UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA
CURSO DE MESTRADO

HERMAN DO LAGO MENDES

Os Números Binários: do saber escolar ao saber científico

Recife
2015

HERMAN DO LAGO MENDES

Os Números Binários: do saber escolar ao saber científico

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica do Centro de Educação da Universidade Federal de Pernambuco como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Drª Verônica Gitirana Gomes Ferreira
Co-orientadora: Drª Rosinalda Aurora de Melo Teles

Recife
2015

Catalogação na fonte
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

M538n Mendes, Herman do Lago.
Os números binários: do saber escolar ao saber científico / Herman do Lago Mendes. – Recife: O autor, 2015.
295 f.: il. ; 30 cm.

Orientadora: Verônica Gitirana Gomes Ferreira.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE. Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica, 2015.
Inclui Referências e Apêndice.

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Números binários. 3. Ensino fundamental. 4. UFPE - Pós-graduação. I. Ferreira, Verônica Gitirana Gomes. II. Título.

372.7 CDD (22. ed.) UFPE (CE2015-23)

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E TECNOLÓGICA

EDUMATEC UFPE

HERMAN DO LAGO MENDES

OS NÚMEROS BINÁRIOS: DO SABER ESCOLAR AO SABER CIENTÍFICO

Aprovado em: 27/02/2015

COMISSÃO EXAMINADORA:

_____

Presidente e Orientadora
Drª Verônica Gitirana Gomes Ferreira
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Coorientadora
Drª Rosinalda Aurora de Melo Teles
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Examinadora Interna
Drª Paula Moreira Baltar Bellemain
Universidade Federal de Pernambuco

_____

Examinador Externo
Dr João Bosco Pitombeira Fernandes de Carvalho
Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Recife, 27 de fevereiro de 2015.

AGRADECIMENTOS

Os meus agradecimentos estão baseados no seguinte testemunho: DEUS me proporcionou realizar dois sonhos: morar fora do estado de Sergipe e fazer mestrado. A coisa que eu mais pedi a DEUS foi ser aprovado no mestrado. Depois de várias tentativas frustradas, pensei em desistir de tentar, mas DEUS, infinitamente maravilhoso, possibilitou-me realizar esses sonhos. O Espírito Santo me dizia que eu iria sofrer por essa escolha. Mas eu fui à luta, realizar meus sonhos... Que felicidade após ver resultado da aprovação... Fui um dia antes da matrícula no EDUMATEC procurar algum lugar pra morar em Recife. Depois de um domingo intenso de procura, nenhum lugar foi firmado. DEUS me pôs em contato com a futura colega Juci dias antes pela internet. Ela me indicou um apartamento que continha apenas o número e o nome da rua. Fui lá verificar... Veja como é interessante: raríssimas vezes a grade da entrada do Ap. fica aberta. Justamente neste dia de minha visita, a entrada do Ap. estava aberta. Bato na porta do Ap. 102, já que tinha bicicleta, deduzi que moravam estudantes... DEUS me apresentou seu Osmar. Não tinha sido ele que tinha posto anúncio de morada no Ap. pela internet, mas apresenta outros moradores... E lá conheci dois estudantes, Thiago e Crisdiano, que moravam juntos no térreo (Ap. 01). Fiquei em dúvida se eu iria morar lá com eles ou em um pensionato. Pedi a DEUS a melhor opção para nós todos... Fui morar com esses dois caras que não eu nunca tinha visto. Tiro no escuro para os dois lados: para mim e para eles dois. Para encurtar a história, morei nesse prédio por dois anos. Saí no lucro: fiz amizades... Paralelamente a esta história eu estava esperando o resultado da liberação de licença do estado. Fui decidido a perder o meu trabalho efetivo de professor do estado em prol dos meus sonhos. Licença era coisa quase impossível de se conseguir, uma vez que não estava sendo liberado para ninguém, seja por remuneração ou não. Como eu pedi a DEUS para que isso não abalasse os meus estudos... E ELE, como sempre, me concedeu. Cursei todo o tempo do mestrado recebendo salário! Obrigado meu Deus por ter posto pessoas competentes e prestativas em minha vida, destaco aqui as minhas orientadoras Rosinalda e Verônica, os professores Sérgio e Paula, e demais professores e funcionários do EDUMATEC.

Obrigado meu DEUS pelas bênçãos concedidas!

RESUMO

Os números binários são utilizados atualmente como elemento necessário e fundamental na comunicação entre artefatos tecnológicos digitais por serem utilizados como representação de número (sequências de 0s e 1s) em codificações de caracteres, de imagens, de sons, de qualquer outro tipo de informação. A partir desta aplicação social proporcionada pelo conhecimento científico de números binários, é proposto investigar o *lócus* dos Números Binários, enquanto saber escolar, saber a ser ensinado e saber científico. Para tal, recorre a duas teorias desenvolvidas por Yves Chevallard: Teoria da Transposição Didática e Teoria Antropológico do Didático (TAD). Esta primeira teoria parte do princípio de que aqueles três saberes possuem funcionamentos próprios, de tal maneira que o saber escolar, assim como o saber a ser ensinado, não se constitui de simplificação de processos provindos do saber científico, mas que cada um deles possui saberes próprios e distintos. A TAD complementa esta primeira teoria por potencializar mecanismos metodológicos e teóricos de análise de processos transpositivos de saberes existentes entre diferentes instituições, uma vez que defende a existência de princípios inter-relacionados de elementos práticos e teóricos de qualquer que seja a ação humana; Auxilia também a análise desses processos transpositivos (matemáticos) entre instituições ao investigar a existência de condições, de escolhas, de decisões e de limitações de uma instituição para/com outra. Investiga-se o lócus dos números binários partindo da análise praxeológica de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e de computação, (por assim representarem o saber escolar - consideradas como instituições de ensino e de transposição de saber); Realiza-se, posteriormente, a análise praxeológica e a análise dos níveis de co-determinação didática de diretrizes curriculares nacionais (BRASIL, 1997, 1998, 2000), estadual (PERNAMBUCO, 2012) e internacionais (CSTA, 2011; ONTARIO, 2008, 2009, 2011; UNESCO, 1997) (por assim representarem o saber a ser ensinado - consideradas como tipos de instituições transpositivas). Por fim, estuda-se o lócus dos números binários identificados nessas instituições no saber científico (da Matemática e da Computação) (consideradas como instituições produtivas e utilizadoras de saberes). Como principais resultados destacam-se: os números binários são produzidos na ciência Matemática; São sugeridos em diretrizes curriculares estadual (Pernambuco) e nacionais como conteúdo básico de aprendizagem por meio de estudo de unidades de medida de informação; São trabalhados em livros didáticos de matemática, a partir dos anos finais do Ensino Fundamental, de maneira auxiliar ao estudo de potenciação ou curiosidade (em sua maioria) ou servido como leitura complementar ao docente (no Manual do Professor). No entanto, os números binários são sugeridos, ampliados e aprofundados em instituições produtivas, utilizadoras, transpositivas e ensino referentes à computação; A abordagem de números binários em livro didático de computação analisado se aproxima da abordagem proposta pelas instituições transpositivas analisadas assim como, estas se aproximam da proposta trabalhada na ciência Computação. Identifica-se a existência de condições, restrições e limitações postas pelos níveis não positivos de co-determinação didática (pedagogia, escola e sociedade) a respeito das diretrizes curriculares de matemática e de computação.

Palavras-chave: números binários; teoria da transposição didática; teoria antropológico do didático; anos finais do Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Binary numbers are currently used as necessary and fundamental element in the communication between digital technological artifacts for use as number representation (sequences 0s and 1s) in character encodings, images, sounds, any other type of information. From this social application provided by the scientific knowledge of binary numbers, it is proposed to investigate the *locus* of Binary Numbers as school knowledge, knowledge to be taught and scientific knowledge. For this it uses two theories developed by Yves Chevallard: Transposition Theory Didactic and Anthropological Theory of the Didactics (ATD). This first theory assumes that these three have their own knowledge, so that school knowledge, and the knowledge to be taught, does not constitute simple simplification of processes stemming from the scientific knowledge, but that each of them has own distinct knowledge. The ATD complements this first theory enhance methodological and theoretical mechanisms transposition processes of analysis of existing knowledge between different institutions, since it advocates the existence of interrelated principles of practical and theoretical elements whatever human action; also assists the analysis of these processes transposition (mathematical) between institutions to investigate the existence of conditions, choices, decisions and limitations institution to / with another. Investigates the locus of binary numbers based on the praxeological analysis of math textbooks from the final years of elementary school evaluated by the National Textbook Program (PNLD) and computing (so to represent the school knowledge - regarded as educational institutions and relaying to know); Takes place later, the praxeological analysis and the analysis levels of didactic co-determination in the national curriculum guidelines (BRASIL, 1997, 1998, 2000), state (Pernambuco, 2012) and international (CSTA, 2011; ONTARIO, 2008 2009, 2011; UNESCO, 1997) (so to represent the knowledge to be taught - considered as types of transposition institutions). Finally, study the locus of the identified binary numbers in these institutions in scientific knowledge (Mathematics and Computing) (considered as productive institutions and users of knowledge). The main results are: binary numbers are produced in mathematics science; Are suggested in state curriculum guidelines (Pernambuco) and national as basic learning content through study of information units of measurement; Are worked in math textbooks, from the final years of elementary school, to help the study of potentiation or curiosity (mostly) or served as supplementary reading to the teachers (in the Teacher's Guide). However, binary numbers are suggested, broadened and deepened in productive institutions, users, transposition and education relating to computing; The approach of binary numbers in the computing textbook analyzed is close to the approach proposed by transpositions institutions analyzed as well as this approach the work developed in Computer Science. Identifies the existence of conditions, restrictions and limitations posed by not positive levels of didactic co-determination (pedagogy, school and society) about the curriculum guidelines of mathematics and computing.

Keywords: binary numbers; transposition theory didactic; anthropological theory of the didactic; the final years of elementary school.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO 9
CAPÍTULO 2: TEORIA DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA E TEORIA ANTROPOLÓGICO DO DIDÁTICO DE YVES CHEVALLARD 12
CAPÍTULO 3: SISTEMAS DE NUMERAÇÃO 35
3.1 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DE BASE - PARTE HISTÓRICA 41
3.2 BASES DE NUMERAÇÃO 50
CAPÍTULO 4: GRANDEZAS E MEDIDAS 53
4.1 UNIDADES DE MEDIDA DE INFORMAÇÃO 60
CAPÍTULO 5: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS 69
CAPÍTULO 6: ANÁLISES 75
6.1. OS NÚMEROS BINÁRIOS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA 76
6.1.1 Editora Saraiva de Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga 76
6.1.2 Editora FTD de Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro 89
6.1.3 Editora do Brasil de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos 119
6.1.4 Editora ÁTICA de Luiz Roberto Dante 128
6.2 OS NÚMEROS BINÁRIOS NO LIVRO DIDÁTICO DE COMPUTAÇÃO 142
6.3 OS NÚMEROS BINÁRIOS NO CURRÍCULO DE ALGUNS PAÍSES 184
6.4: OS NÚMEROS BINÁRIOS NO SABER DE REFERÊNCIA DA MATEMÁTICA E DA COMPUTAÇÃO 202
6.4.1 Conversões entre sistemas numéricos de base 203
6.4.2 Os Números Binários utilizados nos elementos de Computação Clássica 209
6.4.3 Teoria da Informação e Comunicação de Shannon 227
6.5 Síntese de elementos tecnológico-teóricos de números binários a partir de pesquisa no campo de saber científico da Matemática e da Computação 239
CAPÍTULO 7: CONSIDERAÇÕES FINAIS 242
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 262
LIVROS DIDÁTICOS 262
DEMAIS REFERÊNCIAS 263
APÊNDICE 270

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO

Com o advento da informatização na sociedade, a presença de aspectos relativos à representação binária do número tem aumentado. O sistema binário assemelha-se ao sistema de numeração de base 10 por ser também um sistema de base. Utiliza todas as características do sistema de numeração de base 10, tomando como base o 2, cada algarismo, 0 ou 1, a depender de sua posição, passa a representar o seu valor absoluto multiplicado pela potência de 2 relativa à posição enumerados da direita para a esquerda.

Os números binários são utilizados atualmente como um elemento indispensável na comunicação entre computadores eletrônicos digitais por serem usados como representação de número (sequências de 0s e 1s) em codificações de caracteres, de imagens, de sons e de qualquer outro tipo de informação. A partir dessa aplicação social proporcionada pelo conhecimento científico de números binários, surgem os seguintes questionamentos de pesquisa:

- Os números binários são abordados nos livros didáticos (de matemática) da educação básica? Caso os sejam, como esse conteúdo é abordado?
- Existem orientações curriculares, nos documentos oficiais, referentes ao estudo de números binários na Educação Básica? Caso exista, como esse conteúdo é abordado?

A partir dos questionamentos citados, propomos nesta pesquisa investigar o *lócus* dos Números Binários, enquanto saber escolar, saber a ser ensinado e saber científico. Para tal, recorremos como base teórica: a Teoria Antropológica do Didático (TAD) e a Teoria da Transposição Didática de Yves Chevallard. Essas teorias complementam-se e permitem estudar tanto o saber como categorizado por saber científico, saber a ser ensinado e o saber ensinado, como estuda o seu processo (transpositivo). Processo este que vai desde o desenvolvimento do saber por alguém ou instituição até a sua despersonalização, "distanciamento", a chegar a ser possível de ser ensinado em alguma instituição de ensino. Dessa maneira, a teoria da transposição didática gira em torno do estudo, epistemológico e didático, imbricados, da passagem do saber científico ao saber ensinado.

A teoria da transposição didática distingui aqueles três tipos de saber. Ou seja, aqueles três tipos de saber possuem funcionamentos próprios, de tal maneira que o saber escolar, assim como o saber a ser ensinado, não são simplificações de processos provindos do saber científico, mas que cada um deles possui saberes próprios e distintos.

A TAD nos faz refletir porque determinado saber é motivado e justificado como saber a ser ensinado. Partindo disso, ela pode ser útil em análises de processos transpositivos de

saberes existentes entre diferentes instituições. Ela pode auxiliar a análise desses processos transpositivos (matemáticos) entre instituições ao investigar a existência de condições, de escolhas, de decisões e de limitações de uma instituição para/com outra. Essas ações configuram-se um dos elementos conceituais da TAD, chamada de níveis de co-determinação didática.

A TAD defende a existência de princípios inter-relacionados de elementos práticos e teóricos de qualquer que seja a ação humana. E a partir disso, as atividades matemáticas - que por sinal são consideradas como um exemplo de ações humanas - são elaboradas e executadas para algum fim, que por sua vez são advindas de pelo menos um questionamento, que é apoiado por elementos lógicos e teóricos embutidos. A partir disso, a TAD, mais especificamente, a praxeologia ou a organização praxeológica – outro elemento conceitual da TAD - defende a existência de justificação e explicação de qualquer que seja a ação, o fazer humano.

Partimos da análise praxeológica didática e praxeológica matemática de livros didáticos de matemática e de computação, a fim de delimitarmos esta pesquisa, e a partir disso, investigar a sua abordagem como saber científico (da Matemática e da Computação) por meio de pesquisa bibliográfica.

Investigamos o *lócus* dos Números Binários nas seguintes instituições: livros didáticos de matemática e de computação, caracterizando o saber escolar e o saber a ser ensinado; documentos oficiais estadual (Pernambuco), nacionais e internacionais – diretrizes curriculares de matemática e de computação – caracterizando o saber a ser ensinado; os trabalhos e livros científicos, caracterizando o saber científico.

Verificamos a existência de abordagem de números binários em livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD 2014).

Verificamos a existência de diretrizes curriculares referente ao conteúdo de números binários, mais precisamente, referente à orientação curricular de medidas de informação ou de capacidade de armazenamento de dados de computadores ou de unidades da informática, compondo assim um tópico básico dos parâmetros curriculares de matemática em nível nacional e estadual (Pernambuco). Recorremos ainda aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática devido ao fato dos livros didáticos de matemática ainda serem reflexos deles.

Em alguns países, já existe o interesse de inserir conhecimentos de ciência da computação (entre vários destes conhecimentos, encontram-se como conhecimento prévio o

estudo dos números binários) na educação básica como exemplo da Nova Zelândia, Canadá e Estados Unidos.

Abordamos os números binários no campo do saber científico da Matemática e da Computação devido ao diagnóstico desse objeto do saber naqueles livros didáticos de matemática.

Investigamos o *lócus* de números binários em um livro de ciência da computação porque diagnosticamos uma forte contextualização de medidas de informação com elementos da computação nos livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental avaliados pelo PNLD 2014.

Na mediação entre saber científico e o saber escolar, existem ações condicionais, seletivas, norteadoras provenientes de várias instituições, entre elas, escolhemos as diretrizes curriculares de matemática e de computação, em nível estadual (Pernambuco), nacional e internacional para serem analisadas por meio de dois métodos de pesquisa: organização praxeológica e níveis de co-determinação didática.

Os níveis de co-determinação didática e a praxeologia além de fazerem parte dos elementos teóricos da TAD, configuram-se, neste trabalho, como duas ferramentas de pesquisa.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira:

No capítulo 2 introduzimos elementos conceituais da teoria da transposição didática e da teoria antropológico do didático, ambas, de Yves Chevallard para fundamentar e direcionar o desenvolvimento do trabalho;

No capítulo 3 discutimos vários sistemas de numeração, por uma introdução teórica e histórica, enfatizando as bases de numeração decimal, binário, octal e hexadecimal;

No capítulo 4 introduzimos elementos teóricos a respeito de grandeza, de objeto, de medida e de unidade de medida, enfatizando as unidades de medida de informação: byte, kibibyte e seus múltiplos.

No capítulo 5 apresentamos a metodologia desta pesquisa.

No capítulo 6 apresentamos as análises dos dados: análise praxeológica didática e praxeológica matemática de livros didáticos de matemática e de computação; análise dos níveis de co-determinação didática das diretrizes curriculares de matemática e de computação a nível estadual (Pernambuco), nacional e internacional. Apresentamos elementos do *lócus* dos Números Binários presentes nas ciências Matemática e Computação.

No capítulo 7 apresentamos as conclusões deste trabalho e outros questionamentos de pesquisas.

CAPÍTULO 2: TEORIA DA TRANSPOSIÇÃO DIDÁTICA E TEORIA ANTROPOLÓGICO DO DIDÁTICO DE YVES CHEVALLARD

Nós professores e professoras (de matemática) ao responder à pergunta de um aluno: "Por que estudar matemática?" Provavelmente diríamos: porque matemática é importante para compreender o seu papel enquanto cidadão na sociedade na qual convive, enquanto cidadão (3 C´s): consciente, crítico e criativo (meta). E ao ser questionado porque devemos aprender a resolver problemas (no dia-a-dia), essas pessoas não nos informariam que tipo de problema nós poderíamos resolver a partir do estudo de matemática na escola. Vale considerar que "a matemática se aprende e se ensina, mas também é criada e utilizada" (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.23). A instalação hidráulica também se ensina e se aprende. No entanto, se ela não fosse criada e utilizada por pessoas, não haveria encanadores, sendo então um ciclo fechado. De maneira análoga, os matemáticos seriam os encanadores em uma determinada sociedade. E daí, não existiria criação de matemática, reduzindo-se em aprender e a ensinar. Chevallard *et al* (2001) a chama de "*didatite*" que consiste em reduzir tudo a aprender e a ensinar, esquecendo que os conhecimentos também servem para agir (ibidem, p.25).

"A didatite consiste em acreditar que toda a sociedade é uma escola" (Chevallard *et al*, 2001, pp.25,26). A "*didatite*" não distingue o não didático e o didático. "Todas as atividades humanas suscitam processos didáticos" (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.40). Significa que precisamos partir de algum conhecimento, ou seja, ter uma atividade não-didática, de que a pessoa já sabe de algo, como condição fundamental e necessária para seguir o processo didático.

As pessoas não tem o hábito de tirar dúvidas de matemática, por ser um problema cultural. "É um fenômeno geral. Na vida de uma sociedade e em um determinado momento de sua história, a maioria das necessidades não é explicita, não se manifesta facilmente. Em termos técnicos, diríamos que são necessidades latentes..." (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.41). Os professores e as professoras, e muitos outros sujeitos, comentam que matemática é importante para resolver problemas, é a "base das ciências" e das tecnologias. Porém, não é tão claro e divulgado para os estudantes e até mesmo para muitas professoras e professores o seu porquê.

Há quem pense que a matemática não serve para nada ou que pode viver muito bem sem saber matemática. Chevallard *et al* (2001) comenta que essa crença de que podemos viver sem aprender matemática existe porque convivemos em sociedade. Não estamos sozinhos no

mundo, o que vale considerar que existem sujeitos que são capazes de fazer matemática para satisfazer as necessidades dos outros. Muitos sujeitos fazem matemática, mas não reconhecem suas próprias necessidades matemática. Então estudamos matemática para satisfazer as suas próprias necessidades (pessoais, sociais, etc.). "A presença da matemática na escola é consequência de sua presença na sociedade e, portanto, as necessidades matemática que surgem na escola deveriam estar subordinadas às necessidades matemática da vida em sociedade" (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.45). Invertendo a situação, as únicas necessidades sociais matemática são aquelas derivadas da escola, então aparece a "*didatite*". Esse reducionismo leva a considerar: que a matemática é feita para ser ensinada e aprendida, que o "ensino formal" é imprescindivel em toda aprendizagem matemática e que a única razão pelo qual se aprende matemática é porque ela é ensinada na escola. Chevallard *et al* (2001) deduz assim o "valor social" da matemática. A cultura matemática é reduzida a um mero "valor escolar" transformando o ensino de matemática escolar em um fim em si mesmo. Que parte justamente de uma concepção distinta da "*didatite*" interpretada por Chevallard *et al* (2001): o aprender matemática (formal), ou seja, aprendida no ambiente escolar parte do entendimento de que com ela irá possibilitar meios (e não fim) para poder contribuir de alguma maneira para/com o seu semelhante, à medida que for solicitado.

Pais (2008) considera a didática como área da educação (matemática), linha de pesquisa educacional e científica que pretende compreender, descrever e explicar fenômenos perpassados no ambiente escolar, mais especificamente na criação de conceitos, metodologias e teorias que aproxime coerentemente, articuladamente e lógica a teoria da prática e a prática da teoria; assim como desenvolver estudos e pesquisas que giram em torno da aprendizagem. "Dessa forma, todos os conceitos didáticos se destinam favorecer à compreensão das múltiplas conexões entre a teoria e a prática e esta condição é um dos princípios dessa área de estudo" (ibidem, p.11). Por sua vez, há necessidade de integrar entre os sujeitos que compõem o sistema didático: docentes, discentes e saber.

Docentes, discentes e saber formam o tripé da transposição didática. Para Chevallard, esse saber é dividido em três tipos de saber: saber científico, saber a ensinar e saber ensinado. Daí distingue e interpreta "diferenças que ocorrem entre a origem de um conceito da matemática, como ele encontra-se proposto nos livros didáticos, a intenção do ensino do professor e, finalmente, os resultados obtidos em sala de aula" (PAIS, 2008, p.12). Por esta consideração, o saber apresentado ao estudante por meio do sistema de ensino recebe destaque na transposição didática.

Vejamos primeiro um exemplo para se ter uma ideia do processo de análise da transposição didática para depois explicá-la por meio de fundamentação teórica.

A professora irá apresentar um assunto de matemática para a sua turma. Digamos que ela o escolhe por meio de livros didáticos de matemática. Poderá recorrer a algum recurso, ferramenta e seguirá alguma metodologia e utilizará no mínimo um método para a sua explicação e/ou artefato tecnológico (mesmo que ela não tenha ciência de sua formalização teórica ou mesmo conceitual didático). Provavelmente, a professora irá planejar a sua aula, e calculará o tempo em que seus alunos irão aprender. Isso anteriormente é predefinido ou estimado pela instituição de ensino ou mais geral, pelo próprio sistema de ensino (secretarias de educação, ministério da educação, leis e programas educacionais, como exemplo), a definição de progressão no tempo sobre o que deve ser e quando ensinado; e determinados conteúdos de matemática, entre outros. Da mesma maneira há escolhas de conteúdos presentes nos livros didáticos de matemática. A professora escolhe no livro didático um tema de matemática para ensinar, parte do esclarecimento de que ela não inventou o tema, tão pouco o autor desse livro didático. Assim, esse tema já é preexistente e faz parte do corpo ou do objeto matemático que foi construído historicamente, que, por alguma necessidade e importância, está sendo transmitido, apresentado, ensinado aos estudantes. Nessa condição, existirão temas de matemática (de referência) não vistas nas escolas e nem nos livros didáticos de matemática da Educação Básica. Da mesma maneira, existirá e ainda existem pessoas interessadas, motivadas, encorajadas a criar conhecimentos para usufruí-las de alguma maneira ou para que tenham algum fim social, ambiental, econômico... satisfazendo alguma instituição, alguém. Mas este conhecimento pode ser falso ou verdadeiro. Para tal constatação de sua publicação ou apresentação de seus conhecimentos é exigido a sua validação. Para validá-lo, também necessitará de outras pessoas. Esta pessoa que publicou ou apresentou as suas ideias, o seu conhecimento sobre algum tema da matemática que se diz novo, pretende defendê-las. Essa pessoa que pretende defender seu conhecimento, portanto, precisará expor o seu conhecimento referente ao tema da matemática para esse grupo. Pode acontecer que esse grupo valide o seu conhecimento e outro grupo de pessoas negue-o (existem inúmeros grupos). Daí a necessidade de conectividade entre grupos de pessoas que desenvolvem conhecimentos. Por outro lado, esses grupos estão inseridos em alguma sociedade[1] que também poderá julgá-los como útil ou não. Daí existe um jogo entre grupos de

[1]Um exemplo de rejeição de artefato tecnológico-científico por meio da maioria da população brasileira foi o dinheiro de plástico, onde ele matinha a princípio maior artifício contra falsificação e mais durabilidade e

desenvolvedores de conhecimentos e instituições que irão validá-las, que irão utilizá-las, financiá-las, beneficiá-las, tornando-se assim um processo interdependente, complexo e interminável.

Segundo Pais (2008, p.17), "a transposição didática pode ser entendida como um caso especial da transposição dos saberes, sendo esta entendida no sentido de evolução das ideias, no plano histórico da produção intelectual da humanidade". Partindo daí entendemos que existe historicamente a criação de paradigmas em comunidades científicas devido a validação de procedimentos, ações, atitudes, comportamentos, valores, normas, regras, princípios impostos e mantidos por contratos implícitos porque existe uma "religião"[2], uma ligação muito forte e necessária para satisfazer os caprichos (rigor, exigências, confiança) do "seus deuses" (as ciências). Sendo assim, seus integrantes, em conjunto, respeitam e seguem as suas regras até o momento em que algum integrante de determinada ciência ou de determinada instituição de pesquisa influencia os demais sobre novas regras, conhecimentos que serão consideradas melhores, mais eficientes, econômicos (coisas do gênero). Tumultuam assim a comunidade científica. Criam uma mudança de paradigma a ponto de ser alterada e mudada, não satisfazendo mais as exigências do seu período histórico-social-cultural e, assim novamente, entra em mudança de paradigma[3].

---

resistência (não amassava). No entanto a sociedade brasileira aderiu por pouco tempo este produto científico antes de ser rejeitado.

[2]Consideramos religião pelo conceito de a pessoa religa-se a algum Deus. De maneira semelhante, entendemos que tanto a comunidade acadêmica como a sociedade como um todo mantém uma "fé" ao ponto de considerar a produção científica como algo benéfica à população, como algo que irá ser melhor do que antes por meio de determinada criação científica, o que traz ao mesmo tempo falta de reflexão e discussão do que venha a ser ciências, do que elas propõem. Como a ciência é um produto humano e por sua vez o humano necessita de desejos, interesses, alteridade será que as ciências apenas trazem coisa boas? Boas para quem? Elas sempre estão certas?

3 Segundo Edgar Morin citado por Moraes (2003, p.31) paradigma significa um tipo de relação muito forte que pode ser de conjunção ou disjunção, possuindo uma natureza lógica entre os conceitos mestres e o cerne obscuro que orienta os discursos teóricos nesta ou naquele sentido. O paradigma privilegia algumas relações em detrimento de outras, controlando logicamente essa relação. Ela é quem guia as teorias, os fenômenos. Por outro lado, segundo Moraes (2003) a ruptura de um paradigma significa insatisfação nas explicações científicas, de articulações, de ações, de comportamentos das coisas em que a crise de um paradigma causa mal estar na comunidade (científica) envolvida, sinalizando uma renovação e um novo repensar. O novo paradigma começa a explicar os fenômenos que o antigo paradigma não mais explica. Na História tivemos e teremos períodos de evolução e de declínio que se alteram no ritmo indeterminado. Como exemplo típico de mudança de paradigma temos a mudança de paradigma da física clássica de Newton (onde o espaço e o tempo foram interpretados como algo absoluto) para a física da relatividade de Eisntein (onde o tempo é mais uma dimensão do espaço, ou seja parte do entendimento de que o espaço não é mais tridimensional) conjuntamente com a física quântica (interdependência das partes com o todo de maneira probabilística, ou seja não é determinada exatamente). Dessa forma Pais (2008, p.18) afirma que "os conceitos de transposição e o próprio saber científico estão interligados". Paralelamente à esses estudos, surgem questionamentos surgidos pelo foco de interesse da transposição didática em descobrir: "quais são as fontes de influência na formação do saber matemático previsto na educação escolar? Quem participa do extenso processo seletivo dos conceitos matemáticos, ensinados na escola? Qual é o papel dos matemáticos, professores, autores de livros, alunos, especialistas na definição da forma final pela qual a matemática é apresentada aos alunos?" (ibidem, p.12)

Por uma discussão frente às mudanças de paradigma, Yves Chevallard define paradigma didático como um conjunto de regras que estabelece, implicitamente, o que é para ser estudado, o que o sistema didático pode ser e qual forma de estudá-lo. Considera o velho paradigma didático, aquelas realizações acontecidas na história humana em torno do estudo de doutrinas ou sistemas da matemática, da filosofia, etc. Como exemplo deste paradigma temos Os Elementos de Euclides, Platão, Hegel, entre outros, que atualmente ainda estudamos, tal que esse paradigma didático também é chamado de paradigma de saudação que estuda autoridades e obras primas que gradualmente foram dando destaque ao paradigma escola, sendo esta tratada como um paradigma de espaço de ensinar e aprender. Esses homens deveriam ter autoridade nesses sistemas na qual fragmentaram o conhecimento[4] em pedaços menores deste (CHECALLARD, 2012b).

Almeida (2007) e Menezes (2006) afirmam que o termo transposição didática foi introduzido por Michel Verret em 1975 e posteriormente aprofundado pelo francês Yves Chevallard. Este pesquisador amplia o campo de estudo e de pesquisa da didática ao considerar o saber como elemento interdependente entre aluno(a) e professor(a).

Araujo (2009) considera a origem da noção de transposição didática a partir da problemática ecológica advinda das "interrelações" entre saberes e instituições.

O significado de instituição baseado por conceitos da transposição didática é amplo. Família, escola, sala de aula, igreja, local de trabalho são exemplos de instituições.

Geralmente os franceses diferenciam conhecimento[5] de saber. Conhecimento é algo individual de cada sujeito enquanto o saber é algo mais geral, compartilhado por alguma

[4]D´Ambrósio (1998, 2005) fala sobre a dominação matemática dos gregos, mais precisamente a partir das ideias de Platão e da consideração da matemática como ciência por Pitágoras (se é que ele realmente existiu). A presença marcante de processos dedutivos e indutivos "transformou" uma matemática contemplativa em uma matemática rígida, eficiente, demonstrativa, verdadeira absolutamente e até mesmo inquestionável. Semelhante ocorrido da passagem da alquimia (contemplativo, subjetivo e divino) para a química (racional, objetiva e científica) segundo Bachelard (1996). Esse tratamento político e até mesmo de "endeusamento" à Matemática,tomou mais "fôlego" nos séculos XVI e XVII com a presença dos ícones da ciência natural e da matemática – Descartes, Newton e outros – O primeiro destes organizou-se a ciência por "fatias destas", definindo assim disciplinas ou áreas de saberes estruturadas por conteúdos cada vez mais lato-senso. Essas ideias foram, continuamente, impostas por esses "multifuncionais acadêmicos" e pela ciência moderna, de uma maneira geral, dos civilizados do Mediterrâneo Europeu. No século XVII, foi percebido que essa divisão por disciplinas próprias era insuficiente e daí "floriu" a ideia de que "quantidade é qualidade". Ou seja, há a necessidade de acumular conhecimentos para se conhecer melhor. Por essa ideia, "surgiram tentativas de se reunir conhecimentos e resultados de várias disciplinas para o ataque a um problema" (D´AMBROSIO, 2005, p.104). A Matemática mantinha, e ainda mantém socialmente, um destaque imponente sobre todas as outras ciências, mantida pelo discurso de que ela é a base e o motor científico e tecnológico do mundo moderno; é o telos do desenvolvimento econômico, científico e tecnológico de uma nação.

[5] Menezes (2006) sintetiza três compreensões de conhecimento diferentes por linha filosófica: o primeiro cita David Hume e John Loke pela filosofia empirista que compreende o conhecimento do sujeito como algo copiado da realidade, sendo adquirido a partir do nascimento e desenvolvimento no decorrer da idade; outro ponto de

instituição; é um saber-fazer comum de determinada instituição. Exemplo: existem instituições que comem utilizando garfo e faca, em outras comem utilizando apenas colher e existem ainda outras que utilizam as próprias mãos.

Para Yves Chevallard é necessário que exista instituições responsáveis pela sistematização e transmissão de tal saber para que haja construção de conhecimentos. Incluímos também a necessidade da existência de mídias para a construção de conhecimentos. Vale destacar que não implica que o saber constituído pelo campo científico seja necessariamente produzido na íntegra para o ambiente escolar. Até porque se mantém linguagens diferentes entre outras habilidades necessárias. Daí então há necessidade de outras instituições realizarem o papel de transformadores de saber científico possível de ser ensinável e, por conseguinte, possível de ser ensinado. Outro ponto a destacar é que a teoria da transposição didática considera o saber construído cientificamente, historicamente e culturalmente diferenciado da concepção empírica, senso comum ou por intuições, assim como difere da compreensão de conhecimento que é uma relação concreta entre sujeito e objeto de saber. O saber é algo institucionalizado seja por universidades, empresas, escolas, igrejas, clubes, etc; é um produto cultural.

O trabalho que transforma um objeto de saber possível de ser ensinado em um objeto de saber ensinado se denomina transposição didática. A transposição didática é entendido como um conjunto de transformações adaptativas de um conteúdo do saber (considerado ensinável), que o tornará inserido entre os objetos de ensino, hábito a sê-lo ensinado (CHEVALLARD, 1998a).

> A ‘transposição didática’ de um saber erudito em saber escolar pode, com efeito, ser (também) interpretada como uma tradução que permite ao aluno constituir-se um eu epistêmico mas outras formas de aprender, que impliquem outras posturas do eu, exigem que se raciocine, as vezes, mais em termos de ‘práticas de referência’(CHARLOT, 2005, p.44).

A transposição didática é o conjunto das transformações que sofre um saber dito científico, “sábio”, possível de sê-lo ensinável e por sua vez, ensinado (saber escolar). Nesta mediação entre o saber científico e o saber escolar existem ações participativas, condicionais, determinísticas, seletivas de programas, normas, diretrizes e propostas curriculares, livros

---

vista epistemológico veio da filosofia racionalista de Platão ao acreditar que o conhecimento é algo já existente independente do suposto conhecimento adquirido pelos sentidos dos sujeitos, e a terceira interpretação epistemológica vem de uma concepção de que o sujeito adquire conhecimento a partir da sua interação com outras pessoas. Diante desta concepção, a escola é um elemento importante, entre outros lugares, para a socialização de conhecimentos negociados pela tríplice interdependência: professor, aluno e saber.

didáticos, secretarias de educação, entre outras. Todos estes elementos constituem a noosfera segundo Chevallard (1998a). “Quando o saber é transposto para uma instituição a ser estudada, falamos transposição didática. (O adjetivo didática se encontra aqui ao substantivo estudo)” (CHEVALLARD, 1996, p.1 tradução nossa).

Vale destacar a respeito da transposição do saber cientifico ao saber escolar, que esta passagem não decorre de mudança de lugar, mas que a transposição didática, em sentido restrito, supõe essa passagem como um processo de transformação do saber, que é transformado em outro saber em relação ao saber destinado ao ensino.

> Considera-se, assim, com base nos elementos mencionados, que a transposição do conhecimento científico com fins de ensino e divulgação não constitui uma simples adaptação ou uma simplificação do conhecimento, pudendo ser analisada, assim, na perspectiva de compreender a produção de novos saberes nesses processos (POLIDORO, STIGAR, 2010, p. 2 tradução nossa).

A citação acima esclarece que a transposição didática faz distinção entre o saber científico e o saber escolar. Ambos possuem naturezas diferentes e funcionamentos distintos. Portanto, Chevallard (1998a) distingue três tipos de saberes: saber científico (cientistas e academia), saber a ensinar (noosfera – professores, autores de livros, programas, diretrizes, especialistas, etc.) e o saber ensinado (escola). Então a transposição didática permite transpor o saber de uma instituição (científica) para outra instituição (escolar) sendo que cada instituição trata o saber de sua maneira.

O saber científico é o produto de uma atividade científica que por sinal é produto humano. O pesquisador publica seus conhecimentos que acredita serem novos à comunidade científica que esta irá validá-la ou não a partir de regras, de normas e critérios pré-elaborados.

> Agora quando um determinado saber científico passa a ser considerado como saber a ensinar, ele deve passar pelo controle social de aprendizagens, que define uma progressão no tempo sobre o que deve ser ensinado e quando ser ensinado, bem como verifica a conformidade do desenvolvimento dos conhecimentos dos alunos de acordo com a progressão adotada. Durante sua trajetória, os saberes recebem outras denominações, tais como saber a ensinar ou saber escolar (ARAUJO, 2009, p.27).

Segundo Chevallard *et al* (2001), a redação do fazer matemática ou o modelo matemático adotado recorre a uma linguagem própria. Pondo uma luneta nessa redação (da demonstração) matemática, algumas partes são julgadas triviais e, por sua vez, omitidas na redação e algumas outras partes não são reveladas e/ou apenas comentadas. Essa forma de

fazer a redação da matemática é típica e, por sua vez, “normal”, comunicável e aceito entre os membros da academia (Matemática). Porém, ela é inadequada tratando-se do contexto escolar. Outro ponto que não é adequado ao contexto escolar é a generalização proporcionada nas demonstrações matemáticas. Na qual toma-se um tratamento contrário tratando-se da sugestão de proposta da Educação Matemática: a aprendizagem parte de uma situação particular a partir daí poder ser generalizada.

> Até mesmo na atividade de pesquisa, a construção da generalização não se inicia por ela mesma. Sua produção é submetida a permanentes reformulações, buscando-se níveis mais gerais de validade. No caso do contexto escolar, aconselha-se uma articulação entre o particular e o geral (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.31).

A partir disso, percebe-se a existência de um comportamento, funcionamento, contexto na Matemática enquanto saber científico que mantém linguagens, métodos e técnicas próprias, distintas da matemática escolar. O trabalho do professor tomará cuidado para não seguir fielmente o trabalho executado pelo matemático. De maneira análoga, “o trabalho do aluno não é diretamente compatível ao trabalho do matemático ou do professor. Mesmo assim essas atividades guardam correlações cuja análise é de interesse para a didática” (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.35). No entanto, apresenta semelhanças de ambos (saber científico e escolar). O aluno pode ser estimulado a realizar pesquisas científicas próprias de uma atividade intelectual semelhante ao professor e a um matemático, tendo como justificativa que: irá valorizar o seu raciocínio lógico e argumentativo; poderá explicar aos demais colegas ou trabalhar na sua colaboração em resolver problemas em estudos que poderiam ser considerados trabalhos intelectuais e atitudinais de um docente.

Existe uma confusão entre a aceitação ou entendimento de distinção entre os contextos científicos (da Matemática, especificamente) e escolares, tratando-se de aspectos epistemológicos na relação pedagógica do docente, do discente e do saber de referência. É comum confundir o trabalho do docente com o trabalho do matemático. Como o rigor axiomático, metodológico, linguístico e geral presente no meio acadêmico transmite e influencia também o tratamento pedagógico no ambiente escolar. Assim,

> o que percebemos é uma confusão entre a relação pedagógica, que pertence ao objeto de estudo da didática, e as características do saber científico, que é um objeto epistemológico. Essa confusão ocorre não somente em relação ao rigor, mas também em relação a outras características da matemática, tais como: generalização, abstração, objetividade e formalidade (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.38).

Um caso típico para essa confusão epistemológica generalizada entre o saber escolar e o saber de referência assim como a influência existida no saber de referência para/com o saber escolar foi o Movimento da Matemática Moderna (MMM). Este movimento, que foi estendido da França e dos Estados Unidos para todo o mundo, influenciou o ensino de matemática escolar baseado na teoria dos conjuntos e das funções, aumentando o rigor linguístico matemático e demonstrativo.

O saber a ensinar não se limita às propostas curriculares nos processos de ensino e de aprendizagem, seu ensino necessita de sua interpretação. Então, existe também um conjunto de influências da ação do professor e da professora. Ou seja, nas transformações adaptativas de saber não parte exclusivamente do docente, mas também, conjuntamente por várias instituições diferentes (ALMOULOUD, 2011).

Segundo Brousseau o saber constituído apresenta-se sob formas diversas, por exemplo, sob forma de questões e de respostas. O saber constituído também permite definir objetos de estudos, cria possibilidades de aprendizagem para docentes e discentes. Assim, promete "um meio que lhes permitirá ordenar a sua atividade e acumular saberes próximos do saber sabedor" (BRUN *et al*, 1996, p.35). É a partir desse saber constituído, produzido (pela comunidade científica) que, segundo Yves Chevallard (1998a) e Brousseau em (BRUN *et al*, 1996, p.35), o saber despersonaliza-o, descontextualiza-o e destemporaliza-o. Além dele ser em seguida transformado, reformulado, destruído, generalizado, aplicado, modificado, transposto conforme as necessidades de outras instituições e pessoas.

> [...] esta apresentação apaga completamente a história destes saberes, isto é, a sucessão das dificuldades e das questões que provocaram o aparecimento dos conceitos fundamentais, a sua utilização para a colocação de novos problemas, a intenção de técnicas e de questões resultantes dos progressos dos outros sectores, a rejeição de determinados pontos de vista [...] Ela mascara o 'verdadeiro' funcionamento da ciência, impossível de comunicar e de descrever fielmente a partir de fora, para colocar no seu lugar uma gênese fictícia (BRUN *et al*, 1996, p.36).

Aquela despersonalização, descontextualização e destemporalização do saber pode ser decorrido da transposição de saber científico ao saber a ser ensinado. Esse processo precisará total vigilância e balanceamento. Até que ponto o docente, especificamente, precisará transpor o saber a ser ensinado ao ponto de ser possível de ser ensinado de maneira epistemologicamente e didaticamente imbricada e distante do saber de referência, mas de

forma accessível e contextualizada à aprendizagem do discente e que não perca por completo o chamado teor científico?

Para o didático a transposição didática é uma ferramenta que permite interrogar, tomar distância das evidências, desprender-se da familiaridade enganosa de seu objeto de estudo. "Em uma palavra, o que lhe permite exercer sua vigilância epistemológica" (CHEVALLARD, 1998a, p.5).

A teoria da transposição didática permite articulação, de maneira imbricada, entre a análise epistemológica e análise didática a serem convertidas em um guia de bom uso epistemológico para a didática (CHEVALLARD, 1998a).

O sistema didático é a tríplice relação: ensinante, alunos e saber ensinado. O sistema didático são formações que aparecem em determinado período do ano ao redor de um saber designado pelo programa. Daí se forma um contrato didático que toma esse saber como um objeto de um projeto compartilhando ensino e aprendizagem e que une em um mesmo lugar docentes e discentes. Em torno do sistema didático está constituído inicialmente pelo sistema de ensino que reúne o conjunto de sistemas didáticos e que tem em seu lado um conjunto diversificado de dispositivos estruturais que permitem o funcionamento didático e que intervém em diversos níveis (CHEVALLARD, 1998a).

Na teoria da transposição didática o contorno do sistema de ensino encontra-se a sociedade. Que por sinal é complexa. O lugar onde se pensa a respeito do funcionamento didático é chamado de esfera. A noosfera é constituído pelos representantes do sistema de ensino: pais de discentes, sindicado dos professores, secretaria de educação, Programa Nacional do Livro Didático, livro didático, Ministérios da Educação (MEC), etc.

Chevallard (1998a) destaca que tanto a esfera como a noosfera não trabalham sozinhas. Apesar da noosfera possuir poder, responsabilidades, competências, ser "o centro operacional do processo de transposição" (ibidem, p.11), entre outras instâncias delimitadas, qualquer decisão (de ensino, didático, epistemológico, etc.) entre a esfera e a noosfera é tomada em conjunto.

A noosfera é quem seleciona os elementos do saber científico designados como saber a ensinar que por sua vez serão submetidas ao trabalho de transposição. Segundo Chevallard (1998a) esta etapa é visível a sociedade e é chamada de transposição didática externa. A transposição didática interna realiza-se no interior do sistema de ensino (geralmente dentro da sala de aula).

Segundo Chevallard (2013), a didática pode ser definida como a ciência da difusão do saber e da aquisição em sociedade. E que o seu problema fundamental foi ao longo dos

tempos reduzido a duas características: alguns objetos de saber O e alguns sujeitos humanos x supõe estudar O. A relação de x com O é denotada por R(x, O) e recebe destaque na TAD. Se x não sabe algo sobre O a sua relação com o objeto do saber é nula. A relação R(x, O) pode mudar, progredir, ser realizada. Como x "conhece" O? Esta é a questão chave da didática clássica.

Segundo Chevallard (2013), a didática tradicional tem duas características em jogo: a primeira diz que a relação R(x,O) constrói um plano de alguma instituição. A segunda, o binômio considerado em x e O é geralmente partido de um "trinômio" (situação), x, y e O, onde y pode ser um sujeito ou uma instituição. Esse trinômio constitui-se um sistema didático S(x,y,O).

Segundo Chevallard (2012, p.1) "a didática é uma dimensão vital da sociedade humana". Ela é composta por heterogêneas situações sociais em que uma pessoa faz algo, ou até mesmo tem intenção em fazê-lo com o intuito de estudar e de aprender algo. O algo a ser estudado e aprendido é conhecido como o jogo didático na situação.

"A didática é a ciência que estuda as condições que regem tais "situações didáticas", ou seja, situações sociais que dependem de algum "tríplice didático", que inclui alguns x, alguns y, e alguns trabalhos a estudar O" (CHEVALLARD, 2012b, p.2). Ou seja, existe relações entre x, y e O ou equivalente aos sistemas didáticos S(x,y,O). Para exemplificar, denotaremos x e y como sendo dois sujeitos qualquer. Suponha que y faz ou tem intenção de ajudar x a estudar e aprender algo. E que x ajuda-se, estudando e contribuindo de tal maneira que mantenha o jogo didático. "O algo que y faz ou tem intenção de ajudar x é chamada de gesto didático" (CHEVALLARD, 2012b).

Reforçando: no caso do paradigma tradicional, o sujeito x é o aluno(a), o sujeito y é o professor(a) e O é o trabalho fornecido pelo professor, pela escola. Generalizando, substituímos x por um conjunto X de discentes; Y pode ser uma equipe de ajudantes didáticos que podem incluir algum coordenador auxiliado, ajudado por assistentes e O é o saber comum. Tradicionalmente, o objeto O parte de alguma disciplina tal como matemática, física, biologia, etc. A tríplice didática (tradicional) é S(X, Y, O). O sistema didático S(x, y, O) é um caso particular da forma generalizada S(X, Y, O). Quando nenhum y auxilia x, ou melhor, quando y é omitido, o sistema didático, segundo Chevallard (2013), reduz a S(x,O) e é chamado de sistema autodidático. Porém, entendemos que mesmo x estudando sozinho o objeto de saber O, existe pelo menos um sujeito y, implícito, omisso, que proporciona tal relação x com O. Por exemplo: uma aluna estuda sozinho pelo livro. Alguém fez o livro. Portanto, este alguém está ajudando, de alguma forma, a x estudar. Outro ponto a considerar

aqui é que dois estudantes x_1 e x_2 trabalhando juntos em seu trabalho O são parte do sistema didático $S(\{x_1,x_2\},O)$.

O sistema didático não se reduz apenas a sala de aula ou a algum ensino formal. O sistema didático definido por Yves Chevallard pode aparecer e é quase sempre corriqueiro em sociedade: seja na sala de aula, em casa com a família, na internet, em uma conversa no clube, etc. Na TAD de Chevallard, o adjetivo *didatite* aparece em alguma ação pretendida, de uma intenção de ajudar alguém a realizar algo.

Na didática emergente (novo paradigma da didática) aquele tríplice didático é considerado diferente. O sujeito y não é definido exatamente. Interpretamos y como sendo a internet, o ciberespaço[6] e denotaremos aqui por "?". O sujeito x poderá recorrer a redes de computadores, ciberespaço "?" ou ainda a outro sujeito y, como no paradigma tradicional, para buscar respostas A aos seus questionamentos Q ou de outros sujeitos, e também o trabalho O. A tríplice didática emergente[7] ou novo paradigma didático é o sistema didático S(X,?, Q). Há uma profunda mudança de comportamento, de ações, de atividades, de didáticas, de paradigma, etc. Primeiro tende a perder a "peregrinação intelectual interminável" e a admirável adoração ou aceitação de um único guia (o docente) para todas as articulações em torno do ensino, como no velho paradigma didático. Ou seja, há uma tendência tanto do discente quanto do docente recorrer, também, à artefatos tecnológicos em rede, o que pode potencializar a ambos na busca (independente de tempo e de espaço) por aprendizagem. Segundo, que quando contrastado com o antigo parece um novo paradigma didático, busca elaborar e responder questionamentos do mundo de tal forma que a educação é um processo ao longo da vida. A educação não é tratada para algum fim, mas é trabalhada para ser utilizada como um meio, partindo de uma concepção de "aprender a aprender". O conteúdo

6A forma digital caracteriza o ciberespaço. Esta deve ser entendida como o universo virtual das redes, universo paralelo que tem sua matriz na internet, que possuem inumeráveis sites e portais de vários tipos, constituindo uma "realidade" multidirecional, artificial ou virtual incorporada à uma rede de computadores. Esses computadores geram e viabilizam o acesso aos ambientes virtuais. A comunicação no ciberespaço é realizada por informações codificadas, protocolos, códigos e linguagens computacionais, onde cada protocolo indica o endereço na rede. Tanto o emissor, quanto o receptor de informações na rede possui um protocolo, este é o endereço na rede. A rede possui inúmeras subredes, a mais empregada e conhecida destas é a www (World Wide Web) que seria a chave para se conectar a rede no seu conjunto de regras de protocolos. O ciberespaço é um sistema de comunicação eletrônico, global, apresentando-se linguagens de programação em seu interior, onde esses envolvem, relacionam pessoas e computadores (MENDES, 2009, p.23).

[7] Paradigma didática emergente definida por Chevallard tomaria como um termo "emprestado" do paradigma emergente abordado em ciências ou ainda de paradigma educacional emergente? Caso se refira a uma ou a outra, a didática tomaria um posicionamento científico embasado por uma visão sistêmica, que parte da concepção de que todos os seres vivos são interdependentes, conectados em teias de relacionamentos, e de percepção de mundo holístico, global, sistêmico e complexo. E mais, na chamada "Era das relações", habilita, potencializa, requer ou ainda cria nova "ecologia cognitiva". Sendo esta traduzida na criação de novos ambientes de aprendizagem que privilegiem a construção do conhecimento, compreensão, reflexão, coletividade... (MORAES, 2003).

aprendido, neste contexto, não é predeterminado, ao contrário do que é habitual no paradigma escola. O conteúdo é determinado tanto pela pergunta Q feita pelo sujeito x a ser estudada quanto pela linha de pesquisa e estudo percorrido, quanto pela resposta encontra ou não, partindo novamente a novas reflexões, pesquisas, etc. A partir daí sai a terceira mudança: destina-se ao tratamento e consideração dada à educação de crianças, jovens, adultos e idosos. A educação não é obrigatória por lei apenas às crianças e adolescentes, mas também para qualquer cidadão (CHEVALLARD, 2012b).

Segundo Chevallard (2012a, p.5) nenhuma didática, nenhuma comunidade didática deve encarregar-se de um único território. A vida é mantida por relações, assim também o é com a vida científica. Isto não é tão bem compreendido caso o saber típico seja retrocognitivo. É preciso adotarmos uma visão procognitiva no qual "sabemos" tem mais haver com o nosso futuro do que com o nosso passado. "A análise didática trata-se primeiro de analise praxeológica".

A explicação de antropológico de teoria antropológico do didático parte da abordagem de sistemas didáticos acima. Outro ponto a destacar, baseado em Chevallard (2012a) é que aquilo que pode consistir o didático, depende (portanto, existem condições e restrições para a sua existência) primeiro do objeto O de sua "disciplina" que a banha não somente a sua estrutura própria, mas também o campo praxeológico ao que pertence.

Praxeologia deriva de duas palavras gregas, práxis e logos; são princípios inter-relacionados de elementos práticos e teóricos na ação humana em realizar algum fim: práxis significa a parte prática, o saber-fazer, enquanto o logos significa a parte inteligível, racional e lógico desse saber-fazer.

A noção de tarefa é a raiz da noção de praxeologia. Uma tarefa *t* pertence a um tipo de tarefa *T* ($t \in T$) ou seja, na maioria dos casos uma tarefa é um tipo de "tarefa pai" e é expresso por um verbo: caminhar pela praça, escovar os dentes, somar dois números inteiros, etc. Yves Chevallard destaca três características imediatamente notadas para o conceito de tarefa: primeiro, o conceito de tarefa ou tipos de tarefas é amplo, um simples coçar os olhos, sorrir para alguém já é considerado uma tarefa. Suponha que uma médica solicita ao seu paciente, que tem problemas de locomoção motora, mexa os dedos dos pés. Esta tarefa pode servir (ou não) de procedimento para a médica realizar alguma atividade diagnóstica. Então, o conceito de tarefa, ou melhor de tipo de tarefa, requer um propósito relativamente específico (CHEVALLARD, 1998b). Segundo, um tipo de trabalho apenas existe na forma de diferentes tipos de tarefas e o seu conteúdo é rigidamente especificado. Exemplo: a tarefa - calcular algo - em determinado nível de escolaridade pode ser enriquecida, no mesmo nível de ensino ou

em outro nível maior, por novos tipos de tarefas: construir, mostrar, ordenar, etc; Terceiro, tarefas e tipos de tarefas são produções, "artefatos", "obras" humanas, construções intencionadas.

Partindo daqueles três pontos referentes à tarefa, esta estaria relacionada ao "fazer coisas". Yves Chevallard à considera como um elemento de organização praxeológica estática, uma vez que a dinâmica necessária para a sua execução é, a princípio, não revelada. Nessa dinâmica podem existir maneiras diferentes de realizar, de executar tais tarefas, que segundo esse mesmo pesquisador, o chama de técnica. Esta é considerada como a "arte", um saber comum, surgida do grego *techne*. Assim, uma praxeologia sobre um tipo de tarefa *T* contém, em princípio, uma técnica τ em T. Estes dois elementos da organização praxeológico é definido por Chevallard (CHEVALLARD, 1998b) como sendo um "bloco" $[T, \tau,]$ chamado bloco prático-técnico. Que genericamente é constituído como saber comum.

Para que a técnica τ possa exercer, executar, realizar determinados tipos de tarefas devem ser considerados três pontos (CHEVALLARD, 1998b): primeiro, uma técnica é o "como fazer" de determinado tipo de tarefa. Sucede apenas uma parte P(τ) do tipo de tarefa que se refere ao escopo da técnica. Exemplo: Amarildo faz barba utilizando uma navalha. Primeiro ele molha o rosto com água e sabão e em seguida passa a navalha de cima para baixo raspando os pelos do rosto. Bruno faz barba utilizando uma máquina própria. Primeiro ele apara os pelos do rosto com uma tesoura e o restante, de forma circular, utiliza essa máquina para raspar os pelos do rosto. Carlos faz barba utilizando um barbeador. Primeiro ele passa um pano molhado e um pouco quente no rosto e em seguida passa as lâminas do barbeador, do sentido de baixo para cima para raspar os pelos do rosto. Amarildo, Bruno e Carlos utilizam técnicas diferentes porém realizam o mesmo tipo de tarefa: fazer barba; Segundo, a técnica sendo ela generalizada é identificada como "saber comum"; Terceiro, cada instituição pode trabalhar técnicas diferentes ou iguais a outras instituições, uma instituição pode ignorar ou não (re)conhecer uma técnica utilizada por outra instituição.

Partindo daqueles três pontos referentes à técnica, esta estaria relacionada ao "como fazer coisas", maneira de realizar, de executar as coisas, as tarefas. Por outro lado, uma pessoa poderia perguntar por que Carlos passa uma toalha molhada e um pouco quente no rosto antes de fazer a barba. Ele poderia responder: para que os poros do meu rosto fiquem mais abertos, facilitando a raspagem dos pelos e não os deixando encravar. Esta justificativa e explicação da técnica utilizada por Carlos é considerado por Chevallard como outro elemento de organização praxeológica, chamado de tecnologia. O termo tecnologia θ é um discurso racional (logos) sobre a técnica τ. É a explicação e justificação, de maneira racional, da

técnica. De tal forma que a técnica garanta executar, realizar a tarefa do tipo T de maneira eficiente e lógica. Em muitos casos, elementos tecnológicos são integrados na arte.

Chevallard (1998b) destaca três pontos referentes ao entendimento de tecnologia: primeiro, a função da tecnologia é justificar a técnica; Segundo, a função da tecnologia é explicar, de maneira inteligível determinada técnica. Assim, a primeira função da tecnologia seria necessária para garantir a eficiência da técnica e a segunda função seria necessária para poder explicar o seu por quê; Terceiro, existem tecnologias potenciais, técnicas pendentes que são poucas técnicas.

Partindo daqueles três pontos referentes à tecnologia, esta estaria relacionada ao "por que fazer coisas de determinada maneira". A tecnologia é o como fazer as coisas de maneira racional. Ela é intrínseca, entrelaçada com a técnica. É a justificação e a explicação de funções das técnicas utilizadas para realizar determinadas tarefas ou tipos de tarefas. Por outro lado uma pessoa ainda poderia perguntar por que os poros da pele do rosto abrem ao manter contato com a água morna. Uma explicação ainda racional dessa justificação poderia ser dada pelo processo de dilatação térmica. Assim, o discurso tecnológico contém afirmações que pode conter porquês. E a partir destes porquês, ao maior nível de explicação dela, surge mais um elemento da organização praxeológica chamada por Chevallard (CHEVALLARD, 1998b) de teoria Θ. Ou seja, a teoria Θ é o porquê das tecnologias utilizadas nas explicações e justificações das técnicas. "A teoria refere-se a um conjunto mais abstrato de conceitos e argumentos dispostos em um discurso geral que justifica a tecnologia em si" (MARTENSEN, 2011, p.218). A teoria é entrelaçada a tecnologia e ambas são definidas por Yves Chevallard como sendo um bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$.

A organização praxeológica ou a noção de praxeologia constitui-se em torno de

> tipos de tarefas (T) a serem cumpridas por meio de pelo menos certa maneira de executá-las, chamada técnica (τ), que, por sua vez, é explicada e legitimada por elementos tecnológicos (θ), justificados e esclarecidos por uma teoria (Θ). A praxeologia [T, τ, θ, Θ] formada por esses quatro componentes articula um bloco prático-técnico [T, τ], designando o saber-fazer, que consiste da associação entre certo tipo de tarefa e uma determinada técnica, e um bloco tecnológico-teórico [θ, Θ], designando o saber, resultado da articulação entre a tecnologia e a teoria (ARAUJO, 2009, p.36).

A praxeologia ou organização praxeológica é constituído por um bloco prático-técnico [T, τ] e por um bloco tecnológico-teórico [θ, Θ]. Segundo Chevallard (1998b), o primeiro

bloco é normalmente identificado como conhecimento enquanto que o segundo bloco é normalmente identificado como saber comum.

"O desenvolvimento de técnicas está no coração de atividade matemática" (CHEVALLARD, 1998b, p.23 tradução nossa). O estudo e a resolução de um determinado tipo de problema (tarefas) podem estimular a criação de pelo menos uma técnica. Assim, o estudo de um determinado problema não é um fim a si mesmo, mas aparece como meio de construção de uma técnica capaz de resolvê-la ou não. Independente de determinada técnica irá resolver ou não a tarefa, existe a intenção em buscar resolver o problema e com isso desenvolve uma dialética fundamental de criação e de aprofundamento, estudo de problemas técnicos relacionados com o mesmo tipo de técnica que a partir daí, a própria técnica poderá ser um procedimento para resolver o problema deste tipo.

Segundo Chevallard (1998b) geralmente, um tipo de tarefa é definido em relação a um ambiente tecnológico-teórico previamente desenvolvido ou estimulado para criar um ambiente dialético com o surgimento das justificações e explicações eficientes de determinada técnica (tecnologia).

A partir daquele ambiente dialético existente de estímulo ao estudo de criações de técnicas mais eficientes do que as já existentes para executar um tipo de tarefa parte, segundo Chevallard (1998b), do processo de institucionalização. A partir daqui surge à criação de regras, de critérios, de normas, de interesses, de objetivos que especificam o que deve ou não ser organizado (matematicamente). Etapa que irá definir o que são prioridades, o que são levados, matematicamente, em segundo, terceiro... plano.

Aquela etapa de decisão a respeito do funcionamento praxeológico matemático de determinada instituição precisará passar pela etapa de avaliação. Momento de reflexão sobre as ações tomadas às organizações praxeológicas (CHEVALLARD, 1998b).

Como uma das etapas essenciais para qualquer instituição é a etapa de avaliação de uma organização praxeológica. Segundo Chevallard (1998b), avaliar é sempre um processo relativo. Ele parte da argumentação de que o processo de avaliação sempre se refere a um determinado uso social, ou seja, parte de pontos de vistas. Mas para tal é preciso definir critérios explícitos para esclarecer e justificar, para se ter uma noção de como está organizado a praxeologia (matemática).

Chevallard (1998b, p.25) mostra alguns critérios de avaliação praxeológica, baseado em questionamentos: critério de identificação, critério de razão de ser, critério de relevância, entre outros. Exemplo:

- **critério de identificação**: os tipos de tarefas T_i estão claramente expostos e bem identificados? As tarefas são familiares à instituição?
- **critério de razão de ser**: as razões para os tipos de tarefas T_i são explicados? Estas tarefas possuem poucos exemplos representados? As técnicas propostas são realmente desenvolvidas ou apenas esboçadas? Existe justificativas para as técnicas?
- **critério de relevância**: as técnicas são conhecidas pela instituição e são fáceis de utilizá-las? As justificativas explicativas são elas favorecidas? As justificativas são adaptadas as condições da instituição?

Segundo Martensen (2011) o modelo praxeológico foi recentemente utilizado para a análise e projeto de intervenção de ensino em contextos formais de educação científica onde uma de suas contribuições tem sido a identificação e remediação de dissociação entre teoria e prática dos corpus de conhecimentos ensinados.

Chevallard (1998b) define quatro categorias de organizações praxeológicas: praxeologia pontual, praxeologia local, praxeologia regional e praxeologia global. A princípio, um tipo de tarefa T é formado por uma técnica τ, uma tecnologia θ e uma teoria Θ, todos estes denotados por praxeologia pontual $[T, \tau, \theta, \Theta]$. A praxeologia pontual $[T, \tau, \theta, \Theta]$ é assim categorizada quando apenas leva em consideração uma única tarefa T. A praxeologia local $[T_i, \tau_i, \theta, \Theta]$ é assim categorizada quando leva em consideração uma determinada tecnologia θ. Geralmente uma determinada instituição I tem uma teoria Θ, tem várias tecnologias θ_j que cada qual por sua vez justifica e torna-se inteligível. Várias técnicas τ_{ij} correspondem ao maior número de tipos de tarefas T_{ij}. Esse tipo de desenvolvimento em torno de uma única teoria é chamada de praxeologia regional [Tij, τij, θj, Θ]. Quando a organização praxeológica é desenvolvida em uma determinada instituição I pela agregação de várias tarefas T, técnicas τ e tecnologias θ à várias teorias, é chamada de praxeologia global [Tijk, τijk, θj^k, Θk]. Ou seja, a praxeologia global é a agregação de várias organizações praxeológicas regionais atuantes às várias teorias Θ.

Segundo Chevallard (1998b), em muitos casos o tipo de tarefa T bloqueia o bloco tecnológico-teórico $[\theta, \Theta]$. Ou seja, há, em muitas instituições I, uma maior visibilidade no bloco prático-técnico [T, τ]; Da passagem da praxeologia pontual à praxeologia local a tecnologia é enfatizada. De maneira semelhante, da passagem da praxeologia regional à praxeologia global a teoria é trazida à tona.

Segundo Chevallard (1998b), mesmo a organização praxeológica pontual geralmente não é totalmente definida estruturalmente como: a técnica como sendo a forma de fazer, de realizar determinada tarefa, a tecnologia como sendo a justificativa e explicação dessa técnica utilizada para fazer essa tarefa e que a teoria como sendo o porquê desta justificativa para funcionar perfeitamente. Ou seja, esses elementos de organização praxeológica podem não ser tão bem definidos, perceptíveis na prática. "O tipo de tarefa em torno do qual foi constituída uma praxeologia pode não estar bem identificado, a técnica associada pode se revelar impraticável. A tecnologia pode, por vezes, ser reduzida a uma pura declaração de princípios e a teoria, pode ser perfeitamente enigmática" (ibidem, p.6 tradução nossa). Ou seja, a teoria pode não estar explicitada, assim como a tecnologia, a técnica...

Vale destacar que a organização praxeológica matemática parte de um tratamento didático para/com a seleção, organização, planejamento, método, entre outras preocupações didáticas que, de maneira imbricada, permeia, também, a existência de organização praxeológica didática. No momento que determinada instituição ou pessoa (o docente, por exemplo) permite a construção, ou melhor, a transposição de determinado objeto do saber (matemático) em objeto do saber a ser ensinado, articula-se (re)construções de tarefas, de técnicas, de tecnologias e de teorias, assim como em qualquer outra organização praxeológica. Portanto, segundo Chevallard (1998b), a organização praxeológica didática ou praxeologia didática são respostas que objetivam satisfazer, realizar as seguintes perguntas: como estudar a questão q = τ_T ?; Como estudar o objeto do saber O?

A TAD define o trabalho do objeto (matemático) O como sendo uma combinação de elementos praxeológicos $[T, \tau, \theta, \Theta]$. Didaticamente, o estudo de O consiste em providenciar alguma análise praxeológica de O. O sujeito **x** (aluno) em fazer algo ajudado por **y** (professora) de maneira intencionada, compromete-se ao trabalho didático o que **y** requer para tal analisar a estrutura praxeológica de O, assim como o seu estudo. Além disso, qualquer análise didática implica alguma (re)formulação de organização praxeológica de O. (CHEVALLARD, 2013).

Chevallard (1998b) sugere 6 momentos didáticos ou momentos de estudos, não necessariamente na mesma sequência, para assim possibilitar a análise de organização praxeológica didática:

- Momento de (re)encontro com a praxeologia estudada (no nosso caso a praxeologia matemática) de tal maneira que satisfaça o objeto O com algum tipo de tarefa T_i;
- Momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica τ_i: constituição de determinadas técnicas de resolução;

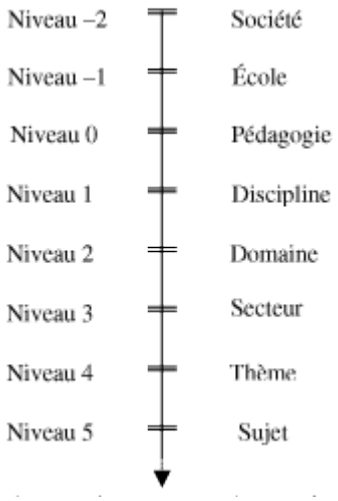
- Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico: busca manter uma ligação com os demais momentos. Mantendo assim, justificativas e explicações para tais técnicas;
- Momento de institucionalização: elaboração de objetivos, decisões, seleções, condições, regras a serem tomadas em qualquer momento didático;
- Momento de trabalhar a técnica: tanto permeia a exercitação como também a performance de determinada técnica;
- Momento de avaliação: articula o momento de institucionalização, refletindo, questionando, avaliando as relações pessoais e verificando eficiências em cada momento e relações entre os momentos didáticos.

No caso da praxeologia O = $^{[T,\ \tau,\theta,\Theta]}$ existe momentos em algumas situações didáticas em que o sujeito **x** encontra-se um tipo de tarefa T_i em um primeiro momento e, em seguida, depara-se, ou melhor, necessita-se de pelo menos uma técnica, atrelada a tarefa, para realizá-la, executá-la. O modelo praxeológico $^{[T,\ \tau,\theta,\Theta]}$ é quem dita o modelo de momentos didáticos.

"A didática é a ciência do ensino e, mais amplamente, das condições e das restrições aplicáveis à divulgação de entidades praxeológicas com as instâncias da sociedade" (CHEVALLARD, 2011, p.1).

Segundo Chevallard (2011) o ensino é uma das dimensões humanas, e talvez animais, presente em qualquer situação em que há intenção por um sujeito ou instituição V fazer alguma coisa (gesto didático) à algum sujeito ou instituição aprender qualquer coisa (a questão didática ♥). Entendermos que o ensino não acontece apenas em instituições de ensino ou em disciplinas. O ensino parte da própria circunstância da vida humana em ensinar e aprender entre dois sujeitos ou duas instituições. O ensino aparece como um possível objeto de intenções e de necessidades sobre reuniões praxeológicas por um lado e como capacitor de intenções e potencialidades operado por um gesto didático do outro. Para tal funcionamento de atividade de ensino precisará de "equipamento praxeológico" de intenção e de gestos didáticos. De modo mais geral, o ensino leva em consideração à uma gama de níveis de condições, de limitações e restrições, representado por uma escala hierárquica de níveis de co-gestão em escala didática ou co-determinação didática, conforme Figura 1:

Figura 1 - Níveis de Co-determinação didática de Yves Chevallard



Fonte: (CHEVALLARD, 2002, p.10)

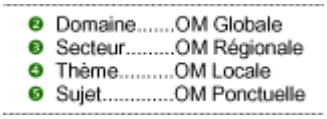
Chevallard (2002) situa determinado saber em uma escala hierárquica de tal forma que cada nível colabora de maneira condicional e, até mesmo em momentos, determina as organizações matemática e didática relacionadas. Ou seja, Chevallard busca explicar as relações entre os objetos de saber e seus estudos, e que termos de cada nível de co-determinação didática mantém relações (limitadas, legitimadas, influenciadas, restritas, condicionais e impedidas) para/com esses objetos e estudos. Os níveis de co-determinação didática funcionam de maneira interdependente.

Segundo Chevallard (2013), o objeto do saber O tem iniciado como prática na TAD. Descrever determinada condição no contorno de uma disciplinariedade pertencente a O parte de quatro escalas hierárquicas de disciplinas: primeiro, O é situado em algum domínio de subcampo. Exemplo no campo da Matemática (primeiro): a álgebra e a geometria seriam os subcampos (segundo). Dentro deste subcampo é dissociado em setores (terceiro), que por sua vez seriam constituídos por temas ou tópicos. As equações e os polígonos seriam os setores e as equações do 1º grau e os triângulos equiláteros seriam os temas (quarto). Dentro do tema estariam os tipos de tarefas a serem realizadas, chamada assuntos. Portanto, as 4 escalas hierárquicas de disciplinas configuram-se em, domínio, setor, tema e assunto.

Segundo Chacón (2008) os níveis positivos de co-determinação didática são correspondentes à organização matemática, de maneira imbricada aos elementos das organizações praxeológicas pontual, local, regional e global (Ver Figura 2). Ou seja, a organização praxeológica pontual está associada ao nível de co-determinação, assunto (nível 5); a organização praxeológica local está associada ao nível de co-determinação, tema (nível

4); a organização praxeológica regional está associada ao nível de co-determinação, setor (nível 3); E a organização praxeológica global está associada ao nível de co-determinação, domínio (nível 2).

Figura 2 - Correspondência entre os níveis positivos de co-determinação didática e a organização matemática



Fonte: (CHACÓN, 2008, p.73)

Vale destacar que a organização praxeológica O = $[T, \tau, \theta, \Theta]$ é estruturada de maneira multinível, interdependentes entre todas as escalas de níveis de co-gestão didática: humanidades, civilizações, sociedades, escolas, pedagogias, disciplinas, domínios, setores, temas e assuntos (CHEVALLARD, 2011, 2012). Isto seria um panorama antropológico da TAD.

Na TAD, a escola é uma instituição dedicada ao estudo de algum objeto O. O contrato que liga a sociedade e uma escola pode ser firmado por meio de uma decisão antecipada do que será estudado em O. Por sua vez, o trabalho O inicia-se, neste caso, alguma entidade praxeológica a fim de responder alguma tarefa. Neste caso, o objeto O já será definido por um campo de saber (Matemática, por exemplo), será estruturado a fim de aprender a resolver determinada tarefa já definida. As organizações praxeológicas já serão definidas na escola. Por outro lado, pode existir um contrato firmado entre sociedade e escola diferente. Este contrato pode ser considerado mais parecido com as investigações científicas, em que o objeto O não é mais uma ferramenta para responder questões já definidas, mas sim uma questão Q, o qual é um produto também humano, porém o estudo de O deixa de ser, a priori, administrada por uma disciplina, por um campo de saber específico já pré-determinada com antecedência. Essa questão Q não é introduzida claramente por um campo de saber específico como Matemática, Biologia, etc. Assim, x busca questões secundárias Q', terciárias Q'' assim por diante, úteis para responder a questão Q. O estudo de Q liderada por x e auxiliada por y é agora "co-disciplinada" na medida em que geralmente exige contribuições combinadas a partir de vários saberes conhecidos e desconhecidos. A busca de respostas para a questão Q pode neste caso acoplar vários campos de saberes (CHEVALLARD, 2013).

Chevallard (1998, 2001), estende a teoria da transposição didática elaborando axiomas pertinentes como estrutura básica para o conceito de teoria antropológica do didático: pessoa, instituição e objeto.

1. Todo saber é saber de uma instituição;
2. Um mesmo objeto do saber pode viver em instituições diferentes, com uma condição: o saber seja necessariamente submetida às exigências.

Do segundo axioma temos que quem controla todo o funcionamento da instituição e, por sua vez, dos saberes inerentes a ela são os próprios sujeitos-integrantes dessa mesma instituição.

Yves Chevallard conceitua pessoa partindo do entendimento de que um indivíduo x mantendo-se relações pessoais com o objeto de saber O em determinada instituição I e em determinado momento histórico de x, poderá estabelecer modificações pessoas ou não. Por exemplo: um estudante inserido em determinada instituição escolar I mantém relações pessoais com o objeto de saber O. Caso nesta relação o indivíduo (estudante) mantenha modificações pessoas com O é dito então que esse estudante aprendeu O. Além disso,

> Dado um objeto institucional O de I, a relação institucional a O em I (RI (O)) é caracterizada pela imposição sobre R(X,O) quando X se torna sujeito de I. Se uma pessoa entra em I, sua relação institucional a O depende da posição p que ocupa em I: RI(p,O). Em uma instituição didática, as principais posições são a posição de professor e a posição de aluno (BELLEMAN, 2009, pp.4,5).

Chevallard (1991) citado em ARAUJO (2009, p.26) diz que dado um saber S encontra-se em diversos tipos de instituições I, onde cada instituição dessa mantém uma problemática de I em relação a S de maneira igual ou diferente. Onde um dado saber S presente em determinadas instituições diferentes seria interpretado como sendo respectivamente a ecologia dos saberes e seus diferentes habitats. Se Chevallard enxerga o saber como uma ecologia, há de interpretar então que exista uma conectividade e interdependência entre todos os saberes institucionais. Como os integrantes das instituições podem manipular um determinado saber, Chevallard distingue quatro tipos de instituição: produtivas, utilizadoras, ensino e transpositivas. As instituições produtivas (as academias) são as mais valorizadas pela sociedade. As instituições utilizadoras (escolas profissionalizantes) de saberes são quase ignoradas e as instituições de ensino (escolas) são as mais visíveis culturalmente do que as de utilização (ARAUJO, 2009, p.26). As instituições transpositivas

(noosfera) é a que recebe maior foco da teoria porque é ela quem permite trocas de saberes entre as instituições.

Enfatizamos que objeto do saber O pode viver em instituições diferentes e que um saber S pode estar presente em diversas instituições I (produtivas, utilitárias, ensino e transpositivas). Destacando também as instituições intermediárias (diretrizes, parâmetros curriculares, programas, livros didáticos - formados por elaboradores de políticas públicas e educacionais, pedagogos, autores de livros, etc.). Essas instituições são interdependentes. O saber situa-se em diferentes habitats por um funcionamento "ecológico". Para funcionamento dessas instituições existe, e é necessário requerer, uma organização praxeológica[8] e, é claro, política. Tipos de técnicas, de tecnologias, de teorias e de tarefas são desenvolvidas. É na análise dessas praxeologias e das relações entre essas instituições que surge a TAD.

[8]Segundo Chevallard (1998b, p.7 tradução nossa), "o processo de transposição institucional não necessariamente produz versões degradadas, inferiores, por exemplo sobre a qualidade do seu bloco tecnológico-teórico". Mas ao contrário, a transposição didática é uma oportunidade para melhorar as organizações praxeológicas, "enriquece o mundo da praxeologia socialmente disponível". Chevallard a partir desse discurso otimista a respeito de transposição didática que na maioria das vezes é mais visível nas instituições de ensino, enfatiza o trabalho transpositivo como sendo uma oportunidade para retrabalhar as praxeologias ao ponto de (re)adaptá-las às novas condições institucionais (melhorar as praxeologias).

CAPÍTULO 3: SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

O que é, o que é,
Uma árvore bem frondosa
Doze galhos, simplesmente
Cada galho, trinta frutas
Com vinte e quatro sementes?
Maria José Nóbrega

Segundo Schubring (2013), as codificações de informação começaram como materializações concretas e estavam intimamente ligadas às formas sociais e culturais totalmente específicas de vida. Schubring (2013) analisa e discute estágios característicos de codificações a partir de sistema de signos materialmente diferenciados em relação à simbolização abstrata e de utilização global, desde a Mesopotamia até os dias atuais, como o caso de dois sistemas de codificação: números e escrituras.

Segundo Schubring (2013), a Mesopotâmia[9] é uma região importante para estudar o surgimento de sistemas de estruturas de signos (de escritura e de numeração), entre um dos motivos, o material padronizado utilizado para escrever e calcular é resistente. Esses artefatos padronizados eram chamados pelos gregos de ψηφοι (*psephoi*), pelos romanos de *cauculi.* Em inglês é chamado de *token:* "objetos de argila que representavam diversos formatos: cones, esferas, discos, cilindros, etc" (ROQUE, 2012, p.41). Vide Figura 3.

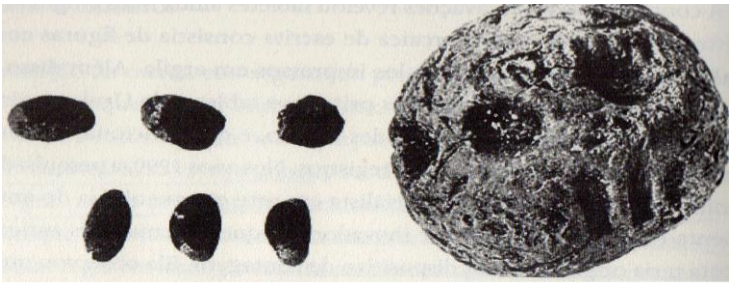
Segundo Roque (2012), as primeiras formas que se tem registros são decorrentes do quarto milênio antes de Cristo na Mesopotâmia; a história tradicional parte do entendimento de que a escrita cuneiforme é oriunda de registros de figuras que buscavam representar objetos da natureza, baseando-se assim de uma concepção pictográfica de mundo. No entanto, pesquisas recentes, por volta de 1930, descobriram na região do Uruk, no Iraque, datadas por volta do ano 3000 a.C, diversas tabletes contendo sinais comuns, que por sua vez não representavam algum objeto[10] (concreto), mas eram sinais comuns abstratos. O que contradiz a tese pitográfica firmada. Por exemplo, não necessariamente o sinal para representar uma ovelha era o desenho de uma ovelha mas um círculo com uma cruz. "A continuação das escavações revelou tabletes ainda mais enigmáticas, mostrando que essa forma arcaica de

[9] Atualmente o Iraque e terras próximas.
[10] "Quando os estudiosos se viam diante da impossibilidade de distinguir, na imagem desenhada, o que estava sendo representado, essa dificuldade era atribuída a falhas humanas: cada indivíduo teria feito as imagens de seu jeito, incorrendo a erros" Ou seja, "a história praticada até os anos 1980 não usava tais discrepâncias como evidência para questionar a tese hegemônica sobra a evolução da escrita [...] Em alguns tabletes mesopotâmicos já eram notadas discrepâncias entre a representação e os objetos simbolizados, mas elas eram atribuídas às limitações da cultura primitiva" (ROQUE, 2012, p.40).

escrita consistia de figuras como cunhas, círculos, ovais e triângulos impressos em argila"(ROQUE, 2012, p.41).

Schubring (2013) afirma que os *tokens* são os mais antigos sistemas de signos da humanidade (Figura 3); aqueles símbolos indicam ao mesmo tempo quantidade e qualidade. Ao serem colocados em algum recipiente, por exemplo, a forma era um sinal para o objeto e o tamanho para a quantidade. E que, deste 3000 a.C, esses artefatos eram utilizados para administrar bens e realizar atividades comerciais.

Figura 3 - Exemplo de Tokens e de seu "recipiente" (invólucro)



Fonte: (ROQUE, 2012, p.42)

Segundo Roque (2012), com o desenvolvimento da sociedade, existiu aperfeiçoamento para registrar, armazenar os *tokens*, conforme Figura 4.

> O número de unidades de um produto era expresso pelo número correspondente de marcas na superfície. Uma bola contendo sete ovóides, por exemplo, possuía sete marcas ovais na superfície, às vezes produzidas por meio da pressão dos próprios *tokens* contra a argila ainda molhada (ROQUE, 2012, p.41)

"A substituição dos *tokens* por sinais foi o primeiro passo para a escrita" (ROQUE, 2012, p.42). Fazendo analogias, os *tokens* eram como se fossem sinais: 1, 2, I, D, etc, (com a diferença de que os *tokens* representavam não só quantidades como também qualidades); E o "recipiente" ou o invólucro eram como se fossem papéis. Provavelmente os contadores daquela época perceberam que os *token*seram desnecessários para se registrar a quantidade de coisas nos invólucros. Observe a Figura 4, "No próprio tablete de argila já poderia ser registrado a quantidade de determinada coisa. [...] As marcas impressas nos invólucros passaram a incluir impressões com estiletes que, aos poucos, foram sendo transpostas para tabletes" (ROQUE, 2012, p.43).

Figura 4 - Exemplo de impressões em tabletes de argila sem a necessidade de inserção de tokens

Fonte: (ROQUE, 2012, p.43)

Segundo Schubring (2013), novamente, nos dias atuais por meio da Era Digital, os sistemas de sinais ainda são mantidos relacionados por meio de codificação, agora por meio de codificação binária. E, a partir disso, números e escrituras continuam imbricados. Não apenas números e letras mas quaisquer outros caracteres são codificados por números binários, como exemplo: tabela ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*). Softwares dinâmicos demosntram vigorosamente como a matemática pode ser digitalizada, transformando qualquer caractere em cadeias de apenas dois sinais: zeros e uns.

Portanto, até aqui, neste início de capítulo, vimos que povos primitivos da Mesopotâmia criaram sistemas padronizados de sinais, de acordo com o seu ambiente socio-cultural, para representar números e alfabetos que, ao longo de milênios, sofreram modificações, entre outras ações, e convergiram novamente, em um tipo de sinal não mais concreto como "pedras" ou melhor *psephoi*, *cauculi*, *tokens* mas sim por sinais "virtuais" por meio da codificação binária em computadores. Dessa maneira a codificação binária de caracteres (números (3, 5, 6,...), letras (a, b, k, l,...) e outros símbolos gráficos (-," ?, $, @,...)), como a tabela ASCII, é um sistema de sinais padronizado e universal. Padronizado porque os caracteres são combinações de zeros e uns; universal porque ela é usada por todos da mesma forma. Vários computadores de todo o mundo utilizam este tipo de codificação. A digitalização de palavras supõe que as palavras sejam constituídas por meio de alfabetos. No entanto, existem línguas que não são baseadas em alfabetos, como o caso do alfabeto japonês e chinês que se baseiam em ícones. Estes ícones são interpretados como elementos gráficos em um computador e daí são decompostos, por algum método, em radicais (figuras geométricas) e em seguida codificadas. Ou seja, qualquer alfabeto do mundo, assim como

qualquer outro caractere, pode ser convertido em uma cadeia de sinais zeros e uns, em uma cadeia de números binários!

Segundo Raimi e Braden (1998) existe uma confusão no conceito de sistema de numeração. Ela é definida como um sistema de inclusão de números, como exemplo: os complexos, os discretos e o sistema de numeração binário. Enfatizam que "binário" é uma maneira de representar números reais e não como um sistema de números. Esta definição faz analogia ao dizer que os números inteiros, fracionários e romanos são três tipos de sistemas de numeração. O que pode acarretar incompreensão matemática por ensinar aos estudantes que um artefato digital, representada por notação binária, é um sistema matemático fundamental, assim como os números complexos.

"Os primeiros numerais não eram símbolos criados para representar números abstratos, mas sinais impressos indicando medidas de grãos" (ROQUE, 2012, p.43).

Os primórdios da contagem, portanto do número, foram estabelecidos pela relação biunívoca (um a um) e pela criação de signos e de sua articulação por meio de operações (MORETTI, 1999).

> Para dar uma ideia da dificuldade da questão relativa à representação dos números, lembramos que, a princípio, nossos mais antigos antepassados contavam só até dois, e a partir daí diziam "muitos" ou "incontáveis". (É fato que, ainda hoje, existem povos primitivos que contam objetos dispondo-os em grupos de dois). Os gregos, por exemplo, ainda consideravam em sua gramática uma distinção entre um, dois e mais de dois, ao passo que a maior parte das línguas atuais só faz a distinção entre um e mais de um, isto é, entre singular e plural (FERNANDES *et al*, 2005, p.20).

