



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO  
CENTRO DE EDUCAÇÃO  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E  
TECNOLÓGICA  
CURSO DE MESTRADO**

**JOSENIR RODRIGUES DA SILVA**

**A PRODUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO PODE  
AJUDAR NA SUA RESOLUÇÃO?**

**RECIFE**

**2014**

**JOSENIR RODRIGUES DA SILVA**

**A PRODUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO PODE  
AJUDAR NA SUA RESOLUÇÃO?**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática e Tecnológica.

Orientadora: Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa

Recife

2014

Catálogo na fonte  
Bibliotecária Andréia Alcântara, CRB-4/1460

S586p Silva, Josenir Rodrigues da.  
A produção de problemas de multiplicação pode ajudar na sua resolução? / Josenir Rodrigues da Silva. – Recife: O autor, 2014.  
151 f.: il. ; 30 cm.

Orientadora: Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa.  
Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Pernambuco, CE.  
Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica,  
2014.

Inclui Referências.

1. Matemática (ensino fundamental) - Estudo e Ensino. 2. Linguagem matemática 3. UFPE - Pós-graduação. I. Pessoa, Cristiane Azevêdo dos Santos. II. Título.

372.7 CDD (22. ed.) UFPE (CE2014-25)



**Josenir Rodrigues da Silva**

**“A PRODUÇÃO DE PROBLEMAS DE MULTIPLICAÇÃO PODE AJUDAR NA SUA RESOLUÇÃO?”**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Tecnológica da Universidade Federal de Pernambuco, como requisito parcial para a conclusão do Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica.

**Aprovada em: 25/02/2014**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

Presidente e Orientadora  
Profa. Dra. Cristiane Azevêdo dos Santos Pessoa  
UFPE

---

Examinadora Externa  
Profa. Dra. Anna Paula de Avelar Brito Lima  
UFRPE

---

Examinadora Interna  
Profa. Dra. Ana Coêlho Vieira Selva  
UFPE

Recife, 25 de fevereiro de 2014.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço ao meu querido Deus que me presenteia todo dia com o dom da vida, fortalece-me diante das dificuldades e concede a realização de meus sonhos.

Aos meus queridos e amados pais, Odenita e José, pelo lindo amor, carinho, cuidado e apoio na realização de meus objetivos, tenha certeza que meus esforços por novas conquistas são pensando em vocês, tenho muito orgulho de ser sua filha, vocês são meus principais exemplo de fé, coragem e determinação na luta por uma vida melhor.

Aos meus irmãos, Josenilda e Josenildo, por todo incentivo e carinho nos momentos que mais precisei.

Aos meus parentes que torceram por essa conquista.

À minha linda, querida, maravilhosa, orientadora e mais que orientadora, minha mãe acadêmica e amiga de todas as horas, Cristiane Pessoa, que desde a graduação acreditou na minha competência, responsabilidade, sonhou e caminhou comigo nessa caminhada acadêmica. Você não imagina como cresci contigo tanto intelectual como profissionalmente. Muito obrigada por tudo mesmo!!!!!!

Às minhas lindas amigas Mileyde, Nubia, Joselma, Aurineide, Ângela Lucia, Ângela Araújo, Alzira Léa, Vanderlaine e Inêz que sonharam e se alegraram comigo em cada etapa vencida dessa minha trajetória.

Às minhas amigas da graduação Givanilda, Claudinete, Danielle, Thais, Régina, Geiza, Ana Augusto e Jaqueline. Muito Obrigada pelas orações e torcida por minhas conquistas!

À professora Deyze, minha querida professora da alfabetização que sempre torce e se alegra por meus sonhos realizados.

À Juliana Azevedo pela amizade, atenção e colaboração nas análises estatísticas desse estudo. Aprendi muito contigo!!!!!!

À minha amiga Thamirys pelos momentos de estudos sobre a Educação Matemática. Obrigada principalmente por sua amizade!

À minhas novas amigas Dayane e Rosana que conheci durante as atividades da graduação. Obrigada Rosana pela atenção e oração nos momentos que eu mais precisava!

À minha querida prima/afilhada Analice, que com suas brincadeiras e conversas divertidas me fazia relaxar diante de tantas preocupações e ansiedades durante a produção dessa dissertação.

Aos queridos colegas Robson e Edilza pelo apoio no processo da seleção do Mestrado.

Ao Grupo de Estudo GERAÇÃO que mesmo não realizando pesquisa relacionada ao raciocínio combinatório me acolheu com muito carinho para participar das discussões dos encontros.

Aos meus colegas da turma do mestrado e de modo especial Lucicleide, Regina, Amanda, Tarcísio, Fernando e Maria Joseane. Obrigada pelas conversas agradáveis e pela amizade!

Aos professores do EDUMATEC que contribuíram para a construção de novas aprendizagens.

Às professoras Anna Paula Lima, Ana Selva, Rute Borba e Gilda Guimarães pelas contribuições valiosas para a produção desse estudo.

Aos alunos das turmas de Pedagogia que colaboraram na realização da minha atividade da bolsa REUNI. Os momentos de discussão foram bastante proveitosos e construtivos, obrigada ainda pela amizade!

Às escolas que permitiram que eu realizasse minha pesquisa e em especial aos alunos que muito contribuíram os dados e discussões dessa dissertação.

Ao REUNI pelo financiamento que possibilitou mais dedicação aos meus estudos e a essa pesquisa.

A todos que fazem parte do EDUMATEC. Muito obrigada!

Aos que de forma direta ou indiretamente contribuíram para realização dessa pesquisa. Muito Obrigada!

## RESUMO

O presente estudo é voltado para a discussão dos problemas multiplicativos e aborda a relevância da utilização da leitura e da escrita nas aulas de Matemática inseridos na proposta de produção de problemas, a fim de desenvolver o raciocínio envolvido nessa operação e a linguagem matemática presente na mesma. Diante disso, nosso objetivo foi investigar como a produção de problemas multiplicativos por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental pode favorecer o avanço da aprendizagem na resolução de problemas envolvendo a multiplicação. Participaram da pesquisa 33 alunos de duas escolas públicas municipais da área metropolitana do Recife e foram realizados um pré-teste, quatro sessões de intervenção utilizando para cada encontro uma atividade envolvendo a produção de problemas multiplicativos, acontecendo momentos de formulação entre pares e trios, em seguida a resolução das situações produzidas ora pelas mesmas duplas e trios, ora ocorrendo trocas das produções entre os pequenos grupos, finalizando com uma sistematização, em cada sessão de intervenção, do que foi realizado e uma avaliação geral das dificuldades e facilidades. No término das sessões foi realizado um pós-teste e um pós-teste posterior após oito semanas do final da realização do pós-teste. No final de cada teste foi solicitada a formulação de problema a partir de uma conta de multiplicação, com a finalidade de observarmos se as sessões contribuiriam para uma melhor qualidade escrita dessas situações. Como nem todos os alunos participaram de todas as sessões de intervenção, para a análise os dividimos em grupos por números de sessões vivenciadas e os resultados apontaram que em todos os grupos houve avanço significativo e, em uma análise estatística entre os grupos, constatamos que a quantidade de sessões não influenciou para um aprendizado diferenciado. Ocorreu ausência de significância entre o estado inicial e final do estudo (pré-teste e pós-teste posterior) e acreditamos que isso aconteceu devido os discentes dos grupos de três e duas sessões terem realizado as atividades da segunda e/ou terceira sessão que mostraram terem sido tarefas de produção mais desafiadoras, por exigirem mais reflexões na construção dos problemas auxiliando assim no processo de aprendizagem. As estratégias utilizadas por eles possibilitaram observar que no pré-teste houve a concentração de formas de resolução não relacionadas ao raciocínio multiplicativo, enquanto nos testes após as intervenções as estratégias que foram mais frequentes corresponderam ao aprendizado da multiplicação tanto parcialmente como por acerto total. Quanto às produções antes e após os encontros interventivos constatamos que o trabalho com produção de problemas contribuiu para um progresso na aprendizagem da resolução e não necessariamente para a produção individual, possivelmente isso aconteceu por não termos alternado as produções ora em pares, ora individualmente, pois apenas a realização em dupla não foi suficiente para superar as dificuldades particulares de cada sujeito. Portanto se faz necessário que as atividades com produção de problemas sejam contínuas em sala de aula com a finalidade dos alunos ampliarem seu aprendizado, mas também perceberem a relação entre a língua materna e a linguagem matemática numa construção permanente em sala de aula.

**Palavras-chave:** Problemas multiplicativos; Linguagem matemática; Língua materna; Resolução de problemas; Anos iniciais de escolarização.

## ABSTRACT

The present study is about the discussion of the multiplicative problems and it discusses the relevance of the use of reading and writing in mathematic classes inserted in the proposal of production problems in order to develop the reasoning involved in this operation and mathematical language present in it. Therefore, our objective was to investigate how the production of multiplicative problems for students in the 4<sup>th</sup> grade of elementary school can promote the advancement of learning in solving problems involving multiplication. Participated in the survey 33 students from two public schools in the metropolitan area of Recife, and a pre-test, four sessions of intervention for each encounter using an activity involving the production of multiplicative problems, and happening moments of formulation between pairs and trios, then the resolution of situations produced by the same pairs and trios. Nevertheless, changes occurring among the production of small groups, and for concluding with the systematization in each session of intervention, which was realized in a general evaluation of the difficulties and facilities. At the end of the session was realized a post-test and a subsequent post-test after eight weeks of the end of completing the post-test. At the end of each test, the formulation of the problem from an account of multiplication, in order to observe whether the session has been requested contribute to a better quality writing these situations. As not all students participated in all sessions of intervention, for the analysis we divided into groups by number of experienced sessions and the results showed that in all groups there was a significant advance, and a statistical analysis among the groups, we found that number of sessions haven't done influence to a differentiated learning. It occurred absence of significance between the initial study and final, (pre-test and post-test later) and we believe that this happened because the students in groups of three and two sessions have realized the activities of the second and / or third session showed that production tasks were more challenging, because they require more reflections in the construction of the problems thereby assisting in the learning process. The strategies used by them allowed to observe that in the pre-test there was the concentration of ways of solving unrelated to multiplicative reasoning, while the tests intervention strategies that were most frequently corresponded to the multiplication learning either partially or full hit. About the production before and after the interventional meetings, we found that the work with problems production contributed to progress in learning the resolution and not necessarily for the individual production, possibly happened for not reciprocating the productions sometimes in pairs or individually, just the achieve in pairs wasn't enough to overcome the particular difficulties of each person. Therefore, it is necessary that the activities with production problems are continuous in the classroom for the purpose of students extend their learning, but also realize the relationship between the native language and the language of mathematics in a permanent construction in the classroom.

**Keywords:** Multiplicative problems; Mathematical language; Native language; Troubleshooting; Initial years of schooling.

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b>	Complemento do 1º problema pelo Trio 03	<b>88</b>
<b>Figura 2</b>	Complemento do 1º problema pela Dupla 07	<b>88</b>
<b>Figura 3</b>	Complemento do 1º problema pela Dupla 10	<b>89</b>
<b>Figura 4</b>	Complemento do 1º problema pela Dupla 09	<b>89</b>
<b>Figura 5</b>	Complemento do 2º problema pela Dupla 04	<b>90</b>
<b>Figura 6</b>	Complemento do 2º problema pela Dupla 01	<b>90</b>
<b>Figura 7</b>	Complemento do 3º problema pelo Trio 08	<b>91</b>
<b>Figura 8</b>	Complemento do 3º problema pela Dupla 05	<b>91</b>
<b>Figura 9</b>	Complemento do 4º problema pela Dupla 12	<b>92</b>
<b>Figura 10</b>	Complemento do 4º problema pela Dupla 02	<b>92</b>
<b>Figura 11</b>	Produção de problema pela Dupla 12	<b>93</b>
<b>Figura 12</b>	Produção de problema pela Dupla 01	<b>94</b>
<b>Figura 13</b>	Produção de problema pela Dupla 09	<b>95</b>
<b>Figura 14</b>	Produção de problema pela Dupla 05	<b>96</b>
<b>Figura 15</b>	Produção de problema pela Dupla 16	<b>97</b>
<b>Figura 16</b>	Produção de problema pela Dupla 06	<b>98</b>
<b>Figura 17</b>	Produção de problema pela Dupla 10	<b>99</b>
<b>Figura 18</b>	Produção de problema pela Dupla 04	<b>100</b>
<b>Figura 19</b>	Iniciação do problema pela Dupla 02	<b>101</b>
<b>Figura 20</b>	Iniciação do problema pela Dupla 05	<b>101</b>

<b>Figura 21</b>	Iniciação do problema pela Dupla 14	<b>102</b>
<b>Figura 22</b>	Iniciação do problema pela Dupla 08	<b>102</b>
<b>Figura 23</b>	Iniciação do problema pela Dupla 09	<b>103</b>
<b>Figura 24</b>	Iniciação do problema pela Dupla 15	<b>103</b>
<b>Figura 25</b>	Iniciação do problema pela Dupla 07	<b>104</b>
<b>Figura 26</b>	Iniciação do problema pela Dupla 06	<b>104</b>
<b>Figura 27</b>	Produção a partir de uma conta pela Dupla 02	<b>106</b>
<b>Figura 28</b>	Produção a partir de uma conta pela Dupla 06	<b>107</b>
<b>Figura 29</b>	Produção a partir de uma conta pela Dupla 06	<b>107</b>
<b>Figura 30</b>	Produção a partir de uma conta pela Dupla 07	<b>108</b>
<b>Figura 31</b>	Produção a partir de uma conta pelo Trio 12	<b>108</b>
<b>Figura 32</b>	Produção a partir de uma conta pela Dupla 04	<b>109</b>
<b>Figura 33</b>	Produção a partir de uma conta pela Dupla 10	<b>109</b>
<b>Figura 34</b>	Resposta em branco no problema 7 do pré-teste pelo Aluno 04	<b>112</b>
<b>Figura 35</b>	Resposta com a utilização de um número do enunciado do problema como resposta no problema 3 do pré-teste pelo Aluno 06	<b>112</b>
<b>Figura 36</b>	Resposta incorreta sem registrar a operação utilizada no problema 6 do pré-teste pelo Aluno 19	<b>113</b>
<b>Figura 37</b>	Resposta com a utilização de subtração no problema 8 do pós-teste pelo Aluno 06	<b>113</b>
<b>Figura 38</b>	Resposta com a utilização de adição inadequada no	<b>113</b>

	problema 1 do pré-teste pelo Aluno 01	
<b>Figura 39</b>	Resposta com a utilização de adição inadequada no problema 2 do pré-teste pelo Aluno 12	<b>114</b>
<b>Figura 40</b>	Resposta com a utilização da divisão no problema 4 do pré-teste pelo Aluno 10	<b>114</b>
<b>Figura 41</b>	Resposta com a utilização de multiplicação inadequada no problema 2 do pós-teste-posterior pelo Aluno 19	<b>114</b>
<b>Figura 42</b>	Resposta com a utilização de desenho como estratégia de cálculo – erro o resultado no problema 6 do pós-teste pelo Aluno 33	<b>115</b>
<b>Figura 43</b>	Resposta com a utilização de adição adequada - errou o resultado no problema 6 do pré-teste pelo Aluno 04	<b>115</b>
<b>Figura 44</b>	Resposta com a utilização de multiplicação adequada - errou o resultado no problema 3 do pós-teste-posterior pelo Aluno 19	<b>116</b>
<b>Figura 45</b>	Resposta com a utilização de desenhos como estratégia de cálculo – acertou o resultado no problema 8 do pós-teste pelo Aluno 33	<b>116</b>
<b>Figura 46</b>	Resposta com a utilização de adição adequada - acertou o resultado no problema 2 do pós-teste pelo Aluno 16	<b>117</b>
<b>Figura 47</b>	Resposta correta sem registrar a operação utilizada no problema 7 do pré-teste pelo Aluno 21	<b>117</b>
<b>Figura 48</b>	Resposta com a utilização de multiplicação adequada - acertou o resultado no problema 5 do pós-teste	<b>117</b>

	pelo Aluno 05	
<b>Figura 49</b>	Não produziu protocolo do pós-teste pelo Aluno 20	<b>129</b>
<b>Figura 50</b>	Produção que não foi considerada como um problema no pós-teste pelo Aluno 16	<b>129</b>
<b>Figura 51</b>	Produção que não foi considerada como um problema no pré-teste pelo Aluno 18	<b>130</b>
<b>Figura 52</b>	Produção que não foi considerada como um problema no pré-teste pelo Aluno 28	<b>130</b>
<b>Figura 53</b>	Produção que não foi considerada como um problema no pré-teste pelo Aluno 03	<b>131</b>
<b>Figura 54</b>	Produção que não foi considerada como um problema no pós-teste pelo Aluno 15	<b>131</b>
<b>Figura 55</b>	Produção de problema de adição no pré-teste pelo Aluno 12	<b>132</b>
<b>Figura 56</b>	Produção de problema de subtração no pós-teste posterior pelo Aluno 05	<b>132</b>
<b>Figura 57</b>	Produção de problema de divisão no pós-teste posterior pelo Aluno 17	<b>132</b>
<b>Figura 58</b>	Produção de problema de multiplicação no pós-teste pelo Aluno 06	<b>133</b>
<b>Figura 59</b>	Produção de problema de multiplicação no pós-teste posterior pelo Aluno 33	<b>133</b>
<b>Figura 60</b>	Produção de problema de multiplicação no pré-teste pelo Aluno 29	<b>134</b>
<b>Figura 61</b>	Produção de problema de multiplicação no pós-teste	<b>134</b>

pelo Aluno 11

**Figura 62**      Produção de problema de multiplicação no pós-teste      **134**  
pelo Aluno 14

**Figura 63**      Produção de problema de multiplicação no pós-      **135**  
teste posterior pelo Aluno 09

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b>	Média de acertos dos alunos participantes do estudo por número de sessões	<b>118</b>
<b>Tabela 2</b>	Percentual de desempenho dos alunos que participaram do estudo	<b>119</b>
<b>Tabela 3</b>	Percentual de desempenho dos alunos que vivenciaram as quatro sessões	<b>120</b>
<b>Tabela 4</b>	Percentual de desempenho dos alunos que vivenciaram as três sessões	<b>120</b>
<b>Tabela 5</b>	Percentual de desempenho dos alunos que vivenciaram duas sessões	<b>121</b>
<b>Tabela 6</b>	Categorias de respostas do pré, pós e pós-teste posterior apresentadas pelos alunos participantes das quatro sessões de intervenção (21 alunos)	<b>125</b>
<b>Tabela 7</b>	Categorias de respostas do pré, pós e pós-teste posterior apresentadas pelos alunos participantes de três sessões de intervenção (cinco alunos)	<b>126</b>
<b>Tabela 8</b>	Categorias de respostas do pré, pós e pós-teste posterior apresentadas pelos alunos participantes de duas sessões de intervenção (sete alunos)	<b>127</b>
<b>Tabela 9</b>	. Frequência do tipo de produção de problema apresentada por todos os alunos participantes	<b>136</b>
<b>Tabela 10</b>	Frequência do tipo de produção de problema apresentada pelos alunos que participaram de todas as sessões de intervenção	<b>137</b>
<b>Tabela 11</b>	Frequência do tipo de produção de problema apresentada pelos alunos que participaram de três sessões de intervenção	<b>137</b>
<b>Tabela 12</b>	Frequência do tipo de produção de problema apresentada pelos alunos que participaram de duas sessões de intervenção	<b>138</b>



## LISTA DE QUADROS

<b>Quadro 1</b>	Percurso geral das ações do nosso estudo	<b>64</b>
<b>Quadro 2</b>	Problemas do pré-teste	<b>65</b>
<b>Quadro 3</b>	Atividade da primeira sessão de intervenção	<b>66</b>
<b>Quadro 4</b>	Atividade da segunda sessão de intervenção	<b>68</b>
<b>Quadro 5</b>	Iniciar os problemas propostos	<b>69</b>
<b>Quadro 6</b>	Atividade da quarta sessão de intervenção	<b>70</b>
<b>Quadro 7</b>	Problemas do pós-teste	<b>71</b>
<b>Quadro 8</b>	Problemas de pós-teste-posterior	<b>72</b>
<b>Quadro 9</b>	Solicitação de produção de problema no pré-teste, no pós-teste e no pós-teste posterior	<b>73</b>
<b>Quadro 10</b>	Problema iniciado de proporcionalidade	<b>74</b>
<b>Quadro 11</b>	Problema iniciado de configuração retangular	<b>75</b>
<b>Quadro 12</b>	Problema iniciado com ideia comparativa	<b>75</b>
<b>Quadro 13</b>	Problema iniciado de combinatória	<b>76</b>
<b>Quadro 14</b>	Produção a partir de desenho envolvendo proporcionalidade	<b>78</b>
<b>Quadro 15</b>	Produção a partir de desenho envolvendo ideia comparativa	<b>79</b>
<b>Quadro 16</b>	Produção a partir de desenho envolvendo configuração retangular	<b>79</b>
<b>Quadro 17</b>	Produção a partir de desenho envolvendo	<b>80</b>

	combinatória	
<b>Quadro 18</b>	Produção a partir da pergunta envolvendo configuração retangular	<b>81</b>
<b>Quadro 19</b>	Produção a partir da pergunta envolvendo combinatória	<b>82</b>
<b>Quadro 20</b>	Produção a partir da pergunta envolvendo ideia comparativa	<b>82</b>
<b>Quadro 21</b>	Produção a partir da pergunta envolvendo proporcionalidade	<b>83</b>
<b>Quadro 22</b>	Pontuação a partir das respostas apresentadas pelos alunos	<b>111</b>

## SUMÁRIO

	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>19</b>
<b>CAPÍTULO 1</b>	<b>O USO DA LEITURA E ESCRITA NAS AULAS DE MATEMÁTICA</b>	<b>23</b>
<b>1.1</b>	<b>Linguagem Matemática</b>	<b>30</b>
<b>CAPÍTULO 2</b>	<b>RESOLUÇÃO E PRODUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA</b>	<b>37</b>
<b>CAPÍTULO 3</b>	<b>ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS</b>	<b>47</b>
<b>3.1</b>	<b>Tipos de problemas multiplicativos</b>	<b>48</b>
<b>3.2</b>	<b>Estudos anteriores abordando a resolução e a produção de problemas de estruturas multiplicativas</b>	<b>53</b>
3.2.1	Estudos anteriores envolvendo resolução de problemas de estruturas multiplicativas	<b>53</b>
3.2.2	Estudos anteriores sobre produção de problemas	<b>56</b>
<b>CAPÍTULO 4</b>	<b>OBJETIVOS E MÉTODO</b>	<b>61</b>
<b>4.1</b>	<b>Objetivos</b>	<b>61</b>
4.1.1	Objetivo Geral	<b>61</b>
4.1.2	Objetivos Específicos	<b>61</b>
<b>4.2</b>	<b>Método</b>	<b>61</b>
4.2.1	Estudo piloto	<b>61</b>
4.2.2	Participantes e percurso do estudo definitivo	<b>63</b>
4.2.3	Roteiro das sessões de intervenção	<b>73</b>
4.2.3.1	Primeira sessão	<b>73</b>
4.2.3.2	Segunda sessão	<b>77</b>
4.2.3.3	Terceira sessão	<b>81</b>
4.2.3.4	Quarta sessão	<b>83</b>

<b>CAPÍTULO 5</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b>	<b>86</b>
<b>5.1</b>	<b>Produções durante as sessões de intervenção</b>	<b>86</b>
<b>5.2</b>	<b>Análises do resultado entre pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior</b>	<b>110</b>
<b>5.3</b>	<b>Análise das Estratégias utilizadas pelos alunos nas resoluções de problemas</b>	<b>124</b>
<b>5.4</b>	<b>Produções realizadas individualmente no final de cada teste aplicado</b>	<b>128</b>
	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>141</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b>	<b>147</b>

## INTRODUÇÃO

Geralmente quando pensamos em aulas de Matemática, as relacionamos com o ensino de operações, símbolos, regras, conteúdos fáceis e complexos de serem apreendidos e muitas vezes esses conteúdos são tratados isoladamente sem uma interdisciplinaridade com outras áreas do conhecimento nem fazendo uma ligação satisfatória com o cotidiano dos discentes. No entanto diversos estudos vêm mostrando discussões interessantes e necessárias para a construção de uma nova forma de abordar essa disciplina tão temida por alguns estudantes na sua trajetória escolar.

Nossa pesquisa tem como base a reflexão do processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos a partir da utilização da leitura e escrita com uma ênfase na importância da resolução e produção de problemas pelos estudantes em sala de aula. Essas habilidades mencionadas acima podem contribuir para a formação da linguagem presente e própria da Matemática, além de possibilitar uma aprendizagem dialogada, dinâmica, questionadora e criativa. Guedes e Souza (2006) afirmam que a tarefa de ensinar a ler e escrever um texto de Matemática é do professor de Matemática e não apenas do professor de Português. Dessa forma convergimos com a defesa desses autores por entendermos que a leitura e a escrita estão vinculadas com as diferentes áreas do conhecimento e não apenas da disciplina de Língua Portuguesa.

Vale ressaltar que a presença das habilidades, (ler e escrever), no decorrer das atividades nas aulas de Matemática sem finalidades específicas não auxiliará para o desenvolvimento do aprendiz. Smole (2001) defende que a escrita precisa ser empregada no dia a dia escolar semelhantemente como ela subsiste na sociedade, não sendo utilizada de maneira artificial e sem a construção de sentidos para os alunos e ainda Smole e Diniz (2001) discutem que a leitura possibilita a reflexão, necessitando que o sujeito desenvolva um posicionamento diante as diferentes informações, e favorece para que a partir dela ele construa novos entendimentos. Dessa forma a leitura e escrita desenvolvidas no processo de ensino e aprendizagem da Matemática são fundamentais para a formação da linguagem específica dessa área do conhecimento que é discutida por Klüsener (2006) e Lorensatti (2009) entre outros autores.

E na perspectiva de que os alunos podem ser atuantes lendo e escrevendo textos matemáticos, defendemos a utilização da produção e resolução de problemas como ponto de partida para a construção de conceitos, pois tais tarefas podem auxiliar na compreensão das relações que estão presentes em determinado assunto. A partir do problema a ser resolvido o discente se mobiliza a encontrar estratégias adequadas, a refletir no contexto da situação relacionando a seus saberes formados e buscando novas informações necessárias para chegar à solução esperada, ideias defendidas por Vergnaud (1990); Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN (BRASIL, 1997) e Charnay (1996). Já a produção de problemas envolve um esforço oposto da resolução, pois solicita ao aluno que expresse textualmente uma situação que envolva conceitos matemáticos, um contexto coerente e uma possível descoberta a ser realizada, como defendem Guimarães e Santos (2009). E esse tipo de proposta em sala de aula não se restringe a uma forma única e padronizada de ser produzida, há várias atividades cada uma com objetivos distintos que colaboram para a aprendizagem dos alunos, como coloca Chica (2001). Ambas propostas, a produção e resolução de problemas, contribuem ainda para a compreensão da linguagem matemática e o desenvolvimento da língua materna.

A partir da resolução de problemas, a ampliação e compreensão dos conceitos vão sendo formados e o crescimento dessa aprendizagem consequentemente favorece para a superação de novos desafios, ou seja, solução de outros problemas, como discutido por Pessoa, Silva e Matos Filho (2006). Com isso, um conjunto de conceitos permite-nos construir campos conceituais, conforme Vergnaud (1986; 1996). Entre diferentes campos conceituais podemos citar os campos conceituais das estruturas aditivas e das estruturas multiplicativas que são conhecimentos essenciais tanto para a trajetória escolar quanto para nossa vida diária, pois constantemente estamos utilizando-os para resolver situações comumente.

No nosso estudo daremos destaque ao campo conceitual das estruturas multiplicativas e em particular à multiplicação. Diferentes discussões abordam sobre esse conceito matemático, principalmente no que se refere à construção de seu raciocínio utilizado, que difere do raciocínio aditivo. Mas vale ressaltar que estudos também direcionam uma reflexão interessante para a utilização da adição de parcelas repetidas como estratégias de cálculo, distinguindo-a de uma adição direta.

Pessoa (2009) e Selva, Borba, Campos, Silva, Ferreira e Luna (2008), abordam que esse raciocínio se relaciona com o desenvolvimento da compreensão conceitual da multiplicação, mas que esse saber não deve se limitar a esse tipo de resolução, se faz necessária a ampliação da aprendizagem a fim de obter uma formalização adequada quanto ao conceito da multiplicação e suas relações envolvidas.

Portanto, numa relação do uso da leitura e escrita nas aulas de matemática, nossa pesquisa busca investigar a possível contribuição da produção de problemas envolvendo a multiplicação para a melhoria da aprendizagem da resolução de problemas. Para isso essa dissertação foi organizada da seguinte forma:

No primeiro capítulo discutimos sobre *O uso da leitura e escrita nas aulas de Matemática*, buscando apresentar a importância dessas habilidades nas diferentes áreas do conhecimento, dando ênfase à disciplina de Matemática, mas ainda abrindo uma discussão sobre a construção da linguagem matemática no desenvolvimento da aprendizagem discente.

No segundo capítulo abordamos sobre a *Resolução e produção de problemas nas aulas de Matemática*, discutindo a relevância de ambos para o processo de compreensão conceitual, que por sua vez há também a construção da linguagem matemática com o auxílio da nossa língua materna.

No terceiro capítulo temos as *Estruturas Multiplicativas* e especificamente uma discussão sobre a formação do conceito da Multiplicação e dos tipos de problemas que envolvem essa operação.

No quarto capítulo apresentamos os *Objetivos e Métodos*, explicitamos os objetivos do estudo e descrevemos os procedimentos realizados para coleta de dados.

No quinto capítulo temos os *Resultados e Discussão*, nele apresentamos e analisamos os resultados das sessões de intervenção, do pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior, mas ainda as estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução dos problemas e das produções de problemas produzidas pelos mesmos.

Por fim fazemos as *Considerações finais*, buscando fazer uma reflexão a partir dos resultados obtidos no estudo com a finalidade de confirmarmos a importância e contribuição da produção de problemas em sala de aula. Além disso,

com a finalidade de pensar em possibilidades de estudos futuros, chamamos a atenção para possíveis estudos acerca dos temas tratados.

## CAPÍTULO 1

### O USO DA LEITURA E ESCRITA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Ler e escrever são habilidades geralmente construídas na escola e são fundamentais para a vida escolar dos alunos. Mas, para que o sujeito apresente autonomia precisa vivenciar diferentes situações que propiciem questionamentos, dúvidas, reflexões, interpretações e produções escritas, reescritas, discussões em grupo, correções, contribuindo para esse avanço, auxiliando ainda na construção de indivíduos leitores e escritores.

Muitas vezes quando os educadores discutem sobre o processo da aquisição da leitura e escrita e suas possíveis dificuldades apresentadas no processo de aprendizagem pelos estudantes, eles focam seus planejamentos e responsabilidade das ações de intervenção em sala de aula apenas na disciplina de Língua Portuguesa, excluindo as possibilidades de construção dessas habilidades a partir também das outras áreas de conhecimento ensinadas na escola, inclusive nas aulas de Matemática.

Guedes e Souza (2006) defendem que ao invés de os professores de todas as áreas viverem se lamentando por os alunos não terem hábito de ler, deveriam oportunizar momentos em suas aulas para que os alunos percebessem que a leitura é uma atividade muito mais interessante do que eles imaginam e\ou conceituam. A escolha de livros, textos diversificados, quanto o tipo e gênero, que favoreçam a reflexão, novas ideias, surgimento de opiniões, diversão, construção de conceitos. Os discentes necessitam perceber que o uso da leitura vai além do ler para responder atividade, fazer pesquisa de determinado assunto, e que eles podem ampliar muito mais seus conhecimentos cada vez que lerem algo novo.

Para termos alunos leitores é necessário o incentivo, à prática em sala de aula, o mesmo acontece com a escrita pelos alunos. Guedes e Souza (2006) ainda discutem que, como o desenvolvimento da leitura é tarefa de todas as áreas do conhecimento, o mesmo acontece com a escrita, pois se os professores, independentemente de sua disciplina específica, proporcionassem produção textual aos seus alunos de forma significativa, com funcionalidade de convencimento, persuasão e comoção, eles perceberiam que escrever não é uma atividade inútil

baseada em cópias. Na escola, muitas vezes os alunos passam muito mais tempo copiando textos prontos e/ou não oportunizando análise dos textos apresentados em sala de aula do que produzindo seus próprios, que seja explicando a forma que pensa sobre determinado assunto, escrevendo resenhas, resumos, entre outros, a cópia não auxilia para que possam se tornar escritores, mas meros reprodutores de textos.

Os alunos precisam ter a oportunidade de expressar na escrita o que sabem, o que aprenderam, formulações de problemas, se posicionar criticamente sobre determinado tema, escrever sobre fato ocorrido, entre outras situações. É na prática que eles aprenderão a fazer reescritas de suas produções, revendo o que pode ser melhorado, corrigir a escrita do colega. Fazendo esse papel aprenderá a analisar o que foi escrito por outro, justificando suas observações, discutir em grupo em sala de aula sobre as produções realizadas, tendo as devidas intervenções dos professores, ou seja, esse exercício de ida e vinda da construção textual pode contribuir para uma melhor qualidade de escrita, mas ainda formando esses estudantes em sujeitos atuantes de sua aprendizagem.

Embora o foco da nossa discussão esteja voltado para o ensino e aprendizagem nas aulas de Matemática fazendo uso da leitura e escrita, vale salientar exemplos de possibilidades do uso dessas habilidades em outras áreas do conhecimento para que percebamos como as aulas podem ser mais enriquecidas, dinâmicas e prazerosas. Como exemplificação apresentamos um breve debate sobre as disciplinas Artes Visuais e História.

Kehrwald (2006) aborda a importância dessas habilidades nas aulas de Artes Visuais a partir da leitura de imagem e a escrita da arte. Ela afirma que o ato de ler é, a partir de um texto, o sujeito construir seus significados fazendo relação com o conhecimento que outros textos apresentam, a fim de que haja a compreensão do que ele está abordando entre outros que possivelmente serão ou foram lidos.

Ainda segundo Kehrwald (2006), ler imagens é uma atividade parecida com a definição de leitura, pois o indivíduo necessita descrever, interpretar, decompô-lo e recompô-lo para que haja a compreensão do que está sendo estudado. Uma arte visual não foi produzida de qualquer forma, ela apresenta uma linguagem, uma história, um contexto social, formas, por exemplo, e nas discussões das aulas de artes é importante que os alunos aprendam a ler essas produções artísticas de

maneira que consiga distingui-las, identificar semelhanças entre elas, construindo sentidos, ideias do que elas representam e sua importância.

Aliada à leitura de imagens, a escrita da arte é um trabalho que possibilita aos educandos expressarem em produções artísticas ideias reais e imaginárias. De acordo ainda com Kehrwald (2006) é a partir das produções pelos alunos que compreenderão como se produz arte visual, se alfabetizando, fazendo relação com a linguagem artística que corresponde ao uso das formas, das cores, etc., contribuindo assim para a construção de uma aprendizagem prazerosa e relevante para a vida dos mesmos. Portanto, a utilização da leitura e escrita nas aulas de Artes Visuais permite que os sujeitos construam significados do que a arte representa e também de como ela pode ser expressa artisticamente de acordo com o “olhar” e vivência de cada um.

A disciplina de História é outro exemplo da possibilidade da presença de leitura e escrita. Seffner (2006) afirma que é esperado que o docente planeje suas aulas de forma que envolva diferentes textos em sala de aula, desde documentos distintos, textos jornalísticos, bulas, músicas, hinos, enciclopédia, entre outros, a fim de que os alunos percebam que as informações e contextos históricos estão envolvidos em diferentes produções textuais e podem ser fontes importantes de pesquisa nas aulas dessa disciplina. No que se refere ao livro didático, o autor comenta que ele também contribui para o uso da leitura da História, mas não deve ser o único material utilizado em sala de aula, pois isso impossibilitaria de uma aprendizagem mais rica.

Importante ressaltar que a utilização desses diferentes textos devem ter finalidades para o trabalho em sala de aula e para a vida, caso contrário podem apenas passar a ser mais um material sem utilidade, desinteressante. O professor precisa ter clareza do que pretende discutir com cada texto que propõe aos alunos, permitindo momentos de discussão com a turma de maneira que eles compreendam a o que está sendo proposto e favoreça para o avanço de sua aprendizagem. As leituras nas aulas de História podem ser criativas, possibilitando a pesquisa, a troca de ideias, colaborando para uma leitura de mundo e não apenas para o entendimento dos fatos que aconteceram na sociedade de forma isolada, sem uma reflexão sobre os mesmos.

Para uso da escrita nas aulas dessa disciplina, Seffner (2006) faz uma relação com leitura, pois discute que a partir das leituras, pesquisas, discussões em sala sobre determinado momento histórico é interessante solicitar que os alunos produzam textos sobre o que foi estudado. Não se trata de reproduzir o que já está posto nas referências estudadas, mas que esse texto apresente o contexto histórico com argumentos, ponto de vista, análise crítica sobre o que foi discutido. Essa criticidade textual não acontecerá instantaneamente, na primeira atividade realizada, necessitará de revisões tanto do professor como também de outros colegas de classe, são essas discussões, idas e vindas que auxiliarão para o aprimoramento da escrita textual.

Dessa forma, a leitura e escrita nas aulas de História visam a favorecer não só uma aprendizagem voltada aos fatos, que fizeram parte da construção da sociedade que vivemos atualmente, mas também contribui para o entendimento das relações existente entre os acontecimentos históricos, auxiliando para a formação de cidadãos críticos, que não apenas decodificam textos nem reproduzem cópias de livros como se fosse uma atividade de pesquisa, mas que pensam sobre o que está sendo discutido, analisam os fatos e se posicionam utilizando argumentos que permitem reflexões e opiniões dos leitores. Trabalhar nessa linha de planejamento requer esforço não só do professor, mas também dos alunos que necessitarão de mais dedicação e compromisso com seu papel de estudante em sala de aula.

