



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
DEPARTAMENTO DE FÍSICA – CCEN
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

JOSÉ CAMILO HERRERA HURTADO

**EFEITO DO CAMPO MAGNÉTICO NA TRANSIÇÃO
RESSONANTE POR DOIS FÓTONS INDUZIDA POR
UM TREM DE PULSOS ULTRACURTOS**

Recife
2015

JOSÉ CAMILO HERRERA HURTADO

**EFEITO DO CAMPO MAGNÉTICO NA TRANSIÇÃO RESSONANTE POR
DOIS FÓTONS INDUZIDA POR UM TREM DE PULSOS ULTRACURTOS**

Dissertação apresentada ao Programa de
Pós-Graduação em Física da Universidade
Federal de Pernambuco, como requisito
parcial para a obtenção do título de Mestre
em Física.

Orientadora:
Prof^a Dr^a Sandra Sampaio Vianna

Recife
2015

Catálogo na fonte
Bibliotecária Joana D'Arc Leão Salvador CRB4-532

H565e Herrera Hurtado, José Camilo.
 Efeito do campo magnético na transição ressonante por dois fótons
 induzida por um trem de pulsos ultracurtos / José Camilo Herrera Hurtado.
 – Recife: O Autor, 2015.
 73 f.: fig., tab.

 Orientadora: Sandra Sampaio Viana.
 Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco.
 CCEN. Física, 2015.
 Inclui referências e apêndices.

 1. Lasers. 2. Ressonância. I. Viana, Sandra Sampaio (Orientadora). II.
 Titulo.

 535.5 CDD (22. ed.) UFPE-FQ 2015-15

JOSÉ CAMILO HERRERA HURTADO

**EFEITO DO CAMPO MAGNÉTICO NA TRANSIÇÃO RESSONANTE POR
DOIS FÓTONS INDUZIDA POR UM TREM DE PULSOS ULTRACURTOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Física.

Aprovada em: 01/04/2015.

BANCA EXAMINADORA

Profª Drª Sandra Sampaio Vianna
Orientadora
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Daniel Felinto Pires Barbosa
Examinador Interno
Universidade Federal de Pernambuco

Prof. Dr. Marcos César Santos Oriá
Examinador Externo
Universidade Federal da Paraíba

Dedico esta tese a todos os estudantes de ciência e tecnologia na América Latina, para que algum dia todos possamos falar de ciência avançada em nossa própria língua e para que nossos países tenham soberania intelectual.

Agradecimentos

A Deus que nos deu a vida e a inteligência para compreender o seu infinito universo.

A minha mãe, minha tia e aos meus outros familiares pela motivação e pela ajuda, que me deram durante toda a minha vida.

A minha orientadora Sandra, pela minha formação, pela enorme paciência, pela dedicação, pelos seus conselhos sempre muito úteis, e pela sua habilidade para tornar fáceis os problemas difíceis.

A todos os professores que contribuíram para a minha formação, especialmente os do mestrado: Maurício Domingues Coutinho Filho, Fernando Roberto de Luna Parisio Filho, Antônio Murilo Santos Macêdo, José Wellington Rocha Tabosa, Ernesto Carneiro Pessoa Raposo.

Ao professor Lúcio Hora Acioli pela ajuda na montagem experimental.

A todos os meus colegas que contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização deste trabalho. Especialmente os parceiros de laboratório:

Natalia Rodrigues de Melo, Marco Polo Moreno de Souza e Filipe Rodrigues de Almeida Lira.

Ao Departamento de Física e seus funcionários das secretarias, do setor de eletrônica, e do setor financeiro.

A FACEPE, pelos recursos.

*“São vaidosas e estão cheias de erros as ciências não nascidas do
experimento, a mãe de toda a certeza”.*

—LEONARDO DA VINCI (1452-1519) (Pintor, escultor e inventor
italiano)

Resumo

Neste trabalho estudamos o efeito de um campo magnético oscilante sobre uma transição de dois fótons em átomos de Rubídio, quando excitados por um laser de Titânio-safira de femtosegundos. Os átomos, na forma de vapor, na proporção isotópica natural, estão contidos em uma célula fechada, a qual é aquecida por pequenas bobinas que são alimentadas por uma corrente variável (ac). Com o comprimento de onda central do laser em 778 nm, os átomos são excitados do estado 5S para o estado 5D e depois podem decair para o estado fundamental via o estado 6P, emitindo um feixe em 420 nm co-propagante ao do bombeio. A oscilação da corrente nas bobinas gera um campo magnético variável no tempo cujo efeito sobre os átomos se manifesta em oscilações no sinal analisado em 420 nm. Como os estados envolvidos no processo de excitação, 5S-5P-5D, têm tempo de vida muito maior que a separação temporal entre os pulsos do laser, podemos considerar que os átomos interagem, não com um único pulso, mas com um pente de frequências. Isto nos permite tratar o processo de excitação como sendo realizado por um grande número de lasers contínuos e considerar o efeito Zeeman devido à presença do campo magnético. No regime estacionário, a absorção de dois fótons pode ocorrer através de um processo direto ou em duas etapas. No processo de absorção direto, com dois fótons simultâneos e um nível virtual, a variação na intensidade do sinal na presença do campo magnético é muito pequena, devido ao alargamento Doppler, e não consegue explicar a variação no sinal observada. Já no processo de absorção em duas etapas, que têm três níveis reais, ressonante com o nível intermediário 5P, temos uma condição de dupla ressonância, a qual deixa de ser satisfeita quando o campo magnético muda a energia dos subníveis Zeeman. Embora os átomos apresentem uma distribuição de velocidades descrita por uma função Gaussiana, os resultados experimentais são bem descritos quando consideramos uma probabilidade de transição, para a dupla ressonância, dada por uma função Lorentziana. Também mostramos que, para campos magnéticos pequenos, da ordem do campo gerado pelas bobinas ao redor da célula, é a largura de linha do nível superior $5D_{5/2}$ que governa esta probabilidade de transição.

Palavras-chave: Vapor de rubídio. Lasers pulsados. Acumulação coerente. Efeito Zeeman. Absorção de dois fótons. Dupla ressonância.

Abstract

In this work, we study the effect of an oscillating magnetic field on a two-photon transition in rubidium atoms, when excited by a femtosecond Titanium-sapphire laser. A Rb vapor in natural isotropic proportion, is in an optical sealed cell, which is heated by small coils that are fed by a variable current (AC). With the laser's central wavelength at 778 nm, the atoms are excited from the state 5S to 5D state, and then can decay to the ground state via 6P state, emitting a co-propagating beam at 420 nm. The oscillation of the current in the coils generates a variable magnetic field whose effect on the atoms is manifested in oscillations in the analyzed signal at 420 nm. As the states involved in the excitation process, 5S-5P-5D, have lifetime larger than the temporal separation between the laser pulses, we can consider that the atoms interact, not with a single pulse, but with a frequency comb. This allows us to treat the excitation process as performed by a large number of continuous lasers and consider the Zeeman effect due to the presence of the magnetic field. At steady regime, the two-photon absorption can occur through a direct process or in two stages. In the direct two-photon absorption, the signal intensity variation in the magnetic field is very small due to the Doppler broadening, and doesn't explain the observed signal variation. In the two steps process, resonant with an intermediate level 5P, we have a double resonance condition, which is no longer satisfied when the magnetic field changes the energy of the Zeeman sublevels. Although the atoms show a velocity distribution described by a Gaussian function, the experimental results are well described when considering a transition probability for double resonance, give by a Lorentzian function. We also show that for small magnetic fields, of the order of field generated by coils surrounding the cell, is the linewidth of $5D_{5/2}$ state that determines this transition probability.

Keywords: Rubidium vapor. Pulsed lasers. Coherent accumulation. Zeeman effect. Twophoton absorption. Double resonance.

Lista de Figuras

1.1	Representação esquemática de interações ópticas típicas.	15
2.1	Influência da relação de fase entre os modos na intensidade total.	18
2.2	Representação de Fresnel de m modos.	19
2.3	Resultado da soma dos diferentes modos.	20
2.4	Modos de oscilação permitidos pela curva de ganho na cavidade.	21
2.5	Pulso óptico ultracurto.	22
2.6	Correspondência tempo-frequência	22
2.7	Sistema atômico de dois níveis interagindo com um campo EM.	23
2.8	População do nível excitado, para diferentes dessintonias.	26
2.9	População ρ_{22} vs. δ_1	27
2.10	População ρ_{22} em função da dessintonia Δ	28
2.11	Comportamento “estacionário” da população em função do parâmetro Γ_2	29
2.12	Comportamento “estacionário” da população ρ_{22} variando o período de repetição T_R , tomando seu valor antes da chegada do pulso	29
2.13	Comportamento no tempo da população ρ_{22} para vários parâmetros Γ_2	30
2.14	Efeito Zeeman sobre os níveis de energia atômicos	31
2.15	Efeito Zeeman normal	32
2.16	Efeito Zeeman normal e anômalo.	33
2.17	Níveis de energia usados no cálculo da taxa de transição de dois fótons.	36
2.18	Representação esquemática de um sistema de quatro níveis.	39
2.19	Esquema relação casamento de fase.	39
3.1	Montagem experimental.	41
3.2	Intensidade do feixe e sua FFT.	42
3.3	Esquema simplificado dos 4 níveis de energia do Rb envolvidos no experimento.	42
3.4	Intensidade do sinal gerado no azul e sua FFT.	43
3.5	Intensidade do sinal gerado, em função do tempo.	44
3.6	Intensidade do sinal gerado no azul em função do tempo.	45
3.7	Comparação do sinal gerado no azul em função do tempo.	45
3.8	Intensidade da emissão no azul.	46
3.9	Intensidade da emissão no azul em função do tempo.	47
3.10	(a) Bobina (ou solenoide) de comprimento L , (b) disposição das bobinas com relação à célula de Rb (em verde).	48
3.11	Campo magnético gerado pelas bobinas.	49
3.12	Campo magnético gerado pelas bobinas com correntes em direções contrárias.	50

3.13	Absorção de dois fótons.	51
3.14	Sinal ideal na forma de deltas de Dirac.	53
3.15	Densidade de probabilidade em função de Δf_R	54
3.16	Dessintonia Δf_R dos níveis com campo magnético.	55
3.17	Intensidade para os subníveis do Rb^{85} $F=3,4,5$	56
3.18	Intensidade para os subníveis do Rb^{85} $F=3,4,5$ em função do tempo.	57
3.19	Comparação curvas experimentais com $V= 12, 24$ e 45 V.	58
3.20	Cálculo teórico da variação do sinal no tempo para diferentes campos magnéticos oscilantes.	58
3.21	Comparação curvas experimentais com $V=60, 48$, e 45 V.	59
3.22	Curvas teóricas ajustada à experimental de 45 V com 1 e 50 varreduras.	60
3.23	Curvas teóricas ajustada as experimentais de 48 e 60 V.	60

Lista de Tabelas

2.1	Regimes do efeito Zeeman	34
2.2	Valores da constante de dipolo magnético A_{ehf} para o rubídio.	34
2.3	Fatores de Landé g_J e g_F para Rb^{85} e Rb^{87}	35
3.1	Energia dos níveis de interesse (Rb^{85}).	43
3.2	Parâmetros das bobinas ao redor da célula.	48
3.3	Estimativa do campo magnético	59

Sumário

1	Introdução	13
2	Fundamentos Teóricos	17
2.1	Laser femtosegundos	17
2.2	Sistema de dois níveis	23
2.2.1	Interação com feixe de laser	23
2.2.2	Evolução temporal da população ρ_{22} devido à interação com um trem de pulsos	25
2.3	Átomos em campos magnéticos	31
2.3.1	Deslocamento Zeeman	31
2.3.2	Estrutura hiperfina	33
2.4	Absorção de dois fótons	36
2.5	Mistura de quatro ondas	38
3	Experimento e Análise	40
3.1	Sistema experimental e resultados	40
3.2	Análise e discussão	47
3.2.1	Cálculo do campo magnético	47
3.2.2	Considerações devido à dupla ressonância	50
3.2.2.1	Absorção direta de dois fótons	50
3.2.2.2	Dupla ressonância com nível intermediário ressonante	51
3.2.3	Análise e Modelagem	52
3.2.4	Comparação teoria - experimento	57
4	Conclusão	61
	Referências	62
	Apêndices	64
A	Programa modelo teórico em C	65
B	Programa sistema de dois níveis em C	71

CAPÍTULO 1

Introdução

Na espectroscopia atômica, que estuda a estrutura de níveis de energia em átomos, uma resolução aprimorada nos deu uma compreensão mais profunda da estrutura fina de átomos. John Hall e Theodor Hänsch compartilham a metade do prêmio Nobel de Física de 2005 [1], por suas contribuições ao desenvolvimento da espectroscopia de precisão baseada em laser, isto é, a determinação da 'cor' da luz dos átomos e moléculas com extrema precisão. Para isto é de especial interesse a técnica de pente de frequência óptica.

Em 1978, Hänsch e colaboradores [2] apresentaram um dos primeiros lasers de corante mode-locked com pulsos de centenas de femtosegundos. Embora o pente de frequências ainda não houvesse sido caracterizado, eles usaram a estrutura do pente para medir a diferença de frequência entre níveis hiperfinos do sódio [3]. O progresso que tem sido feito neste campo da ciência pode nos dar ferramentas para investigar constantes da natureza, investigar diferenças entre matéria e antimatéria e medir o tempo com precisão inigualável [4].

Os aumentos na resolução espectral levaram à observação da estrutura atômica fina (devido ao spin eletrônico), da estrutura hiperfina (devido ao spin nuclear), e dos deslocamentos isotópicos (devido às diferentes distribuições de carga elétrica dos núcleos de diferentes isótopos de um elemento). Campos magnéticos e elétricos externos dão origem a deslocamentos de nível de energia Zeeman e Stark. Mais sutilmente, efeitos eletrodinâmicos quânticos dão origem ao deslocamento Lamb. Muitos prêmios Nobel em física foram concedidas para o estudo de estruturas atômicas e suas interpretações.

Ao empurrar cada vez mais alto a precisão e a resolução, estamos propensos a detectar novos fenômenos. Atualmente, uma precisão aproximada de 1 parte em 10^{18} pode ser viável. Em uma precisão muito elevada, perguntas podem ser feitas sobre a constância de frequências de transição ópticas ao longo do tempo, um aspecto relacionado com a constância das constantes fundamentais. A possibilidade de se determinar frequências de transição ópticas com muita precisão está também intimamente relacionada com a obtenção de melhores relógios atômicos. Estes por sua vez, permitem melhores sistemas de navegação espacial (GLONASS, GPS) [5, 6], e melhor controle de telescópios astronômicos [7, 8].

Atualmente pode-se gerar pulsos de lasers ultra-rápidos com duração de femtosegundos e picossegundos [9], de modo que o pacote luminoso têm extensão espacial de alguns μm . Algumas de suas características importantes são:

- Alta resolução temporal. Serve para excitação e medição de processos físicos ultra-rápidos em materiais de estado sólido, químicos e biológicos.
- Alta resolução espacial. A extensão espacial de um pulso curto de luz é dada pela duração do pulso multiplicada pela velocidade da luz. Isto produz comprimentos espaciais do

pulso de alguns μm , tornando estes pulsos úteis para aplicações em imagem e microscopia.

- Banda espectral larga. O produto da largura temporal do pulso pela largura de banda óptica deve ser da ordem da unidade ou maior. Quando a duração do pulso diminui, a largura de banda é incrementada correspondentemente. Pulsos de 100 fs, têm largura de banda do ordem de 10 THz. Esta característica é importante para comunicações ópticas em fibras ópticas e outras aplicações.
- Alta intensidade de pico. Para uma dada energia de pulso, o pico de potência e o de intensidade são inversamente proporcionais à duração do pulso. A tecnologia de pulsos de femtosegundos pode ser usada para obter picos de intensidade ultra-altos para níveis de energia moderados.

Os pulsos ultracurtos são emitidos geralmente em forma de trens periódicos, os quais podem ter grande estabilidade temporal e de coerência. O espectro deste trem periódico é um pente de centenas ou milhares de linhas espectrais discretas, que podem ser estabilizadas para permitir medidas precisas de frequências ópticas. Estes pentes de frequência estabilizados são usados para metrologia de frequências de alta precisão e para investigações sobre relógios atômicos de precisão usando transições ópticas.

As medidas ópticas podem ser classificadas de acordo com a dependência da lei de potência no campo elétrico externo [10]. A polarização do meio, é a quantidade relevante do material que faz o acoplamento com o campo electromagnético. Esta polarização pode ser expandida em potências do campo elétrico. A parte que fica dependendo do campo à primeira potência é chamada parte linear, enquanto que os termos restantes constituem a parte não linear. Processos tais como a absorção, propagação, reflexão e refração da luz envolvendo um campo fraco estão relacionados à parte linear.

Alguns efeitos ópticos estão ilustrados na figura 1.1, onde vemos o resultado da interação da luz com um meio material [10]. Esta interação pode mudar a frequência da onda, sua intensidade ou sua direção. Existem diversas técnicas experimentais ópticas não lineares. As técnicas mais simples e comuns estão relacionadas à mistura de ondas. Um processo de mistura de n ondas envolve a interação de n campos laser com vectores de onda $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \dots, \vec{k}_n$ e frequências $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n$, com o sistema material. Um sinal gerado coerentemente com vector de onda $\vec{k}_s$ e frequência ω_s , deve satisfazer as relações

$$\vec{k}_s = \pm \vec{k}_1 \pm \vec{k}_2 \pm \vec{k}_3 \cdots \pm \vec{k}_n, \quad (1.1)$$

e

$$\omega_s = \pm \omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_3 \cdots \pm \omega_n. \quad (1.2)$$

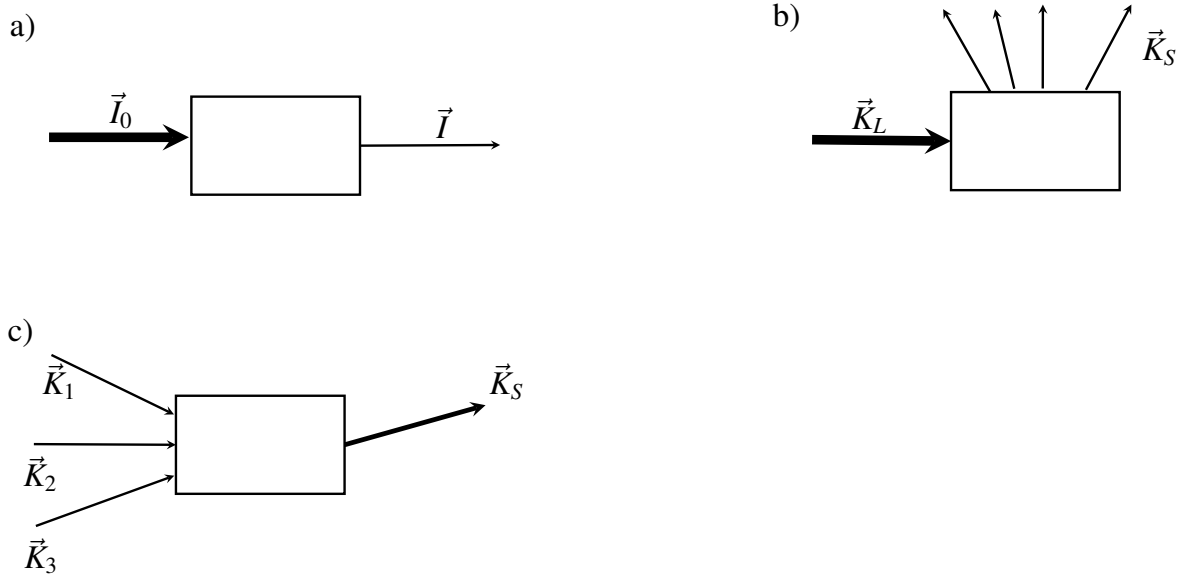


Figura 1.1 Representação esquemática de configurações para o estudo de interações ópticas típicas. (a) Espectroscopia de absorção. Atenuação de um feixe incidente pelo meio. (b) Emissão espontânea de luz. Um feixe incidente $\vec{k}_L$ induz emissão espontânea $\vec{k}_s$. O espalhamento incoerente é chamado fluorescência. (c) Mistura de quatro ondas. Três feixes incidentes $\vec{k}_1, \vec{k}_2, \vec{k}_3$ geram um sinal coerente $\vec{k}_s$ numa das direções de fase combinadas $\vec{k}_s = \vec{k}_1 + \vec{k}_2 + \vec{k}_3$.

A equação 1.1 é devida à conservação do momento, e a equação 1.2 é devida à conservação da energia. Estas equações implicam que $\vec{k}_s$ e ω_s estão dados por qualquer combinação linear dos vetores de onda e frequências dos feixes aplicados ao meio, que satisfazem $k_i = \frac{\omega_i}{c}$ (onde c é a velocidade da luz). Diversos processos se diferenciam na escolha de $\vec{k}_s$ e ω_s (i.e., na escolha particular dos sinais nas equações 1.1, 1.2).

Para $n = 2$ temos o processo de mistura de três ondas relacionado ao segundo termo da polarização $P^{(2)}$ que depende do campo elétrico e da susceptibilidade $\chi^{(2)}$ na forma $\vec{P} = \chi^{(2)} \vec{E}$. Exemplos deste tipo de mistura são a geração de segundo harmônico ($\vec{k}_s = 2\vec{k}_1$, $\omega_s = 2\omega_1$) ou, mais geralmente, a geração de soma de frequências ($\vec{k}_s = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$, $\omega_s = \omega_1 + \omega_2$) e diferença de frequências ($\vec{k}_s = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$, $\omega_s = \omega_1 - \omega_2$). $\chi^{(2)}$ descreve estas não-linearidades e é zero para meios isotrópicos com simetria de inversão, de modo que o termo de não-linearidade óptica de ordem mais baixa é frequentemente relacionado à polarização de terceiro ordem $\chi^{(3)}$.

O processo de mistura de quatro ondas (MQO) relacionado às não-linearidades de terceira ordem ($n = 3$) tem um papel importante nas investigações atuais de fenômenos ópticos não-lineares. Existem numerosas técnicas espectroscópicas relacionadas a $\chi^{(3)}$; estas incluem geração de terceiro harmônico, eco de fótons, grade transiente, e Raman coerente anti-Stokes (CARS) [11, 12, 13]. Nestas aplicações o campo do sinal gerado está numa nova direção ($\vec{k}_s$ é diferente de qualquer uma das ondas incidentes $\vec{k}_j$).

O tema desta tese trata da interação coerente de trens de pulsos ultracurtos com sistemas atômicos, na presença de campo magnético externo. Especificamente, nosso sistema atômico consiste em um vapor de rubídio (72.2% Rb^{85} e 27.8% Rb^{87}) a baixas densidades. Possivel-

mente temos um processo de mistura de quatro ondas, pois estamos analisando o sinal gerado na mesma direção do feixe incidente. Este sinal é gerado com a absorção de dois fótons ($\vec{k}_1, \vec{k}_2$), o campo de vácuo relacionado com o decaimento do nível excitado a um nível intermediário ($\vec{k}_3$), e finalmente o decaimento deste nível intermediário para o estado fundamental. O sinal gerado tem o vetor de onda $\vec{k}_4$ que completa a mistura.

No capítulo 2 desta tese, apresentamos alguns dos conceitos teóricos fundamentais para a compreensão do experimento feito com o laser de femtosegundos. Começamos com uma breve descrição do laser, depois falamos sobre o sistema de dois níveis e o processo de interação coerente. Em seguida tratamos o efeito Zeeman, e finalizamos o capítulo com a absorção de dois fótons e a mistura de quatro ondas.

No capítulo 3, descrevemos o sistema experimental e apresentamos os resultados obtidos juntamente com as considerações do modelo teórico e uma comparação entre os dois. No apêndice mostramos o código do programa com o qual fizemos os cálculos. Finalmente, no capítulo 4, apresentamos nossas conclusões deste trabalho.

CAPÍTULO 2

Fundamentos Teóricos

Neste capítulo apresentaremos conceitos básicos sobre lasers pulsados e estrutura atômica, que são importantes para o trabalho descrito nesta dissertação, como: (I) interação de um trem de pulsos curtos com um sistema atômico de dois níveis na situação de acumulação coerente; (II) efeito de um campo magnético externo sobre a estrutura hiperfina do sistema atômico.

2.1 Laser femtosegundos

Para gerar pulsos ultracurtos [14] um laser deve operar em regime multimodo, de forma que ele oscile simultaneamente em todas as frequências de ressonância da cavidade $\nu_q = \frac{qc}{2L}$ para as quais o ganho é maior do que as perdas na cavidade (onde q é um inteiro, c a velocidade da luz, e L o comprimento da cavidade óptica do laser). Estas frequências são os modos longitudinais do laser. A intensidade de saída não é constante no tempo, sua distribuição temporal depende das relações de fase existentes entre os diferentes modos, como mostra a simulação apresentada na Fig. 2.1. A Fig. 2.1 (a) mostra a intensidade de oscilação de um único modo; a Fig. 2.1 (b) apresenta a curva resultante de dois modos em fase; e as figs. 2.1 (c) e (d) de oito modos. No caso da Fig. 2.1 (c) a diferença de fase entre os modos foi escolhida aleatoriamente, a distribuição temporal da intensidade mostra uma distribuição aleatória dos máximos. No caso da Fig. 2.1 (d) os oito modos oscilam com a mesma fase inicial, e a distribuição temporal mostra uma repetição periódica de pacotes de onda, resultado da interferência construtiva dos oito modos.