Em todas as formas de cultura e sociedade existe algum conceito de número e, a ele associado por algum processo de contagem (FERNANDES *et al*, 2005). O conceito de número é abstrato. O procedimento utilizado desde as sociedades antigas é a correspondência entre dois grupos de coisas ou coleções (ROQUE, 2012). Por exemplo: considere duas crianças, dois aviões e duas maçãs. O que eles têm em comum? Nada se formos considerar cada coisa individualmente. Mas se levarmos em conta as reuniões de coisas de mesma natureza poderíamos responder, atualmente, que esses grupos (criança, avião e maçã) possuem em comum a mesma quantidade de elementos (dois). Ou seja, correspondemos uma criança a um avião a uma maçã, que ainda poderíamos corresponder a um dedo da mão. Daí, iríamos dar dois como resposta porque todos esses grupos possuem a mesma quantidade, que por sua vez atribuímos nomes e o representamos por meio de símbolos, palavras, signos: 2, dos, two, deux, II, dois, como exemplo. Portanto, estaríamos considerando que essas coleções

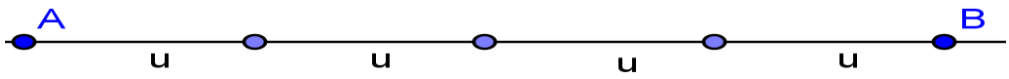
de crianças, de aviões, de maçãs e de dedos possuem uma propriedade comum, todas essas coleções possuem a mesma quantidade de elementos ou o mesmo número de elementos (dois). "Assim, em diferentes processos de contagem, ainda que o estabelecimento de correspondência seja equivalente, os nomes dos números podem diferir" (ROQUE, 2012, p.88).

> Efetuar uma correspondência entre essas coleções de coisas é 'contar'. O procedimento de contagem dá origem a um "número" que designa a quantidade de seres em uma determinada coleção [...] A definição de número implica, portanto, uma "abstração" em relação à qualidade dos seres que estão em cada coleção, para que apenas a sua quantidade seja considerada [...] O número assim obtido é abstrato porque expressa uma propriedade que foi abstraída, que foi separada da natureza os objetos contados (ROQUE, 2012, p.87-89).

O número é gerado a partir de um par formado por duas coleções: um sinal A e um atributo da natureza A'.

Vale destacar aqui a diferença entre cor e número: a cor é uma das propriedades do objeto independente de outro objeto considerado, enquanto que o número não é a propriedade do objeto, mas sim da coleção de objetos. Assim, só faz sentido a existência de número caso exista relação biunívoca entre duas coleções (independente de sua natureza). Além disso, número é abstrato não porque pode sê-lo representado por símbolos, mas "porque pressupõe abstrair a natureza particular dos seres em uma coleção. A abstração torna possível um conceito de número que poderá, então, receber um nome e ser representado por um símbolo. (ROQUE, 2012, pp.87,88).

O número teve várias representações: "por volta de 400 a.C os gregos utilizavam letras para representar números" (FERNANDES *et al*, 2005, p.21); Euclides a partir do modelo concreto de número utilizava segmentos de reta de comprimento igual a esse número, sendo que, a unidade de medida era escolhida ao acaso (FERNANDES *et al*, 2005, p.51). Considerando o conceito de números por Euclides presentes em seu livro Os Elementos: "Tanto as grandezas quanto os números são simbolizados por segmentos de reta" (ROQUE, 2012, p.188). Por exemplo: chamaremos aquela unidade de medida de **u.** Representando o "número" 4, assim definido por Euclides, teremos que o segmento de reta $\overline{AB}$ é igual a 4:



Exemplos de representações diferentes para o mesmo número: quatro, four, 4, IV, IIII.

> Na virada do quarto para o terceiro milênio a.E.C foram introduzidos símbolos para designar quantidades de coisas de natureza diferentes. Esses sinais numéricos traduziam o conceito de "unidade", "doisidade", tresidade, abstraídos de qualquer objeto particular. "Dois" é a abstração da qualidade de "doisidade" compartilhada por esses conjuntos. Logo, os numerais escritos nos tabletes desse período são o primeiro indício da utilização de um sistema de numeração abstrato (ROQUE, 2012, p.88).

Para se chegar a correspondência biunívoca (um a um) entre duas coleções no processo de contagem caracterizado pelo conjunto dos números naturais N={1,2,3,4,...} "foram necessários duas grandes conquistas que estão intimamente relacionadas: o conceito abstrato de número e uma representação adequada para esses" (FERNANDES et al, 2005, p.20). Temos a representação de números por meio de símbolos como também tivemos durante a História a construção de sistemas de numeração: regras, símbolos, formas de contar e padrões próprios. Há sistemas de numeração que são representados por bases numéricas: binário, octal, decimal, hexadecimal, etc. Assim como existe sistemas de numeração que não são representados por bases numéricas. Ou seja, mantém regras, símbolos próprios, mas não podem ser representados por somas de potências ou ainda não são posicionais (a mudança de posição de seus símbolos ou algarismos pode ou não alterar o "número"). Como exemplo desses sistemas de numeração que não são representados por bases numéricas temos: sistema de numeração romano, sistemas egípcio antigo e maia, entre outros.

Segundo Grossi (196?, p.55), "existem dois pontos fundamentais para aprender sistema de numeração de posição: a ideia de base e o princípio de posição dos algarismos".

A seguir, focaremos nos sistemas de numeração de base numérica, numa perspectiva histórica, para centrarmos nos objetivos desta pesquisa, porque o sistema de numeração binário é um tipo de sistema de base (base 2).

3.1 O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DE BASE - PARTE HISTÓRICA

"Os símbolos ou combinações de símbolos usados chamam-se numerais" (GROSSI, 196?, p.51). "Os numerais são, portanto, mera representações de ideias de quantidades, que são os números" (GROSSI, 196?, p.52). "Numeração é o estudo de como utilizar um número de palavras e de símbolos para representar os números" (GROSSI, 196?, p.51).

"Um sistema de numeração, portanto, nada mais é que um conjunto de símbolos e um conjunto de regras que permitem representar qualquer número, fazendo uso destes símbolos" (GROSSI, 196?, p.53); que sendo padronizada cria uma técnica de registrar as quantidades, operar, manejar os atributos da natureza ou elementos de algum conjunto finito considerado que mantém uma relação biunívoca (um a um) com um símbolo e um atributo da natureza. Alguns sistemas de numeração são acompanhados também do desenvolvimento de uma terminologia para denominar cada número, seguindo a sistematização do sistema, como é o caso do sistema de numeração decimal. Com esses sistemas, não precisamos contar gados contando-os um por um, mas podemos relacionar cada gado a uma pedra e, assim, contar as pedras em vez dos gados (ideia de abstração). Mais simples? Com certeza esses agrupamentos terminam por facilitar também a contagem, quando os elementos aparecem agrupados ou mesmo quando os agrupamos para contar os grupos.

Boyer (2002) e Contador (2008) apontam que uma das bases numéricas mais antigas encontradas foi a base 5. Afirmam que foi encontrado na Checoslováquia, em 1937, um osso de lobo datado de cerca de 30 mil anos, contendo profundas incisões agrupadas de 5 em 5, perfazendo dois grupos: um com 25 incisões e outro com 30 incisões, 55 incisões no total. Como as incisões estão agrupadas em grupos de 5 em 5, temos ai exemplo de sistema de numeração quinário.

Segundo Eves (2008, p.28), o sistema quinário foi o primeiro a ser usado extensivamente: "Até hoje algumas tribos da América do Sul contam com as mãos: um, dois, três, quatro, mão, mão e um, e assim por diante". Na contagem agrupam de cinco em cinco elementos.

Segundo Oliveira (2007), o sistema de numeração dos indígenas Taliáseri[11] é quinário. Na qual o número indica a quantidade, seu formato e objetos inanimados; são quantificadores e qualificadores.

11Os Taliáseri vivem em comunidades indígenas de Aracapá, baixo rio Papuri, fluente do rio Uaupés, região do Alto do rio Negro, fronteira do Brasil com a Colômbia – Noroeste Amazônico. Os números dos Taliáseri são quantificadores e qualificadores, ou seja varia, à depender do material, do gênero, do formato, da posição e da quantidade do ser ou do objeto. Existe inúmeros sufixos nos termos numéricos que classificam os numerais.

Outro sistema de numeração de base muito utilizado hoje em dia é o sexagesimal - base 60. Segundo Eves (2008, p.29), "o sistema sexagesimal foi usado pelos babilônios, sendo ainda empregado na medida de tempo e de ângulos em minutos e segundos". Além dos babilônios, os sumérios também utilizaram o sistema sexagesimal. Porém, a sua origem é desconhecida e, tampouco, há explicações para uma escolha de base tão elevada (CONTADOR, 2008, p.37).

> Parece mais provável, porém, que a base sessenta fosse adotada conscientemente e legalizada no interesse da metrologia, pois uma grandeza de sessenta unidades pode ser facilmente subdividida em metades, terços, quartos, quintos, sextos, décimos, doze avos, quinze avos, vigésimos e trigésimos, fornecendo assim dez possíveis subdivisões (BOYER, 2002, p.17).

Segundo Roque (2012), pesquisas realizadas por Peter Damerow, Robert Englund e Hans Nissen sobre contabilidade arcaica, em 1993, evidenciaram-se que os sinais utilizados em Uruk: serviam para documentar atividades administrativas; utilizavam diferentes sistemas de medidas e bases. Utilizavam 60 sinais sob técnicas cuneiformes sofisticadas. Por meio desse padrão de sinais, configurava-se como um sistema de numeração sexagesimal, como evidente, assim como um sistema de medidas (SCHUBRING, 2013). Além disso, existiam sistemas de medidas para cada especificidade: um tipo de sistema sexagesimal para contar objetos discretos, outros para contar grãos, aveias, maltes; outros sistemas para medir animais mortos, frascos de líquidos, etc. Assim, nestes sistemas de signos os sinais representam classes de objetos: qualidade e quantidade, significando não apenas número, mas magnitude (SCHUBRING, 2013).

Temos, culturalmente, o hábito de agrupar frutas por dúzias e agrupar refrigerantes por grades, por exemplo. Apesar de representarem números cardinais, as quantidades são diferentes: uma dúzia de maçãs, indica 12 unidades de maçãs, uma grade de refrigerante, corresponde 24 unidades de refrigerantes. Portanto, a forma de contar é diferente, agrupamos de 12 em 12 ou de 24 em 24 e depois contamos os grupos de 12 ou grupos de 24. Esses são os primórdios do sistema de base.

Exemplo: yamapáciã significa dois homens e yamaitenéi significa dois veados. Yama é a quantidade, dois. Os sufixos são pá e ite. E os qualificadores são ciã e néi (OLIVERIA, 2007).

Um dos sistemas de numeração mais usados atualmente é o decimal, também chamado de sistema hindu-arábico. Ele utiliza-se dez símbolos ou algarismos (hindu-arábicos) diferentes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 para escrever o número. As pessoas contam até 10, agrupam de 10 em 10, contam as dezenas e as agrupam em 10 dezenas, a centena, contam as centenas e as agrupam de 10 centenas, o milhar. Provavelmente, relação esta com os dez dedos das mãos.

"Desde o século XVI o sistema decimal ou hindu-arábico é altamente utilizado na civilização ocidental" (GLASER, 1981, p.4, tradução nossa).

A Enciclopédia Conhecer Vol. II apresenta um interessante título para a abordagem de sistema binário: "primitivo e moderno se encontram" (idem, 1973, p.466). Primitivo representado por indígenas da África e da Austrália e pelos indígenas Papuas da Nova Guiné que pelos quais utilizavam o sistema numérico de base dois. O moderno está vinculado à criação matemática de sistema binário. O encontro do primitivo com o moderno situa-se nos dias atuais com a presença das tecnologias digitais. Assim, "não deixa de ser paradoxal que inteligências primitivas, como os papuas, se utilizem do mesmo sistema numérico dos atuais computadores eletrônicos" (ibidem).

A popularidade do sistema binário deu-se de fato com a utilização nos computadores, nos quais os números são representados por sequências de impulsos elétricos: o par de símbolos utilizado representa, portanto, a corrente passa/a corrente não passa. Ou seja, a corrente passa/ a corrente não passa é definida, respectivamente, por 1 ou por 0. Além disso, os computadores codificam com efeito todos os dados sob uma forma binária, reduzindo toda a informação a uma lista composta exclusivamente de algarismos 0 e 1 (GODEFROY, 1997, p.215).

No primeiro computador eletrônico digital construído em larga escala foram utilizados números binários, no final da década de 1940. Além disso, o sistema binário teve repentina popularização por causa da sua utilização em calculadoras digitais e no desenvolvimento da Teoria da Informação e Comunicação (GLASER, 1981).

Glaser (1981) afirma que antes de 1951, quando J.W. Shirley apresentou os manuscritos publicados de Hariot (em 1600), estava ambos Leibniz (em 1703) e o bispo Juan Caramuel e Lobkowitz (em 1670) como criadores do sistema binário. Assim, Thomas Hariot foi a primeira pessoa a registrar o uso do sistema binário.

Segundo Glaser (1981), Hariot estava estudando a relação dos **n** primeiros números naturais com as potências de 2. Elaborou os seguintes teoremas, entre outros:

- Existem $2^n - 1$ combinações (subconjuntos não vazio) de **n** coisas;

- O número natural de 1 a $2^n - 1$ pode ser expresso como uma soma de algumas combinações do primeiro ao **n** membro do conjunto {1, 2, 4, 8,...} (potências de 2).

Dessa relação elaborada por Hariot: "Se ele [Hariot] seguiu este caminho ou outro, o fato é que outras páginas desse manuscrito mostram que ele sabia o que nós chamaríamos hoje de sistema de numeração binário ou base 2" (GLASER, 1981, p.13).

Segundo Glaser (1981), Hariot dispôs, por exemplo 1101101 como o equivalente binário de 109 (este sendo a representação de um número no sistema decimal): 1101101 = 1.64 + 1.32 + 0.16 + 1.8 + 1.4 + 0.2 + 1.1 = 109. Além disso, exemplificou adições, multiplicações e subtrações de números binários.

Vários outros pesquisadores matemáticos colaboraram no estudo do sistema binário no decorrer da História segundo Glaser (1981). Como exemplo, temos:

- Francis Bacon por meio de publicação *"De Augmentis Scientarum"* em 1623 que expôs um código de 24 letras do alfabeto (código de 5 bits). A letra t por exemplo, foi escrita como BAABA (Bacon usou A e B como correspondente, respectivamente, a 0 e 1). Este código foi chamado por Bacon de "Bi-literal" (ibidem);
- Claude Gaspar Bachet em 1624 publicou um livro intitulado "*Problémes Plaisants et Délectables*" que introduziu primeiro o seguinte problema: encontre a série de termos que com um pode construir todos os termos de números inteiros como a soma de termos. Muitas cartas escritas por Leibniz em 1703 e Barlow em 1811 resolveram este problema por meio das bases 2 e 3 (ibidem);
- Blaise Pascal elaborou o seguinte teorema: O número $N = a_n...a_0$ é divisível por K se e somente se o número T é divisível por K, quando

  $T = a_0 + a_1R_1 + ... + a_nR_n$ e quando os R_i são representados como a seguir:

Divide K por 10 a obter o resto R_1

Divide K por $10R_1$ a obter o resto R_2

∂ ∂ ∂ ∂ ∂ ∂ ∂ ∂

Divide K por $10R_n$ a obter o resto R_n

- Johann Friedrich Weidler em sua tese em 1719 sob título em latim: "*Dissertatio mathematica de praestantia arithmeticae decadicae, quatetractycam et dgadicam.*" Apresentou extensas tabelas de equivalências e adicionou exemplos referentes às quatro operações fundamentais trabalhados por meio da base 2 e da base 4 (GLASER, 1981, p.55);

- Leonard Euler e N. Beguelin utilizaram a notação binária expandida para mostrar um contra-exemplo à conjectura de Fermat que dizia: "Qualquer número do tipo $F_n = 2^k + 1$ (onde $k = 2^n$) é um primo"(GLASER, 1981, p.61). Contra-exemplo apresentado por N. Beguelin:

  $2^{32} + 1 = (0.7.9)(0.7.8.10.11.12.13.17.18.21.22)$ onde cada número entre pontos indica o expoente da base 2. Exemplo: $(0.7.9) = 2^0 + 2^7 + 2^9$ Assim, $2^{32} + 1$ não é primo. Na representação decimal teremos: 4294967297 = (641)(6700417).

Glaser (1981) chama a atenção de que 2^q -1 no sistema binário representa uma sequência de dígitos binários tal que o primeiro e o último dígito é 1 e os demais desta sequência são k - 1zeros. Exemplo:

$$100000001 = 2^{2^3} - 1 = 511, \text{ onde } k = 2^3 = 8$$

O bispo Juan Caramuel y Lobkowitz foi o primeiro a publicar a explicação da aritmética binária em 1670 por meio de duas páginas e meia no capítulo intitulado: "*Meditatio*" em seu *Mathesis bíceps.* Em outras páginas aborda as bases 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12 e 60 (GLASER, 1981).

Os contemporâneos de Caramuel tinham pouco conhecimento de sua obra. Apenas tinham notícias do trabalho de Leibiniz[12], que foi saudoso como o descobridor do sistema binário por causa de uma publicação sua, 33 anos depois da publicação de Caramuel, em 1703. Por sinal, muitos pesquisadores citaram, erroneamente, este trabalho como o primeiro tipo de trabalho publicado sobre sistema binário. Caramuel buscou responder os seguintes questionamentos: existe uma aritmética ou muitas? Se muitas, quais são elas e como fazem uma distinção clara delas? Elas são úteis ou apenas especulativas? Ou necessárias? Que lugar elas podem ocupar entre outras coisas? (GLASER, 1981, p.20).

Caramuel tabulou as representações binária e decimal para os números de 0 a 32. No entanto, ele usou "a" como correspondente a "1" na representação binária. Exemplo: a0a0 = 10 (decimal) e a0aa = 11 (decimal)(GLAZER, 1981, p. 20).

Enquanto a relação entre o sistema decimal e o sistema binário, Caramuel notou que o conjunto de diferentes membros sucessivos entre {1, 2, 4, 8, 16,...} (progressão geométrica - sistema decimal) é dado ao passo que o conjunto {1, 10, 100, 1000, 10000...} (números binários) são como correspondentes de diferentes conjuntos (GLAZER, 1981). Leibniz também percebeu esta relação ao explicar como era feito a notação do sistema binário, por

[12] Vale destacar que Leibniz era um influente representante do governo inglês, exercia serviços diplomáticos, foi membro da *Royal Society,* esta era uma das mais imponentes instituições de produção e divulgação matemática da época.

meio de uma carta ao jesuíta Grimaldi. De maneira análoga a Caramuel, Leibniz fez correspondência entre as ordens numéricas do sistema decimal com as ordens do sistema binário: 10 ou 2; 100 ou 4; 1000 ou 8; 10000 ou 16, e em seguida deu um exemplo (GLASER, 1981, p.33):

			1	1
		0	0	0
	1	0	0	4
1	0	0	0	8
1	1	0	1	13

Ou seja, a esquerda temos somas de números binários: 1101 = 1000 + 100 + 00 + 1 e a direita temos uma soma em decimal: 13 = 8 + 4 + 0 + 1. Assim, o 13 no sistema decimal é igual a 1101 no sistema binário.

Segundo Glaser (1981), Leibniz escreveu várias cartas no período entre 5 de abril e 7 de maio de 1701 ao matemático Johann Bernoulli em uma delas, continha o desenvolvimento de uma parte de conteúdo referente ao sistema binário: organizações de dígitos binários como parcelas de potências de 2. Exemplo:

$1701 = 2^{10} + 2^9 + 2^7 + 2^5 + 2^2 + 1 = 11010100101$. A explicação de Leibniz sobre a aritméticabinária ("*Explication de l'arithmétique binaire*") foi a primeira a ser publicada sobre o tema e este teve um significante impacto na comunidade científica.Leibiniz publicou "*Explication*" em 1703 no*Memoires de l'Academie Royale desSciences*nas páginas 85-89 (ibidem, p.39).

Segundo Glaser (1981), outro conteúdo de sistema binário contido nas trocas de cartas entre Leibniz e Jacques Bernoulli em 1071, um ano anterior a morte deste segundo matemático, era referente à relação entre os quadrados perfeitos e a periodicidade dos dígitos binários providos do correspondente em binário. Bernoulli mostrou a sequência de quadrados conforme apresentado no Quadro 1.

Quadro 1 - Quadrado perfeito e seu correspondente em binário

0	0
1	1
100	4
1001	9
10000	16
11001	25
100100	36
110001	49
1000000	64
∂	∂

Fonte: (GLASER, 1981, p.46)

A partir da análise da tabela acima, Berboulli e Leibiniz constataram padrões a medida que os números binários iam crescendo: pontuou que na primeira coluna o período é 01, a segunda coluna é toda zero, a terceira coluna tem período 1000 e que a quarta coluna não tem período óbvio. "Leibiniz suplicou que a periodicidade da quarta e da quinta coluna são respectivamente: 10100000 e 1101010110000000" (GLASER, 1981, p.46).

Segundo Glaser (1981), Leibniz sabia lidar com frações decimais e binárias desde 1677. Por exemplo, ele sabia que $\frac{1}{3}$ é representado em binário como $\frac{1}{11} = 0{,}01\overline{01}$ (um dividido por um um em notação binária é igual a zero virgula zero um zero um infinitamente) com periodicidade 01 e que $\frac{1}{10}$ tem 4 dígitos de periodicidade assim que as potências de 2 sempre deixam restos 2, 4, 6 e 8. Ou seja, Leibniz estava estudando divisões de binários, mais especificamente, e relações entre a aritmética binária e a aritmética decimal, mais geral.

Gottfried Wilhelm Leibniz interpretou uma relação entre o sistema binário e as figuras do rei e filósofo chinês Fohi tal que uma linha contínua ― corresponde a 1 ou unidade e que uma "linha quebrada" - - corresponde a 0 ou nada (GLASER, 1981, p.42). Estas figuras de Fohi aparecem no livro chinês I Ching ou livro das mutações (ibidem, p.51).

Segundo Glaser (1981), Francisco Brunetti foi o primeiro a publicar trabalhos importantes sobre frações binárias. Exemplo: 191,45 = 10111111 $\frac{1001}{10100}$ (numerador e denominador em binário) que simplificando é a fração decimal $\frac{9}{20}$; 1110,0101 =14 $\frac{5}{16}$; fração

com dízima periódica infinita: $\frac{2}{3}$ = 0,01$\overline{01}$. Brunetti também exemplificou multiplicações e divisões envolvendo binários. Exemplo: multiplicar 1,011 por 1,1

	1,	0	1	1
			1,	1
	1	0	1	1
1	0	1	1	
1	0,	0	0	1

Segundo Glaser (1981), Etienne Bezout explicou um procedimento para converter um número N representado no sistema decimal em qualquer outra base β:

- Se a potência β^p for menor ou igual, e mais próxima de N então divida N por β^p, anote o quociente A e o resto R_1.
- Se a potência β^{p-1} for menor ou igual, e mais próxima de R_1 então divida R_1 por β^{p-1}, anote o quociente B e o resto R_2.
- Realize este processo até que o resto de Z seja igual a zero ou que inferior a β.
- Exemplo: Suponha o número binário equivalente a N = 80. Como 64 = 2^6 < 80, então dividindo N por 2^6 temos$\frac{80}{64}$(o número convertido terá 6 dígitos binários). O quociente é igual a 1 e o resto R_1 = 16. Como 16 ≤ 2^4, então dividindo 16 por 16 temos quociente 1 e resto R_2= 0. Assim, 80 = 110000.

Georg Brander mostrou vários exemplos e discussões referentes às quatro operações fundamentais, quadrados e cubos de números binários (GLASER, 1981).

Considerando o procedimento de Bezout-Buffon para converter um número natural em decimal para uma base β qualquer por meio de divisão sucessivas menores que a potência de β (começando do mais alto contido em N) Brander chamou por repetidas divisões por 2. Brander encontrou o equivalente binário de 144 da seguinte maneira:

	144	É par, digita 0
Metade	72	É par, digita 0
Metade	36	É par, digita 0
Metade	18	É par, digita 0
Metade	9	É impar, digita 1

Metade	4	É par, digita 0
Metade	2	É par, digita 0
	1	É impar, digita 1

O equivalente a 144 será os dígitos registrados da direita para a esquerda: 10010000. No entanto, Brander não explica porque esse procedimento funcionou (GLASER, 1981).

Segundo Glaser (1981, p.55), Charles XII e seu assessor Swedenborg propuseram o sistema de numeração de base 64. Swedenborg abordou o sistema de base 8 ou sistema octal. Em seu trabalho "*A New System of Rechonig*" utiliza 8 dígitos: o l s n m t f v. Ele trabalhou tabelas de adição e de multiplicação no sistema octal adotando os ossos de Napier para realizar os cálculos (GLASER, 1981, p.59,60).

Baseado na pesquisa de W.Eels, 1/3 de várias centenas de tribos da Amarica do Norte, no começo do século passado, utilizava o sistema decimal, 1/3 usava um sistema misto de quinário e decimal, e o outro 1/3 era composto pelos sistema binário (20%), vigésima (10%) e ternário (1%) (GODEFROY,1997, p.16).

Todos os sistemas de numeração expostos acima representam diferentes formas de conceber quantidades e medidas. Porém, os sistemas de numeração quinário, sexagesimal, decimal, binário, entre outros sistemas de base, possuem características próprias que facilitam a realização de registros, operações; eles são todos posicionais.

Para focarmos no estudo dos números binários é preciso, anteriormente, estudarmos os sistemas de numeração de base de uma forma geral porque o sistema binário é um tipo de sistema de numeração de base. A diferença básica e fundamental, portanto, entre esses sistemas de numeração é a base numérica utilizada ou a quantidade de elementos de cada agrupamento utilizado para representar o número.

3.2 BASES DE NUMERAÇÃO

Qualquer número natural *m* pode ser representado em uma base b ≠ 1, também natural não nula.

Definição:

> Se $m = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + ... + a_1 b^1 + a_0 b^0$ sendo $a_n < b, a_{n-1} < b, ... a_1 < b, a_0 < b$ dizemos que $a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + ... + a_1 b^1 + a_0 b^0$ é a representação de *m* na base *b* e escrevemos $m = (a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_1 a_0)_b$ Assim podemos representar qualquer número natural *m* na base *b*, isto é, na forma $(a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_1 a_0)_b$ usando apenas os símbolos 0,1,2,3...b-1 (SILVA, 2003, p.39).

Alguns exemplos podem ser vistos:

- $123 = 1.10^2 + 2.10^1 + 3.10^0$, onde b = 10, $a_2 = 1, a_1 = 2, a_0 = 3$;
- $47 = 1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 1.2^2 + 1.2^1 + 1.2^0$, onde b = 2, $a_5 = 1$; $a_4 = 0$; $a_3 = 1$; $a_2 = 1$; $a_1 = 1$e $a_0 = 1$. Observe que a base *b* é maior que todos os *a´*s (algarismos).

Vale enfatizar que esta representação é única, o que significa que se alterarmos as posições dos algarismos de qualquer algarismo representará um número diferente. Por exemplo, o número $(321)_{10} = 3.10^2 + 2.10^1 + 1.10^0$ em que $a_2 = 3, a_1 = 2, a_0 = 1$, e lê-se: "trezentos e vinte e um". Este número, na representação decimal é diferente do número $(123)_{10}$ "cento e vinte e três", apesar de utilizar os mesmos algarismos (1, 2 e 3). Esta propriedade garante que o sistema de numeração de base decimal, base 10, sistema hindu-arábico, é um sistema de numeração posicional. Observe também que este sistema também é aditivo, ou seja, podemos representar qualquer número na base 10 por meio de uma soma de pelo menos dois outros números na base 10.

"[...] podemos ter sistemas de numeração posicionais com qualquer base $b \in N$. Depois de escolhida a base *b*, escolhemos *b* símbolos para representar os números de "0" a "b-1" " (FERNANDES et al, 2005, p.25). Por exemplo, caso queiramos escrever um número em uma base *b* menor ou igual a 10 poderemos utilizar os algarismo hindu-arábicos (sistemas: decimal, quinário, binário e octal, por exemplo). Caso a base *b* seja maior que 10 poderemos recorrer os algarismos (símbolos) hindu-arábicos de 0 até 9 e acrescentar outros símbolos para representar os números 10, 11, 12, ... b-1 (sistema hexadecimal, por exemplo). Da definição e

proposição acima de base numérica, podemos transformar qualquer sistema numérico posicional em outro sistema numérico também posicional.

Além do sistema binário de numeração, outros sistemas de numeração de base são importantes para a computação como o sistema octal e hexagesimal. Segundo Capuano, Idoeta (1985, p.13): "os sistemas: binário, octal e hexadecimal são muito importantes na área de técnicas digitais e computação". No decorrer do texto discutiremos a ligação existente entre circuitos lógicos e estes sistemas de numeração.

3.2.1 Sistema de Numeração de Base 2 (Binário)

Para representarmos um número na base 2 precisaremos utilizar no máximo dois símbolos: 0 e 1. Este sistema numérico de base 2 é chamado sistema binário.

O exemplo abaixo ilustra a transformação de $(11111011110)_2$ (um, um, um, um, um, zero, um, um, um, um, zero - número binário) em $(2014)_{10}$ (dois mil e quatorze - número decimal).

A partir da definição de base numérica apresentada acima, podemos representar o número binário 11111011110 em um número decimal (2014) da seguinte forma:

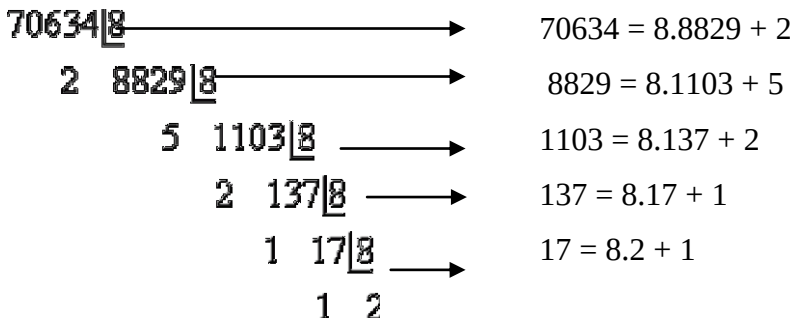
$$(11111011110)_2 = 1.2^{10}+1.2^9+1.2^8+1.2^7+1.2^6+0.2^5+1.2^4+1.2^3+1.2^2+1.2^1+0.2^0 = (2014)_{10}$$

O sistema decimal utilizou apenas 4 algarismos para escrever 2014 enquanto esse número em sistema binário precisou de 11 símbolos ou 11 algarismos para representá-lo. Porém, para o computador essa leitura binária é ideal, tratando-se de operabilidade, computabilidade, rapidez e facilidade de leitura (GODEFROY, 1997, p.215). Aquela representação de número é lida em menos de um milissegundo por um computador. Os circuitos computacionais comportam dois estados, o que podem ser modelizados por dois algarismos.

3.2.2 Sistema de Numeração Octal (Base 8)

Para representarmos um número na base 8 precisamos utilizar no máximo 8 símbolos diferentes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 e 7 (8 - 1). Este sistema numérico de base 8 é chamado sistema octal. Exemplo: $(70634)_8$, $(1234567)_8$. Para transformar um número octal em número decimal basta escrevê-lo como uma soma de potências de 8, exemplo

$(70634)_8 = 7.8^4 + 0.8^3 + 6.8^2 + 3.8^1 + 4.8^0 = (29084)_{10}$. Para transformar um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema octal realiza divisões sucessivas, análogo ao método de transformação do sistema quinário para o sistema decimal. Exemplo:



Por fim, $(70634)_{10} = (211252)_8$

3.2.3 Sistema de Numeração Hexadecimal (Base 16)

Para representarmos um número na base 16 utilizaremos 16 algarismos diferentes: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E e F, exemplo: $(FACA)_{16}$, $(8F)_{16}$. Este sistema de numeração de base 16 é chamado sistema hexadecimal. Para converter um número no sistema decimal para um número no sistema hexadecimal realizamos de maneira análoga as transformações de decimal para quinário e para octal. Ou seja, representamos o número hexadecimal como uma soma de potências 16. Exemplo:

$$(7F)_{16} = 7.16^1 + F.16^0 = 7.16 + 15.1 = (127)_{10}$$

Observe que o número hexadecimal F é igual ao número decimal 15. De maneira semelhante, A, B, C, D e E (números hexadecimais) são iguais a 10, 11, 12, 13 e 14, respectivamente. Para representarmos um número na base 10 para um número na base 16 faremos de maneira análoga a transformação acima: divida o dividendo por 16 de maneira que o seu resto seja menor que 16, em seguida divida o quociente. Continue este procedimento até que o quociente seja menor que 16. Por fim, o número decimal convertido terá como algarismos os restos das respectivas divisões.

Exemplo: Transformar o número 98 na base 10 para base 16.

Assim, $(98)_{10} = (64)_{16}$

CAPÍTULO 4: GRANDEZAS E MEDIDAS

O primeiro diagnóstico que fizemos em todos os livros didáticos de matemática do ensino fundamental avaliados pelo PNLD-2014, mostrou-nos que os números binários aparecem como conteúdo de estudo no bloco de Grandezas e Medidas. Isto nos levou a necessidade de fundamentar esse bloco de conteúdo matemática da Educação Básica e sua relação com os números binários, assim como verificar a sua relevância e pertinência como conteúdo de estudo em programas curriculares mais atuais.

Como exemplo de um programa curricular mais atual, exemplificamos o do Estado de Pernambuco, que toma como base o Curricular Comum para as Redes Públicas de Ensino de Pernambuco (BCC-PE, Secretaria de Educação de Pernambuco, 2008) e sugere estudo de conteúdos mínimos para as escolas de ensino fundamental e médio desse estado:

> As expectativas de aprendizagem explicitam aquele mínimo que o estudante deve aprender para desenvolver as competências básicas na disciplina. Em outras palavras, elas descrevem o "piso" de aprendizagens, e não o "teto". Dependendo das condições de cada sala de aula, elas podem ser ampliadas e/ou aprofundadas. (PERNAMBUCO, 2012, p.13).

Entre os conteúdos mínimos apresentados, destacamos o ensino de unidades de medida utilizadas no contexto da informática sugerida para os estudantes dos anos finais do ensino fundamental:

> [...] outras unidades de medida podem ser introduzidas e ampliadas, como, por exemplo, as unidades agrárias (particularmente aquelas mais próximas do contexto dos alunos), as utilizadas no contexto da informática (Kb, Mb etc.)" (PERNAMBUCO, 2012, p.107 grifo nosso);
> Reconhecer a capacidade de memória do computador como uma grandeza e identificar algumas unidades de medida (por exemplo: bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes)." (PERNAMBUCO, 2012, p. 110).

Pernambuco (2012) enfatiza:

> A necessidade de ligação do estudo de grandezas e medidas com as situações do contidiano do estudante (idem, p.68);
> Levar o estudante a compreender o significado de grandeza e desenvolver a capacidade de estimativa de medida(idem, p.68);
> Quando se faz uso da medição para comparar duas grandezas, é preciso que seja utilizada a mesma unidade de medida(idem, p.68);
> O trabalho baseado exclusivamente em transformações de unidades, sem que o estudante consiga perceber as relações entre elas, deve ser evitado." (idem, p.106).

A partir do diagnóstico constatado frente ao estudo de unidades de capacidade de armazenamento de dados de computadores ou unidades de medida da informática presentes em 7 livros didáticos de matemática do ensino fundamental de 5 editoras diferentes e sua recomendação como conteúdo mínimo para a aprendizagem de estudantes do ensino fundamental em Pernambuco (2012), abordaremos, neste capítulo, conceitos pertinentes a este campo de estudo: enfatizando o conceito de grandeza, de objeto e de unidade de medida. No tópico seguinte, abordaremos as unidades de medidas de informação e suas conversões.

Na história da humanidade cada povo tinha as suas unidades de medidas, pois cada região do mundo tinha seus sistemas de medida, incomensuráveis com as de outras regiões.

> Há cerca de 200 anos, contudo, uma procura mais sistemática e mais entrosada em nível mundial tem sido desenvolvida até que culminasse no Systeme International des Unités (abreviação SI) definido na 11th General Conference on Weights and Measures (PASQUALI, 1996, p.30).

Na apresentação de documento do Sistema Internacional de Unidades SI (2012, p.6) tem a seguinte afirmação: "a consolidação da cultura metrológica é estratégica para o desenvolvimento das organizações. Ela contribui para ganhos de produtividade, qualidade dos produtos e serviços, redução de custos, eliminação de desperdícios e relações comerciais mais justas". Imagine o problema social, econômico, entre outras dimensões, caso cada sujeito ou cada localidade adota-se medidas diferentes para o mesmo atributo da natureza medido!

Schubring (2013) faz uma abordagem sobre padrões característicos de sistema de sinais, que sofreram transformações, impedimentos, resistências devido à pressão das tradições locais e regionais no decorrer da história, como exemplo o projeto proposto pela Revolução Francesa em padronizar e universalizar pesos e medidas em congresso internacional em 1798 e 1799.

O SI (2012) adota o sistema de numeração decimal como base numérica. O comprimento, a massa, a corrente elétrica, a temperatura, a luminosidade, a quantidade de substância são chamadas de grandezas de base. Tratando-se de notação adotada em medições de informação ou de medidas que utilizam a base 2, existe uma advertência:

> Os prefixos SI representam exclusivamente potências de 10 e não devem ser utilizados para expressar potências de 2 (por exemplo, um kilobit representa 1000 bits e não 1024 bits). Os prefixos adotados pela IEC para as potências binárias são publicados na norma internacional IEC[13] 60027-2: 2005, 3ª

[13]A Comissão Eletrotécnica Internacional (CEI) é uma organização mundial para padronização que compreende todas as comissões eletrotécnicas nacionais (Comitês Nacionais do CEI). "O objetivo do IEC é promover a

> edição, símbolos literais para utilização em eletrotécnica - Parte 2: Telecomunicações e eletrônica. Os nomes e símbolos dos prefixos correspondentes a $2^{10}, 2^{20}, 2^{30}, 2^{40}, 2^{50}, 2^{60}$ são, respectivamente: kibi, Ki; mébi, Mi; gibi, Gi; tébi, Ti; pébi, Pi; e exbi, Ei. Assim, por exemplo, um kibibyte se escreve : 1 KiB = 2^{10} B = 1024 B, onde B designa um byte. Ainda que esses prefixos não pertençam ao SI, eles devem ser utilizados na informática, a fim de evitar o uso incorreto dos prefixos SI (SI, 2012, p.34).

Há uma falta de conhecimento ou existe resistência cultural ou ainda, "existe uma lacuna" entre a instituição transpositiva (SI, CIE) e outras instituições, em adotar as unidades de medida de informação definidas como potências binárias recomendadas pelo SI aqui no Brasil? Culturalmente e no comércio, adotamos os prefixos de base 10 para expressar também potências de base 2 na medição de informações, nas unidades de medidas de capacidade de armazenamento de dados de computadores. Esse tratamento foi diagnosticado em 5 livros didáticos de matemática do ensino fundamental avaliados pelo PNLD-2014 (todos os livros que abordam unidades de medida de informação): Oraga e Mori (2012), Leonardo (2010d, p.21), Dante (2012), Souza e Pataro (2012) e Lopes (2012). Todas estas obras adotam o kilobyte, megabyte, gigabyte, entre outras unidades de medida de informação definidas por potências de base 10 ou por potências de base 2, mas conservando essa nomenclatura. Por exemplo:

- Oraga e Mori (2012d, p.24), Dante (2012b, p.113) e Souza e Pataro (2012b, p.190) definem 1 quilobyte (1 KB) = 2^{10} bytes (1024 B);
- Dante (2012a, p.229) e Lopes (2012, p.138) definem 1 quilobyte (1 KB) = 1000 bytes;
- Andrini e Vasconcellos (2012c, p.63 - Manual do Professor) não abordam as unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados de computador, mas apenas apresenta uma tabela contendo nomes e símbolos das medidas definidas na base 10: deca, hecto, quilo, etc. Definem corretamente 1 quilo (1K) = 10^3. No entanto, afirmam que a tabela é utilizada na Computação: "a tabela a seguir mostra os prefixos, envolvendo potências de 10, usados nas medidas utilizadas nas Ciências em geral (Matemática, Física, Química, Computação, Astronomia, Nanotecnologia, etc.)"(ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p.63 - Manual do Professor).

Portanto, em nenhuma coleção de livros didáticos de matemática do ensino fundamental avaliados pelo PNLD 2014 adota os nomes e símbolos kibi, Ki; mébi, Mi; gibi, Gi; tébi, Ti; pébi, Pi; e exbi, Ei dos prefixos correspondentes as potências de base 2:

---

cooperação internacional em todas as questões relacionadas com a normalização nas áreas de eletricidade e eletrônica" (CIE, 2005, p.4 tradução nossa).

$2^{10}, 2^{20}, 2^{30}, 2^{40}, 2^{50}, 2^{60}$, respectivamente. Existe, portanto, em todas as coleções de livros didáticos analisados, uma confusão em definir os símbolos e os nomes das unidades de medida de informação com o número (com a base numérica adotada), ora definem o número na base 2, ora na base 10 para a grandeza (informação), porém ambas as bases mantém a mesma unidade de medida na base 10 (prefixo) definida pelo SI: quilo, mega, giga, etc.

Segundo SI (2012), 1 (KB) = 2^{10} bytes (1024 B) esta errado. O correto seria:
1 quilobyte (1 KB) = 10^3 bytes = 1000 B, onde B designa um byte ou
1 kibibyte (1 KiB) = 2^{10} B = 1024 B, onde B designa um byte. Portanto, "os prefixos SI representam exclusivamente potências de 10 e não devem ser utilizados para expressar potências de 2 (por exemplo, um kilobit representa 1000 bits e não 1024 bits)" (SI, 2012, p.34).

Outra obra diagnosticada que define as unidades de medidas de base 10: kilo, mega, giga, entre outros múltiplos, expressadas para representar potências de 2, é um livro técnico de hardware de computadores: Torres (2001)[14]. No entanto este autor busca-se explicar que

> o sufixo K (quilo), que, em decimal, representa 1.000 vezes (como em Km, Kg), em binário representa 2^{10} vezes (1.024). Logo, 1 Kbyte representa 1.024 bytes, 2 Kbytes representam 2.048 bytes e assim sucessivamente. Do mesmo modo, o sufixo M (mega) representa 2^{20} vezes (1.048.576 bytes) e o sufixo G (giga) representa 2^{30} vezes (1.073.741.824), diferenciando-se completamente da representação decimal (TORRES, 2001, p.7).

Torres (2001) emprega os mesmos nomes e símbolos de SI, que representa exclusivamente potências de 10, nas medidas de informação, para expressar potências numéricas diferentes: tanto as potências de 2 como as potências de 10.

Tanto Torres (2001) como aqueles 5 livros didáticos de matemática do ensino fundamental preservam a mesma medida e alteram o número. Implicitamente há uma confusão. É como se o número representado em potência de 2 fosse a medida da capacidade de armazenamento de dados de um computador e que o número representado em potência de 10 fosse a medida de massa de uma criança, por exemplo. Se Torres (2001) apresenta na página 7, por meio de uma tabela, que 1 k = 10^3 = 1000. Então 1 KB deveria ser igual a 1000 x 1 B = 1000 B assim como 1 Kg = 1000 g e 1 km = 1000 m, mas não o define assim. Ele define 1 KB = 2^{10}. Ou seja, é como se o byte "alterasse" a base 10 da unidade de medida K.

[14] O livro se destina à técnicos e demais profissionais da área de hardware, assim como a estudantes e profissionais de área de informática.

Grandezas e Medidas compõem um dos blocos de conteúdo de matemática básica. São altamente presentes em diversas atividades humanas. O seu conhecimento é importante para atribuir significado aos conceitos da Matemática como também poder contribuir na relação desse campo de estudo às outras áreas de conhecimento. "As atividades matemática no mundo atual requerem, desde os níveis mais básicos aos mais complexos, a capacidade de contar coleções, comparar e quantificar grandezas e realizar codificações" (BRASIL, 2013, p.16, BRASIL, 2012, p.13). Além do mais:

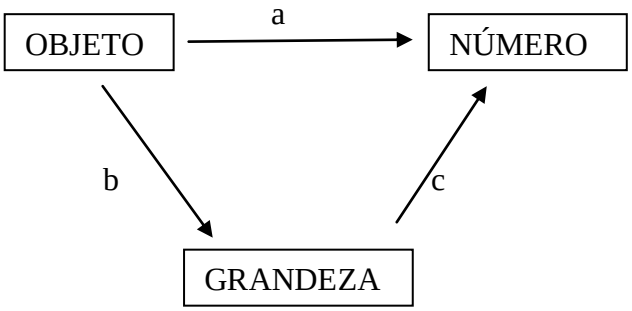
> Em todas as culturas humanas, desde os seus primórdios, foram realizadas medições de grandezas [...] e o processo de medição ocupou sempre um papel central no desenvolvimento tecnológico e social do homem [...] As grandezas são importantes em todas as áreas do conhecimento. Em particular, lidamos com grandezas em quase todos os campos da matemática escolar (BRASIL, 2011, pp.27, 28).

Vimos acima a importância em estudar Grandezas e Medidas e o interesse, incentivo e preocupação didática perpassado diante de programas nacionais e estadual (Pernambuco) em estudar esse bloco de conteúdo matemático. Segundo Lima e Bellemain (2010), essa valorização do bloco de conteúdos de matemática escolar tomou força a partir da década de 1990 no Brasil por documentos nacionais relativos ao Ensino Fundamental: PCN e PNLD.

Pesquisas mostram que os estudantes brasileiros apresentam dificuldades no aprendizado de conteúdos de Grandezas e Medidas e/ou o seu ensino é abordado de maneira discreta e ineficiente (Lima e Bellemain 2010; Rodrigues, 2007; Cunha e Magina (2004). Justificam a importância de estudar Grandezas e Medidas devido à necessidade de obter conhecimentos e habilidades indispensáveis para comparar, medir, estimar grandezas seja na área científica ou na área profissional e por relacioná-las às outras ciências e contextos.

Lima e Bellemain (2010) citam Brousseau (2001) para conceituar e distinguir três universos intimamente presentes no campo de Grandezas e Medidas: objetos, números (medida) e grandeza. Existem três funções de relação entre esses três universos a, b e c conforme a Figura 5.

Figura 5 - Três conceitos interligados do campo das Grandezas e Medidas



Fonte: Lima e Bellemain (2010, p.9)

- A função **a** faz corresponder a cada objeto (por meio de uma medição) um número positivo, que é uma medida;
- A função **b** associa cada objeto à classe dos objetos de mesma medida (grandeza);
- A função **c** faz corresponder a cada uma dessas classes a medida de um de seus elementos.

A partir do conceito e distinção dos três universos presentes no campo de Grandezas e Medidas, mais geral, interpretamos estas distinções ao campo de grandezas e medidas de informação, mais específico. A informação (digital), propriamente dita, é a grandeza, a medida é o número dado a esta grandeza que será representada, por exemplo, por 1 tébibyte, 2 kibibyte, 1,5 byte, 3,9 mébibytes; 3,21 gibibytes e assim sucessivamente. A medida é o número do atributo da realidade (a informação). O objeto será caracterizado por algo ou "a coisa" que cuja grandeza será medida: um Cd, um DVD, um pen-drive, a capacidade de memória RAM de um computador, etc.

No processo de medição de grandezas existe a necessidade de escolher uma unidade de medida e o emprego de procedimento apropriado, muito destes apoiados em instrumentos de medida. Daí atribui-se a um número à uma grandeza o que equivalerá a medida da grandeza na unidade escolhida (LIMA; BELLEMAIN, 2010, p.12). Especificamente na unidade de medida de armazenamento de capacidade de dados de um computador, teremos que a unidade fundamental (o byte) é uma grandeza de informação a qual será utilizada como referência para comparação de outras grandezas de informação. Assim, a medida é o número da comparação entre essas duas grandezas: "uma maior" - a informação e outra "menor" - a unidade de medida (o byte, o gigabytes, etc.). Um aspecto particular da unidade de informação é que o bit é o "átomo" de qualquer informação digital: uma quantidade finita e

positiva (quantidade de bits) “cabe um número exato de vezes” (é comensurável) em uma informação digital. Assim, por comparação entre a “grandeza menor” (o byte que é a unidade base) e a “grandeza maior” (que é a informação) verifica que uma informação digital tem tantos bytes, expresso em um número natural.

Para melhor esclarecimento conceitual de grandezas, de números e de unidade de medidas, citaremos Tatiana Roque ao tomar como fundamento conceitual os dizeres perpassados no livro Os Elementos de Euclides:

> Nos Elementos de Euclides, o tratamento dos números (arithmos) é separado do tratamento das grandezas (mégéthos). Tanto as grandezas quanto os números são simbolizados por segmentos de reta. No entanto, os números são agrupamentos de unidades que não são divisíveis; já as grandezas geométricas são divisíveis em partes da mesma natureza (uma linha é dividida em linhas; uma superfície, em superfícies, etc.). A medida está presente nos dois casos, mas mesmo quando uma proposição sobre medida possui enunciados semelhantes para números e grandezas, ela é demonstrada de modos distintos. As primeiras definições do livro VII apresentam a noção de número e o papel da medida:
> Definição VII 1 – Unidade é aquilo segundo o qual cada uma das coisas existentes é dita um.
> Definição VII 2 – E número é a quantidade composta de unidades.
> Definição VII 3 – Um número é uma parte de um número, o menor, do maior, quando meça exatamente o maior (ROQUE, 2012, p.188, 189).

Segundo Roque (2012, p.189), “os números servem para contar, mas antes de contar é preciso saber qual a unidade de contagem. No caso das grandezas, a unidade de medida deve ser também uma grandeza”. Vale frisar que a unidade, na definição de Euclides, não é um número nem uma grandeza. A unidade

> é o que possibilita a medida, mas que não é um número. Sendo assim, é inconcebível que a unidade possa ser subdividida. [...] Um não é um número, pois o número pressupõe uma multiplicidade, ou seja, uma diversidade que o Um não possui, uma vez que é caracterizado por sua identidade em relação a si mesmo” (ROQUE, 2012, p.189).

Euclides por conceituar o Um como não sendo um número parte provavelmente da compreensão de que o número é uma correlação entre duas coleções. Por sua vez, se a unidade de medida fosse número, ela poderia ser subdividida de acordo com àquelas definições de Euclides (VII2 e VII3).

Portanto, “medir é comparar certa quantidade de uma grandeza com outra quantidade da mesma grandeza que se escolhe como unidade e expressar a comparação por meio de um

número". E "tudo aquilo que pode ser medido é chamado de grandeza". Dessa maneira, dor, sentimento, amor, emoção não são grandezas porque não podem ser medidos (SOUZA, PATARO, 2012c, p.182).

Existem dois tipos de grandezas: as grandezas discretas e as grandezas contínuas. A primeira caracteriza-se por a medida sê-la um número inteiro: quantidade de pessoas na rua (23), número de carros no estacionamento (9). A segunda caracteriza-se por a medida sê-la um número não inteiro: altura de uma girafa (3,45 m), temperatura de uma criança com febre (39,8ºC).

Por fim, "para representar o resultado de uma medição, escrevemos o número obtido e o nome da unidade que se empregou. Dessa forma, cada quantidade fica expressa por uma parte numérica e outra parte literal, que representa a unidade empregada" (SOUZA, PATARO, 2012c, p.182).

A seguir, iremos introduzir as unidades de medida de informação ou unidades de medida de informática ou unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados de computadores: conceituar cada unidade de medida de informação e realizar conversões entre estas.

4.1 UNIDADES DE MEDIDA DE INFORMAÇÃO

Por que foi afirmado neste trabalho que um bit é um átomo de uma informação?

Nesta seção iremos explicar elementos conceituais de unidades de medidas de informação e suas conversões.

Por definição, um bit é a menor quantidade de informação de um sistema. **Bit** vem de "**Bi**nary Digi**t" (**Dígito Binário**)**, abreviatura das palavras da língua inglesa. Um bit pode ser o dígito 0 ou o dígito 1. Por meio de um único bit, podemos representar duas informações diferentes, por exemplo, suponha o dígito 0 correspondendo à letra A e o dígito 1 correspondendo à letra B. A partir daí montamos um código: A = 0 e B = 1.

Se em vez de utilizarmos 2 bits ao invés de apenas 1 bit, poderíamos formar 4 números binários ou 4 códigos binários: 00, 01, 10 e 11. Neste caso poderíamos definir A = 00; B = 01; C = 10 e D = 11. O que ainda seria insuficiente para codificar todo o alfabeto latino.

Para codificar todas as letras do alfabeto latino: A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, W, V, X, Y e Z, é preciso que pelo menos cada letra seja formada por 5 bits. Dessa maneira, teremos 32 números binários ($32 = 2^5$), no geral teremos 2^n números binários ou 2^n códigos binários. Cada código correspondendo a cada letra. Ou seja, cada letra será formada por 5 bits ou 5 combinações de 0 e/ou 1, restando 6 códigos ou 6 combinações de 0 e 1 (vazio). Por exemplo, essas letras poderiam ter os seguintes códigos, como correspondentes, conforme transcritos no Quadro 2.

Quadro 2 - Correspondência entre letras e códigos binários

Letras	Correspondente Binário
A	00000
B	00001
C	00010
D	00011
E	00100
F	00101
G	00110
H	00111
I	01000
J	01001
K	01010
L	01011
M	01100
N	01101
O	01110
P	01111
Q	10000
R	10001
S	10010
T	10011
U	10100
V	10101
X	10110
Y	10111
Z	11000
Vazio	11001
Vazio	11010
Vazio	11011
Vazio	11100
Vazio	11101
Vazio	11111

Suponha agora que precisaríamos representar, além das letras (maiúsculas e minúsculas), outros caracteres: números (2; 89; 9, 872, etc.) e símbolos (%, &, -, +, etc.). O que fazer? Procedimento semelhante: cada caractere terá um correspondente (combinações de zeros e uns – números binários). Para isso aumentaria a quantidade de bits. A tabela ASCII (*American Standard Code for Information Interchange* – Norma Americana de Código para Troca de Informações), por exemplo, utiliza 7 bits ou 128 caracteres possíveis (de 0 a 127) para representar caracteres armazenados na memória de computadores clássicos. O que queremos destacar aqui é que cada caractere possui um correspondente numérico binário. Possui um equivalente em código numérico binário, neste caso específico, em código ASCII.

Observe que aumentando a quantidade de caracteres precisaremos aumentar a quantidade de bits[15]. Para melhor esclarecimento faremos, a seguir, uma analogia entre medidas de informação e medidas de capacidade:

Atualmente, 1 byte é igual a 8 bits. Um byte é equivalente a um caractere. Assim, a palavra BOM DIA! tem 8 bytes (8 caracteres = 6 letras + 2 símbolos (espaço e interrogação)). Ou seja, para representarmos um caractere ou 1 byte (letras, números e símbolos) precisaremos de 8 bits ($2^8 = 256$ combinações de zeros e uns diferentes. Ou seja, precisaríamos de 256 números binários (códigos binários) para representar números, letras do alfabeto e símbolos.

1kibibyte (1kiB) = 1024 bytes ou $1024 \text{ bytes} = 2^{10}$ bytes = 1024.8 bits = 2^{13} bits = 8192 bits

Ou seja, 1 KiB equivale a 2^{8192} combinações de zeros e uns (2^{8192} números binários!).

1 mébibyte (1 Mi ou 1 MiB) é igual a 1024 kilobytes ou 2^{20} = 1048576 caracteres. Ou seja 1 MiB = 1024 kibibytes = 2^{20} bytes = 1048576 caracteres ou 1.048.576 bytes.

Suponha que queiramos medir a capacidade de água que cabe em uma colher. O mililitro seria uma boa opção. Por outro lado, se fossemos medir uma palavra curta, em torno de 5 caracteres, recorreríamos à unidade de medida de informação: byte. Se fossemos medir uma folha de texto contendo 30 linhas e 30 letras em cada uma linha, esta folha teria
30 x 30 = 900 caracteres ou 900 bytes. Agora se fossemos medir a capacidade de água de um balde, não seria interessante medirmos recorrendo a unidade de medida de capacidade mililitro. Seria mais sensato utilizarmos a unidade de medida decilitro ou litro, a depender do balde. De maneira análoga, se fossemos gravar um livro, por exemplo, poderíamos recorrer a

[15]Estamos aqui neste momento do trabalho considerando todos os caracteres com a mesma probabilidade de acontecimento. No tópico de capítulo sobre a referência sobre a teoria da informação e comunicação iremos explicar com mais detalhe tomando-se como referência a teoria da informação e comunicação que à depender da letra utilizada, irá ter probabilidades diferentes e quantidades de bits diferenciados.

uma unidade de medida de informação maior que o byte; poderíamos adotar o Kilobyte ou até mesmo o megabyte á depender da quantidade de informação que ele traga: figuras e caracteres. Suponha que um livro tenha 300 páginas e cada página contenha 900 caracteres, logo este livro terá 300 x 900 = 270.000 caracteres ou 270.000 bytes ou aproximadamente 263 kibibytes.

Assim como a tabela ASCII, definiremos 1 byte é igual a 8 bits. Um byte é equivalente a um caractere. Assim, a palavra BOM DIA! tem 8 bytes (8 caracteres = 6 letras + 2 símbolos (espaço e interrogação)). Ou seja, para representarmos um caractere ou 1 byte (letras, números e símbolos) precisaremos de 8 bits ($2^8 = 256$ combinações de zeros e uns diferentes. Ou seja, precisaríamos de 256 números binários (códigos binários) para representar números, letras do alfabeto e símbolos.

1kibibyte (1KiB) = 1024 bytes ou $1024 bytes = 2^{10} bytes = 1024.8 bits = 2^{13} bits = 8192 bits$

Ou seja, 1 KiB equivale a 2^{8192} combinações de zeros e uns (2^{8192} números binários!).

1 mébibyte (1M ou 1MB) é igual a 1024 kibibytes ou 2^{20} = 1048576 caracteres. Ou seja 1 MiB = 1024 kibibytes = 2^{20} bytes = 1048576 caracteres ou 1.048.576 bytes.

Continuando com o exemplo acima (analogia entre unidade de medida de capacidade e unidade de medida de informação). Temos que se formos medir a capacidade de água de uma piscina olímpica poderíamos recorrer à medida de capacidade: litro ou decalitro. Por sua vez, se formos medir a quantidade de informação de todos os livros de uma biblioteca, poderíamos utilizar como unidade de medida de informação o megabyte ou ainda o gigabyte (Á depender da quantidade de livros contidos na biblioteca e de sua informação).

1 gibibyte (1Gi ou 1GiB) é igual a 1024 mébibytes ou 1.073.741.824 caracteres

($2^{30} bytes$) Ou seja,

1 GiB = 1024 MiB = 1024.1024.1024 bytes = 2^{30}bytes = 1.073.741.824 caracteres

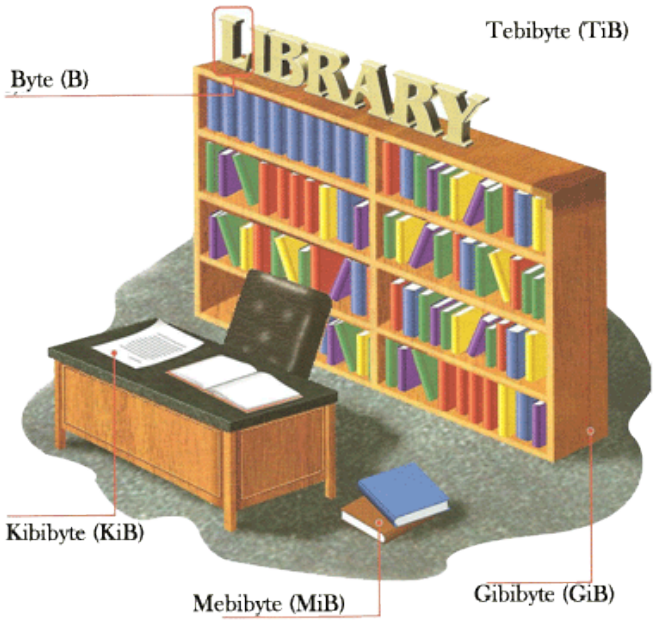
Se fossemos medir a quantidade de informação de todas as bibliotecas de um país, poderíamos recorrer a unidade de medida de informação: tébibyte! Segundo o site http://www.cspb.org.br[16] o Brasil tem cerca de "5.796 bibliotecas públicas cadastradas ou em processo de implantação". Vamos arredondar para 6 mil bibliotecas. Consideraremos que todas as bibliotecas tenham a mesma quantidade de livros: 10 mil livros. Consideraremos que cada um livro tenha exatamente 10 MiB (contém textos, imagens e figuras). Fazendo as

[16] Acesso em 20 de fevereiro de 2014. Disponível em <http://www.cspb.org.br/news/print.php?2009/03/16/brasil-tem-uma-biblioteca-para-cada-33-mil-habitantes-pa-s-n-o-l.phtml?2009/03/16/brasil-tem-uma-biblioteca-para-cada-33-mil-habitantes-pa-s-n-o-l.html>

contas teremos 6000.10000.10MiB que é igual a 600.000.000 MiB $\approx$586000GiB$\approx$572 tébibytes (TiB). Considerando qualquer tipo de biblioteca (pública e privada) poderíamos utilizar a unidade de medida de informação: pébibyte. Que é igual a 1024 tébibytes.

Para melhor compreensão de unidades de medida de informação contextualizados aqui, observe a Figura 6

Figura 6 - Relação entre unidades de medida de informação e objetos de registros de informação



Fonte: Escola Superior de Educação de Santarém
(parcialmente alterada pelos autores)

Para tomarmos como resumo de unidades de medida de informação até atualmente definida, expusemos as unidades de medidas de informação com seus respectivos valores em bytes (forma numérica e potencial) e seus respectivos símbolos de representação e nomenclatura conforme o Quadro 3.

Quadro 3 - Medidas de Informação, seus respectivos valores em potências de 2 e de 10 e suas nomenclaturas

Símbolo	Unidades de Medida	Valores em bytes	Valores em bytes (potência de 2)	Aproximação para a base 10
1 B	Byte	1	2^0	10^0
1 KiB	Kibibyte	1024	2^{10}	10^3
1 MiB	Mébibyte	1.048.576	2^{20}	10^6
1 GiB	Gibibyte	1.073.741.824	2^{30}	10^9
1 TiB	Tébibyte	1.099.511.627.776	2^{40}	10^{12}
1 PiB	Pébibyte	1.125.899.906.842.624	2^{50}	10^{15}
1 EiB	Exbibyte	1.152.921.504.606.846.976	2^{60}	10^{18}
1 ZiB	Zebibyte	1.180.591.620.717.411.303.424	2^{70}	10^{21}
1 YiB	Yobibyte	1.208.925.819.614.629.174.706.176	2^{80}	10^{24}

A seguir, daremos ilustrações de conversões entre unidades de medidas de informação por meio de problemas atuais do dia-a-dia:

Problema1: Quantos *pendrives* de 64 GiB precisaríamos para fazer um backup de arquivos em um computador que o seu HD (**H**ard **D**isk – Disco Rígido) contém 1 TiB de memória?

Como 1 TiB é igual a 1024 GiB, basta convertermos a quantidade de memória do nosso computador (1 TiB) para gibibytes e posteriormente dividirmos por 1024. Temos como resposta 16 *pendrives* de 64 GiB para fazermos um backup em um computador de HD de 1TiB.

Problema2: Para ilustrar mais um problema corriqueiro, considere um jovem que pretende gravar músicas MP3 para o cartão de memória do seu *iphone*. Ele possui 1 mil música de diversas bandas. Suponha que todas as músicas tenham 5 MiB. Seria possível gravar todas essas músicas em seu *iphone* de HD de 1 GiB? Seria possível gravar todas elas em um CD de áudio de 450 MiB ? Quantos CDs? E em um DVD de 4,7 GiB? Quantos DVDs?

Como cada música em MP3 possui 5 MiB, então 1 mil música terá 5 mil mébibytes. A pergunta fazer é: quantos 5 mil mébibytes tem 1 GiB? Como 1 GiB = 1024 MiB então basta dividirmos 5 mil mébibytes por 1024 mébibytes. Dá aproximadamente 4,88 GiB. Não seria possível gravar todas as mil músicas no iPod. No entanto, precisaria de 12 CDs de áudio para gravar todas as músicas. Para sabermos quantos DVDs irão precisar basta converter 4,7 GiB para megabyte e em seguida dividirmos 5 mil MiB por esse valor convertido ou converte 5 mil MiB para gigabytes e divide este valor por 4,7 GiB. A resposta será: precisaríamos, por pouco, apenas um DVD (1,03 DVDs). Como o jovem pretende gravar todas as músicas então precisaríamos de 2 DVDs.

Problema 3: Um outro problema corriqueiro pode surgir da seguinte maneira: tenho uma máquina fotográfica digital de 20 Mega Pixels e possui um cartão de memória de 1TiB. Suponha que eu configure a máquina para tirar fotos utilizando sua maior resolução: 20 Mega Pixels (**Pi**cture e **El**ement[17]). Ou seja, a foto tem aproximadamente 1 milhão de pixel). A pergunta é quantas fotos digitais poderei tirar considerando que todas as fotos tenham exatamente 20 MiB? E se eu configurar as fotos para uma resolução de 10 MiB, quantas fotos poderei tirar no máximo? (considere a foto contendo 10 MB. O termo resolução em imagens digitais possui um significado próprio. No capítulo 6.10 iremos abordar).

Uma estratégia a fazer é converter as unidades de medidas maiores (1 TiB) para as menores unidades de medidas (MiB). Como 1 TiB é igual a 1024 GiB e 1 GiB é igual a 1024 MiB, então 1 TiB é igual a 1024 x1024 MiB ou 1.048.576 MiB. Dividindo este valor por 20 MiB temos 52.428,8. Ou seja, poderei tirar 52.428 fotos de 20 MiB e 104.857 fotos de 10MiB (mais de cem mil fotos!).

Retomando aquele problema, se fossemos gravar uma filmagem. Suponha que uma filmagem de 1 minuto gaste 50 MiB. Teríamos 20.971,52 minutos ou aproximadamente 350 horas de filmagem ou 14 dias e meio de filmagem!

Assim, para convertermos uma unidade de medida de informação em outra basta dividirmos por 1024. Caso formos converter uma unidade de medida de informação maior para uma outra menor, basta multiplicarmos por 1024 para convertermos uma unidade de medida de informação menor para alguma outra maior. Observe o Quadro 4.

Exemplo: 1 GiB = 1024 MiB = 1024.1024 KiB = 1024.1024.1024 B

[17] Pixel é o menor elemento de um dispositivo de imagem; é cada ponto de uma imagem digital. "Uma imagem pode ser transformada em pontos ou pixels (picture elementes). Cada um destes pontos podem ser descritos por dois números que especificam suas coordenadas sobre o plano e por três pontos que analisam a intensidade de cada um dos componentes de sua cor (vermelho, azul e verde por síntese aditiva). Qualquer imagem ou sequência de imagens é portanto traduzível em uma série de números [...] Um som também pode ser digitalizado se for feita uma amostragem [...] Cada amostra pode ser codificada por número que descreve o sinal sonoro ou musical pode ser, portanto, representável por uma lista de números [...] Ora, todos os números podem ser expressos em linguagem binária, sob forma de 0 e 1. Portanto, no limite, todas as informações podem ser representadas por esse sistema" (LÉVY, 1999, p.52,53).

Quadro 4 - Conversões de unidades de medida de informação

Símbolos		Valores em bytes (potência de 2)	
1B	1024 ÷	2^{0}	
1KiB	1024 ÷	2^{10}	x1024
1MiB	1024 ÷	2^{20}	x1024
1GiB	1024 ÷	2^{30}	x1024
1TiB	1024 ÷	2^{40}	x1024
1PiB	1024 ÷	2^{50}	x1024
1EiB	1024 ÷	2^{60}	x1024
1ZiB	1024 ÷	2^{70}	x1024
1YiB	1024 ÷	2^{80}	x1024

Por fim, qualquer tipo de dado digital é medido por meio de medidas de informação. Seja ele figura, imagem, vídeo, texto, som, animação... a depender de sua quantidade de informação. Para gravar dados, dependendo do artefato tecnológico digital, recorre-se à determinadas unidades de medidas de informação: geralmente para medir a capacidade de informação de um vídeo utilizamos o mébibyte ou o gibibyte, mas com o decorrer dos tempos a resolução dos vídeos serão mais próximas à realidade e disso exigirá medições acima de gibibytes: tébibytes, pébibyte, exbibyte, etc. Portanto, as unidades de medida (de informação) são utilizadas a depender do que irá medir, se for medir um banco de dados do site youtube, provavelmente não será adequado utilizarmos o gibibyte e muito menos o mébibyte, seria mais aconselhado o tébibyte ou talvez o exbibyte[18].

[18] Business Intelligence Lowdown. Site disponível em http://www.businessintelligencelowdown.com/ Acesso em 18 dez 2011

CAPÍTULO 5: PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Vimos neste trabalho que Chevallard (1998) distingue três tipos de saberes, de organizações praxeológicas diferentes: saber científico, saber a ensinar e o saber ensinado. Tal que, a transposição didática permite transpor o saber de uma instituição (científica) para outra instituição (escolar), com cada instituição tratando o saber de sua maneira. Com este embasamento teórico (teoria da transposição didática e TAD) pretendemos investigar o lócus dos Números Binários nesses três tipos de saberes. Vimos também que elas são interdependentes, mas que surgem, normalmente, a partir de ambientes científicos (academias, instituições de pesquisas). Por outro lado, constatamos a existência de uma gama extensa de produção científica relacionada aos números binários e abordada em várias áreas científicas, como em Computação Clássica e Quântica, Matemática, Telecomunicações, Sistemas de Informação e Comunicação. Cientes disso e preocupados com tempo máximo (2 anos) para a conclusão do mestrado, planejamos investigar o lócus dos números binários por caminho inverso a transposição didática. Partimos da abordagem dos livros didáticos de matemática e de computação, por representar o saber ensinado ou saber escolar (esfera), e o saber a ensinar, consideradas por nós instituições de ensino e de transposição de saber; passando por diretrizes curriculares, por configurarmos como tipos de instituições intermediárias ou instituições transpositivas (instituição inserida na noosfera); e por fim, investigar a sua abordagem como saber científico (da Matemática e da Computação) configurando-se como instituições produtivas e utilizadoras de saberes. Estas instituições configuram-se como trabalhos científicos de matemática e de computação, e livros didáticos destinados ao seu ensino em instituições de graduações ou pós-graduações conforme apresentados no Quadro 5.

Quadro 5 - Livros e trabalhos científicos configurados como instituições produtivas e utilizadoras de saberes (números binários)

Título	Autor	Ano	Tipo de Documento
Turing Machines	Baker	2000	Artigo Científico
Introdução à Teoria da Informação	Edwards	1971	Livro Texto - Universitário
Teoria da Informação	Epstein	1986	Livro Texto - Universitário
Sistemas digitais: fundamentos e aplicações	Floyd	2007	Livro científico
History of Binary and other nondecimal numeration	Glaser	1981	Livro científico
Elementos de eletrônica digital	Idoeta, Capuano	1984	Livro científico
The Bell System Technical Journal	Shannon	1948	Trabalho científico
Micro-computador e Informática: terminologia e conceitos básicos ilustrados, exercícios resolvidos e propostos	Shimizu	1985	Livro científico
Números: construções e propriedade	Silva	2003	Livro científico
Turing e o computador em 90 minutos	Strathern	2000	Trabalho científico
Hardware: curso completo	Torres	2001	Livro científico
Ciência dos computadores: uma abordagem algorítmica	Tremblay	1983	Livro científico

Para melhor execução da pesquisa organizamos o seu método em quatro momentos.

No primeiro momento, verificamos a existência de números binários em livros didáticos de matemática avaliados pelo PNLD 2014 por meio de dois domínios: Grandezas e Medidas (medidas de informação) e Números e Operações (sistema de numeração binário). A partir daí, realizamos uma análise praxeológica (matemática e didática) de livros didáticos de matemática e uma análise praxeológica (computação e didática) de livros didáticos de computação, em nível fundamental; Coletamos livros didáticos de matemática do ensino fundamental aprovados pelo PNLD-2014; Lemos as resenhas de cada coleção de matemática feita pelo PNLD-2014; Selecionamos 4 coleções (Vide Quadro 6), de 10 coleções no total, de livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo PNLD 2014. O critério adotado para essa escolha foi o livro didático abordar o sistema de numeração binário e/ou unidades de medida de informação no livro do aluno e/ou no Manual do Professor; ou existirem atividades que mantém um teor matemático ou curiosidade ou auxiliares a compreensão, ou ainda, de fixação de outros conteúdos de matemática. Os livros

didáticos de matemática que apenas citam ou não abordam os números binários não foram analisados. Identificamos coleções que mantém abordagens semelhantes referentes ao estudo de números binários. Escolhemos aquela que mais tem tarefas em seu corpo.

Quadro 6 - Coleções de livros didáticos de matemática analisados

Título	Autor	Editora	Ano
Matemática: ideias_e_desafios	Onaga, Mori	Saraiva	2012
Projeto Teláris: Matemática	Dante	Ática	2012
Vontade de saber Matemática	Souza, Pataro	FTD	2012
Praticando matemática – edição renovada	Andrini, Vasconcellos	Editora do Brasil	2012

Dessas 4 coleções, três (5 livros) abordam as unidades de medida de informação e duas coleções (2 livros) abordam o sistema de numeração binário. Nesses livros, selecionamos os capítulos e/ou seções destinados aos números binários:

- Lemos os capítulos e/ou seções selecionados;
- Analisamos cada coleção de livros didáticos neste trabalho, agrupando-a em uma seção.
- Descrevemos algumas informações a respeito da identificação da obra e reescrevemos as análises críticas dessas coleções realizadas pelo Guia do Livro Didático (BRASIL, 2013).
- Analisamos a organização praxeológica (matemática ou computação) referente ao corpus de estudos de números binários em livros didáticos, composta por: identificação de tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias em livros didáticos de matemática e de computação; caracterização desses livros didáticos por meio de organizações praxeológicas: pontuais ou locais ou regionais ou globais;
- Analisamos a organização praxeológica didática referente ao corpus de estudos de números binários em livros didáticos de matemática e de computação, recorrendo aos 6 momentos didáticos sugeridos por Chevallard (1998b): momento de encontro com a praxeologia estudada, momento de exploração do tipo de tarefa e a sua articulação com alguma técnica, momento de constituição do bloco tecnológico-teórico, momento de institucionalização, momento de trabalhar a técnica e momento de avaliação;
- Recorreremos como base os critérios de avaliação praxeológica didática e praxeológica matemática ou praxeológica computação de Chevallard (1998b) para avaliar livros didáticos de matemática e de computação: critérios de avaliação praxeológica didática e

praxeológica (matemática ou computação); critério de identificação; critério de razão de ser; critério prático-técnico; critério tecnológico-teórico; critério de relevância; critério de representatividade; critérios de relação com outras áreas de saberes ou de outros blocos de conteúdo de matemática básica; critério de contextualização histórica.

- Realizamos uma síntese analítica de cada volume analisado.

Quanto a escolha dos livros didáticos de computação para o ensino fundamental, destinado ao estudo de números binários, tivemos dificuldade para encontrá-los. Escolhemos um livro didático de computação (em versão portuguesa), que ensina elementos básicos de ciência da computação à crianças a partir de 7 anos de idade. Esse livro didático de computação está estruturado em três partes: "Representando as informações"; "Algoritmos" e "Representando procedimentos". Analisamos apenas a primeira seção (42 páginas) porque trabalham atividades em torno: da conversão de números representados entre os sistemas binário e decimal; da representação de textos; de figuras por meio de códigos binários; da detecção e correção de erros em códigos binários e da teoria da informação e comunicação. O primeiro momento, então, nos fez cumprir dois objetivos desta pesquisa:

- Analisar a organizações praxeológica matemática e praxeológica didática referente ao corpus de estudos de números binários em livros didáticos de matemática dos anos finais do Ensino Fundamental avaliados pelo PNLD 2014;
- Analisar a organização praxeológica computação e praxeológica didática referente ao corpus de estudos de números binários em livro didático de computação para o ensino fundamental.

As instituições transpositivas (noosfera) é a que recebe maior foco da teoria porque é ela quem permite trocas de saberes entre as instituições. Nesse sentido, estudamos os documentos curriculares internacionais, nacionais e do estado de Pernambuco, a fim de identificar o *lócus* em que o número binário assume a natureza desse saber. Dessa forma, analisamos as organizações praxeológicas e os níveis de co-determinação didática e comparamos a abordagem proposta para os números binários nessas orientações curriculares. Foram10 documentos curriculares (de matemática e/ou de computação) analisados: Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, 1998, 2000), Estadual (PERNAMBUCO, 2012) e internacionais (UNESCO, 1997; CSTA, 2011; ONTARIO, 2005, 2007, 2008, 2009). Ressaltando que as diretrizes curriculares de informática para a Educação Básica da UNESCO (1997), apesar de ser internacional, foi uma parceria com a Secretaria de Educação a Distância do MEC e a Universidade de Brasília, por intermédio de seu Departamento de Ciência da Computação.

A análise dessas diretrizes curriculares pôde identificar as organizações praxeológicas didática e praxeológica matemática em cada nível de co-determinação ou co-gestão didática, de tal maneira que conseguimos identificar condições, restrições e/ou, limitações impostas pelos níveis não positivos (pedagogia, escola e sociedade) aos níveis, inferiores hierarquicamente, positivos (assunto, tema, setor, domínio e disciplina). O segundo momento, então, cumpriu um objetivo desta pesquisa:

- Analisar e comparar a abordagem feita de números binários nas orientações curriculares estadual (Pernambuco), nacional e internacional;

No terceiro momento, para investigar o saber das instituições produtoras, recorrermos à pesquisa bibliográfica para subsidiar o entendimento de números binários, no setor de referência da Matemática e da Computação. Recorremos às referências bibliográficas para pesquisar os números binários como saber científico oriundo da matemática, tomando como instituição, a academia da área da Matemática. Outra instituição científica em que o sistema de numeração binário tem sido utilizado foi a Computação. A Computação é tomada aqui por duas vertentes: produtora e utilizadora porque além de produzir saber científico, assume também um viés de utilizadora deste saber. Ressaltamos que tomamos os temas encontrados nos livros didáticos de matemática e de ciência da computação referentes aos números binários como base norteadora para investigar o saber daquelas instituições produtoras e utilizadoras científicas.

Detalhando o terceiro momento temos: um breve apanhado histórico de sistemas de numeração; Definição do sistema de numeração a partir do conceito de base numérica; Definição das unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados de artefatos tecnológicos digitais: bit, byte e seus múltiplos; levantamento de conteúdos relacionados aos números binários no campo de saber da Matemática e da Computação. O terceiro momento, então, nos fez cumprir dois objetivos desta pesquisa:

- Estudar os números binários como saber científico, na academia Matemática, como instituição produtora;
- Estudar os números binários como uso do saber científico na academia da Computação como instituição produtora e também utilizadora.

No último momento, comparamos a abordagem do *lócus* dos números binários entre os contextos do setor de referência (caracterizado pelo saber científico), de um setor da noosfera (diretrizes curriculares) e de um elemento do sistema escolar (caracterizado pelos livros didáticos de matemática e de computação - saber a ensinar). Neste momento, tratamos os resultados desta pesquisa, realizamos as considerações finais e indicamos novos

questionamentos de pesquisa. O último momento, então, nos fez cumprir mais um objetivo desta pesquisa:

- Identificar convergências e/ou divergências entre o saber científico, saber utilizador e o saber a ser ensinado direcionado ao conteúdo de números binários.

Esta proposta de pesquisa é, portanto, documental; que do ponto de vista dos procedimentos de coleta de dados pretende comparar os elementos de números binários que compõe o saber de referência (da Matemática e da Computação) com os elementos de números binários que compõe o saber a ensinar e ao saber ensinado (abordagens de números binários em documentos oficiais e em livros didáticos de matemática e de computação). Enquanto ferramenta de análise, recorremos à praxeologia e os níveis de co-determinação didática, ambas da TAD.

CAPÍTULO 6: ANÁLISES

Neste capítulo iremos analisar as organizações praxeológicas matemática e didática referentes ao conteúdo Números Binários de 4 coleções (dos 10 investigados), pertencentes a 4 editoras (das 7 editoras pesquisadas) de livros didáticos de matemática do ensino fundamental (6º ao 9º ano), aprovados no PNLD de Matemática – 2014 para os anos finais do Ensino Fundamental. Para tal, organizamos em tópicos cada coleção analisada:

a) Identificação da coleção;
b) Análise crítica de livros didáticos segundo o GUIA do PNLD de Matemática de 2014 (BRASIL, 2013);
c) Análise praxeológica matemática frente ao estudo de números binários
d) Análise praxeológica didática frente ao estudo de números binários
e) Critérios de avaliação praxeológica didática e praxeológica matemática do livro do 9º ano referentes aos números binários.
f) Síntese analítica

A organização praxeológica matemática parte de uma estruturação articulada com os tipos de tarefas, sendo elaborados, escolhidos, presentes em cada elemento de co-deterninação didática que por sua vez está presente em determinada instituição. A necessidade em resolver, responder, realizar tarefas no campo da Matemática, de maneira imbricada, e até muitas vezes imperceptível, parte da organização praxeológica didática. Esta, por sua vez, é de natureza didática que nasce da necessidade de estudar como estudar determinada tarefa, como estudar determinado objeto do saber matemático. Sendo assim, a praxeologia didática possibilita (re)construir transposições de determinada praxeologia matemática.

Vimos no referêncial teórico que para descrever a organização praxeológica didática, Chevallard (1998b) sugere 6 momentos didáticos: momento de (re)encontro com a praxeologia estudada; momento de exploração do tipo de tarefa Ti e a sua articulação com alguma técnica τ i; momento de constituição do bloco tecnológico-teórico; momento de institucionalização; momento de trabalhar a técnica e momento de avaliação. Seguiremos em nossa análise esses 6 momentos.

Apesar de todos os livros didáticos de matemática avaliados pelo PNLD 2014 abordarem medidas de informação, nomearem as suas unidades por meio da representação no sistema decimal, kilobyte, megabyte, gigabyte,... iremos seguir as nomeações e simbologias literais recomendadas pelo Sistema Internacional de Unidades (SI, 2012) e pela Comissão Eletrotécnica Internacional (CIE, 2005): kibibyte (KiB), mébibyte (MiB), gibibyte (GiB), etc.

Quando necessário, para: resolver tarefas ausentes de técnicas nos livros didáticos e para realizar explicações, argumentações necessárias às nossas análises.

O PNLD define atualmente cinco blocos de conteúdos da Matemática básica: Números e Operações; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Estatística e Probabilidade. Limitaremos a exposição de sua visão geral e análise das obras referente às áreas Números e Operações e Grandezas e Medidas dos livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental uma vez que os números binários encontram-se abordados nestes dois blocos de conteúdos.

A resenha do PNLD/GUIA (BRASIL, 2013) segue uma ordem:

1. **Visão geral**: menciona as características destacadas positivamente e negativamente de cada coleção;
2. **Descrição da obra**: descreve resumidamente o Livro do Aluno indicando informações a seu respeito como objetivos, sugestões de leituras complementares, os conteúdos presentes e a sua organização, entre outras informações;
3. **Análise da obra**: avalia cada coleção por meio das seguintes categorias: linguagem e aspectos gráficos-editoriais, conteúdos multimídias, manual do professor, distribuição dos campos da matemática escolar por volume; abordagem dos conteúdos e metodologia de ensino e aprendizagem;
4. **Em sala de aula**: faz recomendações didáticas frente à utilização de cada coleção. Sugere complementação a determinado conteúdo e engajamento entre ensino e utilização de materiais didáticos.

O PNLD-2014 traz uma novidade: três coleções incluíram Objetos Educacionais Digitais (jogos eletrônicos, vídeos, simuladores, etc.) que foram avaliados neste processo. No entanto, não iremos analisar e nem descrever esses Objetos Educacionais Digitais por não fazerem parte do nosso objetivo de trabalho.

6.1. OS NÚMEROS BINÁRIOS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

6.1.1 Editora Saraiva de Iracema Mori e Dulce Satiko Onaga

Identificação da coleção analisada

A coleção analisada é a 17ª edição (ano 2012) da Editora Saraiva do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental dos autores Dulce Satiko Onaga e Iracema Mori.

Análise crítica dos livros didáticos de matemática segundo o PNLD/GUIA (2014)

Os conteúdos são apresentados de maneira interessante embora a sua sistematização seja rápida e haja excesso tanto na extensão quanto no detalhamento dos tópicos abordados. As atividades são motivadoras, diversificadas e articulam com diferentes campos da Matemática. O ponto forte da coleção é o incentivo a interação. O campo da matemática Números e Operações é bem articulado com outros campos da matemática: Álgebra e Geometria.

O PNLD-2014 (BRASIL, 2013) não cita os números binários, no entanto comenta que existe um tratamento satisfatório sobre a abordagem dos conjuntos dos números naturais, inteiros, racionais e reais. Enquanto ao campo da matemática Grandezas e Medidas, é pouco explorado de modo específico na coleção e que este campo recebe um maior tratamento no livro do 6º ano. Existe uma maior atenção ao processo de medição, escolha e uso de unidades de medidas padronizadas.

Análise praxeológica matemática frente ao estudo de números binários

Identificamos dois tipos de tarefas presentes no volume do 9º ano: T_1 e T_2. O tipo de tarefa T_1 configurou-se em determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico. Presente nas questões 58, 61, 59, 60a, 60b e 61 da página 24 e na questão 26 da página 32.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_1: "Quantos *kilobytes* de memória tem um computador com 2 *gigabytes*?" (ONAGA, MORI, 2012d, p.24, ex: 59).

O tipo de tarefa T_2 configurou-se em determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação. Presente na questão 62 da página 24.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_2: "[...] O disco rígido desse computador corresponde, aproximadamente a quantos CDs de dados?" (ONAGA, MORI, 2012d, p.24, ex: 62).

Todas aquelas questões não tem enunciados explicando ou mostrando alguma estratégia de como a aluna e o aluno poderão proceder para resolvê-las. Dessa forma, não há explicação ou ilustração de nenhuma técnica para os tipos de tarefas T_1 e T_2. No entanto, consideramos a técnica implícita no livro por causa das equivalências entre múltiplos de bytes: 1 kilobyte = 1kB ou 1 k = 1024 bytes = 2^{10} bytes; 1 megabyte = 1 MB ou

1 MB = 1024 kilobytes = 2^{10} kilobytes; 1 gigabyte = 1 GB ou 1 G = 1024 MB = 2^{10} megabytes, presentes na página 24 do livro do aluno e dos conceitos e procedimentos aos professores e às professoras presentes na página 25 do Manual do Professor:

- Utilização das propriedades da potenciação em situações-problema;
- Identificação e estabelecimento de relação entre as unidades de medida de informática, como, bits, bytes, kilobytes, megabytes e gigabytes.

Vimos no capítulo 1, baseado em Chevallard (1998b), que mesmo a organização praxeológica pontual, os elementos praxeológicos, tarefas, técnicas, tecnologias, teorias, podem, pelo menos um deles, não serem explicitados ou bem definidos.