A partir do que Kehrwald (2006) e Seffner (2006) defendem sobre o uso da leitura e escrita em determinada disciplina escolar, percebemos que não se trata de apenas inserir atividades envolvendo essas habilidades sem uma finalidade interessante para o processo de aprendizado dos discentes, mas que o professor deve planejar situações adequadas que correspondam aos objetivos da disciplina estudada, ou seja, o ler e escrever favorecerão na construção da linguagem específica de cada área do conhecimento se utilizado de maneira apropriada e semelhante às outras disciplinas discutidas. A leitura e escrita também estão presentes nas aulas de Matemática e auxiliam na aquisição de sua linguagem.

No que se refere à leitura nas atividades de Matemática, Fonseca e Cardoso (2009) abordam que a leitura de textos que apresentam conceitos e procedimentos matemáticos, História da Matemática, reflexões sobre a mesma, utilização de problemas, entre outros, podem ultrapassar a ideia de orientação de determinado

procedimento da técnica, pois esses textos podem relacionar elementos que não só contribuam na construção de significados dos conteúdos, mas ainda auxiliarem no processo de sentidos da própria Matemática, permitindo que os alunos a reflitam de forma que ajude na construção de suas aprendizagens.

A Matemática tem um contexto histórico e sua importância no meio social, e delimitar que os alunos a conheçam apenas na utilização de procedimentos de cálculos, faz com que eles percam a oportunidade de conhecê-la melhor e assim construir um significado mais positivo em sua vida escolar e ainda o uso na sua vida de uma forma geral. As aulas dessa área do conhecimento podem possibilitar que os educandos tenham momentos de leitura para se informar, se divertir, serem desafiados, fazendo com que os textos utilizados em sala não tenham a única e exclusiva finalidade de responder determinado exercício sem reflexão e construção de significado do que está sendo estudado.

Mas para que esses momentos de leitura sejam eficazes em sala de aula, faz-se necessário que seja construído um hábito de leitura e isso não é uma tarefa fácil e imediata, por isso Smole e Diniz (2001) sugerem elementos que podem contribuir para a motivação dos alunos do que é proposto para que eles leiam, tais como: o professor apresentar o objetivo da leitura; a leitura ser desafiadora; que a leitura seja uma atividade que os alunos possam realizá-la; que as leituras escolhidas no planejamento sejam voltadas para o aluno; que os alunos possam ser auxiliados de acordo com suas necessidades a ponto de que eles possam perceber que estão avançando nessa aprendizagem. Dessa forma, a leitura não passa a ser um obstáculo na vida do alunado, nem algo estranho da rotina em sala de aula, ou seja, eles compreendem o que será realizado, têm a ajuda que necessitam, seja do professor ou do colega (em atividades de leitura em duplas, por exemplo) e são protagonistas da construção de seus saberes.

A leitura está relacionada com a escrita, pois se espera que quanto mais o sujeito leia, mais auxiliará na construção da produção textual. Quando o aluno tem hábito de leitura seu repertório de vocabulário se amplia, favorecendo a construção de textos. Uma auxilia no avanço da outra, e isso pode acontecer quando é oportunizado seu desenvolvimento na escola, quanto mais se lê bons textos e se produz textos de qualidade, mais aumenta a capacidade de ser bom leitor e escritor. Lerner (2002) afirma que se faz necessário que a escola torne-se um ambiente

propício para a leitura e escrita, pois esses instrumentos são importantes, permitindo que o alunado repense o mundo e reorganize seus pensamentos lendo e produzindo textos. A prática dessas atividades fará com que as crianças aprimorem suas ideias dentro do contexto social.

Segundo Smole (2001), escrever pode auxiliar os alunos no aprimoramento de percepções, conhecimentos e construção de reflexões individuais. Semelhante às outras disciplinas, a produção textual em Matemática possibilita que os sujeitos pensem nas suas habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e se avaliar (no que está bom e o que pode modificar para ficar melhor). A autora aborda ainda que há diferentes formas de produzir textos nas aulas de Matemática, dependendo do objetivo que o professor quer alcançar em determinada situação. Por exemplo, pode haver momento de propor escrita pelo aluno ao iniciar um conteúdo, após uma atividade ou no fim de um assunto dado. Essas produções dos alunos podem auxiliar o educador na percepção de qual conceito a criança já sabe ou se a ideia apresenta equívoco e está precisando de intervenção.

O interessante é possibilitar que as crianças participem ativamente do que está sendo discutido, com direito a construção e reconstrução, se necessário, pois quando escrevemos o texto não fica como desejamos na primeira tentativa, há algumas revisões necessárias até que a ideia que queremos expressar esteja presente no texto. Além de que a forma como falamos não é a mesma que deve ser organizada numa produção escrita, então há toda uma organização do pensamento e da estrutura textual para que fique compreensível para o leitor.

Dessa forma convergimos com Santos (2009, p.128) quando afirma “é um fato que o exercício da escrita é aprimorado com a prática: quanto mais se escreve, mais fluência se ganha.” A produção de problemas, a escrita do que foi aprendido numa aula de Matemática, uma explicação de uma resolução de problema, entre outras formas de escrita textual, não serão construídos de maneira impecável numa única tentativa feita, é na construção, intervenção, discussão em sala da aula e reconstrução do texto que o aluno aprimorará sua maneira de pensar e escrever. O papel do professor nesse processo de incentivo à leitura e escrita é essencial em sala de aula, pois ele precisa ser o primeiro a mostrar-se interessado nessas atividades para que se torne referência para seu alunado.

Ainda segundo Santos (2009), a linguagem escrita nas aulas de Matemática atua como forma de mediação, relacionando as experiências pessoais e coletivamente, buscando um processo de construção dos conteúdos abstratos trabalhados em sala de aula, ela possibilita resgatar a autoestima dos alunos, favorecendo a interação entre eles e entre os discentes e o professor, contribuindo ainda na área da afetividade, pois os indivíduos passam a ter situações de coragem, alegria, e não apenas de frustração, medo, etc. A escrita contribui para que o alunado perceba outra forma de compreender a Matemática, oportunizando momentos em que eles possam construir os conceitos, criando relações entre situações e os conteúdos, percebendo que as ideias matemáticas não estão prontas e acabadas, mas que passam por um processo de compreensão.

Quando o indivíduo descobre sua capacidade de produzir, interagir nas leituras, apresentar suas hipóteses, ele se percebe como atuante na sua aprendizagem e dos demais colegas. O mesmo compreende que a função do professor não é transmitir conceitos prontos, mas colaborar na construção das aprendizagens de seus alunos a partir de suas ações e que ele aprende quando é auxiliado pelo colega ou professor, mas também quando ensina aos demais o que sabe, ou seja, o discente passa a ser responsável pela aquisição e construção do seu conhecimento.

De acordo com Cândido (2001) a escrita permite uma conexão entre noções distintas, conceitos espontâneos e novas aprendizagens e a construção de textos pode ser utilizada para ajudar os alunos a formarem diferentes significados sobre uma determinada situação estudada. O uso da escrita textual para expressar seus conceitos, permite que os alunos percebam coerências ou não do que estão pensando e escrevendo, contribuindo, assim, para que numa socialização de produções, os mesmos aprendam a avaliar a qualidade textual de seus escritos mas também de outro sujeito.

Entre diversas maneiras de fazer uso da escrita, a produção de problemas é uma atividade bastante relevante que auxilia os alunos no desenvolvimento da criatividade e ainda da formação de conceitos matemáticos. Essas produções exigem que eles pensem numa situação que expresse desafio, que precisa ser resolvida e sua construção criativa pode ir além das expectativas da professora, apresentando textos problematizadores e distintos dos convencionais. Assim, a

elaboração de problemas pode contribuir para que o discente amplie suas ideias textuais envolvendo a Matemática, indo além do que já foi apresentado em sala de aula.

Portanto, atividades que necessitem de leitura e escrita na sua realização podem estar relacionadas com as aulas de Matemática, uma vez que compreendemos que essa área do conhecimento vai muito mais além do estudo de símbolos, operação e regras a serem aprendidas. Carrasco (2006) aborda que o ensino da Matemática precisa criar condições para que os alunos percebam sua capacidade de serem protagonistas da construção de seu conhecimento, despertando o interesse posterior para a formação de estudantes pesquisadores. A Matemática precisa ter a dinâmica de investigação, questionamentos, descobertas e desenvolver nos alunos o hábito de leitura e escrita essa área do conhecimento, auxiliando para que eles construam de forma mais efetiva seus saberes.

Por fim, a Matemática como outras disciplinas trabalhadas na sala de aula apresenta uma linguagem própria a ser desenvolvida pelos discentes para uma melhor apropriação do conhecimento da mesma, com isso em seguida daremos uma ênfase nas discussões voltadas para a Linguagem Matemática a fim de entendermos o que corresponde a essa linguagem, mas ainda possível e interessante relação com a língua materna.

### **1.1 Linguagem Matemática**

Ao pensar nas aulas de Matemática, muitas vezes deparamo-nos com a ideia de trabalhar conceitos, procedimentos de resolução, cálculos, mas essa forma restrita de definir a finalidade dessa disciplina impede de percebermos que ela pode ser enriquecida com discussões em grupos, levantamento de hipóteses, formação de conceitos a partir das ideias que vão sendo construídas dos momentos de resolução e produção de problemas, ou seja, a utilização da oralidade, leitura e escrita nesse processo de aprendizagem. Trabalhar essa área do conhecimento dando ênfase apenas nos seus símbolos, operações de maneira isolada, não possibilita que os educandos raciocinem matematicamente, mas que reproduzam num exercício um determinado método que foi ensinado em sala de aula, não passando de mera aplicação de conteúdo sem finalidade, utilidade, sentido do que pode envolver numa situação problemática.

Semelhante às outras disciplinas desenvolvidas nas escolas, a matemática relaciona-se com atividades de leituras e escritas apresentando intencionalidades e objetivos diversos, dependendo da meta que o professor quer alcançar com seus alunos e principalmente ela tem, como as outras, uma linguagem específica a ser adquirida. No entanto, segundo Klüsener (2006) a Matemática tem sido ensinada de forma que não favorece as diferentes expressões da linguagem (oral, escrita e visual), mas fundamentando os códigos escritos, não contribuindo para a formação de conceitos e muito menos para o desenvolvimento das linguagens mencionadas. E isso pode ser uma das causas do distanciamento entre a matemática trabalhada nas escolas e a utilizada no dia a dia dos alunos. Dessa forma, podemos refletir que ensinar o significado dos sinais operatórios, as contas isoladamente, por exemplo, não são suficientes para que o estudante construa a aprendizagem com sentido referente aos conceitos e formas de utilização, pois ele, num determinado momento do exercício aplicado responde adequadamente o que foi solicitado, porém quando deparado a resolver problemas, às vezes não consegue relacionar esses conteúdos com contextos que necessitam interpretação dos dados para resolução da situação.

As linguagens oral, escrita e visual/gráfica são essenciais para a aprendizagem dessa área do conhecimento, pois cada uma desenvolve um aspecto da linguagem matemática. De acordo com Klüsener (2006) a oralidade auxilia como um elemento da socialização, a escrita contribui para o desenvolvimento da língua materna e a visual desenvolve o entendimento das formas de representação e expressão. Vale ressaltar que nesses aspectos acima mencionados para a construção da linguagem matemática, a habilidade da leitura também é fundamental para essa aprendizagem, uma vez que a interpretação textual também está relacionada ao trabalho desenvolvido para apreensão da linguagem matemática.

Carrasco (2006) aborda que a dificuldade em realizar a leitura e escrita em linguagem matemática, onde há a presença de vários símbolos, impossibilita muitas pessoas de entenderem o conteúdo apresentado por escrito, expressarem o que sabem da Matemática e ainda colocarem em prática essa área do conhecimento. A autora explica que numa leitura em linguagem matemática é preciso compreender o contexto matemático e a situação envolvida para que seja possível entender o significado dos símbolos em questão.

Ler corresponde em interpretar o texto, perceber a ideia central, o conceito envolvido, entender o que está sendo comunicado na escrita textual, dessa maneira será possível perceber na Matemática uma construção consciente do aprendizado. Quanto à escrita, Carrasco (2006) ainda defende que a linguagem matemática é imposta ao discente, independente do nível de escolarização, impossibilitando que eles possam criar suas hipóteses, representando assim suas ideias e conceitos matemáticos, como também o procedimento de cálculos. Os alunos precisam de liberdade para expressar o que sabem tanto oralmente quanto por escrito, a partir desses conhecimentos prévios é que os professores precisam traçar estratégias eficazes para contribuir no avanço dos saberes desse alunado. A linguagem matemática é uma linguagem formalizada, que expressa precisão, clareza, mas não é construída instantaneamente, os estudantes necessitam expressar-se numa linguagem informal o que pensam para através dela desenvolver e ampliar a linguagem esperada, a dos símbolos, que não é uma construção simples para as crianças.

Dessa forma Klüsener (2006) e Carrasco (2006) parecem mostrar uma complementaridade entre suas discussões por defenderem um processo de desenvolvimento da linguagem matemática de forma que permita que os estudantes reflitam, criem estratégias, possibilitem construir de maneira ativa a compreensão de conceitos e possam expressar suas aprendizagens quer sejam numa situação visual, escrita, oral e da leitura, ampliando a ideia de nas aulas de Matemática fundamentar-se num ensino de conteúdos sem a ampliação para o entendimento da linguagem envolvida, tão necessária para uma aprendizagem mais satisfatória e com sentido para os alunos.

Iniciamos um discurso que defende a importância do desenvolvimento da linguagem matemática nas aulas de Matemática, mas para termos um melhor entendimento quanto às definições dessa linguagem específica, podemos citar Menezes (2000) que conceitua a linguagem matemática como um conjunto de símbolos próprios que são codificados e estão relacionados a determinadas regras que fazem parte de uma comunidade e são utilizadas para a comunicação. Embora a linguagem escrita possua uma característica mais universal do que a oralidade, ambas possibilitam que o sujeito pense e se expresse possivelmente com autonomia. Ressaltando ainda que a linguagem natural apresenta-se como um

suporte para a linguagem matemática, ou seja, a língua materna interage com essa outra linguagem, mas de forma que sejam evidenciadas as características da segunda.

Já Battisti e Nehring (2009) afirmam a linguagem matemática como uma organizadora do raciocínio matemático que auxilia os estudantes a realizarem suas ações a partir de um pensar diferenciado, excedendo as ideias pré-definidas da matemática de forma a reconstruir o próprio pensamento como também ampliando seus potenciais. A compreensão dessa linguagem possibilita que os alunos desempenhem seu papel ativamente, expondo suas respostas, interpretando o que o texto apresenta, entendendo o que o contexto matemático significa, ou seja, não reproduz uma resposta, mas toma consciência do que está realizando de forma a entender o conceito empregado e sua funcionalidade coerente em determinada situação. Quando a criança aprende a pensar e tem autonomia na sua aprendizagem, ela sabe explicar, formular, interagir, construir conceitos por exemplo.

Ainda segundo Battisti e Nehring (2009) a linguagem matemática é um aspecto primordial do processo do entendimento matemático, mas também para o processo de ensinagem e da aprendizagem, evidentemente cada uma apresentando um papel distinto. O saber matemático está relacionado ao trabalho dos matemáticos que objetivam alcançar níveis superiores de generalização e formalização em suas pesquisas apresentadas textualmente, já o ensino e aprendizagem estão relacionados a um caminho contrário do primeiro, pois os docentes dessa disciplina contextualizam e/ou recontextualizam os assuntos para possibilitar situações que permitam a formação de conceitos pelos alunos. Essa discussão favorece a percepção e reflexão de que o professor em sala de aula precisa criar um ambiente propício para erigir e avançar as ideias conceituais de seu alunado, a Matemática não deve ser imposta no contexto escolar com as características formais dos matemáticos, pois isso acarreta cada vez mais o estranhamento e o afastamento dos discentes quanto ao interesse e autonomia em aprender e viver a Matemática escolarizada.

Numa reflexão sobre o uso da oralidade e escrita nessa linguagem, Corrêa (2009) afirma que a linguagem matemática apresenta linguagem oral e escrita a partir de níveis diferentes de elaboração, conforme seu destinatário. A linguagem usada por matemáticos profissionais difere da linguagem utilizada em sala de aula,

como acontece na linguagem natural, pois dependendo do falante o grau de formalidade também aparece distintamente. No entanto, uma diferença existente entre a linguagem natural e da matemática é que a primeira se aprende em casa, ou seja, as crianças quando ingressam na escola já apresentam uma comunicação correspondente, enquanto a linguagem matemática é construída na escola.

Isso nos implica perceber a convergência entre Corrêa (2009) e Battisti e Nehring (2009) quanto ao uso da linguagem matemática em sala de aula. Para todas estas autoras, os termos matemáticos específicos em cada conteúdo, a conceituação formal devem ser apreendidas gradativamente conforme o desenvolvimento da turma e sua forma de compreender a linguagem matemática em diferentes situações. Dessa forma salientamos a importância da valorização do processo da aprendizagem dos discentes, buscando em cada atividade possibilitar a ampliação da linguagem tanto oralmente quanto na escrita.

Segundo Lorensatti (2009) o aprendizado da matemática escolar está relacionado aos conceitos, a leitura e interpretação que envolve a linguagem natural, ou seja, a língua portuguesa e a linguagem matemática. Estudar essa área do conhecimento não se restringe a entender os símbolos e sua funcionalidade na resolução de um exercício, pois essa única aprendizagem não é suficiente para o uso efetivo da Matemática quer seja na escola ou no cotidiano. A autora ainda discute que tradicionalmente a escola não costuma traçar um diálogo entre as duas disciplinas, há um hábito de dizer que estudantes bons em Língua Portuguesa não têm o mesmo desempenho em Matemática e na sala de aula os professores acabam reforçando essa ideia quando não planejam momentos em que elas possam relacionar-se nas ações e aprendizagens dos educandos. Quando o sujeito se depara com problemas percebe que saber operações específicas faz parte da aprendizagem matemática, mas há a necessidade de compreender a linguagem que está empregada, o contexto envolvido e as possibilidades de estratégias de resolução que podem ser utilizadas. E essa autonomia na leitura é construída não apenas nas aulas de Português, mas também nas aulas de Matemática.

No que se refere à ligação existente entre a linguagem matemática e a linguagem natural/materna, Machado (2011) defende que ambas as linguagens resultam numa relação de complementaridade, ou seja, elas se auxiliam para o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Esse autor diz ainda que a

aprendizagem matemática não se restringe a técnicas para operação de símbolos, essa disciplina está relacionada nas habilidades de interpretação, análise, resumo, significação, superação e planejamento. Para erigir essas capacidades mencionadas o envolvimento da linguagem materna favorece bastante tanto na sua forma oral quanto escrita. Quando nos referimos à escrita não estamos resumindo a sua utilização nos registros das ideias matemáticas de uma resolução de problema, ou seja, o uso escrito dos símbolos, operações, (que é importante para o conhecimento do discente, é a formalização dos conceitos) mas ela também pode ser explorada na explicação de uma situação, um conceito que está sendo estudado/entendido, formulação de problemas, além de produção de outras produções textuais envolvendo essa área do conhecimento como histórias matemáticas, jogos, até mesmo poemas, entre outros. Em suma, queremos destacar que há diversas possibilidades de trabalhar a escrita nas aulas de matemática, possibilitando dessa forma que a construção da mesma aconteça a partir das variadas propostas apresentadas pelo professor e que o alunado perceba a linguagem inserida em diferentes momentos e situações.

Já sobre a comunicação oral, Machado (2011) diz que atualmente a escola ainda demonstra perceber a importância do uso da oralidade no processo da educação, mas quando se remete à questão da avaliação, a escrita é a evidenciada. Sem dúvida a construção da escrita é primordial no processo de aprendizagem assim como a leitura, porém a expressão oral também tem sua funcionalidade bastante necessária no percurso da apropriação dessas habilidades mencionadas. Quando a criança ingressa na escola a oralidade na maioria das vezes já é apresentada e é sem dúvida uma maneira do professor explorar os conhecimentos prévios dela. O que se faz necessário que no processo do desenvolvimento da escrita, por exemplo, a oralidade não seja colocada como segundo plano, mas ela possa fazer parte permanentemente desses avanços. Na linguagem matemática os alunos têm várias formas de exporem suas ideias, estratégias, raciocínios, e a oralidade está presente nesse contexto, a escrita formal adequada e esperada dessa linguagem é o resultado final de todo um trajeto envolvendo essas etapas aqui apresentadas.

Refletindo sobre essa contribuição da oralidade nas aulas de Matemática Nunes, Carraher e Schliemann (2011) afirmam que não se trata de substituir a

matemática oral pela matemática escrita, pois essa segunda apresenta vários pontos positivos na construção do desenvolvimento do aluno, mas os docentes precisam entender e valorizar a utilização da oralidade envolvendo essa disciplina, sendo uma rica possibilidade de relacionar o raciocínio matemático dele vivenciado no seu cotidiano principalmente quando o sujeito realiza atividades no comércio por exemplo. A linguagem matemática usada oralmente não é a mesma escrita, visto que essa segunda relaciona-se a uma formalidade, termos que normalmente não as utilizamos verbalmente. No entanto o pensamento matemático sendo expresso na oralidade é uma maneira de compreendermos como processam suas ideias a fim de aprimorar esses conhecimentos com novas aprendizagens relacionando a linguagem escrita e a valorização do saber construído pelos alunos oralmente é um ponto de partida para o desenvolvimento da linguagem matemática formal.

Portanto, a linguagem matemática é uma linguagem própria, que precisa ser desenvolvida em sala de aula e para que haja uma aprendizagem satisfatória e positiva se faz necessário que os docentes conheçam e articulem melhor a sua forma de trabalhar essa disciplina com seu alunado a fim de que ele perceba que erigir esse aprendizado pode acontecer de forma autônoma, discutida, criativa, refletida para chegar à formalização, ou seja, a linguagem esperada. O primeiro passo da expressão de saberes geralmente acontece pela oralidade que em seguida vai sendo desenvolvida em outras habilidades para resultar na apropriação da linguagem formal.

E entre diferentes atividades que podem ser propostas em sala de aula para a construção dessa aprendizagem, focamos nesse estudo a utilização da resolução e produção de problemas, uma vez que possibilitam aos estudantes a articulação, compreensão e construção de conceitos matemáticos, mas também uma relação interessante entre a leitura, escrita, a oralidade e da nossa língua materna.

## CAPÍTULO 2

### RESOLUÇÃO E PRODUÇÃO DE PROBLEMAS NAS AULAS DE MATEMÁTICA

A Matemática faz parte de nossa vida diária, constantemente estamos usando-a para resolver problemas e isso nos permite perceber sua importância e necessidade. Na escola ela ganha sentido quando no processo de ensino e aprendizagem é tratada como ferramenta para conseguir resolver diferentes situações. Uma determinada situação é considerada como problema para ser solucionado em sala de aula quando vai além da ideia de apenas utilizar técnicas operatórias adequadas. Vergnaud (1990) afirma que um problema se relaciona a qualquer situação, seja no âmbito escolar ou fora dele, que, na busca de sua solução, traz a necessidade de descobrir relações e de explorá-las, de elaborar hipóteses e verificar essas hipóteses, ou seja, possibilitar desafios que construam novas aprendizagens.

Charnay (1996) diz que o problema envolve descoberta, desafio, que faz com que o aluno faça uma relação com o que já sabe e com as novas informações dadas em sala de aula, traçando assim estratégias para conseguir chegar a um resultado da situação. A utilização de problemas nas aulas de Matemática é ponto fundamental para que os alunos aprendam a partir das descobertas, podemos perceber que os momentos de resolução permitem que os alunos se envolvam ativamente na construção das aprendizagens. Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN – Brasil, 1997), por sua vez, discutem que resolver problemas exige que o aluno elabore um ou vários procedimentos de resolução (como, por exemplo, realizar simulações, fazer tentativas, formular hipóteses); comparar seus resultados com os resultados dos colegas e validar seus procedimentos.

Diniz (2001) defende que resolução de problemas corresponde a situações que a possível solução não se apresenta de imediato, necessitando que o indivíduo utilize seus conhecimentos na busca de resolvê-las. Resolver problemas possibilita que o sujeito descubra novas possibilidades, estratégias, para chegar a uma solução esperada, fazendo relação dos conhecimentos construídos e novas informações, resultando em novas aprendizagens. Para Gontijo (2006) resolver problemas é um tipo de estratégia organizada no trabalho pedagógico relacionando à Matemática

utilizada pelo professor a fim de que seus alunos desenvolvam capacidades de observar, relacionar, comunicar, argumentar e validar o que está sendo construído. Além dessas capacidades, a resolução estimula o desenvolvimento das diferentes formas de raciocínio, tais como: intuir, induzir, mas também estimar nas situações propostas. Essas capacidades fazem parte da vida diária dos alunos e necessárias para chegar à solução de problemas.

Como podemos perceber, a resolução de problemas mobiliza ideias, formação e compreensão de conceitos, estratégias entre outros, colaborando para um processo de ensino e aprendizagem com discussão, questionamentos, divergências e criatividade. Vale salientar que resolver problemas é diferente de responder exercícios de fixação sobre determinado conceito matemático, pois este tem por finalidade apenas a exercitação de técnicas para resolução, não contribuindo para que o sujeito reflita, entenda o que está realizando, ou seja, o estudante executa a tarefa solicitada, mas não significa assegurar, como discutido no capítulo anterior, que ele fez relações, que saberá utilizar essas operações estudadas em diferentes situações propostas posteriormente.

Os PCN (BRASIL, 1997) sintetizam a resolução de problemas a partir dos princípios: o problema é o ponto inicial das atividades matemáticas, utilizar as estratégias usadas pelos alunos na solução das situações possibilita a construção de conceitos, métodos e ideias; os exercícios de fixação apresentados nas aulas de matemática não são problemas, pois as aplicabilidades do mesmo não possibilitam interpretação, pensar no contexto das situações, mas apenas responder atividades usando determinadas fórmulas e operações; os alunos constroem conceitos na resolução de um determinado problema, em outra situação ele usará seus saberes apreendidos, acontecendo alterações, rupturas, substituição de ideias, ou seja, os estudantes vão relacionando o que sabem com novas aprendizagens a partir dos desafios propostos correspondendo à analogia presente na história da matemática; a partir da resolução de um problema os alunos constroem vários conceitos relacionados aos problemas, e não um conceito específico, isto é, um determinado conceito é articulado com outros conceitos através de alterações necessárias, mas também com as generalizações; e por último resolver problemas contribui em orientar a aprendizagem por relacionar contextos com conceitos, métodos e ações da área do conhecimento.

Visto que a resolução de problemas é um ponto inicial para o processo de aprendizagens matemática, é essencial que os diálogos possibilitem o enriquecimento desses momentos, tanto entre os alunos quanto entre alunos e professor, pois as discussões contribuem para a revisão das ideias que estão sendo formadas, em que podem ser melhoradas, ampliadas, explicações dos procedimentos utilizados e trocas de informações, favorecendo para uma relação agradável entre os envolvidos no processo ensino e aprendizagem, mas ainda possibilitando que os discentes sejam protagonistas de seu aprendizado. Nessa argumentação em que na resolução de problemas interage com o sujeito resolvidor, ou seja, envolvem as pessoas e a situação em questão em sala de aula, Charnay (1996) chama atenção sobre problemas relacionando-os num contexto de aprendizagem entre *alunos-professor-problemas*, caracterizando-os da seguinte forma:

**Relação entre a situação-problema e os alunos:** o problema proposto deve possibilitar uma verdadeira resolução e desafio para o aluno, permitindo que ele compreenda a atividade de forma que possa prever o que pode ser uma resposta do problema; deve possibilitar que o aluno utilize seus conhecimentos prévios para resolver a situação, porém, que esse problema contribua para o avanço desses conhecimentos já construídos, levando-os a levantar questionamentos sobre seus saberes e elaborando novos, pois o problema precisa permitir um sentimento de que o indivíduo está sendo desafiado intelectualmente; e por último, espera-se que a validação<sup>1</sup> aconteça a partir da própria situação e não do professor.

**Relação professor-aluno:** as relações pedagógicas devem permitir que os alunos percebam que é mais construtivo, interessante, eles mesmos estabelecerem a validação do que lhe é afirmado do que solicitar isso de terceiros. E ainda que compreendam a diferença entre as suas contribuições e a do professor.

**Relação professor-situação:** o professor necessita planejar sua proposta no contexto da aprendizagem mostrada, sabendo diferenciar o que espera alcançar de imediato e o que vai ser atingido num prazo mais longo, e ainda escolhendo os parâmetros da situação que vai ser proposta; o conhecimento a ser considerado

---

<sup>1</sup> Para Charnay (1996) validação é a confirmação final de um resultado após o processo de discussão e resolução.

precisa ser o mais capaz que os alunos entendem para a resolução de problemas; observar a presença do erro significativo, o utilizando para a elaboração de outras situações que possibilitam o avanço dessas incompreensões; e por fim, saber sintetizar.

Essas relações que o autor apresenta são importantes, pois mostram que o aluno precisa ser construtor de sua aprendizagem, sabendo refletir sobre a situação dada, o professor necessita permitir que o estudante atue ativamente nesse aprendizado, sabendo intervir no momento adequado e ainda deve saber elaborar situações que favoreçam o avanço de seu alunado, e isso só acontece quando ele conhece cada sujeito de sua turma e sabe planejar da melhor forma, a fim de que suas intervenções sejam eficazes para o desenvolvimento cognitivo de seus alunos. Ressaltamos ainda a importância do professor entender seu papel nesse processo em sala de aula. Brousseau (1996) defende que o trabalho do professor corresponde em propor aos seus alunos situações de aprendizagem que possibilitem que eles construam suas ideias de forma que durante o processo do aprendizado o avanço aconteça em resposta do que for sendo refletido.

O docente necessita ter essa clareza de devolução didática do problema para que os alunos descubram a resposta a partir de suas tentativas e em seguida ir percebendo o que pode ser melhorado, tornando-se uma construção de aprendizagem. Essa devolução consiste, segundo o autor, na tarefa de mediação entre a participação ativa do estudante como responsável pelo seu aprendizado com o objetivo que o professor quer alcançar sem explicitá-la. É fundamental que os alunos tenham tempo suficiente de entender a situação, apresentar estratégias, fazer questionamentos, e a partir dessas questões levantadas, serem devolvidas pelo professor, para que os próprios alunos pensem nelas e descubram as respostas possivelmente adequadas para as situações apresentadas.

Segundo Brito (2010) o professor tem o papel de mediar a relação do ambiente e os sujeitos envolvidos na aprendizagem, visando saber e utilizar formas distintas do pensamento, mostrando a relevância da reflexão referente aos processos mentais que são elaborados. Ele deve apresentar atividades e questões que motivem seu alunado, os problemas propostos precisam despertar o interesse e atenção dos mesmos, estimulando-os à resolução dos desafios. Construir uma aprendizagem contextualizada, que faça o aluno refletir, interpretar, traçar

estratégias no ensino da Matemática não é fácil, tudo requer identificação, apropriação do conteúdo e dedicação com a proposta de ensinagem, a presença da práxis, que possibilita ao educador avaliar e repensar na sua prática diária em sala de aula, flexibilidade a possíveis mudanças de estratégias para superar as dúvidas dos alunos.

Dessa forma, é possível percebermos que o aluno deve ser sujeito de sua aprendizagem, os problemas propostos precisam ser favoráveis para esse processo da formação de conceitos e da linguagem matemática envolvida e o docente tem a função de possibilitar os questionamentos, diálogos, buscas de estratégias para a construção do aprendizado discente. Vale salientar que além de resolver problemas, outra atividade que colabora na formação de conceitos matemáticos é a produção textual. Segundo Smole (2001) produzir textos nas aulas de matemática apresenta uma função importante para o processo de aprendizado do estudante, ela contribui na relação entre a língua materna e os conhecimentos dessa disciplina, dessa forma, auxiliando numa aprendizagem interdisciplinar e utilizando diferentes habilidades que são trabalhadas em sala de aula. Chica (2001) defende que a produção textual exige do aluno expressar-se adequadamente utilizando um contexto coerente e uma estrutura organizada para que o leitor compreenda. Entre outras formas de produzir textualmente nas aulas dessa disciplina vamos tratar especificamente a importância da produção/formulação<sup>2</sup> como atividade que pode favorecer a aprendizagem matemática.

A formulação de problemas pode possibilitar a geração de outros problemas, questionamentos para serem explorados e ainda a trabalhar a reformulação de problemas produzidos no momento da resolução afirma English (1997 *apud* GONTIJO, 2006). Faz-se necessário que quando é solicitado que os estudantes produzam situações em sala de aula aconteça o momento de trocas para resolução entre eles para que eles aprendam a observar a coerência do escrito do outro, percebendo as possibilidades de melhoramento do mesmo. Essa análise socializada na turma pode auxiliar nas reflexões de cada formulador para pensarem nas alterações para que os problemas fiquem mais compreensíveis e desafiadores, ou seja, as produções feitas pelos alunos não ficam prontas e acabadas na primeira

---

<sup>2</sup> Referimo-nos a essas palavras com o mesmo significado nessa discussão.

versão, mas podem passar por reformulações para que o que foi escrito equivocadamente seja modificado de maneira discutida e refletida.

Guimarães e Santos (2009) afirmam que da mesma forma que é necessário que o professor proponha diferentes problemas para seus alunos também é bastante interessante que o mesmo solicite que as crianças formulem problemas para que eles trabalhem lógicas distintas em uma determinada situação. Para Dante (2009), a resolução e formulação de problemas podem favorecer o desenvolvimento da produção textual e da criatividade dos alunos. Produzir problemas permite que os estudantes elaborem situações que envolvam contextos adequados relacionando com determinados conceitos problematizando-os. Como pode ser observado nas discussões acima, há uma relação de complementação entre produção e a resolução de problemas, uma colabora com a outra para o avanço das aprendizagens matemáticas do discente.

Isso nos conduz à reflexão de que produzir problemas desenvolve um trabalho inverso que os sujeitos fazem na resolução, pois, nesse segundo, a partir da forma que o problema está sendo resolvido possibilitará a construção de conceitos enquanto no primeiro buscará articular as ideias conceituais com situações variadas, reais, de seu cotidiano envolvendo algo a ser solucionado. Tanto a resolução quanto a formulação de problemas exigem esforço dos alunos para alcançarem a solução da questão. Por isso é fundamental que os professores incentivem seu alunado nessas atividades para que eles tenham interesse em enfrentar situações novas e diferentes com mais criatividade e autonomia.

De acordo com Chica (2001), o trabalho com formulações de problemas requer paciência, pois a construção dessa atividade demanda muitas idas e vindas, por isso é importante que o professor oriente seus alunos respeitando as etapas desse processo de criação. As intervenções realizadas por ele possibilitarão que os alunos avancem cognitivamente, sendo necessário sacrificar as quantidades de problemas em favor de uma melhor qualidade de ensino. De fato, quando propomos uma nova aprendizagem para nossos educandos devemos pensar além de quais tipos de atividades iremos trabalhar em sala de aula, precisamos refletir a qualidade do que estamos apresentando para nossos alunos, pois grande número de questões para que eles respondam, ou muitos textos para que eles produzam não significa qualidade para o processo de ensino e aprendizagem.

É necessário pensarmos qual a finalidade com determinada tarefa e o objetivo que queremos alcançar. Atividades interessantes possibilitam momentos de interação entre aluno/aluno, aluno/professor, apresentam desafios e despertam a criatividade e raciocínio dos alunos. A formulação de problemas precisa ir além da ideia de reproduzir um texto do professor, modificando apenas os números e nome de pessoas, precisa dar espaço para que as crianças coloquem no papel suas ideias, construam seus textos, mesmo que no primeiro momento não tenham coerência, com as devidas intervenções elas ampliaram suas reflexões textuais e consequentemente melhorarão suas produções.

Chica (2001) apresenta na sua discussão propostas de formulações de problemas que poderão ajudar no momento de planejamento e reflexão sobre quais objetivos se deseja alcançar em determinada aula. Tais como:

**Apresentar um problema e usá-lo para responder algumas questões**, nesse caso o texto será usado como fonte para identificação das respostas correspondentes aos questionamentos elaborados pela professora, ou seja, partindo de um texto matemático as crianças irão responder as questões.

**Fazer uso de figuras para produção de problemas**, já nessa proposta o aluno fará relação das imagens apresentadas com os questionamentos em torno delas, não só fazendo uso de operações matemática, mas também estimular a criação de suposições partindo da ideia que possivelmente correspondem à finalidade das figuras. Importante ressaltar que não é qualquer imagem que poderá ser utilizada, mas que contenha um contexto que permita a formulação de problemas, como exemplo para esse trabalho temos as histórias em quadrinhos que em algumas situações apresentam apenas a leitura de imagem.

**Continuar um problema iniciado**, com esse o aluno precisará fazer uma relação entre o início dado dos problemas com as informações que serão acrescentadas por ele, finalizando o texto com uma pergunta para solucionar a questão contida no mesmo. Esta proposta tem um caráter importante porque, muitas vezes, a pergunta final é a que define o tipo de problema.

**Criar um problema semelhante ao que foi apresentado**, essa proposta tem como finalidade analisar o grau de compreensão de formulação de problemas que os alunos já se apropriaram, pois o desafio é a escrita de um problema completo,

fazendo uso da sua estrutura matemática, ações desenvolvidas no texto e na história e seus personagens. É fundamental que as crianças possam apresentar seus escritos, pois ajudará a tirar dúvidas, repensarem sobre seus textos, discutirem e compararem semelhanças e diferenças nos problemas criados por cada um na sala de aula. O professor precisa apresentar modelos diferentes de problemas para que elas não estabeleçam a relação de formulação de apenas uma referência. A diversidade de texto contribuirá não só no processo de ensino da matemática, mas também da produção textual, ampliação de repertório, estimula o raciocínio, a lógica, enfim possibilita uma interdisciplinaridade e avanço nas aulas de matemática.