Esta simulação tão simples, mostra a importância das relações de fase para a distribuição temporal da intensidade do laser. Este papel da relação de fase também pode ser compreendido através da visualização de Fresnel ilustrada na Fig. 2.2. Considerado que temos m modos de oscilação senoidal de frequências angulares ω_i , com fases idênticas em $t = 0$ e com igual amplitude E ($E_i = E \sin(\omega_i t)$). Consideramos também que $\omega_{i+k} - \omega_i = k\Delta\omega$, sendo k um inteiro e $\Delta\omega$ um intervalo espectral fixo. Em $t = 0$, a amplitude resultante é $E_T = mE$, já que todas as componentes estão alinhadas ao longo do eixo x do diagrama (Fig.2.2 (a)). Em algum tempo posterior Δt , o vetor representativo girou um ângulo $\omega_i \Delta t$ e a diferença angular θ entre dois modos adjacentes será (Fig. 2.2 (b)):

$$\theta = \Delta\omega \Delta t \quad . \quad (2.1)$$

Como mostra a Fig. 2.2 (c), quando $\theta = \frac{2\pi}{m}$ a amplitude resultante E_T vai para zero. Isto ocorrerá para cada intervalo $\Delta t = \Delta\tau$, onde os m modos de oscilação e o intervalo espectral

tenham a relação:

$$\Delta\tau = \frac{2\pi}{m\Delta\omega} \quad . \quad (2.2)$$

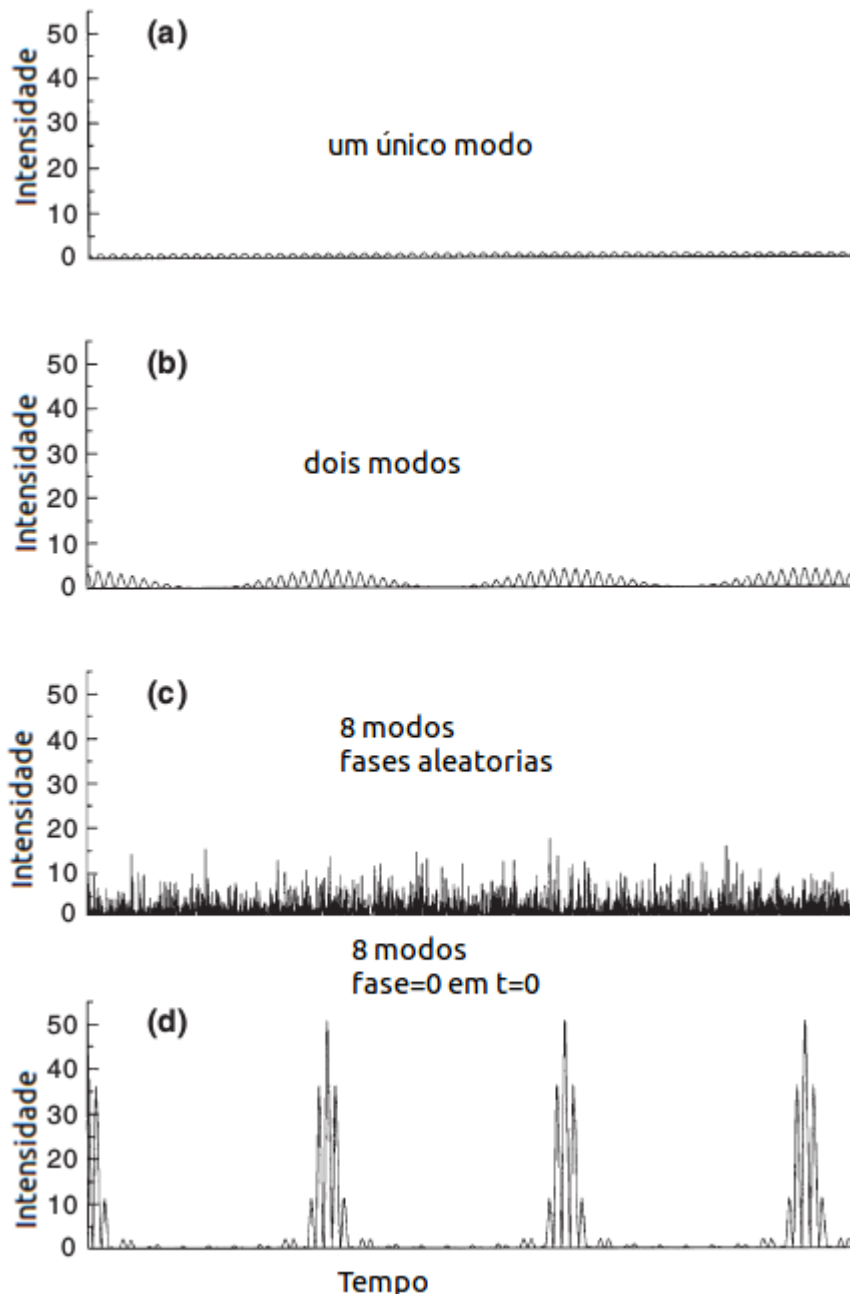


Figura 2.1 Influência da relação de fase entre os modos na intensidade total (Figura 3.1 da Ref. [14]).
a) um modo, b) dois modos em fase, c) oito modos com fases aleatórias, d) oito modos com fases iguais.

Quanto maior é o número de modos m , mais curto é o tempo $\Delta\tau$ no qual a amplitude vai de seu máximo a zero. A cada $\theta = 2k\pi$, E_T alcançará de novo seu máximo, e isto ocorrerá a cada intervalo $T_R = \frac{2k\pi}{\Delta\omega}$ (Fig. 2.2 (d)). Assim, para um grande número de modos m e um intervalo espectral $\Delta\omega$, a amplitude resultante alcançará periodicamente seu máximo, com período T_R , e irá para zero rapidamente no tempo $kT_R + \Delta\tau$. Esta simples representação ilustra o papel da fase na interferência construtiva e destrutiva entre os diferentes modos. Note que se $\Delta\omega = \frac{2\pi c}{2L}$ então $T_R = \frac{2L}{c}$.

Vemos que a saída do laser consistirá de uma sequência periódica de pulsos em lugar de um só pulso. A largura de cada pulso no tempo será inversamente proporcional ao número de modos que contribuem para a oscilação. O valor do período de repetição T_R é dado por $T_R = \frac{2L}{c}$. A Fig. 2.3 mostra os pulsos que são obtidos assumindo que as fases iniciais são iguais, então se diz que o laser que produz este tipo de pulsos está com os *modos travados* (mode-locked).

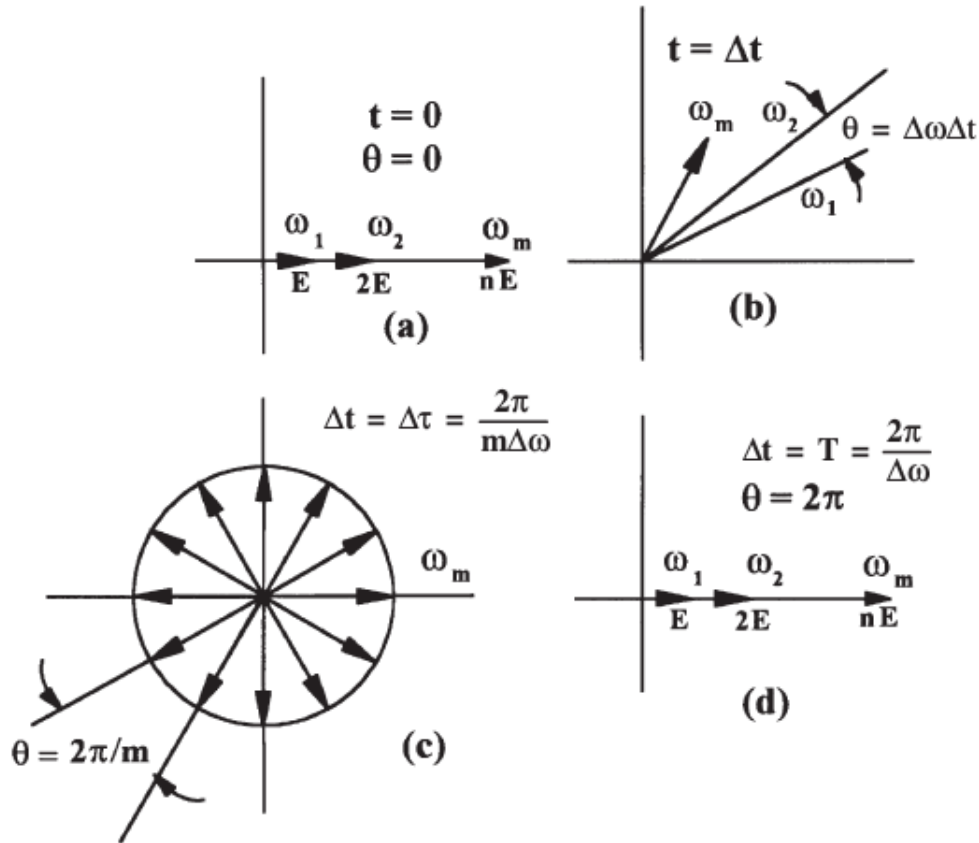


Figura 2.2 Representação de Fresnel de m modos, (Figura 3.2 da Ref. [14]). A soma dos vectores representa a amplitude do campo dentro da cavidade laser em diferentes tempos, supondo que no tempo $t = 0$ todos os modos estão em fase.

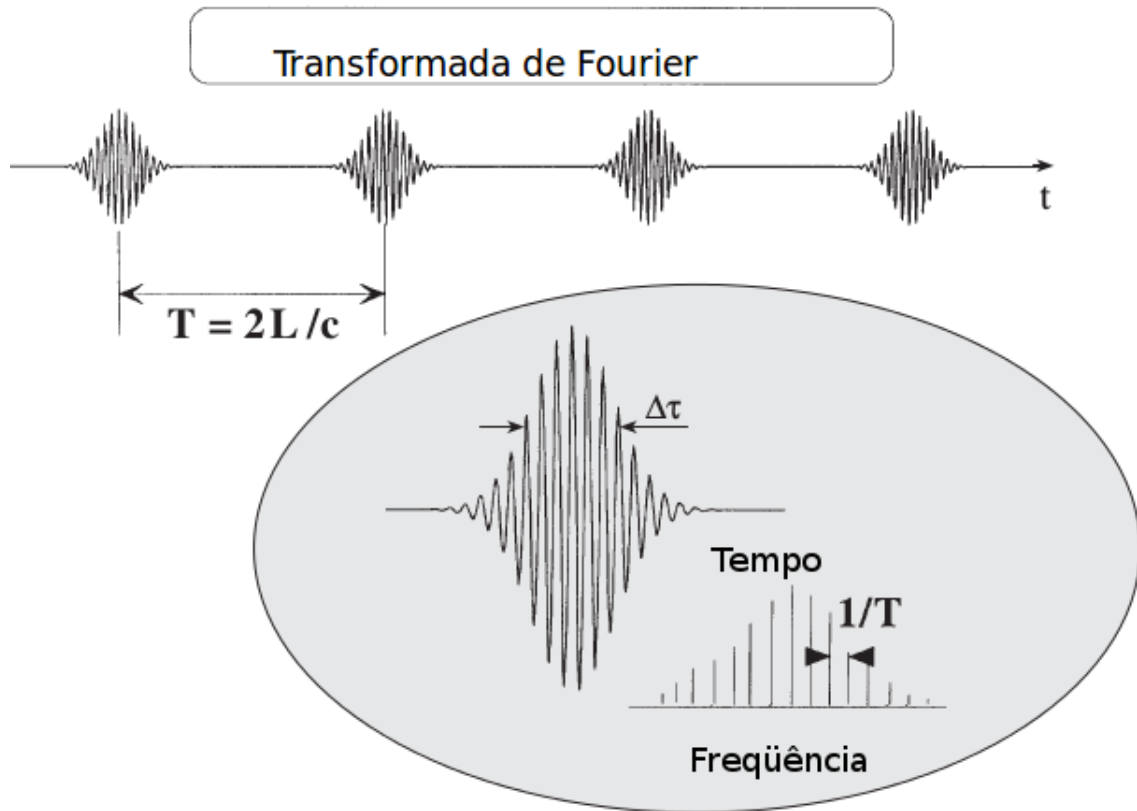


Figura 2.3 Como resultado da soma dos diferentes modos, os lasers em modo travado (mode-locked) geram pulsos de banda larga (como mostra o espectro de frequência), os quais têm a mínima duração possível para uma largura de banda espectral dada. Estes pulsos têm uma fase constante através de todas as frequências que formam o pulso (fase espectral constante), por isso os pulsos têm exatamente a mesma forma na sua representação no tempo. (Figura da Ref. [14]).

Os modos longitudinais que conseguem oscilar no regime multimodo livre do laser são aqueles para os quais o ganho sem saturação é maior que as perdas na cavidade, como mostra a figura 2.4. Dado que estamos gerando pulsos com duração de femtosegundos, devemos ter um número de modos dentro da curva de ganho da ordem de $N \sim 10^4$, pois quanto maior o número de modos menor é a duração do pulso. Nestas condições a intensidade do campo elétrico oscila, com pulsos cuja envoltória tem uma diferença temporal de $\Delta\tau \approx 1/\Delta\nu_L$ que é de ordem do inverso da largura da curva de ganho ($\Delta\nu_L$). Quanto maior a largura da curva de ganho, menor é o valor de $\Delta\tau$. Se assumimos que os modos têm diferença de fase constante, a saída do laser consistirá de uma sucessão periódica de pulsos individuais (como mostra a Fig. 2.3), isto é, um trem de pulsos, cada um com duração temporal $\Delta\tau$.

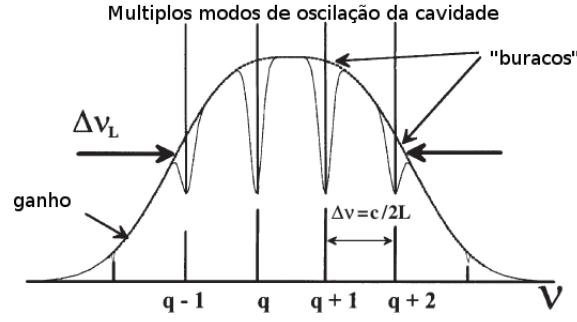


Figura 2.4 Modos de oscilação permitidos pela curva de ganho na cavidade óptica de comprimento L

O campo elétrico de um só pulso mostrado na figura 2.5, vem dado pela equação:

$$E_p(t) = \tilde{E}(t)e^{i(\omega_c t + \phi_{ce})}, \quad (2.3)$$

onde ω_c é a frequência central do laser (frequência da portadora), $\tilde{E}(t)$ é a envoltória do pulso, e ϕ_{ce} é a diferença de fase entre a portadora e a envoltória. Assim o campo elétrico de um trem de pulsos separados por um tempo T_R (o qual é maior do que a duração do pulso) é

$$E(t) = \sum_n E_p(t - nT_R). \quad (2.4)$$

Quando existe um deslocamento de fase de um pulso para outro $\Delta\phi_{ce}$, devido à ida e volta na cavidade, temos que a fase pode ser escrita como $\phi_{ce} = n\Delta\phi_{ce} + \phi_0$ para o n -ésimo pulso. Nestas condições o campo elétrico do trem de pulsos é dado por [15]:

$$E(t) = \sum_n \tilde{E}(t - nT_R)e^{i(\omega_c t + n(\Delta\phi_{ce} - \omega_c T_R) + \phi_0)}. \quad (2.5)$$

Quando saímos do domínio do tempo para o domínio da frequência através da transformada de Fourier, temos que o espectro de frequências do trem de pulso $E(t)$ consiste de um pente de frequências com modos separados por $\frac{2\pi}{T_R} = 2\pi f_R$ e centrado em $\omega_c - \frac{\Delta\phi_{ce}}{T_R}$. A frequência do n -ésimo modo do pente de frequências é

$$\omega_n = \left(\omega_c - \frac{\Delta\phi_{ce}}{T_R} \right) \pm \frac{2\pi n}{T_R} \equiv \omega_0 \pm \frac{2\pi n}{T_R}. \quad (2.6)$$

No domínio do tempo, a portadora é um sinal sinusoidal de onda continua (CW) que se multiplica por uma função envoltória para produzir o pulso do campo elétrico. Existe uma correspondência entre o domínio do tempo e o domínio da frequência, a qual relaciona $\Delta\phi_{ce}$ e a frequência de offset f_0 tal como mostra a Fig. 2.6: (a) No domínio do tempo, a fase relativa entre a portadora e a envoltória varia de pulso a pulso numa quantidade $\Delta\phi_{ce}$. (b) No domínio da frequência, os elementos do pente de frequências de um trem de pulsos de modo travado estão separados por $f_{rep} = f_R$. O pente inteiro está deslocado de múltiplos inteiros de f_{rep} por uma frequência de deslocamento $f_0 = \frac{\Delta\phi_{ce} f_R}{2\pi}$. Sem estabilização ativa, f_0 é uma quantidade dinâmica, sensível à perturbação do laser, e portanto $\Delta\phi_{ce}$ muda de forma não determinística.

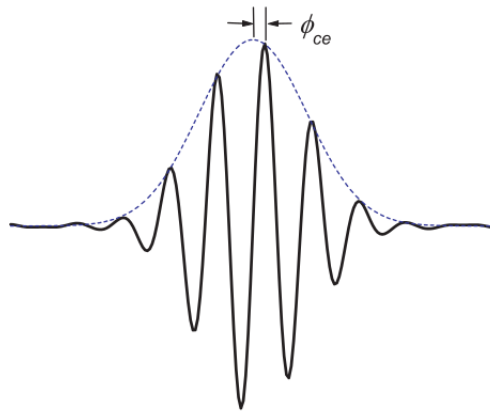


Figura 2.5 Pulso óptico ultracurto mostrando a portadora (curva sólida), a envoltória (curva tracejada), e a fase entre as duas, ϕ_{ce} , (Figura da Ref. [15]).

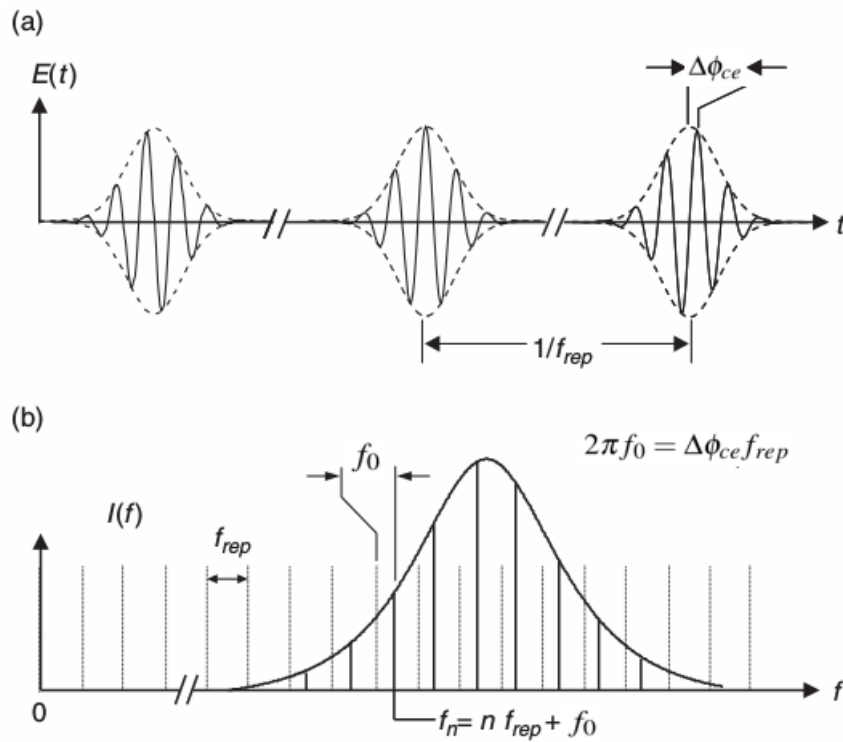


Figura 2.6 Correspondência tempo-frequência (Ref. [15]). (a) Variação de fase relativa $\Delta\phi_{ce}$ pulso a pulso. (b) No domínio da frequência, especificação de f_{rep} e f_0 .

2.2 Sistema de dois níveis

Embora o sistema atômico de interesse seja constituído de vários níveis, a análise a seguir, para um sistema de dois níveis, nos permite entender vários processos importantes.

2.2.1 Interação com feixe de laser

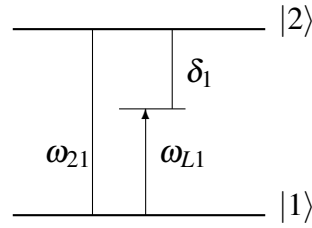


Figura 2.7 Sistema atômico de dois níveis interagindo com um campo EM de frequência ω_{L1} .

A evolução temporal de um sistema de dois níveis (mostrado na figura 2.7), interagindo com um campo EM, é governada pela equação de Schrödinger dependente do tempo ([16]):

$$i\hbar \frac{d\psi}{dt} = \hat{H}\psi, \quad (2.7)$$

onde o Hamiltoniano pode ser escrito como $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{V}(t)$. O primeiro termo do Hamiltoniano, $\hat{H}_0$, ocorre quando o feixe laser não está atuando, na condição de átomo livre, expressado em termos das frequências atômicas $\omega_1 = \frac{\mathcal{E}_1}{\hbar}$ e $\omega_2 = \frac{\mathcal{E}_2}{\hbar}$ correspondentes às energias dos níveis denominados por $|1\rangle$ e $|2\rangle$; vem dado por:

$$\hat{H}_0 = \hbar\omega_1 |1\rangle \langle 1| + \hbar\omega_2 |2\rangle \langle 2|. \quad (2.8)$$

Como neste caso o operador Hamiltoniano é independente do tempo, a equação de Schrödinger terá soluções separáveis, isto é, soluções que consistem do produto de duas funções, uma que depende só de $\vec{r}$ e outra somente do tempo. Estas soluções particulares para um potencial independente do tempo são chamadas estados estacionários [17], devido a sua densidade de probabilidade não variar no tempo. Estes estados têm energia $\mathcal{E}_i = \hbar\omega_i$ ($i = 1, 2$). A solução mais geral da Eq. 2.7 pode ser escrita na base dos estados estacionários.

Quando ligamos o laser consideramos que o sistema está na presença de um campo eletromagnético de amplitude E_1 , constante no tempo, e frequência ω_{L1} , dado por:

$$\vec{E}_1(t) = E_1 \cdot \left(\frac{e^{i\omega_{L1}t} + e^{-i\omega_{L1}t}}{2} \right) \hat{e}_1. \quad (2.9)$$

Nesta condição aparece a parte do Hamiltoniano dependente do tempo $\hat{V}(t)$ que descreve a interação do campo elétrico oscilante com o átomo, de forma que na aproximação de dipolo

elétrico perturba as autofunções e as autoenergias do átomo numa quantidade $\hat{V} = e\vec{r} \cdot \vec{E}_1(t)$ (onde $\vec{r}$ é a posição do elétron com respeito ao centro de massa atômico).

A solução geral do sistema perturbado fica na forma:

$$|\Psi(\vec{r}, t)\rangle = c_1 |1\rangle e^{-i\omega_1 t} + c_2 |2\rangle e^{-i\omega_2 t}, \quad (2.10)$$

substituindo 2.10 na 2.7, podemos definir os momentos de dipolo elétrico:

$$\mu_{12} = \langle 1 | e\vec{r} \cdot \hat{e}_1 | 2 \rangle,$$

a frequência de Rabi e os elementos fora da diagonal do potencial de interação ficam:

$$\tilde{\Omega}_{12} = \frac{\mu_{12} E_1}{\hbar}, \quad V_{12} = -\hbar \tilde{\Omega}_{12} \frac{(e^{i\omega_{L1}t} + e^{-i\omega_{L1}t})}{2}. \quad (2.11)$$

Definindo $\Omega_{ji}(t) \equiv \frac{\tilde{\Omega}_{ji}}{2} (e^{i\omega_{Lj}t} + e^{-i\omega_{Lj}t})$, podemos escrever, na forma matricial,

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \hbar\omega_1 & 0 \\ 0 & \hbar\omega_2 \end{pmatrix},$$

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} 0 & -\hbar\Omega_{12}(t) \\ -\hbar\Omega_{12}^*(t) & 0 \end{pmatrix}.$$

A evolução temporal do sistema constituído de vários átomos pode ser descrita pela equação de Liouville para o operador matriz densidade $\hat{\rho}$:

$$\frac{d\rho_{jk}}{dt} = \frac{-i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\rho}]_{jk}.$$

Resolvendo para o caso do sistema de dois níveis, e acrescentando de forma fenomenológica o decaimento, obtemos para as populações:

$$\dot{\rho}_{11} = i\Omega_{12}(t)\rho_{21} + c.c. + \Gamma_2\rho_{22},$$

$$\dot{\rho}_{22} = i\Omega_{12}^*(t)\rho_{12} + c.c. - \Gamma_2\rho_{22},$$

e para a coerência (a qual decai com uma taxa $\gamma_{12} = \frac{\Gamma_2}{2}$):

$$\dot{\rho}_{12} = i\Omega_{12}(t)(\rho_{22} - \rho_{11}) + i\omega_{21}\rho_{12} - \gamma_{12}\rho_{12}.$$

Podemos substituir $\rho_{ii} \equiv \sigma_{ii}$, $\rho_{12} \equiv \sigma_{12}e^{i\omega_{L1}t}$, e trabalhar com as variáveis que variam lentamente no tempo (com frequência bem menor do que a frequência do laser). Na aproximação de onda girante, a qual despreza os termos de interação de forma $e^{\pm 2\omega_{L1}}$ (devido a que são não ressonantes), e usando a condição de sistema fechado, $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$; temos:

$$\dot{\rho}_{22} = \left(i\frac{\tilde{\Omega}_{12}^*}{2}\sigma_{12} + c.c. \right) - \Gamma_2\rho_{22}, \quad (2.12)$$

$$\dot{\sigma}_{12} = i\frac{\tilde{\Omega}_{12}}{2}(2\rho_{22} - 1) + i\delta_1\sigma_{12} - \gamma_{12}\sigma_{12}. \quad (2.13)$$

2.2.2 Evolução temporal da população ρ_{22} devido à interação com um trem de pulsos

Vamos mostrar agora o que ocorre na população do nível excitado, para o sistema de dois níveis, quando um laser de femtosegundos atua sobre os átomos de rubídio. Especialmente, vamos considerar a situação de uma interação coerente, na qual ocorre uma acumulação na coerência, ou seja, o átomo não tem tempo de decair totalmente para o nível fundamental no intervalo de tempo entre dois pulsos consecutivos.