Neste momento da análise praxeológica matemática nos fez repensar o seu tratamento investigativo a respeito da técnica ser implícita na obra. Daí, levantamos a hipótese de que por a obra ser do 9º ano, último volume da coleção, e por o bloco de conteúdo da matemática básica Grandezas e Medidas ser mais abordado no 6º volume segundo PNLD/GUIA-2014 (BRASIL, 2013), a abordagem da obra considera o mesmo procedimento desenvolvido, a mesma técnica adotada nas conversões de outras unidades de medidas trabalhadas nos anos inicias dessa mesma coleção. Esta hipótese nos fez analisar outros volumes, começando pelo livro do 6º ano, dessa mesma coleção, a respeito da técnica de conversão adotada entre unidades de medidas de mesma grandeza.

Identificamos no livro do 6º ano, duas técnicas adotadas para converter unidades de medida: uma referente à conversão entre unidades de medida de capacidade (técnica τ_1) e outra referente à conversão entre unidades de medida de área (técnica τ_2). Na verdade, a técnica τ_1 possui elementos tanto técnicos quanto tecnológicos (possui elementos técnico-tecnológicos imbricados).

A medida de capacidade é trabalhada no capítulo 4 da unidade 11 do livro do 6º ano. Definem-se, respectivamente, um litro igual a um decímetro cúbico e um metro cúbico igual a um mil litros: 1L = $1dm^3$ e $1m^3$ = 1000L; submúltiplos de litro: $1mL = \frac{1}{1000}L = 0{,}001L$ e 1L = 1000mL. A técnica adotada recorre a expressões numéricas (aritmética) através de duas ilustrações:

> Como 1L = 1000mL, podemos expressar em milímetros o volume medido em litros, multiplicando essa medida por 1000.
> 3,68L = (3,68. 1000) mL = 3680mL Observe que deslocamos a vírgula três casas decimais para a direita.
> Agora, veja como transformar 12,5 em L:
> Como 1 mL = 0,001 L, expressamos em litros um volume medido em milímetros dividindo essa medida por 1000

> 12,5 mL = (12,5 : 1000) L = 0,0125 L
> 12,5 mL = 0,0125 L Note que deslocamos a vírgula três casa decimais para a esquerda(ONAGA, MORI 2012a, p.287).

A técnica acima adotada na obra Onaga e Mori (2012a) para converter uma unidade de medida de capacidade em outra é enfatizada pelo emprego do deslocamento da vírgula para a esquerda ou para a direita a depender da conversão de uma unidade de medida de capacidade que se deseja: caso deseje converter uma unidade de medida de capacidade em seu múltiplo, a vírgula desloca-se tantas vezes para a esquerda e caso deseje converter uma unidade de medida de capacidade em seu submúltiplo, a vírgula desloca-se tantas vezes para a direita. Essa ênfase retoma a técnica de conversão de unidades de medida de área presente no capítulo 1 da unidade 11 do livro do 6º ano. Esta técnica de conversão entre unidades de medidas de área recorre de uma semelhança com a escrita de um numero representado no sistema de numeração decimal por meio de uma tabela. Por exemplo: converter 1 m^2 em km^2 e 1 m^2 em mm^2. Km^2 é múltiplo de m^2, então desloca-se a vírgula 6 algarismos a esquerda. Como não tem acrescenta-se zeros: 1 m^2 = 0,000001 km^2. Milímetro ao quadrado (mm^2) é submúltiplo de metro ao quadrado (m^2), então desloca-se a virgula 4 algarismos para a direita:
1 m^2 = 10000,0 mm^2. Observe o Quadro 7.

Quadro 7 - Unidades de medida de área correspondentes na unidade metro quadrado

Quadro geral das unidades de área						
Múltiplos			**Unidade-padrão**	**Submúltiplos**		
:100	:100	:100		:100	:100	:100
Km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
1000000 m^2	10000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2
x100	x100	x100		x100	x100	x100

A partir das duas técnicas de conversões de unidades de medidas presentes no livro do 6º ano (ONAGA e MORI, 2012a); dos conceitos e procedimentos dados por estes autores na página 25 do Manual do Professor e das relações entre kilobyte, megabyte e gigabyte, ambos presentes no livro do 9º ano, consideraremos um único tipo de técnica (técnica τ_1) enquadrada na praxeologia matemática (números binários): conversão entre unidades de medida de informação ou medida de capacidade de armazenamento de dados de algum

artefato tecnológico (digital) por meio de expressão numérica (aritmética) e da potenciação (propriedades da potenciação).

A partir daqueles conceitos e procedimentos estabelecidos pelos autores, resolvemos todas aquelas tarefas (questões) por meio da técnica τ_1:

Os passos da técnica τ_1 para resolver a tarefa da questão 58 da página 24 são: Representar o número da medida de informação da forma de potência de base 2 (subtipo de tarefa).

Primeiro: converter mébibyte e gibibyte para byte (subtipo de tarefa)

1MiB = 1024 KiB = (1024 . 1024) B e

1GiB = 1024 MiB = (1024 . 1024) KiB = (1024. 1024.1024) B

Segundo: representar esses produtos em forma de potências de 2 (subtipo de tarefa)

1 MiB = $(2^{10} . 2^{10})$ B e 1 GiB = $(2^{10}. 2^{10}. 2^{10})$B.

Terceiro: realizar esses produtos e representá-los na forma de potência (subtipo de tarefa)

1 MiB = 2^{20} B e 1GiB = 2^{30} B.

Os passos da técnica τ_1 para resolver a tarefa da questão 59 da página 24 são:

Primeiro: converter 2 gibibytes para kibibyte (subtipo de tarefa)

2 GiB = $(2 . 2^{10})$ MiB = $(2 . 2^{10} . 2^{10})$ KiB

Segundo: realizar esses produtos e representá-los na forma de potência (subtipo de tarefa) Resposta: 2^{21} KiB

Os passos da técnica τ_1 para resolver a tarefa da questão 60a da página 24 são:

Primeiro: converter 20 gibibytes para bytes (subtipo de tarefa)

20 GiB = $(20 . 2^{10})$ MiB = $(20 . 2^{10} . 2^{10})$ KiB = $(20 . 2^{10} . 2^{10}. 2^{10)}$ B

Segundo: realizar esses produtos e representá-los na forma de potência (subtipo de tarefa)

Resposta: $20 . 2^{30}$ B

Os passos da técnica τ_1 para resolver a tarefa da questão 60b da página 24 são: dividir 2048 MiB por 1024. O resultado da divisão é a resposta 2 GiB.

Os passos para resolver a tarefa da questão 61 da página 24 são:

Primeiro: representar todos os números 1024 das unidades de medidas de informação em forma de potência de base 2 (2^{10}) (subtipo de tarefa)

Segundo: converter 1 terabyte em byte (subtipo de tarefa)

1 TiB = 2^{10} GiB = $(2^{10} . 2^{10})$ MiB = $(2^{10} . 2^{10} . 2^{10})$ KiB = $(2^{10} . 2^{10} . 2^{10} . 2^{10})$ B

Terceiro: realizar esses produtos e representá-los na forma de potência (subtipo de tarefa)

1 TiB = 2^{40} B.

Quarto: converter 1PiB para 1TiB em seguida converter 1EiB em 1PiB, continue este procedimento até 1 YiB = 1 ZiB :

1 PiB = 2^{10} TiB = 2^{10} x 2^{40} B = 2^{50} B;

1 EiB = 2^{10} PiB = 2^{10} x 2^{50} B = 2^{60} B;

1 ZiB = 2^{10}EiB = 2^{10}x 2^{60} B = 2^{70} B e por fim

1 YiB = 2^{10}ZiB = 2^{10}x 2^{70} B = 2^{80} B.

Os passos da técnica τ_1 para resolver a tarefa da questão 26 da página 32 é:

converter 2 GiB em 1 KiB: 2 GiB = (2 . 2^{10}) MiB = (2 . 2^{10} . 2^{10}) KiB = 2^{21} KiB

Os passos para resolver a tarefa da questão 62 da página 24 (tipo de tarefa T2) são:

Primeiro: converter 2 gibibytes para mébibyte (subtipo de tarefa)

(2 .1024) MiB = 2048 MiB.

Segundo: dividir esse total por 650 MiB (aproximadamente 3,15).

Terceiro:a resposta será o quociente da divisão do passo 2 (3).

Vale destacar que a propriedade da potenciação[19] é uma tecnologia frente à organização matemática referente ao tema Potenciação. Porém, neste trabalho, iremos considerá-la como sendo uma técnica numérica complementar empregada para a resolução do tipo de tarefa T_1. No entanto, iremos apenas abordar a justificativa baseada nas "medidas na informática" expostas pelos autores, para assim compor um dos objetivos deste trabalho.

A justificativa dada, pelos autores (veracidade da técnica τ_1: tecnologia θ_1) inicia-se por explicar que o byte é igual a 8 bits e que este é "a menor unidade de informação com que os computadores trabalham". Por sua vez, "como o byte é uma unidade muito pequena" para medir a capacidade de armazenamento de dados de um computador é necessário unidades maiores ou seja, múltiplos de bytes como o kilobyte, megabyte, etc. A partir disso, apresenta relações entre as unidades de medida de informação:

1 kilobyte = 1kB ou 1 k = 1024 bytes = 2^{10} bytes;

1 megabyte = 1MB ou 1 M = 1024 kilobytes = 2^{10} kilobytes;

1 gigabyte = 1 GB ou 1 G = 1024 MB = 2^{10} megabytes.

No entanto, existe uma falta de conexão entre este discurso com o argumento de que 00110101 é um byte ou uma "palavra" que corresponde ao numeral 5 que quando se pressiona a tecla 5 no computador este registra uma sequência de zeros e uns. Por que 00110101 corresponde ao numeral 5? Por que a base é 2 em 1 KiB é igual a 2^{10} B? Além disso, verifica-se que o sistema de numeração binário não é discutido; não é explicado por que consideraram

[19]Uma propriedade da potenciação: o produto de potências de mesma base é igual a esta base elevada à soma dos expoentes dessas potências, configura-se como uma tecnologia da praxeologia matemática (Potenciação).

0 e 1 como sendo dois “estados” de um sinal eletrônico (respectivamente: desligado e ligado) e por que as palavras ou bytes são formadas por 0 e 1.

Portanto, existe justificativa para a veracidade da técnica $\tau_{1,}$ no entanto, a relação entre o numeral 5 digitado por algum usuário de computador e o código binário 00110101 da tabela ASCII não é explicado.

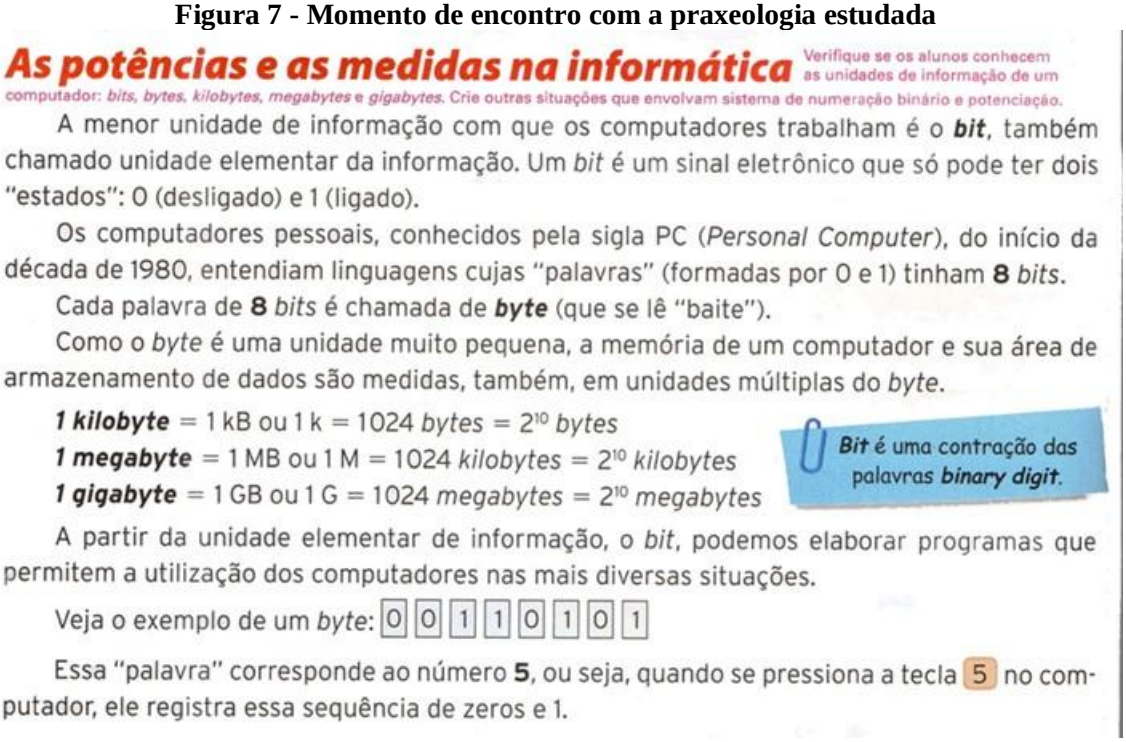
O tipo de tarefa T_2 também utiliza a técnica $\tau_{1.}$ E esta técnica (considera apenas o tema de investigação: unidades medidas de informação) também é justificada por $\theta_{1.}$

Os autores Onaga; Mori (2012d, p.24) não expuseram nenhuma teoria que embasasse ou justificasse a eficiência da tecnologia, da técnica (conversão de unidades de medidas de informação) utilizada nos tipos de tarefas T_1 e T_2.

Análise da praxeologia didática frente ao estudo de números binários

- ***Momento de encontro com a praxeologia estudada:*** os livros dos 6º, 7º e 8º anos não abordam números binários. No livro do 6º ano, os autores abordam os sistemas egípcio, romano, decimal, octal (base 8), maias, babilônico e sino-japonês, mas não mencionam nada a respeito de sistema binário!O livro do 9º ano aborda as unidades de medida de informação relacionada à potenciação sob o título “As potências e as medidas na informática” localizado na página 24 (1ª unidade) sob título: “Números reais e potências” (Figura 7).Abaixo deste título sugerem ao professor e a professora que criem outras situações que relacionem potenciação e sistema de numeração binário; verificação de conhecimento de unidades de informação em alunos(as). Estendemos que o conteúdo potenciação é retomado nesta obra enquanto que o conteúdo unidades de medida de informação surgi pela primeira vez como contexto para a sua retomada.

Figura 7 - Momento de encontro com a praxeologia estudada



As potências e as medidas na informática

Verifique se os alunos conhecem as unidades de informação de um computador: *bits, bytes, kilobytes, megabytes* e *gigabytes*. Crie outras situações que envolvam sistema de numeração binário e potenciação.

A menor unidade de informação com que os computadores trabalham é o ***bit***, também chamado unidade elementar da informação. Um *bit* é um sinal eletrônico que só pode ter dois "estados": 0 (desligado) e 1 (ligado).

Os computadores pessoais, conhecidos pela sigla PC (*Personal Computer*), do início da década de 1980, entendiam linguagens cujas "palavras" (formadas por 0 e 1) tinham **8** *bits*.

Cada palavra de **8** *bits* é chamada de ***byte*** (que se lê "baite").

Como o *byte* é uma unidade muito pequena, a memória de um computador e sua área de armazenamento de dados são medidas, também, em unidades múltiplas do *byte*.

1 kilobyte = 1 kB ou 1 k = 1024 *bytes* = 2^{10} *bytes*
1 megabyte = 1 MB ou 1 M = 1024 *kilobytes* = 2^{10} *kilobytes*
1 gigabyte = 1 GB ou 1 G = 1024 *megabytes* = 2^{10} *megabytes*

Bit é uma contração das palavras ***binary digit***.

A partir da unidade elementar de informação, o *bit*, podemos elaborar programas que permitem a utilização dos computadores nas mais diversas situações.

Veja o exemplo de um *byte*: 0 0 1 1 0 1 0 1

Essa "palavra" corresponde ao número **5**, ou seja, quando se pressiona a tecla 5 no computador, ele registra essa sequência de zeros e 1.

Fonte: (ONAGA, MORI, 2012, p.24)

➢ ***Momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica*** τ_i: as tarefas são apresentadas após a apresentação inicial de elementos tecnológico-teóricos referentes às unidades de medida de informação na seção "Fazer e aprender". O livro do 9º ano não apresenta nenhuma ilustração ou exemplificação de técnicas referentes às unidades de medidas de informação.

➢ ***Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico:*** o livro inicia a abordagem de unidades de medida de informação por meio do bloco tecnológico-teórico, na seção: "As potências e as medidas na informática" – página 24 do livro do 9º ano. Nesta página, explicam que o bit é: uma contração das palavras (em inglês) binary digit; "a menor unidade de informação com que os computadores trabalham"; "um sinal eletrônico que só pode ter dois "estados": 0 (desligado) e 1 (ligado)". Explicam que a partir da década de 1980, os PC (*Personal Computer*) "entendiam linguagens cujas "palavras" tinham 8 bits e eram formadas por zeros e uns. Daí define que essas "palavras" é um byte ou 8 bits. Em seguida afirma que "o byte é uma unidade muito pequena" e por isso é preciso outras unidades - múltiplos de bytes - para medir a memória de um computador. Define kilobyte, megabyte e gigabyte por meio de suas siglas e por equivalência de seus submúltiplos:

1 kilobyte = 1kB ou 1 k = 1024 bytes = 2^{10} bytes;

1 megabyte = 1MB ou 1 M = 1024 kilobytes = 2^{10} kilobytes;

1 gigabyte = 1 GB ou 1 G = 1024 MB = 2^{10} megabytes.

Na mesma página, descreve que a partir do bit "podemos desenvolver softwares ou programas que permitem a utilização dos computadores nas mais diversas situações". Na tentativa de explicar o assunto "as potências e as medidas de informação" afirmam que o número 00110101 é uma "palavra" que corresponde ao número 5 após um usuário teclar o símbolo 5 no computador, este registra uma sequência de zeros e uns. Este livro não menciona 00110101 como sendo representação de um número no sistema de numeração binário; Não informa ao leitor que o numeral 5 corresponde a 00110101 na tabela ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*).

- ***Momento de institucionalização:*** o conteúdo de unidades de medida de informação são tratados como elemento de suporte contextual para a abordagem, retomada, de Potenciação. Definem na página 25 do Manual do Professor o seguinte objetivo da 1ª unidade: "resolver situações-problema envolvendo números reais e, a partir delas, consolidar, ampliar e construir os significados da potenciação". Escolhem as situações-problema da informática, mais especificamente a medida de capacidade de armazenamento de dados de computadores, para retomar o estudo de potenciação. Para tal, estabelecem indicadores para a avaliação, orientações didáticas e conceitos e procedimentos nessa mesma página. Como conceitos, procedimentos e avaliação propõem, entre outras: "utilização das propriedades da potenciação em situações-problema"; "identificação e estabelecimento de relação entre as unidades de medida de informática, como bits, bytes, kilobytes, megabytes e gigabytes".
- ***Momento de trabalhar a técnica:*** não existe um momento de trabalho com técnicas ligadas ao número binário na obra.
- ***Momento de avaliação:*** entre os indicadores para a avaliação, espera-se que a aluna e o aluno "reconheçam e relacionem as unidades de medidas na Informática, como bit, bytes, kilobytes, megabytes e gigabytes" (ONAGA, MORI, 2012d, p. 25 - Manual do Professor). Para tal, apresentam cinco exercícios (58 a 62) na seção: "Fazer e aprender". Todas as questões buscam conversões entre unidades de medida de informação. "Quantos bytes tem um megabyte?". "Quantos gigabytes podem armazenar um disco de 2048 megabytes?" Sendo que a primeira questão exige a resposta como potência de base 2; A questão 60 explica, brevemente, o que é um disco rígido; Na questão 61, apresenta outros múltiplos de bytes: terabyte, petabyte, exabyte, zettabyte e yottabyte. Para converter estas unidades de medidas de informação em bytes. E na questão 62 trabalha a estimativa: pergunta quantos CDs de 650MB corresponde, aproximadamente, um computador com 2GB de memória. Na página 32 apresentam uma única questão. Esta questão é de vestibular que também busca transformar

uma unidade de informação em outra. A única diferença para as demais é que a pergunta vem a partir de uma estória em quadrinhos. Observe que os autores não consideram a notação unidades de medida de informação adotadas pelo Sistema Internacional de Unidades (SI, 2012) e pela Comissão Eletrotécnica Internacional (CIE, 2005).

Critérios de avaliação praxeológica didática e praxeológica matemática frente ao estudo de números binários

Recorreremos como base os critérios de avaliação praxeológica de Chevallard (1998b): critérios de identificação, de razão de ser e de relevância, entre outras: critério prático-técnico, critério tecnológico-teórico, critério de representatividade, critério de relação com outras áreas de saberes ou de outros blocos de conteúdo de matemática básica e critério de contextualização histórica.

- ***Critério de identificação***: os tipos de tarefas T_1 e T_2 estão claramente expostos e bem identificados, respectivamente por: determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico; determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação. As duas subtarefas mais presentes no livro do 9º ano foram: converter unidades de medida de informação e representar a medida por meio de potências de base 2. Enquanto que a técnica e a teoria não são mencionadas nesse mesmo livro.

- ***Critério de razão de ser***: no 9º volume (ONAGA; MORI, 2012d) apresenta-se uma explicação frente à relação entre "potências e medidas de informação" que justificam a relação entre potenciação e unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados de um computador; Os tipos de tarefas referem-se ao contexto apresentado por meio de uma superficial abordagem do computador, que a partir disso, argumenta a necessidade de se obter múltiplos de bytes porque "[...] o byte é uma unidade muito pequena, a memória de um computador e sua área [capacidade] de armazenamento de dados são medidas, também, em unidades múltiplas do byte" (ibidem, p.24).

- ***Critério prático-técnico:*** no 9º volume, não se menciona nenhuma ilustração ou técnica que pudesse fazer os dois tipos de tarefas (T_1 e T_2). No entanto, no livro do 6º ano, da mesma coleção, duas técnicas para conversão entre unidades de medida de mesma grandeza são apresentadas: por meio de expressões numéricas e por meio de deslocamento de vírgula para a direita ou para a esquerda através, ou não, do posicionamento do número representado no sistema decimal na tabela. Assim, a técnica é implícita uma vez que os autores apresentam

conceitos e procedimentos na página 25 do Manual do Professor referente à relação entre as unidades de medida de informação: kilobyte, megabyte e gigabyte, e a aplicação de potências na informática. Assim, consideramos a técnica τ_1 como sendo formas de resolver os tipos de tarefas T_1 e T_2: conversão entre unidades de medida de informação (ou de capacidade de armazenamento de dados de algum artefato tecnológico) por meio de operações fundamentais (aritmética) e da potenciação (propriedades da potenciação).

- ***Critério tecnológico-teórico***: não é justificado que 5 corresponde a 00110101 na tabela ASCII; Que 00110101 é uma sequência de dígitos binários; é um código binário. Não explica porque essa representação de número é formado apenas por zeros e uns e tão pouco faz relação com o assunto potenciação. Que seria um ótimo momento para relacionar potências de base 2, números binários e a codificação/decodificação daquelas "palavras", teclas digitadas por algum artefato tecnológico digital. Que seria a transformação de números representados no sistema binário em números representados no sistema decimal (vice-versa). Ao nosso ver, fica o seguinte questionamento: como ilustrar ou explicar a codificação/decodificação de qualquer símbolo após serem digitados por algum usuário em um computador sem abordar o sistema de numeração binário? Como explicar as unidades de medidas de informação sem explicar o sistema de numeração binário conjuntamente com a potenciação? As alunas e os alunos poderão criar uma confusão entre o número representado no sistema binário 00110101 ilustrado (zero, zero, um, um, zero, um, zero, um) como sendo o número representado no sistema decimal (cento e dez mil, cento e um). Portanto, as alunas e os alunos poderão não saber distingui-los. Até porque tanto o 0 como o 1 são símbolos utilizados em ambos os sistemas de numeração; A abordagem de sistema de numeração binário é implícita no livro do 9º ano. Além disso, define 1 kilobyte igual a 1024 bytes, ao invés de 1 kilobyte igual a 1000 bytes ou de 1 kibibyte é igual a 1024 bytes; define 1 megabyte é igual a 1024 kilobytes, ao invés de 1 megabyte é igual a 1000 kilobytes ou de 1 mébibyte é igual a 1024 kibibytes; E define 1 gigabyte é igual a 1024 megabytes, ao invés de 1 gigabyte é igual 1000 megabytes ou de 1 gibibyte é igual a 1024 mébibytes. Portanto, define os símbolos literais e os nomes das unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados de computador referentes ao sistema de numeração decimal enquanto que o número é representado no sistema de base 2, contrapondo as recomendações do SI (2012) e da CIE (2005) que definem os nomes e símbolos literais correspondentes aos números $2^{10}, 2^{20}, 2^{30}, 2^{40}, 2^{50}, 2^{60}$ respectivamente a kibi, Ki; mébi, Mi; gibi, Gi; tébi, Ti; pébi, Pi; e exbi, Ei.

- ***Critério de relevância***: no livro do 9º ano, descreve-se que a partir do bit ("unidade elementar de informação") podemos desenvolver softwares ou programas que "permitem a utilização dos computadores nas mais diversas situações". Esta afirmação tem um teor, somente, de curiosidade. Não faz referência, por exemplo, à linguagem de baixo nível ou linguagem de máquina que utiliza um conjunto de instruções em códigos binários. Opinam que "é necessário que eles [alunos e alunas] estejam familiarizados com algumas ideias básicas da linguagem e dos conceitos utilizados em Informática, para que possam compreender e ter acesso a ela". Além disso, ao "estudar alguns assuntos ligados a essa área [informática], é possível que os alunos percebam que a Matemática faz parte do saber científico e tecnológico" (ibidem, p.25 – Manual do Professor). De maneira superficial, contextualiza o conteúdo de potenciação, relacionado ao conteúdo de medida de informação, por meio de elementos de Computação, mais especificamente referentes às unidades de capacidade de armazenamento de dados de computador.

- ***Critério de representatividade:*** o livro do 9º ano apresenta um total de 6 questões (11 tarefas[20]) referentes às unidades de medida de informação: 5 exercícios (58 a 62) presentes na página 24 do capítulo 2 da 1ª unidade e 1 exercício (26) presente na seção "Revisão cumulativa e teste" na página 32 da 1ª unidade. Toda a abordagem de unidades de medida de informação está presente em apenas 3 páginas do livro (de um total de 308 páginas[21]). Todas as tarefas exigem conversões entre unidades de medida de informação. Metade delas solicita a resposta como representação em potências de base 2.

- ***Critério de relação com outras áreas de saberes ou de outros blocos de conteúdo de matemática básica:*** O livro do 9º ano sugere ao professor/professora um trabalho que relacione potenciação e números binários (Números e Operações). Relação entre o campo de saber da Computação e da Matemática por meio de conteúdo de medidas de informação.

- ***Critério de contextualização histórica***: introduz-se de maneira superficial um fragmento histórico da computação para justificar a necessidade de existência de múltiplos de bytes para medir a capacidade de armazenamento de dados de computadores:

> os computadores pessoais, conhecidos pela sigla PC (*Personal Computer*), do inicio da década de 1980, entendiam linguagens cujas 'palavras' (formadas por 0 e 1) tinham 8 bits. Cada palavra de **8** bits é chamada de **byte** (que se lê 'baite'). Como o byte é uma unidade muito pequena, a memória de

[20] Consideramos também os itens de cada questão assim como o número de execuções presentes na mesma questão: "escreva, em forma de potência de base 2, quantos bytes tem cada uma das unidades [5 unidades diferentes]" (ONAGA, MORI, 2012d, p.24, ex: 61).
[21] Não contamos as páginas referentes aos exercícios e problemas resolvidos no final do volume.

> um computador e sua área [capacidade] de armazenamento de dados são medidas, também, em unidades múltiplas do byte (ONAGA, MORI, 2012d, p. 24).

Síntese analítica

A abordagem dos números binários no livro analisado caracteriza-se como sendo uma praxeologia local. Ou seja, identificamos 2 tipos de tarefas. T_1: determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico. E T_2: determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação, podendo ser resolvida, provavelmente, por meio de uma técnica não apresentada no livro do 9º ano, mas trabalhada no volume 6 a respeito de conversões entre unidades de medida de capacidade. E daí, foi identificado por uma técnica (técnica τ_1): conversão entre unidades de medida de informação ou medida de capacidade de armazenamento de dados de algum artefato tecnológico (digital) por meio de expressão numérica (aritmética) e da potenciação (propriedades da potenciação). A abordagem de medida de informação inicia-se no volume 9 por meio de elemento tecnológico θ_1. Ou seja, a técnica τ_1 é justificada de maneira que o byte é uma unidade de medida de armazenamento de dados de computador; é uma palavra; é igual a 8 bits; Tal que, este, é a menor unidade de informação; é uma contração das palavras (em inglês) binary digit; é um sinal eletrônico que só pode ter dois "estados": 0 (desligado) e 1 (ligado)". Como o byte é uma unidade de medida insuficiente para medir a capacidade de armazenamento de dados de um computador, por exemplo, então necessita de múltiplos: kilobytes, megabytes, gigabytes, etc. Tal que

1 kilobyte = 1kB ou 1 k = 1024 bytes = 2^{10} bytes;

1 megabyte = 1MB ou 1 M = 1024 kilobytes = 2^{10} kilobytes;

1 gigabyte = 1 GB ou 1 G = 1024 MB = 2^{10} megabytes.

As subtarefas mais presentes no livro foram: converter unidades de medida de informação e representar a medida por meio de potências de base 2.

Portanto, em um total de 7 tarefas (6 questões), identificamos dois tipos de tarefa, uma única técnica, uma única tecnologia e nenhuma teoria, conforme apresentado no Quadro 8.

Quadro 8 - Praxeologia Local de ONAGA e MORI 2012

Tipos de Tarefa	Páginas	Questões	Técnica	Tecnologia	Teoria
T_1	24	58; 59; 60a; 60b; 61	τ_1	θ_1	-
	32	26			
T2	24	62			

6.1.2 Editora FTD de Joamir Souza e Patricia Moreno Pataro

Identificação da coleção analisada

A coleção analisada é a 2ª edição (ano 2012) da Editora FTD do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental dos autores Patricia Rosana M. Pataro e Joamir Roberto de Souza.

Análise crítica dos livros didáticos de matemática segundo o PNLD/GUIA (2014)

Os conceitos são adequadamente retomados e aprofundados no decorrer dos anos. Metodologicamente parte da explanação da teoria a trabalhar seguida por aplicações em exercícios. Os conteúdos são adequados na coleção. No entanto, não possui um padrão desejável porque o campo Números e Operações recebem muita atenção no volume 6 da obra e o campo Grandezas e Medidas são pouco trabalhados nos dois últimos anos do ensino fundamental. No campo Números e Operações, existe um equilíbrio entre teoria e o emprego de procedimentos exploratórios e algorítmicos. Trabalha o cálculo mental e a estimativa adequadamente. No campo Grandezas e Medidas, existe articulação entre outros campos da matemática escolar como a Geometria e a Álgebra. As grandezas geométricas são mais estudadas na coleção, no entanto existe a abordagem de outras grandezas como massa, energia, temperatura, entre outras.

Análise da praxeologia matemática frente ao estudo de números binários

No livro do 7º ano definimos 6 tipos de tarefas. Chamaremos de T_{71}, T_{72}, T_{73}, T_{74}, T_{75} e T_{76}. No livro do 8º ano definimos 3 tipos de tarefas. Chamaremos de T_{81}, T_{82} e T_{83}.

O tipo de tarefa T_{71}: corresponder corretamente às unidades de medida com a sua grandeza ou com a imagem de determinado objeto. Consideramos como um elemento tanto da organização praxeológica didática como da organização praxeológica matemática sobre

medidas de informação. Supõe que a aluna e o aluno coletem informações a partir do enunciado da questão e do texto de introdução ao assunto "Unidades de medida de informática" para buscar o significado das siglas HD ("abreviação do termo em inglês que significa disco rígido"), TB ("terabyte") e GB ("gigabyte), RAM ("memória do computador utilizada para executar programas") e GHZ ("gigahertz"); Distinguir cada unidade de medida em informática: bits, bytes,"quilobaite", "megabaite", "gigabaite", "terabaite" (medidas de armazenamento de dados de computador) e Hertz (unidade de medida de processamento de um computador que indica quantas instruções ou ciclos por segundo o chip é capaz de processar).Assim como, distinguir e fomentar os conceitos de grandeza, medida e objeto (PATARO, SOUZA, 2012b, p.185, 191, 200).

O tipo de tarefa T_{71} está presente em 5 exercícios: questões 1; 13a e 13b; 26 e 27; e 31c, respectivamente inseridas nas páginas 185; 191; 200; e 201.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{71}: "Qual componente é igual nas configurações dos três computadores?" (PATARO, SOUZA, 2012b, p.201). "Escreva duas grandezas que podem ser associadas às imagens" (PATARO, SOUZA, 2012b, p.200).

O tipo de tarefa T_{72} configurou-se em determinar a velocidade de processamento de dados de um computador ou determinar a quantidade de ciclos por segundo correspondente à velocidade de processamento de dados de computador. Presente nas questões 14 da página 192, 31b da página 201 e 33 da página 202.

Exemplo de tarefas do tipo de tarefa T_{72}: "qual a velocidade de processamento de dados de cada um dos computadores?" (PATARO, SOUZA2012, p.201, ex: 31, item b); "Escreva quantos ciclos por segundo corresponde a velocidade de cada processador" (PATARO, SOUZA, 2012, p.192, ex: 14).

O tipo de tarefa T_{73} configurou-se em comparar medidas de informação ou capacidade de armazenamento de dados de dois artefatos tecnológicos.Presente nas questões 15a e 15b da página 192 e 31 da página 201.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{73}: "Qual dos computadores apresenta maior capacidade de armazenamento de dados no HD? Qual é essa capacidade?" (PATARO, SOUZA, 2012, p.201, ex: 31, item a).

Um subtipo de tarefa T_{73} é presente na questão 15b: identificar quais artefatos tecnológicos tem a capacidade de armazenamento de determinada quantidade de dados.

O tipo de tarefa T_{74} configurou-se em determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico. Presente nas questões 15c, 17, 32a e 38 respectivamente nas páginas 192, 193, 202 e 203.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{74}: “[...] Um aparelho tem capacidade para armazenar 16 GB e está com 75% de sua capacidade de armazenamento ocupado. Quantos megabytes do aparelho estão ocupados?” (PATARO, SOUZA, 2012, p.193, ex: 17).

O tipo de tarefa T_{75} configurou-se em determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação.Presente nas questões 16, 19 e 32b e 32c, respectivamente, das páginas 192, 193 e 202.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{75}: “[...] Quantos CDs, como ao apresentado ao lado, são necessários no mínimo para fazer o *backup*?” (PATARO, SOUZA, 2012, p.192, ex: 16).

O tipo de tarefa T_{76} configurou-se em comparar a velocidade de conexão de internet de dois computadores utilizando um gráfico de linhas. Presente na questão 18 da página 193.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{76}: “Em que horário o computador **A** obteve a maior velocidade de conexão? Quantos Kbps?” (PATARO, SOUZA, 2012, p.193, ex: 18, item b).

O tipo de tarefa T_{81} configurou-se em converter unidades de medida de informação. Presentes na questão 61 da página 50.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{81}: “[...] Sobre *byte,* quais das afirmativas abaixo são corretas? a)Um arquivo de 2 kilobytes equivale a 2^{20} bytes” (PATARO, SOUZA, 2012c, p.50, ex: 61, item: **a**).

O tipo de tarefa T_{82} configurou-se em determinar o tempo do download de um mesmo arquivo de computador com uma taxa de transferência maior.Presente na questão 42 da página 191(PATARO, SOUZA, 2012c, p.191, ex: 42).

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{82}: “[...] Em quantos minutos esse computador realizaria o *download* desse mesmo arquivo se a média da taxa de transferência fosse 96kbps?”

O tipo de tarefa T_{83} configurou-se em determinar quantas músicas em determinado formato (mp3 e CD) podem ser armazenadas em determinado dispositivo de armazenamento de dados. Presente no item **d** do “Explorando o tema” na página 189.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefaT_{83}: “Quantas músicas de 5min em formato mp3, no máximo, podem ser armazenadas em 650 megabytes?” (PATARO, SOUZA, 2012c, p.189, item **d**).

Em relação ao tratamento teórico, os autores Pataro e Souza (2012b, 2012c) não explicam o que significa processamento de dados e nem o que são dados em Informática. É

sabido que processamento de dados é o tratamento sistemático de dados, por meio de computadores ou artefatos tecnológicos eletrônicos. O “processar dados” significa classificar, ordenar, transformar dados, entre outros objetivos, por meio de programação a fim de obter algum resultado. “Dados” significam tudo aquilo que é fornecido ao computador ou ao artefato tecnológico eletrônico; são códigos binários. Letras, valores numéricos e quaisquer outros caracteres são dados. Por sua vez, estando dentro de um contexto, transmitindo algum significado, passam a ser chamados de informação.

Em relação ao tratamento tecnológico de medida de informação, os autores Pataro e Souza (2012b, 2012c) partem da explicam de que, além das unidades de medida de armazenamento de um computador bits e bytes, "outras unidades de medida de informática são o quilobaite, o megabaite, o gigabaite e o terabaite" (ibidem, p.190). Por meio de uma tabela (Figura 8), relaciona medida de armazenamento, número de caracteres e tamanho do arquivo:

Figura 8 - Tabela que relaciona medida de armazenamento, número de caracteres e tamanho do arquivo

Medida de armazenamento	Número de caracteres (baites)	Tamanho do arquivo
1 baite (B)	1	8 bites
1 quilobaite (KB)	1 024	1 024 B
1 megabaite (MB)	$1\,024^2 = 1\,048\,576$	1 024 KB
1 gigabaite (GB)	$1\,024^3 = 1\,073\,741\,824$	1 024 MB
1 terabaite (TB)	$1\,024^4 = 1\,099\,511\,627\,776$	1 024 GB

Bite, baite, quilobaite, megabaite, gigabaite e terabaite são termos aportuguesados das palavras da língua inglesa bit, byte, kilobyte, megabyte, gigabyte e terabyte.

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.190)

Em relação ao tratamento tecnológico de medida de processamento de dados, os autores Pataro e Souza (2012b, 2012c) explicam que: "o Hertz indica quantas instruções ou ciclos por segundo o chip é capaz de processar" (ibidem, p.191); Chip é o "responsável em processar as informações. É o 'cérebro' do computador" (ibidem, p.191); Hertz é uma unidade de medida de processamento de um computador; "A velocidade dos chips de computador é medida, em geral, em hertz e em seus múltiplos como, por exemplo, o megahertz e o gigahertz; Gigahertz é uma unidade de medida de processamento de computador. Por meio de uma tabela (Figura 9), relaciona medida de velocidade e ciclos por segundo:

Figura 9 - Tabela que relaciona medida de velocidade e ciclos por segundo

Medida de velocidade	Ciclos por segundo
1 hertz (Hz)	1
1 megahertz (MHz)	1000000
1 gigahertz (GHz)	1000000000

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.191)

Os volumes 7 e 8 não apresentam ilustrações ou resoluções de nenhum exercício. Nesses volumes apresentam duas tabelas: uma contendo os correspondentes das unidades de informação em bytes e outra contendo os correspondentes de medidas de velocidade com os ciclos por segundo. A técnica é, portanto, implícita. O que fez com que nós investigássemos a presença de técnicas, em outros volumes, no bloco de conteúdo Grandezas e Medidas.

Encontramos duas técnicas para converter unidades de medida de mesma grandeza no volume 6 - capítulo 13 sob título: "Medidas de capacidade e medidas de massa" (PATARO, SOUZA, 2012a, p.293): uma técnica recorre às expressões numéricas (aritmética) e outra recorre ao deslocamento de vírgula (para a direita ou para a esquerda) por meio de uma tabela (Figura 10), ambas, para realizar a conversão entre unidades de medida de capacidade.

Técnica que recorre às expressões numéricas:

7 L = 70 dL, pois: 7 L = 7. $\underbrace{1L}_{10dL}$ = 7 .10 dL = 70 dL

7 L = 700 dL, pois: 7 L = 7. $\underbrace{1L}_{100cL}$ = 7 .10 cL = 70 cL

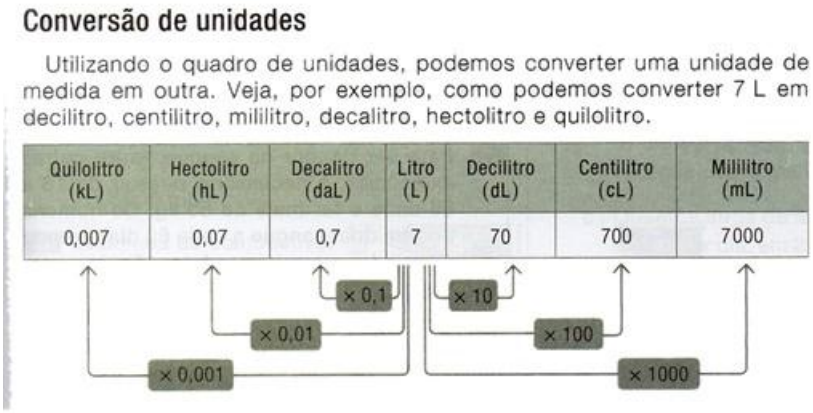
7 L = 7000 mL, pois: 7 L = 7. $\underbrace{1L}_{1000mL}$ = 7 .10 mL = 70 mL

7 L = 0,7 daL, pois: 7 L = 7. $\underbrace{1L}_{0,1daL}$ = 7 .10 daL = 70 daL

7 L = 0,7 hL, pois: 7 L = 7. $\underbrace{1L}_{0,01hL}$ = 7 .10 hL = 70 hL

7 L = 0,7 kL, pois: 7 L = 7. $\underbrace{1L}_{0,001kL}$ = 7 .10 kL = 70 kL

Figura 10 - Técnica que recorre deslocamento de vírgula com o auxílio de tabela



Conversão de unidades

Utilizando o quadro de unidades, podemos converter uma unidade de medida em outra. Veja, por exemplo, como podemos converter 7 L em decilitro, centilitro, mililitro, decalitro, hectolitro e quilolitro.

Quilolitro (kL)	Hectolitro (hL)	Decalitro (daL)	Litro (L)	Decilitro (dL)	Centilitro (cL)	Mililitro (mL)
0,007	0,07	0,7	7	70	700	7000

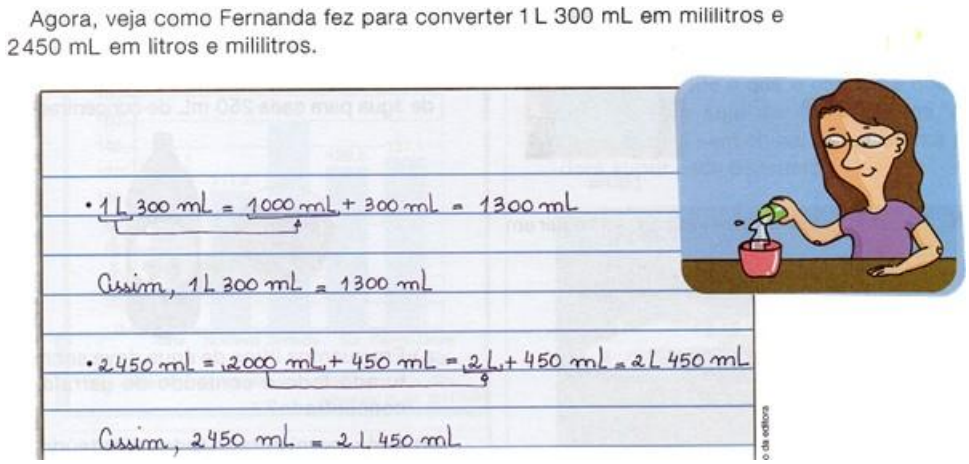
× 0,1 × 10 × 0,01 × 100 × 0,001 × 1000

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012a, p.293)

Na verdade, a técnica que recorre às expressões numéricas, justificam, explicam porque se pode deslocar a vírgula para a direita ou para a esquerda conforme a semelhança existente com o funcionamento numérico presente no sistema de numeração decimal. Dessa forma, aquelas expressões numéricas presentes constituem-se elementos tecnológicos, justificam, a veracidade da técnica que recorre deslocamento de vírgula com o auxílio de tabela conforme a Figura 11.

Outro exemplo de conversões entre unidades de medida de capacidade é dado por Pataro e Souza (2012a, p.293), conforme a Figura 11. Este exemplo adota uma técnica autoexplicativa. Ou seja, existem elementos tecnológicos imbricados, destacado pelas "setinhas".

Figura 11 - Exemplo de conversão por meio de expressões numéricas



Agora, veja como Fernanda fez para converter 1 L 300 mL em mililitros e 2450 mL em litros e mililitros.

• 1 L 300 mL = 1000 mL + 300 mL = 1300 mL

Assim, 1 L 300 mL = 1300 mL

• 2450 mL = 2000 mL + 450 mL = 2 L + 450 mL = 2 L 450 mL

Assim, 2450 mL = 2 L 450 mL

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012a, p.293)

A partir das duas técnicas de conversões de unidades de medidas de capacidade presentes no livro do 6º ano de Pataro e Souza (2012a) e por estes mostrarem igualdades de unidades de medida de seus submúltiplos mais próximos por meio de tabelas (Figura 8 e Figura 9) consideraremos um único tipo de técnica (técnica τ_1) enquadrada na praxeologia matemática (números binários): conversão entre unidades de medida de informação ou de capacidade de armazenamento de dados de algum artefato tecnológico (digital) por meio de expressão numérica (aritmética).

A seguir, resolvemos todas as 26 tarefas referentes às medidas de informação e de processamento de dados (23 tarefas do volume 7 e 3 tarefas do volume 8) baseado na técnica τ_1. Vale ressaltar, que iremos adotar as nomenclaturas e os símbolos literais de medidas de informação adotadas pelo SI, assim como o número representado na potência de base 2: kibi, Ki; mébi, Mi; gibi, Gi; tébi, Ti; pébi, Pi; e exbi, Ei correspondentes, respectivamente, às potências $2^{10}, 2^{20}, 2^{30}, 2^{40}, 2^{50}, 2^{60}$

Um procedimento utilizado (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 15c (tipo de tarefa T_4) é:

Primeiro: converter todas as unidades de medidas de informação de cada artefato tecnológico em mébibyte.1GiB = 1024 MiB

Segundo: multiplicar esse valor pelo número correspondente à cada medida.

8GiB = 8192 MiB, pois: 8GiB = 8 . $\underbrace{1\ GiB}_{1024MiB}$ =8. 1024 MiB = 8192 MiB

Um procedimento utilizado (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 17 (tipo de tarefa T_3) é:

Primeiro: converter (75%) em representação decimal: 0,75.

Segundo: multiplicar esse valor pela capacidade de memória do aparelho multimídia (16GiB). 0,75 . 16 GiB = 12 GiB.

Terceiro: converter este resultado para mébibyte teremos o resultado.

12 GiB = 12288 MiB, pois: 12 GiB = 12 . $\underbrace{1\ GiB}_{1024MiB}$ = 12 . 1024 MiB = 12288 MiB

Um procedimento utilizado (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 32a (tipo de tarefa T_4) é:

Encontrar 20% de 500GiB que é igual a 0,2 . 500 GiB = 100 GiB

Um procedimento utilizado (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 38 (tipo de tarefa T_4) é:

Primeiro: converter 4GiB em mébibyte.

4 GiB = 4096 MiB, pois:4 GiB = 4. $\underbrace{1\ GiB}_{1024MiB}$ = 4 . 1024MiB = 4096MiB.

Segundo: para os itens a,b,c comparar este resultado com o produto da quantidade de arquivos pela quantidade de memória em mébibyte. Exemplo (item b):

4096 MiB < 12 . 372 MiB = 4464 MiB.

Para o item d, comparar este resultado (4096 MiB) pela soma

$\underbrace{3\ GiB}$+ 1400 MiB = $\underbrace{3072\ MiB}$ + 1400 MiB = 4472 MiB > 4096 MiB

A resposta a ser marcada será o valor menor que 4096 MiB.

Os passos para resolver a questão 18a da página 193 (tipo de tarefa T_6) são:

Primeiro: observar o eixo das ordenadas (velocidade em Kbps) do gráfico de linha do computador A e B.

Segundo: verificar que o gráfico de linha do computador A está acima do gráfico de linha do computador B a partir do eixo das abscissas.

Os passos para resolver a questão 18b da página 193 (tipo de tarefa T_6) são:

Primeiro: observar as velocidades de conexão do computador A correspondentes a cada horário.

Segundo: comparar cada velocidade de conexão do computador A correspondentes a cada horário.

Os passos para resolver a questão 18c da página 193 (tipo de tarefa T_6) são:

Primeiro: subtrair cada valor de velocidade de conexão de computadores A e B correspondentes ao mesmo horário.

Segundo: comparar essas diferenças. A resposta será a menor delas.

Os passos da técnica $\tau_1$para resolver a questão 16 da página 192 (tipo de tarefa T_5) são:

Primeiro: converter 4,5 GiB em mébibytes: 4608MiB.

Segundo: dividir o resultado do 1º passo por 700 MiB: 4608 MiB/700 MiB. A resposta será o quociente desta divisão mais um: 7.

Os passos da técnica τ_1 para resolver a questão 19 da página 193 (tipo de tarefa T_5) são:

Primeiro: converter todas medidas para megabyte.

Exemplo: 1 GiB = 1024 MiB

Segundo: dividir esse valor por 1,2 MiB.

1024 MiB : 1,2 MiB = 853

Os passos da técnica $\tau_1$para resolver a questão 32b da página 202 (tipo de tarefa T_5) são:

Primeiro: dividir 100GiB por 4,7GiB (que é aproximadamente 21).

Segundo: some mais 1 ao resultado e obterá a resposta.

Os passos da técnica $\tau_1$para resolver a questão 32c da página 202 (tipo de tarefa T_5) são:

Primeiro: subtrair 32 GiB de 100 GiB (68 GiB).

Segundo: multiplique 10 por 4,7 GiB (47 GiB).

Terceiro: subtrair 47 GiB de 68GiB (21 GiB).

Quarto: converter 21 GiB em mébibyte

21GiB = 21504 MiB, pois: 21GiB = 21. $\underbrace{1\ GiB}_{1024MiB}$ = 21 . 1024MiB = 21504MiB

Quinto: dividir 21504 MiB por 700 MiB e obterá o valor 30,72.

Sexto e último passo: somar 30 mais 1 (31) e obterá a resposta.

Análise praxeológica didática frente ao estudo de números binários

- ***Momento de (re)encontro com a praxeologia estudada:***os livros do 6º e 9º anos não abordam números binários apesar de que no livro do 6º ano apresenta os sistemas decimal, maia, egípcio, grego e romano, inclusive a linguagem em Braile. Na seção: "explorando o tema" do livro do 8º ano é explicado por meio de um texto o formato MP3 e de seu aparelho para escutar músicas (mp3 player) com o subtítulo: "como funciona o MP3?" na página 188. No livro do 7º ano no capítulo 7 ("Grandezas e unidades de medida") sob o título: "unidades de medida em informática" - páginas 190 e 191, por meio de contextualização histórica do computador, explica as unidades de medida de informação. Assim, os livros do 7º e 8º anos, por meio de um texto transdisciplinar (Figura 12 e Figura 13), trabalham as unidades de medida de informação.

Figura 12 - Introdução ao conteúdo de medidas de informação no volume 7

Unidades de medida em informática

Antes do surgimento dos computadores eletrônicos que conhecemos atualmente havia os computadores mecânicos, que eram máquinas de grande porte compostas por uma série de eixos e engrenagens.

Em 1946 foi lançado o primeiro computador eletrônico, o ENIAC, que tinha 30 t de massa, 3,5 m de altura e 30 m de comprimento. Com toda essa estrutura, o computador consumia muita energia elétrica.

U.S. Army/SPL/Latinstock

Computador ENIAC.

Mecanismo de computador

O mecanismo corroído de um computador primitivo foi encontrado por pescadores em 1900, tendo permanecido no fundo do Mar Egeu por cerca de 2 000 anos.

Com a evolução tecnológica os computadores começaram a ficar cada vez menores, mais eficientes e a consumir menos energia, tornando-se mais populares e acessíveis a usuários domésticos.

Ao comprar um computador, é importante saber qual é a sua capacidade de armazenamento de informações e de processamento. As unidades de medida de armazenamento e de processamento de um computador são chamadas **unidades de medida em informática**.

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.190)

Figura 13 - Introdução ao conteúdo de medidas de informação no volume 8

Explorando o tema

Como funciona o MP3?

Diga aos alunos que as palavras *byte*, *kilobyte*, *megabyte* e *gigabyte* têm os termos aportuguesados baite, quilobaite, megabaite e gigabaite.

Pequenino e com capacidade para centenas de músicas, assim é o tocador de mp3 – ou mp3 *player*, em inglês. Para entendermos como ele funciona, primeiro, precisamos entrar um pouquinho no universo da informática. Vamos lá?

Quando abrimos um CD de música no computador e verificamos o "tamanho" que cada canção ocupa, percebemos a grande quantidade de *bytes* que são necessários para guardar poucos minutos de som. Em outras palavras, notamos como as músicas costumam ocupar muito espaço na memória do computador. Um arquivo de som simples, por exemplo, ocupa, em cada minuto gravado, cerca de 10 *megabytes*. Assim sendo, se uma música de cinco minutos de duração ocupa 50 *megabytes*, um CD, que tem 650 *megabytes* de espaço, não poderia trazer mais do que 13 músicas. Pouco, não?

Pois é aí que entra em cena o formato mp3. O que ele faz é "espremer" – o termo correto é comprimir – bastante o arquivo de som, fazendo com que cada minuto de música ocupe apenas um único *megabyte* no computador. Esta mágica de conseguir arquivos 10 vezes menores – fruto de um monte de cálculos matemáticos – fez do mp3 a maneira mais conhecida hoje de se guardar músicas no computador. E quem pensa que o mp3 é algo novo está enganado: o formato foi inventado na Alemanha no início dos anos 1970. Quase trinta anos depois, surgiria o tocador de mp3, aparelho capaz de armazenar e reproduzir as músicas em formato mp3.

A evolução dos tocadores portáteis de música

Sony/The New York Times/Latinstock

1979 - *Walkman*

- Comercializado em 1979, popularizou-se em meados da década de 1980.
- Reproduz som de fitas cassetes, que armazenam, em média, 120 minutos de áudio, mas não armazena dados.

1984 - *Discman*

- Lançado em 1984, não teve tanto sucesso como o *walkman*, pois era grande, pesado e consumia a energia da bateria rapidamente.
- Reproduz som de CD's, que armazenam, em média, 65 minutos de áudio em arquivo de som simples.

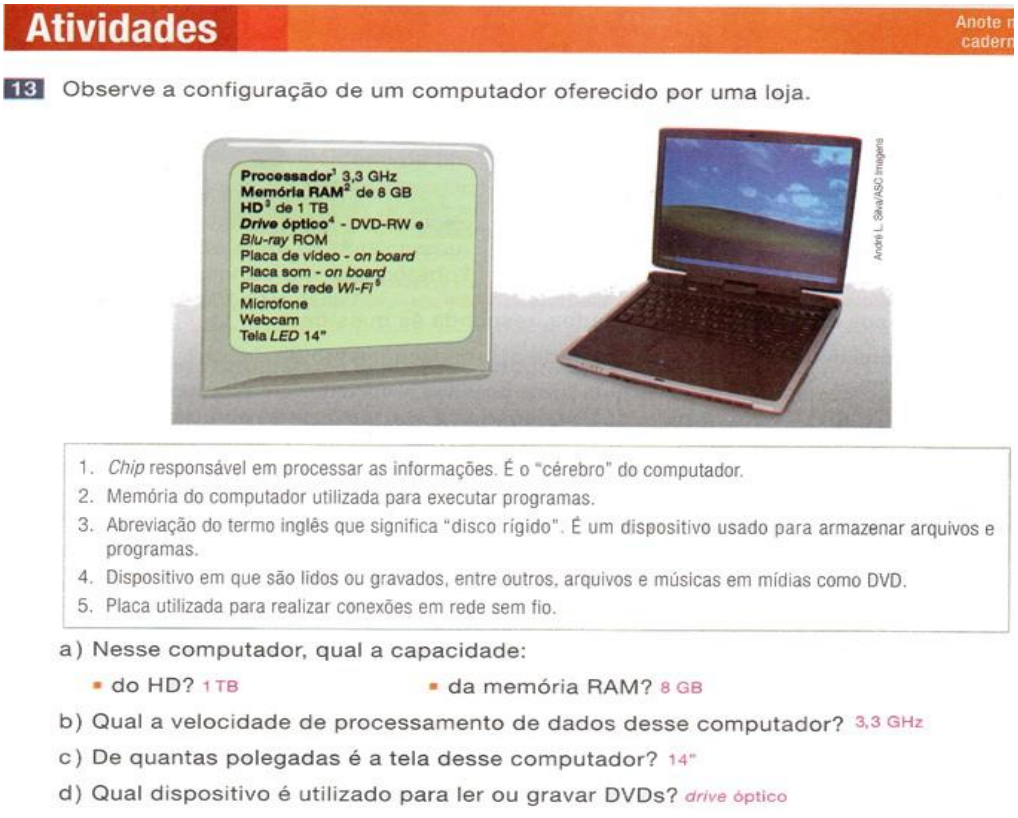
Sharypov/Alamy/Other Images

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012c, p.188)

➢ ***Momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica τ_i:*** a exploração do tipo de tarefa é tratada no livro do 7º ano na seção: "Atividades" e "Testes", e tratada no livro do 8º ano na seção: "Testes" e "Explorando o tema". Com exceção de uma tarefa presente na seção "Explorando o tema" da página 189, capítulo 8: "Regra de três" do 8º volume, as demais são apresentadas após a abordagem de elementos tecnológico-teóricos. Esta tarefa se enquadrou no tipo de tarefa: determinar quantas músicas em determinado formato (mp3 e CD) podem ser armazenadas em determinado dispositivo de armazenamento de dados. O livro do 8º ano não apresenta nenhuma ilustração ou exemplificação de técnicas.No entanto, a maioria das questões apresenta informações, conceitos de Informática em seus enunciados que buscam, tanto contextualizar o conteúdo estudado por meio de situações do dia a dia referentes aos elementos tecnológicos, quanto base de dados para os estudantes responderem as tarefas. Partindo desse entendimento para responder as tarefas, o estudante necessitará coletar informações a partir do enunciado da própria questão e/ou do texto de introdução ao assunto. Observe a Figura 14.

Figura 14

Figura 14 - Exemplo de tarefa que apresenta conceitos de Informática em seus enunciados



Atividades

13 Observe a configuração de um computador oferecido por uma loja.

Processador[1] 3,3 GHz
Memória RAM[2] de 8 GB
HD[3] de 1 TB
***Drive* óptico**[4] - DVD-RW e *Blu-ray* ROM
Placa de vídeo - *on board*
Placa som - *on board*
Placa de rede *Wi-Fi*[5]
Microfone
Webcam
Tela *LED* 14"

André L. Silva/ASC Imagens

1. *Chip* responsável em processar as informações. É o "cérebro" do computador.
2. Memória do computador utilizada para executar programas.
3. Abreviação do termo inglês que significa "disco rígido". É um dispositivo usado para armazenar arquivos e programas.
4. Dispositivo em que são lidos ou gravados, entre outros, arquivos e músicas em mídias como DVD.
5. Placa utilizada para realizar conexões em rede sem fio.

a) Nesse computador, qual a capacidade:
- do HD? 1 TB
- da memória RAM? 8 GB

b) Qual a velocidade de processamento de dados desse computador? 3,3 GHz

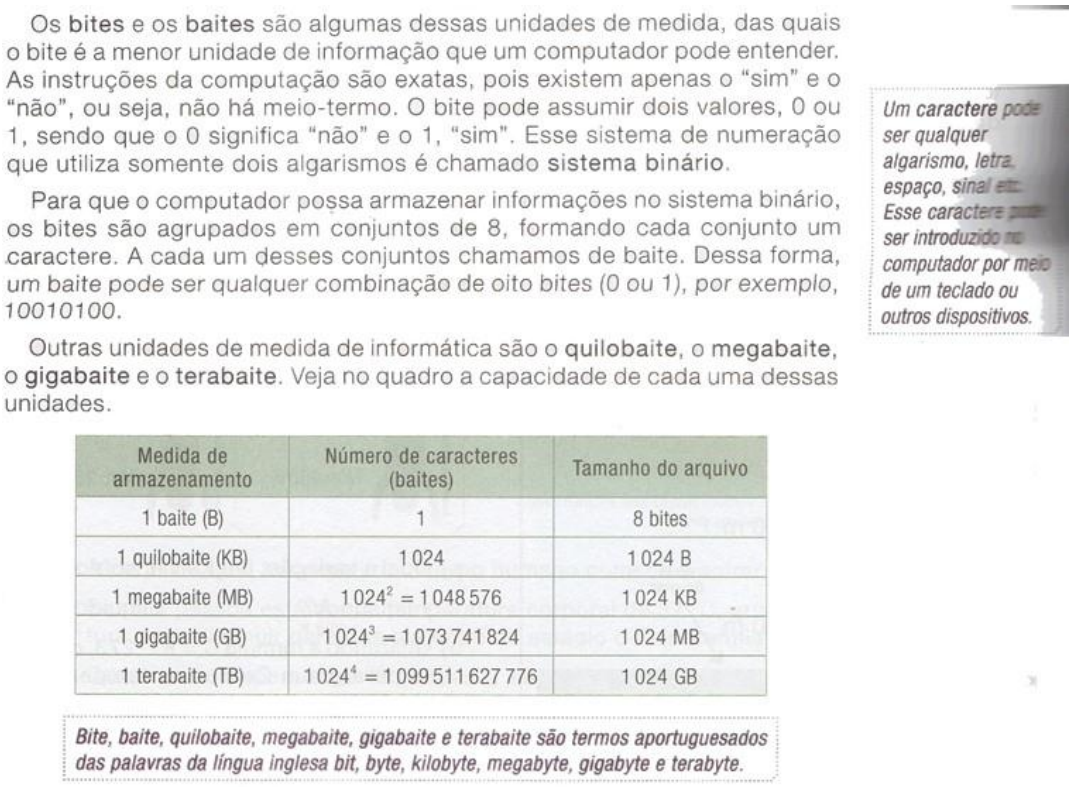
c) De quantas polegadas é a tela desse computador? 14"

d) Qual dispositivo é utilizado para ler ou gravar DVDs? *drive* óptico

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.191, ex: 13)

- ***Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico:***a partir deelementos da história do computador e da orientação de sua compra no livro do 7º ano (capítulo 7) (Figura 12) é definido que esse armazenamento e processamento são decorridos graças às unidades de medida em informática. Apresenta primeiro o byte, definindo-o como sendo "a menor unidade de informação que um computador pode entender" (PATARO, SOUZA, 2012c, p.190). É mencionado que as instruções de computação são exatas sendo sim ou não, não existindo meio termo. Daí, é explicado que o byte pode assumir dois valores (0 ou 1). Em seguida, é definido que 0 significa "não" e 1 significa "sim". A partir disso, é definido que o sistema de numeração que utiliza apenas esses dois valores é chamado de sistema binário. É explicado que para que o computador possa armazenar informações é preciso agrupar em conjunto de 8 bits ou conjunto de 1 caractere. É dado um exemplo dessa combinação de bits: 10010100. E em seguida, é apresentado as outras unidades de medida de informação: kilobyte, megabyte, gigabyte e terabyte em uma tabela contendo a sua nomenclatura e simbologia, quantidades de caracteres e capacidade de arquivo. Ao lado do texto,é afirmado que um caractere pode ser qualquer algarismo, letra, espaço, sinal e que "esses caracteres podem ser introduzidos no computador por meio de um teclado ou outro dispositivo (ibidem).Ao final da página 190do volume 7, chamam as palavras em inglês bit, byte, kilobyte, megabyte e gigabyte, respectivamente como: baite, quilobaite, megabaite e gigabaite. Observe a Figura 15.

Figura 15 - Exemplo de Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico



Os **bites** e os **baites** são algumas dessas unidades de medida, das quais o bite é a menor unidade de informação que um computador pode entender. As instruções da computação são exatas, pois existem apenas o "sim" e o "não", ou seja, não há meio-termo. O bite pode assumir dois valores, 0 ou 1, sendo que o 0 significa "não" e o 1, "sim". Esse sistema de numeração que utiliza somente dois algarismos é chamado **sistema binário**.

Para que o computador possa armazenar informações no sistema binário, os bites são agrupados em conjuntos de 8, formando cada conjunto um caractere. A cada um desses conjuntos chamamos de baite. Dessa forma, um baite pode ser qualquer combinação de oito bites (0 ou 1), por exemplo, 10010100.

Outras unidades de medida de informática são o **quilobaite**, o **megabaite**, o **gigabaite** e o **terabaite**. Veja no quadro a capacidade de cada uma dessas unidades.

Um caractere pode ser qualquer algarismo, letra, espaço, sinal etc. Esse caractere pode ser introduzido no computador por meio de um teclado ou outros dispositivos.

Medida de armazenamento	Número de caracteres (baites)	Tamanho do arquivo
1 baite (B)	1	8 bites
1 quilobaite (KB)	1 024	1 024 B
1 megabaite (MB)	$1\,024^2 = 1\,048\,576$	1 024 KB
1 gigabaite (GB)	$1\,024^3 = 1\,073\,741\,824$	1 024 MB
1 terabaite (TB)	$1\,024^4 = 1\,099\,511\,627\,776$	1 024 GB

Bite, baite, quilobaite, megabaite, gigabaite e terabaite são termos aportuguesados das palavras da língua inglesa bit, byte, kilobyte, megabyte, gigabyte e terabyte.

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.190)

O volume 7 define os símbolos literais e os nomes das unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados de computador referentes ao sistema de numeração decimal enquanto que o número é representado como 1024 (potência de 2) e não como 1000 (potência de 10), contrapondo as recomendações do o Sistema Internacional de Unidades (SI, 2012) e da Comissão Eletrotécnica Internacional (CIE, 2005) que definem os nomes e os símbolos literais de medidas de informação como: kibi, Ki; mébi, Mi; gibi, Gi; tébi, Ti; pébi, Pi; e exbi, Ei. E o número representado por potências de 2: $2^{10}, 2^{20}, 2^{30}, 2^{40}, 2^{50}, 2^{60}$. Na tabela da Figura 15 afirma que "1 quilobaite (KB)" correspondem a 1024 caracteres ou a 1024 B. Vale destacar, que em "1 quilobaite (KB)": 1 quilo é igual a 1000 vezes o byte. E que 1 byte é igual a 8 bits. Ou seja, 1 quilobyte possui 1000 bytes ou 1000 caracteres ou ainda, 8000 bits ou 2^{8000} combinações de 0´s e 1´s. Portanto, em 1 quilobyte existem 2^{8000} números binários. Em um arquivo que contém 1000 caracteres, terá como medida de capacidade de armazenamento de dados igual a 1000 B.

Na seção: "explorando o tema" do livro do 8º ano explica por meio de um texto o formato MP3 e de seu aparelho para escutar músicas (mp3 player) com o subtítulo: "como funciona o MP3" capítulo 8: "Regra de três" - páginas 188 e 189. Mostra as suas vantagens e

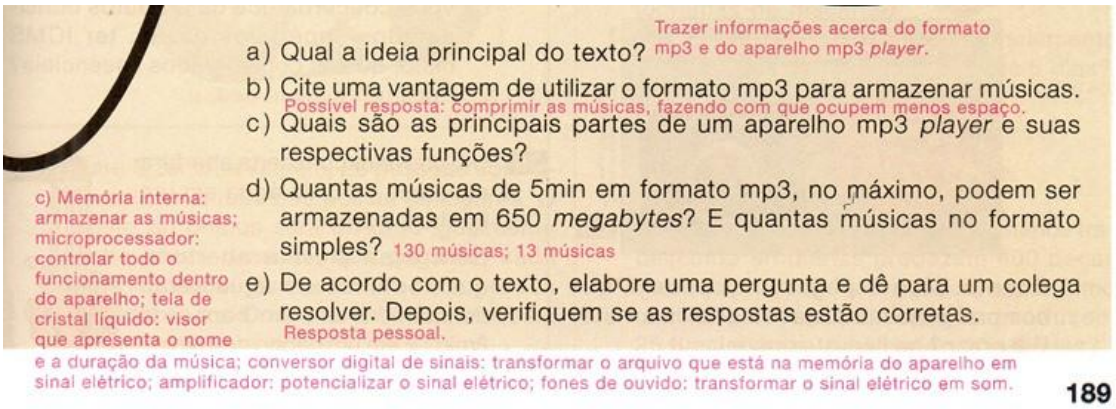
diferenças em relação a outros formatos e equipamentos de música anteriores (*walkman* e *discman*). Menciona que o armazenamento de músicas em um CD ou em um MP3 player são decorrentes do armazenamento de bytes. Comenta que uma fita cassete armazena em média 120min de áudio enquanto que um CD armazena em média 65min de áudio de 650MB em um arquivo de som e que o MP3 pode armazenar 16GB ou 33h de música no formato MP3. Ao lado do título do texto sugere ao professor que mencione a leitura das palavras byte, kilobyte, megabyte e gigabyte. Explica a origem do MP3 e de maneira ilustrativa mostra fotos dos aparelhos de som pessoal (*walkman*, *discman* e tocador de mp3) com os seus dados: período de fabricação e capacidade de armazenamento em média de minutos/horas de música.O texto é simples, ilustrativo com fotos desses aparelhos e busca mostrar o desenvolvimento tecnológico e assim da performance de compressão dos dados ou de maior capacidade de armazenamento de dados até o MP3 que compõe mais músicas em maior capacidade de memória. Portanto, a abordagem de elementos tecnológico-teóricos referentes às unidades de medida de informação, não são apresentados no volume 8, mais precisamente, referentes ao texto "como funciona o mp3". Embora, apresente elementos teóricos no corpo do volume 8 a respeito de grandezas e de medidas:

> Medir é comparar certa quantidade de uma grandeza com outra quantidade da mesma grandeza que se escolhe como unidade e expressar a comparação por meio de um número [...] Tudo aquilo que pode ser medido é chamado de grandeza [...] Para representar o resultado de uma medição, escrevemos o número obtido e o nome da unidade que se empregou. Dessa forma, cada quantidade fica expressa por uma parte numérica e outra parte literal, que representa a unidade empregada (SOUZA, PATARO, 2012c, p.182).

- ***Momento de institucionalização:*** assim como as unidades de medida de temperatura, e de energia abordadas no volume 7 de Souza, Pataro (2012b), as unidades de medida em informática (unidades de medidas de informação e de velocidade de processamento de dados) também são tratadas como conteúdo de estudo em primeiro plano. Entre outros objetivos firmados no capítulo 7 ("Grandezas e unidades de medida") citamos: "reconhecer e compreender diferentes unidades de medida de temperatura, informática e energia" (ibidem, p. 49 – Manual do Professor). Esses autores sugerem aos docentes que peçam aos alunos e às alunas que realizem uma pesquisa para verificar por que existem diferentes capacidades de armazenamento de dados em cada dispositivo digital; verificar as velocidades de conexão que as empresas disponibilizam aos clientes.
- ***Momento de trabalhar a técnica:*** não existe este momento tratando-se de unidades de medidas de informação e velocidade de processamento de dados de computador.

➢ ***Momento de avaliação:*** O livro do 8º ano apresenta cinco itens referentes ao texto sob o título: "como funciona o mp3?" (Figura 16) situado no capítulo 8 sob título: "Regra de três"– páginas 188 e 189. O item **a**, objetiva identificar a ideia central do texto; o item **b** pedi para o aluno citar uma vantagem de armazenamento de músicas em formato mp3; O item **c** objetiva identificar as principais partes de um aparelho mp3 player e suas funções; O item **d** objetiva determinar quantas músicas em formato mp3, no máximo, podem ser armazenadas por um CD e por ultimo, o item **e** solicita aos estudantes que elabore uma pergunta ao colega para em seguida verificar as respostas dadas. O item **d** possui como subtarefa: converter unidades de medida de informação. Os demais itens configuram-se como tarefas de interpretação de texto, de apoio pedagógico, para algum outro fim, ou curiosidade. No Manual do Professor, volume 8, não sugere nenhuma atividade complementar a esse texto e nenhuma orientação.

Figura 16 - Tarefas referentes ao texto "como funciona o mp3?"


a) Qual a ideia principal do texto? Trazer informações acerca do formato mp3 e do aparelho mp3 *player*.

b) Cite uma vantagem de utilizar o formato mp3 para armazenar músicas. Possível resposta: comprimir as músicas, fazendo com que ocupem menos espaço.

c) Quais são as principais partes de um aparelho mp3 *player* e suas respectivas funções?

c) Memória interna: armazenar as músicas; microprocessador: controlar todo o funcionamento dentro do aparelho; tela de cristal líquido: visor que apresenta o nome e a duração da música; conversor digital de sinais: transformar o arquivo que está na memória do aparelho em sinal elétrico; amplificador: potencializar o sinal elétrico; fones de ouvido: transformar o sinal elétrico em som.

d) Quantas músicas de 5min em formato mp3, no máximo, podem ser armazenadas em 650 *megabytes*? E quantas músicas no formato simples? 130 músicas; 13 músicas

e) De acordo com o texto, elabore uma pergunta e dê para um colega resolver. Depois, verifiquem se as respostas estão corretas. Resposta pessoal.

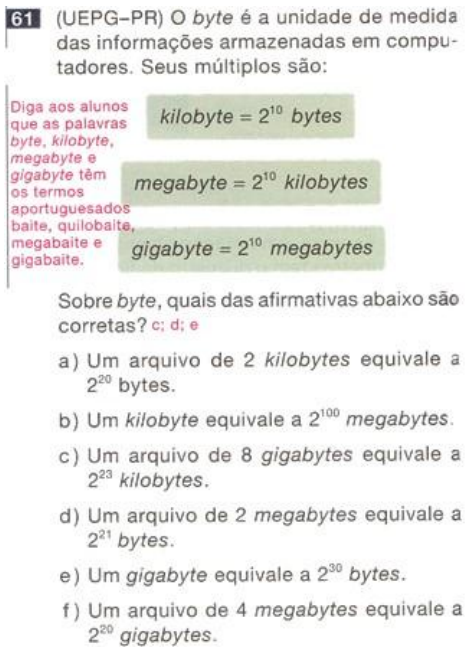
189

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012c, p.189)

No volume 8 apresenta-se uma questão de cada (questão 61 (Figura 17) e questão 42 Figura 18) sobre unidades de medida de informação. A questão 61 é uma questão objetiva de vestibular que define byte, kilobyte, megabyte e gigabyte, uma em função da outra. Encontra-se no capítulo 2 sob o título: "Potências e raízes" - seção: "Testes" – página 50. Pede para marcar a alternativa correta que corresponde à transformação de uma unidade de medida de informação em outra. Esta tarefa objetiva converter unidades de medida de informação, a partir dos múltiplos de byte presentes no enunciado, relacionada ao conteúdo de potenciação. Dessa maneira, faz menção ao conteúdo estudado: potenciação. Interpretamos a abordagem de medida de informação nesta questão como elemento de aplicação, de contextualização, de

autoavaliação para/com o conteúdo de potenciação. Provavelmente para trabalhar as propriedades da potenciação estudado nas páginas 33 e 34 do mesmo capitulo.

Figura 17 - Questão 61



61 (UEPG–PR) O *byte* é a unidade de medida das informações armazenadas em computadores. Seus múltiplos são:

Diga aos alunos que as palavras *byte*, *kilobyte*, *megabyte* e *gigabyte* têm os termos aportuguesados baite, quilobaite, megabaite e gigabaite.

kilobyte = 2^{10} *bytes*

megabyte = 2^{10} *kilobytes*

gigabyte = 2^{10} *megabytes*

Sobre *byte*, quais das afirmativas abaixo são corretas? c; d; e

a) Um arquivo de 2 *kilobytes* equivale a 2^{20} bytes.

b) Um *kilobyte* equivale a 2^{100} *megabytes*.

c) Um arquivo de 8 *gigabytes* equivale a 2^{23} *kilobytes*.

d) Um arquivo de 2 *megabytes* equivale a 2^{21} *bytes*.

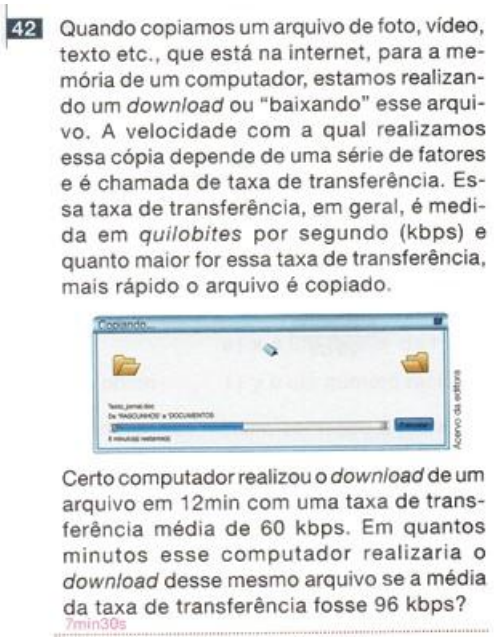
e) Um *gigabyte* equivale a 2^{30} *bytes*.

f) Um arquivo de 4 *megabytes* equivale a 2^{20} *gigabytes*.

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012c, p.50, ex: 61)

A questão 42, encontra-se no capítulo 8 - página 191 - seção “Revisão”; É um problema sobre cópia de arquivos provenientes de internet. É explicado na questão o que venha ser um download: explica por meio da taxa de transferência e define a sua unidade de medida (quilobyte por segundo (kbps)). Deseja saber quantos minutos o mesmo arquivo “baixado” da internet gasta caso aumente a velocidade de processamento de dados na execução do *download*. Para determinar o tempo do *download* de um mesmo arquivo de computador com uma taxa de transferência maior poderá levar a aluna e o aluno a perceberem que as grandezas tempo e velocidade de processamento de dados são inversamente proporcionais, fazendo-se, desta maneira, referência ao conteúdo estudado no capítulo: regra de três. Por esta interpretação, somos levados a considerar que a abordagem de velocidade de processamento de dados em um *download* desta questão se trata de um elemento de aplicação, de contextualização, de autoavaliação para/com o conteúdo de regra de três. Provavelmente para trabalhar o conceito de grandezas inversamente proporcionais disponível na página 179 do mesmo capítulo.

Figura 18 - Questão 42



42 Quando copiamos um arquivo de foto, vídeo, texto etc., que está na internet, para a memória de um computador, estamos realizando um *download* ou "baixando" esse arquivo. A velocidade com a qual realizamos essa cópia depende de uma série de fatores e é chamada de taxa de transferência. Essa taxa de transferência, em geral, é medida em *quilobites* por segundo (kbps) e quanto maior for essa taxa de transferência, mais rápido o arquivo é copiado.

Certo computador realizou o *download* de um arquivo em 12min com uma taxa de transferência média de 60 kbps. Em quantos minutos esse computador realizaria o *download* desse mesmo arquivo se a média da taxa de transferência fosse 96 kbps?

7min30s

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012c, p.191, ex: 42)

O livro do 7º ano trás 25 tarefas (consideramos os itens das questões) disponíveis em 16questões sobre medidas de capacidade de armazenamento de dados de computador e de velocidade de processamento de dados. As questões 1, 13, 31, e 26 e 27 estão, respectivamente nas páginas 185, 191, 201 e 200, todas se encontram no capítulo 7 sob o título: "Grandezas e unidades de medidas". Todas essas 5 questões solicitam corresponder corretamente às unidades de medidas com a sua grandeza. Especificamente a questão 1 solicita a escrita das grandezas associadas à imagem do objeto. A questão 13 (Figura 14) mostra a configuração de um computador oferecido por uma loja ilustrada por uma foto de notebook. Explica cada palavra exposta na configuração do computador: chip, memória RAM, HD, drive óptico e placa de rede. Faz quatro perguntas diretas sobre qual capacidade de HD, de memória, velocidade de processamento, a quantidade de polegadas do monitor e pergunta qual é o nome do aparelho que ler DVD. Apenas os itens **a** e **b** fazem referência às medidas de informação e de velocidade de processamento de dados. O item **a** busca distinguir as diferentes grandezas, correspondendo corretamente ao símbolo literal com a sua grandeza correspondente disponível no enunciado da questão. O item **b** busca corresponder corretamente a grandeza com a sua medida (número e símbolo literal). A questão 31, item c, busca identificar qual objeto presente em três computadores que possuem a mesma medida. A questão 31 apresenta configurações de três computadores e pergunta qual o computador que

apresenta a maior capacidade de armazenamento de dados no HD e qual é a sua capacidade. Em outra pergunta pede a velocidade de processamento de dados de cada computador e na última, pergunta qual é o componente que apresenta o mesmo valor na configuração. A questão 26 solicita a escrita de duas grandezas como correspondente a imagem apresentada. A questão 27 solicita a classificação da imagem do objeto (entre uma delas se encontra a imagem de um DVD-R e a sua grandeza: capacidade de armazenamento) em grandeza discreta ou grandeza contínua. As questões 1 (Figura 19), 13 (itens **a** e **b**) (Figura 14), 31 (item **c**) (Figura 21), e 26 e 27 (Figura 20) buscam fixar os conceitos referentes à grandeza, medida e objeto.

Figura 19 - Questão 1

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.185, ex: 1)

Figura 20 - Questões 26 e 27

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.200, ex: 26, 27)

Figura 21 - Questão 31

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.201, ex: 31)

As questões 14,31 (item b) e 33, respectivamente, das páginas 192, 201 e 202, encontram-se no mesmo capítulo 7, sob o título: “Grandezas e unidades de medida”. Apesar de todas estas tarefas solicitarem a determinação de velocidade de processamento de dados de um determinado computador, cada uma delas, apresenta uma subtarefa diferente. A questão 14 (Figura 22), está situada na seção: “Atividades”; Parte de subtarefa: representar as medidas das velocidades dos processadores (GHZ e MHZ) em ciclos por segundos.A questão 31 (item b) (Figura 21), está situada na seção: “Revisão”; Parte de subtarefa: corresponder a medida de

velocidade de processamento de dados ao seu objeto. A questão 33 (Figura 23), está situada na seção: “Revisão”; Parte de subtarefa: converter unidades de medida de velocidade de processamento de dados; Busca-se saber a diferença entre um processador de 800MHZ e de 3,2GHZ.

Figura 22 - Questão 14

Os objetos que aparecem nesta página não estão proporcionais entre si.

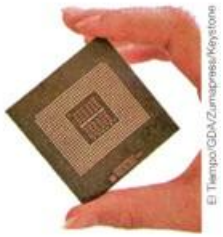
14 Escreva a quantos ciclos por segundo corresponde a velocidade de cada processador.

a) Processador 2,20 GHz
2200000000 ciclos por segundo

b) Processador 900 MHz
900000000 ciclos por segundo

c) Processador 1,80 GHz
1800000000 ciclos por segundo

d) Processador 3,10 GHz
3100000000 ciclos por segundo



El Tiempo/GDA/Zumapress/Keystone

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.192, ex: 14)

Figura 23 - Questão 33

33 Uma empresa produzia processadores de 800 MHz. Em 2011, essa mesma empresa passou a produzir processadores de 3,2 GHz. Qual a diferença, em megahertz, entre os processadores produzidos em 2011 e os primeiros processadores produzidos por essa empresa?
2400 MHz

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.202, ex: 33)

As questões 15 (itens **a** e **b**) e 31 (item **a**) são tarefas que buscam comparar medidas de informação ou capacidade de armazenamento de dados de dois artefatos tecnológicos (digitais). A questão 15(Figura 24) por meio de fotos de CD, de DVD, de cartão de memória e de *pendrive*, conjuntamente com algumas informações, ilustra artefatos tecnológicos (objetos) que armazenam dados. Solicita em três perguntas saber: qual é o dispositivo de maior capacidade de armazenamento de dados? Qual dispositivo é capaz de armazenar 4,8GB? Quantos megabytes de informação pode ser armazenados em determinado objeto? Todos esses itens buscam autoavaliação e reforçam a relação entre medida, objeto e grandeza. Os itens **a** e **b** da questão 15 podem ser resolvidos por meio da subtarefa: converter unidades de medida de informação.

As questões 15 (item **c**) (Figura 24), 17 (Figura 25), 32 (item **a**) (Figura 26) e 38 (Figura 27)respectivamente das páginas 192, 193 e 202 buscam determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico (digital). Na questão 17 é um problema que pretende saber quantos megabytes tem um aparelho multimídia (75% de 16GB). Explica no enunciado o que venha ser um aparelho multimídia e a partir dai exige o

conhecimento de porcentagem. A questão 32 é um problema que pergunta quantos gigabytes o computador de Fábio está ocupado e diz que o seu computador tem 500GB de HD e que está 20% ocupado; A outra, pergunta quantos DVD de 4,7 GB são necessários no mínimo para fazer um backup e a outra pergunta pretende saber quantos CD de 700MB é preciso para armazenar o restante dos arquivos onde 32GB será gravados em um *pendrive* e utilizará 10 DVD de 4,7 GB. A questão 38 é um exercício que busca saber se das quatro alternativas qual ou quais é possível ou são possíveis para armazenar em um *pendrive* de 16GB. Essa questão exige a transformação de uma unidade de medida em outra. No Manual do Professor, os autores sugerem que as alunas e os alunos desenvolvam uma pesquisa sobre o significado de computador e afirmam que os equipamentos eletrônicos são cada vez mais populares nas residências. Apenas a tarefa da questão 32 (item **a**) não necessita executar a subtarefa: converter unidades de capacidade de armazenamento de dados de computador. Todas essas tarefas são enquadradas como autoavaliações.

Figura 24 - Questão 15

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.192, ex: 15)

Figura 25 - Questão 17

17 Os aparelhos multimídias portáteis são aqueles utilizados para armazenar arquivos, reproduzir músicas e vídeos entre outras funções. Existem diversos modelos desse aparelho, tendo variações inclusive em sua capacidade de armazenamento na memória.

Um aparelho tem capacidade para 16 GB e está com 75% de sua capacidade de armazenamento ocupada.