**A partir de uma determinada pergunta criar um problema**, essa proposta tem como objetivo que os alunos percebam que a necessidade da pergunta nos problemas, pois é comum que eles quando começam a criar suas primeiras situações exclua essa parte do problema que o diferencia dos outros textos. A pergunta é o ponto chave do que deve ser descoberto, solucionado e isso é importante ser refletido com o direcionamento de uma construção da linguagem matemática.

**Formular a partir de uma palavra**, propor aos alunos que produzam problemas a partir de uma palavra tem como objetivo a exploração sua imaginação e criatividade. Nessa atividade eles precisam elaborar as ideias de forma adequada e objetiva, mas ainda pode auxiliar na compreensão de palavras que aparecem nos problemas que dificultam a interpretação para sua resolução, como por exemplo, dobro, produto, divisor, etc.. Importante ressaltar que a palavra proposta para produção não é apresentada aleatoriamente, precisa ter um sentido correspondente ao que está sendo trabalhado em sala de aula.

**Produzir a partir de uma resposta**, essa atividade busca fazer com que os alunos percebam as relações existentes entre a formulação e resolução de problemas, as respostas podem ser um número, uma palavra ou uma frase dependendo da intenção que o professor está propondo para seus educandos. A partir das discussões dessas produções é esperado que eles compreendam a diversidade de problemas e que alguns não apresentam necessariamente números para serem utilizados na resolução. Mas no geral as respostas precisam corresponder ao contexto dos problemas.

**Formulação a partir de uma operação**, quando o professor propõe esse tipo de produção ele visa a analisar como os alunos relacionam as ideias conceituais de uma ou várias operações em situações criativas, estruturadas e coerentes à concepção de problema. A autora ressalta que essa proposta não deve ser primeira apresentada ao discente num trabalho de desenvolvimento de produção de problemas em sala de aula, é aconselhável q ela seja solicitada aos mesmos após experiências de outras formas de formulação, pois pode fazer com que eles interpretem que todo problema é solucionado através de uma conta. Acrescentamos ainda que o conhecimento que os alunos constroem nas outras situações de produções antecessores a essa atividade colaboram para uma melhor autonomia da produção dessa proposta.

**Formular a partir de um tema**, esta proposta relaciona-se com um assunto específico que o alunado está envolvido para que eles criem um texto explorando a história, informados dados e os problematizando. Esse tipo de produção auxilia que o professor observe a coerência textual, os possíveis excessos de informações e sua estrutura, tendo um início, meio e fim de maneira organizada, com contexto e apresentações de questionamentos a serem resolvidos. A autora denomina essa atividade de tema, mas também podemos chamá-la de contexto, independente do termo utilizado a finalidade é a mesma.

E por último, **a formulação a partir de um tipo de texto**, essa atividade é uma forma de aproximação entre a língua materna e a formulação de problemas em outras estruturas textuais como, o poema, a adivinhação, conto, entre outros. Esse trabalho os alunos relacionam ideias matemáticas com textos prazerosos que divertem, envolvendo imaginação e criatividade.

As propostas apresentadas acima apresentam momentos de produção de um problema como um todo, mas também a produção a partir de uma parte dada do problema para ser complementada, que seja o início ou a pergunta da situação. Em todas as atividades há a necessidade de formulação e reformulação do texto, isto é, os alunos produzem que seja individualmente, dupla ou grupos, e que em seguida trocam os problemas produzidos para que o outro, com um olhar de resolvidor da situação analise e identifique o que está adequado e o que está incompreensível para a resolução, a fim de que essas observações sejam discutidas no grupo todo e posteriormente revistas na mesma produção e ainda aprendizagens sendo

construídas para outras formulações. É evidente que no processo dessas ações o professor intervenha da melhor maneira possível para colaborar nas reflexões do seu alunado.

A partir dessa perspectiva de ensino e aprendizagem, resolução e produção de problemas a criança passa não só a aprender Matemática, mas também a gostar de estudar essa disciplina, pois ela deixa de ser temida e passa a ser dialogada, refletida, construída por ela. O sujeito quando passa a acreditar nas suas habilidades não desanima diante dos desafios, mas os problemas apresentados são fontes de mais curiosidade pela pesquisa e busca por novas descobertas. De fato, trabalhar com formulações e resoluções de problemas possibilita que os educandos reflitam o que sabem e o que ainda precisam saber, coloquem em prática os conceitos e procedimentos que estão sendo construídos, estimulando seu raciocínio, associando os conteúdos com as práticas sociais, pois dessa forma sua aprendizagem não se restringirá apenas para o uso numa instituição de ensino, mas fazendo com que o conhecimento adquirido contribua para a sua vida.

As propostas de Chica (2001) são bastante interessantes e para nosso estudo utilizamos as atividades: *continuar um problema iniciado, fazer uso de figuras para produção de problemas, a partir de uma determinada pergunta criar um problema e formular problemas a partir de uma operação*. Escolhemos essas sugestões de produções porque a finalidade de cada uma favoreceu para que refletíssemos o possível progresso dos alunos quanto a produção e resolução de problemas partindo de situações que eles teriam que produzir um problema completo e em outros momentos pensarem em partes específicas e fundamentais para construção de um problema. Nessas tarefas de formulações direcionamos para o desenvolvimento do conceito multiplicativo, como veremos a discussão no próximo capítulo.

### CAPÍTULO 3

#### ESTRUTURAS MULTIPLICATIVAS

Segundo Pessoa, Silva e Matos Filho (2006) quanto mais os sujeitos compreendem e desenvolvem conceitos matemáticos, mais favorece para a resolução de problemas, e isso não se restringe apenas à Matemática, mas também para as outras áreas do conhecimento. E Vergnaud (1996, p. 156) afirma que “[...] É através das situações e dos problemas a resolver que um conceito adquire sentido para a criança”. A partir dessas discussões podemos refletir que há uma interação entre a resolução de problemas e os conceitos, pois resolver situações é o ponto de partida para a formação de conceitos e quanto mais esses conceitos vão sendo construídos e ampliados, os indivíduos melhorarão a compreensão para solucionar os problemas propostos.

Vergnaud (1986; 1996) defende que os conceitos são organizados em campos conceituais, os quais podem ser compreendidos como um conjunto de situações que se relaciona com os conceitos. Assim, pode-se entender que a partir de diferentes problemas se faz necessário a utilização de um ou vários conceitos. Alguns dos campos conceituais discutidos por Vergnaud são os do campo conceitual das estruturas aditivas e o das estruturas multiplicativas. Sendo a primeiro formado por situações que envolvem a adição, subtração ou as duas e o segundo formado por situações que correspondem ao uso de multiplicações e divisões ou ambas. E as estruturas multiplicativas ainda são compostas pela proporção simples e múltiplas, função linear e não linear, fração, números racionais, combinação linear e aplicação linear, entre outros. Importante ressaltar que as estruturas mencionadas acima apresentam distinções que precisam ser compreendidas para um melhor trabalho em sala de aula.

Vale destacar a importância de o docente compreender as distinções e possíveis relações entre esses campos conceituais para a realização de um trabalho mais satisfatório e adequado com seus alunos em sala de aula, pois, como podemos perceber nas discussões, não se trata apenas de identificar tipos de operações fundamentais a serem realizadas com os discentes, mas entendê-las de forma a

saberem elaborar situações que colaborarão para a construção conceitual, dos mesmos.

Por nosso estudo estar relacionado especificamente ao uso da multiplicação, daremos a partir de agora ênfase a esses tipos de problemas presentes no campo das estruturas multiplicativas.

### **3.1 Tipos de problemas multiplicativos**

Geralmente o ensino da multiplicação é inserido formalmente em sala de aula a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental, no entanto erroneamente é apresentada às crianças como uma continuidade da adição por sua possibilidade de ser resolvida através da soma de parcelas iguais repetidamente, entretanto, as bases de raciocínio da adição e da multiplicação são diferentes. Segundo Pessoa (2009) é necessário reconhecer que existe uma conexão entre multiplicação e adição no processo de cálculo, ou seja, o cálculo da multiplicação pode ser feito usando-se a adição repetida, pois a multiplicação é distributiva com relação à adição, mas elas se diferem em termos de relações envolvidas.

Para Nunes, Campos, Magina e Bryant (2009) as situações que apresentam raciocínio multiplicativo envolvem duas quantidades que se relacionam de maneira fixa entre si. Dessa forma, podemos refletir que quando o sujeito pensa no cálculo multiplicativo resolvendo-o a partir de parcelas repetidas o seu raciocínio não é mais aditivo, pois as quantidades relacionadas permanecem constantes, diferentes do raciocínio aditivo que corresponde a uma resolução direta. Correa e Spinillo (2004) afirmam que o raciocínio multiplicativo é formado quando o sujeito desenvolve algumas competências, de modo principal a relacionada à coordenação das relações entre no mínimo duas quantidades, enquanto o raciocínio aditivo é desenvolvido a partir das relações de unir e separar.

Selva, Borba, Campos, Silva, Ferreira e Luna (2008) em seu estudo sobre a distinção entre raciocínio aditivo e multiplicativo abordaram que é comum que nas instituições de ensino a multiplicação seja trabalhada a partir da adição repetida e, apesar de haver aspectos relacionados à base da adição para multiplicação, os alunos precisam construir uma aprendizagem mais ampla para que possam compreender o sentido dos números e invariantes do pensamento multiplicativo.

Isso implica refletirmos que quando o aluno utiliza na sua estratégia de resolução a adição de parcelas repetidas não significa dizer que seu raciocínio apresentado está inadequado, mas que ele já apresenta indícios de que está começando a compreender as relações que estão presentes na multiplicação.

No entanto é tarefa da escola ampliar essa aprendizagem a partir de discussões e intervenções, para que o mesmo avance dessa forma de solucionar as situações, utilizando estratégias mais elaboradas da multiplicação, ou seja, percebendo que essa operação tem campo estrutural mais amplo e que não pode basear e restringir suas reflexões apenas em procedimento aditivo por parcelas repetidas, ou seja, embora sendo em uma situação real que alguns alunos utilizem a adição de parcelas repetidas num processo de raciocínio multiplicativo é fundamental que nas intervenções em sala de aula possibilitem uma ampliação dessa estratégia de resolução colaborando ainda para uma formalização do conceito da multiplicação.

Importante ainda ressaltar que nesse processo de estratégias e o processo de aprendizagem de resolução de problemas correspondente ao campo conceitual trabalhado, nesse caso de estruturas multiplicativas, Vergnaud (1991) discute que no processo de ampliação do procedimento de aprendizagem conceitual necessita que os alunos consigam pensar na realização dois tipos de cálculos, o Cálculo Relacional e o Cálculo Numérico havendo distinção entre ambos. O primeiro corresponde à capacidade de escolher a operação que mais se adéqua para a resolução do problema, ou seja, é um procedimento do pensamento buscando compreender as relações que estão presentes na operação. Já o segundo é a finalização do primeiro, é a apresentação da resolução do problema usando os algoritmos ou outros procedimentos de cálculo necessários para a obtenção da resposta.

Dessa forma, é fundamental que os professores discutam com seus alunos como pensaram para chegar a determinado resultado, pode ser que uma resposta errada tenha acontecido no momento do cálculo numérico, mas pode ter ocorrido uma construção relevante e positiva quando utilizou o cálculo relacional. Sabemos que a aprendizagem não acontece instantaneamente, leva-se tempo, construção e reconstrução das ideias, por isso que é fundamental que a sala de aula seja propícia

para discussão, intervenção e problematizações que favoreçam o avanço do aprendizado.

Azeredo (2008) abordou em seu estudo que quando os alunos não percebem uma valorização de suas representações pessoais, acabam ficando sem estímulo para construir sua aprendizagem matemática de maneira ativa, desfavorece para o seu processo de autonomia intelectual. Mais do que apresentar os resultados esperados (exemplo do uso da tabuada) é necessário que o aluno compreenda como realizou tais situações e suas relações envolvidas (SPINILLO; MAGINA, 2004). A discussão das autoras está relacionada ao ensino da tabuada de multiplicação em sala de aula, mas suas reflexões nos possibilitam a uma reflexão mais ampla, como a resolução dos problemas, pois os estudantes precisam sentir-se sujeitos de seu aprendizado, caso contrário, começarão a se negar diante das possíveis dificuldades e desafios, esperando que o professor informe como as situações devem ser resolvidas.

E como uma forma de percebermos a particularidade que o raciocínio multiplicativo apresenta relacionando assim a elaboração de estratégias para resolução diferentes das usuais no campo das estruturas aditivas, os autores Nunes e Bryant (1997) abordam que há tipos de problemas que envolvem diferentes lógicas para a estrutura multiplicativa:

a ) **Correspondência um- a- muitos:** nessa a situação está relacionada a ideia de proporção, na qual o número de replicações é conhecido como fator escalar.

a1) Multiplicação

Exemplo: Um prédio tem 10 apartamentos, cada apartamento tem 3 janelas. O prédio tem quantas janelas?

a2) Problema inverso da multiplicação

Exemplo: Alice está organizando um piquenique. Cada amiga que participar ganhará 3 cestinha. Ela só tem 21 cestas. Quantas amigas ela poderá convidar?

a3) Produto Cartesiano

Exemplo: Numa viagem Maria levou 5 saias e 8 blusas. Quantas formas diferentes ela poderá vestir usando essas saias e blusas?

**b) Relação entre variáveis – co – variação:** está relacionada a duas ou mais variações, quanto mais o número variável aumenta mais o problema a ser resolvido ficará complexo. Há nessas situações além do fator escalar (número de replicações) o fator funcional (relação entre variáveis) esses casos acontecem se tratando de cálculos de frações de unidade de medida.

Exemplo: Um quilo de sal custa R\$ 0,40. Quanto custa três quilos?

De fato, pode ser observado que a multiplicação possibilita outras reflexões que vão além da ideia de soma das parcelas, (restrição de informação, considerando que a forma de resolver problemas multiplicativos será apenas com a colaboração do conceito aditivo).

Já os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997) apresentam os problemas multiplicativos a partir de grupos, sendo denominados da seguinte forma:

**Primeiro Grupo – Multiplicação Comparativa:** é caracterizado com situações que envolvem comparação entre quantidades.

Exemplo: João tem R\$ 4,00 e Caio tem o quádruplo desse valor. Quanto tem Caio?

**Segundo Grupo – Proporcionalidade:** apresenta situações relacionadas a comparação entre razões.

Exemplo: Amanda vai comprar 4 caixas de bombons, cada caixa custa R\$ 3,00. Quanto Amanda pagará pelas 4 caixas?

**Terceiro Grupo – Configuração Retangular:** este está relacionado ao cálculo de área, a distribuição de um determinado lugar (espaço).

Exemplo: Num auditório há 10 cadeiras por fileira como só há espaço para 10 fileiras, quantas cadeiras cabem no auditório?

**Quarto Grupo – Situações relacionadas à Combinatória:** está relacionado a ideia de combinação, agrupamento de elemento de um determinado conjunto.

Exemplo: Pedro tem 5 bermudas e 3 camisas de cores diferentes. De quantas maneiras diferentes ele poderá se vestir?

E para Vergnaud (1983, 1991) os problemas de multiplicação partem das relações ternárias e quaternárias: Isomorfismo de Medidas e Produtos de Medidas<sup>3</sup>.

**Problemas Isomorfismo de Medidas** estabelecem uma relação quaternária entre quantidades, ou seja,  $(a \times b = c \times d)$ , há uma relação de proporção direta simples entre os dois espaços de medidas.

Exemplo: Tenho 5 caixas de chicletes, em cada uma há 30 chicletes. Quantos chicletes eu tenho?

**Problemas de Produtos de Medidas** apresentam uma relação ternária, isto é, entre três variáveis. Uma quantidade é o produto de outras duas, tanto se tratando de plano numérico quanto plano dimensional. Esses problemas têm estruturas simples apresentando uma composição cartesiana onde há duas medidas buscando encontrar a terceira. Podemos encontrar essas características nos problemas que envolvem volume, área e a *Combinatória*.

Exemplo: Valéria tem 6 saias de modelos diferentes e 4 blusas também de modelos diferentes. De quantas maneiras ela pode formar pares de roupas, usando todas as blusas e todas as saias?

Portanto, podemos perceber que embora com denominações distintas há associação de conceito entre a classificação de Nunes e Bryant (1997), dos PCN

---

<sup>3</sup> Vergnaud também aborda nos tipos de problemas multiplicativos os problemas de Proporções Múltiplas, porém não será tratado neste estudo.

(BRASIL, 1997) e de Vergnaud (1983, 1991). É importante que a multiplicação seja explorada em sala de aula para que as crianças percebam que existem várias formas de pensar acerca dessa operação. Entretanto, é essencial que se tenha clareza de que as questões relacionadas aos nomes dos tipos de problemas multiplicativos, pois isso é um conhecimento do professor, não é uma informação que necessariamente os alunos precisam aprender. A apropriação do raciocínio multiplicativo pode acontecer de forma mais satisfatória a partir da utilização de diferentes situações que possibilitem o entendimento das relações conceituais dessa operação matemática.

### **3.2 Estudos anteriores abordando a resolução e a produção de problemas de estruturas multiplicativas**

#### **3.2.1 Estudos anteriores envolvendo resolução de problemas de estruturas multiplicativas**

Estudos anteriores têm buscado discutir sobre as aprendizagens dos alunos relacionadas às estruturas multiplicativas apresentadas a partir de resolução de problemas, mas também abordando a especificidade e relevância desse aprendizado.

Batista (2002) buscou investigar se e como diferentes suportes de representação influenciam a compreensão de crianças e a forma como resolvem problemas do campo das estruturas multiplicativas, analisando ainda três tipos de suportes de representação, suporte gráfico (lápiz e papel) e dois tipos de suporte concreto (neutro e definido<sup>4</sup>). Participaram do estudo 60 crianças com média de 8 anos e 3 meses da 2ª série do Ensino Fundamental de uma escola privada de classe média da cidade do Recife. Nenhum aluno era repetente e a escolha desse ano escolar foi por os alunos terem uma noção introdutória da multiplicação e divisão. Os discentes foram divididos em três grupos, cada equipe resolveu os problemas utilizando suportes distintos como: lápis e papel; material concreto neutro; e material

---

<sup>4</sup> Suporte *concreto neutro* corresponde à utilização de fichas e *concreto definido* refere-se à utilização de objetos, tais como, carrinho, bonequinhos etc.

concreto definido. As crianças foram entrevistadas individualmente e solicitadas que resolvessem dois problemas de divisão e dois de multiplicação utilizando os suportes de representação destinados ao grupo. O tempo de resolução era livre e a entrevista teve duração média de 30 minutos. Além de resolver os problemas os alunos explicavam na entrevista como solucionaram as situações.

A partir da coleta de dados foi possível perceber que se tratando do desempenho, o grupo que utilizou o suporte de material concreto apresentou melhor resultado; quanto ao tipo de problema, os três grupos apresentaram resultado semelhante, ou seja, os problemas de isomorfismo mostraram-se mais fáceis do que os de combinatória; sobre a operação utilizada, a diferença apresentada entre os grupos foi que a equipe que solucionou os problemas através de fichas mostraram acerto maior nos problemas de isomorfismo relacionando à multiplicação. E por último, as estratégias usadas nos problemas de isomorfismo foram distintas das utilizadas nos problemas de combinatória. As estratégias que apresentaram mais incompreensão na finalização das resoluções foram as que tiveram apoio do lápis e papel. Portanto, os suportes apresentados nesse estudo mostraram-se influenciar de maneira diferente a resolução dos problemas e que o suporte material definido, ou seja, os objetos auxiliaram para um melhor resultado aos problemas de isomorfismo.

Pessoa, Silva e Matos Filho (2006) analisaram as habilidades de alunos de 3ª e 5ª séries do Ensino Fundamental na resolução de problemas multiplicativos e também observaram a influência desse desempenho conforme o tempo de escolaridade. Foi realizado um estudo com 153 alunos da 3ª e 5ª séries do Ensino Fundamental de duas escolas, uma particular e outra filantrópica da cidade do Recife. Os alunos resolveram individualmente uma ficha contendo seis questões envolvendo diferentes problemas de estrutura multiplicativa classificadas por Nunes (1997) e Vergnaud (1983; 1991) e foi utilizada ainda uma questão contendo quatro cálculos numéricos.

A partir dos dados coletados foi constatado que no geral os alunos da 3ª série erraram mais do que os da 5ª, isso era o esperado visto que essa última série escolar já apresentava anos a mais de escolaridade. Quanto aos problemas mais complexos, geralmente pouco trabalhados em sala de aula e provavelmente nos livros didáticos, foram apresentados como mais difíceis tanto pelos alunos da 3ª quanto os da 5ª série, mesmo os sujeitos da série mais avançada apresentaram

dificuldades na realização desses problemas. Os autores salientam a necessidade dos problemas de estrutura multiplicativa serem trabalhados de forma mais diversificada em sala de aula a fim de ampliar a aprendizagem do discente.

Selva, Borba, Magina, Spinillo, Gomes-Ferreira e Campos (2006) analisaram o desempenho de alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental nos problemas multiplicativos baseados na teoria desenvolvida por Nunes e Bryant (1997). Esse estudo foi realizado com 139 crianças de escolas públicas da cidade de São Paulo, sendo 40 alunos da 2ª série, 44 alunos da 3ª série e 55 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental. As crianças receberam uma ficha contendo 13 questões com problemas multiplicativos para resolverem individualmente, as questões foram divididas em *três problemas de Proporção Simples sem fatores dificultadores, três problemas de Proporção Simples com algum fator dificultador, quatro problemas de Produto Cartesiano e três problemas de Proporções Múltiplas*. A partir dos dados foi percebido que houve um progresso de desempenho da 2ª para a 3ª série, mas da 3ª série para a 4ª série não teve o avanço esperado, sendo concluído que o professor tenha uma atenção aos tipos de problemas de multiplicação trabalhados na escola, mas também às estratégias e aos registros que os alunos utilizam a fim de que os alunos percebam a sala de aula como um espaço propício para o desenvolvimento do conhecimento da Matemática.

Selva, Borba, Campos, Silva, Ferreira e Luna (2008) investigaram como alunos de 3ª e 5ª séries do Ensino Fundamental resolvem tipos distintos de problemas de Estruturas Multiplicativas e as dificuldades e estratégias apresentadas nas resoluções. Para esse estudo 180 crianças participaram, sendo 90 alunos da 3ª série e 90 alunos da 5ª série do Ensino Fundamental. Os alunos resolveram 10 problemas de Estrutura Multiplicativa envolvendo o esquema de correspondência um-para-muitos com características de estruturas variadas, como multiplicação, divisão partitiva, divisão por quotas, produto cartesiano direto e produto cartesiano inverso. Os resultados mostraram que houve pouca diferença (diferença não significativa) de desempenho entre alunos da 3ª e 5ª séries nos problemas de multiplicação, divisão partitiva e divisão por quota, apresentando um resultado mais favorável aos alunos da 3ª série.

Grande parte da dificuldade que esses problemas apresentaram parecia estar relacionada à falta de entendimento das relações multiplicativas envolvidas nos

problemas, levando os alunos a resolverem utilizando adição e subtração simples. No entanto as duas séries mostraram maiores dificuldades na resolução de problemas de produto cartesiano, sendo que o desempenho dos alunos da 3ª série foi superior ao desempenho dos alunos da 5ª série, principalmente nos problemas de produto cartesiano inversos. A estratégia usada mais frequente nas resoluções de problemas pelos alunos da 3ª série foram os desenhos e, foi levantada a hipótese de que esses estudantes tiveram melhor desempenho por não ter estudado formalmente problemas de combinação, utilizando, assim a estratégia do desenho que auxiliou para uma resolução adequada, enquanto a 5ª série se preocupou em utilizar os algoritmos, necessitando melhor compreensão sobre as relações envolvidas nos problemas. A partir dos dados apresentados, foi percebida a necessidade de que o trabalho em sala de aula possibilite diferentes problemas multiplicativos, e ainda proporcionando momentos para que os alunos reflitam sobre os resultados e suas estratégias utilizadas nas resoluções.

### 3.2.2 Estudos anteriores sobre produção de problemas

Além das resoluções de problemas, estudos anteriores têm discutido a importância da produção dos mesmos a fim de favorecer a aprendizagem matemática dos alunos.

Santos (2005) investigou a viabilidade de um processo de formação continuada sobre estruturas multiplicativas a partir de sequências didáticas. Para isso participaram do estudo duas professoras da 4ª série do Ensino Fundamental da Rede de Ensino do Recife. E foi realizado primeiramente um teste de sondagem com problemas de estrutura multiplicativa com alunos da 3ª série, pois no ano seguinte seriam da 4ª série e estudariam com essas professoras.

As formações envolvendo sequências didáticas e estruturas multiplicativas para as professoras foram organizadas a partir do resultado do teste aplicado com os alunos, sendo planejada da seguinte forma: observação de uma aula de cada professora sobre resolução de problemas com estruturas multiplicativas com a finalidade de saber como eles atuam em sala de aula e entrevista com a docente para entender os objetivos da aula ministrada e foram realizados cinco encontros de formação com as professoras e a pesquisadora, alternando com as observações de

aula, pois as educadoras colocavam em prática os planejamentos de sequência didática pensados nas formações para posteriormente serem refletidas e elaboradas as seguintes. As atividades foram baseadas na resolução e formulação de problemas de estruturas multiplicativas pelos alunos.

Os resultados apontaram que no teste de sondagem os alunos mostraram dificuldade em compreender as lógicas envolvidas nos problemas, além de um quantitativo alto de respostas erradas e em branco. As professoras mostraram ter avançado tanto na compreensão conceitual das situações de estruturas multiplicativas como também processo de ensinagem em sala de aula, que conseqüentemente colaborou para que os alunos também refletissem melhor essas questões no processo de aprendizagem. Portanto, essa formação possibilitou uma ampliação da aprendizagem conceitual e didática das professoras e também para a aprendizagem dos discentes em sala de aula.

Fernandes (2006) investigou como a prática da elaboração e resoluções de problemas auxiliam no processo de aquisição e elaboração dos próprios conceitos matemáticos. A pesquisa foi realizada com 20 alunos da 4ª série do Ensino Fundamental com faixa etária entre 9 e 10 anos de idade de uma escola da rede privada da área metropolitana de Campinas. Foram trabalhadas as quatro operações e foi considerada a influência do domínio da língua materna pelos alunos e em que grau esse domínio favorece a elaboração e a resolução dos problemas. Vale salientar que a pesquisadora aplicou esse estudo com uma turma que atuava como professora desde a terceira série, ou seja, os alunos já conheciam a proposta de formulação de problemas, pois já fazia parte da proposta metodológica curricular da escola e de certa forma ela já tinha um contato mais aprofundado sobre o público do estudo, embora a turma não tivesse ainda desenvolvido atividades específicas de formulação e resolução de problemas.

O trabalho desenvolvido passou por três momentos para coletas de dados e foram utilizadas as quatro operações nos problemas propostos. Foi solicitado que os alunos em duplas formulassem duas situações-problema que apresentassem várias operações; elaborassem duas situações-problema que tivessem duas ou mais operações, mas que uma delas fosse de multiplicação; e elaborassem duas situações-problema que tivessem no mínimo duas operações. Depois da produção eles trocavam os problemas para que outros alunos resolvessem, a partir das

construções, de acordo com a pesquisadora, foi possível obter como resultado que a elaboração de problemas possibilitou que os alunos refletissem sobre os conceitos e a maneira adequada de aplicá-los textualmente sem deixar de utilizar a linguagem matemática sendo dessa forma uma atividade inversa da resolução de problemas. A autora concluiu que é possível que o desenvolvimento da língua materna acompanhe o processo das ideias e dos conceitos matemáticos, e que essa prática trouxe contribuição para o aprendizado dos alunos. Nessa pesquisa houve a utilização da multiplicação nas produções de problemas, mas não foi a única operação matemática utilizada, tendo a relação com outras operações, ou seja, outros conceitos.

O estudo de Rozário (2006) buscou diagnosticar as dificuldades apresentadas pelos alunos na resolução de problemas matemáticos. Para isso aplicou atividades em três momentos diferentes numa turma com 24 alunos de uma 4ª série do Ensino Fundamental de escola privada do município de Campinas. Os alunos tinham de 9 a 10 anos de idade. No primeiro momento a pesquisadora/professora realizou uma conversa informal com os alunos sobre o que eles compreendiam de problemas e problemas matemáticos e expôs o objetivo da pesquisa para que fosse realizada com a autorização do alunado. Posteriormente, as etapas das atividades foram divididas em dois momentos, a elaboração de situações-problema pelos alunos individualmente e depois a resolução desses problemas pelos mesmos e para análise das produções foi elencado as características de um problema, tais como: Uso de conceitos das operações matemáticas, a relação da língua materna e a linguagem matemática, contextualização do problema, uso da pergunta, ser um desafio, ter clareza na produção, apresentar dados para resolução, o problema está bem estruturado.

A partir das análises dos dados foi possível perceber que as dificuldades na resolução têm relação à necessidade dos alunos se apropriarem da linguagem matemática, ou seja, a elaboração de problemas pode auxiliar nesse processo de aprendizagem, uma vez que o trabalho considere a importância da língua materna e as vivências dos alunos, seus conhecimentos matemáticos, pois são elementos que se relacionam com a linguagem matemática e são fundamentais para o ensino e aprendizagem da matemática. Vale ressaltar que nesse estudo não foi trabalhado especificamente a multiplicação, pois a construção do mesmo mostrou indícios de

que a proposta não estava centrada em um campo conceitual, mas o uso das quatro operações conforme os alunos escolhessem utilizá-las nas formulações, mas houve situações que apresentaram esse conceito matemático.

Silva (2012) buscou analisar como alunos do 2º e 5º anos do Ensino Fundamental compreendiam e formulavam problemas de multiplicação. Essa pesquisa foi realizada com 111 alunos, sendo 47 do 2º ano do Ensino Fundamental com faixa etária entre 6 a 10 anos de idade e 64 alunos do 5º ano do Ensino Fundamental com faixa etária de 9 a 15 anos de idade de duas escolas públicas. Para a coleta de dados foi aplicado um teste de sondagem contendo cinco questões, sendo quatro problemas multiplicativos iniciados precisando que os alunos os completassem e uma questão era para que os alunos formassem um problema multiplicativo a partir de uma conta. Todos os problemas deveriam ser respondidos pelos alunos. Os quatro problemas a serem completados eram baseados na classificação de problemas multiplicativos discutida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1997) – proporcionalidade, comparativa, configuração retangular e situações que envolvem a combinatória.

A partir do teste foi constatado que, embora os alunos do 2º ano não apresentassem acertos totais, eles demonstraram certa compreensão sobre produção de textos matemáticos, eles apresentaram poucos conhecimentos formais de multiplicação, como já era esperado, pois este conteúdo não tinha sido trabalhado formalmente em sala de aula, porém mostraram que os conhecimentos trabalhados, de alguma forma, interferiam nas suas produções. Já o 5º ano apresentava um saber mais formalizado, e, com devidas intervenções, possivelmente avançariam muito mais tanto na construção de problemas quanto na compreensão do conceito da multiplicação.

Como visto acima, diferentes pesquisas em torno da resolução e da produção de problemas foram desenvolvidas com a finalidade de ressaltar a importância do uso de recursos para resolução, como também as discussões voltadas à compreensão e dificuldades por professores e alunos apresentam nesse campo conceitual das estruturas multiplicativas, mas ainda as ênfases dadas à relevância da linguagem matemática aliada à língua materna, visando um melhor processo de ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula. A presente proposta objetiva investigar uma possibilidade de superação de dificuldade de resolução e

compreensão de problemas multiplicativos, buscando propor intervenções em sala de aula com alunos do 4º ano do Ensino Fundamental, nas quais eles passem por momentos de elaboração de problemas multiplicativos, visando assim a enfatizar a relevância da produção de problema como fator contribuidor na aprendizagem matemática dos alunos, auxiliando a compreensão da linguagem matemática para melhor desempenho na resolução de problemas.

## **CAPÍTULO 4**

### **OBJETIVOS E MÉTODO**

#### **4.1 Objetivos**

##### 4.1.1 Objetivo Geral

- Investigar como a produção de problemas multiplicativos por alunos do 4º ano do Ensino Fundamental pode favorecer o avanço da aprendizagem na resolução de problemas envolvendo a multiplicação.

##### 4.1.2 Objetivos Específicos

- Analisar o desempenho dos alunos antes e depois das sessões de intervenção;
- Verificar as estratégias de resposta fornecidas pelos alunos ao resolver os problemas propostos nos testes (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior);
- Identificar os tipos de problemas multiplicativos que foram mais utilizados pelos alunos durante as sessões de intervenção;
- Avaliar a produção escrita dos problemas desenvolvidos pelos alunos antes e após das sessões de intervenção.

#### **4.2 Método**

##### 4.2.1 Estudo piloto

Para verificarmos se os instrumentos de nossa pesquisa seriam adequados, realizamos um estudo piloto com 11 alunos com faixa etária entre 09 e 10 anos de idade do 4º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da área metropolitana do Recife. Utilizamos nessa pesquisa um pré-teste, três sessões de intervenção e um pós-teste após uma semana da finalização das sessões. Os dois testes mencionados foram resolvidos individualmente e para as sessões de intervenção os alunos foram organizados em duplas como forma de pensarem juntos no processo de cada atividade, tendo a participação também da pesquisadora nas produções, levantando questionamentos que auxiliassem nas produções dos pares. Não foi foco de análise a interação entre os pares, pois organizamos os

alunos dessa maneira apenas com o objetivo de discutirem as atividades como geralmente é interessante acontecer no dia a dia da sala de aula, mas é inegável sua relevância no processo de ensino e aprendizagem.

Os dois testes aplicados continham oito problemas multiplicativos para serem resolvidos pelos alunos e não explicitava que os problemas seriam solucionados através da multiplicação. Os problemas desses testes e das atividades para as sessões de intervenção foram elaborados com estrutura multiplicativa baseados nos tipos de problemas multiplicativos discutidos pelos PCN de Matemática (BRASIL, 1997), e os testes tiveram grandeza numérica dos enunciados dos problemas controlada entre 70 a 99 para que os problemas tivessem dezenas altas, possibilitando um possível esforço maior nas resoluções. As atividades propostas foram as seguintes: completar os problemas iniciados, produzir problemas a partir de desenhos, iniciar os problemas que apresentam a partir da pergunta final e produzir problemas a partir de contas de multiplicação.

A primeira e a quarta atividade tiveram dois problemas com grandeza numérica acima de 70 e dois problemas entre 5 a 9. Fizemos dessa forma a fim de termos problemas a serem resolvidos com cálculos numéricos mais fáceis e outros mais trabalhosos para que os alunos que apresentassem dificuldades de resolução numérica, conseguissem refletir inicialmente pelas unidades. Já a segunda e terceira atividade não apresentaram essa grandeza numérica controlada, pois eram os alunos que produziam o enunciado ou o problema por completo. Nos testes foram propostos dois de cada tipo de problema multiplicativo enquanto nas atividades, os pares produziram um problema de cada tipo. Importante salientar que não foi objetivo nosso ensinar os alunos a identificarem cada tipo de problema de multiplicação, mas que eles percebessem a partir das atividades a variedade de situações que envolvem a multiplicação.

No final de cada atividade realizada houve o momento da resolução dos problemas, ora pelas mesmas duplas que produziram os problemas, ora por outra dupla, e após a resolução acontecia uma conversa com a turma a fim de que eles socializassem suas dificuldades, o que perceberam nas produções dos colegas e para fazer uma breve avaliação da atividade.

A partir da aplicação do instrumento foi possível verificar que para o estudo definitivo seria necessário realizar quatro sessões para que em cada sessão fosse

realizada apenas uma atividade com os alunos, pois analisamos que os pares produziram problemas a partir de duas propostas diferentes na mesma sessão e isso acarretou cansaço para a finalização das discussões dos mesmos. Além disso, foi revista a grandeza numérica dos problemas para que eles ficassem mais próximos do que acontece no cotidiano. Melhoramos a formulação de alguns problemas deixando-os mais claros para não prejudicar na produção dos alunos. Percebemos que seria necessário fazer uma sistematização com a turma no final de cada sessão com a finalidade de um resgate do que foi realizado no dia e solicitar após término de cada teste proposto na pesquisa uma produção de problema a partir de uma conta de multiplicação a fim de observarmos possíveis modificações qualitativas das produções dos alunos individualmente antes e após as sessões de intervenção.

#### 4.2.2 Participantes e percurso do estudo definitivo

O estudo foi realizado com 33 alunos do 4º ano do Ensino Fundamental de duas escolas públicas (a utilização de duas escolas foi para garantir um maior número de participantes) da área metropolitana do Recife, com faixa etária entre 08 e 12 anos de idade. A escolha das escolas foi por conveniência e desse ano escolar foi devido os alunos já terem passado pelo processo de alfabetização e estudado formalmente a multiplicação em sala de aula, ou seja, esse ano de escolaridade apresenta características que se adéquam ao planejamento das atividades e procedimento que propomos nessa pesquisa.

Foram realizados nas escolas um pré-teste, quatro sessões de intervenção, um pós-teste e um pós-teste-posterior e ao término de cada aplicação de teste foi solicitado que os alunos produzissem individualmente um problema a partir de uma conta de multiplicação. Os problemas dos testes e as atividades de intervenção foram de estrutura multiplicativa com característica específica de *Proporcionalidade*, *Configuração Retangular*, *Comparativa* e *Combinatória*, baseados nos PCN de Matemática (BRASIL, 1997). A opção de utilizar a classificação dos PCN foi porque ele é um documento oficial, o qual os professores têm maior acesso. E os testes continham oito problemas envolvendo multiplicação, (dois problemas de cada característica acima mencionada), não explicitava que esta operação matemática era necessária para a resolução dos mesmos e apresentaram grandeza numérica

controlada entre 10 e 30 e que em cada teste o contexto dos problemas foram distintos, mas utilizamos o mesmo par numérico em todos os testes.