Porém, a *interação coerente* de amostras atômicas com trens de pulsos [18, 19] ocorre quando temos um pente de frequências: Para isto é preciso que a *diferença de fase* entre dois pulsos consecutivos do trem de pulsos seja uma constante: $\Delta\Psi = \Phi_R + \omega_L T_R$, onde Φ_R é a diferença de fase adquirida pela viagem de ida e volta dentro da cavidade, enquanto que o segundo termo vem do retardo do grupo, lembrando que T_R é período de repetição do laser.

Esta condição leva a efeitos de interferência construtiva ou destrutiva dependendo da dessintonia do laser com a ressonância atômica nas equações 2.12 e 2.13. Dada a condição de interação coerente, na qual o tempo de relaxação da coerência atômica é mais longo do que o período de repetição do laser, de forma que os átomos interagem com o pente de frequências do trem de pulsos, e não com o espectro de um pulso individual; obtemos que se denomina de efeito de acumulação coerente.

Para visualizar estes efeitos resolvemos numericamente as equações para ρ_{22} e ρ_{12} e plotamos a evolução da população em função do tempo.

Para fazer a simulação usamos valores típicos para os lasers de femtosegundos e tomamos como base os átomos de Rb. Consideramos: $T_R = 10\text{ns}$, $T_p = 100\text{fs}$, $\frac{\Gamma_2}{2\pi} = 5\text{MHz}$, $\gamma_{12} = \frac{\Gamma_2}{2}$, a área do pulso $A = \Omega_1 \times T_p = 0.01 T_R \Gamma_2 = 10^{-10} \Gamma_2$, e a frequência central do laser $\frac{\omega_c}{2\pi} = 400\text{THz}$. O comportamento no tempo da população do estado excitado, depende da dessintonia do campo δ_1 entre a frequência do laser e a frequência de ressonância. Variando δ_1 , obtivemos as figuras 2.8 (a)-(d), que correspondem às seguintes dessintonias:

- $\frac{\delta_1}{2\pi} = 0\text{Hz}$: Neste caso ω_{21} é um múltiplo da taxa de repetição do laser, isto é, $\omega_{21} = 2\pi m f_R$, onde $m = 4 \times 10^6$. Em outras palavras, o modo m está em ressonância com a transição atômica. Isso equivale a dizer que, no domínio do tempo, a sequência de pulsos do trem deixa uma coerência total no sistema atômico que resulta em uma interferência construtiva, de modo que a população ρ_{22} cresce a cada pulso até atingir um regime estacionário, no qual oscila entre um valor mínimo antes da chegada de um pulso e o valor máximo, logo após o pulso chegar. Neste regime estacionário o comportamento transitório inicial desaparece. Isto está mostrado na Fig. 2.8 (a).
- $\frac{\delta_1}{2\pi} = 10\text{MHz}$: Para uma pequena dessintonia, a coerência total passa a resultar em uma interferência parcialmente construtiva. Se tem uma diminuição de aproximadamente uma ordem de grandeza da população no regime estacionário, obtido quando transcorre um tempo de $0.3\mu\text{s}$, Fig. 2.8 (b).
- $\frac{\delta_1}{2\pi} = 50\text{MHz}$: Nesta situação temos uma interferência totalmente destrutiva, já que a ressonância atômica se situa exatamente entre dois modos do pente de frequências, Fig. 2.8 (c).

- $\frac{\delta_1}{2\pi} = 100 \text{ MHz}$: Nesta situação o sistema atômico volta a estar em ressonância, só que agora com o modo $m + 1$, dado que o período de repetição do laser é $T_p = 10 \text{ ns}$, uma variação em frequência igual à taxa de repetição $F_R = \frac{1}{T_p} = 100 \text{ MHz}$, fará que a ressonância do átomo fique acima de outro modo do pente. Fig. 2.8 (d).

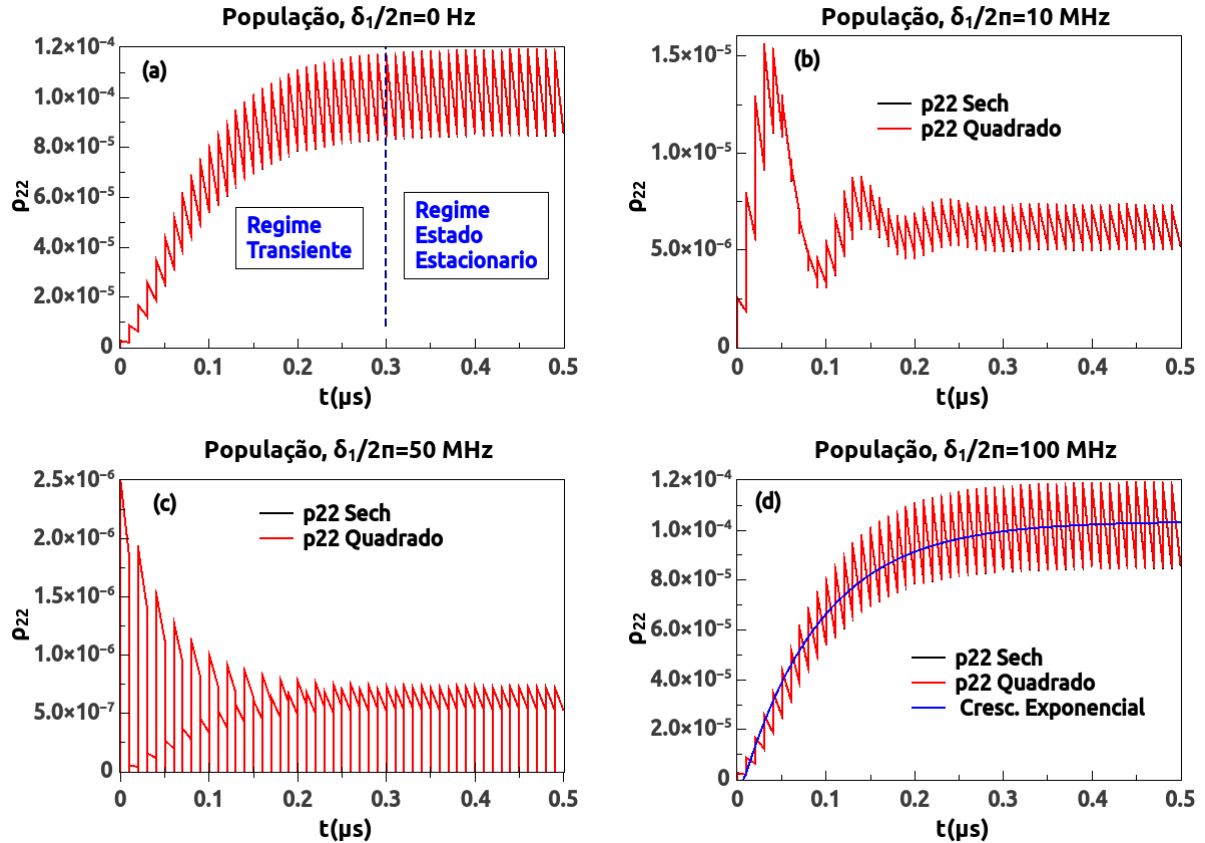


Figura 2.8 População do nível excitado, para uma dessintonia de: (a) $\frac{\delta_1}{2\pi} = 0 \text{ Hz}$, (b) $\frac{\delta_1}{2\pi} = 10 \text{ MHz}$, (c) $\frac{\delta_1}{2\pi} = 50 \text{ MHz}$ e (d) $\frac{\delta_1}{2\pi} = 100 \text{ MHz}$. Calculadas numericamente para pulsos com envoltória de forma sech e quadrado.

Mesmo no regime estacionário (depois de $0.3 \mu\text{s}$), a população apresenta oscilações devido à chegada dos pulsos laser. Antes da chegada de cada pulso, alguns átomos têm tempo de decair e diminui a população excitada como mostram as linhas diagonais das figuras; logo durante a interação com o pulso, este excita a população num tempo muito curto, de modo que aumenta a população com as linhas quase verticais vistas na figura 2.8.

Os cálculos foram realizados com o método de Runge-Kutta de 4 ordem (programa no apêndice B), considerando que a dependência temporal dos pulsos pode ser descrita por uma função quadrada e não uma função secante hiperbólica, apesar de que na prática, a envoltória do pulso têm forma mais próxima de $\text{sech}(\frac{t}{T_R})$ [20, 21]. Na Fig. 2.8 mostramos que não faz diferença, desde que se mantenha a mesma área do pulso pois fica uma só linha na figura ao sobrepor o resultado com pulsos de forma sech e quadrado. Sabemos que a área do pulso, para

um sistema de dois níveis e pulsos com envoltórias reais (quando a envoltória não é real, a área não é bem definida), se define em função da magnitude do campo elétrico E_1 (eq. 2.9), como [22]:

$$A(z) = \frac{\mu}{\hbar} \int_{-\infty}^{\infty} E_1(z, t) dt.$$

Em nosso caso, dado que os pulsos são muito curtos, podemos assumir como limites da integral $t = \pm 1$ seg, de modo que suas áreas são: $\int_{-1}^1 E_{quad} dt = 2E_{quad}$ e $\int_{-1}^1 E_{sech} sech\left(\frac{1,763t}{2}\right) dt = 1,78216E_{sech}$. Para que as áreas sejam iguais se deve ter que $E_{sech} = E_{quad} \frac{2}{1,78216}$. De modo que basta multiplicar a amplitude do campo E_1 (ou seja o parâmetro Ω_{12}) por $\frac{2}{1,78216}$, para que os dois pulsos tenham a mesma área e obtenhamos o mesmo comportamento para a população.

Também variamos a dessintonia do campo δ_1 com respeito à frequência de ressonância, mantendo os mesmos parâmetros da Fig. 2.8 e calculamos o valor da população ρ_{22} “estacionária”, i.e. para o tempo $t = 500 ns$, tempo no qual é alcançado o maior valor da população ρ_{22} . Analisamos o comportamento assintótico das populações, com o qual se obtiveram as curvas da figura 2.9, a qual mostra a diferença de valor obtido se consideramos a população no tempo antes da chegada do pulso ou depois da chegada do pulso. Tendo este valor uma relação do máximo sobre o mínimo, de $\frac{\rho_{22}-antes}{\rho_{22}-depois} = \frac{8,52}{11,66} = 73\%$.

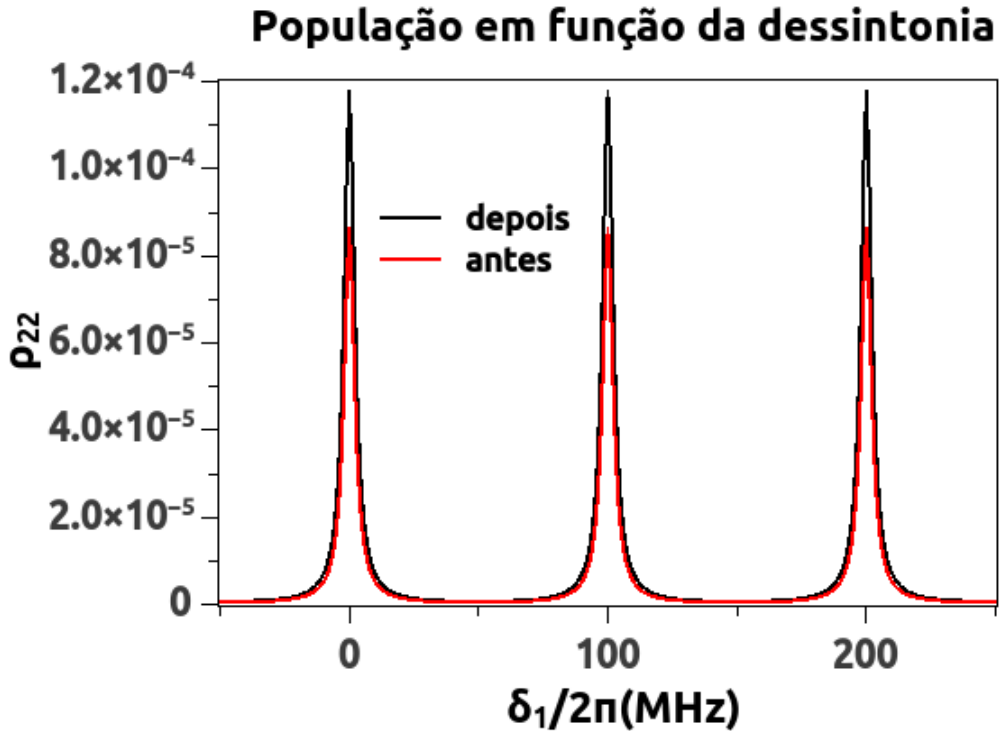


Figura 2.9 População ρ_{22} vs. δ_1 , logo após a chegada do pulso n e imediatamente antes do sistema interagir com o pulso $n + 1$. Obtida numericamente com o método de Runge-Kutta de 4 ordem. Também se pode utilizar uma solução analítica dada na Ref. [19].

Também levamos em consideração o efeito Doppler, i. e., o efeito da distribuição de velocidades dos átomos do vapor sobre a frequência percebida por cada átomo. Neste caso temos que um átomo com velocidade $\vec{V}$ percebe uma frequência angular $\omega' = \omega_{L1} + \vec{k} \cdot \vec{V}$, que depende da velocidade atômica $\vec{V}$ e o vetor de onda da luz incidente $|\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$. Portanto, quando para um átomo em repouso o laser está em ressonância ($\delta_1 = 0$), a dessintonia para um átomo em movimento será $\Delta = \delta_1 + \vec{k} \cdot \vec{V} = \vec{k} \cdot \vec{V}$.

Partimos da distribuição de velocidades de Maxwell $f(\Delta) = e^{-\frac{\Delta^2}{\Delta_D^2}}$, onde $\frac{\Delta_D}{2\pi} = 200\text{MHz}$ é a largura Doppler da linha para uma temperatura ambiente ($T \approx 25^\circ\text{C}$), e $\Delta = \vec{k} \cdot \vec{V}$ é a dessintonia do átomo em movimento. A população é agora dada por $\rho_{22} = \rho_{22e} e^{-\frac{\Delta^2}{\Delta_D^2}}$, de forma a ser ponderada pela quantidade de átomos que se encontram com cada velocidade. O resultado é mostrado na figura 2.10. Nesta figura vemos que os picos de população máxima, que surgem a cada 100 MHz, vão diminuindo sua amplitude por efeito da distribuição de velocidades, já que diminui a quantidade de átomos com velocidades correspondentes a essas dessintonias.

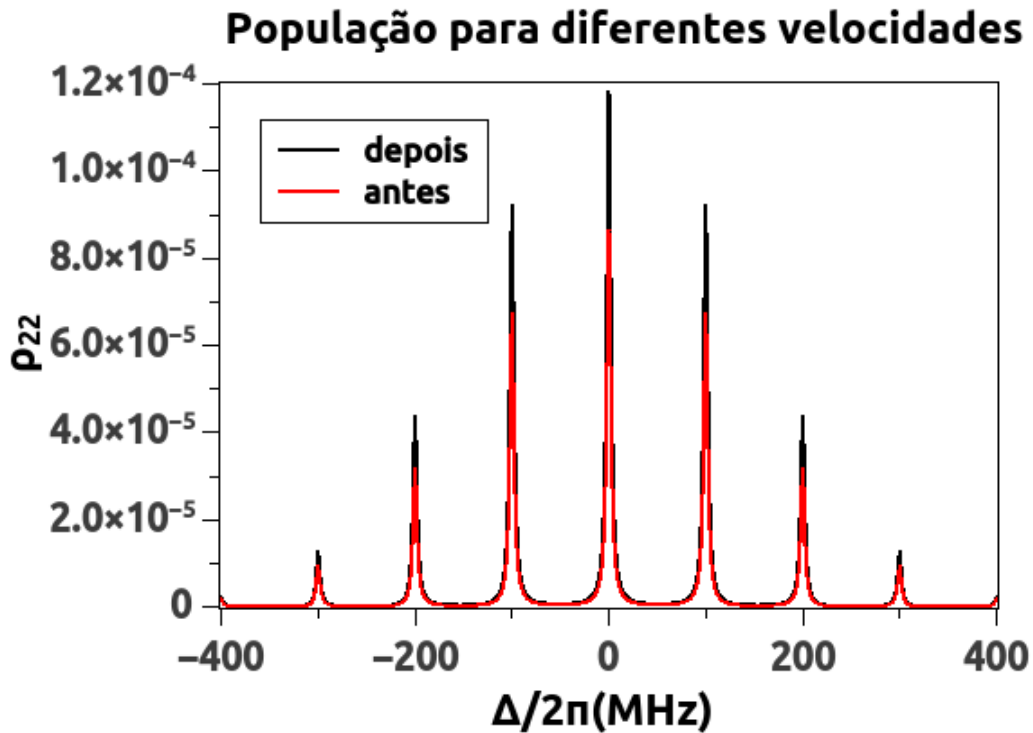


Figura 2.10 População ρ_{22} em função da dessintonia Δ , logo após a interação do pulso n e imediatamente antes do sistema interagir com o pulso $n + 1$.

Vamos considerar agora o que ocorre com a população ρ_{22} quando variamos a taxa de decaimento Γ_2 . A figura 2.11 mostra os resultados para valores a 0.2, 0.5, e 10 vezes seu valor original.

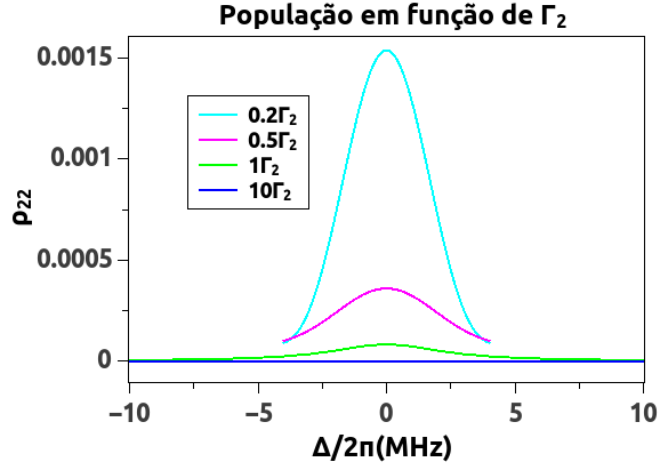


Figura 2.11 Comportamento “estacionário” da população em função do parâmetro Γ_2

Nestes resultados vemos que se a taxa de decaimento é muito pequena, a população cresce muito, pois o tempo de vida do átomo é longo e o átomo interage com muitos pulsos antes de decair, resultando em uma grande acumulação na coerência ρ_{12} e na população ρ_{22} . Por outro lado, quando a taxa Γ_2 é grande o átomo interage com muito poucos pulsos antes de decair ao estado fundamental, e portanto a população ρ_{22} se mantém muito baixa. Estes efeitos ocorrem devido a que a área do pulso é pequena, o qual é essencial para evitar efeitos de saturação e alargamento.

O efeito da variação da taxa de repetição sobre a população ρ_{22} é mostrado na figura 2.12. Como o átomo interage com $\frac{f_R}{\Gamma_2}$ pulsos antes de seu decaimento, temos que quanto menor for T_R (maior f_R) maior será o efeito de acumulação, levando a um maior valor para a população ρ_{22} .

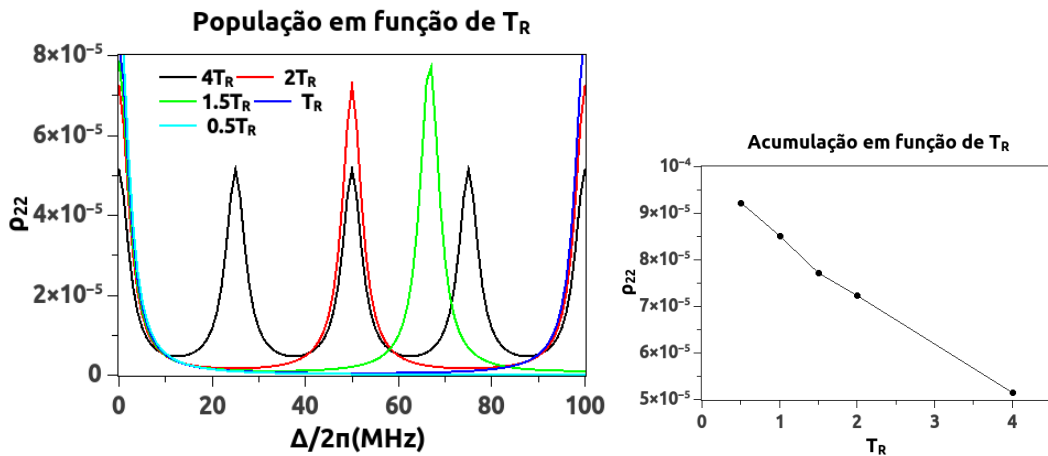


Figura 2.12 Comportamento “estacionário” da população ρ_{22} variando o período de repetição T_R , tomando seu valor antes da chegada do pulso

Fixamos a dessintonia em zero e analisamos o comportamento de ρ_{22} no tempo variando Γ_2 . Ao variar Γ_2 obtemos a figura 2.13, onde vemos que para uma mesma taxa de repetição T_R , quanto menor Γ_2 mais tempo o sistema leva para atingir o regime estacionário, com um valor maior para a população.

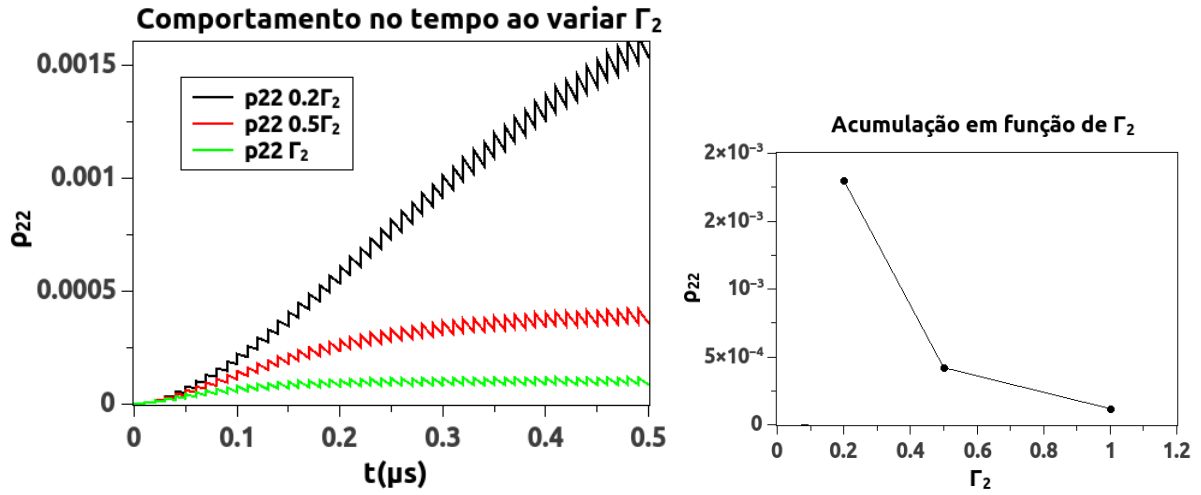


Figura 2.13 Comportamento no tempo da população ρ_{22} para vários parâmetros Γ_2

2.3 Átomos em campos magnéticos

2.3.1 Deslocamento Zeeman

O efeito Zeeman [23] descreve a ação de um campo magnético sobre átomos, quando os níveis de energia da estrutura hiperfina se separam em componentes m_j , dependendo da orientação entre o momento magnético atômico e o campo externo, como mostra a Fig. 2.14. Também se manifesta na polarização da luz emitida cujas linhas se agrupam em 3 componentes com diferentes frequências e polarizações como mostra a figura 2.15. Podemos observar 2 ou 3 componentes, dependendo da direção de observação. Na direção do campo magnético (direção longitudinal) se observam somente as componentes com polarização circular σ_+ e σ_- , enquanto que na direção transversal (perpendicular ao campo magnético) além das componentes σ se tem a componente π (linearmente polarizada).