Quantos megabaites do aparelho estão ocupados? 12 288 MB

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.193, ex: 17)

Figura 26 - Questão 32

32 O HD do computador de Fábio tem capacidade para 500 GB e está com 20% dessa capacidade ocupada. Para realizar uma manutenção no computador, Fábio pretende fazer um *backup*, ou seja, copiar os arquivos do HD em outro dispositivo.

a) O HD do computador de Fábio está com quantos gigabaites ocupados? 100 GB

b) Quantos DVDs de 4,7 GB de capacidade, no mínimo, são necessários para fazer esse *backup*? 22 DVDs

c) Se Fábio armazenar parte dos arquivos em um *pen drive* de 32 GB e em 10 DVDs de 4,7 GB cada um, quantos CDs de 700 MB, no mínimo, serão necessários para armazenar o restante dos arquivos? 31 CDs

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.202, ex: 32)

Figura 27 - Questão 38

38 Em um *pen drive*, cuja capacidade de armazenamento é de 4 GB, é possível armazenar: c

a) 1 arquivo de 5 000 MB
b) 12 arquivos de 372 MB cada
c) 8 arquivos de 452 MB cada
d) 1 filme de 3GB e 1 arquivo 1 400 MB

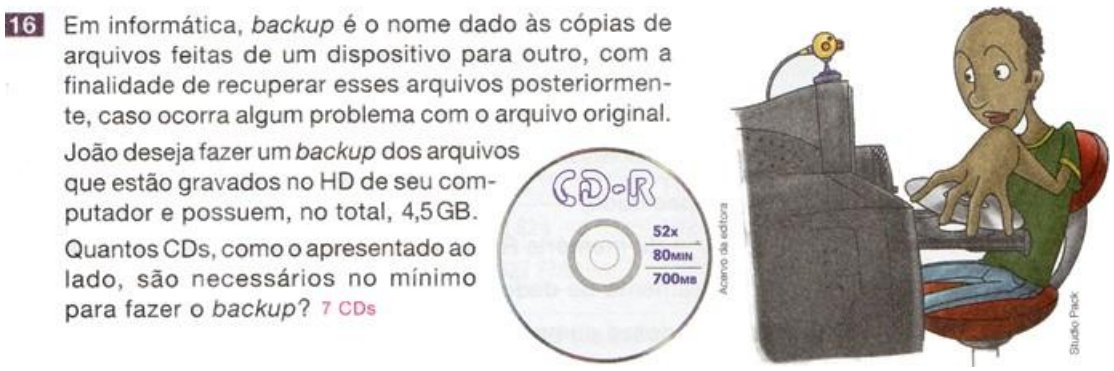
Lembre-se de que 1 GB = 1024 MB.

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.203, ex: 38)

As questões 16 (Figura 28), 19 (Figura 29), 32 (item **b**e **c**) (Figura 26) respectivamente presentes nas páginas 192, 193 e 202 buscam determinar a quantidade de artefatos tecnológicos digitais (objetos que armazenam dados) necessários para armazenar determinada medida de informação. Ou seja, essa tarefa recorre de procedimentos inversos referentes à tarefa proposta nas questões 15 (item **c**) (Figura 24), 17 (Figura 25), 32 (item **a**) (Figura 26) e 38 (Figura 27). No entanto, recorrem da mesma subtarefa: converter unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados. A questão 16 (Figura 28) é um problema que pretende saber quantos CD precisam para que João, personagem da questão, possa realizar um backup de seu computador. Explicam no problema o que é backup e ao lado se tem a figura de um CD-R com informações a seu respeito (velocidade, tempo máximo de duração de música e capacidade de dados de armazenamento). O problema é ilustrado por um desenho de João na mesa do seu computador. A questão 19(Figura 29) fala das câmaras fotográficas digitais. Diz

que elas possuem memória interna ou que pode ser inseridas cartões de memória em seu interior. Explica que as fotos gravadas na máquina fotográfica digital podem ser transferidas para outro dispositivo de armazenamento de dados, como o caso do HD de um computador. Comenta que os usuários podem fazer ajustes na foto, como muda a sua resolução. Solicita saber quantas fotos de 1,2MB podem ser armazenadas no máximo por cartões de memória de 512MB, 16GB, 4GB e 8GB. A questão mostra a figura de uma máquina fotográfica digital como ilustração.

Figura 28 - Questão 16



16 Em informática, *backup* é o nome dado às cópias de arquivos feitas de um dispositivo para outro, com a finalidade de recuperar esses arquivos posteriormente, caso ocorra algum problema com o arquivo original.

João deseja fazer um *backup* dos arquivos que estão gravados no HD de seu computador e possuem, no total, 4,5 GB.

Quantos CDs, como o apresentado ao lado, são necessários no mínimo para fazer o *backup*? 7 CDs

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.192, ex: 16)

Figura 29 - Questão 19

19 Nas câmeras fotográficas digitais, as fotografias são armazenadas na memória interna ou em cartões de memória removíveis que são acoplados à máquina. Quando necessário, as fotografias armazenadas podem ser transferidas para outro dispositivo de armazenamento de dados, como o HD de um computador.

Em geral, o usuário de uma câmera fotográfica digital pode realizar ajustes na configuração como, por exemplo, na resolução da fotografia. Esses ajustes determinam o tamanho do arquivo gerado ao tirar uma fotografia.

Regis foi passear nas Cataratas do Iguaçu e, para registrar as paisagens, ele levou uma câmera fotográfica digital.

Sabendo que cada fotografia tirada por Regis tem 1,2 MB, quantas fotografias como essa, no máximo, podem ser armazenadas em um cartão de memória cuja capacidade é:

a) 512 MB? 426 fotografias
b) 1 GB? 853 fotografias
c) 4 GB? 3413 fotografias
d) 8 GB? 6826 fotografias

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.193, ex: 19)

A questão 18 da página 193 (Figura 30) busca comparar a velocidade de conexão de internet de dois computadores utilizando um gráfico de linhas. Mantém, portanto, uma relação

entre os conteúdos de Grandezas e Medidas e de Tratamento da Informação. Mais especificamente, relação entre velocidade de processamento de dados e gráfico de linhas. Esta questão explica o que venha ser um aparelho multimídia e ao lado do problema ilustra por meio de uma foto de uma máquina fotográfica digital; Explica no enunciado o que é internet, sua velocidade de conexão e taxa de transferência de dados. Define também na questão o que são Kbps (kilobyte por segundo) e Mbps (megabyte por segundo). A questão possui um gráfico velocidade de conexão X horas. O gráfico é de linha que representa a velocidade de conexão de dois computadores (A e B) em um determinado dia. Essa questão possui três tarefas: a primeira busca saber qual é a maior velocidade de conexão; a segunda busca saber qual é o horário em que o computador A obteve maior velocidade e de quantos Kbpse a terceira tarefa busca saber qual é a menor diferença de velocidade de conexão entre dois computadores.

Figura 30 - Questão 18

18 A internet é uma rede mundial na qual estão conectados milhões de computadores. Nela é possível trocar informações, fazer pesquisas escolares, realizar compras, visitar virtualmente museus.

A velocidade de conexão é medida de acordo com a taxa de transferência de dados, sendo utilizados, em geral, o Kbps (quilobites por segundo) e o Mbps (megabites por segundo). Quanto maior a velocidade de conexão, mais rápido os sites serão acessados e os arquivos da internet copiados para o computador etc.

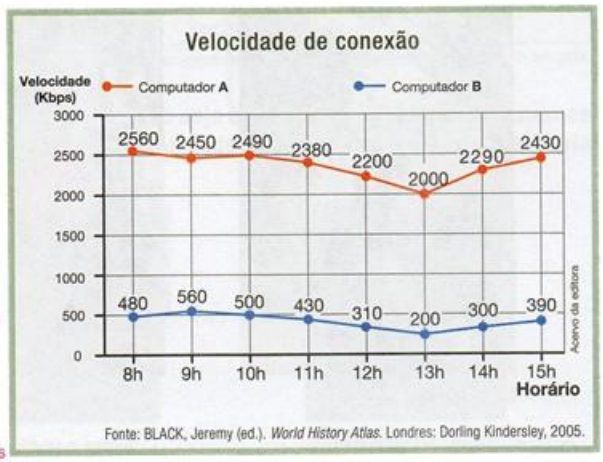
O gráfico a seguir apresenta a velocidade de conexão de dois computadores em certo período do dia.

De acordo com as informações apresentadas, responda às questões.

a) Qual computador apresentou a maior velocidade de conexão? computador A

b) Em que horário o computador **A** obteve a maior velocidade de conexão? Quantos Kbps? 8h; 2560 Kbps

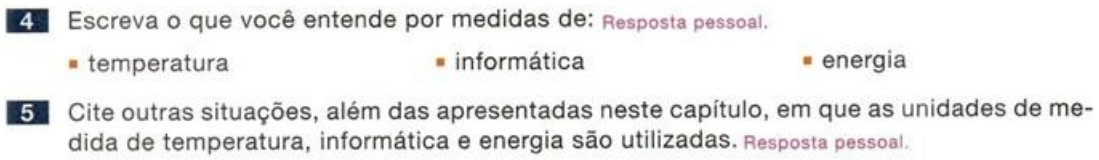
c) A menor diferença de velocidade de conexão entre os dois computadores ocorreu em que horário? Que diferença foi essa? 13h; 1800 Kbps



Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.193, ex: 18)

As tarefas presentes nas questões 4 e 5 (Figura 31) da página 197 têm um papel de recapitulação do conteúdo estudado. Caracterizando-se como um momento didático de autoavaliação teórico (conceitual) e prático (aplicação) de medidas de informática.

Figura 31 - Questões 4 e 5


4 Escreva o que você entende por medidas de: Resposta pessoal.

- temperatura
- informática
- energia

5 Cite outras situações, além das apresentadas neste capítulo, em que as unidades de medida de temperatura, informática e energia são utilizadas. Resposta pessoal.

Fonte: (PATARO, SOUZA, 2012b, p.197, ex: 4,5)

Critérios de avaliação praxeológica didática e praxeológica matemática frente ao estudo de números binários

No geral, o livro do 7º ano buscou trabalhar vários temas e expressões da informática que utilizamos atualmente como forma de contextualizar as unidades de medidas de informação: download, backup, mp3, disco rígido, computadores, internet, velocidade de conexão em rede e taxa de transferência de dados, aparelhos multimídias, CD, DVD, *pendrive*, câmeras fotográficas digitais, processadores, memória RAM, velocidade de processamento. No entanto, não explicam o funcionamento dos números binários como sistema de numeração posicional, apenas citam. Que, ao nosso entender, seria uma importante complementação e compreensão estrutural das unidades de medida de informação.

- ***Critério de identificação:*** os tipos de tarefas T_{71}, T_{72}, T_{73}, T_{74}, T_{75}e $T_{76,}$ presentes no volume 7 e os tipos de tarefas T_{81}, T_{82} e T_{83}, presentes no volume 8, estão, ambos, claramente expostos e bem identificados, respectivamente por: corresponder corretamente às unidades de medida com a sua grandeza ou com a imagem de determinado objeto; Determinar a velocidade de processamento de dados de um computador ou determinar a quantidade de ciclos por segundo correspondente à velocidade de processamento de dados de computador; Comparar medidas de informação ou capacidade de armazenamento de dados de dois artefatos tecnológicos; Determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico; Determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação; Comparar a velocidade de conexão de internet de dois computadores utilizando um gráfico de linhas; E converter unidades de medida de informação; Determinar o tempo do download de um mesmo arquivo de computador com uma taxa de transferência maior; Determinar quantas músicas em determinado formato (mp3 e CD) podem ser armazenadas em determinado dispositivo de armazenamento de dados. Diferente da abordagem do tipo de tarefa, a técnica e a teoria, ambas, são implícitas, tratando-se do estudo de medidas de informação. As três subtarefas mais presentes foram: converter unidades de medida de informação e de velocidade de processamento de dados, e realizar operações aritméticas: adição, multiplicação, subtração e

divisão. Enquanto aos elementos tecnológico-teóricos referentes às unidades de medida de informação, são apresentados discretamente. No volume 7, somente apresenta uma tabela contendo equivalências entre unidades de medida de informação com o seu submúltiplo mais próximo; Define que o bit "é a menor unidade de informação que um computador pode entender"; O bit "pode assumir dois valores, 0 ou 1"; Por utilizar somente estes dois algarismos, é chamado sistema de numeração binário (PATARO, SOUZA, 2012b, p.190). No volume 8, as unidades de medida de informação apenas são citadas como curiosidades por meio de um texto referente à performance dos dispositivos de músicas ou da compressão de dados.

- ***Critério de razão de ser:*** tanto o volume 7 quanto o volume 8 recorrem aos elementos da informática para contextualizar, aplicar os conhecimentos de medidas de informação e de processamento de dados. Essas duas medidas são justificadas pela importância de sua caracterização social atual e pelo seu caráter prático e relacional aos outros saberes.

> Os conceitos relacionados ao eixo grandezas e medidas são caracterizados pela importância social e pelo caráter prático, permitindo uma articulação com outras áreas de conhecimento. O aluno percebe a utilidade dos conteúdos desse eixo nas situações do dia a dia.
> Cabe destacar que, com advento da informática e sua grande utilização na atualidade, são exploradas também algumas medidas relacionadas a esse tema, como por exemplo, velocidade de processamento e armazenamento de dados (PATARO, SOUZA, 2012a, p.13,14 - Manual do Professor).

- ***Critério prático-técnico:*** nos volumes 7 e 8, não apresentam nenhuma ilustração ou técnica que pudesse resolver os tipos de tarefas (T_{71}, T_{72}, T_{73}, T_{74}, T_{75}, $T_{76,}$ T_{81}, T_{82} e T_{83}). No entanto, no volume 6, da mesma coleção, duas técnicas para conversão entre unidades de medida de mesma grandeza são apresentadas por meio de expressões numéricas e por meio de deslocamento de vírgula para a direita ou para a esquerda através, ou não, do posicionamento do número representado no sistema decimal na tabela. Dessa forma, a técnica é implícita. Dentre as duas técnicas identificadas, no volume 6, de conversões entre unidades de medida de mesma grandeza, consideramos uma que melhor se aplica às conversões entre unidades de medida de informação: conversão entre unidades de medida de informação ou de capacidade de armazenamento de dados de algum artefato tecnológico (digital) por meio de expressão numérica (aritmética).

- ***Critério tecnológico-teórico*:** no volume 7, definem o byte como sendo a menor unidade de informação. Afirma que o byte pode assumir dois valores (0 ou 1) e daí define que

0 significa “não” e 1 significa “sim”. Não explica os números binários como um tipo de sistema de numeração posicional, eles são apenas citados. Que, ao nosso entender, seria uma importante complementação e compreensão estrutural das unidades de medidas de informação ser trabalhadas na base 2 assim como recomendadas pelos SI (2012) e pela CIE (2005). Apresenta uma tabela (Figura 8) como explicação, em si, das conversões entre unidades de capacidade de armazenamento de dados. No geral, os volumes 7 e 8 apresentam várias nomenclaturas da informática que utilizamos atualmente como forma de contextualizar as unidades de medidas de informação e de processamento de dados: caractere, download, backup, mp3, disco rígido, computadores, internet, velocidade de conexão em rede, taxa de transferência de dados, aparelhos multimídias, CD, DVD, *pendrive*, câmeras fotográficas digitais, processadores, memória RAM, *walkman*, *discmans* e conversor de sinais analógicos e digitais.

- ***Critério de relevância:*** No Manual do Professor, mais especificamente no tópico sobre Grandezas e Medidas nas páginas 13 e 14 do volume 6, destaca o advento da informática e de sua grande utilização nos dias atuais como justificativa para abordar as medidas de armazenamento e de processamento de dados. No volume 7, as medidas de informação e de processamento de dados recebem tratamento, exclusivo, por meio de um tipo de tópico referente a grandezas e medidas: unidades de medida em informática. Afirmam que o armazenamento e o processamento de dados de computador são decorridos graças às unidades de medida em informática. No volume 8, as medidas de informação são contextualizadas por meio de um texto, “como funciona o mp3?” presente na seção “Explorando o tema”. Este texto recebe característica transdisciplinar por apresentar vários elementos da informática, como: compressão de dados, memória interna, tela de cristal líquido, arquivo, conversor de sinal elétrico, entre outros.

- ***Critério de representatividade*****:** identificamos 33 tarefas na coleção (consideramos os itens das questões) disponíveis em 16 questões no volume 7 e 3 questões no volume 8 sobre medidas de capacidade de armazenamento de dados de computador e de velocidade de processamento de dados. De 299 páginas[22] presentes no volume 7, 10 páginas (cerca de 3,3%) destinam-se ao estudo dessas medidas. De 297 páginas presentes no volume 8, 4 páginas (cerca de 1,3%) destinam-se ao estudo dessas medidas.

- ***Critérios de relação com outras áreas de saberes ou de outros blocos de conteúdo de matemática básica*****:** o livro do 8º ano explica por meio de um texto o formato MP3 e de

[22] Não contabilizamos as páginas das seções do volume 7 e nem no volume 8: “Ampliando seus conhecimentos”, “Respostas”, “Bibliografia” e “as orientações para o professor”.

seu aparelho para escutar músicas (mp3 player).Vide Figura 13. O texto busca mostrar o desenvolvimento tecnológico e assim da performance de compressão dos dados (em digital) ou de maior capacidade de armazenamento de dados. O volume 7 faz relação com elementos históricos de computação (de maneira superficial). Além disso, por meio de uma questão contendo um gráfico de linha (Figura 30) aborda medida de velocidade de conexão (Kbps). Tanto o volume 7 quanto o volume 8 contextualizam as medidas de informação por meio de abordagem de elementos de Informática. Articulam o estudo de medidas de informação com a potenciação, com as quatro operações fundamentais e com as medidas de tempo, respectivamente, mantém relação com os blocos de conteúdos de matemática básica: Números e Operações, e Grandezas e Medida. Especificamente, o volume 7, ainda faz relação com o bloco de conteúdo: Estatística e Probabilidade, por meio das questões 17 e 18. Vale destacar, que tanto o texto "como funciona o mp3?" (Figura 16) como a questão 42 (Figura 18), ambos, se encontram no volume 8, capítulo 8 sob título: "Regra de três". O que nos faz entender que estas duas tarefas poderão ser resolvidas por meio da técnica: regra de três. A primeira como sendo um exemplo de proporção direta e a segunda como sendo um exemplo de proporção inversa. Dessa forma, o estudo de medidas de informação estaria também mantendo relação com o bloco de conteúdo de matemática básica: Álgebra.

- ***Critério de contextualização histórica*:** o volume 7 aborda de maneira superficial a história do computador: comenta a evolução tecnológica do computador enquanto eficiência, consumo de energia, aumento de capacidade de armazenamento e de processamento de dados. Orienta a compra de um computador para uma pessoa ao pedir que ela verifique a capacidade de armazenamento de informação e de processamento. E a partir de um momento da história do computador definem que esse armazenamento e processamento de dados é decorrido das unidades de medida em informática. O texto da história do computador trás uma foto de um ENIAC (primeiro computador - 1946).

Síntese analítica

A abordagem dos números binários nos livros analisados (volume 7 e 8) caracterizam-se como sendo uma praxeologia local. Ou seja, identificamos 6 tipos de tarefas (T_{71}, T_{72}, T_{73}, T_{74}, T_{75}e T_{76}) no volume 7 e 3 tipos de tarefas (T_{81}, T_{82} e T_{83}) no volume 8.

T_{71}: corresponder corretamente às unidades de medida com a sua grandeza ou com a imagem de determinado objeto;

T_{72}: determinar a velocidade de processamento de dados de um computador ou determinar a quantidade de ciclos por segundo correspondente à velocidade de processamento de dados de computador;

T_{73}: comparar medidas de informação ou capacidade de armazenamento de dados de dois artefatos tecnológicos;

T_{74}: determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico

T_{76}: comparar a velocidade de conexão de internet de dois computadores utilizando um gráfico de linhas;

T_{81}: converter unidades de medida de informação;

T_{82}: configurou-se em determinar o tempo do download de um mesmo arquivo de computador com uma taxa de transferência maior;

T_{83}: configurou-se em determinar quantas músicas em determinado formato (mp3 e CD) podem ser armazenadas em determinado dispositivo de armazenamento de dados.

Não identificamos técnicas nesses dois volumes, o que nos fez pesquisar a sua existência em outros volumes. Daí, identificamos duas técnicas presentes no volume 6 referentes à conversão de unidades de medida de mesma grandeza. Consideramos uma porque tanto ela é eficiente para responder esses tipos de tarefas no estudo de medidas de informação como ela é a explicação da eficácia da outra técnica identificada.

Técnica τ_1: conversão entre unidades de medida de informação ou de capacidade de armazenamento de dados de algum artefato tecnológico (digital) por meio de expressão numérica (aritmética).

Identificamos uma tecnologia no volume 7 e uma teoria referente à parte conceitual de grandeza e de medida no volume 6. As subtarefas mais presentes nesses dois volumes são: converter unidades de medida de informação e de medidas de processamento de dados, e realizar operações fundamentais.

Tecnologia θ_1: o bit é a menor unidade de informação de um computador. O bit pode assumir apenas dois valores: 0 e 1. Estes são algarismos do sistema de numeração binário. Os computadores armazenam um conjunto de 8 bits ou 1 caractere. Este caractere é um byte. Seus múltiplos são o kilobyte, megabyte, o gigabyte, o terabyte, entre outros. Todas estes, são unidades de medida de informática. Hertz indica quantas instruções ou ciclos por segundo o chip é capaz de processar. O Chip é o "responsável em processar as informações. É o "cérebro" do computador. Hertz é uma unidade de medida de processamento de um computador. A velocidade dos chips de computador é medida, em geral, em hertz e em seus múltiplos são o megahertz, o gigahertz, entre outros. Por meio de duas tabela (Figura 8 e

Figura 9) relaciona medida de armazenamento, número de caracteres e tamanho do arquivo; relaciona a medida de velocidade e ciclos por segundo.

Portanto, em um total de 25 tarefas (16 questões) no volume 7 e 8 tarefas (3 questões) no volume 8, identificamos 6 tipos de tarefas, uma técnica implícita, uma única tecnologia e nenhuma teoria no volume 7 e 3 tipos de tarefas, uma técnica implícita, nenhuma tecnologia e nenhuma teoria no volume 8 (Quadro 9 e Quadro 10).

Quadro 9 - Praxeologia Local – volume 7

Tipos de Tarefa	Páginas	Questões	Técnica	Tecnologia	Teoria
T_1	185	1	τ_1	θ_1	-
	191	13a; 13b			
	200	26 e 27			
	201	31c			
T_2	192	14			
	201	31b			
	202	33			
T_3	192	15a; 15b			
	201	31a			
T_4	192	15c			
	193	17			
	202	32a			
	203	38			
T_5	192	16			
	193	19			
	202	32b; 32c			
T_6	193	18a; 18b;18c			

Quadro 10 - Praxeologia Local – volume 8

Tipos de Tarefa	Páginas	Questões	Técnica	Tecnologia	Teoria
T_1	50	61	τ_1	-	-
T_2	191	42			
T_3	189	Item **d**			

6.1.3 Editora do Brasil de Álvaro Andrini e Maria José Vasconcellos

Identificação da coleção analisada

A coleção analisada é a 3ª edição (ano 2012) da Editora do Brasil do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental dos autores Miguel Assis Name (pseudônimo Álvaro Andrini) e Maria José Colto de Vasconcellos Zampirolo.

Análise crítica dos livros didáticos de matemática segundo o PNLD/GUIA (2014)

O destaque da coleção é a presença de vários textos com narrativas históricas. Os cinco campos da matemática escolar se aproximam de um padrão desejável. No entanto, prioriza ou dá bastante atenção ao bloco de conteúdos Números e Operações, especificamente no livro do 6º ano, e dá menos atenção ao bloco de conteúdos de Grandezas e Medidas, especificamente, o livro do 8º ano. Os conteúdos de Números e Operações são bastante apropriados em cada volume tal que os procedimentos e os conceitos são retomados e aprofundados de livro para livro da coleção. Enquanto ao campo Grandezas e Medidas a coleção contextualiza situações reais de maneira significativa e bem selecionada. No entanto, apesar de ter mérito na abordagem de grandezas geométricas, outras grandezas relevantes para a aprendizagem básica dá pouca atenção.

Análise praxeológica matemática frente ao estudo de números binários

Chamamos uma única tarefa localizada de T_1. É uma tarefa com um maior teor didático do que exercitação e formação matemática. Como se os autores buscassem manter um diálogo com os alunos e com as alunas através de uma ilustração referente aos códigos de barras (fictícios) de determinado supermercado: “Confira que 10101 na base dois corresponde a 21 na base dez usando o que vimos sobre o sistema binário” (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42) (Vide Figura 32).Portanto, o tipo de tarefa apresentado no livro do aluno não é classificado pelos autores como exercícios ou problemas. Interpretamos que a abordagem de códigos de barras abordado no livro do 8º ano, por meio de conversão de número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário, se enquadrou como um tema de caráter de curiosidade ao invés de caráter de saber fazer, assim como apresentado na seção “Seção livre” do livro do 7º ano na página 19, mas diferente do

tratamento também dado a respeito de códigos de barras no livro do 8º ano da seção "Seção livre" da página 29 sob título: "A matemática dos códigos", uma vez que trabalha expressões numéricas embasada pela abordagem do tema: múltiplos e divisores de números naturais

Organizamos um procedimento de resolução para o tipo de tarefa T_1 (técnica τ_1) baseado na explicação presente no Livro do Aluno, página 42, sob o título: "O sistema decimal e o sistema binário". Por tanto, essa obra apenas recomenda uma única técnica para resolver o tipo de tarefa T_1 baseado na escrita de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois recorrendo-se de uma tabela de grupos de potências de 2 ou ordens do sistema binário:

Primeiro: agrupar as potências de 2, em ordem crescente, da direita para a esquerda, uma única em cada coluna, a partir do expoente zero, nas colunas de uma tabela.

Segundo: agrupar os dígitos ou algarismos do número binário nas colunas de uma tabela da direita para a esquerda (cada dígito abaixo de cada potência de 2).

Terceiro: multiplicar o valor de cada grupo de potência de 2 com o dígito (0 ou 1) escrito nas mesmas colunas da tabela.

Quarto e último passo: somar estes produtos (passo 3). Este total será a resposta.

Identificamos outra técnica, técnica τ_2, baseado agora na conversão de um número representado no sistema de numeração decimal e um número representado no sistema de numeração binário: escrever o número representado no sistema decimal como uma soma de potências de base 2, recorrendo de uma tabela contendo grupos de potências de 2:

Primeiro: organizar uma tabela contendo, em suas colunas, grupos de potências de 2, de tal maneira que, as potências de 2 estejam em ordem crescente, uma única em cada coluna, da direita para a esquerda, a partir do expoente zero, nas colunas de uma tabela;

Segundo: escrever 1 na coluna abaixo de cada grupo de potências de 2 que fazem das parcelas, da soma de potências do número representado no sistema decimal ou escrever 0 na coluna abaixo de cada grupo de potências de 2 que não fazem das parcelas, da soma de potências do número representado no sistema decimal;

Terceiro: justapor os dígitos binários (0 e 1) das colunas da tabela. Daí, teremos um número, representado no sistema binário, procurado.

Vale destacar que a técnica τ_2 é ilustrada como procedimento de teor curiosidade, não existindo a sua exercitação por meio de tarefas (exercícios e problemas).

O volume 8 menciona uma aplicação de números binários por meio da criação de um código de barras: "Vamos usar o sistema binário para criar um código de barras bem simplificado, para, por exemplo, identificar produtos e seus preços" (ANDRINI,

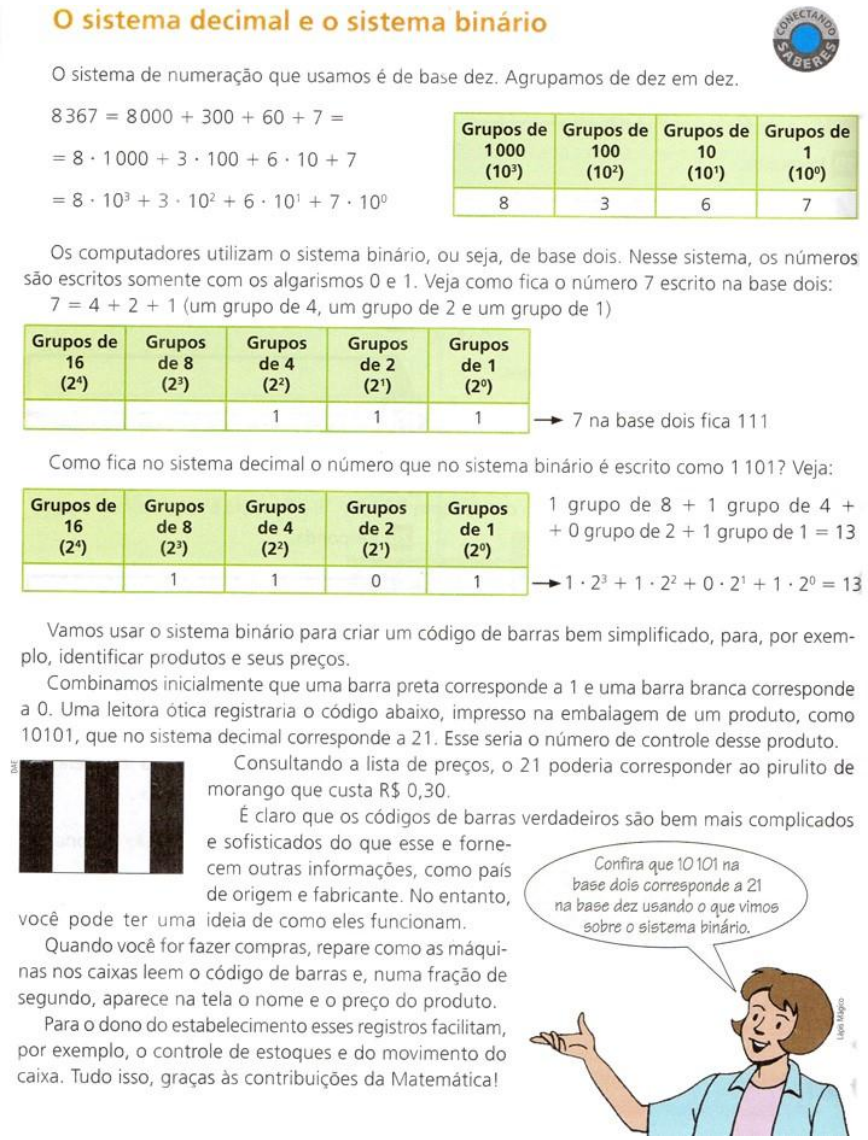
VASCONCELLOS, 2012c, p.42). No entanto, não explicam como seria feita essa criação. Apenas definem o dígito binário “1” correspondendo à cor preta e ao dígito binário “0” correspondendo à cor branca.

Por tanto, o volume 8 não apresenta dois elementos praxeológicos matemáticos, tecnologia e teoria, apresenta-se apenas um tipo de tarefa (T_1) e duas técnicas (T_1 e T_2). Configuram-se assim, baseado na dimensão praxeológica da TAD, em uma praxeologia pontual. Enquanto ao tratamento praxeológico dessa coleção, configura-se em uma abordagem prático-técnico de números binários.

Análise praxeológica didática frente ao estudo de números binários

- ***Momento de encontro com a praxeologia estudada*:** o único livro que aborda números binários como sistema de numeração desta coleção é o livro do 8º ano, página 42, intitulado “O sistema decimal e o sistema binário”. Por meio de um único exemplo, busca-se explicar a transformação de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário (vice-versa). Vide Figura 32.

Figura 32 - Momento de encontro com a praxeologia estudada



O sistema decimal e o sistema binário

O sistema de numeração que usamos é de base dez. Agrupamos de dez em dez.

$8\,367 = 8\,000 + 300 + 60 + 7 =$

$= 8 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7$

$= 8 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Grupos de 1 000 (10^3)	Grupos de 100 (10^2)	Grupos de 10 (10^1)	Grupos de 1 (10^0)
8	3	6	7

Os computadores utilizam o sistema binário, ou seja, de base dois. Nesse sistema, os números são escritos somente com os algarismos 0 e 1. Veja como fica o número 7 escrito na base dois:

$7 = 4 + 2 + 1$ (um grupo de 4, um grupo de 2 e um grupo de 1)

Grupos de 16 (2^4)	Grupos de 8 (2^3)	Grupos de 4 (2^2)	Grupos de 2 (2^1)	Grupos de 1 (2^0)
		1	1	1

→ 7 na base dois fica 111

Como fica no sistema decimal o número que no sistema binário é escrito como 1 101? Veja:

Grupos de 16 (2^4)	Grupos de 8 (2^3)	Grupos de 4 (2^2)	Grupos de 2 (2^1)	Grupos de 1 (2^0)
	1	1	0	1

1 grupo de 8 + 1 grupo de 4 + + 0 grupo de 2 + 1 grupo de 1 = 13

→ $1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$

Vamos usar o sistema binário para criar um código de barras bem simplificado, para, por exemplo, identificar produtos e seus preços.

Combinamos inicialmente que uma barra preta corresponde a 1 e uma barra branca corresponde a 0. Uma leitora ótica registraria o código abaixo, impresso na embalagem de um produto, como 10101, que no sistema decimal corresponde a 21. Esse seria o número de controle desse produto.

Consultando a lista de preços, o 21 poderia corresponder ao pirulito de morango que custa R$ 0,30.

É claro que os códigos de barras verdadeiros são bem mais complicados e sofisticados do que esse e fornecem outras informações, como país de origem e fabricante. No entanto, você pode ter uma ideia de como eles funcionam.

Quando você for fazer compras, repare como as máquinas nos caixas leem o código de barras e, numa fração de segundo, aparece na tela o nome e o preço do produto.

Para o dono do estabelecimento esses registros facilitam, por exemplo, o controle de estoques e do movimento do caixa. Tudo isso, graças às contribuições da Matemática!

Fonte: (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42)

Enquanto a abordagem de outros sistemas de numeração, o livro do 6º ano apenas menciona os sistemas decimal, egípcio e romano. No entanto, sugere a leitura de um livro, Sistemas de Numeração ao longo da história, que "aborda ainda sistemas de numeração em outras bases de contagem diferentes de dez, como o sistema de base dois usado pelos computadores" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012a, p. 267).

➢ ***Momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica*** τ_1: o livro do 8º ano, por meio de um único exemplo, busca explicar as conversões entre números representados no sistema decimal e no sistema binário. É a confirmação do número binário 10101 presente no código de barras de um pirulito de morango (vide Figura

32) como correspondente ao número 21 representado no sistema decimal.O volume 7, Manual do Professor, páginas 54 e 55, apresenta o Jogo do Nim. No entanto, não faz referência aos números binários como uma possível estratégia para vencer o jogo. Caracterizamos essa tarefa, assim como a ilustração dada às conversões entre números representados no sistema decimal e no sistema binário, como um conteúdo de teor de curiosidade ao invés de um "conteúdo de formação matemática" uma vez que não desenvolvem exercícios e nem problemas sobre este tema.

- ***Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico:*** é oculta na coleção referente às conversões entre unidades de medida de informação.
- ***Momento de institucionalização*:** os números binários mantêm uma abordagem de cunho curiosidade por meio de uma única ilustração a respeito da conversão de números representados nos sistemas decimal e binário.
- ***Momento de trabalhar a técnica*:** a técnica apenas é ilustrada pelos autores, não existindo a sua exercitação pelos estudantes definida em alguma seção: exercícios e/ou problemas. O livro do 8º ano, por meio de uma única página, busca explicar a conversão de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário(vice-versa). Ilustra a decomposição do número 8367, representado no sistema decimal, em somas de potências de dez. Por meio de uma tabela, organiza cada potência de dez com sua quantidade em cada coluna conforme a Figura 33.

Figura 33 - Grupos de potências de 10 e seus respectivos valores

O sistema de numeração que usamos é de base dez. Agrupamos de dez em dez.

$8\,367 = 8\,000 + 300 + 60 + 7 =$

$= 8 \cdot 1\,000 + 3 \cdot 100 + 6 \cdot 10 + 7$

$= 8 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 7 \cdot 10^0$

Grupos de 1 000 (10^3)	Grupos de 100 (10^2)	Grupos de 10 (10^1)	Grupos de 1 (10^0)
8	3	6	7

Fonte: (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42)

De maneira semelhante àquela decomposição, escreve os números por somas de potências de base 2 em uma tabela para decompor o número 7, representado no sistema decimal, como uma soma de potências de base 2 (7 = 4 + 2 + 1) conforme a Figura 34:

Figura 34 - Exemplo de conversão de número representado em decimal para binário

Grupos de 16 (2^4)	Grupos de 8 (2^3)	Grupos de 4 (2^2)	Grupos de 2 (2^1)	Grupos de 1 (2^0)	
		1	1	1	→ 7 na base dois fica 111

Fonte: (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42)

Figura 35 - Exemplo de conversão de número representado em binário para decimal

Grupos de 16 (2^4)	Grupos de 8 (2^3)	Grupos de 4 (2^2)	Grupos de 2 (2^1)	Grupos de 1 (2^0)	
	1	1	0	1	1 grupo de 8 + 1 grupo de 4 + + 0 grupo de 2 + 1 grupo de 1 = 13 → $1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 13$

Fonte: (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42)

A Figura 35 ilustra a transformação de um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal por meio de sequência de ordens de classes numéricas e toma como resultado a representação do número representado no sistema decimal por meio de um polinômio numérico na base dois ($1.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = 13$).

➢ ***Momento de avaliação*:** a coleção apresenta uma única tarefa referente à conversão entre números representados nos sistemas de numerações binários e decimais, sendo entendido por nós, como uma tarefa de curiosidade ao invés de um "conteúdo de formação matemática" uma vez que não desenvolvem exercícios e nem problemas sobre esse tema. O Manual do Professor, volume 8, incentiva o trabalho em grupo e em pesquisa por meio das atividades códigos de barras e do Jogo do Nim, por exemplos. Os autores sugerem que as professoras/professores reservem um período na aula para que haja socialização de material pesquisado em casa e no supermercado, justificando que os "códigos de barra fazem parte de cotidiano" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012b, p.55). Nesse mesmo volume, Manual do Professor, os autores explicam as regras, entre outras informações a respeito do Jogo do Nim. Sugere que esta atividade seja dividida em pares em sala de aula, "podendo o professor elaborar regras para um campeonato, tabulando resultados, calculando porcentagem, etc" (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012, p.54 – Manual do Professor). No entanto, os autores não percebem que uma estratégia para vencer o Jogo do Nim recorrer-se do conhecimento de número binário. Portanto, não relaciona o Jogo do Nim com os números binários. Achamos inadequada em considerar o sistema decimal como sendo "o nosso sistema de numeração" (por causa da sua generalização). Vimos aqui no trabalho a existência de outras bases

numéricas ou sistemas de numerações utilizados por outros povos, como o caso dos índios Taliáseri. Apesar do livro do 6º ano abordar a Multiplicação Russa, os autores poderiam fazer uma relação com os números binários. Outro ponto a questionar é se não atrapalharia trabalhar a representação polinomial de um número decimal e binário nesses níveis de ensino. Não estariam "forçando" a escrita de um número por meio de potências? Segundo o Parâmetro Curricular do Estado de Pernambuco a respeito da construção do significado de sistema de numeração decimal:

> ... não é aconselhável apresentar precocemente a estrutura formal, sendo mais adequado que as ideias de unidade, dezena e centena apareçam a partir de situações ligadas ao cotidiano da criança. Além disso, na articulação entre o cálculo mental e as propriedades do sistema de numeração decimal, é bastante aconselhável o trabalho com números decompostos em sua forma polinomial, por exemplo, compreender que 345 significa 300 mais 40 mais 5 (2012, p.78).

Mas para o ensino de números binário (transformação de um número escrito no sistema decimal em um número escrito no sistema binário) não seria mais adequado trabalhar o raciocino por meio da escrita de um número qualquer natural por meio de potências de dois (1, 2, 4, 8, 16, 32..) ao invés de exigir a escrita desse número natural por meio de um polinômio numérico, seria mais eficiente estudar a escrita dele por meio de uma soma de potências de base dois?

Critérios de avaliação praxeológica didática e praxeológica matemática frente ao estudo de números binários

- ***Critério de identificação***: o tipo de tarefa T_1está claramente exposto e bem identificado, respectivamente por: converter um número representado no sistema de numeração binário (base 2) em um número representado no sistema de numeração decimal (base 10). Identificamos duas técnicas de conversão entre números no sistema decimal e no sistema binário. Não identificamos nenhuma tecnologia e teoria que justificasse e explicasse o porquê dessas técnicas.
- ***Critério de razão de ser:*** o livro do 8º ano afirma que "os computadores utilizam o sistema binário, ou seja, de base dois" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p.42). O estudo ao tema "o sistema decimal e o sistema binário" é introduzido por meio de uma interessante ilustração sobre como criar um código de barras bem simplificado para identificar produtos e seus preços em um mercadinho (Vide Figura 32). No entanto, relaciona

superficialmente, os códigos de barras com os números binários; ilustra conversões entre números representados no sistema decimal e no sistema binário, mas não justificam o seu por quê.

- ***Critério prático-técnico:*** *o* tipo de tarefa da técnica τ_2 não foi identificado. Partindo da explicação de decomposição do número 7, representado no sistema decimal, em soma de potências de base dois, é afirmado que o número representado no sistema decimal "7 na casa dois fica 111" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012c, p. 42). Vide Figura 34. Não fica clara a transformação do número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário porque exige do leitor a percepção de que os uns considerados para formar o número binário pretendido são correspondentes aos números (parcelas) que compõe o total 7. Além do mais, não justifica por que consideram uns e não dois por exemplo. A tabela em si não explica a transformação do número representado no sistema decimal em número representado no sistema binário. Em seguida, ilustra uma maneira inversa de transformar um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal: "Como fica no sistema decimal o número que no sistema binário é escrito como 1101?" (ANDRINI, VASCONCELLOS, 2012a, p. 42). Recorre à tabela, grupos de potências de dois, para explicar a conversão conforme a Figura 35.

- ***Critério tecnológico-teórico:*** não identificamos nenhuma tecnologia e teoria que justificasse e explicasse o porquê das técnicas τ_1e τ_2.

- ***Critério de relevância:*** o livro do 8º ano exemplifica a utilização de sistema binário para "criar um código de barras bem simplificado, para, por exemplo, identificar produtos e seus preços!" (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012, p.42). Vide figura 32.O Manual do Professor, volume 7, justifica que os códigos de barras agilizam e auxiliam o controle de estoque e a comercialização: "códigos de barras fazem parte do cotidiano. Essa é uma oportunidade bem interessante de contextualização do conhecimento" (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012b, p.55 – Manual do Professor).

- ***Critério de representatividade:*** identificamos apenas uma tarefa, em uma única página (de 276) do volume 8, que aborda os números binários, mais especificamente, sobre a conversão de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário (vice-versa).

- ***Critério de relação com outras áreas de saberes ou de outros blocos de conteúdo de matemática básica***: o volume 8, página 42, busca contextualizar, de maneira superficial, teor de curiosidade, elementos da Computação por meio de códigos de barra associado às

combinações de dígitos binários. E o volume 7, faz essa mesma relação, de maneira discreta, na página 19.

> Quando você for fazer compras, repare como as máquinas nos caixas lêem o código de barras e, numa fração de segundo, aparece na tela o nome e o preço do produto. Para o dono do estabelecimento esses registros facilitam, por exemplo, o controle de estoques e do movimento do caixa. Tudo isso, graças às contribuições da Matemática! (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012b, p.42)
> Ao fazer compras, quando passamos uma mercadoria pelo caixa, o leitor óptico envia ao computador a sequência de barras pretas e brancas impressas no rótulo ou na etiqueta do produto. Um software interpreta qual sequência de números [binários] ela representa, identificando o produto e seu preço (ANDRINI; VASCONCELLOS, 2012c, p.19).

O volume 8, página 42, aplica elementos de potenciação e de expressões numéricas por meio de conversões entre números representados no sistema decimal e no sistema binário. Articulando, dessa maneira, elementos do bloco de conteúdos da matemática básica: Números e Operações.

- ***Critério de contextualização histórica:*** não identificamos abordagem histórica a respeito de números binários

Síntese Analítica

A abordagem dos números binários no livro analisado caracteriza-se como sendo uma praxeologia pontual porque identificamos apenas uma única tarefa, caracterizada pelo tipo de tarefa T_1: converter um número representado no sistema de numeração binário (base 2) em um número representado no sistema de numeração decimal (base 10); Duas técnicas de conversões entre números representados no sistema binário e no sistema decimal (vice-versa). Uma dessas, técnica τ_1, resolve o tipo de tarefa T_1, que é baseada na escrita de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois recorrendo-se de uma tabela de grupos de potências de 2 ou ordens do sistema binário. A outra técnica, técnica τ_2, é baseada na escrita de um número representado no sistema decimal como uma soma de potências de base 2, recorrendo à uma tabela contendo grupos de potências de 2. Essas técnicas não são justificadas e nem teorizadas, portanto, não existe tecnologia e teoria. É oculta a tarefa de converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário. Apesar de ser ilustrada a sua técnica (técnica τ_2).

Portanto, em um total de uma tarefa, identificamos um tipo de tarefa, uma única técnica para a sua resolução, uma outra técnica destinado a converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário; nenhuma tecnologia e nenhuma teoria (Quadro 11).

Quadro 11 - Praxeologia pontual – volume 8

Tipo de Tarefa	Página	Questão	Técnica	Tecnologia	Teoria
T_1	42	62	τ_1	-	-
-	42	-	τ_2	-	-

6.1.4 Editora ÁTICA de Luiz Roberto Dante

Identificação da coleção analisada

A coleção analisada é a 1ª edição (ano 2012) da Editora Ática dos 6º aos 9º anos do Ensino Fundamental do autor Luiz Roberto Dante.

Análise crítica dos livros didáticos de matemática segundo o PNLD/GUIA (2014)

Os conteúdos abordados na coleção baseiam-se em tópicos tradicionais para este nível de escolaridade, mas que recebe um tratamento exaustivo. Os conceitos são retomados e aprofundados de acordo com cada volume. Um dos pontos fortes da coleção é o Manual do Professor que contribui para a formação continuada da professora e do professor e o trabalho com unidades de medidas e com as conversões entre elas. O bloco de conteúdos Números e Operações recebe demasiado atenção no volume do 6º ano em detrimento aos outros campos da matemática escolar e a sua abordagem decresce a partir dos volumes seguintes. Trabalha as propriedades operatórias e inclui em alguns casos a construção de hipóteses e demonstrações que as tornam positivo para dar inicio a esse tipo de raciocínio matemático. No bloco de conteúdos Grandezas e Medidas, é abordado no volume do 6º ano outras grandezas além da grandeza geométrica como: quantidade de informação, temperatura, intensidade sonora, mas que nos demais volumes prioriza (quase que exclusivamente) o estudo de grandezas geométricas.

Análise praxeológica matemática frente ao estudo de números binários

Identificamos dois tipos de tarefas no volume 7, T_{71} e T_{72}, e, uma apenas, no volume 6, T_{61}. O tipo de tarefa T_{71} configurou-se em transformar unidades de medida de informação. Presente na questão 81 (itens **a** e **b**) da página 113.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{71}: "Transforme 1,9 ZB em gigabytes (GB)" (DANTE, 2012b, p.113).

O tipo de tarefa T_{72} configurou-se em determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação. Presente na questão 81c da página 113.

Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T_{72}: "Quantos *pendrive*s de 8 GB são necessários para armazenar 92116 terabytes?" (DANTE, 2012b, p.113).

O tipo de tarefa T_{61} configurou-se em determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico.Presente na questão 15 da página 231.

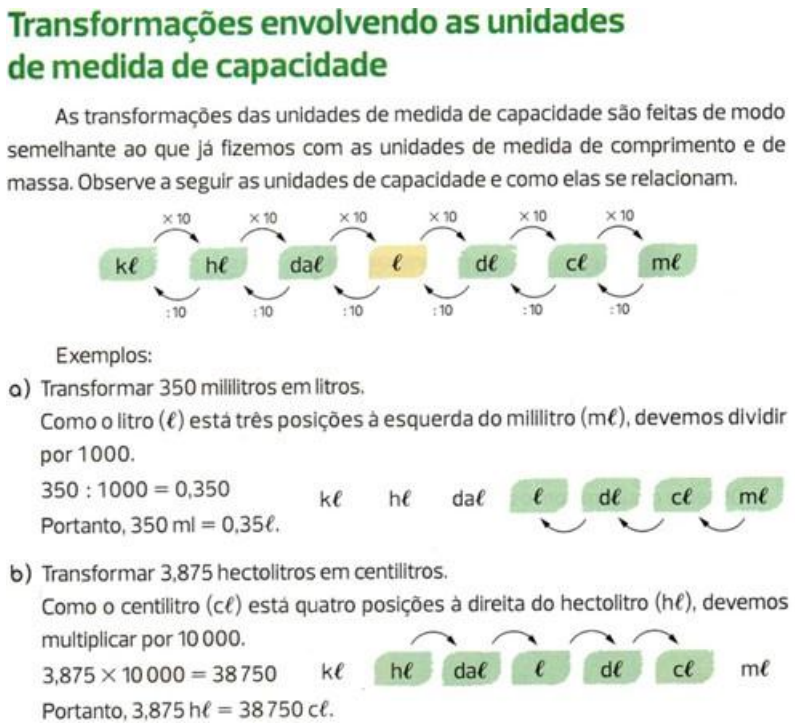
Exemplo de tarefa do tipo de tarefa T1: "[...] Escreva estas medidas, usando o byte como unidade e a potenciação: a) medida da capacidade de armazenamento do disco rígido" (DANTE, 2012a, p.231, ex: 15).

Todas as tarefas do volume 6 e 7 recorrem à uma subtarefa (conjunta): converter unidades de medida de informação mantendo o número como uma potência de base 2.

Identificamos três técnicas: uma (técnica τ_1) para realizar conversões entre unidades de medidas de informação e duas técnicas (técnicas τ_2 e τ_3) para converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário. Baseado nos enunciados das questões presentes no volumes 6 e 7 e na técnica de conversões entre unidades de medida de mesma grandeza (comprimento, capacidade, área, entre outras) presente no volume 6 (Figura 36), definimos a técnica τ_1 como sendo a conversão entre unidades de medida de informação por meio do deslocamento de vírgula (produto ou divisão por 1024, ao invés de 1000 – base 10 – sistema de unidade métrico decimal) imbricada pela representação dos números como potencias de base 2 (recorrendo a propriedade da potenciação). A técnica τ_2 presente no Manual do Professor, volume 6, página 67, configurou-se em transformar um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário por meio da técnica de divisão sucessivas por dois. A outra técnica, técnica τ_3, configurou-se em transformar um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário por meio de sua escrita como uma expressão polinomial numérica de potência

de base dois(Figura 40). Vale destacar que as técnicas τ_2 e τ_3 foram ilustradas sem a solicitação de tarefas; não existem justificativas para as suas veracidades.

Figura 36 - Exemplo de técnica adotada para converter unidades de medida de mesma grandeza: deslocamento de vírgula – volume 6



Transformações envolvendo as unidades de medida de capacidade

As transformações das unidades de medida de capacidade são feitas de modo semelhante ao que já fizemos com as unidades de medida de comprimento e de massa. Observe a seguir as unidades de capacidade e como elas se relacionam.

Exemplos:

a) Transformar 350 mililitros em litros.
Como o litro (ℓ) está três posições à esquerda do mililitro (mℓ), devemos dividir por 1000.
350 : 1000 = 0,350
Portanto, 350 ml = 0,35ℓ.

b) Transformar 3,875 hectolitros em centilitros.
Como o centilitro (cℓ) está quatro posições à direita do hectolitro (hℓ), devemos multiplicar por 10 000.
3,875 × 10 000 = 38 750
Portanto, 3,875 hℓ = 38 750 cℓ.

Fonte: (DANTE, 2012a, p.241)

Como não identificamos resolução de tarefas envolvendo medidas de informação, propomos, a seguir, a resolução de todas as tarefas do volume 6 e 7 baseados na técnica τ_1 e adotando as nomenclaturas e simbologias do SI (2012) e do CIE (2005):

Os passos (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 81b da página 113 (tipo de tarefa T_{71}) são:

Primeiro: converter 1 ZiB em gibibyte:

x1024 x1024 x1024 x1024

1GiB 1TiB 1PiB 1EiB 1ZiB 1ZiB = 1024 x 1024 x 1024 x 1024 x 1GiB

Segundo: escrever os produtos como potências de base 2:

2^{10} x 2^{10} x 2^{10} x 2^{10} GiB = 2^{40} GiB

Terceiro: multiplique por 1,9:

1,9x 2^{40} GB

Os passos (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 81c da página 113 (tipo de tarefa T_{72}) são:

Primeiro: converter 1 tébibyte em gibibyte:

x1024

1GiB 1TiB 1 TiB = 1024x1GiB = 1024 GiB

Segundo: multiplicar 92116 por 1024 GiB: 94326784 GiB

Terceiro: dividir esse produto por 8: 11790848

Os passos (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 15a da página 231 (tipo de tarefa T_{61}) são:

Primeiro: converter todas as medidas de informação em byte:

x1024 x1024 x1024

1B 1KiB 1MiB 1GiB 1GiB = 1024x1024x1024x 1B

750 GiB = 750 x 1024 x 1024 x 1024 B.

Segundo: transformar os 1024 em potências de 2: 750 x 2^{10} x 2^{10}x 2^{10}B

Terceiro: realizar o produto conservando a base 2: 750x 2^{30}B

Os passos (técnica τ_1) para resolver a tarefa da questão 15b da página 113 (tipo de tarefa T2) são:

Primeiro: converter todas as medidas de informação em byte:

x1024 x1024

1B 1KiB 1MiB 1MiB = 1024 x 1024 x 1B, logo 256 MiB = 256 x 1024 x 1024 B

Segundo: transformar os 1024 em potências de 2: 2^8 x 2^{10}x 2^{10}B

Terceiro: realizar o produto de potências de 2 do segundo passo: 2^{28} B

Definimos a tecnologia $\theta 1$, presente no volume 7, como sendo a justificativa da técnica T_1 que está enquadrada como tema: "armazenamento de dados na informática" (DANTE, 2012b, p.113, ex: 81):

> O bit é a menor unidade de informação que armazenamos na forma de dados digitais, seja em computadores, *tablets*, *pendrive*s ou na própria internet [...] Unidades como bits e bytes estão organizadas sobre a base 2, pois um bit pode assumir apenas dois valores, 0 ou 1 (sistema binário). Assim, um byte, entendido como unidade, corresponde a $2^0 = 1$. Um quilobyte corresponde a $2^0.2^{10} = 2^{10}$bytes; um megabyte corresponde a 2^{10}. $2^{10} = 2^{20}$ quilobytes; um gigabyte equivale a $2^{20}.2^{10} = 2^{30}$ megabytes [...] (DANTE, 2012b, p.113, ex: 81).

Além disso, define, no volume 7, as seguintes unidades de medidas de armazenamento e de processamento de dados:

B = byte (uma unidade de informação); KB = kilobyte (1000 bytes);

MB = megabyte (1000 KB ou 1000000 bytes);

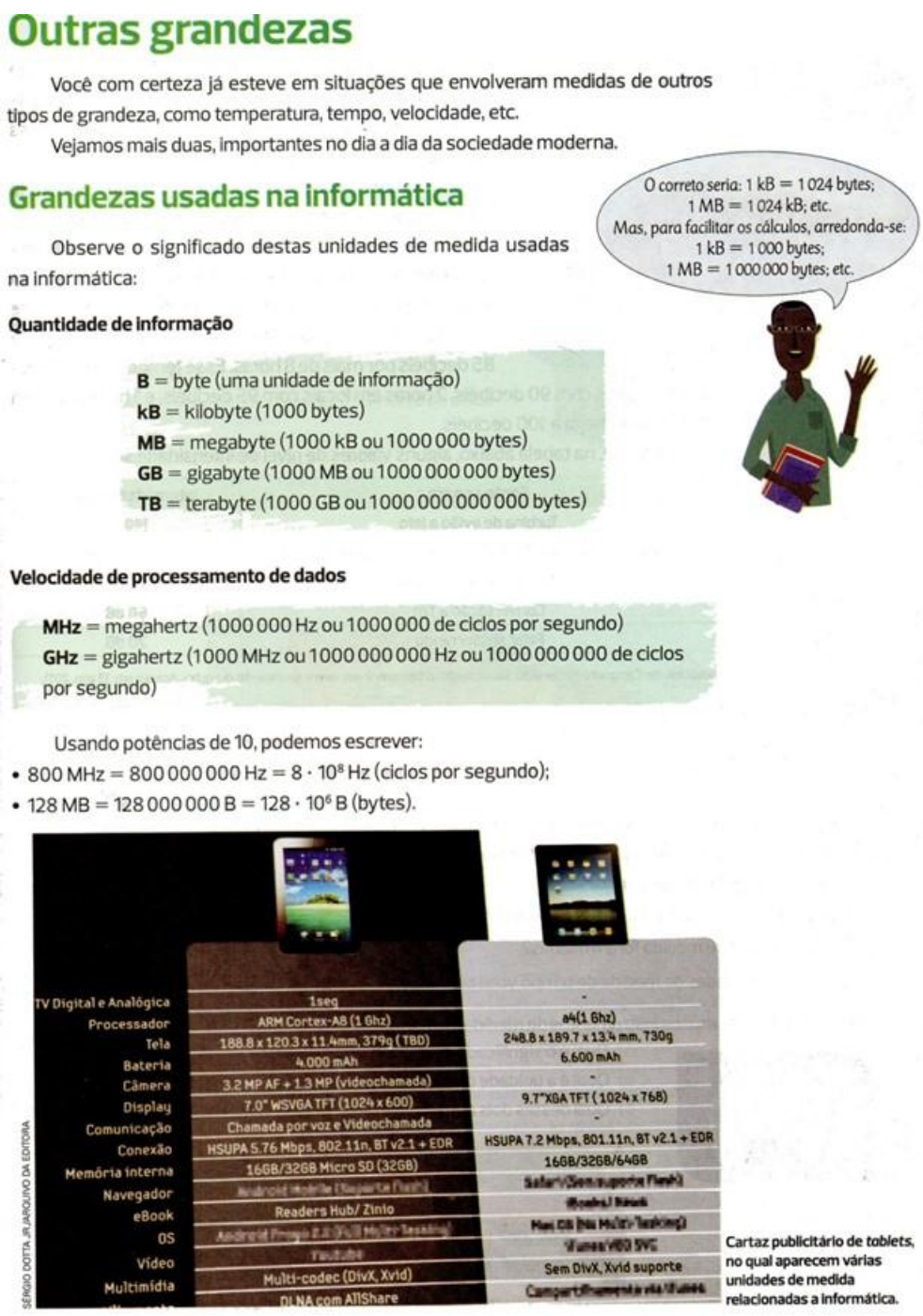
GB = gigabyte (1000 MB ou 1000000000 bytes);
TB = terabyte (1000 GB ou 1000000000000 bytes); E
MHz = megahertz (1000000 Hz ou 1000000 de ciclos por segundo);
GHz = gigahertz (1000 MHz ou 1000000000 Hz ou 1000000000 de ciclos por segundo)

A teoria referente às unidades de medidas de armazenamento e de processamento de dados é ausente no volume 6 e no volume 7.

Análise praxeológica didática frente ao estudo de números binários

- ***Momento de encontro com a praxeologia estudada***: o livro do 6º ano, capítulo 8, sob o título: "Explorando a ideia de medida" aborda as grandezas de comprimento, superfície, massa, volume, capacidade e sob o título: "Outras grandezas" aborda,na página 229, grandezas usadas na informática: informação e velocidade de processamento de dados.

Figura 37 - Introdução ao conteúdo de medidas de informação no volume 6



Outras grandezas

Você com certeza já esteve em situações que envolveram medidas de outros tipos de grandeza, como temperatura, tempo, velocidade, etc.

Vejamos mais duas, importantes no dia a dia da sociedade moderna.

Grandezas usadas na informática

Observe o significado destas unidades de medida usadas na informática:

O correto seria: 1 kB = 1 024 bytes;
1 MB = 1 024 kB; etc.
Mas, para facilitar os cálculos, arredonda-se:
1 kB = 1 000 bytes;
1 MB = 1 000 000 bytes; etc.

Quantidade de informação

B = byte (uma unidade de informação)
kB = kilobyte (1000 bytes)
MB = megabyte (1000 kB ou 1000 000 bytes)
GB = gigabyte (1000 MB ou 1000 000 000 bytes)
TB = terabyte (1000 GB ou 1000 000 000 000 bytes)

Velocidade de processamento de dados

MHz = megahertz (1000 000 Hz ou 1000 000 de ciclos por segundo)
GHz = gigahertz (1000 MHz ou 1000 000 000 Hz ou 1000 000 000 de ciclos por segundo)

Usando potências de 10, podemos escrever:

- 800 MHz = 800 000 000 Hz = $8 \cdot 10^8$ Hz (ciclos por segundo);
- 128 MB = 128 000 000 B = $128 \cdot 10^6$ B (bytes).

TV Digital e Analógica	1seg	-
Processador	ARM Cortex-A8 (1 Ghz)	a4(1 Ghz)
Tela	188.8 x 120.3 x 11.4mm, 379g (TBD)	248.8 x 189.7 x 13.4 mm, 730g
Bateria	4.000 mAh	6.600 mAh
Câmera	3.2 MP AF + 1.3 MP (videochamada)	-
Display	7.0" WSVGA TFT (1024 x 600)	9.7"XGA TFT (1024 x 768)
Comunicação	Chamada por voz e Videochamada	-
Conexão	HSUPA 5.76 Mbps, 802.11n, BT v2.1 + EDR	HSUPA 7.2 Mbps, 801.11n, BT v2.1 + EDR
Memória interna	16GB/32GB Micro SD (32GB)	16GB/32GB/64GB
Navegador	[illegible]	[illegible]
eBook	Readers Hub/ Zinio	[illegible]
OS	[illegible]	[illegible]
Vídeo	[illegible]	Sem DivX, Xvid suporte
Multimídia	Multi-codec (DivX, Xvid)	[illegible]
	DLNA com AllShare	[illegible]

SÉRGIO DOTTA JR./ARQUIVO DA EDITORA

Cartaz publicitário de *tablets*, no qual aparecem várias unidades de medida relacionadas a informática.

Fonte: (DANTE, 2012a, p.229)

O livro do 7º ano aborda medidas de informação no capítulo 3.8 – Números racionais- com o subtítulo "Outros contextos". A abordagem de medidas de informação no volume 7 é apresentada por meio da questão 81 (Figura 38). Enquanto que no volume 6 essa abordagem, e de medidas de velocidade de processamento de dados, são apresentadas no próprio tópico (tópico 3: "A ideia de medida e as várias grandezas") do capítulo 8: "Explorando a ideia de

medida" (Figura 37). Os livros do 8º e 9º anos não abordam números binários por meio de sistema de numeração e nem por meio de unidades de medida de informação.

Figura 38 - Questão 81 – Outros contextos

81. Armazenamento de dados na informática

Como você estudou no ano anterior, há diferentes grandezas e medidas relacionadas à informática, como, por exemplo, as que envolvem armazenamento de dados. Hoje em dia, é surpreendente a quantidade de informação que armazenamos na forma de dados digitais, seja em computadores, *tablets*, *pen drives* ou na própria internet.

O bit é a menor unidade de informação que pode ser armazenada ou transmitida. Um conjunto de 8 bits corresponde a 1 byte.

No ano anterior, você viu que as unidades do Sistema Métrico Decimal de Medidas (por exemplo, metro, litro, grama, etc.) estão organizadas sobre a base 10. Ou seja, a partir de uma unidade-padrão ou unidade fundamental, as demais unidades de medida são obtidas multiplicando-se ou dividindo-se por potências de base 10.

Já unidades como bits e bytes estão organizadas sobre a base 2, pois um bit pode assumir apenas dois valores, 0 ou 1 (sistema binário). Assim, um byte, entendido como unidade, corresponde a $2^0 = 1$. Um quilobyte corresponde a $2^0 \cdot 2^{10} = 2^{10}$ bytes; um megabyte corresponde a $2^{10} \cdot 2^{10} = 2^{20}$ quilobytes; um gigabyte equivale a $2^{20} \cdot 2^{10} = 2^{30}$ megabytes.

Além das unidades de medida de quantidade de informação que você estudou no anterior, há outras. Veja:

Após a leitura do texto, realize as atividades propostas.

a) Copie a tabela abaixo e complete a sequência aplicando as propriedades da potenciação.

byte	B	–	2^0 byte
quilobyte	kB	$2^0 \cdot 2^{10}$	2^{10} bytes
megabyte	MB	$2^{10} \cdot 2^{10}$	2^{20} quilobytes
gigabyte	GB	$2^{20} \cdot 2^{10}$	2^{30} megabytes
terabyte	TB	$2^{30} \cdot 2^{10}$	2^{40} gigabytes
petabyte	PB	$2^{40} \cdot 2^{10}$	2^{50} terabytes
exabyte	EB	$2^{50} \cdot 2^{10}$	2^{60} petabytes
zetabyte	ZB	$2^{60} \cdot 2^{10}$	2^{70} exabytes

b) Transforme 1,9 ZB em gigabytes (GB). $1,9 \cdot 1024^4$ GB ou $1,9 \cdot 2^{42}$ GB

c) Quantos *pen drives* de 8 GB são necessários para armazenar 92 116 terabytes? $92\,116 \cdot 2^7$ ou 11 790 848 *pen drives*

Fonte: (DANTE, 2012b, p.113)

➢ **Momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica τ_i:** no volume 6, as tarefas são apresentadas na seção: "Exercícios e problemas", enquanto que no volume 7, as tarefas são apresentadas na seção: "Outros contextos". No volume 6 todas as tarefas referentes à quantidade de informação ou à velocidade de processamento de dados são apresentadas após a apresentação inicial de elementos tecnológico-teóricos. No volume 7, a técnica é articulada com as tarefas no próprio enunciado

da questão 81 (Figura 38) na página 113. Chamamos esta técnica de técnica τ_1. Ela busca converter unidades de medida de informação: para converter uma unidade de medida de informação em outra, basta multiplicá-la ou dividi-la por 1024. Ou seja, cada unidade de medida de informação é igual a 1024 vezes a unidade imediatamente inferior, tomando um procedimento semelhante ao deslocamento da vírgula para a direita ou para a esquerda. Nesses casos, são representados por meio de setas vermelhas. Enquanto à presença de técnica no volume 6, ela é implícita. No entanto, a conversão de unidades de medidas de mesma grandeza como, comprimento, área, capacidade, apresentadas neste mesmo volume, são dadas por meio do procedimento do deslocamento da vírgula para a direita ou para a esquerda.

- ***Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico***: o livro do 6º ano define as medidas de informação kilobyte, megabyte, gigabyte e terabyte em função de bytes e explica o significado de suas respectivas siglas (KB, MB, GB e TB) (Vide Figura 37). Ao lado, tem um desenho de um rapaz explicando por meio de um balão que "o correto seria: 1KB = 1024 bytes; 1MB = 1024KB; 1GB = 1024 MB" (DANTE, 2012a, p.229). Justifica a aproximação de 1KB igual a 1000B ao invés de 1KB igual a 1024B para facilitar os cálculos. Segundo a literatura, 1KB é igual a 1000B e 1KiB é igual a 1024 B, portanto, não existe aproximações de valores, mas sim representações de medidas diferentes: a primeira encontra-se no sistema decimal e a segunda encontra-se no sistema binário conforme exposto corretamente no volume 7: explica a diferença entre o Sistema Métrico Decimal e o Sistema de Medidas de Informação. O primeiro como sendo organizado por um sistema decimal (base 10) e o segundo como sendo organizado por um sistema binário (base 2).

> No ano anterior [6º ano], você viu que as unidades do Sistema Métrico Decimal de Medidas (litro, metro, grama, etc.) estão organizadas sobre a base 10. Ou seja, a partir de uma unidade padrão ou unidade fundamental, as demais unidades de medida são obtidas multiplicando-se ou dividindo-se por potências de base 10. Jà unidades como bit e bytes estão organizadas sobre a base 2, pois o bit pode assumir apenas dois valores, 0 ou 1 (sistema binário). Assim, um byte, entendido como unidade, corresponde a $2^0 = 1$. Um quilobyte corresponde a $2^0.2^{10} = 2^{10}$ bytes; um megabyte corresponde a $2^{10}.2^{10} = 2^{20}$ quilobytes; um gigabyte equivale a $2^{20}.2^{10} = 2^{30}$ megabytes (DANTE, 2012b, p.113).

No entanto, apesar de explicar a diferença entre o sistema métrico decimal de medidas e o sistema de medidas de informação, os volumes 6 e 7 não adotam as nomenclaturas e nem os símbolos literais recomendados pelo SI: nomes e símbolos literais correspondentes aos números $2^{10}, 2^{20}, 2^{30}$ respectivamente a kibi, Ki; mébi, Mi e gibi Gi. Dessa maneira, os volumes 6 e 7 adotam o mesmo nome e o mesmo símbolo literal do sistema métrico decimal

de medidas para representar as unidades de medida de informação, organizando-se desta maneira sobre a base 2 ao invés da base 10.

Iremos adotar as nomenclaturas e símbolos literais do SI para explicar um equívoco na citação acima: um mébibyte corresponde a $2^0.2^{10} = 2^{10}$ kibibytes ou a $2^{10}.2^{10} = 2^{20}$ bytes e não a $2^{10}.2^{10} = 2^{20}$~~kibi~~bytes, como presente na citação acima, assim como um gibibyte é igual a $2^0.2^{10} = 2^{10}$ mébibytes ou $2^{10}.2^{10} = 2^{20}$ kibibytes ou ainda, $2^{10}.2^{10}.2^{10} = 2^{30}$ bytes e não a $2^{20}.2^{10} = 2^{30}$~~mega~~bytes, como presente na citação acima.

No volume 7, página 113, explica que a base 2 (sistema binário) utiliza-se apenas dois símbolos o 1 e o 0 para escrever um número binário. Define bit: "o bit é a menor unidade de informação que pode ser armazenada ou transmitida" (DANTE, 2012b, p.113). Define byte como sendo 8 bits. Comenta sobre a sua ampliação enquanto unidades de medida de informação: terabyte, petabyte, exabyte e zetabyte,e expõe seus valores. Estas definições não são apresentadas no livro do 6º ano. O volume 6, página 229, representa as velocidades de processamento de dados, megahetz (MHZ) e gigahetz (GHZ), por ciclos por segundos:
MHz = megahertz (1000000 Hz ou 1000000 ciclos por segundos) e
GHz = gigahertz (1000 MHz ou 1 000000000 Hz ou 1000000000 ciclos por segundos)

- ***Momentos de institucionalização***: segundo o Manual do Professor, volume 7, páginas 4 e 5, busca-se integrar os 5 blocos de conteúdos da matemática básica, Geometria, Álgebra, Grandezas e Medidas, Estatistica e Probabilidade, e Números e Operações, de maneira que seja trabalhada de modo espiral ao longo dos 4 anos, retomando, ampliando e aprofundando conceitos e procedimentos já estudados. Além disso, busca-se trabalhar situações-problema contextualizadas para possibilitar a compreensão e atribuição de significados de tal maneira que evite a memorização e a mecanização. Em relação ao conteúdo estudado: medidas de informação e de processamento de dados, identificamos tarefas enquadradas como situações-problema contextualizado por meio de elementos da Informática. Enquanto a proposta de se abordar temas de maneira espiral, (neste caso, investigamos a abordagem de medidas de informação e de processamento de dados) constatamos a recapitulação, ampliação e aprofundamento do conteúdo de medidas de informação (do 6º para o 7º ano). O livro do 7º ano define bit, byte (aprofundamento); distingui a organização de bases 2 e 10 entre as unidades de medida de informação e as unidades de medidas do sistema métrico decimal (aprofundamento); E amplia outras unidades de medida de informação: terabyte, petabyte, exabyte e o zetabyte (ampliação). O volume 7 informa ao leitor que está ampliando os conhecimentos dessa temática apresentado no livro do 6º ano: "como você estudou no ano anterior, há diferentes grandezas e medidas relacionadas à

informática, como por exemplo, as que envolvem armazenamento de dados" (DANTE, 2012, p.113).

- ***Momento de trabalhar a técnica***: O Manual do Professor do livro do 6º ano – unidade 2 – "Potenciação e divisibilidade" – capítulo 4 – "Potenciação, raiz quadrada e expressões numéricas", página 67, ilustra duas técnicas de conversão de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema de numeração binário sob o título: "Outras leituras" (Figura 40): método de divisões sucessivas por dois e método de representação por meio de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois. No entanto, não justifica e nem explica qual é o significado dessas técnicas. O volume 7, na questão 81, apresenta a conversão de unidades de medida de informação por meio de uma ideia semelhante à técnica de deslocamento de vírgula por meio de setinhas vermelhas (Figura 38). O que não deixa evidente qual é a operação a ser realizada (somar 1024? multiplicar 1024? elevar 1024 a potência?) para converter uma unidade de medida de informação em uma outra unidade superior. Portanto, as setinhas vermelhas em si e os valores de potências na correspondência entre unidades de medidas de informação e a sua unidade inferior na tabela da página 113, volume 7, são autoexplicativas às conversões entre unidades de medidas de informação.

- ***Momento de avaliação***: baseado no entendimento de que a avaliação é um conjunto de ações cujo objetivo, entre outros, é "diagnosticar como está se dando o processo ensino-aprendizagem e coletar informações para corrigir possíveis distorções observadas nele" (DANTE, 2012a, p. 29 – Manual do Professor) o volume 6 apresenta um único exercício referente às medidas de informação (Figura 39). Esta questão vem com uma foto de um computador, ao lado, com algumas configurações: memória RAM, disco rígido e memória de placa de vídeo. Solicita transformar as unidades de medida de informação gigabyte e megabyte em função de bytes. No livro do 7º ano, após o texto sobre "armazenamento de dados na informática", página 113, solicita três questões (**a, b, c**). A primeira pede para completar uma tabela onde estão presentes unidades byte e seus múltiplos, até zetabyte, aplicando as propriedades da potenciação que, por sinal, retoma o conhecimento de potenciação: "copie a tabela abaixo e complete a sequência aplicando as propriedades da potenciação" (DANTE, 2012a, p.113, item **a**).

Figura 39 - Questão 15

15. A escola onde Carla estuda ganhou da comunidade do bairro um computador com as características ao lado.

Escreva estas medidas, usando o byte como unidade e a potenciação:

a) Medida da capacidade de armazenamento do disco rígido. 75×10^{9} B (bytes) (750 GB = 750 000 000 000 B)

b) Medida da memória da placa de vídeo. 256×10^{6} B (bytes) (256 MB = 256 000 000 B)

Fonte: (DANTE, 2012a, p.231, ex: 15)

Figura 40 - Manual do Professor

Sistema de numeração binária ou de base 2

O número 123 é uma abreviação de $1 \times 100 + 2 \times 10 + 3$ ou de $1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$. Dizemos então que 123 foi escrito na base 10 ou usando potências de 10.

No lugar de potências de 10, vamos usar potências de 2 (1, 2, 4, 8, 16, 32 e 64).

$123 = 1 \times 64 + 1 \times 32 + 1 \times 16 + 1 \times 8 + 0 \times 4 + 1 \times 2 + 1$

$123 = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0$

ou, abreviando: $123 = 1111011_{\text{base 2}}$

Dizemos que 123 na base 10 pode ser escrito como 1111011 na base 2 ou como potências de 2.

A maneira prática de obter isso é fazer sucessivamente a divisão por 2:

$$\begin{array}{r|l} 123 & 2 \\ 03 & 61\ 2 \\ 1 & 1\ 30\ 2 \\ & 10\ 15\ 2 \\ & 0\ 1\ 7\ 2 \\ & 1\ 3\ 2 \\ & 1\ 1 \end{array}$$

Lendo o último quociente e os restos de baixo para cima, temos:

$1111011_{\text{base 2}}$

Na base 10, usamos 10 símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9).

Na base 2, usamos apenas 2 símbolos (0 e 1).

Hoje em dia, os computadores operam utilizando o sistema de numeração binária (ou de base 2).

Você sabe escrever o número 123 na base 5? Quantos símbolos usamos na base 5? Quais são eles?

Resolução:

$$\begin{array}{r|l} 123 & 5 \\ 32\ 4 & 5 \\ 4\ 4 & \end{array}$$

Respostas: $443_{\text{base 5}}$; 5 símbolos; 0, 1, 2, 3 e 4.

Fonte: (DANTE, 2012a, p.67 – Manual do Professor)

Critérios de avaliação praxeológica didática e praxeológica matemática frente ao estudo de números binários

➢ ***Critério de identificação***: identificamos três tipos de tarefas, T_{61}, T_{71} e T_{72}, a primeira encontra-se no volume 6 e as outras duas no volume 7. Todos estão claramente expostos e bem identificados, respectivamente por: determinar a quantidade de informação

existente em um determinado artefato tecnológico; transformar unidades de medida de informação e determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação. Identificamos três técnicas, uma referente à conversão entre unidades de medida de informação e duas referentes à conversão entre um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário. A primeira encontra-se no volume 6 e 7 e as outras duas encontram-se presentes no volume 6. A primeira técnica não está clara quanto ao seu procedimento porque não esclarece que tipo de operação é para se fazer com a setinha (Figura 38). Identificamos uma única tecnologia e nenhuma teoria. A subtarefa mais presente no volume 6 e 7 é converter unidades de medida de informação mantendo o número como uma potência de base 2.

- ***Critério de razão de ser***: o volume 6 considera as medidas de armazenamento e de processamento de dados "importantes no dia a dia da sociedade moderna" (DANTE, 2012a, 229). Enfatiza várias unidades de medidas relacionadas à Informática, milampère-hora (mAh), megapixels (MP), megabytes por segundos (Mbps), gigabyte (GB), entre outras, como elementos presentes na configuração de artefatos tecnológicos digitais, como exemplo: *tablet* e computador. Dessa maneira, contextualiza o estudo de grandezas e medidas por meio de sua relação com os dispositivos de Informática presentes atualmente. Além disso, enfatiza que "hoje em dia, é surpreendente a quantidade de informação que armazenamos na forma de dados digitais, seja em computadores, *tablets*, *pendrive*s ou na própria internet" (DANTE, 2012b, p.113). As tarefas giram em torno desse contexto, embora não apresente relação entre esse contexto e as técnicas de conversões entre um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário no Manual do Professor, volume 6.

- ***Critério prático-técnico:*** diferentemente da abordagem dos tipos de tarefas, a técnica não é clara, tratando-se do estudo de medidas de informação e de medidas de velocidade de processamento de dados. Uma vez que, no volume 6, página 229, (Figura 37) essas medidas estão em função de bytes e de ciclos por segundo, sem serem mostrados procedimentos para tal, apenas existe igualdades; E no volume 7, página 113, (Vide Figura 38) busca-se uma técnica de conversão de unidades de medida de informação por meio de setinhas vermelhas, que, por sinal, não informa que tipo de operação a ser realizada. Dessa maneira, tivemos que pesquisar a existência de técnicas em outros volumes. E disso, identificamos uma: conversão entre unidades de medida de mesma grandeza por meio de deslocamento de vírgula para a direita ou para a esquerda. Ou seja, recorria à multiplicação ou à divisão por 10. No Manual do Professor, volume 6 explica duas técnicas (procedimentos) de conversão de um número representado no sistema de decimal em um número representado no sistema binário, uma, por

meio de divisões sucessivas por dois e, a outra, por meio de representação de expressão polinomial numérica de potências de base dois. No entanto, não é associada a nenhuma tarefa, nem tão pouco ela é justificada e relacionada com o conteúdo estudado.

- ***Critério tecnológico-teórico:*** existem princípios tecnológicos referente às conversões entre as unidades de medida de armazenamento e de processamento de dados no volume 6, uma vez que apenas escreve as unidades, KB, MB, GB e TB, em função de bytes e MHz e GHz em função de ciclos por segundo (Figura 37). Enquanto que no volume 7, existe o conceito de bit e de byte e justificativas de igualdades entre unidades de medida de informação (um quilobyte é igual a $2^0.2^{10}$ bytes, um megabyte é igual a $2^{10}.2^{10}$ quilobytes e um gigabyte é igual a $2^{20}.2^{10}$ megabytes) e porque eles são organizados sobre a base 2. Não existe nenhuma abordagem teórica. Não existem justificativas e nem explicações referentes às técnicas de conversões entre o sistema decimal e sistema binário no Manual do Professor.

- ***Critério de relevância:*** o livro do 6º ano diz que as grandezas usadas na informática são importantes no dia-a-dia da sociedade atual. Informa ao leitor que "hoje em dia, os computadores operam utilizando o sistema de numeração binário (ou base 2)" (DANTE, 2012a, p.67 – Manual do Professor). O livro do 7º ano justifica a importância de se estudar unidades de medida por meio de uma colocação, ao nosso ver, motivadora para a sua aprendizagem "hoje em dia, é surpreendente a quantidade de informação que armazenamos na forma de dados digitais, seja em computadores, *tablets*, *pendrive*s ou na própria internet" (DANTE, 2012b, p.113).

- ***Critério de representatividade:*** identificamos 4 tarefas distribuídas em duas questões, uma no volume 6 e outra no volume 7, referentes às unidades de medidas de informação; 3 tipos de tarefas (T_{61}, T_{71}, T_{72}): uma no volume 6 e duas no volume 7; três técnicas (τ_1, τ_2 e τ_3), uma referente à conversão entre unidades de medida de informação, presente nos volumes 6 e 7, duas referentes à conversão de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário; uma tecnologia e nenhuma teoria. Em relação ao quantitativo de páginas destinado ao estudo de medidas de informação, temos que no volume 6, de 275 páginas[23] no livro do aluno 2 fazem referência a este estudo e de 112 páginas no Manual do Professor, 2 fazem referência a este estudo; no volume 7, de 279 páginas no livro do aluno, apenas 1 faz referência a esse estudo.

- ***Critério de relação com outras áreas de saberes ou de outros blocos de conteúdo de matemática básica:*** o livro do 6º ano relaciona números binários por meio de expressões

[23] Na contabilidade de páginas do livro do aluno, não consideramos as seções, "Glossário", "Respostas", "Leituras complementares e sugestões de sites" e "bibliografia", todas estas locadas ao final do volume.

numéricas (Aritmética)e de divisões (Números e Operações). Trabalha de maneira imbricada, medidas de armazenamento e de processamento de dados por meio de potenciação. Dessa maneira, articula esses conteúdos com operações fundamentais (Números e Operações). Enquanto a relação com outras áreas de saberes, esses conteúdos são contextualizados por meio de elementos da Informática.

- ***Critério de contextualização histórica:*** é inexistente, tratando-se do estudo de medidas de armazenamento e de processamento de dados.

Síntese analítica

A abordagem dos números binários nos livros analisados (volume 6 e 7) caracterizam-se como sendo uma praxeologia pontual e local.Ou seja, identificamos 1 tipo de tarefa (T_{61}) no volume 6 e 2 tipos de tarefas (T_{71} e $T_{72)}$ no volume 8.

T_{61}: determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico;

T_{71}: transformar unidades de medida de informação e determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) necessários para armazenar determinada medida de informação;

T_{21}: corresponder corretamente às unidades de medida com a sua grandeza ou com a imagem de determinado objeto.

Identificamos uma técnica no volume 6, referente à conversão de unidades de medida de mesma grandeza. Adaptamo-la, por organização sobre a base 2.

τ_1: técnica do deslocamento de vírgula para a direita ou para a esquerda, realizando a multiplicação ou a divisão por 1024.

Identificamos duas técnicas (τ_2 e τ_3) no volume 6, referente à conversão de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário.

τ_2: técnica das divisões sucessivas por 2;

τ_3: técnica da representação por meio de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois.

Identificamos uma tecnologia θ_1, abordada discretamente no volume 6 por igualdades de unidades de medida de armazenamento de dados em função de bytes e de medida de velocidade de processamento de dados em função de ciclos por segundo. Sendo complementadas e aprofundadas no volume 7, por definir bit e byte, e apresentar outros múltiplos de bytes: terabyte, petabyte, exabyte e zetabyte. Não consideram as nomenclaturas e nem os símbolos literais sugeridos pelo SI (2012) e CIE (2005).

Não identificamos nenhuma teoria.

Portanto, em um total de 2 tarefas (1 questão) no volume 6 e 2 tarefas (1 questão) no volume 7, identificamos 3 tipos de tarefas, 3 técnicas, uma única tecnologia e nenhuma teoria (Quadro 12 e Quadro 13).

Quadro 12 - Praxeologia Pontual – volume 6

Tipos de Tarefa	Página	Questão	Técnica	Tecnologia	Teoria
T_{61}	231	15b e 15c	τ_1	θ_1	-

Quadro 13 - Praxeologia Local – volume 7

Tipos de Tarefa	Páginas	Questões	Técnica	Tecnologia	Teoria
T_{71}	113	81b	τ_1	θ_1	-
T_{72}	113	81c			

6.2 OS NÚMEROS BINÁRIOS NO LIVRO DIDÁTICO DE COMPUTAÇÃO

Identificação da coleção analisada

O livro **Ensinando de ciência da computação sem o uso do computador** foi criado por Tim Bell, Lan H. Witten e Mike Fellows, e adaptado para o uso em sala de aula por Robeyn Adams e Jane Mckenzie, traduzido pelo professor Luciano Porto Barreto. Ano de divulgação da edição brasileira: 2011. Título original: *Computer Science Unplugger: an enrichment and extension programme for primary-aged children.*

Informações a respeito da obra

Este livro é escrito por 3 professores de ciência da computação e 2 professores de escolas. Motivados pela falta de material lúdico a respeito de ciência da computação para o ensino em escolas, desenvolveram o livro "Computer Science Unplugged" com o objetivo de ensinar os fundamentos de ciência da computação sem a necessidade de utilização de computadores. Justificado por não necessitar de recursos como hardware e software; Baseado

em experiências em salas de aulas, afirmam que “na realidade, por vezes, o computador torna-se apenas uma distração no processo de aprendizagem” (BELL *et al*, 2011, p.ii). Garantem que esse livro pode ser ministrado por pessoas que não são especialistas em computação.

Esse livro possui dois viés: apresentam sugestões didáticas para os docentes e atividades para os discentes, sendo cada uma dessas organizada por “Folha de Atividade”.

O livro está estruturado em três partes: “Representando as informações”; “Algoritmos” e “Representando procedimentos”. Iremos focar na primeira seção, uma vez que apresentam atividades que ilustram formas utilizadas pelos computadores na representação dos dados - relação com os números binários. Essas atividades estão organizadas por seções: números binários, representação de imagens, compressão de texto, detecção e correção de erros e Teoria da Informação.

O público alvo desse livro são crianças de diversas idades. Quanto ao nível de escolaridade, destina-se aos programas de extensão, aprimoramento ou educação básica. Enfatiza que “muito das atividades são baseadas em contextos matemáticos como, por exemplo, o entendimento de números binários, uso de mapas e grafos, problemas envolvendo padrões e ordenamento, e criptografia” (BELL *et al*, 2011, p.ii).

Análise praxeológica computação do livro referente ao estudo de números binários

O livro não é organizado por questões enumeradas, mas é organizado apenas por perguntas, dentro de determinada seção, sem algum tipo de identificação.

Identificamos 20 tipos de tarefas: T_1, T_2,T_3,T_4,T_6,T_7,T_8,T_9,T_{10},T_{11},T_{12}, T_{13},T_{14},T_{15},T_{16}, T_{17},T_{18},T_{19} e T_{20}. (Vide o Quadro 14).