Vale salientar que esse estudo não é considerado uma pesquisa experimental por não termos utilizado um grupo controle, porém houve uma inspiração experimental. A decisão foi tomada por um método sem essas características mencionadas, porque não pretendíamos comparar qual atividade possivelmente favoreceria mais a aprendizagem dos alunos (a resolução ou a produção de problemas), mas nosso foco de investigação era a contribuição da produção de problemas para o possível avanço na aprendizagem para a resolução de problemas.

No Quadro 1 apresentamos o percurso geral metodológico da nossa pesquisa.

Quadro 1. Percurso geral das ações do nosso estudo

<b>Atividade</b>	<b>Finalidade</b>
Pré-teste	Sondar como os alunos resolviam e produziam problemas multiplicativos
Primeira sessão de intervenção	Completar problemas iniciados
Segunda sessão de intervenção	Formular problemas a partir de figuras
Terceira sessão de intervenção	Completar os problemas a partir das perguntas
Quarta sessão de intervenção	Formular problemas a partir de contas de multiplicação
Pós-teste	Verificar como os alunos resolviam e produziam problemas de multiplicação após as sessões de intervenção
Pós-teste posterior	Verificar como os alunos resolviam e produziam problemas multiplicativos 60 dias depois da aplicação do pós-teste

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Ressaltamos que a pesquisadora conversou com as turmas que iria realizar uma pesquisa que precisava a colaboração de todos e os alunos aceitaram participar e ficaram bastante curiosos. A professora de cada turma permaneceu na sala de aula, mas sem intervir nas atividades.

Inicialmente foi aplicado o pré-teste a fim de conhecer como cada aluno resolvia os problemas envolvendo multiplicação. O pré-teste foi o seguinte, como mostra o Quadro 2.

Quadro 2. Problemas do pré-teste

**1º Maria vai fazer uma festa de formatura e precisa comprar 28 convites para entregar a seus amigos e familiares. Como cada convite custa 4 reais. Quanto Maria pagará pelos convites?**

**2º Um balconista ganha por dia 20 reais e um recepcionista ganha por dia o dobro do balconista. Quanto ganha o recepcionista?**

**3º O auditório de uma escola tem 22 assentos por fileira, como há espaço para 8 fileiras. Quantos assentos cabem no auditório?**

**4º Na loja de Marta tem 10 blusas e 8 saias para vender. De quantas maneiras ela pode formar conjuntos diferentes com todas as blusas com todas as saias para colocar em exposição na vitrine?**

**5º João quer formar torcidas para o campeonato de uma escola, para isso ele precisa comprar 16 camisas. Cada camisa custa 5 reais, quanto ele gastará para comprar a quantidade de camisas que precisa?**

**6º Na escola de Mariana há 13 alunos matriculados, já na escola de João foram matriculados o triplo da quantidade da escola de Mariana. Quantos alunos estão matriculados na escola de João?**

**7º Num estádio de vôlei tem 15 cadeiras por fileira, em cada fileira há 6 cadeiras. Quantas cadeiras há no estádio?**

**8º Uma fábrica tem 12 modelos de toalhas de banho e 5 modelos de toalhas de rosto. De quantas maneiras essa fábrica pode formar conjuntos de uma toalha de banho com uma de rosto, de modo que todas as toalhas de banho possam ser combinadas com todas as toalhas de rosto?**

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (Adaptado)

Após o pré-teste, aconteceram quatro sessões de intervenção em dias alternados, os quatro tipos de produções que organizamos foram a partir das sugestões apresentadas por Chica (2001). Em cada sessão os alunos tinham todo o

período da aula para realizar a atividade proposta, tendo assim tempo suficiente para a discussão. Para esse estudo os alunos foram divididos em duplas e trios não necessariamente mantendo permanente a mesma formação de equipes em todas as sessões. Não gravamos nem filmamos as discussões, a pesquisadora anotou em um diário de bordo os questionamentos que apareceram em cada sessão.

Importante salientar que nessa pesquisa a interação não foi foco de análise, mas que esse processo aconteceu e que é de suma importância para a construção de saberes dos discentes. Os alunos produziram em pares e trios para que houvesse a troca de ideias, favorecendo os momentos de intervenções como acontece normalmente no cotidiano em sala de aula, ou seja, tivemos a pretensão de que as produções possibilitassem o diálogo entre os participantes e pesquisadora.

Na primeira sessão foi solicitado que os alunos completassem os problemas apresentados, como podemos ver no Quadro 3. Escolhemos essa atividade para ser apresentada no primeiro encontro porque com a finalidade de uma discussão introdutória sobre a construção problemas, (ela pedia pouca escrita dos discentes).

Quadro 3. Atividade da primeira sessão de intervenção

<p><b>Esses problemas são de multiplicação e estão incompletos. Vamos completá-los?</b></p> <p><b>1º Pedro está vendendo 32 ingressos para um show. Cada ingresso custa 5 reais...</b>_____</p> <p><b>2º Na minha sala de aula cabe 9 cadeiras por fileira. Como só há espaço para 7 fileiras...</b>_____</p> <p><b>3º No meu aniversário convidei 30 pessoas para minha festa e minha prima convidou para festa dela o triplo da minha quantidade...</b>_____</p> <p><b>4º Viviane tem 8 colares e 4 pares de brincos. Ela quer formar conjuntos diferentes com os colares e os brincos...</b>_____</p>
--

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (Adaptado).

Como podemos perceber nessa atividade, os alunos já tinham todas as informações para resolver os problemas, mas queríamos que eles escrevessem as perguntas que finalizariam as questões. A pesquisadora conversava com as duplas e trios questionando-os sobre qual pergunta caberia em determinada situação. Diferentemente do que aconteceu no pré-teste, pós-teste e pós-teste-posterior, a grandeza numérica não foi controlada. Como nesse momento da coleta o objetivo

principal era a construção/complementação dos problemas e a resolução dos mesmos era a finalidade da produção, (pois na resolução que os alunos iriam analisar suas escritas ou a produção dos colegas numa visão de leitor), buscamos garantir que os valores não fossem um empecilho para a construção e, prevendo que alguns dos alunos poderiam ainda ter alguma dificuldade com dezenas altas, propomos dois problemas que envolviam apenas unidades e nos outros dois mantivemos as situações com grandeza numérica com dezenas altas (entre 10 e 35). Organizamos dessa forma a fim de que os alunos que tivessem mais dificuldades em resolver problemas multiplicativos, percebessem uma situação mais fácil e outra um pouco mais trabalhosa necessitando da ajuda do colega (dupla) referente ao cálculo numérico multiplicativo.

Após o término da escrita dos alunos, a pesquisadora fez trocas<sup>5</sup> das produções para que outra dupla ou trio resolvesse os problemas finalizados. Terminando a resolução, foi feita uma breve discussão, analisando se os escritos estavam coerentes, ou a forma que determinado problema foi finalizado dificultou a compreensão do texto como um todo. Incentivamos que os alunos comentassem, avaliassem a escrita dos colegas e dessem sugestões de como poderia ser melhorada. Nessa finalização foi deixado claro para os discentes que não pontuaríamos o que estava errado quanto à ortografia ou a forma que determinada dupla ou trio escreveu (nível de escrita), pois não era objetivo nosso nesse momento, além de que uma discussão como essa poderia levar esses alunos a se negarem a produzir na sessão posterior, por possível sentimento de inferioridade entre a turma, o foco da avaliação das produções foram voltadas para sugestões que contribuíssem para que o problema ficasse com o sentido mais completo, caso ele estivesse necessitando disso.

Na segunda sessão de intervenção solicitamos que as duplas ou trios formulassem problemas a partir de desenhos. Nessa atividade eles precisavam interpretar os desenhos (as ações que poderiam estar acontecendo) para construir problemas para serem resolvidos. O papel da pesquisadora foi questioná-los sobre o que estavam percebendo em cada desenho e de que forma poderia ser formulado o problema. As ideias dos alunos não eram aceitas ou rejeitadas, mas eram discutidas

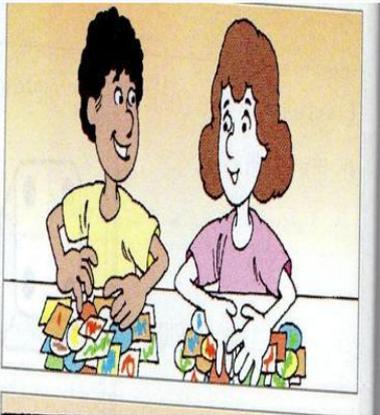
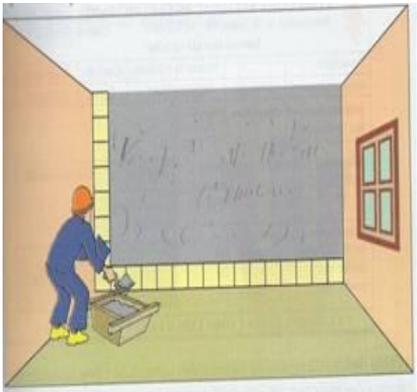
---

<sup>5</sup> As trocas de produções que aconteceram na primeira e terceira sessões foram aleatórias.

para observarem se a escrita estava boa ou algo precisava ser melhorado e como as mudanças poderiam ser feitas no texto.

Não foi possível controlarmos a grandeza numérica, pois os alunos eram responsáveis pela produção do problema em duplas e trios, cada desenho direcionava para um tipo de problema proposto pelos PCN (BRASIL, 1997). No Quadro 4 temos a atividade da segunda sessão.

#### Quadro 4. Atividade da segunda sessão de intervenção

	
<p>Desenho retirado do livro De olho no Futuro, Matemática, 4ª série, Quinteto Editorial, 2005 (proporcionalidade)</p>	<p>Desenho retirado do livro Novo Tempo, matemática, 4ª série, editora Scipione, 1999 (comparativo)</p>
	
<p>Desenho retirado do livro Novo Tempo, 3ª série, editora Scipione, 1999 (configuração retangular)</p>	<p>Desenho retirado do livro Novo Tempo 4ª série, editora Scipione, 1999 (combinatória)</p>

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

Nessa intervenção as próprias duplas e trios resolveram suas situações produzidas a fim de que ao reler suas escritas eles começassem a perceber o que

era necessário acrescentar ou modificar para que o texto ficasse mais claro, uma vez que eles já consideravam prontos. Para concluir a sessão foi feita novamente uma avaliação com a turma, conversando em que sentiram mais dificuldade e facilidade nessa proposta, como também conversamos sobre o raciocínio combinatório, pois teve aluno que não concordava com a ideia de combinar todos os elementos dos dois conjuntos apresentados no contexto do problema e que poderia escolher apenas alguns pares e ter sobras de um determinado conjunto por exemplo.

Na terceira sessão foi solicitado para eles criarem o início dos problemas a partir das perguntas. No Quadro 5 apresentamos essa atividade e podemos perceber que é uma situação inversa da primeira sessão, ou seja, pensar em um contexto que se relacionasse com a pergunta do problema poderia apresentar um esforço maior do que apenas criar um questionamento final.

#### Quadro 5. Iniciar os problemas propostos

**Esses problemas precisam de um enunciado para que tenham sentido.  
Vamos criar essa parte que falta?**

1º \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_. **Quantas cadeiras cabem na sala de aula?**

2º \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_. **De quantas maneiras ele pode combinar suas camisas e bermudas de forma que forme conjuntos diferentes?**

3º \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_. **Diante dessa quantidade entre João e Mateus, quantas bolas Mateus ganhou?**

4º \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_. **Quanto Mariana vai pagar pelos livros?**

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

Nessa atividade também não foi possível controlar a grandeza numérica dos problemas, uma vez que apenas apresentava a pergunta final da situação, as duplas e trios iriam formular um enunciado utilizando os números que sentissem mais segurança e sentido em relação à ideia do contexto apresentado nas perguntas. A função da pesquisadora mais uma vez foi levantar questionamentos para os alunos de maneira que eles percebessem o que poderia melhorar a construção das situações.

Depois das produções finalizadas, as duplas e trios trocaram a atividade para o outro responder, essa troca possibilitou a observação nos problemas com visão de

leitor, favorecendo a percepção avaliativa da construção textual de outros sujeitos. Após a resolução, houve momento de socialização do que observou nos problemas resolvidos dizendo o que estava satisfatório e o que poderia modificar neles e, mesmo não sendo nosso foco de estudo, o ensino de como se resolve a multiplicação. Diante de algumas dificuldades apresentadas voltadas para a resolução com utilização de reservas, a pesquisadora aproveitou para fazer um breve comentário sobre essa questão coletivamente usando para isso problema produzido na sala de aula. Foi uma forma de sistematizar o que era visto nas conversas entre duas e trios no momento da resolução das situações.

Na última sessão foi solicitada que as duplas e trios produzissem problemas a partir de contas de multiplicação. Essa atividade proposta, teve como finalidade deixar os alunos livres para produzirem os tipos de problemas que mais apresentavam autonomia para formularem. Diferente das atividades das outras sessões que direcionavam a construção de problemas nos tipos de problemas multiplicativos abordados pelos PCN (BRASIL, 1997) essa atividade ficou em aberto para que os alunos formassem os problemas se apoiando nas características de problemas de multiplicação que mais sentiam facilidade, com isso a partir dessa proposta buscamos observar qual ou quais tipos de problemas foram mais utilizados.

Mais uma vez a pesquisadora circulou pelas duplas e trios para incentivar a conversa entre eles, fazendo perguntas e mesmo nas apresentações de dúvidas dos alunos ela transformava em uma conversa questionadora fazendo com que a resposta fosse descoberta por eles. Nesta atividade, mais uma vez os alunos produziram de forma semelhante à primeira atividade, apresentamos contas com dezenas altas e também apenas com unidades para que os alunos formassem situações com um cálculo numérico multiplicativo mais fácil e outros um pouco mais trabalhosos. No Quadro 6 temos a atividade da última sessão de intervenção.

Quadro 6. Atividade da quarta sessão de intervenção

<b>Abaixo temos essas contas de Multiplicação. Vamos criar um problema para cada uma delas?</b>			
<b>1º) 5x6</b>	<b>2º) 31x3</b>	<b>3º) 8x4</b>	<b>4º) 17x2</b>

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (Adaptado)

Após a produção das duplas e trios, de forma semelhante à segunda sessão eles mesmos resolveram seus problemas, para que mais uma vez tivesse um momento de repensar suas formulações na leitura para resolução. Ao terminarem de resolver as situações foi discutido o que perceberam de suas escritas e fazendo uma avaliação geral dos encontros realizados. Terminada as das sessões de intervenção, no dia seguinte foi aplicado o pós-teste, como mostra o Quadro 7.

Quadro 7. Problemas do pós-teste

**Vamos resolver esses problemas?**

**1º Valéria precisa comprar 28 lembrancinhas para entregar aos convidados de sua festa. Ela foi a uma loja e soube que cada lembrancinha custará 4 reais. Quanto Valéria gastará pelas lembrancinhas?**

**2º Joana tem 20 figurinhas diferentes na sua coleção. Na sua festa de aniversário, sua tia lhe deu o dobro da quantidade das figurinhas que ela já tinha. Quantas figurinhas Joana ganhou?**

**3º Carlos está fazendo a arrumação na quadra da escola para uma formatura de alunos. Ele quer arrumar as cadeiras em fileiras e colunas. Em cada fileira cabem 22 cadeiras. Se são 8 fileiras, quantas cadeiras haverá na quadra?**

**4º Na cantina da escola de Maria tem 10 sabores de sucos e 8 sabores de sanduíches. Se Maria quiser provar todos os sabores de sucos com todos os sabores de sanduíches, quantos tipos de lanche ela poderá experimentar?**

**5º Joseane organizou um lanche diferente para os funcionários de sua empresa, ela comprou 16 bolinhos de bacia com cobertura de chocolate e cada bolinho custou 5 reais. Quanto ela pagou por esses bolinhos?**

**6º Pedro e Gustavo estão colecionando bonés. Pedro já tem 13 bonés e Gustavo tem o triplo da quantidade de Pedro. Quantos bonés Gustavo tem na sua coleção?**

**7º A formatura da turma de Manoel acontecerá no auditório da faculdade que ele estuda, no local foi colocado 15 cadeiras por fileira, e em cada fileira há 6 cadeiras. Quantas cadeiras foram colocadas no auditório para a formatura?**

**8º Letícia quer fazer um ensaio fotográfico usando seus 12 pares de sapatos diferentes com suas 5 bolsas de modelos diferentes. De quantas maneiras ela poderá usar suas bolsas e sapatos de modo que todas as bolsas e todos os sapatos possam ser usados nesse ensaio fotográfico?**

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (adaptado)

Esse teste teve a finalidade de verificarmos se o trabalho com diferentes situações de produção de problemas auxiliou para o aprimoramento da aprendizagem multiplicativa dos alunos no momento de resolver os problemas dessa operação matemática. Esse teste serviu para analisarmos o possível avanço de aprendizagem que aconteceu de imediato após as sessões de intervenções.

E para um resultado mais aprofundado dessa aprendizagem dos alunos aplicamos o pós-teste posterior depois de 8 semanas da realização do pós-teste. O Quadro 8 apresenta esse teste a seguir.

#### Quadro 8. Problemas de pós-teste-posterior

<p><b>Vamos resolver esses problemas?</b></p> <p><b>1º A professora Carla está organizando uma comemoração ao dia dos estudantes e ela quer comprar 28 cadernos para entregar a seus alunos. Como cada caderno custa 4 reais, quanto a professora vai gastar pelos cadernos?</b></p> <p><b>2º Maria e Roberta gostam de colecionar pulseiras. Maria já tem 20 pulseiras diferentes e Roberta tem o dobro dessa quantidade. Roberta tem quantas pulseiras?</b></p> <p><b>3º João está organizando uma reunião do sindicato para os funcionários em uma quadra. Ele quer colocar 22 cadeiras em cada fileira e só há espaço para 8 fileiras. Quantas cadeiras caberão na quadra para a reunião?</b></p> <p><b>4º Felipe vai viajar e levará 10 camisas diferentes e 8 bermudas de cores diferentes. De quantas maneiras ele poderá formar conjuntos diferentes usando todas as camisas com todas as bermudas nessa viagem?</b></p> <p><b>5º Minha irmã tem uma banca de revista, hoje ela vendeu 16 revistas e cada uma custava 5 reais. Quanto ela lucrou com a venda dessas revistas?</b></p> <p><b>6º Caio tem 2 irmãos, o irmão mais novo tem 13 anos de idade e o mais velho tem o triplo da idade do mais novo. Quantos anos tem o irmão mais velho de Caio?</b></p> <p><b>7º A festa do dia das crianças da escola que minha mãe trabalha acontecerá no auditório da escola. Para que todos os alunos fiquem bem acomodados serão colocadas 15 fileiras de cadeiras tendo em cada fileira 6 cadeiras. Quantas cadeiras caberão no auditório?</b></p> <p><b>8º Na rua que moro foi inaugurada uma nova pizzaria, lá tem 12 sabores de pizzas e 5 tipos de refrigerantes. Se eu quiser provar todos os sabores de pizza com todos os tipos de refrigerantes, quantos pedidos irei fazer?</b></p>
---

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Esse tempo entre os testes permitiu-nos avaliar como eles estavam resolvendo os problemas após passarem possivelmente por outras situações de aprendizagem em sala de aula.

No final de todos os testes foi dado aos alunos um papel solicitando que eles formulassem um problema a partir de uma conta de multiplicação (a mesma para

todos os testes). O Quadro 9 apresenta essa atividade complementar dos testes aplicados para os alunos.

Quadro 9. Solicitação de produção de problema no pré-teste, no pós-teste e no pós-teste posterior

<p><b>Agora, formule um problema utilizando os números dessa conta de multiplicação.</b></p> <p><b>21 x 6=</b></p> <hr/> <hr/> <hr/> <hr/>
--

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Essa formulação de problema em cada teste teve como finalidade sabermos como os alunos produziam antes das intervenções, logo após as sessões e passado 60 dias da produção do pós-teste. Essa atividade realizada individualmente também contribuiu para averiguarmos que tipo de problema multiplicativo foi mais utilizado nesse processo do estudo. Essa formulação individual também contribuiu para perceber como era o nível de escrita do alunado para que na formação de duplas e trios nas sessões de intervenção o processo de compreensão de escrita alfabética não fosse tão distinto (um aluno muito autônomo na escrita e outro que ainda está iniciando a apropriação da base alfabética, dessa forma um faz muito e o outro quase nada), prejudicando no andamento das reflexões e atividades.

#### 4.2.3 Roteiro das sessões de intervenção

##### 4.2.3.1 Primeira sessão

Como realizamos esse estudo em duas turmas procuramos listar alguns questionamentos para fazer durante as produções das duplas e trios de ambas as escolas. Escolhemos essas perguntas a partir das características de cada atividade, buscando auxiliar nas discussões e decisões dos alunos. Vale ressaltar que a atividade era explicada coletivamente, também era explicada nos pares e trios, de

acordo com a solicitação, deixamos que eles iniciassem e no desenvolvimento das produções é que a pesquisadora passava incentivando as reflexões e conversas entre os mesmos.

E ainda é importante destacar que não era objetivo nosso que eles aprendessem o nome dos tipos de problemas trabalhados, mas que percebessem diferentes formas de problemas que envolvem a multiplicação e que a palavra *quanto* utilizada pelos alunos para iniciar a pergunta, foi utilizada possivelmente por consequência das discussões e por ser uma palavra que eles mais relacionaram a perguntar sobre uma determinada quantidade. Pode-se dizer que aconteceu um contrato didático na forma de escrita.

Para a primeira sessão listamos esses questionamentos:

- O que vocês entenderam do enunciado?
- O que está faltando para finalizar esse problema?
- O que essa situação do problema quer saber?
- Quando fazemos uma pergunta, que pontuação colocamos para indicar que é uma pergunta?
- Leiam o problema completo agora. E aí falta alguma coisa no texto?
- Você concorda com a ideia do seu colega (dupla)?
- Qual seria um resultado possível para esse problema?

Outras perguntas vindas dos alunos, mas que a pesquisadora não respondia, apenas dentro da conversa e da produção devolvia as perguntas para que eles pensassem e encontrassem a resposta mais adequada. Como veremos abaixo:

Para o primeiro problema que envolvia venda de ingressos, como mostra o Quadro 10.

Quadro 10. Problema iniciado de proporcionalidade

<p>Pedro está vendendo 32 ingressos para um show. Cada ingresso custa 5 reais..._____</p> <p>—</p>
--

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (Adaptado)

→ O que Pedro está fazendo?

→ Se ele vende ingressos o que recebe em troca? Queremos saber o que de Pedro?

→ Qual palavra usamos no início da pergunta, já que estamos querendo saber da quantidade de dinheiro de Pedro? (essa pergunta auxiliou as duplas e trios que apresentavam dificuldades na reflexão do problema ainda não completado).

O segundo problema que estava relacionado ao número de cadeiras da sala de aula pode ser observado no Quadro 11.

#### Quadro 11. Problema iniciado de configuração retangular

Na minha sala de aula cabe 9 cadeiras por fileira. Como só há espaço para 7 fileiras...\_\_\_\_\_

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (Adaptado)

→ O que vocês acham que são fileiras?

→ O que precisamos saber dessa situação?

→ É a quantidade de fileiras que ainda não sabemos?

→ Qual objeto que está sendo mencionado no problema (quadro, cadeira, mesa...)?

→ Onde essas cadeiras estão?

→ Com qual palavra iniciamos essa pergunta?

O problema que correspondia à comparação de números de convidados em festas de aniversário é apresentado no Quadro 12.

#### Quadro 12. Problema iniciado com ideia comparativa

No meu aniversário convidei 30 pessoas para minha festa e minha prima convidou para festa dela o triplo da minha quantidade...\_\_\_\_\_

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (Adaptado)

→ A quantidade de pessoas que queremos saber é da minha festa ou da festa da minha prima?

→ Qual palavra que usamos no início das perguntas anteriores e que podemos usar nessa situação novamente?

O problema que correspondia à formação de conjuntos de colares e brincos é apresentado no Quadro 13.

#### Quadro 13. Problema iniciado de combinatória

Viviane tem 8 colares e 4 pares de brincos. Ela quer formar conjuntos diferentes com os colares e os brincos.....

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013 (Adaptado)

→ O que Viviane está querendo fazer com os pares de brincos e os colares?

→ Ela vai usar poucas ou muitas vezes esses pares de brincos e colares?

→ Com qual palavra podemos iniciar essa pergunta?

Além da conversação para finalização dos problemas, também foi chamada a atenção sobre a pontuação adequada no final das perguntas. Para realização da atividade foi necessário que os alunos lessem sozinhos em duplas e trios, quando era preciso a pesquisadora lia também, seu escrito e modificassem o que achavam necessário.

Foi percebido que no momento das trocas de atividades para serem resolvidas, alguns alunos tiveram dificuldade para entender a caligrafia do colega (outra dupla ou trio), nessas situações a pesquisadora lia o que eles não tinham entendido. Alguns alunos apresentaram dificuldade em calcular multiplicativamente, então a pesquisadora deixava que o colega que estava realizando o trabalho ajudasse nessas dúvidas e até mesmo quando necessário auxiliava na lógica do raciocínio que um aluno queria explicar para o outro.

Com essa primeira proposta abriu-se espaço para pensar sobre termos comparativos, como, *triplo* que aparecia no enunciado do problema, a dúvida de alguns sujeitos era como representava essa palavra na conta. A pesquisadora acompanhou todas as produções e resoluções e no final realizou uma conversa coletiva com a turma, fazendo-os pensar no que foi realizado no encontro e

discutindo sobre o que perceberam das produções de outras duplas e trios. Foi conversado sobre o que tinha escrito que não ajudou no entendimento do problema, o que poderia ser melhorado e foi destacada a repetição de palavras na mesma situação.

Por fim, foi discutido sobre a pontuação usada na pergunta, a palavra *triplo*, a ausência da palavra *vezes* nos enunciados, ou seja, nem sempre essa palavra aparecerá nos problemas de multiplicação e a palavra *quanto* que apareceu no início das perguntas, (ela é uma das palavras que corresponde para formulação de perguntas).

#### 4.2.3.2 Segunda sessão

Para a segunda sessão de intervenção listamos esses questionamentos:

- O que vocês percebem que está acontecendo nesse desenho?
- O que tem nesse desenho? Quantos são? (no desenho de configuração retangular e combinatória).
- Como podemos formular um problema a partir do que vocês falaram?
- O que queremos saber nesse problema?
- Leiam o que escreveram. Dá para entender ou tem algo que pode melhorar/ mudar?
- Esse problema que escreveram está relacionado com o desenho?
- Você concorda com a ideia do seu colega (dupla/trio)?
- Falta alguma pontuação no final do texto?
- Qual seria um resultado possível para esse problema?

Nessa sessão as perguntas que os alunos fizeram foram bastante relacionadas aos questionamentos planejados, mas também apareceram outras perguntas que a pesquisadora fez de acordo com as dúvidas que as duplas e trios apresentavam, essas mais específicas de cada desenho.

Vale ressaltar que para essa atividade, buscamos direcionar cada desenho para o tipo de problema que estava sendo trabalhado a partir do desenvolvimento da

produção dos mesmos. No Quadro 14 temos o desenho que correspondeu ao problema de proporcionalidade e a seguir as perguntas específicas que apareceram durante a produção.

Quadro 14. Produção a partir de desenho envolvendo proporcionalidade



Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

→ O que cada sujeito está fazendo nesse local?

→ Ah um deles está comprando, ok! Mas comprando o quê?

→ Esse valor é para cada unidade ou toda a quantidade comprada? Leiam novamente como estão escrevendo.

→ Esse valor dado pela unidade está legal mesmo? Geralmente vocês compram isso por esse preço? (momentos que ríamos com preços muito caros ou muito baratos, irrealis do contexto social e eles começaram a pensar como compram no dia a dia).

Para o desenho que estava sendo direcionado para a formulação de problema comparativo, como mostra o Quadro 15, tivemos perguntas distintas do primeiro desenho.

Quadro 15. Produção a partir de desenho envolvendo ideia comparativa



Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

→ O que esses garotos têm nas mãos?

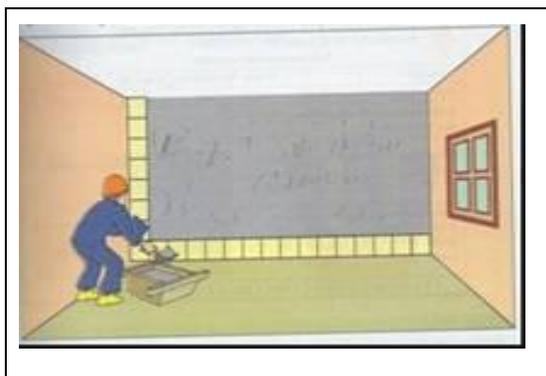
→ Eles poderiam ter quantidades diferentes?

→ Ah, e como podemos colocar essa situação de quantidades de forma que se torne um problema multiplicativo? (em alguns momentos os pares e trios pensaram numa ideia de adição e a pesquisadora pedia para lerem a situação e questionava como eles iriam resolvê-la, dessa maneira eles percebiam o que fugia do que estava sendo solicitado, um problema multiplicativo).

→ Em caso de utilizarem a palavra vezes: Hum, está legal, mas qual outra palavra que poderíamos usar para substituir essa palavra? (nesse caso a pesquisadora questionava buscando um avanço no que eles já sabiam).

No Quadro 16 temos o desenho relacionado à configuração retangular que por sua vez também possibilitou novos questionamentos a partir das dúvidas dos pares e trios.

Quadro 16. Produção a partir de desenho envolvendo configuração retangular



Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

→ O que esse homem está fazendo?

→ De que forma ele já colocou as cerâmicas? (essa pergunta serviu para eles perceberem a fileira vertical e horizontal).

→ Quantas fileiras de cerâmicas caberão nessa parede? (outra forma para eles perceberem a função da fileira de cerâmicas horizontal)

Nesse problema alguns alunos utilizaram o termo de cerâmicas em pé e deitada, que correspondia à ideia da fileira vertical (quantas cerâmicas cabiam em cada fileira) e fileira horizontal (quantas fileiras iriam caber na parede). Essa forma de escrita não foi mudada porque foi observado que eles compreenderam dessa forma e induzi-los a melhorarem a produção faria perder a construção real deles naquele momento.

O Quadro 17 apresenta o desenho a partir do qual buscávamos relacionar à combinatória e em seguida as perguntas próprias para a produção do problema.

Quadro 17. Produção a partir de desenho envolvendo combinatória



Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

→ Temos quais tipos de roupas nessa arara?

→ Pensem em uma situação que fosse necessária usar todas essas peças de roupas.

→ O que fazemos ao vestir esses dois tipos de peças?

→ Esses pares, conjuntos que vocês escreveram serão iguais ou diferentes?

Nessa formulação a maioria das duplas e trios lembrou da atividade da sessão anterior que era para completar o problema iniciado, então eles



→ Quais as informações são necessárias para colocar no enunciado?

→ Qual a quantidade de cadeiras em cada fileira e agora falta o quê? As fileiras? É isso? E quantas fileiras serão?

Para o problema envolvendo combinatória como apresenta no Quadro 19, tivemos outras perguntas.

#### Quadro 19. Produção a partir da pergunta envolvendo combinatória

\_\_\_\_\_. De quantas maneiras ele pode combinar suas camisas e bermudas de forma que forme conjuntos diferentes?

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

→ Quais são as roupas utilizadas nesse problema?

→ De quem é a roupa?

No problema comparativo, como mostra o Quadro 20, foram realizados outros questionamentos específicos para a situação.

#### Quadro 20. Produção a partir da pergunta envolvendo ideia comparativa

\_\_\_\_\_. Diante dessa quantidade entre João e Mateus, quantas bolas Mateus ganhou?

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

→ Qual é a informação que vamos colocar primeiro: número de bolas de João ou de Mateus?

→ Mateus ganhou ou tem essas bolas? Vejam na pergunta como está colocado.

→ Lembrem-se das palavras comparativas que representam números? Podemos usar nesse problema.

E, por fim, para o problema de proporcionalidade, como vemos no Quadro 21, houve também a formulação de perguntas que devolviam as dúvidas que os alunos apresentavam durante a produção.

Quadro 21. Produção a partir da pergunta envolvendo proporcionalidade

\_\_\_\_\_. Quanto Mariana vai pagar pelos livros?

Fonte: SILVA; PESSOA, 2013

- Se ela vai pagar quer dizer que ela está fazendo o quê?
- Esse valor é para todos os livros ou para cada um deles?

Salientamos que esses questionamentos estavam relacionados às leituras que as duplas e trios faziam em suas produções, ou seja, as dúvidas surgiam e a pesquisadora fazia eles retomarem ao que estavam escrevendo e ao que já havia na atividade (as perguntas dos problemas) para que os mesmos pensassem. Nessa proposta de produção de problema, houve a troca de atividades para serem resolvidas, assim os alunos tiveram mais uma oportunidade de avaliar produções que não eram suas.

No momento da conversa coletiva foi lembrado o que foi realizado no encontro, a relação entre enunciado e pergunta coerentes para a formulação de problema, mas ainda quando se questionou sobre as produções dos colegas apareceram algumas duplas ou trios relatando incompreensão na produção, então a pesquisadora pediu que o problema fosse lido e ao lê-lo numa conversa buscando um consenso, os alunos observaram que o problema trazia a ideia correta, o que faltava era uma ou outra palavra que a complementasse e deixando o problema com uma construção melhorada.

Sobre dificuldades em realizar essa atividade, uma turma afirmou não ter sido difícil já a outra relatou que o problema envolvendo configuração retangular não foi fácil (a ideia de fileiras). Esse espaço de discussão a pesquisadora aproveitou para conversar sobre a resolução de cálculos multiplicativos que apresentam reservas, não se pode dizer que foi aula de resolução porque foi um momento rápido apenas colocando o que ela percebia de dificuldade em algumas duplas ou trios.

#### 4.2.3.4 Quarta sessão

E na quarta e última sessão os questionamentos planejados foram os seguintes:

→ Leiam para mim o que escreveram. O que acham? A escrita está legal ou tem alguma coisa que não está dando para entender?

→ Essas informações fazem parte do que queremos saber nesse problema?

→ Você concorda com a ideia do seu colega (dupla/trio)?

→ Vamos pensar juntos? Por que iniciaram o problema assim? Essa pergunta está boa? Podemos retirar alguma palavra que está sobrando nesse problema? → De qual outra forma podemos escrever essa parte da história/ da situação do problema?

→ Vocês estão usando os números da conta?

→ O problema está compreensível? (outra pessoa lendo vai entendê-lo?)

→ Falta que pontuação no final do texto?

→ Qual seria um resultado possível para esse problema?

Nessa sessão os pares e trios tiveram a liberdade de formular questões com características dos tipos de problemas multiplicativos que mais se apropriaram. Para isso, no início da explicação da atividade a pesquisadora lembrou que em outros momentos eles produziram diferentes problemas envolvendo diferentes contextos.

Durante as produções a pesquisadora caminhava entre as duplas e trios incentivando-os a lerem o que estavam escrevendo e pensarem se estava faltando algo. Essa última atividade não houve trocas para resolução, assim os alunos tiveram outro momento de rever suas produções enquanto leitor para resolução. Na conversa coletiva os alunos consideraram essa proposta como a mais fácil de todos os encontros e a mais difícil a produção a partir dos desenhos. Tendo em vista que houve uma frequência maior em determinados tipos de problemas multiplicativos, a pesquisadora leu em voz alta alguns problemas de cada tipo escritos pelos alunos e lembrou os diferentes contextos que foram trabalhados nesses encontros, revendo coletivamente mais uma vez as dúvidas de resolução mais frequentes e também reforçando a discussão de que eles vão encontrar vários problemas que não precisamente terá a palavra vezes para indicar que se trata de uma situação envolvendo multiplicação e confirmando com os mesmos que nesses encontros puderam trabalhar problemas multiplicativos sem utilizar, necessariamente, essa palavra.

Ressaltamos ainda que nas duas sessões que houve trocas de produções para resolução, os alunos que tinham mais autonomia na leitura e escrita apontaram algumas escritas de outros colegas com ausências de letras, necessidade de melhorar a segmentação entre as palavras como erros, mas a pesquisadora informava que isso não era uma produção errada, mas uma construção escrita diferente da deles e os ajudava a entender a escrita. A finalidade das sessões de intervenção era incentivá-los para produzirem problemas e não queríamos correr o risco de alguns alunos que não demonstravam habilidades tão desenvolvidas (leitura e escrita) como os outros se constrangerem ou se sentirem inferior aos demais.

E ainda nas produções que a grandeza numérica não foi controlada, a pesquisadora discutiu com os pares e trios sobre o contexto real (preços e objetos ou alimentos, por exemplo, no preço que compramos diariamente para que as situações não ficassem com contextos estranhos).

Finalizado as ações com os alunos, passamos para o processo de análise dos dados, como veremos no próximo capítulo.

## CAPÍTULO 5

### RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir das sessões de intervenção e dos testes aplicados no percurso desse estudo pudemos observar e analisar como os alunos refletiram, entenderam e produziram problemas envolvendo a multiplicação em momentos de produção em duplas e trios durante os encontros interventivos, mas também individualmente como atividade complementar dos testes. E ainda seus possíveis avanços quanto ao raciocínio multiplicativo dos mesmos apresentados antes e depois das sessões.

Diante de diferentes momentos de análise, nossos resultados e discussões foram organizados da seguinte forma: primeiramente temos a apresentação e discussão sobre as produções dos discentes em cada sessão de intervenção; em seguida trazemos uma análise referente aos testes que foram aplicados no percurso da pesquisa; depois abordamos a análise das estratégias utilizadas pelos estudantes para a realização dos testes; e por fim fizemos uma avaliação sobre a produção de problema solicitada individualmente no final de cada teste.

