 7905, 2794, 2403, 3505, 11960, 87, 523, 1071, 1019, 2802, 2704, 6648, 7535, 7932, 10008, 10042, 10075, 11541, 8708, 7342, 3755, 12329, 11898, 7993, 7895, 7948, 4203, 3351, 3267, 2781, 1575, 431, 328, 189, 10881, 2396, 4159, 2503, 10941, 11333, 9475, 8035, 7143, 10259, 8079, 9863, 10669, 3418, 8958, 8952, 6634, 11426,

```

11320,7123,4783,5794,4175,6678,7041,6992,6577,5185,5151,5180,
10545,6177,12222,5417,6206,8934,8402,4071,9047,9217,12919,990
7,4970,6087,7938,6599,3967,2916,6286,0,548,7442,6045]
[5166,3133,8892,8733,5819,5928,6967,8861,7833,13024,10049,996
8,10366,9992,6816,6828,6934,7340,7277,6238,6353,10878,5120,25
68,3070,3758,5032,3112,3453,4076,3115,11917,3790,8660,8555,83
65,9334,8596,7985,11409,3097,6540,7001,8446,3286,2875,4020,11
496,588,938,1001,656,2280,2156,6814,8082,8473,10457,10498,105
23,11995,8999,6880,4288,11944,11435,7629,8435,8496,3985,3047,
2808,2345,1073,398,633,453,11205,2610,3855,2974,11317,11704,9
817,8507,7317,10322,7706,10165,10989,2951,9069,9060,7012,1094
8,11690,7671,5175,6055,3960,6536,7079,6901,6713,5063,5032,503
2,10876,6715,12595,5200,6146,8514,8950,3551,9477,9500,13300,1
0192,4466,6299,8449,6763,3506,3432,6322,548,0,7987,5990]
[11274,10955,16176,16103,5470,5792,6460,11247,14776,10016,934
5,9357,9951,9893,9241,10272,10550,10782,10550,11224,11852,183
06,11448,6640,8540,7803,10752,10906,10878,12062,10305,18691,1
1759,5373,5132,5023,5684,4128,5093,18975,10911,9079,2419,2162
,5384,5809,4636,18957,7400,7228,7807,8345,10093,10136,9158,36
1,614,6701,6554,6790,7662,8814,14430,4140,18752,18896,14476,2
234,1104,10355,10058,10506,9993,8983,7778,7491,7547,9779,7377
,10218,5755,8904,9270,8487,5045,9349,12783,14612,9400,9681,10
674,11257,11287,6456,18521,9281,1030,5930,7721,10317,11809,10
631,11680,9409,10548,10497,10705,9422,1399,9924,11300,10856,1
5724,1333,11466,6556,9245,10333,9697,12302,8377,3732,9148,108
84,5042,10141,7442,7987,0,10697]
[1881,5142,6598,6685,5514,5275,5370,3464,4959,10120,6453,6335
,6424,5963,2582,1526,1397,1745,1851,553,1350,8687,2219,4710,3
000,3052,1379,7429,8297,6634,8341,8285,6963,7832,7901,7788,83
53,8668,7366,9553,5106,2475,8547,9838,5718,5461,6254,9331,612
8,5657,6988,5389,6992,6242,2665,10581,11308,8986,9149,9005,10
378,5515,5816,6772,8367,9276,4600,9781,10569,2460,3529,4742,4
669,5495,5699,5719,6174,7699,4012,9445,5455,8495,8766,6808,79
16,3027,4600,4779,6565,7473,4810,3739,3707,5410,9162,8738,987
1,4859,3506,2458,1174,1519,1028,2297,1133,1133,1328,7507,9982
,9560,1871,172,6104,10995,5660,7868,5810,10297,6378,5578,3009
,8796,2623,8391,6087,1061,6045,5990,10697,0]

```

10. Solução do problema da P-mediana para alocação de indicadores de falta no alimentador PRU-01C1

```

// solution (optimal) with objective 260032
// Quality Incumbent solution:
// MILP
objective                2.60032000000e+005
// MILP solution norm |x| (Total, Max)          1.68000e+002
1.00000e+000
// MILP solution error (Ax=b) (Total, Max)      0.00000e+000
0.00000e+000
// MILP x bound error (Total, Max)              0.00000e+000
0.00000e+000
// MILP x integrality error (Total, Max)        0.00000e+000
0.00000e+000
// MILP slack bound error (Total, Max)          0.00000e+000
0.00000e+000
//

```

```

indicadorAtivo = [0 0 1 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 0 1 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0
1 0 1 0 0 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 1 1
0 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1 1
1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0];

```

11. Modelagem do problema da P-mediana modificado para alocação de indicadores de falta

```

int P = ...;
{string} chaves = ...; // Define os chaves
{string} indicadores = ...; // define os indicadores
{string} Colunas = ...;
float Unidades consumidoras[chaves] = ...; // Unidades
consumidoras
float Distancia[chaves][indicadores] = ...; // matriz
distância
float matrixTransposta [chaves][Colunas] =...;

//Variáveis
dvar boolean indicadorativo[indicadores]; // Indicadores
dvar boolean grafoAtivo[chaves][indicadores]; // grafo ativo

//Função objetivo
minimize
    sum( t in chaves , m in indicadores )
        Unidades
        consumidoras[t]*Distancia[t][m]*grafoAtivo[t][m]; //
minimizar a distancia ponderada pela unidades consumidoras

//Restrições
subject to {
    forall( t in chaves )
        ctShip:
            sum( m in indicadores )
                grafoAtivo[t][m] == 1;
    forall ( c in Colunas)
        restricao:
            sum ( b in chaves)
                matrixTransposta [b][c]* indicadorativo [b]>= 1;

    ctOpen:
        sum( m in indicadores )
            indicadorativo[m] == P;

    forall( t in chaves , m in indicadores )
        ctShipOpen:
            grafoAtivo[t][m] <= indicadorAtivo[m];
}