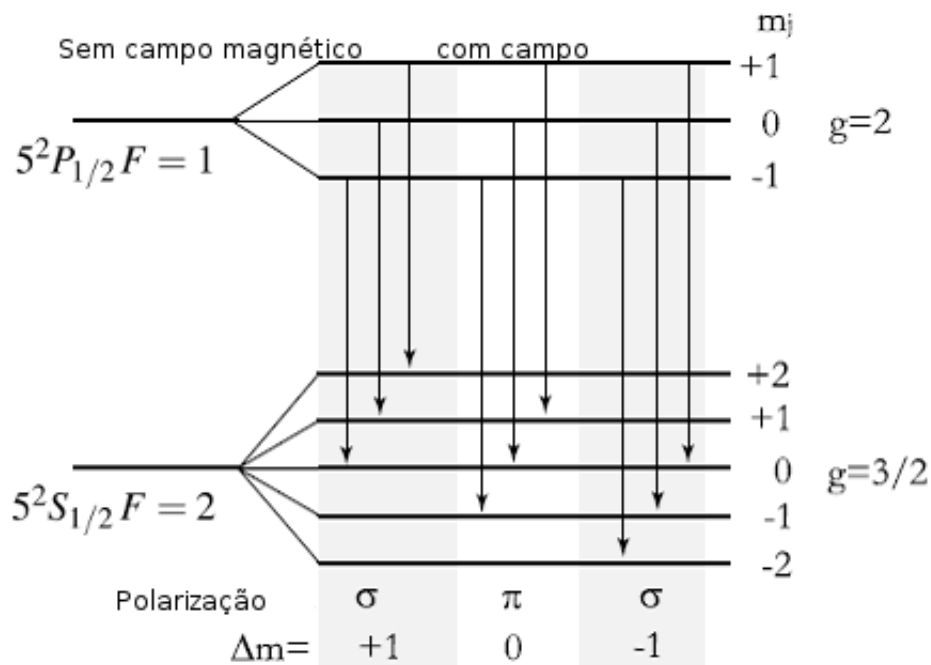


Figura 2.14 Efeito Zeeman sobre os níveis de energia atômicos

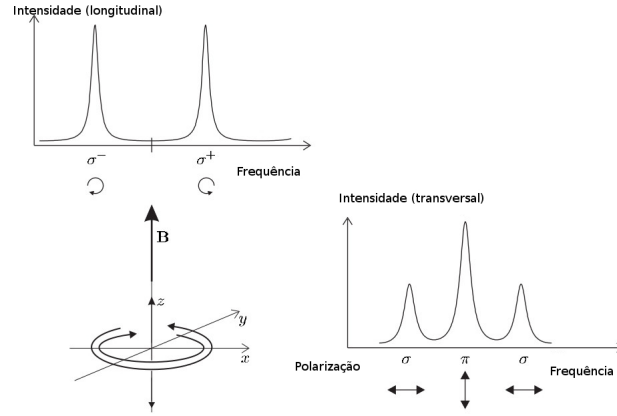


Figura 2.15 Efeito Zeeman normal

A interação entre o átomo e o campo magnético produz um deslocamento no nível de energia dado pela interação de dipolo magnético expressa usando-se o teorema de Wigner-Eckart (teorema de projeção):

$$H_{Ze} = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\frac{\langle \vec{\mu} \cdot \vec{J} \rangle}{J(J+1)} \vec{J} \cdot \vec{B} = -\frac{g_L \langle \vec{L} \cdot \vec{J} \rangle + g_s \langle \vec{S} \cdot \vec{J} \rangle}{J(J+1)} \mu_B B J_z = g_J \mu_B B J_z,$$

onde se definiu g_J o fator-g de Landé, o qual tem o valor

$$g_J = \frac{3}{2} + \frac{S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)}. \quad (2.14)$$

O efeito Zeeman pode ser normal (desdobramento em 3 linhas $\sigma\pi\sigma$) quando as transições ocorrem entre estados atômicos com spin total $S=0$, e portanto $g_J = 1$. Ou anômalo, quando o spin é $S \neq 0$ implicando $g_J \neq 1$. Este efeito anômalo também tem componentes $\sigma\pi\sigma$, mas com desdobramento adicional das linhas por cada m_J , tal como mostra a Fig. 2.16. As regras de transição são as mesmas para ambos os casos: $\Delta m_J = 0$ para transições π e $\Delta m_J = \pm 1$ para transições σ .

Para transições de um nível com momento angular j' para um nível j'' , com um Δm particular, digamos $\Delta m = -1$, as componentes tem deslocamentos:

$$\Delta E_{z,m,-1} = (g_{j'}m - g_{j''}(m-1))\mu_B B = ((g_{j'} - g_{j''})m \pm g_{j''})\mu_B B,$$

se $g_{j'} = g_{j''}$ (ou se j' ou $j'' = 0$) então $\Delta E_{z,m,-1}$ não dependerá de m (ou haverá só uma transição com $\Delta m = -1$) e haverá somente 3 componentes da linha ($\Delta m = +1, 0, -1$), ou seja divisão Zeeman normal. Se nenhuma destas condições se mantém, a linha será dividida em mais de 3 componentes pois a energia dependerá do valor de m e a estrutura Zeeman será anômala, por não ser explicada por modelos atômicos clássicos.

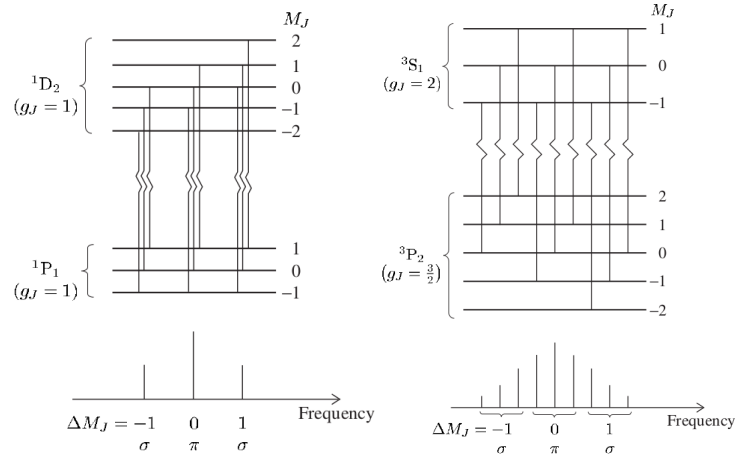


Figura 2.16 Efeito Zeeman normal (esquerda) e anômalo (direita).

2.3.2 Estrutura hiperfina

O núcleo do átomo tem um momento magnético μ_I relacionado com o spin nuclear I na forma:

$$\mu_I = g_I \mu_N I, \quad (2.15)$$

onde o magneton nuclear μ_N é relacionado com o magneton de Bohr μ_B pela proporção de massa próton-elétron: $\mu_N = \mu_B \frac{m_e}{M_p}$.

A interação de μ_I com a densidade de fluxo magnético gerada pelos eletrões atômicos B_e origina o Hamiltoniano:

$$H_{HFS} = -\mu_I \cdot B_e. \quad (2.16)$$

Este faz surgir a estrutura hiperfina, a qual é menor do que a estrutura fina. Mas é facilmente observável para isotopos que tem spin nuclear ($I \neq 0$). Para o caso de elétrons-s, temos uma densidade de distribuição de carga $-e|\psi(r)|^2$ o qual equivale a uma distribuição de magnetização

$$M = -g_s \mu_B s |\psi(r)|^2. \quad (2.17)$$

Considerando a simetria esférica da distribuição dos elétrons-s e calculando o campo no centro de uma esfera, obtemos que

$$B_e = -\frac{2}{3} \mu_0 g_s \mu_B |\psi_{ns}(0)|^2 s. \quad (2.18)$$

Colocando este campo em μ_I da eq. 2.15 e o momento magnético na eq. 2.16, temos:

$$H_{HFS} = g_I \mu_N I \cdot \frac{2}{3} \mu_0 g_s \mu_B |\psi_{ns}|^2 s = A_{ehf} I \cdot s. \quad (2.19)$$

Esto é chamado interação de contacto de Fermi pois só depende de que $|\psi_{ns}(0)|^2$ seja finito. Também pode expressar-se em forma mais geral como

$$H_{HFS} = A_{ehf} I \cdot J \quad (2.20)$$

onde definimos implicitamente a constante A_{ehf} , chamada constante de acoplamento da estrutura hiperfina, em termos do momento angular J . Fisicamente A_{ehf} corresponde à energia de separação entre os níveis hiperfinos.

Dependendo da separação entre os níveis hiperfinos e o campo B - podemos ter três possíveis regimes para a interação com o campo magnético. Se a interação $\mu_B B$ foi menor que a constante A_{ehf} estamos no regime de campo fraco, se $\mu_B B$ for maior estaremos no regime de campo intermediário ou forte, como mostra a tabela 2.1.

Aproximação	Condição	Energia Deslocamento	Números Quânticos
Campo Fraco	$\mu_B B < A_{ehf}$	$E = g_F \mu_B B M_F$	F, M_F
Campo Intermediário	$\mu_B B \sim A_{ehf}$	$E = \pm \sqrt{\left(\frac{A_{ehf}}{2}\right)^2 + (\xi \mu_B B)^2}$	$\xi = \frac{\langle F, M_F \vec{\mu}_B \cdot \vec{B} F', M_F' \rangle}{\mu_B B}$
Campo Forte	$\mu_B B > A_{ehf}$	$E = g_J \mu_B B M_J + A_{ehf} M_I M_J$	J, M_I, M_J

Tabela 2.1 Regimes do efeito Zeeman

Valores da constante de dipolo magnético A_{ehf} para o átomo de Rubídio, podem ser encontradas na literatura [24, 25, 26, 27]. Na tabela 2.2 colocamos os valores para os níveis de interesse neste trabalho. Vemos que, dado que os campos aplicados experimentalmente foram do ordem de 5 Gauss, na maior parte dos casos nos encontramos na aproximação de campo fraco, excepto para $Rb^{85} - 5D_{\frac{5}{2}}$.

Nível	$A_{Rb^{85}}$ (GHz)	$A_{Rb^{85}}$ (J)	B(G)	$A_{Rb^{87}}$ (GHz)	$A_{Rb^{87}}$ (J)	B(G)
$5S_{\frac{1}{2}}$	1.0119	6.70×10^{-25}	723	3.4173	22.64×10^{-25}	2442
$5P_{\frac{3}{2}}$	0.0250	0.17×10^{-25}	18	0.0847	0.56×10^{-25}	60
$5P_{\frac{1}{2}}$	0.1205	0.80×10^{-25}	86	0.4072	2.70×10^{-25}	291
$5D_{\frac{5}{2}}$	-0.0022	-0.01×10^{-25}	-2	-0.0075	-0.05×10^{-25}	-5
$5D_{\frac{3}{2}}$	0.0042	0.03×10^{-25}	3	0.0145	0.10×10^{-25}	10
$6P_{\frac{3}{2}}$	0.0391	0.26×10^{-25}	30	0.1325	0.88×10^{-25}	95
$6P_{\frac{1}{2}}$	0.0391	0.26×10^{-25}	30	0.1325	0.88×10^{-25}	95

Tabela 2.2 Valores da constante de dipolo magnético A_{ehf} para o rubídio, expressada em unidades de frequência na 2ª coluna, e em unidades de energia na 3ª (ao multiplicar pela constante de Planck $h = 6.626 \times 10^{-34} J s$). Na 4ª coluna colocamos o valor do campo magnético limite para estar no regime de campo fraco, calculado da forma: $\frac{A_{ehf}}{\mu_B}$.

Para encontrar o deslocamento Zeeman também precisamos dos fatores de Landé g_J e os fatores- g de Landé hiperfinos

$$g_F = \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2F(F+1)} g_J. \quad (2.21)$$

Estes fatores foram calculados usando as equações 2.14 e 2.21 e estão apresentados na tabela 2.3.

Na aproximação de campo fraco a energia de interação é dada por $\Delta E = g_F \mu_B B M_F$. Assim, as frequências dos níveis ω_i são deslocadas pelo campo magnético na forma:

$$\omega_i = \omega'_i + \frac{2.8\pi \text{MHz}}{G} g_F M_F B, \quad (2.22)$$

onde i é um nível qualquer, ω'_i é o valor da frequência sem campo, g_F o fator de Landé, M_F a projeção de F na direção z, B o campo magnético em Gauss, e o valor $\frac{1.4\text{MHz}}{G} = \frac{\mu_B}{h}$ é simplesmente o magneton de Bohr dividido pela constante de Planck.

$Rb^{85} \quad I = \frac{5}{2}$						$Rb^{87} \quad I = \frac{3}{2}$					
Nível	L	J	F	g_J	g_F	Nível	L	J	F	g_J	g_F
$5S_{\frac{1}{2}}$	0	$\frac{1}{2}$	3	2	$\frac{1}{3}$	$5S_{\frac{1}{2}}$	0	$\frac{1}{2}$	2	2	$\frac{1}{2}$
			2		$-\frac{1}{3}$				1		$-\frac{1}{2}$
$5P_{\frac{3}{2}}$	1	$\frac{3}{2}$	4	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}$	$5P_{\frac{3}{2}}$	1	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
			3		0.38				2		$\frac{2}{3}$
			2		0.1				1		$\frac{2}{3}$
			1		-1				0		$\frac{2}{3}$
$5P_{\frac{1}{2}}$		$\frac{1}{2}$	3	$\frac{2}{3}$	0.1	$5P_{\frac{1}{2}}$		$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}$	0.16
			2		-0.1				1		-0.16
$5D_{\frac{5}{2}}$	2	$\frac{5}{2}$	5	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{5}$	$5D_{\frac{5}{2}}$	2	$\frac{5}{2}$	4	$\frac{6}{5}$	0.75
			4		$\frac{3}{5}$				3		0.85
			3		$\frac{3}{5}$				2		1.1
			2		$\frac{3}{5}$				1		2.1
			1		$\frac{3}{5}$						
			0		$\frac{1}{2}$						
					$\frac{1}{2}$						
$5D_{\frac{3}{2}}$		$\frac{3}{2}$	4	$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{10}$	$5D_{\frac{3}{2}}$		$\frac{3}{2}$	3	$\frac{4}{5}$	0.4
			3		0.23				2		0.4
			2		0.06				1		0.4
			1		$-\frac{3}{10}$				0		$\frac{1}{2}$
$6P_{\frac{3}{2}}$	1	$\frac{3}{2}$	4	$\frac{4}{3}$	$\frac{1}{2}$	$6P_{\frac{3}{2}}$	1	$\frac{3}{2}$	3	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$
			3		0.38				2		$\frac{2}{3}$
			2		0.1				1		$\frac{2}{3}$
			1		-1				0		$\frac{2}{3}$
$6P_{\frac{1}{2}}$		$\frac{1}{2}$	3	$\frac{2}{3}$	0.1	$6P_{\frac{1}{2}}$		$\frac{1}{2}$	2	$\frac{2}{3}$	0.16
			2		-0.1				1		-0.16

Tabela 2.3 Fatores de Landé g_J e g_F para Rb^{85} e Rb^{87} .

2.4 Absorção de dois fótons

A absorção de dois fótons[28] se dá quando um átomo faz a transição a partir de um estado inicial para um estado excitado absorvendo simultaneamente dois fótons.

Precisamos resolver a equação de Schrödinger 2.7 expressando as soluções como combinação linear dos auto-estados ($\psi(\vec{r}, t) = \sum_l a_l(t) u_l(\vec{r}) e^{-i\omega_l t}$) e usando teoria de perturbação ($a_m(t) = a_m^{(0)}(t) + \lambda a_m^{(1)}(t) + \lambda^2 a_m^{(2)}(t) + \dots$), temos:

$$\frac{da_m^{(N)}}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \sum_l a_l^{N-1} V_{ml} e^{-i\omega_{lm}t} \quad N = 1, 2, 3, \dots \quad (2.23)$$

Resolvendo para $N = 1$ (interação de primeira ordem com o campo) e $N = 2$, obtemos a amplitude de probabilidade $a_m^{(2)}(t)$ de que o átomo se encontre no nível m no instante t . Na ausência do campo EM o estado inicial é, geralmente, o estado fundamental $|g\rangle$.

$$a_g^{(0)}(t) = 1, \quad a_l^{(0)}(t) = 0 \text{ para } l \neq g (l = n, m).$$

As convenções para nomear os diferentes níveis se mostram na Fig. 2.4.

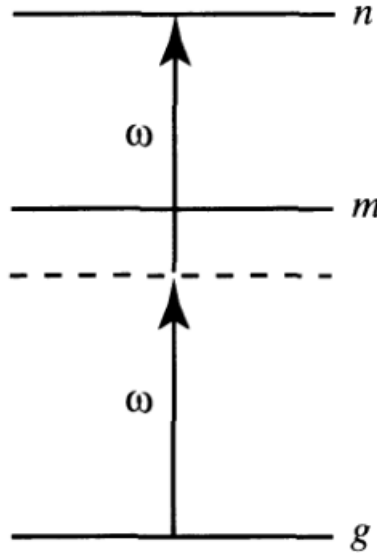


Figura 2.17 Definição dos níveis de energia usados no calculo da taxa de transição de dois fótons.

Resolvemos a eq. 2.23 para $N = 1$ e obtemos $a_m^{(1)}(t)$, o qual é usado no lado direito da mesma equação com $N = 2$. A expressão que fica para $a_m^{(1)}(t)$ é idêntica à obtida no tratamento da absorção linear. Também, expressamos V_{nm} como:

$$V_{nm} = -\mu_{nm} (E e^{-i\omega t} + E^* e^{i\omega t}) \approx -\mu_{nm} E e^{-i\omega t}$$

Usando a aproximação de onda girante, obtemos

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}a_n^{(2)}(t) &= \frac{1}{i\hbar} \sum_m a_m^{(1)}(t) V_{nm} e^{-i\omega_{mn}t} \\ &= \frac{1}{i\hbar} \sum_m \frac{\mu_{nm}\mu_{mg}E^2}{\hbar(\omega_{mg}-\omega)} \left[e^{i(\omega_{ng}-2\omega)t} - e^{i(\omega_{mn}-\omega)t} \right].\end{aligned}$$

Integrando diretamente a equação resultante temos

$$a_n^{(2)}(t) = \sum_m \frac{\mu_{nm}E^2}{\hbar^2(\omega_{mg}-\omega)} \left[\frac{e^{i(\omega_{ng}-2\omega)t} - 1}{\omega_{ng}-2\omega} \right].$$

O cálculo é similar ao da absorção linear. A probabilidade de encontrar o sistema no nível n é dada por:

$$P_n^{(2)}(t) = |a_n^{(2)}(t)|^2 = \left| \sum_m \frac{\mu_{nm}E^2}{(\omega_{mg}-\omega)} \right|^2 \left| \frac{e^{i(\omega_{ng}-2\omega)t} - 1}{\omega_{ng}-2\omega} \right|^2.$$

A absorção de dois fótons (TPA - Two-photon absorption) pode ocorrer de duas formas [29]:

1. **Em duas etapas ou ressonante com o nível intermediário:** Neste caso um primeiro fóton excita o átomo do estado fundamental para o nível intermediário e depois um segundo fóton excita o átomo do estado intermediário para o estado final.
2. **Direta ou pura:** Neste caso a transição ocorre quando dois fótons chegam simultaneamente ao átomo e a soma das frequências é igual à diferença de energia entre o estado inicial e o estado final, de modo que se tem a transição em uma só etapa absorvendo os dois fótons simultaneamente.

Os feixes podem estar nas seguintes configurações:

1. Contrapropagante: Ocorre quando os feixes vão em direções contrárias.
2. Co-propagante: Ocorre quando os dois feixes têm a mesma direção.

Em nosso experimento temos frequências diferentes para os dois fótons co-propagantes, além disso, temos relaxação. Para um átomo movendo-se com velocidade $\vec{V}$, a probabilidade A_{if} de uma transição de dois fótons [30] entre o estado fundamental E_i e o estado excitado E_f induzida pelos fótons $\hbar\omega_1$ e $\hbar\omega_2$ de duas ondas de luz com vetores de onda $\vec{k}_1, \vec{k}_2$, vetores de polarização unitários $\hat{e}_1, \hat{e}_2$, e intensidades I_1, I_2 pode ser escrita como:

$$A_{if} \propto \frac{\gamma_{if} I_1 I_2}{\left[\omega_{if} - \omega_1 - \omega_2 - \vec{V} \cdot (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \right]^2 + \left(\frac{\gamma_{if}}{2} \right)^2} \times \left| \sum_k \frac{\mu_{ik} \cdot \hat{e}_1 \cdot \mu_{kf} \cdot \hat{e}_2}{\omega_{ki} - \omega_1 - \vec{V} \cdot \vec{k}_1} + \frac{\mu_{ik} \cdot \hat{e}_2 \cdot \mu_{kf} \cdot \hat{e}_1}{\omega_{ki} - \omega_2 - \vec{V} \cdot \vec{k}_2} \right|^2. \quad (2.24)$$

O primeiro termo descreve a transição de 2 fótons sem nível intermediário ressonante, enquanto que o segundo descreve a contribuição quando há níveis intermediários ressonantes.

2.5 Mistura de quatro ondas

A incidência de um campo eletromagnético em uma amostra induz uma polarização macroscópica no meio que pode ser expandida em potências do campo incidente da forma:

$$\vec{P} = \epsilon_0 \left(\chi^{(1)} \vec{E} + \chi^{(2)} \vec{E} \vec{E} + \chi^{(3)} \vec{E} \vec{E} \vec{E} + \dots \right) \quad , \quad (2.25)$$

onde $\chi^{(n)}$ representa a suscetibilidade de n-ésima ordem. Em meios centro-simétricos, essa polarização deve ser invariante por inversão espacial, $\vec{P}(\vec{r}) = -\vec{P}(-\vec{r})$, o que resulta no cancelamento de todas as suscetibilidades de ordem par. Neste caso a primeira correção importante é o processo não-linear de terceira ordem [31].

O processo não-linear de mistura de quatro ondas (MQO), pode ser definido como um efeito resultante da não-linearidade de um meio que interage com três ondas eletromagnéticas. Nesse caso, uma quarta onda de frequência definida pela combinação linear das frequências das ondas incidentes é gerada coerentemente.

O processo de MQO em vapor atômico tem sido utilizado para investigar uma grande diversidade de fenômenos não-lineares, como a geração de luz comprimida para aplicações em imagens quânticas e armazenamento de qubits [32, 33] e para utilização em comunicações quânticas de longa distância.

A presença de ressonâncias de dois fótons, abre a possibilidade da ocorrência de diferentes processos de forma complexa e não-linear, processos que podem competir entre si. Por exemplo em 1987, Boyd e colaboradores [34] investigaram a competição entre a emissão espontânea amplificada (ASE) e a geração de mistura de quatro ondas, na condição ressonante por dois fótons em átomos de sódio.

Consideramos um sistema de quatro níveis como mostrado na figura 2.18. O estado fundamental $5S$ é acoplado por dois fótons ao estado excitado $5D$. Esse acoplamento é feito pelo campo do laser de femtosegundos (ω_1 e ω_2). Algumas frequências dos modos do laser de femtosegundos são ressonantes por dois fótons com a transição $5S \rightarrow 5D$. Entretanto estamos interessados no caso ressonante com o nível intermediário. O nível $5P$ é o estado intermediário ressonante por um fóton com um dos modos descrito pelo campo $\vec{E}_1$. Outro modo do laser de femtosegundos excita o átomo do nível $5P$ ao $5D$ descrito pelo campo $\vec{E}_2(\omega_2)$

O campo $\vec{E}_3(\omega_3)$ é dado pelo decaimento espontâneo, que excita a coerência entre os estados $5D$ e $6P$. Assim, um campo de mistura de quatro ondas é gerado na frequência $\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3$.

A polarização macroscópica induzida no meio, na frequência do campo de mistura de quatro ondas, isto é, na componente de frequência ω_4 , é representada como:

$$\vec{P}^{(3)}(\omega_4 = \omega_1 + \omega_2 - \omega_3) = \chi^{(3)}(\omega_4) : \vec{E}_1(\omega_1) \vec{E}_2(\omega_2) \vec{E}_3^*(\omega_3) \quad (2.26)$$

Na aproximação de dipolo elétrico, o sistema é descrito como um conjunto de N dipolos elétricos por unidade de volume. Os átomos da amostra estão distribuídos em uma mistura estatística de estados $|i\rangle$, cujo peso estatístico é representado por w_i .

Na geometria co-propagante dos feixes, um feixe azul coerente é gerado em um intervalo de densidades atômicas, e algumas intensidades e dessintonias dos feixes laser aplicados [35].

Podemos explicar a geração do feixe azul colimado como resultado da mistura de quatro ondas numa configuração de níveis de energia como na figura 2.18.

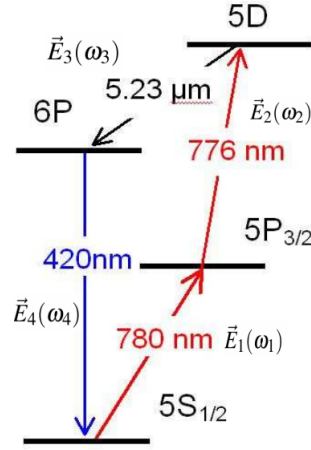


Figura 2.18 Representação esquemática do sistema de quatro níveis de energia do Rb e transições ópticas do experimento. Ref. [35].