#### **5.1 Produções durante as sessões de intervenção<sup>6</sup>**

Durante cada sessão de intervenção os alunos puderam refletir diferentes formas de pensar sobre a construção de problema envolvendo a multiplicação, tendo momentos que foi proposto que eles pensassem sobre uma parte específica das situações e outros momentos em que foi solicitado que fossem produzidas as situações completas.

A seguir temos alguns exemplos das produções dos discentes de acordo com cada atividade proposta realizada em duplas e/ou trios.

Na primeira sessão de intervenção foi solicitado que os alunos completassem os problemas. Já havia quase toda a informação, faltando a pergunta que finalizava o texto. Queríamos que os alunos escrevessem o que faltava em cada situação para que ela pudesse ser resolvida. Essa atividade foi escolhida para iniciar os momentos

---

<sup>6</sup> No decorrer da discussão encontraremos as palavras formulação e elaboração com o mesmo sentido de produção de problemas.

de intervenção, porque era uma maneira deles refletirem sobre diferentes contextos que apresentam a ideia de multiplicação sendo necessário que eles pensassem na parte estrutural da escrita que problematiza a situação, ou seja, determina o que precisa ser descoberto.

O papel da pesquisadora foi instigar as duplas e trios, a fim de que eles refletissem sobre suas dúvidas no momento das produções, de maneira que seus questionamentos eram reelaborados por ela que devolvia-os para que os mesmos pensassem e encontrassem as respostas adequadas, isto é, a pesquisadora na função de professora possibilitava situações de reflexão aos alunos a partir das dúvidas dos mesmos através de devoluções<sup>7</sup>. As Figuras abaixo mostram diferentes níveis de entendimento e formulação das perguntas necessárias para completar os problemas.

Vale ressaltar que mesmo tendo utilizado alunos do 4º ano de duas escolas públicas para essa coleta de dados, não distinguiremos produções de escola A ou B, devido termos observado que os alunos das duas turmas (cada turma de uma escola) mostraram-se ter ideias, dificuldades e escritas semelhantes, não necessitando compará-las quanto às suas construções. Por isso organizamos o material produzido das duplas e trios excluindo a diferenciação de instituições de ensino. E ainda a numeração dada a cada dupla ou trio não necessariamente é igual em todas as sessões, uma vez que esses pequenos grupos não eram obrigatoriamente permanentes.

As Figuras 1 e 2 são exemplos de que houve alunos que entenderam a pergunta que faltava ser elaborada na situação, porém suas escritas mostram falhas na concordância verbal da pergunta, e até mesmo no que se refere à maior clareza dos questionamentos. No entanto a partir de atividades contínuas que favoreçam a construção e progressão desse saber, esses alunos certamente melhorariam sua compreensão e produção textual, como defende Lerner (2002), pois a sala de aula pode se tornar um local interessante e contribuidor para novas aprendizagens.

---

<sup>7</sup> Brousseau (1996) define o termo *devolução* como uma forma utilizada pelo professor devolver aos alunos a responsabilidade da construção da aprendizagem, ele é apenas o mediador desse processo.

Figura 1. Complemento do 1º problema pelo Trio 03

1º Pedro está vendendo 32 ingressos para um show. Cada ingresso custa 5 reais... quantos dinheiro eles vai ganhar?

---


$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 5 \\ \hline 160 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 2. Complemento do 1º problema pela Dupla 07

1º Pedro está vendendo 32 ingressos para um show. Cada ingresso custa 5 reais... quanto dinheiro ele tem?

---


$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 5 \\ \hline 160 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na Figura 2 temos a palavra *Conto*, que quis dizer *Quanto*. Embora seja esperado que alunos do ano de escolaridade utilizado nesse estudo fossem leitores e escritores fluentes por já terem passado pelos anos escolares de alfabetização, alguns alunos apresentavam escrita em um nível de silábico alfabético e alfabético recente, (uma escrita não convencional), ainda no processo de apropriação e ampliação da escrita, mas nosso objetivo não era apresentar escritas perfeitas, pois queríamos que eles se expressassem com autonomia, por isso possíveis intervenções da forma de escrever convencionalmente não eram interessantes a serem realizadas no momento das sessões.

Sobre a produção do problema, podemos perceber na Figura 1, ao invés de perguntar, por exemplo, quanto ele vai gastar, o trio pergunta quanto eles vão ganhar e, na Figura 2, a dupla pergunta quanto dinheiro ele tem. Percebemos que

há bons indícios de produção relacionada à Matemática, entretanto, eles ainda precisam perceber qual é a melhor pergunta para finalizar esse problema. Produzir problemas envolve várias idas e vindas, como é discutido por Chica (2001), as diferentes situações e reflexões que possibilitaram o avanço desse saber apresentado.

Já nas Figuras 3 e 4 podemos perceber perguntas produzidas com a ideia mais completa do problema. Embora na Figura 4 haja ausências ou trocas de letras que deixariam algumas palavras escritas totalmente corretas.

Figura 3. Complemento do 1º problema pela Dupla 10

1º Pedro está vendendo 32 ingressos para um show. Cada ingresso custa 5 reais... De Pedro vende tudo quanto ele ganhara? 160

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 5 \\ \hline 160 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 4. Complemento do 1º problema pela Dupla 09

1º Pedro está vendendo 32 ingressos para um show. Cada ingresso custa 5 reais... QUANTO VEDEDO TODO INGRESSOS? 160

$$\begin{array}{r} 32 \\ \times 5 \\ \hline 160 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na Figura 4 a Dupla 09 formulou a pergunta: *Quanto ele ganhou vendendo todos os ingressos?* Mas é importante salientar que essa pergunta, como a da figura anterior (Figura 3), mostram que o valor que o sujeito terá no final ocorrerá se

ele vender todos os ingressos, esse detalhe dado à pergunta possibilita uma resposta mais clara e objetiva correspondente à situação.

Nas Figuras 5 e 6 temos um problema com característica do tipo configuração retangular e podemos comparar mais uma vez que as Duplas perceberam de que se tratava a pergunta, mas nas suas produções há distinções quanto ao nível da estrutura do questionamento. Enquanto na Figura 5 percebe-se que a pergunta é mais vaga na sua escrita, o que está representado na Figura 6 especifica melhor, dizendo o local que essas cadeiras em questão correspondem e nesse mesmo exemplo vemos que na resolução os alunos que realizaram essa etapa (que não foram os mesmos da produção) utilizaram a adição com parcelas repetidas para auxiliar no raciocínio multiplicativo, (não estar explícito esse raciocínio, mas essa afirmação foi devido a pesquisadora observar como a dupla estava resolvendo e contavam  $9+9+9\dots$ ).

Figura 5. Complemento do 2º problema pela Dupla 04

2º Na minha sala de aula cabe 9 cadeiras por fileira. Como só há espaço para 7 fileiras... QUANTOS CADEIRAS TEM?

63

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 7 \\ \hline 63 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 6. Complemento do 2º problema pela Dupla 01

2º Na minha sala de aula cabe 9 cadeiras por fileira. Como só há espaço para 7 fileiras... quantas cadeira tem na sala de aula?

$$\begin{array}{r} 9 \\ \times 7 \\ \hline 63 \end{array}$$

9999999

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A diferença presente entre a Figura 7 e a Figura 8 é que na primeira um dos componentes do Trio era menino e pareceu que ele se colocou como o sujeito do problema e tornou-se um consenso do grupo influenciando na elaboração da pergunta ao colocar *prima dele*, não ficando uma escrita tão coerente quanto ao questionamento escrito pela outra Dupla.

Figura 7. Complemento do 3º problema pelo Trio 08

3º No meu aniversário convidei 30 pessoas para minha festa e minha prima convidou para festa dela o triplo da minha quantidade... quantas pessoas a prima dele convidou para o aniversário? 90

$$\begin{array}{r} 30 \\ \times 3 \\ \hline 90 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 8. Complemento do 3º problema pela Dupla 05

3º No meu aniversário convidei 30 pessoas para minha festa e minha prima convidou para festa dela o triplo da minha quantidade... quantas pessoas foram para festa da minha minha prima?

$$\begin{array}{r} \times 30 \\ 3 \\ \hline 90 \end{array}$$

4º Viviana tem 8 colares e 4 narizes de brinco. Ela quer formar conjuntos

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

E nas Figuras 9 e 10, abaixo, observamos que as duas Duplas entenderam o assunto central da situação, sendo que na Figura 10 há uma formulação mais completa quando confirma a informação que os conjuntos a serem formados serão *conjuntos diferentes*, distinguindo, assim, da Figura 9, na qual faltou o termo que

completa a ideia da combinatória, embora esta também esteja correta. É possível percebermos também a necessidade de melhoria escrita quanto ao tempo verbal, pois a situação aborda algo que vai acontecer e a produção da Figura 10 mostra não está relacionada ao tempo da ação que estava envolvida. Quanto à resolução do problema, observamos que na Figura 10 os alunos que resolveram a situação calcularam corretamente a multiplicação, mas na colocação afirmando o resultado colocaram errado, isso possivelmente aconteceu por uma falta de atenção ou até por terem se equivocado no processo de seus cálculos.

Figura 9. Complemento do 4º problema pela Dupla 12

4º Viviane tem 8 colares e 4 pares de brincos. Ela quer formar conjuntos diferentes com os colares e os brincos...

*quantos com juntos ela vai usar?*

---


$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline 32 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 10. Complemento do 4º problema pela Dupla 02

4º Viviane tem 8 colares e 4 pares de brincos. Ela quer formar conjuntos diferentes com os colares e os brincos...

*quantos com juntos diferentes ela fez? 40 conjuntos*

---


$$\begin{array}{r} 8 \\ \times 4 \\ \hline 32 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

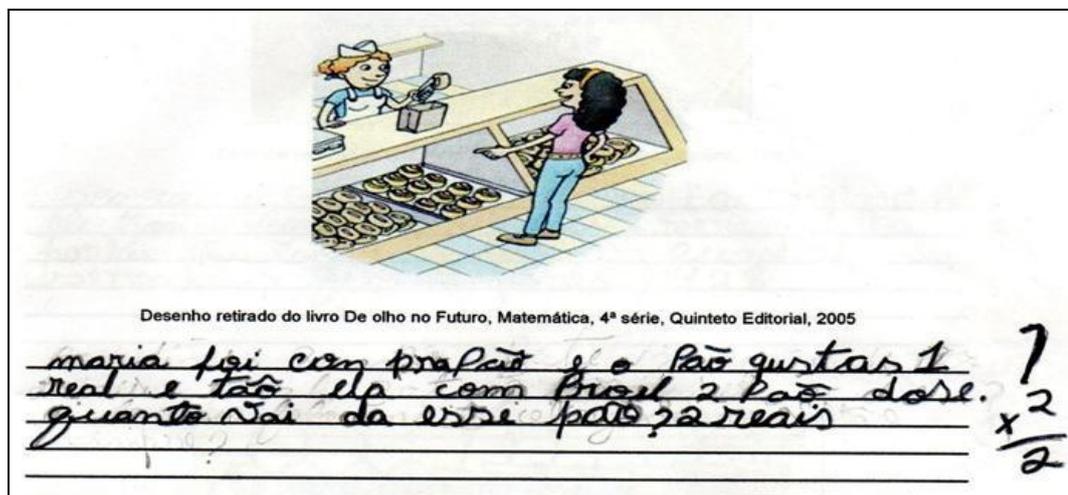
No término dessa sessão foi possível constatar que aparentemente os alunos não mostraram ter hábitos de produzirem problemas, a proposta pareceu interessante e diferente e que formular uma pergunta, mesmo sendo uma atividade que não apresenta grau de dificuldade, alguns alunos precisaram ler, reler, discutir com a pesquisadora e com o colega da tarefa para entender o que cada enunciado

abordava. Vale ressaltar que o uso da interrogação foi algo sempre questionado pela pesquisadora, pois acreditavam finalizar a pergunta com um ponto final, ou seja, esse momento serviu também para refletir sobre a função de algumas pontuações, como ponto final e a interrogação.

A segunda sessão de intervenção foi marcada com a proposta de produzir um problema a partir de desenho. Cada desenho buscamos direcionar para a característica de um tipo de problema multiplicativo, proporcionalidade, comparativo, configuração retangular e combinatória. Nas Figuras 11 e 12 temos exemplos das produções de problemas envolvendo a ideia de proporcionalidade, e uma discussão bastante válida nesse tipo de problema foi sobre o preço que geralmente compramos o pão ou rosquinha, conforme o desenho foi interpretado pela dupla ou trio.

A Figura 11 é um exemplo que mesmo com as conversas sobre o contexto real do meio social que vivemos, a Dupla colocou que o custo de cada pão era 1 real, isso é diferente do nosso dia a dia, pois não costumamos comprar esse alimento por esse preço. Já a Figura 12 apresentou um valor razoavelmente correspondente à realidade. Outra conversa ocorrida nessa situação da compra de pão foi que pensar no preço por unidade era algo distinto do cotidiano, pois nas discussões foi percebido que os discentes costumam comprá-lo a partir da quantidade de dinheiro que o indivíduo tem em mãos. Como: *Dê-me dois reais de pães francêss, moça!* Para eles foi uma maneira nova de pensar nesse tipo de compra.

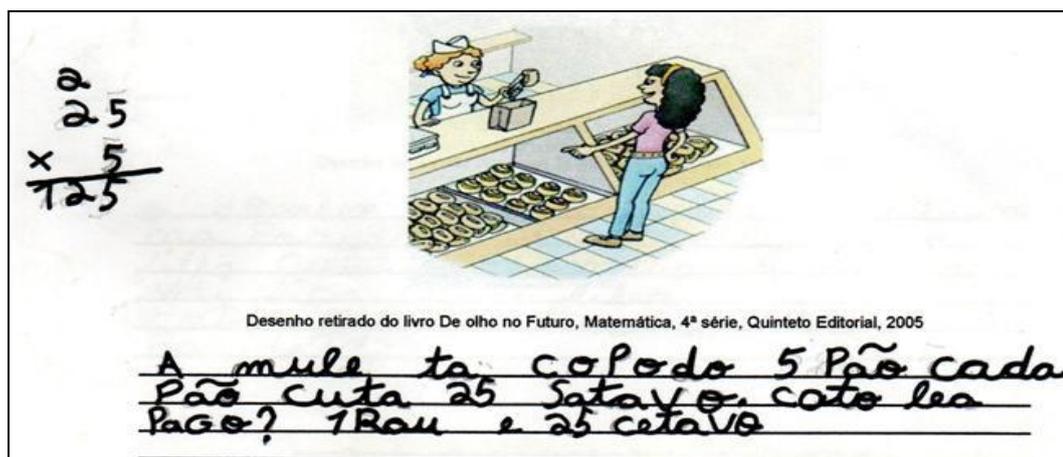
Figura 11. Produção de problema pela Dupla 12



A Dupla 12, representada pela Figura 11, produziu esse problema: *Maria foi comprar pão e o pão custa 1 real então ela comprou 2 pães doces. Quanto vai dá esse pão?* A pergunta poderia ter sido melhorada correspondendo ao custo da compra, mas se fosse dado ênfase a essa possível mudança na construção textual, o material deixaria de ter as características reais dos alunos participantes.

A Dupla 01, Figura 12, formulou o seguinte: *A mulher está comprando 5 pães, cada pão custa 25 centavos. Quanto ela pagou?* Nessa escrita podemos observar que houve uma relação mais coerente no texto comparado ao exemplo anterior. Importante ressaltar a necessidade dos alunos se expressarem na escrita textual nas diferentes disciplinas trabalhadas na escola, pois eles escrevendo, lendo seus escritos e dos outros auxiliarão para que avancem nesse processo de nível de escrita. Embora haja muito a ser ampliado quanto à apropriação correta no processo da habilidade de escrever, percebemos que os mesmos conseguem enfrentar desafios textuais e exporem o que sabem, como podemos observar é possível criar situações propícias para o desenvolvimento da leitura e escrita nas aulas de matemática Fonseca e Cardoso (2009).

Figura 12. Produção de problema pela Dupla 01



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

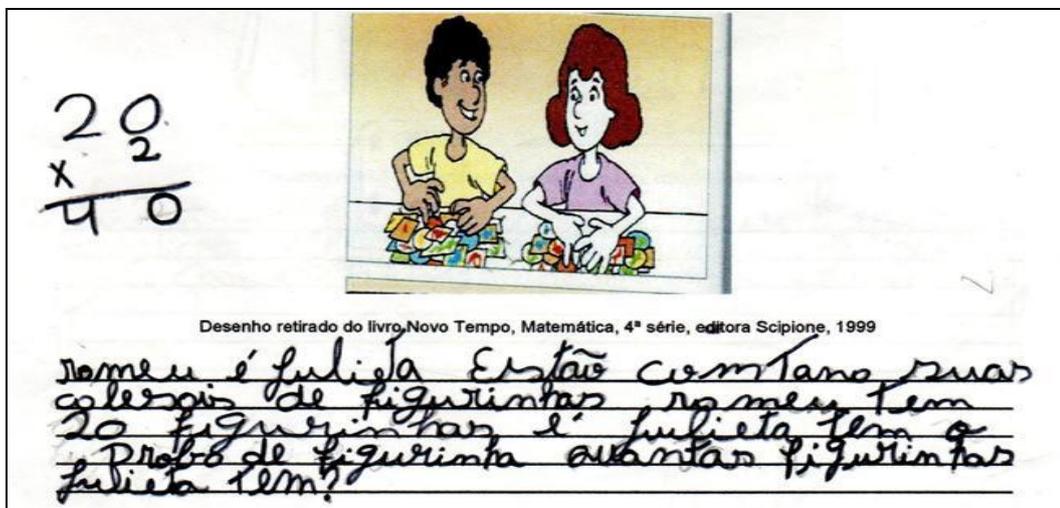
As Figuras 13 e 14 apresentam problemas correspondentes à ideia comparativa, mesmo sendo o mesmo desenho apresentando um contexto de uso de figurinhas, as duplas formularam situações com ações diferentes. Na Figura 13 os alunos relacionam uma contagem de figurinhas acontecendo uma comparação entre quantidades, enquanto na Figura 14 faz esse comparativo envolvendo uma compra. Interessante analisarmos isso, pois significa que todos os estudantes envolvidos na

sessão de intervenção produziam o que a pesquisadora esperava, eles tinham a autonomia de imaginar e escrever a situação que mais era adequada, ela apenas auxiliava nas conversações das duplas ou trios. É de suma importância que em sala de aula os alunos possam expressar seus conceitos em diferentes elaborações de situações para que confirmem e construam novos saberes como é discutido por Fernandes (2006).

Nesse tipo de problema foi observado que eles já mostravam um domínio maior comparado às outras características de situações envolvendo a multiplicação. A diferença é que era bem comum utilizarem o termo *vezes mais* para dizer um valor comparativo como dobro, triplo, entre outros. Então para essa situação foi instigado que os pequenos grupos pensassem nessas palavras relacionadas à Matemática e mais apropriadas para as situações que estavam sendo produzidas. Como nesse questionamento: *Em caso de utilizarem a palavra vezes: Hum, está legal, mas qual outra palavra que poderíamos usar para substituir essa palavra?*

Cada dupla e/ou trio passou a refletir sobre as possíveis mudanças, dessa forma não sendo uma construção de aprendizagem expositiva, ou seja, a pesquisadora apresentando as nomeações dadas a cada número, mas sim um aprendizado a partir de descoberta, de busca de relações entre o que possivelmente já tinham estudado com seu uso em problemas.

Figura 13. Produção de problema pela Dupla 09



Desenho retirado do livro, Novo Tempo, Matemática, 4ª série, editora Scipione, 1999

Nomeu é Julieta. Estão com suas suas coleção de figurinhas. nomeu tem 20 figurinhas e Julieta tem o dobro de figurinha quantas figurinhas Julieta tem?

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 14. Produção de problema pela Dupla 05

10  
+ 2  
—  
12

Desenho retirado do livro Novo Tempo, Matemática, 4ª série, editora Scipione, 1999

GABRIEL COMPROU FIGURINAS GASTOU 20 REAIS  
E MARIANA GASTOU O TRIPLO DE REAIS  
COMPRANDO FIGURINAS QUANTOS REAIS MARIANA  
PAGOU?

60

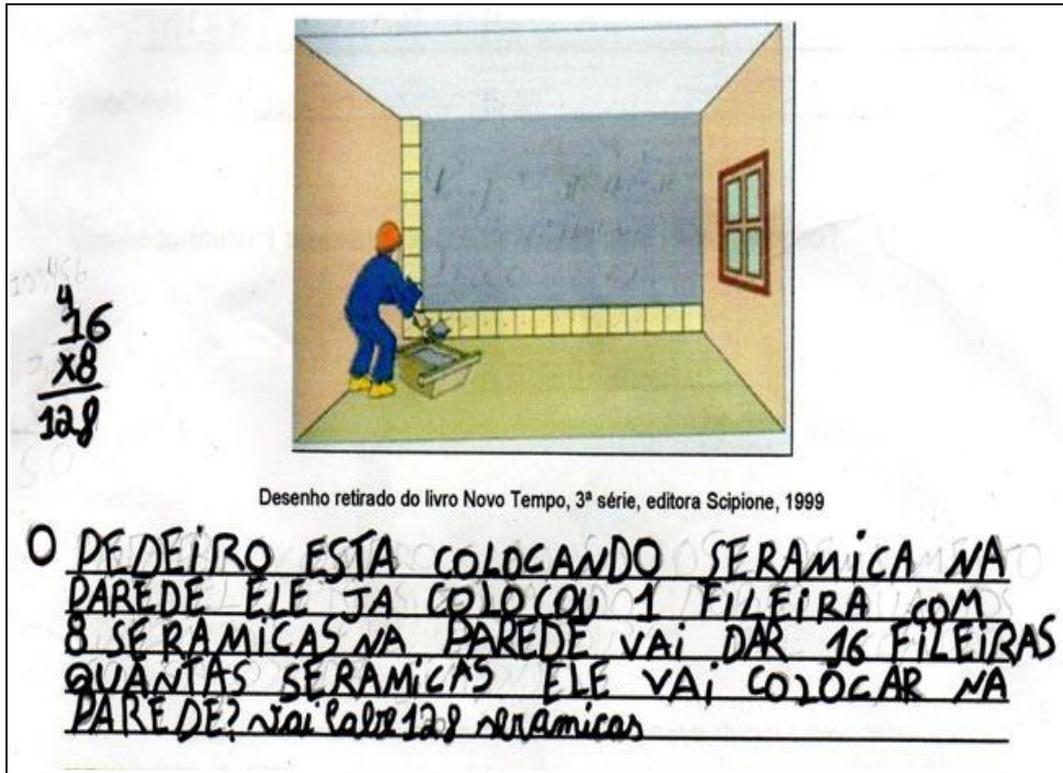
20  
x 3  
—  
60

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Nas Figuras 15 e 16 temos exemplos de elaboração de problemas envolvendo características de configuração retangular. A interpretação desse desenho foi considerada a mais difícil entre os alunos, pois precisava pensar no que o sujeito estava fazendo, o local, o que estava usando na sua ação, o que já tinha feito na parede, sua quantidade, para, posteriormente, descobrir o quantitativo utilizado na sua atividade. As duplas e trios passaram a entender melhor esse desenho quando começaram a relacioná-lo com o problema da organização de cadeiras da sala de aula, discutida na sessão anterior. No entanto, pensar num contexto de sala de aula pareceu ser mais fácil do que na colocação de cerâmicas numa parede, esse fato possivelmente aconteceu por o primeiro contexto ser algo mais da vivência das crianças do que o trabalho de um pedreiro realizando esse tipo de serviço.

O ponto central foi terem percebido a necessidade da utilização da palavra *fileiras*. Cada questionamento sobre esse desenho a pesquisadora devolveia a pergunta para que os mesmos encontrassem a melhor resposta que auxiliasse na escrita do problema.

Figura 15. Produção de problema pela Dupla 16



4  
16  
x8  
---  
128

Desenho retirado do livro Novo Tempo, 3ª série, editora Scipione, 1999

O PEDEIRO ESTÁ COLOCANDO CERÂMICA NA PAREDE ELE JÁ COLOCOU 1 FILEIRA COM 8 CERÂMICAS NA PAREDE VAI DAR 16 FILEIRAS QUANTAS CERÂMICAS ELE VAI COLOCAR NA PAREDE? Vai colocar 128 cerâmicas

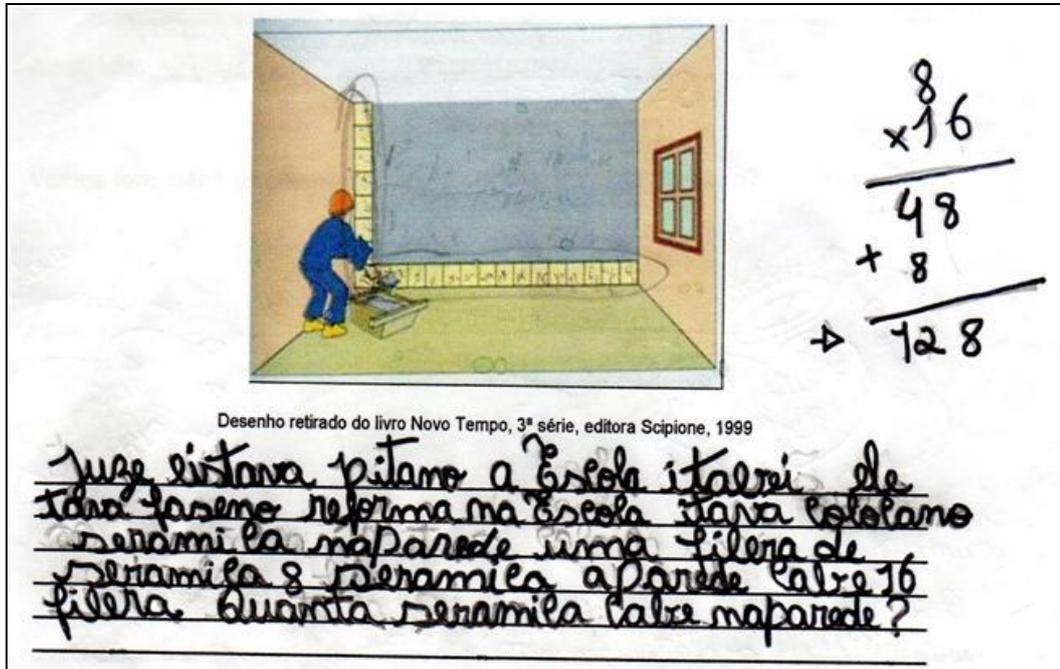
Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Entre os exemplos apresentados, observamos que na Figura 16 a Dupla começou um contexto que não parecia colaborar para a ideia do que o desenho apresentava, mas com o decorrer da produção foi entendendo a ideia e construindo a situação. Outra observação necessária é no que se refere à resolução dessa situação, pois a Dupla 06, Figura 16, realizou um raciocínio diferente para chegar ao número de cerâmicas que caberiam na parede. Como podemos ver na atividade, ela calculou a multiplicação como se tivessem dois multiplicadores, foi uma forma de resolver o cálculo numérico sem utilizar as reservas que apareceriam numa conta com apenas um multiplicador. Azeredo (2008) aborda que estratégias usadas pelos alunos são essenciais para que a construção da autonomia e discussão geradoras de novos saberes. Apesar de inicialmente serem incoerentes, são o indício inicial de como os estudantes estão pensando e utilizando a linguagem matemática.

Essa estratégia utilizada pela dupla (nessa atividade as duplas e trios que produziram resolveram seus próprios problemas, não houve trocas), implica refletirmos que mesmo que sejam ensinadas as operações formais a serem utilizadas para a solução de situações, os alunos vão formando as relações dessa

formalidade matemática aos poucos, e sua maneira estratégica de chegar aos resultados é o pontapé inicial para eles avançarem na aprendizagem esperada.

Figura 16. Produção de problema pela Dupla 06



Desenho retirado do livro Novo Tempo, 3ª série, editora Scipione, 1999

Juzé sistona pitamo a escola itabri de  
 tána fazeme reforma na escola itana cololamo  
 serami la mpareda uma filera de  
 seramila 8 seramila a pareda cabre 16  
 filera. Quanta seramila cabre mpareda?

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

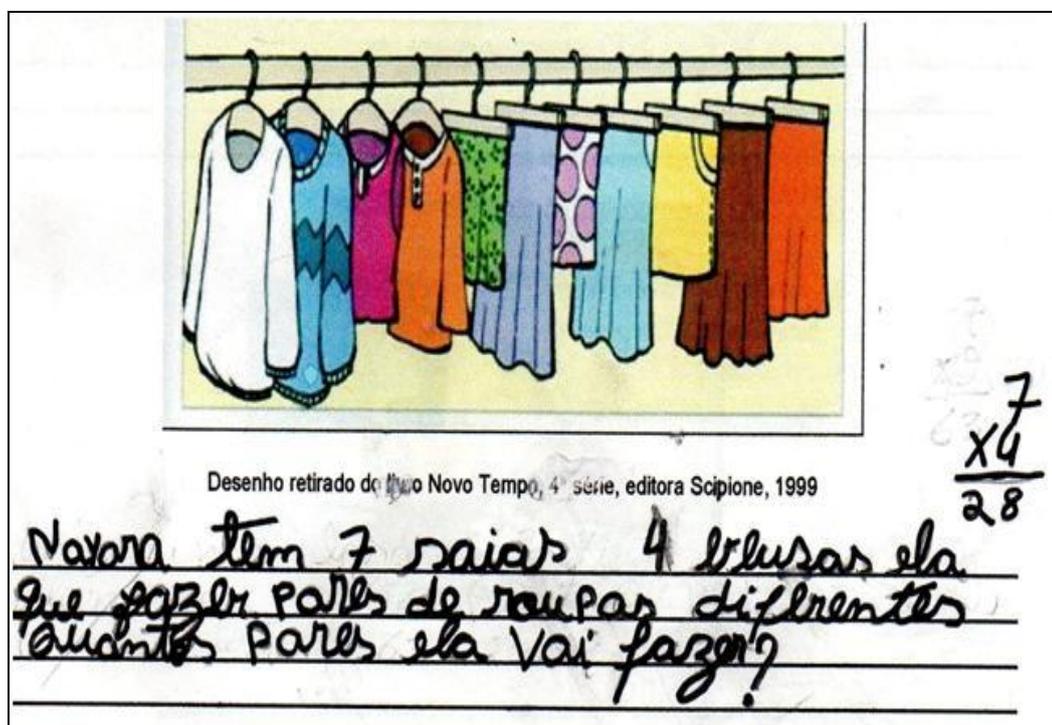
O quarto e último desenho apresentado na atividade foi o que buscávamos relacionar à ideia de combinatória. Diferente do que imaginávamos, os estudantes não mostraram muita dificuldade em produzir esse tipo de problema, pois nas conversas mostraram fazer ligação com o problema de combinatória da sessão anterior, sendo que nessa situação teriam que refletir num contexto adequado correspondente a esse desenho.

As Figuras 17 e 18 são exemplos das elaborações que aconteceram para esse desenho. Vale ressaltar que o que mais foi discutido, tanto entre as duplas e trios como na sistematização, foi a ideia do raciocínio combinatório, em que, diferentemente do dia a dia que o indivíduo escolhe um par de roupa para vestir, pensar em possibilidades diferentes a partir de uma determinada quantidade de peças e tipos de peças. No primeiro momento os alunos pensaram em formar um conjunto utilizando uma blusa e uma saia e informar a sobra de algumas peças.

Os questionamentos e reflexões possibilitaram que eles passassem a pensar em usar todas as peças em possibilidades distintas que mostraram maior

entendimento nesse tipo de problema, a partir desse comentário da pesquisadora: *Pensem em uma situação que fosse necessária usar todas essas peças de roupas.* No entanto alguns alunos apresentaram algumas divergências por não aceitarem essa forma de raciocínio.

Figura 17. Produção de problema pela Dupla 10



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

No momento da sistematização dessa sessão foi conversado com o grande grupo sobre as dúvidas relacionadas a esse tipo de situação, e pareceu que a não aceitação da forma de resolução foi diminuindo. Como podemos perceber mesmo defendendo a relevância da leitura e escrita nas aulas de Matemática, não podemos deixar de considerar a contribuição que a oralidade tem para expressão das ideias conceituais Nunes, Carraher e Schliemann (2011). Foi percebido que produzir um problema por completo de combinatória foi mais impactante do que colocar apenas a pergunta como foi realizado na primeira sessão. Na Figura 18 aparece mais uma vez a colaboração da adição com parcelas repetidas para o processo do raciocínio multiplicativo.

Figura 18. Produção de problema pela Dupla 04



Desenho retirado do livro Novo Tempo, 4ª série, editora Scipione, 1999

Como Anália tem 4 blusas e  
 7 saias ela que faz pares diferente  
 para vesti cada par de roupas  
 diferente quantos conjuntos ela  
 que faz?

$$\begin{array}{r}
 4 \\
 \times 7 \\
 \hline
 28
 \end{array}$$

~~7~~ ~~7~~ ~~7~~ ~~7~~

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na discussão coletiva os alunos afirmaram que o desenho que dava ideia de configuração retangular foi o mais difícil de interpretar e formular o problema, os outros desenhos pareceram mais fáceis e para a turma de uma das escolas disse que o problema que envolvia combinatória foi o mais fácil.

Na terceira sessão os alunos foram convidados a produzirem problemas a partir da pergunta, ou seja, iniciar as situações com enunciados. Essa atividade favorece na reflexão da importância da pergunta nos problemas, visto que logo que os alunos começam a formular situações há uma frequência de esquecerem o questionamento do problema (CHICA, 2001).

Para exemplificar as produções de proporcionalidade temos as Figuras 19 e 20. Nelas podemos observar que na primeira há uma construção mais completa de informações de forma que contribua para sua resolução, já a segunda apresentou um enunciado, mas necessitava de maior clareza nos dados, pois outro aluno resolvidor da situação poderia ficar em dúvida se todas as fileiras têm o mesmo número de cadeiras.

Figura 19. Iniciação do problema pela Dupla 02

1ª sala de aula de Fernanda tem 24 fileiras e em cada fileira tem 4 cadeiras

---

Quantas cadeiras cabem na sala de aula?

$$\begin{array}{r} 24 \\ \times 4 \\ \hline 96 \end{array}$$


Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 20. Iniciação do problema pela Dupla 05

1ª sala de aula havia 6 cadeiras e uma fila e 7 fileiras

---

Quantas cadeiras cabem na sala de aula?

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 7 \\ \hline 42 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na Figura 19 há registro de auxílio do desenho como estratégia para resolução da situação, reafirmando, dessa forma, a importância de permitir que os alunos utilizem seus meios de pensar sobre a solução do problema, não o restringindo a usar apenas os cálculos operatórios ensinados em sala de aula. A Figura 20 apresenta uma escrita com a presença de falhas na sua construção, porém, as possíveis revisões desse texto poderiam ser realizadas em momentos posteriores e não nesse encontro, pois não era a intenção da pesquisadora intervir no seu nível de escrita.

Nas produções de problemas envolvendo a combinatória podemos entender que a especificidade da palavra *diferente* no contexto colabora para que o leitor

perceba a necessidade de maneira clara que as combinações realizadas não serão iguais e aumentando assim o número de possibilidades na resolução e realizando de fato o raciocínio combinatório. Nas Figuras 21 e 22 vemos que há pequenas diferenças dos enunciados, mas que numa leitura do problema todo se percebe que quando a Dupla 8 detalha no início da situação que as combinações envolvidas no contexto deverão ser pensadas usando as peças de formas diferentes, expressa de imediato a objetividade do problema, enquanto na produção da Figura 21 só aparece no final do texto, ou seja, na pergunta, não apresentada na construção da dupla, mas no que já estava posto.

Figura 21. Iniciação do problema pela Dupla 14

2º LUCAS TEM UMA LOJA DE ROUPAS E  
 ELE QUER COMBINAR 8 CAMISAS E 5 BERMUDAS  
 PRA FAZER CONJUNTOS PRA COLOCAR NA VITRINE.

De quantas maneiras ele pode combinar suas camisas e bermudas de forma que forme conjuntos diferentes?

$$8 \times 5 = 40$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 22. Iniciação do problema pela Dupla 08

2º JOÃO QUERIA FORMAR CONJUNTO DE FRENTE  
 COM 6 CAMISA E 5 BERMUDA.

De quantas maneiras ele pode combinar suas camisas e bermudas de forma que forme conjuntos diferentes?

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 5 \\ \hline 30 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Nas Figuras 23 e 24 observamos que os enunciados das situações comparativas foram escritos de forma semelhante, distinguindo apenas na grandeza numérica apresentada. A Figura 24 apresenta uma relação de comparação envolvendo números bastante altos, chegando a um resultado possivelmente distante da realidade cotidiana, ou seja, um sujeito ganhar 480 bolas de gude em um determinado momento é algo mais difícil de acontecer do que o que acontece no enunciado da Figura 23 que resulta na quantidade final de 28 bolas de gude.

A criatividade dos alunos algumas vezes revela elaborações de situações que dificilmente aconteceriam na realidade, sendo necessário que o professor em diferentes momentos de produção de problemas discuta com sua turma sobre contextos imaginários, fantasiosos e situações que geralmente aparecem no cotidiano das pessoas. O docente tem esse importante papel de mediar entre as situações e os alunos, buscando o aprimoramento das aprendizagens como podemos perceber nas discussões de Brito (2010) e Charnay (1996).

Figura 23. Iniciação do problema pela Dupla 09

3º João ganhou 7 bolas e Mateus ganhou o quadruplo de João.

Diante dessa quantidade entre João e Mateus, quantas bolas Mateus ganhou?

$$\begin{array}{r} 7 \\ \times 4 \\ \hline 28 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 24. Iniciação do problema pela Dupla 15

3º João tem 120 bolas de gude mais Mateus ganhou quadruplo de João.

Diante dessa quantidade entre João e Mateus, quantas bolas Mateus ganhou?

