



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Tecnologia e Geociências
Pós-Graduação em Engenharia Civil

Tese de Doutorado

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICAS DE CONCEPÇÕES DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO MODELOS DE SELEÇÃO

NILMA FONTES DE ARAUJO ANDRADE

Orientador: Ézio da Rocha Araújo, DSc.

**Recife - PE
Dezembro de 2013**

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICAS DE CONCEPÇÕES DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO MODELOS DE SELEÇÃO

NILMA FONTES DE ARAUJO ANDRADE

Tese de Doutorado submetida ao Corpo Docente do Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Pernambuco, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Doutor em Ciências em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Estruturas

Ézio da Rocha Araújo, DSc.
Orientador

Recife, Pernambuco, Brasil
Nilma Fontes de Araujo Andrade, Dezembro de 2013

Catálogo na fonte
Bibliotecária Margareth Malta, CRB-4 / 1198

A553a Andrade, Nilma Fontes de Araujo.

Análise e otimização estocásticas de concepções de estruturas de concreto armado utilizando modelos de seleção / Nilma Fontes de Araujo Andrade. - Recife: O Autor, 2013.

279 folhas, il., gráfs., tabs.

Orientador: Prof. Dr. Ézio da Rocha Araújo.

Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2013.

Inclui Referências e Apêndices.

1. Engenharia Civil. 2. Modelos probabilísticos. 3. Incertezas. 4. Modelos de seleção. 5. Flexibilidade. 6. Otimização. 7. Modelos de dimensionamento. 8. Concreto armado. I. Araújo, Ézio da Rocha. (Orientador). II. Título.

UFPE

624 CDD (22. ed.)

BCTG/2014-237



UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

A comissão examinadora da Defesa de Tese de Doutorado

ANÁLISE E OTIMIZAÇÃO ESTOCÁSTICAS DE CONCEPÇÕES DE
ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO UTILIZANDO MODELOS
DE SELEÇÃO

defendida por

Nilma Fontes de Araújo Andrade

Considera a candidata APROVADA

Recife, 29 de novembro de 2013

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Ézio da Rocha Araújo - UFPE
(orientador)

Prof. Dr. Walnório Graça Ferreira - UFES
(examinador externo)

Prof. Dr. Afonso Henrique Sobreira de Oliveira -UFPE
(examinador externo)

Prof. Dr. Romilde Almeida de Oliveira - UFPE
(examinador interno)

Prof. Dr. José Jéferson do Rêgo Silva - UFPE
(examinador interno)

A Juan, a quem sempre amarei.
A Camila e Bruna, amores de minha vida.
A meus pais (in memoriam) que tanto me amaram.

Agradecimentos

A Deus, por tudo.

Ao prof. Ézio, pela compreensão, apoio e pela oportunidade em trabalhar com temas tão relevantes.

Aos meus irmãos, pela sincera preocupação e carinho.

A um homem de coragem, discernimento e companheirismo, Jorge Lima.

A Liliane, cujo apoio profissional e emocional foram fundamentais neste trabalho.

Ao prof. Paulo Regis, pelas contribuições.

Aos professores, alunos e funcionários da pós-graduação em Engenharia Civil da UFPE, pelo apoio.

A Andréa Negromonte, pela consideração e atenção.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil da UFS, pela compreensão e suporte.

Aos funcionários da UFS, que direta ou indiretamente viabilizaram este doutorado.

A Cláudia Campos, minha amiga e confidente.

A meus amigos e parentes, que perto ou longe, sempre estiveram comigo.

A Kelma, companheira querida nesta fase delicada da vida.

A Neide, pelo carinho com que sempre cuidou de minha casa e de minha família.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Porque estou certo de que, nem a morte, nem a vida, ... nem alguma outra criatura nos poderá separar do amor de Deus, que está em Cristo Jesus nosso Senhor.

Romanos (8:38,39)

Resumo

Esta tese desenvolve e codifica uma metodologia que permite avaliar e selecionar concepções alternativas para estruturas de concreto armado, considerando as variáveis estruturais como estocásticas, os efeitos da propagação das incertezas e a otimização estocástica dos custos das alternativas de projeto, como uma ferramenta para mitigar riscos e realçar as oportunidades de ganho.

Tradicionalmente, a prática da engenharia sempre objetiva encontrar “a solução ótima” sob hipóteses determinísticas, tanto na fase de estudos conceituais, fase esta sob a qual o trabalho pretende concentrar-se, quanto nas soluções específicas para os elementos estruturais no projeto final.

Esta tese é parte de um projeto de pesquisa e desenvolvimento na área de flexibilidade em sistemas de engenharia, como os envolvidos na exploração e na produção de petróleo em alto mar, ou na implantação de centenas de quilômetros de linhas de transmissão, ou de infraestrutura rodoviária, ou mesmo na construção de grandes edifícios, ou conjuntos deles. Geralmente esses projetos necessitam de investimentos de grande capital, submetidos a diversas incertezas técnicas e mercadológicas, e implementados ao longo de um grande intervalo de tempo.

As variáveis de projeto são descritas por funções de densidade de probabilidade apropriadas, e sua propagação é feita através da técnica de Monte Carlo. A otimização sob incerteza das variáveis de projeto é efetuada sobre medidas estocásticas das funções-objetivo, usando algoritmos de otimização que não requerem o cálculo de derivadas. Desta forma, uma gama enorme de funções-objetivo estocásticas (ou não) pode ser codificada, de acordo com as necessidades do projeto. Tais algoritmos de otimização, trabalhando conjuntamente com amostragens das distribuições, permitem uma generalidade suficiente para a avaliação e a otimização de alternativas de projeto sob diversos critérios.

A generalidade acima descrita não pode ser conseguida senão com uma análise de centenas de milhares de análises e dimensionamentos estruturais. Esse desafio computacional é enfrentado com o desenvolvimento de modelos de seleção para o dimensionamento dos elementos estruturais. A esses modelos, de média fidelidade, são acoplados regras de decisão normativas, modelos de análise estrutural e modelos econômicos.

Palavras chave: modelos probabilísticos, incertezas, modelos de seleção, flexibilidade, otimização, modelos de dimensionamento, concreto armado.

Abstract

This thesis proposes the development and codification of a methodology to evaluate and select alternative designs for reinforced concrete structures considering the structural variables under a stochastic approach, the effects of propagation of uncertainties, and the stochastic optimization of design alternatives costs, as a tool to mitigate risk and to take gains opportunity.

Traditionally, engineering practice always aims to find "the optimal solution" under deterministic assumptions, both for conceptual study phase, which is the focus of the present work, and for specific solutions of the structural elements in the final design.

This thesis is part of a research and development project related with flexibility in engineering systems, as those involved in offshore exploration and production oilfields, or the deployment of hundreds of miles of transmission lines, or road infrastructure or even in the construction of large buildings. Generally, these designs require large capital investments under various technical and marketing uncertainties, implemented over a large time frame.

The design variables are described by appropriate probability density functions, and its propagation is done by Monte Carlo technique. Optimization under uncertainty of design variables is performed on stochastic measures of objective functions, using optimization algorithms that do not require the calculation of derivatives. Thus, a huge range of stochastic (or not) objective functions can be codified according to project needs. Such optimization algorithms working coupled with sampling distributions, allow the global evaluation and optimization of design alternatives under various criteria.

The generality described above cannot be achieved except with an analysis of hundreds of thousands of sizing and structural analyzes. This computational challenge is faced with the development of screening models for the design of structural elements. These mid-fidelity models are coupled with standard decision rules, structural analysis and economic models.

Keywords: probabilistic models, uncertainties, screeningmodels , flexibility, optimization, design models, reinforced concrete.

Lista de Figuras

Figura 1.1 - Expansão vertical em Chicago.	3
Figura 3.1 - O método de engenharia.....	20
Figura 3.2 - Transformação de entradas em saídas nos sistemas.....	20
Figura 3.3 - Representação gráfica da probabilidade.....	22
Figura 3.4. Funções de distribuição, sugestão do JCSS.....	26
Figura 3.5 - Função densidade de probabilidade uniforme.....	29
Figura 3.6 - Gráfico da distribuição normal.....	31
Figura 3.7 - Distribuição Padrão Normal Cumulativa	32
Figura 3.8 - Distribuição exponencial.....	32
Figura 3.9 - Superfície de falha.....	41
Figura 3.10 - Método FORM	42
Figura 4.1 - Estrutura de uma análise de incertezas e seus elementos (Adaptação de (61)).....	48
Figura 4.2 – Curvas VARG.....	56
Figura 4.3 - Função monotônica crescente	63
Figura 4.4 - Interpretação gráfica da equação(4.10)	65
Figura 4.5 - Região R_z	66
Figura 4.6 - Limite de deformação entre os domínios 3 e 4	67
Figura 4.7 - Função de distribuição de probabilidade e função acumulada de fcc	69
Figura 5.1 - Metodologia de dimensionamento com associação do método Monte Carlo e otimização	75
Figura 5.2 - Simulação de Monte Carlo para uma variável aleatória A, qualquer.....	79
Figura 5.3 - Otimização com simulação estocástica, quando as variáveis de projeto são determinísticas.....	81
Figura 5.4 - Otimização com simulação estocástica, quando as variáveis de projeto são aleatórias.	82
Figura 5.5 - Metodologia da proposta da tese. Caso com as variáveis de projeto determinísticas.....	84
Figura 5.6 - Metodologia da proposta da tese. Caso com as variáveis de projeto aleatórias	87
Figura 6.1 - Áreas de aço nas seções de uma viga	90
Figura 6.2 - Diagrama tensão x deformação do concreto simplificado	92
Figura 6.3 - Tensões em uma seção de concreto armado de acordo com o diagrama parábola x retângulo e com o diagrama simplificado	92

Figura 6.4 - Domínio de deformação no estado limite último. Limite entre domínios 3 e 4.....	93
Figura 6.5 - Armadura longitudinal simples, simbólica, nas seções de uma viga	95
Figura 6.6 - Armadura longitudinal dupla, simbólica, em seções de uma viga	96
Figura 6.7 - Galeria de água	97
Figura 6.8 - Viga com armadura longitudinal.....	97
Figura 6.9 - Esforços na seção de uma viga de concreto armado antes da formação de fissuras	98
Figura 6.10 - Esforços na seção de uma viga de concreto armado após formação das fissuras	98
Figura 6.11 - Ancoragem em viga de concreto armado	101
Figura 6.12 - Ancoragem em viga de concreto armado com o uso de ganchos. a) Armadura simbólica usada em cada seção. b) Armadura longitudinal e comprimento de ancoragem (Barras azuis – armadura usada antes da ancoragem. Barras vermelhas – ancoragem). NAs: Nova área de aço (após ancoragem).....	103
Figura 6.13 - Etapas para determinação da área de aço em viga de concreto armado..	105
Figura 6.14 - Divisão de uma viga em elementos para determinação do volume de aço	108
Figura 6.15 - Viga da Figura 6.12 com as áreas de ancoragem em seções além do apoio	109
Figura 6.16 - Vão efetivo	112
Figura 6.17 - a) Laje maciça; b) Grelha equivalente.....	114
Figura 6.18 - Domínio de deformação no estado limite último. Limite entre domínios 3 e 4.....	116
Figura 6.19 - Domínio de deformação no estado limite último. Domínios 2 e 3.....	117
Figura 6.20 - Seção transversal de um pilar	122
Figura 6.21 - Flecha em um pilar com carga distribuída transversal e força normal de compressão.....	123
Figura 6.22 - Tipos de pilares com relação à posição em planta	131
Figura 6.23 - Excentricidade inicial em pilares central, lateral e de canto	133
Figura 6.24 - Imperfeições geométricas globais	134
Figura 6.25 - Imperfeições geométricas locais.	134
Figura 6.26 - Excentricidades iniciais nas seções extremas de um pilar lateral	139
Figura 6.27 - Seção transversal com esforço normal atuando fora dos eixos de simetria	142
Figura 6.28 - Distribuições de armadura longitudinal em pilares.....	145
Figura 6.29 - Exemplo de seção transversal para dimensionamento da armadura longitudinal	146
Figura 6.30 - Arranjos de armadura longitudinal usados nas Tabelas de ARAUJO (85), vol.3, para dimensionamento à flexo-compressão normal.....	147
Figura 7.1 - Nomenclatura para geometria das vigas e pilares	152
Figura 7.2 - Pórtico plano do Exemplo 1	153

Figura 7.3 - Pórtico plano e os carregamentos dos casos A, B, C e D do Exemplo 1 ..	154
Figura 7.4 - Detalhamento da viga do pórtico plano com o Cypecad. Caso A do Exemplo 1	154
Figura 7.5 - Seções da viga e armadura calculada com o Cypecad. Caso A do Exemplo 1	155
Figura 7.6 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso A do Exemplo 1	156
Figura 7.7 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso A do Exemplo 1	156
Figura 7.8 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso A do Exemplo 1	157
Figura 7.9 - Detalhamento da viga com o Cypecad. Caso B do Exemplo 1.....	157
Figura 7.10 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso B do Exemplo 1	158
Figura 7.11 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso B do Exemplo 1	159
Figura 7.12 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso B do Exemplo 1.....	159
Figura 7.13 - : Detalhamento da viga com o Cypecad. Caso C do Exemplo 1.....	159
Figura 7.14 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso C do Exemplo 1	160
Figura 7.15 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso C do Exemplo 1	161
Figura 7.16 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso C do Exemplo 1.....	161
Figura 7.17 - Detalhamento da viga com o Cypecad. Caso D do Exemplo 1.....	161
Figura 7.18 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso D do Exemplo 1	163
Figura 7.19 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso D do Exemplo 1	163
Figura 7.20 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso D do Exemplo 1	163
Figura 7.21 - Pórtico plano para comparação dos esforços do SAP e do FEAP. EXEMPLO 2	164
Figura 7.22 - Reações, diagramas de momento fletor e esforço cortante do pórtico plano calculados com o SAP. Exemplo 2	165
Figura 7.23 - Reações, diagramas de momento fletor e esforço cortante do pórtico plano calculados com o Feap. Exemplo 2.....	165
Figura7.24 - Pórtico plano para verificação da otimização com diferentes valores iniciais das variáveis de projeto. Exemplo 4.....	168
Figura 7.25 - Gráficos da função objetivo para os exemplos A e B. EXEMPLO 4	170
Figura7.26 - Pórtico espacial para análise do dimensionamento com o modelo da tese e com o Cypecad. EXEMPLO 5.....	170

Figura 7.27 - Numeração dos pilares, vigas e lajes. Exemplo 5.	171
Figura 7.28 - Grelha utilizada no pórtico espacial. Exemplo 5.....	171
Figura 7.29 - Relatório Quantitativos de vigas do Cypecad do Exemplo 5.....	172
Figura 7.30 - Relatório do Cypecad Esforços e armaduras de pilares do Exemplo 5...	173
Figura 7.31 - Pórtico espacial para análise do dimensionamento com diferentes valores iniciais das variáveis de projeto. EXEMPLO 6.	175
Figura 7.32 - Gráficos da função objetivo dos casos A e B do Exemplo 6	177
Figura 7.33 - Pórtico plano para os exemplos com simulação estocástica e otimização	179
Figura 7.34 - Pórtico espacial para os exemplos com simulação estocástica e otimização	179
Figura 7.35 – Pórtico plano. Função objetivo e histograma dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)	187
Figura 7.36 - Pórtico plano. Histogramas de entrada e saída da função objetivo	189
Figura 7.37 – Pórtico plano. Função de distribuição acumulada da função-objetivo ...	190
Figura 7.38 – Pórtico plano. Desvio padrão e coeficiente de variação da função objetivo dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)	192
Figura 7.39 – Pórtico plano. Gráfico das variáveis de projeto <i>largura</i> e <i>altura</i> da viga dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)	193
Figura 7.40 – Pórtico plano. Gráfico das variáveis de projeto <i>dimensões das seções transversais dos pilares</i> dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)	195
Figura 7.41 – Pórtico espacial. Função objetivo e histograma dos exemplos 8.1(a), 8.2 (b), 8.3 (c), 8.4 (d) e 8.5 (e).....	199
Figura 7.42- Pórtico espacial. Histogramas de entrada e saída da função objetivo	200
Figura 7.43 - Pórtico espacial. Função de distribuição acumulada da função-objetivo	202
Figura 7.44 – Pórtico espacial. Desvio padrão e coeficiente de variação da função objetivo dos exemplos 8.1(a), 8.2(b), 8.3(c), 8.4(d) e 8.5(e)	203
Figura 7.45 - Gráfico: Resistência à compressão do concreto x simulação. Exemplos 8.1, 8.2 e 8.4.....	204
Figura 7.46 - Gráfico: Peso de aço das vigas x simulação. Exemplos 8.1, 8.2, 8.3 e 8.4	205
Figura 7.47 - Pórtico plano para simulação estocástica e otimização com distribuição de Weibull para carga de vento.....	205
Figura 7.48 – Função objetivo e histograma do exemplo com pórtico plano com carga de vento aleatória	208
Figura 7.49 – Histogramas de entrada e de saída da função –objetivo. Exemplo com pórtico plano com carga de vento aleatória.....	208
Figura 7.50 – Função de distribuição acumulada da função objetivo. $k=1$ e $k=1000$. .	209
Figura 7.51 – Desvio padrão e coeficiente de variação da função objetivo. Exemplo com pórtico plano com carga de vento aleatória.....	209
Figura 7.52 – Seções do pórtico plano para análise de resultados	210

Figura 7.53 - Histogramas de momentos e áreas de aço na seção E da viga do pórtico plano, na última iteração	211
Figura 7.54 - Histogramas de momentos e áreas de aço na seção F da viga do pórtico plano.....	212
Figura 7.55 - Planta-baixa do pavimento tipo. Exemplo Beach Class.....	213
Figura 7.56 - Cotas e numeração das vigas, pilares e lajes. Exemplo Beach Class.....	213
Figura 7.57 - Detalhe das nervuras. Exemplo Beach Class	214
Figura 7.58 - Malha do Beach Class preparada com auxílio do AutoCad e do Sap	215
Figura 7.59 – Função objetivo e histograma. Exemplo Beach Class.....	217
Figura 7.60 – Histogramas da função-objetivo para $k=1$ e $k=100$. Exemplo Beach Class.	218
Figura 7.61 – Função de distribuição acumulada. $k=1$ e $k=100$. Exemplo Beach Class.	219
Figura 7.62 – Desvio padrão e coeficiente de variação. Exemplo Beach Class.	220
Figura 7.63 – Peso de aço das vigas. Exemplo Beach Class.....	221

Lista de Quadros

Quadro 3.1 - Exemplos de aplicação de coeficientes de segurança. Primeiro caso.....	35
Quadro 3.2 - Exemplos de aplicação de coeficientes de segurança. Segundo caso.....	36
Quadro 4.1 - Classificação das incertezas segundo (59).....	46
Quadro 4.2–Classificação das incertezas, adaptação de (59).....	47
Quadro 4.3 - Organização e definição de incertezas na Engenharia, segundo (64).....	50
Quadro 4.4 - Incertezas em Modelagem Computacional e Simulação	52
Quadro 4.5 - Características dos modelos de seleção	59
Quadro 4.6 - Vantagens dos modelos de seleção	60
Quadro 5.1 - Diferença entre as declarações de problemas de otimização estocásticos e determinísticos.	76
Quadro 5.2 - Variáveis aleatórias de acordo com a incerteza considerada.....	80
Quadro 6.1 - Casos onde os métodos aproximados podem ser empregados na determinação dos efeitos locais de 2ª ordem.....	126
Quadro 6.2 - Momento total máximo no pilar nos métodos aproximados.....	127
Quadro 6.3 - Métodos de determinação dos efeitos locais de 2ª ordem	127
Quadro 6.4 - Teoria de 1ª ordem e teoria de 2ª ordem	128
Quadro 6.5 - Diferenças entre estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis	129
Quadro 6.6 - Classificação dos pilares quanto à posição em planta	132
Quadro 6.7 - Tipos de excentricidades e aplicação.....	133
Quadro 6.8 - Características das principais excentricidades em pilares curtos e moderadamente esbeltos	136
Quadro 6.9 - Resumo do emprego das excentricidades	137
Quadro 6.10 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar central.....	139
Quadro 6.11 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar lateral situado em uma borda do pavimento paralela ao eixo x	141
Quadro 6.12 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar lateral situado em uma borda do pavimento paralela ao eixo y	141
Quadro 6.13 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar de canto (considerado como pilar “lateral em duas direções”).....	143
Quadro 7.1 - Descrição dos exemplos do pórtico plano usado na verificação do dimensionamento de uma viga.....	153
Quadro 7.2 - Propriedades em comum dos exemplos do pórtico plano usado na verificação do dimensionamento de uma viga	153

Quadro 7.3 - Variáveis de projeto	180
Quadro 7.4 - Exemplos 7.1 - Pórtico plano e 8.1- Pórtico espacial	180
Quadro 7.5 - Exemplos 7.2 - Pórtico plano e 8.2- Pórtico espacial	180
Quadro 7.6 - Exemplos 7.3 - Pórtico plano e 8.3 - Pórtico espacial	181
Quadro 7.7 - Exemplos 7.4 - Pórtico plano e 8.4 - Pórtico espacial	181
Quadro 7.8 - Exemplos 7.5 - Pórtico plano e 8.5 - Pórtico espacial	182
Quadro 7.9 - Média, desvio padrão e coeficiente de variação das propriedades dos materiais	182
Quadro 7.10 - Média, desvio padrão e coeficiente de variação das propriedades geométricas	182
Quadro 7.11 - Coeficientes de variação das variáveis aleatórias extraídos do JCSS....	183
Quadro 7.12 - Médias e coeficientes de variação das propriedades dos materiais	215

Lista de Tabelas

Tabela 7.1 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo A.....	155
Tabela 7.2 - Área de aço longitudinal, calculada analiticamente, nas seções transversais da viga do Exemplo A.....	155
Tabela 7.3 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo A.....	156
Tabela 7.4 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo B.....	157
Tabela 7.5 - Área de aço longitudinal, calculada analiticamente, nas seções transversais da viga do Exemplo B.....	158
Tabela 7.6 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo B.....	158
Tabela 7.7 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo C.....	160
Tabela 7.8 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo C.....	160
Tabela 7.9 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo D.....	162
Tabela 7.10 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo D.....	162
Tabela 7.11 - Esforços do Exemplo 3 calculados com o Feap e com o Cypecad.....	166
Tabela 7.12 - Áreas de aço do Exemplo 3 calculadas com o modelo de dimensionamento da tese e o Cypecad.....	167
Tabela 7.13 - Pesos de aço dos pilares do Exemplo 3 calculados com o modelo da tese e com o Cypecad.....	167
Tabela 7.14 - Pesos de aço da viga do Exemplo 3 calculados com o modelo da tese e com o Cypecad.....	167
Tabela 7.15 - Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do Exemplo 4.....	169
Tabela 7.16 - Resultados da otimização do Exemplo 4.....	169
Tabela 7.17 - Peso de aço e volume de concreto, do Exemplo 5, das vigas calculados com o modelo da tese e com o Cypecad.	173
Tabela 7.18 - Área de forma, volume de concreto e armadura dos pilares, do Exemplo 5, calculados com o modelo da tese e com o Cypecad	174

Tabela 7.19 - Pesos de aço dos pilares, do Exemplo 5, calculados com o modelo de dimensionamento da tese e com o Cypecad.....	174
Tabela 7.20 - Relatório do Cypecad Quantidades da obra para as lajes do Exemplo 5.....	175
Tabela 7.21 - Peso de aço e volume de concreto de toda a estrutura do Exemplo 5 calculados com o modelo da tese e com o Cypecad	175
Tabela 7.22 - Valores finais das bases das vigas do Exemplo 6.....	176
Tabela 7.23 - Valores finais das alturas das vigas do Exemplo 6.....	177
Tabela 7.24 - Valores da função-objetivo para os casos A e B do Exemplo 6.....	177
Tabela 7.25 - Médias e desvios padrões dos pesos de aço (kg), volumes de concreto (m^3), áreas de forma (m^2) e seus respectivos custos (R\$), dos exemplos com o pórtico plano, na última iteração	184
Tabela 7.26 - Valores finais das variáveis de projeto dos exemplos com o pórtico plano	185
Tabela 7.27 - Valores da função-objetivo dos exemplos com o pórtico plano.....	185
Tabela 7.28 PÓRTICO PLANO Média e desvio padrão da função objetivo na primeira e última iteração	190
Tabela 7.29 - Médias e desvios padrões dos pesos de aço (kg), volumes de concreto (m^3), áreas de forma (m^2) e seus respectivos custos (R\$), dos exemplos com o pórtico espacial, na última iteração	196
Tabela 7.30 - Valores finais das variáveis de projeto dos exemplos com o pórtico espacial.....	197
Tabela 7.31 - Valores da função-objetivo dos exemplos com o pórtico espacial.....	198
Tabela 7.32 –PÓRTICO ESPACIAL Média e desvio padrão da função objetivo na primeira e última iteração.....	201
Tabela 7.33 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto. Exemplo com carga de vento aleatória.	208
Tabela 7.34 - Valores finais das variáveis de projeto. Exemplo Beach Class.	216
Tabela 7.35 - Valores iniciais e finais da função-objetivo. Exemplo Beach Class.....	217

Lista de Símbolos

Letras minúsculas

b	Largura da viga
c_c	custo do concreto/m ³
$c_{aço}$	custo do aço/kg
c_{forma}	custo da área de forma/m ²
h	Altura da viga
d	Altura útil
e	Excentricidade
f_{cc}	Resistência à compressão do concreto
f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{ct}	Resistência do concreto à tração
f_y	Resistência ao escoamento do aço
$f(x)$	Função de distribuição de probabilidade da variável x
h_{px}	Dimensão do pilar na direção x
h_{py}	Dimensão do pilar na direção y
k	Número de iterações da otimização
l_b	Comprimento de ancoragem
$l_{b_{nec}}$	Comprimento de ancoragem necessário
n	Número de variáveis aleatórias
pf	Probabilidade de falha
p	Número de variáveis de projeto

Letras maiúsculas

A_s	Armadura longitudinal
A_{sws}	Armadura transversal
D	Rigidez da placa
$E(X)$	Valor esperado
$E[C_{EST}]$	Valor esperado do custo da estrutura
E_c	Módulo de elasticidade do concreto
E_s	Módulo de elasticidade do aço
$F(X)$	Função de distribuição cumulativa
F_C	Resultante de compressão no concreto
F_s	Força de tração na armadura longitudinal
G	Módulo de elasticidade transversal do concreto

I	Momento de inércia
J	Momento de inércia à torção
M_S	Momento fletor solicitante
N_{MC}	Número de realizações de Monte Carlo
N_S	Força normal
$V(X)$	Variância

Letras gregas

β	Índice de confiabilidade
ε_c	Deformação do concreto
ε_y	Deformação do aço na tensão de escoamento
γ_c	Coefficiente de ponderação da resistência do concreto
γ_s	Coefficiente de ponderação da resistência do aço
γ_f	Coefficiente de ponderação das ações
λ	Índice de esbeltez
μ	Média
σ^2	Variância
σ	Desvio padrão
ν	Coefficiente de Poisson

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	1
1.2	Metodologia.....	2
1.3	Descrição do texto da tese	4
2	Revisão Bibliográfica	5
2.1	Dissertações e Teses das Universidades Brasileiras.....	5
2.2	Artigos Produzidos em Universidades Brasileiras	7
2.3	Trabalhos Desenvolvidos em Centros de Pesquisa no Exterior	8
2.4	Pesquisas em Análise Probabilística nos Centros de Pesquisa no Exterior	11
2.5	Oportunidades de Pesquisa.....	16
3	Modelo Probabilístico para Incertezas.....	18
3.1	Estatística e Engenharia.....	19
3.2	Fundamentos dos Modelos Probabilísticos Segundo o JCSS	23
3.3	Distribuições de Probabilidade Propostas pelo JCSS.....	29
3.4	Evolução da Consideração das Incertezas na Segurança das Estruturas	33
3.4.1	Método das Tensões Admissíveis.....	34
3.4.2	Método dos Estados Limites.....	37
3.4.3	Confiabilidade.....	39
3.4.4	Calibração de Coeficientes Parciais de Segurança	42
4	Incerteza em Projetos	44
4.1	Tratamento das Incertezas	45
4.2	Opções Reais e Flexibilidade	53
4.3	Curvas VARG	56
4.4	Simulação e Modelagem	57
4.4.1	Tipos de Modelos quanto à Fidelidade das Informações.....	58
4.4.2	Modelos de Seleção	58
4.4.3	Modelos de Seleção em Projetos de Engenharia Civil	60
4.5	Simulação de Monte Carlo	62
4.5.1	Aplicação do método Monte Carlo	63
5	Otimização com Simulação Estocástica	71
5.1	Otimização em projetos estruturais	71
5.1.1	Elementos na formulação de problemas de otimização	73
5.2	Otimização com Simulação Estocástica	74
5.2.1	Otimização Estocástica	75

Aplicações do SPSA em projetos de engenharia estrutural	76
5.2.2 Simulação Estocástica.....	78
5.3 Declaração do Problema de Otimização com Simulação Estocástica.....	79
5.4 Implementação da metodologia.....	83
6 Modelos de Dimensionamento	89
6.1 Metodologia para o Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado.....	89
6.1.1 Definição.....	90
6.1.2 Hipóteses Básicas	91
6.1.3 Metodologia de Cálculo da Área de Aço Longitudinal	92
6.1.4 Armadura Longitudinal.....	93
6.1.5 Armadura Transversal Calculada.....	106
6.1.6 Volume de Aço da Viga.....	107
Volume de aço da armadura dos ganchos	108
Volume total de aço	109
6.2 Metodologia para Dimensionamento de Lajes de Concreto Armado	110
6.2.1 Definição.....	110
6.2.2 Tipos de Lajes.....	111
6.2.3 Métodos de Cálculo	112
6.2.4 Uso de Grelha no Cálculo de Placas.....	113
6.2.5 Dimensionamento das Armaduras	116
6.2.6 Volume de Aço	121
6.3 Metodologia para Dimensionamento de Pilares de Concreto Armado	121
6.3.1 Definição.....	121
6.3.2 Hipóteses Básicas	121
6.3.3 Classificação dos Pilares quanto à Esbeltez	130
6.3.4 Classificação dos Pilares com Relação à Posição em Planta.....	131
6.3.5 Tipos de Excentricidades	132
6.3.6 Dimensionamento de Pilares de Concreto Armado.....	137
6.3.6.1 Armadura Transversal Calculada	148
7 Exemplos	151
7.1 Dados Gerais	151
7.2 Exemplo 1. Dimensionamento da Viga de um Pórtico Plano	152
7.3 Exemplo 2. Análise dos Resultados dos Programas Feap e SAP. Exemplo com um Pórtico Plano.....	164
7.4 Exemplo 3. Análise do Dimensionamento com o Modelo da Tese e o Cypecad. Exemplo com um Pórtico Plano.....	165
7.5 Exemplo 4. Otimização com Diferentes Valores Iniciais das Variáveis de Projeto. Exemplo com um Pórtico Plano.....	168
7.6 Exemplo 5. Análise do Dimensionamento com o Modelo da Tese e o Cypecad. Exemplo com um Pórtico Espacial.....	170
7.7 Exemplo 6. Otimização com Diferentes Valores Iniciais das Variáveis de Projeto. Exemplo com um Pórtico Espacial.....	175

7.8	Exemplos com Simulação Estocástica e Otimização	178
7.8.1	Exemplo 7	184
7.8.2	Exemplo 8	196
7.9	Exemplo 9. Otimização e simulação estocásticas de um pórtico plano com carga de vento aleatória.....	205
7.10	Exemplo 10.....	212
8	Conclusões	222

Referências

APÊNDICE A – ROTINAS DO MATLAB

APÊNDICE B - RESTRIÇÕES PARA OS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO

APÊNDICE C - DIMENSIONAMENTO DA VIGA DO PÓRTICO PLANO DOS CASOS A E B DO EXEMPLO 1.

1 Introdução

O planejamento, ou a concepção, e o projeto de engenharia, em geral, empregam ou desenvolvem modelos determinísticos para análise técnica e mercadológica, não levando em consideração as incertezas envolvidas, ou, quando muito, utilizam modelos semi-probabilísticos. Porém, cada vez mais, o meio técnico-científico vem desenvolvendo procedimentos que incorporam a análise de incertezas nos modelos.

Grandes Sistemas de Engenharia, como os envolvidos na exploração e produção de petróleo em alto mar, ou na instalação de centenas de quilômetros de linhas de transmissão, ou mesmo na construção de grandes edifícios, ou conjunto deles, geralmente necessitam de investimentos de grande capital submetidos a diversas incertezas. Nestas condições, a decisão por uma alternativa de projeto é uma tarefa difícil, que requer a necessidade de integrar informações de múltiplas disciplinas. Tradicionalmente procura-se uma solução ótima considerando hipóteses determinísticas ainda na fase de estudos conceitual, o que pode levar a ocorrências de riscos não mitigáveis.

Esta tese é parte de um projeto de pesquisa e desenvolvimento na área de Flexibilidade em Sistemas de Engenharia. Geralmente esses projetos necessitam de investimentos de grande capital submetidos a diversas incertezas técnicas e mercadológicas que evoluem ao longo do tempo.

1.1 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo desenvolver uma metodologia e implementar programas computacionais de apoio, para a seleção de opções de projeto estrutural levando em conta as incertezas técnicas de forma probabilística, ao mesmo tempo em que serão fornecidos mecanismos para a análise de incertezas mercadológicas por estabelecimento de cenários mercadológicos. Além disso, para cada estratégia técnico-econômica, permite-se a otimização estocástica das variáveis de projeto, tendo como possíveis funções-objetivo a esperança matemática do custo total de material, ou da

quantidade de um material específico. Outras funções-objetivo, diferenciáveis ou não, poderão ser criadas a mercê do interesse específico do engenheiro estrutural.

Há uma enorme demanda por análise e otimização sob incerteza, tanto no nível de estudo de concepções estruturais, quanto no nível de projeto e verificações estruturais. Diretrizes normativas internacionais para o tratamento destas questões estão contidas em (1).

1.2 Metodologia

Incertezas. A propagação das incertezas nas variáveis de projeto deve ser efetuada pelo método Monte Carlo para que se tenha uma máxima generalidade. Isso significa que dezenas, ou mesmo centenas, de milhares de análises e dimensionamentos estruturais devem ser efetuados sobre amostras dos dados de projeto. Claramente, análise e dimensionamentos convencionais por programas comerciais serão penalizados pelo excesso de recursos computacionais, notadamente o tempo de execução, na busca de uma seleção de esquemas estruturais promissores. Exemplos atuais de programas comerciais como os citados são o TQS, o CYPECAD e o EBERICK.

Modelos de seleção para estruturas de concreto. Para resolver este problema de tempo de execução, foram desenvolvidos modelos de análise e dimensionamento estrutural de elementos de concreto, de baixa a média fidelidade, que são capazes de efetuar esta seleção de concepções estruturais de forma confiável. Estes modelos de seleção são postos à prova também por comparações com softwares comerciais.

A metodologia desenvolvida está apta a avaliar, *a priori* ou *a fortiori*, e a otimizar probabilisticamente, concepções de estruturas convencionais, compostas por pilares, vigas e lajes de concreto armado. Modelos de seleção para estruturas em concreto protendido, aço ou mistas, podem ser incorporadas ao código.

Foram incorporados os elementos e as regras de decisão associadas à Norma Brasileira de Concreto Armado vigente (2).

Análise estrutural. Não serão desenvolvidos modelos de seleção para análise estrutural. Entende-se que esses possíveis modelos devam ser codificados para cada estrutura, ou classe, específica. Prefere-se, tendo em vista os futuros desenvolvimentos do projeto de pesquisa a que esta tese está associada, fazer a interface automática com o programa de elementos finitos Feap (3). A confecção desta interface permite, de imediato, a utilização de modelos estruturais que não são lineares e que sejam dinâmicos, por exemplo, dentre outras categorias de problemas. Esta interface é uma demanda das futuras fases do projeto de pesquisa.

Evidentemente, neste trabalho, será pago um custo adicional por esta generalidade. Porém, modelos de análise estrutural específicos podem facilmente substituir o Feap.

Otimização Estocástica. Propõe-se também que, não bastando os esforços computacionais advindos das amostragens das densidades, seja incluído, dentro dessas

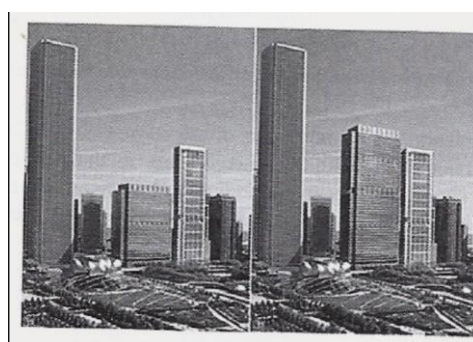
amostragens uma metodologia de otimização das variáveis de projeto da estratégia selecionada. Para isso foi acoplado ao programa um algoritmo de otimização estocástica. Otimização estocástica refere-se aqui, principalmente, à otimização de medidas probabilísticas, como por exemplo, a esperança matemática do custo da estrutura.

Análise Estatística. Neste trabalho, considera-se que apenas a estatística de segunda ordem (média e desvio padrão) seja suficiente para a análise estatística. Entretanto, a experiência retirada dos exemplos desta tese demonstra que a estatística de segunda ordem é insuficiente para a análise final das respostas. É objetivo geral do projeto de pesquisa e desenvolvimento, no qual esta tese insere-se, vir a incluir uma análise estatística de ordem superior na análise dos resultados.

Flexibilidade no projeto. A metodologia permite analisar concepções e cenários probabilísticos futuros. Além do mais, é capaz de possibilitar o acompanhamento destas respostas ao longo do tempo pela criação de cenários futuros. Essas mudanças podem ocorrer por diversos motivos. A alteração das distribuições de probabilidade com o tempo, como por exemplo, a estatística da resistência do concreto assumida *a priori* e a de fato observada. Ou ainda, pela mudança das funções estruturais de uma edificação ao longo do tempo. Mostra-se como essa flexibilidade pode ser incluída *a priori* com a otimização estocástica das estratégias de otimização.

Esta última possibilidade permite verificar a flexibilidade do projeto em absorver alterações repentinas das condições de projeto, como por exemplo, o aumento no preço dos insumos ou mão de obra. Ainda, dada a imprevisibilidade do futuro, considerar cenários onde, por exemplo, o projeto permite tanto construir um edifício para um fim, e transformá-lo para outro fim, ou ainda adaptar a edificação ao longo do empreendimento.

Figura 1.1 - Expansão vertical em Chicago.



Em um mundo onde o futuro é incerto, merece ser citado o interessante caso da previsão de expansão vertical do Health Care Service Corporation Building em Chicago, dez anos depois de sua construção (Figura 1.1). O edifício teve sua arquitetura, fundações e pilares previamente provisionados para uma possível necessidade de expansão em data incerta, em um ambiente certamente sem possibilidade de expansão horizontal.

Produto final. Ao final, estarão acoplados um ou mais programas de análise estrutural, de dimensionamento de elementos estruturais, um sistema de otimização sob incertezas, um programa de avaliação econômica, um conjunto de densidades de probabilidade pré-programadas, tudo isso dentro de um programa de amostragens por Monte Carlo. Embora não usadas nesta tese, as amostragens de Monte Carlo devem ser convenientemente resolvidas com computação distribuída.

1.3 Descrição do texto da tese

O Capítulo 2 faz um seletivo levantamento bibliográfico dos trabalhos que de alguma forma tratam o problema de otimização sob incertezas de problemas estruturais. Observa-se que há uma predominância de trabalhos que abordam a confiabilidade estrutural, no Brasil e no Exterior. Confiabilidade estrutural não faz parte dos objetivos desta tese, entretanto as principais técnicas utilizadas naquele meio são certamente similares às aqui utilizadas. Identifica-se a oportunidade de pesquisas, e ao final do capítulo são discutidos os trabalhos atualmente existentes que seguem mais diretamente na linha de pesquisa desta tese.

O Capítulo 3 sumariza, por questão de completeza, alguns tópicos relativos ao tratamento das incertezas com a Teoria das Probabilidades, concluindo com as distribuições de probabilidade atualmente recomendadas para o tratamento de diversas aleatoriedades na engenharia estrutural, e utilizadas neste trabalho. Discute-se também neste capítulo as noções estatísticas associadas à segurança estrutural, de entendimento necessário ao bom uso do programa desenvolvido nesta tese.

O Capítulo 4 leva a noção da incerteza além das propriedades dos materiais e das variáveis de projeto convencionais, discutindo alguns conceitos mais abstratos associados a incertezas em projetos, em particular em projetos de grandes sistemas de engenharia, até à discussão do conceito de flexibilidade dentro do desenvolvimento dos projetos de engenharia. A simulação e a modelagem estocásticas com o uso do método Monte Carlo associado a modelos de seleção de estratégias, cenários ou concepções, são também discutidos neste capítulo.

O Capítulo 5 discute as técnicas de Otimização sob Incerteza ou Otimização Estocástica. Este capítulo mostra com alguns detalhes o algoritmo de otimização utilizado nesta tese para a solução dos exemplos do Capítulo 7. O seu entendimento é necessário para o bom uso dos recursos de otimização disponíveis no programa.

O Capítulo 6 discute com detalhes os modelos de dimensionamento utilizados para a avaliação e seleção de alternativas estruturais. As regras de decisão, em acordo com a NBR 6118 vigente, são apresentadas no Apêndice B.

O Capítulo 7 reúne os exemplos de aplicação, e o Capítulo 8 as conclusões e algumas sugestões para continuidade

2 Revisão Bibliográfica

Diversos trabalhos vêm propondo procedimentos para análise, dimensionamento e verificação de estruturas a partir de uma abordagem probabilística. A propagação dessa linha de pesquisa atesta tanto o interesse do mundo acadêmico em ampliar o conhecimento sobre as incertezas presentes nos projetos de engenharia e construções como o desejo em apresentar métodos de aplicação de probabilidade e estatística juntamente com os modelos matemáticos que representam o comportamento das estruturas.

2.1 Dissertações e Teses das Universidades Brasileiras

De um modo geral, a maioria das pesquisas associa a análise de confiabilidade na formulação das propostas, com ênfase em aplicações em concreto armado. A seguir são sintetizados alguns trabalhos desenvolvidos no Brasil entre os anos de 2001 a 2010.

A tese de Soares (4) pretende introduzir modelos de cálculo que levam em consideração a aleatoriedade das variáveis de projeto. Modelos de análise de confiabilidade para tratamento estatístico das variáveis são propostos. Estes modelos são formulados utilizando o método de simulação de Monte Carlo e o método de superfícies de respostas adicionado a algoritmos de otimização para estimar o índice de confiabilidade.

Em sua tese, Gomes (5) desenvolve algoritmos e técnicas próprios para a abordagem da confiabilidade estrutural, particularmente em estruturas de concreto armado, conhecidamente de comportamento não-linear, considerando-se a aleatoriedade dos materiais e carregamentos. A confiabilidade foi tratada através da técnica da superfície de resposta com a implementação de algoritmo específico e através de redes neurais artificiais.

Uma característica comum aos dois trabalhos acima é o uso de superfícies de resposta, determinadas antecipadamente para um determinado problema. É menos geral do que o uso de modelos de média fidelidade utilizado nesta tese. Superfícies de resposta podem ser obtidas durante a execução do problema específico, porém com uma extraordinária perda de eficiência computacional.

Em (6) são desenvolvidas técnicas de análise de confiabilidade para grelhas de concreto armado. As probabilidades de falha de vários modos importantes são consideradas e é realizado um acoplamento entre os métodos de Monte Carlo, elementos finitos e procedimentos de otimização. São especificados cenários de falha, os quais determinam a capacidade última da estrutura e a análise de confiabilidade é efetuada em diferentes conjuntos de realizações aleatórias das variáveis de projeto.

Em (7) é apresentado um modelo de otimização associado à confiabilidade para a análise de estruturas de barras de concreto armado. A confiabilidade é considerada como uma restrição no processo de otimização. Os índices de confiabilidade são pré-estabelecidos e utilizados nos procedimentos para a obtenção de estruturas de concreto armado otimizadas.

Kaminski (8) realiza uma avaliação das incertezas existentes no modelo mecânico em torres metálicas de linhas de transmissão. São avaliados tanto modelos sujeitos a ações estáticas como modelos submetidos à ação dinâmica de ruptura de cabo. As incertezas relacionadas ao modelo mecânico são quantificadas a partir da dispersão nos resultados numéricos entre os modelos. Os modelos com respostas mais próximas dos valores experimentais são determinados a partir dos resultados de ensaios estáticos em protótipos.

Verzenhassi (9) realiza uma otimização de risco baseada em confiabilidade por meio da busca do coeficiente de segurança parcial ótimo que minimiza o custo esperado total de sistemas estruturais. Na otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade o custo esperado da estrutura pode ser usado como função-objetivo e as restrições são níveis mínimos de confiabilidade relacionados aos possíveis modos de falha da estrutura.

O trabalho de Gonçalves (10) propõe um método de cálculo da incerteza de um modelo numérico de um prisma de alvenaria sujeito à compressão. A incerteza é avaliada através das variáveis relacionadas à tensão máxima, deformação na tensão máxima e módulo de elasticidade. Confronta-se a probabilidade de falha resultante de resistências obtidas experimentalmente.

A pesquisa de Ribeiro (11) avalia a confiabilidade de vigas em concreto armado com plástico reforçado por fibras para o estado limite último de flexão. A simulação de Monte Carlo é utilizada na determinação da probabilidade de falha das vigas. As variáveis aleatórias são as dimensões da seção transversal, a resistência à compressão do concreto, propriedades do plástico reforçado por fibras, a carga permanente e a sobrecarga. A simulação de Monte Carlo é utilizada na determinação da média e do desvio padrão do momento resistente.

A dissertação de Gomes (12) apresenta um estudo do efeito de incertezas na otimização estrutural, o qual pode ser quantificado com base tanto na probabilidade de falha como no risco, ou custo esperado de falha. O estudo se baseia na comparação dos resultados obtidos através de três formulações do problema de otimização estrutural: otimização determinística, otimização baseada em confiabilidade e otimização de risco estrutural.

O trabalho de Nogueira (13) procura minimizar o custo inicial do projeto através de algoritmos de otimização, combinados com modelos de confiabilidade estrutural para garantir a segurança das novas configurações. O principal objetivo da pesquisa é obter a configuração econômica de estruturas em concreto armado, aliada aos requisitos de segurança a partir de modelos que levam em conta as incertezas dos parâmetros de projeto.

Este último trabalho possui um objetivo comum adicional a esta tese que consiste na determinação de custo mínimo, porém ainda de maneira determinística.

2.2 Artigos Produzidos em Universidades Brasileiras

Além dos trabalhos acima citados, vários artigos de autores brasileiros vêm sendo publicados, contribuindo para difundir o conhecimento acerca de procedimentos que empregam conceitos de probabilidade na análise estrutural. Como uma continuidade dos estudos apresentados em forma de dissertações e teses, a ênfase é dada à análise de confiabilidade.