O campo aplicado do laser de femtosegundos contém os comprimentos de onda 780 nm e 776 nm, e o terceiro campo é produzido pela emissão espontânea estimulada (ASE) resultante da inversão de população na transição 5D-6P. É esperado que esta radiação ocorra no caminho que contém átomos no estado 5D, ou seja, ao longo da direção co-propagante. A estimativa do comprimento de onda da radiação infravermelha, de $5.23 \mu m$, é baseada na diferença de energia entre os níveis 5D e 6P. Os três campos ópticos produzem radiação em 420 nm por mistura de quatro ondas na direção que satisfaz a relação de casamento de fase $\vec{k}_1 + \vec{k}_2 = \vec{k}_3 + \vec{k}_4$, onde $\vec{k}_1$, $\vec{k}_2$, $\vec{k}_3$ e $\vec{k}_4$ são os vetores de onda da radiação em 780 nm, 776 nm, $5.23 \mu m$ e 420 nm, respectivamente. A relação de casamento de fase é mostrada na figura 2.19. Esta relação pode ser satisfeita para radiação infravermelha co-propagante mas não para a contra-propagante. A geração unidirecional da luz azul colimada é confirmada experimentalmente. Esta é uma forte evidência da geração pelo mecanismo de mistura de quatro ondas.



Figura 2.19 Esquema relação casamento de fase.

Experimento e Análise

Neste capítulo inicialmente descrevemos a montagem experimental, e apresentamos os resultados obtidos no vapor de rubídio após a excitação com o laser de femtosegundos. Em seguida, fazemos algumas considerações tanto para o sistema experimental, quanto para a estimativa do campo magnético; assim como para a modelagem do sinal. No final apresentamos uma possível explicação dos resultados através de uma comparação da previsão teórica com o experimento.

3.1 Sistema experimental e resultados

Nosso sistema experimental é apresentado na Fig. 3.1. Uma célula contendo vapor de átomos de Rb na proporção natural: 72.2% Rb^{85} e 27.8% Rb^{87} , é colocada em um forno caseiro que permite o controle da temperatura e, portanto, da densidade de átomos. Para impedir que os átomos se depositem nas janelas da célula (as quais permitem a passagem do feixe laser, mas ficam com uma temperatura menor que o resto da célula) são colocadas pequenas bobinas as quais são alimentadas por uma corrente alternada (60Hz). Geralmente as bobinas são montadas de forma que a corrente em cada uma circule em sentidos opostos, fazendo com que os campos magnéticos gerados se cancelem. Entretanto, em nosso experimento, foram montadas na mesma direção gerando um campo magnético oscilante no tempo com direção paralela ou antiparalela à propagação do feixe laser que excita os átomos.

Para excitar os átomos de Rb utilizamos um laser de femtosegundos (modelo *MIRA 900B-Coherent*). Este laser de titânio-safira opera na forma mode-locked gerando um trem de pulsos, com uma frequência central de $\nu_c = 384 THz$ ($\lambda = 780 nm$) e taxa de repetição, $f_R = 76 MHz$, onde cada um de seus pulsos tem duração de aproximadamente $\tau_P \sim 100 fs$. Como a separação entre os modos do pente depende da taxa de repetição f_R , temos que o número de modos de oscilação é da ordem de:

$$N_M = \frac{T_R}{\tau_P} = \frac{1}{76 MHz \times 100 fs} \approx 132000. \quad (3.1)$$

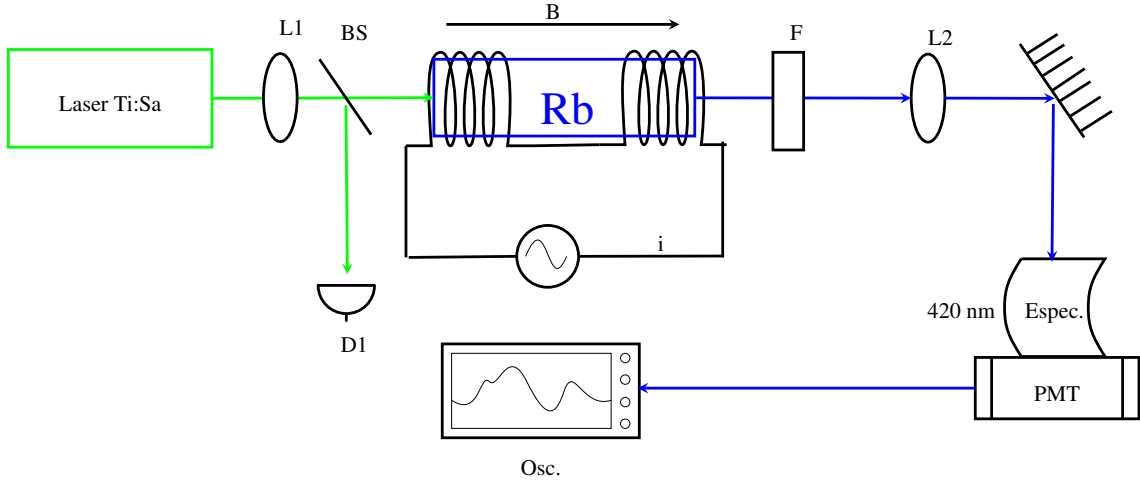


Figura 3.1 Montagem experimental. L1, L2: lentes convergentes, i: corrente das bobinas, F: filtro passa banda, Espec: espectrômetro, PMT: fotomultiplicadora (IP28 Hamamatsu), Osc: Osciloscópio, D1: Detector rápido, BS: Divisor de feixes.

A potência média do feixe na entrada da célula é de 500 mW . Uma pequena reflexão da luz (no divisor de feixe BS) é direcionada a um detector rápido D1 cujo sinal, visto no osciloscópio, nos dá a variação de intensidade do laser em função do tempo como mostra a Fig. 3.2 (a). Fazendo a Transformada Rápida de Fourier (FFT) [Fig. 3.2 (b)], podemos medir a posição do pico P1, que nos fornece a taxa de repetição f_R^L . Como na Transformada Rápida de Fourier a resolução da frequência é $\Delta f_R^L = \frac{1}{m\Delta t}$, onde m é o número de amostragens (nosso caso ≈ 1252 pontos na curva) e Δt é o intervalo entre amostragens (no caso do osciloscópio 0.4 ns), encontramos uma resolução de $\Delta f_R^L \approx 2\text{ MHz}$ para esta taxa de repetição:

$$f_R^L = 75.88 \pm 1\text{ MHz} \approx 76 \pm 1\text{ MHz}. \quad (3.2)$$

É importante chamar a atenção de que nosso laser não tem controle da taxa de repetição, nem como travá-la. Usaremos este valor de f_R^L como estimativa para todos os nossos cálculos.

O feixe de laser é focalizado, por meio da lente L1 na célula com vapor de rubídio, fazendo com que o feixe tenha uma cintura da ordem de $172\text{ }\mu\text{m}$ e então uma intensidade da ordem de $I = \frac{P}{A} = \frac{500\text{ mW}}{\pi (86^2 \cdot 10^{-12}\text{ m}^2)} = 22\text{ MW/m}^2 = 2.2\text{ kW/cm}^2$. Isto nos dá uma intensidade por modo $I_M = \frac{I}{N_M} = \frac{2.2\text{ kW/cm}^2}{132k} = 0.016\text{ W/cm}^2 = 16\text{ mW/cm}^2$, muito maior do que a intensidade de saturação [36, 24] $I_{sat} = \frac{\hbar\omega_0}{2\sigma_0\tau} \sim 2\text{ mW/cm}^2$ (onde $\sigma_0 = \frac{3\lambda^2}{2\pi}$).

A temperatura da célula foi variada, através do controle da corrente que passa pelas bobinas do forno. Trabalhamos em temperaturas entre $120\text{--}130^\circ\text{C}$, o que corresponde a densidades atômica da ordem de $10^{13}\text{ átomos/cm}^3$, calculadas a partir das equações [37]:

$$\log_{10} P_v = 4.31 - \frac{4040}{T},$$

$$N = \frac{P_v}{k_B T},$$

onde N é a densidade atômica (em átomos/ m^3), P_v é a pressão de vapor (em atm), T é a temperatura (em K), e k_B é a constante de Boltzmann.

Quando o feixe de laser incide sobre os átomos ele induz uma transição de dois fótons (veja Fig. 3.3) entre o estado fundamental $5S_{1/2}$ e o estado excitado $5D$, podendo ser ressonante com o nível intermediário $5P_{3/2}$.

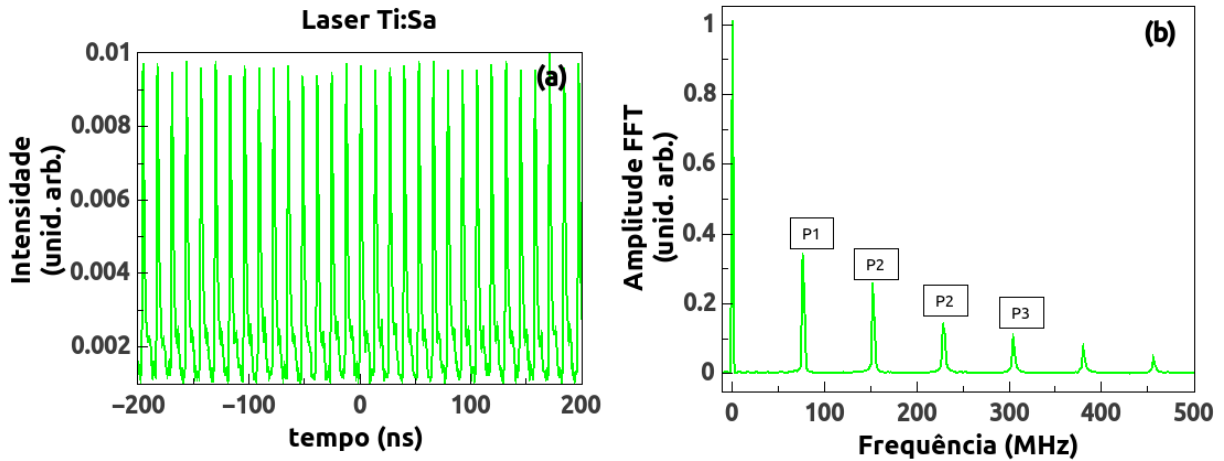


Figura 3.2 (a) Intensidade do feixe na saída do laser de Ti:Safira, em função do tempo. (b) Transformada Rápida de Fourier (FFT) dos dados de (a).

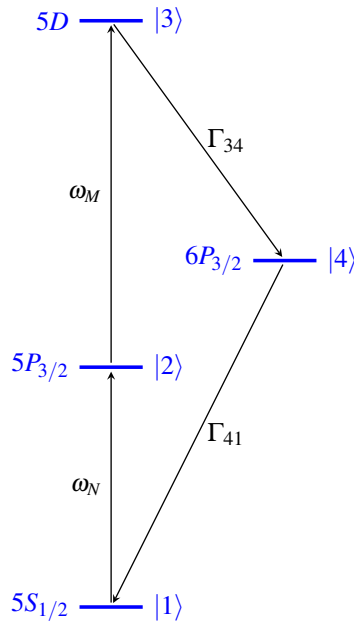


Figura 3.3 Esquema simplificado dos 4 níveis de energia do Rb envolvidos no experimento.

Posteriormente os átomos retornam ao estado fundamental. Um dos possíveis caminhos é

decaindo primeiro para o estado $6P_{3/2}$ e depois para o $5S_{1/2}$. Nosso objetivo com o experimento foi medir a emissão paramétrica no azul (420 nm) que é gerada no decaimento do estado $6P_{3/2}$ para o estado $5S_{1/2}$. O diagrama de níveis de energia simplificado é mostrado na figura 3.3, o qual tem as energias dadas pela tabela 3.1 (para o Rb 85).

Nível	Energia(cm^{-1})	Energia(nm)
$5S_{1/2}$ ($ 1\rangle$)	0.000	-
$5P_{1/2}$	12578.950	794.9
$5P_{3/2}$ ($ 2\rangle$)	12816.545	780.2
$6P_{1/2}$	23715.081	421.7
$6P_{3/2}$ ($ 4\rangle$)	23792.591	420.3
$5D_{3/2}$	25700.536	389.1
$5D_{5/2}$ ($ 3\rangle$)	25703.498	389.0

Tabela 3.1 Energia dos níveis de interesse (Rb^{85}), referência [38].

Como o sinal é gerado na mesma direção do feixe de excitação, precisamos colocar um filtro passa banda que absorve em 780 nm (frequência central do laser) e deixa passar a luz com comprimento de onda em 420 nm . Como o filtro não consegue cortar 100% da luz em 780 nm , o feixe, após ser colimado na saída da célula, é enviado a um espectrômetro (ou monom cromador) de grade de difração, o qual seleciona, com uma janela de 10 nm , o comprimento de onda centrado em 420 nm (frequência da emissão paramétrica). Utilizamos uma fotomultiplicadora (PMT 1P28 Hamamatsu), que transforma o sinal fraco dos fótons em corrente elétrica mensurável.

A saída da fotomultiplicadora é enviada ao osciloscópio que nos permite registrar a variação da intensidade do sinal em função do tempo para diferentes tensões nas bobinas. Nossas medidas são apresentadas nas figuras de 3.4 a 3.9.

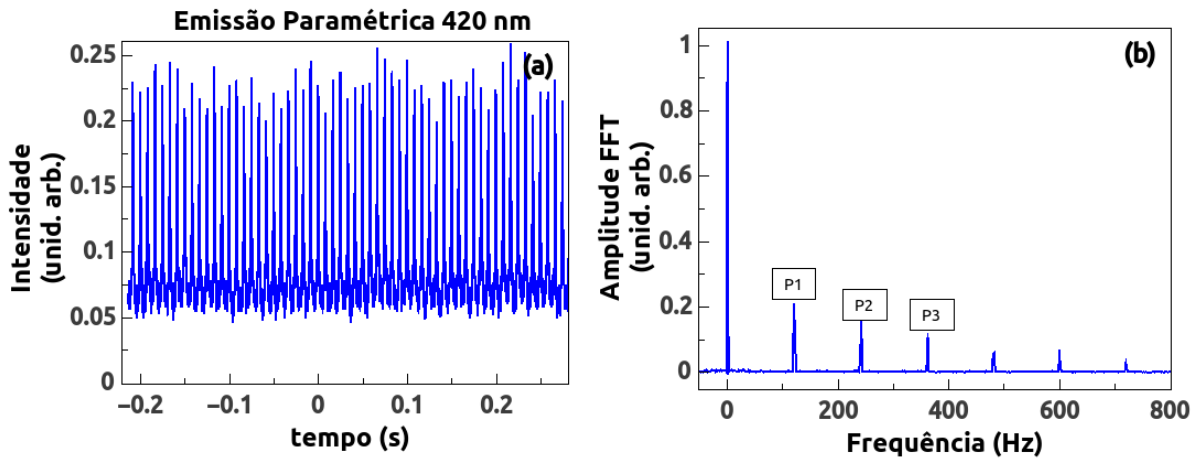


Figura 3.4 (a) Intensidade do sinal gerado no azul, em função do tempo. Densidade atômica 10^{13} átomos/ cm^3 , varreduras=1. (b) Transformada de Fourier do sinal em (a).

Um resultado típico pode ser visto na figura 3.4 (a) que corresponde a uma medida longa, de 0.5 segundos, para uma temperatura da célula de 112°C (densidade 1.25×10^{13} átomos/ cm^3). Para esta medida deixamos a tensão nas bobinas fixa. Este espectro indica que nosso sinal apresenta uma certa periodicidade no tempo com um fundo constante. Fazendo a Transformada Rápida de Fourier (FFT) encontramos que o sinal varia com uma frequência de 120 Hz [figura 3.4 (b)]. Esta frequência é o dobro da frequência de oscilação da corrente nas bobinas que rodeiam a célula, e portanto, corresponde ao dobro da frequência de oscilação do campo magnético em seu interior, já que é gerado por corrente alterna convencional (60 Hz).

Como o campo em cada oscilação da corrente passa duas vezes por zero (primeiro é paralelo ao feixe, diminui chegando a zero, cresce antiparalelo e decresce novamente a zero), vamos ter dois máximos durante cada oscilação de 60 Hz. Também verificamos que o máximo do sinal ocorre para campo magnético zero, isto é, quando a corrente nas bobinas é zero.

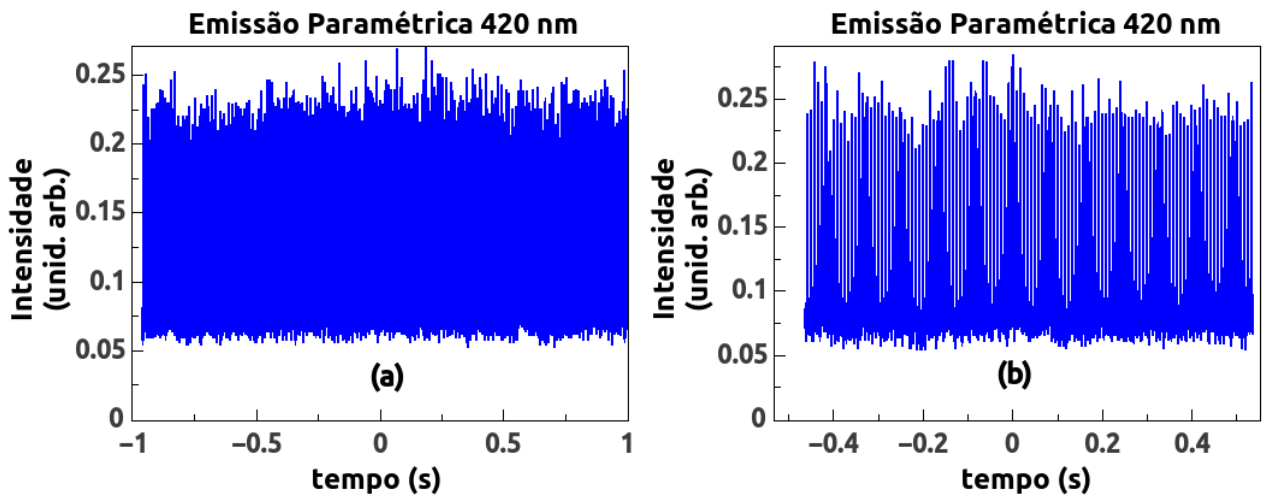


Figura 3.5 Intensidade do sinal gerado em função do tempo (a) varredura de 2 seg e (b) varredura de 1 seg.

Na figura 3.5 apresentamos outras duas medidas longas onde registramos o sinal durante 2 segundos (a) e durante um segundo (b), para mesma densidade atômica e mesma tensão nas bobinas. Cada curva corresponde a uma única varredura no osciloscópio. Vemos que a intensidade máxima dos picos apresenta uma flutuação em torno de 28% do valor máximo e que a parte constante do sinal, é da ordem de $1/5$ do valor máximo.

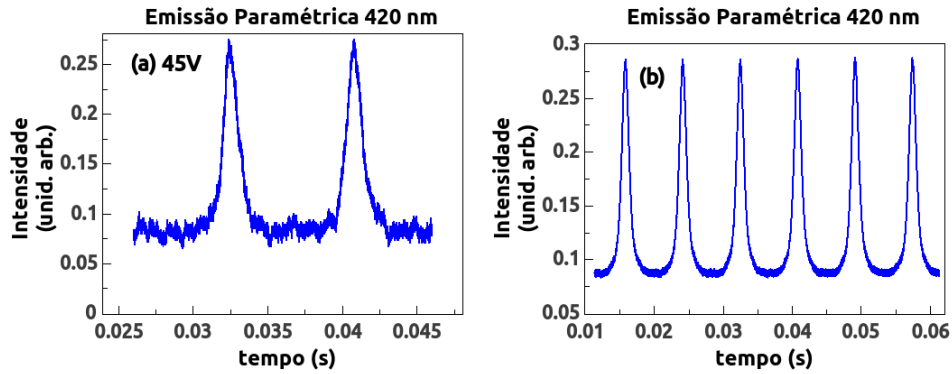


Figura 3.6 Intensidade do sinal gerado no azul em função do tempo para uma tensão de 45 V nas bobinas que aquecem a célula e geram o campo magnético ($B = 2$ G). $T = 114$ °C, (a) 1 varredura, (b) média de 50 varreduras.

Tomando períodos de tempo mais curtos, se pode apreciar melhor a forma das oscilações, como mostra a figura 3.6 realizada a uma temperatura $T = 114$ °C. Nestas curvas vemos claramente picos cuja largura é bem menor que a separação entre eles. A medida na figura 3.6 (a) corresponde a uma só varredura, enquanto que a curva em 3.6 (b) é uma média de 50 varreduras, onde fica claro a diminuição do ruído. Fazendo uma comparação da largura dos picos, para 1 varredura e para a média de 50, vemos que temos a mesma largura, indicando que o sinal é bem estável (Fig.3.7). Também verificamos que para tempos curtos não é visível a variação do máximo de intensidade como mostram as figuras 3.6 e 3.7.

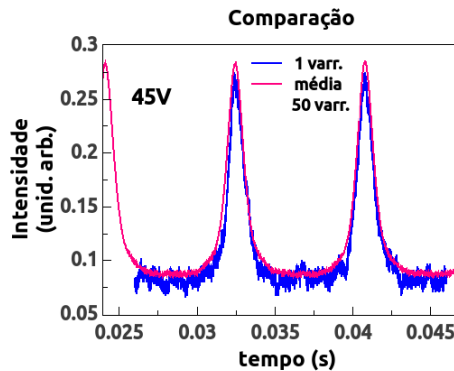


Figura 3.7 Comparação do sinal gerado no azul em função do tempo para 1 varredura e média de 50 varreduras.

Até aqui todas as medições foram realizadas com a mesma tensão alimentando as bobinas do forno ($V = 45$ Volts, $B = 2$ G). Variando-se a tensão nas bobinas encontramos que os picos se alargam conforme a tensão diminui, como pode ser visto na figura 3.8 onde as curvas foram obtidas para 1 só varredura e temperatura em torno de 114 °C (densidade 1.41×10^{13} átomos/ cm^3). A periodicidade é a mesma de 120 Hz, mas a largura total a meia altura variou de 1.20 ms com $V = 48$ V para 2.37 ms com $V = 12$ V.

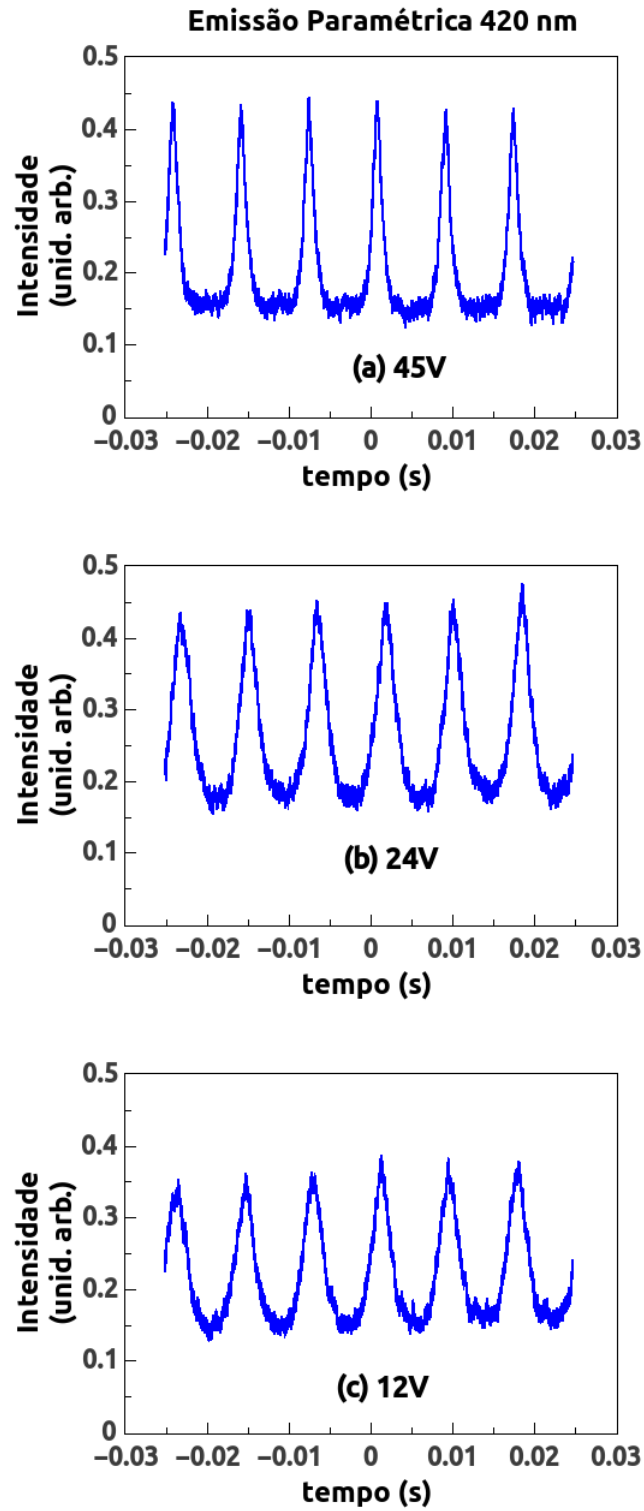


Figura 3.8 Intensidade da emissão no azul para diferentes valores de tensão nas bobinas: (a) 45 V ($B=2$ G), (b) 24 V ($B=0.98$ G), (c) 12 V ($B=0.49$ G).

Verificamos uma pequena diminuição na intensidade dos picos que pode ser devido à diminuição da temperatura. Isto porque, quando a tensão nas bobinas diminui, o sistema começa a resfriar e a densidade atômica tende a diminuir. Como nosso sinal é proporcional a N^2 , ele deve diminuir.