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 4 \\ \hline 480 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Nos problemas envolvendo ideia de proporcionalidade os alunos demonstraram bastante facilidade nas elaborações de enunciados, pois tanto a produção representada na Figura 25 quanto a representada na Figura 26 mostram que foram apresentados contextos práticos. Vale ressaltar que na Figura 25 temos um contexto de pagamento de livros em uma biblioteca, sabemos que numa situação real não pagamos livros desse local, mas ela realiza empréstimos das obras. Possivelmente esse contexto apareceu por os alunos dessa turma serem bastante envolvidos com empréstimos de livros da biblioteca da escola para ler em casa, então pode ser que tenha sido conversado anteriormente sobre prazos de devolução e taxas existentes para quem não cumpre as datas estabelecidas, o que não significa afirmar que há cobranças de taxas nessa biblioteca.

Figura 25. Iniciação do problema pela Dupla 07

4ª Mariana vai pagar 7 livros da biblioteca  
e ela vai pagar 10 Reais de cada livro

Quanto Mariana vai pagar pelos livros?

$$\begin{array}{r} 10 \\ \times 7 \\ \hline 70 \end{array}$$

70

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 26. Iniciação do problema pela Dupla 06

4ª Mariana vai compra 5 livros cada um  
custa 5 reais

Quanto Mariana vai pagar pelos livros?

calculo  $\begin{array}{r} 5 \\ \times 5 \\ \hline 25 \end{array}$  resposta 25

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

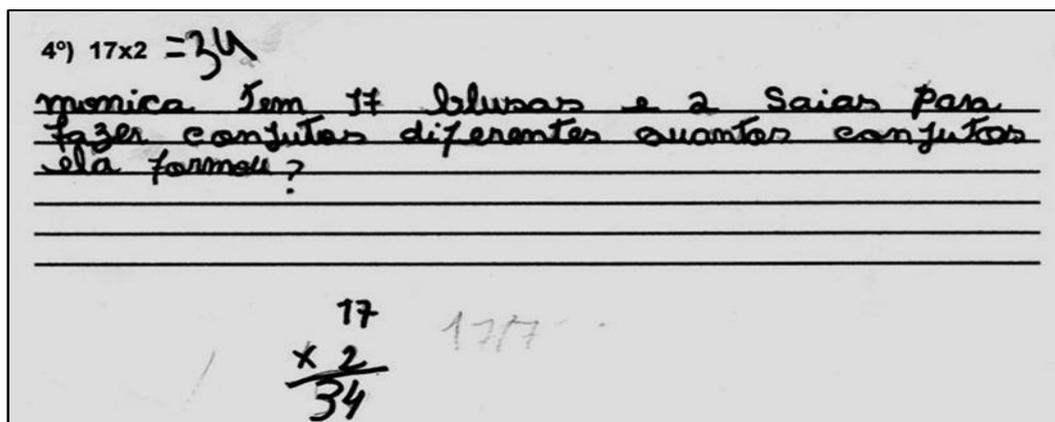
No final das produções e trocas para a resolução, foi possível perceber na conversa coletiva que embora alguns tipos de problemas sejam mais fáceis na elaboração como os de comparativa e proporcionalidade, no geral essa atividade proposta possibilitou que os alunos apresentassem um esforço maior para produção, comparada à atividade da primeira sessão, pois eles precisavam apresentar informações em um determinado contexto que relacionasse a ideia de multiplicação relacionando com o que já estava escrito, ou seja, a pergunta da situação.

Na quarta e última sessão de intervenção foi solicitado que os discentes produzissem problemas a partir de uma conta de multiplicação. Essa atividade teve um diferencial porque nas anteriores eles deveriam criar um problema de cada tipo de ideia multiplicativa, já nessa sessão eles tiveram a liberdade para produzir as situações com as características que mais apresentavam autonomia.

Mais uma vez os alunos foram organizados em duplas e trios, a atividade apresentou quatro contas da operação matemática já mencionada, no total tivemos 13 pequenos grupos formados (soma das duas turmas participantes), ou seja, no final da tarefa proposta tivemos 52 problemas produzidos, sendo possível percebermos o tipo de problema utilizado com mais frequência nesses produções.

Entre os tipos de problemas presentes nas situações, o problema de combinatória foi o menos utilizado, aparecendo apenas em uma produção, como mostra a Figura 27. Isso nos implica pensarmos que a ideia contextual que envolve um raciocínio combinatório mostrou ser mais complexo e difícil para o processo de produção pelos alunos, embora, nas situações de produção anteriores, eles tivessem criado esses tipos de problemas, quando o direcionamento da atividade apontava para esse tipo de produção. Isso pode ter ocorrido porque a situação já estava posta para a criação desse tipo de problema, mas quando eles se sentiram livres para criar não optaram por um problema que possivelmente consideraram mais difícil de produzir.

Figura 27. Produção a partir de uma conta pela Dupla 02



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

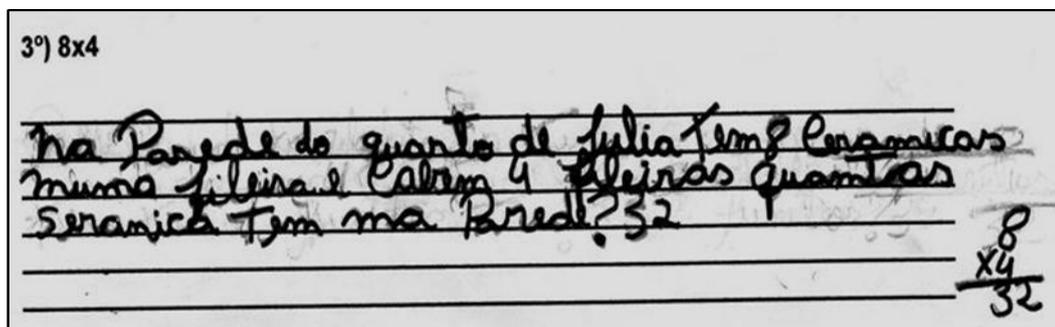
No que se refere ao problema de configuração retangular, apareceram apenas duas situações produzidas pela mesma dupla, ou seja, foi confirmada a dificuldade de construir problemas com essas características, pois comparando as atividades propostas, eles elaboravam com mais rapidez e apropriação (sem tantas conversas interventivas) nas atividades que de alguma forma apresentavam uma parte que ajudava na compreensão da situação, diferente da produção completa a partir de desenho, ou até mesmo dessa atividade a partir de conta que os estudantes teriam que pensar nas relações de um texto completo.

Interessante ressaltar que a Dupla 06 apresentou nessas duas produções de configuração retangular os dois contextos que mais foram discutidos durante as sessões, a organização e quantidade de cerâmicas num determinado local e a distribuição de cadeiras no espaço da sala de aula.

Na Figura 28 podemos observar que a produção foi semelhante à ideia do desenho da segunda sessão, o que mudou foi o local da situação envolvida, e a escrita textual mostrou-se uma forma simplificada das discussões anteriores. Na Figura 29 a Dupla utilizou o contexto de sala de aula, embora não tenha apresentado uma situação mais voltada à realidade quanto a relação entre número de cadeiras por fileira, pois é difícil pensarmos nesse espaço escolar cabendo 31 fileiras mas com 3 cadeiras e cada fileira. Dessa forma podemos convergir com Santos (2009) quando afirma que a escrita é melhorada quando é praticada, para essa atividade. Percebemos que cada vez mais que for dada a oportunidade aos alunos de produzirem problemas, e isso não se restringe a problemas multiplicativos,

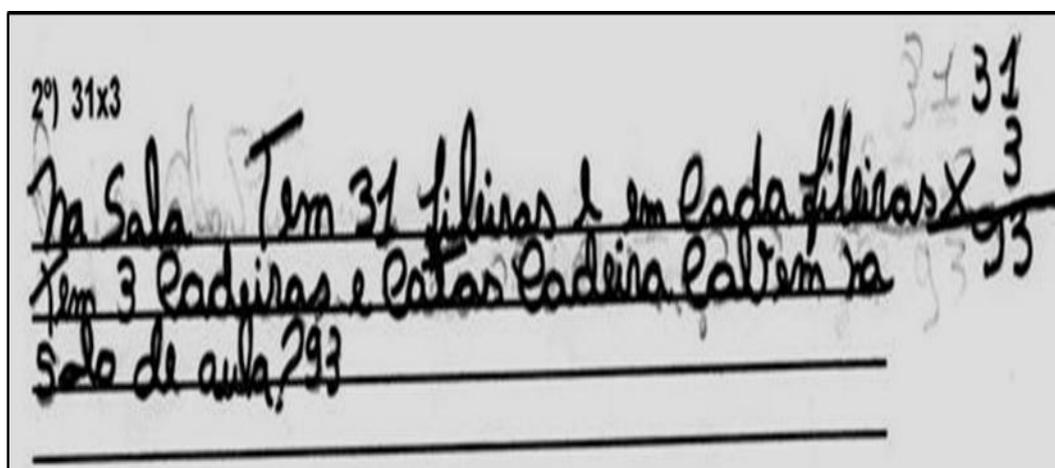
mais eles passarão a observar como e o que escrevem, possibilitando reescritas com ampliação dos contextos e ideias envolvidas nas situações.

Figura 28. Produção a partir de uma conta pela Dupla 06



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

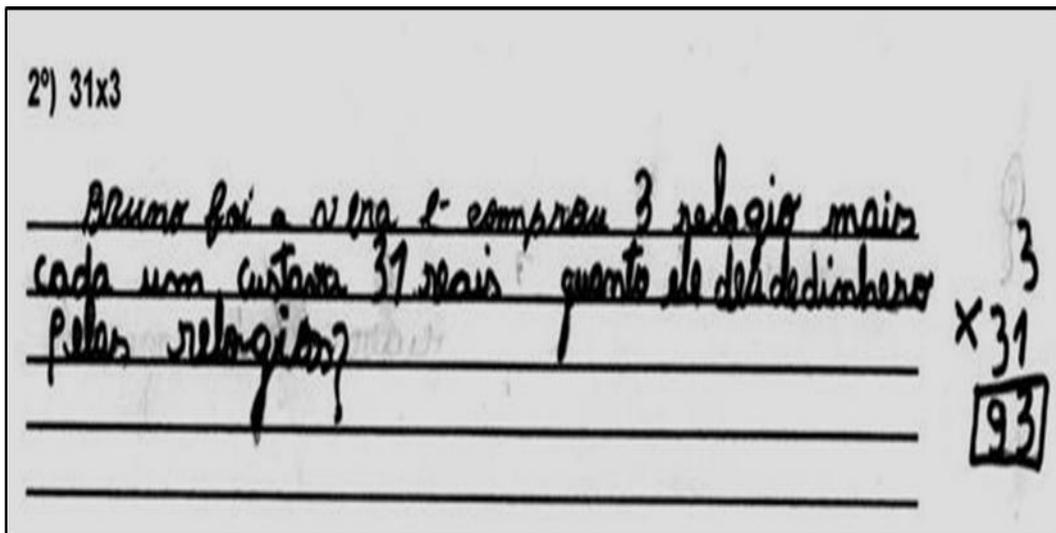
Figura 29. Produção a partir de uma conta pela Dupla 06



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

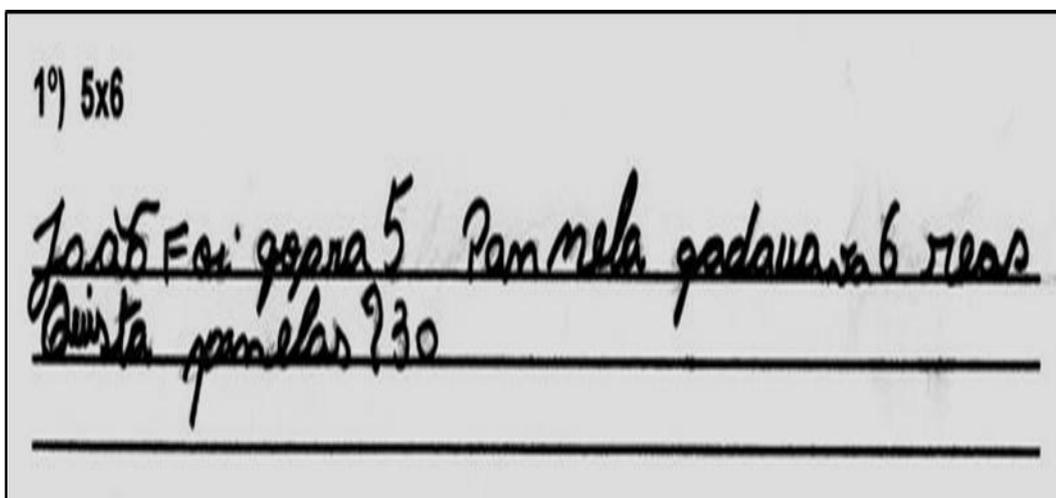
Quanto às produções envolvendo ideia de proporcionalidade, sete situações foram formuladas, mudando nossa concepção de que esse tipo de problema poderia ser considerado o mais fácil para os alunos pela possibilidade de conter ideias contextuais muito presentes ao cotidiano deles e, muito provavelmente, por ser o problema multiplicativo mais trabalhado nos livros didáticos (PESSOA; SILVA; MATOS FILHO, 2006). As Figuras 30 e 31 foram colocadas como exemplo do que foi produzido usando as características desse tipo de problema. Salientamos que na escrita dessa Dupla 07 a palavra *vera* significa *feira*, uma troca comum quando os alunos estão ampliando seu nível de escrita alfabética.

Figura 30. Produção a partir de uma conta pela Dupla 07



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 31. Produção a partir de uma conta pelo Trio 12



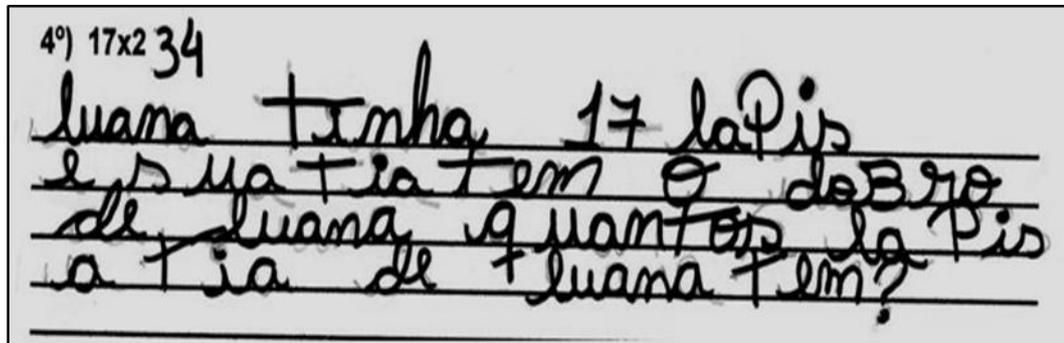
Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na Figura 31 temos a seguinte formulação: *João foi comprar 5 panelas cada custava 6 reais. Quanta panelas?* Podemos observar que faltou coerência textual nessa situação, mas há os indícios necessários para percebermos que esses alunos compreendem a ideia de situações de proporcionalidade, até mesmo porque apresentaram um contexto bastante usual do dia a dia.

E por último o tipo de problema comparativo que obteve 42 produções, ou seja, o mais utilizado pelos alunos. Parece-nos que o envolvimento dos termos comparativos dobro, triplo, entre outros, contribuíram para um maior interesse nessa

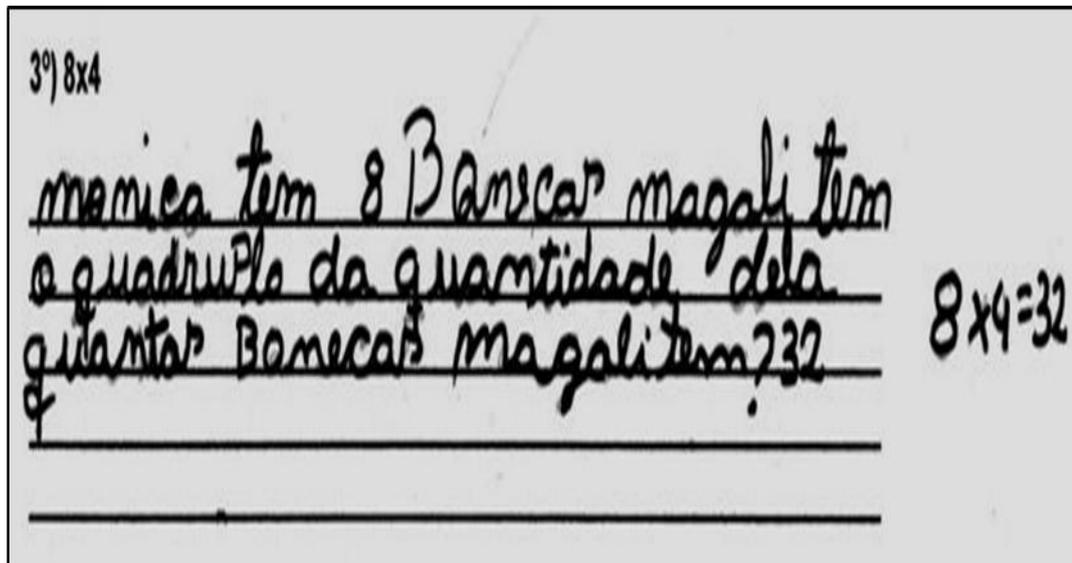
característica de problema. Essas situações mostraram favorecer de alguma forma na relação dos seus saberes prévios voltado a essas palavras com a colocação em prática em diferentes contextos de situações. As Figuras 32 e 33 servem como exemplificação das produções desse tipo de problema multiplicativo.

Figura 32. Produção a partir de uma conta pela Dupla 04



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 33. Produção a partir de uma conta pela Dupla 10



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Tanto a Figura 32 como a 33 mostram a autonomia que eles apresentaram em formular situações comparativas de maneira prática sem dificuldades, relacionando os números das contas adequadamente nos contextos escolhidos. No final da

realização dessa atividade e resolução (não houve trocas para solucioná-las<sup>8</sup>) pudemos confirmar através da fala deles que essa atividade foi a mais fácil.

De modo geral podemos definir que todas as sessões de intervenção apresentaram contribuições de alguma forma para o entendimento textual para a escrita de problemas como uma oportunidade dos alunos conversarem sobre a resolução dos mesmos. No entanto observamos no término das sessões que cada atividade apresentou uma função e um grau de dificuldade diferente. As sessões 2 e 3 apresentaram a necessidade de maior esforço para as produções, ainda tendo a segunda atividade como a mais complicada, a mais trabalhosa e obviamente a que apresentou mais dificuldade para sua realização segundo os alunos participantes. A primeira sessão foi uma atividade introdutória da nossa proposta, teve uma finalidade de aproximar os estudantes das ideias e tipos de problemas que iríamos discutir no decorrer dos encontros e a última foi uma conclusão do trabalho realizado, possibilitando também uma observação e análise relacionada aos tipos e as produções de problemas envolvendo a multiplicação. Vale ressaltar que as conversas entre pares e trios e também com a pesquisadora auxiliaram para que eles percebessem que podem produzir situações diferentes sem explicitar a operação usada, pois dessa forma deixa de ser um desafio a ser resolvido.

## **5.2 Análises do resultado entre pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior**

Os testes aplicados nesse estudo tiveram como finalidade a verificação em diferentes momentos como os discentes participantes resolviam problemas envolvendo a multiplicação, para posteriormente podermos comparar os resultados e identificar possíveis avanços e até mesmo percebermos as dificuldades que permaneceram ao longo do processo da pesquisa e suas prováveis justificativas.

Os testes foram realizados nos seguintes momentos: o pré-teste antes das sessões de intervenção, o pós-teste logo após o término das sessões (uma semana depois), e o pós-teste posterior aplicado depois de oito semanas da realização do pós-teste. A partir das resoluções apresentadas classificamos e pontuamos em ordem crescente o seu desempenho em cada problema, desde a ausência de

---

<sup>8</sup> Nessa atividade não houve trocas para resolução porque alguns alunos apresentavam um nível de escrita alfabética bem recente e as omissões e trocas de letras dificultava a leitura de outros alunos.

resposta, nenhuma relação com raciocínio multiplicativo, a presença parcial desse tipo de raciocínio e o uso correto dessa operação esperada. Esse desempenho será analisado no tópico seguinte numa relação de estratégia de resolução. O Quadro 22 apresenta a seguir a pontuação e descrição para as respostas. Pontuamos o desempenho dos alunos para realização de análise estatística utilizando o programa estatístico SPSS.

Quadro 22. Pontuação a partir das respostas apresentadas pelos alunos

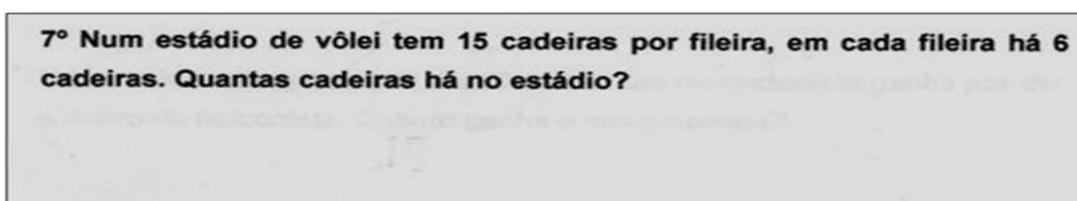
Pontuação	Descrição
0 ponto	Essa pontuação foi dada aos tipos de respostas que não apresentaram nenhum indício de raciocínio multiplicativo e/ou utilizaram operações que não auxiliaram para resposta adequada tais como: Resposta em branco; <i>Utilização de um número do enunciado do problema como resposta</i> ; <i>Respondeu incorretamente sem registrar a operação utilizada</i> ; <i>Utilização de subtração</i> ; <i>Utilização de adição inadequada</i> ; e <i>Utilização da divisão</i>
1 ponto	Pontuação dada para as respostas que apresentaram raciocínio multiplicativo, porém por algum erro no cálculo numérico ou interpretativo não apresentaram a solução esperada dos problemas: <i>Utilização de multiplicação inadequada</i> ; <i>Utilização de desenho como estratégia de cálculo – errou o resultado</i> ; <i>Utilização de adição adequada – errou o resultado</i> ; e a <i>Utilização de multiplicação adequada – errou o resultado</i>
2 pontos	Pontuação dada para as respostas que apresentaram acerto total nos problemas: <i>Utilização de desenhos como estratégia de cálculo – acertou o resultado</i> ; <i>Utilização de adição adequada - acertou o resultado</i> ; <i>Respondeu corretamente sem registrar a operação utilizada</i> ; e <i>Utilização de multiplicação adequada – acertou o resultado</i>

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Abaixo veremos exemplos das respostas apresentadas pelos alunos descritas no quadro acima:

No exemplo abaixo, Figura 34, podemos perceber que o Aluno 04 não expôs nenhum tipo de resposta, impossibilitando sabermos suas ideias. Esse tipo de resposta foi incluso às resoluções que não corresponderam à solução esperada quer seja parcialmente ou no total, justamente por não ter explicitado nenhum indício de raciocínio multiplicativo.

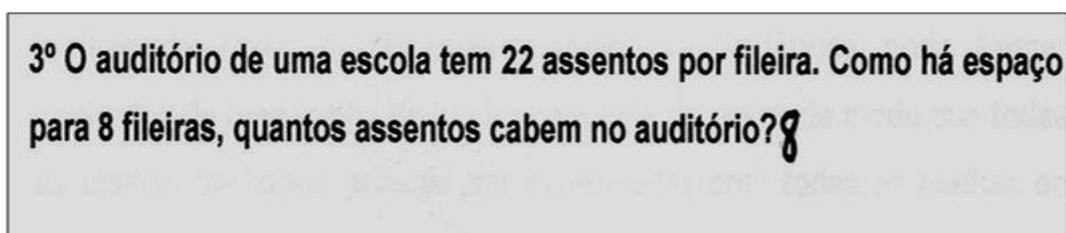
Figura 34. Resposta em branco no problema 7 do pré-teste pelo Aluno 04



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A Figura 35 corresponde ao tipo de resposta em que o sujeito pareceu não entender que cálculo poderia ser realizado para a resolução do problema, então como forma de solucioná-lo utilizou um dos números apresentados no enunciado que, de modo geral, não era a solução numérica da situação.

Figura 35. Resposta com a utilização de um número do enunciado do problema como resposta no problema 3 do pré-teste pelo Aluno 06



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A Figura 36 corresponde ao tipo de resposta que o aluno possivelmente realizou um cálculo mental, ou seja, apresentou uma resposta para o problema, mas não registrou o tipo de cálculo utilizado, nem acertou a resolução. Pela resposta podemos até supor qual foi o cálculo utilizado, mas não temos como precisar.

Figura 36. Resposta incorreta sem registrar a operação utilizada no problema 6 do pré-teste pelo Aluno 19

**6° Na escola de Mariana há 13 alunos matriculados, já na escola de João foram matriculados o triplo da quantidade da escola de Mariana. Quantos alunos estão matriculados na escola de João? 16**

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A Figura 37 representa a resposta apresentada através da subtração. Alguns alunos acreditaram que deveriam utilizar diferentes operações no teste, acabaram usando operações inadequadas.

Figura 37. Resposta com a utilização de subtração no problema 8 do pós-teste pelo Aluno 06

**8° Letícia quer fazer um ensaio fotográfico usando seus 12 pares de sapatos diferentes com suas 5 bolsas de modelos diferentes. De quantas maneiras ela poderá usar suas bolsas e pares de sapatos de modo que todas as bolsas e todos os sapatos possam ser usados nesse ensaio fotográfico?**

$$\begin{array}{r} 12 \\ - 5 \\ \hline 6 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

As Figuras 38 e 39 representam uso da adição inadequada, pois tanto a adição direta como o uso de números não correspondentes ao problema não possibilitariam que os alunos chegassem à resposta correta.

Figura 38. Resposta com a utilização de adição inadequada no problema 1 do pré-teste pelo Aluno 01

**1° Maria vai fazer uma festa de formatura e precisa comprar 28 convites para entregar a seus amigos e familiares. Como cada convite custa 4 reais. Quanto Maria pagará pelos convites?**

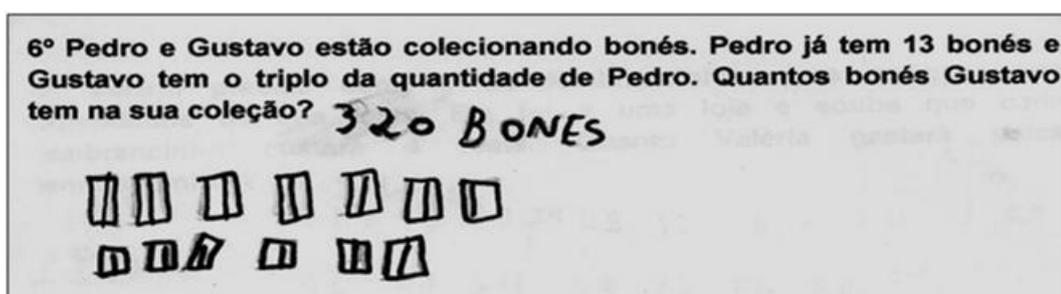
$$\begin{array}{r} 28 \\ + 4 \\ \hline 63 \end{array}$$
      
$$\begin{array}{r} \text{|||||} \\ \text{|||||} \\ \hline \text{|||||} \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)



Podemos conferir na Figura 42 uma utilização de cálculo de desenhos, nesse exemplo percebemos que o estudante parece fazer uma relação com adição de parcelas repetidas, porém não utiliza números no processo de cálculo, não apresenta sinal operatório e erra na resolução por não ter interpretado adequadamente o significado da palavra *triplo* no enunciado.

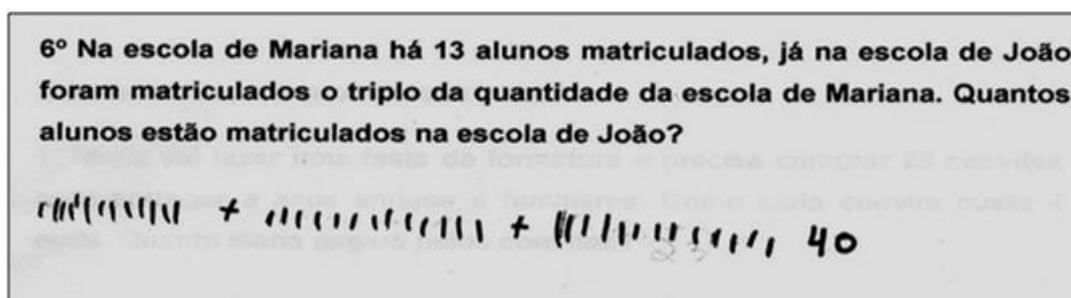
Figura 42. Resposta com a utilização de desenho como estratégia de cálculo – errou o resultado no problema 6 do pós-teste pelo Aluno 33



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Diferentemente da Figura 42, a Figura 43 apresenta a utilização da adição adequada, mas não acerta a resposta do problema, apresentando, assim, um acerto parcial. Embora neste caso o aluno não tenha chegado ao resultado correto, o uso da adição com parcelas repetidas também é um meio de chegar ao resultado de uma determinada situação multiplicativa, pois a adição repetida, embora não possa ser considerada a única forma conceitual de se pensar a multiplicação (NUNES e BRYANT, 1997; SELVA, BORBA, CAMPOS, SILVA, FERREIRA, LUNA, 2008; PESSOA, 2009), argumento com o qual concordamos, é uma das formas numéricas de se resolver a multiplicação. O erro nessas respostas foi no momento da contagem das parcelas.

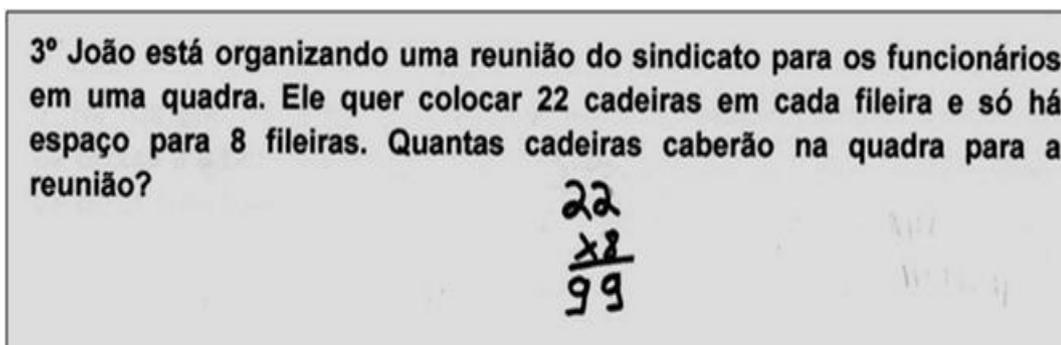
Figura 43. Resposta com a utilização de adição adequada - errou o resultado no problema 6 do pré-teste pelo Aluno 04



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A Figura 44 representa o uso da multiplicação adequada, mas não acertou o resultado do problema, pois o aluno percebeu como resolveria o problema, porém, não acertou no cálculo multiplicativo, ou seja, acertou o cálculo relacional, mas errou o cálculo numérico, nos termos de Vergnaud (1991).

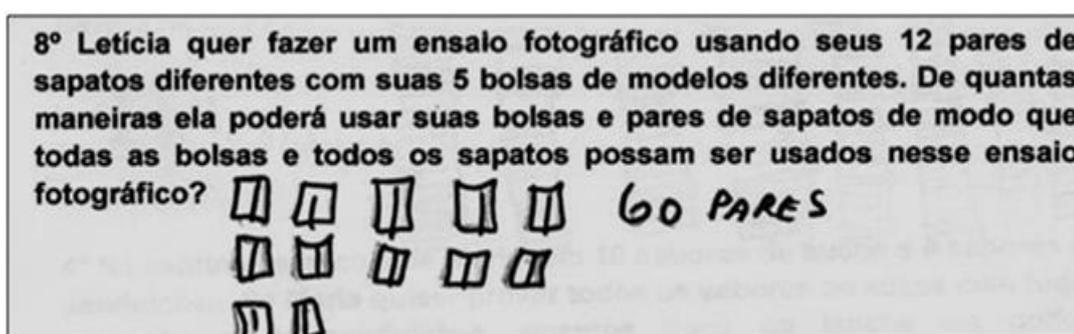
Figura 44. Resposta com a utilização de multiplicação adequada - errou o resultado no problema 3 do pós-teste-posterior pelo Aluno 19



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

No exemplo de tipo de resposta apresentado na Figura 45 temos uma característica semelhante à Figura 42, o uso do desenho para resolução, porém nesse caso o aluno acertou o resultado.

Figura 45. Resposta com a utilização de desenhos como estratégia de cálculo – acertou o resultado no problema 8 do pós-teste pelo Aluno 33



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na Figura 46 temos a representação de resposta a partir de adição adequada e apresentou a solução esperada, pois neste caso o aluno fez uma adição de parcelas repetidas como forma numérica de resolução e que está de acordo com o que o problema solicita, chegando ao resultado correto, além de apresentar uma forma de resolução aceitável para a lógica do problema.

Figura 46. Resposta com a utilização de adição adequada - acertou o resultado no problema 2 do pós-teste pelo Aluno 16

2º Joana tem 20 figurinhas diferentes na sua coleção. Na sua festa de aniversário, sua tia lhe deu o dobro da quantidade das figurinhas que ela já tinha. Quantas figurinhas Joana ganhou?

$$\begin{array}{r} 20 \\ + 20 \\ \hline 40 \end{array}$$

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A resposta da Figura 47 apresenta a mesma ideia da Figura 36, mas nessa resolução o estudante acertou o resultado, mesmo que não tenhamos precisão em explicar a maneira que realizou o cálculo, o qual, possivelmente foi mental.

Figura 47. Resposta correta sem registrar a operação utilizada no problema 7 do pré-teste pelo Aluno 21

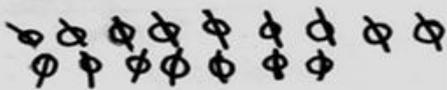
7º Num estádio de vôlei tem 15 cadeiras por fileira, em cada fileira há 6 cadeiras. Quantas cadeiras há no estádio? 90

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

E por último temos a Figura 48 que exemplifica o uso da multiplicação adequada e acertou a solução da situação, pois neste caso o aluno conseguiu encontrar a multiplicação que resolve o problema, chegando ao seu resultado correto e conseguiu acertar o resultado numérico, ou seja, acerto em cálculo numérico e acerto em cálculo relacional.

Figura 48. Resposta com a utilização de multiplicação adequada - acertou o resultado no problema 5 do pós-teste pelo Aluno 05

5º Joseane organizou um lanche diferente para os funcionários de sua empresa, ela comprou 16 bolinhos de bacia com cobertura de chocolate e cada bolinho custou 5 reais. Quanto ela pagou por esses bolinhos?

$$\begin{array}{r} 16 \\ \times 5 \\ \hline 80 \end{array}$$


Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Ao todo participaram dessa pesquisa 33 alunos, sendo que nem todos estiveram presentes nas quatro sessões de intervenção. Diante desse fato agrupamos os alunos por número de sessões, resultando nesse quantitativo: 21 alunos realizaram as quatro sessões, 05 alunos três sessões e 07 alunos duas sessões. Na Tabela 1 temos a média de acerto entre os testes aplicados de acordo com a quantidade de sessões que os discentes realizaram. Vale salientar que cada teste teve oito problemas envolvendo a multiplicação, dessa forma a pontuação máxima que cada aluno poderia atingir era de 16 pontos.

Tabela 1. Média de acertos dos alunos participantes do estudo por número de sessões

Número de sessões	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste posterior
Quatro sessões	3,81	12,38	9,42
Três ou duas sessões <sup>9</sup>	2,42	8,91	7,25

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Com essas médias obtidas podemos observar que tanto os alunos que participaram de todas as sessões quanto os que realizaram três ou duas sessões mostraram avanços de aprendizagem. É possível percebermos que houve uma queda de média entre o pós-teste e o pós-teste posterior dos dois grupos, no entanto os alunos que realizaram quatro sessões tiveram um declínio maior, pois no pós-teste a média foi 12,38 e no pós-teste posterior passou para 9,42, diminuindo assim 2,96 entre esses testes. Já a diminuição de média dos alunos de três ou duas sessões entre os mesmos testes foi de 1,66.

Acreditamos que esse dado aconteceu devido ao período dos testes aplicados, o pós-teste foi realizado de forma imediata no final das sessões de intervenção, ou seja, os discentes estavam ainda no ritmo das atividades e

<sup>9</sup> Os alunos que participaram de três e duas sessões foram agrupados no mesmo grupo para cálculo da média porque esses grupos isoladamente apresentaram quantitativo mínimo de sujeitos necessários para que os dados fossem rodados no programa estatístico SPSS utilizado nesse estudo.

discussões, enquanto que no pós-teste posterior, realizado dois meses após a aplicação do teste anterior correspondeu a aprendizagem construída, pois durante esse tempo de diferença entre os testes eles possivelmente vivenciaram outros conteúdos e situações em sala de aula.

Mas ao compararmos o estado inicial dos discentes (pré-teste) com o resultado final (pós-teste posterior) constatamos que houve uma progressão considerável do aprendizado. Dessa forma os alunos que participaram de todas as sessões obtiveram no pré-teste média de 3,81 e no último teste 9,42 de média e o grupo que realizou menos de quatro sessões apresentou no primeiro teste a média de 2,42 e no pós-teste posterior 7,25 de média de acerto.

A partir de agora iremos verificar o percentual de desempenho de um modo geral com todos os participantes e depois por número de sessões especificando até os estudantes que realizaram três e duas sessões de intervenção. Na Tabela 2 temos o desempenho dos alunos que participaram das quatro sessões.