Estudo dos Efeitos de Longa Duração na Confiabilidade de Estruturas de Concreto Armado (14)	Neste trabalho estuda-se a análise de confiabilidade de uma estrutura de concreto armado considerando-se os efeitos de longa duração. Índices de confiabilidade alvo citados em trabalhos anteriores são comparados com os resultados da confiabilidade.
Confiabilidade de Seções de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão (15)	O objetivo é estudar a confiabilidade no dimensionamento de seções de concreto armado, sujeitas à flexo-compressão normal, segundo critérios de dimensionamento da Norma Brasileira. As variáveis aleatórias são algumas propriedades do aço e do concreto.
Análise da Confiabilidade em Pavimentos de Edifícios de Concreto Armado (16)	A proposta aqui é analisar o modelo de grelha considerando-se a não-linearidade física. As variáveis aleatórias são a resistência à compressão do concreto e os deslocamentos nos pavimentos. O objetivo é relacionar valores da resistência característica à compressão do concreto e do módulo de elasticidade do material com determinados níveis de confiabilidade.
Considerações sobre o Coeficiente de Minoração da Resistência à Compressão do Concreto usando a Teoria da Confiabilidade Estrutural (17)	Nesta pesquisa, o objetivo é apresentar alguns aspectos a respeito da necessidade de se considerar o coeficiente de minoração da resistência à compressão do concreto não como um valor fixo, mas como função de variáveis básicas: a resistência do concreto, o grau hiperestático e as dimensões geométricas, por exemplo.
Estudo da Confiabilidade em Vigas de Concreto Armado (18)	Apresenta-se uma análise da confiabilidade e da segurança em vigas de concreto armado usando conceitos probabilísticos e estatísticos. O objetivo é analisar o comportamento e iterações de variáveis básicas – resistência, dimensões geométricas, grau de hiperestaticidade e ações.
Avaliação da Segurança de Vigas Projetadas segundo a NBR6118 (19)	Neste estudo analisam-se parâmetros que permitem a comparação do desempenho de diversas estruturas projetadas segundo distintos critérios. Estes parâmetros são obtidos através dos chamados “Métodos de Análise da Confiabilidade Estrutural” e empregados para

	uniformizar critérios utilizados em projetos de estruturas.
Confiabilidade Estrutural de Vigas de Concreto Armado Danificadas e Recuperadas com Lâminas de PRFC (20)	O objetivo é estudar a confiabilidade de vigas de concreto armado que sofreram perda na armadura tracionada de flexão e foram recuperadas com polímeros reforçados com fibras de carbono. Para avaliar a confiabilidade foi empregado o método de simulação de Monte Carlo juntamente com um modelo não-linear de elementos finitos.
Otimização de Pilares de Concreto Armado Mediante Uniformização do Índice de Confiabilidade (21)	Através de técnicas de otimização matemática e de conceitos estatísticos determina-se a seção transversal de pilares de concreto armado de forma a terem custo mínimo. Também se calcula o índice de confiabilidade desta estrutura para um estado limite.
As Incertezas Envolvendo o Projeto e a Execução de Fundações de Linhas de Transmissão (22)	Este trabalho fornece ao meio técnico uma discussão a respeito das incertezas em projetos de fundações de Linhas de Transmissão. Pretende-se com este estudo inserir novos métodos de cálculo e dimensionamento de fundações baseados em confiabilidade.

Real, Campos e Maestrini (23) propõem um modelo para análise probabilística de estruturas de concreto armado, onde as características geométricas da estrutura e as propriedades mecânicas dos materiais são tratadas como variáveis aleatórias, as quais possuem um valor médio, uma medida de dispersão (variância ou desvio padrão) e uma distribuição de probabilidade. Deslocamentos, deformações, tensões e esforços solicitantes são, por via de consequência, variáveis aleatórias. Logo, a resposta da estrutura a um determinado carregamento é uma função de diversas variáveis aleatórias e consequentemente, a própria resposta da estrutura é também uma variável aleatória. Portanto, a análise de estruturas de concreto deve ter uma abordagem probabilística.

A análise da estrutura é realizada através do método dos elementos finitos, com os parâmetros da análise considerados como variáveis aleatórias ou através de um modelo de campo estocástico, combinado com o método de simulações de Monte Carlo. Após a realização de algumas simulações, são calculados o valor médio, o desvio-padrão e outras características da distribuição de probabilidade para a flecha, deformações e tensões nos materiais aço e concreto e para a carga de ruptura da estrutura. A metodologia proposta é aplicada em vigas e pilares de concreto armado.

2.3 Trabalhos Desenvolvidos em Centros de Pesquisa no Exterior

De forma mais intensa e há mais tempo, estudiosos de vários países se debruçam em pesquisas sobre aplicação de estatística e probabilidade na avaliação das incertezas em projetos de engenharia civil. Analogamente aos trabalhos produzidos no Brasil, o foco principal de estudo é a análise de confiabilidade. Abaixo são apresentados alguns destes trabalhos apresentados entre os anos de 2003 e 2010.

Zhao e Ang Hon (24) explicam que a avaliação da confiabilidade de estruturas tem se mantido um desafio, visto que o cálculo da probabilidade de falha de um sistema é geralmente difícil, isto porque os métodos analíticos disponíveis exigem a determinação da sensibilidade das funções de desempenho e a determinação de pontos

de projeto. Zhao e Ang Hon (24) esclarecem que neste trabalho, um método baseado em aproximações do momento é proposto para avaliação da confiabilidade de estruturas, o qual é aplicável a sistemas em séries ou não. Calculam-se os primeiros momentos da função de desempenho da estrutura e então o índice de confiabilidade do momento e a probabilidade de falha podem ser avaliados sem simulações de Monte Carlo. Segundo (24), o processo não requer o cálculo de derivadas nem do ponto de projeto, portanto, deve ser computacionalmente eficiente para avaliação da confiabilidade do sistema.

Hurtado e Alvarez (25) explicam que a avaliação da confiabilidade de sistemas estruturais está cada vez mais sendo estimada em relação à variação espacial das propriedades mecânicas e das cargas. Isto leva a um modelo probabilístico conhecido como elementos finitos estocásticos. Nesta pesquisa, a diferença reside no fato de que o problema de confiabilidade é tratado como uma tarefa de classificação, e não como o cálculo de uma integral. Para este propósito foi feito uso de um método para classificação, que é objeto de pesquisas no reconhecimento de padrões e de análise de imagens, o método Kernel. Hurtado e Alvarez (25) concluem o trabalho com exemplos numéricos, mostrando que este algoritmo permite a obtenção de uma aproximação muito precisa da probabilidade de falha de modelos de elementos finitos estocásticos.

Wang, Roschke e Yeh (26) relatam que desastres naturais, tais como terremotos, ampliam as forças, e considerando-se as incertezas devido a erros do modelo, cálculos das tensões e propriedades dos materiais, o sistema estrutural é incerto. O trabalho desenvolve uma abordagem de controle robusto ativo com incertezas, não só nas matrizes de entrada de controle, mas também nas matrizes de entrada de perturbação. Um exemplo numérico ilustra que o método pode ser aplicado para o controle robusto de sistemas estruturais sob perturbação de um terremoto.

De acordo com Yong e Xiaoming (27), devido à existência de incertezas, os limites de curvatura que satisfazem os critérios de desempenho são por natureza probabilísticos. Neste trabalho, as distribuições de probabilidade dos parâmetros de comportamento das peças de concreto armado, como os limites de deformação em dois níveis de desempenho ("em serviço" e "controle de danos"), são estabelecidas com auxílio da simulação de Monte Carlo. Então, avalia-se a confiabilidade do uso de previsões determinísticas para os limites de deformação. Yong e Xiaoming (27) descrevem que os resultados mostram que a curvatura limite em diferentes níveis de desempenho geralmente seguem a distribuição normal, com diferentes coeficientes para distintos níveis de desempenho. Na maioria dos casos, a probabilidade da curvatura real que excede o valor limite definido por cálculos deterministas varia de 50% a 70%. Para membros altamente confinados e submetidos a uma força axial relativamente baixa, a probabilidade anterior é menor.

Eamon, Thompson e Liu (28) relatam que muitos métodos de simulação e de amostragem podem ser utilizados para estimar o índice de confiabilidade ou probabilidade de falha. Alguns métodos de amostragem por pontos exigem apenas uma fração do esforço computacional de métodos de simulação direta. Para muitos destes

métodos, no entanto, não é claro quais compensações em termos de exatidão, precisão e esforço computacional podem ser esperados, nem para quais tipos de funções eles são mais adequados. O estudo utiliza distintos procedimentos para estimar a probabilidade de falha e índice de confiabilidade de aproximadamente 200 funções de estado limite com características comuns. Ainda de acordo com (28), foram pesquisados os efeitos da linearidade da função, o tipo de distribuição da variável aleatória, a variância, o número de variáveis aleatórias e do índice alvo. Alguns métodos apresentam vantagem sobre outros no que se refere ao esforço computacional para certos tipos de funções de estado limite. Recomendações são feitas sobre a adequação de determinados métodos para avaliar certos tipos de problemas.

Em (29) é descrito que o método de superfície de resposta tem sido amplamente utilizado em análise não-linear juntamente com o método de elementos finitos para prever os níveis de confiabilidade de estruturas que não têm funções de falha explícitas. Neste estudo, a solução de análise de confiabilidade inicialmente divergiu quando a carga foi aplicada na sequência da análise com o método de elementos finitos. Através de um estudo de caso verificou-se que a divergência foi devido tanto à não uniformidade da superfície de resposta como à qualidade e validade do modelo experimental para a análise numérica. Wong, Hobbs e Onof (29) propuseram uma abordagem de projeto com adaptações para superar esses problemas na análise de confiabilidade e formularam sugestões para melhorar a robustez do método da superfície de resposta. Três exemplos numéricos foram usados para demonstrar o método proposto.

Segundo Kim e Taha (30), este artigo descreve uma alternativa na avaliação de modelos computacionais para prever deformações em estruturas de concreto armado fissuradas. Um novo método para quantificar a robustez a incertezas é proposto e aplicado para o problema de modelos de deformação em estruturas de concreto armado. A simulação de Monte Carlo é usada para a propagação das incertezas no estado limite de serviço em lajes de concreto armado e introduziu-se um método para a utilização prática da robustez, considerando a análise da confiabilidade.

Nguyen, Sellier, Duprat e Pons (31) afirmam que o método de superfície de resposta é usado frequentemente na análise da confiabilidade estrutural, onde a resposta estrutural é calculada a partir do método de elementos finitos. A localização dos pontos para determinação da superfície de resposta deve ser realizada de maneira criteriosa para reduzir o tempo de processamento, sem deteriorar a qualidade da aproximação polinomial. De acordo com o artigo, a superfície de resposta é montada por meio da técnica de regressão ponderada. Este método tem como objetivo minimizar o tempo computacional.

Em (32) foram combinados métodos de confiabilidade estrutural e redes bayesianas criando um novo método, denominado redes bayesianas otimizadas, para análise de confiabilidade e risco das estruturas. Os métodos de confiabilidade permitem uma avaliação precisa das probabilidades de eventos raros e as redes bayesianas são eficientes na avaliação de estruturas com dependências probabilísticas, e

facilitam a atualização bayesiana do modelo quando uma nova informação se torna disponível. Como ressalta (32), ao combinar os dois métodos, as redes bayesianas otimizadas fornecem uma ferramenta poderosa para calcular probabilidades de eventos raros em estruturas e infra-estruturas onde a informação evolui no tempo.

Em (33), Zhang, Mullen e Muhanna avaliam a confiabilidade estrutural quando os parâmetros estatísticos de funções de distribuição não podem ser determinados com precisão devido às incertezas epistêmicas, que são aquelas que podem ser reduzidas. As incertezas nas estimativas dos parâmetros são modeladas por limites de intervalos construídos a partir de intervalos de confiança, logo a análise de confiabilidade tem de considerar famílias de distribuições cujos parâmetros estão dentro dos intervalos. Para estimar a probabilidade de falha do intervalo, desenvolveu-se um método Monte Carlos em intervalos.

Sadeghi, Fayek e Pedrycz (34) relatam que a Simulação de Monte Carlo tem sido amplamente utilizada para tratar incertezas probabilísticas relacionadas aos projetos, no entanto, há informações relacionadas à gestão da construção que são incertezas não-probabilísticas. Segundo os autores, a lógica fuzzy tem sido usada com sucesso para a representação de tais incertezas e se faz necessária uma abordagem que possa lidar com ambas as incertezas, aleatória e fuzzy, em um modelo de avaliação de risco. O artigo propõe uma análise de risco baseada em uma Simulação de Monte Carlo Difusa. Para verificar a viabilidade do método e demonstrar as suas principais características, os autores desenvolveram um modelo de simulação específico para estimar faixas de custo.

Saha e Naess (35) descrevem um método para prever a resposta extrema de estruturas submetidas a solicitações consideradas estocásticas. Segundo (35), muitos dos métodos atualmente utilizados para a previsão da resposta extrema são baseados na distribuição generalizada de valores extremos, cujos parâmetros são calculados a partir dos dados observados, porém neste documento, as estatísticas de valores extremos são previstas aproveitando a regularidade da região da cauda da função. As séries de tempo consideradas têm uma distribuição de valores extremos. O método é ilustrado por meio de aplicações em uma viga com propriedades aleatórias e turbinas eólicas submetidas a carregamentos estocásticos.

2.4 Pesquisas em Análise Probabilística nos Centros de Pesquisa no Exterior

Os trabalhos anteriormente indicados propõem técnicas para incluir a aleatoriedade das variáveis nos modelos em função da determinação da confiabilidade das estruturas. Há porém, pesquisas que propõem metodologias que tratam as incertezas dos sistemas a partir de outras abordagens. Abaixo são expostas algumas destas propostas, publicadas entre os anos de 2001e 2012.

Em (36) destaca-se o fato de que o método Monte Carlo tem muitas vantagens sobre os métodos convencionais de estimativa de incertezas, porém não há exposição

detalhada do mesmo, o qual pode ser considerado como uma caixa preta para os iniciantes. Este trabalho demonstra a compatibilidade do método Monte Carlo com os métodos convencionais e sua capacidade de considerar os efeitos de correlação, além de analisar os efeitos das incertezas de entrada sobre os resultados usando exemplos simples. Segundo Papadoulus e Yeung (36), o método é relativamente simples de implementar e este trabalho demonstra que o método Monte Carlo é compatível com os métodos convencionais de estimativa de incerteza para os sistemas lineares e sistemas que têm pequenas incertezas.

De acordo com Papadoulus e Yeung (36), o método de simulação de Monte Carlo está sendo utilizado na medição de vazão, porém é necessário estudar a compatibilidade do método com outros convencionais para incertezas lineares e pequenas. Para demonstrar essa compatibilidade, são apresentadas manipulações de medições simples. Os cálculos envolvidos para computar o fluxo a partir das medições são muitas vezes complexos e a manipulação é não-linear, tornando difícil examinar como as incertezas são propagadas. A simulação de Monte Carlo é usada para demonstrar a propagação de incertezas na multiplicação simples e divisões, com o cuidado na geração de números aleatórios para garantir a aleatoriedade. Este trabalho também examina as incertezas dos resultados de algumas manipulações básicas, por exemplo, multiplicação, adição e divisão, de variáveis de entrada que podem ou não ser correlacionados.

Como ressaltam Papadoulus e Yeung (36), simulação é geralmente definida como o “processo de replicação do mundo real, com base em um conjunto de pressupostos e modelos concebidos da realidade”, e experimentos numéricos tornaram-se um método cada vez mais popular para a análise de sistemas de engenharia. A simulação de Monte Carlo foi concebida como um método experimental probabilístico para resolver problemas determinísticos difíceis desde que os computadores simulem um grande número de ensaios experimentais que têm resultados aleatórios.

Abusam, Keesman e Straten (37) explicam a diferença entre os diferentes tipos de propagações de incertezas. Na propagação *forward* atribuem-se distribuições às variáveis de entrada (inputs) e logo após realiza-se a propagação destas distribuições numa variável de saída (output), enquanto que na propagação inversa, ou *backward*, dados os resultados observados (outputs), inferem-se os valores dos parâmetros. Segundo o autor deste trabalho, na área de recursos hídricos, a propagação *forward* de incertezas é mais empregada que a propagação *backward*. Propagação inversa, que é uma generalização da análise de erros na estimativa de parâmetros, dá informações importantes para planejamento fatorial e programas de monitoramento. Ela pode ser usada para obter informações sobre qual parâmetro, ou combinações de parâmetros, contribuíram para determinação da função de distribuição. Abusam, Keesman e Straten (37) ressaltam que este tipo de propagação de incertezas informa quais dados ou condições iniciais conduzem o processo a condições fora do normal. O pesquisador tem então ferramentas que o ajudam a formular e executar programas de monitoramento. O procedimento de realização de propagação *backward* é ilustrado neste trabalho através

de uma estação de tratamento de águas. Os resultados obtidos demonstraram que as informações essenciais podem ser conseguidas através da realização de análise de propagação inversa de incertezas.

Em (38) uma série de questões sobre análise de incertezas relacionadas à dinâmica das estruturas são discutidas. Um sistema simples não-linear é simulado a fim de ilustrar os problemas na aplicação de métodos clássicos de análise de incerteza para sistemas não-lineares. Discute-se como as incertezas devem ser escolhidas em função do problema em questão e os problemas são agrupados em três tipos: quantificação, fusão e propagação. De acordo com Wordena, Mansona e Lorda (38), um modelo adequado de incerteza é um elemento fundamental na concepção e modelagem de sistemas de alto custo. Este tipo de problema versa sobre quantificação. O problema mais amplo de quantificação envolve a seleção do quadro teórico adequado e a atribuição de uma medida quantitativa da incerteza ou risco. Considerando-se que existe mais de uma forma de atribuir uma medida de risco, surge o problema para normalizar, que é tratado como uma fusão. Fusão refere-se ao problema de refinamento de estimativas de incertezas de uma estrutura conhecendo-se informações sobre as incertezas de outra estrutura. Em seguida vem outro problema, o de propagação. Nos projetos depara-se com problemas sobre prescrições para decidir como uma medida de incerteza sobre as especificações afetarão os resultados. Este é o problema de propagação, e inclui-se neste tipo de problema a busca por parâmetros que mais contribuem para a incerteza de saída. Wordena, Mansona e Lorda (38) destacam que o objeto deste artigo é o de ilustrar os problemas de quantificação e propagação, considerando-se um sistema não linear. Demonstra-se que mesmo um sistema não linear simples levanta questões sobre a aplicabilidade de algoritmos padrão de confiabilidade para a propagação de incertezas.

De acordo com Roberts, Stevens e Luck (39), a propagação de incertezas em situações onde ocorrem não-linearidades é possível de ser considerada propagando-se a função densidade de probabilidade, por meio da equação de análise, através de uma abordagem linear por partes. As incertezas das medições em ensaios devem ser propagadas através de equações de análise para chegar a uma estimativa de incerteza em um resultado final. Em casos com não-linearidade, uma abordagem analítica para propagação de incertezas funciona bem quando as funções são simples, mas é inviável para funções mais complexas. Como esclarecem Roberts, Stevens e Luck (39), já foi desenvolvida uma abordagem alternativa, com uma aproximação linear por partes, mas não foram examinados os efeitos dos parâmetros na precisão dos resultados. Segundo este pesquisador, a transformação analítica de cada um dos segmentos de linha é simples e pode ser construída uma função de densidade de probabilidade aproximada para a variável dependente. A partir dessa função aproximada, obtém-se uma estimativa da média e do intervalo de confiança para a variável dependente. Segundo (39), neste trabalho, os efeitos dos parâmetros foram explorados para três funções elementares, onde a abordagem linear por partes convergiu com números crescentes de pontos. A

distribuição uniforme de pontos foi ao mesmo tempo a mais simples de implementar e de convergência mais rápida.

Vinai, Macian e Chwla (40) apresentam uma metodologia para avaliar incertezas com base em uma abordagem estatística não-paramétrico, a qual pretende quantificar incertezas do modelo físico, fazendo uso de informações do seu desempenho. Estas informações são registradas a partir de ensaios que verificam os efeitos separadamente. As incertezas são descritas na forma de funções de densidade de probabilidade determinadas com um novo estimador não-paramétrico, o qual prevê a distribuição de probabilidade dos erros do modelo a partir de bancos de dados organizados a partir de ensaios. (40) segue sua descrição relatando que a metodologia conta também com uma nova técnica de agrupamento multi-dimensional a partir da comparação de amostras de erros do modelo com um teste de análise de variância. Isso leva em conta o fato de que as incertezas de um modelo dependem das condições do sistema, ou seja, a precisão é afetada pelo ambiente onde os experimentos ocorrem. A nova metodologia foi aplicada à quantificação da incerteza em um modelo real e, em seguida, utilizada na análise de um ensaio com medição de efeitos separados. De acordo (40), ficou demonstrada a viabilidade da abordagem.

Yager (41) inicia com uma breve discussão sobre incertezas probabilísticas, discorrendo sobre tomadas de decisão em meio a desconhecimentos. Neste trabalho, onde o problema da tomada de decisão sob incertezas é formulado, salienta-se a importância da representação do conhecimento humano sobre incertezas na formulação de um processo decisório. Ilustra-se um caso onde a teoria Dempster-Shafer é utilizada para modelar conhecimentos sobre as incertezas. Em problemas que surgem em ambientes onde as informações contêm incertezas, o objetivo é a seleção de um melhor plano de ação a partir de um conjunto de alternativas disponíveis. Os aspectos da tarefa de decisão em ambientes nos quais existem incertezas nas variáveis responsáveis pelo retorno ao tomador de decisão são estudados. Yager (41) observa a atitude do tomador de decisão, sua natureza subjetiva e enfatiza as escolhas que o mesmo deve fazer na formulação de uma função de decisão. A representação do conhecimento sobre a variável incerta é observada e algumas teorias foram sugeridas para representar este conhecimento. Entre estas estão a teoria da probabilidade, a teoria de possibilidade, a teoria Dempster-Shafer e as medidas fuzzy. Segundo Yager (41) estas teorias não são excludentes, na verdade são úteis para distintas situações em relação ao conhecimento da incerteza. Primeiro investiga-se o caso em que a incerteza é representada por uma medida fuzzy e em seguida, retorna-se para a regra de Dempster-Shafer, apontando sua relação com a medida fuzzy. Este relacionamento permite obter uma compreensão mais profunda da formulação da função de credibilidade. Discute-se como esta compreensão mais profunda permite que um analista de decisão faça da melhor maneira as escolhas subjetivas necessárias na formulação da função de decisão.

Em (42), Schlune, Plos e Gylltoft discutem algumas metodologias de análise não-linear, baseadas em concepções estruturais do Eurocode, levantando suas vantagens e seus empecilhos. Com base em experimentos planejados e modelagens

eles concluem que estas metodologias disponíveis não consideram, corretamente, as incertezas dos modelos em uma análise não-linear. Assim sendo, eles propõem um novo formato para levar em conta, explicitamente, tais incertezas.

O Eurocode 1990 definiu um índice de confiabilidade alvo no estado limite último e estabeleceu uma separação entre os efeitos das ações e de resistência através de coeficientes de sensibilidade. De acordo com os autores, a resistência de cálculo de uma seção da estrutura, nas normas Eurocode de 1992, é expressa em função das seguintes variáveis:

Eurocode 1992-1-1	$R_d = R\{f_{cd}, f_{yd}, \alpha_{nom}\} = R\left\{\frac{f_{ck}}{\gamma_c}, \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \alpha_{nom}\right\}$
Eurocode 1992-2	$R_d = \frac{R\{f_y^{\sim}, f_c^{\sim}, \alpha_{nom}\}}{\gamma_0}, \text{ com } f_y^{\sim} = 1,27 f_{yd} \text{ e } f_c^{\sim} = 1,27 f_{cd}$

Com

f_{cd}	Resistência de cálculo à compressão do concreto
f_{yd}	Resistência de cálculo ao escoamento do aço
f_{ck}	Resistência característica à compressão do concreto
f_{yk}	Resistência característica ao escoamento do aço
$f_y^{\sim}$	Resistência ao escoamento do aço em análises não-lineares
$f_c^{\sim}$	Resistência à compressão do concreto em análises não-lineares
α_{nom}	Parâmetros da geometria
γ_c	Coefficiente parcial de segurança para o concreto
γ_s	Coefficiente parcial de segurança para o aço
γ_0	Coefficiente de segurança para a resistência

Uma desvantagem da primeira forma de cálculo de R_d consiste em que, reduzir os valores dos parâmetros dos materiais no intuito de levar em consideração todos os tipos de incertezas, implica em adotar parâmetros de valores baixos. Em estruturas onde o comportamento é influenciado por efeitos de segunda ordem, essa abordagem pode resultar numa concepção pouco econômica.

Schlune, Plos e Gylltoft (42) também explicam que a segunda abordagem apresenta uma vantagem com relação à primeira, no que se refere à análise não-linear. A utilização do coeficiente de segurança adicional para a resistência, γ_0 , implica que não é necessário reduzir a resistência do material a fim de considerar todas as incertezas. Porém, uma desvantagem dos dois métodos anteriores é que as incertezas relacionadas ao modelo foram definidas apenas para o caso de vigas e pilares. Eles podem levar a resultados inseguros no caso de estruturas mais complexas que apresentam modos de falha mais difíceis de modelar.

Os autores descrevem outras alternativas para o problema, encontradas na literatura. Há casos onde se consideram as resistências médias dos materiais e outros que usam como variáveis a taxa de armadura e deformação do aço no cálculo de R_d . No entanto, por considerarem que as incertezas relacionadas ao modelo são geralmente o principal fator de influência na avaliação da segurança, eles expõem uma nova abordagem para análise não-linear, onde as incertezas do modelo são contabilizadas explicitamente.

Schlune, Plos e Gylltoft (42) propõem, então, uma nova metodologia, a qual é apresentada com o objetivo de permitir que a análise não-linear possa ser utilizada em todos os tipos de estruturas de concreto armado. Segundo eles, para maior precisão no cálculo da resistência, a resistência média à compressão do concreto, in situ, a resistência média ao escoamento do aço, in situ, que é a própria resistência média ao escoamento, e os valores nominais para os parâmetros geométricos devem ser utilizados na análise, ou seja,

$$R_m = R\{f_{ym}, f_{cm, is}, \alpha_{nom}\}$$

Já a resistência de cálculo, R_d , é calculada com a expressão:

$$R_d = \frac{R\{f_{ym}, f_{cm, is}, \alpha_{nom}\}}{\gamma_R(V_R)}$$

onde γ_R é o coeficiente de segurança da resistência e V_R é o coeficiente de variação.

As incertezas dos modelos foram quantificadas com base em dados experimentais e os autores concluíram que o novo modelo de segurança fornece um nível de confiabilidade que está mais próximo da confiabilidade alvo e mais constante do que a abordagem adotada pelo Eurocode 1992-2.

De uma forma ou de outra, todos os trabalhos citados estão intimamente relacionados com a avaliação da capacidade resistente, a principal preocupação que dever ter o engenheiro estrutural. Esta preocupação se dá durante a fase de desenvolvimento do projeto, que é uma encarnação, ou realização, de uma das possibilidades econômicas.

2.5 Oportunidades de Pesquisa

Comum a algumas das pesquisas acima descritas está a análise de incertezas. Há uma preocupação enfática e natural na avaliação dos efeitos dessas incertezas na capacidade portante da estrutura. Percebe-se claramente uma lacuna nas pesquisas que se preocupem com inferência estatística da qualidade do projeto já na fase de concepção estrutural.

Este trabalho procura suprir esta lacuna dedicando-se a construir uma metodologia que permita a avaliação desses cenários ou concepções estruturais de forma rápida e realista, propagando as incertezas iniciais e avaliando os seus efeitos sobre as medidas econômicas e financeiras finais.

Para enfrentar a enorme quantidade de análises e dimensionamentos estruturais a literatura procura utilizar superfícies de respostas. Porém, tais superfícies são obtidas para estruturas e cargas específicas, o que lhes confere uma indesejável carência de generalidade. Este trabalho desenvolve modelos gerais de média fidelidade, conferindo à metodologia uma maior generalidade, enquanto mantendo a eficiência computacional. É possível desenvolver superfícies de resposta *on-line*, de forma adaptativa. Porém tais técnicas perdem notadamente a sua eficiência computacional para uso em amostragens de Monte Carlo.

A incorporação de métodos de otimização para síntese de cenários está ausente na literatura. A otimização estocástica permite avaliar otimamente as concepções ou cenários econômicos por medidas estatísticas adequadas, apropriadas a uma boa análise de portfólio.

Este trabalho está mais relacionado às referências (43) e (44). Aqui a preocupação fundamental é com a metodologia para a etapa que antecede o desenvolvimento do projeto. Nessa fase, interessa a avaliação econômica de soluções alternativas, com previsão de cenários futuros, e com a otimização de cenários promissores. A otimização é de custos, incluindo, possivelmente, a necessidade de flexibilidade do projeto frente ao futuro incerto, técnico e econômico.

O conceito recente de curva de risco e ganho permite avaliar e selecionar projetos objetivamente. Entretanto, a literatura não oferece métodos claros para o manuseio daquelas curvas de flexibilização de estratégias. Esta tese utiliza técnicas de otimização recentemente propostas para este fim.

3 Modelo Probabilístico para Incertezas

A aleatoriedade das variáveis de projeto será tratada nesta tese com as técnicas e métodos da Estatística e da Probabilidade. Não serão consideradas representações alternativas como a teoria fuzzy ou qualquer outra teoria heterodoxa.

Por uma questão de completeza, abaixo resumimos alguns princípios básicos associados à Teoria das Probabilidades, para mais rápida avaliação do que vem a seguir, e uma perfeita compreensão do que está sendo avaliado e otimizado nesta tese. Sumarizamos, no fim deste capítulo, as recomendações normativas atuais.

Em um experimento, todos os resultados possíveis de serem encontrados são definidos como um espaço amostral e se faz necessário não apenas a definição do procedimento para executar-se o experimento mas também a especificação do que se deseja observar. Meyer (45) destaca que na descrição de um espaço amostral é fundamental saber com clareza o que se deseja mensurar. Como consequência da definição do espaço amostral, chega-se à definição de evento, que consiste em um subconjunto de um espaço amostral.

Entretanto, ao se realizar um experimento não se pode afirmar que ocorrerá o evento em estudo. O observador limita-se a ter uma expectativa da frequência relacionada ao evento. A teoria da probabilidade trata desta expectativa. Segundo Peters e Summers (46), a probabilidade de um evento pode ser definida como a expectativa da frequência relativa. Esses autores destacam que na definição da probabilidade *a priori*, é preciso ter conhecimento prévio sobre o processo e no exemplo do lançamento do dado, probabilidade pode ser definida então como o *grau de crença* de que o resultado será o número dois. Para eles, esta é uma probabilidade lógica, pois existem razões objetivas para o grau de crença na ocorrência do fato (46).

Situação distinta pode surgir em tomadas de decisão administrativas, quando o grau de crença de que o experimento resultará em um sucesso, considerando sucesso como êxito em um empreendimento financeiro, por exemplo, ou um fracasso, baseia-se em reflexões individuais, apesar do grau de complexidade. Peters e Summers (46) a definem como probabilidade subjetiva. Pelo exposto, é viável resumir probabilidade como sendo uma medida da crença na ocorrência de certo fato e que as considerações

para que seja desenvolvida uma expectativa podem ser fundamentadas em percepções pessoais ou razões lógicas.

A principal tarefa da estatística é oferecer um método para o emprego da prova objetiva na formação ou modificação da crença, conforme (46). Ao longo do tempo, propriedades da probabilidade foram pesquisadas e teoremas foram escritos, os quais são empregados em decisões que envolvem informações complexas e também quando não se domina um conhecimento completo sobre as informações.

Probabilidade é aquilo que torna possível se lidar de forma racional com problemas envolvendo o imprevisível, conforme (47).

Tendo em conta que a definição de probabilidade assenta-se na proposição de uma frequência relativa de um evento, explicita-se a seguir sua definição e propriedades:

- frequência relativa é a razão entre o número de vezes que ocorre um evento e o número total de repetições do experimento.
- frequência relativa é um número compreendido entre zero e um.
- se o evento for observado em todas as repetições do experimento, a frequência relativa é igual a um.
- se, em nenhuma repetição do experimento, ocorre o evento, então a frequência relativa é igual a zero.
- tomando-se dois eventos mutuamente excludentes, a frequência relativa de que ocorram ambos é a soma das frequências relativas individuais.

Considerando-se que o número de repetições tenda ao infinito, há uma estabilização da frequência relativa, e esta é conhecida como probabilidade. A regularidade estatística consiste, na verdade, no fato de que, quanto maior o número de repetições, menor a variabilidade da frequência relativa.

Meyer (45) define probabilidade como sendo um número, $P(A)$, associado à ocorrência de um evento A . Este, por sua vez, é um dos resultados de um espaço amostral associado a um experimento. O número $P(A)$ deve atender às propriedades:

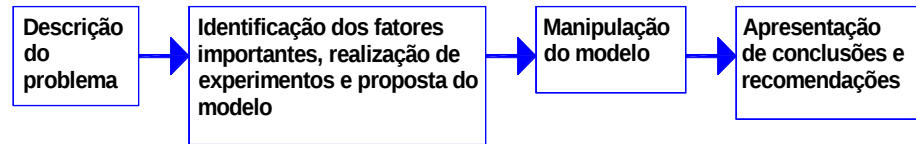
- a probabilidade de um evento é um número compreendido entre zero e um.
- a probabilidade de que ocorram todas as possibilidades do espaço amostral é igual a um.
- tomando-se dois eventos mutuamente excludentes, a probabilidade de que ocorram ambos é a soma das probabilidades individuais.

3.1 Estatística e Engenharia

Os fundamentos da estatística fornecem subsídios para o engenheiro trabalhar adequadamente com dados, seja na fase de coleta, análise ou tomada de decisão em

função do seu uso. Montgomery e Runger (48) estabelecem como etapas na resolução de problemas de engenharia aquelas descritas na Figura 3.1.

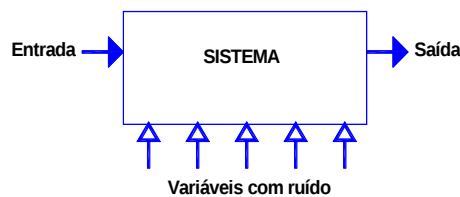
Figura 3.1 - O método de engenharia



Fonte: Montgomery e Runger (48). Adaptação da Figura 1-1, pg. 2

A estatística provém recursos aos engenheiros para considerar a variabilidade inerente aos processos e sistemas de engenharia. Diz-se então que há uma parte aleatória em experimentos que não é controlada mas que deve ser mensurada com a adoção de modelos adequados. Na Figura 3.2 Montgomery e Runger (48) ilustram a variabilidade em um sistema.

Figura 3.2 - Transformação de entradas em saídas nos sistemas



Fonte: Montgomery e Runger (48) . Adaptação da Figura 2-2.

Devido à presença de ruídos a saída pode variar cada vez que o experimento é repetido, ainda que as condições de sua realização não mudem. Esses experimentos são denominados de experimentos aleatórios e o conjunto de todos os seus resultados forma o espaço amostral, o qual é dito ser discreto se apresenta um conjunto finito ou infinito contável de resultados ou é denominado de contínuo quando apresenta um intervalo de números reais.

Em experimentos aleatórios não se conhece *a priori* seus resultados e nem sempre estes são apresentados em números, porém, de um modo geral há a necessidade de expressá-los através de um número, e a variável que relaciona este número à saída do experimento aleatório é definida como sendo uma variável aleatória. O termo aleatório refere-se ao fato de que não se conhece o valor da variável antes da realização do experimento. Se essa variável assume valores que podem ser contados, ela é dita ser discreta e seu conjunto de valores é finito ou infinito numerável. Já no caso desta variável tomar qualquer valor em um intervalo de números reais, ela é nomeada variável aleatória contínua. Ocorre às vezes que a variável aleatória discreta assume uma quantidade de valores tão grande que ela é tratada como contínua. Comumente empregam-se letras maiúsculas para simbolizar uma variável aleatória, por exemplo X , e letras minúsculas para denotar os valores que ela assume, que neste caso seria a letra x .

Montgomery e Runger (48) consideram a variável aleatória tão importante que sua distribuição de probabilidade se sobrepõe ao próprio espaço amostral original, sendo que esta distribuição tem o papel de relacionar uma probabilidade a cada valor que a variável aleatória pode assumir. Essa distribuição pode ser expressa como uma função, a qual deve atribuir um número (probabilidade) ao valor da variável.

No caso de variáveis aleatórias discretas, a função de probabilidade deve satisfazer as condições:

$$f(x_i) \geq 0$$

$$\sum_{i=1}^n f(x_i) = 1 \quad (3.1)$$

$$f(x_i) = P(X = x_i)$$

sendo X a variável aleatória e $x_1, x_2, \dots, x_n$ os possíveis valores que X pode assumir.

Outra função que descreve as probabilidades de ocorrência de uma variável é a função de distribuição cumulativa, $F(X)$, que em se tratando de variáveis aleatórias discretas é definida como:

$$F(x) = P(X \leq x) = \sum_{x_i \leq x} f(x_i) \quad (3.2)$$

e atende à propriedade:

$$0 \leq F(x) \leq 1 \quad (3.3)$$

As distribuições de probabilidade são definidas com o conhecimento de duas medidas, uma que indica para onde se concentram os valores, a média μ - também denominada de valor esperado, $E(X)$ - e a outra que indica a dispersão dos dados, a variância σ^2 , ou simplesmente $V(X)$. A seguir encontram-se as respectivas fórmulas para o caso das variáveis aleatórias discretas:

$$\mu = E(X) = \sum_x x f(x) \quad (3.4)$$

$$\sigma^2 = V(X) = E(X - \mu)^2 = \sum_x (x - \mu)^2 f(x) \quad (3.5)$$

Uma medida bastante utilizada para mensurar a dispersão dos dados com relação à média é o desvio padrão, σ , o qual apresenta a vantagem de possuir a mesma unidade dos dados.

$$\sigma = \sqrt{V(X)} \quad (3.6)$$

Quando a distribuição é normal, a média e o desvio padrão são suficientes para caracterizá-la. Diz-se então que a estatística é de segunda ordem. Entretanto, na engenharia estrutural, os resultados de análise sempre resultam em distribuições não simétricas e muitas vezes multimodais. Nestes casos há necessidade de uso de uma estatística de ordem superior. Normalmente, esta estatística é expressa por percentis. Como exemplo, o momento resistente característico de uma seção transversal é aquele retirado de um percentil de cinco por cento na distribuição acumulada dos momentos.

Exemplos de distribuições de probabilidade de variáveis aleatórias discretas são a distribuição Binomial e a distribuição de Poisson.

Quando o experimento aleatório trata de observações que podem assumir qualquer número real dentro de um intervalo ou grupos de intervalos, a variável aleatória relacionada é chamada de contínua. Semelhante ao caso da variável discreta, para a variável aleatória contínua também se associa uma função que tem a finalidade de descrever a probabilidade de ocorrência da variável.

Neste caso ela é denominada função densidade de probabilidade, cujas propriedades são:

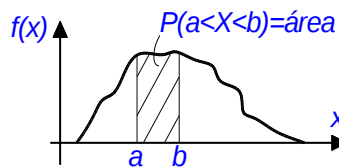
$$f(x) \geq 0$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1 \quad (3.7)$$

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$$

A área sob a curva $f(x)$, calculada com a aplicação de uma integração e limitada por intervalo especificado $[a, b]$ da variável aleatória contínua X , informa a probabilidade de X assumir valores dentro deste intervalo (Figura 3.3).

Figura 3.3 - Representação gráfica da probabilidade



Outra forma de descrever a probabilidade da variável X tomar valores em um intervalo é através da função de distribuição cumulativa:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^x f(u) du \quad (3.8)$$

com $-\infty < x < \infty$

As equações para o cálculo da média e da variância de uma variável aleatória contínua são similares a aquelas das variáveis discretas, substituindo-se o somatório por uma integral. A média μ de X , ou seu valor esperado, $E(X)$, são:

$$\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx \quad (3.9)$$

A variância, σ^2 , e o desvio padrão, σ , de X são calculados com:

$$\sigma^2 = V(X) = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 f(x)dx \quad (3.10)$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} \quad (3.11)$$

Há diversas distribuições de probabilidade para as variáveis aleatórias contínuas, sendo a mais comum a distribuição normal.

3.2 Fundamentos dos Modelos Probabilísticos Segundo o JCSS

Nos modelos de análise e dimensionamento que incorporam incertezas, as variáveis básicas devem ser assumidas como sendo aleatórias e estabelecidas em função dos parâmetros que definem as respectivas funções de distribuição de probabilidade, como média e desvio padrão, em alguns casos. Estas variáveis descrevem as ações, propriedades dos materiais e propriedades geométricas. O Joint Committee on Structural Safety, JCSS (1), explica que as incertezas são classificadas em físicas, estatísticas e incertezas do modelo e sugere que sejam implementados modelos para as propriedades geométricas, as ações, os materiais e as propriedades mecânicas. Esse comitê formulou e desenvolveu bases para normas de projetos considerando modelos probabilísticos, as quais se aplicam a concreto, aço e solo.

Segundo a norma acima citada, as características geométricas são definidas nos projetos, mas considerando-se que ocorrem imperfeições, as medidas da estrutura podem diferir das nominais. Estas imperfeições devem ser levadas em conta quando interferem nas solicitações. Com relação ao modelo para as ações, o JCSS (1) propõe que ele descreva a magnitude das ações, posição, direção e duração. O modelo para os materiais consiste nas relações constitutivas, que descrevem a dependência entre tensões e deformações através de parâmetros, como módulo de elasticidade, por exemplo. A suposição do comportamento mecânico dos materiais define o modelo mecânico. A propriedade mecânica do material é fundamentada na relação de causa, quando uma ação é aplicada, e efeito, que é a deformação que surge. A causa pode levar a estrutura à ruptura, porém antes desta os materiais podem apresentar comportamentos elástico e plástico. O modelo mecânico deve então definir qual hipótese de comportamento deve ser adotada. O modelo para as incertezas trata da

variabilidade das variáveis através dos parâmetros das funções de densidade de probabilidade.

O JCSS (1) sugere que algumas suposições, com relação às variáveis, sejam adotadas nos modelos probabilísticos. Tratando-se das características geométricas, a variabilidade das dimensões dos elementos estruturais é pequena e pode ser modelada através das distribuições de probabilidade normal ou log-normal. Com relação às ações, estas deveriam ser classificadas segundo a variabilidade no tempo. De acordo com a NBR-8681, são três as categorias das ações: permanentes, variáveis e excepcionais. O JCSS propõe a adoção da função de distribuição normal para as cargas permanentes e para as cargas variáveis, a ênfase recai sobre a magnitude das cargas extremas, que poderiam ser modeladas com distribuições de valores extremos. No caso das variáveis relacionadas às propriedades dos materiais pode-se usar a distribuição log-normal. Seguindo uma tendência nas propostas de modelos probabilísticos, o JCSS sugere a aplicação da teoria da confiabilidade para lidar com as incertezas, quando o interesse é a segurança estrutural.

A seguir são apresentadas algumas características dos modelos, extraídas do código proposto pelo Joint Committee on Structural Safety (1).

MODELOS PARA AS AÇÕES

Um modelo para as ações descreve sua grandeza e direção. Dois aspectos podem ser considerados, o aspecto físico e o aspecto estatístico. Este é determinado através das propriedades estatísticas, como a função de distribuição de probabilidades, por exemplo.

Para implementar a variabilidade das ações com relação ao tempo, no caso de processos simples, o JCSS propõe a distribuição de extremos, visto que o interesse recai sobre os valores máximos das cargas em um determinado período de tempo. Quando o interesse incide sobre a variabilidade da ação no espaço, é plausível o uso de modelos hierárquicos que levam em conta a variabilidade das cargas entre pisos diferentes, a variabilidade das cargas entre distintos ambientes em um mesmo piso ou até mesmo a variabilidade em um mesmo ambiente.

Para considerar correlações entre ações, esta norma distingue ações de mesma natureza e de naturezas diferentes. No caso de ações de mesma natureza, como cargas nos pisos de um edifício, seriam empregadas funções de distribuição semelhantes para as mesmas. Já em se tratando de ações de diferentes naturezas, como neve e vento, modelos mais complexos seriam utilizados e a carga final seria uma função de cada componente de carga.

O JCSS examina separadamente os modelos para as cargas oriundas do peso próprio e as cargas devido às ações variáveis. O peso próprio apresenta como características a probabilidade de ocorrência próxima a um, em um tempo qualquer, a variabilidade praticamente desprezível com relação ao tempo e a pequena variabilidade de grandezas em comparação a outras cargas. A distribuição de probabilidade sugerida para o peso específico e para as dimensões de uma estrutura é a normal. Como

simplificação, é proposto o uso da distribuição normal para o peso próprio. Também são discutidas as correlações espaciais do peso específico dentro de um mesmo elemento.

Segundo a NBR-8681, as cargas acidentais são as ações variáveis que atuam na construção e de acordo com o JCSS elas variam aleatoriamente no espaço e no tempo. Esta norma propõe um campo estocástico onde os parâmetros dependem do tipo da edificação. Nos casos onde pode ser aplicada a superposição de efeitos, o efeito do carregamento é descrito em função da intensidade da carga em um ponto conjuntamente com uma função de influência da carga sobre uma determinada área. Onde ocorre a não-linearidade pode-se assumir uma linearidade gradual. No que se refere à variabilidade no tempo, assume-se uma distribuição exponencial para o tempo entre as mudanças de carregamento.

De acordo com o JCSS, a descrição das ações é baseada em modelos matemáticos que descrevem suas propriedades com relação ao espaço e ao tempo. A descrição física da ação informa, por exemplo, quais são as forças distribuídas em uma área, enquanto que a descrição estatística descreve as propriedades das variáveis. Para os modelos das cargas são descritas, entre outras, as distribuições para peso-próprio, carga variável e vento. Com relação à distribuição no tempo, um dos modelos usados é a distribuição de Extremos, já que a carga de interesse é geralmente a de valor máximo. No que se refere à distribuição espacial da carga, o JCSS sugere o emprego de modelos hierárquicos, com utilização de variáveis aleatórias para descrever as variações entre carregamentos em diferentes pisos, em ambientes de um mesmo piso e campos estocásticos para descrever a variação espacial do carregamento em um mesmo ambiente. Tanto para as ações de mesmo tipo, caso, por exemplo, de cargas em diferentes pisos de um edifício, como para as ações de tipos diferentes, como aquelas oriundas da combinação entre carga de vento e neve, são descritas suas correlações e interações.

O código proposto pelo JCSS, no Anexo 1 da Parte 2: Modelos para as cargas, apresenta as definições de função de covariância, processos estacionário, ergódico, gaussiano, processo escalar de Nataf, processo escalar de Hermite, campos estocásticos e finalmente, apresenta uma tabela com vários tipos de funções de distribuição de probabilidade, com seus respectivos parâmetros, a qual está apresentada na Figura 3.4.

Figura 3.4. Funções de distribuição, sugestão do JCSS.

Função de distribuição		Média	Variância
Contínua	$f(x) = \frac{1}{b-a}, a \leq x \leq b$	$\frac{(a+b)}{2}$	$\frac{(b-a)^2}{12}$
Normal ou Gaussiana	$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2\right)$ $-\infty < x < +\infty$	μ	σ^2
Exponencial	$f(x) = \lambda \exp^{-\lambda x}, 0 \leq x < \infty$	$\frac{1}{\lambda}$	$\frac{1}{\lambda^2}$
Lognormal	$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \theta)^2}{2\sigma^2}\right), 0 < x < \infty$	$e^{\theta + \sigma^2/2}$	$e^{2\theta + \sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)$
Gamma	$f(x) = \frac{\lambda^r x^{r-1} e^{-\lambda x}}{\Gamma(r)}, x > 0$	Parâmetros $\lambda > 0$ e $r > 0$	
Beta	$f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}, 0 < x < 1$	$\frac{a}{(a+b)}$	$\frac{ab}{(a+b+1)(a+b)^2}$
Gumbel	$f(x) = \frac{1}{\sigma} e^{\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]} e^{\left(-\frac{x-\mu}{\sigma}\right)}, -\infty < x < \infty$	$\mu - \nu\sigma$	$\left(\frac{\pi^2}{\sigma}\right)^2$
Frechet	$f(x) = \frac{\alpha}{s} \left(\frac{x-m}{s}\right)^{-1-\alpha} e^{-\left(\frac{x-m}{s}\right)^{-\alpha}}$	$m + s\Gamma\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)$	$s^2\left(\Gamma\left(1 - \frac{2}{\alpha}\right) - \left(\Gamma\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right)\right)^2\right)$
Weibull	$f(x) = \frac{\beta}{\delta} \left(\frac{x}{\delta}\right)^{\beta-1} \exp\left[-\left(\frac{x}{\delta}\right)^\beta\right], x > 0$	Parâmetro de escala $\delta > 0$ e parâmetro de forma $\beta > 0$	

Peso próprio. Segundo o JCSS, o peso próprio de uma estrutura tem como características, relacionadas ao aspecto estatístico, o fato de que a variabilidade com relação ao tempo é desprezível, a probabilidade de ocorrência em qualquer ponto é próxima a um e as incertezas relacionadas à intensidade são pequenas se comparadas a outros tipos de cargas. Como o peso próprio é calculado em função do peso específico do material e do volume da peça estrutural, o JCSS propõe funções de distribuição para essas propriedades, sendo que para ambas é adotada a função de distribuição Gaussiana e, “por simplificação”, assume-se que o peso próprio da estrutura também se comporta de acordo com essa mesma função de distribuição de probabilidade.

Carga variável. O JCSS explica que as cargas variáveis variam aleatoriamente no tempo e no espaço. Com relação à variação no tempo, há casos de cargas contínuas, como peso de móveis, e cargas intermitentes, como o peso de pessoas em eventos. A intensidade da carga variável é representada por um campo estocástico, descrito em função da média da intensidade, de uma variável com função de distribuição normal e um campo estocástico. Assume-se que a carga variável máxima intermitente segue a distribuição de Poisson.