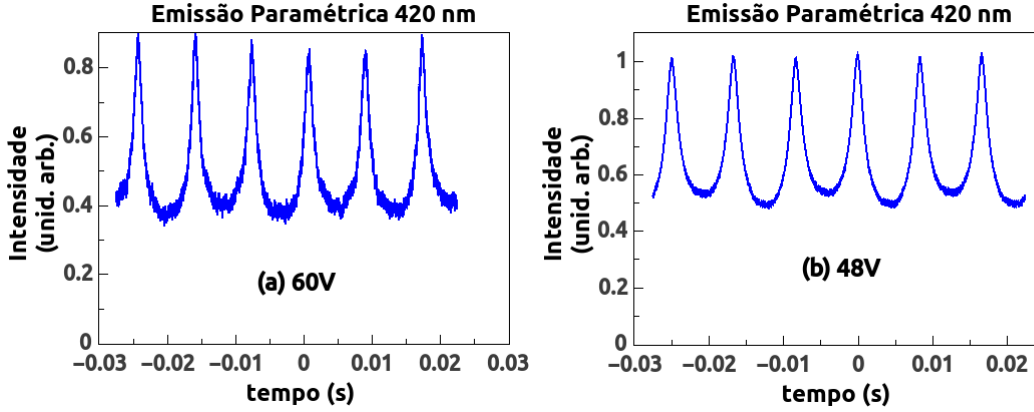


Figura 3.9 Intensidade da emissão no azul em função do tempo para $T=123^\circ\text{C}$ e tensão nas bobinas: (a) 60 V e (b) 48 V.

Elevamos a temperatura para 123°C (densidade 2.39×10^{13} átomos/ cm^3) e obtivemos os espectros 3.9 (a) com 1 varredura e tensão 60 V e 3.9 (b) com média de 50 varreduras e tensão 48 V. Podemos notar que o fundo tende a crescer com o aumento da temperatura.

3.2 Análise e discussão

3.2.1 Cálculo do campo magnético

Atribuímos a variação no tempo do sinal gerado em 420 nm ao campo magnético induzido pelas bobinas que aquecem o vapor atômico. Para verificarmos esta afirmação é essencial uma estimativa do campo magnético $\vec{B}$ no interior da célula. Este campo pode ser estimado como o campo no centro da bobina, a qual pode ser modelada como uma sucessão de espiras de corrente, ao longo do comprimento L da bobina.

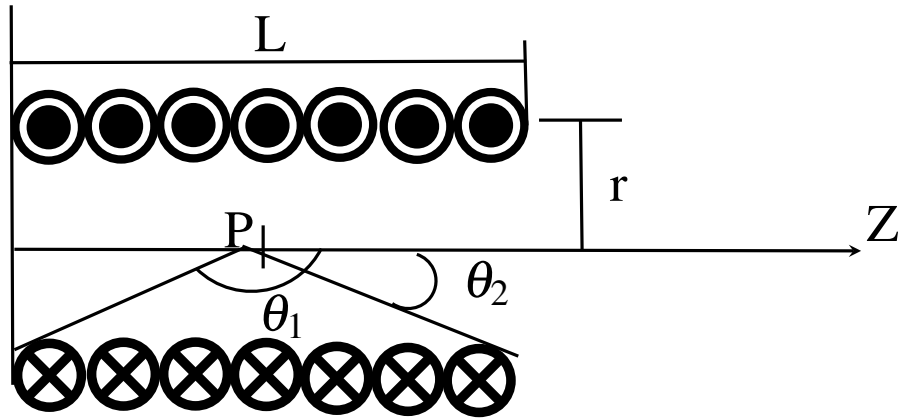
O campo magnético $d\vec{B}$ em uma espira de corrente infinitesimal di , de raio r pode ser calculado a partir da lei de Biot-Savart[39], resultando o elemento diferencial de campo magnético a uma distancia z do centro:

$$dB_z = \frac{\mu_0 di r^2}{2(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{\mu_0 i n dz r^2}{2(r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}},$$

onde $n = \frac{q}{L}$ é o número de espiras por unidade de comprimento. De modo que o campo do nosso solenoide de comprimento L , raio r e número de voltas q , no ponto P (mostrado na figura 3.10) é:

$$\vec{B} = \frac{n\mu_0 i}{2} (\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1)) \hat{z}.$$

(a)



(b)

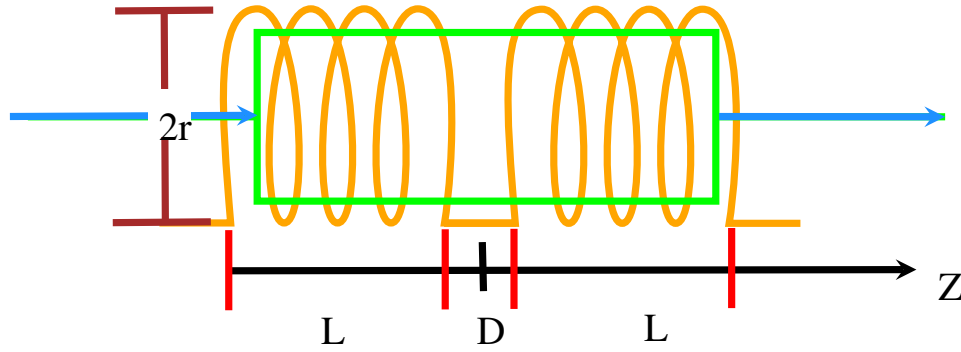


Figura 3.10 (a) Bobina (ou solenoide) de comprimento L , (b) disposição das bobinas com relação à célula de Rb (em verde).

Diâmetro ($2r$):	$3.0 \pm 0.1 \text{ cm}$
Comprimento (L):	$3.0 \pm 0.1 \text{ cm}$
No Voltas (q):	8.0 ± 0.8
Resistência (R):	$20.5 \pm 0.1 \Omega$
Separação (D):	$2.0 \pm 0.5 \text{ cm}$

Tabela 3.2 Parâmetros das bobinas ao redor da célula.

No nosso caso temos 2 bobinas iguais que cobrem os extremos da célula de vapor, com as características dadas na tabela 3.2, pelas quais passa a mesma corrente na mesma direção. Escrevendo $(\cos(\theta_2) - \cos(\theta_1))$ em termos da coordenada z , obtemos uma expressão para o

campo magnético gerado pelas bobinas, no eixo central da célula, dada por:

$$B(z) = \frac{qV\mu_0}{4LR} \left(\frac{L + D/2 + z}{\sqrt{(L + D/2 + z)^2 + r^2}} - \frac{D/2 + z}{\sqrt{(D/2 + z)^2 + r^2}} \right. \\ \left. \pm \frac{L + D/2 - z}{\sqrt{(L + D/2 - z)^2 + r^2}} \pm \frac{z - D/2}{\sqrt{(z - D/2)^2 + r^2}} \right). \quad (3.3)$$

Onde z é a distância desde a origem no meio das bobinas (estando o eixo $\hat{z}$ sobre o centro da bobina), V é a voltagem aplicada, e D é a separação entre as bobinas [ver Fig. 3.10 (b)]. O sinal positivo corresponde à situação na qual as bobinas estão orientadas na mesma direção (enquanto o sinal negativo corresponde à situação onde as bobinas têm correntes contrárias). Usando os valores da tabela 3.2, e a corrente dada pela lei de Ohm: $i = \frac{V}{R}$, calculamos o valor do campo magnético.

O campo dado pela Eq. 3.3 é plotado na figura 3.11. Para uma voltagem de 48 V temos um campo de aproximadamente 1.5 Gauss (10^{-4} Tesla) no centro da célula, se as correntes estão no mesmo sentido. Se as correntes estão em direção contrária temos um campo de 0 G no centro da célula, mas um campo de ± 3 G no centro de cada bobina, como mostra a Fig. 3.12.

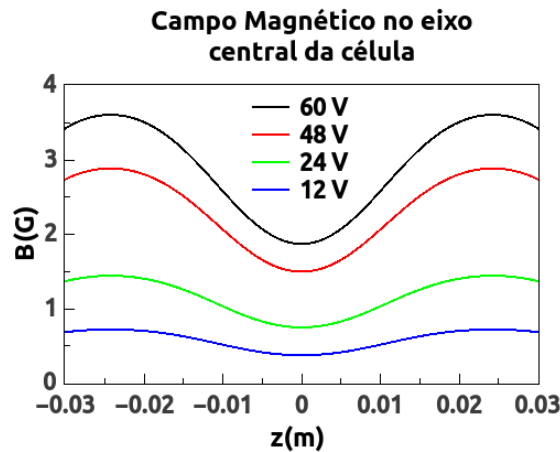


Figura 3.11 Campo magnético no seu eixo gerado pelas bobinas orientadas na mesma direção.

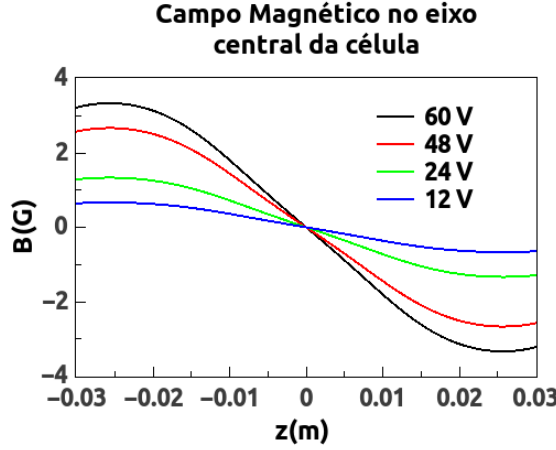


Figura 3.12 Campo magnético no eixo, gerado pelas bobinas com correntes em direções contrárias.

3.2.2 Considerações devido à dupla ressonância

Como vimos no cap. 2, a absorção de dois fótons pode ocorrer em um átomo com três níveis em dois casos: (i) direta, sem ressonância com o nível intermediário, ou (ii) em etapas, excitando primeiro o estado intermediário. Vamos analisar cada um destes casos.

3.2.2.1 Absorção direta de dois fótons

Os átomos têm frequências de transição ω_{ij} , dadas pela diferença de energia entre os estados i e j . Devido à velocidade atômica temos que levar em conta o efeito Doppler, o qual faz com que os átomos vejam o laser com uma frequência deslocada de uma quantidade $\vec{k} \cdot \vec{V}$ (onde $\vec{k}$ é o vetor de onda do laser-fs e $\vec{V}$ é a velocidade atômica). Nestas circunstâncias teremos ressonância se $\omega_{ij} = \omega_L \pm \vec{k} \cdot \vec{V}$.

Para uma transição de dois fótons direta (mostrada na Fig. 3.13), precisamos que a soma da frequência dos modos do pente, $\omega_M + \omega_N$, mais o deslocamento Doppler devido à velocidade atômica $\vec{V}$, coincida com a frequência de transição ω_{31} . Assim, para um átomo com velocidade V temos:

$$\begin{aligned}\omega_N &= \omega_{i1} - \vec{k} \cdot \vec{V} \\ \omega_M &= \omega_{3i} - \vec{k} \cdot \vec{V} \\ \hline \omega_N + \omega_M &= \omega_3 - \omega_1 - 2\vec{k} \cdot \vec{V} .\end{aligned}\tag{3.4}$$

Vemos que a energia do nível intermediário $|i\rangle$ foi eliminada. Dado que M e N são inteiros, temos que sempre é possível encontrar uma velocidade $\vec{V}$ que satisfaz a condição (3.4). Lembramos que os átomos na célula apresentam uma distribuição de velocidades dada pela distribuição de Maxwell-Boltzmann e que, à temperatura ambiente, tem uma largura Doppler ($\Delta\omega_D$) de 500 MHz. Como vimos na secção anterior o campo no interior das bobinas é no máximo de 4 Gauss o que pode levar a uma variação de ω_{31} da ordem de 10 MHz (veja equação

2.22 e a tabela 2.3). Isto levaria a uma diminuição da intensidade do sinal de aproximadamente (perfil Doppler [18]):

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{\delta}{2\Delta\omega_D}} = e^{-\frac{10^2}{2(500^2)}} \approx 0.9996, \quad (3.5)$$

o que é completamente imperceptível e não consegue explicar a variação observada no experimento.

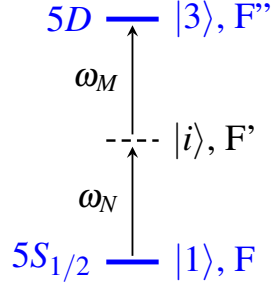


Figura 3.13 Absorção de dois fótons, ocorre quando a soma das frequências ω_M e ω_N coincide com a frequência de ressonância ω_{31} .

3.2.2.2 Dupla ressonância com nível intermediário ressonante

Agora precisamos impor a ressonância com o nível intermediário. Primeiro devemos lembrar que, quando a taxa de repetição do laser de femtosegundos (f_R) é menor que a largura Doppler ($\Delta\omega_D$) do primeiro estado excitado ($5P_{3/2}$), vamos ter vários grupos de velocidade atômica ressonantes com a transição $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$. Isto porque, dada uma taxa de repetição do laser de 76 MHz, devemos ter mais de um modo do pente de frequências em cada uma das quatro linhas Doppler. Assim, em nossas condições experimentais teremos um estado intermediário ressonante e portanto sempre haverá átomos que farão a transição do nível fundamental ao nível intermediário.

Para a segunda transição do nível intermediário ao nível final devemos considerar que depois que o átomo está excitado no nível $5P_{3/2}$, nem sempre haverá um grupo de velocidade atômica que também esteja na ressonância com o nível $5D$. Assim, procuramos pela condição que um mesmo grupo de átomos realize as duas transições em ressonância. Denominaremos esta situação de "condição de dupla ressonância".

Levando em conta o efeito Doppler, a condição para que um grupo de átomos com velocidade $\vec{V}$ esteja ressonante na transição entre os estados $|1\rangle$ e $|2\rangle$ com o N-ésimo modo do pente de frequências é (condição de ressonância da primeira transição):

$$\omega_N = \omega_{21} - \vec{k} \cdot \vec{V}.$$

Este mesmo grupo de átomos com velocidade específica será ressonante com algum M-ésimo modo do pente de frequências para a transição entre os estados $|2\rangle$ e $|3\rangle$, se satisfaz (condição de ressonância da segunda transição):

$$\omega_M = \omega_{32} - \vec{k} \cdot \vec{V}.$$

Somente para algumas taxas de repetição estes átomos estarão ressonantes com as duas condições simultaneamente.

Usando as condições de ressonância acima e substituindo os modos do laser ω_N por $\omega_N = \omega_0 + N 2\pi f_R$, obtemos a condição de dupla ressonância [40]:

$$f_R = \frac{\omega_{32} - \omega_{21}}{2\pi(M - N)}. \quad (3.6)$$

Quando a Eq. 3.6 é satisfeita, temos que todos os átomos, independente da sua velocidade, contribuem para o sinal. Entretanto, para f_R fixo, se os níveis de energia se deslocam (por exemplo devido a um campo magnético) a condição não é mais satisfeita e o sinal gerado diminui de intensidade.

Podemos escrever a Eq. 3.6 em termos da energia dos níveis ressonantes. Usando:

$$\omega_{32} - \omega_{21} = \omega_3 - \omega_2 - (\omega_2 - \omega_1) = \omega_3 + \omega_1 - 2\omega_2.$$

Obtemos:

$$f_R = \frac{\omega_3 + \omega_1 - 2\omega_2}{2\pi(M - N)}. \quad (3.7)$$

Além disso sabemos que mudando o valor de $M - N$ em uma unidade se obtém um novo valor para a taxa de repetição (f_R) que satisfaz novamente a condição de dupla ressonância. Isto indica que o máximo de sinal deve se repetir a cada intervalo de variação da taxa de repetição dado por:

$$I_{f_R} = \frac{f_R^2}{v_{32} - v_{21}}. \quad (3.8)$$

Para o Rb^{85} este intervalo vale $I_{f_R} = 3 \text{ kHz}$. Em nosso experimento nós não variamos a taxa de repetição do laser, mas ao esquentar a célula o campo magnético das bobinas faz mudar as frequências de ressonância atômicas, o que faz mudar a taxa de repetição da condição de dupla ressonância (Eqs. 3.6 e 3.7). Ou seja, quando aplicamos o campo magnético saímos da dupla ressonância tal como se tivéssemos mudado a taxa de repetição, ou melhor, as frequências dos modos que constituem o pente de frequências.

3.2.3 Análise e Modelagem

Como a transição de dois fótons no processo direto praticamente não apresenta dependência com o campo magnético $\vec{B}$ (Eq. 3.5), vamos considerar que só o processo em duas etapas, com nível intermediário ressonante, é que contribui para o sinal. Neste caso o sinal independe da velocidade. Assim, nosso modelo físico do experimento vai-se construir somente sobre a condição de dupla ressonância (Eq. 3.6).

Considerando que a taxa de repetição do laser (Eq. 3.1) é fixa e que o sinal é máximo na ausência de campo magnético, podemos usar a Eq. 3.7 e que $f_R^L = 76 \pm 1 \text{ MHz}$ para obter o valor de M-N:

$$M - N = 27800 \pm 400. \quad (3.9)$$

A incerteza de 400 vem dada pela incerteza na taxa de repetição de 1 MHz (equação 3.2) e fizemos uso das frequências da tabela 3.1 para a transição cíclica do Rb^{85} com estado inicial

$|1\rangle = 5S_{1/2} F_g = 3$, estado intermediário $|2\rangle = 5P_{3/2} F = 4$ e estado final $|3\rangle = 5D_{5/2} F = 5$. Se levarmos em conta outras transições seja para o Rb^{85} ou para o Rb^{87} este valor N-M não muda numa quantidade maior que 100, se mantendo dentro do erro (eq. 3.9).

A equação 3.7 nos indica que quando f_R varia ou quando as frequências ν_i variam, saímos de ressonância e o sinal diminui e a eq. 3.8 mostra que podemos voltar à ressonância a cada $3 kHz$, como tem sido mostrado experimentalmente em [40].

Como a frequência dos níveis depende do campo magnético devido ao efeito Zeeman (Eq. 2.22), quando ligamos a corrente nas bobinas, o campo magnético gerado faz os átomos saírem da condição de dupla ressonância, de modo que o sinal desaparece. Podemos escrever:

$$f_R(B) = \frac{\nu_3(B) + \nu_1(B) - 2\nu_2(B)}{M - N},$$

O campo magnético varia no tempo da mesma forma que varia a corrente nas bobinas, e portanto tem a forma: $B = B_{max} \sin(2\pi\omega t)$, com $\omega = 60 Hz$. Nesta situação temos um sinal ideal no tempo, na forma das deltas de Dirac, como as mostradas na Fig. 3.14, que se repete cada vez que o campo magnético é zero. Para uma rede eléctrica que oscila em 60 Hz, temos que o campo magnético vai a zero na frequência de 120 Hz.

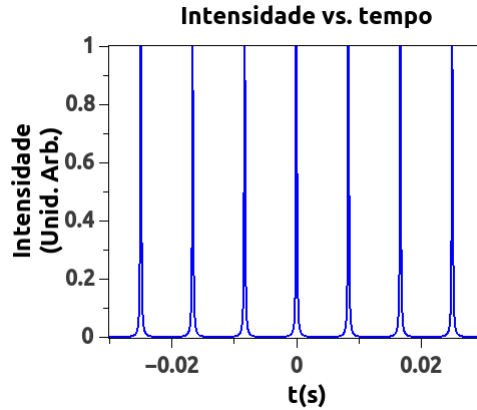


Figura 3.14 Sinal ideal na forma de deltas de Dirac.

Como vemos, os picos do sinal seriam funções δ de Dirac se não tivessem largura. Mas os níveis de energia apresentam uma largura natural homogênea, dada pela função forma de linha Lorentziana [22, 23]:

$$g_H(\nu) = \frac{1}{\pi} \frac{\frac{\Gamma}{2}}{(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}, \quad (3.10)$$

Usaremos esta forma de linha Lorentziana, para expressarmos a probabilidade dos níveis se encontrarem na condição de dupla ressonância. Como a condição de dupla ressonância é dada em termos da taxa de repetição do laser, vamos escrever esta probabilidade em função da taxa de repetição f_R . Para isto, dividimos a Eq.3.10 por M-N, tanto o numerador como o denominador.

Podemos então renomear e definir a densidade de probabilidade:

$$p(\Delta f_R) \equiv \frac{\left(\frac{\delta f_R}{2}\right)^2}{\Delta f_R^2 + \left(\frac{\delta f_R}{2}\right)^2}, \quad (3.11)$$

onde a variável Δf_R nos diz qual é a dessintonia entre a taxa de repetição do laser f_R^L e a taxa de dupla ressonância $f_R(B)$, para cada valor do campo magnético. Ou seja, definimos como:

$$\Delta f_R \equiv f_R(B) - f_R^L. \quad (3.12)$$

E temos que $\delta f_R \equiv \frac{\Gamma}{M-N}$ é a largura a meia altura.

A figura 3.15 mostra a densidade de probabilidade em função de Δf_R , para $\delta f_R = 25 \text{ Hz}$, calculada com base na taxa de decaimento do nível 5D (Γ_3) e $\delta f_R = 436 \text{ Hz}$, calculada com base na taxa de decaimento do nível 5P (Γ_2).

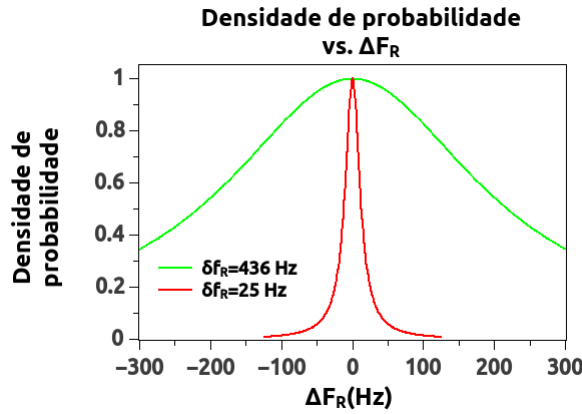


Figura 3.15 Densidade de probabilidade em função de Δf_R , para $\delta f_R = 25 \text{ Hz}$, curva vermelha e $\delta f_R = 436 \text{ Hz}$, curva verde.

Com a definição de Δf_R (Eq. 3.12) podemos calcular como os subníveis Zeeman se afastam da condição de dupla ressonância na presença do campo magnético. Para isto, estamos usando que a taxa de repetição do laser f_R^L corresponde à taxa para a condição de dupla ressonância a campo nulo. Esta suposição é baseada na observação de máximo sinal a campo nulo. Os cálculos são apresentados na Fig. 3.16, para as transições cíclicas entre $F=3-4-5$ e $F=2-3-4$ do Rb^{85} e Rb^{87} , respectivamente [Figs. (a) e (b)]. Os valores obtidos para a dessintonia da taxa Δf_R podem ser classificados em 3 regiões de acordo com os valores da diferença entre os números quânticos magnéticos envolvidos $\Delta^1 m_F \equiv m_{F'} - m_F$ e $\Delta^2 m_F \equiv m_{F''} - m_{F'}$ (veja figura 3.13).

Quando as duas transições apresentam o mesmo valor $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F$, as curvas da dessintonia Δf_R em função do campo magnético, as quais chamaremos linhas de dessintonia, vão ficar na região central. Especificando: se o valor é $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = -1$ está traçada em azul e $\Delta f_R < 0$, mas se $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = 1$ são traçadas em marrom e $\Delta f_R > 0$. Quando os valores

de $\Delta^1 m_F$ e $\Delta^2 m_F$ são diferentes, as linhas de dessintonia Δf_R vão se afastar para regiões mais extremas. Se $\Delta^1 m_F = -1$ e $\Delta^2 m_F = 1$ as linhas vão para a região superior e são traçadas em vermelho e se $\Delta^1 m_F = 1$ e $\Delta^2 m_F = -1$ elas vão para a região inferior com traço verde.

Para as outras transições temos um comportamento diferente. Por exemplo, para as transições F=2-3-4 e F=1-2-3 do Rb^{85} e Rb^{87} , respectivamente, os resultados são mostrados nas Figs. 3.16 (c) e (d). Vemos que não há nenhum ordenamento com relação ao valor de Δm_F e que existe uma maior degenerescência entre as transições. Por exemplo, na transição cíclica do Rb^{87} temos uma degenerescência, enquanto que para a transição não cíclica temos quatro. Para estes níveis, tudo o que podemos afirmar é que a dessintonia Δf_R é maior com um valor de 450 Hz para um campo magnético de 4 G, quando comparado com os 300 Hz das transições cíclicas [Figs. (a) e (b)]. Também observa-se um valor de Δf_R maior para o Rb^{87} que para o Rb^{85} , com uma diferença da ordem de 100 Hz para B=4 Gauss.