Quadro 14 - Tipos de tarefas referentes ao estudo de números binários

Tipos de Tarefas	Descrição	Páginas	Exemplo
T_1	converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário	4 e 7	Em qual dia do mês você nasceu? Escreva-o em formato binário (p.7)
T_2	converter um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal.	4, 7, 8, 9 e 10	Você pode descobrir o número representado por 10101? (p.7)
T_3	identificar padrões ou sequências	4,10 e 11	o que você percebeu sobre o número de pontos nos cartões? (p.4)
T_4	representar um número natural como composição de potências de base 2.	5 e 7	usando um conjunto de varas de comprimento 1, 2, 4, 8 e 16 centímetros, mostre como é possível medir qualquer objeto de até 31 centímetros (p.7)
T_5	criar uma técnica que possibilite formar qualquer número natural como composição de potências de base 2	5 e 10	qual regra você pode seguir para fazer seus novos cartões (p.10)
T_6	calcular expressões numéricas	10	Calcule 1 + 2 + 4 = ? Qual é o resultado? Agora, soma 1 + 2 + 4 + 8 = ? (p.10)
T_7	contar, por meio do sistema binário, utilizando os dedos das mãos	10	Tente contar sequencialmente utilizando seus dedos. Se o dedo estiver para cima, é um, e, se estiver para baixo, é zero (p.10)
T_8	explicar elementos conceituais de sistema de numeração binário	11	Mas o que acontece quando você coloca um 0 à direita de um número binário? (p.11)
T_9	calcular a quantidade de bits necessários para armazenar caracteres em um computador	11	Então, quantos bits são necessários para um computador armazenar todos os caracteres (p.11)
T_{10}	desenhar imagens a partir da decodificação de números de código	17	Figura 47
T_{11}	desenhar imagens a partir ou decorrentes da criação de números de código[24]	18 e 19	Figura **48**

[24]O tipo de tarefa T_{11} é parecido com o tipo de tarefa T_{10}, decidimos distingui-la pelo fato de que o tipo de tarefa T_{11} solicita a criação de números de código enquanto que o tipo de tarefa T_{10} já apresenta números de código pré-definido.

Quadro 14 - Tipos de tarefas referentes ao estudo de números binários (Continuação)

Tipos de Tarefas	Descrição	Páginas	Exemplo
T_{12}	descomprimir texto - preencher as letras ou palavras que faltam nos retângulos guiados por setas	26	Figura 52
T_{13}	comprimir texto – escolher um poema ou versinho e comprimi-lo	26	Agora escolha um poema ou versinho infantil e construa o seu próprio enigma (p.26)
T_{14}	contar quantas letras existem em um texto comprimido	28 e 29	Quantas letras você consegue marcar para compressão na história do Três Porquinhos? (p.29)
T_{15}	detectar e corrigir erros de códigos	32, 33, 34 e 35	Pesquise e verifique códigos reais de ISBN em sua sala de aula ou na biblioteca (p.35)
T_{16}	analisar a técnica de detecção e correção de erros de códigos	33 e 35	O que acontece quando duas ou mais cartas são viradas (p.33) Neste exercício de cartas empregamos a paridade par – usando um número par de cartas coloridas. Podemos fazê-lo com a paridade impar? (p.33)
T_{17}	determinar quais são as decisões/escolhas da forma sim/não necessárias para encontrar algo	39 e 40	Quais são as decisões/escolhas da forma sim/não necessárias para 'adivinhar' o número 5? (p.40)
T_{18}	determinar quantas decisões/escolhas da forma sim/não você deve recorrer para descobrir algo	39 e 40	Quantas decisões/escolhas da forma sim/não você deve tomar para descobrir um número qualquer? (p.40)
T_{19}	construir uma árvore de decisão para descobrir a idade de alguém	40	Qual tipo de árvore você usaria para adivinhar a idade de alguém? (p.40)
T_{20}	construir um jogo de adivinhação	39	Faça um jogo de adivinhação com uma frase curta de 4 a 6 palavras

Identificamos 7 técnicas: τ_1, τ_2, τ_3, τ_4, τ_5, τ_6 e , τ_7.

A técnica τ_1, situada na página 4, pode ser utilizada para resolver os tipos de tarefas T_1, T_2 e T_4. Ela é principalmente utilizada para converter números representados no sistema binário em um número representado no sistema decimal. Tanto a atividade que utiliza 5 cartões marcados por pontos, Figura 42 e Figura 43, página 5, como a atividade que utiliza lâmpadas, Figura 44, página 8, como a atividade que utiliza códigos: bip e bop, Figura 45, página 9, e como a atividade que utiliza os dedos da mão para contar por meio do sistema

binário, página 10, são resolvidas pela técnica τ_1. Esta técnica parte do seguinte procedimento:

Primeiro, corresponder os dígitos binários, 1 e 0, às duas situações dicotômicas ou símbolos opostos (*Momento de representação dos códigos, sinais como dígitos binários*). Exemplos: corresponder o lado do cartão que contém pontos ao dígito 1 binário (face para cima) e corresponder o lado do cartão que não contém pontos ao dígito 0 binário (face para baixo); Corresponder a lâmpada de árvore de Natal acessa ao dígito 1 binário e corresponder esta lâmpada apagada ao dígito 0 binário; Corresponder o "Bip" ao dígito 1 binário e corresponder o "Bop" ao dígito 0 binário; Corresponder o dígito 1 binário ao dedo da mão levantado e corresponder o dígito 0 binário ao dedo da mão abaixado.

Segundo,recorrer aos cartões pontuados, Figura 42 e Figura 43, contendo quantidades em potências de base 2, a partir de 1, em um lado do cartão e do outro lado não contendo nenhum ponto (vazio) (*Momento de converter o número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal*).

Terceiro, colocar os cartões da direita para a esquerda conforme a ordem crescente das potências de 2: 1, 2, 4, 8, 16... pontos;

Quarto, pôr todos os cartões com a face para baixo;

Quinto, como cada cartão é um dígito binário, 1 bit, virar para cima os cartões que correspondem ao digito 1 binário;

Último, adicionar os pontos de cada cartão. O total será o número, convertido para o sistema de numeração decimal, procurado.

A técnica τ_2, situada na página 15, pode ser utilizada para resolver os tipos de tarefas T_{10} e T_{11}. Ela é utilizada para codificar/decodificar imagens, preta e branca. Esta técnica parte do seguinte procedimento:

Primeiro, um *pixel* branco corresponde ao dígito 0 binário e um *pixel* preto corresponde ao dígito 1 binário;

Segundo, o primeiro número do código sempre se refere ao número de *pixels* brancos;

Terceiro, se o primeiro *pixel* for preto, então a primeira linha de números do código será igual a zero;

Quarto, os números de códigos sempre são correspondentes, gerados linha por linha da tabela e escritos da esquerda para a direita.

A técnica τ_3,situada na página 19, pode ser utilizada para resolver o tipo de tarefa T_{11}.Ela é utilizada para codificar/decodificar imagens coloridas. Esta técnica parte do seguinte procedimento:

Primeiro, corresponder um número natural a alguma cor;

Segundo, cada grupo de *pixel*será representado por 2 números tal que o primeiro número representará a quantidade de *pixels* do conjunto ou células da tabela e o segundo número representará o tipo de cor;

Terceiro, os números de códigos, dois a dois, sempre são correspondentes, gerados linha por linha da tabela e escritos da esquerda para a direita.

A técnica τ_4, situada na página 24 e 27, pode ser utilizada para resolver os tipos de tarefas T_{12}, T_{13} e T_{14}. Ela é uma técnica de compressão de textos que parte inicialmente da identificação de padrões para que daí seja representada por uma forma de codificação de dados. Esta técnica parte do seguinte procedimento:

Primeiro, identificar no texto grupos de duas ou mais letras ou palavras que se repetem;

Segundo, substituir esses padrões, grupos de duas ou mais letras ou palavras repetidas, por representação de um retângulo em branco;

Terceiro, inserir setas que apontem para uma parte anterior do texto, ou seja, inserir setas que apontem a partir da representação de um retângulo em branco até os grupos de pelo menos duas letras ou palavras originais;

Quarto, representar as palavras que possuem letras repetidas por meio de dois números, tal que o primeiro número indica a posição anterior que o computador deverá iniciar a cópia das letras e o segundo número indica o número de cópia de letras consecutivas;

Quinto, ler o texto comprimido no sentido da esquerda para a direita e de cima para baixo.

A técnica τ_5, situada nas páginas 32 e 33, pode ser utilizada para resolver o tipo de tarefa T_{15}. Ela é uma técnica de detecção e correção de erros de códigos. Essa técnica parte do seguinte procedimento:

Primeiro, escolher uma criança para que ela construa uma tabela contendo 5 x 5 cartões coloridos com a mesma cor em um dos lados;

Segundo, adicionar mais uma linha abaixo da tabela e uma coluna a direita da tabela 5 x 5, de maneira que tenham 36 cartões no total e que obedeçam a seguinte regra: se os número de cartões coloridos de cada linha e de cada coluna (da 1ª a 5ª célula, respectivamente, da esquerda para a direita e de cima para baixo) for impar, então a 6º cartão será colorido. Se não (se for par), então a 6º cartão não será colorido;

Terceiro, solicitar que uma criança vire um cartão enquanto você cobre seus olhos;

Quarto, indicar qual é a linha e a coluna alterada;

Quinto, indicar qual é o cartão virado pela criança.

A técnica τ_6, situada na página 34, pode ser utilizada para resolver o tipo de tarefa T_{16}. Ela é uma técnica de detecção e correção de erros de códigos (de barras) de livros. Chamada de ISBN – *International Standard Book Number*. Essa técnica parte do seguinte procedimento:

Primeiro, multiplicar: o 1º dígito por 10, o 2º dígito por 9,o 3º dígito por 8,o 4º dígito por 7,o 5º dígito por 6,o 6º dígito por 5,o 7º dígito por 4,o 8º dígito por 3,o 9º dígito por 2e o 10º dígito por 1;

Segundo, somar todos os produtos;

Terceiro, dividir o total por 11;

Quarto, verificar se o resto da divisão é igual ao o último dígito do código. Se o resto da divisão for igual a 10, então o valor 10 corresponderá a letra X; Se o resto da divisão for igual ao último dígito do ISBN, então o código está correto. Se o resto da divisão for diferente ao último dígito do ISBN, então o código está errado.

A técnica τ_7, situada nas páginas 39 e 40, pode ser utilizada para resolver os tipos de tarefas T_{17},T_{18}e T_{19}. Ela é uma técnica para medir a informação que recorre de um método de fazer perguntas por meio de relações (maior que, menor que), de inclusão/exclusão de padrões (é uma vogal?, é uma ave?) tomando-se, apenas, como resposta sim ou não.Esta técnica parte do seguinte procedimento:

Primeiro, formular uma pergunta que contenha, estritamente, como resposta, "sim" ou "não"; formular perguntas por meio de relações (maior que, menor que) ou de inclusão/exclusão de padrões;

Segundo, contar quantas perguntas, decisões/ escolhas da forma sim/não, foram feitas;

Terceiro, a quantidade de perguntas feitas é o valor da medida da informação.

A técnica τ_1 é justificada. Identificamos, então, a tecnologia $\theta_1$pela seguinte interpretação: baseado no conceito de sistema de numeração de base 2 ou sistema binário presente no livro, o dígito binário, o bit, pode assumir, apenas, dois valores ou símbolos distintos: 1 ou 0. O cartão representa 1 bit: o lado do cartão que conter pontos corresponde a 1 e lado do cartão que não conter pontos corresponde a 0. Organizando os cartões da direita para a esquerda conforme a ordem crescente da quantidade de pontos em potências de base 2, a partir de 1, configura-se dessa maneira, as ordens numéricas binárias. Define, portanto, o sistema de numeração binário. O 1º cartão contém 1 ponto, o 2º cartão (lado esquerdo do 1º) contém 2 pontos, o 3º cartão (lado esquerdo do 2º) contém 4 pontos, o 4º cartão (lado esquerdo do 3º) contém 8 pontos e assim sucessivamente (Figura 42 e Figura 43). Ou seja, a 1ª, 2ª, 3ª, n-ésima ordem numérica binária mantém correspondência ao 1º cartão,ao 2º cartão,

ao 3º cartão, ao n-ésimo cartão. Além disso, "todos os locais [ordens] contendo '1' valem agora duas vezes seu valor anterior, e assim o número total é duplicado. (Na base 10, acrescentando um zero à direita do número multiplica-o por 10)" (BELL *et al*, 2011, p.13). Ou seja, "quando você coloca um zero à direita de um número binário, esse número é dobrado" (ibidem).

As técnicas τ_2 e τ_3 não são justificadas ou explicadas. Portanto, não existem elementos tecnológicos, apesar de serem justificadas por contexto computacional. Mais especificamente, caracterizam-se como técnicas de compressão de imagens. Por exemplo, na página 21 é afirmado que uma máquina de fax realiza uma varredura sobre uma página em preto e branco, armazena-a em, aproximadamente, 1000 x 2000 *pixels*, e queestes *pixels* são posteriormente transmitidos a uma outra máquina de faxatravés de um *modem*. Não explica como é feita esta varredura e nem como o fax envia os *pixels* para outro fax.A técnica τ_3 é chamada de 'run-lenght coding'.

A técnica τ_4 não é justificada e não apresenta embasamento teórico. Portanto, o bloco tecnológico-teórico é inexistente, apesar de ser contextualizado computacionalmente, sobre o crescimento de cerca de um milhão de vezes a capacidade de armazenamento de dados nos últimos 25 anos e devido a isso, necessita diminuir a quantidade de armazenamento de dados e aumentar a sua velocidade de transmissão via modem ou via computador por meio de codificação/decodificação de dados para o processo de compressão de dados. Mais especificamente, esta técnica caracteriza-se como um exemplo de técnica de compressão/decompressão de textos chamada de codificação Ziv-Lempel ou codificação ZL.

As técnicas τ_5 e τ_6 não são justificadas e nem recebem embasamento teórico. Apenas é afirmado que a linha e a coluna acrescida na tabela 5 x 5 e o último dígito do código ISBN são bits de paridade. Ou seja, é um mecanismo de detecção de erros da própria técnica. Portanto, o bloco tecnológico-teórico é inexistente, apesar de ser justificada, por contexto computacional, ao afirmar que os computadores verificam se os dados recebidos foram corrompidos por algum tipo de interferência, ruído na transmissão e como seus sistemas controlam e corrigem esses erros.

A técnica τ_7 é justificada e explicada. A quantidade de informação contida nas mensagens é mensurada pela dificuldade em descobri-las. A quantidade de perguntas configura-se no valor da quantidade de informação. De modo que as respostas sejam estritamente sim ou não. Por essa consideração, corresponde à resposta sim ao dígito 1 binário e corresponde à resposta não ao dígito 0 binário (vice-versa). A determinação da quantidade de decisões/escolhas tomadas da forma sim/não possibilita descobrir algo pretendido (um

número, uma letra, uma palavra, etc.) de forma que a sequência de respostas, sim/não, seja representada por uma sequência de dígitos binários, o que irá indicar o código binário do algo pretendido. A árvore de decisão, Figura 55, é uma representação das decisões/escolhas da forma sim/não por números binários.

A técnica τ_7 é empregada por estratégia ótima, levando-se em consideração, apenas, respostas sim ou não, tomando-se a sequência em ordem numérica crescente/decrescente.

A técnica τ_7 recebe complementação tecnológico-teórico ao citar Claude Shannon como descobridor desse jogo, dessa técnica de medir informação chamada de entropia, que toma cada resposta sim/não equivalente a um bit 1/0, de tal maneira que a entropia de uma mensagem dependa não apenas do número de resultados possíveis, mas também da sua probabilidade de ocorrência.

> Por exemplo, a informação no lançamento de uma moeda é normalmente de um bit. Como você pode descobrir como a moeda caiu com menos de uma pergunta do tipo sim ou não? Simples – basta fazer perguntas como 'As próximas moedas jogadas serão cara? Para uma sequência de lançamentos com uma moeda viciada, a resposta será 'sim' cerca de 80% das vezes. Nas outras 20% das vezes, em que a resposta é 'não', você deve fazer perguntas adicionais. Porém, em média, você fará menos de uma pergunta por lançamento! [...] Acontecimentos improváveis ou informações surpreendentes requerem mais perguntas para adivinhar a mensagem porque estes nos fornecem mais informações além das quais já sabíamos, como no caso de ir em um helicóptero para a escola" (BELL *et al*, 2011, p.41).

Além disso, de maneira indireta, afirma que a entropia é o mínimo de bits necessários para mensurar uma informação no seguinte trecho: "Você não pode comprimir uma mensagem de tal forma que esta ocupe menos espaço do que sua entropia [...]" (loc. cit). Ou seja, a entropia é a melhor opção possível de perguntas feitas.

Análise praxeológica didática frente ao estudo de números binários

- ***Momento de encontro com a praxeologia estudada:*** o objeto do saber é organizado por meio de questões e de definições chaves, seguidas por meio de atividades. Ao final de cada seção, são apresentadas as justificativas e explicações das atividades por meio de conceitos de Ciência da Computação. Todas as soluções das atividades são explicadas no final de cada atividade e respondidas no final de cada parte do livro, por meio das respectivas seções: "De que se trata tudo isso?" e "Soluções e Dicas". A parte, "Dados: a matéria prima", é iniciada por apresentação de conceitos chaves a partir de três questionamentos: "Como

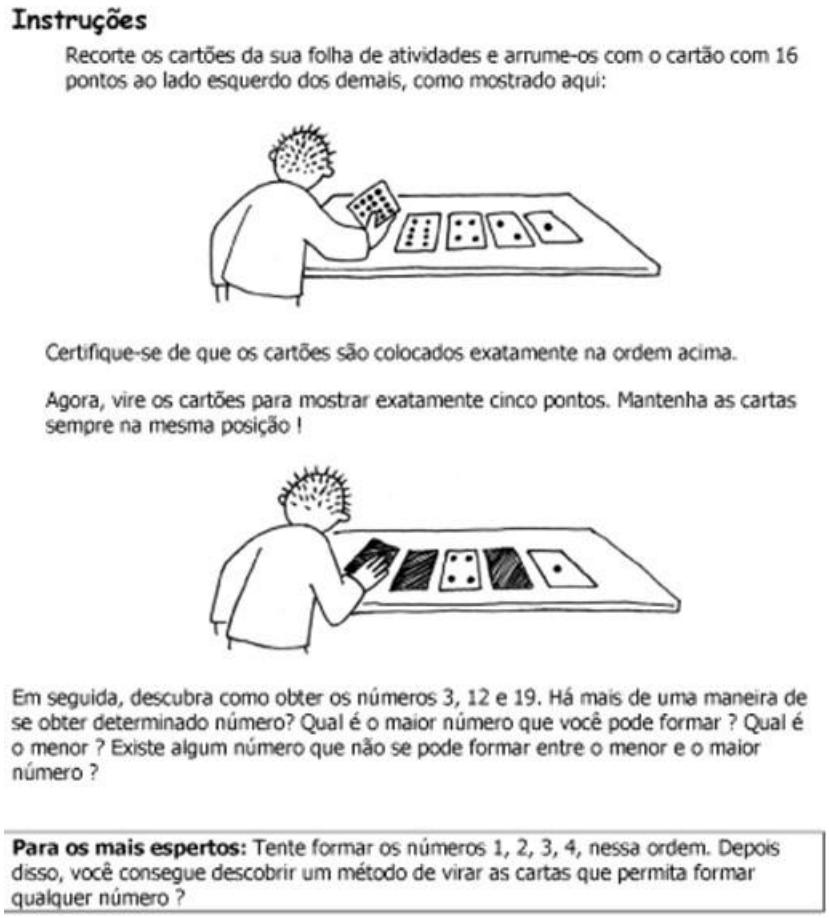
podemos armazenar informações nos computadores?", "Quais são as diferenças entre dados e informações?" e "Como números, letras, palavras e imagens podem ser convertidos em zeros e uns?". Todas as atividades mantêm explicações a respeito de sua construção, sendo organizadas por categorias: sumário, matérias correlacionadas, habilidades, idade e material.

➢ ***Momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica*** τ_i: a exploração de tarefas é realizada na "Folha de Atividade" presente em cada parte do livro ("Representando as informações", "Algoritmos" e "Representando procedimentos"). A "Folha de Atividade" é iniciada por objetivo, problemática e por elementos de motivação ao desenvolvimento da atividade, seguida por sua instrução. Exemplo:

> Então, você achava que sabia contar? Bem, aqui está uma nova forma de fazer isso! Sabia que os computadores utilizam apenas zeros e uns? Tudo que você vê ou houve no computador – palavras, imagens, números, filmes e até mesmo o som – são armazenados usando apenas estes dois numerais! Estas atividades ensinarão como enviar mensagens secretas aos amigos usando exatamente o mesmo método que um computador (BELL *et al*, 2011, p.5).

Nas instruções existem perguntas que direcionam ou destacam elementos pertinentes aos conceitos e contextos do computador (computação). Por fim, introduz um desafio chamado de "Para os mais espertos". Exemplo (Figura 41):

Figura 41 - Exemplo de introdução à atividade presente na "Folha de Atividade"



Instruções

Recorte os cartões da sua folha de atividades e arrume-os com o cartão com 16 pontos ao lado esquerdo dos demais, como mostrado aqui:

Certifique-se de que os cartões são colocados exatamente na ordem acima.

Agora, vire os cartões para mostrar exatamente cinco pontos. Mantenha as cartas sempre na mesma posição !

Em seguida, descubra como obter os números 3, 12 e 19. Há mais de uma maneira de se obter determinado número? Qual é o maior número que você pode formar ? Qual é o menor ? Existe algum número que não se pode formar entre o menor e o maior número ?

Para os mais espertos: Tente formar os números 1, 2, 3, 4, nessa ordem. Depois disso, você consegue descobrir um método de virar as cartas que permita formar qualquer número ?

Fonte: (Bell *et al*, 2011, p.5)

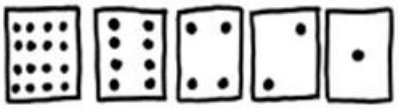
Antes de apresentar as tarefas por meio de "folha de atividade", apresentam três problemas, "Como podemos armazenar informações nos computadores?", "Quais são as diferenças entre dados e informações?" e "Como números, letras, palavras e imagens podem ser convertidos em zeros e uns?"; Define computador, diferencia dados de informação, descreve o que será abordado na seção; E apresenta o que será preciso para realizar a atividade (descrição dos materiais necessários para a execução da atividade), entre outras informações (matérias relacionadas, habilidades e idade).

O objetivo da primeira seção, "Números Binários", por interpretação nossa, é compreender o conceito de sistema de numeração binário; contextualizar a sua relação para/com elementos de computação; E converter números representados nos sistemas decimais em números representados no sistema binário (vice-versa). Para tal, elabora 6 folhas de atividades que estão categorizadas como "Atividade 1": "Números Binários", "Trabalhar com Números Binários", "Enviar Mensagens Secretas", Correio Eletrônico e Modens",

“Contar acima de 31” e “Mais Sobre Números Binários”. Consideram estas 5 últimas atividades como sendo “cinco opções de atividades de extensão que podem ser utilizados como reforço” (BELL *et al*, 2011, p.4). Elas são recomendadas para crianças a partir de 7 anos de idade. A primeira atividade,“Números Binários”, tem como tipos de tarefa, converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário (vice-versa). Para tal, recorre ao seguinte material para ser confeccionado: “Para esta atividade, são necessários cinco cartões, conforme mostrado abaixo [Figura 42], com pontos marcados de um lado e nada sobre o verso [...] Os cartões devem estar na seguinte ordem” (BELL *et al*, 2011, p.3). Para a sua execução, utiliza-se a seguinte técnica:

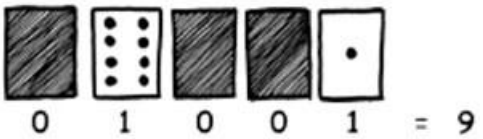
> Podemos usar estes cartões para representar números virando alguns deles para baixo e adicionando os pontos dos cartões com a face para a cima. [...] Quando o cartão está com a face para baixo, sem mostrar os pontos, este cartão é representado por zero. Quando os pontos são exibidos, o cartão é representado por um. Este é o sistema numérico binário (BELL *et al*, 2011, p.4) (Figura 43).

Figura 42 - 5 Cartões contendo 1, 2, 4, 8 e 16 pontos



Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.4)

Figura 43 - Técnica adotada para converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário (vice-versa)



Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.4)

É sugerido que a professora ou o professor “faça alguns exemplos até que as crianças compreendam o conceito” (BELL *et al*, 2011, p.4). De maneira lúdica, a citação acima, trabalha fundamentos de sistema de numeração binário e de sua conversão ao sistema decimal por representar um número representado no sistema decimal como uma soma de potências de base 2 sem a utilização da técnica, convencional, representar números naturais por meio de uma soma de potências de base 2 por meio de expressões numéricas ou polinômio numérico. Isto pode possibilitar tanto o entendimento conceitual de sistema de numeração binário interligado pela organização de bases (base 2) de sua representação, como pode compreender

a característica posicional desse sistema, além de elaborar mecanismos matemáticos de resolução de problemas. O que torna uma maneira interessante, mas opcional, para se trabalhar sistema de numeração binário. Como exemplo de tarefa que pode criar mecanismos matemáticos de resolução de problemas citaremos uma: "Tente formar os números 1, 2, 3, 4, nessa ordem. Depois disso, você consegue descobrir um método de virar as cartas que permitem formar qualquer número" (BELL *et al*, 2011, p.5).

As tarefas, "Em seguida, descubra como obter os números 3, 12 e 19. Há mais de uma maneira de se obter determinado número? Qual é o maior número que você pode formar? Qual é o menor? Existe algum número que não se pode formar entre o menor e o maior?"(BELL *et al*, 2011, p.5), enfatizam as características da unicidade e da ordenação de um número representado no sistema de numeração posicional. Atividade importante para a construção conceitual do número representado no sistema de numeração binário.

A "Folha de Atividade: Trabalhar com Números Binários" também apresentam tarefas que abordam as conversões de números representados nos sistemas de numeração binário e decimal. Exemplo: "Vocês podem descobrir o número representado por 10101?" E que tal 11111? Em qual dia do mês você nasceu? Escreva-o em formato binário" (BELL *et al*, 2011, p.7). Como desafio, "Para os mais espertos", apresenta outro tipo de tarefa referente à mesma abordagem - representação de qualquer número natural por meio de uma soma de potências de 2 - Mostrar como é possível essa representação recorrendo apenas potências de base 2.

> Usando um conjunto de varas de comprimento 1, 2, 4, 8 e 16 centímetros, mostre como é possível medir qualquer objeto de até 31 centímetros. Ou então, surpreenda um adulto mostrando-lhes como você consegue pesar objetos pesados, tais como malas ou caixas, com apenas uma balança e alguns pesos (BELL *et al*, 2011, p.7).

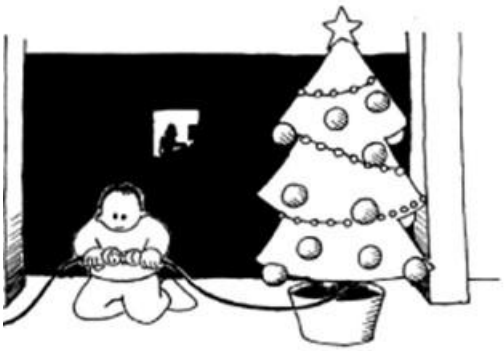
A citação acima é o enunciado de uma tarefa que não especifica e nem induz a técnica a ser utilizada.

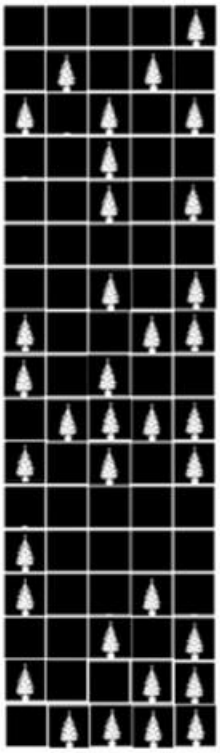
A "Folha de atividade: Enviar Mensagens Secretas" busca trabalhar a codificação/decodificação de binários de maneira semelhante à atividade dos 5 cartões enumerados por pontos (quantidades em potencias de 2) (Figura 42 e Figura 43). No entanto, esta tarefa faz correspondências entre os numerais de 1 a 26 e as letras de **a** a **z**. Nesta mesma ordem. Mantém a intenção do aluno e da aluna associar uma lâmpada de natal ao dígito 1 binário e associar ausência dessa lâmpada pelo dígito 0 binário. É uma atividade que busca por meio de técnicas de codificação/decodificação converter um número representado no sistema de numeração decimal em um número representado no sistema de numeração binário.

O descobrimento da resolução dessa tarefa traduz-se na descoberta de pelo menos uma técnica. Isto é interessante, uma vez que não induz a técnica a ser utilizada na sua resolução e pode trazer um *feedback* do conceito de sistema binário. Pode também inferir na construção de resposta ao problema enunciado no início da primeira parte: "como números, letras e imagens podem ser convertidos em zeros e uns" (loc. cit). Ver a Figura 44 seguir:

Figura 44 - "Folha de Atividade: Enviar Mensagens Secretas"

Tom está preso no último andar de uma loja. É noite de Natal e ele quer ir para casa com seus presentes. O que ele pode fazer ? Ele tentou chamar alguém, até mesmo gritar, mas não há ninguém por perto. Do outro lado da rua ele pode ver uma pessoa ainda trabalhando em seu computador até tarde da noite. Como ele poderia atrair sua atenção ? Tom olha em volta para ver o que poderia usar. Então, ele tem uma brilhante idéia: utilizar as lâmpadas da árvore de Natal para enviar uma mensagem ! Ele coletou todas as lâmpadas disponíveis e as conectou aos bocais de forma que pudesse acendê-las ou apagá-las. Ele usou um código binário simples, que ele sabia ser de conhecimento da mulher do outro lado da rua. Você pode identificar a mensagem enviada por Tom ?





1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m
14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
n	o	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z

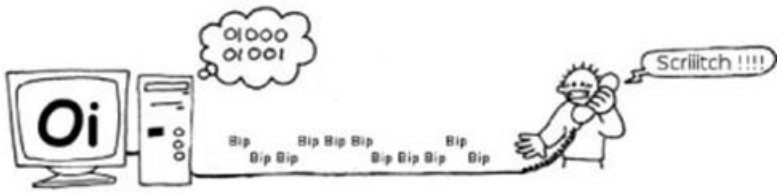
Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.8)

A "Folha de atividade: Correio Eletrônico e Modens" busca trabalhar a codificação/decodificação de binários por meio de contextualização de uma mensagem enviada por sinal de *modem*, pela internet, entre dois computadores (Figura 45). De maneira

semelhante à atividade anterior, supõe que a aluna e o aluno represente o bip agudo (bip) correspondente ao digito 1 binário e o bip grave (bop) correspondente ao dígito 0 binário. A partir dessas representações, é solicitado que o estudante crie uma mensagem para o seu colega utilizando os mesmos códigos do enunciado. Espera-se, então, que o estudante crie, codifique uma mensagem e decodifique, descubra a mensagem escrita do seu colega. Ou seja, o estudante deverá codificar os sinais bip e bop em dígitos binários e, por conseguinte, deverá converter, decodificar o número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal.

Figura 45 - "Folha de Atividade: Correio Eletrônico e Modens"

Os computadores conectados à Internet através de um equipamento conhecido por *modem* também utilizam o sistema binário para enviar mensagens. A única diferença é que eles usam um sinal sonoro ou bip. Um bip agudo é utilizado para o um e um bip grave é utilizado para o zero. Estes sinais são transmitidos rapidamente. Tão rápido, na verdade, que apenas ouvimos um horrível zumbido contínuo. Se você nunca o ouviu, ouça um *modem* conectar-se à Internet ou tente ligar para uma máquina de fax – as máquinas de fax também usam *modems* para enviar informação.



Usando o mesmo código que Tom utilizou na loja, tente enviar uma mensagem de correio eletrônico ao seu amigo. Mas facilite as coisas para você e seu amigo, pois vocês não precisam ser tão rápidos quanto um *modem* de verdade !

Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.9)

A "Folha de Atividade: Contar acima de 31" traz uma retomada da proposta da primeira atividade, representar um número natural por composição de potências de base 2, aprimorar os conceitos de sistema de numeração binário, buscando, nessa atividade, utilizar

uma técnica, adaptada a técnica dos 5 cartões, que faz correspondência entre os dedos das mãos e os dígitos binários para contar de zero até 31. Em vez do aluno e da aluna corresponder o dígito 1 binário ao lado do cartão que possuem pontos e corresponder o dígito 0 binário ao lado inverso do cartão (sem pontos), ele e ela irão corresponder os dígitos binários com os dedos das mãos: um dedo levantado poderá ser correspondido ao dígito 1 binário e o dedo abaixado poderá ser correspondente ao dígito 0 binário.

A "Folha de Atividade: Mais Sobre Números Binários" mantêm duas abordagens: uma destaca a questão do posicionamento das ordens numéricas binárias e a outra destaca o bit (dígito binário) como sendo um cartão (contendo ou não pontos) -trabalhado na primeira atividade. A primeira abordagem traz exemplos de composição de potências de base 10 para formar as ordens numéricas de um número representado no sistema decimal para, em seguida, por meio de questões, retomar os conceitos da construção do sistema de numeração binário, da organização dos dígitos e das ordens numéricas; "Mas o que acontece quando você coloca um 0 à direita de um número binário?[...] Tente com outros números para testar a sua hipótese. Qual é a regra? Por que você acha que isso acontece?" (BELL *et al*, 2011, p.11). Estas duas perguntas buscam das alunas e dos alunos a criação de uma técnica e de sua justificativa ou explicação. Isto é interessante, uma vez que a depender da técnica, e de sua justificativa, elaborada, a professora ou o professor poderá identificar (como processo de avaliação) o entendimento, ou não, conceitual de sistema de numeração binário. A segunda abordagem é contextualizada por elementos da computação: quantidade de informação, códigos – tabela ASCII; Não ilustra e nem solicita a construção de alguma técnica. A tarefa pode inferir na utilização de conhecimentos de potenciação (potenciação de base 2): "Procure um teclado e veja quantos caracteres um computador tem que representar. Então, quantos bits são necessários para um computador armazenar todos os caracteres?" (BELL *et al*, 2011, p.11). Esta atividade mantém duas intenções: retomar o conceito de sistema binário (significado das ordens numéricas binárias) e contextualizar os números binários por meio da inserção de conceitos da computação, como bit e tabela ASCII.

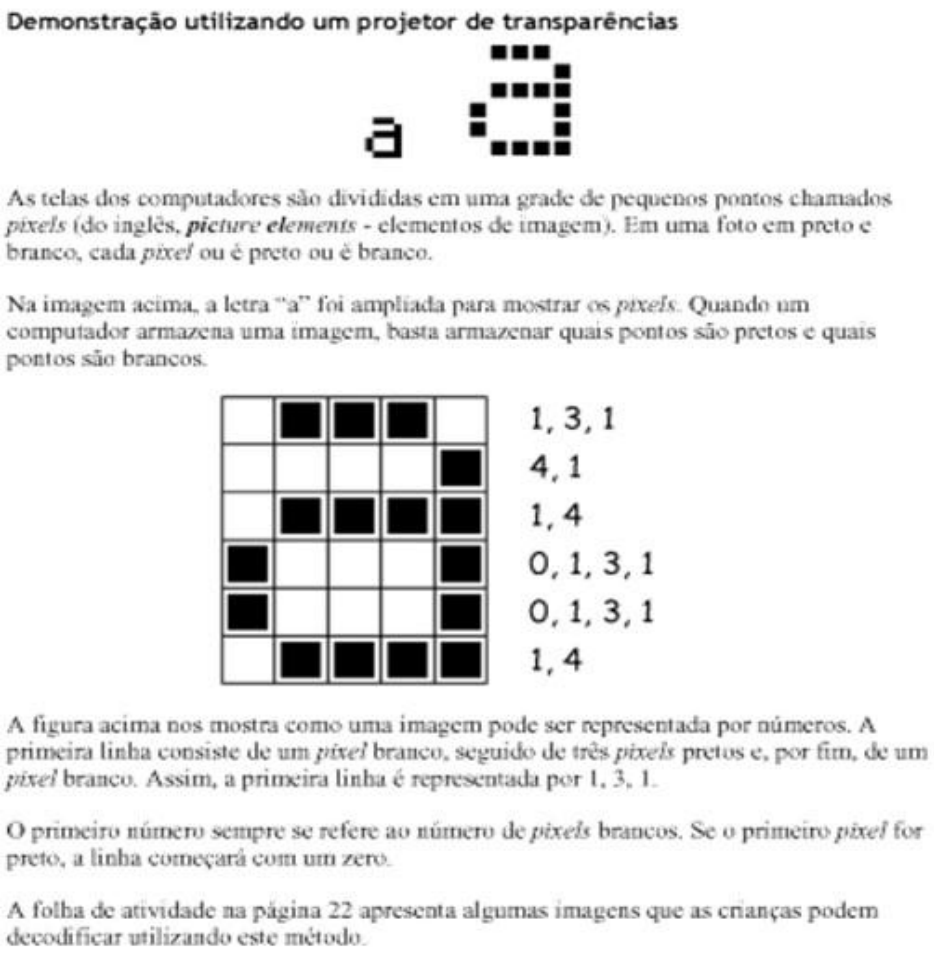
Portanto, a tarefa central, de cunho didático de ensino-aprendizagem, gira em torno do seguinte problema: "como podemos representar palavras e números usando apenas estes dois símbolos [0 e 1]?" (BELL *et al*, 2011, p.3).

A seção "Atividade 2" - "Folha de Atividade: Colorindo com Números" objetiva representar imagens, preta e branca, e colorida por meio de números (processo de codificação/decodificação). Ela é recomendada para crianças a partir de 7 anos de idade e é iniciada por 3 questionamentos:

> O que as máquinas de fac-símile (fax) fazem?"; Em quais situações os computadores precisam armazenar imagens? (Um programa para desenhar, um jogo com gráficos ou um sistema multimídia); Como os computadores armazenam fotos, se estes só podem utilizar números? (BELL *et al*, 2011, p.15).

Primeiro é explicado uma técnica por uma única ilustração, conforme a Figura 46, para posteriormente, a partir da página 17, solicitar atividades ("Atividade1"): "Folha de Atividade: Mini Fax" e "Folha de Atividade: Crie Sua Própria Imagem". A primeira busca trabalhar a codificação de figuras, por meio de 3 tarefas, ou seja, a partir dos números ao lado da tabela quadriculada, a aluna e o aluno serão levados a pintar as células, conforme os números de código apresentados, formando uma imagem, uma em cada tabela quadriculada. A Figura 47 mostra um exemplo de tarefa correspondente a codificação de imagem.

Figura 46 - Explicação de uma técnica para a atividade: "Colorindo com Números"



Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.15)

Figura 47 - Exemplo de tarefa da "Folha de Atividade: Mini Fax"

A primeira imagem é a mais fácil e a última é a mais complexa. É fácil cometer erros. Portanto, procure usar lápis para colorir e uma borracha!

	4,11,3
	4,9,2,1,2
	4,9,2,1,2
	4,11,3
	4,9,5
	4,9,5
	5,7,6
	0,17,1
	1,15,2

Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.17)

Aquela segunda atividade busca o inverso da primeira, ou seja, solicita que o aluno ou a aluna desenhe uma imagem e em seguida é solicitado que escreva na linha pontilhada os números de código (codificação) correspondentes a cada linha do desenho, conforme a Figura 48. Nesta mesma atividade, é solicitado o desenvolvimento de uma outra tarefa e de uma outra técnica, Figura 49, restrita "Para os mais espertos": desenhar uma imagem colorida não considerando apenas o 0 e o 1 correspondentes, respectivamente, a cor branca e a cor preta. Dessa maneira, um conjunto de *pixels* será representado por 2 dígitos binários: o primeiro referindo-se a quantidade de elementos do conjunto (células de cada linha) e o segundo referindo-se a cor.

Figura 48 - Exemplo de tarefa da "Folha de Atividade: Crie Sua Própria Imagem"

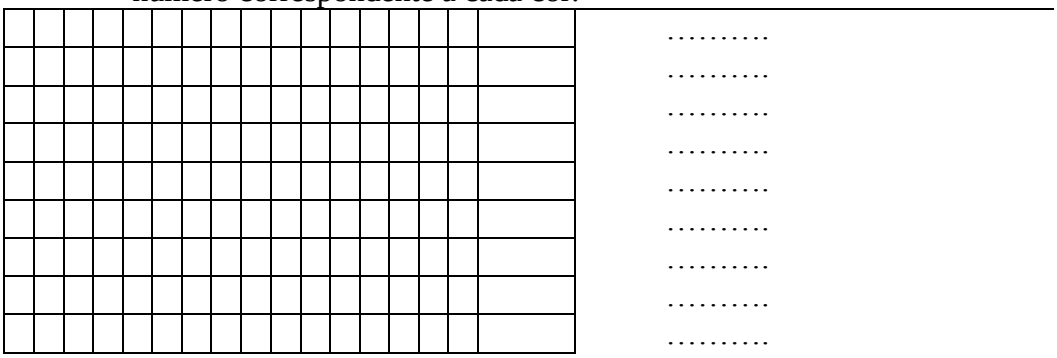
Agora que você sabe como os números podem representar imagens, por que não tentar fazer a sua própria imagem codificada para um amigo? Desenhe sua imagem na grade superior e, ao terminar, escreva os números de código ao lado da grade inferior. Recorte ao longo da linha pontilhada e dê o papel com a grade inferior para um amigo colorir. (Nota: se preferir, você não precisa usar toda a grade, basta deixar algumas linhas em branco no final, caso sua imagem não ocupe toda a grade).

	…….
	…….
	…….
	…….
	…….
	…….
	…….
	…….
	…….

Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.18)

Figura 49 - Exemplo de tarefa da "Para os mais espertos" da "Folha de Atividade: Crie Sua Própria Imagem"

Para os mais espertos: Se quiser produzir imagens coloridas, você pode usar um número para representar a cor (por exemplo, 0 para preto, 1 para vermelho, 2 para verde etc.) Dois números são agora usados para representar um grupo de *pixels:* o primeiro representa o tamanho do conjunto, e o segundo especifica a cor. Tente fazer uma imagem colorida para um amigo. Não se esqueça de dizer ao seu amigo o número correspondente a cada cor.



Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.19)

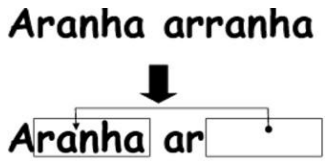
Portanto, a "Atividade 2" - "Colorindo com Números" mantém uma proposta de trabalhar a codificação/decodificação de imagens ou representar uma imagem (preta e branca, e colorida) por meio de números de códigos. O que faz responder o problema apresentado na introdução desta atividade: "como os computadores armazenam fotos, se estes só podem utilizar números" (loc. cit). As tarefas presentes na "Folha de Atividade: Mini Fax" são conduzidas após a ilustração de uma técnica. Já na "Folha de Atividade: Crie Sua Própria Imagem" não apresenta ilustração da técnica, representar uma imagem colorida por meio de dois números, mas é exigida a interpretação de etapas desta técnica no próprio enunciado da tarefa solicitada. No final da "Atividade 2" é sugerido orientações para o desenho das imagens solicitadas naquelas tarefas:

> 1.Tente desenhar com uma folha de papel sobre a grade, de modo que a imagem final possa ser vista sem a grade. A imagem será mais clara.
> 2. Ao invés de colorir a grade, as crianças podem utilizar quadrados de papel colante ou colocar objetos em uma grade maior (BELL *et al*, 2011, p.20).

A seção "Atividade 3" – "Você pode repetir? – Compressão de Texto" objetiva mostrar um técnica de compressão de dados (textos) a partir de 4 atividades: "Folha de Atividade: Você pode repetir?", "Folha de Atividade: Para os mais espertos", "Folha de Atividade: Curto e Grosso" e "Folha de Atividade: Para os realmente espertos". Ela é recomendada para crianças a partir de 9 anos de idade. Justifica o seu estudo afirmando que

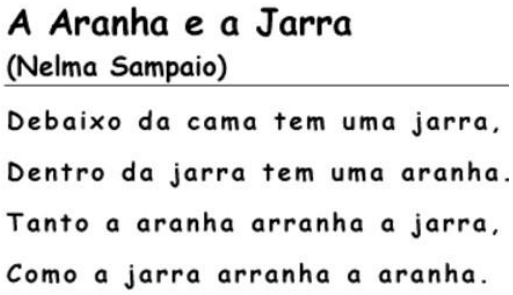
“os computadores devem preservar e transmitir diversos dados. Para não usar muito espaço, ou levar muito tempo para enviar informações através de uma conexão via *modem*, eles comprimem o texto [...]” (BELL *et al*, 2011, p.24). Primeiro orienta o professor e a professora mostrarem o poema “A aranha e a Jarra”, presente na página 25 (Figura 51), para identificar padrões, a partir do seguinte questionamento: “Você consegue encontrar grupos de duas ou mais letras repetidas, ou mesmo palavras ou frases inteiras?” (BELL *et al*, 2011, p.24). Este questionamento direciona o que será preciso primeiro a ser feita na tarefa. Caracterizando-se como a primeira etapa da técnica. É complementada pela seguinte orientação: “Substitua esses padrões por caixas em branco conforme mostrado no diagrama abaixo” (BELL *et al*, 2011, p.24) (Figura 50):

Figura 50 - Exemplo de procedimento para executar a técnica de compressão de texto



Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.24)

Figura 51: Poema A aranha e a Jarra



Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.25)

Na “Folha de Atividade: Você pode repetir?” primeiro articula à resolução de uma tarefa (Figura 52) como base para a resolução das tarefas presentes na “Folha de Atividade: Para os mais espertos”, “Folha de Atividade: Curto e Grosso” e “Folha de Atividade: Para os realmente espertos”.

Figura 52 - Tarefa presente na "Folha de Atividade: Você pode repetir?"

Muitas palavras e letras faltando no trecho deste lindo poema do ilustre poeta português Luiz Vaz de Camões (1524? - 1580). Você pode preencher as letras e palavras que faltam para completá-lo corretamente? Você as encontrará nos retângulos apontados pela seta.

Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.26)

Por esse modelo de compressão de textos, substituição de pelo menos duas ou mais letras iguais por retângulos direcionados por setas à sua respectiva substituição, é solicitada a escolha de um poema ou versinho infantil para ser construído o seu próprio enigma. Em seguida faz a seguinte orientação para a execução da técnica, outra etapa da técnica de compressão: "Certifique-se de que as setas apontem sempre para a parte anterior do texto. O seu poema deve ser capaz de ser decodificado da esquerda para a direita e de cima para baixo, da mesma forma que lemos o texto" (BELL *et al*, 2011, p.26).

Figura 53 - Complementação da técnica de compressão de texto

Em computadores as caixas e flechas são representadas por números. Por exemplo,

Banana

pode ser escrita como **Ban (2,3). "2"** significa contar dois caracteres para trás para encontrar o ponto de partida para a cópia,

Ban___

e **"3"** significa copiar três caracteres consecutivos:

Bana__

Banan_

Banana

Visto que dois números são usados para codificar estas palavras, normalmente, apenas grupos de duas ou mais letras valem a pena ser comprimidas, caso contrário, não há economia de espaço. O tamanho do arquivo poderia até mesmo aumentar se dois números fossem usados para codificar uma letra.

Elabore algumas palavras e as escreva como um computador as escreveria se estas fossem comprimidas. Seus amigos conseguem decodificá-las ?

Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.27)

As demais folhas de atividades recorrem desse mesmo procedimento (técnica), com um detalhe adicional na "Folha de Atividade: Para os mais espertos" que nela é apresentada um exemplo de uma técnica de representação dessas setas e retângulos através de número, conforme Figura 53. Na verdade é uma complementação da técnica anterior, que introduz mais uma etapa de procedimento nos casos em que "textos incompletos apontam para parte dele mesmo" (BELL *et al*, 2011, p.27).

Portanto, a "Atividade 3" mantém articulações entre tarefas e técnica. Esta se trata de uma técnica de compressão de textos, que no decorrer das atividades (tarefas) ela é tratada de maneira crescente de aprofundamento e de complexidade, guiada por questionamentos e orientações didáticas, revelando etapas entrelaçadas às tarefas. A depender do aprofundamento dado as tarefas, caracterizada por nomenclaturas como, "Para os mais espertos", "Para os realmente espertos", a técnica é complementada: primeiro é apresentado a substituição de padrões, de letras ou palavras repetidas, por retângulos guiadas por setas que indicam essas repetições anteriormente, da esquerda para a direita e de baixo para cima assim como foi mostrado na figuras 56 e 58. Posteriormente, em outra tarefa, é trabalhada outra etapa (complementação) da técnica por solicitar a representação desses padrões – representada por retângulos e setas – por meio de números, uma vez que o texto pode conter palavras que apontam para a parte dele mesmo (padrões na mesma palavra, exemplo: banana). E por fim, nas duas últimas atividades, páginas 28 e 29, desafia o estudante a registrar a maior quantidade de letras iguais (pelo menos duas letras) e a criar uma versão compreendida (codificada, comprimida) da estória dos Três Porquinhos.

A seção "Atividade 4" – "A Mágica de virar as cartas – Detecção e Correção de Erros", página 31, objetiva mostrar duas técnicas de detecção de erros, e uma destas, estudara sua correção a partir de duas atividades: "O Truque de Mágica" e "Um exemplo prático para os mais espertos!". Ela é recomendada para crianças a partir de 9 anos de idade. Justifica o estudo dessas técnicas apresentadas pela realização dessas atividades ao considerar alterações, indevidas, no armazenamento ou na transmissão de dados entre dois computadores. A partir desse contexto computacional, "utiliza um truque de mágica para mostrar como detectar quando os dados foram corrompidos e como podemos corrigi-los" (BELL *et al*, 2011, p.31). Aquela primeira atividade, páginas 32 e 33, é iniciada pela explicação dos passos da técnica para em seguida ser executada conforme mostrado na Figura 54.

Figura 54 - Atividade 4 – O "Truque de Mágica"

O "Truque de Mágica"

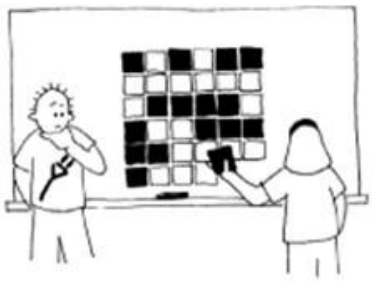
Demonstração

Esta é a sua chance de se tornar um mágico !

Você precisará de um conjunto de cartas iguais de duas faces. (Para fazer suas próprias cartas, corte uma folha grande e colorida apenas de um lado). Para a demonstração, é mais fácil usar cartas magnéticas e planas com uma cor diferente em cada lado—ímãs de geladeira são ideais.

1. Escolha uma criança para dispor as cartas aleatoriamente em um quadrado de dimensões 5 × 5.

Casualmente adicione outra linha e coluna, "apenas para dificultar o truque".



Essas cartas são a chave para o truque. Você deve escolher as cartas adicionais para assegurar que haja um número par de cartas coloridas em cada linha e coluna.

2. Peça a uma criança para virar apenas uma carta enquanto você cobre seus olhos. A linha e coluna que contém a carta modificada agora terão um número ímpar de cartas coloridas, e isto identificará a carta modificada.

As crianças conseguem adivinhar como o truque é feito ?

Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.32)

Por meio de perguntas, direciona a resolução dessa atividade: "Quantas cartas coloridas estão em cada linha e coluna? Trata-se de um número par ou impar? [...] Agora, vire a carta. O que você nota sobre a linha e a coluna dessa carta?" (BELL *et al*, 2011, p.33). Depois de trabalhar tarefas atreladas a técnica, elabora 4 tarefas de aprofundamento ou reformulação dessa técnica, representada como "Atividade de Extensão":

> 1. Tente usar outros objetos. Tudo o que tem dois "estados" é apropriado. Por exemplo, você poderia utilizar cartas de baralho, moedas (cara ou coroa) ou cartões impressos com 0 ou 1 (para referir-se ao sistema binário).

> 2. O que acontece quando duas ou mais cartas são viradas? (Nem sempre é possível saber exatamente quais duas cartas foram viradas, embora seja possível dizer que alguma coisa foi modificada. Normalmente, é possível restringir a um dos dois pares de cartas. Após 4 viradas, é possível que todos os bits de paridade estejam corretos e, por isso, o erro poderia passar despercebido).
> 3. Outro exercício interessante é considerar a carta do lado inferior direito. Se você a escolhe como correta para a coluna logo acima, então ela estará para a fila à sua esquerda? (A resposta é sim, sempre).
> 4. Neste exercício de cartas empregamos a paridade par – usando um número par de cartas coloridas. Podemos fazer como paridade impar? (Isso é possível, porém a carta do lado direito somente funciona para a sua linha e coluna se o número de linha e colunas são ambos pares ou impares. Por exemplo, isso funciona bem para um quadrado 5 x 9 ou 4 x 6, mas não para um quadrado 3 x 4) (BELL *et al*, 2011, p.33).

A tarefa 1 enfatiza a utilização do sistema de numeração binário como maneira de representação dicotômica, seja pela utilização de duas moedas, cartões impressos como 0 e 1, entre outras. Essa recomendação é útil tanto por servi-lo como outras opções de materiais de apoio para a execução da atividade como também ela é interessante por destacar a "ideia" utilizada em representar artefatos da realidade por meio de atributos numéricos. As outras três tarefas (2, 3 e 4) trabalham outras perspectivas daquela primeira atividade,o que, de certo modo, testa a veracidade da técnica trabalhada.

A atividade "Um exemplo prático para os mais espertos!", páginas 34 e 35, aborda uma técnica de detecção e correção de erros em códigos de livros chamada de ISBN (*International Standard Book Number*). Esta técnica é primeira explicada por meio de uma ilustração. Posteriormente é trabalhada por meio de tarefas, que treinam e testam as limitações dessa técnica.Um exemplo de tarefa de exercitação é: "Pesquise e verifique códigos reais de ISBN em sua sala de aula ou na biblioteca" (BELL *et al*, 2011, p.35). Um exemplo de tarefa de verificação de veracidade da técnica: "Quais tipos de erros aconteceriam e não seriam detectados?" (BELL *et al*, 2011, p.35).

Portanto, a "Atividade 4" mantém articulações entre tarefas e técnicas. Estas foram identificadas como técnicas de detecção e correção de erros de códigos. A primeira por meio de uma atividade lúdica ("O Truque de Mágica"), chamada de jogo, e a outra ("Um exemplo prático para os mais espertos!") por meio de uma técnica, real, adotada em códigos de (barras) livros pela ISBN. As tarefas têm cunho de exercitação das técnicas como também tem o papel de discussão e verificação de suas veracidades. Dessa forma, o bloco prático-técnico é trabalhado por meio de contexto da Computação, como por meio de atividade lúdica, sendo que as tarefas partem da explicação inicial das técnicas.

A seção “Atividade 5” – “Vinte Palpites – Teoria da Informação”, página 37, objetiva introduzir uma técnica para mensurar o conteúdo da informação, a partir de duas atividades “Atividade das Vinte Perguntas” e “Folha da Atividade: Árvores de Decisão”. Ela é recomendada para crianças a partir de 10 anos de idade e justifica o seu estudo por meio de uma problemática:

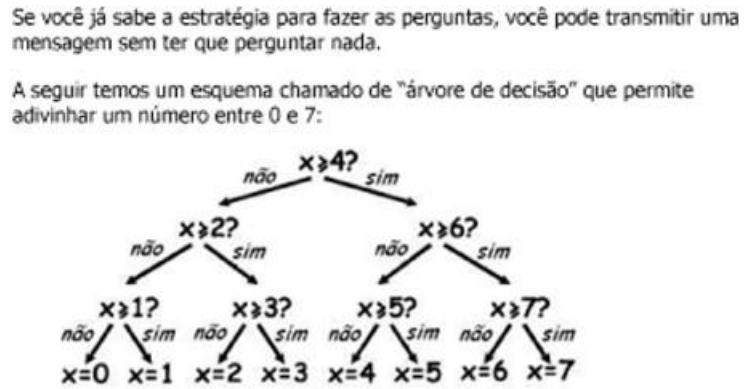
> Quanta informação existe em 1.000 páginas de livro? Existe mais informação e, 1.000 páginas de uma lista telefônica, ou em uma resma de 1.000 folhas de papel em branco, ou no livro Senhor dos Aneis de Tolkien? Se podemos mensurar isto, podemos estimar quanto espaço é necessário para armazenar informação. Por exemplo, você consegue ler a seguinte frase?
> Vc cnsg lr td?
> Você consegue, provavelmente, porque não há muitas “informações” nas vogais. Esta atividade introduz uma forma de mensurar o conteúdo da informação (BELL *et al*, 2011, p.37).

A “Atividade das Vinte Perguntas” recorre à uma “adaptação do jogo das 20 perguntas” (BELL *et al*, 2011, p.39). Semelhante ao “Jogo da Forca. Primeiro é sugerido a discussão com as crianças a respeito do que é informação. Posteriormente, orienta determinadas perguntas a respeito da possibilidade medir informação e do seu por que: “Como podemos medir a quantidade de informação que haveria em um livro? O importante é o número de páginas ou de palavras? O livro pode ter mais informações do que outro? [...] Como o valor de surpresa de uma mensagem pode ser mensurado?” (BELL *et al*, 2011, p.38).

A “Folha da Atividade: Árvores de Decisão” trabalha uma técnica de medir a informação relacionada com os números binários, chamada de “árvore de decisão”. O que faz retomar a abordagem deste sistema numérico na “Atividade 1”. Primeiro é ilustrado uma “árvore de decisão” (Figura 55). Posteriormente é acrescida perguntas que direcionam a compreensão de como medir a quantidade de informação:

> Quais são as decisões/escolhas da forma sim/não necessárias para ‘adivinhar’ o número 5? Quantas decisões sim/não você deve tomar para descobrir um número qualquer? Agora veja algo extremamente fascinante. Abaixo dos números 0, 1, 2, 3..., na última linha da árvore, escreva o número em binário (veja a Atividade 1) (BELL *et al*, 2011, p.40).

Figura 55 - Árvore de decisão - "Folha da Atividade: Árvores de Decisão"



Fonte: (BELL, *et al*, 2011, p.40)

As duas atividades trabalham uma técnica para medir a quantidade de informação, baseada em respostas contendo apenas, sim/não, gerida por perguntas que tomam como estratégia a inclusão/exclusão de padrões (Exemplo: É uma vogal? É masculino? É um mamífero?), assim como ilustrada, por meio da árvore de decisão, que pergunta a partir de metades de intervalos de conjuntos de números, de letras, de palavras, etc. As técnicas são apresentadas após a elaboração de tarefas e depois retomadas como forma de exercícios, verificação da técnica estudada. Portanto, existe relação entre tarefas e a técnica estudada. Essa foi identificada como sendo uma técnica de mensuração de quantidade de informação. Dessa forma, o bloco prático-técnico é trabalhado nessa seção.

- ***Momento de constituição do bloco tecnológico-teórico:*** a página 2, primeira página a abordar o estudo de números binários, explica os elementos teóricos da computação, de maneira superficial, sobre a origem da palavra computador e o seu significado:

> A palavra computador tem origem no latim *computare*, que significa calcular ou adicionar, mas os computadores são hoje mais do que apenas uma gigante calculadora. Eles podem ser uma biblioteca, ajudar-nos a escrever, encontrar informações, até mesmo reproduzir músicas e filmes. Então, como eles armazenam toda essa informação? Acredite ou não, o computador usa apenas dois elementos: zeros e uns! (BELL *et al*, 2011, p.2)

Nesta mesma página, também distingue dados de informação: "dados são a matéria-prima, os números [binários] com os quais os computadores trabalham. Um computador transforma seus dados em informações (palavras, números e fotos) que você e eu podemos compreender" (BELL *et al*, 2011, p.2) .

As atividades e as técnicas utilizadas são justificadas após as suas abordagens na página 12, seção, "De que se trata tudo isso?". Nesta seção existe, portanto, elementos do bloco tecnológico-teórico. Tanto a técnica que utiliza 5 cartões ("Folha de Atividade: Números Binários" (loc. cit)) marcados por pontos (quantidade de pontos em potências de 2, começando de 1) em um lado e nada do outro lado, como a técnica que utiliza lâmpadas ("Folha de Atividade: Enviar mensagens Secretas" (loc. cit)); E como a técnica que utiliza códigos: bip e bop ("Folha de Atividade: Correio Eletrônico e *Modens*" (loc. cit)); recebem a seguinte justificativa e explicação, baseada em conceitos teóricos e contextos da computação: "quando um cartão está com a face para baixo, sem mostrar os pontos, este cartão é representado por um zero. Quando os pontos são exibidos, o cartão é representado por um. Este é o sistema binário" (BELL *et al*, 2011, p.4). Além disso, "cada zero ou um é chamado de *bit* (dígito binário)" (BELL *et al*, 2011, p.12). Por sua vez,

> Cada um dos cartões que utilizamos até agora representa um bit no computador (bit é a abreviação do termo em inglês **bi**nary digi**t** – dígito binário). Dessa forma, o código alfabético que utilizamos até então pode ser representado usando apenas cinco cartões, ou bits (BELL *et al*, 2011, p.11).

Justifica o termo "binário" de sistema binário, "[...] porque utiliza [apenas] dois dígitos distintos. Também é conhecido como base dois" (BELL *et al*, 2011, p.12), e o aprofunda, por meio de conceitos e contextos da computação:

> Um bit é normalmente é representado na memória principal do computador por um transistor, que pode estar ligado [1] ou desligado [0], ou um capacitor, que pode estar carregado [1] ou descarregado [0]. [...] Quando os dados devem ser transmitidos por uma linha telefônica ou enlace de rádio, tons de alta e baixa frequências são utilizadas para o zero e uns. Em discos magnéticos (disquetes e discos rígidos) e fitas, os bits são representados pela direção de um campo magnético sobre uma superfície revestida, podendo ser norte-sul ou sul norte. [...] CDs de áudio, CD-ROMs e DVDs armazenam bits de forma ótica – parte da superfície corresponde a um bit reflete ou não a luz (BELL *et al*, 2011, p.12).

Nessa mesma página da citação acima, define byte como sendo igual a um grupo de oito bits. Complementa essa definição por meio de uma breve abordagem a respeito de velocidade de processamento de dados:

> A velocidade de um computador depende do número de bits que este pode processar de uma só vez. Por exemplo, um computador de 32 bits pode processar números de 32 bits em uma única operação, ao passo que um

> comutador de 16 bits divide os números de 32 bits em partes menores, o que o torna mais lento (ibidem).

Conclui a "Atividade 1" afirmando que "os computadores atualmente utilizam o sistema binário para representar informações. [...] Em suma, bits e bytes são tudo que um computador utiliza para armazenar e transmitir números, textos e todas as outras informações" (BELL *et al*, 2011, p.12).

Portanto, os elementos do bloco tecnológico-teórico presentes na "Atividade 1" – "Números Binários" são apresentados após os elementos do bloco prático-técnico, existindo uma sintonia entre os elementos praxeológicos: as tarefas propostas foram contempladas por técnicas manipuláveis (como exemplo, os 5 cartões pontuados por quantidades representadas por potências de 2), justificadas por corresponder um cartão a um bit e, teorizadas, superficialmente, por um contexto da computação.

A abordagem realizada na "Atividade 2" - "Colorindo com Números", tarefas e técnicas são contextualizadas por elementos da computação na seção, "De que se trata tudo isso?" (loc. cit). Mostra o sentido de solicitar o desenho de uma imagem, preta e branca, por meio de números de códigos, pelo fato de que

> Uma máquina de fax é basicamente um computador simples que efetua uma varredura sobre uma página em preto e branco, armazena-a em, aproximadamente, 1000 x 2000 *pixels*, quês ão transmitidos através de um *modem* para outra máquina de fax. Esta última, por sua vez, imprime os *pixels* em uma página. Imagens impressas por fax geralmente têm grandes blocos de *pixels* brancos (por exemplo, as margens) ou pretos (por exemplo, uma linha horizontal) (BELL *et al*, 2011, p.21).

Destaca que as telas de computadores são formadas por *pixels:* "As telas dos computadores são divididas em uma grade de pequenos pontos chamados *pixels* (do inglês, ***pi****cture* ***el****ements* – elementos de imagem). Em uma foto preto e branco, cada *pixel* ou é preto ou é branco" (BELL *et al*, 2011, p.15).

A "Atividade 2" - "Colorindo com Números" também revela que a técnica utilizada para representar uma imagem colorida por meio de 2 números para representar um grupo de *pixels*, é uma técnica de compressão utilizada em computadores para economizar o espaço de armazenamento de dados, chamada de '*run-length coding'*. Justifica a utilização de técnicas de compressão de dados devido ao melhor performance de transmissão, velocidade de processamento e de armazenamento de dados, ou seja,

> Se as imagens não fossem comprimidas, estas levariam muito mais tempo para serem transmitidas e exigiriam muito mais espaço para armazenamento. Isso tornaria inviável enviar páginas de fax ou colocar fotos em uma página de Internet. Por exemplo, imagens de fax são geralmente comprimidas para aproximadamente um sétimo do seu tamanho original. Sem a compressão, estas demorariam sete vezes mais para serem transmitidas! (BELL *et al*, 2011, p.21).

No final da "Atividade 2" - "Colorindo com Números", no tópico, "Ponto para discussão", apresenta uma justificativa porque a quantidade de *pixels* é limitada: "Geralmente há um limite para o tamanho de um grupo de pixels porque o tamanho é representado por um número binário" (BELL *et al*, 2011, p.20).

Portanto, os elementos do bloco tecnológico-teórico presentes na "Atividade 2" - "Colorindo com Números" é apresentado, por um contexto da Computação, após os elementos do bloco prático-técnico. No entanto, não identificamos justificativas ou explicações pertinentes às veracidades das técnicas ilustradas ou motivadas por tarefas, nem tão pouco elementos teóricos.

Na seção "De que se trata tudo isso?" da "Atividade 3", página 30, é revelada informações a respeito da técnica de compressão estudada:

> O método utilizado nesta atividade, baseado no princípio de apontar para ocorrências anteriores de blocos de texto, e muitas vezes referido como "codificação Ziv-Lempel" ou "codificação LZ", e foi inventado por dois professores israelenses na década de 1970. Este método pode ser usado para qualquer idioma e pode facilmente reduzir a metade o tamanho dos dados a serem compactados. É, por vezes, referido como "zip" em computadores pessoais, é também utilizado em imagens do tipo "GIF", bem como em modems de alta velocidade(BELL et al, 2011, p.30).

Além disso, reforça a justificativa de realização das atividades, do estudo de uma técnica de compressão de textos, ao enfatizar a necessidade de reduzir a quantidade de capacidade de armazenamento e de transmissão de dados via modem ou por computadores. Exemplo:

> Ao invés de comprar mais espaço de armazenamento ou um modem mais rápido, podemos *comprimir* os dados para que estes ocupem menos espaço. Tal processo de compressão e decompressão de dados é geralmente feito automaticamente pelo computador. Assim, notamos que o disco possui mais espaço disponível ou que as páginas da internet são exibidas mais rapidamente, porém, o computador está, na verdade, realizando mais processamento (BELL *et al*, 2011, p.30).

A atividade 3 é contextualizada por meio da Computação. No entanto, não identificamos, nessa atividade, justificativas e explicações referentes à veracidade da técnica estudada (codificação Ziv-Lempel), nem tão pouco, alguma teoria que a fundamentasse. Portanto, na "Atividade 3" existe a justificativa das tarefas realizadas fazerem parte dos princípios da técnica de compressão, chamada codificação Ziv-Lempel ou codificação LZ, mas não existe explicação por que esta técnica funciona e como ela funciona no computador ou modem.

A atividade 4 apresentou duas técnicas como visto no momento didático anterior. Tanto a primeira, "O Truque de Mágica", como a segunda atividade, "Um exemplo prático para os mais espertos!", são justificadas computacionalmente. É explicado que a linha e a coluna acrescentada na primeira técnica são bits de paridade assim como na segunda técnica, o último dígito (o décimo) do código do ISBN representa bit de paridade, ou seja, o bit de paridade é um mecanismo de detecção de erro. A primeira técnica recorre à regra das linhas e das colunas serem pares, o bit de paridade ou a última célula da tabela é quem "força" a linha ou a coluna (da 1ª a 5ª célula da linha – da esquerda para a direita - ou da coluna – de cima para baixo) continuar par (número par de células pretas), neste caso o bit de paridade é igual a 0 (cor branca) ou a linha (da 1ª a 5ª célula da linha – da esquerda para a direita - ou da coluna – de cima para baixo) continuar impar (número impar de células pretas), nesse caso o bit de paridade é igual a 1 (cor preta). A segunda técnica recorre à aritmética (cálculo de expressões numéricas) para mostrar a sua veracidade, ou seja, o último dígito do código ISBN ou o dígito de paridade é quem confirma a veracidade da técnica, caso o cálculo da expressão numérica, após dividida por 11, seja igual ao valor da paridade (última célula do código ISBN).

> A mesma técnica que foi utilizada no jogo de "virar as cartas" é usada em computadores. Colocando bits em linhas e colunas imaginárias, e acrescentando bits de paridade para cada linha e coluna, podemos não somente detectar se ocorreu erros, mas *quando* este erro aconteceu. O valor do bit incorreto é modificado e, com isso, realizamos sua correção.
> Obviamente, os computadores usam frequentemente sistemas de controle de erros mais complexos de detectar e corrigir erros múltiplos. O disco rígido em um computador tem uma grande quantidade de espaço alocado para corrigir erros para que este funcione de forma confiável ainda que parte do disco falhem. Os sistemas utilizados para este fim são bastante próximos ao esquema da paridade (BELL *et al*, 2011, p.36).

A citação acima tenta responder, superficialmente, o seguinte questionamento: O que ou quem garante a veracidade da técnica? É atribuído ao dígito de paridade como elemento auto-explicativo. Dessa maneira, a técnica é justificada pelo próprio procedimento da técnica.

Nesse caso, não interpretamos como justificativa para mostrar a veracidade das técnicas. O acréscimo de bits faz parte da estratégia do próprio funcionamento das técnicas. Não existe demonstração, por exemplo, para confirmar que sempre o último dígito do código ISBN será o calculo da expressão dividida por 11. O que responderia a seguinte pergunta: Por que a técnica funciona? Portanto, não identificamos elementos tecnológicos e nem teóricos. O bloco prático-técnico é contextualizado pela Computação, mas não é justificado, explicado o porquê do funcionamento das técnicas, o que neste caso, não apresenta elementos tecnológico-teórico.

A "atividade 5" apresenta uma técnica de quantificação de informação por meio de duas atividades "Atividade das Vinte Perguntas" e "Folha da Atividade: Árvores de Decisão" como relatada no momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica τ_i. A técnica é justificada e explicada ao afirmar que o número de perguntas feitas configura-se no valor da medida de informação. Além disso, "a quantidade de informação contida nas mensagens é mensurada pela dificuldade em adivinhá-las. O jogo nos fornece uma ideia disso" (BELL *et al*, 2011, p.38). As perguntas elaboradas nas tarefas direcionam a compreensão dessa estratégia, de forma que "cada resposta sim/não equivale a um bit 1/0". Esse artifício é fundamentado por elementos tecnológico-teórico ao afirmar que

> Shannon chamou as informações relativas aos conteúdos de uma mensagem de 'entropia'. A entropia depende não apenas do *número* de resultados possíveis – dois, no caso do lançamento de uma moeda – mas também na *probabilidade* disso acontecer. Acontecimentos improváveis ou informações surpreendentes requerem mais perguntas para adivinhar a mensagem porque estes nos fornecem mais informações além das quais já sabíamos, como no caso de ir em um helicóptero para a escola (BELL *et al*, 2011, p.41).

A citação acima é complementada ao afirma que "[...] a quantidade de 'informação' contida numa mensagem depende do que você já sabe. Às vezes, perguntamos algo que evita fazer diversas perguntas. Neste caso, o conteúdo de informação é baixo" (BELL *et al*, 2011, p.41).

Outro ponto de fundamentação tecnológico-teórico citado é que "[...] não pode comprimir uma mensagem de tal forma que esta ocupe menos espaço [de armazenamento] do que sua entropia [...]" (BELL *et al*, 2011, p.41).

As tarefas presentes na "Atividade 5" são contextualizadas por elementos da Computação, entre elas, destacamos: "o método de adivinhação também pode ser usado para

construir uma interface de computador que produz a próxima letra que o usuário digitará!" (BELL *et al*, 2011, p.41).

A mensuração de informação é relacionada com o estudo de números binários. Por meio da correspondência entre o valor ou a letra ou o caractere ou da coisa "adivinhada" e o código binário, conforme a Figura 55, nesse caso,temos que os números, a serem adivinhados, podem ser representados por códigos binários, ao passo que mantendo apenas repostas sim/não, ao final, teremos um sequência de 0s e 1s por meio da representação de sim por 1 e de não por 0. Ou seja, "no jogo de adivinhar números, procuramos escolher as perguntas de tal forma que a sequência de respostas sirva para representar o número exatamente dessa maneira" (BELL *et al*, 2011, p.40).

Portanto, o bloco prático-técnico é justificado por elementos do bloco tecnológico-teórico e também são contextualizados por elementos da Computação.

- ***Momento de institucionalização:*** o livro está estruturado em três partes: "Representando informações[25]", "Algoritmos" e "Representando Procedimentos", que apresentam conceitos e técnicas fundamentais da Ciência da Computação por meio de atividades lúdicas. Esta primeira parte é, inicialmente, página 2, constituído por questionamentos para investigação de ensino: "Como os computadores desenham imagens?"; "Como funcionam os aparelhos de fax?"; "Qual a forma mais eficaz de armazenar grandes quantidades de dados?"; "Como evitar erros?" e "Como mensurar o volume [capacidade] de informação que desejamos armazenar?" Por meio desses questionamentos, organizados em 5 atividades ou 5 temas, busca-se ilustrar, "formas utilizadas pelos computadores na representação dos dados tratando de temas como armazenamento e representação da informação (números binários, texto e imagens) e compressão de dados" (BELL *et al*, 2011, p.i). A proposta é trabalhar esses fundamentos de Ciência da Computação, sem a utilização de computadores, para crianças a partir de 7 anos de idade, a depender daquelas 5 atividades, por um contexto significativo. É destacado que essas atividades: tomam conhecimento de elementos da Matemática como números binários, criptografia, ordenamento, entre outros, e da Computação, por meio de compressão de dados e do funcionamento do computador, por exemplo; "desenvolvem habilidades de comunicação, resolução de problemas, criatividade, e cognição" (BELL *et al*, 2011, p.ii).

- ***Momento de trabalhar a técnica:*** as 7 técnicas são trabalhadas nas "Folhas de Atividades" ou no próprio corpo de cada seção. Ora as técnicas são articuladas ou/e

[25] Iremos apenas analisar a primeira parte porque faz relação direta com os números binários.

complementadas ou aprofundadas no próprio enunciado das tarefas por meio de gerenciamento de perguntas (“Números Binários”, “Trabalhar com Números Binários”, “Correio Eletrônico e Modems”, “Contar acima de 31”, “Você Pode Repetir?”, “Para os Mais Espertos”, “O Truque de Mágica”, “Atividade das Vinte Perguntas”, “Árvores de Decisão”); Ora são trabalhadas após a ilustração de técnica (“Enviar Mensagens Secretas”, “Mini Fax”, “Crie a Sua Própria Imagem”, “Curto e Grosso”, “Para os realmente espertos”, “Exemplo prático para os mais espertos”).

- ***Momento de avaliação:*** não é apresentado indicadores de avaliação. Os problemas e os exercícios são elaborados por meio de perguntas, não sendo configurados por número de questões ou itens.

Critérios de avaliação praxeológica didática e praxeológica computação referentes ao estudo de números binários

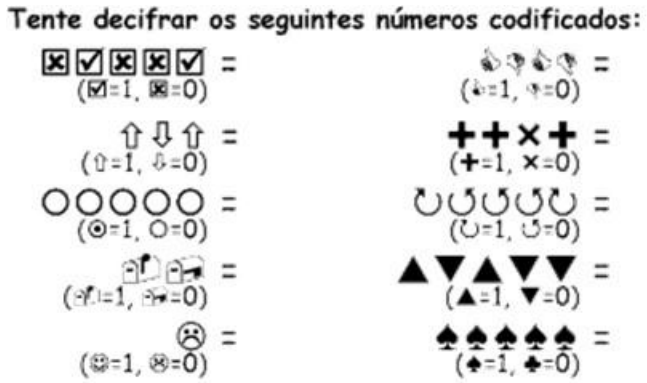
- ***Critério de identificação:*** considerando a abordagem do estudo de números binários ser destinada a crianças, o seu nível de aprofundamento é satisfatório. Existe a elaboração de tarefas atreladas à exercitação de técnicas e algumas delas são justificadas e fundamentadas teoricamente. Identificamos 20 tipos de tarefas: converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário; converter um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal; identificar padrões ou sequências; representar um número natural como composição de potências de base 2; criar uma técnica que possibilite formar qualquer número natural como composição de potências de base 2; calcular expressões numéricas; contar, por meio do sistema binário, utilizando os dedos das mãos; explicar elementos conceituais de sistema de numeração binário; calcular a quantidade de bits necessários para armazenar caracteres em um computador; desenhar imagens a partir da decodificação de números de código; desenhar imagens a partir ou decorrentes da criação de números de código; descomprimir texto - preencher as letras ou palavras que faltam nos retângulos guiados por setas; comprimir texto – escolher um poema ou versinho e comprimi-lo; contar quantas letras existem em um texto comprimido; detectar e corrigir erros de códigos; analisar a técnica; determinar quais são as decisões/escolhas da forma sim/não necessárias para encontrar algo; determinar quantas decisões/escolhas da forma sim/não você deve recorrer para descobrir algo; construir uma árvore de decisão para descobrir a idade de alguém e construir um jogo de adivinhação. A subtarefa mais presente é representar dados por dígitos binários. A maioria das tarefas tem cunho didático, direcionam a

execução de determinada etapa da técnica, como exemplo: “Quais são as decisões/escolhas da forma sim/não necessárias para ‘adivinhar’ o número 5? Quantas decisões da forma sim/não deve tomar para descobrir um número qualquer?” (loc. op).

- ***Critério de razão de ser***: os elementos praxeológicos giram em torno de dois questionamentos: como armazenar informações nos computadores? Como números, palavras e imagens podem ser representados por dígitos binários? A partir disso, são trabalhadas técnicas de representação de imagens, números e palavras usando apenas dois dígitos binários, 0 e 1; técnicas de compressão de dados (textos e imagens); técnica de medição de informação; técnicas de codificação e de detecção e correção de erros. Portanto, por um contexto computacional e matemático, os números binários são estudos porque “os computadores atualmente utilizam o sistema binário para representar informações” (loc. op); porque são utilizados para representar dados via armazenamento, transmissão, compressão, codificação, detecção e correção de erros.

- ***Critério prático-técnico:*** na página 7, representa os algarismos binários por meio de outros símbolos (códigos), disso, solicita que a aluna e o aluno decifrem os códigos(Figura 56). Busca converter números representados por diferentes tipos de símbolos em números representados nos sistema de numeração binário. Ao nosso ver, não fica claro o objetivo de se adotar outros símbolos diferentes de 0 e de 1 para representar números no sistema binário. Seria por que a atividade da página seguinte, página 8, poderia representar os dígitos binários por meio de lâmpadas de árvore de Natal acessa ou apagas? Ou seja, a lâmpada acessa poderia ser correspondida ao dígito 1 binário e a lâmpada apagada poderia se correspondida ao dígito 0 binário. Dessa maneira, a tarefa solicitada na página 7, “tente decifrar os seguintes números codificados”, poderia ser uma intenção didática, servindo de embasamento para a resolução da tarefa da página 8 (Figura 44). Até porque faz correspondência a esses dois algarismos. Poderia ser feita ao invés de definir cada símbolo pelo seu correspondente, 0 ou 1, ficaria a critério de sua escolha aos próprios alunos e alunas identificarem uma relação possivelmente existente entre os símbolos ☑☒👍👎✚✖ e os dígitos binários. Além disso, não existe orientação ao docente a respeito de que tanto os símbolos 0 e 1 ou qualquer um daqueles tomados como opostos, podem compor a representação de um número no sistema de numeração binário.

Figura 56 - Tarefa da página 7: decifrando códigos



Fonte: (BELL *et al*, 2011, p.7)

A técnica de conversão de um número representado no sistema de numeração binário em um número representado no sistema de numeração decimal é clara e interessante, uma vez que recorre de uma atividade lúdica, manipulável, por meio de cartões. Embora, a técnica de conversão de um número representado no sistema de numeração decimal em um número representado no sistema de numeração binário não seja ilustrada no livro. Porém, ela é solicitada por meio de uma tarefa: "Tente formar os números 1, 2, 4, nessa ordem. Depois disso, você consegue descobrir um método de virar as cartas que permitem formar qualquer número?" (loc. cit). O que é interessante uma vez que estimula o raciocínio matemático em criar mecanismos pertinentes a resolução de problemas.

Na "Atividade 2" são estudadas duas técnicas, τ_2 e τ_3, como exemplo de codificação/decodificação de imagens (preta e branca, e colorida). Está bem clara, tanto a proposta de ensino, representar imagens armazenadas em computadores por meio de números (naturais), quanto a execução das técnicas. Elas são trabalhadas por atividades lúdicas (pinturas em tabelas e desenhos), o que pode motivar e fomentar a aprendizagem de crianças a partir de 7 anos (idade recomendada). São sugeridas orientações referente a execução das tarefas, o que pode auxiliar a sua execução. Como exemplo:

> Tente desenhar com uma folha de papel sobre a grade, de modo que a imagem final possa ser vista sem a grade. A imagem será mais clara. Ao invés de colorir a grade, as crianças podem utilizar quadrados de papel colante ou colocar objetos em uma grade maior (BELL *et al*, 2011, p.20)

A técnica τ_4 é apresentada por etapas, o que é didaticamente aconselhada, desde a identificação de padrões nos textos, letras ou palavras repetidas, até a criação de um código numérico para representar estes padrões, assim como visto aqui na descrição de seu

procedimento. Estas etapas são orientadas por subtarefas ou dicas, como exemplo: “Você consegue encontrar grupos de duas ou mais letras repetidas, ou mesmo palavras ou frase inteiras?” (loc. op); “Certifique-se de que as setas apontem sempre para uma parte anterior do texto” (loc. op); “Tente evitar o uso demasiado de setas. Deixe bastante espaço livre em volta das letras e palavras ao escrever de modo que você tenha espaço para os retângulos e as setas que apontam para estes” (BELL *et al*, 2011, p.26). Dessa forma, as tarefas e subtarefas são atreladas à técnica que de certa maneira norteia a sua execução.

As técnicas τ_5 e τ_6 são ilustradas e posteriormente são exercitadas por tarefas em forma de perguntas sem algum tipo de identificação. São elaboras tarefas e subtarefas de suporte e/ou aprofundamento da técnica, o que de certa maneira pode auxiliar na compreensão do estudo apresentado. Exemplo de perguntas de suporte: “Quantas cartas coloridas estão em cada linha e coluna? Trata-se de um número par ou impar?” (loc. op). Exemplo de perguntas de aprofundamento: “o que acontece quando duas ou mais cartas são viradas?” (loc. op) “Você pode alterar um dígito e ainda obter a soma verificadora correta?” (loc. op).

A “Atividade 5” não evidencia que a técnica τ_7 é empregada por estratégia ótima, por considerar, apenas, respostas sim ou não, tomando-se a sequência em ordem alfabética ou numérica. Ou seja, a técnica adotada para medir informação, a partir da descoberta de um número, por meio de elaboração de perguntas contendo sim ou não como respostas, inserido em um intervalo de números, não enfatiza a necessidade dos números estarem em ordem crescente ou decrescente no intervalo, o que seria uma condição para tal método. É mostrada uma “árvore de decisão”, na página 40, como uma representação visual da técnica de medir informação. O que é interessante pelo fato de evidenciar a representação dos números como códigos binários. Dessa maneira, articula a proposta de mostrar uma técnica para medir informação conjunta com o estudo de números binários, vista na Atividade 1, assim como exposto abaixo:

> Agora veja algo extremamente fascinante. Abaixo dos números 0, 1, 2, 3, ..., na última linha da árvore, escreva em binário (veja a Atividade 1).
> Olhe cuidadosamente para a árvore. Se não = 0 e sim = 1, o que você nota?
> No jogo de adivinhar números, procuramos escolher as perguntas de tal forma que a sequência de respostas sirva para representar o número exatamente dessa maneira (BELL *et al*, 2011, p.40)

Além disso, articula questionamentos que podem oportunizar a compreensão das alunas e dos alunos sobre a relação existente entre os números binários e cada número do intervalo, sendo este representado por meio de códigos binários. Dessa forma, o conteúdo não

é “transferido” para o aluno e para a aluna, mas a partir de questionamentos, os alunos e as alunas podem estruturar a sua própria aprendizagem. O contexto da computação é relevante uma vez que pode motivar e estimular a aprendizagem das alunas e dos alunos.

- ***Critério tecnológico-teórico:*** a justificativa dada para saber a quantidade de bits necessários para representar alguns caracteres, como exemplo, utilizar apenas 5 cartões, e não 4 ou alguma quantidade menor, para poder escrever números de 0 até 31, ao nosso ver, não é clara: “Um único bit não consegue representar muito. Por isso, os bits são utilizados geralmente em grupos de oito, podendo representar números de 0 a 255. Um grupo de oito bits é chamado de *byte*” (BELL *et al*, 2011, p.12, grifo nosso). Não menciona a formação de combinações de códigos (sequência de dígitos binários), como exemplo: 1 bit corresponde apenas a dois símbolos (A ou B); 2 bits correspondem a 4 símbolos (AB, AA, BA, BB); 3 bits correspondem a 8 símbolos (AAA, AAB, ABA, ABB, BAA, BAB, BBA e BBB); e assim por diante. Não recorre da própria técnica por cartões trabalhada para justificar, como por exemplo: expor os cartões da direita para a esquerda em ordem de potência de base 2 e contar os pontos de cada.

Na “Atividade 2” – “Colorindo com Números”, ao nosso ver, faltou retomar a conversão de números de código na abordagem da técnica de compressão de imagens, preta e branca, e colorida, em dígitos binários. O que poderia justificar a varredura feita pelo fax sobre uma folha de papel de forma que o sensor captaria os *pixels* (pontos brancos ou pretos), digitalizaria linha por linha e enviaria de maneira digital e serial para outro fax. O que poderia responder os seguintes questionamentos: Como o computador, fax irão ler os números após a codificação de imagens? “O que as máquinas de *fac-simile* (fax) fazem?” (BELL *et al*, 2011, p.15). Por outro lado, vale considerar que a proposta didática da primeira parte do livro objetivou mostrar como os computadores armazenam imagens usando apenas números por meio de atividades, e não como os computadores lêem esses números, o que abrangeria um nível maior de profundidade no tema?