Vento. De acordo com o JCSS, o campo de velocidades do vento sobre o terreno é decomposto em duas partes. Uma é a média do vento na direção do fluxo de ar e a outra parte refere-se à turbulência, com média zero e com componentes nas direções longitudinal, transversal e vertical. A velocidade do vento de referência é a velocidade média do vento durante um intervalo de tempo de 10 minutos.

Para a média das velocidades do vento é indicada a distribuição de Weibull. A máxima média das velocidades do vento para períodos mais longos pode ser modelada por uma distribuição Gumbel para máximos. O tempo de vida máximo da velocidade do vento também assume esta última distribuição.

A velocidade média do vento em uma tempestade segue uma distribuição de Weibull, com parâmetros baseados em dados locais. Indica-se a distribuição normal para as flutuações da velocidade do vento. As velocidades de rajadas extremas podem ser modeladas com a distribuição Gumbel.

MODELOS PARA AS PROPRIEDADES DO MATERIAL

O JCSS ressalta que a simplificação da realidade assumida em um modelo não deve comprometer os resultados, que devem ser explicativos e preditivos, além de que a importância de sua operacionalidade deve ser atestada com a facilidade de manipulações. Esta norma, além de considerar que as propriedades dos materiais variam aleatoriamente no espaço, propõe que sejam considerados os desvios entre os valores medidos em amostras e na estrutura real. Também sugere que as propriedades dos materiais variem, possivelmente, com o tempo. São definidos três tipos de variações espaciais, a macro ou global, a local e a micro. A variabilidade da resistência à compressão de corpos de prova é considerada uma variação global, e é resultado da

produção tecnológica do concreto. Exemplo de nível de variação local é o número, tamanho e distribuição espacial de falhas ao longo de soldas. No terceiro nível, o nível micro, as variações são devidas a fatores físicos, tais como a distribuição aleatória de espaçamento e tamanho dos agregados. O controle de qualidade dos materiais conduz a soluções mais econômicas mas enfrenta a dificuldade de que os resultados não estão disponíveis na fase dos projetos.

O JCSS adverte que as propriedades dos materiais variam aleatoriamente no espaço e descreve as incertezas entre as propriedades medidas nas amostras e as propriedades da estrutura real, como por exemplo as diferenças entre testes de laboratório e as propriedades observadas na estrutura, indicando erros na previsão considerada no modelo.

Concreto. De acordo com o código proposto, a resistência do concreto em um ponto de uma dada estrutura varia em função de algumas variáveis, as quais têm distribuição lognormal ou normal.

Aço. No modelo probabilístico proposto pelo JCSS a área da barra, a tensão de escoamento e a tensão última seguem distribuições normais.

Modelo para a resistência

O JCSS propõe que a resistência à compressão do concreto em um determinado ponto de uma estrutura seja expressa em função de algumas variáveis, cujas distribuições são normal ou lognormal. Estas variáveis representam:

- a resistência básica, determinada através de testes em amostras, que por sua vez varia em função de uma variável normal padrão que representa a variabilidade em uma mesma estrutura,
- a variação da resistência na obra e em testes de laboratórios,
- a idade do concreto e duração da carga e
- as variações devidas ao local da obra, cura e condições da obra.

Propõe-se que a tensão de escoamento do aço seja definida em função de três variáveis gaussianas independentes, que representam a variação da média global de diferentes usinas, a variação de lote para lote, em uma mesma usina, e a variação dentro de um mesmo metal fundido.

MODELOS PARA ANÁLISE ESTRUTURAL

Segundo o JCSS, os modelos podem ser de natureza numérica, analítica ou empírica e as distribuições e os valores das médias e coeficientes de variação propostos na Tabela 3.9.1 do JCSS foram baseados em modelos de Elementos Finitos. Essa tabela propõe distribuições normal ou log-normal para os esforços de cálculo (momentos, esforços normais e cortantes em barras, momentos e forças em lajes e tensões em estruturas bi e tridimensionais). Recomenda a distribuição log-normal para

as resistências do aço: solda, parafuso, momento fletor e cortante e para as resistências do concreto: cortante e momento fletor.

Dimensões. O JCSS destaca que alguns aspectos não afetam significativamente erros nas dimensões das seções transversais das peças de concretos armado, como a forma da seção, a resistência do concreto e a localização da seção, se no meio do vão ou em apoios, e indica a distribuição normal para estas dimensões. Para os cobrimentos também orienta o emprego desta distribuição.

Excentricidades. O JCSS orienta o uso da função normal para as excentricidades em colunas e apresenta suas médias e desvios padrões.

3.3 Distribuições de Probabilidade Propostas pelo JCSS

Algumas distribuições de probabilidade têm uso mais comum na engenharia que outras, por serem mais facilmente aplicadas e mais conhecidas. Benjamin e Cornell (49) sugerem a adoção de funções matemáticas simples para descrever uma variável. São descritas nesta seção algumas distribuições de probabilidade, as quais são citadas neste trabalho.

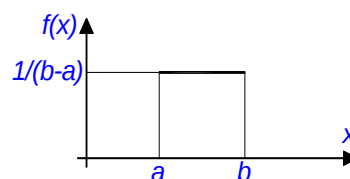
Distribuição uniforme

Esta distribuição é definida pela função densidade de probabilidade

$$f(x) = \frac{1}{b-a}, a \leq x \leq b \quad (3.12)$$

que corresponde à Figura 3.5:

Figura 3.5 - Função densidade de probabilidade uniforme



Distribuição normal ou Gaussiana

Há situações onde as causas do fenômeno não são estudadas e não há a necessidade de se conhecer as distribuições das mesmas. Benjamin e Cornell (49) mencionam como exemplo as incertezas relacionadas às propriedades físicas, as quais podem ter como origem mais de um fator, que são difíceis de serem isolados e observados. Nessas ocasiões, um modelo plausível de ser usado é a distribuição normal.

A distribuição normal é a mais comum e de maior emprego em análises que envolvem probabilidade. Benjamin e Cornell (49) a descreve como uma distribuição capaz de representar variáveis resultantes da soma de efeitos aleatórios, onde não há preponderância de uns sobre os outros.

Como consequência, a distribuição normal tem sido utilizada para descrever, com bastante proveito, erros em medições e para representar desvios de valores especificados de produtos manufaturados compostos por peças e operações, onde cada uma pode adicionar algum desvio em relação ao total. Esta distribuição também é usada para modelar a capacidade de um sistema que se caracteriza por falhar quando seus componentes alcançam os limites da resistência, conforme (49).

Montgomery e Runger (48), pg. 73, também salientam a larga utilização da distribuição normal e esclarece os motivos:

“Toda vez que um experimento aleatório for replicado, a variável aleatória que for igual ao resultado médio (ou total) das réplicas tenderá a ter uma distribuição normal, à medida que o número de réplicas se torne grande. De Moivre apresentou esse resultado fundamental, conhecido como teorema do limite central, em 1733”.

Esta característica às vezes não é tão óbvia. Segundo ele, o erro (ou desvio) na produção de uma peça pode ter inúmeras causas, ou seja, o erro final é a soma de vários desvios, mas se estes erros são independentes e apresentam a mesma probabilidade de ocorrência tanto para valores positivos como negativos, então o erro total tem distribuição normal.

Exemplos na engenharia civil, descritos por (49) que fazem uso da distribuição normal são:

- modelagem da resistência de uma barra com comportamento elasto-plástico, que é função da soma de momentos de escoamento dos nós;
- deslocamento vertical de um material com comportamento elástico, que é função da soma dos deslocamentos de elementos.

A função densidade da variável X , que assume valores $-\infty < x < +\infty$, é dada por:

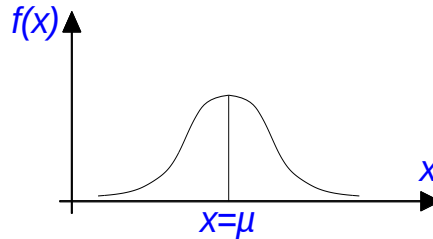
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2\right) \quad (3.13)$$

A notação comumente usada é $N(\mu, \sigma^2)$, onde μ é a média, σ^2 é a variância e σ é o desvio padrão, com $-\infty < \mu < +\infty$ e $\sigma > 0$. Conhecendo-se os parâmetros μ e σ então, a função está definida. O valor esperado $E(X) = \mu$, é o centro da função densidade e a variância $V(X) = \sigma^2$ determina a largura.

A Figura 3.6 ilustra o gráfico da distribuição normal, no qual se observa a simetria em relação à média. A curva apresenta dois pontos de inflexão, onde a

concavidade muda, que são os pontos $x = \mu \pm \sigma$. Quando σ é grande, o gráfico é “achatado” e no caso de σ ser pequeno, o gráfico tem uma forma mais “alongada”.

Figura 3.6 - Gráfico da distribuição normal



À primeira vista, um impedimento para a distribuição normal poderia ser o fato de X poder assumir quaisquer valores, positivos e negativos, e sendo assim, a variável X que segue a distribuição $N(\mu, \sigma^2)$ não seria indicada para representar fenômenos onde as variáveis não têm significado físico para valores menores que 0, como a resistência à compressão do concreto. Ainda assim é válido fazer uso desta distribuição normal pois a probabilidade de X assumir valores negativos é desprezível (45).

Outro aspecto bastante relevante da distribuição normal consiste em saber que ela pode ser usada como aproximação de outras distribuições, as quais têm menos resultados tabelados disponíveis (49) ou, nas palavras de Paul Meyer (45), pg.215, “a distribuição normal serve como uma excelente aproximação para uma grande classe de distribuições, que têm enorme importância prática”.

A distribuição normal é mais comumente usada na forma reduzida, com a introdução da variável normal padrão Z , onde:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (3.14)$$

Substituindo o valor de X na equação (3.13), chega-se à distribuição normal padrão de probabilidades:

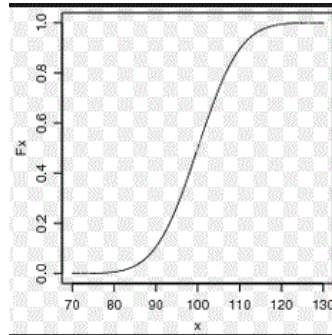
$$f(z) = \phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}z^2\right) \quad (3.15)$$

que tem média igual a 0 e desvio padrão igual a 1. A função cumulativa de probabilidades desta distribuição é

$$\Phi(z) = \int_{-\infty}^z f(z) dz = P(Z \leq z) \quad (3.16)$$

cujo gráfico encontra-se na Figura 3.7.

Figura 3.7 - Distribuição Padrão Normal



Distribuição exponencial

Esta distribuição é de uso importante na teoria da confiabilidade. Sua função distribuição de probabilidade é:

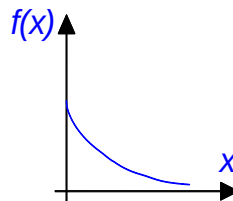
$$f(x) = \alpha e^{-\alpha x}, \text{ para valores de } x \text{ maiores que } 0 \text{ e}$$

$$f(x) = 0, \text{ para quaisquer outros valores de } x.$$

onde α é um parâmetro que assume valores maiores que 0.

A distribuição exponencial apresenta a forma (Figura 3.8).

Figura 3.8 - Distribuição exponencial



Característica importante da distribuição exponencial, para os modelos de fadiga, é o fato de ela “não possuir memória”, ou seja, a informação de que nenhum “sucesso” ocorreu é “esquecida” nos cálculos subsequentes da probabilidade de ocorrência do evento em análise (45), ou nas palavras de Benjamin e Cornell, pg. 244, o “comportamento futuro independe do comportamento no presente e no passado” (49) e ainda de acordo com este mesmo autor, esta distribuição é largamente usada em estudos que envolvem tempo de vida de componentes mecânicos.

Distribuição de extremos

Quando um sistema está sujeito a valores atípicos e extremos, como ocorre em algumas situações na engenharia civil, a distribuição de extremos pode ser aplicada. Em análises financeiras, na avaliação de riscos considerando tanto perdas como ganhos de pouca ocorrência, encontram-se usos deste tipo de distribuição. Prepondera na definição da distribuição de extremos a cauda da curva. Bastante aplicada no estudo de fenômenos meteorológicos, a “abrangência de suas aplicações é grande, incluindo uma variedade de fenômenos naturais tais como inundações, poluição atmosférica, correntes

oceânicas e problemas oriundos de outras áreas tais como da engenharia, atuária e finanças” (50).

Considerando que a distribuição de extremos lida com eventos que apresentam probabilidades pequenas, ela também é apropriada para modelagem de ventos, carregamentos máximos em uma estrutura e resistências mínimas.

Distribuição de Weibull

A expressão para a função de distribuição de Weibull é:

$$f(x) = \frac{\beta}{\delta} \left(\frac{x}{\delta} \right)^{\beta-1} \exp \left(- \left(\frac{x}{\delta} \right)^{\beta} \right), x > 0$$

onde β é o fator de forma e δ é o fator de escala.

3.4 Evolução da Consideração das Incertezas na Segurança das Estruturas

As estruturas devem ser planejadas, projetadas e construídas atendendo a critérios de economia e segurança. Uma estrutura segura deve manter sua capacidade resistente por toda sua vida útil e por este período não deve apresentar nem deformações excessivas nem vibrações que comprometam a durabilidade e causem desconforto ao usuário. Melchers (51) afirma que os requisitos de segurança que devem ser atendidos determinam se a resposta da estrutura às solicitações é satisfatória ou não, onde essa resposta depende do tipo e magnitude da carga e da resistência da estrutura.

“No projeto de uma estrutura, desde as mais complexas até as mais simples, como aquelas constituídas por um único elemento, deve existir a preocupação de que a mesma desempenhe as funções a que se destina, com o máximo de economia e de eficiência”. (52).

Para atender à economia, novos materiais são pesquisados e tecnologias inovadoras são empregadas. Vem ganhando cada vez mais espaço no planejamento a preocupação com os desperdícios em obras, causados por manuseio inadequado e armazenamento indevido dos materiais. No que concerne ao planejamento, as perdas podem advir de superdimensionamento, falhas nos projetos ou falta de sincronização entre projetos de áreas distintas.

Para atender a segurança a estrutura é calculada de modo a evitar sua instabilidade, perda de equilíbrio e colapso. No que se refere à análise comportamental da estrutura, as pesquisas acadêmicas avançam cada vez mais na determinação precisa de esforços internos, reações, deslocamentos e deformações e os engenheiros as incorporam ao mercado de trabalho. As metodologias desenvolvidas nos processos analíticos e numéricos são por vezes passíveis de verificação com métodos experimentais. Busca-se desenvolver modelos matemáticos que permitam analisar os

esforços nas estruturas e projetá-las de modo que as mesmas não apresentem falhas que as tornem instáveis ou prejudiquem sua utilização.

De acordo com o Joint Committee on Structural Safety, JCSS (1), as estruturas devem ser projetadas de forma que sejam econômicas e apropriadas para uso durante a vida útil. Acontece, porém, que o conhecimento humano é limitado e “em qualquer área do conhecimento, o mundo físico não pode ser perfeitamente retratado” (8). A realidade é reproduzida em função do conhecimento e dos recursos disponíveis no tempo em que se está implementando o modelo de simulação do fenômeno físico. Ainda que se conjecture sobre as hipóteses assumidas, mas sem o respaldo de recursos tecnológicos que permitam por em prática as modificações conceituais, os problemas permanecem sendo tratados com as mesmas abordagens.

Na análise e dimensionamento das estruturas, de forma semelhante a outras especialidades, é inerente a presença de incertezas nas variáveis envolvidas. Mesmo na hipótese de que se considerem as mesmas características, propriedades e atributos do fenômeno em questão, a resposta do sistema seria diferente para cada grupo de informações aplicadas. Então, supondo-se um comportamento determinístico para um sistema estrutural, este reagiria com os mesmos valores cada vez que se repetisse a solicitação.

As variáveis envolvidas na análise, dimensionamento ou verificação das estruturas são aquelas relacionadas às propriedades geométricas, às propriedades dos materiais, às ações e ao modelo físico, e em todas elas há um grau de incerteza embutido. De acordo com Fusco (53), as incertezas decorrem de insuficiência de dados, da falta de um conhecimento total sobre causas e efeitos dos sistemas e também da variabilidade presente nos fenômenos naturais.

3.4.1 Método das Tensões Admissíveis

Inicialmente a segurança nas estruturas foi abordada por meio de um coeficiente de segurança interno. Esta foi a forma encontrada para lidar com incertezas, embora não fosse possível condensá-las em um coeficiente. A ideia é limitar as tensões atuantes, supondo-se que assim é possível dispor de uma reserva de resistência. Assim sendo, a tensão atuante não pode ser maior que um determinado valor, denominado de tensão admissível, a qual é calculada dividindo-se a tensão de ruptura ou tensão de escoamento pelo coeficiente de segurança interno, que é um número maior que um. Este método não leva em consideração o fato de que pode haver uma redistribuição de tensões pela estrutura a partir do momento em que a tensão na seção mais solicitada é alcançada. Como ressaltam Gonçalves *et al* (52), a estrutura, ou peça, não entra necessariamente em colapso quando surge uma elevada tensão localizada.

Sabe-se, além disso, que as estruturas podem apresentar não-linearidade física, o que acontece quando ela deixa de seguir a Lei de Hooke, ou seja, a relação da tensão com a deformação deixa de ser linear. Além disso, quando é preciso considerar a estabilidade global, a análise deve considerar a estrutura na configuração final de

equilíbrio, que é definida pela não-linearidade geométrica. Nestes casos, o coeficiente de segurança interno não indica a distância entre a carga de colapso e a carga atuante, o que levou engenheiros a desenvolverem o conceito do *coeficiente de segurança externo*, supondo-se que é possível admitir o regime plástico para as estruturas e levando-se em consideração nos cálculos do coeficiente a carga de colapso.

Gonçalves *et al* (52) esclarecem a diferença entre os dois coeficientes expondo os seguintes exemplos (Quadro 3.1):

Quadro 3.1 - Exemplos de aplicação de coeficientes de segurança. Primeiro caso

	EXEMPLO 1 - BARRA TRACIONADA Tirante	EXEMPLO 2 - BARRA COMPRIMIDA Coluna
DADOS	Coeficiente de segurança interno: $\gamma_i = 3$ Seção transversal A_1 : $b_1 = 10\text{cm}$ e $h_1 = 40\text{cm}$ Tensão de escoamento: $\sigma_e = 30\text{KN/cm}^2$	Força de compressão aplicada na estrutura: $F = 4000\text{KN}$ Seção transversal A_2 : $b_2 = 10\text{cm}$ e $h_2 = 40\text{cm}$ Módulo de elasticidade: E Comprimento da barra: $l = 200\text{cm}$
PEDE-SE	Força máxima de tração que pode ser aplicada: F_{max}	Coeficiente de segurança externo: γ_e
CALCULA-SE	$\sigma_{admissivel} = \sigma_e / \gamma_i = 30 / 3 = 10\text{KN/cm}^2$ $\sigma_{max} = \sigma_{admissivel} = 10\text{KN/cm}^2$ $F_{max} = \sigma_{max} \times A = 10 \times 10 \times 40 = 4000\text{KN}$	Carga de flambagem: $F_{fl} = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} = 4215\text{KN}$ $\gamma_e = F_{fl} / F = 4215 / 4000 = 1,05$

Fonte: Gonçalves *et al* (52)

Como se percebe do Quadro 3.1, no segundo exemplo, o coeficiente de segurança calculado apresentou um resultado bastante inferior ao coeficiente fornecido no primeiro exemplo.

Abaixo, repetem-se os exemplos anteriores, porém com dados diferentes para o Exemplo 2, neste caso a carga máxima de compressão passa a ser uma incógnita do problema (Quadro 3.2):

Quadro 3.2 - Exemplos de aplicação de coeficientes de segurança. Segundo caso

	EXEMPLO 1 - BARRA TRACIONADA Tirante	EXEMPLO 2 - BARRA COMPRESSA Coluna
DADOS	Coeficiente de segurança interno: $\gamma_i = 3$ Seção transversal A_1 : $b_1 = 10\text{cm}$ e $h_1 = 40\text{cm}$ Tensão de escoamento: $\sigma_e = 30\text{KN/cm}^2$	Coeficiente de segurança externo: $\gamma_e = 3$ Seção transversal: A_2 : $b_2 = 10\text{cm}$ e $h_2 = 40\text{cm}$ Módulo de elasticidade: E Comprimento da barra: $l = 200\text{cm}$
PEDE-SE	Força máxima de tração que pode ser aplicada na estrutura: $F_{\max}$	Força máxima de compressão que pode ser aplicada na estrutura: $F_{\max}$
CALCULA-SE	$\sigma_{\text{admissível}} = \sigma_e / \gamma_i = 30 / 3 = 10\text{KN/cm}^2$ $\sigma_{\max} = \sigma_{\text{admissível}} = 10\text{KN/cm}^2$ $F_{\max} = \sigma_{\max} \times A = 10 \times 10 \times 40 = 4000\text{KN}$	Carga de flambagem: $F_{\text{fl}} = \frac{\pi^2 EI}{(2l)^2} = 4215\text{KN}$ $F_{\max} = F_{\text{fl}} / \gamma_e = 4215 / 3 = 1405\text{KN}$

Fonte: Gonçalves *et al* (52)

Observa-se do Quadro 3.2 que, mantendo-se os coeficientes de segurança interno e externo iguais, as forças máximas que podem atuar na estrutura são diferentes para os exemplos 1 e 2.

Gonçalves *et al* (52) dá continuidade ao raciocínio esclarecendo a ideia do Método das Tensões Admissíveis, segundo o qual o coeficiente de segurança interno é aplicado nos casos de solicitações estabilizantes, como foi o visto no Exemplo 1, onde a tensão admissível é o quociente da divisão da tensão de escoamento por γ_i , enquanto que, em situações onde pode haver flambagem, o Método das Tensões Admissíveis emprega o coeficiente de segurança externo, porém este é aplicado na carga atuante.

Críticas ao Método das Tensões Admissíveis residem no fato de que as incertezas não são consideradas separadamente, como incertezas referentes ao modelo e incertezas associadas às propriedades mecânicas dos materiais. Além disso, este método apenas determina a distância da carga máxima permissível de ser aplicada à carga de ruptura, as tensões são calculadas aplicando-se uma redução na tensão última do material, dividindo-a por um coeficiente, dito de segurança, supondo que o material apresenta comportamento elástico-linear.

Segundo Motta e Malite (54) o cálculo baseado em tensões admissíveis é de fácil compreensão e simples para ser implementado, no entanto apresenta as desvantagens:

- não informa a capacidade real da estrutura,
- não admite uma análise plástica,
- não é econômico.

A explanação vista até aqui sobre a segurança nas estruturas pode ser denominada de medidas determinísticas. Resumidamente, o método que se fundamenta em uma análise elástica das tensões faz uso de um fator e impõe como condição de segurança que a tensão aplicada não deve ser maior que uma tensão máxima, que é a

tensão última, definida nas normas, dividida pelo fator anteriormente citado, chamado de fator de segurança. A tensão última pode ser a tensão de escoamento, por exemplo. O fator de segurança é definido nas normas em função de observações experimentais, experiências passadas e considerações sobre economia (51). Como dito anteriormente, este método não prevê a redistribuição de esforços para considerar que a estrutura possa trabalhar no regime plástico e assume que a mesma entra em colapso logo que a tensão aplicada alcança a tensão máxima em algum ponto da estrutura, o que torna o método conservativo. No segundo método o conceito de segurança consiste em majorar as cargas aplicadas por um fator, cujo resultado levará a estrutura ao colapso.

3.4.2 Método dos Estados Limites

Cada vez mais foi sendo vislumbrada a necessidade de introduzir os conceitos probabilísticos na análise estrutural. A noção de que o tratamento dado às incertezas deveria ser baseado em métodos probabilísticos, ou ao menos, semi-probabilísticos, foi tomando corpo. Já não era suficiente projetar apenas garantindo que as ações atuantes deveriam ser menores que um valor admissível. Levando em conta esta abordagem, seria suficiente então, ou apenas majorar as solicitações, com um único coeficiente, ou minorar as resistências, analogamente, por meio de um coeficiente único, para reduzir as tensões últimas. Com o aprofundamento das pesquisas sobre o comportamento plástico dos materiais e sobre a teoria da probabilidade, as normas foram revistas e um novo conceito foi introduzido, o de se aplicar diferentes coeficientes, denominados coeficientes parciais, não só para majorar as cargas, com o intuito de considerar os distintos tipos de ação, mas também para minorar as resistências dos materiais, através de distintos coeficientes para cada material.

Motta e Malite (54) observam que as normas de cálculo em estados limite, primeira geração de normas de cálculo baseadas na capacidade última, surgiram por meio da teoria de probabilidade, de plasticidade e pesquisa do comportamento de resistência última de vários tipos de estruturas e conexões.

Segundo a NBR 6118-2003, os estados limites são aqueles que, ao serem ultrapassados, as exigências relativas à capacidade resistente e ao desempenho em serviço deixam de ser satisfeitas. Os estados limites últimos são aqueles relacionados à perda de equilíbrio da estrutura, ao seu esgotamento da capacidade resistente, solicitação dinâmica e colapso progressivo, enquanto que os estados limites de serviço referem-se à durabilidade da estrutura, aparência, conforto do usuário e à boa utilização funcional da mesma. A segurança estrutural é verificada em função da observância aos estados limites.

Fusco (55) classifica os estados limites da seguinte forma:

Estados limites últimos

- Ruptura de seções críticas da estrutura, instabilidade por deformação, instabilidade de corpo rígido, deterioração por fadiga, entre outros.

Estados limites de utilização

- Fissuração prematura ou excessiva, deformações excessivas, vibrações com amplitudes excessivas, entre outros.

As principais variáveis que devem ser consideradas nos estados limites são aquelas que descrevem as ações, as propriedades dos materiais e as propriedades geométricas. De acordo com a NBR 8681-2003, quando se consideram estados limites últimos, os coeficientes de ponderação das ações levam em conta suas variabilidades. O desdobramento do coeficiente de segurança em coeficientes parciais permite que os valores gerais especificados possam ser discriminados em função dos diferentes tipos de estruturas e de materiais de construção considerados. Tendo em vista as diversas ações levadas em conta no projeto, classificadas em permanentes, variáveis e excepcionais, em função do tempo de permanência de atuação, são adotados diferentes coeficientes para as mesmas. Esta norma também determina que as condições usuais de segurança referentes aos estados limites são expressas por desigualdades do tipo:

$$\theta (S_d, R_d) \geq 0$$

onde:

S_d representa os valores de cálculo dos esforços atuantes;

R_d representa os valores de cálculo dos esforços resistentes.

A NBR 8681-2003 tem como critérios:

•Para a verificação da segurança em relação aos possíveis estados limites

Para cada tipo de carregamento devem ser consideradas todas as combinações de ações que possam acarretar os efeitos mais desfavoráveis nas seções críticas da estrutura. As ações permanentes são consideradas em sua totalidade. Das ações variáveis, são consideradas apenas as parcelas que produzem efeitos desfavoráveis para a segurança.

•Para os fatores de combinações das ações

Os coeficientes de ponderação das ações permanentes majoram os valores representativos das ações permanentes que provocam efeitos desfavoráveis e minoram os valores representativos daquelas que provocam efeitos favoráveis para a segurança da estrutura. Os coeficientes de ponderação das ações variáveis majoram os valores representativos das ações variáveis que provocam efeitos desfavoráveis para a segurança da estrutura. As ações favoráveis que provocam efeitos favoráveis não são consideradas nas combinações de ações, admitindo-se que sobre a estrutura atuem apenas as parcelas de ações variáveis que produzam efeitos desfavoráveis. Além dos

coeficientes de ponderação, nas ações variáveis também são aplicados fatores de combinação e de redução.

•Para os fatores de redução das ações

Nas combinações de utilização são consideradas todas as ações permanentes, inclusive as deformações impostas permanentes, e as ações variáveis correspondentes a cada um dos tipos de combinações. Como no caso das combinações últimas das ações, empregam-se coeficientes de ponderação e fatores de combinação.

•Para a resistência

A resistência de cálculo é obtida dividindo-se a resistência característica pelo coeficiente de ponderação das resistências, que é o produto de três coeficientes, os quais levam em consideração:

- a variabilidade da resistência efetiva, transformando a resistência característica num valor extremo de menor probabilidade de ocorrência;
- as diferenças entre a resistência efetiva do material da estrutura e a resistência medida convencionalmente em corpos-de-prova padronizados e
- as incertezas existentes na determinação das solicitações resistentes, seja em decorrência dos métodos construtivos, seja em virtude do método do cálculo empregado.

3.4.3 Confiabilidade

Em todas as áreas do conhecimento, as decisões são tomadas em um ambiente de incertezas, e na engenharia estrutural esta realidade se repete. Trabalhar com incertezas implica em aplicar as distribuições de probabilidade das variáveis. Buscam-se então meios para modelar estas incertezas e avaliar as consequências de seus efeitos. Confiabilidade é uma ferramenta que permite introduzir nos projetos estruturais, através dos princípios da probabilidade e estatística, a base conceitual para lidar matematicamente com as incertezas.

Quando um sistema ou um componente deste sistema é posto em serviço, quer dizer, quando algum esforço lhe é aplicado, sabe-se que existe uma probabilidade, pequena, de que o sistema, ou o componente, falhe. Definindo-se falha como o fato de que o sistema para de funcionar, confiabilidade é então a probabilidade de que o sistema, ou componente, ainda esteja funcionando em um determinado tempo t . O caráter aleatório da confiabilidade do sistema surge em função de incertezas associadas às propriedades geométricas, físicas etc. No estudo da confiabilidade de uma estrutura deve-se prever a probabilidade de violação de um estado limite.

Usa-se a teoria da confiabilidade estrutural com o propósito de considerar as incertezas inerentes às variáveis de projeto, e determinar a probabilidade de falha da

estrutura. As incertezas das variáveis são avaliadas através das correspondentes distribuições de probabilidade (56).

A confiabilidade de uma estrutura é definida como

$$C = 1 - pf \quad (3.17)$$

onde pf é a probabilidade de falha e assume valores pequenos. O objetivo do estudo é garantir a segurança da estrutura, a qual deve atender aos objetivos de uso para os quais foi projetada.

A probabilidade de falha de uma estrutura é expressa através de uma função, denominada função de falha ou função estado limite, que define o limite entre o domínio onde há segurança e onde a estrutura falha. Considerando que a falha seja alcançada quando as solicitações atuantes excederem as resistências, um exemplo para esta função é

$$Z = R - S \quad (3.18)$$

sendo R a variável aleatória que representa a resistência e S a variável aleatória associada às solicitações. A probabilidade de falha é calculada com a expressão

$$pf = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^s f_R(r) f_S(s) dr ds \quad (3.19)$$

onde $f_R(r)$ e $f_S(s)$ são as funções de distribuição de probabilidade das variáveis R e S respectivamente.

Lima e Sagrilo (56) escrevem pf também com a forma

$$pf = P(Z \leq 0) = \Phi\left(\frac{0,0 - \mu_z}{\sigma_z}\right) = \Phi(-\beta) \quad (3.20)$$

com

$$\mu_z = \mu_R - \mu_S \quad (3.21)$$

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3.22)$$

sendo μ as médias das variáveis e σ os desvios padrões. Φ é a distribuição normal cumulativa padrão e o índice de confiabilidade é definido como sendo

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.23)$$

Considerando-se que R e S se comportem como variáveis normais e introduzindo-se as variáveis reduzidas

$$s = \frac{S - \mu_S}{\sigma_S} \quad (3.24)$$

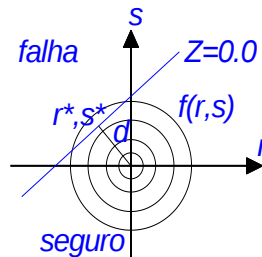
$$r = \frac{R - \mu_R}{\sigma_R} \quad (3.25)$$

é possível deduzir na Figura 3.9 o valor de d

$$d = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.26)$$

o qual coincide com índice de confiabilidade. Conclui-se, na verdade, que β é a distância da origem à superfície de falha.

Figura 3.9 - Superfície de falha



Fonte: Lima e Sagrilo (56). Adaptação da Figura 3.4.

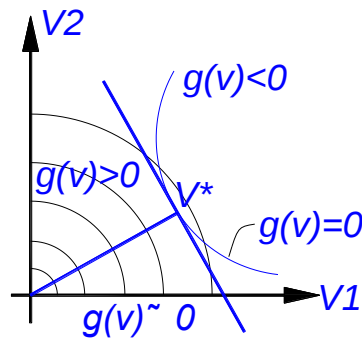
(r^*, s^*) é chamado de ponto de projeto e é o ponto da superfície de falha mais próximo da origem.

Soluções de problemas associados à teoria da confiabilidade estrutural envolvem a resolução de integrais complexas e portanto utilizam-se ou métodos analíticos ou simulação de Monte Carlo nos cálculos.

O primeiro método analítico a ser visto é aquele denominado FORM – First Order Reliability Method. A metodologia consiste em transformar as variáveis do problema, as quais podem ser dependentes entre si e também podem estar associadas a quaisquer distribuições de probabilidade, em variáveis normais padrão. Além disso, estas novas variáveis devem ser estatisticamente independentes.

Então, originalmente há uma função de falha, chamada de $G(U)$, onde U são as variáveis aleatórias com quaisquer distribuições, podendo ser dependentes entre si, e o interesse é determinar a distância da origem dos eixos à superfície de falha. Essas variáveis são transformadas em normais padrão V , independentes entre si e a superfície de falha, que pode assumir a forma de qualquer função, é aproximada por uma superfície de falha linear, $g(v)$, no ponto mais próximo à origem, o ponto de projeto V^* (Figura 3.10).

Figura 3.10 - Método FORM



Fonte: Lima e Sagrilo (56). Adaptação da Figura 4.1.

A precisão do método é função da escolha da nova superfície de falha e “os principais desafios do método FORM são a busca ao ponto de projeto V^* e a transformação das variáveis em variáveis normais padrão.” (56). V^* é um ponto na superfície de falha e na sua busca pode-se aplicar otimização.

O próximo método analítico assemelha-se ao FORM, porém agora a superfície de falha já não é aproximada por uma superfície linear, e sim por uma superfície quadrática. Este é o SORM – Second Order Reliability Method.

3.4.4 Calibração de Coeficientes Parciais de Segurança

No método de dimensionamento pelos estados limites, os valores das resistências e ações de projeto são determinados em função de valores característicos multiplicados por coeficientes parciais, que são os coeficientes de ponderação. O valor característico é um valor arbitrário que apresenta uma determinada probabilidade de não ser excedido. No caso da resistência à compressão do concreto, por exemplo, as normas estabelecem que o quantil de 5% de sua distribuição de probabilidade fornece o valor característico. Em outras palavras, há apenas 5% de probabilidade da resistência real do concreto ser menor que o valor característico.

“Os valores característicos das resistências são os que, num lote de material, têm uma determinada probabilidade de serem ultrapassados, no sentido desfavorável para a segurança.” (NBR-6118)

A resistência de cálculo é definida como sendo o quociente entre a resistência característica e o coeficiente de ponderação. Este último é obtido a partir do produto de três coeficientes parciais, que levam em conta, como aclara a NBR-6118:
a variabilidade da resistência dos materiais envolvidos,
a diferença entre a resistência do material no corpo-de-prova e na estrutura e
os desvios gerados na construção e as aproximações feitas em projeto do ponto de vista das resistências

A NBR-6118 define, simplificadamente, os coeficientes de ponderação das resistências do concreto e do aço, no estado limite último, para o caso das combinações normais das ações, como sendo 1,4 e 1,15. Segundo Sagrilo (56), a definição dos coeficientes de segurança, muitas vezes, foi baseada na experiência de profissionais da área. Aplicando-se a confiabilidade é possível determinar estes coeficientes em função de uma probabilidade de falha pré-estabelecida. Sendo assim, o primeiro passo deste processo consiste exatamente na definição desta probabilidade “alvo”. Devem ser especificadas as características das variáveis aleatórias, como tipo de distribuição e parâmetros que a definem, e estabelece-se a função de falha, em função destas variáveis. Com as propriedades geométricas iniciais calcula-se a probabilidade de falha do problema, através do método analítico FORM. Comparam-se as probabilidades de falha, a pré-estabelecida e a calculada. O procedimento é repetido e a cada tentativa estas probabilidades convergem. O ponto de projeto fica definido com a última tentativa. Dividindo-se os valores das variáveis no ponto de projeto pelos valores característicos, encontram-se finalmente os coeficientes de segurança, para cada variável.

Em suma, o procedimento para calibração dos coeficientes de segurança consiste em ((51) *apud* (57)):

- definir as funções de estados limites e expressá-las em função das variáveis básicas,
- determinar as propriedades estatísticas das variáveis básicas,
- determinar o índice de confiabilidade utilizando-se um método de análise de confiabilidade apropriado, em conjunto com as equações de estados limites e os dados estatísticos,
- selecionar o valor do índice de confiabilidade alvo. Se o índice de confiabilidade calculado é menor que o índice alvo, a resistência requerida é aumentada até que os mesmos sejam iguais e
- selecionar os fatores parciais.

4 Incertezas em Projetos

Em um mercado competitivo, a escolha de projetos e estratégias de desenvolvimento apropriadas aos sistemas de engenharia pode vir a ser uma tarefa formidável. Os projetos e as estratégias precisam integrar informações de múltiplas disciplinas de tal forma que decisões sejam tomadas enquanto as incertezas ainda estão evoluindo.

Tradicionalmente os projetos são baseados em valores determinísticos das variáveis, não considerando as incertezas presentes mais detalhadamente nem as incertezas ocorrentes, buscando soluções ótimas sob condições essencialmente determinísticas. Este procedimento pode levar a perdas de oportunidades não avaliadas já nos primeiros modelos conceituais de projeto e desenvolvimento.

Projetar, desenvolver e gerenciar de maneira ótima sistemas complexos é um grande desafio. Os modelos conceituais correntes em diversas disciplinas, que devem ser integradas, e seus correspondentes modelos de simulação, são por demais complexos para permitirem a amostragem necessária à propagação de incertezas e à inferência estatística com a desejada acurácia.

A engenharia atual cobra por flexibilidade econômica e por flexibilidade técnica de tal forma que opções interessantes possam ser analisadas antes de tomadas de decisões. Esta parte do projeto de pesquisa e desenvolvimento objetiva desenvolver e programar modelos conceituais que resultem em modelos de análise e de simulação. De modo que esses modelos possam ser probabilisticamente amostrados com as técnicas e com o poder computacional correntes, de tal forma que as tomadas de decisões sejam efetuadas após a análise objetiva das opções disponíveis, levando em conta as incertezas agregadas no momento da decisão.

Para isso serão desenvolvidos modelos conceituais de análise que levem a modelos de simulação com uma fidelidade apenas necessária à acurácia desejada. Tais modelos são denominados na literatura de modelos de seleção de média fidelidade (mid

fidelity screening models). Ou seja, modelos simplificados o suficiente para fornecerem informações essenciais, confiáveis e acuradas, para auxiliar o processo de decisão.

4.1 Tratamento das Incertezas

O termo incerteza é usado para expressar:

1. A falta de conhecimento preciso sobre o comportamento e o funcionamento de sistemas e produtos. Neste caso, adotam-se simplificações e suposições que permitam interpretar o mundo real através de modelos. Esta tem sido a tarefa da ciência e da tecnologia.
2. A falta de conhecimento preciso sobre as informações utilizadas no planejamento e desenvolvimento de sistemas e produtos. Procura-se então empregar tratamentos estatísticos nos dados.
3. O desconhecimento sobre desempenhos futuros e resultados de sistemas e produtos, e ainda sobre acontecimentos. No início dos projetos são utilizadas previsões que não necessariamente se concretizam no futuro.
4. A variabilidade de procedimentos e execuções de tarefas.

A seguir serão expostos conceitos e classificações das incertezas do ponto de vista de alguns pesquisadores atuantes na área de projetos de grandes sistemas.

Segundo (58), as incertezas refletem o fato de que muitos dados dos sistemas são variáveis aleatórias. Ele classifica as incertezas em três tipos, endógenas, exógenas e híbridas. As primeiras aparecem nos projetos técnicos e podem ser reduzidas a partir de conhecimentos técnicos, e as exógenas aparecem em normas ambientais, demanda de consumidores e mercado financeiro. Essas não podem ser controladas pelos administradores mas podem ter seu impacto reduzido com o desenvolvendo de opções reais (isto é, flexibilidade) em projetos. O autor conclui então que é possível fazer-se algo sobre as incertezas exógenas durante a fase de projeto. As híbridas são determinadas por fatores endógenos e exógenos.

A flexibilidade, citada anteriormente, refere-se à capacidade do sistema de adaptar-se a mudanças, que invariavelmente surgem devido às incertezas. Este tópico será abordado na próxima seção. Ainda em (58), segundo o autor, em sistemas de engenharia há três tipos de incerteza: incertezas técnicas, que são endógenas, e incertezas de mercado, e incertezas sócio-econômicas e políticas, que são exógenas.

Em (59), afirma-se que “o termo incerteza é um conceito vago usado para expressar tanto a probabilidade de que certas hipóteses feitas durante o projeto são incorretas, quanto a presença de fatos totalmente desconhecidos influem sobre o estado futuro de um produto ou sistema e seu sucesso no Mercado”. Acrescenta-se que as incertezas podem atuar positiva ou negativamente em um projeto, citando (60) que apresenta um modo de classificar as incertezas, descrito no Quadro 4.1.

Quadro 4.1 - Classificação das incertezas segundo (59)

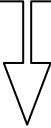
Incerteza conhecida	Incerteza desconhecida	Incerteza nos dados (inclusive nas medições)	Incerteza nas descrições de um sistema
A descrição e o controle são baseados em casos passados	A ocorrência não pode ser prevista	Compreende fatores como precisão, consistência e qualidade das medições	Compreende ambiguidade nas descrições e falta de clareza no objetivo dos elementos

O autor exemplifica casos, resumidos abaixo, em que alguns sistemas falharam, pois, apesar de terem alcançado o desempenho técnico previsto, não previram as variações originadas pelas incertezas:

- 1 – alguns sistemas de telefonia móvel que, apesar de extraordinários avanços técnicos, foram fracassos comerciais. As previsões destes sistemas foram confusas e eles foram inflexíveis para mudar para um tipo diferente de serviço ou cobertura.
- 2 – uma montadora de automóveis não foi projetada com flexibilidade para adaptar-se à fabricação de um modelo que fora inicialmente planejado para outra montadora, e cuja demanda cresceu rapidamente.
- 3 - um tanque de guerra projetado na década de 80, para climas frios, não pode se adaptar a um novo ambiente de guerra, no deserto.
- 4 – um empresa fabricante de roupa teve sua produção comprometida devido a sanções econômicas entre países e viu sua sobrevivência ameaçada (porém um inusitado lançamento de uma peça reverteu o quadro).

Ainda em (59), a importância das incertezas pode ser resumida no fato de que não se sabe, de antemão, se o produto ou sistema que está sendo projetado satisfará as suas exigências funcionais quando o mesmo estiver em uso. As incertezas podem ser influenciadas pelos projetistas em maior ou menor medida. Conforme o nível de controle, elas são classificadas em endógenas ou exógenas. Pode-se dizer que as incertezas endógenas são controláveis, em certo nível, pela empresa visto que são incertezas técnicas relacionadas a projetos ou à gestão. Já as incertezas exógenas fogem ao controle. O Quadro 4.2 mostra em detalhe uma classificação das incertezas segundo (59).

Quadro 4.2–Classificação das incertezas, adaptação de (59)

Classificação das incertezas de acordo com (59) De cima para baixo: o nível de controle das incertezas diminui 	Endógenas. Controladas pela empresa	INCERTEZAS TÉCNICAS E RELACIONADAS AOS PROJETOS Afetam o produto ou sistema no que se refere a sua confiabilidade e durabilidade. Podem surgir na área técnica, na gestão dos projetos, construção e operação.
		INCERTEZAS RELACIONADAS À GESTÃO Há incertezas com relação ao contexto gerencial, como no caso de acordos contratuais e estratégias de produção. São passíveis de ocorrer devido a mudanças nas indústrias e infra-estrutura.
	Exógenas. Estão fora do controle direto da empresa	INCERTEZAS NO CONTEXTO POLÍTICO Decisões políticas, como regulamentações ambientais, afetam o comportamento do mercado. Advêm de fatores como instabilidade política e econômica e inflação.
		INCERTEZAS ORIUNDAS DO MERCADO ECONÔMICO No mercado econômico há incertezas sobre a demanda, concorrência, fornecedores, economia, etc. No exemplo da telefonia móvel por satélite, a empresa subestimou as tendências do mercado e não viu os telefones móveis terrestres como um concorrente importante. São provenientes de mudanças nos preços, taxas de câmbio, etc...
		INCERTEZAS SOBRE O USO Há incertezas com relação à forma e às condições com que o produto será utilizado. Pode haver mudanças também no ambiente operacional do produto, como clima ou condições meteorológicas. Um exemplo é o caso do tanque citado anteriormente (item 3)
		FENÔMENOS NATURAIS Ocorrem, por exemplo, devido a terremotos, mudanças no tempo e no clima, ou devido à falta de conhecimento de formações geológicas.

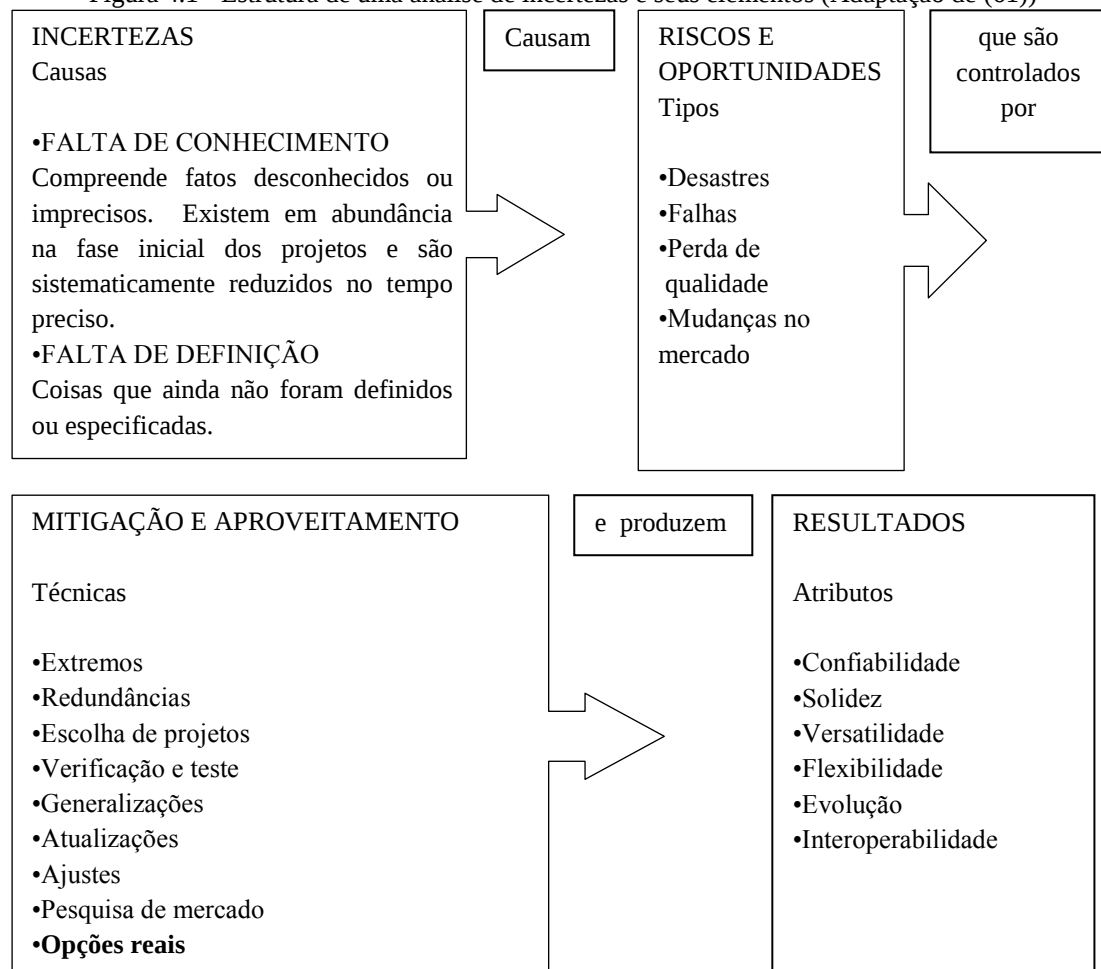
Ainda em (59), o autor destaca que as incertezas muitas vezes não são levadas em consideração nos projetos porque a teoria que as cerca geralmente não é ensinada nos currículos padrões dos cursos de engenharia. Ademais, “o cronograma financeiro e a pressão podem forçar uma rápida geração e lançamento de um projeto viável no mercado de uma forma precipitada, deixando pouco ou nenhum tempo para análise de tantas incertezas”. Em seu artigo descreve os métodos para representar incertezas

através de variáveis contínuas, que são os modelos de difusão e *lattice models*, e através de variáveis discretas, planejamento de cenários.