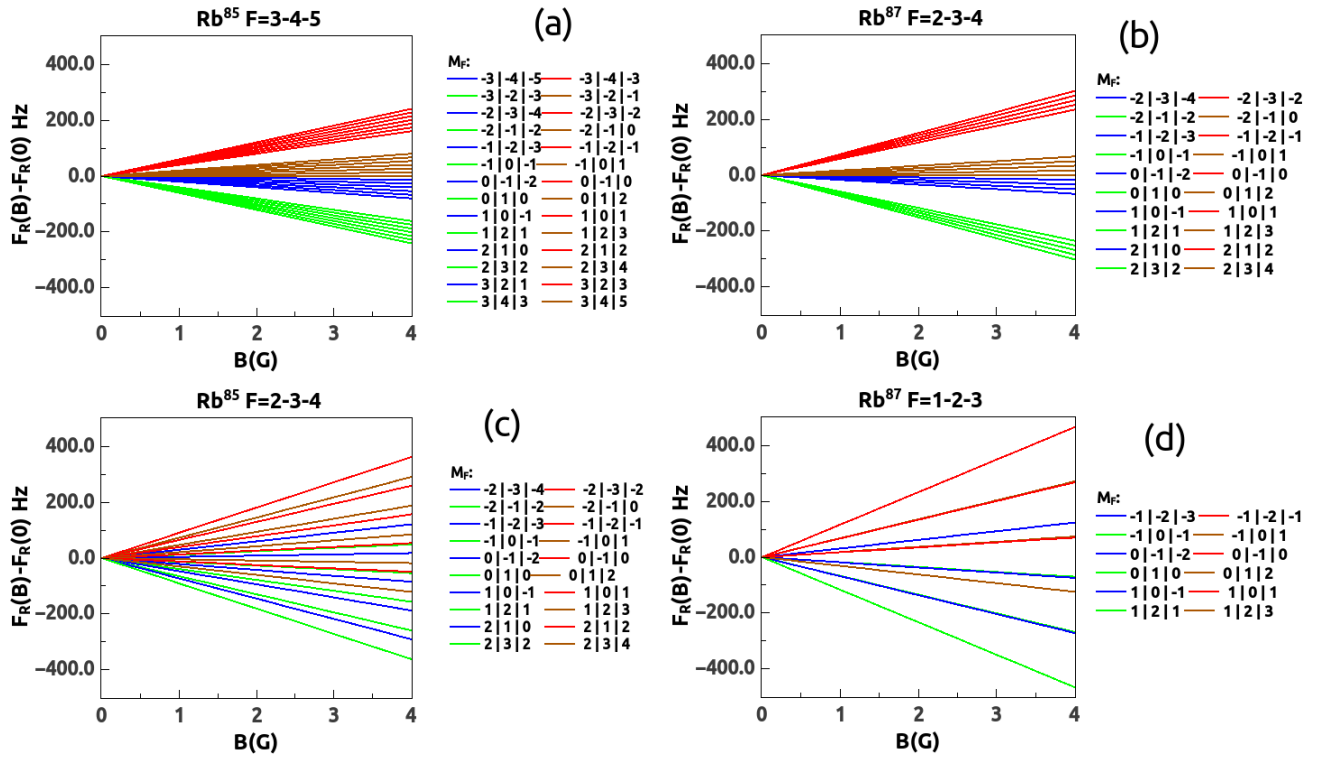


Figura 3.16 Dessintonia Δf_R dos níveis em função do campo magnético para o Rb^{85} e Rb^{87} . As cores das linhas seguem a convenção: $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = -1$ azul, $\Delta^1 m_F = -1$ e $\Delta^2 m_F = 1$ vermelho, $\Delta^1 m_F = 1$ e $\Delta^2 m_F = -1$ verde, $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = 1$ marrom.

Usando a equação 3.11, podemos calcular a intensidade do sinal, devido a cada transição, conforme variamos o campo magnético. Para isto, assumimos uma densidade de probabilidade (com $\delta f_R = 25$ Hz, Fig. 3.15) igual para todas as transições. Calculamos o valor da intensidade quando variamos o campo magnético baseados na dessintonia Δf_R . Obtemos diferentes curvas dependendo dos valores dos números m_F dos subníveis Zeeman (que cumprem a regra de sele-

ção de momento dipolo elétrico $\Delta m_F = \pm 1$) entre os quais as transições são feitas. Algumas curvas comparativas estão apresentadas na Fig. 3.17, para transições cíclicas do Rb^{85} ($F=3,4,5$) e $\delta f_R = 25 \text{ Hz}$.

Podemos notar, por exemplo, que a curva associada às transições entre os subníveis Zeeman $m_F = -3, -4, -5$, não apresenta variação de intensidade ao variar o campo magnético. Isto é devido a que $\Delta f_R^L = 0$.

Enquanto que para transições entre os subníveis $m_F = 0, -1, 0$ (ou qualquer outro com $\Delta^1 m_F = -\Delta^2 m_F$, traços vermelho e verde), dado que tem uma grande dessintonia Δf_R (Fig. 3.16), vão ter uma largura pequena quando é representada graficamente sua intensidade em função do campo magnético (Fig. 3.17).

Finalmente na outra região, os outros subníveis com traço azul e marrom (com $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F$), como estão na região central das curvas de dessintonia (Fig. 3.16), tem grande densidade de probabilidade (Fig. 3.15) e portanto pouca variação em sua intensidade, obtendo uma largura maior na Fig. 3.17.

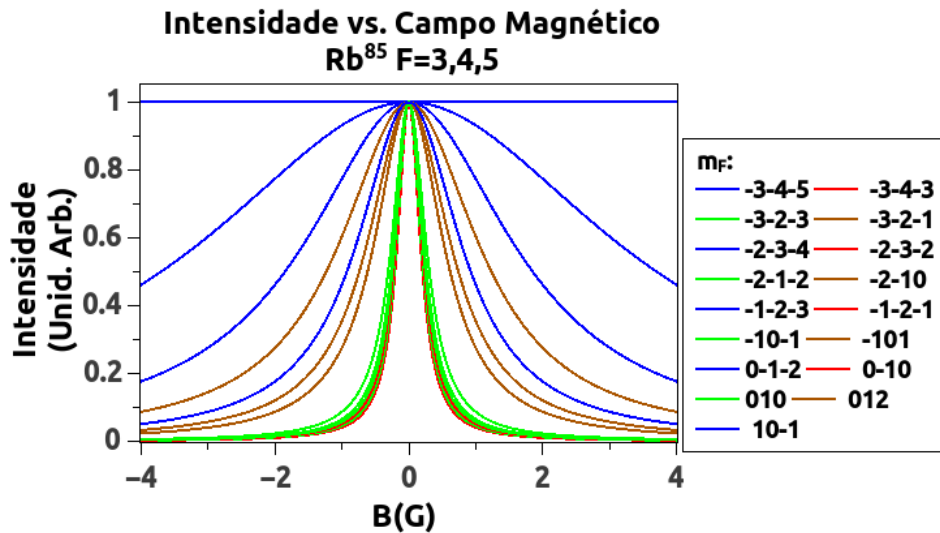


Figura 3.17 Intensidade para os subníveis do Rb^{85} $F=3,4,5$ com $\delta f_R = 25 \text{ Hz}$. As cores das linhas seguem a convenção: $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = -1$ azul, $\Delta^1 m_F = -1$ e $\Delta^2 m_F = 1$ vermelho, $\Delta^1 m_F = 1$ e $\Delta^2 m_F = -1$ verde, $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = 1$ marrom.

Quando consideramos a variação do campo magnético em função do tempo, para uma largura de $\delta f_R = 25 \text{ Hz}$ e $B_{max} = 5 \text{ G}$, encontramos um comportamento de oscilação na intensidade do sinal muito parecido ao observado experimentalmente. Temos diferentes larguras dos picos e diferentes valores do fundo, dependendo dos valores de Δm_F , tal como apresentamos na figura 3.18 (a). Quando a largura é $\delta f_R = 436 \text{ Hz}$, baseada na taxa Γ_3 , encontramos que precisaríamos de um campo magnético da ordem de 20 G, muito maior do que os 5 G que estimamos nas bobinas, para obter um comportamento parecido ao experimento, Fig. 3.18 (b).

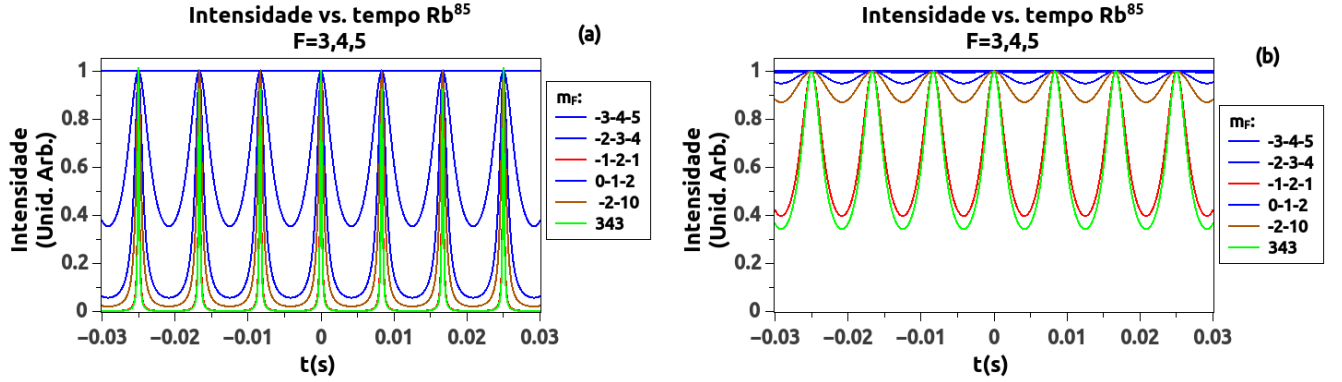


Figura 3.18 Intensidade para os subníveis do Rb^{85} $F=3,4,5$ em função do tempo para um campo magnético $B=5$ G. (a) $\delta f_R = 25$ Hz e (b) $\delta f_R = 436$ Hz. As cores das linhas seguem a convenção: $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = -1$ azul, $\Delta^1 m_F = -1$ e $\Delta^2 m_F = 1$ vermelho, $\Delta^1 m_F = 1$ e $\Delta^2 m_F = -1$ verde, $\Delta^1 m_F = \Delta^2 m_F = 1$ marrom.

3.2.4 Comparação teoria - experimento

Para realizar uma comparação entre as diferentes medições e as curvas teóricas, primeiro fizemos uma normalização da intensidade máxima. Os resultados são mostrados nas figuras 3.19 e 3.21. Podemos ver na Fig. 3.19 que ao diminuir a voltagem das bobinas de 45 V para 24 V, temos um aumento da largura dos picos e um leve incremento do fundo do sinal, mas na diminuição de 24 para 12 V não se consegue distinguir uma curva de outra.

Este comportamento está de acordo com o esperado teoricamente, quando aumentamos o campo magnético, as oscilações tendem a ficar mais estreitas. A figura 3.20 mostra o comportamento no tempo para uma média teórica de todas as possíveis transições entre os subníveis (m_F) para a transição cíclica $F=3,4,5$ do Rb^{85} , e diferentes valores do campo magnético entre 0.5 e 5.5 G. Para este cálculo consideramos que todas as transições tem a mesma probabilidade, isto é, a probabilidade é independente dos valores de m_F . Esta suposição foi feita por simplicidade ainda que as transições tenham intensidades espectrais relativas entre si dada pelos elementos da matriz de dipolo encontrados em tabelas de coeficientes de Clebsch-Gordan, como na referencia [24] que apresenta os coeficientes da transição 5S a 5P.

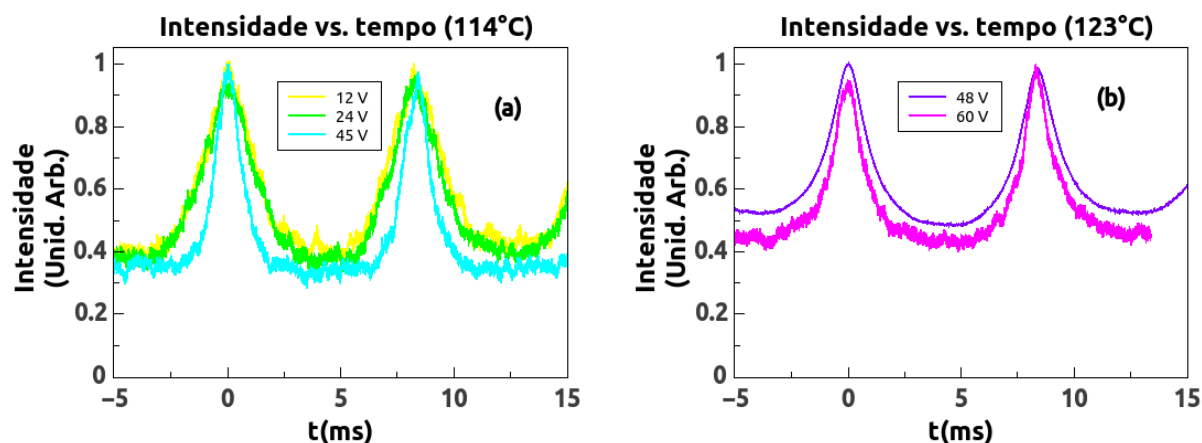


Figura 3.19 Comparação das curvas experimentais normalizadas para uma voltagem nas bobinas de: V= 12, 24 e 45 V, a uma temperatura de 114°C e (b)V=48 (média 50 varreduras) e 60 V, a uma temperatura de 123°C.

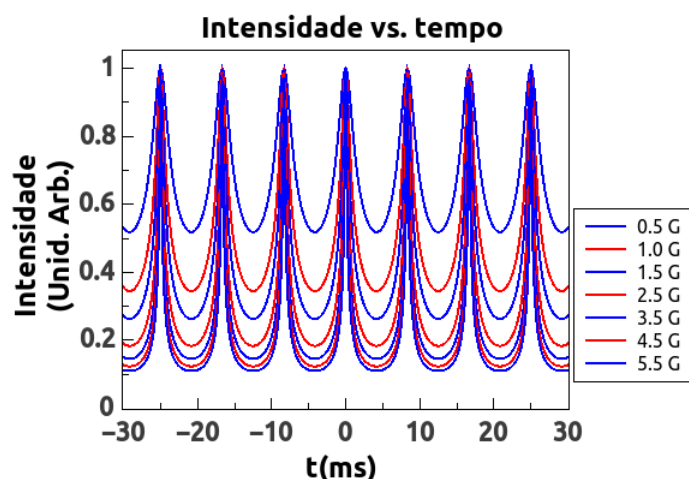


Figura 3.20 Cálculo teórico da variação do sinal no tempo para diferentes campos magnéticos oscilantes.

Na figura 3.21 comparamos os resultados quando variamos a temperatura e mantemos a tensão nas bobinas praticamente constante. Mas na montagem experimental não contamos com a precisão suficiente para reproduzir um mesmo valor de voltagem facilmente, pois a fonte de corrente das bobinas não permitia fazer isso. Verificamos um alargamento conforme a temperatura aumenta, o qual ainda não sabemos explicar uma vez que a condição de dupla ressonância não depende da velocidade, mas pode ser um efeito da variação de pressão no vapor.

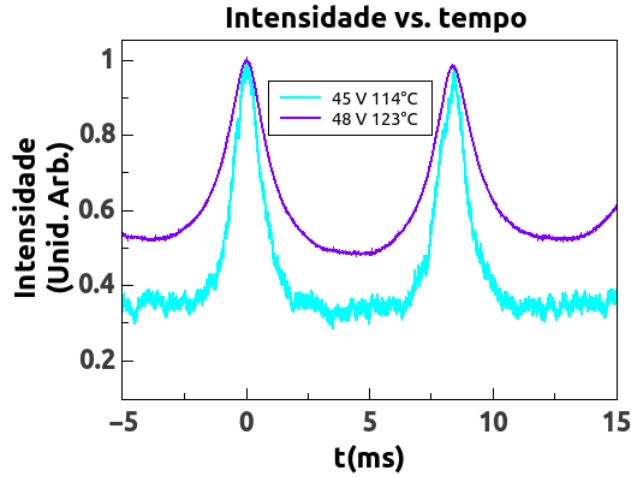


Figura 3.21 Comparação das curvas experimentais normalizadas com diferentes voltagens nas bobinas: 1 varredura para $V=45$ e média de 50 varreduras para 48 V, para diferentes temperaturas.

É mostrado na tabela 3.3 a voltagem aplicada nas bobinas, o campo magnético ($B_{\text{calculado}}$) gerado no meio delas ($z=0$), calculado a partir desta voltagem com a equação 3.3, e o valor do campo obtido a partir do ajuste das curvas experimentais. O ajuste é feito a partir da diferença entre a intensidade teórica e a intensidade experimental em cada ponto da curva, minimizando a soma do erro por mínimos quadrados, com o qual obtemos um valor para o campo magnético (B_{ajustado}).

As curvas teóricas (produto da minimização do erro), são comparadas com as experimentais nas figuras 3.22 e 3.23. Podemos ver um bom acordo entre a teoria e o experimento, no caso de baixa temperatura. Embora cada subnível Zeeman m_F tenha uma largura diferente, ao fazer a média chegamos à largura das curvas experimentais e a seu valor de fundo também, já que os subníveis muito largos, que quase não diminuem de intensidade, contribuem para gerar o fundo do sinal.

Temperatura (°C)	$V_{\text{bobinas}}(V)$	$B_{\text{calculado}}(G)$	$B_{\text{ajustado}}(G)$
114	24 ± 5	0.8 ± 0.2	0.85 ± 0.01
114	45 ± 5	1.4 ± 0.2	1.25 ± 0.01
123	48 ± 5	1.5 ± 0.2	0.60 ± 0.01
123	60 ± 5	1.9 ± 0.2	0.80 ± 0.01

Tabela 3.3 Resumo da estimativa do campo magnético, calculado com base na voltagem das bobinas e minimizando a soma do erro.

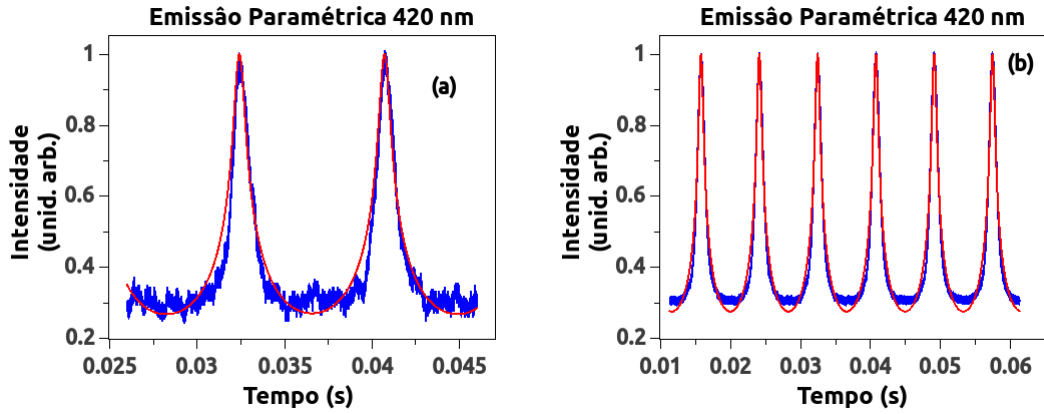


Figura 3.22 Curvas teóricas ajustadas às experimentais, para $T=114^{\circ}\text{C}$, com campo magnético da forma $B = B_{\max}\sin(2\pi\omega t)$, onde $\omega = 60\text{Hz}$ e (a) $B_{\max} = 1.45 \pm 0.01\text{ G}$ para 45 V (uma varredura) e (b) $B_{\max} = 1.40 \pm 0.01\text{ G}$ para 45 V (média de 50 varreduras).

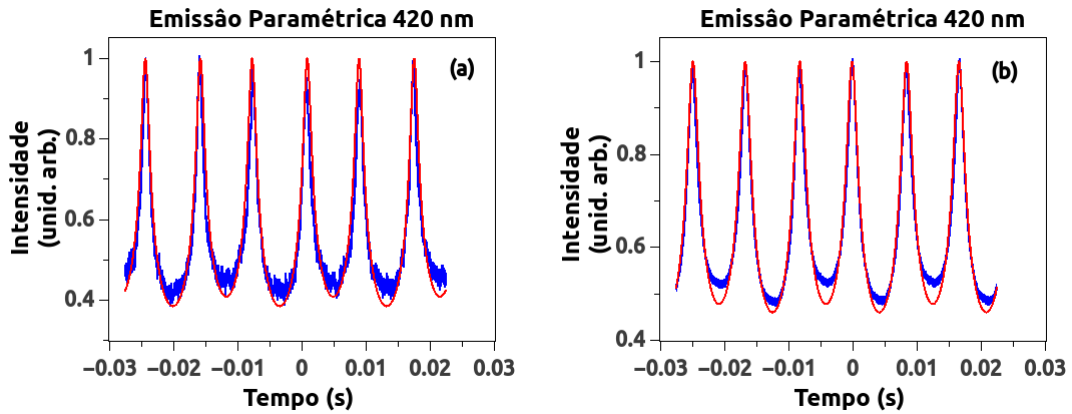


Figura 3.23 Curvas teóricas ajustadas às experimentais, para $T=123^{\circ}\text{C}$, com campo magnético da forma $B = B_{\max}\sin(2\pi\omega t) + B_{\text{fixo}}$, onde $\omega = 60\text{Hz}$ e (a) $B_{\max} = 0.80 \pm 0.01\text{ G}$ e $B_{\text{fixo}} = -0.04 \pm 0.01\text{ G}$ para 60 V (uma varredura) e (b) $B_{\max} = 0.60 \pm 0.01\text{ G}$ e $B_{\text{fixo}} = 0.02 \pm 0.01\text{ G}$ para 48 V (média de 50 varreduras).

Para o caso em que temos alta temperatura, como é mostrado na Fig. 3.23, nós descobrimos que a amplitude de oscilação tem dois níveis de fundo, alternando entre eles, de acordo com a direção do campo magnético. Assim para tentar modelar este fenômeno, nós incluímos na equação de campo magnético uma componente adicional de campo magnético fixo, da forma $B = B_{\max}\sin(2\pi\omega t) + B_{\text{fixo}}$. No entanto, se tentamos ajustar 'de olho' a amplitude do sinal medido nestas curvas, teríamos que na curva teórica as oscilações de baixa amplitude são movidas para a direita no eixo do tempo. Portanto, quando fazemos o método de mínimos quadrados, com este novo modelo para a função campo magnético no tempo, descobrimos que a amplitude não é ajustada perfeitamente.

CAPÍTULO 4

Conclusão

Nesta dissertação estudamos o efeito de campo magnético sobre o processo paramétrico não linear, induzido por um feixe laser de femtosegundos nos átomos de rubídio. Quando a célula de vapor de rubídio foi aquecida pelas bobinas, encontramos este efeito não esperado na forma de oscilações do sinal medido.

Embora nossos resultados sejam muito preliminares, o modelo baseado em dupla ressonância com nível intermediário ressonante, expressado na forma de uma distribuição Lorentziana com largura de 25 Hz explica razoavelmente bem o efeito de pulsação observado no sinal paramétrico medido. Este efeito não precisa de campos magnéticos muito grandes, pois é observado ainda com campos tão pequenos como 0.6 Gauss (aproximadamente igual ao campo da terra 0.5 G), no entanto sua amplitude é aproximadamente proporcional ao campo.

O fato da largura da distribuição ser governada pelo nível $|3\rangle$, em vez do nível $|2\rangle$, o qual tem maior largura, não é muito claro. Isto porque, esperamos que maiores larguras ocultem as larguras menores. Além disso é preciso fazer uma análise teórica mais rigorosa, que inclua o efeito da densidade atômica. Ou repetir o experimento controlando-se melhor a temperatura e o campo magnético de forma independente, pois nosso resultado da voltagem calculada para as bobinas (tabela 3.3) coincide aproximadamente com o valor medido para as curvas de 24 e 45 V de voltagem nas bobinas, mas não para as curvas com 48 e 60 V, as quais foram medidas numa temperatura diferente e portanto com uma diferente densidade atômica.

Nas medidas realizadas com maior temperatura encontramos uma leve mudança na amplitude da oscilação, quando o campo muda de sentido, como mostramos na Fig. 3.23. Modelamos este efeito assumindo a existência de um campo externo fixo. Entretanto, ao ajustar o valor do campo externo optamos por um valor do campo fixo pequeno o qual diminuiu o erro ainda que não ajuste a amplitude perfeitamente.

Referências

- [1] The Nobel Prize in Physics 2005. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/2005/.
- [2] Ferguson AI; Eckstein JN e Hänsch TW. A subpicosecond dye laser directly pumped by a mode-locked argon laser. *Journal of Applied Physics*, 49(11):5389–5391, 1978.
- [3] Eckstein JN; Ferguson AI e Hänsch TW. High-resolution two-photon spectroscopy with picosecond light pulses. *Physical Review Letters*, 40(13):847, 1978.
- [4] Yamada K.M.T. e Winnewisser G. *Interstellar Molecules: Their Laboratory and Interstellar Habitat*. Springer Tracts in Modern Physics. Springer, 2011.
- [5] McCarthy Dennis D e Seidelmann Kenneth P. *Time: From Earth Rotation to Atomic Physics*. John Wiley & Sons, 2009.
- [6] Figger Hartmut; Meschede Dieter e Zimmermann Claus. *Laser physics at the limits*. Springer Science & Business Media, 2002.
- [7] Steinmetz Tilo; Wilken Tobias; Araujo-Hauck Constanza; Holzwarth Ronald; Hänsch Theodor W; Pasquini Luca; Manescau Antonio; D’Odorico Sandro; Murphy Michael T; Kentischer Thomas e outros. Laser frequency combs for astronomical observations. *Science*, 321(5894):1335–1337, 2008.
- [8] Murphy MT; Udem Th; Holzwarth R; Sizmann A; Pasquini L; Araujo-Hauck C; Dekker H; D’Odorico S; Fischer M; Hänsch TW e outros. High-precision wavelength calibration of astronomical spectrographs with laser frequency combs. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 380(2):839–847, 2007.
- [9] Andrew Weiner. *Ultrafast optics*. John Wiley & Sons, 2009.
- [10] Mukamel Shaul. *Principles of Nonlinear Optical Spectroscopy, Oxford Series on Optical and Imaging Sciences*. Oxford University Press, 1995.
- [11] Tolles W M_; Nibler JW; McDonald JR e Harvey AB. A review of the theory and application of coherent anti-stokes raman spectroscopy (cars). *Applied Spectroscopy*, 31(4):253–271, 1977.
- [12] Zheltikov AM. Coherent anti-stokes raman scattering: from proof-of-the-principle experiments to femtosecond cars and higher order wave-mixing generalizations. *Journal of Raman Spectroscopy*, 31(8-9):653–667, 2000.