Na “Atividade 3” é apresentada uma técnica de compressão de textos. Achamos interessante a sua abordagem porque apresenta a técnica por partes, desde a substituição de padrões, letras ou palavras repetidas, por retângulos brancos indicados por setas às letras ou palavras originais até a criação de um número de código contendo dois valores, o primeiro indicando a quantidade de casa a ser voltado e o segundo indicando a quantidade de letras a ser copiado. No entanto, não retoma e nem frisa o estudo de números binários como representação de códigos, o que explicaria a leitura dos textos codificados/decodificados pelos modems e computadores em geral. Tínhamos a hipótese de que a compressão ou compactação

de dados seria melhor justificada após a abordagem de medida de informação, última atividade (“Atividade 5”) dessa parte do livro, porque iria corresponder um caractere a um byte (unidade de medida de informação), e disso, iria medir a quantidade de armazenamento de dados antes e depois do texto ser compactado. No entanto, isto não foi ocorrido, como veremos a seguir.

A “Atividade 5” é a que apresenta maior relação entre os blocos prático-técnico e tecnológico-teórico. Levando-se em consideração o público alvo, crianças a partir de 10 anos, trabalha noções teóricas de maneira clara e simples, como entropia, que é a quantidade de informação, tal que o número de perguntas é o valor da medida da informação, que por sua vez dependem não apenas do número de resultados possíveis de perguntas, mas também na probabilidade disso acontecer; Contextualiza com elementos da computação, como exemplo ao método utilizado pelos computadores atuais a sugerirem o que será digitado na sequência após digitação do usuário. Além disso, relaciona as respostas sim/não das perguntas aos dígitos binários 1/0, enfatiza de maneira clara e simples que o jogo de adivinhar o número - técnica trabalhada - apresentar perguntas escolhidas de determinada maneira, poderá obter sequência de respostas representadas por números binários, assim como ilustrada na “Folha de Atividade: Árvores de Decisão” por meio da árvore de decisão. Mantendo com isso, uma recapitulação à primeira atividade: “Números Binários”. No entanto, não aborda as unidades de medida de informação. Dessa forma, não complementa a abordagem de compressão/descompressão abordada na Atividade 3.

Na abordagem das técnicas τ_5 e τ_6, não está clara a relação das cartas e nem do código ISBN com os números binários. Apenas é sugerida a correspondência entre os dígitos binários e os estados dicotômicos: “Tente usar outros objetos. Tudo o que tem dois ‘estados’ é apropriado. Por exemplo, você poderia utilizar cartas de baralho, moedas (cara ou coroa) ou cartões impressos com 0 ou 1 (para se referir ao sistema binário)” (loc. op). Na abordagem da técnica τ_5, é justificado que as linhas e colunas acrescidas na tabela 5 x 5 são bits de paridade, que servem para detectar e corrigir erros, que por sua vez o bit incorreto ou corrompido é modificado. No entanto, esta justificativa não é clara e nem ilustrada apesar de ser afirmado, por escrito, que “a linha e coluna que contêm a carta modificada agora terão um número impar de cartas coloridas, e isto identificará a carta modificada” (BELL *et al*, 2011, p.32). Por exemplo, caso uma criança representasse os cartões conforme a Figura 57, a professora ou o professor iria acrescentar uma linha a baixo e uma coluna a esquerda para representar os bits de paridade conforme a Figura 58. Suponha que a criança tenha virado o cartão da 3ª linha, 2ª coluna conforme a Figura 59. A professora ou o professor iria mostrar a

linha e a coluna corrompida e nessa intersecção da linha e da coluna iria encontrar o bit corrompido ou o cartão virado pela criança conforme a Figura 60.

Figura 57 - Arrumação dos cartões pelo estudante

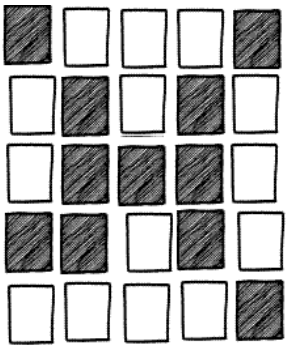


Figura 58 - Acréscimo de uma linha e de uma coluna (bits de paridade) pela professora

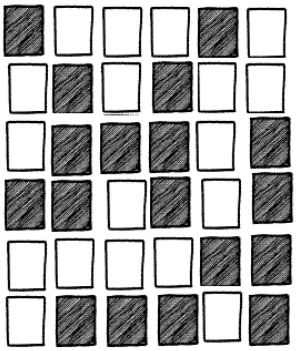


Figura 59 - Cartão virado pelo estudante

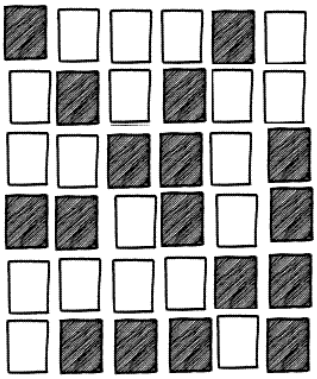
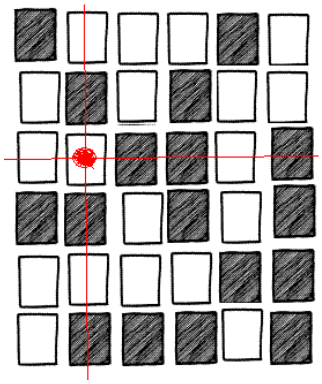


Figura 60 - Identificação da linha, da coluna e do cartão modificado em vermelho



➢ ***Critério de relevância:*** os números binários são considerados como tema fundamental em Ciência da Computação. É afirmado que "dados são a matéria-prima, os números com os quais os computadores trabalham" (loc. op). E a partir disso, o computador transforma dados em informação. "Os dados são armazenados em computadores e transmitidos como uma série de zeros e uns" (BELL *et al*, 2011, p.3). Os números binários são utilizados na representação de dados como armazenamento (1), transmissão (2), detecção e correção de erros (3), compressão (4), código (5) e medida de informação (6):

1. "Um bit é normalmente representado na memória principal do computador por um transistor, que pode está ligado ou desligado, ou um capacitor, que pode estar carregado ou descarregado" (BELL *et al*, 2011, p.12);
2. "Quando os dados devem ser transmitidos por uma linha telefônica ou enlace de rádio, tons de alta e baixa frequência são utilizados para os zeros e uns" (BELL *et al*, 2011, p.12);

3. “Imagine que você está depositando R$10,00 em dinheiro na sua conta bancária. O caixa digita o valor do depósito e o envia para um computador central. Contudo, suponha que alguma interferência ocorreu na linha enquanto o montante está sendo enviado e o código de R$10,00 é alterado para R$1.000,00. Não há problema se você for o cliente, mas obviamente, há claramente um problema para o banco!” É importante detectar erros nos dados transmitidos. Portanto, um computador precisa verificar que os dados recebidos não foram corrompidos por algum tipo de interferência elétrica na linha de transmissão [...] Colocando bits em linha e colunas imaginárias, e acrescentado bits de paridade para cada linha e coluna, podemos não apenas detectar se ocorreu um erro, mas *quando* este erro aconteceu. O valor do bit incorreto é modificado e, com isso, realizamos sua correção” (BELL *et al*, 2011, p.36);
4. “Se as imagens não fossem comprimidas, estas levariam muito mais tempo para serem transmitidas e exigiriam muito mais espaço para armazenamento” (BELL *et al*, 2011, p.21);
5. “No jogo de adivinhar o número, se as perguntas são escolhidas de certa maneira, a sequência das respostas é simplesmente a representação binária do mesmo. O número três é 011 em binário e é representado pela resposta ‘Não, sim, sim’ na árvore de decisão, o que equivale a escrevermos não para 0 e sim para 1” (BELL *et al*, 2011, p.42);
6. “[Claude Shannon] mensurou a quantidade de informação em bits – cada resposta sim/não equivale a um bit 1/0”. Ele descobriu que a quantidade de ‘informação’ contida numa mensagem depende do que você já sabe” (loc. op).

➢ ***Critério de representatividade:*** identificamos na primeira parte do livro, total de 42 páginas, 20 tipos de tarefas relacionados com números binários, distribuído em 17 atividades. Todas elas recorrem aos números binários como maneira de representar dados, por meio de sua codificação, compressão, transmissão, armazenamento, etc. As medidas de informação também são trabalhadas, porém as unidades de medidas são omissas. Apenas apresentam o bit e o byte como unidades de medida.

➢ ***Critério de relação com outras áreas de saberes ou de outros blocos de conteúdo de matemática básica:*** na seção, “Números Binários”, as atividades podem possibilitar o reconhecimento de ordenação, de padrões ou de sequências numéricas relacionadas com as potências na base 2 (potenciação). Especificamente, temos como exemplo as seguintes tarefas: “O que você percebeu sobre o número de pontos nos cartões?”; “Quantos pontos teria o próximo cartão colocado à esquerda? (32) E o próximo...?” (BELL *et al*, 2011, p.4). Vide Figura 42. Na execução da tarefa da “Atividade 4” referente à detecção e correção de erros de

números de códigos a partir da técnica τ_5, poderá fazer relação com um tema da matemática, coordenadas cartesianas, ao detectar e corrigir o erro (cartão alterado).

- ***Critério de contextualização histórica:*** é omissa na primeira parte do livro.

Síntese analítica

A abordagem dos números binários na primeira parte do livro analisado caracteriza-se como sendo uma praxeologia regional. Ou seja, identificamos 20 tipos de tarefas, 7 técnicas, 2 tecnologias e 2 princípios de uma teoria (Quadro 15), caracterizada dessa forma como uma praxeologia regional. As subtarefas mais presentes são: representar dados por dígitos binários; ordenar números; fazer correlações e contar. Como as tarefas não são identificadas por números, ou por qualquer outro tipo de nomenclatura, expomos os tipos de tarefas correspondentes às suas respectivas páginas.

- T_1: converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário;
- Tipo de tarefa T_2: converter um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal;
- Tipo de tarefa T_3: identificar padrões ou sequências;
- Tipo de tarefa T_4: representar um número natural como composição de potências de base 2;
- Tipo de tarefa T_5: criar uma técnica que possibilite formar qualquer número natural como composição de potências de base 2;
- Tipo de tarefa T_6: calcular expressões numéricas;
- Tipo de tarefa T_7: contar, por meio do sistema binário, utilizando os dedos das mãos;
- Tipo de tarefa T_8: explicar elementos conceituais de sistema de numeração binário;
- Tipo de tarefa T_9: calcular a quantidade de bits necessários para armazenar caracteres em um computador;
- Tipo de tarefa T_{10}: desenhar imagens a partir da decodificação de números de código;
- Tipo de tarefa T_{11}: desenhar imagens a partir ou decorrentes da criação de números de código;
- Tipo de tarefa T_{12}: descomprimir texto - preencher as letras ou palavras que faltam nos retângulos guiados por setas;
- Tipo de tarefa T_{13}: comprimir texto – escolher um poema ou versinho e comprimi-lo;
- Tipo de tarefa T_{14}: contar quantas letras existem em um texto comprimido;
- Tipo de tarefa T_{15}: detectar e corrigir erros de códigos;

- Tipo de tarefa T_{16}: analisar a técnica de detecção e correçãode erros de códigos;
- Tipo de tarefa T_{17}: determinar quais são as decisões/escolhas da forma sim/não necessárias para encontrar algo;
- Tipo de tarefa T_{18}: determinar quantas decisões/escolhas da forma sim/não você deve recorrer para descobrir algo;
- Tipo de tarefa T_{19}: construir uma árvore de decisão para descobrir a idade de alguém;
- Tipo de tarefa T_{20}: construir um jogo de adivinhação.
- Técnica τ_1: é utilizada para converter números representados no sistema binário em um número representado no sistema decimal por meio de correlações entre dígitos binários (1 e 0) e objetos dicotômicos (lados de um cartão, lâmpada de natal acessa e apagada, sons graves e agudos (bip e bop), dedos das mãos levantados e abaixados);
- Técnica τ_2: é utilizada para codificar/decodificar imagens, preta e branca;
- Técnica τ_3: é utilizada para codificar/decodificar imagens coloridas;
- Técnica τ_4: é uma técnica de compressão de textos que parte inicialmente da identificação de padrões para que daí seja representada por uma forma de codificação de dados;
- Técnica τ_5: é uma técnica de detecção e correção de erros de códigos que utiliza acréscimos de bits (linhas e colunas) como bits de paridade;
- Técnica τ_6: é outra técnica de detecção e correção de erros de códigos que recorre de um bit de paridade;
- Técnica τ_7: é uma técnica para medir a informação que recorre de um método de fazer perguntas por meio de relações (maior que, menor que), de inclusão/exclusão de padrões (é uma vogal?, é uma ave?) tomando-se, apenas, como resposta sim ou não. Identificamos 3 tecnologias.
- A tecnologia θ_1 justifica a técnica τ_1 pela seguinte interpretação: o cartão representa 1 bit, por isso que pode assumir, apenas, dois valores ou símbolos distintos, 1 ou 0, tal que o lado do cartão que conter pontos corresponde a 1 e o lado do cartão que não contiver pontos corresponde a 0. Organizando os cartões da direita para a esquerda conforme a ordem crescente da quantidade de pontos define-se o sistema binário. Ou seja, as ordens do sistema binário, da direita para a esquerda, são múltiplas de 2.

As técnicas τ_2, τ_3, τ_4, τ_5 e τ_6 não são justificadas ou explicadas e não apresentam embasamento teórico;

A técnica τ_7 é justificada e explicada. Desta forma, chamaremos de tecnologia $\theta 2$ porque justifica a técnica τ_7 pela seguinte interpretação:a quantidade de perguntas configura-

se no valor da quantidade de informação,de modo que as respostas sejam estritamente sim ou não, sendo estas equivalentes a um bit, 1 ou 0, de tal maneira que dependa não apenas do número de resultados possíveis, mas também da sua probabilidade de ocorrência. Por essa consideração, corresponde à resposta sim ao dígito 1 binário e corresponde à resposta não ao dígito 0 binário (vice-versa). A determinação da quantidade de decisões/escolhas tomadas da forma sim/não possibilita descobrir algo pretendido (um número, uma letra, uma palavra, etc.) de forma que a sequência de respostas, sim/não, seja representada por uma sequência de dígitos binários, o que irá indicar o código binário do algo pretendido.

Identificamos dois elementos ou princípios teóricos, representada pela teoria Θ_1: "[...] não pode comprimir uma mensagem de tal forma que esta ocupe menos espaço [de armazenamento] do que sua entropia [...]" (loc. op); "A entropia depende não apenas do *número* de resultados possíveis [...] mas também na probabilidade disso acontecer" (loc. op).

Por tanto, a organização praxeológica computação do livro didático de computação analisado configura-se como uma praxeologia regional conforme o Quadro 15.

Quadro 15 - Praxeologia Regional

Tipos de Tarefa	Páginas	Técnicas	Tecnologias	Teorias
T_1, T_2, T_4	4 a 11	τ_1	θ_1	-
T_{10}, T_{11}	15 a 18, e 20	τ_2	-	-
T_{11}	19	τ_3	-	-
T_{12}, T_{13}, T_{14}	24 a 29	τ_4	-	-
T_{15}	32 e 33	τ_5	-	-
T_{16}	34 e 35	τ_6	-	-
T_{17}, T_{18}, T_{19}	38 a 40	τ_7	θ_2	Θ_1

6.3 OS NÚMEROS BINÁRIOS NO CURRÍCULO DE ALGUNS PAÍSES

Tivemos dificuldades para encontrar referências sobre o ensino de números binários na educação básica. De maneira geral, segundo os resultados de pesquisa de (THOMPSON *et al*, 2013) referente à opinião de professores sobre o conhecimento de conteúdos de Ciência da

Computação[26] em nível básico em curso de formação de professores na Nova Zelândia (um desses conteúdos refere-se ao estudo de números binários) eles afirmaram a falta de material e de recursos de ciência da computação para o nível de educação básica.

Número Binário é altamente estudado no ensino superior nacional e internacional em cursos superiores de computação, matemática, engenharia entre outros, nas disciplinas de circuitos digitais, teoria dos números, matemática discreta, como exemplos. No entanto, a sua abordagem na educação básica brasileiro seria coerente com os objetivos educacionais atuais firmados para este nível de ensino nos documentos educacionais oficiais, nas instituições de ensino nacional e nos livros didáticos? Os conteúdos de números binários seriam destoantes ou não recomendados didaticamente na educação básica devido à sua complexidade ou devido ao seu teor específico de áreas de computação[27] (e assim por não se constituí como conteúdo básico de aprendizagem a nível básico)?

O que os programas nacionais de educação recomendam para o ensino de matemática no educação básica, mais especificamente sobre números binários? No geral PCN/Ensino Fundamental) – Parâmetros Curriculares Nacionais não comentam sobre números binários enquanto sistema de numeração. No entanto, nas sugestões frente ao conteúdo Grandezas e Medidas do terceiro ciclo do ensino fundamental, o PCN/Matemática cita sobre a exploração de "algumas unidades da informática como quilobytes, megabytes", que por sinal "... estão se tornando usuais em determinados contextos". Além disso, comenta que "o trabalho com medidas deve centrar-se fortemente na análise de situações práticas que levem o aluno a aprimorar o sentido real das medidas". E, "o estudo de diferentes grandezas, de sua utilização no contexto social e de problemas históricos ligados a elas geralmente desperta o interesse dos alunos", e "... está fortemente conectado com diferentes tipos de números" (BRASIL, 1998, p.69). Além disso, no tópico sobre conceitos e procedimentos sugeri para o quarto ciclo do ensino fundamental de matemática o "reconhecimento e compreensão das unidades de memória da informática, como bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes em contextos apropriados, pela utilização da potenciação" (BRASIL, 1998, p.74). Ao nosso ver, faltou aqui relacionar as unidades de medidas de informação por uma abordagem de sistema de numeração binário para melhor compreender o bit e seus múltiplos. Até porque "[...] neste

[26] "A Ciência da Computação estuda a fundamentação teórica das construções computacionais, bem como suas aplicações em dispositivos tecnológicos e sistemas de computação"(MEC, 2011, p.1) - Diretrizes Curriculares dos cursos de Bacharelado em Ciência da Computação, Engenharia de Computação, Engenharia de Software e Sistemas de Informação e dos cursos de Licenciatura em Computação.

[27] Entende-se por Computação ou Informática o corpo de conhecimento a respeito de computadores, sistemas de computação e suas aplicações, englobando aspectos teóricos, experimentais, de modelagem e de projeto (SBC, 2013, p.1).

ciclo, o trabalho com medidas buscará privilegiar as atividades de resolução de problemas e a prática de estimativas em lugar da memorização sem compreensão de fórmulas e de conversões entre diferentes unidades de medidas, muitas vezes pouco usuais" (BRASIL, 1998, p.69).

Os Parâmetros Curriculares de Pernambuco também sugerem o estudo de medidas de informação, especificamente para os 8º e 9º anos do ensino fundamental: "reconhecer a capacidade de memória do computador como uma grandeza e identificar algumas unidades de medida (por exemplo: bytes, quilobytes, megabytes e gigabytes); Usar e converter, dentro de um mesmo sistema de medidas, as unidades apropriadas para medir diferentes grandezas" (PERNAMBUCO, 2012, p.109,110).

Baseado nos conceitos da TAD, interpretamos que os PCN (BRASIL, 1998) sugere um tema, unidades da informática, para ser estudado no 4º ciclo do ensino fundamental, mas não sugere e nem esclarece os elementos praxeológicos: técnica, tecnologia e teoria. Identificamos dois tipos de tarefas: converter unidades de medida de informação; E reconhecer as unidades de medida de informação, de forma que seja contextualizada (socialmente e historicamente) por problemas e por meio da utilização de potenciação (um dos conteúdos do bloco de matemática básica: Números e Operações). Enfatiza o estudo dessas unidades de medida por meio do bloco prático-técnico ao sugerir que "o trabalho comedidas deve centrar-se fortemente na análise de situações práticas que levem o aluno a aprimorar o sentido real das medidas" (ibidem). Disso, e por meio de observação, constatamos que essas tarefas remetem para um contexto computacional das práticas sociais.

De maneira análoga, os Parâmetros Curriculares de Pernambuco (2012, pp. 109, 110) sugere esse mesmo tema para esse mesmo nível de ensino sem mencionar alguma técnica, tecnologia e teoria. Sugerem 4 tipos de tarefas a ser estudada: reconhecer a capacidade de memória do computador como uma grandeza; identificar unidades de medidas de informação, como: bytes, kilobytes, megabyte e gigabytes; usar unidades de medida de informação; E converter unidades de medida de informação.

Por meio do Quadro 16 identificamos condições, limitações e restrições impostas pelos níveis não positivos (pedagogia, escola e sociedade) aos níveis, inferiores hierarquicamente, não negativos (assunto, tema, setor, domínio e disciplina).

Quadro 16 - Níveis não negativos de co-determinação didática

Níveis de co-determinação didática	Condições	Restrições e/ou limitações
Sociedade	➢ Expectativa de aprendizagem explicita aquele mínimo que o estudante deve aprender para desenvolver as competências básicas na disciplina. Em outras palavras, elas descrevem o "piso" de aprendizagem, e não o "teto". Dependendo das condições de cada sala de aula, elas podem ser ampliadas e/ou aprofundadas" (PERNAMBUCO, 2012, p.13); ➢ Adoção de ciclos de aprendizagem: anos iniciais do Ensino Fundamental, anos finais do Ensino Fundamental, Ensino Médio e EJA.	➢ Os alunos e as alunas possuem conhecimentos prévios e/ou contato com algumas grandezas e medidas; ➢ É dado ênfase às unidades de medida (do sistema métrico decimal) de informação: bytes, kilobytes, megabytes e gigabytes; ➢ contemplar as matrizes de referências de avaliação em larga escala do SAEB, do ENEM, do ENCCEJA, do SAEPE e do vestibular da UPE
Escola	➢ "elevar a consciência do estudante sobre sua situação pessoal, cultural e social" (PERNAMBUCO, 2012, p.13); ➢ Construir competências básicas de tal maneira que exista reflexão sobre os conhecimentos dessa construção; ➢ Transferir a responsabilidade de aprendizagem para o próprio aluno	➢ A atividade ou a situação-problema devem ser desenvolvidas pelo próprio aluno, realizando tentativas, estabelecendo e testando hipóteses, validando resultados e verificando a sua veracidade ou identificando equívocos (os jogos também estão sendo considerados como atividades lúdicas ou situações-problema); ➢ A aluna e o aluno devem ser levados a "fazerem" Matemática; ➢ A avaliação objetiva proporcionar a tomada de decisões, organizando situações que permitam reconhecer informações que após os seus tratamentos, sejam utilizadas para refletir sobre o trabalho desempenhado; ➢ Atribuições de artefatos tecnológicos (internet, computador, calculadoras, entre outros).
Pedagogia	➢ Necessidade de ligação do estudo das grandezas e medidas a situação do cotidiano do estudante.	➢ Contextualizar os conceitos (matemáticos) ao processo de evolução histórica, evidenciando a articulação do objeto do saber (matemática) com as necessidades humanas de cada época ao invés, apenas, de descrever os fatos ocorridos no passado ou a atuação de personagens que se destacaram na história humana; ➢ "ampliar a dimensão lúdica tal que oportunizaria a exploração da realidade do estudante" (PERNAMBUCO, 2012, p.36); ➢ Sugere articular o estudo por meio de jogos (jogo do Nim, jogo HEX, entre outros)

A Sociedade Brasileira de Computação (SBC) e a Associação de Professores de Ciência da Computação dos Estados Unidos (CSTA, 2011), por exemplos, defendem o ensino de ciência da computação, como integrante das ciências, desde o ensino fundamental, como disciplina própria, assim como atualmente são consideradas a Matemática, a Física, a

Biologia, etc. Partem da argumentação de que o pensamento computacional[28] é importante não apenas para conviver como cidadão consciente, hábil às performances tecnológicas necessárias para atender as exigências perpassadas por seu contexto cultural atual (inúmeras habilidades necessárias para compor o exercício da cidadania, como sujeitos autônomos, reflexivos e integrantes, mas conscientes, da importância do acesso, do manejo e articulação dos artefatos tecnológicos), mas também porque pode auxiliar no sistema cognitivo e operacional humano, por meio do acesso aos computadores (em redes), aumentando assim a produtividade, criatividade, performance cognitiva e operacional. Ou ainda, por "aprimorar o raciocínio computacional das crianças, pelo seu caráter transversal a todas as ciências" (FRANÇA *et al*, 2011, p.2).

Segundo o Art13º referente ao benefício social possivelmente favorecido pela atuação dos profissionais de Licenciatura em Computação no Brasil, "a introdução do pensamento computacional e algorítmico na educação básica fornece os recursos cognitivos necessários para a resolução de problemas, transversal a todas as áreas do conhecimento" (MEC, 2011). Vale destacar aqui que diante de vários conteúdos necessários para desenvolver o pensamento computacional configurado em nível básico, requer para tal, o conhecimento de números binários.

A CSTA (2011, p.66) elaborou um documento contendo normas integradas para a educação de ciência da computação em nível escolar. Denomina-se como uma "organização que apóia e promove o ensino das ciências da computação e outras disciplinas de computação em nível de k-12"; sociedade de responsabilidade limitada sob o apoio da *Association for Computing Machinery* (ACM). Além de apoiar e de incentivar o ensino e a aprendizagem de ciência da computação no ensino primário e secundário dos Estados Unidos (12 anos de escolaridade correspondente ao ensino fundamental e médio brasileiro), é hábita a apoiar o setor administrativo, curricular, financeiro, liderança de professores de ciência da computação, entre outros auxílios.

A CSTA (2011) define 3 níveis de estudo em ciência da computação: o nível 1 destina-se ao k-6. O nível 2 destina-se ao grau 6 a 9 e o nível 3 destina-se aos estudantes do grau 9 a 12 (do 9º ano ao 3º ano do ensino médio). Este último nível divide-se em 3 campos diferentes: "Ciência da Computação no mundo moderno" (nível 3A), "Conceitos e páticas das Ciências da Computação" (nível 3B) e "Temas em Ciências da Computação" (nível 3C).

[28] "Pensamento Computacional (CT) é uma metodologia de resolução de problemas que podem entrelaçar-se as ciências da computação com todas as disciplinas, proporcionando métodos distintos de análise e de desenvolvimento de soluções aos problemas que se podem resolver computacionalmente com seu enfoque na abstração, na automação e na análise" (CSTA, 2011, p.10).

Abrangendo desta maneira três domínios da Computação: Educação Tecnológica (uso de computadores e outros artefatos tecnológicos de computação), Informação Tecnológica (organização de infra-estrutura, desenho, administração de artefatos tecnológicos) e Ciência da Computação (CS) ("é o estudo dos computadores e dos processos algoritmos, incluindo seus princípios, seus desenhos de hardware e software, suas aplicações e seu impacto na sociedade") (CSTA, 2011, p.6).

A CSTA (2011) define objetivos para os estudantes de ciência da computação no k-12 que abrangem 5 competências: pensamento computacional; colaboração; prática de computação e programação; computadores e dispositivos de comunicação; e impactos globais, éticos e a comunidade. Especificaremos os relacionados aos números binários por seu respectivo nível de estudo e grau escolar. "O estudante será capaz de":

- "Demonstrar como uma sequência de bits pode ser utilizada para representar a informação alfanumérica" (ibidem, p.13). Nível 1. Grau escolar k-3;
- "Representar os dados de várias maneiras, incluindo textos, sons, imagens e números" (ibidem, p.17). Nível 2. Grau escolar k - 6 – 9.
- "Examinar as conexões entre os elementos das matemática e das ciências da computação, incluindo os números binários, lógica, conjunto e funções"(ibidem, p.17). Nível 2. Grau escolar k -6-9.
- "Descrever a relação entre as representações binárias e hexadecimais" (ibidem, p.18). Nível 3A. Grau escolar 9º e 10º.
- "Explicar os princípios de segurança examinando a codificação, a criptografia e as técnicas de autenticação" (ibidem, p19). Nível 3A. Grau escolar 9º e 10º.
- "Descrever como se utilizam as funções matemática e estatísticas, os conjuntos e a lógica na computação" (ibidem, p19). Nível 3A. Grau escolar 9º e 10º.
- "Discutir a interpretação de sequências binárias em uma variedade de formas (por exemplo, instrução, números, texto, som, imagem)" (ibidem, p.20). Nível 3B. Grau escolar 10º a 12º.

A CSTA (2011) também sugere atividades classificadas por aqueles três níveis. Essas atividades recebem as seguintes orientações didáticas: número de horas da execução (Tempo); breve descrição do tema ou dos objetivos (Descrição); especificação de 3 níveis (Nível); temas relacionados (Temas); pré-requisitos (Conhecimento prévio); sugestões de procedimentos (Notas de planejamento); sugestão didáticas à organização e direcionamento das tarefas (Estratégia de Ensino/Aprendizagem); avaliação (Técnicas de avaliação e

valorização); sugestão e orientação de materiais e recursos de apoio (Necessidades); E citação das referências (Recursos).

Baseado nos conceitos da TAD, nas normas de implementação curricular de ciência da computação à Educação Básica dos Estados Unidos da CSTA (2011), nesta, há sugestões de tarefas (atividades), mas não há sugestões dos demais elementos praxeológicos, técnica, tecnologia e teoria. Vale destacar que narraremos os tipos de tarefas que são citados, diretamente, nas recomendações didáticas das atividades, ao contrário, precisaria de uma observação mais aprofundada de cada atividade sugerida para verificar a existência ou não de estudo ou utilização de números binários. Identificamos 7 tipos de tarefas referentes aos números binários: Tipo de tarefa T_1: utilizar 0s e 1s para representar imagens, presente na atividade "Colorir com números", página 29. Ela é baseada na atividade "Colorindo com Números" trabalhada na página 15 do livro de Bell e seus colaboradores (BELL *et al*, 2011). É justificada pelo seguinte argumento: a codificação da imagem é lavada mediante o escaneamento das sequências de 1s (quadrados pretos) e 0s (quadrados não pretos), em cada linha quadriculada, e o registro do comprimento de cada sequência. Tipo de tarefa T_2: codificar textos utilizando os métodos de folha de cálculos e de ASCII; Tipo de tarefa T_3: decodificar textos utilizando os métodos da folha de cálculos e da tabela ASCII; Tipo de tarefa T_4: discutir os tipos de textos e de imagens que se comprimem melhor/pior; Tipo de tarefa T_5: converter um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal;Tipo de tarefa T_6: converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário; Tipo de tarefa T_7: contar, por meio do sistema binário, utilizando os dedos das mãos. Todos estes tipos de tarefas estão presentes na atividade "Sistemas Numéricos", página 39. A elaboração dessas tarefas parte da seguinte justificativa: "os computadores não podem pensar como nós, necessitam de um código para transformar a nossa linguagem em dados tal que eles possam ser processados e convertidos para a linguagem reconhecida" (ibidem, p.39, tradução nossa). Interpretamos a execução desta atividade por meio de 3 momentos: primeiro, sugere vídeos relacionados à "viagem ao interior de um computador" que mostre como os computadores representam imagens em códigos binários, percebendo a compreensão da informação, que é comunicada, representada pela necessidade de um código; segundo, apresenta um desafio aos estudantes para afirmar se é possível contar mais que 10, a partir dos dedos das duas mãos (atividade baseada em (Bell et al, 2011, p.10) que recorre da representação do dedo levantado correspondente a 1 e o dedo abaixado correspondente a 0). Para auxiliar este desafio, primeiro é sugerido o estudo de circuitos lógicos simples a partir dos estados lógicos binários conjuntamente com a condição

de série de circuitos lógicos combinacionais de lâmpadas, acessas e apagadas; segundo, trabalhar de fato a atividade de contar com os dedos das mãos até 31. Terceiro, realizar a execução de tarefas para converter números representados nos sistemas binário e decimal e codificar/decodificar textos a partir da tabela ASCII em linguagem coloquial (vice-versa). Enquanto a sua análise por meio dos conceitos da co-determinação didática, identificamos condições, restrições e/ou limitações postas pelos níveis não positivos (pedagogia, escola e sociedade) que norteiam as escolhas/decisões realizadas em termos de praxeologia computação e organização praxeológica didática. Vide Quadro 22.

.

Quadro 17 - Níveis não negativos de co-determinação didática – CSTA (2011)

Níveis de co-determinação didática	Condições	Restrições e/ou limitações
Sociedade	➢ Cada cidadão do século 21 deve compreender princípios básicos de ciência da computação; ➢ Várias profissões requerem conhecimento de ciências da computação;	➢ Aproximadamente 2/3 dos estados do Estados Unidos não reconhecem a ciência da computação como matéria inserida na Educação Básica; ➢ "Há uma necessidade de melhorar o nível de compreensão pública de ciência da computação como campo acadêmico e profissional" (ibidem, p.1); ➢ Escassez de trabalhadores com habilitação em ciências da computação.
Escola	➢ Os estudantes devem compreender princípios de ciências da computação para preparar-se às carreiras profissionais e atuar como cidadão inserido ao mundo de computação intensiva; ➢ Os recursos necessários para o ensino e a aprendizagem devem ser assegurados de forma equitativa entre grupos de estudantes; ➢ As normas de ciências da computação devem ser complementadas por estudos em tecnologias da informação e Advanced Placement[29] (AP)nas escolas; ➢ A disciplina de computação deve ser complementada por 5 elementos complementares: pensamento computacional, colaboração, prática de computação, computadores e dispositivos de comunicação e impactos na comunidades, globais e éticos; ➢ Relacionar a computação com outras áreas; ➢ Trabalhar os conhecimentos de ciências da computação no K-12 por 3 níveis de aprofundamento: Nível 1 (k-6); Nível 2 (k-6 a 9) e Nível 3 (k-9 a 12);	➢ Introduzir conhecimentos de ciências da computação a partir da escola primária; ➢ Estudantes encontram-se sem preparação satisfatória para ingressarem ao mundo do trabalho; ➢ Distinção de três disciplinas: Educação Tecnológica, Informação Tecnológica e Ciência da Computação; ➢ A CSTA é vinculada a ACM;
Pedagogia	➢ Trabalhar de maneira colaborativa e cooperativa; ➢ Demonstrar boas práticas de segurança a partir de codificação de dados;	➢ Utilização de artefatos tecnológicos e recursos da internet; ➢ Examinar conexões entre os elementos da matemática e as ciências da computação, incluindo os números binários, lógica, conjunto e função; ➢ Discutir a representação de sequências binárias à uma variedade de formas (instrução, números, textos, sons, imagens) (ibidem, p.20);

[29] É um dos programas de auxílio educacional do *College Board* – associação sem fins lucrativos dos Estados Unidos compota por mais de 5 mil instituições de ensino (básico, superior) e de outras organizações educacionais que objetiva dar acessória ao ingresso de estudantes ao ensino superior e outras oportunidades.

Segundo Glaser (1981) a partir da década de 1950 os sistemas de numeração binário (base 2) e duodecimal (base 12) começaram a serem tópicos popularizados nas escolas de ensino fundamental e médio dos Estados Unidos devido ao desenvolvimento de calculadoras eletrônicas digitais e teoria da informação e comunicação; Em 1957 a comissão de Matemática reconheceu que uma das metas para o sétimo e oitavo grau de aritmética deveria ser a compreensão de um sistema local de numeração com especial referência o sistema decimal e o estudo de outras bases, em particular o sistema binário; Em 1959, essa ideia de inserção de estudo do sistema de numeração binário como conteúdo de aritmética da matemática básica dos Estados Unidos pela comissão de Matemática, foi seguida pelo grupo de estudos *School Mathematics Study Group* (SMSG); Em 1961, o Conselho Nacional de Professores de Matemática enfatizou essas recomendações e também destacou a abordagem pedagógica em detrimento da utilização de aplicativos de computadores; E em 1960, o comitê do Programa de Graduação em Matemática recomenda o estudo de sistemas decimais e não decimais para futuros docentes.

Uma pesquisa realizada na Nova Zelândia por David Thompson, Peter Andrea, Tim Bell e Anthony Robins em (THOMPSON *et al*, 2013) sobre a organização de um novo programa curricular para o ensino médio, na qual a presença de fundamentos de computação são muitos fortes, como exemplo: algoritmos, utilização de softwares diversos, inclusive algumas linguagens de programação, representação de dados, entre outros assuntos. Sugeriram como conteúdo de apoio para esse novo currículo à educação básica o estudo de sistemas de numerações binário, octal e hexagesimal, assim como abordar, entre outros temas, as unidades de medida de informação: bit, bytes e seus múltiplos.

Segundo Thompson (*et al* 2013) os tópicos de matemática são relevantes para as novas normas em Nova Zelândia: logaritmos, hexadecimal, exponenciação, números binários, pixels, entre outros. Embora alguns assuntos possam ser evitados com abordagens alternativas. Como exemplo da busca binária, considerados por eles algoritmos complexos, logaritmos e números binários. Recomenda a relação entre bit e números binários (transformações entre sistemas de numeração posicional).

A pesquisa de Thompson *et at* (2013) na Nova Zelândia, indicam alguns problemas diagnosticados por docentes do educação básica referentes ao ensino de computação nesse nível de ensino: falta de recursos, suportes disponíveis, planos de aula, exemplos de avaliação e de atividade de trabalho para a implementação de suporte de ciência da computação no ensino médio e o outro problema é a dificuldade de materiais de qualidade apropriada para o seu estudo nesse nível de ensino. A divulgação desses problemas presentes no trabalho de

David Thompson e companhia em 2013 trazem novas perspectivas para trabalhos científicos na área educacional e computacional de maneira interdisciplinar. Esses resultados nos deixa mais empolgados e motivados para a construção desta dissertação porque este trabalho justamente se insere no campo matemática computacional básica através da abordagem de números binários.

Feaster *et al* (2013) afirma o interesse político em "formar" mais cientistas da computação nos Estados Unidos e por essa política de expansão de professores e profissionais de ciência da computação no país, vários departamentos de computação dos Estados Unidos organizam programas como o "CS Unplugged", entre outros, em nível básico de ensino.

O CS Unplugged (ensino de Ciência da Computação sem o uso do computador) é organizado por módulos que apresentam princípios fundamentais de ciência da computação para a Educação Básica. Caracteriza-se por apresentar conceitos e técnicas de algoritmos sem a utilização do computador. As atividades são projetadas para atender a passagem do ensino fundamental ao ensino médio. O trabalho de Feaster *et al* (2013) objetivou avaliar o impacto do curso CS Unplugged proporcionado aos estudantes de um colégio de educação básica dos Estados Unidos. Dentre os dez tópicos de assuntos de computação apresentados nesse curso (anatomia de um computador, teoria da informação, algoritmos e classificação, criptografia, entre outros) os números binários são abordados logo na primeira seção. Mostraram a sua importância, necessidade e praticidade em armazenar informações por um computador usando esses números ao invés da dificuldade apresentada por números decimais; Mostraram também a conversão de diferentes sistemas de numeração posicional. Entre dois destes, temos os números binários e os números decimais como exemplo.

Segundo a Computer Science Unplugger

> o sistema de numeração binário desempenha um papel central na forma como as informações de todos os tipos são armazenadas em computadores. Compreender binário pode levantar um monte de mistério a partir de computadores, porque em um nível fundamental eles realmente são apenas máquinas para lançar dígitos binários ligados e desligados" (csunplugger.org/binary-numbers).

Aqui no Brasil tivemos a realização de um conjunto de atividades baseadas no emprego da Ciência da Computação Unplugged (CS Unplugged) em uma escola da rede estadual de Pernambuco (9º ano do ensino fundamental) na qual França *et al* (2011) iniciaram essas atividades por meio da conversão de representação de números decimais para a representação de números binários, posteriormente trabalharam e discutiram as situações nas

quais os computadores necessitam armazenar imagens, considerando a representação em termos de dígitos binários, e por sua vez, explicaram como as imagens digitais podem ser representadas por números (binários) através da sua codificação/decodificação. Outra atividade trabalhada naquela turma de 9º ano foi a compreensão de textos que tratavam da demonstração e da discussão sobre a compressão de textos a fim de "economizar" o espaço de armazenamento ou otimização no enviou de informações em rede, por exemplo.

A Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO, 1997), por meio da Federação Internacional de Processamento da Informação (IFIP), elaborou um currículo de informática[30] para a educação básica (mais precisamente para os anos finais do ensino fundamental e médio) não só para os seus países integrantes, mas também para atender a todos os demais países do mundo.

A Secretaria de Educação a Distância do MEC conjuntamente com Universidade de Brasília, por intermédio de seu Departamento de Computação, mantiveram parceria com a UNESCO nessa iniciativa de trabalhar a informática na educação brasileira.

A UNESCO (1997) considera, atualmente, a tecnologia da informação como um dos alicerces ao seu entendimento, domínio e conceitos: "são agora considerados por muito países como parte do seu núcleo de educação, ao lado da escrita e da leitura" (ibidem, p.7). Entre as justificativas apresentadas para a construção e implementação curricular de informática para a educação básica, destacamos: a tecnologia da informação, atualmente, permeia o ambiente comercial; praticidade nos serviços governamentais; as ferramentas e as técnicas da tecnologia da informação auxiliam os processos de aprendizagem, na organização e na gerência das instituições de ensino e a exigência do mercado de trabalho.

A diretriz curricular elaborada pela UNESCO (1997) foi organizada por unidades e agrupados por módulos, as quais foram projetados para atender diferentes níveis de abordagem informática: Módulo de Nível Fundamental, Módulo Opcionais de Alfabetização em Computação e Módulo Avançado. O primeiro é configurado como etapa de "alfabetização em computação" e de aplicação das ferramentas da tecnologia da informação. Que seriam destinados, entre outras afinidades, ao saber manipular equipamentos (hardware e software) de um sistema de computador; usar e controlar as ferramentas de software. Enquanto às unidades destacaremos, de 10, as três primeiras: Equipamento (hardware); Ambiente do Sistema Operacional e Tendências em Computação. A partir da primeira unidade "os

[30] "Informática: a ciência que lida com o projeto, a implementação, a avaliação, o uso e a manutenção dos sistemas de processamento de informação, incluindo hardware (equipamentos), software (programas), aspectos organizacionais e humanos, bem como suas aplicações industriais, comerciais, governamentais e políticas" (UNESCO, MEC, p.10)

estudantes deverão ser capazes de identificar e entender o funcionamento dos principais componetes de um sistema de computação típico, bem como entender e identificar as funções de vários periféricos" (UNESCO, MEC, 1997, p.29). A partir da segunda unidade, "os estudantes deverão ser capazes de entender as principais funções do ambiente de um sistema operacional e utilizar as suas funcionalidades" (ibidem, p.31): formatar e copiar arquivos, gerenciar disco rígidos, etc. A partir da terceira unidade, "os estudantes devem entender os principais estágios da evolução dos computadores ao longo dos anos" (ibidem, p.33): história (descobertas, máquinas de calcular e codificação/decodificação enquanto ao sigilo de informação); performance de processamento (preço, tamanho, energia, consumo, viabilidade, precisão, confiabilidade, agilidade, etc.); dispositivos de entrada e de saida (cartões pefurados e teletipo a reconhecimento de voz e disco rígido), etc.

A proposta pedagógica da UNESCO é diferente da proposta pedagógica do CS Unplugged, esta primeira, visa o ensino e a aprendizagem trabalhados diretamente com/pelo/no computador, gerido pelo funcionamento de uma disciplina ou de implementações por outras disciplinas (caso não tenha níveis mínimos de estrutura física e de equipe técnica), enquanto o segundo, articula as suas propostas de ensino e de aprendizagem sem a utilização do computador por uma disciplina própria.

Interpretamos, a partir da TAD – níveis de co-determinação didática, que a Computação constitui-se no nível pedagogia, e a Ciência da Computação, a Educação Tecnológica e a Informação Tecnológica constituem-se no nível disciplina, baseado nas considerações da CSTA (2011) a respeito da distinção de nomenclaturas e de proposta de estudo de conteúdos adotadas em áreas de Computação destinadas a Educação Básica. A primeira, estuda desenhos, criação e implementações de softwares, desenvolvimento de estratégias de pensamento computacional para resolver problemas, entre outros; A segunda, objetiva articular e aplicar o uso de computadores (softwares e hardwares) e de ferramentas ou recursos tecnológicos nos processos de ensino e de aprendizagem, entre outros; A terceira, objetiva tratar, gerir, organizar, estruturar a informação por meio de artefatos tecnológicos de comunicação e de informação.

A partir das caracterizações daquelas disciplinas, interpretamos que a orientação curricular proposta pela UNESCO (1997) para Educação Básica, faixa etária 12 a 16 anos, está enquadrada na Educação Tecnológica, chamada por ela de "Alfabetização em Computação" ("Educação Geral ao Nível Fundamental"). Para a Educação Básica, faixa etária 16 a 19 anos, está enquadrada na Ciência da Computação e na Informação Tecnológica ("Educação Geral ao Nível Avançado" e "Educação Profissional ao Nível Avançado").

Enquanto que a orientação curricular proposta pela CS Unplugged (2013) é enquadrada como Ciência da Computação.

Apesar da UNESCO (1997) não mencionar os números binários em sua proposta curricular de informática para a Educação Básica, há uma abordagem implícita deles uma vez que é proposto aos estudantes identificarem e entenderem os elementos básicos de hardware e o seu funcionamento (circuitos combinacionais, entrada, saida e processamento de dados, etc.), assim como devem entender a evolução dos computadores (parte histórica do computador) que provavelmente irão estudar, entre outras coisas, a performance da capacidade de armazenamento de dados (memória) e redução de tamanho do dispositivo de memória. Ou seja, é plausível que estudem números binários.

Baseado nos conceitos da TAD, a UNESCO (1997) apresenta temas e setores a respeito do estudo de computação: Banco de Dados, Tendências em Computação, Hardware, entre outros. Em relação à organização praxeológica computação, frente ao estudo de números binários, não sugere e nem esclarece nenhum elemento praxeológico, tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Embora, destaque como um dos objetivos: explicar o funcionamento dos componentes de hardware de computador e seus dispositivos periféricos; explicar a história do computador, destacando princípios de codificação, de armazenamento e de transmissão de dados. Interpretamos que a UNESCO (1997) sugere um ensino voltado para a "Educação Informática" para estudantes de 12 a 16 anos de idade e um ensino voltado para a "Ciência da Computação" para estudantes de 16 a 19 anos de idade. O que pode ser considerado a abordagem de "Educação Informática" para os estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e a abordagem de "Ciência da Computação" para os estudantes do Ensino Médio. Enquanto a análise da orientação curricular de computação para a Educação Básica frente aos níveis de co-determinação didática, identificamos condições, restrições e/ou limitações postas pelos níveis não positivos (pedagogia, escola e sociedade) que norteiam as escolhas/decisões realizadas em termos de praxeologia computação e organização praxeológica didática. Elas encontram-se no Quadro 18.

Quadro 18 - Níveis não negativos de co-determinação didática – UNESCO (1997)

Níveis de co-determinação didática	Condições	Restrições e/ou limitações
Sociedade	➢ O domínio de tecnologias da informação é atualmente considerado como fundamentos indispensáveis à educação, assim como a leitura e a escrita	➢ Necessidade de professoras e professores qualificados em informática; ➢ A tendência de crescimento da demanda por profissionais qualificados em Informática requer para suprir esta demanda, maior incentivo na aprendizagem e no ensino dessa área
Escola	➢ As ferramentas e técnicas são fundamentais para os processos de aprendizagem e gerenciamento escolar; ➢ A orientação curricular foi organizada para funcionar sob forma de unidades, agrupadas por módulo, em diferentes níveis da educação básica; ➢ Usar métodos e técnicas da informática com o uso de artefatos tecnológicos; ➢ Manipular hardware e usar softwares para resolver problemas; ➢ Os estudantes deverão conhecer o funcionamento de um computador e de seus componentes.	➢ Em qualquer sistema educacional, o nível de recursos humanos e físicos disponíveis impõe restrições à qualidade de funcionamento de uma nova matéria no currículo escolar; ➢ Os estudantes serão capazes de utilizar computadores de maneira eficiente na vida diária; ➢ Nem todas as escolas possuem pessoas qualificadas em Computação; ➢ Desproporcionalidade entre número de estudantes na sala e computadores.
Pedagogia	➢ A informática é uma disciplina essencialmente prática, que por sua vez é melhor compreendida por meio da utilização de artefatos tecnológicos	➢ Utilização de computadores, de jogos, de vídeos, de jornais; ➢ Visitar instituições que montam, fabricam, instalam componentes de computadores; ➢ Atividades baseada na própria aprendizagem do estudante e/ou realizadas em grupo

Os quatro tópicos que compõem os fundamentos de computação em Ontario (estado do Canadá) desde 2009 (programas 10 a 12) – Ensino Médio – são: desenvolvimento de software; algoritmos e estrutura de dados; correção e eficiência de programas; responsabilidade profissional e ética. Entre um dos objetivos desse programa citamos: ampliar o conhecimento e as habilidades de estudantes a fim de prepararem os estudantes para a sociedade. O Ministério da Educação de Ontario[31], implementou o currículo escolar básico

[31]Vale destacar que o sistema de ensino do Canadá não é federal, ou seja, cada província/território mantém, sozinhas, responsabilidades exclusivas pelo enisno de acordo com a Constituição (estabelecem normas, elaboram diretrizes curriculares, supervisionam instituições de ensino, entre outras funções). Mantendo as suas caracteristicas culturais, históricos e interesses. Ontario é uma dessas províncias. As alunas e os alunos tem o direito de escolher disciplinas para a sua "formação" com tanto que cumpra a quantidade de créditos exigidos. Para a obtenção destes (conclusão do enisno secundário) necessitará cumprir 30 créditos, organizados em 18 créditos compulsóriaos e 12 créditos optativos. As disciplinas Inglês, Matemática e optativas tem respectivamente 4, 3 e 0,5 crétidos (ONTARIO, 2011).

para esses fundamentos de computação em todas as salas de aula do ensino fundamental e médio do estado. Determinou metas e deveres para todos os discentes, docentes, país dos discentes e diretores. No corpo do texto dessas normas, exemplifica um possível método de ensinar fundamentos de computação, mais especificamente, representar dados por dígitos binários, por elementos sinestésicos como o jogo de "cadeiras binárias" "onde oito estudantes representam um byte de dados por sessão ou em pé em frente de oito cadeiras, dependendo se eles representam binário 0 (sentado) ou binário 1 (em pé)" (ONTARIO, 2008, p.20).

Dentre vários objetivos propostos no corpus do currículo de computação em Ontario destacamos uma presente no programa 11 (2º ano do ensino médio): "demonstrar uma compreensão de como o computador usa vários sistemas (por exemplo, binário, hexadecimal, ASCII, Unicode) para representar internamente dados e informações da loja" (ONTARIO, 2008, p.42).

A diretriz curricular de Ontario, grau 9 e 10, referente à educação informática, establece, entre outros objetivos, "demosntrar conhecimentos básicos de números binários e lógica digital" (ONTARIO, 2009, p.58). Em relação às espectativas específicas, tem-se: representar números binários, e converter números inteiros por meio de conversões entre números representados no sistema decimal e no sistema binário (vice-versa); descrever como os computadores representam e processam dados usando o sistema de numeração binário, por meio, por exemplo, de códigos binários, contagem de binários e tabela ASCII; derivar tabelas verdade a partir de portas lógicas; escrever expressões booleanas a partir de tabelas verdade.

A diretriz curricular de Ontario, grau 11 e 12, referente à educação informática, establece, entre outros objetivos, "demonstrar conhecimento de números binários, números hexadecimais, e algebra booleana em lógica de computadores e processamento de dados" (ONTARIO, 2009, p.78). Em relação às espectativas específicas, tem-se: converter números representados no sistema binário e no sistema hexadecimal, e converter números inteiros e racionais por meio da representação de números binários e hexadecimais; relacionar álgebra booleana à portas lógicas fundamentais, combinações de portas lógicas, por meio de representações de símbolos, de expressões algebricas e de números; comparar representações binárias e hexadecimais de endereços e dados de computadores.

Em relação às diretrizes curriculares de matemática de Ontario, grau 9 e 10 (ONTARIO, 2005), e 11 e 12 (ONTARIO, 2007), mantiveram as espectativas dos processos matemáticos voltados à própria aprendizagem do estudantes definidas em 1999, tal que segui-se os seguintes processos matemáticos interligados: resolução de problemas (fundamento essencial da aprendizagem matemática e parte integrante do currículo); raciocinando e

provando (faz sentido ao funcionamento da Matemática, fundamenta o pensamento crítico); selecionando ferramentas e estratégias computacionais (desenvolver a capacidade de selecionar ferramentas eletrônicas próprias, manipuláveis e estratégicas computacionais para realizar problemas, ampliar conceitos, etc.); conectando (fazer conexões entre os conteúdos de matemática e de outras áeras, favorecendo aplicações e modelagens matemática); representando e comunicando (habilidade de expressar ideias matemática e entendimento via oral, visual, ou por escrito); E refletindo (tomada de decisões ao refletir e monitorar seu próprio raciocíneo).

Identificamos recomendações referentes ao estudo de números binários na Educação Básica de Ontário nos documentos curriculares de educação informática e de tecnologias da computação. Quanto aos documentos curriculares da disciplina matemática, não identificamos recomendações referentes aos números binários. A partir disso, interpretamos que os números binários são abordados como conteúdo básico em disciplinas de computação, e não como conteúdo básico de matemática, diferente das recomendações curriculares de matemática nacionais e estadual (Pernambuco). Estes partem de recomendações voltadas à prática social, por meio do estudo de unidades de medida de informação, enquanto que as recomendações curriculares de Ontario (2005, 2007, 2008, 2009), CSTA (2011), UNESCO (1997) e da SBC recomendam um estudo intracomputação. Com a diferença de que no documento curricular de computação de UNESCO (1997) há uma maior abordagem de educação tecnológica enquanto que no documentos da CSTA (2011) e Ontario (2007, 2009), grau 11 e 12, são mais voltados para o estudo de ciência da computação.

Baseado nos conceitos da TAD, as diretrizes curriculares de computação de Ontario (2008, 2009), mais especificamente referentes ao estudo de números binários, não é fundamentada por nenhuma teoria. Basea-se, apenas, na elaboração de tipos de tarefas. Dessa maneira, não apresentam nenhuma técnica e tecnologia. O tipos de tarefas identificados foram: $T_{1:}$ converter um número representado no sistema de numeração binário em um número representado no sistema de numeração decimal;$T_{2:}$ converter um número representado no sistema de numeração decimal em um número representado no sistema de numeração binário; T_3: descrever como os computadores representam dados por meio de dígitos binários (códigos binários, ASCII); T_4: descrever como é realizado o processamento de dados de um computador; T_5: representar tabelas verdade a partir de portas lógicas; T_6: representar expressões booleanas a partir de portas lógicas; T_7: representar números inteiros como números binários; T_8: representar números racionais como números binários; T_9: transformar um número representado no sistema de numeração hexadecimal em um número representado

no sistema de numeração binário; T_{10}: transformar um número representado no sistema de numeração binário em um número representado no sistema de numeração hexadecimal; E T_{11}: relacionar expressões booleanas à portas lógicas por meio de representações de símbolos, de números e de expressões. Quanto à análise da orientação curricular de computação e de matemática para a educação básica frente aos níveis de co-determinação didática, identificamos condições, restrições e/ou limitações postas pelos níveis não positivos (pedagogia, escola e sociedade) que norteiam as escolhas/decisões realizadas em termos de praxeologia computação, praxeologia matemática e organização praxeológica didática. Elas encontram-se no Quadro 19.

Quadro 19 - Níveis não negativos de co-determinação didática - Ontario

Níveis de co-determinação didática	Condições	Restrições e/ou limitações
Sociedade	➢ A inovação tecnológica influência todas as áreas da vida, desde o cotidiano das pessoas, de seu trabalho e de sua interação em escala global; ➢ Desenvolver habilidades e conhecimentos tecnológicos para participar da economia global competitiva com responsabilidade civil envolvido em um ambiente vulneravelmente favorável; ➢ Todo o funcionamento de ensino é responsabilidade das províncias e territórios;	➢ Utilização de sistemas métricos decimais; ➢ Grau 9 a 12 (computação); ➢ Grau 1 a 12 (matemática); ➢ Os estudantes precisam cursar 30 créditos. Entre três destas: educação tecnológica, tecnologias da computação e matemática;
Escola	➢ Concentra-se em desenvolver a capacidade dos estudantes para trabalhar criativamente e competentemente com as tecnologias; ➢ Relacionar tecnologias, meio ambiente e sociedade;	➢ Cada aluno e aluna possuem diferentes responsabilidades para assegurar as suas aprendizagens, orientadas pelos pais; ➢ Cada aluno e aluna possuem diferentes interesses; ➢ Os alunos irão desenvolver uma consciência de questões ambientais e sociais relacionados com a tecnologia de construção;
Pedagogia	➢ Promover a integração da aprendizagem com//usando artefatos tecnológicos relacionados com outras áreas;	➢ Interligar procedimentos matemáticos: resolução de problemas, raciocinando e provando, selecionando ferramentas e estratégias computacionais, conectando e comunicando.

6.4: OS NÚMEROS BINÁRIOS NO SABER DE REFERÊNCIA DA MATEMÁTICA E DA COMPUTAÇÃO

A partir da análise praxeológica de livros didáticos de matemática avaliados pelo PNLD 2014, identificamos os seguintes temas e assuntos referentes ao estudo de números binários: unidades de medida de informação e conversões entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal por meio de duas técnicas diferentes, representação de um número natural por meio de uma soma de potências de base 2, e por meio de divisões sucessivas por 2.

A partir da análise praxeológica do livro didático de ciência da computação, identificamos assuntos, temas e domínios: conversões entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal, codificação e compressão de dados (palavras, números e imagens), detecção e correção de erros de números de código (binário) e teoria da informação.

A partir da análise praxeológica de documentos de diretrizes curriculares de computação, observamos um maior aprofundamento de conhecimentos de computação, caracterizados por um contexto intracomputação, o que faz confirmar o distanciamento "natural" de aprofundamento do objeto do saber (Números Binários) dos livros didáticos para/com as diretrizes curriculares. Além de Ontario (2008, 2009) e CSTA (2011) sugerirem o ensino de conversões entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal, e binário e hexadecimal, aritmética binária, e codificação e processamento de dados, articula uma gama de conteúdos de computação: programação, redes de computadores, banco de dados, entre outros. No entanto, de maneira interessante, as diretrizes curriculares de matemática não abordam o sistema de numeração binário, diferentemente dos documentos curriculares de computação, e de alguns livros didáticos de matemática que abordam ou o citam (DANTE, 2012; ANDRINO, VASCONCELLOS, 2012; BIGODE, 2012).

A partir desses diagnósticos de assuntos ou temas ou setores a respeito do estudo de números binários nos livros didáticos de matemática e de computação e nos documentos de diretrizes curriculares de matemática e de computação, nos prepusemos abordar o saber científico referente aos Números Binários pesquisando, de maneira introdutória, a Teoria da Informação e Comunicação de Shannon; Conversões entre sistemas de numeração (binário, hexadecimal e octal); Funcionamento de computadores clássicos (circuitos combinacionais e

portas lógicas, Máquina de Turing e Linguagem de Máquinas); Álgebra de Boole e operações aritméticas (adição, multiplicação, subtração e divisão) de números binários[32].

6.4.1 Conversões entre sistemas numéricos de base

6.4.1.1 Conversão de número representado no sistema decimal em número representado no sistema binário

Através da representação de um número *m* em uma base $b \neq 1$ conceituada no capítulo 2.2, podemos converter um sistema numérico de base *x* em outro sistema numérico de base *y*. E vimos também que esta representação é única. Aqui neste capítulo, iremos mostrar: conversões entre números representados no sistema binário e no sistema decimal (vice-versa); conversões entre números representados no sistema binário e números representados no sistema octal (vice-versa); conversões entre números representados no sistema binário e números representados no sistema hexadecimal (vice-versa). Essas conversões fazem parte de conteúdo de números binários do saber de referência da Matemática e da Computação.

Para convertermos um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário, iremos recorrer a três técnicas: método das divisões sucessivas por 2, por representação de um número decimal por meio de uma soma de potências de 2 e por subtrações de potências de 2.

Método das divisões sucessivas por 2

Dividir o número representado no sistema decimal por dois. Se o quociente for maior que ou igual a 2, continue a dividi-lo por 2. Realize este procedimento até que o quociente seja menor que 2 (0 ou 1). O número binário convertido será os algarismos dos restos das respectivas divisões organizando-os da direita para a esquerda. O último quociente das divisões sucessivas por 2 será o algarismo mais significativo (o mais extremo - lado esquerdo). Exemplo: Converter $(47)_{10}$ em sistema binário.

[32] Álgebra de Boole e operações aritméticas envolvendo números binários fazem parte de temas ou setores do saber de referência das ciências Matemática e Computação. Elas serão introduzidas no apêndice, assim como circuitos combinacionais, por se constituírem informações suplementares ao entendimento do funcionamento de computadores clássicos.

$47|\underline{2} \longrightarrow 47 = 2.23 + 1$

$1\ \ 23|\underline{2} \longrightarrow 23 = 2.11 + 1$

$1\ \ 11|\underline{2} \longrightarrow 11 = 2.5 + 1$

$1\ \ 5|\underline{2} \longrightarrow 5 = 2.2 + 1$

$1\ \ 2|\underline{2} \longrightarrow 2 = 2.1 + 0$

$0\ \ 1$

Logo, $(47)_{10} = (101111)_2$

Método de representar um número no sistema binário como soma de potências de 2

Converter $(38)_{10}$ para o sistema binário. Simplesmente escreva 38 como uma soma de potências 2: 38 = 32 + 4 + 2. Em seguida represente cada parcela na forma de potência de 2, como definido na representação de um número em uma base no capítulo 2.2. O número binário será formado por cada composição de quantidades de potências. Formando assim, os seus algarismos binários:

$$(38)_{10} = (32 + 4 + 2)_{10} = (1.2^5 + 0.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 1.2^1 + 0.2^0)_{10} = (100110)_2$$

Método que recorre de subtrações sucessivas de potências de 2

Este método é parecido com o anterior. Iremos subtrair o número pretendido para a conversão em sistema binário pela potência de dois mais próxima e menor que ele. Repetimos este processo até que a diferença seja menor que a potência de 2. Por fim, o número representado no sistema binário será formado pela quantidade de potências de 2, organizados do maior para o menor, da esquerda para a direita. Ou seja, são os fatores 0 ou/e 1 multiplicados por cada potência de dois, organizando-os na mesma ordem decrescente de potências (da esquerda para a direita).

Exemplo: Transformar $(85)_{10}$ em número binário

A potência de 2 mais próxima e menor que 85 é 64 (2^6). Então subtraímos 85 por 64. Temos então 85 – 64 = 21. Novamente realizamos o processo: buscamos a potência de 2 mais próxima e menor que 21 (que é $16 = 2^4$). Logo subtrai 21 (diferença anterior) por 16. Temos 21 – 16 = 5. Repetimos o procedimento anterior. Buscamos a potência de 2 mais próxima e menor que 5 (que é $4 = 2^2$). Subtrai 5 por 4. Temos 5 – 4 = 1. Como esta diferença é menor

que 2 então encerramos o procedimento. O número pretendido (85) para ser convertido em binário será representado pela soma de todas as potências procuradas:
85 = 64 + 16 + 4 + 1. Em seguida conta quantas potências de 2 temos e segue ao método anterior: O número representado no sistema binário será formado pela quantidade de potências de 2, organizados do maior para o menor, da esquerda para a direita. $(85)_{10} = (64 + 16 + 4 + 1)_{10} = (1.2^6 + 0.2^5 + 1.2^4 + 0.2^3 + 1.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0)_{10} = (1010101)_2$

Através da representação de um número *m* em uma base *b* conceituada no capítulo 2.2, podemos converter um sistema numérico de base *x* em outro sistema numérico de base *y*. E vimos também que esta representação é única.

6.4.1.2 Conversão de número representado no sistema binário em número representado no sistema decimal

Para convertermos um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal tomaremos como fundamento a organização desse número por ordens. Os algarismos binários, da direita para a esquerda, a partir da 1ª ordem até a n-ésima ordem. Semelhante a organização do sistema decimal. Abaixo exemplificamos um número binário e o seu correspondente (potências de 2) nas respectivas ordens:

6^a	5^a	4^a	3^a	2^a	1^a	: Ordens
1	0	1	0	0	1	: Dígitos binários
2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0	: Potências de 2 correspondentes a cada ordem

Assim, multiplicamos o dígito binário pela sua respectiva potência de 2 $(1.2^5; 0.2^4; 1.2^3; 0.2^2; 0.2^1; 1.2^0)$. O número decimal será igual a soma desses produtos $(101001)_2 = 1.2^5 + 0.2^4 + 1.2^3 + 0.2^2 + 0.2^1 + 1.2^0 = (41)_{10}$

Edwards (1971) nos mostra um exemplo que busca comparar a melhor performance, simplicidade, economia entre os sistemas binários e os sistemas decimais. Considere uma matriz (uma tabela) 9x4 onde cada coluna, a partir da direita para a esquerda, caracterizando assim as classes das unidades, dezenas, unidades de milhar, entre outras. Para representar um número escrito no sistema decimal irá seguir a seguinte regra: apenas uma lâmpada acessa para representar as potencias de 10 em cada coluna. Caso alguma coluna não tenha lâmpadas acessas então corresponderá ao algarismo zero. Observe que o maior número possível para ser representado é 9999. O algarismo representado será a multiplicação do valor da coluna pelo

valor correspondente de cada linha. Assim, o número procurado será a soma desses produtos: 8.1000 + 0.100 + 6.10 + 3.1 = 8063. O exemplo abaixo contém três lâmpadas acessas:

número	1000	100	10	1
9	0	0	0	0
8	●	0	0	0
7	0	0	0	0
6	0	0	●	0
5	0	0	0	0
4	0	0	0	0
3	0	0	0	●
2	0	0	0	0
1	0	0	0	0
0	0	0	0	0

Realizando a mesma tarefa agora considerando os números binários teremos

2^{13}	2^{12}	2^{11}	2^{10}	2^9	2^8	2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1	2^0
0	●	●	●	●	●	0	0	0	●	●	0	0	●

Para representarmos 8063 por meio do sistema binário iremos acender oito lâmpadas ($8063 = 2^{12} + 2^{11} + 2^{10} + 2^9 + 2^8 + 2^4 + 2^3 + 2^0$). Enquanto que acendemos apenas três lâmpadas para representar esse mesmo número no sistema decimal. No entanto, precisaríamos de 36 lâmpadas no máximo para compor qualquer número entre 0 e 9999. Enquanto que no sistema binário iríamos precisar acender apenas 1/3 de todas elas (12 lâmpadas). Assim, podemos representar um número decimal grande utilizando-se menos lâmpadas ou menos quantidade de dígitos, de algarismos que o sistema binário. O que poderíamos considerar esta característica mais favorável ao sistema decimal que ao sistema binário. No entanto, observe que recorrendo à mesma quantidade de lâmpadas (36) utilizadas para representar um número decimal fossem utilizadas para representar um número binário, poderíamos escrever entre 0 e 6871947673 números binários!

6.4.1.3 – Conversões entre sistema binário e sistema decimal em sistema octal (vice-versa)

Idoeta e Capuano (1984, p.31) afirmam que "o sistema octal simplifica muito a numeração do mapa de memórias de máquinas digitais de palavras de 6 bits".

- *Conversão do sistema octal para o sistema decimal*

Exemplo: converter $(143)_8$ para o sistema binário.

O número representado no sistema decimal será a soma do produto de cada dígito octal por sua respectiva potência de 8: $(143)_8 = (1.8^2 + 4.8^1 + 3.8^0)_{10} = (99)_{10}$

- *Conversão do sistema decimal para o sistema octal*

Exemplo: Converter o número $(92)_{10}$ para o sistema octal:

Utilizaremos duas técnicas: a primeira por meio de divisões sucessivas (por 8) e a segunda por meio de conversão do número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário e em seguida converter este número representado no sistema binário em um número representado no sistema octal:

Primeira técnica:

$92 \lfloor \underline{8} \longrightarrow 92 = 8.11 + 4$

$4 \quad 11 \lfloor \underline{8} \longrightarrow 11 = 8.1 + 3$

$3 \quad 1$ Assim, $(92)_{10} = (134)_8$

Segunda técnica:

$92 \lfloor \underline{2}$

$0 \quad 46 \lfloor \underline{2}$

$0 \quad 23 \lfloor \underline{2}$

$1 \quad 11 \lfloor \underline{2}$

$1 \quad 5 \lfloor \underline{2}$

$1 \quad 2 \lfloor \underline{2}$

$0 \quad 1$

$$(92)_{10} = (1011100)_2 = (\underset{1}{\mathbf{00}1} \quad \underset{3}{011} \quad \underset{4}{100})_2 = (134)_8$$

- *Conversão do sistema octal para o sistema binário*

Converter $(27)_8$ em sistema binário:

Desmembramos os algarismos do sistema octal e $(27)_8 = \underset{010}{2} \quad \underset{111}{7}$ Em seguida convertemos cada algarismo do sistema octal para o sistema binário: $(27)_8 = (010111)_2$ Vale destacar que para escrevermos cada dígito do sistema octal, é preciso escrevê-lo por meio de três dígitos

binários (porque cada dígito binário pode ser 0 ou 1 perfazendo assim $2.2.2 = 2^3 = 8$ possibilidades).

- *Conversão do sistema binário para o sistema octal*

Basta separarmos os dígitos do sistema octal em grupos de três, a partir da direita: $(110010)_2 = (110 \quad 010)_2$ Em seguida convertemos cada grupo de três dígitos binários para um dígito octal: $(110010)_2 = \underset{6}{110} \quad \underset{2}{010}$ Assim, o número octal formado será a justaposição desses dígitos: $(110010)_2 = (62)_8$ Caso não forme três dígitos, completaremos por zeros até compor um grupo contendo três dígitos. A seguir, iremos exemplificar este caso:

Converter $(1010)_2$ em um número representado no sistema octal.

$(1010)_2 = 1 \quad 010$ Observe que a quantidade de dígitos binários (4) não é divisível por três. Basta completarmos por zeros o segundo grupo de três dígitos binários:

$(1010)_2 = (\underset{1}{001} \quad \underset{2}{010})_2 = (12)_8$

6.4.1.4- Conversões de sistema binário e de decimal para o sistema hexadecimal (vice-versa)

- *Conversão do sistema hexadecimal para o sistema decimal*

Exemplo: Converter $(3F)_{16}$ em sistema decimal:

Como o número hexadecimal F corresponde ao número decimal 15, basta escrevermos o sistema hexadecimal como a soma do produto de cada dígito com a sua respectiva potência segundo a sua ordem de numeração: $(3F)_{16} = (3.16^1 + F.16^0)_{16} = (3.16^1 + 15.16^0)_{10} = (63)_{10}$

- *Conversão do sistema hexadecimal para o sistema binário*

A técnica é análoga ao do sistema octal. Basta desmembrarmos o número hexadecimal e converter cada dígito para o sistema binário. Como $2^4 = 16$ precisaremos de 4 dígitos binários para escrever um número representado no sistema hexadecimal (16 possibilidades diferentes). Assim, $(C13)_{16} = (\underset{1100}{C} \quad \underset{0001}{1} \quad \underset{0011}{3})_{16} = (110000010011)_2$

- *Conversão do sistema binário para o sistema hexadecimal*

É análoga a técnica realizada no sistema octal, porém agora, da direita para a esquerda, agrupamos 4 dígitos para corresponder a um dígito hexadecimal. Caso a quantidade de dígitos binários não for divisível por 4, basta acrescentarmos zeros para compor o grupo com 4 dígitos.

Exemplo: $(11000111100011100)_2 = (\underset{1}{0001}\ \underset{8}{1000}\ \underset{F}{1111}\ \underset{1}{0001}\ \underset{C}{1100})_2 = (18F1C)_{16}$

- *Conversão do sistema decimal para o sistema hexadecimal*

Por meio da técnica das divisões sucessivas por 16.

Exemplo: converter $(1000)_{10}$ para o sistema hexadecimal

1000|16
8 62|16
14 3

Assim, $(1000)_{16} = (3E8)_{16}$ observando que $(E)_{16} = (14)_{10}$

Técnica 2: Converter o sistema decimal para o sistema binário e daí converter para o sistema hexadecimal

Exemplo: Converter $(1000)_{10}$ para o sistema hexadecimal

1000|2
0 500|2
0 250|2
0 125|2
1 62|2
0 31|2
1 15|2
1 7|2
1 3|2
1 1

Assim, $(1000)_{10} = (1111101000)_2 = (\underset{3}{0011}\ \underset{E}{1110}\ \underset{8}{1000})_2 = (3E8)_{16}$

6.4.2 Os Números Binários utilizados nos elementos de Computação Clássica

A partir da identificação de abordagem histórica introdutória a respeito do computador por livros didáticos de matemática (SOUZA, PATARO, 2012c; ONAGA, MORI, 2012d) e por diretriz curricular (UNESCO, 1997) iremos fazer neste tópico um recorte histórico da computação, seguindo uma diretriz, digamos, ilustrativa, dos dispositivos computacionais ou máquinas de computação ou, ainda, artefatos tecnológicos propícios, principalmente, para resolver cálculos matemáticos. Para então, a partir desse panorâmico histórico, adentrarmos na abordagem da Máquina de Turing, mostrando a sua relação com os números binários e por fim, abordarmos elementos básicos de um computador clássico. Esta etapa caracteriza-se por explicações referentes ao funcionamento de principais componentes de hardware e de

softwares de computadores identificado como conteúdo de ensino em UNESCO (1997) e Ontario (2008, 2009). Livros didáticos de matemática e de computação analisados também fazem menção ao computador como artefato tecnológico que se apropria de números binários para o seu funcionamento. Especificamente, Ontario (2009) sugere, entre outros, o ensino de circuitos lógicos a partir de estados lógicos binários; derivar tabelas verdade a partir de portas lógicas; escrever expressões booleanas a partir de tabelas verdade; relacionar álgebra boolena em lógica de computadores[33].

6.4.2.1 Uma versão histórica da computação

Possivelmente o computador surgiu da necessidade humana de resolver problemas por meio de cálculos mais rápidos e exatos. A necessidade de computação é muito antiga, mais de 3 mil anos possivelmente florido pela limitação de cálculos mentais. E daí, os humanos criaram tábuas contendo tabuadas de multiplicação próximo a Babilônia. Isso em torno de 1700 a.C. As tábuas foram encontradas por arqueólogos (TREMBLAY, BUNT, 1983).

"Há indícios arqueológicos de que uma forma de ábaco estava sendo usada por volta de 4000 a.C tanto na China quanto no Oriente Médio" (STRATHERN, 2000, p.9). "De fato, estritamente falando, o ábaco nada tem de computador. O verdadeiro cálculo é feito pelo operador do ábaco, que deve ter o programa[34] (os passos matemáticos necessários) na cabeça" (STRATHERN, 2000, p.20).

Tremblay e Bunt (1983) citam vários exemplos de dispositivos automáticos de cálculos aritméticos na história humana. Dentre esses, citaremos:

- O ábaco (um dos primeiros a serem desenvolvidos); os bastões de John Napier, utilizados para auxiliar a multiplicação;
- A régua de calculo, criado por William Oughtred em 1653, que utilizava o procedimento de cálculo de logaritmos em uma régua, tal que as multiplicações e divisões eram obtidas, respectivamente, por adição e subtração de comprimentos na régua;

[33] Expressão e tabela verdade obtidos a partir de um circuito, tabelas verdade que representa expressão booleana, circuitos obtidos a partir de expressões booleanas, expressão booleana gerada por circuitos lógicos serão introduzidas no apêndice, por se constituírem informações suplementares ao entendimento do funcionamento de computadores clássicos. Especificamente, existem situações que podem partir tanto de uma representação como de outra para construirmos um circuito de algum computador digital, por exemplo, para facilitar ou melhorar o desempenho do computador, através, também, da arquitetura do circuito.

[34] Vale destacar que programação, assim como algoritmos, são elementos formadores do corpus de computação.

- A máquina de calcular somas e subtrações baseado em pequenos discos construída por Blaise Pascal em 1662 (poderia calcular também multiplicações e divisões caso recorressem às adições e subtrações sucessivas);
- A máquina de calcular tabelas ou máquina diferencial, depois de aperfeiçoada é chamada de máquina analítica, criada por Charles Babbage, considerado por muitos como o pai do computador. Essa máquina podia ser "programada" para calcular várias funções diferentes;
- A máquina de processar dados a partir de cartões perfurados criado por Herman Hollerth para calcular o censo dos Estados Unidos;
- A máquina de tecelagem que recorria também à cartões perfurados criado em 1800 por Joseph Marie Jacquard;
- A calculadora eletrônica automática, criado em 1930 por John Vincens Atanasoff, que podia calcular equações simultâneas envolvendo até 29 incógnitas. "Entre os importantes princípios incorporados a esta máquina estão o uso da memória regenerativa e do sistema de numeração com base 2, binário, ao invés do sistema de base 10" (TREMBLAY, BUNT, 1983, p7);
- Os computadores eletrônicos com o objetivo de decifrar códigos, como o projeto Z1 de Konard Zuse (ibidem, p.7);
- O ENIAC (*Eletronic Numerical Integrator and Calculator*) foi o primeiro computador de grande porte e totalmente eletrônico. A entrada e saída de dados eram feitas por cartões perfurados, os programas eram preparados através da modificação de circuitos. Podia executar 5000 adições e/ou 300 multiplicações por segundo, porém tinha reduzida capacidade de armazenamento de dados. (ibidem, p.9).

Segundo Strathern (2000) a primeira máquina de calcular mecânica foi a máquina de Schickard na qual era introduzido números na entrada, sendo um precursor do computador digital. Os números também eram introduzidos na máquina de Blaise Pascal por meio de rodas graduadas conectadas por hastes dentárias e engrenagens. A máquina de Pascal era capaz de operar adições e subtrações de números com oito dígitos. O avanço ao computador digital foi realizado por Gottfried Wilhelm Leibniz através de sua máquina de calcular. Além disso, escreveu um artigo que explicava a base teórica de qualquer calculadora, e o que ele podia fazer. ("Um trabalho que anunciava as ideias de Turing sobre esse assunto quase 300 anos mais tarde")(ibidem, p.15). E na mesma época,

> Leibniz também criava uma matemática binária, como aquela que viria a se tornar a linguagem dos computadores digitais – embora não tenha

> combinado as duas coisas". A sua máquina não seguiu a frente por falta de verbas e de interesse da Academia Royal Society de Londres em financiar a sua máquina (STRATHERN, 2000, p.16).

A "Máquina de Diferenças nº 1" de Babbage deveria calcular 20 dígitos, armazenar séries de números e somá-los. A operação era baseada no emprego de diferenças múltiplas, recorrendo ao uso de polinômios. Para tal, utilizava rodas dentadas e operava na base 10. Essa máquina não foi concluída (STRATHERN, 2000, p.23).

A "Máquina de diferenças nº 2" avançou na concepção de Ciência da Computação. Iria ser a primeira máquina analítica. Esta máquina era controlada por programa externo que executaria qualquer tarefa aritmética particular segundo instruções definidas por cartões perfurados. Esta máquina teria memória (STRATHERN, 2000, p.23).

"Babbage desenhou a primeira máquina automática de impressão para mostrar o resultado dos cálculos" (GONICK, 1986, p.54). Assim, o calculador analítico de Babbage iria ler dígitos provenientes de cartões perfurados, processados e/ou armazenados e depois impressos. Babbage descobriu os traços essenciais dos atuais computadores. "Mas suas máquinas sofriam de um grave inconveniente. Operavam em matemática decimal. Isso seria corrigido graças ao trabalho desenvolvido por George Boole, um de seus contemporâneos"(ibidem, p.25). Porém não teve incentivo do governo britânico. Em 1854 Boole publicou sua "Investigação das Leis do Pensamento" que introduziu o que atualmente chamamos de álgebra de Boole ou álgebra booleana. Baseava na lógica como uma forma de matemática (alicerçada por axiomas) diferente da concepção filosófica.

> E assim, como a aritmética tem funções essências como a adição, multiplicação e divisão, a lógica pode ser reduzida a operações como 'e', 'ou', 'não'. Essas operações podem ser postas para trabalharem em sistema binário. O 'verdadeiro' e o 'falso' da lógica são reduzidos aos 0 e 1 do sistema binário. A álgebra binária reduz, portanto, qualquer propósito lógico, não importa quantos termos possa conter, a uma sequência simples de si símbolos binários. Isso podia ser contido numa tira de papel em que a álgebra binária fosse reduzida a uma sequência de buracos (ou não buracos). Dessa maneira, todo um 'argumento' ou programa lógico podia ser introduzido com facilidade numa máquina. Com os dígitos binários, máquinas podiam seguir instruções lógicas e sua matemática ficava perfeitamente adaptada ao conceito elétrico ligado/desligado. Em consequência o dígito binário (ou bit) iria acabar se tornando a unidade fundamental de informação em sistemas de computador (STRATHERN, 2000, p.26).

Vale destacar aqui também a ilustre participação no desenvolvimento do computador à Ada Augusta, filha de Lord Bayron, por ser a primeira programadora. Escreveu várias séries

de instruções para o calculador analítico de Babbage, como exemplo da criação de sub-rotinas (“uma sequência de instruções que pode ser usada várias e várias vezes em muitos contextos”); da criação dos loops (instrução de repetição) e sonhava com o salto condicional: a leitura de cartão poderia “saltar” para outro cartão caso existisse alguma instrução de condição, sem necessariamente seguir a mesma sequência de cartões (GONICK, 1986, p.57).

Destacaremos aqui elementos independentes criados durante a História que foram se completando (matemática binária, álgebra de Boole, máquina automática de cartões perfurados com dispositivo de entrada de sequências de números, mecanismos elétrico-mecânico, memória). Até que, felizmente, Alan Turing definiu a natureza teórica de uma máquina capaz de realizar qualquer tipo de calculo, operado por regras definidas, algoritmos (sequências de instruções lógicas, procedimentos conduzidos a algum fim). Ou seja, Turing criara princípios de teoria da computação, na qual partia da ideia de que uma máquina determinada por procedimentos, programas, iria realizar determinadas tarefas segundo as regras nela contidas (a máquina iria ler instruções a respeito do que deveria fazer com números binários inseridos). Que, a partir de seu *insite*, propôs o chamado por ele de “Máquina Universal”. “Esta poderia ser alimentada com um número que codificava o procedimento de uma outra máquina de Turing qualquer. Ela iria então seguir esse procedimento e si comportar de maneira indistinguível da máquina de Turing original” (STRATHERN, 2000, p.45).

Vale frisar que a Máquina de Turing é uma base puramente teórica, e que atualmente é o protótipo teórico de computador digital (clássico). “Turing sugeriu o conceito de uma máquina capaz de identificar proposições arbitrárias num sistema matemático. Essa máquina teórica teria de ser uma máquina de Turing universal” (STRATHERN, 2000, p.45). Ou seja, “ela poderia ser alimentada por um número [binário] que codificasse a descrição de uma outra máquina de Turing, e comportar-se em seguida de maneira idêntica a esta” (STRATHERN, 2000, p.45). É o mesmo comportamento ocorrido nos computadores clássicos da atualidade: um sistema, o Windows, por exemplo, é um programa, que utiliza um tipo de linguagem, possibilitando a execução de outros programas a desenvolverem alguma tarefa. De tal forma que o programa pode ser utilizado em outros computadores. O programa é programado por alguém, que se utiliza de alguma linguagem de programação.

A teoria da máquina universal de Turing tem o seguinte princípio: o cartão perfurado, citado acima, seria uma fita unidimensional infinita formada por finitas células quadradas. Onde cada célula comportaria apenas um único dígito binário: 0 ou 1. A máquina de Turing leria cada célula da fita por meio de uma cabeça de leitura/gravação no sentido da esquerda

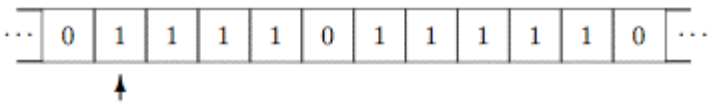
para a direita (vice-versa) tal que a fita teria uma extremidade a esquerda fixa e si estenderia infinitamente à direita. Assim, a cabeça de leitura/gravação digitalizaria em uma em uma célula da fita. Assim, a cabeça de leitura/gravação poderia escrever um símbolo na célula da fita atual ou poderia mover-se a cabeça da célula para a direita ou para a esquerda. A cabeça de leitura/gravação iria ler ou escrever um símbolo na célula da fita até quando alguma célula não contivesse 0 ou 1. Ou seja, a máquina de Turing iria parar por não existir uma regra de transição.

> Em termos modernos, a fita serve como memória da máquina, enquanto a cabeça de leitura e escrita é o barramento de memória, através do qual os dados são acessados (e atualizado) pela máquina. Há duas coisas importantes a serem observados sobre a configuração. O primeiro diz respeito à definição da própria máquina, ou seja, que a fita da máquina é infinito em comprimento. Isto corresponde a uma suposição de que a memória da máquina é infinito. A segunda diz respeito à definição de Turing-computável, ou seja, uma função será Turing-computável se existe um conjunto de instruções que irão resultar em uma máquina de Turing de computação da função, independentemente da quantidade de tempo que leva. Pode-se pensar nisso como assumindo a disponibilidade de tempo infinito para concluir o cálculo (BARKER, platô.stanford.edu/entries/Turing-machine).

Nota-se, portanto, um idealismo de computador por Turing. Na prática, se a memória de uma máquina de Turing for infinita, mostra-se com isso, a sua impossibilidade de construção da própria máquina de Turing. Consequentemente a questão do tempo ilimitado na execução dos procedimentos pela máquina é também impraticável. As pessoas utilizam o computador para, entre outras coisas, resolver problemas em um determinado tempo.

Iremos a seguir definir uma máquina de Turing:

Figura 61: Máquina de Turing

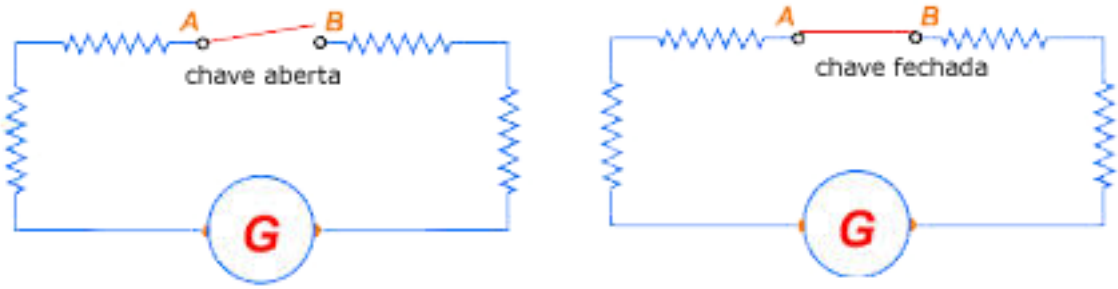


Em todo computador (clássico) existem quatro componentes básicos: a memória, a unidade de aritmética e lógica, a unidade de entrada e saída de dados e a unidade de controle" (TREMBLAY, BUNT, 1983).