As ferramentas para lidar com as incertezas ainda não estão plenamente desenvolvidas e os projetos flexíveis ainda estão em uma fase inicial. Uma estrutura de análise de incertezas pode ser dividida em quatro partes:

- Incertezas: são coisas que não são conhecidas ou o são de uma forma imprecisa
- Riscos e oportunidades: São as consequências das incertezas. Podem ser negativas (riscos) ou, se as incertezas forem resolvidas de forma favorável ao sistema, dão origem às oportunidades.
- Mitigação e aproveitamento: São técnicas para evitar ou controlar os riscos e explorar oportunidades.
- Resultados: São os atributos desejados do sistema que quantificam ou caracterizam a sua interação com as incertezas. Na Figura 4.1 tem-se uma ilustração de como estas partes e seus elementos interagem, segundo (61).

Figura 4.1 - Estrutura de uma análise de incertezas e seus elementos (Adaptação de (61))



Em (61), ressalta-se que “Um desafio atual é evitar definir muito sobre um sistema muito cedo, tanto em termos de definição de requisitos como nas

especificações excessivas da natureza da solução antes que qualquer trabalho tenha sido feito”.

De acordo com a literatura, em (62) e (63), as incertezas são divididas em dois grupos, e definidas da seguinte forma:

- **Econômicas:** Dependem de crises financeiras, flutuações de indicadores econômicos, etc. São chamadas de incertezas exógenas.
- **Técnicas:** São intrínsecas às variáveis dos projetos técnicos. Ainda que se inverta capital para diminuir as incertezas, estas não serão debeladas completamente. São chamadas de incertezas endógenas.

Em (64), o autor enfatiza que reduzir incertezas ainda continua sendo um negócio custoso em tempo e recursos. Ele as classifica em vários campos:

• **Ciências sociais**

Economia – recentemente as incertezas foram classificadas como “fundamental” e “ambígua”. Das primeiras, não se pode associar probabilidades aos eventos, já que estes não podem ser nem imaginados, por exemplo, uma guerra. Já para a incerteza ambígua associa-se uma probabilidade de ocorrência.

Tomada de Decisão, Gestão e Análise de Sistemas – ressalta-se que nesta área as incertezas são classificadas com relação ao desempenho, cronograma, custo de desenvolvimento, tecnologia, mercado e negócios.

Política e Análise de Risco – são classificadas com relação a quantidades e modelos.

• **Ciências físicas**

“Incertezas nas ciências físicas têm se concentrado principalmente na análise de erros e física quântica. Análise de erros muitas vezes recebe o nome de incerteza de medição e representa a diferença entre um valor medido e o valor real. Essa incerteza afeta uma ampla gama de áreas das ciências físicas e da engenharia”.

• **Engenharia**

O Quadro 4.3 resume a organização e a definição das incertezas na área das Engenharias, segundo (64).

Capítulo 4. Incertezas em Projetos

Quadro 4.3 - Organização e definição de incertezas na Engenharia, segundo (64)

Controle e Sistemas Dinâmicos	As incertezas são definidas como a diferença (ou erro) entre os modelos e a realidade
Engenharia de Sistemas	Há duas definições para incertezas na Engenharia de Sistemas: uma teórica, que classifica as incertezas como imprecisas ou ambíguas, e outra prática, que confunde a definição de incerteza com a de risco. “Risco é definido como uma medida da incerteza de atingir uma meta, objetivo, ou requisito concernente ao desempenho técnico, ao custo e ao cronograma.” (tradução nossa), pg. 5. O risco, incluído nas incertezas relacionadas à Eng. de Sistemas, é classificado em: — técnico. Ex: viabilidade, operacionalidade, produtividade e eficácia. — sobre o custo. Ex: estimativas. — sobre o cronograma. Ex: disponibilidade de tecnologia e material e etapas — programático. Ex. Recursos.
Eng. civil, e Eng. Ambiental	Neste campo de ação, as incertezas surgem, dentre outras fontes, devido a elementos de um sistema real que são representados por um modelo ou devido às abstrações.
Engenharia Civil/Área de Estruturas	INCERTEZA FENOMENOLÓGICA Surge quando a técnica construtiva ou os projetos geram dúvidas com relação ao comportamento da estrutura durante a construção, em serviço ou quando solicitada ao extremo. INCERTEZA SOBRE O MODELO Decorre de simplificações feitas para representar alguns fenômenos INCERTEZA SOBRE PREVISÕES Associada com a previsão de algum estado futuro INCERTEZA FÍSICA Surge devido à própria natureza aleatória das variáveis básicas INCERTEZA ESTATÍSTICA Aparece quando funções densidade de probabilidades simplificadas são usadas. INCERTEZA DEVIDO A FATORES HUMANOS ●ERROS HUMANOS Variação natural no desempenho de uma tarefa e erros grosseiros ●INTERVENÇÕES Decorrem de intervenções no processo de planejamento, documentação, construção e uso das estruturas.
Gestão	ALEATÓRIA Variabilidade normal de um sistema EPISTÊMICA Falta de conhecimento do sistema SOBRE OS PARÂMETROS Incerteza sobre os parâmetros do modelo matemático SOBRE O MODELO Incerteza sobre a precisão do modelo VOLITIVA Incerteza que um indivíduo tem em saber se ele irá ou não fazer o que ele concordou em fazer

Capítulo 4. Incertezas em Projetos

Engenharia Mecânica	Para explicar incerteza nesta área, Thunnissen recorre a outros autores. IMPRECISÃO Descrição incompleta de um projeto (incerteza na escolha) INCERTEZA PROBABILÍSTICA Incerteza aleatória POSSIBILIDADE Incerteza sobre a capacidade de um modelo
Engenharia Aeroespacial	As incertezas surgem porque: as condições que definem um projeto podem ser imprecisas/os parâmetros de modelos matemáticos podem conter erros/podem aparecer perturbações externas

Ainda na área das engenharias, este autor apresenta a seguinte organização (Quadro 4.4):

Quadro 4.4 - Incertezas em Modelagem Computacional e Simulação

Modelagem Computacional e Simulação	Oberkampff (65), apud Thunnissen (64), faz distinção entre variabilidade, incerteza e erro: VARIABILIDADE Definida como a variação inerente ao sistema físico. INCERTEZA Definida como uma deficiência em alguma fase do processo de modelagem devido à falta de informação ou informação incompleta. Por informação incompleta compreende-se: • informação que não é clara e • variedade de alternativas em uma situação, ou seja, o que não é específico. ERRO Definido como uma deficiência em alguma fase do processo de modelagem e simulação que não decorre de falta de conhecimento. Erros podem emanar, por exemplo, de precisões aritméticas do computador ou aproximações feitas para simplificar o modelo de um processo físico ou de equívocos grosseiros. Oberkampff (65) classifica incerteza em: PARAMÉTRICA Incerteza nos parâmetros do modelo INCERTEZA NO MODELO FÍSICO Conhecimento restrito sobre o processo físico ou interações entre processos INCERTEZA SOBRE ABSTRAÇÕES DOS CENÁRIOS Conhecimento restrito sobre a estimativa de ocorrência de cenários dos eventos de um sistema Thunnissen (64) distingue as incertezas em externas e internas (66): EXTERNA Variabilidade na previsão do modelo devido às alternativas para os dados de entrada INTERNA Ocorre devido à limitação de informação na estimativa dos parâmetros do modelo e na precisão das hipóteses assumidas pelo modelo
-------------------------------------	---

Fonte: Thunnissen (64)

Além das definições e classificações das incertezas descritas no Quadro 4.4, podem-se classificar as incertezas no desenvolvimento de sistemas complexos (64):

- Ambiguidade: Está relacionada à imprecisão do discurso humano. Pode ser reduzida por convenções lingüísticas.
- Incerteza epistêmica: Falta de conhecimento ou informação durante o processo de modelagem.
- Aleatória: Variação associada a um sistema físico
- Incerteza sobre interações: Surge da interação entre eventos que não foi prevista

Da exposição anterior verifica-se a preocupação por definir, classificar e tratar as incertezas. Esse fato atesta sua influência nos sistemas, e nos projetos de engenharia a avaliação das incertezas, sempre que possível, deve ser levada em consideração.

Melchers (51) sugere a seguinte classificação:

Incertezas relacionadas a decisões

Referem-se à decisão sobre a consideração ou não da ocorrência de um fato, por exemplo, quando é necessário decidir se um estado limite foi violado.

Incertezas sobre o modelo

São incertezas que surgem devido à simplificação adotada na relação das variáveis básicas e dizem respeito à representação do comportamento físico. Podem ser reduzidas com pesquisas.

Incertezas sobre previsões

Durante a fase de construção de um projeto algumas informações, como resistência do material, tornam-se disponíveis e podem substituir estimativas anteriores.

Incertezas físicas

São inerentes à natureza das variáveis aleatórias básicas. Como exemplo podem ser citadas: a variação na resistência ao escoamento de aço, a variabilidade da carga de vento e a variabilidade da carga do piso.

Incertezas estatísticas

Desvios nos dados podem surgir devido ao fato de que as observações das variáveis não as representam perfeitamente. Além disso, conjuntos de dados de amostras diferentes produzem diferentes estimadores estatísticos, o que causa as incertezas estatísticas.

Incertezas devido a erros humanos

Um exemplo destas incertezas seriam diferenças em medições realizadas com o mesmo instrumento, mas com pessoas diferentes.

4.2 Opções Reais e Flexibilidade

A teoria das opções reais surgiu pelo fato de haver incertezas associadas a procedimentos como previsões, simulações e outros e pela necessidade de considerá-las nos projetos. A possibilidade de poder mudar de estratégia torna os projetos flexíveis, sendo que esta facilidade de adaptação tanto pode mitigar riscos como possibilitar o aproveitamento de oportunidades. Opções reais e flexibilidade foram inicialmente usadas no setor corporativo, mas vêm sendo expandidas para outras áreas. Estas teorias são comentadas em livros e artigos, alguns citados a seguir.

“O conceito de teoria das opções reais – iniciada no setor financeiro – tem se expandido para sistemas de engenharia a fim de formular projetos flexíveis em um ambiente de incertezas”. Engenheiros e arquitetos devem identificar as opções reais que oferecem as melhores estratégias de flexibilidade, para tanto dispõem de modelos de seleção que são simplificados, de baixo custo computacional e utilizados para identificar os fatores de maior interesse; e modelos de simulação - usados após os modelos de seleção para investigar questões importantes omitidas nestes, (43) e (67).

Existem três formas para se gerenciar incertezas. A primeira é através de Controle das incertezas, onde algumas destas podem ser reduzidas, a segunda maneira é usando Robustez nos Projetos, que é “a propriedade de um sistema que permite que o mesmo satisfaça uma lista de requisitos, apesar das mudanças no ambiente ou no sistema”. A terceira é através do uso de Flexibilidade ou Opções Reais. Flexibilidade é o melhor mecanismo para se gerenciar incertezas. Há duas categorias de flexibilidade (58):

- Flexibilidade para gerenciar projetos e
- Projetos flexíveis baseados em planejamentos estratégicos.

Há definições de flexibilidade em alguns campos, como na teoria das decisões e nos sistemas de produção. Em (58) o autor destaca que “flexibilidade gerencial é definida como a capacidade de gestão para ajustar o curso de um projeto, agindo em resposta às incertezas do mercado ao longo do tempo”. A teoria das opções reais é aplicada para calcular o valor da flexibilidade de gerenciamento. Tradicionalmente a teoria das opções reais é aplicada na área econômica, mas vem crescendo o uso desta teoria para gerar flexibilidade em projetos de engenharia e arquitetura. Os engenheiros e arquitetos devem identificar as flexibilidades dos projetos.

Ainda em (58), o autor ilustra trabalhos recentes que usam flexibilidade em sistemas com incertezas, mas que apresentam limitações diversas, como usar incertezas apenas nas variáveis de mercado, ou empregar modelos de baixa fidelidade ou alta fidelidade, ou usar apenas uma variável aleatória.

Alguns desafios para o emprego da teoria das opções reais em projetos são, por exemplo, como introduzir flexibilidade e como selecionar entre diferentes estratégias de flexibilidade nas fases iniciais de planejamento. As técnicas de otimização induzem os projetos a soluções ótimas, porém sem flexibilidade. Engenheiros e arquitetos devem decidir como introduzir estratégias flexíveis em grandes sistemas e como considerar incertezas para selecionar uma estratégia.

A previsão de incertezas futuras é uma tarefa onerosa, entretanto o custo para adaptar um sistema pode ser reduzido se alternativas flexíveis ou opções forem projetadas antecipadamente, além disso, as incertezas também podem ser vistas como oportunidades e não apenas como riscos. Adicionalmente, incluir alternativas de cenários nos projetos, considerando possíveis mudanças, como alteração da demanda,

permite uma abordagem dinâmica que pode fazer com que as oportunidades associadas às incertezas sejam ressaltadas, (68) e (58).

Em (68) são propostas três modos para tratar incertezas: operacional, através de correção de fontes de variação, tático, com o controle dos parâmetros, e estratégico, em que é implantado um sistema para melhorar a qualidade continuamente. Enquanto em (58), sugere-se os seguintes tratamentos para as incertezas:

- Projetos flexíveis para abordar incertezas epistêmicas,
- Gestão direta da incerteza para abordar incertezas aleatórias e
- Métodos de simulação para abordar incertezas de interação.

E apresenta alguns conceitos de flexibilidade, em função da área de interesse.

- Número de opções que restam após decidir-se por uma opção,
- Técnica de gestão para lidar com incertezas de mercado,
- Possibilidade de reconfigurar o sistema, a fim de atender às mudanças nas demandas, nas técnicas, nas condições de mercado, entre outras.
- “Propriedade de um sistema que é capaz de sofrer alterações com relativa facilidade”
- “Capacidade de ajustar o projeto de um sistema de forma que permita a seus gestores redirecionar a empresa evitando qualquer consequência desvantajosa ou explorando as oportunidades lucrativas”

A flexibilidade nos projetos foi operacionalizada com a teoria das opções reais, mas “para um sistema de engenharia complexo, identificar onde e como incorporar a flexibilidade no projeto sob múltiplas fontes de incerteza, é uma tarefa muito difícil” (58).

“Um projeto de investimento pode ser visto como um conjunto de opções reais”. Dentre as opções reais, pode-se decidir por projetos diferentes (63).

Em meio às incertezas, a capacidade da empresa de gerar projetos flexíveis é fundamental para garantir oportunidades de investimentos, visto que tomar decisões baseadas em informações imprecisas pode comprometer seu desempenho. Engenheiros, arquitetos e administradores lidam rotineiramente com mudanças de rumos nos projetos devido às incertezas técnicas, econômicas e políticas. Em grandes investimentos, as soluções devem passar por avaliações e comparações de alternativas e assim a empresa estará em condições de competir em um mercado de elevada concorrência.

Irreversibilidade e incerteza são características importantes em um investimento. Os investimentos são irreversíveis, ou seja, depois de investido o capital, já não há tempo para mudanças de opiniões. Torna-se interessante então dispor de alternativas, e parâmetros para compará-las, nos momentos de decisão. “Em um ambiente de incerteza, é necessário calcular o momento mais adequado para realizar um investimento irreversível” (63).

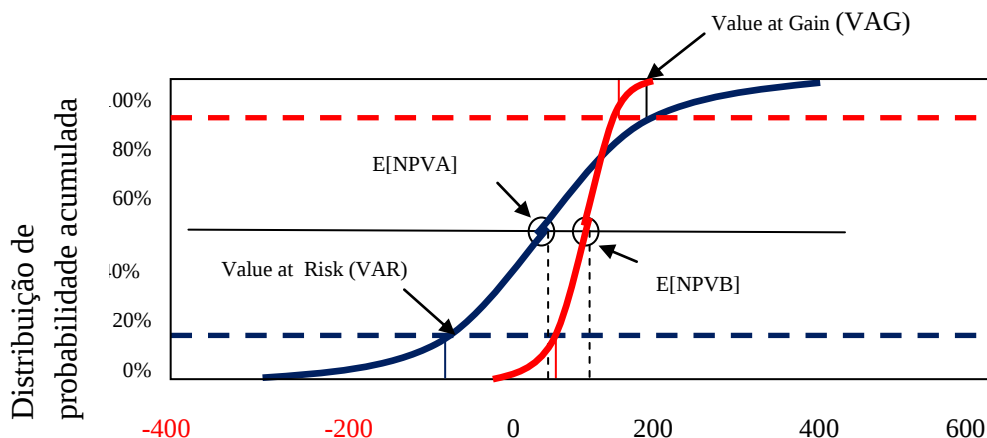
“Irreversibilidade, incerteza e possibilidade de adiamento são três características importantes das decisões de investimento. Na prática, as decisões dos

investidores levam em conta cada uma delas e as suas interações. Como a abordagem de opções é uma tentativa de modelar teoricamente as decisões dos investidores, o seu melhor entendimento requer, antes de tudo, uma análise mais cuidadosa dessas características” (69) e (70).

4.3 Curvas VARG

Uma das ferramentas recentemente utilizadas para avaliação de estratégias sob condições de incerteza são as curvas VARG (*Value at Risk and Gain*). Elas oferecem a oportunidade de avaliar e comparar a qualidade das estratégias quanto às suas potencialidades de mitigar risco e aproveitar as oportunidades de ganho. Essas curvas são de fato uma distribuição de probabilidade acumulada.

Figura 4.2 – Curvas VARG



A Figura 4.2 mostra um exemplo de distribuição da esperança matemática do valor presente líquido $E[VPL]$ ($E[NPV]$, em inglês) de duas estratégias, A e B. Valor presente líquido é a receita líquida de um projeto colocada a valores monetários atuais. A sua extremidade inferior mede a suscetibilidade ao risco, e a superior a sua potencialidade de aproveitar as oportunidades de ganho. Um projeto adequado deve ter as duas extremidades das curvas o mais a direita possível.

Isso geralmente é difícil de ser obtido. Em geral, mitigar riscos leva à diminuição das potencialidades de ganho, como mostram as curvas VARG para as duas estratégias A e B da Figura 4.2. Entretanto, a referência (71) mostra que, em geral, a maximização da $E[VPL]$ conduz a uma solução que leva a curva para a direita como um todo.

Se a medida de risco for tomada como o desvio padrão, uma estratégia de menor risco apresenta uma curva de distribuição mais verticalizada. Nesse sentido, a estratégia B oferece menos risco do que a estratégia A. Por outro lado, a estratégia A, embora mais arriscada sob os dois pontos de vista, oferece mais oportunidades de ganho.

4.4 Simulação e Modelagem

Simulação é uma técnica que permite realizar experimentos em um computador. Quando o problema real compreende um grande número de variáveis ou quando envolve sistemas complexos onde as soluções analíticas são inviáveis, a simulação tem sido empregada.

“... o objetivo da simulação é descrever a distribuição e características dos possíveis valores de uma variável dependente, depois de determinados os possíveis valores e comportamentos das variáveis independentes a ela relacionadas” (72).

Nos casos onde os experimentos têm custo elevado ou até mesmo são impossíveis de serem realizados, como na verificação da probabilidade de falha das estruturas, recorre-se à simulação do sistema através de um ou mais modelos. Estes, por sua vez, devem representar o sistema real de uma forma simples, que permita análises, dimensionamentos e verificações, incorporando as características reais do sistema, sem desprezar informações essenciais do problema. Sobressai-se como vantagem nos processos de simulação a possibilidade de colocar em prática repetições do experimento. O tempo também é um fator de destaque quando se opta por estudos com simulações, já que a análise do sistema real é impossível em determinadas situações.

Os modelos são desenvolvidos para descrever um sistema. Assim sendo, após a identificação do problema a ser analisado, um ou vários modelos são implementados, através de uma linguagem de simulação, que são as próprias linguagens de programação, e executados. Cada execução constitui-se em uma simulação, com suas saídas específicas. Estas são as respostas que dão subsídios às decisões.

Os modelos podem ser classificados em estáticos, quando não levam em conta a variação do estado do sistema a cada intervalo de tempo, ou dinâmicos, quando em seu conjunto de variáveis, há alguma relacionada ao tempo. Quanto ao tipo das variáveis do modelo, estas são divididas em determinísticas, quando trabalham apenas com variáveis determinísticas, e apresentam como resposta um único resultado, ou probabilísticas, quando também incorporam variáveis aleatórias e apresentam como saída distribuições de probabilidade.

Para os modelos que lidam com incertezas, um dos métodos de programação matemática aplicados aos mesmos é a programação estocástica, implementada quando se dispõe das funções de distribuição de probabilidade das variáveis.

4.4.1 Tipos de Modelos quanto à Fidelidade das Informações

No que concerne à precisão das informações fornecidas pelos modelos, é viável classificá-los em modelos de baixa fidelidade, média fidelidade e alta fidelidade. A seguir apresenta-se uma descrição destes modelos baseada na tese de Lin (58).

MODELO DE BAIXA FIDELIDADE

São modelos que não incorporam todas as propriedades físicas do sistema, e na busca das variáveis de maior influência na resposta do sistema, estes modelos podem dispor de planejamento de experimentos e do método de superfície de resposta.

MODELO DE MÉDIA FIDELIDADE (OU MODELO DE SELEÇÃO)

São modelos que consideram todas as variáveis do problema, mas não apresentam detalhes do dimensionamento.

MODELO DE ALTA FIDELIDADE (OU MODELO DE SIMULAÇÃO)

São modelos que permitem considerar todos os aspectos do sistema e oferecem opções de saída a um nível de detalhes minuciosos. Na engenharia estrutural vários programas para análise e dimensionamento podem ser considerados como modelos de alta fidelidade, caso do CYPECAD, EBERICK e TQS, por exemplo.

Lin (58) explica que a escolha do modelo depende da relação custo/benefício ou da disponibilidade de tempo para receber e processar as informações, usando simulações, e apresentar resultados. Ademais, ele acrescenta que é um desafio identificar os elementos-chave a serem incluídos em modelos de análise integrada.

4.4.2 Modelos de Seleção

Modelos de seleção, ou modelos de média fidelidade, são modelos simplificados, empregados na fase de projeto, que permitem a simulação de vários cenários. Abaixo, encontra-se um resumo com definições de modelos de seleção para alguns autores:

Segundo Wang e Neufiville (67), em uma análise onde se usam opções reais, a primeira tarefa é identificar as opções, que são complexas para sistemas de engenharia, já que várias escolhas devem ser feitas: onde construir, quando, etc... A questão é descobrir quais são as melhores opções pois para essas são empregados recursos para um estudo mais aprofundado (67). Usam-se então os modelos de seleção na identificação da melhor opção.

Os modelos de seleção não abordam todas as complexidades do sistema, eles consideram várias possibilidades e filtram os mais importantes.

No caso estudado, um projeto de planejamento de recursos hídricos, o modelo de seleção constitui-se em um problema de otimização, onde se procura maximizar a diferença entre benefício e custo, sujeita a restrições técnicas e econômicas. Este modelo identifica as configurações iniciais dos parâmetros do projeto, que neste caso são, por exemplo, local, capacidade de armazenamento do reservatório, etc.

De acordo com Yangxia (44), grandes sistemas de engenharia demandam altos investimentos e estão inseridos em ambientes sujeitos a mudanças na economia, nas demandas de mercado e regulamentações. Pode ser muito custoso ou impossível mudar algo nestes sistemas depois que foram implantados. Este autor então propõe uma metodologia para projetar estes sistemas levando em consideração as incertezas. Ele desenvolve um modelo de seleção para identificar soluções promissoras, o qual explora uma ampla gama de decisões, computacionalmente incompatíveis com os projetos tradicionais de otimização.

Durante a fase de planejamento e mesmo após a implantação do sistema, muitas decisões devem ser tomadas, as quais são dificultadas devido à presença de incertezas. Como o custo computacional em problemas de otimização para encontrar o ótimo global pode ser proibitivo, Yang (44), sugere uma abordagem alternativa para identificar as melhores decisões, que prometem fornecer desempenhos aceitáveis.

Yang cita algumas características dos modelos de seleção (Quadro 4.5):

Quadro 4.5 - Características dos modelos de seleção

Modelos de seleção são simplificações do sistema, para evitar o obstáculo enfrentado pela abordagem tradicional de otimização, que é a inviabilidade de tratar computacionalmente sistemas complexos.

Algumas simplificações utilizadas na literatura nos modelos de seleção são:

- No planejamento de bacias hidrográficas, Jacoby and Loucks (1972) adotaram função custo linear, tempo de frequência reduzido e cenários limitados de possíveis vazões. Já Wang (2005) assumiu relações econômicas simplificadas.
- Para analisar decisões na área de exploração de petróleo, Jijun (2009) descartou as complexidades das relações físicas, lógicas e financeiras.
- No estudo sobre planejamento de produção na indústria automotiva, Yingxia optou por simplificar as relações entre componentes do sistema.

Modelos de seleção devem examinar alternativas de soluções e identificar as melhores.

Fonte: Yang (44).

Em sua pesquisa, Yingxia propõe uma nova metodologia para explorar as alternativas de decisões, e para isso ele emprega Planejamento de Experimentos e o

Método da Superfície de Respostas. Esses métodos são utilizados para auxiliar na decisão sobre a localização da planta automotiva e sua capacidade, já que para uma mesma localização, devem-se considerar várias capacidades. Para esse autor, esta metodologia pode ser integrada com técnicas de otimização. Após utilizar o Planejamento de Experimentos, um modelo de regressão é gerado, onde as respostas são os valores esperados do Valor Presente Líquido e as variáveis são a capacidade da planta.

De acordo com (58), os projetos de engenharia de grandes sistemas envolvem várias áreas e suas interações, sendo que os modelos e ferramentas utilizados nestes projetos são muito detalhistas e computacionalmente caros. Consequentemente, o tempo gasto para buscar projetos flexíveis pode ser inviável em um ambiente competitivo.

Este autor alerta que “apesar de que várias semanas ou meses para simulações parecem ser um tempo exíguo comparado ao ciclo de vida de um campo de petróleo, que pode se estender por décadas, a pressão para reduzir o tempo das fases de planejamento e estudos conceituais é muito forte” (58).. Geralmente os gerentes não permitem que engenheiros e arquitetos aprofundem as análises na fase inicial de projeto investigando vários cenários possíveis.

Assim, Jijun Lin conclui que os modelos de alta fidelidade, por serem complexos, não são indicados para explorar rapidamente um amplo espaço de decisões, característico da fase de estudos conceituais e planejamento. Já os modelos de seleção apresentam a vantagem de, comparados com modelos de alta fidelidade, consumirem menos esforço computacional, e por consequência, menos tempo de execução.

Ele elucida as vantagens dos modelos de seleção de média fidelidade (Quadro 4.6):

Quadro 4.6 - Vantagens dos modelos de seleção

Reduzem o tempo de simulação, mas mantêm um nível de detalhe que garante que a ordem de classificação de diferentes alternativas de projeto pode ser confiável
A abordagem permite que os projetistas atualizem mais facilmente o modelo de análise quando novas informações tornarem-se disponíveis.
A integração entre várias disciplinas reduz a transferência de dados e o tempo de configuração do modelo.

Fonte: Lin (58)

4.4.3 Modelos de Seleção em Projetos de Engenharia Civil

Empresas no ramo da construção civil geralmente lidam com investimentos de grande porte. As decisões envolvem integração entre vários campos de conhecimento, como projetos de engenharias, mercado financeiro e normas municipais e ambientais. A eficácia de algumas decisões depende da quantidade e confiabilidade dos dados que

os profissionais incumbidos de gerir os investimentos dispõem. Constitui-se um desafio para o administrador, antes de fazer investimentos financeiros em construções, avaliar a diversidade de informações e a viabilidade do financiamento de novos projetos de forma rápida, considerando que várias dados procedem dos diversos setores nos quais a empresa é dividida, como:

Departamento Pessoal.

As empresas são organizadas a fim de que suas metas sejam alcançadas de forma eficaz. Na escolha de seus membros buscam-se profissionais habilitados a gerenciar as operações e administrar os produtos eficientemente. Logo, cabe ao departamento pessoal recrutar e selecionar funcionários que possibilitem o alcance de resultados pré-estabelecidos. Esse setor mantém atualizado o cadastro de empregados e prepara a folha de pagamento. Em pequenas empresas o setor contábil exerce estas funções, além de gerenciar os encargos sociais.

Departamento de Contabilidade.

Encarrega-se de registrar toda a movimentação financeira (receitas e despesas), permitindo o controle orçamentário da empresa. O balanço patrimonial e o balanço de resultado econômico, elaborados pelos contabilistas, devem informar a real situação da mesma. Conhecendo as demonstrações contábeis, investidores podem decidir se aportam seus recursos na instituição. Neste setor desenvolvem-se o planejamento e o controle das operações contábeis, e geram-se dados para medir o desempenho da empresa.

Departamento Comercial.

A direção comercial deve planejar o lançamento de novos empreendimentos, em função das características e necessidades da região. De acordo com Souza (73), um gerente de vendas, ao mesmo tempo em que traça as estratégias de venda, avalia as práticas de mercado e as executa. Este profissional é um dos responsáveis pela competitividade do produto, garantindo as metas de venda.

Gerência Técnica.

Na gerência técnica são realizados os planejamentos prévios dos projetos. No caso específico da construção civil, o gerente de projetos lida com vários campos de conhecimento, como projetos estruturais, hidráulicos, elétricos, de incêndio, arquitetônicos... Em todos eles há incertezas inerentes a suas particularidades e suas probabilidades de ocorrência contribuem para o risco de fracasso do empreendimento. Neste setor as propostas técnicas são elaboradas e os projetos são desenvolvidos. A gerência técnica deve avaliar a implantação de novos métodos, executar e controlar os projetos de forma integrada.

Atualmente, além de desenvolver suas atividades características, as empresas devem estar atentas às normas relacionadas às questões ambientais. De acordo com

Klein (74), “O edifício, produto da construção civil de edificações, gera aspectos ambientais relevantes e, conseqüentemente, impactos, em todas as fases do seu ciclo de vida: projeto, extração de materiais e fabricação de elementos, construção, uso, operação e manutenção e demolição”. O envolvimento com este tema demanda tempo e recursos para atender as políticas ambientais.

A breve descrição acima das atividades das empresas ilustra a quantidade e a complexidade de informações que os profissionais responsáveis pela tomada de decisão enfrentam. Dispor de modelos simplificados, com informações indispensáveis e que possibilitem a comparação de alternativas de investimentos nos processos decisórios, torna a empresa mais competitiva. Estudos recentes em áreas como, por exemplo, indústria automotiva, exploração de petróleo e planejamento de recursos hídricos vêm investigando o emprego de modelos de seleção para simular cenários com soluções alternativas. Estes modelos são computacionalmente mais ágeis que os tradicionais.

4.5 Simulação de Monte Carlo

O emprego de teoremas da teoria da probabilidade permite que sejam calculadas probabilidades de eventos complexos, que são os mais comuns nas decisões econômicas. Logo, o interesse consiste em expandir resultados de uma amostragem e a partir deles emitir juízo sobre questões que envolvam muitos elementos. À vista disso, faz-se necessário fornecer subsídios estatísticos para se determinar grandezas das amostras em função de grandezas das populações. O método utilizado para “simular a retirada de amostras de uma população geradora é chamado de método Monte Carlo” (46), pg. 148. A distribuição da população da qual a amostra é retirada é conhecida.

Segundo Beck (75) a aplicação do método Monte Carlo não era difundida na área de estruturas e recorria-se a ele apenas quando não era possível empregar uma resolução analítica, no entanto cada vez mais faz-se uma opção por seu uso em análises de fenômenos que podem ser descritos probabilisticamente.

A geração de números aleatórios é uma fase muito importante do método Monte Carlo e é feita a partir das funções densidade de probabilidades das variáveis em questão, portanto, um requisito para esta simulação é o conhecimento destas funções. Há diversos algoritmos para a geração de números aleatórios, os quais, na verdade podem vir a ser pseudo-aleatórios, já que podem ser reproduzidos (75). Após a definição da pseudo-população, técnicas de amostragem são empregadas para extrair-se a amostra, e delas dependem a qualidade numérica da simulação. Estes algoritmos devem propiciar a reprodutibilidade da sequência gerada (72). Com as técnicas de amostragem as distribuições de probabilidade das variáveis de interesse são encontradas a partir das distribuições das variáveis de entrada e das equações que as relacionam. A qualidade dos números na saída é função das características do gerador dos números aleatórios e da quantidade de simulações realizadas. Entretanto, quanto maior o número de simulações, maior o esforço computacional requerido.

Uma das técnicas de geração de números aleatórios consiste em gerar, inicialmente, números com distribuição uniforme entre 0 e 1, sendo que a ocorrência de cada número gerado na sequência deve ser imprevisível. Desde que o tamanho da amostra seja grande e o intervalo entre os números seja pequeno, a distribuição de probabilidade para estes números pode ser considerada uma distribuição uniforme (51). Logo após realiza-se a inversão da função de probabilidade acumulada. Porém, já há rotinas disponíveis nas linguagens de programação com a função de gerar números aleatórios.

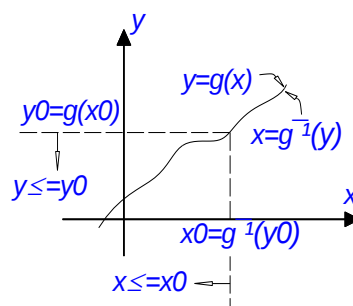
4.5.1 Aplicação do método Monte Carlo

Uma aplicação bastante interessante do método Monte Carlo é descrita em (53) para o caso de determinação da distribuição de probabilidade do momento fletor de uma seção retangular de concreto armado. Trata-se de funções de variáveis aleatórias. Muitos problemas de engenharia lidam com variáveis que dependem de outra variável, então, dada a distribuição de probabilidade da variável independente, busca-se, analítica ou numericamente, a distribuição de probabilidade da variável dependente. Antes de descrever o exemplo citado, porém, faz-se necessário desenvolver os conceitos estatísticos e as equações matemáticas que regem este tipo de problema. A seguir, explana-se o problema, com base na leitura de Benjamin e Cornell (49), citada por Fusco (53) quando este trata, em seu livro, de funções de variáveis aleatórias.

Problemas com funções de uma variável

Primeiramente define-se uma função monotônica, crescente e unívoca, $y = g(x)$, ilustrada na Figura 4.3. Este é o caso de função de apenas uma variável.

Figura 4.3 - Função monotônica crescente



Fonte: Benjamin e Cornell (49). Adaptação da Figura 2.3.2.

Observando-se a Figura 4.3 deduz-se que:
a função $y = g(x)$ cresce sempre que x cresce
para cada valor de x há apenas um valor de y e vice-versa

De onde se conclui que:

Y é menor ou igual a um valor y_0 se e somente se X é menor ou igual a um valor x_0 para um dado valor x , é possível encontrar y através de $y = g(x)$ para um dado valor y , é possível encontrar x através de:

$x = g^{-1}(y)$, que é a função inversa de y .

Aplicando-se os conceitos acima às funções de distribuição acumulada das variáveis dependente e independente, pode-se afirmar que:

a probabilidade de Y ser menor ou igual a um valor y é igual à probabilidade de X ser menor ou igual a um valor x .

Considerando-se que a função de distribuição acumulada da variável independente é conhecida, é possível determinar a probabilidade de Y . Descrevendo-se o problema em função das equações da teoria da probabilidade, tem-se:

$$F_Y(y) = P[Y \leq y] = P[X \leq x] = P[X \leq g^{-1}(y)] \quad (4.1)$$

$$F_Y(y) = F_X(x) = F_X(g^{-1}(y)) \quad (4.2)$$

Sabe-se que a função de distribuição de probabilidade de uma variável é a derivada da função acumulada, então, outra condição deste tipo de problema é que $y = g(x)$ deve ser uma função contínua. Expressando-se agora a aleatoriedade em função da distribuição de probabilidades, tem-se:

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_Y(y) \quad (4.3)$$

Substituindo-se a função acumulada de Y pela função acumulada de X :

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} F_X(x) \quad (4.4)$$

Considerando-se que a função acumulada é a integral da função de distribuição, pode-se escrever:

$$f_Y(y) = \frac{d}{dy} \left[\int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx \right] \quad (4.5)$$

Expressa-se agora a derivada acima em função de dx e chega-se a:

$$f_Y(y) = \frac{d}{dx} \left[\int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx \right] \cdot \frac{dx}{dy} \quad (4.6)$$

Como x é a inversa de y , $x = g^{-1}(y)$, pode-se dizer que:

(4.7)

$$\frac{dx}{dy} = \frac{dg^{-1}(y)}{dy}$$

Substituindo-se a equação (4.7) na equação (4.6):

(4.8)

$$f_Y(y) = \frac{d}{dg^{-1}(y)} \left[\int_{-\infty}^{g^{-1}(y)} f_X(x) dx \right] \cdot \frac{dg^{-1}(y)}{dy}$$

Da equação acima deduz-se:

(4.9)

$$f_Y(y) = f_X(x) \frac{dx}{dy}$$

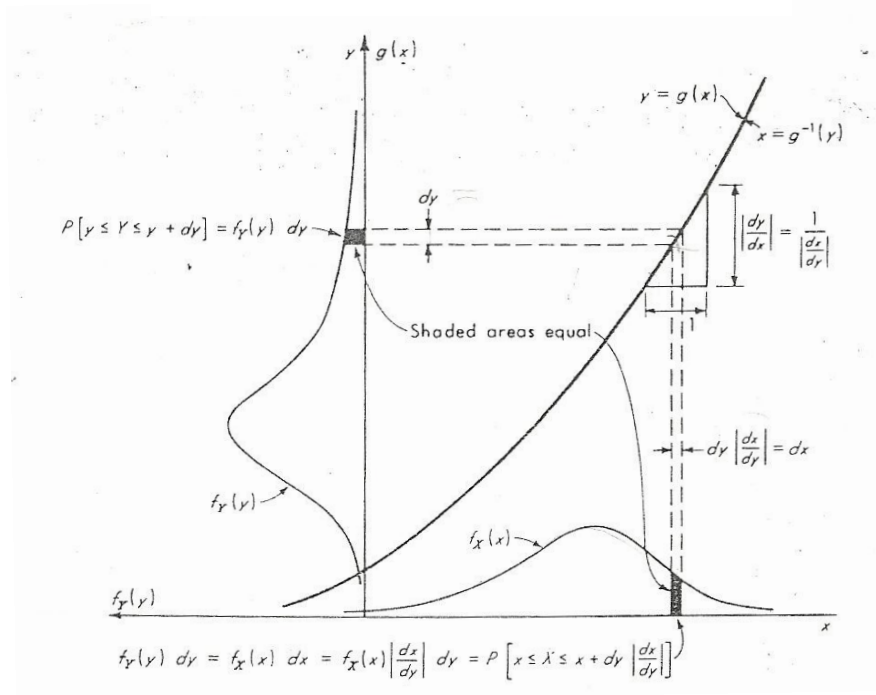
E finalmente chega-se à conclusão:

(4.10)

$$f_Y(y) dy = f_X(x) dx$$

Em (53), pg. 80, destaca-se que a conclusão acima prova que as áreas hachuradas da Figura 4.4 são iguais.

Figura 4.4 - Interpretação gráfica da equação(4.10)



Fonte: Benjamin e Cornell (49) . Figura 2.3.4, pg. 107

Problemas com funções de duas variáveis

Foi visto até aqui o caso de função com apenas uma variável independente. Em alguns fenômenos físicos acontece, no entanto, de a função ser de mais de uma variável. Analogamente ao caso de uma variável, o raciocínio será desenvolvido a partir da função de distribuição acumulada.

Neste caso, será definida a função $Z = g(x, y)$. Será tomada como exemplo a função

$$Z = \frac{X}{Y}.$$

O problema consiste em determinar a função de distribuição de probabilidade de Z . Esta variável pode ser definida como um coeficiente de segurança.

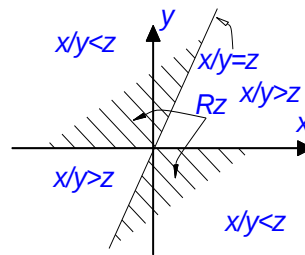
Considera-se conhecida a função densidade de probabilidade conjunta de X e Y . A função de distribuição acumulada é expressa da seguinte forma:

$$F_Z(z) = P[Z \leq z] = P\left[\frac{X}{Y} \leq z\right] \quad (4.11)$$

$$F_Z(z) = \iint_{R_Z} f_{X,Y}(x, y) dx dy \quad (4.12)$$

Como explicam Benjamin e Cornell (49) à página 116, R_Z é a região do espaço, hachurada, ilustrada na Figura 4.5.

Figura 4.5 - Região R_Z



Fonte: Benjamin e Cornell(49). Adaptação da Figura 2.3.10.

A integração na região R_Z deve ser realizada para cada valor da variável z , ou seja, para cada inclinação da reta. Então, estabelecendo-se os limites correspondentes à região hachurada da Figura 4.5, pode-se escrever a equação (4.12) com:

$$F_Z(z) = \int_{-\infty}^0 dy \int_{zy}^{\infty} dx f_{X,Y}(x, y) + \int_0^{\infty} dy \int_{-\infty}^{zy} dx f_{X,Y}(x, y) \quad (4.13)$$

Sabendo-se que a função de distribuição de probabilidade é a derivada da função de distribuição acumulada, pode-se expressar:

$$f_z(z) = \frac{d}{dz} F_z(z) \quad (4.14)$$

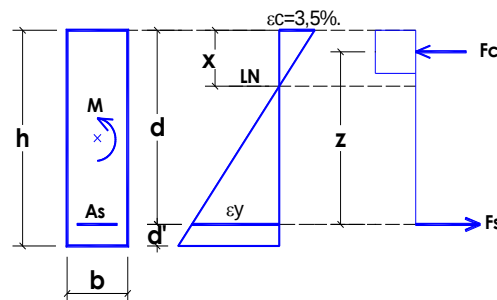
Resolvendo-se a equação (4.14) chega-se à função de distribuição da variável Z , que poderia ser definido como um coeficiente de segurança.

Exemplo de aplicação do método Monte Carlo

Como visto no item anterior, mesmo para o caso simples da variável Z , a resolução da equação (4.14) para encontrar a função de distribuição de Z pode ser inviável analiticamente. Introduce-se aqui, então, o método numérico de Monte Carlo, para resolver problemas com mais de uma variável dependente. Fusco (53) usou como exemplo a determinação do valor característico do momento fletor resistente de uma seção de concreto armado. De forma análoga, aqui será ilustrado como exemplo a determinação da distribuição de probabilidade da armadura longitudinal de uma seção de concreto armado.

Considera-se armadura simples, com a peça atuando no limite de deformação entre os domínios 3 e 4, com encurtamento do concreto igual a 3,5‰ e deformação do aço correspondente à tensão de escoamento (Figura 4.6).

Figura 4.6 - Limite de deformação entre os domínios 3



Na Figura 4.6 encontra-se:

A_s	Armadura longitudinal
F_c	Resultante de compressão no concreto
F_s	Força de tração na armadura longitudinal
M	Momento fletor sollicitante
ε_c	Deformação do concreto
ε_y	Deformação do aço na tensão de escoamento
x	Profundidade da linha neutra (LN)
z	Braço de alavanca
b	Largura da seção transversal
h	Altura da seção transversal

Capítulo 4. Incertezas em Projetos

d Altura útil

Além disso, sabe-se que:

f_{cc} é a resistência à compressão do concreto e f_y é a tensão de escoamento do aço.

A resultante de compressão no concreto é dada por:

$$F_C = 0,85 f_{cc} \cdot b \cdot 0,8x \quad (4.15)$$

O braço de alavanca e a força de tração na armadura longitudinal são, respectivamente:

$$z = d - 0,4x \quad (4.16)$$

$$F_S = A_S \cdot f_y \quad (4.17)$$

onde d é igual à altura h da seção menos o cobrimento da armadura.

Aplicando o equilíbrio de momentos obtém-se:

$$M = F_C \cdot z \quad (4.18)$$

Substituindo-se F_C e z na equação acima, resulta:

$$M = 0,85 f_{cc} \cdot b \cdot 0,8x \cdot (d - 0,4x)$$

Observando-se a expressão acima percebe-se que x é uma função com as seguintes variáveis:

$$x = x(M, f_{cc}, b, d) \quad (4.20)$$

Fazendo-se o equilíbrio de forças

$$F_S = F_C \quad (4.21)$$

resulta

$$A_S \cdot f_y = 0,85 f_{cc} \cdot b \cdot 0,8x \quad (4.22)$$

De onde pode-se dizer que:

$$A_S = \frac{0,85 f_{cc} \cdot b \cdot 0,8x}{f_y} \quad (4.23)$$

Com a expressão anterior conclui-se que A_S é uma função com as variáveis abaixo:

$$A_S = A_S[f_{cc}, b, f_y, x(M, f_{cc}, b, d)] \quad (4.24)$$

Determinadas as funções, estabelece-se o problema:

Encontrar a função de distribuição de probabilidade de A_S conhecidas as funções de distribuição das variáveis f_{cc} , b , f_y , M e d . O primeiro passo consistiria em encontrar a função de distribuição de x e então calcular a função de distribuição de A_S . Considerando-se, por hipótese, todas as variáveis determinísticas, exceto f_{cc} pode-se escrever

$$x = x(f_{cc}, C_1) \quad (4.25)$$

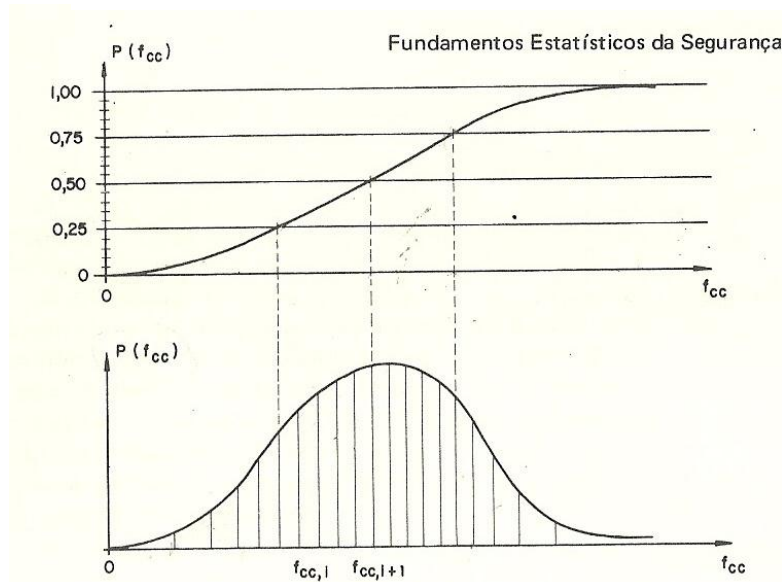
e

$$A_S = A_S[x(f_{cc}, C_1), C_2] \quad (4.26)$$

onde C_1 e C_2 representam as variáveis determinísticas.

A seguir será descrita uma metodologia, através da aplicação do método Monte Carlo, para resolução do problema exposto, de forma semelhante ao apresentado em Fusco (53) à página 87. Supõem-se conhecidas a função de distribuição de probabilidade e a função acumulada da variável independente, f_{cc} (Figura 4.7).

Figura 4.7 - Função de distribuição de probabilidade e função acumulada de f_{cc}



Fonte: Fusco (53), Figura 7.4.2.

Através de um processo numérico são gerados n números α com valores de 0 a 1, onde α comporta-se segundo uma distribuição de probabilidade constante. Assume-se que cada valor de α é a probabilidade de ocorrência acumulada da variável independente, $F(f_{cc})$. Neste caso, trabalhar com valores entre 0 e 1 permite utilizar a

função acumulada e ao mesmo tempo normatiza os problemas. Então, para cada valor de α corresponde um valor de f_{cc} . Com cada f_{cc} calcula-se x e, por via de consequência, A_S . Ao final, dispõe-se de n valores de A_S , com os quais é possível construir um histograma. Com um elevado número n de valores de A_S , traça-se uma curva aproximada de distribuição de probabilidade de A_S . Este é, pois, um método numérico para determinação da função de distribuição de probabilidade de uma variável aleatória, conhecido como Método Monte Carlo.