Tabela 2. Percentual de desempenho dos alunos que participaram do estudo

Desempenho	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste posterior
Em branco	1,9%	0,4%	00%
Erro	<b>70,1%</b>	13,2%	28,4%
Acerto parcial	14,8%	33,7%	<b>35,2%</b>
Acerto total	13,2%	<b>52,7%</b>	36,4%
Total	100%	100%	100%

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Nos dados apresentados nessa tabela observamos que os alunos apresentaram mudanças no percurso do estudo. Uma dessas modificações foi o fato terem se permitido apresentar suas estratégias, ideias e raciocínio de resolução, pois, como podemos perceber, alguns se negaram no pré-teste a resolver problemas deixando-os em branco 1,9%, mas depois das sessões o percentual anterior foi diminuindo chegando ao pós-teste com 0,4% e por fim zerado no pós-teste posterior. Isso foi um indício de que as discussões e produções possibilitaram que esses estudantes se arriscassem mais, a partir de suas ideias e entendimentos.

Quanto aos acertos parciais e totais, vemos que o percentual diminuiu comparando os dois pós-testes, um imediato e outro posterior, porém é importante salientar que tendo em vista que no último teste temos os dados mais atuais do

aprendizado dos discentes podemos afirmar que houve avanço nesse trajeto percorrido, e que ao juntarmos os dois resultados dos tipos de acertos (parciais e totais), pois ambos apresentaram utilização de raciocínio multiplicativo nas resoluções, obteremos um percentual de 71,6%, ou seja, um resultado bem mais positivo comparado ao aparecimento de 28,4% de erro no mesmo teste.

Na Tabela 3 é apresentado o percentual do desempenho dos alunos que participaram de todas as sessões (21 alunos), que nos mostra que analisando o pré-teste e o pós-teste posterior (início e fim das atividades) houve um percentual bastante positivo na aprendizagem desse grupo.

Tabela 3. Percentual de desempenho dos alunos que vivenciaram as quatro sessões

Desempenho	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste posterior
Em branco	0,6%	00%	00%
Erro	<b>68,5%</b>	6,5%	23,2%
Acerto parcial	14,3%	32,2%	35,7%
Acerto total	16,6	<b>61,3%</b>	<b>41,1%</b>
Total	100%	100%	100%

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Com esses dados é possível constatar que as atividades de produção de problemas auxiliaram para a ampliação e melhoramento do raciocínio multiplicativo desse grupo de alunos. Pois ao pensarmos nos dois tipos de acertos juntos no pré-teste as resoluções que envolveram raciocínio multiplicativo foram de 30,9% enquanto que no pós-teste posterior apresentou 76,8%. Evidente que o acerto total é mais completo do que o parcial, mas a parcialidade mostrou que aconteceu avanço, necessitando de um trabalho contínuo para que essa aprendizagem continue progredindo não só para os que apresentaram um resultado de acerto parcial como também para os que se apropriaram totalmente das discussões.

A Tabela 4 apresenta o desempenho dos alunos que realizaram três sessões de intervenção (cinco alunos).

Tabela 4. Percentual de desempenho dos alunos que vivenciaram as três sessões

Desempenho	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste-posterior
Em branco	7,5%	00%	00%
Erro	<b>77,5%</b>	00%	30%
Acerto parcial	5%	47,5%	32,5%
Acerto total	10%	<b>52,5</b>	<b>37,5%</b>
Total	100%	100%	100%

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

E de maneira semelhante ao resultado da Tabela 3, também houve avanços, principalmente na análise entre o primeiro e o último teste aplicado. Mesmo esses alunos não tendo participado de todas as sessões, as atividades que discutiram e trabalharam mostraram ter contribuído para essa melhoria da aprendizagem. Ao unirmos novamente os acertos apresentados no pré-teste, esse grupo teve 15% já no pós-teste posterior passou para 70%. Importante observarmos ainda que nesse grupo não houve resoluções erradas no pós-teste, refletimos que como foi um teste imediato após finalização dos encontros de produções, isso era de se esperar, porém, o pós-teste posterior serviu para percebermos a real aprendizagem do mesmo, constatando dessa forma que embora a ocorrência de respostas sem relação com o raciocínio multiplicativo tenha aparecido, as soluções que envolveram esse conceito matemático apareceram em um percentual maior que os equívocos.

Na Tabela 5 temos o desempenho do grupo de alunos que realizaram apenas duas sessões de intervenção.

Tabela 5. Percentual de desempenho dos alunos que vivenciaram duas sessões

Desempenho	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste-posterior
Em branco	1,8%	1,8%	00%
Erro	<b>69,6%</b>	<b>42,9%</b>	<b>42,9%</b>
Acerto parcial	23,2%	28,6%	<b>35,7%</b>
Acerto total	5,4%	26,7%	21,4%
Total	100%	100%	100%

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Nesse grupo que participou de apenas duas sessões (sete alunos), observamos que houve uma permanência de erros entre o pós-teste e pós-teste posterior, ou seja, possivelmente as dúvidas que não foram superadas, mesmo tendo decaído se comparada ao pré-teste, nos testes seguintes elas continuaram, mostrando necessitar de outros momentos de intervenção. Além desse dado já mencionado, não podemos deixar de salientar que também houve progresso na aprendizagem, ou seja, e que no acerto parcial o percentual do último teste foi maior 35,7% do que o pós-teste com 28,6%, diferente dos outros grupos que mostraram uma queda entre o pós-teste e o pós-teste posterior.

Isso implica refletirmos que o processo de avanço aconteceu parcialmente, sendo preciso e importante que para ampliar essa aprendizagem multiplicativa é necessário partir das dificuldades existentes quanto à compreensão do conceito, por isso que a valorização das estratégias usadas pelos alunos auxilia no entendimento

de como pensam sobre determinada situação matemática como discutem Selva, Borba, Campos, Silva, Ferreira e Luna (2008). A apropriação da linguagem matemática não acontece instantaneamente para que seja compreendida e utilizada adequadamente, há uma reformulação no pensamento e isso é construído gradativamente, segundo Battisti e Nehring (2009).

Ao verificarmos que embora em diferentes números de sessões os grupos mostraram de alguma forma progressão na sua aprendizagem em resolução de problemas multiplicativos, buscamos comprovar se esses resultados eram significativos<sup>10</sup> para o processo do estudo. Por meio da prova paramétrica *t-teste de amostra em pares* foi possível constatar diferença significativa no grupo que participou de todas as sessões tanto em comparação ao pré-teste e pós-teste ( $t(20) = -7,350$ ;  $p = 0,001$ ) como também entre o pré-teste e o pós-teste posterior ( $t(20) = -4,721$ ;  $p = 0,001$ ). Como ainda houve diferença significativa no grupo que realizou três ou duas sessões de intervenção comparando pré-teste e pós-teste ( $t(11) = -4,348$ ;  $p = 0,001$ ) e entre o pré-teste e pós-teste posterior ( $t(11) = -3,617$ ;  $p = 0,004$ ). Dessa forma podemos afirmar que o trabalho com diferentes produções de problemas multiplicativos possibilitaram um aprendizado significativo dos grupos distintos.

Por ter ocorrido significância no resultado de cada grupo de alunos envolvidos em números de sessões, realizamos comparações entre os testes do grupo de quatro sessões com o grupo de três e duas sessões para verificarmos se apresentava significância. Para isso, a partir do *t-teste de amostras independentes* obtivemos o resultado de que não houve diferença significativa comparado o pré-teste do grupo de quatro sessões com o pré-teste de três e duas sessões ( $t(31) = 0,904$ ;  $p = 0,373$ ) nem comparado o pós-teste posterior do grupo de quatro sessões com o pós-teste posterior de três e duas sessões ( $t(31) = 1,371$ ;  $p = 0,180$ ). No entanto, quando comparamos o pós-teste do grupo de quatro sessões com o pós-teste de três e duas sessões apareceu diferença significativas ( $t(31) = 2,413$ ;  $p = 0,022$ ).

Apesar dos pós-teste dos grupos distintos terem apresentado significância numa análise entre o primeiro e o último teste (que nas discussões estamos ressaltando por se tratar do começo das ações da pesquisa e o término da mesma)

---

<sup>10</sup> Foram considerados como significativos os valores de  $p < 0,05$ .

mostra que o número de sessões não influenciou para uma maior ampliação da aprendizagem. Acreditamos que quanto mais os alunos tiverem momentos diferenciados de produção de situações favorecerá para sua construção da linguagem matemática e textual, e esse dado possivelmente aconteceu por os discentes que participaram de três e duas sessões de intervenção todos vivenciaram a segunda ou a terceira sessão que foram consideradas as que possibilitaram mais discussão e esforço para a formulação dos problemas propostos.

Por termos utilizado diferentes problemas envolvendo a multiplicação pelos PCN (BRASIL, 1997) analisamos também se em cada grupo de sessão houve significância na resolução de cada tipo de problema, através *t-teste de amostra em pares* percebemos no grupo de quatro sessões houve diferença significativa em cada tipo de problema trabalhado ao compararmos pré-teste e pós-teste dos problemas de proporcionalidade ( $t(20) = -4,016$ ;  $p = 0,001$ ) e entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(20) = -2,902$ ;  $p = 0,009$ ); entre pré-teste e pós-teste dos problemas comparativos ( $t(20) = -6,355$ ;  $p = 0,001$ ) e entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(20) = -4,503$ ;  $p = 0,001$ ); entre pré-teste e pós-teste dos problemas de configuração retangular ( $t(20) = -5,998$ ;  $p = 0,001$ ) e entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(20) = -3,060$ ;  $p = 0,006$ ) e entre o pré-teste e pós-teste dos problemas de combinatória ( $t(20) = -7,414$ ;  $p = 0,001$ ) e entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(20) = -5,514$ ;  $p = 0,001$ ).

Nos problemas do grupo de alunos de três e duas sessões tivemos também diferença significativa em todos os tipos de problemas comparando: pré-teste e pós-teste dos problemas de proporcionalidade ( $t(11) = -3,593$ ;  $p = 0,004$ ) e entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(11) = -3,386$ ;  $p = 0,006$ ); entre pré-teste e pós-teste dos problemas comparativos ( $t(11) = -3,023$ ;  $p = 0,12$ ) e entre o entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(11) = -3,189$ ;  $p = 0,009$ ); entre pré-teste e pós-teste dos problemas de configuração retangular ( $t(11) = -3,644$ ;  $p = 0,004$ ) e entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(11) = -2,721$ ;  $p = 0,020$ ); e entre o pré-teste e pós-teste dos problemas de combinatória ( $t(11) = -2,639$ ;  $p = 0,023$ ) e entre pré-teste e pós-teste posterior ( $t(11) = -3,137$ ;  $p = 0,009$ ). Ou seja, a aprendizagem relacionada a cada problema mencionado acima foi considerada significativa estatisticamente.

Portanto, a utilização das atividades de produção de problemas mostrou contribuir para o avanço do aprendizado discente, pois auxiliou na reflexão da construção de situações numa relação entre a Matemática e a língua materna,

conforme Smole (2001); como ainda na formação de entendimento da linguagem matemática Lorensatti (2009) e no processo conceitual do raciocínio multiplicativo como é discutido por Nunes, Campos, Magina e Bryant (2009); Pessoa (2009) e Correa e Spinillo (2004). Mas ainda foi interessante perceber o comprometimento de todos os envolvidos nas atividades, realizando seu papel numa relação bastante agradável e positiva como é abordado por Charnay (1996).

### **5.3 Análise das Estratégias utilizadas pelos alunos nas resoluções de problemas**

Nas resoluções apresentadas nos testes (pré, pós e pós-teste posterior) os estudantes utilizaram várias estratégias para chegar aos resultados dos problemas. Como todos os participantes não vivenciaram todas as sessões de intervenção, iremos discutir as possíveis mudanças estratégicas dos mesmos de acordo com o número de encontros frequentados.

Na Tabela 6 temos o resultado dos alunos que participaram das quatro sessões e podemos observar que no pré-teste há uma concentração de respostas relacionadas às categorias *Utilização de adição inadequada*, enquanto no pós-teste as respostas se concentram mais nas categorias de *Utilização de multiplicação adequada – errou o resultado* e na *Utilização de multiplicação adequada – acertou o resultado*, permanecendo esse resultado no pós-teste posterior. Isso nos permite refletir que os alunos passaram a pensar muito mais multiplicativamente do que antes das intervenções e que, de certa forma, as produções de problemas favoreceram para a construção do raciocínio multiplicativo. O aluno, ao resolver problemas de raciocínio multiplicativo, busca encontrar um valor em uma variável que faça correspondência com o valor apresentado na outra variável, dessa forma a relação permanente entre duas variáveis é que se torna possível ser deduzida a resolução de problemas de raciocínio multiplicativo, como afirmam Nunes, Campos, Magina e Bryant (2009).

E ainda a categoria de *Respondeu incorretamente sem registrar a operação utilizada* apresentada no pré-teste e pós-teste posterior permite refletirmos que muitas vezes os discentes fazem seus cálculos mentais, mas não conseguem explicar como pensaram, deixando apenas a resposta final, sendo importante que o

professor discuta e os estimule a expressarem por escrito suas ideias, como defende Smole (2001), e como obtiveram determinada resposta auxiliando assim para as possíveis intervenções.

Tabela 6. Categorias de respostas do pré, pós e pós-teste posterior apresentadas pelos alunos participantes das quatro sessões de intervenção (21 alunos)

CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DADAS PELOS ALUNOS	Total Pré-teste	Total Pós-teste	Total Pós-teste-posterior
Não respondeu	0,6%	00%	00%
Utilização de um número do enunciado do problema como resposta	00%	00%	0,6%
Respondeu incorretamente sem registrar a operação utilizada	9,5%	00%	7,1%
Utilização de subtração	1,8%	0,6%	1,8%
Utilização de adição inadequada	<b>57,2%</b>	5,9%	<b>13,1%</b>
Utilização de divisão	00%	00%	0,6%
Utilização de multiplicação inadequada	1,1%	1,8%	2,9%
Utilização de adição adequada - errou o resultado	1,8%	0,6%	0,6%
Utilização de adição adequada - acertou o resultado	0,6%	1,8%	0,6%
Respondeu corretamente sem registrar a operação utilizada	5,3%	0,6%	3,6
Utilização de multiplicação adequada - errou o resultado	<b>11,3%</b>	<b>29,8</b>	<b>32,1%</b>
Utilização de multiplicação adequada - acertou o resultado	<b>10,8%</b>	<b>58,9%</b>	<b>37%</b>
Total	100%	100%	100%

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A Tabela 7 mostra as estratégias usadas pelos discentes que realizaram três sessões de intervenção. Nesse grupo podemos perceber que no pré-teste a maior concentração de repostas foi relacionada à categoria *Respondeu incorretamente sem registrar a operação utilizada*, e mesmo aparecido no pós-teste posterior num percentual inferior (17,5%) ao teste inicial (47,5%), podemos observar que foi possível ver também avanço entre o pré-teste e pós-teste e pré-teste e pós-teste posterior nas categorias que correspondem ao uso da multiplicação adequada com acerto parcial ou total. Dessa forma podemos afirmar as atividades que esse grupo participou auxiliaram para que houvesse uma mudança positiva no processo do pensamento multiplicativo pelos alunos.

Tabela 7. Categorias de respostas do pré, pós e pós-teste-posterior apresentadas pelos alunos participantes de três sessões de intervenção (cinco alunos)

CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DADAS PELOS ALUNOS	Total Pré-teste	Total Pós-teste	Total Pós-teste-posterior
Não respondeu	7,5%	00%	00%
Utilização de um número do enunciado do problema como resposta	2,5%	00%	2,5%
Respondeu incorretamente sem registrar a operação utilizada	<b>47,5%</b>	00%	<b>17,5%</b>
Utilização de subtração	5%	00%	2,5%
Utilização de adição inadequada	<b>22,5%</b>	00%	7,5%
Utilização de multiplicação inadequada	00%	00%	2,5%
Utilização de desenho como estratégia de cálculo – errou o resultado	00%	7,5%	00%
Utilização de desenho como estratégia de cálculo – acertou o resultado	00%	05%	00%
Utilização de adição adequada – acertou o resultado	00%	2,5%	00%
Respondeu corretamente sem registrar a operação utilizada	7,5%	00%	2,5%
Utilização de multiplicação adequada – errou o resultado	5%	<b>40%</b>	<b>30%</b>
Utilização de multiplicação adequada – acertou o resultado	2,5%	<b>45%</b>	<b>35%</b>
Total	100%	100%	100%

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Já na Tabela 8 que corresponde aos alunos que participaram de duas sessões de intervenção percebemos um dado diferente dos outros apresentados nas Tabelas 6 e 7. No pré-teste as categorias *Respondeu incorretamente sem registrar a operação* e a *Utilização de adição inadequada* mostraram percentuais próximos e os mais altos comparados às outras categorias de resolução e no pós-teste a categoria *Utilização de adição inadequada* permaneceu com percentual elevado, o que se esperava ocorrer uma diminuição considerável, ou seja, nesse teste houve 25% de respostas com essa estratégia mencionada, porém no pós-teste posterior esse percentual baixou passando para 7,1%. Essa melhora no último teste pode ter acontecido devido, possivelmente, a alguma discussão ocorrida em sala de aula em outras situações que favoreceram para que esses alunos mudassem sua forma de pensar.

Tabela 8. Categorias de respostas do pré, pós e pós-teste-posterior apresentadas pelos alunos participantes de duas sessões de intervenção (sete alunos)

CATEGORIAS DAS RESPOSTAS DADAS PELOS ALUNOS	Total Pré-teste	Total Pós-teste	Total Pós-teste-posterior
Não respondeu	1,8%	1,8%	00%
Utilização de um número do enunciado do problema como resposta	8,9	1,8%	5,3%
Respondeu incorretamente sem registrar a operação utilizada	<b>25%</b>	1,8%	<b>30,4%</b>
Utilização de subtração	00%	3,6%	00%
Utilização de adição inadequada	<b>26,8%</b>	<b>25%</b>	7,1%
Utilização de divisão	8,9%	10,8	00%
Utilização de multiplicação inadequada	00%	1,8%	1,8%
Utilização de adição adequada - errou o resultado	1,8%	5,3%	1,8%
Utilização de adição adequada - acertou o resultado	1,8%	5,3%	1,8%
Respondeu corretamente sem registrar a operação utilizada	00%	7,1%	1,8%
Utilização de multiplicação adequada - errou o resultado	<b>21,4%</b>	<b>21,4%</b>	<b>32,2%</b>
Utilização de multiplicação adequada - acertou o resultado	3,6%	<b>14,3%</b>	<b>17,8</b>
Total	100%	100%	100%

SILVA, Josenir (2014)

Mas vale ressaltar que a categoria *Respondeu incorretamente sem registrar a operação* voltou a aumentar seu percentual no último teste e isso implica pensarmos que mesmo que eles tenham melhorado quanto à ausência do uso da adição inadequada, isto é, uma adição direta que não possibilitava a resposta correta do problema, o raciocínio utilizado pelos mesmos mesmo que tenha modificado não foi possível constarmos como refletiram por não explicitarem como pensaram na resolução das situações apresentando apenas uma resposta através de um cálculo mental que por sua vez foi errada.

E ainda em relação a categorias que envolvem o raciocínio multiplicativo utilizando a operação da multiplicação percebemos que também aconteceu melhoria crescente entre os testes aplicados. Portanto, apesar de erros, as poucas sessões participadas parecem ter auxiliado para uma mudança de certa forma positiva na aprendizagem dos alunos.

Os resultados das Tabelas 6, 7 e 8 mostram que esse processo de aprendizagem não é homogêneo, ou seja, os alunos apresentaram avanços, mas em ritmos diferentes de aprendizado. Alguns chegaram a usar a multiplicação nos problemas, conseguindo calcular corretamente enquanto outros alunos ainda estão no percurso dessa aprendizagem, porém, demonstraram saber que operação os problemas envolviam, faltando, ainda, chegar ao acerto total, à linguagem matemática, a apropriação conceitual precisa ser trabalhada a partir de leituras e escritas, dialogada, e isso é um processo que precisa ser investido continuamente nas diferentes ações em sala de aula para ir auxiliando para que os alunos sejam atuantes em seu aprendizado e superando as possíveis dificuldades, como defende Carrasco (2006). Os alunos passaram a pensar mais sobre o contexto do problema, ou seja, começaram a ler com mais calma para entender a qual operação ele se referia, pois é importante destacar que o pré, pós e pós-teste posterior não tinham explícito na apresentação dos testes de qual operação os problemas estavam relacionados.

Brito (2010) faz a defesa sobre a função do professor como mediador do processo do aprendizado em sala de aula, com a qual concordamos. Portanto valorizar e incentivar que os discentes expressem sua forma de pensar matematicamente, como defendem Selva, Borba, Campos, Silva, Ferreira e Luna (2008), as estratégias possibilitam que o professor possa compreender seus avanços e suas dificuldades, intervindo de maneira eficaz a fim de que a construção das aprendizagens aconteça.

#### **5.4 Produções realizadas individualmente no final de cada teste aplicado**

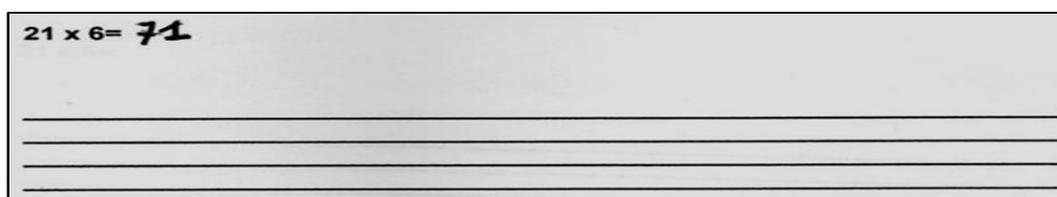
No final da resolução de cada teste (pré-teste, pós-teste e pós-teste posterior) foi dada uma folha aos alunos individualmente e solicitado que eles produzissem um problema a partir da conta apresentada de multiplicação. Buscamos através dessa atividade avaliar as formulações quanto à sua possível mudança qualitativa antes e depois das sessões de intervenção.

A partir das produções observamos que apareceram diferentes formas de pensar e produzir problemas, por isso elas foram categorizadas de acordo com suas

características. A seguir teremos exemplos dessas elaborações e sua categorização.

A Figura 49 exemplifica a produção de alunos que apenas resolveram a conta de forma correta ou errada, mas não produziram nenhum problema.

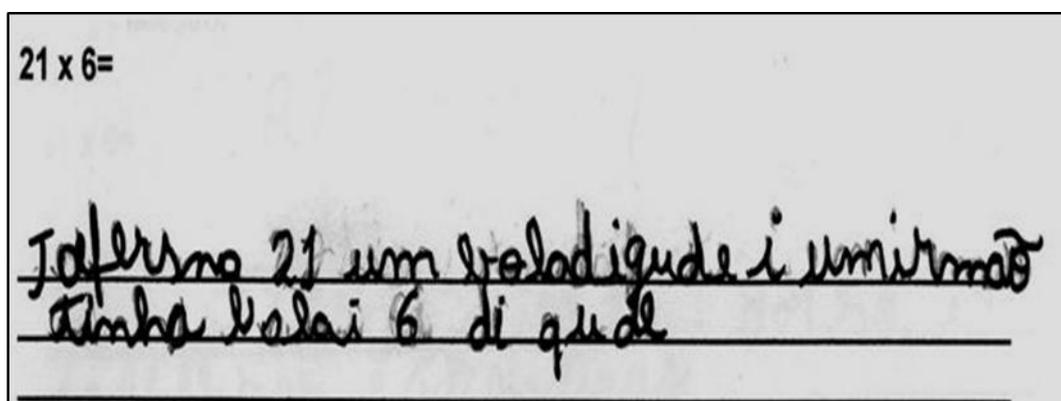
Figura 49. Não produziu protocolo do pós-teste pelo Aluno 20



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A categoria da *Produção que não foi considerada como um problema* foi criada para as formulações que em diferentes características não resultaram em um problema (ver as Figuras 50, 51, 52, 53 e 54). A Figura 50 que tem escrito: *Joeferson tem 21 bolas de gude e um irmão tinha 6 bola de gude* (essa escrita foi colocada de acordo com a leitura que o Aluno 16 fez de sua produção), apresenta uma situação iniciada, mas que não foi possível perceber sua problematização por ter ficado incompleta.

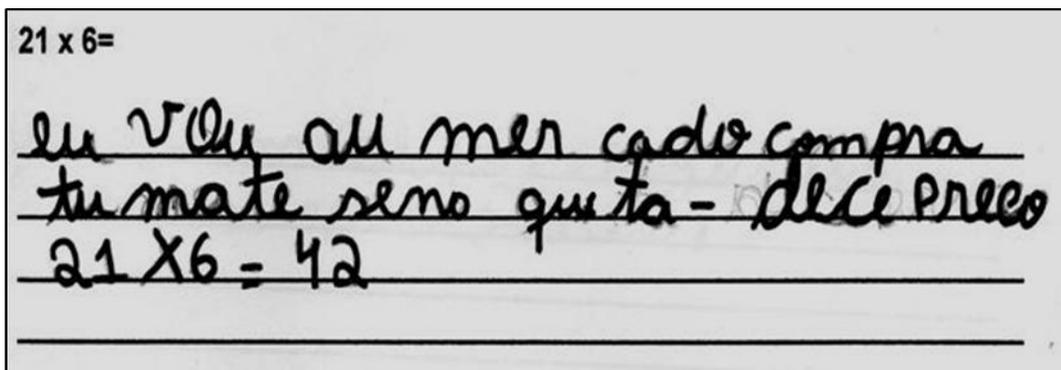
Figura 50. Produção que não foi considerada como um problema no pós-teste pelo Aluno 16



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Não foi considerado problema quando o aluno utilizou a conta como uma produção de problema, como mostra a Figura 51.

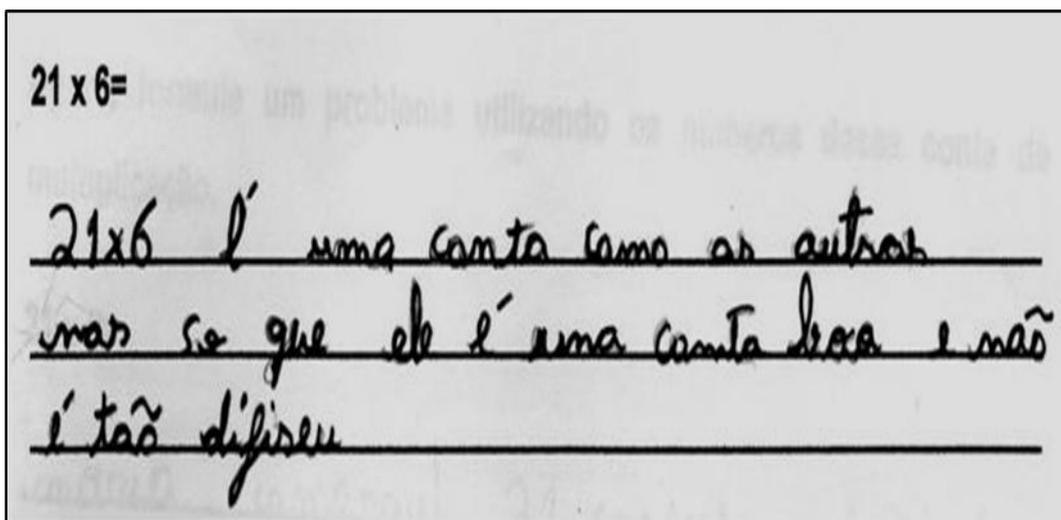
Figura 51. Produção que não foi considerada como um problema no pré-teste pelo Aluno 18



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Correspondeu a essa categoria relacionada a ausência de produção de problema quando o aluno buscou explicar a conta de multiplicação, colocando sua opinião sobre a resolução da mesma, como está exemplificada na Figura 52.

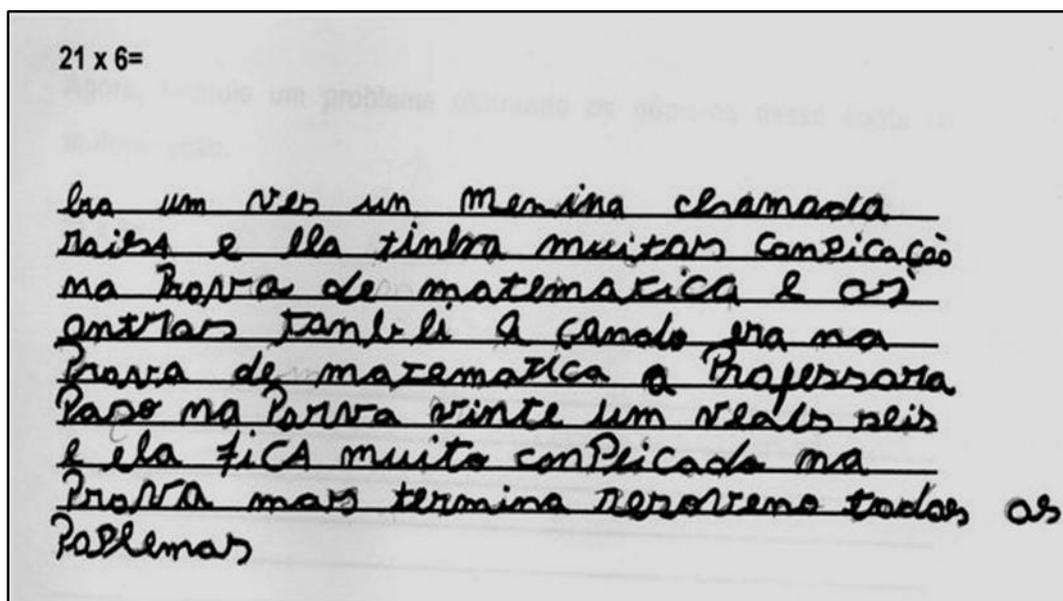
Figura 52. Produção que não foi considerada como um problema no pré-teste pelo Aluno 28



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

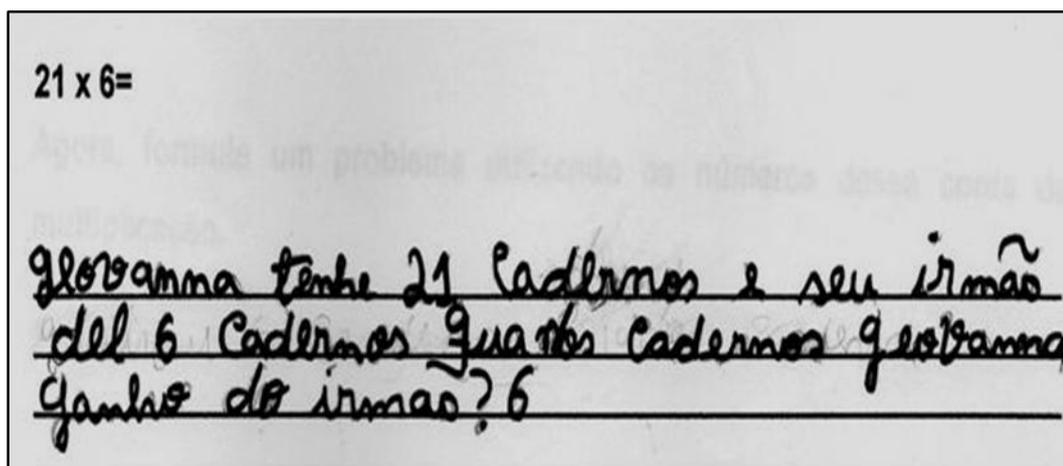
Podemos perceber a ausência de um problema quando o discente escreveu uma história, sem a presença de algo a ser resolvido, como podemos observar na Figura 53. E também podemos perceber a ausência de um problema quando o aluno escreve uma situação, porém não possibilitou nenhuma problematização a ser resolvida como vemos na Figura 54.

Figura 53. Produção que não foi considerada como um problema no pré-teste pelo Aluno 03



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 54. Produção que não foi considerada como um problema no pós-teste pelo Aluno 15

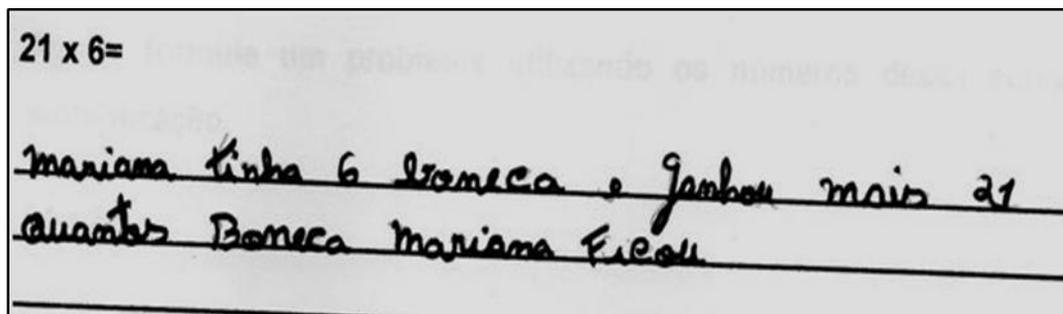


Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Alguns alunos apresentaram insegurança na elaboração de um problema de multiplicação então se apoiaram numa formulação envolvendo adição ou subtração. Como temos nas Figuras 55 e 56.

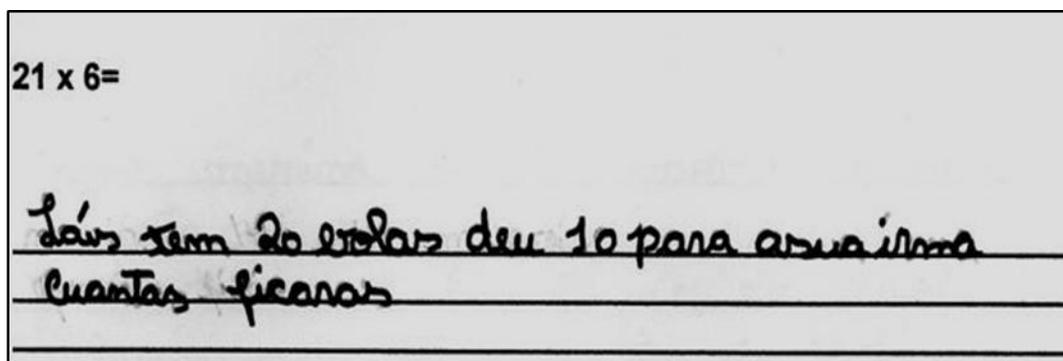
Na Figura 57 temos um problema envolvendo a divisão, embora ela seja uma operação inversa da multiplicação, nesse caso não correspondeu a uma produção adequada ao que foi solicitado.

Figura 55. Produção de problema de adição no pré-teste  
pelo Aluno 12



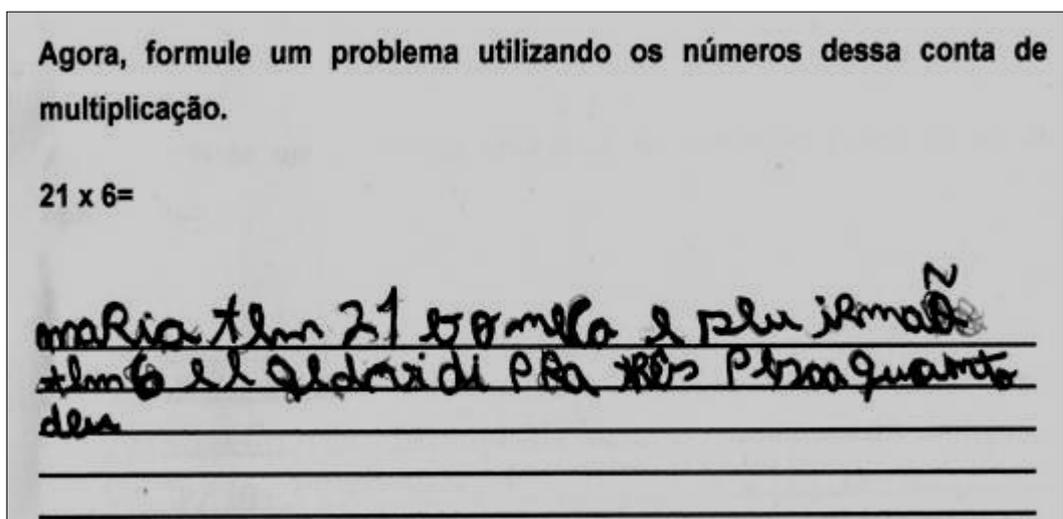
Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 56. Produção de problema de subtração no pós-teste posterior  
pelo Aluno 05



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Figura 57. Produção de problema de divisão no pós-teste posterior pelo  
Aluno 19

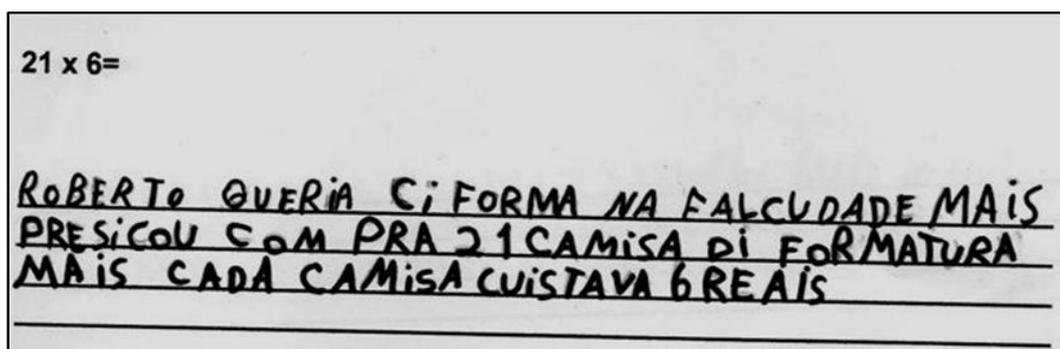


Fonte: SILVA, Josenir (2014)

As Figuras 58 a 63 correspondem à categoria *Produção de problema de multiplicação*. Na Figura 58 temos o exemplo de alguns alunos produziram o enunciado, porém não escreveu a pergunta da situação, esse tipo de escrita é bastante comum às crianças que são iniciantes nas escritas de formulações de problemas como é discutido por Chica (2001).