A memória (principal) de um computador é derivada igualmente em palavras (bytes) sendo que cada uma delas contém um único endereço, que poderá ter tamanhos diferentes "determinando o maior e o menor número que pode ser armazenado" (TREMBLAY, BUNT,

1983, p.21). Este endereço, assim como o endereço de uma residência, serve para localizar e gravar determinado dado na memória do computador. A memória é composta por uma série de chaves elétricas de duas posições. Por conversão, a chave no estado “1” significa está ligada e a chave no estado “0” significa que a chave está na posição desligada. (Vide Figura 66). E que qualquer dispositivo digital capaz de armazenar um dígito binário define um “bit” de informação. O tamanho das palavras é expresso em bytes (8 bits).

Figura 62 - Chave elétrica de dois estados: aberta e fechada



A unidade de controle faz com que o dispositivo de entrada leia dados, transfira valores adequados da memória para a unidade de aritmética e lógica, onde os cálculos são executados, armazena e recupera dados e resultados guardados na memória principal e passa os resultados para o dispositivo de saída. Assim, a unidade de controle e a unidade de aritmética e lógica formam a Unidade Central de Processamento (UCP) (TREMBLAY, BUNT, 1983). A UCP é formado pelos seguintes elementos principais: acumulador, ULA (Unidade Lógico-Aritmético) e registrador ou registro: o acumulador executa as operações de transferência ou contém parcelas ou resultados de operação; ULA executa as operações de soma, subtração e comparações lógicas; o registrador auxilia a ULA e o acumulador nas operações citadas. “Todas as operações são executadas em forma binária” (SHIMIZU, 1985, p.12).

“Um programa é simplesmente uma sequência de instruções que dirigem a UCP na execução de algum calculo” (TREMBLAY, BUNT, 1983, p.24) que deve ser compreensível pala UCP. “Uma UCP somente pode compreender instruções que sejam expressas em termos de sua linguagem de máquina [...] Qualquer linguagem nada mais é do que um conjunto de regras que especificam como as coisas devem ser expressas para serem compreendidas” (TREMBLAY, BUNT, 1983, p.24). No caso da linguagem de máquina em particular, consideraremos um tamanho de 8 bits (1 byte) para cada instrução, dividindo em duas partes: um código de operação de 3 bits que especifica a operação a ser executada; um código de 5

bits que indica o endereço do dado sobre qual a operação será realizada. Também admitiremos a existência de um acumulador na unidade de aritmética e lógica no qual as operações aritméticas são executadas. No Quadro 20 apresentamos um exemplo de um conjunto de instruções em Linguagem de Máquina:

Quadro 20 - Exemplo de instruções em Linguagem de Máquina

Endereço da instrução	Código de Operação	Operando
00000	001	10101
00001	010	00001
00010	100	01010
00011	101	11000
00100	111	00000

Os códigos de operação têm os seguintes significados (por exemplo):
"001" → Carregar: copie no acumulador o conteúdo da palavra endereçada;
"010" → Somar: some o conteúdo de seu endereço com o conteúdo do acumulador e substitua o resultado no acumulador;
"100" → Imprimir: imprima o valor do acumulador na tela;
"101" → Desligar: aciona a impressora e finaliza a impressão;
"111" → Parar: finalizar a execução.

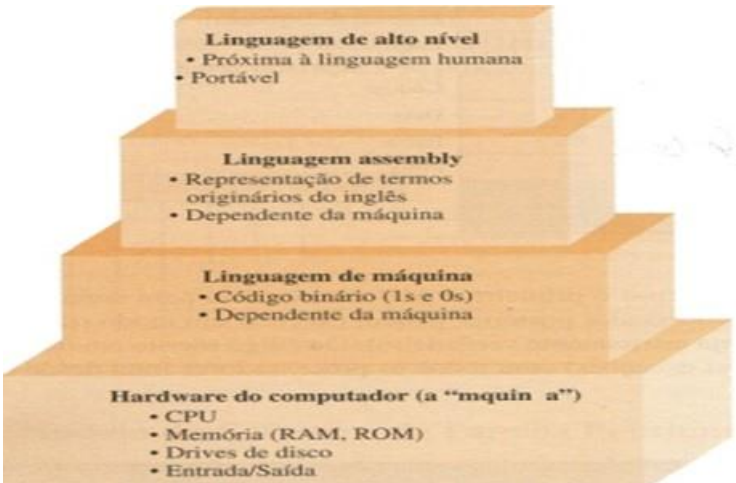
Considere que a execução 001 começa no endereço 00000, com a instrução 00110101 (aglutinação de 001 + 10101), e que as instruções sigam em ordem sequencial de endereço de instrução.

A primeira instrução a carregar é código de operação 001, que significa que está ordenando a UCP copiar no acumulador o conteúdo da palavra endereçada no endereço 00000 e conteúdo 00110101. Este conteúdo é inalterado no endereço de instrução 00000. A segunda instrução pede à UCP somar o conteúdo do seu endereço (01000001) com o conteúdo do acumulador (00110101) e que tem como resultado 01110110 que é agora o novo conteúdo do acumulador. Sendo que o conteúdo do endereço 00001 é 01000001. A próxima instrução é "100" que irá solicitar a impressão do conteúdo do acumulador (01110110). A penúltima instrução "101" finaliza a impressão. Por fim, a última instrução "111" finaliza a execução. Observe que tanto o endereço de memória de um computador (endereço de instrução) como a função e conteúdo da memória são representados por números binários.

A partir daquele exemplo (instruções em Linguagem de Máquina), podemos definir instruções de máquinas como sendo um conjunto de valores binários que foram codificados de tal modo que representam todas as operações possíveis executadas pela UCP. Além disso, toda instrução de máquina ocupa um ou mais bytes (conjunto de 8 bits aqui considerado) da memória e é formada de duas partes principais: o código de operação, que identifica o tipo de operação que deve ser executada e os operandos ou os endereços, que contêm os valores ou endereços dos dados que entram na operação. O conjunto de instruções variam de UCP para UCP, mas as operações básicas são: comparar, transferir dados (entre memória e terminal), instruções de entrada e saída de dados (binários), de operações aritméticas e lógicas.

Floyd (2007) define níveis de linguagens de programação por meio de um diagrama hierárquico, conforme a Figura 63 - Hierarquia de linguagens de programação em relação ao hardware do computador. O nível mais baixo é representado pelo hardware de computadores (CPU, drives de discos, entrada/saída). Acima desta linguagem está a *linguagem de máquina*. Esta linguagem é escrita utilizando-se apenas zeros e uns. Acima da linguagem de máquina é a *linguagem assembly*. Esta linguagem representa os uns e zeros por palavras em inglês. Estas palavras são chamadas de mnemônicos ou códigos de operação, o que busca semelhança com a linguagem humana. Esta linguagem é definida como sendo uma linguagem de baixo nível porque são próximas da linguagem de máquina e ainda é especifica de um determinado microprocessador ou de uma família de microprocessadores. Acima da linguagem assembly é caracterizada pela *linguagem de alto nível* (Java, C++, C, etc.). Esta linguagem é mais próxima da linguagem humana e é portátil, ou seja, um programa pode ser executado em uma variedade de computadores.

Figura 63 - Hierarquia de linguagens de programação em relação ao hardware do computador



Fonte: (FLOYD, 2007, p.724)

Vale destacar que a linguagem assemby[35] e a correspondente linguagem de máquina que ela representa é específica de um computador ou mesmo de uma família de computadores; não é portátil; Assembly é diferente de assembler uma vez que este é um tipo de assemblador, ou seja, é um programa que converte um programa em linguagem assembly em linguagem de máquina, que, por sinal, é entendido pelo microprocessador. De maneira análoga ao assembler, o compilador é um programa que converte ou copila a linguagem de alto nível em linguagem de máquina ou em códigos binários entendíveis pelo hardware. Assim, "todos os programas escritos em linguagem assembly [linguagem de baixo nível] ou linguagem de alto nível precisam ser convertidos em linguagem de máquina para que um computador em particular reconheça as instruções do programa" (FLOYD, 2007, p.725).

Portanto, linguagem de máquina é escrita por meio de códigos binários. A seguir, iremos explicar porque os hardwares "entendem" a linguagem de máquina ou códigos binários por meio da abordagem de circuitos combinacionais e portas lógicas.

6.4.2.1 Circuitos Combinacionais e Portas Lógicas

Idoeta e Capuano (1984) comentam que as funções lógicas são possíveis para implementar a aritmética binária (adição e multiplicação principalmente) por meio de portas lógicas binárias, a organização de circuitos digitais retoma o conhecimento conjunto de Álgebra de Boole e funções lógicas. Nas funções lógicas é determinado por apenas dois estados: 0 (zero) e 1 (um). O estado zero representará ausência de tensão, chave fechada, etc. O estado um representará o seu oposto: presença de tensão, chave aberta, etc. Assim, os estados "1" e "0" representam situações contrárias. "As chaves elétricas são interruptores de corrente elétrica em circuitos eletrônicos" (SHIMIZU, 1985, p.36).

"A base do hardware de computador e qualquer tipo de circuito elétrico de representação binária (também chamado de circuitos digitais) são os componentes denominados portas lógicas ou *gates*" (SHIMIZU, 1985, p.36). As portas lógicas são fabricadas por pequenos transistores. Toda porta recebe ou não corrente elétrica de baixa tensão (bit 1 ou 0) que depende das correntes (dos fios, por exemplo) de entrada e do tipo da porta. Assim, circuitos eletrônicos formados por portas lógicas manipulam valores binários e são denominados circuitos binários ou circuitos lógicos digitais (o chip é um exemplo de

[35] "O termo programa fonte é frequentemente usado para se referir ao programa escrito na linguagem assembly ou de alto nível. O termo programa objeto se refere à linguagem de máquina que é tradução de um programa fonte" (FLOYD, 2007, p.725).

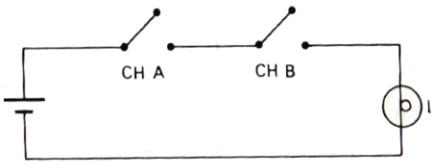
circuito integrado). Além do mais, os circuitos lógicos digitais podem ser estudados matematicamente por meio da Teoria da Álgebra de Boole que manipulam números binários (SHIMIZU, 1985).

As portas lógicas que iremos abordar são: E ou AND; OU ou OR; NÃO ou NOT; NÃO E ou NAND e NÃO OU ou NOR.

Função E ou AND

A função E "é aquela que executa a multiplicação de duas ou mais variáveis binárias" (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.58). S = A.B lê-se: saída S é igual a A e B. Considere o seguinte circuito que representa a função E (Figura 64):

Figura 64 - Representação do circuito da Função E



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.58)

L: lâmpada apagada representada por 0 e acessa representada por 1
CH: chave aberta representada por 1 e fechada representada por 0
E: energia

Observe a Figura 64. Iremos analisar o comportamento das chaves quando a fonte de energia E gerar corrente pelo circuito para ligar a lâmpada L:

1. Se as duas chaves A e B estiverem abertas (A = B = 0), então nenhuma corrente irá circular, logo, a lâmpada permanecerá apagada (L = 0, A.B = 0.0 = 0);
2. Se as duas chaves A e B estiverem fechadas (A = B = 1), então a corrente irá circular neste circuito, logo, a lâmpada permanecerá acessa (L = 1, A.B = 1.1 = 1);
3. Se a chaves A estiver fechada (A = 0) e a chave B estiver aberta (B = 1), então a corrente não irá circular neste circuito, logo, a lâmpada permanecerá apagada (L = 0, A.B = 0.1 =0);
4. A última possibilidade de comportamento de chaves é o inverso desta anterior: Se a chave A estiver fechada (A = 1) e a chave B estiver aberta (B = 0), então não circulará corrente neste circuito, logo, a lâmpada L permanecerá apagada (L = 0, A.B = 1.0 = 0).

Vale destacar a relação existente entre o comportamento lógico da álgebra de Boole e a multiplicação de binários. No entanto, A.B significa A **e** B e não A vezes B! Por outro lado, o sinal "." entre os números binários "1" e "0" significa o sinal de multiplicação. Portanto, o mesmo sinal "." aqui adotado, em Álgebra de Boole e aritmética binária, tem dois significados diferentes.

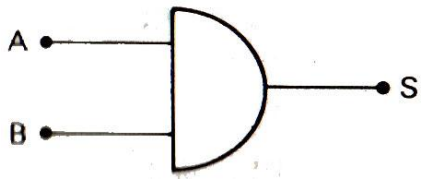
Analisando essas quatro possibilidades, concluímos que a lâmpada L apenas será acessa quando as chaves A e B estiverem fechadas (A = B = 1). Iremos a seguir representar o circuito acima (por meio das quatro possibilidades) uma tabela da verdade da função E. "Tabela da Verdade é um mapa onde colocamos todas as possíveis situações com seus respectivos resultados. Nesta tabela iremos encontrar o modo como a função se comporta perante todas as situações possíveis" (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.59). Vide Quadro 21.

Quadro 21 - Tabela Verdade de uma função E

A	B	L	
0	0	0	possibilidade
1	1	1	possibilidade
0	1	0	possibilidade
1	0	0	possibilidade

"A porta E é um circuito que executa função E. Representaremos uma porta E através do símbolo abaixo" [Figura 65] (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.59).

Figura 65 - Representação da Porta E com duas variáveis de entrada

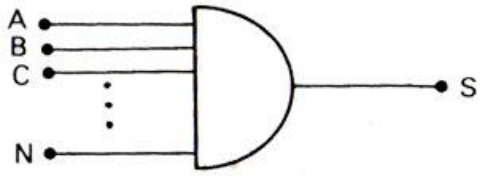


Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.59)

Esta porta E tem duas variáveis binárias de entrada (A **e** B) e um valor binário de saída S = L. Assim, a porta E executa a tabela verdade da função E (Quadro 21).

Na definição e notação referente à função E, representamos apenas duas variáveis de entrada, mas podemos definir para qualquer número finito de entradas. Teremos assim a porta E de **n** entradas e somente uma saída S. Vide Figura 62.

Figura 66 - Representação da Parta E com *N* variáveis de entradas



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.60)

Generalizando o funcionamento da função E temos que a saída S permanecerá no "estado 1" (S = 1) se e somente se as **n** entradas forem iguais a 1 e permanecerá no "estado 0" nos demais casos. A sua representação em expressão booleana será $S = A.B.C.....X$ O símbolo " **.** " é lido como **e.** Daremos um exemplo de porta E de 3 variáveis binárias de entrada e a sua tabela da verdade (Vide Quadro 22):

Quadro 22 - Tabela da Verdade da função E com 3 variáveis de entrada

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

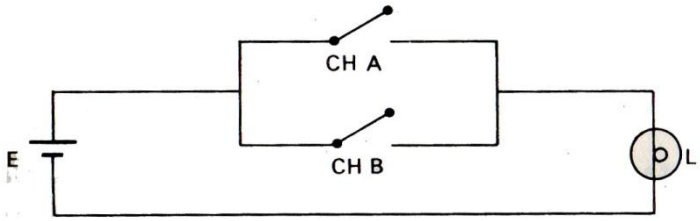
Neste caso teremos 8 situações possíveis para as entradas $(2^N = 2^3 = 8)$. A representação desta tabela da verdade em expressão boolena é S = A.B.C

Função OU ou OR

"A função "Ou" ou "OR" é aquela que assume um (1) quando uma ou mais variáveis binárias de entrada forem iguais a um (1) e assume valor zero (0) se, e somente se, todas as variáveis de entrada forem iguais a zero (0)" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.61).

A função OU é representada em expressão boolenana por S = A + B. Lê-se: a saída S é igual a A **ou** a B. O símbolo "+" é lido como **ou.** A representação da função OU por meio de um circuito será conforme a Figura 67:

Figura 67 - Representação do circuito da Função OU



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.61)

Faremos a seguir a análise das combinações de chaves para a função OU:

1. Se ambas as chaves A e B estiverem abertas (A = B = 0) no circuito, então não circulará corrente, logo, a lâmpada L permanecerá apagada (L = 0, A + B = 0);
2. Se a chave A estiver aberta (A = 0) e a chave B estiver fechada (B = 1), então circulará corrente no circuito pela chave B e acenderá a lâmpada (L = 1, A + B = 1);
3. Se a chave A estiver fechada (A = 1) e a chave B estiver aberta (B = 0), então circulará corrente no circuito pela chave A e acenderá a lâmpada (L = 1, A + B = 1);
4. Se ambas as chaves A e B estiverem fechadas (A = B = 1) no circuito, então circulará corrente, logo, a lâmpada L permanecerá acessa (L = 1, A + B = 1);

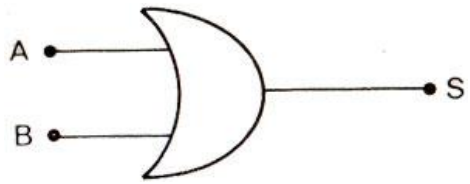
Analisando as quatro situações de combinações de chaves em um circuito em paralelo estaremos mostrando a definição de funções OU: a lâmpada será ligada quando a chave A ou a chave B estiverem ligadas. A partir dessa ilustração de combinações de chaves em um circuito em paralelo, apresentaremos tabela verdade da função OU conforme o Quadro 23.

Quadro 23 - Tabela da Verdade da função OU com duas variáveis de entrada

A	B	L	
0	0	0	1ª possibilidade
0	1	1	2ª possibilidade
1	0	1	3ª possibilidade
1	1	1	4ª possibilidade

A porta "OU" ou "OR" "é a porta que executa a função "OU"" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.62). Representamos a porta OU através dos símbolos a seguir (Figura 68):

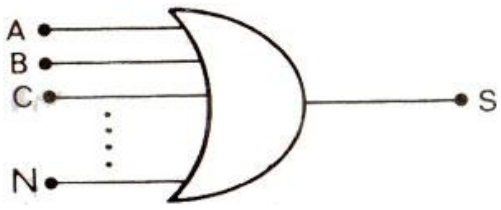
Figura 68 - Representação da Porta Ou



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.63)

A porta OU executa a tabela da verdade da função OU. Ou seja, a saída terá estado "1" quando uma ou mais variáveis binárias de entrada forem iguais a "1". A saída S = L estará no estado "0" se, e somente se, todas as variáveis binárias de entrada forem iguais a "0". Generalizando a porta OU contendo **N** entradas e somente uma única saída (Figura 69):

Figura 69 - Representação da Porta OR com N variáveis de entrada



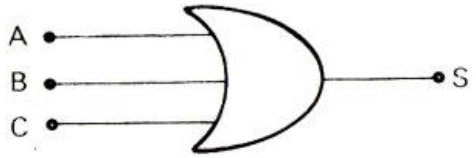
Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.63)

Recorrendo as três variáveis binárias de entrada, mostraremos a representação da porta OU por meio da tabela da verdade (Quadro 24) e por meio de circuito (Figura 70):

Quadro 24 - Tabela da Verdade da função OU com três variáveis de entrada

A	B	C	S
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Figura 70 - Representação da Porta OU com as variáveis A, B e C



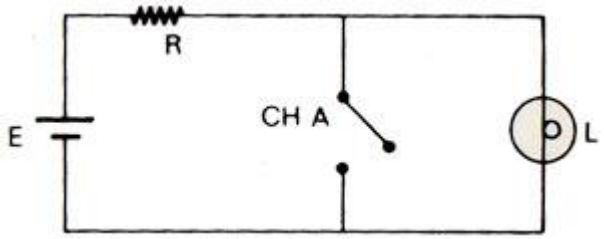
Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.64)

Para construir essa tabela verdade recorremos a 8 ($2^N = 2^3 = 8$) valores binários ou situações de valores binários nas entradas.

Função NÃO ou NOT

"A função "NÃO" ou função complemento é aquela que inverte o estado da variável, ou seja, se a variável estiver em zero vai para um (1), e se a variável estiver em um (1) vai para zero" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.64). A sua representação em expressão boolena é $S = \overline{A}$ ou S = A' Lê-se: A barra ou Não A. Assim, a barra ou o a apostrofe faz com que o estado da variável binária de entrada inverta-se. Podemos dizer que $\overline{A}$ é a negação de A. Iremos a seguir representar um circuito que exemplifica um caso de função NÃO por meio da Figura 71:

Figura 71 - Representação do circuito da Função NÃO



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.65)

Verificaremos a seguir a situação da corrente passando pela chave A estando aberta e fechada:

1. Se a chave A estiver aberta (A = 0), então circulará corrente no circuito acendendo a lâmpada (L = 1, $\overline{A}$ = 1);
2. Se a chave A estiver fechada (A = 1), então ocorrerá um curto-circuito, apagando a lâmpada (L = 0, $\overline{A}$ = 0).

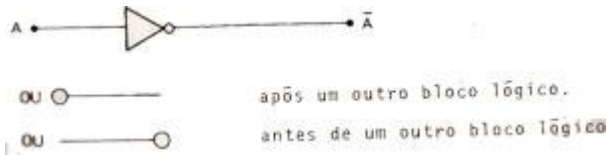
Representaremos o circuito que exemplifica um caso de função NÃO por meio de tabela verdade (Quadro 25) por simbologia.

Quadro 25 - Tabela da Verdade da função NÃO

A	$\overline{A}$ = L
0	1
1	0

Segundo Idoeta e Capuano (1985, p.65), "o inversor é o bloco lógico que executa a função NÃO. Sua representação será:" [Figura 72].

Figura 72 - Representação da Porta Não



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.65)

Função NÃO E ou NAND

A função NÃO E ou NE ou NAND "é uma composição da função E com a função NÃO, ou seja, teremos a função E invertida" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.66).

Representaremos a seguir a função NÃO E por meio de uma tabela da verdade, porta NAND e por expressão boolena.

Expressão boolena da função NÃO E: $S = \overline{A.B}$ O "traço" $\left(\bar{}\right)$ indica a inversão do produto booleano A.B.

Representação da função NÃO E por meio de tabela da verdade (Quadro 26):

Quadro 26 - Tabelas da Verdade da função NÃO E

A	B	S
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

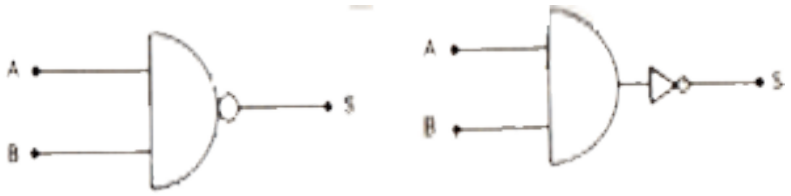
$\Leftrightarrow$

A	B	A.B	$\overline{A.B}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Observe que é equivalente fazermos A.B e depois $\overline{A.B}$

Segundo Idoeta e Capuano (1985, p.66), "a porta NAND é o bloco lógico que executa a função NAND. Sua representação será [Figura 73]:"

Figura 73 - Representação da Porta NÃO E



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.67)

A porta NAND pode ter duas ou mais entradas.

Função NÃO OU ou NOR

A função NÃO OU ou NOU ou NOR "é a composição da função NÃO com a função OU, ou seja, a função NOR será o inverso da função OU" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.66). A seguir iremos mostrar representações da função NOU por meio de expressão boolena, tabela da verdade e por porta NOR:

A expressão booleana da função NOR é $S = \overline{A+B}$, onde o "traço" $\left(\bar{}\right)$ indica a inversão da soma booleana A+B.

Representação da função NÃO OU por meio de tabela verdade (Quadro 27):

Quadro 27 - Tabelas Verdade da função NÃO OU com duas variáveis de entrada

A	B	S
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

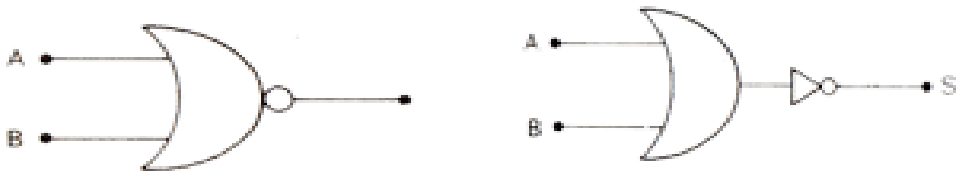
$\Leftrightarrow$

A	B	A+B	$\overline{A+B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Observe que é equivalente fazermos A+B e depois $\overline{A+B}$

Segundo Idoeta e Capuano (1985, p.68), "a porta NOR é o bloco lógico que executa a função NOR. Sua representação será [Figura 74]:"

Figura 74 - Representações da Porta NOR



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.68, 69)

6.4.3 Teoria da Informação e Comunicação de Shannon

Como podemos medir uma informação?
Qual é a relação existente entre números binários e a teoria da informação e comunicação de Shannon?

Acreditamos que estas sejam questionamentos que levam a gente a direcionar a nossa abordagem, de maneira breve, sobre teoria da informação e mais específico, sobre medida de informação.

A seguir, iremos explicar elementos teóricos de informação, medidas de informação e assim responder esses questionamentos como também compor um contexto teórico que busca justificar a proposta de trabalho e mais particularmente a relação entre medida de informação e os números binários.

Partindo da Teoria da Informação ou Teoria Matemática da Comunicação assim definida por Shannon que objetivava por meio de sua teoria otimizar o custo de transmissão de sinais; Shannon introduz a sua teoria a partir da definição de quantificação de informação, axiomas, equações e conceitos de probabilidade e de funções logarítmicas para reduzir a incerteza do sinal. A Teoria da Informação parte dos conceitos básicos de quantidade de informação, redundância e ruído (EPSEIN, 1986).

A informação parte do entendimento da existência de três elementos inseparáveis: emissor, mensagem e receptor. Quando uma pessoa envia uma informação para outras pessoas, provavelmente existirá interpretação da informação para algumas pessoas e para outras existirá ruídos. Neste ruído é que necessitará de redundância para ser apreendida para essas últimas pessoas. Uma tomada de decisão a se pensar é enviar uma informação que gere menor ruído possível.

O que seria melhor, informar inúmeros valores de uma tabela a outra pessoa ou apresentá-la apenas a fórmula que obtém todos os valores da tabela a aquela pessoa? Por outro lado o receptor poderá não saber ou compreender como utilizar a fórmula para tal. Este é um código que mantém regras necessariamente compreendidas por ambos (emissor e receptor) para que exista compreensão de informação. A partir disso, informação e comunicação são dois conceitos distintos: o primeiro "depende apenas da variedade ou do número de mensagens possíveis abrangidas pelo código". Já a comunicação: "envolve o significado ou a interpretação das mensagens, que dependerá da dimensão semântica do código ao qual está referido. As mensagens só adquirem sentido quando rebatidas a códigos, e a atualização deste dá-se através das mensagens" (EPSEIN, 1986, p.16). Assim, o conhecimento do código deve, portanto, preceder ou no máximo ser simultâneo à troca de mensagens, que parte da condição de que um código destinado à comunicação deve ser constituído basicamente por sinais individuais distintos entre si. Os sinais são contáveis, mas por combinação permite aumentar o número de mensagens. Na escrita, os sinais são letras e a sua combinação por determinadas regras formam palavras, frases...

A redundância é definida como excesso de sinais sobre o mínimo necessário para transmissão da variedade requerida. [A redundância é parte da informação desnecessária para informar um sujeito A para um sujeito B. Exemplo: "Daqui a pouco vou subir para cima". " subir para cima" seria uma redundância]. Assim, as regras de sintaxe indicam a redundância, na medida em que implicam a não utilização de toda a capacidade do canal. Esta redundância, por sua vez, ocasiona um aumento no custo da transmissão da mensagem. A redundância, todavia, expressa na forma de regras de sintaxe, possibilita o aparecimento de formas ao

observador externo. Ele, por definição, é aquele que detecta a ocorrência física dos sinais, mas não só ignora o código como pode até não saber se os sinais são uma ocorrência fortuita ou intencionalmente utilizados num processo comunicativo (EPSEIN, 1986, p.19,20).

O conceito de ruído parte do entendimento de que "todo o fenômeno que é produzido numa comunicação e não pertence à mensagem intencionalmente emitida chama-se ruído" (EPSEIN, 1986, p.21). O que perturba a recepção fiel da mensagem, alterando-a.

A redundância é, por outro lado, um fator capaz de proteger a mensagem contra o ruído. Partindo dessa relação temos que a capacidade combinatória de sinais possibilita a inexistência de redundância, mas em compensação existe maior indício de vulnerabilidade em relação ao ruído. Assim, "o projeto do sistema de comunicação deve estabelecer um termo justo entre custo da transmissão, a redundância utilizada e o ruído existente" (EPSEIN, 1986, p.21). Como exemplo disto, temos que antigamente a mensagem por telegrama era comprada de acordo com a quantidade de letras: qual vai ser o custo mínimo possível para enviar uma mensagem? Se utilizar todas as combinações de sinais em uma mensagem, o código não terá regra de sentido e o observador externo não detectará o significado, o estilo. "A Teoria da Informação interessa exclusivamente pelas estruturas dos códigos enquanto veículos que possibilitam a transmissão de variedade" (EPSEIN, 1986, p.24).

O conceito de ruído é equivalente ao de erro em tecnologia da informação. No entanto parte do pressuposto de que pode ser erro pra alguém e informação para outro. Assim, a informação equivale à redução de incertezas.

Segundo Elwyn Edwards o objetivo da teoria da informação é medir a informação. Esta pode ser "caminhada de um ponto para outro, pode ser traduzida e pode ser armazenada. Sendo elemento essencial de qualquer sistema de controle" (EDWARDS, 1971, p.14).

No tópico **6.4.1.2** ilustramos uma representação de número escrito no sistema binário e no sistema decimal por meio da combinação de lâmpadas acessas conforme a sua correspondência com sua coluna e linha (seu produto). Daí, concluímos que podemos representar um número grande no sistema decimal utilizando-se menos lâmpadas ou menos quantidades de dígitos que o sistema binário. Isto significaria que o sistema binário iria utilizar menos quantidade de informação, menos memória de um computador em comparação a escrita do mesmo número no sistema decimal? O próprio resultado de comparação entre vantagens e desvantagens de sistema binário e de sistema decimal está mostrado no tópico **6.4.1.2**: "No entanto observe que recorrendo à mesma quantidade de lâmpadas (36) utilizadas para representar um número no sistema decimal fossem utilizadas para representar um número no sistema binário, poderíamos escrever entre 0 e 6871947673 números binários!"

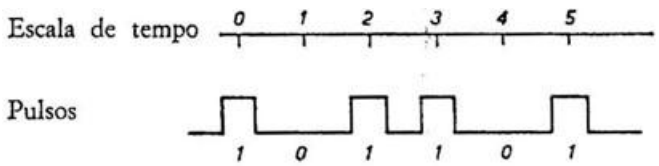
(loc. op) Nos dá uma pista para aquele questionamento. Levando-se em consideração a essas comparações entre sistema binário e sistema decimal ou mostrando suas vantagens e desvantagens um em relação ao outro e considerando que a combinação de lâmpadas acessas, ou não, compõe informações podemos fazer o seguinte questionamento: Quais são os critérios que devem ser considerados para quantificar uma informação? Podemos quantificar informação? Como? Neste tópico procuraremos responder estas perguntas na perspectiva de fundamentá-las por meio de sistema binário, ou melhor, de mostrar a importância do estudo de sistema binário, como "peça" utilizada, para proporcionar essa quantificação de informação.

Segundo Edwards (1971, pp.34, 35)

> O sistema binário mostra-se conveniente quando enfrentamos o problema de transmitir informações ao longo de um fio, usando código telegráfico. Nessa hipótese, é de muita utilidade recorrer ao sistema binário, transmitindo um sinal para corresponder ao 1 e nada para corresponder ao 0. O problema estará simplificado se assentarmos transmitir ou não transmitir a intervalos regulares de, digamos um segundo.

Vejamos um exemplo para explicar a afirmação acima de Edwards (1971) por meio de um diagrama de pulso: Suponha que queiramos transmitir o número 45 para alguém. Considere 1 segundo para representar cada número. Se no caso este número for zero não iremos representá-lo por meio de um som (bipi). Se no caso existir variações desses números, iremos representar cada número (1, 2, 3, 4...) por um tipo de som. Assim, em escala de tempo gastaríamos 45s para transmitir o número 45 representado no sistema decimal enquanto que gastaríamos apenas 6s para transmitir o número 45 representado no sistema binário (101101). Observe o diagrama de pulso (Figura 75):

Figura 75 - Representação do nº 45 por um diagrama de pulso



Fonte: Figura 3.3 de EDWARDS, 1971, p.35.

No sistema binário seria possível transmitir qualquer número entre 0 e 6.871.947.673 em apenas 36s. Enquanto que no sistema decimal gastariam uns dois mil anos! "Computadores digitais de alta velocidade têm seus circuitos baseados na aritmética binária.

Certo número de componentes usados para manipular informações são elementos de dois estados, ou dicotômicos" (EDWARDS, 1971, p.35).

Partindo do exemplo a seguir, será mostrado a formula para calcular a quantidade de informação ou incerteza ou entropia assim definida por Shannon.

Tomemos um conjunto de 8 letras do alfabeto da língua portuguesa: A, B, C, D, E, F, G, H. Escolha uma letra e peça para um amigo seu adivinhar qual foi a letra escolhida. Seu amigo, que é muito esperto, não escolherá nenhuma das duas técnicas abaixo mencionadas:

1. escolherá a letra aleatoriamente ("chutando");
2. perguntará em ordem, crescente a partir de A ou decrescente a partir de H e caso não seja ela perguntará de maneira sequencial, respectivamente, em ordem crescente ou em ordem decrescente.

Tanto as técnicas 1 como a 2 utilizam-se no máximo 4 perguntas para adivinhar a letra. Mas seu amigo sabe que existe uma maneira melhor para adivinhar a letra: ele escolherá a letra do meio (a letra D ou a letra E neste exemplo). Seu amigo perguntará se a letra escolhida é anterior a letra E. Caso seja sim, continuará a perguntar se a letra escolhida está antes C. Caso seja sim, continuará a perguntar: a letra escolhida está anterior a letra B. Digamos que seja não. E dessa resposta adivinhará a letra escolhida (letra C). Essa técnica utiliza um total de 3 perguntas para adivinhar a letra escolhida pelo seu amigo. Assim, dizemos que as duas primeiras técnicas possuem 4 quantidades de informação e a técnica escolhida pelo seu amigo possui 3 unidades de informação. Ou seja, as perguntas estabelecem uma "média de dificuldade". Observe que aplicando a extensão do conjunto, só se faz mais uma pergunta. Configurando-se a melhor estratégia possível.

> Diz-se, portanto, que a quantidade de informação associada ao conjunto é de quatro unidades por letra. Nesse sentido, a quantidade de informação é chamada "incerteza" e é indicada pela letra H. Após esta letra H, refere-se, entre parênteses, o conjunto a que se faz menção (EDWARDS, 1971, p.47).

No exemplo anterior temos a partir da notação de incerteza de Edwards:

H(A a H) = 3 unidades por letra e H(A a P) = 4 unidades por letra. "Para distinguir entre a informação de uma afirmação e a Incerteza de um conjunto, indicaremos a primeira a letra I" (EDWARDS, 1971, p.47). Assim, a quantidade de informação contida em qualquer das soluções do exemplo anterior será I(A a H) = 3 unidades e I(A a P) = 4 unidades.

Vale destacar que I e H possuem unidades de medidas diferentes: A unidade de informação é chamada de bit e equivale à quantidade de informação associada à seleção de

um entre dois eventos equiprováveis e_1 e e_2: $I(e_1) = I(e_2) = -\log_2 \frac{1}{2} = 1$ bit . A incerteza, H, é medida em bits/letra (bits por letra).

Elwyn Edwards chama H de "incerteza", enquanto que Shannon chama H de "entropia". Shannon deduziu para H uma fórmula que a definiu de entropia baseado em determinadas formulações de Mecânica Estática. Shannon estava preocupado em tratar a teoria estatística da informação, com as quantidades médias de incerteza contidas em determinado conjunto (EDWARDS, 1971).

Continuando o raciocínio do exemplo acima, fazendo uma relação entre a duplicação da grandeza do sistema com o aumento do número de perguntas necessárias, podemos resumir estes valores no Quadro 28.

Quadro 28 - Relação entre quantidade de elementos de um conjunto e o número de perguntas

Quantidade de elementos do conjunto (n)	**Números de perguntas (H)**
1	0
2	1
4	2
8	3
16	4
⋮	⋮

Pelo Quadro 28 teremos $n = 2^H \Leftrightarrow \log_2 n = H$ **(1)**

Se quisermos saber a quantidade de um conjunto, basta recorremos aos valores na progressão geométrica 1, 2, 4, 8,16... para **n**. Caso **n** seja ímpar, a resposta será o mesmo, que serão necessários $\log_2 n$ perguntas a serem feitas.

Vale destacar que o propósito de definir a informação de maneira quantificável é possível! Portanto, $H = \log_2 n$ é a incerteza própria do conjunto, definido em unidades de informação por letra do conjunto (bits/letra) e $I = \log_2 n$ é a medida da quantidade de informação, em bit, contida em uma solução específica qualquer.

Vale destacar também que até o momento neste trabalho, estamos desenvolvendo estratégias de quantificação de informação que consideram todas as letras em termos iguais. Ou seja, estamos partindo do "pressuposto de que não dispúnhamos de nenhuma espécie de indicação que nos levasse a dar preferência a qualquer delas" (EDWARDS, 1971, p.50).

Outro ponto a frisar é que estamos considerando I e H por técnica empregada de estratégia ótima, levando-se em consideração que apenas terá como resposta sim ou não e a sequência em ordem alfabética.

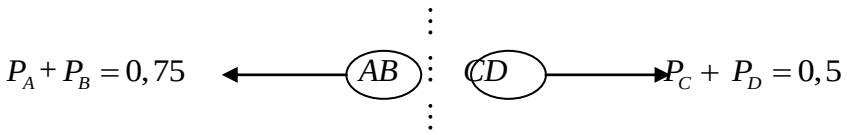
Como estamos buscando definir uma teoria para quantificar informação então precisamos generalizar a ideia anterior. Para tal, elaboraremos mais um exemplo para adentrar nessa generalização e assim apresentar o conceito da teoria da informação e comunicação de Shannon.

Considere agora que seu amigo irá adivinhar uma letra de um texto de jornal escrito na língua portuguesa. É percebido que nem todas as letras aparecem no texto ou que não estariam apresentadas na mesma proporção. Daí, poderíamos ter no texto maior número de letras A do que a letra R, por exemplo, em uma proporção de duas letras para uma e mais letras T do que a letra R em uma proporção de 3:2 (três por dois) e esse texto teria pouquíssimas letras Z e Y. Assim por diante. Nos cabe agora considerar este exemplo por um tratamento estatístico. Já que as letras apresentam proporções distintas no texto. Para tal, precisaremos reformular a técnica anterior apresentada no primeiro exemplo, para explicar este novo exemplo:

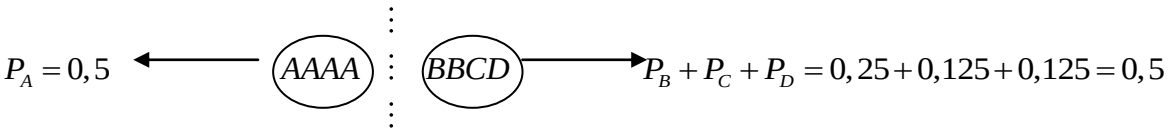
Primeiro conte a quantidade de cada letra existente no texto, em seguida calcule as suas proporções. Em seguida coloque as letras em ordem de acordo com o seu número de proporcionalidade. Depois trace uma linha imaginária de tal maneira que o lado direito e esquerdo estejam "equilibradas". Por fim, pergunte: a letra tal está do lado direito ou esquerdo da letra tal? Com isto, reduziremos o problema em 50%. Terá como resposta sim ou não.

Ilustração: Suponha que tenha em um texto 400 letras A, 200 letras B, 100 letras C e 100 letras D. Este conjunto de letras de A à D teria a seguinte proporção: 4:2:1:1. Ou seja, quatro letras A para duas letras B para uma letra C para uma letra D. As probabilidades das letras A, B, C e D seriam respectivamente $P_A = 0,5$; $P_B = 0,25$; $P_C = 0,125$ e $P_D = 0,125$ Não iremos por essas quantidades em ordem. Mas ao invés disso, iremos preparar uma lista contendo em cada letra a relação de proporcionalidade. Assim, a lista com as letras de A à D será organizada da seguinte maneira: AAAABBCD. E a partir dai, usaremos a mesma técnica apresentada no primeiro exemplo. Esta organização de letras em uma lista por um tratamento de proporcionalidade é garantido pelos seguintes cálculos: se ordenássemos as 400 letras A, 200 letras B e 100 letras C e 100 letras D teríamos uma probabilidade de escolha entre (0,5 + 0,25) e (0,125 + 0,125) caso escolhesse a letra C. O que não garantiria equilíbrio $0,75 \neq 0,5$. Ou seja, para retomarmos a mesma técnica do primeiro exemplo temos que criar uma "linha

pontilhada imaginária no meio das letras". E naquela arrumação, a lista não estaria equilibrada:



Por outro lado, se organizarmos a lista considerando a cada letra proporcionalmente à sua probabilidade, teremos equilíbrio. Por tanto, poderemos traçar a linha imaginária no "meio", mantendo-se equilíbrio:



Depois dessa ordenação em uma lista, retomamos o esquema do exemplo anterior: a letra está à esquerda de B? Teremos como resposta sim ou não. Na pior das hipóteses faremos 3 perguntas no total.

"A vantagem de refinar o equilíbrio de probabilidade é apenas aparente, quando nos damos conta de que nosso interesse é o de manter tão reduzido quanto possível o número médio de perguntas" (EDWARDS, 1971, p.53).

Para investigar o número médio de perguntas, iremos a seguir, calcular a média ponderada dessas quantidades de letras. Recorremos o Quadro 29 com as suas respectivas associações entre a letra escolhida (solução), o número de perguntas elaboradas para se chegar a solução e o fator de ponderação:

Quadro 29 - Relação entre letra escolhida e o número de perguntas e o seu fator de ponderação

Solução	Número de perguntas	Fator de ponderação
A	1	$\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$
B	2	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$
C	3	$\frac{1}{8}$
D	3	$\frac{1}{8}$

Na 1ª pergunta feita pelo seu amigo, ele terá 50% de chance de adivinhar a letra: letra A ou letras B,C,D (4 letras de 8).
Na 2ª pergunta feita pelo seu amigo, ele terá 25% de chance de adivinhar a letra: letra B ou letras C,D (2 letras de 8).
Na 3ª pergunta feita pelo seu amigo, ele terá 12,5% de chance de adivinhar a letra: letra C ou letra D (1 letra de 8).

A média ponderada dessas quantidades é $Média = \frac{1}{2}.1 + \frac{1}{4}.2 + \frac{1}{8}.3 + \frac{1}{8}.3 = 1\frac{3}{4} = 1,75$

Levando-se em conta aqueles dois exemplos a fim de mostrar a teoria de informação e comunicação de Shannon, revemos a formula 1 para generalizá-la (ver fórmula 2).

Resumindo: pretendemos fixar um número de perguntas a fim de adivinhar uma letra entre outras diferentes e daí calcular a sua média ponderada. Destacando que $H = \log_2 n$ só é válida quando as soluções possíveis são equiprováveis. Analisando aquele último exemplo, é percebida a dependência entre os números de perguntas levantadas a fim de adivinhar a letra e o fator de ponderação. Assim, "o número de perguntas é igual ao logaritmo do fator de ponderação multiplicado por menos um"(EDWARDS, 1971, p.54). E cada fator de ponderação é igual à probabilidade do resultado correspondente. Representando o número de perguntas por $-\log_2 p_i$, onde p_i é o fator de ponderação.

$$H = -\sum_{i=A}^{n} p_i . \log_2 p_i \qquad \textbf{(2)}^{36}$$

Observe que a fórmula (1) mostrada no exemplo 1 é decorrente de (2). Isso porque no exemplo 1 as soluções eram todas equiprováveis. Ou seja, todas as letras eram consideradas como tendo a mesma probabilidade de ocorrências. Por esta consideração temos que:

$P_A = P_B = P_C = P_D = \frac{1}{n}$. No geral, temos: $P_A = P_B = P_C = ... = P_i = \frac{1}{n}$ Substituindo em (2) teremos: $H = -\sum_{i=A}^{4} \frac{1}{n} . \log_2 \frac{1}{n} = n.(-\frac{1}{n} \log_2 \frac{1}{n}) = -\log_2 \frac{1}{n} = \log_2 n$ *C.Q.D*

I é definido como sendo a quantidade de informação que se contém em uma solução particular $I_i = -\log_2 p_i$ onde $I_A = 1, I_B = 2, I_C = 3, I_D = 3$

Para fazer menção a um dos objetivos deste trabalho, retomaremos ao exemplo 1 para enfatizar a relação existente entre quantidade de informação e os números binários.

Primeiro: observe que a base trabalhada no cálculo de incerteza ou de quantidade de informação ou de entropia é a base 2. Segundo Shannon (1948, p. 1)[37] a escolha da base do

[36] Vale destacar que o sinal negativo é decorrente de uma estratégia para manter o valor de H positivo uma vez que, o logaritmo de uma probabilidade (valores entre 0 e 1, números fracionários) é igual a um número negativo; E a soma de números negativos ainda continua um número negativo. O sinal de menos, ou melhor, o produto de -1 ao somatório, transforma a soma de números negativos em um número positivo.

[37] Shannon (1948, p.1) esclarece que se a base 10 fosse utilizada em vez da base 2, as unidades poderiam ser chamadas de dígitos decimais. Vale destacar que se considerarmos o logaritmo na base 2, então teremos 2 sinais distintos para codificar determinada quantidade de símbolos (N). De maneira análoga, se considerarmos o logaritmo na base 10, estaremos considerando 10 sinais distintos para codificar N quantidade de símbolos.

logaritmo corresponde a escolha da unidade de medida de informação. Se a base 2 é usada, o resultado das unidades pode ser chamada de dígito binário ou pode ser chamada por sua abreviação "bit".

Segundo: "o número de escolhas sucessivas – que denominamos "unidade de informação seletiva" – é igual ao número de dígitos binários" (Edwards, 1971, p.56). Veremos a seguir o seu porquê, retomando o exemplo 1.

A técnica adota para o seu amigo adivinhar uma letra de A à H partiu da elaboração de perguntas que tinha como resposta apenas duas possibilidades: sim ou não. Esse conjunto foi sucessivamente dividido em metades. A partir daí, a depender da letra que estaria sendo adivinhada foi criado uma sequência de sim/não em um total de 3 perguntas em oito possibilidades diferentes (8 letras – de A à H). Por exemplo, a letra A poderia ser codificado como Sim, Sim, Sim (A letra está à esquerda de E? **Sim**. A letra está à esquerda de C? **Sim**. A letra está à esquerda de B? **Sim.** Então a letra adivinhada é A). Correspondendo o "Sim" à 1 e o "Não" à 0, formamos códigos binários para as 8 letras (permutação de 3x2). Assim, "o sistema de codificação S-N é, claro está, variação do sistema binário" (Edwards, 1971, p.56). No Quadro 30, expusemos as respectivas sequências de sim e não e de 1 e 0 para cada letra de A à H:

Quadro 30 - Representação de letras por códigos binários e códigos-respostas

Letras	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**	**G**	**H**
Respostas	SSS	SSN	SNS	SNN	NSS	NSN	NNS	NNN
Códigos Binários	111	110	101	100	011	010	001	000

Como exemplo de aplicação, codificando letras do alfabeto (e demais caracteres, como o espaço), poderíamos enviar uma mensagem por telégrafo. Definindo o 1 ou S como sendo um *bipi* e o 0 ou N como sendo um *bipi* logo, poderíamos escrever qualquer palavra.

Vale frisar que a quantidade de informação de uma mensagem é definida na Teoria da Informação e Comunicação de Shannon como sendo o menor número de bits necessários para conter todos os valores desta mensagem.

Lembrando que, para realizar a mudança de base logarítmica (base 2 para a base 10), basta fazermos: $\log_2 N = \frac{\log_{10} N}{\log_{10} 2}$

A partir dessas explicações sobre a fixação de uma medida de informação ou de incerteza com base em questionamentos para se chegar a uma letra adivinhada em um conjunto finito de elementos (letras), iremos, a seguir, ilustrar problemas que solicita o calculo de quantidade de informação:

Problema1: Que quantidade de informação se contém na afirmação: "Vou completar 33 anos neste mês". Vale frisar que o contexto é indispensável para se calcular a quantidade de informação. Suponha que hoje seja o último dia do mês. Então este conjunto considerado tem apenas um único elemento. A quantidade de informação será igual a zero bit porque $I = \log_2 1 = 0$ bit. O enunciado não contém nenhuma informação. Agora se estivermos no dia 10 e o mês do aniversário tiver 30 dias, então este conjunto considerado tem 21 elementos. E, além disso, os 21 dias ou os 21 elementos deste conjunto são equiprováveis. Daí $I = \log_2 21 \cong 4,39$ bits. Se o aniversariante estiver no primeiro dia do mês do seu aniversário então a quantidade de informação seria $I = \log_2 30 \cong 4,9$ bits. Ou seja, se fossemos adivinhar o dia do seu aniversário, precisaríamos fazer no máximo 4,9 perguntas.

Problema2: Suponha que desejamos enviar uma mensagem por meio de codificação dos meses do ano, utilizando apenas algarismos binários. Como poderíamos construir esta mensagem?

Para transferir ou armazenar os meses do ano, poderemos considerar a correspondência de números decimais (1, 2, 3, 4,...) com os respectivos meses do ano (janeiro, fevereiro, março, abril,...). Os números dos meses do ano podem ser convertidos para números binários (código binário). Para tal, serão necessários 4 bits (2^4 =16 combinações de zeros e uns). Na Quadro 31 encontram-se os meses do ano codificada em notação binária:

Quadro 31 - Exemplo de codificação binária dos meses do ano

Meses do ano	Número decimal	Código binário
Janeiro	1	0001
Fevereiro	2	0010
Março	3	0011
Abril	4	0100
Maio	5	0101
Junho	6	0110
Julho	7	0111
Agosto	8	1000
Setembro	9	1001
Outubro	10	1010
Novembro	11	1011
Dezembro	12	1100

Caso essa mesma informação fosse representada pela codificação da tabela ASCII, o número de bits necessários seria maior (exemplo: a letra A seria 0100.0001 e a letra M seria 0100.1101 - Utilização de 8 bits). A informação, no entanto, seria a mesma. De maneira análoga, para armazenar a informação "sexo", podemos usar apenas um bit. Representando masculino por 1 e feminino por 0. Ou, utilizamos 9 bytes para escrever as palavras: "masculino" e "feminino" (lembrando que cada letra é igual a um byte e que um byte é igual a 8 bits). A entropia ou a quantidade de informação da informação "sexo" é H = 1 bit e a informação "meses do ano" possui H = 3,58 bits (ambas calculadas de fórmula 1).

No apêndice: estão listadas e ilustradas as propriedades da entropia; estão listadas fórmulas para o calculo da incerteza relativa e da redundância; explicamos e ilustramos problemas referentes ao teorema proposto por Shannon (1948) (caso sejam satisfeitas essas propriedades):

$$H = -K\sum p_i.\log_2 p_i \quad \text{onde K é uma constante positiva} \qquad \textbf{(3)}$$

"Fazendo-a igual a unidade e tomando logaritmos de base dois, determinamos a grandeza da unidade de incerteza e alcançamos uma medida correspondente à anteriormente derivada de consideração em torno da sucessiva redução das probabilidades à metade" (EDWARDS, 1971, p.60).

6.5 Síntese de elementos tecnológico-teóricos de números binários a partir de pesquisa no campo de saber científico da Matemática e da Computação

Baseado na pesquisa sobre números binários como objeto do saber científico da Matemática e da Computação, e tomando como elementos conceituais de praxeologia (TAD), identificamos várias tecnologias e teorias, diferentes, que relacionam ou fundamentam ou auxiliam o seu estudo. Dessa maneira, destacamos a seguir, os elementos constituintes do bloco tecnológico-teórico referente à abordagem de números binários, enquanto saber cientifico, delimitada pela abordagem introdutória destes nos livros didáticos de matemática e de computação e nos documentos curriculares de Matemática e de Computação analisados neste trabalho:

- *Podemos representar qualquer número natural m na base b, b ≠ 1, na forma* $(a_n a_{n-1} a_{n-2} ... a_1 a_0)_b$ *usando apenas os símbolos 0,1,2,3...b – 1.* A partir disso, podemos realizar conversões entre dois números representados por dois sistemas numéricos de base diferentes;
- *Qualquer número natural, diferente de zero, é igual a soma de potências de base 2*. A partir disso, podemos o recorrer como etapa de procedimento de técnica de transformação de um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário (vice-versa);
- *Conceito e distinção dos três universos presentes no campo de Grandezas e Medidas: número, objeto e grandeza*. Fundamenta as unidades de medida de informação;
- *Princípios de Teoria da Computação a partir da Máquina Universal de Turing*. Esta é uma base puramente teórica que caracteriza o protótipo teórico de computador digital (clássico). Esta máquina seria capaz de identificar proposições arbitrárias num sistema matemático, alimentada por números binários que codificasse a descrição de outra máquina de Turing, e comporta-se em seguida de maneira idêntica a esta.
- *Princípios de linguagem de máquina*. Uma Unidade Central de Processamento (UCP) somente pode compreender instruções que sejam expressas em termos de sua linguagem de máquina. Estas são um conjunto de valores binários codificados de tal modo que representam todas as operações possíveis executadas pela UCP; são códigos binários entendíveis pelo hardware. Toda instrução de máquina ocupa um ou mais bytes (conjunto de 8 bits aqui considerado) da memória e é formada de duas partes principais: o código de operação, que identifica o tipo de operação que deve ser executada e os operandos ou os endereços, que contêm os valores ou endereços dos dados que entram na operação.Portanto, linguagem de máquina é escrita por meio de códigos binários;

➢ *Noções de Álgebra de Boole*. Esta é um setor da Matemática que também é estudada na Computação. Os circuitos lógicos digitais podem ser estudados matematicamente por meio da Teoria da Álgebra de Boole que manipulam números binários; auxiliam na construção de circuitos digitais;

➢ *Circuitos Combinacionais, funções lógicas e portas lógicas*. Circuitos eletrônicos formados por portas lógicas manipulam valores binários e são denominados circuitos binários ou circuitos lógicos digitais. O chip é um exemplo de circuito integrado. Portas lógicas são a base do hardware de computador e qualquer tipo de circuito elétrico de representação binária (também chamado de circuitos digitais). Existem problemas que por meio de variáveis binárias de entrada e de suas combinações em um circuito solucionam problemas pela análise de sua resposta (saída). Se esta depende única e exclusivamente das variáveis de entrada e de suas combinações, então é chamado circuito combinacional. Funções lógicas são mecanismos matemáticos que podem possibilitar implementações de aritmética binária por meio de portas lógicas binárias. A organização de circuitos digitais retomam o conhecimento conjunto de Álgebra de Boole e funções lógicas;

➢ *Noções de propriedades da Potenciação (o produto de bases numéricas iguais é igual a conservação desta base, elevada pela soma de seus expoentes)*. Elemento constituinte de um tema da Matemática que é utilizada para representar o número da medida de informação;

➢ *Noções de Probabilidade (Condicional) e função logarítmica*. Conceitos usados para medir a informação (combinações de letras). Temas, nas respectivas áreas da Estatistica e da Matemática utilizadas para reduzir a incerteza do sinal e disso, otimizar o custo de transmissão de sinais de canais discretos para transmitir informação e a partir daí, estudar mecanismos que ache o envio de informação com menor ruído possível.

➢ *Introdução à Teoria da Informação e Comunicação de Shannon*. Este objetivava, por meio desta sua teoria, otimizar o custo de transmissão de sinais. É introduzida a partir da definição de quantificação de informação, auxiliada por axiomas, equações e conceitos de probabilidade e de funções logarítmicas para reduzir a incerteza do sinal de um canal. A Teoria da Informação parte dos conceitos básicos de quantidade de informação, redundância e ruído. A redundância é definida como excesso de sinais sobre o mínimo necessário para transmissão da variedade requerida. Ruído é todo o fenômeno que é produzido numa comunicação e não pertence à mensagem intencionalmente emitida. A unidade de informação é chamada de bit e equivale à quantidade de informação (I) associada à seleção de um entre dois eventos equiprováveis e_1 e e_2: $I(e_1) = I(e_2) = -\log_2 \frac{1}{2} = 1 \text{ bit}$. A base trabalhada no calculo de

incerteza ou de quantidade de informação ou de entropia é a base 2. “A escolha da base do logaritmo corresponde a escolha da unidade de medida de informação” (loc. op). Se a base 2 é usada, o resultado das unidades podem ser chamadas de dígitos binários (bit). “O número de escolhas sucessivas – que denominamos “unidade de informação seletiva” – é igual ao número de dígitos binários” (loc. op). A incerteza ou a entropia (H) é medida em bits/letra (bits por letra). Se na quantização de informação as letras não tiverem nenhuma preferência de escolha (forem equiprováveis) então $H = \log_2 n$ é a incerteza própria do conjunto, definido em unidades de informação por letra do conjunto (bits/letra) e $I = \log_2 n$ é a medida da quantidade de informação, em bit, contida em uma solução específica qualquer. De uma maneira geral, $H = -\sum_{i=A}^{n} p_i . \log_2 p_i$

$$\text{Incerteza Relativa} = \frac{\text{Incerteza Real}}{\text{Incerteza Máxima}} = \frac{-\sum p_i \log_2 p_i}{\log_2 n}$$

$$\text{Redundância} = \frac{\text{Incerteza Máxima - Incerteza Real}}{\text{Incerteza Máxima}} = 1 - \text{ Incerteza Máxima}$$

Entropia de um evento conjunto: $H(X,Y) = -\sum_{i,j} \left[p(i,j).\log_2 p(i,j) \right]$

onde $\begin{cases} H(x) = -\sum_{i,j} p(i,j).\sum_{j} \log_2 p(i,j) \\ H(Y) = -\sum_{i,j} p(i,j).\sum_{i} \log_2 p(i,j) \end{cases}$ Tal que $H(X,Y) \le H(X) + H(Y)$

CAPÍTULO 7: CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os números binários assumem sua importância como linguagem na comunicação entre artefatos tecnológicos digitais: por serem utilizados como representação de número (sequências de 0s e 1s) em codificações de imagens, de sons, de caracteres, de figuras, de qualquer outro tipo de informação; por sua imponente contribuição ao advento da informatização de sociedades no século XXI. Em vista de sua importância nos propomos, neste trabalho, investigar o *lócus* dos Números Binários, enquanto saber escolar, saber a ser ensinado e saber científico. Para tal, recorremos a duas teorias de Yves Chevallard que se complementam: teoria da transposição didática e teoria antropológica do didático.

A teoria da transposição didática distingui três tipos de saber: saber científico, saber a ensinar e saber ensinado. Estes saberes possuem naturezas, funcionamentos e linguagens próprias, de maneira que o saber escolar não se constitui de simples simplificação ou reducionismo de processos provindos do saber científico, mas que possue saberes próprios nesses processos e distintos do saber científico. Somado a esse entendimento, vimos que a teoria da transposição didática permite articulações, de maneira imbricada, entre a análise epistemológica e a análise didática a serem utilizadas como eficiente uso epistemológico para a didática; O saber a ensinar é constituído por instituições transpositivas – noosfera – que por meio delas, permitem trocas de saberes entre as instituições, mantendo escolhas, decisões, entre outras instâncias; Segundo essa teoria, não entendemos o que se passa dentro do sistema educacional sem antes considerar e observar o seu exterior (tratamento exógeno ao estudo).

Partindo daqueles pontos, recorremos a TAD (Teoria Antropológica do Didático), como complementação a teoria da transposição didática, porque ela pode refletir nas razões pelos quais, determinado saber é motivado e justificado como saber a ser ensinado e também por auxiliar a análise, como "binóculo", de como as instituições [produtivas (ciência Matemática e ciência Computação), utilizadoras (ciência Computação), transpositivas (livro didático de matemática e de computação, e diretrizes curriculares de matemática e de computação) e ensino (livro didático de matemática e de computação)] operam, interpretam, tratam determinado objeto do saber (números binários).

> Assim, a análise da transposição didática de um domínio de ensino[Números e Operações, e Grandezas e Medidas] (a qual inclui a delimitação e designação do domínio em si mesmo) não pode ser reduzida a revisão dos livros didáticos de matemática, incluso ainda que se trate de um material empírico privilegiado para os investigadores. O que importa é o tipo de questões que se planejam (Porque ensinar isto? Por que esta organização? De

> onde vem? E o tipo de fenômeno que os livros didáticos mostram (ou ocultam)) (BOSCH, GASCÓN, 2007, p. 393).

Além disso, a "praxeologia é o estudo, não apenas do que as pessoas fazem e como fazem, mas também como elas pensam". Por sua vez, o conhecimento flora através de instituições, de sociedade, de uma maneira geral, o que acarreta formas humanas de fazer e de pensar (CHEVALLARD, 2005, p.2). Por um olhar etimológico, vimos aqui que a palavra praxeologia deriva de duas palavras gregas, *práxis* e *logos*; Que partem de princípios inter-relacionados na ação humana em realizar algum fim: práxis significa a parte prática, enquanto o logos significa a parte inteligível, racional e lógico, caracterizado pela teoria (ibidem). Desta maneira, a praxeologia mantém relação e imbricação de conjuntos de elementos práticos e teóricos em qualquer tipo de ação humana! (BOSCH, GASCÓN, 2005). "A práxis implica o logos, que por sua vez faz o backup de práxis" (CHAVELLARD, 2005, p.3, tradução nossa). Ou seja, existe a tese de que não podem existir ações humanas sem ser, ao menos, explicadas (parcialmente), feitas (de maneira inteligível), por alguma explicação ou justificação (ibidem). "Dessa maneira, toda a práxis requer um apoio no logos porque nenhum fazer humano permanece sem ser questionado" (BOSCH, GASCÓN, 2005, pp.397, 398).

A TAD afirma que o funcionamento de instituições existe, e é necessário requerer uma organização praxeológica: tipos de tarefas, técnicas, tecnologias e teorias.Vimos que os tipos de tarefas constituem "fazer coisas"; as técnicas constituem o como fazer tarefas, estas coisas; as tecnologias constituem na "justificação e explicação da veracidade das técnicas, "do fazer destas coisas"; e as teorias constituem o porquê formal e lógico destas explicações e justificações.Ou seja, em qualquer instituição(seja ela uma igreja, uma família, uma escola ou outra qualquer)é possível, a partir da noção de praxeologia, analisar as atividades matemáticas; analisar as transformações que o objeto de saber matemático sofre de uma instituição para outra. E por meio dos níveis de co-determinação didática da TAD, é possível identificar condições, restrições e/ou limitações entre as instituições envolvidas, devido ao trabalho exógeno.

Vimos que a transposição didática é proveniente de problemáticas ecológicas advindas de interrelações entre saberes e instituições; é um conjunto de transformações adaptativas de um objeto do saber, considerado e possível de ser ensinável, tornando-se inserido em alguma instituição, e disso tornando-se hábito a ser ensinado. Portanto, o objeto do saber, números binários, não foi criado nos livros didáticos de matemática e nem tão pouco "caiu de pára-quedas", o que nos levou a analisar os processos transpositivos por meio de

questionamentos para verificar a existência, ou não, de condições, restrições ou limitações em instituições transpositivas.

Na mediação entre saber científico e o saber escolar, vimos que existem ações participativas, condicionais, determinísticas, seletivas, norteadoras provenientes de várias instituições, interdependentes, constituintes da noosfera. A partir disso, nos fez analisar, por um olhar focado na organização praxeológica e nos níveis de co-determinação didática, as diretrizes curriculares estadual de Pernambuco, nacionais e internacionais, e os livros didáticos de matemática e de computação como duas instituições distintas, mas inter-dependentes, que fizesse o trabalho de transposição didática entre as instituições científicas e escolares referentes ao estudo de números binários. Dessa maneira, as praxeologias e os níveis de co-determinação didática configuram-se, também, como métodos de análise, o que nos possibilitou: identificar a organização praxeológica didática e a organização praxeológica matemática de livros didáticos de matemática; identificar condições, restrições e/ou, limitações impostas pelos níveis não positivos (pedagogia, escola e sociedade) aos níveis, inferiores hierarquicamente, positivos (assunto, tema, setor, domínio e disciplina) em documentos oficiais curriculares de matemática e de computação em nível estadual (Pernambuco), nacional e internacional.

Como as medidas da informática (medidas de capacidade de armazenamento e de velocidade de processamento de dados em computadores) são contextualizadas nos livros didáticos de matemática avaliados pelo PNLD 2014 por elementos e dispositivos da Informática, tomando-se como destaque o computador, nos motivou, também, a analisar as organizações praxeológica computação e praxeológica didática referente ao corpus de estudos de números binários em livro didático de ciência da computação, voltado para o nível escolar de ensino.

A partir daqueles dois objetivos específicos, selecionamos 4 coleções, de 10 coleções no total, de livros didáticos de matemática do ensino fundamental avaliados pelo PNLD 2014. Destas 4 coleções, três (5 livros) abordam as unidades de medida de informação e duas coleções (2 livros) abordam o sistema de numeração binário. As unidades de medida de informação estão presentes nos 4 anos finais do ensino fundamental (6º ao 9º anos) e o sistema de numeração binária foi abordado nos 6º e 8º anos deste mesmo nível de escolaridade. Essas coleções foram escolhidas devido as suas complementaridades de abordagens referentes aos números binários. Enquanto a escolha do livro de computação para o ensino fundamental, tivemos muitas dificuldades para encontrá-lo. Felizmente, escolhemos

um livro didático de computação (em versão portuguesa) destinado a crianças a partir de 7 anos de idade.

No momento de exploração do tipo de tarefa T_i e a sua articulação com alguma técnica τ_i em livros didáticos de matemática, as tarefas são apresentadas após a apresentação inicial de elementos tecnológico-teóricos e a maioria dos volumes não apresenta nenhuma ilustração ou exemplificação de técnicas de conversões entre unidades de medida na informática, exceto um livro[38] que, a técnica é articulada, de maneira não clara, com as tarefas no próprio enunciado da questão. Enquanto as técnicas de conversões entre números representados nos sistemas de numerações decimal e binário, são existentes em dois livros didáticos de matemática[39]: um no livro do aluno e outro no Manual do professor.

Em relação ao livro de computação analisado, a exploração de tarefas é realizada na "Folha de Atividade". Esta é iniciada por objetivo, problemática e por elementos de motivação ao desenvolvimento da atividade, seguida por sua justificação. Nas instruções existem perguntas que direcionam ou destacam elementos pertinentes aos conceitos e contextos da computação. As folhas de atividades abordam sobre questão do posicionamento das ordens numéricas binárias; destaca o bit (dígito binário) como sendo um cartão (contendo ou não pontos) e a partir disso, trabalha as conversões entre números representados nos sistemas de numerações binários e decimais; trabalha os processos conceituais de codificação/decodificação por meio de representação de códigos binários de imagens, preta e branca, e colorida; trabalha técnicas (mecanismos) de compressão de textos; aborda técnicas de detecção e correção de erros de números de código. Introduz, também, princípios teóricos de Teoria da Informação e comunicação de Shannon. Portanto, em comparação entre as abordagens de números binários do livro didático de computação e dos livros didáticos de matemática, este primeiro apresenta uma abordagem mais ampla de números binários do que os livros didáticos de Matemática. No entanto, estes abordam as unidades de medida de informação, kilobyte, megabyte, gigabyte, terabyte, entre outras unidades, e suas conversões, e as unidades de medida de velocidade de processamento de dados, megahertz e gigahertz, e suas conversões, enquanto que o livro didático de computação analisado aborda elementos conceituais e princípios daquela teoria focando apenas, o bit e o byte.

[38]DANTE (2012b, p.113).
[39]ANDRINI, VASCONCELLOS (2012c, p.42); DANTE (2012a, p. 67 – Manual do Professor); DANTE (2012b, p.113).

A respeito do momento de constituição do bloco tecnológico-teórico dos livros didáticos de matemática analisados, ora é inexistente[40], ora é definido que: o bit é a menor unidade de medida de informação, a menor unidade de informação com que os computadores trabalham; o bit pode possuir dois valores (0 ou 1) e que representam, respectivamente dois estados, não, desligado e sim, ligado; o byte é a combinação de 8 bits ou conjunto de 1 caractere; as unidades de medida de informação, kilobyte, megabyte, gigabyte, entre outras, são enquadradas como múltiplos do byte e que fazem parte do sistema métrico decimal; as velocidades de processamento de dados, megahertz e gigahertz, são definidas por ciclos por segundos.

A aplicabilidade dos números binários é mais intensa e aprofundada no livro didático de computação do que nos livros didáticos de matemática analisados: faz uma correspondência entre os lados de um cartão, um lado perfurado e o outro não, e os números binários, 1 e 0, e a partir de sua manipulação (virar cartões), pode identificar e corrigir erros de códigos por meio de organização de bits em linhas e colunas imaginárias, e acréscimo de bits de paridade para cada linha e coluna, o que "simula" uma técnica de compressão de dados por um computador; Um bit é representado na memória principal do computador por um transistor, que pode estar ligado (1) ou desligado (0), ou um capacitor, que pode estar carregado (1) ou descarregado (0); Em relação às transmissões de dados por uma linha telefônica ou enlace de rádio, tons de alta e baixa frequências são utilizadas para os zeros e uns; Em discos magnéticos, os bits são representados pela direção de um campo magnético sobre uma superfície revestida, podendo ser norte-sul ou sul-norte, tal que esses artefatos tecnológicos digitais armazenam bits de forma ótica, parte da superfície corresponde a um bit, reflete ou não a luz; Em imagens de computadores, que são formadas por pixels, os números binários, 1 ou 0, representam pontos pretos ou brancos ou grupos de pixels em imagens coloridas; Apresenta técnicas de compressão de dados baseado na manipulação de códigos binários; Baseado em perguntas que tenham como respostas, apenas sim (1) ou não (0), e a partir disto, introduz e justifica uma técnica de quantificação de informações. A partir dessas representações e contextos práticos sociais, cria a imagem conceitual de cada zero ou um como um bit (dígito binário) – números binários.

A respeito do momento de institucionalização em livros didáticos de matemática, interpretamos que o sistema de numeração binário é proposto de maneira isolada, mantendo-se como um tema de curiosidade ao invés de um tema para a "formação matemática". Em

[40] ANDRINI, VASCONCELLOS (2012a, 2012b, 2012c, 2012d).

relação à proposta didática frente às unidades de medidas da informática (unidades de medida de informação e velocidade de processamento de dados), quase todos os livros didáticos de matemática analisados mantém uma proposta de trabalhar este tema como um conteúdo auxiliar, de suporte ou de contexto ao tema de estudo: potenciação. São abordados, de maneira contextual, por elementos e dispositivos da Informática (internet, *tablets*, *pendrive*s, máquinas fotográficas digitais, computadores, entre outros) e por abordagem superficial a respeito da história do computador e de outros dispositivos tecnológicos. Exceto uma coleção de livro didático de matemática[41] que mantém proposta de abordar estas duas medidas na informática como "conteúdo de formação matemático", mantendo a sua recapitulação, ampliação e aprofundamento do 6º ano para o 7º ano. Portanto, as unidades de medida na informática em livros didáticos de matemática, mantém tanto um viés prático social[42](em sua maioria) como intramatemática[43] (em sua minoria).

O livro didático de computação analisado mantém como proposta didática, trabalhar atividades voltadas para a introdução de elementos conceituais de ciência da computação. Portanto, mantém um viés mais amplo e aprofundado, tanto de números binários como de outros temas (algoritmo, grafos, etc.), do que o seu trabalhado realizado em livros didáticos de matemática. Em relação à abordagem de números binários, são mais amplos porque os números binários são trabalhados como suporte organizacional para representar, comprimir, armazenar, corrigir dados e medir informação; São mais aprofundados porque existe a explicação estrutural, funcional do sistema de numeração binário por explicar, por exemplo, que um zero à direita de um algarismo binário, significa que o número, formado por estes algarismos, é dobrado, justificando desta forma o porquê de ser definido na base 2, procedimento semelhante a organização estrutural do sistema de numeração decimal que no caso de acréscimo de um zero à direita, equivale a multiplicação do número por 10, justificando desta forma o porquê de ser definido na base 10. A abordagem de números binários no livro didático de computação é, portanto, intracomputação[44], contextualizado por elementos conceituais da matemática.

---

[41] A coleção de Luiz Roberto Dante da Editora Ática

[42]Ações, conhecimentos úteis para enfrentar necessidades da vida.

[43]Surgem questionamentos na matemática que recorre dela própria para poder respondê-los. "Existem inúmeros problemas matemáticos nascidos de questões puramente matemáticas, que podemos chamar de problemas *intramatemática*" (CHEVALLARD *et al*, 2001, p.50).São atividades desenvolvidas no interior da chamada Matemática Pura. Exemplo: provar que $\sqrt{2}$ é um número irracional.

[44]O *intra* é caracterizado pelo estudar um objeto de saber e de suas relações internas de maneira independente de outros objetos cognitivos de mesma natureza. O *inter* é caracterizado pela construção de relações e

A respeito do momento de trabalhar a técnica referente às unidades de medida de informação, é inexistente em todos os livros didáticos de matemática analisados. Em relação às técnicas de conversões entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal, apenas são ilustradas pelos autores, não existindo, portanto, momento de sua exercitação pelos estudantes.

Identificamos 7 técnicas no livro de computação, tal que elas são trabalhadas nas "Folhas de Atividades" ou no próprio corpo de cada seção. Ora são articuladas ou/e complementadas ou aprofundadas no próprio enunciado das tarefas por meio de gerenciamento de perguntas, ora são trabalhadas após a ilustração de técnicas.

Baseado no entendimento de que a avaliação é um conjunto de ações cujo objetivo sempre remete a performance e melhoramento de determinado trabalho por meio de observação, de análise, de discussão, de reflexões, entre outras instâncias, dos processos de ensino e de aprendizagem; o momento de avaliação presente nos livros didáticos de matemática analisados mantém as seguintes propostas (somadas ao momento de trabalhar a técnica): pesquisas referentes àquelas unidades de medida na informática, trabalho em grupo e em pesquisa por meio das atividades de códigos de barras e do Jogo do Nim, por exemplo, e/ou resolução de exercícios e de problemas. Já no livro de computação, não é apresentado indicadores de avaliação. Os problemas e os exercícios são elaborados por meio de perguntas, não sendo configurados por número de questões ou itens.

A partir do modelo de organizações praxeológicas de Chevallard (1998b), referentes ao estudo de números binários, identificamos os livros didáticos de matemática enquadrados como organizações praxeológica pontual ou praxeológica local e identificamos o livro didático de computação enquadrado como organização praxeológica regional.

Identificamos 12 tipos de tarefas distintas nos 4 livros didáticos de matemática analisados:

1. Converter um número representado no sistema de numeração binário (base 2) em um número representado no sistema de numeração decimal (base 10);
2. Corresponder corretamente as unidades de medidas com a sua grandeza;
3. Determinar a velocidade de processamento de dados de um computador ou determinar a quantidade de ciclos por segundo corresponde a velocidade de dados de um processamento de computador;

---

transformações entre essas entidades cognitivas. O *trans* caracteriza-se pela construção implícita ou explicita que o sujeito exerce para compreender as relações construídas no nível *inter* (TRIGUEIROS *et al*, 2010).

4. Comparar medidas de informação ou capacidade de armazenamento de dados (memória) de dois artefatos tecnológicos;
5. Determinar a quantidade de informação existente em um determinado artefato tecnológico;
6. Determinar a quantidade de artefatos tecnológicos (digitais) são necessários para armazenar determinada medida de informação (memória);
7. Comparar a velocidade de conexão de internet de dois computadores utilizando um gráfico de linhas;
8. Definir unidades de medida de informática; Converter unidades de medida de informação;
9. Determinar o tempo do download de um mesmo arquivo de computador com uma taxa de transferência maior;
10. Expressar o número natural como uma soma de potências de 2;
11. Converter um número representado no sistema de numeração decimal (base 10) em um número representado no sistema de numeração binário (base 2);
12. Determinar quantas músicas em determinado formato (mp3 e CD) podem ser armazenadas em determinado dispositivo de armazenamento de dados.

Identificamos 20 tipos de tarefas no livro de computação em um total de 42 páginas:

1. Converter um número representado no sistema decimal em um número representado no sistema binário;
2. Converter um número representado no sistema binário em um número representado no sistema decimal;
3. Identificar padrões ou sequências;
4. Representar um número natural como composição de potências de base 2;
5. Criar uma técnica que possibilite formar qualquer número natural como composição de potências de base 2;
6. Calcular expressões numéricas;
7. Contar, por meio do sistema binário, utilizando os dedos das mãos;
8. Explicar elementos conceituais de sistema de numeração binário;
9. Calcular a quantidade de bits necessários para armazenar caracteres em um computador;
10. Desenhar imagens a partir da decodificação de números de código;
11. Desenhar imagens a partir ou decorrentes da criação de números de código;
12. Descomprimir texto - preencher as letras ou palavras que faltam nos retângulos guiados por setas;
13. Comprimir texto – escolher um poema ou versinho e comprimi-lo;
14. Contar quantas letras existem em um texto comprimido;

15. Detectar e corrigir erros de códigos;
16. Analisar a técnica de detecção e correção de erros de códigos;
17. Determinar quais são as decisões/escolhas da forma sim/não necessárias para encontrar algo;
18. Determinar quantas decisões/escolhas da forma sim/não você deve recorrer para descobrir algo;
19. Construir uma árvore de decisão para descobrir a idade de alguém;
20. Construir um jogo de adivinhação.

Identificamos duas técnicas de conversão de um número representado no sistema de numeração decimal em um número representado no sistema de numeração binário nos livros didáticos de matemática: técnica das divisões sucessivas por 2 e técnica da representação do número representado no sistema decimal por meio de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois, simplesmente, ou recorrendo à uma tabela contendo grupos de potências de 2. Identificamos uma técnica de conversão de um número representado no sistema de numeração binário em um número representado no sistema de numeração decimal: escrita de uma expressão polinomial numérica de potências de base dois recorrendo-se de uma tabela de grupos de potências de 2 ou ordens do sistema binário. As técnicas referentes às conversões entre unidades de medida de informação e entre velocidade de processamento de dados não são trabalhadas nos livros didáticos de matemática analisados. No entanto, pesquisamos (e identificamos) a existência de duas técnicas referentes às unidades de medida de mesma grandeza em volumes do 6º ano: a conversão de uma unidade de medida de mesma grandeza em outra é enfatizada pelo emprego do deslocamento da vírgula para a esquerda ou para a direita a depender da conversão de uma unidade de medida de mesma grandeza que se deseja: caso deseje converter uma unidade de medida de mesma grandeza em seu múltiplo, a vírgula desloca-se tantas vezes para a esquerda e caso deseje converter uma unidade de medida de mesma grandeza em seu submúltiplo, a vírgula desloca-se tantas vezes para a direita. A outra técnica identificada é a conversão entre unidades de medida de mesma grandeza por meio de expressão numérica (aritmética) e da potenciação (propriedades da potenciação). Como essa segunda técnica é auto-explicativa, apresentando elementos tecnológicos imbricados, consideramo-la hábita a ser utilizada como uma possível técnica de conversão entre unidades de medida de informação ou medida de capacidade de armazenamento de dados de algum artefato tecnológico (digital) por meio de expressão numérica (aritmética) e da potenciação (propriedades da potenciação). A partir disso, resolvemos as tarefas e desenvolvemos explicações referentes às unidades de medida de

informação baseada nessa técnica. Vale destacar que as duas técnicas de conversões entre unidades de medidas de mesma grandeza recorrem a uma semelhança com a escrita de um número representado no sistema de numeração decimal por meio de uma tabela. Dessa maneira, para fazer ligação com as unidades de medida de informação, mantemos o mesmo método (expressão numérica e deslocamento da vírgula), porém a readaptamos, por organização sobre a base 2: técnica do deslocamento de vírgula para a direita ou para a esquerda, realizando a multiplicação ou a divisão por 1024 ao invés da base 10 (sistema métrico decimal).

Identificamos 7 técnicas no livro didático de computação: Converter números representados no sistema binário em um número representado no sistema decimal por meio de correlações entre dígitos binários (1 e 0) e objetos dicotômicos (lados de um cartão, lâmpada de natal acessa e apagada, sons grave e agudo (bip e bop), dedos das mãos levantados e abaixados); Medir informação que recorre de um método de fazer perguntas por meio de relações (maior que, menor que), de inclusão/exclusão de padrões (é uma consoante? É um mamífero?) tomando-se, apenas, como resposta sim ou não; Codificar/decodificar imagens, preta e branca; Codificar/decodificar imagens coloridas; Comprimir textos que parte inicialmente da identificação de padrões para que daí seja representada por uma forma de codificação de dados;Detectar e corrigir erros de códigos que utiliza acréscimos de bits (linhas e colunas) como bits de paridade; Detectar e corrigir erros de códigos que recorre de um bit de paridade.

Os tipos de tarefas presentes nos livros didáticos de matemática são claramente expostos e bem identificados, diferentemente das técnicas de conversão entre unidades de medidas de mesma grandeza (medida de informação e medida de velocidade de processamento de dados). Apenas as técnicas de conversão entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal são identificados claramente.

As tarefas referentes aos números binários no livro didático de computação são atreladas à exercitação de técnicas e algumas delas são justificadas e fundamentadas teoricamente, como o caso da fundamentação teórica de medidas de informação pela teoria da informação e comunicação de Shannon. A maioria das tarefas é direcionada à execução de determinada etapa da técnica. A subtarefa mais presente é: representar dados por dígitos binários.

Todos os livros didáticos de matemática não recorrem a elementos teóricos em sua abordagem referente ao sistema de numeração binário e nem às unidades de medida de

informação. Exceto um livro que aborda elementos teóricos de grandezas e medidas (SOUZA, PATARO, 2012b, 182).

As subtarefas mais abordadas nos livros didáticos de matemática analisados são: converter unidades de medida de mesma grandeza, que ora foi considerado aqui como tipo de tarefa, ora como subtarefa, a depender de sua abordagem no livro ao solicitar um exercício ou um problema, e a representação dos números das medidas de informação como potências de base 2 (utilização da potenciação).

Como exemplo de tópicos de relevância e razão de ser para o estudo de números binários em livros didáticos de matemática, destacaremos três: o advento da informática e de sua grande utilização nos dias atuais; os computadores operam utilizando o sistema de numeração binário; a utilização de códigos binários no mundo da Informática.

Em relação ao estudo de números binários em livro didático de computação, os elementos praxeológicos didáticos giram em torno de três questionamentos: Como armazenar informações nos computadores? Como os caracteres podem ser representados por dígitos binários? Como podemos quantificar informação? A partir daí, são desenvolvidas atividades que trabalham 6 aplicações de números binários: representação de dados como armazenamento, transmissão, detecção e correção de erros, compressão, codificação e medida de informação. Além disso, é enfatizado que os números binários, ou dados, são a matéria-prima com os quais os computadores trabalham e que, por sua vez, são armazenados, transmitidos em/por computadores. Portanto, baseado pela TAD, os números binários são configurados no livro didático de computação como um setor da computação. Ou seja, essas 6 aplicações de números binários são configuradas como temas da computação. Enquanto que os números binários são configurados nos livros didáticos de matemática analisados como um tema da matemática.

Quanto à representatividade, não mais que 4% das páginas dos livros didáticos de matemática dos estudantes abordam unidades de medida de informação e não mais que 1% das páginas dos livros didáticos de matemática aborda o sistema de numeração binário. Sendo que os significados das técnicas de conversões entre números representados nos sistemas de numerações binário e decimal não são justificados e nem explicados.

Interpretamos que sistema de numeração binário, muitas vezes chamada de número binário porque possui uma estrutura algébrica que, por sinal, são conteúdos de Matemática, mas, de maneira paralela, são utilizadas como aplicações ou atribuições às ideias de representações de códigos, à Computação, à Eletrônica, à Telecomunicações, à própria Matemática, como o caso da Álgebra de Boole, entre outras. Como exemplo desses, temos o

caso de corresponder o dígito 1 binário a corrente passa ou circuito ligado, verdadeiro, sim, entre outros e o dígito 0 binário como sendo o seu oposto, corrente não passa ou circuito desligado, falso, não, entre outros, realizando, desta maneira, representações dicotômicas. Interpretamos, por tanto, que os Números Binários são conteúdos de ambos os saberes científicos, da Matemática e da Computação. No entanto, não é evidenciado, considerado a sua imbricação ao estudo de unidades de medida de informação em livros didáticos de matemática e nem nas diretrizes curriculares de matemática e de computação analisados. Além disso, é percebida uma "lacuna" nos processos de transposição didática desse tema (Unidades de Medida de Informação). O seu conceito, especificamente sobre medida de informação, é muito fragilizado e confuso. Por um lado, o Sistema Internacional de Unidades (SI, 2012) e a Comissão Eletrotécnica Internacional (CIE, 2005) os definem por meio da base 2. Por outro lado, os livros didáticos de matemática e as diretrizes curriculares de matemática os definem por meio do sistema métrico decimal, configurada na base 10, adotando as mesmas nomenclaturas e simbologias da base 2. As instituições transpositivas, SI (2012) e CIE (2005), definem as unidades de medida de informação ou unidades de capacidade de armazenamento de dados de computador pela seguinte nomenclatura e simbologia (parte literal): byte, B; kibibyte, KiB; mébibyte, MiB; gibibyte, GiB; tébibyte, TiB; pébibyte, PiB; entre outras. "Ainda que esses prefixos não pertençam ao SI, eles devem ser utilizados na informática, a fim de evitar o uso incorreto dos prefixos SI" (SI, 2012, p.34). Exemplo de conversões a partir do SI (2012):

1 KiB = 2^{10} B = 1024 B; 1 MiB = 2^{10} B = 1024 KiB; 1 GiB = 2^{10}MiB = 1024 MiB;

1 TiB = 2^{10} GiB = 1024 GiB; 1 PiB = 2^{10} TiB = 1024 TiB.

Os livros didáticos de matemática dos anos finais do ensino fundamental avaliados pelo PNLD 2014 definem as unidades de medida de informação ora conservando os números por meio de representação de base 2 e prefixos do sistema métrico decimal,

1 KB = 2^{10} B = 1024 B, ora conservando os números por meio de representação de potências de base 10 e prefixos do sistema métrico decimal, 1 KB = 10^3 B = 1000 B. Portanto, constatamos a existência de abuso de nomenclaturas e simbologias para representar as unidades de medida de informação nos livros didáticos de matemática avaliados pelo PNLD 2014.

Cumprimos neste trabalho, um dos objetivos firmados de investigação: analisar e comparar a abordagem feita de números binários nas orientações curriculares estadual (Pernambuco), nacionais e internacionais de matemática e de computação. Constatamos que as orientações nacional (BRASIL, 1997, 1998, 2000) e estadual (PERNAMBUCO, 2012) de

matemática defendem o estudo de unidades de medida de informação ou unidades de medida de capacidade de armazenamento de dados, ou ainda, unidades de medidas na informática como um dos conteúdos elementares para o Ensino Fundamental. Sugerem a sua articulação por meio de atividades ou situações-problemas contextualizadas pela realidade das alunas e dos alunos. Esse estudo está inserido no bloco praxeológico prático-técnico; Não sugerem e nem esclarecem os elementos praxeológicos: técnica, tecnologia e teoria. Apenas sugerem o estudo desse tema articulado por tipos de tarefas, enquanto a nível internacional (ONTARIO, 2005, 2007) não é comentado.