No caso descrito em (53) há interesse em especificar o valor característico do momento resistente, que é, no exemplo do livro, a variável independente. Conhecendo-se a distribuição de probabilidade, é suficiente verificar o quantil de 5%, o qual fornece o valor característico.

5 Otimização com Simulação Estocástica

Os problemas de engenharia estrutural trazem consigo um grande número de variáveis, sendo necessário encontrar uma combinação das variáveis de projeto que leve a um projeto seguro, com grande economia e que obedeça às restrições impostas pelas leis naturais e pelos códigos e normas. A tarefa de encontrar a combinação ótima é iterativa e normalmente pode ser realizada com métodos e algoritmos de otimização (76).

Na prática, o conhecimento das propriedades e das solicitações nos projetos de engenharia estrutural nunca é completo. A falta de informações leva à necessidade de uma quantificação probabilística apropriada das incertezas para incorporar o conhecimento parcial do sistema e seu ambiente e aos modelos (77).

Para obter a esperança matemática de uma medida de desempenho nos modelos de sistemas reais complexos, frequentemente recorre-se a técnicas de simulação estocástica, visto que raramente pode ser obtida analiticamente. Desta forma, otimizar medidas de desempenho (função-objetivo) em projetos estocásticos, implica no uso de técnicas de otimização com simulação estocástica.

Em (78) chama-se a atenção para o fato de que problemas de otimização são centrais na existência humana. Organizações e corporações se deparam frequentemente com problemas que possuem parâmetros que precisam de melhoria para obtenção de resultados, retornos esperados ou desejáveis. A busca dos melhores parâmetros, em certo sentido, pode ser vista como um problema de otimização.

5.1 Otimização em projetos estruturais

O termo otimização refere-se ao uso de um conjunto de técnicas para obtenção de um melhor resultado de uma função, dependente de parâmetros, pré-especificados em um conjunto permitido, chamado espaço de projeto. É necessário entender as características dos problemas inerentes a um projeto estrutural para escolher o método de otimização adequado (76) e (79).

Vários métodos matemáticos de otimização estão disponíveis através de algoritmos computacionais – coletivamente chamados de métodos de programação matemática, para resolver problemas de otimização na engenharia estrutural. Em geral, o problema é tratado de forma iterativa e determinística, através de cálculos dos gradientes e Hessianas da função-objetivo (76) e (79).

Um obstáculo ao uso de métodos baseados em gradientes e Hessianas é o fato ficarem presos em mínimos locais. Nos problemas da engenharia estrutural é, muitas vezes, de maior interesse obter um ótimo global, e com custo computacional adequado (79).

Na otimização com simulação de modelos estruturais de sistemas reais complexos, geralmente é muito difícil ou impraticável desenvolver uma relação analítica entre as variáveis de projeto e a função-objetivo. De forma que a diferenciação numérica por diferenças finitas é comumente a única possibilidade de obter informação do gradiente, e a custo computacional linearmente crescente com o número de variáveis de projeto (77).

De forma que para resolver esses tipos de problemas, os algoritmos popularmente chamados de *derivative-free* – que dispensam o uso de derivadas para atingir ótimos globais – surgem como uma alternativa natural.

Na vasta lista de algoritmos livres de derivadas estão, por exemplo, os algoritmos evolucionários, os de busca direta (*direct search*) e os métodos de aproximação do gradiente através de avaliações da função-objetivo. Baseiam-se em comparações de escolhas das variáveis de projeto (viáveis) distribuídas em grandes regiões do espaço de projeto.

Algoritmos que utilizam metaheurísticas estão na lista de algoritmos livres de derivadas e lidam indistintamente com problemas combinatórios (variáveis de projeto inteiras) e problemas contínuos (variáveis de projeto contínuas). Foram desenvolvidos na década de 80 para resolver problemas complexos de otimização. A maioria é de natureza estocástica, com origem combinatória e inspirada em analogias. Alguns dos mais utilizados são o *simulated annealing* (retração simulada), algoritmos genéticos, enxame de partículas e *tabu search* (76). Apesar desses algoritmos serem de otimização global, demandam elevado esforço computacional devido ao elevado número de simulações (análises) que impõem ao processo (79).

Em muitos problemas há interesse em fazer otimização estocástica usando probabilidade de extremos. Este é o caso, por exemplo, do projeto de estruturas submetidas a esforços naturais como vento, corrente, ondas e terremotos. A otimização estocástica no contexto de otimização para simulação resolve satisfatoriamente essa classe de problemas, onde eventos indesejáveis podem ser catastróficos.

Os algoritmos que necessitam apenas de informações da função-objetivo são apropriados para otimizações estocásticas porque evitam a dificuldade de obtenção de informações de derivadas, nesta classe de algoritmos está o adotado neste trabalho, o SPSA - *Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation*, de natureza estocástica e detalhado em subseção adiante.

5.1.1 Elementos na formulação de problemas de otimização

Otimizar uma estrutura implica em ter liberdade para modificá-la, através das variáveis de projeto, a fim de obter um melhor desempenho da mesma.

O melhor desempenho é mensurado a partir de um valor de referência como medida da eficácia do projeto, através de uma função, dependente das variáveis de projeto. Muitas vezes denominada função mérito ou critério, ou função-objetivo (76).

Variáveis de Projeto

Na engenharia estrutural, as variáveis de projeto podem ser as seções transversais, os parâmetros que controlam a geometria (a forma da estrutura) ou as propriedades dos materiais utilizados.

As variáveis podem assumir valores contínuos ou discretos. Em geral, os algoritmos de otimização operam em espaços contínuos, de modo que na maioria dos projetos estruturais tende-se a ignorar a natureza discreta das variáveis de projeto no problema de otimização. Normalmente, em problemas de natureza discreta, ajusta-se o valor ótimo da variável contínua para o inteiro mais próximo. Esta prática é adotada com frequência porque resolver um problema de otimização no espaço discreto é mais complicado do que no espaço contínuo. Ressalta-se que arredondamentos funcionam bem quando os valores admissíveis para as variáveis são espaçados em distância cujas mudanças no valor de uma variável para o inteiro mais próximo não modificam substancialmente a resposta da estrutura (76).

Na otimização estocástica as variáveis são consideradas aleatórias quando descritas por funções de distribuição.

Função-objetivo

Na otimização de estruturas, comumente utiliza-se como função-objetivo o peso, deslocamentos, tensões, frequências de vibração, carga de flambagem e custo. A função-objetivo pode ser classificada em unidimensional ou multidimensional, a depender do número de variáveis. Existe ainda a classificação em relação ao número de objetivos na otimização, sendo uni-objetivo ou multi-objetivo (76).

Nos problemas de projetos estocásticos, por vezes são adotadas funções-objetivo determinísticas e restrições relacionadas a integrais estocásticas para caracterizar a região admissível no espaço de projeto. Isto é comum, por exemplo, no contexto de otimização de projetos baseados em confiabilidade (77).

Na otimização com simulação estocástica, o desempenho de um projeto é medido pelo valor da esperança matemática da sua função-objetivo.

Restrições

As restrições ao projeto podem ser geométricas ou de comportamento (do ponto de vista físico), e, matematicamente, em igualdade ou desigualdade. As restrições geométricas também são chamadas de restrições de limite - superior e inferior - e são impostas diretamente às variáveis de projeto. Enquanto as restrições de comportamento limitam as variáveis de projeto de forma indireta (76).

5.2 Otimização com Simulação Estocástica

O desenvolvimento da tecnologia permite o uso de simuladores dos sistemas físicos reais, em geral complexos e multidisciplinares, dos quais as variáveis observadas na saída podem fazer parte de funções-objetivo, cujos resultados otimizados são usados em tomada de decisões estratégicas e operacionais em grandes corporações.

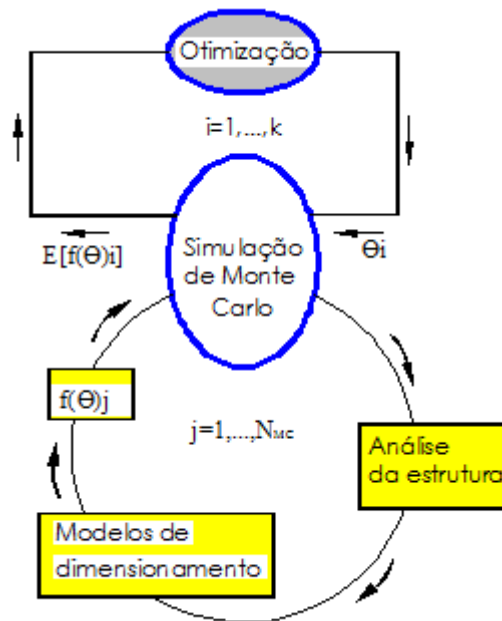
Otimizadores desenvolvidos para uso da simulação incorporam o princípio da separação do método do modelo, ou seja, o problema da otimização é definido fora do sistema complexo, de forma que diversos tipos de simuladores podem ser utilizados sem a necessidade de acesso ao código fonte (80) e (81).

A abordagem da otimização estocástica com técnicas de simulação estocástica permite a solução de problemas em que tanto a função-objetivo quanto as restrições sejam definidas probabilisticamente, não impondo qualquer limitação na definição dessas grandezas, como, por exemplo a exigência de diferenciabilidade, do grau de não linearidade, da sua complexidade e do seu grau de incerteza. Com algoritmos adequados, podem-se resolver problemas com milhares de variáveis de controle.

Dentro de um processo de otimização com simulação, a simulação precisa ser executada repetidas vezes, ao longo das iterações da otimização, de forma que as variáveis de projeto atualizadas no algoritmo servem de entrada para o simulador, e as respostas da simulação retornam ao algoritmo de otimização encerrando um ciclo, que é interrompido através de algum critério de parada. Na otimização com simulação, este critério, geralmente, é o esforço computacional.

Esse procedimento pode envolver vários programas independentes, e no presente caso, abrange um programa de análise estrutural, modelos de dimensionamento de média fidelidade e algoritmo de otimização. A Figura 5.1 ilustra um esquema de otimização com simulação.

Figura 5.1 - Metodologia de dimensionamento com associação do método Monte Carlo e otimização



Considera-se

k	número de iterações da otimização
N_{MC}	número de realizações de Monte Carlo
$f(\theta)$	função-objetivo
$E[f(\theta)]$	esperança matemática da função-objetivo
Θ	vetor com as variáveis de projeto

Na implementação da otimização com simulação feita nesta tese, é possível realizar uma otimização determinística o que equivale a escolher o número de simulações de Monte Carlo igual a 1 ($N_{MC} = 1$). Também há a possibilidade de apenas dimensionar os elementos estruturais para o cálculo do custo da estrutura, sem otimização, e usando os modelos probabilísticos ou determinísticos.

5.2.1 Otimização Estocástica

Erros de modelagem e de estimativas são considerados como ruído na função-objetivo, contrastando com otimização determinística clássica, em que se supõe que a informação da função-objetivo é perfeita (77).

Em (81) o autor atribui o significado de otimização estocástica quando os problemas ou os algoritmos de otimização possuem pelo menos uma das seguintes propriedades:

- i) O problema possui ruído randômico nas medidas da função-objetivo, ou de seu gradiente;
- ii) O algoritmo usa direções randômicas em seu processo iterativo.

Os problemas abordados nesta pesquisa possuem as duas características. Os ruídos são advindos do truncamento da sequência aleatória. O algoritmo adotado usa direções randômicas nas aproximações do gradiente.

Seja uma função-objetivo definida por $f(\theta)$ e $g(\theta)$ uma função de restrição de limite em desigualdade, o Quadro 5.1 mostra a diferença na declaração de um problema de otimização estocástico em relação ao determinístico.

Quadro 5.1 - Diferença entre as declarações de problemas de otimização estocásticos e determinísticos.

Otimização Determinística	Otimização Estocástica
Minimize $f(\theta)$ sujeito a $g(\theta) \geq 0$	Minimize $E[f(\theta)]$ sujeito a $g(\theta) \geq 0$

O algoritmo estocástico adotado para otimizar o custo da estrutura é o SPSA – *Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation*. Ele é a versão estocástica do método determinístico de menor declive (*steepest descent*). Uma vez que o gradiente exato é desconhecido, usa-se uma aproximação estocástica do mesmo. Porém, o método do menor declive, no seu contexto determinístico, faz uma busca local, ao longo desse mesmo gradiente, calculando um parâmetro a_k (passo na direção do gradiente) que minimize a função $f(\theta)$. Essa busca linear não é feita no SPSA. Uma busca determinística é inaceitável em um algoritmo dessa natureza.

Antes de ser um ponto negativo, a possibilidade de o SPSA se deslocar para pontos com maiores valores da função-objetivo é que o faz capaz de ultrapassar ruídos e, sob certas condições, alcançar um mínimo global. Modernas metaheurísticas fazem uso dessa propriedade. Além disso, a natureza estocástica do SPSA pode aumentar a probabilidade de convergência do método para um ótimo global (79) e (81).

Aplicações do SPSA em projetos de engenharia estrutural

Em (79) a eficiência da otimização com o SPSA foi demonstrada através da comparação com outros métodos de otimização encontrados na literatura. Foram utilizados quatro exemplos "benchmark" de treliças. A função-objetivo adotada no processo de minimização foi o peso da estrutura, visto que o custo do material é um dos fatores de maior impacto no custo da construção. As variáveis de projeto escolhidas

foram as seções transversais, enquanto as restrições foram os deslocamentos nos nós e as tensões nas barras. Os resultados numéricos revelaram os méritos computacionais do SPSA na otimização estrutural, cuja natureza estocástica do SPSA garantiu a convergência para as melhores soluções, ao mesmo tempo em que precisou de menos análises estruturais.

Em (77) os autores propõem uma metodologia de otimização com simulação estocástica em problemas de confiabilidade na engenharia estrutural. A abordagem inclui duas etapas, na primeira explora-se a sensibilidade da função-objetivo às variáveis de projeto e identificam-se sub-regiões dentro do espaço do projeto original, em que há maior probabilidade de conter as variáveis de projeto ótimas. Na segunda etapa, faz-se uso do SPSA para minimizar a probabilidade de ocorrência de falha, calculada a partir de cálculo estocástico. A metodologia é validada com um exemplo de uma estrutura de três andares, submetida a terremotos, cuja função-objetivo a ser minimizada é a esperança do índice de falha.

O algoritmo SPSA pode ser sintetizado em seis etapas, descritas a seguir.

Etapas 1 – Inicialização

Inicialize o contador $k = 1$. Escolha um valor inicial θ_0 e coeficientes não negativos a, c, A, α, γ para as seqüências $a_k = a/(A + k)^\alpha$ e $c_k = c/k^\gamma$. Os valores $\alpha = 0.602$ e $\gamma = 0.101$ são valores eficientes e teoricamente válidos. Os valores assintoticamente ótimos são $\alpha = 1.0$ e $\gamma = 1/6$. Normalmente, a constante A é determinada como um percentual, cinco a dez por cento, do máximo número de iterações permitido. O parâmetro a pode ser calculado a partir da estimativa do gradiente inicial, de tal forma que o incremento de theta entre duas iterações, $s_k = -a_k \hat{g}(\theta_k) = \theta_{k+1} - \theta_k$, na iteração inicial, possua um tamanho julgado adequado pelo usuário. O parâmetro c é o tamanho da semicorda da aproximação secante do gradiente. Quando não há ruído, ele assume um pequeno valor, como, por exemplo, $c = 0.0001$. Quando há um ruído, o valor pode ser tomado da ordem do desvio padrão desse ruído.

Etapas 2 – Geração do Vetor de Perturbação Simultânea

Gere um vetor Δ_k randômico, de perturbação, e dimensão p , usando Monte Carlo, onde cada uma das p componentes são independentemente geradas a partir de uma distribuição de média zero satisfazendo certas condições dadas em [6]. Uma escolha simples para cada componente do vetor de perturbações é usar uma distribuição ± 1 de Bernoulli com probabilidade $1/2$ para cada amostra ± 1 . Distribuição uniforme e distribuição normal não são permitidas, vez que possuem momentos inversos infinitos.

Etapas 3 – Avaliações da Função

Obtenha duas medidas de $f(\theta)$ baseadas na perturbação simultânea em torno do teta corrente θ_k , nos pontos $y(\theta_k + c_k \Delta_k)$ e $y(\theta_k - c_k \Delta_k)$, com c_k e Δ_k obtidos nas etapas 1 e 2.

Etapas 4 – Cálculo do Gradiente Aproximado

Calcule a aproximação do gradiente verdadeiro $g(\theta_k)$ por perturbação simultânea:

$$\hat{g}(\theta_k) = \frac{y(\theta_k + c_k \Delta_k) - y(\theta_k - c_k \Delta_k)}{2c_k} \begin{bmatrix} \Delta_{k1}^{-1} \\ \Delta_{k2}^{-1} \\ \vdots \\ \Delta_{kp}^{-1} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

onde Δ_{ki} é a i -ésima componente do vetor Δ_k , a qual pode assumir os valores ± 1 randomicamente. O numerador comum em todas as p componentes de $\hat{g}(\theta_k)$ reflete a perturbação simultânea de todas as componentes, em contraste com a perturbação componente a componente no FDSA.

Etapla 5 – Atualização da estimativa corrente de θ^*

Use a forma padrão, oriundo do *steepest descent* determinístico para atualizar o iterando corrente.

$$\theta_{k+1} = \theta_k - a_k \hat{g}(\theta_k) \quad (5.2)$$

Etapla 6 – Término das Iterações

Retorne à etapa 2 com $k = 1$ substituindo k . Termine o algoritmo se o máximo número de iterações foi atingido, ou usando algum outro critério de parada.

Spall (81) discorre sobre os pressupostos básicos do SPSA. Para minimizar a função não ruidosa $f(\theta)$ o SPSA faz iterações a partir da suposição inicial de θ e o processo de iteração depende da estimativa do gradiente verdadeiro, $g(\theta)$.

As sequências a_k e c_k , devem tender a zero a taxas nem muito rápidas nem muito lentas, $f(\theta)$ deve ser suave perto de θ^* e os elementos de $\{\Delta_{ki}\}$ devem ser independentes e simetricamente distribuídos em torno de zero com momentos inversos finitos $E(|\Delta_{ki}^{-1}|)$ para todo ki . A eficiência da convergência depende da forma de $f(\theta)$, dos valores das sequências $\{a_k\}$ e $\{c_k\}$, das distribuições de $\{\Delta_{ki}\}$ e dos termos dos ruídos.

5.2.2 Simulação Estocástica

Um projeto de engenharia eficiente requer que todas as incertezas, envolvidas nos carregamentos e na modelagem do sistema real, sejam explicitamente consideradas. A necessidade de modelar as incertezas surge porque não existe modelo matemático determinístico que descreva perfeitamente o comportamento de um sistema real e seu ambiente. Isto conduza uma estrutura de projeto estocástica, na qual modelos probabilísticos de incertezas são consideradas (77).

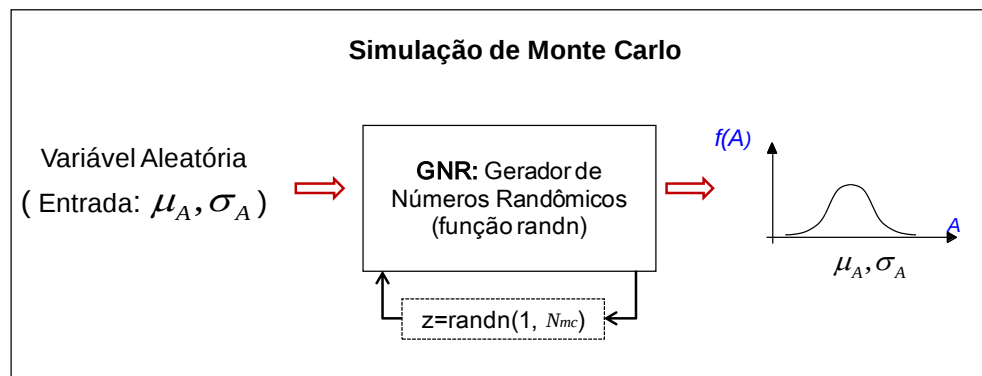
Simuladores estocásticos são aplicáveis a modelos quando se quer analisar a incerteza de uma variável de saída em relação a uma ou mais variáveis aleatórias de entrada.

Nos modelos de sistemas complexos, a esperança da medida de desempenho é frequentemente calculada através do uso de técnicas de simulação estocástica, que envolvem erros de estimativas e custo computacional significativo (77).

O tratamento numérico na otimização estocástica possui, em geral, a limitação natural de ter que se contentar com análise de amostras finitas de realizações com igual probabilidade (a priori), sobre as quais se pode ainda fazer inferência estatística. São para isso utilizadas diversas técnicas de amostragem aleatória restrita a distribuições de probabilidade conhecidas, como o método Monte Carlo e suas variantes. Em um problema de cálculo estocástico, como por exemplo otimização estocástica, a distribuição de probabilidade da resposta somente pode ser conhecida a partir do estabelecimento da distribuição de probabilidade dos dados do problema.

As funções de densidade das variáveis aleatórias foram obtidas através de amostragem com o método Monte Carlo. A Figura 5.2 ilustra o processo de Monte Carlo para uma variável aleatória A , cujas entradas são a média e o desvio padrão.

Figura 5.2 - Simulação de Monte Carlo para uma variável aleatória A , qualquer.



Nota-se que, ao fim do processo, obtém-se a função de distribuição da variável aleatória A qualquer, que terá seus N_{MC} valores, sendo NMC o número de Monte Carlo, armazenados em um vetor com elementos obtidos através da fórmula:

$$A(j) = \mu_A + \sigma_A \cdot z(j)$$

na qual $z(j)$ é um elemento do vetor z , obtido através do comando "randn" do Matlab, próprio para gerar números aleatórios de acordo com a distribuição normal, $N(0,1)$.

5.3 Declaração do Problema de Otimização com Simulação Estocástica

Nesta proposta a função-objetivo é o custo mínimo da estrutura, calculado em função das variáveis de projeto, armazenadas em um vetor θ , que são as dimensões das

seções transversais dos elementos estruturais $\theta = [b, h]$. Desta forma, a função-objetivo é definida por:

$$C_{Est}(\theta) = V_c(\theta) \cdot c_c + P_{aço}(\theta) \cdot c_{aço} + A_{forma}(\theta) \cdot c_{forma}$$

na qual, c_c é o preço do concreto/m³, $c_{aço}$ é o preço aço/kg e, c_{forma} preço da área de forma/m². E o problema de otimização pode ser declarado da seguinte forma:

$$\begin{aligned} &\text{Minimize } E[C_{Est}(\theta)] \\ &\text{sujeito a } \theta^l < \theta < \theta^u \end{aligned}$$

cujos θ^l e θ^u são respectivamente os limites inferiores e superiores impostos às variáveis de projeto.

Neste trabalho, as variáveis aleatórias são aquelas relacionadas às propriedades do concreto, às propriedades do aço, às propriedades geométricas e às cargas. O Quadro 5.2 explicita as variáveis aleatórias utilizadas em relação à incerteza considerada.

Quadro 5.2 - Variáveis aleatórias de acordo com a incerteza considerada

Incerteza considerada	Propriedades geométricas da estrutura	Propriedades dos materiais		Preço dos materiais	Carregamentos
		Concreto	Aço		
Variável aleatória	Vigas: b_{v_i}, h_{v_i}	f_{cc}, f_{ct}, f_b ρ_c, E_c	$f_y, \rho_s,$ E_s, ε_y	$c_c,$ $c_{aço},$ c_{forma}	- Ação do vento - Peso próprio
	Lajes: e				
	Pilares: hpx_i, hpy_i				

onde

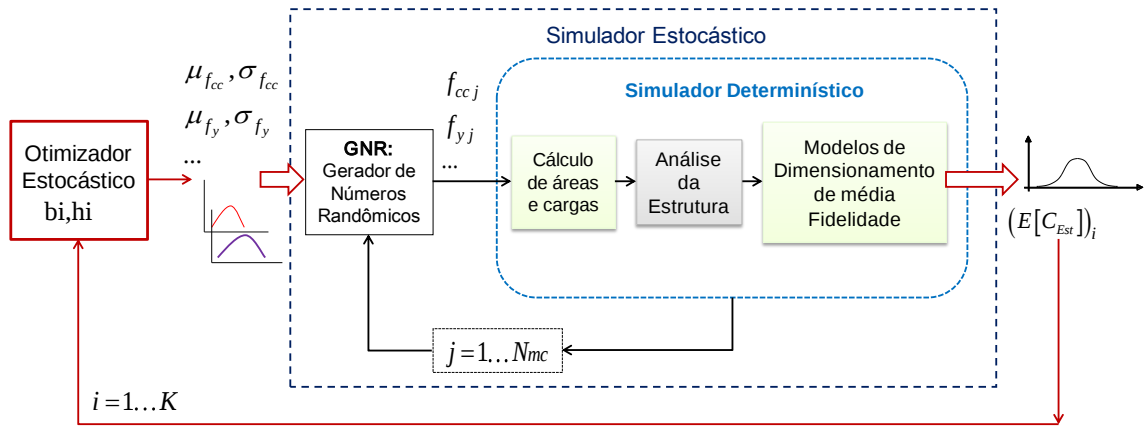
f_{cc}	é a resistência à compressão do concreto
f_{ct}	é a resistência à tração do concreto
f_b	é a resistência de aderência do concreto
ρ_c	é a massa específica do concreto
E_c	é o módulo de elasticidade do concreto
f_y	é a resistência ao escoamento do aço
ρ_s	é a massa específica do aço
E_s	é o módulo de elasticidade do aço
ε_y	é a deformação específica do aço

Em relação às variáveis de projeto, há flexibilidade para escolher quantos e quais elementos estruturais terão suas dimensões de seções transversais, base e largura, consideradas como variáveis de projeto.

Da mesma forma, é possível escolher quais variáveis serão consideradas como aleatórias, dentre as possíveis explicitadas no Quadro 5.2, onde se nota a possibilidade das variáveis de projeto serem também consideradas variáveis aleatórias, neste caso, θ carrega as médias das variáveis no processo. Por fim, é possível, no programa implementado, tratar todas estas variáveis como aleatórias ou fazer uma combinação entre variáveis determinísticas e aleatórias.

Para melhor entendimento do processo de otimização com simulação estocástica, a Figura 5.3 ilustra o esquema de integração do otimizador estocástico com o simulador estocástico, que por sua vez contém o simulador determinístico.

Figura 5.3 - Otimização com simulação estocástica, quando as variáveis de projeto são determinísticas



Há dois processos envolvidos neste problema, o de otimização, que é o externo e o de simulação, que é o interno. De forma que, para cada vetor de variáveis de projeto, $\theta_i = [b_i, h_i]$, o simulador estocástico será executado N_{MC} vezes e em cada *loop* enviará como entrada ao simulador determinístico, o conjunto j das variáveis aleatórias consideradas, na Figura 5.3 ilustradas apenas por f_{ccj} e f_{yj} . O simulador determinístico é composto das seguintes etapas:

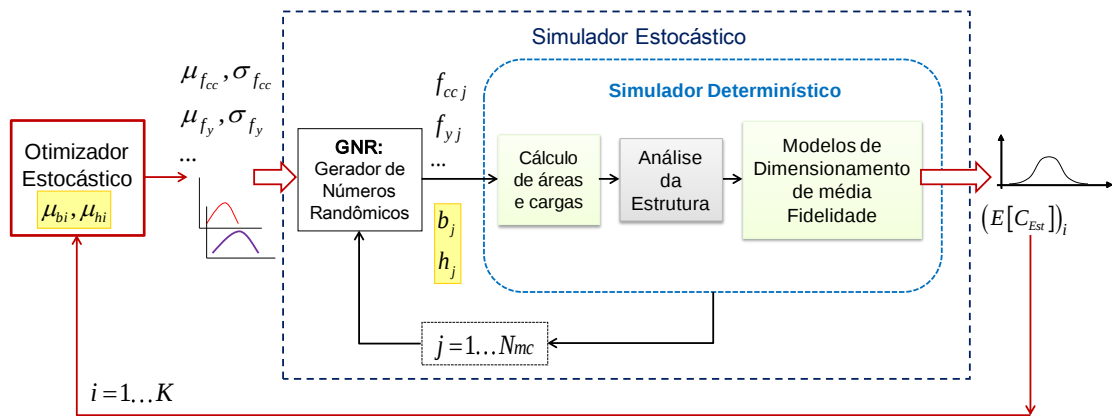
- 1) Cálculo de áreas, momentos de inércia e carregamentos
- 2) Análise da estrutura e cálculo dos esforços e deslocamentos com um programa de elementos finitos. Nesta tese adota-se o Feap (3) para este fim.
- 3) Dimensionamento de vigas, lajes e pilares a partir dos resultados da análise da etapa 1.
- 4) Cálculo do peso de aço, do volume de concreto e da área de forma.
- 5) Cálculo do custo da estrutura.

O processo de simulação estocástica termina para a iteração i da otimização, depois que o simulador determinístico é executado N_{MC} vezes. Neste momento dispõe-se de um vetor com N_{MC} valores da função-objetivo, tornando possível descrevê-la estatisticamente, e retornar ao otimizador o valor atualizado da esperança da função-objetivo (custo), $E[C_{Est}]_i$. O processo de otimização com simulação estocástica é encerrado quando $i = k$, onde k é o número de iterações.

No processo da simulação estocástica, mesmo quando todas as variáveis aleatórias de entrada são normais, a distribuição da função-objetivo certamente não será normal, devendo ser analisado, se necessário, com uma estatística de ordem superior.

A Figura 5.4, mostra o esquema da otimização com simulação estocástica quando as variáveis de projeto também são variáveis aleatórias. Neste caso, a diferença em relação ao processo anterior está no fato de que no otimizador se opera com os valores médios das variáveis de projeto.

Figura 5.4 - Otimização com simulação estocástica, quando as variáveis de projeto são aleatórias.



Em ambos os esquemas, percebe-se que tanto o Feap como os modelos de dimensionamento são executados ($k \times N_{MC}$) vezes.

Como pode ser observado na Figura 5.3, os processos de otimização e simulação são independentes e foram implementadas com duas opções, uma apenas com a simulação e a outra que corresponde à otimização com simulação.

No simulador determinístico, a análise da estrutura é realizada com o Feap, *Finite Element Analysis Program*, cujos resultados foram comparados com o Sap, *Structural Analysis Program*. Os resultados dos modelos de dimensionamento foram testados com o Cypecad. Foram analisados um pórtico plano e dois pórticos espaciais e os resultados mostraram-se confiáveis demonstrando a viabilidade de uso da metodologia, a qual foi implementada em um programa desenvolvido na linguagem Matlab.

5.4 Implementação da metodologia

A estrutura é dimensionada considerando a aleatoriedade das variáveis e seu custo mínimo é determinado após um processo de otimização, no qual a função-objetivo escolhida é o custo da estrutura, definido em função dos preços dos materiais:

$$\begin{array}{c} \text{função-objetivo} = \\ \text{volume de concreto} \times \text{preço do volume do concreto/m}^3 + \\ \text{peso do aço} \times \text{preço do peso do aço/kg} + \\ \text{área de forma} \times \text{preço da área de forma/m}^2 \end{array}$$

As variáveis de projeto são as propriedades geométricas dos elementos. Como dito anteriormente, as variáveis aleatórias são aquelas relacionadas às propriedades do concreto, às propriedades do aço, às propriedades geométricas, e ao carregamento, além dos custos do volume de concreto, do peso de aço e da área de forma.

Também faz parte do processo a análise estrutural para determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos, com uso do Feap (3), e o dimensionamento dos elementos estruturais, viga, laje e pilar, com a aplicação dos modelos de dimensionamentos.

Cada variável aleatória é representada por um vetor com N_{MC} valores, onde N_{MC} é o número de realizações. Sendo n o número de variáveis aleatórias, existem então n vetores com N_{MC} elementos cada um.

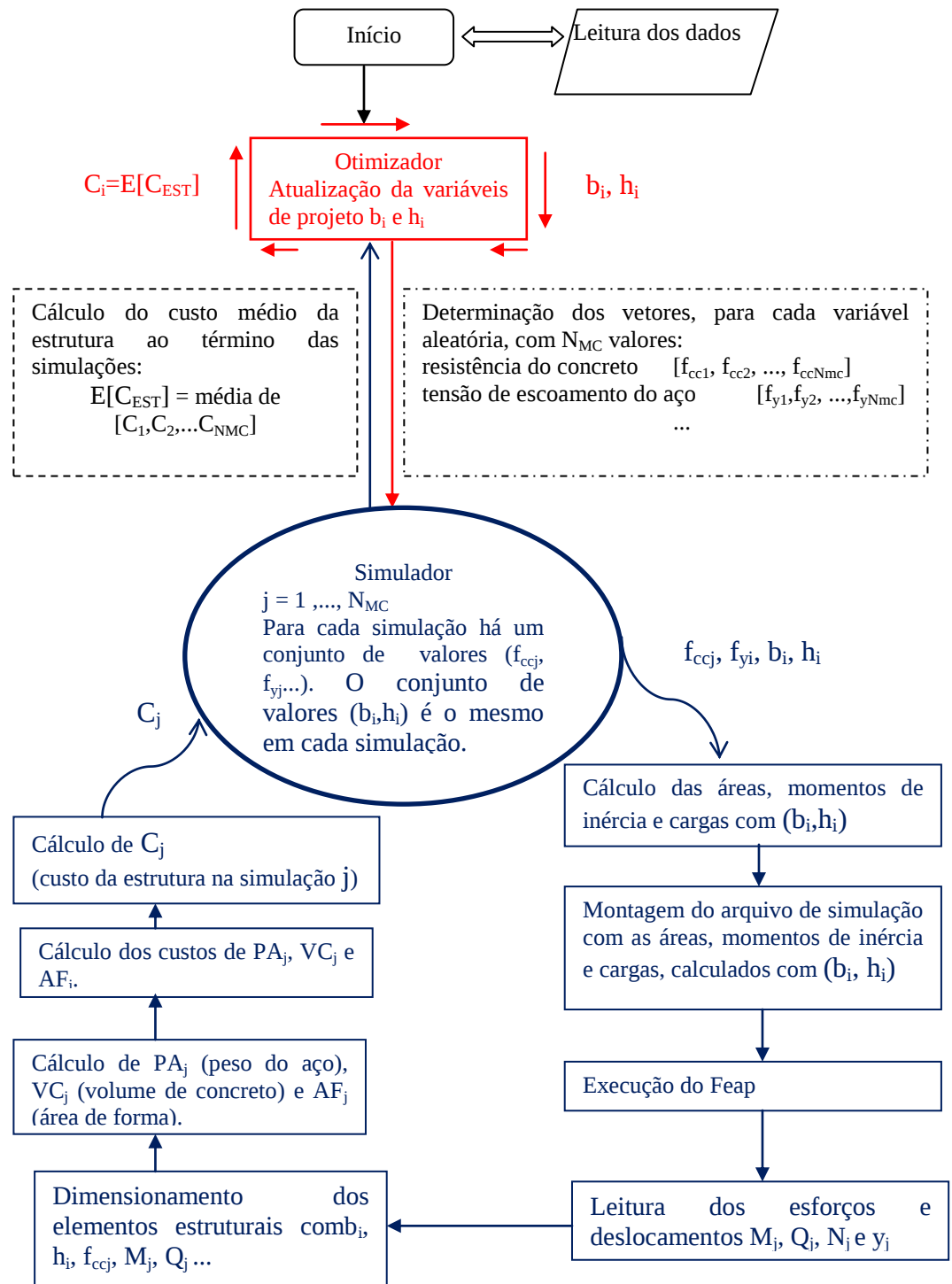
Inicia-se o sistema com os valores iniciais das variáveis de projeto, que são as características geométricas das vigas, lajes e pilares. Um conjunto de instruções, definidos no simulador, deve ser repetido previamente à mudança dos valores das variáveis de projeto:

- para o primeiro conjunto de variáveis aleatórias, ou seja, na primeira simulação, o programa de análise estrutural é executado e logo após realiza-se o dimensionamento dos elementos estruturais. Calcula-se então o primeiro custo da estrutura.

Repetindo-se estas etapas N_{MC} vezes, antes de que se retorne à otimização, obtém-se N_{MC} valores do custo da estrutura, com os quais é possível calcular a média e o desvio padrão. Logo após as ações anteriores, retorna-se ao otimizador com o valor médio do custo da estrutura. Os valores das variáveis de projeto são incrementados e reinicia-se o procedimento de simulação, o qual é repetido N_{MC} vezes.

A metodologia é ilustrada na Figura 5.5.

Figura 5.5 - Metodologia da proposta da tese. Caso com as variáveis de projeto determinísticas



Na figura acima

i varia de 1 a k

j varia de 1 a N_{MC}

k número de iterações da otimização

N_{MC} número de realizações de Monte Carlo

Na otimização são gerados k valores para cada variável de projeto. Na simulação de Monte Carlo são gerados N_{MC} valores para cada variável aleatória. Para $i = 1$, o procedimento abaixo é executado N_{MC} vezes:

Para cada conjunto de variáveis aleatórias, o Feap é rodado e os resultados são informados aos modelos de dimensionamento, os quais fornecem o peso do aço. Então, o custo da estrutura é calculado.

Ao término da simulação de Monte Carlo, dispõem-se de um vetor Custo-da-Estrutura, com N_{MC} elementos. Calcula-se o valor médio deste vetor e retorna-se ao otimizador. Este valor médio é o valor da função-objetivo, que é avaliada na otimização. Caso o processo de otimização não tenha chegado ao final, as variáveis de projeto são incrementadas. Com estes novos valores das variáveis de projeto, o processo de simulação descrito no quadro acima é repetido.

Percebe-se que tanto o Feap como os modelos de dimensionamento são executados ($k \times N_{MC}$) vezes.

A metodologia acima foi implementada em um programa desenvolvido na linguagem Matlab. Os processos de otimização e simulação são independentes e foram implementadas duas opções, uma apenas com a simulação e a outra que corresponde à otimização com simulação.

Para possibilitar a implementação dois tipos de arquivo são necessários:

ARQUIVO DE SIMULAÇÃO

É o arquivo de entrada para o Feap. Antes de cada execução do Feap, um arquivo de simulação é preparado. Ele é montado a partir da atualização de propriedades que dependem dos valores das variáveis aleatórias, as quais estão no arquivo template.

ARQUIVO TEMPLATE

Este arquivo é o “gabarito” para a montagem do arquivo de simulação, ou seja, antes de cada execução do Feap, alguns dados do arquivo template são modificados, devido à mudança de valores das variáveis aleatórias. Este procedimento corresponde à montagem do arquivo de simulação, que é o arquivo de entrada do Feap.

Tanto para a simulação simples como para a simulação com otimização algumas etapas devem ser realizadas, e a primeira delas é a leitura de dados, comum aos dois casos.

I - Leitura dos dados

II - Geração de vetores de variáveis aleatórias, montagem do arquivo de simulação e cálculo do custo da estrutura

1 - São gerados N_{MC} valores para cada variável aleatória, os quais são armazenados em vetores. Para cada variável aleatória há um vetor específico.

2 - Para cada conjunto das variáveis aleatórias, calculam-se propriedades que compõem o arquivo de simulação. Por exemplo, na primeira realização, com o conjunto 1 das variáveis, monta-se o primeiro arquivo de simulação, na segunda realização, com o conjunto 2, monta-se o segundo arquivo de simulação. Este procedimento é efetuado N_{MC} vezes.

3 - Cada vez que um arquivo de simulação é montado, o programa de análise estrutural (Feap) é rodado, a saída do Feap é lida e os modelos de dimensionamento para vigas, lajes e pilares são executados. Com os resultados dos modelos de dimensionamento, peso de aço, volume de concreto e área de forma da estrutura, é possível calcular o custo total do edifício.

4 - Finalmente, para cada realização, ou seja, para cada conjunto das variáveis aleatórias, o custo da estrutura é calculado.

Ao final das realizações, é possível calcular a média do custo da estrutura, já que dispõe-se de N_{MC} valores do custo. Calculam-se também outras grandezas estatísticas: desvio padrão, variância e coeficiente de variação.

5 - O passo II é repetido N_{MC} vezes.

III – Otimização

1 - Em cada iteração do algoritmo, as variáveis de projeto são incrementadas.

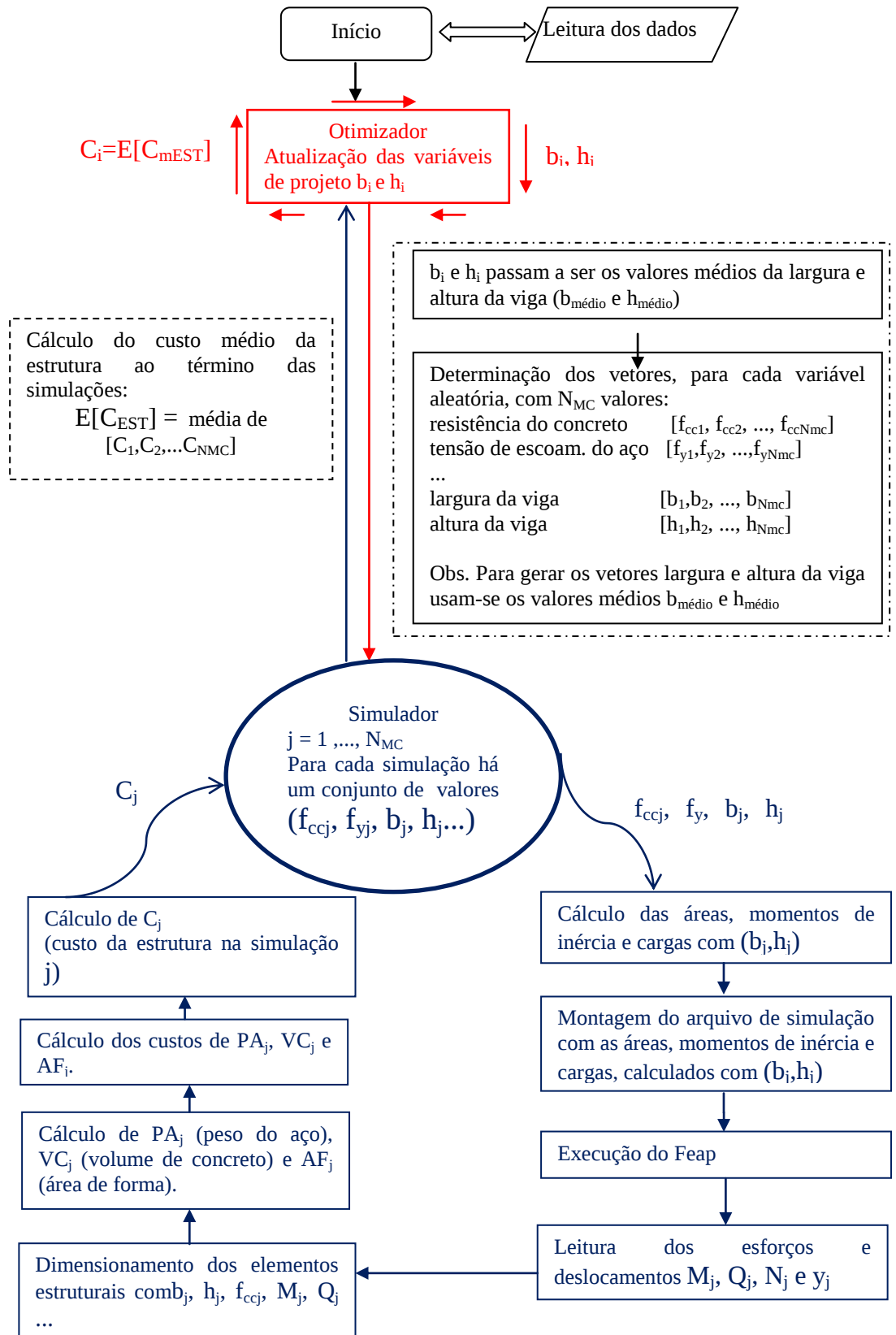
2 – Se as variáveis de projeto também são consideradas como variáveis aleatórias, antes de reiniciar-se o passo II, elas têm suas médias atualizadas, ou seja, para cada iteração do algoritmo de otimização, os valores médios das variáveis aleatórias assumem os novos valores das variáveis de projeto, as quais foram modificadas no algoritmo de otimização.

3 - Os novos valores das variáveis de projeto são utilizados no passo II

4 - O passo III é repetido k vezes, sendo k o número de iterações.

Nos casos onde as variáveis de projeto, as características geométricas, também são variáveis aleatórias, seus valores são usados pelo simulador, como valores médios a serem utilizados para gerar vetores, com N_{MC} elementos, da mesma forma como gerados os vetores das outras variáveis aleatórias (propriedades do concreto, do aço...). A Figura 5.6 ilustra este caso.

Figura 5.6 - Metodologia da proposta da tese. Caso com as variáveis de projeto aleatórias



No Apêndice A encontra-se a descrição de todas as rotinas implementadas no Matlab com o respectivo fluxograma.

6 Modelos de Dimensionamento

O cálculo de uma estrutura compreende algumas etapas. No lançamento escolhe-se um sistema estrutural, em função dos aspectos econômico e técnico, onde são definidos os elementos do edifício. Há algumas opções para o sistema estrutural e a escolha dos elementos é determinada em função não apenas da capacidade de resistência às ações, mas também da capacidade para apresentar bom desempenho em serviço. Para as lajes, por exemplo, pode-se selecionar entre lajes maciças ou nervuradas. Na fase de estabelecimento do esquema estrutural, quando as simplificações são implementadas ao modelo, são pré-definidas as dimensões das seções e estipuladas as condições de apoio dos elementos. Após a determinação das cargas, calculam-se os esforços, estabelecem-se as hipóteses de cálculo e dimensionam-se os elementos.

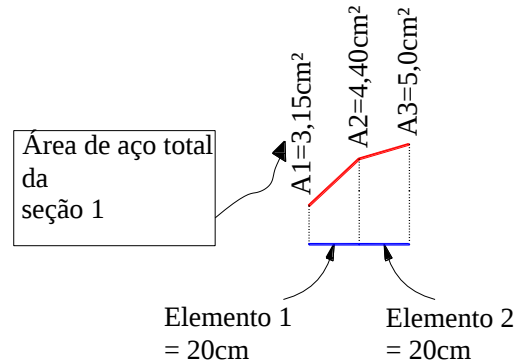
Atualmente dispõe-se de programas que auxiliam o desenvolvimento das etapas anteriores. A automação introduz grande facilidade na realização das fases de um projeto, inclusive no detalhamento das armaduras, porém não permite rapidez quando se faz necessário executar o programa inúmeras vezes, de forma ininterrupta, como no caso deste trabalho. Os modelos de dimensionamento propostos nesta tese, para vigas, lajes e pilares, apresentam resultados confiáveis no que se refere às quantidades dos materiais, aço e concreto, sem entrar no nível de detalhamento de armaduras disponível nos programas comerciais, o que infunde ao programa a agilidade exigida para a abordagem de um modelo probabilístico.

6.1 Metodologia para o Dimensionamento de Vigas de Concreto Armado

Neste item descreve-se a metodologia de dimensionamento das vigas. Nesta proposta, as áreas de aço da viga são calculadas em várias seções, utilizando-se seus respectivos esforços. O número de seções é o número de nós da malha de elementos finitos. Ao término do cálculo das áreas de aço em cada nó, calcula-se o volume de aço.

O peso de aço é calculado multiplicando-se o volume pela massa específica. A Figura 6.1 auxilia a entender o cálculo do volume de aço.

Figura 6.1 - Áreas de aço nas seções de uma viga



O volume de aço dos dois elementos é calculado da seguinte forma:

$$V_{aço} = \left(\frac{3,15cm^2 + 4,40cm^2}{2} \right) \times 20cm + \left(\frac{4,40cm^2 + 5,00cm^2}{2} \right) \times 20cm = 169,50cm^3$$

6.1.1 Definição

Segundo a NBR 6118 (item 14.4.1.1), vigas são elementos lineares onde a flexão é preponderante, sendo que elementos lineares, ou barras, de acordo com esta mesma norma, são elementos cujo comprimento longitudinal é, pelo menos, três vezes maior que a maior dimensão da seção transversal. No dimensionamento de vigas, como em outras peças de concreto armado, algumas etapas devem ser cumpridas, como a escolha dos materiais que serão empregados no projeto, a escolha da forma e dimensões da seção transversal, a definição das ações e posterior cálculo das solicitações e o cálculo da armadura de flexão e cisalhamento.