Figura 58. Produção de problema de multiplicação no pós-teste

pelo Aluno 06

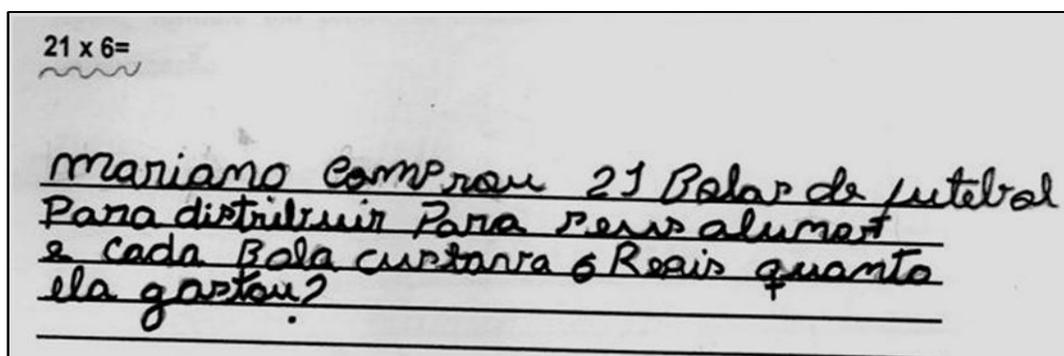


Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A Figura 59 mostra uma produção completa envolvendo a ideia de proporcionalidade.

Figura 59. Produção de problema de multiplicação no pós-teste posterior

pelo Aluno 33

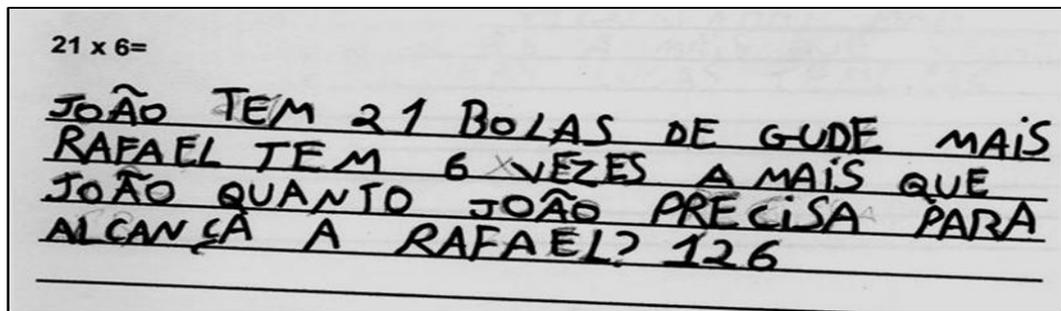


Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Nas Figuras 60 e 61 temos produções de problemas de multiplicação envolvendo a ideia comparativa, a diferença entre ambas é que na primeira podemos perceber a palavra *vezes mais* para indicar um problema dessa operação, escrita com mais frequência no pré-teste enquanto na segunda temos um problema com uma modificação que mostra a ampliação das ideias contextuais, foi colocado a palavra *sêxtuplo* para indicar a comparação entre o material em questão na situação,

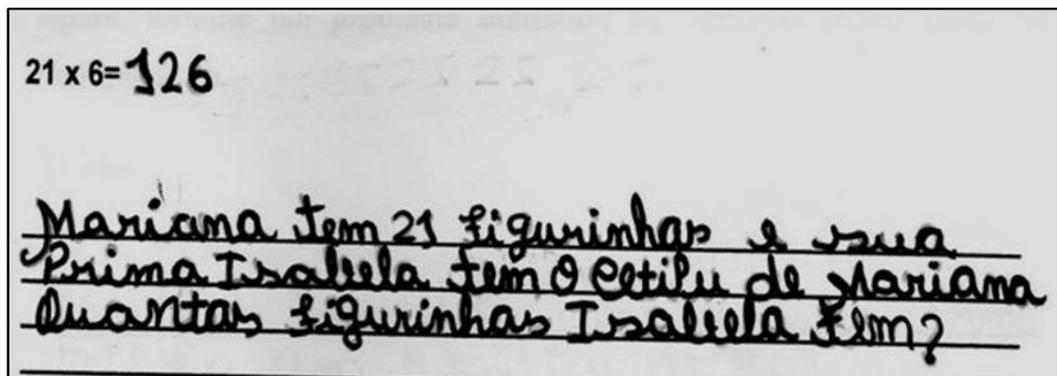
passando a ser um problema mais interessante por não explicitar a operação a ser utilizada para a resolução, esse tipo de produção aconteceu com mais frequência no pós-teste e pós-teste posterior.

Figura 60. Produção de problema de multiplicação no pré-teste pelo Aluno 29



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

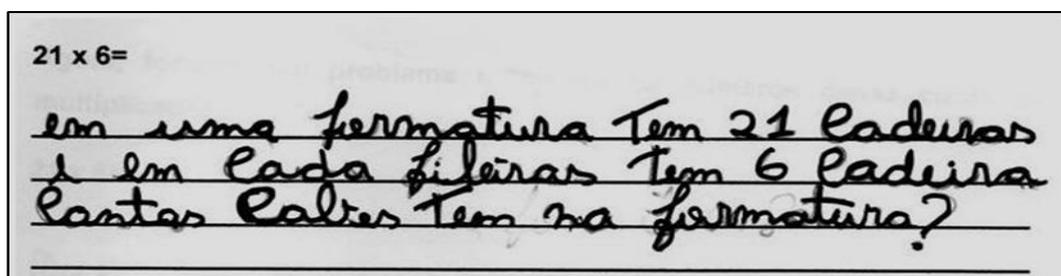
Figura 61. Produção de problema de multiplicação no pós-teste pelo Aluno 11



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na Figura 62 observamos um problema com ideia de configuração retangular

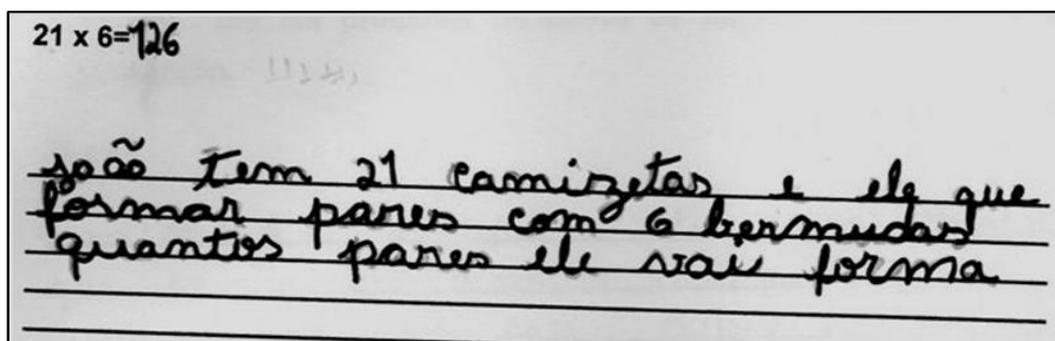
Figura 62. Produção de problema de multiplicação no pós-teste pelo Aluno 14



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Na Figura 63 temos um problema envolvendo a ideia de combinatória, embora não apresente em seu contexto o detalhe de formação de conjunto ou pares diferentes, essa produção nos permite entendermos que a intenção do contexto foi a de realizar combinações.

Figura 63. Produção de problema de multiplicação no pós-teste posterior pelo Aluno 09



Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Ao terminarmos a categorização das produções, montamos tabelas com a frequência com que cada tipo de problema foi produzido. Primeiramente apresentamos esses dados com todos os alunos participantes do estudo (33 alunos) em seguida discutimos por número de sessões que eles vivenciaram.

Na Tabela 9 é possível observarmos que apesar de uma baixa frequência dos problemas produzidos envolvendo a multiplicação comparada ao quantitativo dos sujeitos participantes, foi o tipo de situação mais formulada no pós-teste e pós-teste posterior. No pré-teste o problema mais frequente foi o que não teve relação com uma elaboração de problema como esperada. Isso nos indicou refletirmos que possivelmente esse tipo de produção em sala de aula não era considerado como parte das ações de ensino e aprendizagem e embora os mesmos tenham passado por momentos de produções não foram suficientes para sua autonomia, sendo necessário que essas atividades sejam contínuas no dia a dia escolar. A complementaridade existente entre a língua materna e linguagem matemática defendida por Machado (2011) é bastante importante para a construção da aprendizagem matemática.

Tabela 9. Frequência do tipo de produção de problema apresentada por todos os alunos participantes

Tipo de produção	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste-posterior
Não produziu	03	02	02
Produção que não foi um problema	<b>12</b>	07	05
Produção de problema de adição	06	04	09
Produziu problema de subtração	03	01	05
Produziu problema de divisão	00	00	01
Produziu problema de multiplicação	09	<b>19</b>	<b>11</b>
Total	33	33	33

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

A Tabela 10 apresenta a frequência da produção dos alunos que participaram das quatro sessões de intervenção. Nela vemos que no pré-teste as formulações mais utilizadas foram as que não tiveram relação com problema e o problema de multiplicação, no pós-teste a frequência se concentrou na produção de situações da operação esperada, no entanto no pós-teste posterior a frequência dessa categoria que se sobressaiu voltou a mostrar mesmo quantitativo do teste inicial e outra categoria apareceu um pouco elevada, a de *produção de problema de adição* e, apenas uma produção no último teste apareceu sem envolvimento com uma elaboração de problema.

Na Tabela 11 temos os dados da produção dos alunos que participaram de três sessões de intervenção. Nesse grupo percebemos que no pré-teste a maior frequência das produções foi na categoria de *produção que não foi um problema*, no pós-teste esse maior quantitativo de formulação foi para a categoria de produção de problema de multiplicação e no pós-teste posterior aconteceu uma distribuição entre diferentes categorias, mas que o contexto multiplicativo foi o mais alto entre eles.

Tabela 10. Frequência do tipo de produção de problema apresentada pelos alunos que participaram de todas as sessões de intervenção

Tipo de produção	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste-posterior
Não produziu	01	01	01
Produção que não foi um problema	<b>06</b>	03	02
Produção de problema de adição	04	04	<b>06</b>
Produção de problema de subtração	02	01	03
Produção de problema de divisão	00	00	01
Produção de problema de multiplicação	<b>08</b>	<b>12</b>	<b>08</b>
Total	21	21	21

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Tabela 11. Frequência do tipo de produção de problema apresentada pelos alunos que participaram de três sessões de intervenção

Tipo de produção	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste-posterior
Não produziu	00	00	00
Produção que não foi um problema	<b>03</b>	02	01
Produção de problema de adição	01	00	01
Produziu problema de subtração	00	00	01
Produção de problema de divisão	00	00	00
Produção de problema de multiplicação	01	<b>03</b>	<b>02</b>
Total	05	05	05

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Já na Tabela 12, que se refere aos alunos que realizaram duas sessões de intervenção, observamos que a *produção de problemas de multiplicação* apareceu com maior frequência apenas no pós-teste, nos demais testes os tipos de problema

mais apresentados foram da *produção que não foi um problema* e *produção de problema de adição*. Dessa forma podemos afirmar que ter participado de apenas duas sessões foi insuficiente para o avanço da produção de problemas da operação utilizada na pesquisa.

Tabela 12. Frequência do tipo de produção de problema apresentada pelos alunos que participaram de duas sessões de intervenção

Tipo de produção	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste-posterior
Não produziu	02	01	01
Produção que não foi um problema	<b>03</b>	02	<b>02</b>
Produção problema de adição	01	00	<b>02</b>
Produção problema de subtração	01	00	01
Produção problema de divisão	00	00	00
Produção problema de multiplicação	00	<b>04</b>	01
Total	07	07	07

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Numa avaliação geral pudemos constatar que as sessões de intervenção auxiliaram muito mais para o avanço do raciocínio multiplicativo para a resolução de problemas do que para a ampliação da produção de problemas pelos alunos. Como hipótese desse dado do estudo, temos que se os discentes tivessem realizado produções individualmente, possivelmente haveria um melhor resultado no processo do conhecimento de elaboração textual. Vale ressaltar também que o tempo de investimento desse tipo de tarefa pode favorecer a melhoria de aprendizagem dos mesmos.

O trabalho em duplas e trios favoreceu para que a discussão não se restringisse entre pesquisadora e aluno e entre esses pequenos grupos houve discussões bastante positivas, no entanto não foram suficientes para a apropriação e autonomia de produção de problemas por cada sujeito. Esse tipo de método para a aprendizagem matemática precisa de uma continuidade, um determinado período de utilização auxilia, mas não supera todas as dificuldades que os discentes

apresentam no processo de aprendizagem da linguagem matemática e ainda a relação com a leitura, escrita e oralidade que são habilidades conjuntas da linguagem materna, nos termos de Carrasco (2006).

Por último a Tabela 13 apresenta a frequência dos tipos de problemas de multiplicação que foram utilizados nas produções. Como podemos perceber, os problemas do tipo comparativo foram os mais frequentes em todos os testes aplicados, possibilitando afirmarmos que os alunos tinham um conhecimento prévio mais ampliado para situações com essas características. Vale ressaltar que esse dado contribuiu para que relacionássemos a maior identificação deles por esse tipo de problema durante as sessões de intervenção não decorrente a uma indução, mas pelos saberes já construídos desde o início das ações, ou seja, o pré-teste.

Tabela 13. Frequência dos tipos de produções de multiplicação

Tipo de problema multiplicativo	Frequência de produção		
	Pré-teste	Pós-teste	Pós-teste-posterior
Proporcionalidade	00	03	02
Comparativo	<b>08</b>	<b>15</b>	<b>06</b>
Configuração retangular	01	01	01
Combinatória	00	00	02

Fonte: SILVA, Josenir (2014)

Portanto, a partir do que pudemos observar e discutir, propor que os alunos produzam problemas em sala de aula contribuiu para o avanço das aprendizagens na resolução de problemas, mas também aponta indício que pode colaborar para a aprendizagem da produção, como afirmado por Cândido (2001), precisando que esse investimento seja contínuo e possibilitando diferentes momentos de formulação, discussão e reflexão tanto a turma distribuída em grupos como também individualmente, pois na nossa análise percebemos que cada criança necessita de momentos que possam realizar desafios sozinhos, para que superem suas dúvidas e dificuldades que em conjunto não são ultrapassadas completamente.

Importante salientar que nossa análise e discussão de produção de problemas foram voltadas para os problemas multiplicativos e obtivemos os dados colocados no decorrer dos resultados, mas se fizermos uma comparação entre as escritas que não corresponderem a um problema e os problemas envolvendo as quatro operações, podemos concluir que houve um avanço quanto a ideia de formular um problema (independente da operação envolvida). A linguagem

matemática é construída com diálogo, escritas, leituras, e é construída a partir de situações propícias para o aprendizado no contexto escolar, conforme defende Corrêa (2009).

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

A partir dos resultados e análises apresentados podemos concluir que as sessões de intervenção auxiliaram para o processo de aprendizagem do raciocínio multiplicativo dos alunos participantes do estudo. Mesmo os grupos que vivenciaram três ou dois encontros apresentaram avanço significativo, isso se deu por eles terem realizado a segunda e/ou a terceira sessão que corresponderam às atividades de produzir problemas a partir de desenhos e iniciar os problemas a partir das perguntas, pois mostraram a necessidade de um esforço cognitivo maior dos alunos no momento das formulações, favorecendo possivelmente nos resultados dos testes após as intervenções.

Vale ressaltar que apesar da média de acerto do pós-teste posterior tanto dos alunos do grupo que participou de todas as sessões de intervenção como o grupo dos que realizaram três ou duas sessões tenha sido inferior à média do pós-teste, essas médias após as intervenções, comparadas cada uma com o pré-teste podemos perceber que houve progresso no aprendizado dos discentes em ambos os grupos. O pós-teste mostrou-se como um dado importante, pois apontou de imediato que os discentes melhoraram na construção do entendimento das relações envolvidas no conceito da multiplicação, porém o pós-teste posterior possibilitou uma análise mais real acerca do avanço da aprendizagem dos mesmos por esse teste ter sido aplicado após um período da finalização das atividades do estudo, dessa forma, os dados obtidos apontaram o que eles realmente tinham apreendido com o auxílio das produções e discussões acontecidas em sala de aula.

Destacamos também que nos percentuais de acerto apresentados em cada grupo, nesse caso com uma verificação separada entre os alunos que estiveram presentes em três e duas sessões de intervenção, observamos que em todos os grupos houve a presença de um percentual considerável quanto ao desempenho de acerto parcial, principalmente nos grupos de quatro e duas sessões apresentaram uma crescente nos percentuais do pós-teste para o pós-teste posterior e ainda no grupo de duas sessões que esse desempenho foi mais elevado no pós-teste e pós-teste posterior comparado ao desempenho de acerto total, (esse tipo de acerto que corresponde ao aluno apresentar um raciocínio multiplicativo mostrando corretamente o cálculo relacional, mas por erro de interpretação do problema ou por

equivoco na resolução erraram o cálculo numérico Vergnaud (1991), possibilitando refletirmos que os alunos têm ritmos diferentes de aprendizado e que as intervenções auxiliaram para o encaminhamento da construção da aprendizagem.

Com isso faz-se necessária a continuidade de atividades que estimulem a compreensão do raciocínio multiplicativo a partir de produções de problemas e resoluções como discutem Guimarães e Santos (2009), pois são nas novas propostas, desafios a serem realizados que os estudantes confirmarão o que já sabem e ampliarão para novos saberes. Sendo preciso ainda salientar a importância de o docente conhecer seus alunos, seus conhecimentos e suas dificuldades a fim de elaborarem situações de ensino que possibilitem o avanço das aprendizagens dos mesmos, como discute Brousseau (1996), a partir das reflexões e ações ativas deles, o professor é um mediador desse processo em sala de aula, conforme Brito (2010).

Por todos os grupos de números de sessões terem apresentado resultado positivo foi realizada uma análise estatística comprovando que a quantidade de sessões de intervenção não influenciou para o melhor aprendizado dos discentes, pois não houve diferença significativa entre os grupos e entre os testes, pré-testes e pós-teste posterior, apresentando diferença significativa apenas nos pós-testes entre os grupos. Concluímos que apesar de não ter ocorrido grau de significância entre os grupos trazemos como hipótese que esse fato aconteceu por os alunos que participaram de menos sessões terem vivenciado as atividades que possibilitaram mais reflexão e desafio (a segunda e terceira sessão) e acreditamos que quanto mais for trabalhado produções com finalidades diversificadas mais colaborarão para a progressão do aprendizado dos estudantes.

Quanto à utilização dos tipos de problemas de multiplicação apresentados pelos PCN (BRASIL, 1997) constatamos que tanto no grupo de quatro sessões como no grupo de três e duas sessões houve diferença significativa comparado pré-teste com pós-teste e pré-teste com pós-teste posterior de cada tipo de problema trabalhado, *proporcionalidade, comparativo, configuração retangular e combinatória*, dessa forma houve aprendizado em todos os tipos de problemas, possibilitando-nos afirmar a importância de propor diferentes situações envolvendo a multiplicação contribui para que os alunos desenvolvam o conceito dessa operação a partir de lógicas e contextos distintos.

No que se refere às estratégias utilizadas pelos alunos para a resolução dos problemas, percebemos que nos grupos de quatro, três e duas sessões de intervenção apareceram com maior frequência as categorias de estratégias que não tinham relação com o raciocínio multiplicativo, principalmente a utilização da adição inadequada e das respostas incorretas sem o registro da operação utilizada, enquanto no pós-teste e pós-teste posterior as estratégias se concentraram na utilização da multiplicação adequada com erro ou acerto na solução indicando que o entendimento das relações que levam ao raciocínio multiplicativo melhoraram comparado ao estado inicial coletado.

É relevante destacar ainda que foi possível observar que nas estratégias usadas apareceu a adição adequada com erro ou acerto na resposta, que corresponde ao uso da adição de parcelas repetidas. O conceito da multiplicação não deve ser tratado como uma continuidade da adição e é fundamental que essa diferença conceitual seja compreendida, que as relações existentes entre essas duas operações são distintas, de acordo com Pessoa (2009) e com Nunes, Campos, Magina e Bryant (2009). Mas os usos da adição de parcelas repetidas permitiram-nos refletir que é um raciocínio diferente do aditivo, e que se relaciona com o processo da construção do raciocínio multiplicativo, porém, de acordo com Selva, Borba, Campos, Silva, Ferreira e Luna (2008), os alunos não podem se restringir a essa aprendizagem, ou seja, à essa estratégia de resolução a partir da adição adequada como chamamos no nosso estudo.

Ao avaliarmos as produções solicitadas no final da aplicação de cada teste foi possível observarmos que houve diferentes formas de produzir problemas, algumas sem relação com a ideia de uma situação que geraria algo a ser resolvido. No geral a frequência da formulação envolvendo multiplicação foi bastante baixa comparada à quantidade de estudantes participantes. Referindo-se por grupo de números de sessões de intervenção, o quantitativo de produções de problemas de Multiplicação do grupo de quatro sessões ficou igual entre pré-teste e pós-teste posterior, apresentando uma pequena elevação nas formulações do pós-teste. A partir desse dado concluímos que o estado inicial e final quanto à compreensão da produção de problema com a operação apresentada não obteve avanço.

Os grupos de três e duas sessões também apresentaram baixa frequência de problemas de Multiplicação e esses resultados indicaram que as produções de

problemas durante as sessões de intervenção favoreceram para a construção da aprendizagem para resolução de problemas multiplicativos, mas não necessariamente para uma melhor qualidade na produção de problemas individuais dessa operação matemática. Como hipótese, isso pode ter ocorrido porque durante as sessões os alunos produziram em duplas ou trios, um ajudava o outro nas dúvidas que apareciam, mas essas discussões entre alunos e alunos/pesquisadora não foram satisfatórias para garantir uma autonomia na escrita realizada individualmente.

Acreditamos que se tivéssemos alternado as atividades das sessões de intervenção ora em duplas, ora individualmente possivelmente esse resultado das formulações individuais teria sido mais positivo, pois no momento em que o aluno estivesse produzindo sozinho teria que refletir muito mais para realizar a atividade, tendo os questionamentos apenas da pesquisadora, enquanto que os momentos em pequenos grupos haveria uma comunicação de maior interação sobre a tarefa em questão, ou seja, eles teriam momentos distintos para se envolverem com as produções propostas dos encontros para intervenção. Como também, a continuidade de investimento dessa tarefa em sala de aula auxiliará para a ampliação da aprendizagem dos discentes.

Produzir problemas é não é uma atividade de entendimento imediato, as discussões, as formulações e reformulações. Vale ressaltar que no resultado das produções de forma geral (incluindo as quatro operações), houve um avanço comparado à categoria dos alunos que não produziram e que a escrita não foi considerada construção de problema, necessitando novos desafios para que o discente amplie suas ideias quanto à produção relacionada aos determinados conceitos que estão sendo construídos.

A linguagem matemática e a língua materna se complementam, de acordo com Machado (2011), auxiliando assim para que o sujeito erija sua aprendizagem matemática, porém é um processo que necessita de continuidade de investimento e não ocorra em um determinado período. Expressar a linguagem matemática escrita, nesse caso envolvendo uma produção de problema, significa uma aprendizagem muito mais elaborada e estruturada e isso acontece gradativamente conforme as situações lançadas aos estudantes, conforme Corrêa (2009) e Battisti e Nehring (2009).

Destacamos ainda que nas produções de problemas que envolveram a Multiplicação, o tipo de problema mais utilizado no pré-teste, durante as sessões de intervenção e nos dois testes após as intervenções relacionaram-se às características de problema comparativo. Possivelmente esse tipo de problema tenha sido trabalhado em vivências anteriores escolares e que o avanço cognitivo que aconteceu diante desse saber já formado foi a substituição do termo *vezes mais* utilizado com mais frequência no pré-teste por palavras que correspondem à ideia de comparação, *dobro*, *triplo*, por exemplo, possibilitando que a situação esteja relacionada a um problema de multiplicação sem precisar explicitar a operação utilizada.

Espera-se que esse estudo contribua para reflexões sobre relevância e possibilidades da utilização da produção de problemas pelos alunos para a construção do raciocínio multiplicativo ou para outros conceitos matemáticos, pois embora essa pesquisa tenha sido realizada com o foco na Multiplicação, as discussões permitem uma ampliação de ideias para outras aprendizagens dessa disciplina. A partir das formulações que os discentes produzem, conceitos matemáticos estão sendo formados e refletidos como podem ser expressos em situações desafiadoras e criativas a fim de que o resolvidor também construa aprendizagens.

Espera-se, também, que pesquisadores e educadores percebam a importância do investimento da leitura e escrita nas aulas de Matemática visando a favorecer a compreensão da sua linguagem específica, além do desenvolvimento também da língua materna nas produções textuais. A oralidade é bastante relevante e não deve ser esquecida no trabalho escolar e especificamente nas atividades dessa disciplina, pois a partir dela percebemos como os alunos relacionam sua forma de resolver problemas no meio social, conforme destacam Nunes, Carraher e Schliemann (2011), mas a escrita possibilita uma apropriação mais formal desse aprendizado que deve ser também explorada e incentivada como mostram os estudos de Cândido (2001) e Corrêa (2009). Cada habilidade tem sua funcionalidade cabe ao professor saber utilizá-la da melhor maneira para um melhor ensino e aprendizagem em sala de aula.

Deseja-se ainda que as discussões colocadas colaborem para que nós professores possamos repensar nossa prática pedagógica buscando um ensino da

Matemática mais prazeroso, dinâmico, buscando desenvolver as compreensões conceituais, a linguagem matemática presente de forma interdisciplinar, que levem os alunos a construir seus saberes de maneira participativa e com autonomia, pois afinal de contas a utilização da leitura e escrita são fortes aliados para o processo do ensino e aprendizagem dos alunos nas aulas dessa área do conhecimento.

E que esse estudo seja ponte para pesquisas posteriores relacionadas a esse tema discutido, que sejam voltadas para o uso da leitura e escrita nas aulas de Matemática, fazendo uso da produção e resolução de problemas nos diferentes anos de escolaridade, pois acreditamos que desde os anos iniciais do Ensino Fundamental as crianças têm a capacidade de produzir por escrito seus aprendizados, contribuindo para a formação dos diferentes conceitos matemáticos, ou até mesmo no aperfeiçoamento da construção do raciocínio multiplicativo, desde que o professor utilize atividades adequadas, oportunizando que os estudantes expressem suas hipóteses iniciais (tanto da língua materna quanto da linguagem matemática) e possibilitem o avanço dos saberes discentes, como defende Carrasco (2006). Outra possível pesquisa são levantamentos nos livros didáticos de Matemática quanto à frequência e tipos de atividades que explorem a produção de problemas nos anos iniciais de escolarização, uma vez que esse apoio didático é muito utilizado em sala de aula. E ainda pesquisas relacionadas à formação docente, a fim de que os professores da educação básica conheçam, discutam, reflitam, planejem e realizem situações de ensino que envolvam as habilidades já mencionadas acima nas aulas dessa área do conhecimento, com a finalidade de perceberem que a língua materna pode auxiliar no desenvolvimento da linguagem matemática, favorecendo assim um processo de aprendizagem aos alunos mais dinâmico, dialogado, posicionando-os como sujeitos ativos de seus conhecimentos não só no estudo da compreensão do conceito da Multiplicação como ainda dos outros conceitos matemáticos.

## REFERÊNCIAS

AZERÊDO, Maria Alves. A resolução de problemas e a não valorização das representações pessoais de solução. In: 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2008. **Anais...** 2008.

BATISTA, Adriana M. S. B.. **A influência dos suportes de representação na resolução de problemas com estruturas multiplicativas.** 179f. Dissertação (Mestrado em Psicologia Cognitiva) – Pós- Graduação em Psicologia. Centro de Filosofia e Ciências Humanas. Universidade Federal de Pernambuco. Recife/PE, 2002.

BATTISTI, I. K.; NEHRING, C. M.. Linguagem como ferramenta básica no processo de elaboração conceitual em aulas de matemática. In: GRANDO, Neiva Ignês (org). **Educação Matemática: processos de pesquisa no ensino fundamental e médio.** Passo Fundo, Universidade Passo Fundo; Ijuí, Unijuí. 2009, pp. 52-70.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental, Brasília, 1997.

BRITO, Márcia Regina F.. Alguns Aspectos Teóricos e Conceituais da Solução de Problemas Matemáticos. In: **Solução de Problemas e a Matemática escolar.** BRITO, Márcia Regina F. (org). Campinas, Alínea, 2010, pp. 15-53.

BROUSSEAU, Guy. Os diferentes papéis do professor. In PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (orgs.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, pp. 54-78.

CÂNDIDO, Patrícia T.. Comunicação em matemática. In: SMOLE, Kátia. DINIZ, Maria Ignez. **Ler , Escrever e Resolver Problemas** . Porto Alegre, Artmed, 2001, pp. 15-28.

CARRASCO, Lucia H.. Leitura e Escrita na matemática. In: NEVES, Conceição; SOUZA, Jusamara; SCHÄFFER, Neiva (orgs.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas.** Porto Alegre, UFRGS, 2006, pp. 192-203.

CHARNAY, Roland. Aprendendo (com) a resolução de problemas. In PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (orgs.). **Didática da Matemática: reflexões psicopedagógicas.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1996, pp. 42-53.

CHICA, Cristiane. Por que formular problemas? In: SMOLE, Kátia & DINIZ, Maria Ignez (orgs.). **Ler, escrever e resolver problemas**. Porto Alegre, Artmed, 2001, pp. 151- 173.

CORREA, J.; SPINILLO, A. G.. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In. PAVANELLO, Regina Maria. **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo, Coleção SBEM, v.2. 2004, pp. 103-127.

CORRÊA, Roseli de Alvarenga. Linguagem matemática, meios de comunicação e educação matemática. In: In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (orgs.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, pp. 93-100.

DANTE, Luiz Roberto. **Formulações e resolução de problemas de matemática: teoria e prática**. São Paulo, Ática, 2009.

DINIZ, Maria Ignez. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, Kátia. DINIZ, Maria Ignez. **Ler , Escrever e Resolver Problemas** . Porto Alegre, Artmed, 2001, pp. 87-97.

FERNANDES, Márcia C. B.. **Elaboração e Resolução de problemas: um modo de aprender matemática**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2006.

FONSECA, M. C. F. R.; CARDOSO, C. A.. Educação Matemática e letramento: textos para ensinar Matemática, Matemática para ler o texto. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (orgs.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, pp. 63-76.

GUEDES, P. C.; SOUZA, J. M.. Leitura e escrita são tarefas da escola e não só do professor de português. In: NEVES, Conceição Bitencourt; SOUZA, Jusamara Vieira; SCHÄFFER, Neiva Otero (orgs.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. 7. ed. Porto Alegre, UFRGS, 2006, pp. 15-20.

GUIMARÃES, Gilda Lisboa; SANTOS, Roberta Rodrigues. Crianças elaborando problemas de estrutura multiplicativa. Educação Matemática em Revista, ano 14, nº 26, março. 2009. Disponível em [http://www.sbem.com.br/files/revista14\\_26.pdf](http://www.sbem.com.br/files/revista14_26.pdf). Acesso em 27 de julho de 2012.

GONTIJO, Cleyton Hércules. Resolução e formulação de problemas: caminhos para o desenvolvimento da criatividade em matemática. In: Simpósio Internacional de Pesquisa em educação Matemática. Recife, 2006. **Anais...** 2006.

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. **Novo Tempo:Matemática**, 3ª série. São Paulo, Scipione, 1999.

IMENES, Luiz Márcio; JAKUBOVIC, José; LELLIS, Marcelo. **Novo Tempo:Matemática**, 4ª série. São Paulo, Scipione, 1999.

KEHRWALD, Isabel Petry. Ler e escrever em artes visuais. In: NEVES, Conceição Bitencourt; SOUZA, Jusamara Vieira; SCHÄFFER, Neiva Otero (orgs.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. 7. ed. Porto Alegre, UFRGS, 2006, pp. 23-33.

KLÜSENER, Renita. Ler, escrever e compreender a matemática, ao invés de tropeçar nos símbolos. In: NEVES, Conceição Bitencourt; SOUZA, Jusamara Vieira; SCHÄFFER, Neiva Otero (orgs.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. 7. ed. Porto Alegre, UFRGS, 2006, pp. 177-191.

LERNER, Delia. **Ler e escrever na escola: o real, o possível e o necessário**. Porto Alegre, Artmed, 2002.

LORENSATTI, Edi Jussara Candido. **Linguagem matemática e língua portuguesa: diálogo necessário na resolução de problemas matemáticos**. Conjectura, v. 14, nº 2, maio/ ago. 2009.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna: análise de uma impregnação mútua**. São Paulo, Cortez, 6ª ed., 2011.

MENEZES, Luís. **Matemática, linguagem e comunicação**. Millenium, 20, 2000. Disponível em: [http://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/899?mode=full&submit\\_simple=Mostrar+registro+em+formato+completo](http://repositorio.ipv.pt/handle/10400.19/899?mode=full&submit_simple=Mostrar+registro+em+formato+completo) Acesso em 26 de junho de 2013.

NUNES, T.; BRYANT, P.. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P.. **Educação Matemática 1: números e operações numéricas**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2009.

NUNES, T.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.. Matemática escrita versus matemática oral. In: NUNES, T.; CARRAHER, D. W.; SCHLIEMANN, A. D.. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo, Cortez, 16ª ed., 2011.

PASSOS, M. M.; PASSOS, A. M.. **De olho no Futuro Matemática**. 4ª série. São Paulo: Quinteto Editorial, 2005.

ROZÁRIO, Vera Lúcia G.. **A abordagem da linguagem matemática na elaboração de problemas por alunos do Ensino Fundamental**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 2006.

SEFFNER, Fernando. Leitura e escrita na história. In: NEVES, Conceição Bitencourt; SOUZA, Jusamara Vieira; SCHÄFFER, Neiva Otero (orgs.). **Ler e escrever: compromisso de todas as áreas**. 7. ed. Porto Alegre, UFRGS, 2006, pp. 107-120.

PESSOA, Cristiane A. S.. **Quem dança com Quem: o desenvolvimento do raciocínio combinatório do 2º ano do Ensino Fundamental ao 3º ano do Ensino Médio**. Tese de Doutorado. Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), Recife, 2009.

PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos; SILVA, Cledjane Araújo da; MATOS FILHO, Maurício A. Saraiva de.. Estruturas Multiplicativas: como os alunos compreendem os diferentes tipos de problemas? In: Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006. **Anais...** 2006.

SANTOS, Roberta Rodrigues. **Formação continuada de professores sobre estruturas multiplicativas a partir de sequências didáticas**. 199f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação. Centro de Educação. Universidade Federal de Pernambuco. Recife/PE, 2005.

SANTOS, Sandra Augusta. Explorações da linguagem escrita nas aulas de Matemática. In: NACARATO, Adair Mendes; LOPES, Celi Espasandin (orgs.). **Escritas e Leituras na Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009, pp. 127-141.

SELVA, Ana Coelho Vieira; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; CAMPOS, Tânia; SILVA, Dayse Bivar da; FERREIRA, Maria Neuza P.; LUNA, Maria Helena Tavares de. O raciocínio multiplicativo de crianças de 3ª e 5ª séries: o que compreendem? Que dificuldades apresentam? In: 2º Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação matemática, 2008, Recife. **Anais...** Recife, 2008.

SELVA, Ana Coêlho Vieira; BORBA, Rute Elizabete de Souza Rosa; MAGINA, Sandra; SPINILLO, Alina; GOMES-FERREIRA, Verônica Gitirana; CAMPOS, Tânia M. M.. A resolução de problemas multiplicativos por crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental – o que resolvem e por que resolvem? In: III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2006, São Paulo. **Anais...** São Paulo, 2006.

SILVA, Josenir R.. **A produção de textos para problemas de multiplicação no 2º e 5º anos do Ensino Fundamental**. Monografia de Especialização. Faculdade de Ciências Humanas e Sociais de Igarassu (FACIG), Igarassu, 2012.

SILVA, Josenir Rodrigues; PESSOA, Cristiane Azevêdo dos Santos. Textos Multiplicativos: formular situações-problema favorece na aprendizagem para resolução de problemas? In: XI Encontro Nacional de Educação matemática, 2013, Curitiba. **Anais...** Curitiba, 2013.

SMOLE, Kátia C. S.. Textos em Matemática: por que não? In: SMOLE, Kátia. DINIZ, Maria Ignez. **Ler, Escrever e Resolver Problemas**. Porto Alegre, Artmed, 2001, pp. 29-68.

SMOLE, K.; DINIZ, M. I.. Ler e Aprender Matemática. In: SMOLE, Kátia. DINIZ, Maria Ignez. **Ler , Escrever e Resolver Problemas** . Porto Alegre, Artmed, 2001, pp. 69-86.

SPINILLO, A. G.; MAGINA, S. Alguns ‘mitos’ sobre a Educação Matemática e suas consequências para o Ensino Fundamental. In: In. PAVANELLO, Regina Maria. **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental: a pesquisa e a sala de aula**. São Paulo, Coleção SBEM, v.2. 2004, pp. 7-35.

VERGNAUD, Gérard. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas Um exemplo: as estruturas aditivas. **Análise Psicológica**, 1, 1986, pp. 75-90.

VERGNAUD, Gérard. La théorie de champs conceptuels. **Recherches em Didactique de Mathématiques**, vol 10, nº 2.3 , Pensée Sauvage: Grenoble, França, 1990, pp. 133-170.

VERGNAUD, Gérard. **El niño, las matemáticas y la realidad - Problemas de la enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria**. Mexico: Trillas, 1991.

VERGNAUD, Gerard. A Teoria dos Campos Conceptuais. In. BRUM, Jean, (org.) **Didáctica das Matemáticas**. Lisboa: Horizontes Pedagógicos, 1996.