```

12. Dados de entrada do problema da P-mediana modificado para alocação de indicadores de falta no alimentador TAM-01F5

```

P=6;
chaves={"C1","C2","C3","C4","C5","C6","C7","C8","C9","C10","C11","C12","C13","C14","C15","C16","C17","C18","C19","C20","C21","C22"};
indicadores={"C1","C2","C3","C4","C5","C6","C7","C8","C9","C10","C11","C12","C13","C14","C15","C16","C17","C18","C19","C20","C21","C22"};
nconsumidores=[4959, 4958, 73, 268, 174, 4138, 4134, 3837, 886, 205, 321, 106, 789, 55, 204, 1583, 1340, 302, 2, 94, 467, 55];
Matrz Distancia=
[0,560,960,1160,1360,1520,1680,2080,2120,2360,2520,2840,2680,2800,2680,3000,3400,4400,5120,5120,5040,5600],
[560,0,400,600,800,960,1120,1520,1560,1800,1960,2280,2120,2240,2120,2440,2840,3840,4560,4560,4480,5040],
[960,400,0,200,400,560,720,1120,1160,1400,1560,1880,1720,1840,1720,2040,2440,3440,4160,4160,4080,4640],
[1160,600,200,0,200,360,520,920,960,1200,1360,1680,1520,1640,1520,1840,2240,3240,3960,3960,3880,4440],
[1360,800,400,200,0,160,320,720,760,1000,1160,1480,1320,1440,1320,1640,2040,3040,3760,3760,3680,4240],
[1520,960,560,360,160,0,160,560,600,840,1000,1320,1160,1280,160,1480,1880,2880,3600,3600,3520,4080],
[1680,1120,720,520,320,160,0,400,440,680,840,1160,1000,1120,1000,1320,1720,2720,3440,3440,3360,3920],
[2080,1520,1120,920,720,560,400,0,40,280,440,760,600,720,600,920,1320,2320,3040,3040,2960,3520],
[2120,1560,1160,960,760,600,440,40,0,240,400,720,560,680,560,880,1280,2280,3000,3000,2920,3480],
[2360,1800,1400,1200,1000,840,680,280,240,0,160,480,800,920,800,1120,1520,2520,3240,3240,3160,3720],
[2520,1960,1560,1360,1160,1000,840,440,400,160,0,320,960,1080,960,1280,1680,2680,3400,3400,3320,3880],
[2840,2280,1880,1680,1480,1320,1160,760,720,480,320,0,1280,1400,1280,1600,2000,3000,3720,3720,3640,4200],
[2680,2120,1720,1520,1320,1160,1000,600,560,800,960,1280,0,120,0,80,320,720,1720,2440,2440,2360,2920],
[2800,2240,1840,1640,1440,1280,1120,720,680,920,1080,1400,120,0,200,480,880,1880,2600,2600,2520,3080],
[2680,2120,1720,1520,1320,1160,1000,600,560,800,960,1280,80,200,0,320,720,1720,2440,2440,2360,2920],
[3000,2440,2040,1840,1640,1480,1320,920,880,1120,1280,1600,320,480,320,0,400,1400,2120,2120,2040,2600],
[3400,2840,2440,2240,2040,1880,1720,1320,1280,1520,1680,2000,720,880,720,400,0,1000,1720,1720,1640,2200],
[4400,3840,3440,3240,3040,2880,2720,2320,2280,2520,2680,3000,1720,1880,1720,1400,1000,0,720,720,640,1200],
[5120,4560,4160,3960,3760,3600,3440,3040,3000,3240,3400,3720,2440,2600,2440,2120,1720,720,0,80,520,1080],
[5120,4560,4160,3960,3760,3600,3440,3040,3000,3240,3400,3720,2440,2600,2440,2120,1720,720,80,0,520,1080],
[5040,4480,4080,3880,3680,3520,3360,2960,2920,3160,3320,3640,2360,2520,2360,2040,1640,640,520,520,0,560],
[5600,5040,4640,4440,4240,4080,3920,3520,3480,3720,3880,4200,2920,3080,2920,2600,2200,1200,1080,1080,560,0],
];

```

```

solution (optimal) with objective 8120600

```

```

solution (optimal) with objective 4096862

```

115

```
// MILP slack bound error (Total, Max)          0.00000e+000
0.00000e+000
//

indicadorativo = [0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 0 0 0 1 0
1 1 0 1 0 1 0 1
               0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 1
1 0 1 0 0 1 0
               1 1 1 1 1 0 0 1 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1
1 0 0 0 0 0 1
               0 1 0 1 0 0 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 0
0 0 0 0 0 0 0
               0];
```