Como dito acima, uma das etapas do detalhamento de peças de concreto armado é o cálculo da armadura necessária para resistir às solicitações normais, as quais provocam tensões normais nas seções transversais do elemento estrutural. Estas solicitações são o momento fletor e a força normal.

Há alguns tipos de flexão. A flexão normal “ocorre quando o plano do carregamento ou da sua resultante é perpendicular à linha neutra” (82), ou seja, o momento fletor atua no plano de simetria que passa pelo eixo longitudinal da peça. Quando isso não ocorre, no caso do momento fletor ter uma componente normal ao plano de simetria, por exemplo, tem-se o caso da flexão oblíqua. Tanto a flexão normal quanto a oblíqua podem ser simples ou composta. Ao contrário da flexão simples, onde não há esforço normal à seção transversal da peça, na composta N é diferente de zero.

Quando não existe o esforço cortante, diz-se que a flexão é pura. Esta pode ser simples ou composta.

6.1.2 Hipóteses Básicas

A NBR 6118, no item 17.2, adota algumas hipóteses básicas para o dimensionamento de elementos lineares cujas seções estão sujeitas a solicitações normais. Estas hipóteses são:

- as seções transversais se mantêm planas após deformação.

Com base nesta primeira hipótese, conclui-se que a distribuição das deformações da seção é linear ao longo de sua altura, ou seja, que a deformação (ε_1) a uma distância y_1 da linha neutra é diretamente proporcional a uma deformação (ε_2) a uma distância y_2 .

- a deformação das barras passivas aderentes deve ser a mesma do concreto em seu entorno.

Considera-se assim aderência perfeita entre concreto e aço. Isto quer dizer que as deformações no aço e no concreto são assumidas como iguais e encontradas de acordo com a distribuição linear adotada na primeira hipótese.

- as tensões de tração no concreto, normais à seção transversal, devem ser desprezadas.

A tração no concreto é verificada no estado limite de serviço. No caso do dimensionamento das peças de concreto armado, feito no estado limite último, a resistência à tração do concreto é desprezada.

- a distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo.

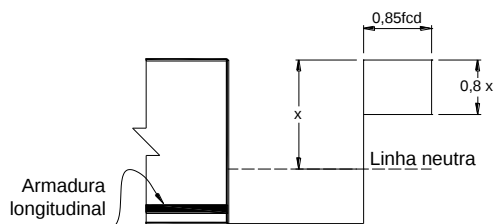
De acordo com a NBR 6118 – item 8.2.10, no estado limite último pode ser empregado o diagrama tensão x deformação idealizado do concreto, no qual as tensões variam de acordo com a parábola

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{2\text{‰}} \right)^2 \right]$$

até a deformação de 2‰. A partir desta deformação até a deformação de 3,5‰ (encurtamento de ruptura), a tensão no concreto é constante. Este diagrama é conhecido então como diagrama parábola-retângulo.

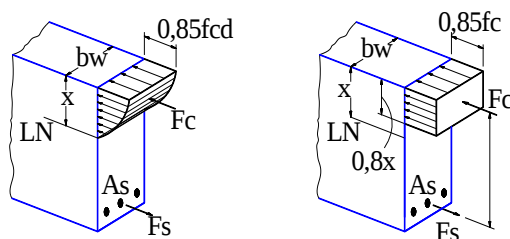
Ainda seguindo esta Norma - item 17.2.2, nesta tese será adotado o diagrama tensão x deformação do concreto simplificado. Este diagrama é um retângulo com altura $0,8x$, onde x é a altura da linha neutra (Figura 6.2).

Figura 6.2 - Diagrama tensão x deformação do concreto simplificado



A Figura 6.3 ilustra a distribuição de tensões em uma seção transversal da viga considerando-se os dois diagramas: parábola x retângulo e retangular simplificado.

Figura 6.3 - Tensões em uma seção de concreto armado de acordo com o diagrama parábola x retângulo e com o diagrama simplificado



Fonte: Bastos (83). Adaptação da Figura 11

- a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação.

A tensão σ_s na armadura, a uma altura y da linha neutra, é aquela correspondente à deformação ϵ_s nesta altura.

- o estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos domínios de deformação.

O encurtamento de ruptura do concreto é de 3,5‰ e a tensão máxima de compressão é alcançada com a deformação de 2‰. O alongamento máximo permitido para o aço é de 10‰. Sabe-se que o aço atinge maiores deformações, porém adota-se este valor, inferior à deformação de ruptura, para limitar a fissuração no concreto e evitar deformações plásticas excessivas.

6.1.3 Metodologia de Cálculo da Área de Aço Longitudinal

Com o objetivo de calcular o peso de aço em vigas de concreto armado utilizando pouco esforço computacional foi desenvolvida uma metodologia simplificada para o dimensionamento da mesma. Pretende-se assim alcançar valores aproximados

porém confiáveis. Neste trabalho, os termos “seção da viga” ou “nó” denotam o mesmo sentido. A viga é dividida em elementos e os esforços solicitantes (momento fletor, esforços normal e cortante) são calculados nos nós, com os quais se encontram as áreas de aço em cada seção. A partir das armaduras calculadas, em todos os nós, determina-se o volume do aço.

6.1.4 Armadura Longitudinal

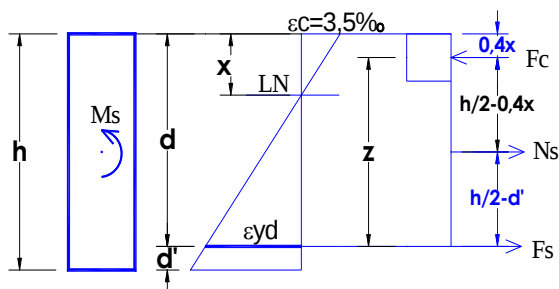
Neste trabalho será considerada a flexão normal em vigas, onde as solicitações atuam no plano que contém o eixo longitudinal de simetria do elemento estrutural. As equações de equilíbrio e de compatibilidade serão desenvolvidas considerando o caso geral de flexão com força normal, porém esta força é igualada a zero.

Estão implementadas as opções de armadura simples e armadura dupla. Nas vigas simplesmente armadas, ou dimensionadas com armadura simples, o aço longitudinal é colocado apenas no banzo tracionado. Na seção comprimida, cabe ao concreto resistir ao esforço de compressão. Nas vigas armadas com armadura dupla, o aço longitudinal é colocado tanto no banzo tracionado como no comprimido, então, na zona de compressão, tanto o concreto como o aço resistem ao esforço de compressão. Mesmo no caso de armadura simples, coloca-se na zona comprimida uma armadura longitudinal para amarração dos estribos, porém este aço não contribui na resistência à flexão.

Momento limite para definição do uso de armadura simples ou dupla

Em cada nó é feita uma análise prévia sobre o momento limite para a escolha entre a utilização de armadura simples ou dupla. Observando-se os domínios de deformação do concreto e do aço no estado limite último, nota-se que no domínio 4 o aço não atinge o escoamento. Seções transversais que trabalham neste domínio, além de não aproveitarem toda a capacidade do aço também apresentam ruptura frágil, ou brusca, já que não há avisos da iminência da ruptura, como formação de fissuras. É possível evitar esta situação empregando-se armadura dupla. O momento limite anteriormente citado consiste, então, no momento entre os domínios 3 e 4, ou seja, para momentos solicitantes menores que o momento limite, adota-se armadura simples, caso contrário, usa-se armadura dupla. A Figura 6.4 ilustra o limite de deformação entre os domínios 3 e 4, no qual o concreto apresenta deformação de 3,5% (encurtamento de ruptura).

Figura 6.4 - Domínio de deformação no estado limite último. Limite entre domínios 3 e



Sabe-se que:

F_C	Resultante de compressão no concreto
F_S	Força de tração na armadura longitudinal
M_S	Momento fletor solicitante
ϵ_C	Deformação do concreto
ϵ_y	Deformação do aço na tensão de escoamento
x	Profundidade da linha neutra (LN)
z	Braço de alavanca
b_w	Largura da seção transversal
h	Altura da seção transversal
d	Altura útil
N_S	Força normal

Na Figura 6.4 observa-se que

$$x = \frac{3,5}{3,5 + \epsilon_y d} d \quad (6.1)$$

que corresponde à equação de compatibilidade das deformações. Definindo-se ξ_{lim} como:

$$\xi_{lim} = \frac{3,5}{3,5 + \epsilon_{yd}} \quad (6.2)$$

tem-se que $x = \xi_{lim} \cdot d$. Com o equilíbrio de momentos obtém-se

$$F_C \cdot z = (M_S - N_S \cdot a) \quad (6.3)$$

sendo F_C igual à força atuante no concreto e $a = 0,5h - d'$.

Substituindo-se F_C por $(\sigma_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x)$ e z por $(d - 0,4 \cdot x)$ chega-se à igualdade:

$$\sigma_{cd} \cdot b_w \cdot 0,8 \cdot x \cdot (d - 0,4x) = (M_S - N_S \cdot a). \quad (6.4)$$

Definindo-se μ , momento adimensional, como

$$\mu = \frac{(M_{sd} - N_{sd} \cdot a)}{bw \cdot 0,8 \cdot d \cdot \sigma_{cd}} \quad (6.5)$$

e introduzindo-se ξ_{lim} na equação anterior pode-se expressar o valor limite de μ :

$$\mu_{lim} = 0,8 \cdot \xi_{lim} (1 - 0,4 \xi_{lim} \cdot d) \quad (6.6)$$

A armadura simples é utilizada quando μ é menor que μ_{lim} .

Armadura simples

Empregando-se a equação de equilíbrio de forças normais à seção, $F_s - F_c = N_s$, mostradas na Figura 6.4, e a equação de equilíbrio de momentos $F_c \cdot z = (M_s - N_s \cdot a)$, é possível calcular a área de aço:

$$A_s = \frac{N_s + 0,85 f_{cd} \cdot bw \cdot 0,8 \cdot \xi \cdot d}{f_{yd}} \quad (6.7)$$

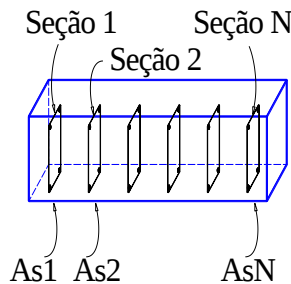
onde ξ e μ são calculados, respectivamente, com as equações 3.6.8 e 3.6.6 de (84),

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu}) \quad (6.8)$$

$$\mu = \frac{M_{sd}}{bw \cdot 0,8 \cdot d^2 \cdot \sigma_{cd}} \quad (6.9)$$

Ao final, em cada seção, ou seja, em cada nó da viga, um valor de AS é encontrado, como pode ser visto na Figura 6.5. Estes valores são armazenados em um vetor, no qual o número de elementos é igual ao número de seções (nós) da viga.

Figura 6.5 - Armadura longitudinal simples, simbólica, nas seções de uma viga



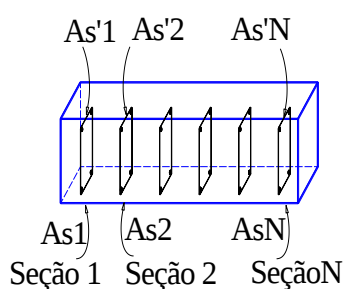
Armadura dupla

Sendo a decisão a adoção da armadura dupla, caso onde μ é maior que μ_{lim} , em cada nó são calculadas opções de conjuntos de AS (armadura inferior) e AS' (armadura superior). Assim como no caso de armadura simples, as áreas de aço são calculadas a partir das equações de compatibilidade de deformações e equilíbrio de esforços.

As opções de pares AS e AS' são encontradas variando-se as deformações específicas do aço e do concreto no estado limite último. Os domínios de deformação utilizados são os domínios 2, 3 e 4 e seus limites. De posse da área de aço da armadura dupla em cada nó da viga, o menor valor de AS longitudinal é escolhido, em cada seção transversal. AS longitudinal é igual à soma de AS mais AS' .

Semelhante ao caso da armadura simples, ao término deste procedimento, em cada seção, ou seja, em cada nó da viga, um valor para AS e um valor para AS' são encontrados, como ilustrado na Figura 6.6. A área de aço é armazenada em um vetor com número de elementos igual ao número de nós da viga.

Figura 6.6 - Armadura longitudinal dupla, simbólica, em seções de uma viga



Área de aço longitudinal mínima

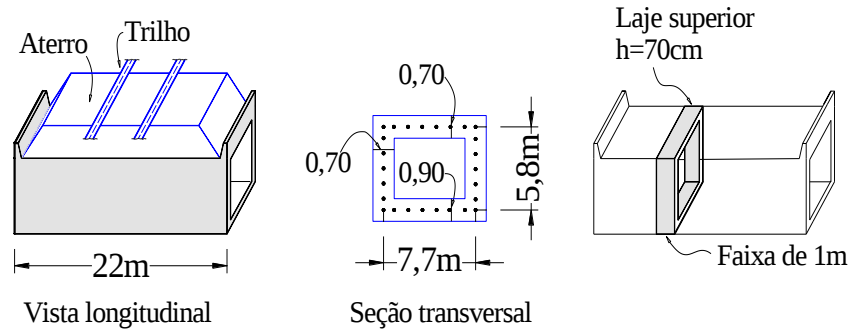
A taxa mínima de armadura de flexão para vigas adotada nesta tese é de 15% da área de concreto da seção transversal da viga (NBR 6118, Tabela 17.3). Tanto no caso de armadura simples como de armadura dupla, o valor mínimo da área de aço é verificado.

Efeito do esforço cortante na armadura longitudinal

A distribuição dos esforços internos das vigas de concreto armado é estudada de forma análoga ao comportamento das treliças, com banzos comprimidos e tracionados. Nesse modelo, após o surgimento de fissuras, há um acréscimo de força no banzo tracionado passando a armadura longitudinal a ser mais solicitada. Tradicionalmente este esforço adicional é computado através da decalagem (deslocamento do diagrama de momento fletor). Neste trabalho não será feito o deslocamento do diagrama, mas sim, um aumento na área de aço longitudinal em cada seção. Esta metodologia baseia-se no trabalho de (85). Trata-se do dimensionamento de uma galeria de água de 22m de comprimento que cruza uma ferrovia. Adotou-se um modelo estrutural onde é estudada uma faixa de 1m de comprimento da galeria, representada em um plano através de uma laje superior, uma laje inferior e as paredes laterais. Cada um destes elementos da seção transversal da galeria é tratado como uma viga. A laje superior, por exemplo, é representada por uma viga com 7,70m de comprimento, com base igual a 1m e altura

igual a 0,70m (Figura 6.7). A laje inferior é modelada como uma viga com o mesmo comprimento anterior, base igual a 1m e altura igual a 0,90m. As paredes laterais são representadas por vigas de 5,80m de vão, base de 1m e altura de 0,70m.

Figura 6.7 - Galeria de água



Fonte: Giuseppe Mancini (85). Adaptação.

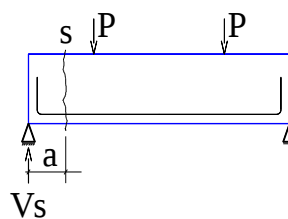
Foi feita uma análise através do método dos elementos finitos e os esforços em cada nó foram determinados. No caso da laje superior, por exemplo, a área de aço longitudinal foi calculada em três seções: no meio do vão e nos cantos esquerdo e direito. A esta área A_s , um acréscimo de área ΔA_s foi somado. Segundo (85), as quantidades de A_s , previamente calculadas, devem ser aumentadas para incluir o componente longitudinal que a força de cisalhamento produz nas barras tracionadas. Então, considerando os efeitos de cisalhamento, o reforço adicional é estimado por:

$$\Delta A_s = \frac{V_{sd} (\cot g\theta - \cot g\alpha)}{2 \cdot f_{yd}} \quad (6.10)$$

Na equação acima, θ é o ângulo de inclinação das fissuras, α é a inclinação dos estribos e V_{sd} é o esforço cortante solicitante de cálculo.

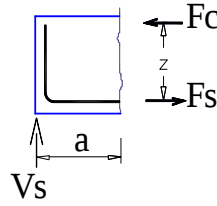
No intuito de deduzir-se a equação acima, considera-se a viga da Figura 6.8:

Figura 6.8 - Viga com armadura longitudinal



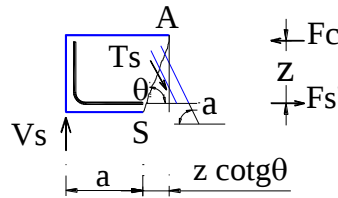
Sabe-se que antes da formação de fissuras, o equilíbrio de momentos em uma seção S da viga é dado por $F_s \cdot z = V_s \cdot a$ (Figura 6.9), onde F_s é a força na armadura longitudinal, V_s é o esforço cortante e Z é o braço de alavanca do dimensionamento à flexão.

Figura 6.9 - Esforços na seção de uma viga de concreto armado antes da formação de fissuras



Após a formação de fissuras (Figura 6.10), fazendo-se o equilíbrio de forças verticais, chega-se à equação $V_s - T_s \cdot \sin \alpha = 0 \Rightarrow T_s = \frac{V_s}{\sin \alpha}$, onde T_s é a resultante das forças que atuam nos estribos.

Figura 6.10 - Esforços na seção de uma viga de concreto armado após formação das fissuras



Na Figura 6.10, F_s' é a força na armadura longitudinal após a formação de fissuras ($F_s' > F_s$), θ é o ângulo de inclinação das fissuras e α é a inclinação dos estribos. O somatório de momentos em torno do ponto A é expresso por:

$$V_s(a + z \cdot \cot g \theta) - F_s' \cdot z - T_s \cdot \sin \alpha (z \cdot \cot g \theta) / 2 - T_s \cdot \cos \alpha (z / 2) = 0 \quad (6.11)$$

Desenvolvendo-se esta equação tem-se

$$V_s \cdot a + V_s \cdot z \cdot \cot g \theta - F_s' \cdot z - \frac{V_s}{\sin \alpha} \cdot \sin \alpha (z \cdot \cot g \theta) / 2 - \frac{V_s}{\sin \alpha} \cdot \cos \alpha (z / 2) = 0 \quad (6.12)$$

$$F_s' \cdot z - V_s \cdot a = V_s \cdot z \cdot \cot g \theta - V_s (z \cdot \cot g \theta) / 2 - V_s \cdot \cot g \alpha (z / 2) \quad (6.13)$$

$$F_s' \cdot z - V_s \cdot a = \frac{V_s \cdot z}{2} (\cot g \theta - \cot g \alpha) \quad (6.14)$$

Substituindo-se $V_s \cdot a$ por $F_s \cdot z$ chega-se a $F_s' \cdot z - F_s \cdot z = \frac{V_s \cdot z}{2} (\cot g \theta - \cot g \alpha)$.

Eliminando-se z tem-se:

$$F_s' - F_s = \frac{V_s}{2} (\cot g \theta - \cot g \alpha) \quad (6.15)$$

onde $F_s' - F_s$ é o aumento de força na armadura longitudinal devido ao surgimento de fissuras, chamado neste trabalho de ΔF_s . Sabendo-se que $\sigma = \Delta F_s / \Delta A_s$, e que $\sigma = f_{yd}$, pode-se obter a equação do acréscimo de armadura longitudinal (6.10).

$$\Delta A_s = \frac{V_{sd}(\cot g\theta - \cot g\alpha)}{2 \cdot f_{yd}}$$

Armadura longitudinal mais acréscimo de área de aço para considerar os efeitos do esforço cortante

A área de aço, ΔA_s , que deve ser acrescentada à armadura longitudinal para resistir ao aumento de tração nesta armadura após a formação de fissuras, é somada, em cada nó, tanto com a armadura longitudinal positiva, quando o momento fletor é positivo, quanto com a armadura negativa, quando o momento fletor é negativo.

Armadura de tração nas seções de apoio

De acordo com a NBR6118, item 18.3.2.4, “os esforços de tração junto aos apoios de vigas simples ou contínuas devem ser resistidos por armaduras longitudinais que satisfaçam as condições”:

- em apoios extremos, para garantir ancoragem da diagonal de compressão, armaduras capazes de resistir a uma força de tração $R_s = (al/d) \cdot V + N$, onde V é a força cortante no apoio e N é a força de tração eventualmente existente. R_s é a força de tração na armadura e al é o comprimento do deslocamento do diagrama de momentos fletores.
- em apoios extremos e intermediários, por prolongamento de uma parte da armadura de tração do vão ($A_{svão}$), correspondente ao máximo momento positivo do tramo ($M_{vão}$), de modo que:

$$- A_{sapoio} \geq 1/3 A_{svão}, \text{ se } M_{sapoio} \text{ for nulo ou negativo e de valor absoluto } |M_{sapoio}| \leq 0,5M_{vão}$$

$$- A_{sapoio} \geq 1/4 A_{svão}, \text{ se } M_{sapoio} \text{ for negativo e de valor absoluto } |M_{sapoio}| > 0,5M_{vão}$$

Nos apoios então, a área da armadura longitudinal inferior é comparada com as áreas encontradas com as equações acima, e adota-se a maior. Esta área é atribuída às seções do vão se nestas as armaduras positivas são menores que A_{sapoio} .

Área de aço longitudinal usada

A armadura longitudinal, em cada seção, após o acréscimo de área de aço devido aos efeitos do cortante e já com a armadura de tração nas seções de apoio, previstas na

NBR6118 - item 18.3.2.4, é comparada às áreas de aço das seções transversais de barras de aço comerciais e as armaduras usadas, em cada nó, são então escolhidas.

Segundo a NBR6118, item 18.3.2.2, que trata sobre a distribuição transversal das barras longitudinais, “o espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores”:

a) na direção horizontal (ah):

- 20mm;

- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;

- 1,2 vezes a dimensão máxima característica do agregado gráúdo.

Neste trabalho, o espaçamento mínimo adotado é de 2,0cm.

Ancoragem

Para o cálculo do comprimento de ancoragem básico (lb), investiga-se em cada nó qual bitola de aço é empregada na armadura, positiva ou negativa, de cada seção. Conhecendo-se o diâmetro da barra calcula-se então lb , expresso no item 9.4.2.4 da NBR6118.

$$lb = \frac{\phi}{4} \frac{fyd}{fbd}$$

Logo após determina-se o comprimento de ancoragem necessário, para cada seção, cuja expressão encontra-se na NBR 6118, item 9.4.2.5.

$$lb_{nec} = \alpha \cdot lb \frac{As_{cal}}{As_{efet}}$$

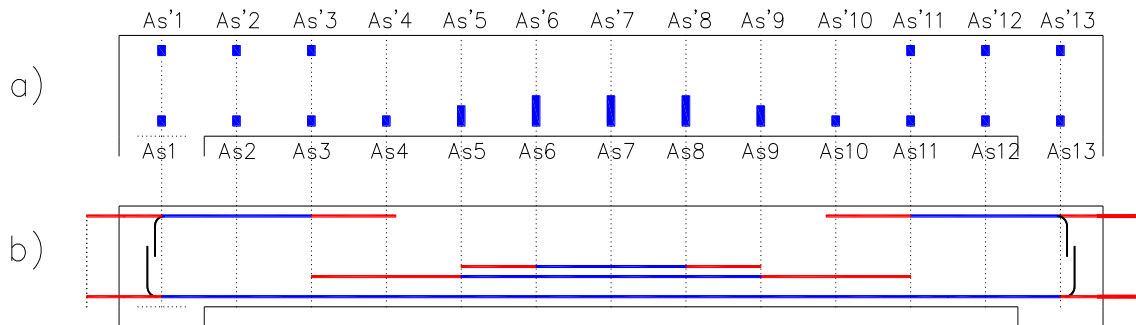
Considerando que neste trabalho a área de aço da viga é calculada em cada nó, então a ancoragem deve ser também aplicada para cada seção. Supõe-se, em tal caso, que o aço de uma seção será ancorado na próxima seção, se o comprimento de ancoragem for menor ou igual ao comprimento do elemento finito, ou nas próximas seções, se o comprimento de ancoragem de uma determinada seção for maior que o tamanho do elemento finito.

Logo, inicia-se o procedimento comparando-se o comprimento de ancoragem necessário com o comprimento do elemento finito e calcula-se quantas vezes lb_{nec} é maior que o comprimento do elemento, $l_{elemento}$. Se a área de aço longitudinal usada na seção i , onde a análise da ancoragem está sendo verificada, é maior que a área na seção $(i+1)$, acrescenta-se a diferença destas áreas ($\Delta_{ancoragem}$) às seções contíguas. A quantidade de seções a receberem $\Delta_{ancoragem}$ depende do resultado da razão $lb_{nec} / l_{elemento}$, definido como $n_{ancoragem}$. A Figura 6.11 ilustra o acréscimo de área nas seções transversais devido à ancoragem. Neste exemplo uma viga simétrica foi dividida em 13

secções. Em cada secção foi determinada a área de aço longitudinal usada, positiva e negativa. Nesta figura não está ilustrada a armadura de montagem.

Figura 6.11 - Ancoragem em viga de concreto armado

- a) Armadura simbólica usada em cada secção (A_s : armadura positiva; A_s' : armadura negativa).
 b) Armadura longitudinal e comprimento de ancoragem (Barras azuis – armadura usada antes da ancoragem. Barras vermelhas – comprimento de ancoragem)



Verifica-se que há armadura negativa nas extremidades e a armadura positiva é maior no meio do vão, representada por retângulos maiores (Figura 6.11 a).

Da secção 1 à secção 7 (simetricamente às secções 7 a 13) as armaduras distribuem-se da seguinte forma:

Armadura longitudinal usada (sem ancoragem)	
$As'_1 = As'_2 = As'_3$	$As'_4 < As'_3$
$As'_4 = As'_5 = As'_6 = As'_7 = 0$	$As_5 > As_4$
$As_1 = As_2 = As_3 = As_4$	$As_6 > As_5$
$As_4 \neq As_5 \neq As_6$	
$As_6 = As_7$	

As condições para acrescentar área de aço às armaduras longitudinais devido à ancoragem são:

- As'_2 não é ancorada já que é igual a As'_1 e As'_3 . Se $As'_1 = As'_2 = As'_3$, supõe-se que as barras de aço que passariam por estas secções seriam de mesmo diâmetro, e necessitariam de ancoragem a partir a secção 1 (para a esquerda) e a partir da secção 3 (para a direita).

- As'_3 deve ser ancorada pois $As'_4 < As'_3$. Neste exemplo, a razão $l_{b_{nec}} / l_{elemento}$ (comprimento de ancoragem da secção 3 dividido pelo comprimento do elemento finito) é igual a 1 ($n_{ancoragem} = 1$), então apenas a secção 4 receberá $\Delta_{ancoragem}$, que é dada por $(As'_3 - As'_4)$, ou seja, à área As'_4 , neste caso igual a 0, adiciona-se $\Delta_{ancoragem}$.

- A_{s5} é ancorada (para a esquerda) porque $A_{s4} < A_{s5}$. Neste exemplo, a razão $l_{b_{nec}} / l_{elemento}$ (comprimento de ancoragem da seção 5 dividido pelo comprimento do elemento finito) é igual a 2 ($n_{ancoragem} = 2$), logo acrescenta-se $(A_{s5} - A_{s4})$ às duas seções anteriores, A_{s3} e A_{s4} .

- Analogamente à seção anterior, A_{s6} é ancorada porque $A_{s5} < A_{s6}$. Sendo $n_{ancoragem}$ igual a 1, acrescenta-se $(A_{s6} - A_{s5})$ a apenas uma seção anterior, A_{s5} .

- A_{s7} não é ancorada já que é igual a A_{s6} .

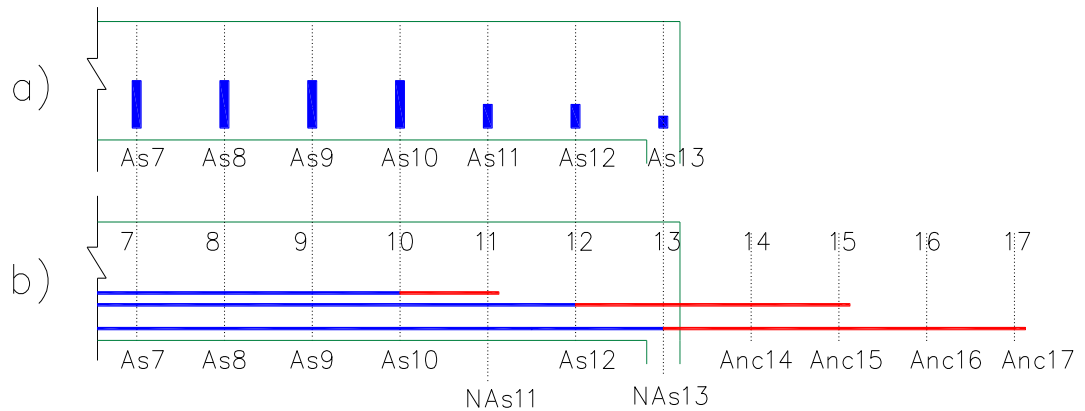
Como a viga é simétrica, da seção 7 à seção 13 o método de cálculo seria o mesmo.

Ganchos

No que se refere à ancoragem, a seção do apoio tem um tratamento diferente das outras. Neste caso, tanto $A_{s'1}$ como A_{s1} da Figura 6.11 devem ser ancoradas. Como não há seções anteriores à 1 para receber esta ancoragem, a ancoragem do apoio é armazenada em dois vetores, um para a armadura superior e outro para a inferior. Este procedimento é utilizado para simular os comprimentos dos ganchos. O mesmo raciocínio emprega-se para a seção 13.

Abaixo, na Figura 6.12, encontra-se outro exemplo de viga para esclarecer a metodologia utilizada no cálculo de área de ancoragem em barras onde devem ser usados ganchos.

Figura 6.12 - Ancoragem em viga de concreto armado com o uso de ganchos. a) Armadura simbólica usada em cada seção. b) Armadura longitudinal e comprimento de ancoragem (Barras azuis – armadura usada antes da ancoragem. Barras vermelhas – ancoragem). NAs : Nova área de aço (após ancoragem)



A viga da Figura 6.12 está dividida em 13 seções e o eixo de simetria passa pela seção 7. Nesta viga há apenas a armadura positiva. As áreas de aço das seções 7 a 10 são iguais. As áreas das seções 11 e 12 são iguais entre si e inferiores a As_{10} . As_{13} é a menor área longitudinal. Ou seja, a armadura positiva diminui do centro para os apoios. Na determinação do comprimento de ancoragem neste exemplo, supõe-se que algumas barras de aço que passariam pelos nós 7, 8, 9 e 10 necessitariam ser prolongadas até a seção 11, e que algumas barras que passariam pelas seções 11 e 12 chegariam até a seção 13. Algumas barras longitudinais utilizadas nas fibras inferiores chegariam até a seção 13 e a partir deste nó seriam ancoradas.

Como As_{13} é menor que As_{12} , esta deve ser ancorada. A ancoragem dos ferros que chegam até a seção 12 obedeceria ao seguinte processo: o comprimento de ancoragem de As_{12} vai da seção 12 à 15. As seções 13, 14 e 15 recebem $\Delta_{\text{ancoragem}}$, que neste caso é igual a $(As_{12} - As_{13})$. Um vetor específico para ancoragem armazena as áreas de novas seções (14 a 15).

O comprimento de ancoragem de As_{13} vai da seção 13 à 17. O vetor de ancoragem, que já tinha as áreas de aço das seções 14 e 15, recebe os elementos correspondentes às seções 16 e 17. $\Delta_{\text{ancoragem}}$ da seção 13 é o próprio As_{13} . Após o acréscimo de ancoragem, a armadura longitudinal da viga da Figura 6.12 passa a ser:

Armadura longitudinal positiva usada (sem ancoragem)	Armadura longitudinal positiva usada (com ancoragem)
$As_7 = As_8 = As_9 = As_{10}$	$As_7 = As_8 = As_9 = As_{10}$
As_{11}	$NovaAs_{11} = As_{11} + \Delta_{ancoragem}$ $\Delta_{ancoragem} = (As_{10} - As_{11})$
As_{12}	As_{12}
As_{13}	$NovaAs_{13} = As_{13} + \Delta_{ancoragem}$ $\Delta_{ancoragem} = (As_{12} - As_{13})$
	$Anc_{14} = As_{13} + \Delta_{ancoragem}$ $\Delta_{ancoragem} = (As_{12} - As_{13})$
	$Anc_{15} = As_{13} + \Delta_{ancoragem}$ $\Delta_{ancoragem} = (As_{12} - As_{13})$
	$Anc_{16} = As_{13}$
	$Anc_{17} = As_{13}$

Armadura de montagem ou “porta-estribo”

Na parte superior das vigas deve haver barras de aço que possibilitem a amarração dos estribos. São barras que não entram no cálculo da armadura tracionada, chamadas de barras construtivas ou porta-estribos. Para esta armadura, conhecida como armadura de montagem, adotam-se as áreas correspondentes a duas barras de 5, 6,3 ou 8mm. Se em um nó a armadura superior é igual a 0, então acrescenta-se a área da barra de montagem neste nó, na armadura superior. A escolha da bitola é em função da altura da viga.

Armadura de pele

De acordo com o item 17.3.5.2.3 da NBR 6118, para vigas com altura maiores que 60cm, a mínima armadura lateral em cada face deve ser 0,10% $Ac,alma$. Calcula-se a armadura de pele com a equação:

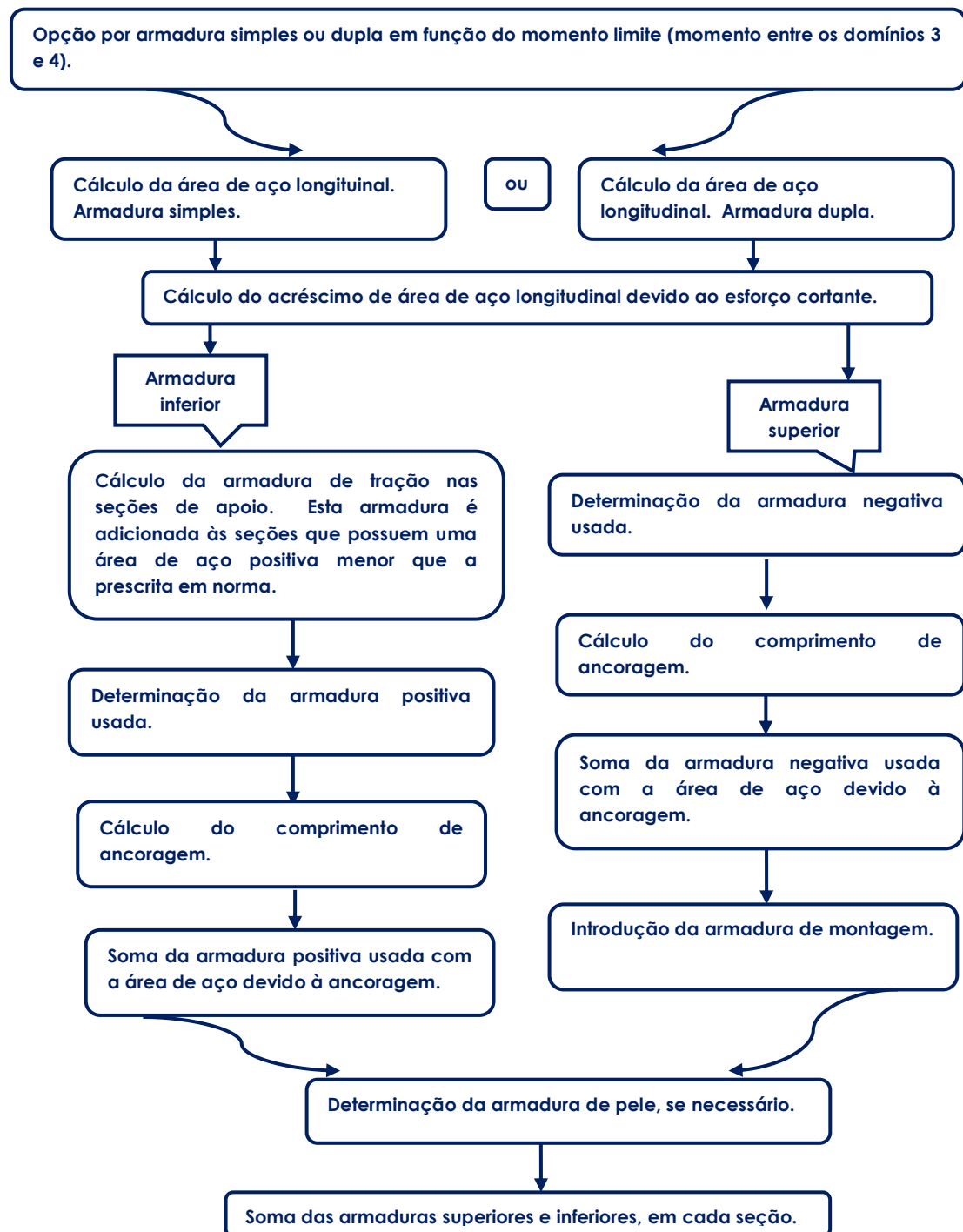
$$As_{pele} = 2 \cdot \frac{0,10}{100} \cdot Ac$$

Neste trabalho, a área para armadura de pele é calculada em cada seção da viga e acrescentada à área de aço longitudinal na seção correspondente.

Armadura Longitudinal Total

A Figura 6.13 mostra um esquema das etapas seguidas para o cálculo da área de aço final em cada seção da viga. Os cálculos abaixo são realizados em cada nó da viga.

Figura 6.13 - Etapas para determinação da área de aço em viga de concreto armado



A área de aço final, em cada seção, é comparada com a área de aço máxima permitida na NBR6118.

6.1.5 Armadura Transversal Calculada

De acordo com a NBR 6118 – 17.4.2.1, para que um elemento estrutural apresente resistência satisfatória, as condições abaixo devem ser atendidas:

$$V_{sd} \leq V_{Rd2} \quad \text{e} \quad V_{sd} \leq V_{Rd3}$$

com $V_{Rd3} = V_c + V_{sw}$

onde:

V_{sd} é a força cortante solicitante de cálculo.

V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.

V_{Rd3} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína por tração diagonal, onde V_c é a parcela de força cortante absorvida por mecanismos complementares ao de treliça e V_{sw} a parcela resistida pela armadura transversal.

Nesta tese V_{Rd3} é assumido como sendo igual a V_{sd} , já que o limite de V_{sd} é V_{Rd3} .

A NBR 6118 permite a utilização de dois modelos para o cálculo da armadura transversal. Estes modelos diferenciam entre si no que se refere à inclinação das diagonais de compressão. O modelo I aceita diagonais de compressão inclinadas de 45° (θ) em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, enquanto que o modelo II aceita inclinação entre 30° e 45° . Ademais, o modelo I admite que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independente de V_{sd} , ao passo que o modelo II admite que a parcela complementar V_c sofra redução com o aumento de V_{sd} .

Considerando-se que neste trabalho busca-se um modelo de dimensionamento simplificado, decidiu-se trabalhar, nesta tese, com o modelo I. Na verificação da compressão diagonal do concreto, V_{Rd2} é dada por

$$V_{Rd2} = 0,27 \alpha_{v2} f_c b_w d$$

$$\text{onde } \alpha_{v2} = (1 - f_c/250)$$

A armadura transversal (NBR 6118 - 17.4.2.2) é definida através da equação:

$$A_{sw}/s = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yw} \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

sendo que a armadura mínima (NBR 6118 -17.4.1.1.1) é igual a

$$A_{sw}/s = 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{yw}} b_w \cdot \sin \alpha$$

onde b_w é a menor largura da seção, compreendida ao longo da altura útil d .

Com as expressões acima, calculam-se as armaduras transversais em cada nó.

Armadura Transversal Usada

Os estribos e espaçamentos utilizados para as vigas, neste trabalho, encontram-se abaixo:

Bitola (mm)	5	5	6,3	6,3	8	8	10	10
Espaçamento (cm)	20	15	20	15	20	15	20	15

6.1.6 Volume de Aço da Viga

No cálculo do volume de aço da viga computa-se a armadura longitudinal, juntamente com os ganchos, e a armadura transversal. Este volume é calculado em função do valor de área de aço em cada nó. O volume final é dado pela soma dos volumes em cada elemento.

Volume de aço da armadura longitudinal

Determinadas as áreas de aço, em cada nó, na seguinte ordem: a) armadura de flexão necessária, simples ou dupla, b) acréscimo de área de aço, superior e inferior, devido ao aumento do esforço na armadura longitudinal após a formação de fissuras (decalagem), c) verificação da armadura de tração nas seções de apoio, d) escolha da armadura efetivamente usada, e) cálculo da armadura de pele, se necessário, e finalmente f) definição da armadura de montagem, pode-se calcular o volume de aço da viga.

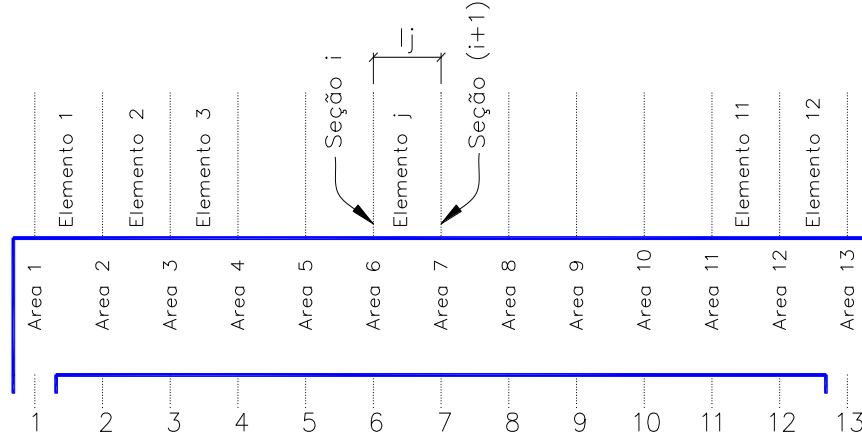
O volume da armadura de um elemento é o produto do comprimento do elemento pela média das áreas de aço de seus nós extremos. São incluídas regras de decisão para cobrimento de diagramas e comprimentos de ancoragens. O volume de aço da viga de concreto armado é dado pela soma do volume de cada elemento.

A Figura 6.14 ilustra uma viga dividida em 13 nós e 12 elementos. O volume de aço do elemento j , de comprimento l_j , é obtido com

$$V_{\text{elemento } j} = \frac{(Area_i + Area_{i+1})}{2} \cdot l_j ,$$

onde $Area_i$ é a área de aço total na seção i.

Figura 6.14 - Divisão de uma viga em elementos para determinação do volume de aço



Logo, o volume da armadura longitudinal de toda a viga é

$$V_{longitudinal} = \frac{Area_1 + Area_2}{2} l_1 + \frac{Area_2 + Area_3}{2} l_2 + \dots + \frac{Area_i + Area_{i+1}}{2} l_j + \dots + \frac{Area_{12} + Area_{13}}{2} l_{12}$$

Volume de aço da armadura dos ganchos

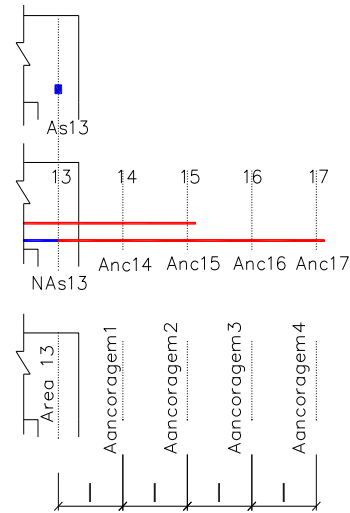
Para simular os ganchos utilizou-se um vetor com a área de ancoragem, em cada seção, e o volume de aço destes elementos (fictícios), situados além da seção do apoio, é calculado da mesma forma que é calculado na armadura longitudinal.

Abaixo, na Figura 6.15, encontra-se a Figura 6.12 parcialmente representada. Para esta viga, o volume de aço referente aos ganchos no apoio direito é:

$$V_{ganchos} = \frac{Area_{13} + A_{ancoragem.1}}{2} l_1 + \frac{A_{ancoragem.1} + A_{ancoragem.2}}{2} l_2 + \dots + \frac{A_{ancoragem.3} + A_{ancoragem.4}}{2} l_4$$

onde $A_{ancoragem.i}$ é a área de aço, na seção i (além do apoio), devido à ancoragem, e l_i é o comprimento do elemento i da viga.

Figura 6.15 - Viga da Figura 6.12 com as áreas de ancoragem em seções além do apoio



Volume de aço da armadura transversal

Para a armadura transversal, a média das áreas de dois nós extremos de um elemento indica a área necessária por metro. Esta média multiplicada pelo comprimento do elemento representa a área de armadura transversal necessária naquele elemento. No exemplo da viga da Figura 6.14 a área total da armadura transversal é obtida com a expressão abaixo.

$$A_{transversd} = \frac{A_{trans1} + A_{trans2}}{2} l_1 + \frac{A_{trans2} + A_{trans3}}{2} l_2 + \dots + \frac{A_{trans12} + A_{trans13}}{2} l_{12}$$

onde A_{transi} é a área de aço transversal por metro linear correspondente ao nó i e l_i é o comprimento do elemento i da viga.

O volume da armadura transversal é o produto desta área pelo comprimento do estribo. Como o estribo tem dois ramos, divide-se seu comprimento por dois:

$$V_{transversal} = A_{transversd} \cdot \frac{l_{estribo}}{2}$$

onde $l_{estribo}$ é o comprimento do estribo, que é dividido por 2 por possuir dois ramos.

Volume total de aço

O volume total de aço é dado por: $V_{total} = V_{longitudinal} + V_{ganchos} + V_{transversd}$

6.2 Metodologia para Dimensionamento de Lajes de Concreto Armado

No início deste item faz-se uma breve introdução do estudo de lajes e logo após inicia-se o dimensionamento do modelo da tese. Nesta tese foi desenvolvido um modelo de dimensionamento para lajes maciças analisadas com analogia de grelhas.

6.2.1 Definição

Os elementos estruturais são classificados em lineares e de superfície. Este último tipo de elemento se caracteriza por apresentar uma dimensão, geralmente chamada de espessura, “relativamente pequena em face das demais” (NBR 6118 – 14.4.2) e são divididos em elementos de superfície plana, que é o caso das placas e chapas, e elementos de superfície curva, denominados de cascas. As placas também são chamadas de lajes e uma de suas características é estarem sujeitas a um carregamento cujo plano de atuação é perpendicular à superfície. São também conhecidos como elementos bidirecionais, já que duas dimensões, a largura e o comprimento, apresentam a mesma ordem de grandeza e são consideravelmente maiores que a espessura.

As lajes recebem as diversas cargas que atuam na estrutura, como o peso de pessoas, móveis e veículos, a depender do uso da edificação, e as transmitem para as vigas, que por sua vez transmitem o carregamento para os pilares. Há tipos de construções onde as cargas das lajes são transmitidas diretamente para os pilares. As cargas nas lajes podem estar distribuídas em uma área, como a carga do piso, atuar em uma faixa linear, no caso das paredes, por exemplo, ou podem estar aplicadas pontualmente.

Estes elementos também servem como diafragmas que distribuem as forças horizontais, devidas ao vento, entre os pilares da estrutura e, nesse caso, as lajes assumem a função de chapas. Segundo a NBR 6118 (14.6.7.4), “a laje de um pavimento pode ser considerada como uma chapa totalmente rígida em seu plano, desde que não apresente grandes aberturas”. Para que esta função seja atendida, a norma brasileira também estabelece condições que se referem à relação entre os lados da laje. De acordo com Libânio e Razente, “o comportamento de chapa é fundamental para a estabilidade global da estrutura, principalmente nos edifícios altos” (86). Segundo Hennrichs (87), as placas se diferenciam pelas seguintes razões:

- Forma: podem ser poligonais ou circulares. Ademais, podem apresentar aberturas no interior.
- Apoios: há placas em balanço ou com apoios lineares, que é o caso daquelas apoiadas nos contornos ou contínuas com outras lajes. Estes apoios podem ser considerados simples ou engastados. Há ainda os apoios pontuais.

6.2.2 Tipos de Lajes

Existem alguns tipos de laje utilizados nas edificações e sua escolha depende de fatores econômicos, do projeto arquitetônico e das condições de segurança. Assim, os pisos das edificações são executados com lajes pré-moldadas ou moldadas in loco, com possibilidade de empregar-se concreto armado ou protendido e utilizando-se ou não vigas como apoios para lajes.