- [13] Maker PD e Terhune RW. Study of optical effects due to an induced polarization third order in the electric field strength. *Physical Review*, 137(3A):A801, 1965.
- [14] Claude Rullière. *Femtosecond Laser Pulses, Principles and Experiments, 2nd ed., Chap. 3*. Springer, 2005.
- [15] Steven T. Cundiff. Phase stabilization of ultrashort optical pulses. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 35:R43–R59, 2002.
- [16] Jun John Sakurai. *Modern Quantum Mechanics*. Addison-Wesley Publishing Company, 1994.
- [17] Nouredine Zettili. *Quantum Mechanics, Concepts and Applications. Second Edition*. John Wiley & Sons, Ltd, 2009.
- [18] Marco Polo Moreno de Souza. *Tese de Doutorado: Excitação Coerente de um Vapor Atômico por Trens de Pulsos Ultracurtos e Lasers Contínuos*. Universidade Federal de Pernambuco, 2012.
- [19] D. Felinto; C.A.A. Bosco; L. H. Acioli e S.S. Vianna. Coherent accumulation in two level atoms excited by a train of ultrashort pulses. *Optics Communications*, 215:69–73, 2003.
- [20] Haus Hermann A; Fujimoto James G e Ippen Erich P. Structures for additive pulse mode locking. *JOSA B*, 8(10):2068–2076, 1991.
- [21] Martínez Oscar E; Fork Richard L e Gordon James P. Theory of passively mode-locked lasers for the case of a nonlinear complex-propagation coefficient. *JOSA B*, 2(5):753–760, 1985.
- [22] Amnon Yariv. *Quantum Electronics, Third Edition*. John Wiley & Sons, 1989.
- [23] Christopher J. Foot. *Atomic Physics*. Oxford University Press, 2005.
- [24] Daniel Adam Steck. Rubidium 85 D Line Data. <http://steck.us/alkalidata>, 2012. revision 2.1.5, 19 September 2012.
- [25] Daniel Adam Steck. Rubidium 87 D Line Data. <http://steck.us/alkalidata>, 2010. revision 2.1.4, 23 December 2010.
- [26] F. Nez; F. Biraben; R. Felder; Y. Millerioux. Optical frequency determination of the hyperfine components of $5s_{1/2} - 5d_{3/2}$ two-photon transitions in rubidium. *Optics Communications*, 102:432–438, 1993. and erratum: *Opt. Commun.* 110,731 (1994).
- [27] W. Happer. *Cascade and stepwise laser spectroscopy of alkali atoms, in Atomic Physics 4, Edited by G. zu Putlitz; E. W. Weber; A. Winnacker*. Plenum Press, 1975.
- [28] Robert W. Boyd. *Nonlinear Optics, Second Edition*. Academic Press, 2003.

- [29] J. E. Bjorkholm; P. F. Liao. Line shape and strength of two-photon absorption in an atomic vapor with a resonant or nearly resonant intermediate state. *Physical Review A*, 14-2:751–760, 1976.
- [30] Demtröder Wolfgang. *Laser spectroscopy: Technology*, volume 2. Springer, 2008.
- [31] Natalia Rodrigues de Melo. *Tese de Doutorado: Mistura de quatro ondas em átomos de rubídio envolvendo estados de Rydberg*. Universidade Federal de Pernambuco, 2014.
- [32] Sharypov A.; Deng Xiuhao e Tian Lin. Parametric four-wave mixing toolbox for superconducting resonators. *Phys. Rev. B*, 86:014516, Jul 2012.
- [33] Reddy Dileep V; Raymer Michael G e McKinstrie Colin J. Efficient sorting of quantum-optical wave packets by temporal-mode interferometry. *Optics Letters*, 39(10):2924–2927, 2014.
- [34] Robert W. Boyd; Michelle S. Malcuit; Daniel J. Gauthier. Competition between amplified spontaneous emission and the four-wave-mixing process. *Physical Review A*, 35, No. 4:1648–1658, 1987.
- [35] Akulshin Alexander M; McLean Russell J; Sidorov Andrei I e Hannaford Peter. Coherent and collimated blue light generated by four-wave mixing in rb vapour. *Optics express*, 17(25):22861–22870, 2009.
- [36] Sherlock Ben E e Hughes Ifan G. How weak is a weak probe in laser spectroscopy? *American Journal of Physics*, 77(2):111–115, 2009.
- [37] M. K. Horrigan C. B. Alcock, V. P. Itkin. Vapor pressure equations for the metallic elements: 298-2500 k. *Canadian Metallurgical Quarterly*, 23:309–313, 1984.
- [38] J. E. Sansonetti. Wavelengths, transition probabilities, and energy levels for the spectra of rubidium (rb i through rb xxxvii). *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 35, No 1:301–421, 2006.
- [39] Matthew N. O. Sadiku. *Elementos de Electromagnetismo*. Oxford University Press, 2003.
- [40] N. Vujičić; T. Ban; G. Kregar; D. Aumiller; G. Pichler. Velocity-selective double resonance in doppler-broadened rubidium vapor. *Physical Review A*, 87:013438, 2013.

APÊNDICE A

Programa modelo teórico em C

No capítulo 3, foi desenvolvido o modelo teórico e a comparação com o experimento através do programa:

```
1 #include<stdio.h>
2 #include<math.h>
3 #include<time.h>
4 #include <string.h>
5 //parametros en MHz Rb85
6 double Pi=3.14159265358979323846;
7 double Bmax=5.0;          double Bfixo=1.0;
8 int MN=27831;// M-N
9 double FWHM=0;
10 double X[18],Y[18],J[18],gJ[18],gF[18]; //Y[] energia sem campo B
11 int L[18],F[18],Mf[18],E[18]; //E[] estado g,i,f
12
13 double calculargj(int i)
14 {
15     double s=1.0/2;
16     return 1+((J[i]*(J[i]+1)+s*(s+1)-L[i]*(L[i]+1))/(2*J[i]*(J[i]+1)));
17 }
18
19 double calculargf(int i)
20 {
21     double s=1/2;
22     double I,gf;
23     I=5.0/2;
24     if(F[i]!=0)
25     {
26         gf=calculargj(i)*(F[i]*(F[i]+1)+J[i]*(J[i]+1)-I*(I+1))/(2*F[i]*(F[i]+1));
27     }else
28     {
29         gf=0.5;
30     }
31     return gf;
32 }
33
34 void inicializar()
35 {
36     int j,tam;
37     FWHM=1.0*(0.692)/MN;
38     tam=18;
39     //5s12 f2
```

```

40     L[0]=0;//numero cuantico L
41     E[0]=0;//estado g,i,f
42     J[0]=0.5;//s
43     F[0]=2;
44     X[0]=0;//frecuencia
45     //5s12 f3
46     L[1]=0;    E[1]=0;    J[1]=0.5;    F[1]=3;    X[1]=X[0]+3036;
47     //5p12 f2
48     L[2]=1;    E[2]=1;    J[2]=0.5;    F[2]=2;    X[2]=X[1]+377105910;
49     //5p12 f3
50     L[3]=1;    E[3]=1;    J[3]=0.5;    F[3]=3;    X[3]=X[2]+362;
51     //5p32 f1
52     L[4]=1;    E[4]=1;    J[4]=1.5;    F[4]=1;    X[4]=X[3]+7122757;
53     //5p32 f2
54     L[5]=1;    E[5]=1;    J[5]=1.5;    F[5]=2;    X[5]=X[4]+29;
55     //5p32 f3
56     L[6]=1;    E[6]=1;    J[6]=1.5;    F[6]=3;    X[6]=X[5]+63;
57     //5p32 f4
58     L[7]=1;    E[7]=1;    J[7]=1.5;    F[7]=4;    X[7]=X[6]+121;
59     //5d32 f1
60     L[8]=2;    E[8]=2;    J[8]=1.5;    F[8]=1;    X[8]=X[7]+386252117;
61     //5d32 f2
62     L[9]=2;    E[9]=2;    J[9]=1.5;    F[9]=2;    X[9]=X[8]+7;
63     //5d32 f3
64     L[10]=2;   E[10]=2;   J[10]=1.5;   F[10]=3;   X[10]=X[9]+12;
65     //5d32 f4
66     L[11]=2;   E[11]=2;   J[11]=1.5;   F[11]=4;   X[11]=X[10]+19;
67     //5d52 f5
68     L[12]=2;   E[12]=2;   J[12]=2.5;   F[12]=5;   X[12]=X[11]+88888;
69     //5d52 f4
70     L[13]=2;   E[13]=2;   J[13]=2.5;   F[13]=4;   X[13]=X[12]+9;
71     //5d52 f3
72     L[14]=2;   E[14]=2;   J[14]=2.5;   F[14]=3;   X[14]=X[13]+9;
73     //5d52 f2
74     L[15]=2;   E[15]=2;   J[15]=2.5;   F[15]=2;   X[15]=X[14]+8;
75     //5d52 f1
76     L[16]=2;   E[16]=2;   J[16]=2.5;   F[16]=1;   X[16]=X[15]+5;
77     //5d52 f0
78     L[17]=2;   E[17]=2;   J[17]=2.5;   F[17]=0;   X[17]=X[16]+3;
79     for(j=0;j<tam;j++)
80     {
81         gJ[j]=calculargj(j);
82         gF[j]=calculargf(j);
83         Y[j]=X[j];
84         Mf[j]=0.0;
85     }
86 }
87
88 double zeeman(double B, int m)//campo em Gauss, nivel sobre el que actua
89 {
90     return 1.4*gF[m]*Mf[m]*B; //corrimiento frecuencia
91 }

```

```

92
93 double gaussiana(double x)//lorentziana x=freq nu, w=FWHM MHz
94 {
95     int niveis=28;
96     return ((FWHM*FWHM)/(niveis*4.0*(FWHM*FWHM/4.0+x*x)));
97 }
98
99 double Ivst(int tam, int tamsubn, float t, float fase, float pBmax, float
    pBfixo)
100 {
101     int i,j,k,l,m;
102     double I=0;//intensidad dos fotones
103     double B=0.0;//campo en gauss
104     double resultado[28],fr0;
105     int gg=1;//nivel ground
106     int ii=7; int ff=12;
107     double fr; double deltaFr=0.0;
108     for(i=0;i<28;i++)
109         { resultado[i]=0;}
110     m=0;
111     B=pBmax*Bmax*sin(2*Pi*60*t+fase)+pBfixo*Bfixo;
112     for(i=-F[gg];i<=F[gg];i++)
113     {
114         for(j=-F[ii];j<=F[ii];j++)
115         {
116             for(k=-F[ff];k<=F[ff];k++)
117             {
118                 if((E[gg]==0)&&(E[ii]==1)&&(E[ff]==2))
119                 {
120                     if((F[ff]-F[ii]==0||F[ff]-F[ii]==1||F[ff]-F[ii]==-1)
121                         &&(F[ii]-F[gg]==0||F[ii]-F[gg]==1||F[ii]-F[gg]
122                             ==-1))
123                     {
124                         Mf[gg]=i;
125                         Mf[ii]=j;
126                         Mf[ff]=k;
127                         if((Mf[ff]-Mf[ii]==1||Mf[ff]-Mf[ii]==-1)&&(Mf[ii]
128                             -Mf[gg]==1||Mf[ii]-Mf[gg]==-1))
129                         {
130                             X[ff]=Y[ff]+zeeman(B,ff);
131                             X[ii]=Y[ii]+zeeman(B,ii);
132                             X[gg]=Y[gg]+zeeman(B,gg);
133                             fr=(X[ff]+X[gg]-2*X[ii])/MN;
134                             if(m==0)
135                             {
136                                 X[ff]=Y[ff]+zeeman(0,ff);
137                                 X[ii]=Y[ii]+zeeman(0,ii);
138                                 X[gg]=Y[gg]+zeeman(0,gg);
139                                 fr0=(X[ff]+X[gg]-2*X[ii])/MN;
140                                 fr0=fr0+deltaFr;
141                             }
142                         }
143                     }
144                 }
145             }
146         }
147     }
148     if(m<tamsubn)

```

```

140         {
141             resultado[m]=fr-fr0;
142             m++;
143         }
144     else
145     {
146         resultado[m]=fr-fr0;
147         I=0;
148         for(l=0;l<tamsubn+1;l++)
149         {
150             I=I+gaussiana(resultado[l]);
151         }
152         m=0;
153     }
154 }
155 }
156 }
157 }
158 }
159 }
160 return(I);
161 }
162
163 void main()
164 {
165     inicializar();
166     int i; float x,y;
167     char nombre[83],caracteres[100],entrada[7];
168     double t[15000],f[15000],fteo[15000],ymax;
169     FILE *datos,*salida;
170     strcpy(nombre,"datos/C3dados000");
171     printf("\ndigite_el_archivo_a_abrir:");
172     fgets(entrada,sizeof entrada,stdin);
173     strcat(nombre,entrada);
174     printf("%s",nombre);
175     datos=fopen(nombre,"r");
176     salida=fopen("salida.txt","w");
177     if(datos==NULL)
178     {
179         printf("\nno_se_pudo_abrir_archivo\n");
180     }
181     for(i=0;i<5;i++)
182     {
183         fgets(caracteres,100,datos);
184     }
185     i=0; float x0=-6;
186     fscanf(datos,"%f,%f\n",&x,&y);
187     if(x>-0.03)
188         x0=x;
189     else x0=-0.03;
190     while(!feof(datos))
191     {

```

```

192         fscanf(datos, "%f,%f\n",&x,&y);
193         if((i<15000)&&(x>x0)&&((x-x0)<0.06))
194         {
195             t[i]=x;
196             f[i]=y;
197             i++;
198         }
199     }
200     fclose(datos);
201     ymax=f[0];
202     for (i = 0; i < 15000; i++)
203     {
204         if(ymax<f[i])
205             ymax=f[i];
206     }
207     //normalizar altura a 1
208     for (i = 0; i < 15000; i++)
209     {
210         f[i]=f[i]/ymax;
211     }
212     //calcular curva teorica y comparar
213     int numD,j,k,l;
214     float error,errormin,fasemin,fase;
215     errormin=0; fase=0; numD=0;
216     printf("\nbusqueda_fase\n");
217     //fase optima
218     for(j=0;j<1000;j++)
219     {
220         numD=0;
221         error=0;
222         fase=2.0*Pi*j/1000.0;
223         for (i = 0; i < 15000; i++)
224         {
225             if(t[i]!=0)
226             {
227                 fteo[i]=Ivst(18,27,t[i],fase,1.0,0.0);
228                 error+=fabs(fteo[i]-f[i]);
229                 numD++;
230             }
231         }
232         if(j==0)
233         {
234             errormin=error;
235             fasemin=fase;
236         }
237         if(error<errormin)
238         {
239             errormin=error;
240             fasemin=fase;
241         }
242     }
243     printf("Fase_encontrada\n");

```

```

244 //Bmax y Bfixo simultaneos
245 float pBmx,pBmxOp,pBfx,pBfxOp;
246 for(j=0;j<100;j++)
247 {
248 for(k=-100;k<100;k++)
249 {
250     numD=0;    error=0;
251     pBmx=j/100.0;    pBfx=k/100.0;
252     for (i = 0; i < 15000; i++)//15000
253     {
254         if(t[i]!=0)
255         {
256             fteo[i]=Ivst(18,27,t[i],fasemin,pBmx,pBfx);
257             error+=fabs(fteo[i]-f[i]);
258             numD++;
259         }
260     }
261     if((j==0)&&(k==0))
262     {
263         errormin=error;
264         pBmxOp=pBmx;
265         pBfxOp=pBfx;
266     }
267     if(error<errormin)
268     {
269         errormin=error;
270         pBmxOp=pBmx;
271         pBfxOp=pBfx;
272     }
273 }
274 }
275 printf("Bfixo_y_Bmax_encontrados\n");
276 //resultado optimo
277 numD=0;    error=0;
278 for (i = 0; i < 15000; i++)//15000
279 {
280     if(t[i]!=0)
281     {
282         fteo[i]=Ivst(18,27,t[i],fasemin,pBmxOp,pBfxOp);
283         error+=fabs(fteo[i]-f[i]);
284         numD++;
285         fprintf(salida,"%f\t%f\t%f\n",t[i],f[i],fteo[i]); //exp y teo
286     }
287 }
288 printf("FWHM=%f\nerror_promedio=%f\nfase=%f\nBmaxop=%f_G\nBfixop=%f_G\n",
        FWHM,error/numD,fasemin,pBmxOp*Bmax,pBfxOp*Bfixo);
289 fclose(salida);
290 }

```

APÊNDICE B

Programa sistema de dois níveis em C

No capítulo 2, o sistema de dois níveis foi desenvolvido pelo método de Runge-Kutta de 4 ordem, através do programa:

```
1 #include<stdio.h>
2 #include<math.h>
3 #include<time.h>
4 double Pi,Tp,Tr,gama2,gama12,omega1,ofl1,delta1;
5 void inicializar()
6 {
7     Pi=3.14159265358979323846;
8     Tp=100.0e-15;//duracion del pulso (femto 10^-15)
9     Tr=10.0e-9;//tasa de repeticion
10    gama2=2.0*Pi*5.0e6;//decaimiento estado 2 al 1, (3e7/s)
11    gama12=gama2/2.0; // gama2/2;
12    omega1=(0.01*2.0*Pi*5.0e6*Tr/Tp)*2.0/1.78216; //
13    ofl1=2.0*Pi*400e12; //(tera 10^12)
14    delta1=2.0*Pi*50e6;//
15 }
16 //sistema de dos niveles con laser pulsado travado, solucion por metodo de
17 //Runge Kutta 4 orden
18 double pulso(double t,double fi)
19 {
20     return (1/cosh(1.763*t/Tp))*cos(ofl1*t+fi);
21 }
22 double pulsoC(double t)
23 {
24     return (1/cosh(1.763*t/Tp))*cos(2.0*ofl1*t);
25 }
26 double pulsoS(double t)
27 {
28     return (1/cosh(1.763*t/Tp))*sin(2.0*ofl1*t);
29 }
30 double sech(double t)
31 {
32     return (1/cosh(1.763*t/Tp));
33 }
34 double f1(double omega1p,double t, double sigma12I, double sigma12R,double
35 p22)//p11
36 {
37     return omega1p*sech(t)*sigma12I + gama2*p22 + omega1p*pulsoC(t)*
38         sigma12I + omega1p*pulsoS(t)*sigma12R;
39 }
40 double f3(double omega1p,double t, double sigma12I, double sigma12R,double
```

```

38     p22)//sigma12R
39     {
40         return -delta1*sigma12I - gama12*sigma12R + omegalp*(2*p22-1)*pulsoS(
41         t)/2.0;
42     }
43 double f4(double omegalp,double t, double sigma12I, double sigma12R,double
44 p22)//sigma12I
45 {
46     return delta1*sigma12R - gama12*sigma12I + omegalp*(2*p22-1)*(sech(t)
47     +pulsoC(t))/2.0;
48 }
49 void main()
50 {
51     int inicio,fin;//tiempo ejecucion
52     double tiempo;
53     inicio=clock();
54     inicializar();
55     int n=4; //numero de ecuaciones
56     int N=200;//numero de pasos por pulso
57     double ti=0.0; //valor inicial variable independiente (tiempo)
58     double tf=500.0e-9; //valor final variable independiente (tiempo)
59     double t=0.0;//tiempo
60     double y[n+1][2]; //arreglo para almacenar variables (t,p11,p22,
61     p12real,p12im) (inicial,final)
62     double k[n+1][5];
63     double dt= Tp/N; //tamano del paso
64     int i,j;
65     FILE *archivo;
66     archivo = fopen("datos.txt","w"); //Crea archivo datos.txt
67     //valores iniciales
68     y[0][0]= ti;      y[1][0]=1.0;
69     y[2][0]=0.0;      y[3][0]=0.0;
70     y[4][0]=0.0;      t=ti;
71     printf("dt=%e\nPi=%e\nTp=%e\nTr=%e\ngama2=%e\ngama12=%e\nomegal=%e\
72     nofl1=%e\ndelta1=%e\n",dt,Pi,Tp,Tr,gama2,gama12,omegal,ofl1,delta1)
73     ;
74     fprintf(archivo,"#dt=%e\n#Tp=%e\n#Tr=%e\n#gama2=%e\n#gama12=%e\n#
75     omegal=%e\n#ofl1=%e\n#delta1=%e\n",dt,Tp,Tr,gama2,gama12,omegal,
76     ofl1,delta1);
77     fprintf(archivo,"#t\tp11\tp22\tp12real\tp12im\tpulso\n%f\t%f\t%f\t%f\t
78     %f\t%f\n",y[0][0],y[1][0],y[2][0],y[3][0],y[4][0],
79     pulso(t,0.0));
80     int Nr=(tf-ti)/Tr;//numero de repeticiones (pulsos) en el tiempo dado
81     for(i=0;i<Nr;i++)
82     {
83         t=-Tp/2;
84         while(t<Tp/2)
85         {
86             y[0][1]=y[0][0]+ dt; //tiempo
87             k[1][1]=f1(omegal,t,y[4][0],y[3][0],y[2][0]);

```

```

79     k[2][1]=-k[1][1];
80     k[3][1]=f3(omega1,t,y[4][0],y[3][0],y[2][0]);
81     k[4][1]=f4(omega1,t,y[4][0],y[3][0],y[2][0]);
82     k[1][2]=f1(omega1,t+dt/2.0,y[4][0]+k[4][1]*dt/2.0,y[3][0]+k
        [3][1]*dt/2.0,y[2][0]+k[2][1]*dt/2.0);
83     k[2][2]=-k[1][2];
84     k[3][2]=f3(omega1,t+dt/2.0,y[4][0]+k[4][1]*dt/2.0,y[3][0]+k
        [3][1]*dt/2.0,y[2][0]+k[2][1]*dt/2.0);
85     k[4][2]=f4(omega1,t+dt/2.0,y[4][0]+k[4][1]*dt/2.0,y[3][0]+k
        [3][1]*dt/2.0,y[2][0]+k[2][1]*dt/2.0);
86     k[1][3]=f1(omega1,t+dt/2.0,y[4][0]+k[4][2]*dt/2.0,y[3][0]+k
        [3][2]*dt/2.0,y[2][0]+k[2][2]*dt/2.0);
87     k[2][3]=-k[1][3];
88     k[3][3]=f3(omega1,t+dt/2.0,y[4][0]+k[4][2]*dt/2.0,y[3][0]+k
        [3][2]*dt/2.0,y[2][0]+k[2][2]*dt/2.0);
89     k[4][3]=f4(omega1,t+dt/2.0,y[4][0]+k[4][2]*dt/2.0,y[3][0]+k
        [3][2]*dt/2.0,y[2][0]+k[2][2]*dt/2.0);
90     k[1][4]=f1(omega1,t+dt,y[4][0]+k[4][3]*dt,y[3][0]+k[3][3]*dt,y
        [2][0]+k[2][3]*dt);
91     k[2][4]=-k[1][4];
92     k[3][4]=f3(omega1,t+dt,y[4][0]+k[4][3]*dt,y[3][0]+k[3][3]*dt,y
        [2][0]+k[2][3]*dt);
93     k[4][4]=f4(omega1,t+dt,y[4][0]+k[4][3]*dt,y[3][0]+k[3][3]*dt,y
        [2][0]+k[2][3]*dt);
94     t=t+dt;
95     y[1][1]=y[1][0]+dt*(k[1][1]+2.0*k[1][2]+2.0*k[1][3]+k[1][4])/6.0;
96     y[2][1]=y[2][0]+dt*(k[2][1]+2.0*k[2][2]+2.0*k[2][3]+k[2][4])/6.0;
        //y[2][1]=1.0-y[1][1];//
97     y[3][1]=y[3][0]+dt*(k[3][1]+2.0*k[3][2]+2.0*k[3][3]+k[3][4])/6.0;
98     y[4][1]=y[4][0]+dt*(k[4][1]+2.0*k[4][2]+2.0*k[4][3]+k[4][4])/6.0;
99     for(j=0;j<=n;j++)
100     { y[j][0]=y[j][1]; }
101     fprintf(archivo,"%s.15g\t%s\t%s\t%s\t%s\t%s\n",y[0][0],y[1][0],y
        [2][0],y[3][0],y[4][0],pulso(t,0.0));
102 }
103 y[0][0]=y[0][0]+Tr-Tp;
104 y[2][0]=y[2][0]*exp(-gama2*(Tr-Tp));
105 y[1][0]=1.0-y[2][0];
106 y[3][0]=exp(-gama12*(Tr-Tp))*(y[3][1]*cos(delta1*(Tr-Tp))-y[4][1]*
        sin(delta1*(Tr-Tp)));
107 y[4][0]=exp(-gama12*(Tr-Tp))*(y[4][1]*cos(delta1*(Tr-Tp))+y[3][1]*
        sin(delta1*(Tr-Tp)));
108 fprintf(archivo,"%s.15g\t%s\t%s\t%s\t%s\t%s\n",y[0][0],y[1][0],y
        [2][0],y[3][0],y[4][0],0.0);
109 }
110 fin=clock();
111 tiempo=(fin-inicio)/(double)CLOCKS_PER_SEC;
112 printf("\nel tiempo de ejecucion fue: %f\n",tiempo);
113 system("gnuplot_-persisten_plot.txt");
114 }

```