A Sociedade Brasileira de Computação e as diretrizes curriculares de computação a nível internacional (CSTA, 2011; ONTARIO, 2008, 2009, 2011; UNESCO, 1997) defendem o estudo de computação, como disciplina própria, ou seja, são a favor, além do conhecimento de sistema de numeração binário como conteúdo básico, sugerem o estudo de programação, desenvolvimento de sistemas, educação tecnológica, entre outros, em nível de ensino fundamental e médio. No entanto, as diretrizes curriculares internacionais de matemática (ONTARIO, 2005, 2007) e nacionais (BRASIL, 1997, 1998, 2000) não sugerem o sistema de numeração binário como conteúdo básico de ensino escolar. Portanto, essas instituições transpositivas nacionais e internacionais referentes ao lócus de objeto de saber matemática – diretrizes curriculares de matemática – não sugerem o sistema de numeração binário como tema básico de estudo em nível fundamental e médio, apesar de ser: um tema produzido na ciência Matemática; citado de maneira não conectada a outros temas matemáticas ou abordado por teor de curiosidade em livros didáticos de matemática. Por outro viés, aquelas instituições transpositivas nacional e internacionais referentes ao lócus de objeto de saber computação – diretrizes curriculares de computação – são favoráveis à inserção da disciplina computação a nível de ensino fundamental e médio, que por sinal, contempla o conteúdo de sistema de numeração binário como um dos seus fundamentos. Portanto, o sistema de numeração binário é aceito como objeto de saber científico, de saber a ensinar e saber ensinado da computação; transita em todas as quatro instituições definidas pela TAD: produtora e utilizadora (ciência Computação), transpositiva (diretrizes curriculares de computação e livro didático de computação) e ensino (livro didático de computação).

Concluímos que a abordagem de sistema de numeração binário em instituições de ensino, transpositivos e produtoras matemáticas, toma um rumo de tratamento diferente: nas instituições acadêmicas Matemática, o sistema de numeração binário é altamente estudado nos seus domínios ou setores: Criptografia, Álgebra de Boole, Teoria dos Números, etc. Enquanto que, nas instituições transpositivas – diretrizes curriculares - o sistema de

numeração binário não é abordado. Nas instituições de ensino – livro didático de matemática – a sua abordagem é apresentada de maneira discreta, voltado como tópico de curiosidade aos discentes ou como conteúdo de leitura complementar aos docentes, mantendo desta forma uma praxeologia matemática e praxeologia didática fragilizada: técnica de conversão de números representados nos sistemas de numerações decimal e binário é ilustrada (por um único exemplo), porém ela não é justificada e nem tão pouco teorizada; Não existe solicitação de tais tarefas, nem tarefas para compreensão do sistema (inexistência de exercícios e de problemas).

Segundo a CSTA (2011), a ciência Computação engloba estudos de Ciência da Computação (desenvolvimento de softwares, entre outros), de Educação Tecnológica (utilização e aplicação de softwares e de hardwares, entre outras), de Informática Tecnológica (gerenciamento, organização, estruturação de informação por meio de artefatos tecnológicos de comunicação e de informação, entre outras). Em relação ao estudo de números binários, este é enquadrado como um dos elementos integrantes da Ciência da Computação.

A UNESCO (1997) não menciona os números binários como conteúdo de estudo em sua proposta curricular de informática para a Educação Básica, mas se torna plausível o seu estudo visto que é proposto aos estudantes: identificarem e entenderem os elementos básicos de hardware e o seu funcionamento (entrada, saida e processamento de dados, circuitos combinacionais, etc.), entender a evolução dos computadores (parte histórica do computador) que provavelmente irão estudar, entre outras coisas, a performance da capacidade de armazenamento de dados (memória) e redução de tamanho do dispositivo de memória.

O CSTA (2009) propõe, entre outros, o estudo de números binários para atender os seguintes objetivos: representar dados por meio de sequência de bits (caracteres, sons, imagens, entre outras informações); fazer conexões entre elementos da matemática e da computação (números binários, lógica, conjunto e funções); relacionar conversões entre sistemas de numerações binárias e hexadecimais; interpretar o significado da representação de sequências binárias em vários contextos: instrução, números, texto, som, imagem; estudar princípios de segurança examinando a codificação, a criptografia e as técnicas de autenticação.

Ontario (2008, 2009) propõe, entre outros, o estudo de números binários para atender os seguintes objetivos: compreender como o computador usa sistemas de codificação (binário, hexadecimal, ASCII, Unicode) para representar dados; demosntrar conhecimentos básicos de sistemas de numerações binários e hexadecimais, de lógica e de algebra booleana em lógica de computadores e processamento de dados; realizar conversões entre os sistemas de

numerações decimal, binário e hexadecimal; converter números inteiros e racionais por meio da representação de números binários e hexadecimais.

Baseado nos conceitos da TAD, as diretrizes curriculares de computação de Ontario (2008, 2009) e CSTA (2009), mais especificamente, referente ao estudo de números binários, não é fundamentada por nenhuma teoria, técnica e tecnologia, basea-se, apenas, na elaboração de tipos de tarefas. Agrupamos e identificamos 15 tipos de tarefas complementares e/ou semelhantes nestas duas instituições transpositivas[45]:

T_1: converter um número representado no sistema de numeração binário em um número representado no sistema de numeração decimal;

$T_{2:}$ converter um número representado no sistema de numeração decimal em um número representado no sistema de numeração binário;

T_3: descrever como os computadores representam dados por meio de dígitos binários;

T_4: descrever como é realizado o processamento de dados de um computador;

T_5: representar tabelas verdade a partir de portas lógicas;

T_6: representar portas lógicas a partir de tabelas verdade;

T_7: representar expressões booleanas a partir de portas lógicas;

T_8: representar portas lógicas a partir de expressões booleanas;

T_9: representar números inteiros por meio de dígitos binários;

T_{10}: representar números racionais por meio de dígitos binários;

T_{11}: converter um número representado no sistema de numeração hexadecimal em um número representado no sistema de numeração binário;

T_{12}: converter um número representado no sistema de numeração binário em um número representado no sistema de numeração hexadecimal;

T_{13}: relacionar expressões booleanas à portas lógicas por meio de representações de símbolos, de números e de expressões

T_{14}: Demonstrar como uma sequência de bits pode ser utilizada para representar dados (alfanuméricos);

T_{15}: Explicar os princípios de segurança a partir de codificação binária;

A subtarefa mais utilizada no livro didático de computação e também nas diretrizes curriculares de computação analisadas é a representação de letras, de números e de sinais dicotômicos por meio de dígitos binários.

[45]Vale destacar que não está clara a identificação de tipos de tarefas referentes aos números binários em UNESCO (1997).

Concluímos que a abordagem de números binários em instituição de ensino (livro didático de computação analisado) se aproxima da abordagem proposta pelas instituições transpositivas analisadas (CSTA (2009) e Ontario (2008, 2009)) assim como, estas se aproximam da proposta trabalhada na ciência Computação: essas instituições transpositivas mantém, uma abordagem mais ampla de números binários do que o livro didático de computação analisado porque tanto sugere o estudo de conversões de números representados nos sistemas de numerações binário e decimal como amplia essas conversões ao sugerirem conversões de números representados nos sistemas de numerações binário e hexadecimal, além de representações de números inteiros e racionais por meio de dígitos binários. Além daquelas conversões, a ciência Computação aborda outras, como exemplo: o estudo de ponto flutuante (representação de números reais por meio de dígitos binários, entre outros pontos de estudo); A codificação/decodificação (representação) de dados (caracteres e figuras) é trabalhada no livro didático de computação como também naquelas instituições transpositivas, estas por sua vez, ampliam essa abordagem, sugerindo o estudo de outras representações de dados por meio de códigos ASCII, UNICODE, entre outras. Além disso, é sugerido o estudo de como os dados são representados e processados por meio de dígitos binários nos computadores (funcionamento do computador).

Vale mencionar que muitas atividades presentes no livro didático de computação analisado estão presentes como exemplos na diretriz curricular computação CSTA (2009).

Identificamos a existência de condições, restrições e limitações postas pelos níveis não positivos de co-determinação didática (pedagogia, escola e sociedade) a respeito das diretrizes curriculares de matemática (BRASIL, 1997, 1998, 2000; PERNAMBUCO, 2012, ONTARIO, 2005, 2007) e de computação (UNESCO, 1997; CSTA, 2011; ONTARIO, 2008, 2009, 2011).

Quanto ao nível, *sociedade*, referentes às diretrizes curriculares nacionais e estadual de Pernambuco, o sistema métrico decimal é mais utilizado e exigido. Desta maneira, em relação à grandeza informação ou capacidade de armazenamento de dados, prioriza as unidades de medida de informação: quilobyte, megabyte, gigabyte, terabyte, petabyte, exabyte, zetabyte e yotabyte. Tratando-se desse mesmo nível de co-determinação didática, aquelas diretrizes curriculares internacionais, referentes ao *lócus* de estudo de computação na escola, possui um discurso político incentivando o aumento de profissionais de ciência da computação no país (assim como incentivo político dos Estados Unidos, segundo Feaster *et al* (2013)) e consideram o saber básico de computação como fundamento essencial, assim como a leitura e a escrita, para uma melhor desenvoltura do cidadão no século XXI. Portanto, as diretrizes curriculares de computação em nível internacional giram em torno do discurso em melhorar a

compreensão púbica de computação como campo acadêmico e profissional; incentiva a aprendizagem e o ensino desta área, a partir da educação escolar, para assim buscar suprir a falta de profissionais qualificados em informática, alavancar o potencial econômico, científico do país, desenvolver habilidades e conhecimentos tecnológicos de forma que possibilite o cidadão do século XXI a ter uma melhor atuação em sua vida profissional e estudantil.

Vale destacar ainda, tratando-se de análise do nível *sociedade*, que Pernambuco (2012) contempla as matrizes de referências de avaliação em larga escala, SAEB, ENEM, ENCCEJA, SAEPE e vestibular da UPE, mantendo desta maneira, ligação com outras instituições transpositivas.

Quanto ao nível de co-determinação didática, *escola*, referentes às diretrizes curriculares nacionais e estadual de Pernambuco, os alunos e as alunas devem ser levados a "fazer matemática", por elas/eles próprios; que possam utilizar os artefatos tecnológicos (computador, internet, calculadoras, etc.) no auxílio de suas aprendizagens; que possam realizar atividades (lúdicas) ou situações-problema de maneira reflexiva. Tratando-se desse mesmo nível de co-determinação didática, as condições, restrições e/ou limitações das diretrizes curriculares internacionais, referentes ao *lócus* de estudo de matemática na escola, Ontario (2005, 2007), incentivam a resolução de situações-problema e interdisciplinaridade, de maneira que o estudante entenda e utilize os conceitos matemáticos, possibilite novas aplicações e formas de fazer matemática. Como exemplo de restrições ou/e limitações a essas condições: é necessária uma efetiva retrospectiva de conhecimentos matemáticos, que possibilite eficiência e domínio de pré-requisitos da matemática.

Quanto ao nível de co-determinação didática, *escola*, referentes às diretrizes curriculares internacionais de computação, (UNESCO, 1997; ONTARIO, 2008, 2009, 2011; CSTA, 2011) são unânimes ao incentivo da construção de uma disciplina que introduza conhecimentos de computação, tal que seja: relacionada com outras áreas e disciplinas; usado métodos e técnicas com/por meio de artefatos tecnológicos (como o computador, principalmente). As principais restrições e/ou limitações identificadas são: o nível de recursos humanos e físicos disponíveis que impõe restrições à qualidade de funcionamento de uma nova matéria (computação?) no currículo escolar; Cada aluna ou aluno possui diferentes interesses e responsabilidades[46].

[46]Este caso restringe ao currículode Ontario, uma vez que os estudantes escolhem as disciplinas para compor o total de créditos. Exemplo, a disciplina educação informática é uma delas.

Quanto ao nível de co-determinação didática, *pedagogia*, referentes às diretrizes curriculares nacionais e estadual de Pernambuco, mantém como principal condição: ligar o estudo das grandezas e medidas as situações do cotidiano dos estudantes, mantendo uma abordagem prática social. A restrição e/ou limitação identificada referente ao estudo de matemática é configurada por contextualização dos conceitos matemáticos ao processo de evolução histórica, evidenciando a articulação do objeto do saber (matemática) com as necessidades humanas de cada época ao invés, apenas, de descrever os fatos ocorridos no passado ou a atuação de personagens que se destacaram na história humana.

Quanto ao nível de co-determinação didática, *pedagogia*, referentes às diretrizes curriculares internacionais de computação, é sugerido como condição norteadora às escolhas/decisões realizadas em termos de praxeologia: existência de um trabalho colaborativo e cooperativo e eficiência nas práticas de segurança a partir de codificação de dado (CSTA, 2011); trabalhe de maneira prática e relacionada às outras áreas, por meio da utilização de artefatos tecnológicos (UNESCO, 1997; ONTARIO, 2008, 2009, 2011). Como restrição e/ou limitação a essas escolhas/decisões, temos: examinar conexões entre os elementos da matemática e as ciências da computação, incluindo os números binários, lógica, conjunto e função(CSTA, 2011); Discutir a representação de sequências binárias à uma variedade de formas (instrução, números, textos, sons, imagens)(CSTA, 2011); Interligar procedimentos matemáticos: resolução de problemas, raciocínio lógico e demonstrações, seleção de ferramentas (manipuláveis e artefatos tecnológicos) e estratégias computacionais (ONTARIO, 2008, 2009, 2011); Desenvolvimento de atividades baseadas na própria aprendizagem do estudante ou/e em grupo (UNESCO, 1997).

Baseado nos conceitos de praxeologia da TAD, identificamos elementos constituintes do bloco tecnológico-teórico de números binários na pesquisa realizada no campo científico da Matemática e da Computação, não abordados nos livros didáticos de matemática e nem nas orientações curriculares de matemática e de computação. Apenas o livro de ciência da computação apresenta elementos, introdutórios, teóricos, a respeito da Teoria da Informação: a determinação da quantidade de decisões/escolhas tomadas em respostas da forma sim/não possibilita descobrir um número, uma letra, uma palavra, etc. de forma que a sequência de respostas, sim/não, seja representada por uma sequência de dígitos binários, "sim" correspondendo a "1" e "não" correspondendo a "0" (ou o inverso) - o que representará um código binário da descoberta - de maneira que a entropia ou a quantidade de informação dependerá não apenas do número de resultados possíveis, mas também da probabilidade disso acontecer.

A teoria da informação e comunicação de Shannon diferencia quantidade de informação e incerteza. A quantidade de informação é definida em bit: $I = \log_2 n$; É contida em uma solução específica qualquer. A incerteza (incerteza própria do conjunto) é definida em unidades de informação por letra do conjunto (bits/letra): $H = \log_2 n$; Sendo esta chamada por Shannon de entropia.

Concluímos que os números binários são produzidos na ciência Matemática, inicialmente publicados pelos matemáticos Hariot, bispo Juan Caramuel e Lobkowitz, Leibniz, entre outros (GLASER, 1981); são trabalhados em livros didáticos de matemática a partir dos anos finais do Ensino Fundamental em nível estadual (Pernambuco) e nacional como conteúdo básico de aprendizagem por meio de estudo de unidades de medida de informação de maneira auxiliar ao estudo de potenciação ou curiosidade (em sua maioria) ou servido como leitura complementar ao docente (no Manual do Professor). No entanto, são sugeridos, ampliados e aprofundados em instituições produtivas, utilizadoras, transpositivas e ensino referentes à computação: referências de ciência Computação (EDWARDS, 1971; SHANNON, 1948; FLOYD, 2007; IDOETA, CAPUANO, 1984, entre outros); referência de livro didático de computação (BELL *et al*, 2011), referências de diretrizes curriculares de computação (UNESCO, 1997; CSTA, 2011; ONTARIO, 2008, 2009); Até mesmo a razão de ser e relevância de estudo de unidades de medida de informação identificadas naqueles 4 livros didáticos de matemática do Ensino Fundamental avaliados pelo PNLD 2014 tomam um contexto informático, de elementos do computador, e gira em torno das medidas na informática: medidas de capacidade de armazenamento e de processamento de dados de computadores. A partir deste resultado, somos levados a retomar como apoio teórico a TAD para melhor compreendê-lo: como toda atividade humana (e a atividade matemática como um exemplo dela) pode ser modelos generalizados de praxeologias, estas por sua vez, podem ser destruídas, migradas, surgidas, ressurgidas, mudadas, desaparecidas, evoluídas, etc. dentro de alguma instituição, a depender dos tipos de condições, restrições, limitações precedentes de que nível de co-determinação didática elas sofrem (CHEVALLARD, 2005).

Os números binários ressurgiram como conteúdo de estudo a partir do avanço das máquinas eletrônicas digitais, mais especificamente, em desenvolvimento de calculadoras eletrônicas, de computadores eletrônicos digitais e por meio da Teoria da Informação e Comunicação de Shannon por volta da década de 1950 nos Estados Unidos, efetivando-o como tema básico de ensino escolar de aritmética e álgebra (matemática). Que, por sua vez, os números binários receberam o reconhecimento, em 1957, da comissão de Matemática

(instituição produtiva?) e em 1961, do Conselho Nacional de Professores de Matemática (instituição transpositiva e/ou produtiva?) como conteúdo proposto para o sétimo e oitavo grau de aritmética (GLASER, 1981).

Defendemos neste trabalho a necessidade de discutir a atualização do currículo da educação básica brasileira. O que não significa dizer que porque pesquisamos sobre números binários este conteúdo deveria estar inserido em seu corpo de conhecimento matemática escolar. Pelo contrário, esta pesquisa mostra a sua inserção no corpo de conhecimento computação como setor estruturante e fundamental para seu estudo e aplicação que, por sua vez, vem ganhando adeptos (ou reafirmando) em todo o mundo a necessidade de implantação de uma disciplina escolar que aborde conteúdos básicos de computação: Nova Zelândia, Estados Unidos, Canadá (como exemplo da província Ontario aqui analisado); Índia; Inglaterra, entre outros.

Por fim, este trabalho é relevante porque contribui como um tipo de pesquisa que valida a teoria da transposição didática e a TAD; cria um diálogo entre as linhas de pesquisas em didática da matemática e tecnologia, abrindo um leque de possibilidades de pesquisas: investigação das origens (do ensino) de números binários em livros didáticos brasileiros, existência de relação entre unidades de medida de informação e sistema de numeração binário para uma melhor compressão desta medida, discussão sobre a inserção de disciplina computação na educação básica brasileira, existência de relação entre os sistemas de numeração de bases não decimais e decimais, porque ensinar e aprender sistemas de numeração não decimais, currículo de matemática escolar, etc.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

LIVROS DIDÁTICOS

ANDRINI, Álvaro; VASCONCELLOS, Maria José C. de. **Praticando matemática – edição renovada.** 6º ano, 3ª ed: São Paulo. Editora do Brasil, 2012.

_____. **Praticando matemática – edição renovada.** 7º ano, 3ª ed: São Paulo. Editora do Brasil, 2012.

_____. **Praticando matemática – edição renovada.** 8º ano, 3ª ed: São Paulo. Editora do Brasil, 2012.

_____. **Praticando matemática – edição renovada.** 9º ano, 3ª ed: São Paulo. Editora do Brasil, 2012.

BELL, Tim et al. **Computer Science Unplugged: ensinando computação sem o uso do computador**: Trad: Luciano Porto Barreto.csunplugged.org, 2011.

CENTURION, Marília; JAKUBOVIC, José. **Matemática: teoria e contexto.** 7º ano. 1ª ed: São Paulo: editora Saraiva, 2012.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 6º ano. 1 ed. São Paulo: Ática, 2012.

_____, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 7º ano. 1 ed. São Paulo: Ática, 2012.

_____, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 8º ano. 1 ed. São Paulo: Ática, 2012.

_____, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: Matemática**. 9º ano. 1 ed. São Paulo: Ática, 2012.

LEONARDO, Antônio Jose. **Projeto Velear – Matemática.** 6º ano. 1ª ed. São Paulo: Editora Scipione, 2012.

ONAGA, Dulce Satiko; MORI,Iracema. Matemática: ideias_e_desafios. 6º ano. 17 ed: **Saraiva Livreiros Editores**, 2012a.

_____, Dulce Satiko; MORI,Iracema. Matemática: ideias_e_desafios. 7º ano. 17 ed: **Saraiva Livreiros Editores**, 2012b.

_____, Dulce Satiko; MORI,Iracema. Matemática: ideias_e_desafios. 8º ano. 17 ed: **Saraiva Livreiros Editores**, 2012c.

_____, Dulce Satiko; MORI,Iracema. Matemática: ideias_e_desafios. 9º ano. 17 ed: **Saraiva Livreiros Editores**, 2012d.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de saber Matemática.** 6º ano. São Paulo: FTD, 2012.

_____. **Vontade de saber Matemática.** 7º ano.São Paulo: FTD, 2012.

_____**Vontade de saber Matemática.** 8º ano.São Paulo: FTD, 2012.

SOUZA, Joamir; PATARO, Patricia Moreno. **Vontade de saber Matemática.** 9º ano. São Paulo: FTD, 2012.

DEMAIS REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Geraldo Peçanha de. **Transposição Didática: por onde começar ?**: São Paulo, Cortez Etidora, 2007.

ALMOULOUD, S. A. As transformações do saber cientifico ao saber ensinado: o caso do logaritmo. **Educar em revista**, Curitiba, n. 1, p. 191-210, 2011.

ALVES, Antônio Maurício Medeiros. **Livro didático de matemática: uma abordagem histórica.** Dissertação de Mestrado em Educação na Faculdade de Educação da Universidade Federal de Pelotas, 2005

ARAUJO, Abraão Juvêncio. **O ensino de álgebra no Brasil e na França: estudo sobre o ensino** de **equações do 1º grau à luz da teoria antropológica do didático.** Tese apresentada ao Doutorado em Educação da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife-PE, 2009.

BACHELARD, Gaston. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Trad: Estela dos Santos Abreu. Rio de Janeiro. Ed: Contraponto, 1996.

BAKER, David. **Turing Machines**, 2012 Disponível em: <http://plato.stanford.edu/entries/turing-machine/> Acesso em nov 2013.

BATISTA, Antônio Augusto Gomes. A avaliação dos livros didáticos: para entender o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). In: Rojo, R. & Batista, A.A.G. (orgs.) Livro Didático de Língua Portuguesa, Letramento e Cultura da Escrita. Campinas, SP: Mercado das Letras, 2003, p. 25-67

BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar.**O que as orientações curriculares preconizam? O que os professores esperam? O que os alunos fazem? : uma análise sob a ótica da teoria antropológica do didático**. IV SIPEM – Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2009.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. [A History of Mathematics] Trad. Elza F. Gomide. Introd. Uta C. Merzbach. Pref. Isaac Asimov. São Paulo: Editora Edgard Blucher, 2002.

BOSCH, Marianna; GASCÓN, Josep. **25 años de Transposición Didáctica**. In L. Ruiz-Higueras, A. Estepa, F. J. García (Eds.) Sociedad, Escuela y Matemáticas. Aportaciones de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. Jaén: Publicaciones de la Universidad de Jaén, 2007. p. 385-406.

BRAGA, Bruno da. **Análise de Frequências de Línguas**, 2003. Disponível em: http://www.lockabit.coppe.ufrj.br/publicacoes?page=1 Acesso em jan 2014.

BRASIL.Guia de Livros Didáticos PNLD 2014: Matemática: anos finais do ensino fundamental, Brasília: MEC, 2013.

_____.Guia de Livros Didáticos PNLD 2012: Matemática: ensino médio, Brasília: MEC, 2011.

_____.Guia de Livros Didáticos PNLD 2011: Matemática: anos finais do ensino fundamental, Brasília: MEC, 2010.

_____. Secretaria de Educação Fundamental/MEC. PCN. Parâmetros Curriculares Nacionais: introdução aos parâmetros curriculares nacionais.Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática – terceiro e quarto ciclo do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

_____.Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2000.

BRUN, Jean et al. **Didática das matemáticas.** Trad: Maria José Figueredo. Ed: Horizontes Padagógicos, 1996. Título original: Didactique des mathematiques

Business Intelligence Lowdown. Site disponível em http://www.businessintelligencelowdown.com/ Acesso em 18 dez 2011

CALDEIRA, Cinderela. Do papiro ao papel manufaturado.Acesso em 07 out, 2013Disponível em: http://www.usp.br/espacoaberto/arquivo/2002/espaco24out/vaipara.php?materia=0varia

CARVALHO, João Bosco Pitombeira de Carvalho. Políticas públicas e o livro didático de matemática. **BOLEMA**, Rio Claro/SP. Ano 21, nº29, 2008.

CARVALHO, Dierson Gonçalves de; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. **Condições e restrições na abordagem de área de figuras planas no guia de estudo do Projovem Urbano: a escala dos níveis de codeterminação**In:VII EPBEM – VII Encontro Paraibano de Educação Matemática, 2012, João Pessoa, Anais do VII EPBEM.

CHACÓN, Andrea María Araya. **La gestion de la mémoire didactique par Le professeur dans l'enseignement secondaire des mathématiques: etude Du micro-cadre institutionnel em France et au Costa Rica.** Thèse Du Doctarat de L'université de Toulouse Délevré par l'Uniersité Toulouse III – Paul Sabatier em Didactique des Disciplines Scientifiques et Tecnhnologiques Spécialité: Didactique des Mathematiques, 2008.

CHEVALLARD, Yves. **La transposition didactique et l'avenir de l'école,** 1996. Disponível em <yves.chevallard.free.fr> Acesso em julho 2014.

CHEVALLARD, Yves. **La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado**. Ed Aique, 1998a. Disponível em: <http://www.uruguayeduca.edu.uy/Userfiles/P0001%5CFile%5Cchevallard.pdf> Acesso em janeiro 2014.

CHEVALLARD, Yves. **Analyse des pratiques enseignates et didactique des mathematiques: l'approche anthropologique**, 1998b. Disponível em <yves.chevallard.free.fr> Acesso em abril 2014.

CHEVALLARD, Yves; BOSCH, Marianna & Gascón, Josep. **Estudar Matemática: elo perdido entre o ensino e a aprendizagem.** Porto Alegre: Editora ARTMED, 2001.

CHEVALLARD, Yves.Organiser l'etude. 3. Ecologie & regulation, 2002. Disponível em <yves.chevallard.free.fr> Acesso em julho 2014

CHEVALLARD, Yves. Steps towards a new epistemology in Mathematics Education In 4º Congrés de la European Society for research in mathematics education (CERME 4), France, 2005.Disponível em: <Yves.chevallard.free.fr> Acesso em nov. 2014

CHEVALLARD, Yves. Les problématiques de la recherché en didactique à la lumiére de la TAD, 2011. Disponível em: <Yves.chevallard.free.fr> Acesso em abril 2014.

CHEVALLARD, Yves. Improvisaciones cruzadas sobre lo didáctico, lo antropológico y el oficio de investigador en TAD, 2012a. Disponível em: <Yves.chevallard.free.fr> Acesso em abril 2014.

CHEVALLARD, Yves. Teaching mathematics in tomorrow´s society: a case for an oncosing counter paradigm**. 12th International Congress on Matematical Education.** Coex, Seoul, Korea, 2012b

CHEVALLARD, Yves. Anthropolical approaches in mathematics educations, French perspectives. **Encyclopedia of Matematics Education.** Article: 313188, Chapter: 9, 2013. Disponível em: python.espe-bretagne.fr

CIE– Commission Electrotechnique Internationale Norme Internacionale - 60027-2: 2005, 3ª edição, 2005.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história.** Vol 1. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2008

CSTA. Computer Science Teachers Association. CSTA k-12 Computer Science Standards.New York, 2011.

CS UNPLUGGER. Proposta de ensino de ciência da computação sem o uso de computador para a Educação Básica. Disponível em <csunplugger.org> Acesso em: 11 ago, 2014.

CUNHA, Micheline Rizcallah Kanaan da; MAGINA, Sandra Maria Pinto. A medida e o número decimal: um estudo sobre a elaboração de conceito em crianças do nível Fundamental. VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. Recife, 2004.

D´AMBRÓSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo. Editora Ática 5ª Ed, 1998.

_____. Sociedade, cultura, matemática e seu ensino**. Educação e Pesquisa**. São Paulo, V.31, n1, p.99-120, jan/fev,2005.

DICIONÁRIO ENCICLOPÉDICO CONHECER. Abril Cultural. Vol II, 1973.

EDWARS, Elwyn. **Introdução à Teoria da Informação**. Trad:Leônidas Hegenberg; Octanny Silveira. São Paulo. Ed: Cultrix, 1971.

EPSTEIN, Issac. **Teoria da Informação**. São Paulo. Ed: Ática, 1986.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**.[An introduction to the history of mathematics] Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora Unicamp, 2004.

FEASTER, Yvon; SEGARS, Luke; WAHBA, Sally K.; HALLSTROM, Jason O. **Teaching CS** Unplugged **in the High School: (with Limited Success)** Acesso em abril de 2013.

FERNANDES, Ângela Maria Videgal [et al]. Belo Horizonte: Editora UFMG, 2005.

FRANCO, Maria Laura P.B. **O livro didático de história no Brasil: a versão fabricada**. São Paulo: Global Editora, 1982.

FRANÇA, Rozelma S. d; SILVA, Waldir C. da; AMARAL, Harodo, J.C do. **Ensino de Ciência da Computação na Educação Básica: experiências, desafios e possibilidades, 2011.**

FLOYD, T. L. **Sistemas digitais:** fundamentos e aplicações. Tradução de José Lucimar doNascimento. 9ª. ed. Porto Alegre: Boohman, 2007.

FREITAG, Bárbara; MOTTA, Valéria Rodrigues; COSTA, Wandrly Ferreira. **Estudo da Arte do Livro Didático no Brasil.** Brasília: REDUC, 1987

GLASER, Anton. **History of Binary and other nondecimal numeration.**Tomash Publishers, 1981

GODEFROY, Gilles. **A aventura dos números.** Lisboa: Instituto PIAGET, 1997

GONICK, Larry.**Introdução ilustrada à computação (com muito humor).** Trad: Vilmar Pedro Votre e Eduardo Lamounier Barbieri. São Paulo, Editora Harbra, 1986.

GROSSI, Esther. Pillar. Numeração em diversas bases: sugestões de atividades; experiência na segunda série [s.l.]: [s.n.], 196?

HALLEWELL, Laurence. **O livro no Brasil.** 2ª ed: Editora EDUSP, 2005

IDOETA, Ivã Valeije; CAPUANO, Franscisco G. **Elementos de eletrônica digital**: São Paulo, Ed: Érica, 1984.

JUNIOR, Clovis Gomes da Silva. **Critérios de adoção e utilização do livro didático de matemática no Ensino Fundamental: o caso do agreste de Pernambuco.** Dissertação de mestrado em Ensino nas Ciências apresentada ao curso de Pós-Graduação da Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2005.

LÉVY, Pierre. **Cibercultura.** Trad: Carlos Irineu da Costa, Edidora 34, 1999

LIBÂNEO, José Carlos. **Didática.** São Paulo: Cortez, 1994.

LIMA, Paulo Figueiredo; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Um olhar sobre o tema grandezas e medidas no ensino fundamental.**Caminhos da Educação Matemática em Revista**, v. 3, p. 4-18, 2010.

MENEZES, Anna Paula de Avelar Brito. **Contrato didático e transposição didática: inter-relações entre os fenômenos didáticos na iniciação à Álgebra na 6ª série do ensino fundamental.** Tese em Educação. Universidade Federal de Pernambuco, 2006.

MERTENSEN, Marianne. Praxeology as a tool for the analysis of a science museum exhibit. pp. 217-224. In Bosch, M., Gascón, J., Ruiz Olarría, A., Artaud, M., Bronner, A., Chevallard, Y.,Cirade, G., Ladage, C. & Larguier, M. (Eds.) **Um panorama de la TAD.** Centre de Recerca Matemática, Campus de Bella-Terra Barcelona, 2011. ISSN: 2014-2323. Eletrônica: 2014-2331. III Congreso Internacional sobre la TAD (Sant Hilari Sacalm, 25-29 enero 2010).

MEC. Livro Didático e Qualidade de Ensino. **Em Aberto,** Brasília, v. 16, nº69 jan/mar 1996.

MEC.Diretrizes Curriculares dos cursos de Bacharelado em Ciência da Computação, Engenharia de Computação, Engenharia de Software e Sistemas de Informação e dos cursos de Licenciatura em Computação, Março 2011. Disponível em <http://www.sbc.org.br/> Acesso em 15 dezembro de 2013.

MENDES, Herman do Lago. **A internet como recurso auxiliar no ensino - aprendizagem de matemática.** Monografia apresentada a Pós-Graduação L*ato Sensu* em Docência para o Ensino Superior na Universidade Federal de Sergipe (UFS), 2009.

MORAES, Maria Cândida. **O paradigma educacional emergente.** Ed Papirus, 2003.

MELLO E SOUZA, Júlio César de; MORAES, Ceres Marques de; BEZERRA, Manuel Jairo. **Apostilas de didática especial de Matemática.** São Paulo: MEC/CADES, 1984.

MORETTI, Méricles Thadeu. **Dos sistemas de numeração às operações básicas com números naturais.** Florianópolis: Editora UFSC, 1999.

NETO, Samuel Pfromm; ROSAMILHA, Nelson; DIB, Cláudio Zaki. **O livro na educação:** Rio de Janeiro, PRIMOR/INL, 1974

OLIVEIRA, Adão. **Etnomatemática dos Taliáseri: medidores de tempo e sistema de numeração.** Dissertação de mestrado em Antropologia da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife/PE, 2007.

ONTARIO. MATHEMATICS (Grades 9 and 10), 2005. Disponível em: < http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/math.html> Acesso em 14 abril 2013.

ONTARIO. MATHEMATICS (Grades 11 and 12), 2007. Disponível em: < http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/math.html> Acesso em 14 abril 2013.

ONTARIO. The Ontario Curriculum (Grades 10 to 12) 2008. Computer Studier. Disponível em: <http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/computer10to12_2008.pdf> Acesso em 14 abril 2013.

ONTARIO. The Ontario Curriculum. Technological Education (Grades 11 and 12), 2009.. Disponível em: < http://www.edu.gov.on.ca/eng/curriculum/secondary/teched910curr09.pdf > Acesso em 14 abril 2013.

ONTARIO SCHOOLS. Kindergarten to Grade 12: Policy and program requeriments,2011.. Disponível em: <http://www.edu.gov.on.ca/eng/document/policy/os/index.html> Acesso em 14 abril 2013.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da Matemática: uma análise da influência francesa.** 2ª edição. Belo Horizonte, Ed: Autêntica, 2008. p.1-38.

PASQUALI, Luiz (org). **Teoria e Métodos de Medida em Ciências do Comportamento.** Brasília, UNB: INEP, 1996.

PCN+. Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências Naturais, Matemática e suas tecnologias. [S.a].

PERNAMBUCO. Parâmetros Curriculares de Matemática para o ensino fundamental e médio, 2012.

POLIDORO, L. D. F.; STIGAR, R. La transposición didáctica: el pasaje del saber científico para el saber escolar. **Ciberteologia - Revista de Teologia & Cultura**, v. 27, 2010.

RODRIGUES, Marian dos santos. **O ensino de medidas e grandezas através de uma abordagem investigatória.** Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), 2007.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**: Rio de janeiro. Ed: Zahar, 2012.

ROSAS, Maria Luiza Laureano. **Uso do livro didático de matemática:** analisando **a prática docente no ensino do sistema de numeração decimal.** Recife, 2008. (Dissertação de Mestrado apresentado ao curso de Mestrado em Educação na Universidade Federal de Pernambuco – UFPE)

SBC. Sociedade Brasileira de Computação: Currículo de Referência da SBC para Cursos de Graduação em Computação e Informática - Proposta versão 1999. Disponível em http://www.sbc.org.br/ Acesso em 15 set 2013.

SCHUBRING, G. From pebbles to digital signs - the joint origin of signs for numbers and for scripture, their intercultural standardization and their renewed conjunction in the digital era. **VI Colóquio de História e Tecnologia no Ensino de Matemática** , São Carlos, 15-19 julho 2013.

SHANNON, C.E. A Mathematical Theory of Communication. **The Bell System Technical Journal**, Vol. 27, pp. 379–423(part 1), 623–656 (part 2), July, October, 1948.

SHIMIZU, Tamio. **Micro-computador e Informática: terminologia e conceitos básicos ilustrados, exercícios resolvidos e propostos.** São Paulo: Ed. Atlas, 1985.

SILVA, Valdir Vilmar da. **Números: construções e propriedades.** Goiânia: Ed. UFG, 2003.

SIMÕES, Patrícia Maria Uchoa. **Avaliação do Programa Nacional do Livro Didático por gestores de escolas do Recife.** Disponível em http://www.fundaj.gov.br/geral/educacao_foco/patricia_avaliação.pdf Acesso em 19 dez 2012.

SI: SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES. Traduzido de: Le Système international d'Unités: Duque de Caxias, RJ: INMETRO/CICMA/SEPIN, 2012
SI: Le Système international d'Unités, 2014. Disponível em: <http://www.bipm.org/utils/common/pdf/si_supplement_2014.pdf> Acesso em: 4 jul, 2014.

STRATHERN, Paul. **Turing e o computador em 90 minutos**. Trad: Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: J. Zahar, 2000.

THOMPSON, David; ANDREAE, Peter; BELL, Tim; ROBINS, Anthony.**The Role of Teachers in Implementing Curriculum Changes**. Acesso em abril de 2013.

TORRES, Gabriel. Hardware: curso completo . 4. ed. -. Rio de Janeiro: Axcel Books, 2001

TREMBLAY, Jean Paul; BUNT, Richard B.**1Ciência dos computadores: uma abordagem algorítmica**: Trad: Moacir e Souza Prado. São Paulo. Ed: Mcgraw-Hill do Brasil, 1983.

TRIGUEIROS, María; GASCÓN, Josep; BOSCH, Marianna. Tres modalidades de diálogo entre APÓS y TAD In Bosch, M., Gascón, J., Ruiz Olarría, A., Artaud, M., Bronner, A., Chevallard, Y., Cirade, G., Ladage, C. & Larguier, M. (Eds.), *Un panorama de la TAD* (pp. 77-116) III Congreso Internacional sobre la TAD (Sant Hilari Sacalm, 25-29 enero 2010) Conferencias

UNESCO. Informática para a educação básica: um currículo para as escolas/por um grupo de trabalho da IFIP coordenado por Tom van Weert; coord. e rev. Técnica da edição brasileira por Maria de Fátima Ramos Brandão; trad. Luiz Aristides Rios. Brasília: MEC, Secretaria de Educação a Distância: UnB, Dep. Ciência da Computação, 1997.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Livros didáticos de matemática e as Reformas Campos e Capanema.** VIII Encontro Nacional de Educação Matemática. julho, 2004

_____.Livro Didático e Educação Matemática: uma história inseparável. **ZETETIKÉ,** CEPEM-UNICAMP, V.16 nº30, jul/dez, 2008

APÊNDICE

ARITMÉTICA BINÁRIA

Segundo Idoeta e Capuano (1984, p. 50) este tópico "trata-se de uma parte do estudo de numeração muito importante, pois, irá facilitar a compreensão dos circuitos lógicos aritméticos tais como: somadores, subtradores, etc."

"A aritmética binária é essencial em todos os computadores digitais e em muitos outros tipos de sistemas digitais. Para entender os sistemas digitais, temos que saber os fundamentos das operações de soma, subtração, multiplicação e divisão em binário" (FLOYD, 2007, p.72).

"A vantagem da aritmética binária reside na simplicidade de suas regras e a desvantagem na extensão dos números" (EDWARDS, 1971, p.32). Veremos o porquê.

Adição no sistema binário

A adição no sistema binário é análoga a adição do sistema decimal, a única diferença recai que no sistema binário utiliza-se apenas dois algarismos: 0 ou 1. Temos então a seguinte tabuada da adição no sistema binário:

$$0 + 0 = 0$$
$$0 + 1 = 1$$
$$1 + 0 = 1$$
$$1 + 1 = 10$$

Fato interessante é que 1 + 1 = 10 (um mais um é igual a um, zero). Lembra o "vai a um" do sistema decimal. Como o sistema binário utiliza-se apenas dois algarismos (0 e 1) para escrever qualquer número, e uma ordem ou uma posição, corresponde, apenas, a um único dígito. Por isto que o total de 1 + 1 é igual a 10. Ou seja, na 1ª ordem ou 1ª posição encontra-se o zero e "transporta um" para a próxima posição (2ª ordem) uma vez que cada dígito apenas pode ser um único sinal: 0 ou 1. Assim, temos 0 na 1ª ordem e 1 na 2ª ordem. No sistema binário significa que a 2ª ordem é duas vezes maior que a 1ª ordem. Enquanto que no sistema decimal a 1ª ordem é chamada de unidades e a 2ª ordem é chamada de dezenas; a ordem das dezenas é 10 vezes a ordem das unidades. Analogamente, no sistema decimal

teríamos “zeros unidades e uma dezena” enquanto que no sistema binário teríamos zero 2^0 e um 2^1. Portanto, não existem nomeações para as ordens ou posições no sistema binário; a posição de um 1 ou um 0 em um número binário indica o seu peso, assim como o dígito decimal determina o valor daquele dígito.

No sistema decimal, somamos unidades com unidades, dezenas com dezenas, centenas com centenas... De maneira semelhante, no sistema binário, somamos os dígitos (0 ou 1) correspondente a cada ordem ou posição: 1ª ordem (peso 2^0) do número A soma com a 1ª ordem (peso 2^0) do número B, 2ª ordem (peso 2^1) do número A soma com a 2ª ordem (peso 2^1) do número B, assim sucessivamente, até, a n-ésima ordem (peso 2^n) do número A soma com a n-ésima ordem (peso 2^n) do número B. Caso um número binário tenha mais dígitos ou algarismos que o outro número a ser somado, basta supor zeros para completar as ordens que faltam dígitos (ou deixa em branco). Vale enfatizar que os números binários são somados a partir dos dígitos da direita para a esquerda assim como no sistema decimal. Exemplo:

$(11)_2 + (10)_2 = (101)_2$ $\qquad$ $(11001)_2 + (1011)_2 = (100100)_2$

3ª 2ª 1ª ordem

$$\begin{array}{r} \ 1\ 1 \\ +\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1 \end{array}$$

Número A
Número B

“Vai a um”

$$\begin{array}{r} {\scriptstyle 1}\ {\scriptstyle 1}\ {\scriptstyle 1}\ \ 1\ \ 0\ \ 0\ \ 1 \\ +\ \ \ \ 1\ \ 0\ \ 1\ \ 1 \\ \hline 1\ \ 0\ \ 0\ \ 1\ \ 0\ \ 0 \end{array}$$

Número A
Número B

Outra técnica para realizar a adição de dois números binários teria o seguinte procedimento: primeiro passo, transformar os dos números representados no sistema binário em dois números representados no sistema decimal. Segundo passo, realizar a soma. Terceiro passo, transformar o total (número representado no sistema decimal) em um número representado no sistema binário. Exemplo:

$$(11)_2 + (10)_2 \overset{1^o\ passo}{=} (3)_{10} + (2)_{10} \overset{2^o\ passo}{=} (5)_{10} \overset{3^o\ passo}{=} (101)_2$$

Multiplicação binária

O procedimento da multiplicação no sistema binário é análogo ao do sistema decimal. Tabuada de multiplicação no sistema binário:

$0.0 = 0$

$0.1 = 0$

$1.0 = 0$

$1.1 = 1$

Exemplo: $(11010)_2.(10)_2 = (110100)_2$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ x & & & & 1 & 0 \\ \hline & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ + & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$(1100)_2.(11)_2 = (100100)_2$

$$\begin{array}{rrrrrr} & 1 & 1 & 0 & 0 \\ x & & & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 0 \\ + & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Outra técnica para realizar o produto de dois números binários teria o seguinte procedimento: primeiro, transformar os dos números representados no sistema binário em dois números representados no sistema decimal. Segundo, realizar a multiplicação. Terceiro, transformar o produto (número representado no sistema decimal) em um número representado no sistema binário. Exemplo:

$(11010)_2.(10)_2 \overset{1^o\ passo}{=} (26)_{10}.(2)_{10} \overset{2^o\ passo}{=} (52)_{10} \overset{3^o\ passo}{=} (110100)_2$

Subtração binária

Observe abaixo a tabuada de subtração no sistema binário:

$0 - 0 = 0$

$10 - 1 = 1$ *sendo o empréstimo igual a 1*

$1 - 0 = 1$

$1 - 1 = 0$

Atente-se a $10 - 1 = 1$. É como existisse "empresta um" (^{1}). Exemplo:

$(10010)_2 - (10001)_2 = (1)_2$

$$\begin{array}{rrrrr} 1 & 0 & 0 & \not{1}^{0} & \not{0}^{10} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

$(100000)_2 - (11100)_2 = (100)_2$

$$\begin{array}{rrrrrr} \not{1}^{0} & \not{0}^{1} & \not{0}^{1} & \not{0}^{10} & 0 & 0 \\ & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

$(11110)_2 - (1111)_2 = (1111)_2$

$$\begin{array}{rrrrr} \not{1}^{0} & \not{1}^{\not{0}^{10}} & \not{1}^{\not{0}^{10}} & \not{1}^{\not{0}^{10}} & \not{0}^{10} \\ & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Em $(10010)_2$ (minuendo) a 1ª ordem ou dígito é zero (menor que 1, que é o 1º dígito do subtraendo), logo precisará pegar emprestado 1 na 2ª ordem ($\not{0}^{10}$), esta ordem passa a ficar com dígito 0 ($\not{1}^{0}$, já que emprestou um). Em seguida subtraímos 1 de 10. Daí o 1º dígito da diferença é "10". Em seguida subtraímos os demais dígitos conforme o sistema decimal. A diferença de $(10010)_2$ e $(10001)_2$ é igual a $(1)_2$.

Em $(100000)_2$ (minuendo) a 3ª ordem ou 3º dígito é menor que a 3ª ordem ou o 3º dígito do subtraendo $(11100)_2$, logo precisará "pegar emprestado um" na 6ª ordem porque nem a 4ª e nem a 5ª ordem possuem 1. Após "pegar emprestado um", a 6ª ordem passa a ficar com 0 ($\not{1}^{0}$), a 3ª ordem passa a ficar com ($\not{0}^{10}$) e a 4ª e 5ª ordem do minuendo passam a ficar com "10" ($\not{0}^{1}$). Em seguida subtrai conforme o sistema decimal. A diferença de $(100000)_2$ e $(11100)_2$ é igual a $(100)_2$.

Em $(11110)_2$ (minuendo) o 1º dígito é 0. Como é menor que o 1º dígito do subtraendo (1) então "pega emprestado um" no 2º dígito. O 1º dígito passa a ficar com "10" e o 2º dígito do minuendo passa a ficar com dígito 0 ($\not{1}^{0}$). Como este é menor que o 2º dígito do subtraendo (1) "pega emprestado um" à 3ª ordem, passando a ficar com "10" ($\not{1}^{\not{0}^{10}}$). Este procedimento se repeti para a 4ª ordem. Por fim, realiza a subtração como no sistema decimal. A diferença entre $(11110)_2$ e $(1111)_2$ é igual a $(1111)_2$.

Outra técnica para realizar a subtração de dois números binários teria o seguinte procedimento: primeiro, transformar o minuendo e o subtraendo representados no sistema binário em dois números representados no sistema decimal. Segundo, realizar a subtração. Terceiro, transformar a diferença (número representado no sistema decimal) em um número representado no sistema binário. Exemplo:

$$(10010)_2 - (10001)_2 = (18)_{10} - (17)_{10} = (1)_{10} = (1)_2$$

$$(100000)_2 - (11100)_2 = (32)_{10} - (28)_{10} = (4)_{10} = (100)_2$$

$$(11110)_2 - (1111)_2 = (30)_{10} - (15)_{10} = (15)_{10} = (1111)_2$$

Divisão binária

Realiza a divisão no sistema binário analogamente ao algoritmo da divisão no sistema decimal. Só ter a atenção em realizar subtrações no sistema binário. Exemplo:

$(110)_2 \div (10)_2 = (11)_2$

```
   1 1 0 1 0
 - 1 0      1 1
 ---------
   0 1 0
   - 1 0
   -----
     0 0
```

$(11011)_2 \div (11)_2 = (1001)_2$

```
   1 1 0 1 1 | 1 1
 - 1 1         1001
 -----
   0 0
       0 1 1
     - 1 1
       -----
       0 0
```

$(1111) \div (10) = (111{,}1)$

```
   1 1 1 1 | 1 0
 - 1 0       111,1
 -----
   0 1 1
 - 1 0
   -----
     0 1 1
       1 0
       -----
       0 1 0
         1 0
         -----
         0 0
```

Propriedades da Entropia

Edwards (1971) apresenta três propriedades de H.

1. É possível determinar em valor de $H = -\sum (p_i.\log_2 p_i)$ para quaisquer valores correspondentes de p_i;
2. Se equiprováveis todos os resultados, o valor de H aumenta com o aumento da grandeza do conjunto;
3. **“A unidade de informação é aditiva” [...] “**A lei de adição estabelece que, se uma escolha for dividida em escolhas sucessivas, a incerteza associada ao conjunto será a soma ponderada das incertezas ligadas aos conjuntos menores” [por exemplo: $p_1.\log_2 p_1 + p_2.\log_2 p_2$][...] “Daí decorre, por exemplo, que a unidade de informação contida em dois cartões perfurados é a soma das quantidades de informação contida em cada um deles”(SHANNON, 1948, p.10 tradução nossa). Portanto, “se uma opção for dividida em duas escolhas sucessivas, o H original deve ser a soma ponderada dos valores individuais de H” (SHANNON, 1948, p.10).

Exemplo referente às propriedades da entropia

Suponha que seu amigo irá escolher uma letra de um conjunto contendo apenas 6 elementos (as letras A, B e C). Seu amigo escolheu aleatoriamente uma letra de um conjunto

contendo 6 letras. As probabilidades de adivinhar uma letra em um único evento são $p_1 = \frac{1}{2}, p_2 = \frac{1}{3}$ e $p_3 = \frac{1}{6}$, respectivamente as probabilidades de escolha de um A, de um B e de um C, segundo a palavra abaixo:

AABABC

Agora se fossemos utilizar a técnica que utiliza perguntas sucessivas para uma lista de letras com proporções diferentes, pondo em ordem,

AAABBC

teríamos as seguintes probabilidades $\frac{1}{2}\text{e}\frac{1}{2}$ para a primeira pergunta e $\frac{1}{3}\text{e}\frac{1}{6}$ para a segunda pergunta. Ou seja, na primeira pergunta teríamos 50% de chance para adivinhar a letra A. Já na segunda pergunta, teríamos $\frac{1}{3}$ de chance para escolher um C e $\frac{2}{3}$ de chance para escolher um B. Assim, a quantidade de informação original é igual soma ponderada dos valores individuais de cada quantidade de informação parcial: $H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{6}\right) = H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2}H\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right)$

Fórmulas para o cálculo da entropia (de um evento conjunto), da incerteza relativa e da redundância

A partir daquela ilustração referente às propriedades da entropia, retomamos o seguinte teorema proposto por Shannon (1948) caso satisfaçam aquelas propriedades:

$$H = -K\sum p_i . \log_2 p_i \qquad \textbf{(3)}$$

onde K é uma constante positiva. A constante K simplesmente equivale a uma escolha de uma unidade de medida. Como estamos trabalhando com o bit, então K = 1.

"Fazendo-a igual a unidade e tomando logaritmos de base dois, determinamos a grandeza da unidade de incerteza e alcançamos uma medida correspondente à anteriormente

derivada de consideração em torno da sucessiva redução das probabilidades à metade" (EDWARDS, 1971, p.60).

Shannon (1948) destaca que basta que saibamos as probabilidades de ocorrência $(p_1, p_2, ...p_n)$ de um conjunto de possíveis eventos para que encontremos uma medida de quantidade de escolhas ou de como incerto somos do resultado. Se existir tal medida, aquelas três propriedades serão satisfeitas. Ou de maneira análoga temos:

1. H deve ser contínua em p_i;

2. Se todos os p_i são iguais, $p_i = \frac{1}{n}$, então H deve ser uma função monótona crescente de n. Existirá mais possibilidades de eventos por existir probabilidades de eventos iguais;

3. Se uma opção for dividida por duas escolhas sucessivas, o H original deve ser a soma ponderada dos valores individuais de H.

As outras duas propriedades citadas por (EDWARDS, 1971, p.61,62):

4. Para um conjunto de determinada grandeza, H é máximo quando todos os resultados a esperar são igualmente possíveis;

5. O valor mínimo de H é zero. Tal ocorre quando um só resultado é possível [caso ilustrado no exemplo 2 acima].

Retomando a abordagem de incerteza e de redundância agora por uma abordagem estatística: segundo Edwards (1971) **incerteza relativa** é a razão entre a incerteza real e a incerteza máxima de uma fonte e **redundância** é igual a divisão da diferença entre a incerteza máxima e a incerteza real pela incerteza máxima:

$$\text{Incerteza Relativa} = \frac{\text{Incerteza Real}}{\text{Incerteza Máxima}} = \frac{-\sum p_i \log_2 p_i}{\log_2 n} \quad \textbf{(4)}$$

$$\text{Redundância} = \frac{\text{Incerteza Máxima - Incerteza Real}}{\text{Incerteza Máxima}} = 1 - \text{ Incerteza Máxima} \quad \textbf{(5)}$$

> A redundância pode, portanto, ser encarada como uma forma de ineficiência, no sentido que se manifesta quando não são inteiramente exploradas as probabilidades próprias de determinada situação. Tal ineficiência não deixa, entretanto, de ser útil [...] Dá-se, porém, que, em nosso mundo, raramente as condições são ideais, o que põe em evidência a virtude da redundância (EDWARDS, 1971, p.69).

Generalizando os dois exemplos anteriores, agora iremos considerar o conjunto do alfabeto da língua portuguesa para calcular a redundância e a incerteza relativa de um texto

impresso. Para tal, tomaremos os dados da pesquisa de Bragra (2003) que selecionou aleatoriamente textos de autores brasileiros. Considerou 11 textos cada um contendo 100 KB. Daí, determinou o histograma de frequência da língua portuguesa. Tomaremos os valores das frequências da letras do primeiro texto analisado por Braga (2003). O Quadro 40, contém 26 letras do alfabeto da língua portuguesa correspondendo à probabilidade de ocorrência de cada letra desse texto e o valor de $-p_i.\log_2 p_i$:

Quadro 32 - Letras da língua portuguesa e seus respectivos valores de probabilidade e de $-p_i.\log_2 p_i$

Letras	p_i	$-p_i log_2 p_i$
a	0,1496	0,4100
b	0,0125	0,0790
c	0,0401	0,1861
d	0,0497	0,2152
e	0,1205	0,3679
f	0,0105	0,0690
g	0,0115	0,0741
h	0,0138	0,0853
i	0,0584	0,2393
j	0,0029	0,0244
k	0,0001	0,0013
l	0,0305	0,1536
m	0,0462	0,2049
n	0,0483	0,2112
o	0,1073	0,3455
p	0,0251	0,1334
q	0.0093	0,0628
r	0,0707	0,2702
s	0,0778	0,2866
t	0,0442	0,1989
u	0,0460	0,2043
v	0,0183	0,1056
w	0,0001	0,0013
x	0,0025	0,0216
y	0,0001	0,0013
z	0,0041	0,0325

A partir dos dados da tabela temos que os valores da incerteza real e da incerteza máxima são respectivamente: 3,99 bits (da fórmula 2) e 4,7 bits (da fórmula 1). A incerteza relativa é aproximadamente 0,8489 ou 84,89% (da fórmula 4) e a redundância é 15,11% (da fórmula 5). Ou seja, caso fossemos escolher uma letra dentre das 26 letras do alfabeto da

língua portuguesa teríamos 4,7 perguntas a fazer (4,7 tentativas). A frequência com que ocorre cada letra do alfabeto da língua portuguesa presente no texto analisado por Bragra (2003) é reduzida a 15,11% das tentativas de perguntas, chegando à uma média de 3,99 por letra.

Partindo da consideração do conjunto tratado ser o alfabeto da língua portuguesa, temos que levar mais um ponto em consideração: a língua portuguesa possui todo um conjunto de normas, regras para serem seguidas. Por exemplo, não existem palavras na língua portuguesa com mais de três consoantes; a consoante precisa de uma vogal para formar sílabas e ser pronunciada, e a vogal, não. Assim, determinadas letras dependem de outras para criarem palavras, como o caso de combinações entre consoantes e vogais.

Segundo Edwards (1971, p.64) a sequência de letras que formam um trecho escrito (em português, por exemplo) é um exemplo de "processo estocástico". Que é um sistema que produz uma sequência de símbolos discretos, segundo certas probabilidades. Assim, "se essas probabilidades dependem de acontecimentos prévios que se restringem na série, temos o que é denominado processo de Markov" (EDWARDS, 1971, p.69). Ou ainda, "uma cadeia de Markov pode ser definida como um processo probabilístico no qual o desenvolvimento futuro depende estatisticamente do estado presente e, de modo algum, pela forma com que se chegou a ele" (EPSTEIN, 1986, p.59). Portanto, "um sistema físico, ou um modelo matemático de um sistema que produz uma sequência de símbolos regidas por um conjunto de probabilidades, é conhecido como um processo estocástico" (SHANNON, 1948, p.5 tradução nossa). Agora se não existir influência de uma letra para/com outra, tal que, qualquer amostra razoavelmente ampla pode ser representada pela sequência como o seu todo. Esse processo é chamado "processo ergódico" (linguagem comum, por exemplo) que é um processo de Markov sem existir influência apreciável interletras (EDWARDS, 1971, p.64).

Epstein (1986, p. 48, 49) mostra um exemplo de fonte ergótico: a frequência relativa aproximada das letras escritas **a** e **z** na língua portuguesa são respectivamente: 10,5% e 0,1%. Ou seja, a probabilidade de aparecer a letra **a** é 10,5% e a letra **z** é 0,1%. A auto-informação de **a** e de **z** são respectivamente 3,25 bits e 9,96 bits (ambas calculadas da fórmula 1). Assim, "a informação ou redução de incerteza trazida pela letra **z** é maior, em relação à que traz a letra **a**". Fato também comprovado na amostra de pesquisa de Bragra (2003) (texto com 100 KB) onde a probabilidade de **a** foi igual a 0,1496 (14,96%) e de **z** foi igual a 0,0041 (0,41%). E as suas auto-informações são respectivamente 2,74 bits e 7,93 bits (ambas calculadas da fórmula 1). Esses resultados são comuns aparecerem no jogo chamado "forca". Onde é mais fácil achar a palavra na língua portuguesa que começa com a letra **z** do que a letra **a** porque as

palavras que começam com a letra **z** são menos frequentes do que **a** em um texto escrito na língua portuguesa.

Segundo Edwards (1971) para calcular a quantidade de informação que se contém num processo ergótico, é necessário conhecer a probabilidade de aparecimento do elemento seguinte (por exemplo: dependência entre as letras como a consoantes com as vogais) em qualquer estágio da sequência. A técnica adotada para realizar estes cálculos - calcular a quantidade de informação – é necessário construir uma matriz 27 x 27 (por causa das 26 letras do alfabeto da língua portuguesa mais o espaço em branco, se for considerá-lo).

Para ilustrar, um cálculo partindo da consideração do processo ergótico consideraremos os mesmos dados do exemplo 1 abordado acima (não iremos considerar espaços em branco): Considere apenas as 4 primeiras letras do alfabeto da língua portuguesa: A, B, C e D. Tendo probabilidade de ocorrência respectivamente de $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8} \text{e} \frac{1}{8}$ a partir do texto abaixo:

BACAABADACBADAABACADABAACBABBADACBADAABA

Assim, organizando as frequências de combinações entre duas letras em uma matriz de frequência (Quadro 33), podemos calcular a matriz de probabilidade conforme o Quadro 34:

Quadro 33 - Organização de frequências de combinações entre duas letras

	A	B	C	D	Total (fileira)
A	4	5	5	5	19
B	9	1	0	0	10
C	2	3	0	0	5
D	5	0	0	0	5
Total (coluna)	20	9	5	5	

Quadro 34 - Probabilidade condicional da combinação de duas letras

		Y				
		A	B	C	D	Total (fileira)
X	A	$\frac{4}{19}$	$\frac{5}{19}$	$\frac{5}{19}$	$\frac{5}{19}$	1
	B	$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{10}$	0	0	1
	C	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	0	0	1
	D	1	0	0	0	1

Por notação, $P_X(Y)$ será a probabilidade de Y em relação a X (dado X). Partindo dos valores da tabela acima podemos calcular, por exemplo, a quantidade média de informação de combinações de duas letras de A à D. Considere a letra A. De acordo com o texto, a próxima letra poderá ser A ou B ou C ou D. Calculando a quantidade de informação a partir da fórmula 2 temos: $-\sum_{Y=A}^{D}\left[P_A(Y).\log_2 P_A(Y)\right]$ Ou seja,

$$\left(-\frac{4}{19}.\log_2\frac{4}{19}\right)+\left(-\frac{5}{19}.\log_2\frac{5}{19}\right)+\left(-\frac{5}{19}.\log_2\frac{5}{19}\right)+\left(-\frac{5}{19}.\log_2\frac{5}{19}\right)=1,994$$

De maneira análoga, podemos calcular as quantidades de informação que sequem B, C e D. Para calcularmos a quantidade média de informação global (de todo o texto) precisamos calcular a média ponderada. Que será a soma do produto de cada quantidade de informação de cada letra por sua respectiva probabilidade (fatores de ponderação). Esses valores estão presentes no Quadro 35.

Quadro 35 - Quantidade Média de Informação de um texto utilizando apenas 4 letras diferentes

X	$-\sum[P_X(Y).\log_2 P_X(Y)]$	P(X)	$\left\{-\sum[P_X(Y).\log_2 P_X(Y)]\right\}.P(X)$
A	1,994	0,5	0,997
B	0,469	0,25	0,117
C	0,971	0,125	0,121
D	0,000	0,125	0,000

A quantidade média de informação será a soma dos valores da última coluna:

$$H_X(Y) = \sum_{X=A}^{D}\left\{\left\{-\sum_{Y=A}^{D}[P_X(Y).\log_2 P_X(Y)]\right\}.P_X(Y)\right\} = 1,235 \text{ bits/letra} \qquad \textbf{(6)}$$

A fórmula 6 pode ser escrita como:

$$H_X(Y) = -\sum^{X}\sum^{Y} P(X).P_X(Y).\log_2 P_X(Y) \qquad \textbf{(7)}$$

Vale destacar que se a ultima letra da sequência for B, a próxima letra poderá ter 11,7% de chance de sê-la adivinhada; Se considerarmos as dependências de pares de letras (processo ergótico), a incerteza será mais reduzida:

$H(16) = H(Y) - H_X(Y) = 1,75 - 1,235 = 0,415$ bits/letra Onde 16 é o número de digramas ou par de letras formados por 4 x 4 letras (as 16 células da matriz); 1,75 é o resultado da fórmula 2; A incerteza total é igual a 2 bits (resultado da fórmula 1, onde n = 4 (4 letras)); A incerteza real é igual a 1,235 bit; A incerteza relativa é igual a 38,25% e a redundância é igual a 61,75%.

Shannon (1948, p.12) define a entropia de um evento conjunto por:

$$H(X,Y) = -\sum_{i,j}[p(i,j).\log_2 p(i,j)] \qquad \textbf{(8)}$$

$$\text{enquanto} \begin{cases} H(x) = -\sum_{i,j} p(i,j).\sum_{j}\log_2 p(i,j) & (9) \\ H(Y) = -\sum_{i,j} p(i,j).\sum_{i}\log_2 p(i,j) & (10) \end{cases}$$

De 8, 9 e 10 segue que

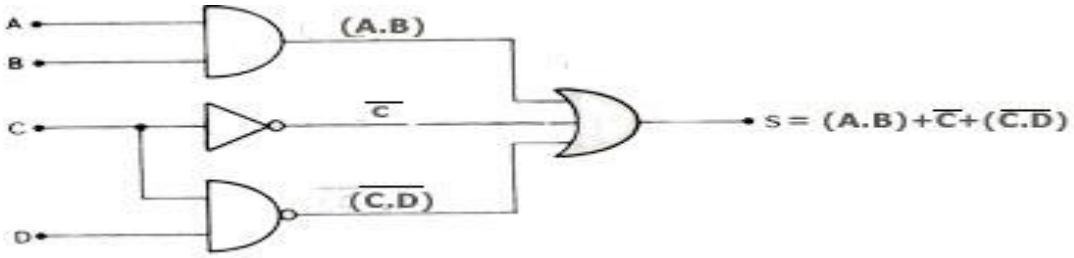
$$H(X,Y) \le H(X) + H(Y) \qquad \textbf{(11)}$$

Assim, a incerteza de um evento conjunto é menor que ou igual a soma das incertezas individuais dos eventos se, e somente se, os eventos são independentes, isto é $p(i, j) = p(i).p(j)$.

Expressão booleana gerada por circuitos lógicos

Determinar a expressão booleana característica do circuito (Figura 76) que contém 4 variáveis de entrada com uma saída S:

Figura 76 - Determinação de uma expressão booleana característica de um circuito



O circuito (Figura 76) apresenta 4 blocos lógicos (duas portas E, uma porta Não e uma porta Ou), sendo que a três primeiras mantém como saídas (A.B), $\bar{C}$ e ($\overline{C.D}$). Estas são os valores de entrada da porta Ou tendo como saída S = (A.B) + $\overline{C}$ + ($\overline{C.D}$).

Por tanto, a partir de um circuito podemos determinar uma expressão booleana. A seguir, iremos fazer o inverso, ou seja, damos uma expressão booleana e solicitamos um circuito lógico.

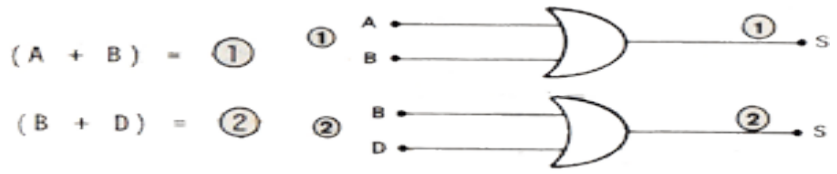
Circuitos obtidos a partir de expressão booleana

Exemplo: representar o circuito da expressão booleana: $S = (A+B).C.(B+D)$

Iniciaremos a desenhar os circuitos pelos parênteses, semelhante ao calculo realizado na aritmética elementar. Resolveremos primeiro as somas booleanas entre parênteses (portas OU: A+B e B+D) depois resolveremos as multiplicações booleanas (portas E). Observe a Figura 77.

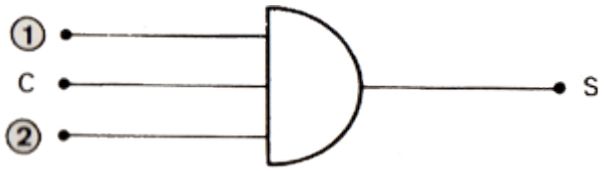
Consideremos $(A+B) =$ (1) e $(B+D) =$ (2)

Figura 77 - Determinação do circuito a partir de expressão booleana



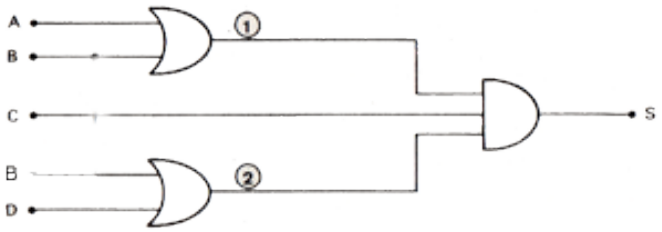
Representaremos agora a multiplicação booleana dos dois parâmetros ① e ② conjuntamente com a variável C de entrada. O circuito que executa esta multiplicação é a porta E, conforme a Figura 78:

Figura 78 - Multiplicação booleana de ① e ②



Substituindo parâmetros ① e ② em ③ temos o circuito completo. Ou seja, o circuito gerado (Figura 79) a partir da expressão booleana $S = (A + B).C.(B + D)$:

Figura 79 - Procedimento para determinação um circuito a partir de uma expressão booleana



Organizando a variável B de entrada no circuito (Figura 80) temos a determinação do circuito da expressão booleana $S = (A + B).C.(B + D)$

Figura 80 - Determinação da representação do circuito de $S = (A + B).C.(B + D)$

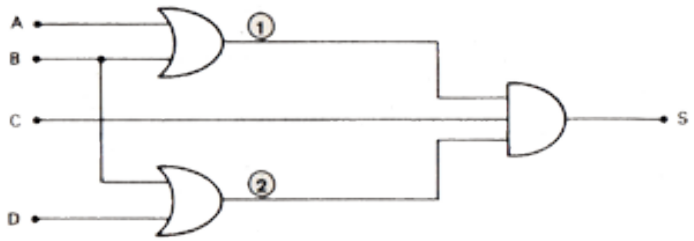


Tabela Verdade que representa expressão booleana

Como já visto, existe uma ligação íntima entre circuito lógico e sua expressão característica, ou seja, poderemos obter circuitos a partir de expressões características, e podemos também obter as expressões características dos circuitos, portanto, uma tabela da verdade irá representar o comportamento tanto do circuito como de sua expressão característica (IDOETA, CAPUANO, 1985).

Iremos representar a tabela da verdade da expressão booleana $S = A.(B + C)$ Para tal precisaremos construir uma tabela (Quadro 36) que contenha 8 células já que existem 8 possibilidades de combinações (N = 3, três variáveis de entrada: $2^N = 2^3 = 8$) e seguir os seguintes passos:

1. Na primeira linha da tabela ponhamos as variáveis binárias de entrada e as operações booleanas a serem realizadas;
2. Calculamos a quantidade máxima de possibilidades de combinações de variáveis de entrada: N variáveis binárias de entrada implicará uma tabela de 2^N situações;
3. Montamos colunas para os vários membros da expressão;
4. Preenchemos as colunas das operações booleanas com seus respectivos resultados (linha à linha);
5. Montamos uma coluna para o resultado final (S);
6. Por fim, preenchemos a coluna de saída S (resultado final).

Quadro 36 - Tabela da Verdade da expressão booleana $S = A.(B+C)$

A	B	C	B + C	S
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	1	0
1	0	0	0	0
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1
1	1	1	1	1

$S = A.(B+C)$

Exemplo: (De acordo com a penúltima linha temos):

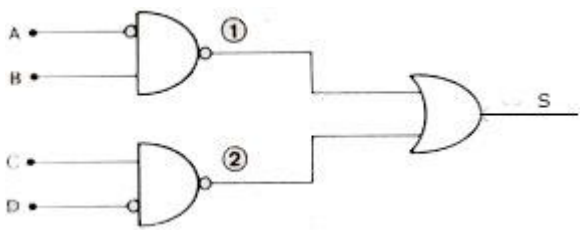
Se A = 1, B = 1 e C = 0 então S = 1. (1 + 0) = 1.(1) = 1 (observe uma similaridade com a aritmética binária).

Expressão e tabela verdade obtidos a partir de um circuito

A partir dos dados de uma tabela da verdade podemos construir um circuito e por sua vez, podemos extrair a sua expressão booleana ou expressão característica. Daremos a seguir um exemplo:

Dado o circuito lógico (Figura 81) obtenha a sua expressão característica e construa uma tabela da verdade.

Figura 81 - Circuito lógico com 4 variáveis de entrada



Monte primeiro a expressão booleana (parcial) de cada saída de bloco lógico (1) e (2)

A representação destes blocos lógicos em expressão booleana parciais serão as entradas de uma outra porta lógica. Realize as operações de acordo com a porta lógica e ponha seu resultado parcial ou a expressão booleana parcial. Siga este procedimento até obter a expressão característica do circuito por completo. A representação característica do circuito (Figura 81) é $S = \left(\overline{A}.B\right) + \left(\overline{A.B}\right)$ Por meio da técnica de representação da tabela da verdade a partir de uma expressão característica temos a tabela verdade do circuito Figura 81. Vide Quadro 37.

Quadro 37 - Tabela Verdade do circuito - Figura 81

A	B	$\overline{A}$	$\overline{A}$. B	A . B	$\overline{A.B}$	S
0	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	1	0	0

$S = \left(\overline{A}.B\right) + \left(\overline{A.B}\right)$

Observe que as colunas S e $\overline{A.B}$ são iguais. Ou seja, $\overline{A.B}$ e $\left(\overline{A}.B\right) + \left(\overline{A.B}\right)$ são equivalentes. Existem estudos para desenvolver técnicas de simplificação de expressões características e a partir daí, melhorar o desempenho de circuitos elétricos através da Álgebra de Boole, por exemplo.

Introdução a Álgebra de Boole

Álgebra de Boole é uma estrutura algébrica que trabalha em torno de apenas dois valores 0 e 1. "Expressão Booleana é uma expressão matemática cujas variáveis são booleanas. Seu resultado assumirá apenas dois valores: 0 e 1" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.131). Exemplo: S = A **.** B (lê-se: A **e** B), tanto o A como o B como o S podem assumir apenas os valores "0" ou "1".

Iremos a seguir mostrar alguns postulados:

- *Complementação*

$\overline{A}$ é o complemento de A. Se $\overline{A}$ = 0, então A = 1. Se $\overline{A}$ = 1, então A = 0. Daí temos a seguinte identidade:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Se } \overline{A} = 0\text{, então } \overline{\overline{A}} = 1 \text{ e } A = 1 \\ \text{Se } \overline{A} = 1\text{, então } \overline{\overline{A}} = 0 \text{ e } A = 0\end{array}\right\} \Rightarrow \overline{\overline{A}} = A$$

- *Adição*

Considere as seguintes regras:

0 + 0 = 0 0 + 1 = 1 1 + 0 = 1 1 + 1 = 1

Observe a semelhança com a adição de um número binário. Vale destacar que na Álgebra de Boole 1 + 1 é definida como 1 e na adição de números binários é 1 + 1 = 10.

Através destes postulados temos as seguintes identidades:

A + 0 = A, porque Se A = 1, então 1 + 0 = 1 e Se A = 0, então 0 + 0 = 0;

A + 1 = 1, porque Se A = 1, então 1 + 1 = 1 e Se A = 0, então 0 + 1 = 1;

A + A = A, porque Se A = 1, então 1 + 1 = 1 e Se A = 0, então 0 + 0 = 0;

A + $\overline{A}$ = 1, porque Se A = 1, então $\overline{A}$ = 0 e daí 1 + 0 = 1 e Se A = 0, então $\overline{A}$ = 1 e daí 0 + 1 = 1

- *Multiplicação*

Considere as seguintes regras:

0 . 0 = 0 0 . 1 = 0 1 . 0 = 0 1 . 1 = 1

Observe a semelhança de operação de multiplicação binária e a multiplicação na Álgebra de Boole. A partir desses postulados temos as seguintes identidades:

A . 0 = 0, porque Se A = 1, então 1 . 0 = 0 e Se A = 0, então 0 . 0 = 0;

A . 1 = A, porque Se A = 1, então 1 . 1 = 1 e Se A = 0, então 0 . 1 = 0;

A . A = A, porque Se A = 1, então 1 . 1 = 1 e Se A = 0, então 0 . 0 = 0;

A . $\overline{A}$ = 0, porque Se A = 1, então $\overline{A}$ = 0 e daí 1 . 0 = 0 e Se A = 0, então $\overline{A}$ = 1 e daí 0 . 1 = 0

Através desses postulados e suas identidades apresentaremos algumas propriedades e teoremas da Álgebra de Boole:

- *Propriedade Comutativa da Adição*: A + B = B + A

Iremos mostrar a sua veracidade por meio de uma tabela verdade (Quadro 38) contendo duas variáveis de entrada:

Quadro 38 - Teste da propriedade comutativa da adição por meio de uma tabela da verdade

A	B	A + B	B + A
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

Observe que a 3ª e 4ª colunas são equivalentes.

- *Propriedade Comutativa da Multiplicação*: A . B = B . A

Iremos mostrar a sua veracidade por meio de uma tabela da verdade (Quadro 39) contendo duas variáveis de entrada:

Quadro 39 - Teste da propriedade comutativa da multiplicação por meio de uma tabela da verdade

A	B	A.B	B.A
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

Observe que a 3ª e 4ª colunas são equivalentes: A . B = B . A

- *Propriedade Associativa da Adição*: (A + B) + C = A + (B + C) = A + B + C

Iremos mostrar a sua veracidade por meio de uma tabela da verdade (Quadro 40) contendo três variáveis de entrada:

Quadro 40 - Teste da propriedade associativa da adição por meio de uma tabela da verdade

A	B	C	A+B	B+C	(A+B) + C	A + (B+C)	A + B + C
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

⇔ ⇔

Observe que as três últimas colunas são equivalentes.

- *Propriedade Associativa da Multiplicação*: (A . B) . C = A . (B . C) = A . B . C

Iremos mostrar a sua veracidade por meio de uma tabela da verdade (Quadro 41) contendo duas variáveis de entrada:

Quadro 41 - Teste da propriedade associativa da multiplicação por meio de uma tabela da verdade

A	B	C	A.B	B.C	(A.B) . C	A . (B.C)	A . B . C
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1

⇔ ⇔

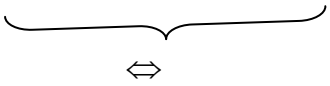
Observe que as três últimas colunas são equivalentes.

- *Propriedade Distributiva*: A . (B + C) = (A . B) + (A . C)

Iremos mostrar a sua veracidade por meio de uma tabela da verdade (Quadro 42) contendo duas variáveis de entrada:

Quadro 42 - Teste da propriedade distributiva por meio de uma tabela da verdade

A	B	C	B + C	A . (B + C)	A.B	A . C	(A . B) + (A . C)
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1



Observe que a 5ª e a última coluna são equivalentes.

- *Teorema de De Morgan*: $\overline{A.B} = \overline{A} + \overline{B}$

Iremos mostrar a sua veracidade por meio de uma tabela da verdade (Quadro 43) contendo duas variáveis de entrada:

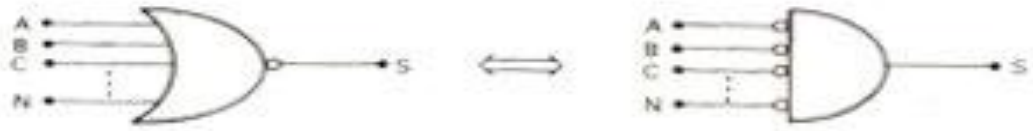
Quadro 43 - Tabela Verdade para mostra a veracidade do Teorema de De Morgan

A	B	A.B	$\overline{A.B}$	$\overline{A}$	$\overline{B}$	$\overline{A}+\overline{B}$
0	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	0	0	0

Este teorema de De Morgan pode ser estendido: $\overline{A.B.C...N} = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C} + ... + \overline{N}$

Se tratando de portas lógicas temos a seguinte equivalência baseado no Teorema de De Morgan conforme a Figura 82:

Figura 82 - Teoria de De Morgan por meio de representação de circuito



Fonte: (IDOETA, CAPUANO, 1984, p.138)

A partir desses postulados e teorema podemos simplificar muitas expressões booleanas. Como exemplo, simplificaremos a seguinte expressão booleana: $S = \left(A.\overline{B}\right) + \left(A.B\right)$

$$S = \left(A.\overline{B}\right) + \left(A.B\right) = A.\left(\overline{B} + B\right) = A.1 = A$$

distributiva identidade

A simplificação de expressões booleanas são importantes também para simplificar expressões que surgem na codificação/decodificação de códigos binários.

Circuitos Combinacionais

"O Circuito Combinacional é aquele em que a saída depende única e exclusivamente das variáveis de entrada e de suas combinações das variáveis de entrada" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.97). Ou seja, existem problemas em que por meio de variáveis binárias de entrada e de suas combinações em um circuito façam solucionar problemas pela análise de sua resposta (saída). Para solucionar problemas práticos seria conveniente obtermos uma expressão característica (expressão booleana) de circuitos a partir da análise de tabelas da verdade dessa situação. Assim, Idoeta e Capuano (1985) recomendam o seguinte esquema:

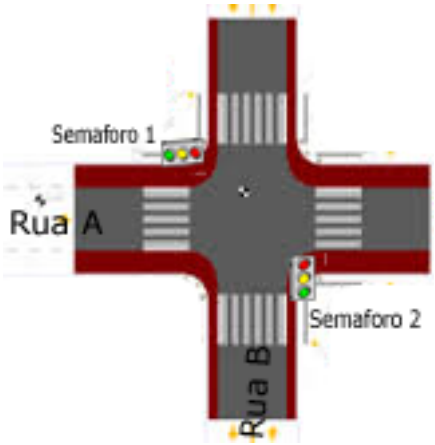
Situação → Tabela da Verdade → Expressão Booleana → Circuito

Ou seja, para construirmos um circuito para um computador, por exemplo, são estudadas várias situações e criadas várias tabelas da verdade e expressões características para assim após intensa análise e avaliação passar a construir os circuitos. Idoeta e Capuano (1984) afirmam que os circuitos combinacionais são muito úteis para compreender o funcionamento de circuitos como: somadores, codificadores, decodificadores, etc.

A seguir iremos explicar a construção de expressões características e de circuitos a partir de tabelas da verdade. Para tal, anunciaremos uma situação-problema:

Suponha que queiramos instalar um sistema automático para os semáforos de um cruzamento de ruas A e B ilustrado na Figura 83.

Figura 83 - Cruzamento de ruas



Queremos implantar o semáforo que cumpra as seguintes regras:

1. Se existir apenas carros percorrendo a rua B então o semáforo 2 deverá permanecer verde;
2. Se existir apenas carros transitando a rua A então o semáforo 1 deverá permanecer verde;
3. Se houver carros transitando as ruas A e B então o semáforo 1 deverá permanecer verde (é preferência) e o semáforo 2 deverá permanecer vermelho.

Construiremos um circuito lógico para solucionar este problema dos semáforos. Para tal vamos construir primeiro uma tabela da verdade a partir das regras determinadas acima atribuídas às seguintes conversões:

a) Existência de carro transitando a rua A: A = 1;

b) Não existência de carro transitando a rua A: A = 0 ou $\overline{A}=1$;

c) Existência de carro transitando a rua B: B = 1;

d) Não existência de carro transitando a rua B: B = 0 ou $\overline{B}=1$;

e) O semáforo 1 estando verde: $S_1=1$;

f) O semáforo 2 estando verde: $S_2=1$;

g) Se S_1 = 1, então teremos três situações: $\begin{cases} \text{semáforo 1 terá vermelho apagado: } S_{1V}=0 \\ \text{semáforo 2 terá verde apagado: } S_2=0 \\ \text{semáforo 2 terá vermelho acesso: } S_{2V}=1 \end{cases}$

h) Se $S_2 = 1$, então teremos três situações: $\begin{cases} \text{semáforo 2 terá vermelho apagado: } S_{2V} = 0 \\ \text{semáforo 1 terá verde apagado: } S_1 = 0 \\ \text{semáforo 1 terá vermelho acesso: } S_{1V} = 1 \end{cases}$

Montando a tabela verdade (Quadro 44) teremos:

Quadro 44 - Tabela Verdade da situação-problema do cruzamento das ruas A e B

Situação	A	B	S_1	S_{1V}	S_2	S_{2v}
0	0	0	Ø=0	Ø=1	Ø=1	Ø=0
1	0	1	0	1	1	0
2	1	0	1	0	0	1
3	1	1	1	0	0	1

A partir da tabela verdade (Quadro 44) iremos a seguir analisar as situações: 0, 1, 2 e 3:

Situação 0: representa ausência de carros em ambas as ruas (ruas A e B). O símbolo Ø significa que as variáveis podem assumir valores 1 ou 0. Ou seja, tanto faz o semáforo estar acesso ou não. "Esta condição é chamada condição irrelevante" (IDOETA, CAPUANO, 1985, p.100). Mas, vamos considerar o semáforo 2 estando acesso em verde $S_2 = 1$. O que irá implicar apagar o semáforo 2 em vermelho $S_{2v} = 0$ e o semáforo 1 em verde $S_1 = 0$ e apagar em vermelho $S_{1v} = 0$.

Situação 1: terão carros transitando a rua B e não terão carros transitando a rua A, logo devemos acender o sinal verde para a rua B, apagar o semáforo 1 verde e apagar o semáforo 2 vermelho. $S_1 = 0$, $S_{1v} = 1$, $S_2 = 1$ e $S_{2V} = 0$;

Situação 2: terão carros transitando a rua A e não terão carros transitando a rua B, logo devemos acender o verde do semáforo 1 e o vermelho do semáforo 2 e apagar o vermelho do semáforo 1 e o verde do semáforo 2;

Situação 3: terão carros transitando as ruas A e B, como a rua A é a preferencial, então repetiremos as mesmas características da situação 2. Analisando a tabela da verdade (Quadro 44) temos que o semáforo 1 estará acesso em verde nas situações 2 e 3. Assim, A = 1 e B = 0 ou A = 1 e B = 1. Por estas informações escrevemos a expressão característica: $S_1 = \left(A.\overline{B}\right) + \left(A.B\right)$; O semáforo 2 estará acesso em verde nas situações 0 e 1. Assim, A = 0 e B = 0 ou A = 0 e B = 1. Por estas informações escrevemos a expressão característica:

$S_2 = \left(\overline{A.B}\right)+\left(\overline{A}.B\right)$. Portanto, teremos duas expressões características uma para o semáforo 1 $S_1 = \left(A.\overline{B}\right)+\left(A.B\right)$ e outra para o semáforo 2 $S_2 = \left(\overline{A.B}\right)+\left(\overline{A}.B\right)$. Daí, então, poderemos obter os dois circuitos lógicos conforme a Figura 84.

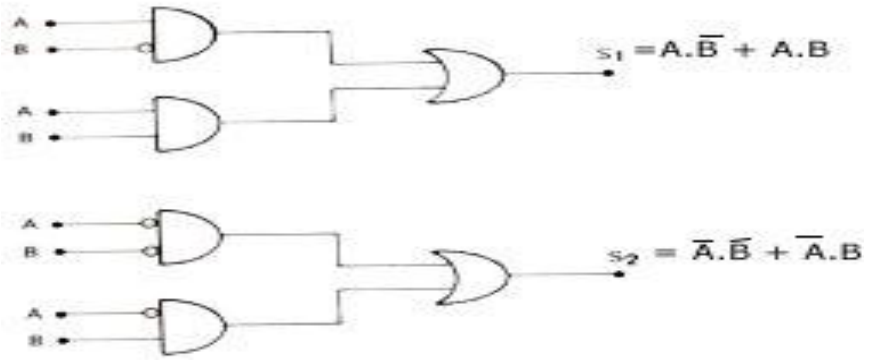



Figura 84 - Circuitos lógicos do semáforo 1 e 2