As lajes maciças são placas uniformes, compostas integralmente por concreto armado ou protendido, que se apoiam em vigas ou paredes. Há outro tipo de laje chamada de laje nervurada, formada por nervuras. Considerando-se que a resistência à tração do concreto é desprezada no dimensionamento dos elementos estruturais, imaginou-se retirar parte do concreto abaixo da linha neutra, utilizado para proteger a armadura, e concentrar as barras longitudinais em nervuras, as quais são intercaladas por sulcos no sentido longitudinal. A NBR 6118, no item 14.7.7, define este tipo de laje como lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos está localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte. Devido à redução do peso próprio, as lajes nervuradas são mais leves que as maciças e são empregadas geralmente para vencer grandes vãos.

Há casos nos quais as lajes não se apoiam em vigas, e sim diretamente nos pilares, denominadas de lajes-cogumelo ou apoiam-se em pilares com capitéis, que são as lajes lisas.

Lajes maciças

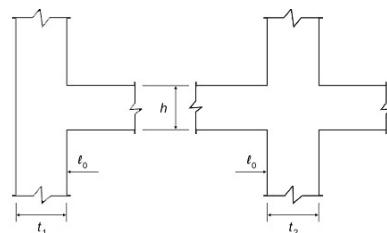
Estas lajes apoiam-se em vigas ou paredes e suas condições de vinculação, definidas para o cálculo dos esforços solicitantes e deformações, são o apoio simples, o engaste e o bordo livre. O apoio simples é considerado quando não existe laje vizinha ou quando não é permitido considerar vinculação com a mesma, caso de lajes rebaixadas em banheiros, por exemplo. Como geralmente as vigas apresentam baixa rigidez à torção, considera-se que estes elementos sofrem uma rotação juntamente com a laje. O engaste pode surgir entre duas lajes adjacentes ou na junção da laje com vigas de lajes em balanço, sendo que nestes casos não há rotação. Nos bordos livres não há apoio e consequentemente há deslocamento vertical.

De acordo com a NBR 6118 – 14.7.2.2, nas situações em que os apoios podem ser considerados suficientemente rígidos quanto à translação vertical, o vão efetivo é definido em função do vão livre, l_o , de acordo com a expressão abaixo:

$$l_{ef} = l_o + a_1 + a_2$$

onde l_o , a_1 e a_2 são as medidas ilustradas na Figura 6.16.

Figura 6.16 - Vão efetivo



Fonte: NBR 6118 - Figura 14.5

com a_1 compreendido entre $t_1/2$ e $0,3h$ e a_2 compreendido entre $t_2/2$ e $0,3h$. l_0 é a distância entre as faces de dois apoios consecutivos.

Nas lajes em balanço, o vão equivalente é o comprimento da extremidade do bordo livre até o centro do apoio.

As placas são analisadas admitindo-se as seguintes hipóteses (NBR 6118-14.7.1):

- as seções permanecem planas após a deformação;
- os elementos são representados por seu plano médio.

6.2.3 Métodos de Cálculo

Os esforços em placas podem ser calculados através do método clássico, que se baseia na teoria da elasticidade, ou também é possível usar o método de ruptura, fundamentado na teoria da plasticidade. No primeiro, a análise é feita com as cargas de serviço, e desconhecem-se as cargas de ruptura. Apresenta a desvantagem de não fornecer informações precisas sobre os deslocamentos, já que o concreto é considerado no estágio sem fissuras, porém os esforços são calculados com uma boa aproximação. No método da ruptura, o qual se baseia na teoria das charneiras plásticas, o material é considerado como perfeitamente plástico.

O método clássico, também conhecido como método elástico, baseia-se na teoria das placas delgadas, que é fundamentada nas hipóteses de Kirchhoff-Love (87).

- o material é elástico linear, isotrópico, ou seja, suas propriedades são iguais em todas as direções, e por questões de simplificação, é considerado homogêneo.
- a espessura da placa é pequena em relação às outras dimensões.
- as tensões normais à superfície são desprezíveis em comparação às demais tensões.
- não se consideram as deformações devido ao cisalhamento. Analogamente ao caso de viga, onde as seções planas permanecem planas após deformações, linhas retas, perpendiculares à superfície média, permanecem retas após as deformações.

- os deslocamentos verticais são pequenos e portanto, desprezados.

A partir da aplicação das equações de equilíbrio e das equações de compatibilidade de um elemento infinitesimal da placa, chega-se à equação de Lagrange, que é a equação diferencial fundamental das placas delgadas:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -\frac{p}{D} \quad (6.16)$$

onde,

w é o deslocamento vertical,

x e y são as coordenadas de um ponto qualquer,

p é a carga na placa e

D é a rigidez da placa, dada pela equação:

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (6.17)$$

sendo que E é o módulo de elasticidade e ν é o coeficiente de Poisson.

A solução analítica da equação diferencial da placa só é obtida para poucas situações de geometria e carregamento, então as séries de Fourier são empregadas para casos mais gerais. “Duas soluções são disponíveis: a solução de Navier e a solução de Lévy” (88). Os momentos fletores máximos, as reações e as flechas máximas de placas podem ser calculados com o auxílio de tabelas elaboradas em função das soluções em séries da equação diferencial fundamental das placas. Para sua utilização é necessário informar a geometria e as condições de vinculação da laje. José Milton Araujo (vol.2) usa, por exemplo, as tabelas de Kalmanok enquanto que Carvalho (82) disponibiliza os quadros elaborados em função das séries desenvolvidas por Bares.

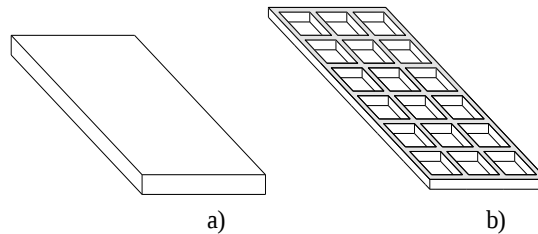
No cálculo dos esforços e flechas em lajes também se emprega o método aproximado de Marcus, que “é uma adaptação da denominada teoria das grelhas para o cálculo de placas” (88), os métodos numéricos (diferenças finitas e elementos finitos) e o método de grelha. Nesta tese, as lajes são modeladas como uma grelha, com elementos de barra.

6.2.4 Uso de Grelha no Cálculo de Placas

O estudo de placas com analogia de grelha consiste em modelar a laje com barras ortogonais entre si (Figura 6.17), de modo que o comportamento da laje possa ser bem representado com estes elementos. Estudos comprovam que isto é possível, apesar da propriedade bidirecional da placa e unidirecional das barras. A placa é substituída por uma malha de vigas com altura igual à espessura da laje, e tanto a laje como a malha

de vigas apresentam, aproximadamente, os mesmos momentos, fletores e torsões, esforços cortantes e flechas quando submetidas a um mesmo carregamento.

Figura 6.17 - a) Laje maciça; b) Grelha equivalente



Fonte: STRAMANDINOLI (82)

O carregamento vertical, distribuído na laje, pode ser representado de duas formas. O primeiro método consiste em aplicar a carga nos nós, que são os cruzamentos das barras ortogonais, de modo que a cada nó corresponda uma área equivalente da laje. Outra forma é atribuir às barras uma carga linearmente distribuída, em função da largura da barra, sem repetição do carregamento em barras horizontais e verticais. Nesta tese adota-se este último procedimento.

Segundo (87), algumas regras devem ser seguidas na definição da malha:

- a largura das barras não deve ser maior que $\frac{1}{4}$ do vão que lhe é perpendicular,
- as barras verticais e horizontais devem ter larguras aproximadamente iguais, para que a distribuição da carga seja uniforme.

Stramandinoli (89), através de exemplos numéricos, chega à conclusão que, ao contrário do que se poderia pensar, apesar do refinamento da malha não há uma convergência dos resultados obtidos. Semelhantemente, a pesquisa de Castro constata que “larguras de banda exageradamente pequenas apenas dificultam a definição da geometria da grelha, sem que os resultados aproximados obtidos melhorem significativamente de qualidade” (90). Além disso, ele explica que no caso de lajes comuns, é razoável definir a largura da viga da grelha como sendo de 1 metro.

Para cada barra é atribuída uma rigidez à flexão, $E.I$, e uma rigidez à torção, $G.J$. A rigidez à flexão da barra da grelha é dada por

$$EI = E \frac{bh^3}{12} \quad (6.18)$$

onde I é o momento de inércia, b é a largura da barra, h a altura da laje e E é o módulo de elasticidade. O módulo de elasticidade transversal do concreto é expresso pela equação

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (6.19)$$

em que ν é o coeficiente de Poisson.

A rigidez à torção, GJ , é alvo de análise de algumas pesquisas. De um modo geral, no cálculo de lajes representadas por uma grelha, o momento de inércia à torção (J) da seção transversal da barra é especificado com relação ao momento de inércia à flexão (I). Stramandinoli (89), citando Montoya (1973) e Hambly (1976), explica que estes autores propõem que se use o momento de inércia à torção da barra da grelha igual ao dobro do momento de inércia à flexão desta mesma barra, ou seja, $J=2I$.

Esta relação, $J=2I$, para as barras da grelha, pode ser deduzida a partir de algumas relações da teoria da elasticidade e de algumas hipóteses da teoria de placas finas de Kirchhoff. A partir da descrição do estado de tensões em um elemento infinitesimal em forma de paralelepípedo, estabelecem-se as relações entre deformações e deslocamentos. Associando-se a estas relações a Lei de Hooke, válida para materiais elásticos, é possível chegar à equação do momento torsor na placa por unidade de largura (88):

$$M_{xy} = -(1-\nu)D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6.20)$$

onde w é o deslocamento vertical e D , a rigidez à flexão da placa é expressa por

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (6.21)$$

Introduzindo-se D na equação do momento torsor M_{xy} , tem-se que

$$M_{xy} = \frac{-Eh^3}{12(1+\nu)} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6.22),$$

e substituindo-se E por $2G(1+\nu)$ chega-se a:

$$M_{xy} = -G \frac{h^3}{6} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (6.23)$$

Como a equação constitutiva que relaciona os momentos torsores, T , com as deformações por torção, Φ_t , é dada por $T = GJ\Phi_t$ (90), conclui-se que o momento de inércia J da barra da grelha, com $1m$ de largura é $J = h^3/6$. Comparando-se o momento de inércia à torção, J , com o momento de inércia à flexão por unidade de largura, $I = h^3/12$, constata-se então que J pode ser assumido como sendo o dobro de I .

Após o cálculo dos esforços na barra, como estes são definidos por unidade de largura, é necessário dividi-los pela largura da barra.

Stramandinoli (89), em sua Dissertação, analisou exemplos com diferentes refinamentos das malhas, algumas relações entre J e I , mais de uma geometria (relação entre os lados da laje) e condições de vinculação, e comparou os resultados com a teoria da elasticidade. Em alguns exemplos foi possível verificar que malhas mais refinadas não conduziram a resultados mais próximos da teoria da elasticidade e que as relações J/I têm influência diferenciada nos esforços e nas flechas. Castro (90), através de vários exemplos, nos quais estudou a influência da largura da barra e a influência do valor de J

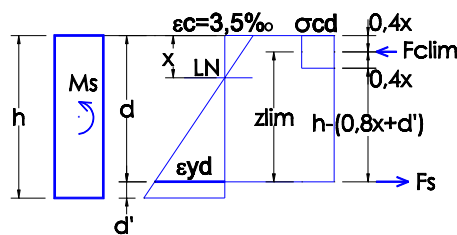
nos esforços e flechas, concluiu que, mesmo que em alguns casos ocorra melhoria dos resultados, não vale a pena trabalhar com pequenas larguras de barras, já que o volume de trabalho na definição da malha e na análise dos resultados não justificaria o pequeno ganho na precisão dos esforços e flechas. Na tese presente, a relação adotada entre o momento de inércia à torção e o momento de inércia à flexão para as barras da grelha é que J é igual ao dobro de I .

6.2.5 Dimensionamento das Armaduras

A armadura é calculada como uma viga de largura igual a $1m$ e altura igual à espessura da laje submetida à flexão normal simples. Como o dimensionamento é feito nos domínios 2 e 3, o momento limite entre os domínios 3 e 4 é calculado com o objetivo de compará-lo com o momento solicitante.

No limite entre os domínios 3 e 4 o concreto encontra-se com deformação de ruptura, de 3,5%, e o aço está com deformação, ε_{yd} , correspondente à tensão de escoamento, f_{yd} (Figura 6.18).

Figura 6.18 - Domínio de deformação no estado limite último. Limite entre domínios 3 e 4



onde:

A_s	Armadura longitudinal
F_c	Resultante de compressão no concreto
F_s	Força de tração na armadura longitudinal
M_s	Momento fletor solicitante
ε_c	Deformação do concreto
ε_y	Deformação do aço na tensão de escoamento
x	Profundidade da linha neutra (LN)
z	Braço de alavanca
b	Largura da seção transversal
h	Altura da seção transversal
d	Altura útil

Da Figura 6.18 conclui-se que

$$x = \frac{3,5}{3,5 + \varepsilon_{yd}} d \quad .(6.24)$$

ξ_{lim} é definido como sendo

$$\xi_{lim} = \frac{3,5}{3,5 + \varepsilon_y d} \quad (6.25)$$

e a relação entre x e ξ_{lim} é dada então por $x = \xi_{lim} \cdot d$. Considerando a força de compressão no concreto, que atua no centroide do retângulo e é expressa pela relação $F_{c_{lim}} = 0,8x \cdot b \cdot \sigma_{cd}$, o braço de alavanca z_{lim} , onde $z_{lim} = d - 0,4x$, e empregando-se o equilíbrio de momentos na seção, $M_{s_{lim}} = F_{c_{lim}} \cdot z_{lim}$, observa-se a relação

$$M_{d_{lim}} = 0,8xb(d - 0,4x)\sigma_{cd} \quad (6.26)$$

Definindo-se o momento limite reduzido (84) como

$$\mu_{lim} = \frac{M_{d_{lim}}}{bd^2\sigma_{cd}} \quad (6.27)$$

e substituindo-se x por $\xi_{lim} \cdot d$, obtém-se o momento limite reduzido em função apenas de ξ_{lim} , o qual depende somente do tipo de aço.

$$\mu_{lim} = 0,8\xi_{lim}(1 - 0,4\xi_{lim}) \quad (6.28)$$

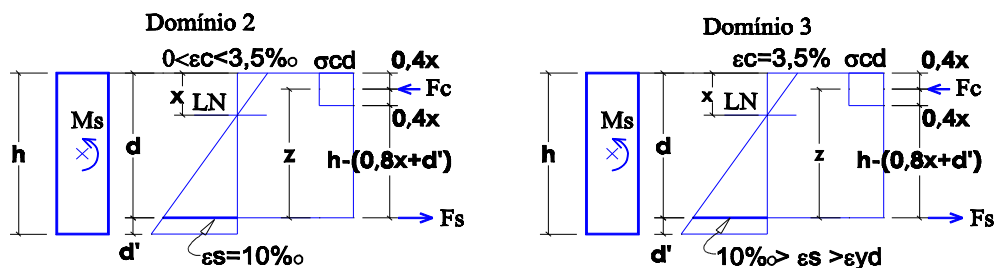
De forma análoga ao momento fletor reduzido, o momento fletor solicitante é dado por

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2\sigma_{cd}} \quad (6.29)$$

Se μ_{lim} for maior que μ , então é necessário aumentar a espessura da laje.

Após a comparação dos momentos adimensionais, limite e solicitante, e verificando-se que $\mu_{lim} < \mu$, calcula-se a armadura para flexão normal simples.

Figura 6.19 - Domínio de deformação no estado limite último. Domínios 2 e 3



Capítulo 6. Modelos de Dimensionamento

Observando-se a Figura 6.19 vê-se que nos domínios 2 e 3 o aço trabalha com a tensão de escoamento, f_{yd} , visto que sua deformação é maior ou igual à deformação ε_{yd} . A força de tração na armadura F_S é então igual a

$$F_S = A_S \cdot f_{yd} \quad (6.30)$$

e a força de compressão no concreto F_C é dada por $F_C = 0,8x.b.\sigma_{cd}$. Escrevendo o equilíbrio de momentos

$$M_S = F_C \cdot z \quad (6.31)$$

e substituindo-se F_C e z na equação acima, chega-se à expressão

$$M_d = 0,8xb(d - 0,4x)\sigma_{cd} \quad (6.32)$$

Com auxílio do momento adimensional (6.27) e definindo-se x como sendo igual a $\xi \cdot d$, é possível chegar à equação

$$\xi = 1,25 \left(1 - \sqrt{1 - 2\mu} \right) \quad (6.33)$$

Esta equação indica que a linha neutra está dentro da seção transversal (78).

Finalmente, para chegar à solução, falta empregar o equilíbrio de forças:

$$F_S = F_C \quad (6.34)$$

ou, substituindo-se as expressões das forças na equação acima

$$A_S \cdot f_{yd} = 0,8xb.\sigma_{cd} \quad (6.35)$$

e, usando a definição $x = \xi \cdot d$, encontra-se por fim a expressão para cálculo da área de aço em função de valores conhecidos no problema:

- largura da viga, que neste caso é uma faixa de 1m da laje,
- altura útil da laje,
- tensão de escoamento do aço,
- tensão de compressão no concreto, igual a 0,85 da resistência à compressão, e
- momento solicitante.

$$A_S = 0,8\xi bd \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}} \quad (6.36)$$

A área de aço é calculada para os momentos nas duas direções, x e y , positivos e negativos, se for o caso.

Lajes armadas em uma direção

Nos casos usuais de edificações, as lajes são retangulares. Nestas lajes, quando a relação entre o vão efetivo maior e o vão efetivo menor é maior ou igual a dois, diz-se que é o caso de uma laje armada em uma direção. Os momentos fletores na direção do menor vão, chamada de direção principal, são bem maiores que os momentos fletores na direção do maior vão e nesta direção adota-se uma armadura secundária, ou de distribuição.

Áreas de aço mínimas e máximas, diâmetro e espaçamento máximos

A NBR 6118, no item 19.3.3.2, determina valores mínimos de armadura passiva com o objetivo de melhorar “o desempenho e a ductilidade à flexão, assim como controlar a fissuração”. Estes valores encontram-se na Tabela 19.1 da Norma (Valores mínimos para armaduras passivas aderentes) e estão expostos abaixo, onde as áreas de aço são dadas em cm^2/m . Os valores de $\rho_{\min}$ encontram-se na Tabela 17.3 da Norma (Taxas mínimas de armadura de flexão para vigas).

- Área de aço mínima das armaduras positivas de lajes armadas em duas direções:

$$A_{s_{\min}} = 0,67 \rho_{\min} . A_c$$

- Área de aço mínima da armadura negativa:

$$A_{s_{\min}} = \rho_{\min} . A_c$$

- Área de aço mínima da armadura positiva (principal) de lajes armadas em uma direção:

$$A_{s_{\min}} = \rho_{\min} . A_c$$

- Armadura positiva (secundária) de lajes armadas em uma direção

Segundo a Tabela 19.1 (NBR 6118), a armadura secundária deve ser maior ou igual a:

- 20% da armadura principal

- $0,9 \text{ cm}^2/\text{m}$

- $0,5 \rho_{\min} A_c$

Para os valores máximos da armadura, a Norma determina, no item 19.3.3.3, que o valor máximo da armadura de flexão deve respeitar o limite dado em 17.3.5.2 e 17.3.5.3, que é de 8% da área de concreto.

Para que não se impeça o correto posicionamento da armadura na laje, a NBR 6118 (item 20.1) fixa o valor máximo de $h/8$ para os diâmetros das barras e espaçamento máximo de $2h$ ou 20 cm para as barras da armadura principal de flexão.

No caso de lajes armadas em uma direção, a armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, respeitando um espaçamento entre barras de, no máximo, 33 cm (NBR 6118 – 20.1)

Área de aço usada na armadura de flexão

Para a armadura na laje, tanto positiva como negativa, são utilizados neste trabalho barras de 6.3mm, 8mm, 10mm, 12.5mm, 16mm e 20mm e espaçamentos de 7.5cm, 10cm, 12.5cm, 15cm, 17.5cm e 20cm. Montou-se então uma matriz com áreas de aço (cm^2), onde as linhas e as colunas correspondem respectivamente aos diâmetros e aos espaçamentos anteriormente citados:

$$A = \begin{pmatrix} 4.27 & 3.20 & 2.56 & 2.13 & 1.83 & 1.60 \\ 6.67 & 5.00 & 4.00 & 3.33 & 2.86 & 2.50 \\ 10.67 & 8.00 & 6.40 & 5.33 & 4.57 & 4.00 \\ 16.53 & 12.40 & 9.92 & 8.27 & 7.09 & 6.20 \\ 26.67 & 20.00 & 16.00 & 13.33 & 11.43 & 10.00 \\ 41.87 & 31.40 & 25.12 & 20.93 & 17.94 & 15.70 \end{pmatrix}$$

A linha 3 juntamente com a coluna 4, por exemplo, corresponde à área de aço das barras de bitola iguais a 10mm espaçadas de 15cm. Faz-se uma verificação dos diâmetros máximos e espaçamentos máximos e elimina-se da matriz A as linhas e colunas com valores maiores que os permitidos em norma. Por exemplo, se acaso o diâmetro máximo permitido pela norma for 12.5mm, extrai-se de A as linhas 5 e 6, as quais correspondem a barras de 16mm e 20mm, e se o espaçamento máximo for 17.5cm, retira-se de A a coluna 6, que representa espaçamento de 20cm. Dos valores restantes na matriz, que para o exemplo citado seriam as áreas apresentadas nas linhas 1, 2, 3 e 4 e nas colunas 1, 2, 3, 4 e 5, busca-se aqueles maiores que a área de aço calculada e destes escolhe-se o menor valor, armazenando o diâmetro e o espaçamento correspondentes. Este procedimento é realizado para as armaduras positiva e negativa, nas duas direções.

De posse dos espaçamentos calcula-se o número de barras nas direções x e y , tanto para as armaduras negativas como positivas. As barras da armadura positiva estendem-se por todo o vão, tanto na direção x como na direção y , e o comprimento de ancoragem da armadura negativa é calculado de acordo com o indicado no item 9.4.2.4 da NBR 6118:

$$l_b = \frac{\phi}{4} \frac{f_y d}{f_b d}$$

Nesta tese, a armadura negativa estende-se na laje com um comprimento igual a 0,25 do menor vão, acrescido do comprimento de ancoragem mais o gancho.

6.2.6 Volume de Aço

Após as etapas anteriores, já conhecendo-se o número de barras positivas e negativas, caso estas existam, e seus respectivos diâmetros e comprimentos, é possível calcular o volume de aço de todas estas barras, o qual é dado por:

Nº de barras da armadura positiva na direção x	x	comprimento	das
barras x área das barras	+		
Nº de barras da armadura positiva na direção y	x	comprimento	das
barras x área das barras	+		
Nº de barras da armadura negativa na direção x	x	comprimento	das barras
x área das barras	+		
Nº de barras da armadura negativa na direção y	x	comprimento	das barras
x área das barras			

6.3 Metodologia para Dimensionamento de Pilares de Concreto Armado

Neste item são propostos roteiros de dimensionamento para pilares centrais, laterais e de canto. Nos subitens iniciais encontra-se uma introdução sobre excentricidade, efeitos de 2ª ordem e classificação dos pilares.

6.3.1 Definição

Segundo a NBR 6118 (item 14.4.1.2), pilares são “elementos lineares de eixo reto dispostos na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes”. As principais variáveis envolvidas no estudo dos pilares, de acordo com (86), são a posição do pilar em planta, o tipo de flexão que solicita o pilar, o tipo de esbeltez, as características geométricas e condições de contorno dos apoios e finalmente, o processo de cálculo adotado, que pode ser ou um método geral ou métodos simplificados.

6.3.2 Hipóteses Básicas

A NBR 6118, em seu item 17.2.2, determina que na análise dos esforços resistentes de uma seção de pilar, devem ser consideradas algumas hipóteses:

- a) as seções transversais se mantêm planas após deformação,
- b) a deformação das barras passivas deve ser igual à do concreto aderente,
- c) a distribuição de tensões no concreto se faz de acordo com o diagrama parábola-retângulo, com tensão de pico igual a 0,85 da resistência de cálculo do concreto.

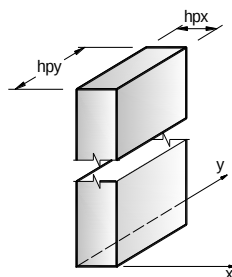
- d) a tensão nas armaduras deve ser obtida a partir dos diagramas tensão-deformação, com valores de cálculo definidos nos itens 8.3.6 e 8.4.5 da NBR 6118.
- e) o estado limite último é caracterizado quando a distribuição das deformações na seção transversal pertencer a um dos Domínios de deformação

Além das hipóteses listadas acima, a NBR 6118 também estabelece como hipótese básica, no que se refere à análise estrutural, que as condições de equilíbrio devem sempre ser obedecidas, porém deve-se observar quando se trata de teoria de 1ª ordem ou de teoria de 2ª ordem. No primeiro caso as equações de equilíbrio podem ser escritas em função da geometria indeformada da estrutura. No segundo caso isto não é possível, já que os deslocamentos alteram de maneira significativa os esforços internos.

Índice de esbeltez

O índice de esbeltez (λ) dos pilares é uma grandeza utilizada na análise dos efeitos de 2ª ordem. Ele depende das dimensões da seção transversal (Figura 6.20) e do comprimento de flambagem.

Figura 6.20 - Seção transversal de um pilar



De acordo com a NBR 6118, item 15.6, o comprimento de flambagem do pilar, ou comprimento equivalente, le , é o menor dos seguintes valores:

$$le = lo + h$$

$$le = l$$

onde:

lo é a distância entre as faces internas dos elementos estruturais, supostos horizontais, que vinculam o pilar;

h é a altura da seção transversal do pilar, medida no plano da estrutura em estudo;

l é a distância entre os eixos dos elementos estruturais aos quais o pilar está vinculado.

Com o comprimento de flambagem e as grandezas abaixo, é possível determinar o índice de esbeltez.

A_c Área da seção transversal do pilar

I_x Momento de inércia em torno do eixo y .

- I_y Momento de inércia em torno do eixo x.
 I_x Raio de giração na direção x.
 I_y Raio de giração na direção y.
 Λ_x Índice de esbeltez na direção x.
 Λ_y Índice de esbeltez na direção y.

$$A_c = h_x \times h_y \quad I_x = \frac{h_y \times h_x^3}{12} \quad I_y = \frac{h_x \times h_y^3}{12}$$

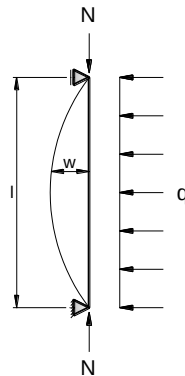
$$i_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_c}} \quad i_x = \frac{h_x}{\sqrt{12}} \quad i_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_c}} \quad i_y = \frac{h_y}{\sqrt{12}}$$

$$\lambda_x = \frac{l_{ex}}{i_x} \quad \lambda_x = \frac{l_{ex} \sqrt{12}}{h_x} \quad \lambda_y = \frac{l_{ey}}{i_y} \quad \lambda_y = \frac{l_{ey} \sqrt{12}}{h_y}$$

Efeitos de 1ª ordem e efeitos de 2ª ordem

O valor da flecha w em uma seção qualquer de um pilar de concreto armado, com seção transversal constante ao longo do eixo, submetido a uma força normal N e a uma carga distribuída transversal q (Figura 6.21), varia linearmente com a carga q , porém não varia linearmente em relação à força N . Esta não-linearidade é conhecida como não-linearidade geométrica e a teoria que trata deste assunto é conhecida como teoria de 2ª ordem.

Figura 6.21 - Flecha em um pilar com carga distribuída transversal e força normal de



Para pilares o equilíbrio de momentos fletores é escrito quando a estrutura está na situação deformada, diferentemente do caso de vigas, onde o equilíbrio de forças e momentos é descrito com a estrutura em sua posição indeformada. Denomina-se este último caso como teoria de 1ª ordem e os esforços são chamados de esforços de 1ª ordem. Devido ao efeito de 2ª ordem, os momentos fletores em uma seção do pilar são maiores que aqueles que surgiriam em uma viga de igual seção transversal ao pilar e submetida à mesma carga distribuída.

A NBR 6118, no item 15.2, descreve como efeitos de 2ª ordem aqueles que devem ser somados aos obtidos em uma análise de 1ª ordem. Aplica-se este procedimento quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada, diferentemente da análise de 1ª ordem, onde o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial. Este fenômeno causa equilíbrio instável no pilar e é conhecido como flambagem. Neste caso, não é possível aplicar a superposição de efeitos.

Efeitos locais de 2ª ordem surgem nas barras de uma estrutura, como um lance de pilar, por exemplo, onde os eixos das barras não se mantêm retilíneos. Já os efeitos globais de 2ª ordem referem-se aos esforços provocados em virtude dos deslocamentos horizontais dos nós da estrutura, que por sua vez surgem em função da ação de cargas verticais e horizontais (NBR 6118 – 15.4.1). Nas estruturas de nós fixos apenas a consideração dos efeitos globais é dispensada.

Efeitos globais de 2ª ordem

Com relação à determinação dos efeitos globais de 2ª ordem, a NBR 6118 (item 15.7.2) permite uma solução aproximada. O procedimento “consiste na avaliação dos esforços finais (1ª e 2ª ordem) a partir da majoração dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0,95 \gamma_z$ ”, onde γ_z é o coeficiente de avaliação da importância dos esforços de segunda ordem globais (NBR 6118 – 15.5.3) e deve apresentar valores menores que 1,3. Para estruturas reticuladas com no mínimo quatro andares, a não-linearidade física pode ser considerada de maneira aproximada na avaliação dos esforços globais de 2ª ordem.

É possível dispensar a consideração dos esforços globais de 2ª ordem (NBR 6118 - 15.5) a partir da verificação do parâmetro de instabilidade, α , da estrutura ou do coeficiente γ_z . Segundo Carvalho, o parâmetro α é utilizado para indicar se a estrutura é deslocável ou não-deslocável, ou seja, ele indica a susceptibilidade da estrutura à perda de estabilidade devido às ações horizontais (86). Ainda de acordo com este autor, o coeficiente γ_z estima o quanto os esforços de 2ª ordem são importantes com relação aos esforços de 1ª ordem. O processo aproximado de verificação da dispensa da consideração dos esforços globais de 2ª ordem através de γ_z é tratado no item 15.5.3 da NBR 6118. Este coeficiente é dado por

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}$$

onde:

$M_{1,tot,d}$ é a soma dos momentos de todas as forças horizontais em relação à base da estrutura e

$\Delta M_{1,tot,d}$ é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem.

Efeitos locais de 2ª ordem

A análise dos efeitos de 2ª ordem não pode ficar limitada aos esforços nas extremidades das barras (análise global). A NBR 6118 (item 15.7.4) determina que deve ser realizada uma análise dos efeitos locais ao longo dos eixos das barras comprimidas.

“Os elementos isolados, para fins de verificação local, devem ser formados pelas barras comprimidas retiradas da estrutura,..., porém aplicando-se às suas extremidades os esforços obtidos da análise global de 2ª ordem” (NBR 6118 - 15.7.4).

A NBR 6118 (item 15.8.2) permite que os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados sejam desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor limite λ_1 , calculado pela expressão:

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5e_1/h}{\alpha_b}, \text{ com } 35 \leq \lambda_1 \leq 90$$

λ_1 depende da excentricidade relativa de 1ª ordem e_1/h , da vinculação dos extremos da coluna isolada e da forma do diagrama de momentos de 1ª ordem.

O valor de α_b é calculado de acordo com os itens abaixo:

a) para pilares biapoiados sem cargas transversais

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40, \text{ sendo } 1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4 \text{ e } M_A \text{ e } M_B \text{ os momentos de 1ª ordem nos extremos}$$

do pilar.

b) para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura

$$\alpha_b = 1,0$$

c) para pilares em balanço

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85, \text{ sendo } 1,0 \geq \alpha_b \geq 0,85, M_A \text{ o momento de 1ª ordem no engaste e}$$

M_C o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

d) para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo $M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h)$, dado no item 11.3.3.4.3 da NBR 6118

$$\alpha_b = 1,0$$

Os efeitos locais de 2ª ordem são determinados através do método geral, usado obrigatoriamente quando o índice de esbeltez é maior que 140 ou através dos métodos aproximados, quando este índice é menor que 140. Conforme a NBR 6118 (item 15.8.3.2), o método geral “consiste na análise não-linear de 2ª ordem efetuada com

discretização adequada da barra, consideração da relação momento-curvatura real em cada seção, e consideração da não-linearidade geométrica de maneira não aproximada.”

Os métodos aproximados são: o método do pilar padrão com curvatura aproximada, o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada e o método do pilar padrão acoplado a diagramas M , N , $1/r$. O Quadro 6.1 apresenta um resumo dos métodos aproximados.

Quadro 6.1 - Casos onde os métodos aproximados podem ser empregados na determinação dos efeitos locais de 2ª ordem

MÉTODO APROXIMADO	Limite do índice de esbeltez	Seção transversal	Armadura	Não-linearidade geométrica	Não-linearidade física	Momento total máximo no pilar
Método do pilar-padrão com curvatura aproximada	$\lambda \leq 90$	Deve ser constante	Deve ser simétrica	É considerada de forma aproximada	É considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica	$M_{d,tot}$
Método do pilar-padrão com rigidez k aproximada	$\lambda \leq 90$	Deve ser retangular e constante	Deve ser simétrica e constante ao longo do eixo	É considerada de forma aproximada	É considerada através de uma expressão aproximada da rigidez	$M_{d,tot}$ Majoração do momento de 1ª ordem
Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M , N , $1/r$	“A determinação dos esforços locais de 2ª ordem em pilares com $\lambda \leq 140$ pode ser feita pelo método do pilar-padrão ou pilar-padrão melhorado, utilizando-se para a curvatura da seção crítica valores obtidos de diagramas M , N , $1/r$ específicos para o caso.” NBR 6118 - 15.8.3.3.4.					

Fonte: NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento

Os momentos máximos no pilar estão apresentados no Quadro 6.2.

Quadro 6.2 - Momento total máximo no pilar nos métodos aproximados

Método aproximado	Momento total máximo no pilar	
Método do pilar-padrão com curvatura aproximada	$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10r} \geq M_{1d,A}$	Curvatura na seção crítica: $1/r$ $\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}$
Método do pilar-padrão com rigidez k aproximada	$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 k/\nu}}$ $M_{d,tot} \geq M_{1d,A}$ e $M_{1d,min}$	Rigidez adimensional k $k = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h N_d} \right)$

Fonte: NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento

h , ν , $M_{1d,A}$ e α_b são definidos como:

h	ν	$M_{1d,A}$	α_b
Altura da seção na direção considerada	Força normal adimensional $\nu = N_{sd} / (A_c f_{cd})$	Valor de cálculo de 1ª ordem do momento M_A (momento de 1ª ordem no extremo do pilar). $M_{1d,A} \geq M_{1d,min}$	Calculado de acordo com os itens a) a d) acima.

Os métodos de determinação dos efeitos de 2ª ordem são empregados nos casos de flexocompressão normal e flexão composta oblíqua como mostra o Quadro 6.3.

Quadro 6.3 - Métodos de determinação dos efeitos locais de 2ª ordem

Tipo de flexão	Método
Flexocompressão normal	Método geral ou métodos aproximados
Flexocompressão oblíqua	“Quando a esbeltez de um pilar de seção retangular submetido à flexão composta oblíqua for menor que 90 ($\lambda < 90$) nas duas direções principais, pode ser aplicado o processo aproximado descrito no Método do pilar-padrão com rigidez k aproximada, simultaneamente em cada uma das duas direções. A amplificação dos momentos de 1ª ordem em cada direção é diferente, pois depende de valores distintos de rigidez e esbeltez.”. NBR 6118 - 15.8.3.3.5.

Fonte: NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto - Procedimento

A fluência é necessariamente analisada no caso de pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$. O Quadro 6.4 resume algumas considerações sobre efeitos de 1ª ordem e de 2ª ordem.

Quadro 6.4 - Teoria de 1ª ordem e teoria de 2ª ordem

Teoria de 1ª ordem	• Considera-se que há linearidade geométrica. • Mesmo em estrutura de nós fixos, os esforços de 1ª ordem, provocados pelas forças horizontais, são sempre ser calculados considerando-se a deslocabilidade da estrutura (91). • Em estruturas de nós fixos, efetuada “a análise linear (teoria de primeira ordem), considera-se cada pilar como uma barra isolada e articulada nas extremidades, onde são aplicados os esforços obtidos na análise linear” (91), pg.85. • Em estruturas de nós fixos, nas extremidades dos pilares consideram-se apenas os efeitos de 1ª ordem.
Teoria de 2ª ordem	• Não há linearidade geométrica. • “Efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos numa análise de primeira ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada”. NBR 6118 -15.2. • “Os efeitos de 2ª ordem, em cuja determinação deve ser considerado o comportamento não-linear dos materiais, podem ser desprezados sempre que não representem acréscimo superior a 10% nas reações e nas solicitações relevantes da estrutura.” NBR 6118 – 15.2. • “Sob a ação das cargas verticais e horizontais, os nós da estrutura deslocam-se horizontalmente. Os esforços de 2ª ordem decorrentes desses deslocamentos são chamados efeitos globais de 2ª ordem. Nas barras da estrutura, como um lance de pilar, os respectivos eixos não se mantêm retilíneos, surgindo aí efeitos locais de 2ª ordem”. NBR 6118 – 15.4.1. • “O fato de a estrutura ser classificada como sendo de nós fixos dispensa apenas a consideração dos esforços globais de 2ª ordem.” NBR 6118 – 15.6. O cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem pode ser feito pelo método geral ou por métodos aproximados (NBR 6118 – 15.8.3.1). “Os esforços locais de 2ª ordem em elementos isolados podem ser desprezados quando o índice de esbeltez for menor que o valor limite λ_1” . NBR 6118 – 15.8.2. Em estruturas de nós fixos, apenas os “esforços locais de segunda ordem é que podem ser obtidos na hipótese de que a estrutura é indeslocável”. (91), pg.85. • Em estruturas de nós fixos, os efeitos de 2ª ordem nos pilares são localizados. “Eles são considerados ou não, conforme o pilar seja classificado como esbelto, moderadamente esbelto ou curto.” (91), pg.84. • Araujo (91) analisa dois grupos de pilares, em função do índice de esbeltez: $\lambda \leq 90$: O pilar é curto ou moderadamente esbelto. Os efeitos locais de 2ª ordem são considerados através dos métodos aproximados ou do método geral. $90 < \lambda \leq 200$: O pilar é esbelto e é analisado através de processos rigorosos. A consideração da fluência é obrigatória.

Fonte: NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, Araujo(91)

Estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis

Segundo a NBR 6118, com relação à deslocabilidade dos nós, as estruturas são classificadas como de nós fixos e de nós móveis. Nas estruturas de nós fixos apenas os efeitos locais de 2ª ordem são considerados, porém, no caso das estruturas de nós móveis, não apenas os efeitos locais, mas também os globais de 2ª

ordem devem ser considerados no dimensionamento, visto que neste caso, tanto os efeitos da não-linearidade física como da não-linearidade geométrica não são desprezados.

- Estruturas de nós fixos: os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e os efeitos globais de 2ª ordem são inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem.
- Estruturas de nós móveis: os deslocamentos horizontais dos nós não são pequenos e os efeitos globais de 2ª ordem são superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem.

As estruturas possuem uma subestrutura de contraventamento, que têm como principal função resistir às ações horizontais (91). Se a rigidez deste contraventamento garantir que os deslocamentos horizontais são pequenos, então a estrutura é chamada de indeslocável ou de nós fixos.

Conforme explicam Carvalho e Pinheiro (86), no caso de estruturas de nós fixos, ocorrem em suas extremidades apenas os efeitos de primeira ordem, enquanto que nas estruturas consideradas de nós móveis deve-se considerar, em cada extremidade do pilar, os esforços obtidos na análise global.

O Quadro 6.5 apresenta um resumo das diferenças entre estruturas de nós fixos e estrutura de nós móveis, extraídas da Norma brasileira e da bibliografia adotada.

Quadro 6.5 - Diferenças entre estruturas de nós fixos e estruturas de nós móveis

	Estrutura indeslocável ou de nós fixos	Estrutura deslocável ou de nós móveis
Deslocamentos horizontais	São pequenos	Não são pequenos e podem acarretar uma instabilidade global.
Esforços solicitantes	Mesmo em estrutura de nós fixos, os esforços de primeira ordem, provocados pelas forças horizontais, são sempre calculados considerando-se a deslocabilidade da estrutura (91). Em estruturas de nós fixos, apenas os “esforços locais de segunda ordem é que podem ser obtidos na hipótese de que a estrutura é indeslocável. Assim, efetuada a análise linear (teoria de primeira ordem), considera-se cada pilar como uma barra isolada e articulada nas extremidades, onde são aplicados os esforços obtidos na análise linear” (91).	Sob a ação de forças horizontais, a estrutura é sempre calculada como deslocável. NBR 6118 – 15.6. Nas extremidades dos pilares consideram-se os esforços nodais obtidos na análise global.
Linearidade física e geométrica	Considera-se que há linearidade geométrica. “Como uma aproximação, despreza-se, também, a não-linearidade física.” (91).	Na análise estrutural de estruturas de nós móveis, devem ser obrigatoriamente considerados os efeitos da não-linearidade geométrica

		e da não-linearidade física. NBR 6118 – 15.7.1.
Comprimento de flambagem	“O comprimento de flambagem, l_e , é sempre inferior ao comprimento real, l , e depende do grau de engastamento” (91). Os pilares são considerados como elementos isolados.	“O comprimento de flambagem é maior do que o comprimento real do pilar” (91).
Efeitos de 1ª ordem	Nas extremidades dos pilares consideram-se apenas os efeitos de 1ª ordem.	São acrescidos dos efeitos de 2ª ordem.
Efeitos de 2ª ordem	São considerados apenas os efeitos de 2ª ordem locais (NBR 6118 – 15.4.2). Os efeitos de 2ª ordem nos pilares são localizados. “Eles são considerados ou não, conforme o pilar seja classificado como esbelto, moderadamente esbelto ou curto.” (91).	Nessas estruturas devem ser considerados tanto os esforços de 2ª ordem globais como os locais e localizados. NBR 6118 -15.4.2.
Efeito global de 2ª ordem	Não há esforços de 2ª ordem globais significativos. São inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem (NBR 6118 – 15.4.2). O fato de a estrutura ser classificada como sendo de nós fixos dispensa apenas a consideração dos esforços globais de 2ª ordem. NBR 6118 – 15.6. Nessas estruturas, basta considerar os efeitos locais e localizados de 2ª ordem. NBR 6118 – 15.4.2.	Os efeitos globais de 2ª ordem são importantes. São superiores a 10% dos respectivos esforços de 1ª ordem (NBR 6118 – 15.4.2).

Fonte: NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto – Procedimento, Araujo (91)

6.3.3 Classificação dos Pilares quanto à Esbeltez

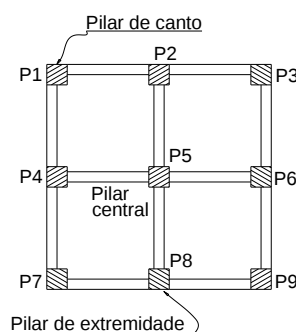
Os pilares são classificados em função da relação entre seu índice de esbeltez λ e o índice λ_1 , o qual é calculado no item 15.8.2 da NBR 6118 e depende da excentricidade relativa de 1ª ordem, da vinculação dos extremos da coluna isolada e da forma do diagrama de momentos de 1ª ordem. λ_1 é limitado ao valor mínimo de 35 e máximo de 90. Com relação à esbeltez, os pilares são denominados de:

- pilar curto, quando $\lambda < \lambda_1$.
- os esforços solicitantes calculados considerando a estrutura na situação indeformada (teoria de 1ª ordem) são praticamente iguais aos calculados considerando a situação deformada da estrutura (teoria de 2ª ordem).
- não é necessário considerar os efeitos de 2ª ordem.
- pilar medianamente ou moderadamente esbelto, quando $\lambda_1 < \lambda \leq 90$.
- os efeitos de 2ª ordem não podem ser desprezados, mas podem ser calculados através de métodos aproximados.
- pilar esbelto, quando $90 < \lambda \leq 200$.
- os efeitos de 2ª ordem não podem ser desprezados e não podem ser calculados através de métodos aproximados. As não-linearidades física e geométrica devem ser consideradas.

6.3.4 Classificação dos Pilares com Relação à Posição em Planta

Em uma planta-baixa, os pilares podem localizar-se em três posições: na parte interna do pavimento, quando recebem o nome de pilar central ou intermediário, ou nas extremidades do pavimento. Se o pilar estiver na borda do pavimento, mas não encontrar-se nos cantos, ele é chamado de pilar lateral ou de extremidade, caso contrário, se o pilar localizar-se nos cantos da planta-baixa, ele é chamado de pilar de canto (Figura 6.22).

Figura 6.22 - Tipos de pilares com relação à posição em planta



Fonte: Adaptação de CARVALHO (86) e ARAUJO ((91)

Em função da posição do pilar, ele é submetido a diferentes solicitações. O pilar central P5 serve de apoio intermediário às vigas, e os momentos que estas lhe transmitem podem ser desprezados. Neste caso então, este pilar está submetido a compressão centrada. Acontece porém que a força de compressão pode não estar aplicada exatamente no eixo do pilar. Antevendo este fato, a NBR admite, para todos os

casos de posição de pilares, haver uma excentricidade accidental. Sendo assim, considera-se que nos pilares centrais atue uma flexão composta normal. Os pilares laterais ou de extremidade (P2, P4, P6 e P8) recebem as vigas das bordas do pavimento, e como há continuidade da viga, despreza-se o momento transmitido por esta. Ademais, estes pilares recebem uma viga perpendicular à extremidade, a qual lhe transmite momento fletor. Logo, os pilares laterais estão submetidos à flexão composta normal. No último caso, nos pilares de canto (P1, P3, P7 e P9), as vigas que chegam a estas peças não têm continuidade em nenhuma direção, surgem então nos pilares momentos em duas direções, o que caracteriza a flexão composta oblíqua. O Quadro 6.6 apresenta um resumo das características dos pilares no que se refere à posição em planta.

Quadro 6.6 - Classificação dos pilares quanto à posição em planta

PILARES CENTRAIS OU INTERMEDIÁRIOS	PILARES LATERAIS OU DE EXTREMIDADE	PILARES DE CANTO
• Localizam-se no interior do edifício •Estão submetidos a flexão composta normal	• Localizam-se nas bordas do edifício •Estão submetidos a flexão composta normal	• Localizam-se nos cantos do edifício •Estão submetidos a flexão composta oblíqua

Fonte: Carvalho (86)

6.3.5 Tipos de Excentricidades

A força de compressão atuante em um pilar pode estar distante do seu centro devido a um desvio do eixo da peça, por exemplo, ou devido ao efeito de flambagem. Se esta força estiver sendo aplicada em um dos eixos de simetria da seção transversal, o pilar está submetido a uma flexão composta normal, mas se a força estiver em um ponto qualquer da seção, surge a flexocompressão oblíqua. As excentricidades levadas em consideração no dimensionamento de pilares são classificadas em inicial, de forma, accidental, mínima, de 2ª ordem e suplementar.

O Quadro 6.7 esclarece os casos onde devem ser aplicadas as excentricidades.

Quadro 6.7 - Tipos de excentricidades e aplicação

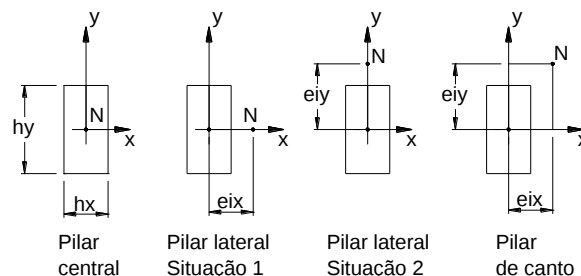
Excentricidade	Símb.	Aplicação		
Inicial	e_i	Pilar central $e_i = 0$	Pilar lateral e_{ix} ou $e_{iy} \neq 0$	Pilar de canto $e_{ix} \neq 0$ e $e_{iy} \neq 0$
De forma	e_f	$e_f = 0$ quando há viga capaz de absorver momento		$e_f \neq 0$ quando não há viga capaz de absorver momento
Acidental	e_a	Considerar sempre ou então $e_{1d,min}$		
Mínima	$e_{1d,min}$	Quando maior, considerar no lugar de e_a ou de e_1 (primeira ordem)		
De segunda ordem	e_2	$e_2 = 0$ para $\lambda \leq \lambda_1$		$e_2 \neq 0$ para $\lambda > \lambda_1$
Suplementar (fluência)	e_c	$e_c = 0$ para $\lambda \leq 90$		$e_c \neq 0$ para $\lambda > 90$

Fonte: Carvalho (80), Tabela 5.3, pg. 336

EXCENTRICIDADE INICIAL e_i

Surge devido ao fato de que o pilar está submetido a um momento fletor inicial, transmitido pelas vigas. Este momento não é significativo nos pilares centrais. A excentricidade inicial é verificada nas duas direções perpendiculares, x e y, nos pilares de canto. Já nos pilares laterais, não ocorrem excentricidades iniciais simultaneamente nas duas direções (Figura 6.23).

Figura 6.23 - Excentricidade inicial em pilares central, lateral e de canto



Fonte: Adaptação de CARVALHO (86) e ARAUJO ((91)

Este tipo de excentricidade ocorre independentemente da classificação do pilar com relação à esbeltez e são calculadas dividindo-se os momentos nas ligações viga-pilar pela força normal atuante:

$$e_{ix} = \frac{M_x}{N} \quad \text{e} \quad e_{iy} = \frac{M_y}{N}$$

EXCENTRICIDADE DE FORMA e_f

Surge quando o eixo da viga não coincide com o eixo do pilar. Em algumas situações essa excentricidade pode ser absorvida por outra viga.

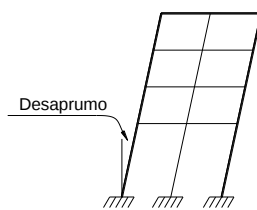
EXCENTRICIDADE ACIDENTAL e_a

Os pilares, além das ações de compressão, que são as principais, também estão submetidos a ações permanentes decorrentes de imperfeições geométricas, como por exemplo, dimensões da seção transversal. De acordo com a NBR 6118 (item 11.3.3.4) estas imperfeições devem ser consideradas na verificação do estado limite último. Conforme Carvalho, “muitas dessas imperfeições podem ser cobertas apenas pelos coeficientes de ponderação, mas as imperfeições dos eixos das peças, não. Elas devem ser explicitamente consideradas, porque têm efeitos significativos sobre a estabilidade da construção.” (86). As imperfeições geométricas do eixo das peças estruturais sem carregamento são divididas em imperfeições globais e imperfeições locais.

Imperfeições globais

Referem-se aos desaprumos dos elementos verticais que se verifica na análise global da estrutura (Figura 6.24).

Figura 6.24 - Imperfeições geométricas globais



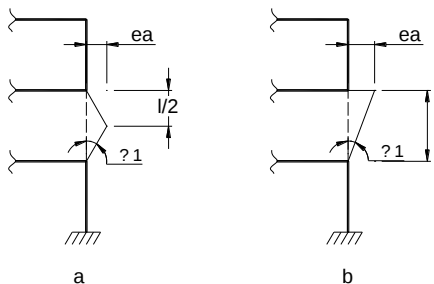
Fonte: NBR 6118. Adaptação da Figura 11.1

Imperfeições locais

No caso de verificação local, ou seja, em um lance de pilar, além da falta de desaprumo do eixo do pilar considera-se também a falta de retilineidade deste eixo (Figura 6.25). Porém a NBR 6118 (item 11.3.3.4.2) admite, para os casos usuais, que apenas a consideração da falta de retilineidade seja suficiente.

Figura 6.25 - Imperfeições geométricas locais.

a) Falta de retilineidade do pilar. b) Desaprumo do pilar



Fonte: NBR 6118. Adaptação da Figura 11.2

O desaprumo de um elemento vertical, Θ_1 , é dado por $\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{l}}$ e limitado pelos valores $\theta_{1\min} \leq \theta_1 \leq \theta_{1\max}$, onde:

$\theta_{1\min} = 1/300$ para imperfeições locais e $\theta_{1\max} = 1/200$

A excentricidade acidental é expressa pela equação $e_a = \theta_1 l / 2$

Substituindo-se $\Theta_{1\max}$ na expressão acima, chega-se ao valor de e_a :

$$e_a = \frac{l}{400}$$

A NBR 6118, no item 11.3.3.4.3, permite que o efeito das imperfeições locais nos pilares possa ser substituído em estruturas reticuladas pela consideração do momento mínimo de 1ª ordem:

$$M_{1d,\min} = N_d (0,015 + 0,03h)$$

onde h , dado em metros, é a altura da seção transversal na direção considerada.

A excentricidade de 1ª ordem mínima é então $e_{1,\min} = 1,5 + 0,03h$, onde h e $e_{1,\min}$ estão em centímetros.

EXCENTRICIDADE DE SEGUNDA ORDEM e_2

A flambagem causa no pilar uma deformação e seu efeito é conhecido como teoria de 2ª ordem. A NBR 6118 leva em consideração esse efeito com a introdução, no dimensionamento de pilares, de uma excentricidade, chamada de excentricidade de 2ª ordem. Alguns métodos aproximados são adotados na simulação do efeito causado pela flambagem. De acordo com Araujo (91), geralmente admite-se uma configuração deformada para o eixo do pilar e o valor da curvatura última da seção mais solicitada é arbitrado. O efeito de 2ª ordem pode ser simplificado a depender da esbeltez do pilar. No método do pilar padrão com curvatura aproximada, apresentado no item 15.8.3.3.2 da NBR 6118, a excentricidade de 2ª ordem é:

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \quad (6.37)$$

sendo $1/r$ a curvatura na seção crítica, que pode ser calculada pela expressão

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \quad (6.38)$$

onde h é a altura da seção e v é a força normal adimensional.

EXCENTRICIDADE SUPLEMENTAR e_c

Esta excentricidade é obrigatória para pilares com índice de esbeltez $\lambda > 90$, e introduzida no dimensionamento dos pilares esbeltos para considerar a fluência.

No Quadro 6.8 encontram-se as principais excentricidades para pilares curtos e medianamente esbeltos.

Quadro 6.8 - Características das principais excentricidades em pilares curtos e moderadamente esbeltos

TIPOS DE EXCENTRICIDADES		
INICIAL	ACIDENTAL	DE SEGUNDA ORDEM
• e_{ix}, e_{iy} • Ocorre em pilares laterais e de canto. • Pilares laterais: e_{ix} ou e_{iy} • Pilares de canto: e_{ix} e e_{iy} • $e_{ix} = M_x/N$ • $e_{iy} = M_y/N$	• Ocorrem devido às imperfeições geométricas (NBR6118 11.3.3.4). • Ocorrem em pilares centrais, laterais e de canto. • $e_a = \theta_1 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)$ • $\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{l}} \geq \theta_{1min}$ • $\theta_{1max} = \frac{1}{200}$ • Adotando o valor máximo para θ_1: $e_a = le/400$. • A excentricidade acidental (e_a) deve ser adicionada à inicial (e_i), quando houver esta. • O efeito das imperfeições locais pode ser substituído pelo momento mínimo de 1ª ordem $M_{1d,min} = N_d(0,015 + 0,03h)$	• Ocorre em pilares centrais, laterais e de canto. • $e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h}$ • Método do pilar padrão com curvatura aproximada NBR6118 15.8.3.3.2

Fonte: Araujo (91) e Carvalho (86)

O Quadro 6.9 apresenta um resumo das principais excentricidades consideradas no dimensionamento de pilares curtos e moderadamente esbeltos com as respectivas situações de uso.

Quadro 6.9 - Resumo do emprego das excentricidades

Excentricidade	Situações para uso	Expressões		
Acidental e_a	Todas	Seção extrema $e_a = \theta_1 \cdot l$ Se $\theta_{1max} = \frac{1}{200}$ então $e_{amax} = \frac{l}{200}$	Seção intermediária $e_a = \theta_1 \cdot \left(\frac{l}{2}\right)$ Se $\theta_{1max} = \frac{1}{200}$ Então $e_{amax} = \frac{l}{400}$	$\theta_1 = \frac{1}{100 \cdot \sqrt{l}}$ $\leq \frac{1}{200}$
Mínima $e_{1,min}$	Todas, se maior que imperfeições geométricas ou de primeira ordem	$e_{1,min} = 0,015 + 0,03 \cdot h$ (h em m)		
Segunda ordem e_2	Sempre que $\lambda > \lambda_1$	$\lambda_1 < \lambda < 90$ $e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h}$	$90 \leq \lambda < 140$ $e_2 = \frac{l_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}$ Gráficos $N, l/r, M$	$90 \leq \lambda < 140$ Processo geral
Inicial e_i	Pilares laterais e de canto	Pilar lateral $e_i = \frac{M_i}{N}$	Pilar de canto $e_{ix} = \frac{M_{ix}}{N}$ $e_{iy} = \frac{M_{iy}}{N}$	Seções intermediárias $e_i^* = \alpha_b \cdot e_i$
Suplementar e_{cc}	Sempre que $\lambda > 90$			

Fonte: Carvalho (86), Tabela 5.4,

6.3.6 Dimensionamento de Pilares de Concreto Armado

O dimensionamento de pilares desenvolvido neste trabalho baseia-se, principalmente, na metodologia apresentada em (91). Cada tipo de pilar – central, lateral e de canto - é analisado separadamente.

Após a análise do pórtico, já de posse dos esforços solicitantes nos pilares e tendo-se calculado os comprimentos de flambagem nas direções x e y , parte-se então para o cálculo das excentricidades.

Cálculo das excentricidades

Como visto anteriormente, há mais de um tipo de excentricidade a ser levada em conta no dimensionamento de pilares e a consideração delas depende, entre outros fatores, da posição do pilar. Neste trabalho serão dimensionados pilares curtos e moderadamente esbeltos, que são os de ocorrência mais comum, ou seja, não será considerado o caso de pilares com índices de esbeltez maiores que 90,

PILAR CENTRAL OU INTERMEDIÁRIO

Para os pilares situados no interior da planta, nos cruzamentos das vigas, considera-se que os mesmos estão submetidos, a princípio, a uma compressão centrada. Assume-se a hipótese de que as rotações das vigas nas ligações com os pilares são pequenas e consequentemente os momentos podem ser desprezados. Visto isso, admite-se que as excentricidades iniciais, nas direções x e y, são iguais a zero:

$$e_{ix} = 0 \quad e_{iy} = 0$$

Apesar de que inicialmente foi dito que estes pilares devem resistir a uma compressão centrada, na verdade eles são examinados do ponto de vista de que também estão sujeitos a uma flexão normal composta. Esta por sua vez, levada em conta em decorrência da excentricidade acidental, a qual é dada pelas expressões:

$$e_{ax} = \frac{l_{ex}}{400} \quad \text{e} \quad e_{ay} = \frac{l_{ey}}{400}$$

sendo e_{ax} a excentricidade acidental na direção x e e_{ay} a excentricidade acidental na direção y.

A excentricidade mínima, estabelecida no item 11.3.3.4.3 da NBR 6118 é expressa por:

$$e_{1s,\min} = 1,5 + 0,03h_x \quad e_{1y,\min} = 1,5 + 0,03h_y$$

onde $e_{1x,\min}$ é a excentricidade mínima na direção x e $e_{1y,\min}$ é a excentricidade mínima na direção y.

Então, se a excentricidade acidental é menor que a mínima, assume-se que a excentricidade de 1ª ordem (e_1) é igual à mínima, caso contrário, a excentricidade de 1ª ordem é igual à acidental.

A excentricidade de 2ª ordem é calculada com a expressão fornecida pelo método aproximado – Método do pilar padrão com curvatura aproximada – visto na NBR 6118 no item 15.8.3.3.2.:

$$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10 h_x} \frac{0,005}{(\nu + 0,5)} \quad e_{2y} = \frac{l_{ey}^2}{10 h_y} \frac{0,005}{(\nu + 0,5)}$$

onde e_{2x} é a excentricidade de 2ª ordem na direção x e e_{2y} é a excentricidade de 2ª ordem na direção y.

Finalmente, a excentricidade total e_x , na direção x, e a excentricidade total e_y , na direção y, são dadas pela soma da excentricidade de 1ª ordem e da excentricidade

de 2ª ordem. O Quadro 6.10 apresenta um roteiro para o cálculo das excentricidades, nas direções x e y, em um pilar central.

Quadro 6.10 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar central

Tipo de excentricidade	Excentricidade na direção x 1ª situação de cálculo	Excentricidade na direção y 2ª situação de cálculo
Inicial	$e_{ix} = 0$	$e_{iy} = 0$
Acidental	$e_{ax} = l_{ex}/400$	$e_{ay} = l_{ey}/400$
Mínima	$e_{1x,min} = 1,5 + 0,03h_x$	$e_{1y,min} = 1,5 + 0,03h_y$
1º ordem	Se $e_{ix} + e_{ax} < e_{1x,min}$, então $e_{1x} = e_{1x,min}$ Caso contrário $e_{1x} = e_{ix} + e_{ax}$	Se $e_{iy} + e_{ay} < e_{1y,min}$, então $e_{1y} = e_{1y,min}$ Caso contrário $e_{1y} = e_{iy} + e_{ay}$
2º ordem	$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_x}$	$e_{2y} = \frac{l_{ey}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_y}$
Total	$e_x = e_{1x} + e_{2x}$	$e_y = e_{1y} + e_{2y}$

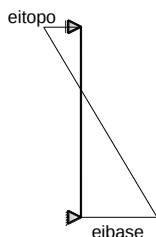
Fonte: Araujo (91)

As áreas de aço longitudinais são calculadas para as duas situações de cálculo, As_x e As_y , com as excentricidades e_x e e_y , respectivamente. Utiliza-se a maior área.

PILAR LATERAL OU DE EXTREMIDADE

Quando o pilar se encontra na borda do pavimento, porém não está no canto do edifício, ele apresenta excentricidade inicial apenas em uma direção, naquela perpendicular à borda. Segundo Araujo (91), o dimensionamento deve ser realizado para uma seção intermediária e para a seção da extremidade, superior ou inferior, que apresentar maior excentricidade. Isto porque não se sabe qual seção do pilar está submetido ao maior momento (Figura 6.26).

Figura 6.26 - Excentricidades iniciais nas seções extremas de um pilar



Tomando como exemplo o caso de um pilar que se encontra em uma borda do pavimento paralela ao eixo x, a excentricidade inicial na direção x (e_{ix}) é igual a zero. Neste caso, as excentricidades iniciais no topo e na base do pilar, na direção y, são expressas por:

$$e_{iy,topo} = \frac{M_{topo}}{N} \text{ e } e_{iy,base} = \frac{M_{base}}{N}$$

Trabalha-se com a maior destas duas excentricidades. Nas expressões acima M_{topo} e M_{base} são os momentos no topo e na base do pilar, respectivamente, em torno do eixo x.

No caso da excentricidade inicial na seção intermediária, a mesma deve ser escolhida dentre o maior dos valores:

$$e_{iy,interm} \geq \{0,6e_{i,topo} + 0,4e_{i,base}\} \text{ e } e_{iy,interm} \geq \{0,4e_{i,topo}\}$$

As excentricidades acidentais são dadas pelas expressões abaixo:

$$e_{ax} = \frac{lex}{400} \text{ e } e_{ay} = \frac{ley}{400}$$

A excentricidade mínima é verificada tanto na direção x como na direção y, sendo que na direção y ela deve ser atendida tanto na seção da extremidade como na seção intermediária.

As excentricidades de 2ª ordem são calculadas nas duas direções:

$$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10 h_x (\nu + 0,5)} \frac{0,005}{h_x} \text{ e } e_{2y} = \frac{l_{ey}^2}{10 h_y (\nu + 0,5)} \frac{0,005}{h_y}$$

No Quadro 6.11 e no Quadro 6.12 pode-se acompanhar o cálculo das excentricidades em um pilar de extremidade. No Quadro 6.11 encontra-se o caso da posição do pilar em uma borda paralela ao eixo x, enquanto que no Quadro 6.12 aborda-se o caso da posição do pilar em uma borda paralela ao eixo y.

Capítulo 6. Modelos de Dimensionamento

Quadro 6.11 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar lateral situado em uma borda do pavimento paralela ao eixo x

Tipo de excentricidade	Excentricidade na direção x 1ª situação de cálculo	Excentricidade na direção y 2ª situação de cálculo
Inicial	$e_{ix} = 0$	Seção de extremidade: $e_{iytopo} = M_{iytopo}/N$ e $e_{iybase} = M_{iybase}/N$ Escolhe-se a maior excentricidade (e_{iytopo} ou e_{iybase}) para ser $e_{iy,ext}$ Seção intermediária: $e_{iy,int} \geq \{0,6e_{i,topo} + 0,4e_{i,base}\}$ e $e_{iy,int} \geq \{0,4e_{i,topo}\}$ Escolhe-se a maior $e_{iy,int}$
Acidental	$e_{ax} = l_{ex}/400$	$e_{ay,ext} = l_{ex}/200$ e $e_{ay,int} = l_{ex}/400$
Mínima	$e_{1x,min} = 1,5 + 0,03h_x$	$e_{1y,min} = 1,5 + 0,03h_y$
1º ordem	Se $e_{ix} + e_{ax} < e_{1x,min}$ $e_{1x} = e_{1x,min}$ Caso contrário $e_{1x} = e_{ix} + e_{ax}$	Seção de extremidade: Se $e_{iy,ext} + e_{ay,ext} < e_{1y,min}$ adota-se $e_{1y,ext} = e_{1y,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1y,ext} = e_{iy,ext} + e_{ay,ext}$ Seção intermediária: Se $e_{iy,int} + e_{ay,int} < e_{1y,min}$ adota-se $e_{1y,int} = e_{1y,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1y,int} = e_{iy,int} + e_{ay,int}$
2º ordem	$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_x}$	$e_{2y} = \frac{l_{ey}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_y}$
Total	$e_x = e_{1x} + e_{2x}$	Seção de extremidade: $e_y = e_{1y,ext} + e_{2y}$ Seção intermediária: $e_y = e_{1y,int} + e_{2y}$ Escolhe-se a maior excentricidade e_y

Fonte: Araujo (91)

Quadro 6.12 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar lateral situado em uma borda do pavimento paralela ao eixo y

Tipo de excentricidade	Excentricidade na direção x 1ª situação de cálculo	Excentricidade na direção y 2ª situação de cálculo
Inicial	Seção de extremidade: $e_{ixtopo} = M_{ixtopo}/N$ e $e_{ixbase} = M_{ixbase}/N$ Escolhe-se a maior excentricidade (e_{ixtopo} ou e_{ixbase}) para ser $e_{ix,ext}$ Seção intermediária: $e_{ix,int} \geq \{0,6e_{i,topo} + 0,4e_{i,base}\}$ e $e_{ix,int} \geq \{0,4e_{i,topo}\}$ Escolhe-se a maior $e_{ix,int}$	$e_{iy} = 0$
Acidental	$e_{ax,ext} = l_{ex}/200$ e $e_{ax,int} = l_{ex}/400$	$e_{ay} = l_{ey}/400$
Mínima	$e_{1x,min} = 1,5 + 0,03h_x$	$e_{1y,min} = 1,5 + 0,03h_y$

1º ordem	Seção de extremidade: Se $e_{ix,ext} + e_{ax,ext} < e_{1x,min}$ adota-se $e_{1x,ext} = e_{1x,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1x,ext} = e_{ix,ext} + e_{ax,ext}$ Seção intermediária: Se $e_{ix,int} + e_{ax,int} < e_{1x,min}$ adota-se $e_{1x,int} = e_{1x,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1x,int} = e_{ix,int} + e_{ax,int}$	Se $e_{iy} + e_{ay} < e_{1y,min}$ $e_{1y} = e_{1y,min}$ Caso contrário $e_{1y} = e_{iy} + e_{ay}$
2º ordem	$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_x}$	$e_{2y} = \frac{l_{ey}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_y}$
Total	Seção de extremidade: $e_x = e_{1x,ext} + e_{2x}$ Seção intermediária: $e_x = e_{1x,int} + e_{2x}$ Escolhe-se a maior excentricidade e_x	$e_y = e_{1y} + e_{2y}$

Fonte: Araujo (86)

Da mesma forma que exposto para o pilar central, as áreas de aço longitudinais são calculadas para as duas situações de cálculo, As_x e As_y , com as excentricidades e_x e e_y , respectivamente, sendo que a área adotada é o maior valor entre As_x e As_y .

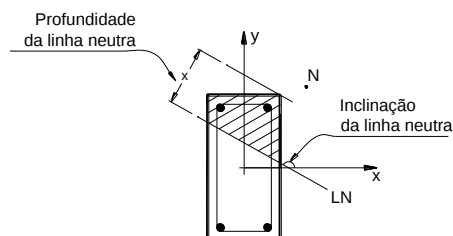
PILAR DE CANTO

Estando o pilar nesta posição, atua nele uma flexão composta oblíqua. Esta flexão pode ocorrer em três situações:

- quando a seção transversal da peça não possui eixo de simetria ou
- quando a seção transversal da peça possui eixo de simetria mas a armadura longitudinal não é simétrica ou
- quando tanto a seção transversal como a armadura possuem eixos de simetria mas o plano do momento fletor não passa pelo eixo de simetria da seção.

Neste trabalho, os pilares de canto enquadram-se na terceira situação. A Figura 6.27 ilustra este caso, ou seja, o esforço normal não atua em nenhum dos eixos de simetria.

Figura 6.27 - Seção transversal com esforço normal atuando fora dos eixos de simetria



Percebe-se nesta figura que a linha neutra não é perpendicular ao plano do carregamento, como acontece na flexão composta normal. Dessa maneira, acrescenta-se uma incógnita ao problema. Além da profundidade da linha neutra, é necessário

determinar sua inclinação, o que torna o problema mais complexo. Como simplificação, o pilar de canto será considerado como pilar lateral em duas direções (86). Sendo assim, a primeira situação de cálculo para o pilar de canto é determinada com as excentricidades calculadas de acordo com o roteiro da primeira coluna do Quadro 6.12, enquanto que a segunda situação de cálculo fica definida com o roteiro da segunda coluna do Quadro 6.11. O Quadro 6.13 apresenta um resumo das excentricidades a serem utilizadas nos pilares de canto.

Quadro 6.13 - Roteiro para cálculo de excentricidades, nas direções x e y, em um pilar de canto (considerado como pilar “lateral em duas direções”)

Tipo de excentricidade	Excentricidade na direção x 1ª situação de cálculo	Excentricidade na direção y 2ª situação de cálculo
Inicial	Seção de extremidade: $e_{ix,topo} = M_{ix,topo}/N$ e $e_{ix,base} = M_{ix,base}/N$ Escolhe-se a maior excentricidade ($e_{ix,topo}$ ou $e_{ix,base}$) para ser $e_{x,ext}$ Seção intermediária: $e_{ix,int} \geq \{0,6e_{i,topo} + 0,4e_{i,base}\}e$ $e_{ix,int} \geq \{0,4e_{i,topo}\}$ Escolhe-se a maior $e_{ix,int}$	Seção de extremidade: $e_{iy,topo} = M_{iy,topo}/N$ e $e_{iy,base} = M_{iy,base}/N$ Escolhe-se a maior excentricidade ($e_{iy,topo}$ ou $e_{iy,base}$) para ser $e_{iy,ext}$ Seção intermediária: $e_{iy,int} \geq \{0,6e_{i,topo} + 0,4e_{i,base}\}e$ $e_{iy,int} \geq \{0,4e_{i,topo}\}$ Escolhe-se a maior $e_{iy,int}$
Acidental	$e_{ax,ext} = l_{ex}/200$ e $e_{ax,int} = l_{ex}/400$	$e_{ay,ext} = l_{ey}/200$ e $e_{ay,int} = l_{ey}/400$
Mínima	$e_{1x,min} = 1,5 + 0,03h_x$	$e_{1y,min} = 1,5 + 0,03h_y$
1º ordem	Seção de extremidade Se $e_{ix,ext} + e_{ax,ext} < e_{1x,min}$ adota-se $e_{1x,ext}$ $= e_{1x,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1x,ext} = e_{ix,ext} + e_{ax,ext}$ Seção intermediária Se $e_{ix,int} + e_{ax,int} < e_{1x,min}$ adota-se $e_{1x,int} = e_{1x,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1x,int} = e_{ix,int} + e_{ax,int}$	Seção de extremidade Se $e_{iy,ext} + e_{ay,ext} < e_{1y,min}$ adota-se $e_{1y,ext} = e_{1y,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1y,ext} = e_{iy,ext} + e_{ay,ext}$ Seção intermediária Se $e_{iy,int} + e_{ay,int} < e_{1y,min}$ adota-se $e_{1y,int} = e_{1y,min}$ Caso contrário adota-se $e_{1y,int} = e_{iy,int} + e_{ay,int}$
2º ordem	$e_{2x} = \frac{l_{ex}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_x}$	$e_{2y} = \frac{l_{ey}^2}{10} \cdot \frac{0,005}{(\vartheta + 0,5) \cdot h_y}$
Total	Seção de extremidade: $e_x = e_{1x,ext} + e_{2x}$ Seção intermediária: $e_x = e_{1x,int} + e_{2x}$ Escolhe-se a maior excentricidade e_x	Seção de extremidade: $e_y = e_{1y,ext} + e_{2y}$ Seção intermediária: $e_y = e_{1y,int} + e_{2y}$ Escolhe-se a maior excentricidade e_y

Fonte: Araujo (91)

Duas áreas de aço são calculadas, A_{sx} e A_{sy} , com as excentricidades e_x e e_y , respectivamente. Utiliza-se a maior área.

Valores limites da armadura longitudinal, diâmetro e espaçamento das barras

O valor mínimo para armadura longitudinal em pilares estabelecido pela NBR 6118 (17.3.5.3.1) é dado por

$$A_{s,\min} = (0,15 N / f_y) \geq 0,004 A_c$$

enquanto que o valor máximo para esta mesma armadura é estabelecido no item 17.3.5.3.2:

$$A_{s,\max} = 8\% A_c$$

O diâmetro das barras longitudinais não deve ser inferior a 10 mm nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal (NBR 6118 – 18.4.2.1). Em seções poligonais, deve existir pelo menos uma barra em cada vértice. No item 18.4.2.2, a NBR 6118 determina que o espaçamento mínimo livre entre as faces longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos valores:

- 2 cm;
- diâmetro da barra;
- 1,2 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

O espaçamento máximo entre eixos das barras deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção transversal e também menor que 40 cm.

Armadura longitudinal

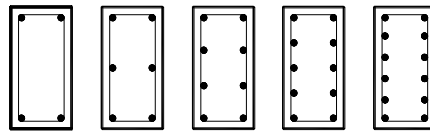
Neste trabalho serão abordados apenas os casos de pilares com seção transversal simétrica e armadura longitudinal também simétrica, que é o caso de maior ocorrência nos edifícios. De um modo geral, a seção transversal simétrica de um pilar pode estar submetida a uma flexo-compressão normal ou a uma flexo-compressão oblíqua. Na primeira situação a força normal passa por um dos eixos de simetria, ao passo que na flexão normal oblíqua a força de compressão está aplicada em um ponto qualquer da seção. Este último tipo de solicitação acontece em pilares de canto, porém nesta tese, estes pilares serão tratados como um caso de pilar lateral com excentricidades nas duas direções.

O problema de dimensionamento de uma seção transversal de concreto armado consiste em determinar a armadura de aço necessária para resistir aos esforços utilizando-se as equações constitutivas, definidas com os diagramas tensão x deformação dos materiais, as equações de compatibilidade de deformações, estabelecidas em função dos domínios de deformação e as equações de equilíbrio de

momento e de força. É necessário conhecer a forma e dimensões da seção transversal, os esforços solicitantes e as propriedades dos materiais. Na flexão composta normal, onde se verifica flexão atuando em conjunto com uma força de compressão, a direção da linha neutra é conhecida, visto que é perpendicular ao plano do momento, mas sua profundidade é uma incógnita.

Algumas distribuições de armadura longitudinal em pilares são mostradas na Figura 6.28.

Figura 6.28 - Distribuições de armadura longitudinal em pilares



Neste trabalho optou-se por utilizar as Tabelas de Dimensionamento à Flexo-compressão normal para o cálculo da armadura longitudinal dos pilares, elaboradas por Araujo (91). Estas tabelas fornecem o valor de ω , a taxa mecânica de armadura total. De posse de ω e conhecendo-se as dimensões da seção transversal, a resistência à compressão do concreto e a resistência ao escoamento do aço, que são dados do problema, é possível calcular a área de aço longitudinal total do pilar, cuja expressão é dada por:

$$A_s = \frac{\omega b h \sigma_c}{f_y} \quad (6.39)$$

onde

A_s é igual à área total de armadura na seção transversal.

f_y é a tensão de escoamento de cálculo do aço e

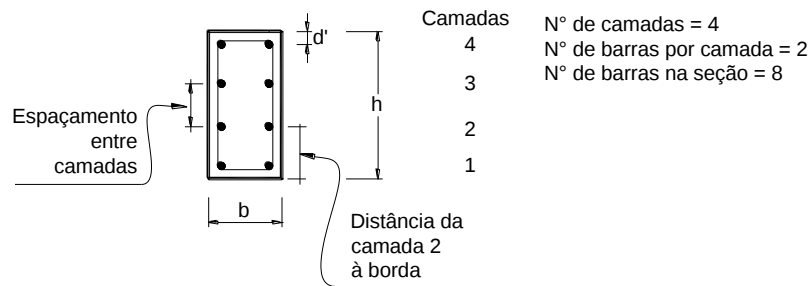
$\sigma_c = 0,85 f_c$

Para determinar o valor de ω nas tabelas é necessário conhecer de antemão os esforços solicitantes, força normal e momento fletor, a largura e altura da seção transversal, a resistência à compressão do concreto e o cobrimento da armadura.

No Capítulo 2, (91) pormenoriza o procedimento de elaboração das tabelas. O autor inicia o processo de dimensionamento ilustrando a geometria da seção (Figura

6.29), definindo o parâmetro $\delta = \frac{d'}{h}$ e a taxa mecânica de armadura total $\varpi = \frac{A_s}{bh} \frac{f_y}{\sigma_c}$.

Figura 6.29 - Exemplo de seção transversal para dimensionamento da armadura longitudinal



Fonte: ARAUJO (91)

onde

b é a largura da seção transversal e

h é altura da seção transversal.

A próxima etapa consiste no cálculo das deformações em cada camada de armadura, utilizando-se para tanto as equações de compatibilidade de deformações. Elas são aplicadas a partir do limite entre os domínios 2 e 3 até o limite entre o domínio 5 e a reta b , ou seja, considera-se que, ou toda a seção transversal está comprimida ou pelo menos parte dela está.

A deformação em uma camada de armadura é expressa em função da altura da seção, da profundidade da linha neutra, do cobrimento da armadura, do número total de camadas, da distância da camada ao bordo comprimido e do espaçamento entre camadas.

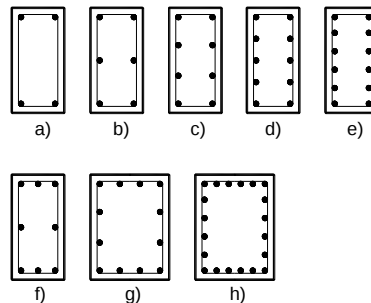
Definindo-se o esforço normal reduzido, γ , e o momento fletor reduzido, μ , como sendo

$$\gamma = \frac{F}{bh\sigma_c} \quad \text{e} \quad \mu = \frac{M}{bh^2\sigma_c}$$

e aplicando-se as equações de equilíbrio de força e de momentos, chega-se finalmente à área de aço total da seção transversal do pilar.

Araujo (91) fornece ao todo trinta e duas tabelas para dimensionamento à flexo-compressão normal. O valor de δ varia entre 0,05 e 0,20 e os arranjos de armadura são os seguintes (Figura 6.30).

Figura 6.30 - Arranjos de armadura longitudinal usados nas Tabelas de ARAUJO (85), vol.3, para dimensionamento à flexo-compressão normal



Neste trabalho estão implementadas os arranjos *a*, *b*, *c*, *d* e *e*.

O procedimento para utilização das tabelas consiste em calcular γ , μ e δ , verificar quais tabelas estão disponíveis para o valor de δ e escolher a distribuição de armadura mais adequada. Então, verifica-se qual é o valor de ω correspondente aos dados do problema e calcula-se A_s . Seguindo a orientação do autor, se o “parâmetro δ não coincidir com nenhum dos valores tabelados, pode-se empregar a tabela correspondente ao parâmetro δ imediatamente superior ao valor calculado”.

Neste trabalho, preferencialmente é utilizado o menor número de camadas. Apenas são introduzidas novas camadas se o espaçamento entre as barras longitudinais exceder o espaçamento máximo. Assim, a primeira verificação consiste em comparar o espaçamento máximo estabelecido em norma e a maior dimensão da seção transversal, descontando-se os cobrimentos. Se este espaçamento não exceder o limite estabelecido em norma, adota-se a distribuição de armadura com apenas duas camadas, caso contrário, verifica-se se o espaçamento máximo entre as barras longitudinais é satisfeito com o conjunto de três camadas. Este procedimento segue até o máximo de seis camadas na seção transversal.

Após a definição da área de aço longitudinal necessária, compara-se a área mínima determinada na NBR 6118 com a área calculada. Caso a armadura mínima seja maior que a encontrada, adota-se a área mínima para o pilar. Em outra verificação, confirma-se se a área calculada não ultrapassa a armadura máxima estabelecida na norma brasileira.

Armadura longitudinal usada

De posse da armadura longitudinal, calculada com o auxílio das Tabelas de Dimensionamento à flexo-compressão normal para seções retangulares, de Araujo (91), escolhe-se a armadura necessária para atender tanto a área de aço calculada como os limites estabelecidos na norma brasileira para diâmetros e espaçamentos de barras dos pilares.

As bitolas das barras utilizadas neste trabalho são 12,5mm, 16mm, 20mm, e 25mm e sendo assim, atendem a exigência do diâmetro mínimo de 10mm, e do diâmetro máximo, que deve ser 1/8 da menor dimensão. Como a menor dimensão admitida para a seção transversal, neste trabalho, é de 20cm, então o diâmetro máximo permitido para as barras é 25mm.

Espaçamento mínimo entre barras longitudinais

A menor dimensão da seção transversal do pilar admitida neste trabalho é de 20cm e o espaçamento mínimo entre as barras é de 25mm (NBR 6118 - 18.4.2.2).

Espaçamento máximo entre barras longitudinais

Para valores de H maiores que 40cm, mesmo que sejam utilizadas 6 camadas de aço, o espaçamento mínimo é atendido, porém deve-se verificar o espaçamento máximo permitido pela norma brasileira para as barras longitudinais, que neste trabalho é assumido como sendo 40cm.

Valores limites da armadura transversal, diâmetro e espaçamento dos estribos

A NBR 6118 determina, no item 18.4.3, que o diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a 5mm e nem a 1/4 do diâmetro da barra isolada. A maior bitola usada neste trabalho para a armadura longitudinal é de 25mm, logo 1/4 deste diâmetro é 6,25mm. Além disso o espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar deve ser no máximo igual a:

- 200mm
- menor dimensão da seção, que neste trabalho é 200mm.
- 24ϕ para CA-25, 12ϕ para CA-50, onde ϕ é o diâmetro das barras da armadura longitudinal.

6.3.6.1 Armadura Transversal Calculada

A armadura transversal (item 17.4.2.2 da NBR 6118) é definida através da equação

$$A_{sw}/s = \frac{V_{sw}}{0,9 \cdot d \cdot f_{ywd} \cdot (\sen \alpha + \cos \alpha)},$$

sendo que a armadura mínima é igual a

$$A_{sw}/s = 0,2 \frac{f_{ct,m}}{f_{ywk}} b_w \cdot \sen \alpha,$$

de acordo com o item 17.4.1.1.1, que estabelece que todos os elementos lineares, com exceções descritas na norma, devem dispor de uma armadura transversal mínima, obtida com a utilização de estribos.

No dimensionamento à força cortante, a NBR 6118 admite o emprego de dois modelos de cálculo: o modelo I (item 17.4.2.2) e o modelo II (17.4.2.3), que diferem nos seguintes aspectos:

Modelo de cálculo I

“O modelo I admite diagonais de compressão inclinadas de $\theta = 45^\circ$ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural e admite ainda que a parcela complementar V_c tenha valor constante, independente de V_{sd} .”

Modelo de cálculo II

“O modelo II admite diagonais de compressão inclinadas de θ em relação ao eixo longitudinal do elemento estrutural, com θ variável livremente entre 30° e 45° . Admite ainda que a parcela complementar V_c sofra redução com o aumento de V_{sd} ”

Por questão de simplificação, nesta tese trabalha-se com o modelo I, no qual são calculados os parâmetros:

- $\alpha_{V2} = (1 - f_c/250)$
- $V_{Rd2} = 0,27\alpha_{V2} f_c b_w d$, onde V_{Rd2} é a força cortante resistente de cálculo, relativa à ruína das diagonais comprimidas de concreto.
- $V_{Rd3} = V_{sd}$, já que o valor máximo de V_{sd} é V_{Rd3} .
- $V_{sw} = V_{Rd3} - V_c$

Armadura transversal usada

Neste trabalho, a menor bitola usada para os estribos é de 6,3 mm e o maior espaçamento é 15cm.

Volume de aço

O volume de aço é calculado com a soma das parcelas:

- armadura longitudinal x comprimento do pilar
- n° de estribos x área do estribo x comprimento do estribo

Restrições para o dimensionamento de vigas, lajes e pilares

As restrições consideradas neste trabalho, nos modelos de dimensionamento de vigas, lajes e pilares, são basicamente as limitações impostas pela NBR 6118 para atender requisitos de qualidade, como segurança, resistência e qualidade de desempenho em serviço. Em algumas funções do Matlab dos modelos de dimensionamento, quando alguma restrição não é atendida há interrupção do programa, em outros casos, apenas um aviso é exibido e o programa não para de ser executado. No Apêndice B estão

Capítulo 6. Modelos de Dimensionamento

listadas as restrições seguidas de comentários com os itens da NBR 6118 que lhes são correspondentes.

7 Exemplos

São descritos neste capítulo alguns dos exemplos utilizados para verificar e ilustrar as diversas funções do programa computacional que implementa as ferramentas desenvolvidas neste trabalho. Os modelos de seleção e as regras de decisão codificadas para o dimensionamento dos elementos estruturais são comparados com resultados do programa comercial Cypecad (92). Não foram desenvolvidos modelos de seleção para a análise estrutural, em lugar disso, foi utilizado o programa Feap (3).

7.1 Dados Gerais

Um pórtico plano e um pórtico espacial foram utilizados nos exemplos de 1 a 9. Alguns aspectos foram investigados anteriormente ao uso completo dos recursos do programa implementado neste trabalho, como a simples verificação dos esforços em uma estrutura, calculados com o Feap e com o SAP. No Exemplo 10 utilizou-se um pavimento de um edifício residencial de 30 pisos.

Nos casos onde foi aplicada otimização, a função-objetivo sempre é o custo da estrutura, calculado da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} & \text{Peso do aço} \times \text{preço do aço/kg} + \\ & \text{Volume de concreto} \times \text{preço do concreto/m}^3 + \\ & \text{Área de forma} \times \text{preço de forma/m}^2 \end{aligned}$$

Da mesma forma, as variáveis de projeto são sempre as dimensões das seções transversais dos pilares e das vigas e a espessura das lajes. Foi implementada no programa a opção de escolher-se a quantidade de vigas e pilares que entrarão no processo de otimização. É preciso também identificar o número de cada elemento estrutural que será otimizado. Com relação às lajes, foi implementada apenas a opção de otimizá-las ou não. Nos exemplos com otimização, sempre é necessário informar os valores iniciais das variáveis de projeto e seus limites mínimos, máximos, inferiores e superiores, os quais são dados de entrada utilizados pelo algoritmo spsa.

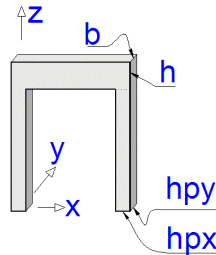
Os preços dos materiais foram extraídos da Revista Guia da Construção, da Editora PINI - nº 126, Ano 65, janeiro 2012 e são:

Capítulo 7. Exemplos

Preço do peso de aço	R\$ 3,08/kg
Preço do volume de concreto	R\$ 340,05/m ³
Preço da área de forma	R\$18,43/m ²

A Figura 7.1 ilustra a terminologia empregada para designar as variáveis de projeto.

Figura 7.1 - Nomenclatura para geometria das vigas e pilares



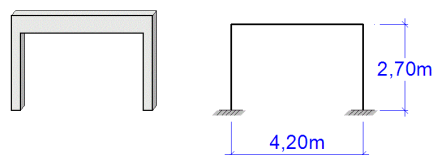
hpx	dimensão do pilar na direção x
hpy	dimensão do pilar na direção y
h	altura da viga
b	largura da viga

Nos exemplos onde não há otimização e as variáveis são determinísticas, o Feap e os modelos de dimensionamento para pilar, viga e laje, são executados apenas uma vez. Nos casos com otimização e com variáveis determinísticas, o Feap e os modelos são executados $(3k)$ vezes, cada um, onde k é o número de iterações. Quando há otimização e as variáveis são aleatórias, o Feap e os modelos são executados $(3m)k$ vezes, sendo N_{MC} o número de realizações. Em um exemplo ativou-se o parâmetro de suavização e neste caso, o Feap e os modelos são executados $(k(g_{avg}(2N_{MC})+N_{MC}))$, onde g_{avg} é o valor do parâmetro de suavização.

7.2 Exemplo 1. Dimensionamento da Viga de um Pórtico Plano

Como visto no Capítulo 6, o modelo de dimensionamento de vigas proposto nesta tese baseia-se na determinação da área de aço em várias seções transversais da viga, sem explicitar detalhes, pois na fase de concepção estrutural, o detalhamento não é de interesse, e sim as quantidades finais de peso de aço, volume de concreto e área de forma. Nos exemplos desta seção 7.2 o objetivo é verificar o modelo de dimensionamento proposta para vigas, e então um pórtico plano é analisado (Figura 7.2).

Figura 7.2 - Pórtico plano do Exemplo 1



Neste item não foram empregadas simulação estocástica nem otimização. Foram estudados quatro exemplos com o pórtico da Figura 7.2, com algumas variações entre eles, como as dimensões da seção transversal, por exemplo. O Quadro 7.1 mostra a descrição de cada exemplo.

Quadro 7.1 - Descrição dos exemplos do pórtico plano usado na verificação do dimensionamento de uma viga

EXEMPLO	A	B	C	D
Seção transversal da viga (cmxcm)	15 x 40	15 x 40	15 x 60	15 x 60
Peso próprio da viga (KN/m)	1,50	1,50	2,25	2,25
Carga devido à reação da laje (KN/m)	20,0	30,0	50,0	30,0
Carga total distribuída na viga (KN/m)	26,4	36,4	57,15	37,25
Carga concentrada na viga (KN)	0,0	0,0	0,0	150,0

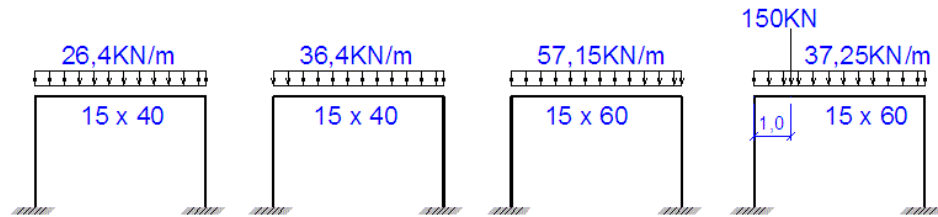
No Quadro 7.2 encontram-se as propriedades em comum para os quatro exemplos.

Quadro 7.2 - Propriedades em comum dos exemplos do pórtico plano usado na verificação do dimensionamento de uma viga

EXEMPLO	A	B	C	D
Carga de parede (KN/m)	4,90	4,90	4,90	4,90
Seção transversal dos pilares (cmxcm)	20 x 20	20 x 20	20 x 20	20 x 20
Cobrimento (cm)	2	2	2	2
fck (MPa)	30	30	30	30
fyk(MPa)	500	500	500	500
Peso específico do concreto (KN/m ³)	25	25	25	25
Peso específico da alvenaria (KN/m ³)	13	13	13	13
Módulo de elasticidade do concreto (MPa). $E = 5600fck^{1/2}$	30672,5	30672,5	30672,5	30672,5

A Figura 7.3 ilustra os quatro exemplos com seus respectivos carregamentos.

Figura 7.3 - Pórtico plano e os carregamentos dos casos A, B, C e D do Exemplo 1



Os coeficientes de ponderação são:

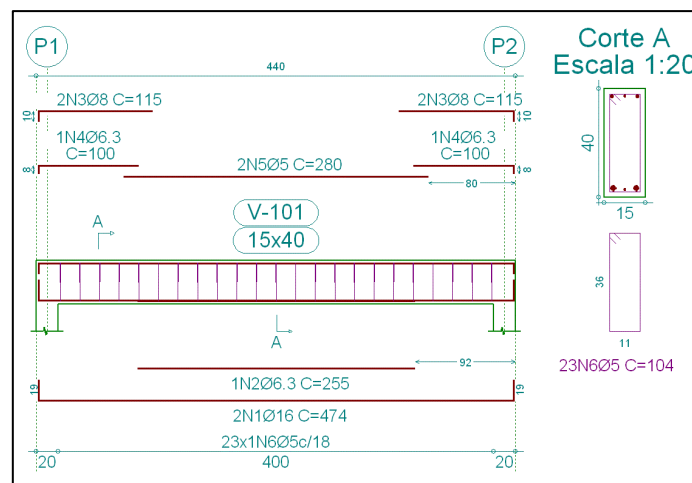
Coeficiente de ponderação da resistência do concreto	$\gamma_c = 1,4$
Coeficiente de ponderação da resistência do aço	$\gamma_s = 1,15$
Coeficiente de ponderação das ações	$\gamma_f = 1,4$

Os quatro exemplos foram analisados e dimensionados com o Cypecad e os momentos fletores e esforços cortantes da viga, calculados com este programa, serviram como entrada de dados para o programa em Matlab desenvolvido com a proposta da tese, que aqui será chamado de Modelo de Dimensionamento para Viga. O objetivo foi comparar os resultados encontrados pelos dois programas para as áreas de aço. Para os exemplos A e B também foram feitos os dimensionamentos sem auxílio de programas, e aqui será chamado de dimensionamento analítico (Apêndice C).

CASO A DO EXEMPLO 1

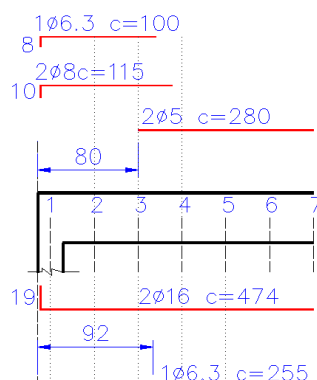
O detalhamento realizado pelo Cypecad para o Exemplo A encontra-se na Figura 7.4.

Figura 7.4 - Detalhamento da viga do pórtico plano com o Cypecad. Caso A do Exemplo 1



Verificou-se as quantidades das áreas de aço longitudinais em sete seções da viga, com a primeira seção no ponto médio do Pilar 1. Como o carregamento é simétrico, a sétima seção encontra-se no ponto médio da viga Figura 7.5.

Figura 7.5 - Seções da viga e armadura calculada com o Cypecad. Caso A do Exemplo 1



A Tabela 7.1 apresenta as áreas de aço de cada seção transversal da viga.

Tabela 7.1 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo A

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm ²)	1,32	1,32	1,32	0,39	0,39	0,39	0,39
Aço na face inferior (cm ²)	4,02	4,02	4,02	4,33	4,33	4,33	4,33
TOTAL (cm ²)	5,34	5,34	5,34	4,72	4,72	4,72	4,72

Dimensionando-se a viga sem o auxílio de programas, chegou-se ao resultado abaixo (Tabela 7.2).

Tabela 7.2 - Área de aço longitudinal, calculada analiticamente, nas seções transversais da viga do Exemplo A

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm ²)	1,0	1,0	1,0	1,40	0,40	0,40	0,40
Aço na face inferior (cm ²)	4,03	4,03	4,03	4,03	4,03	4,03	4,03
TOTAL (cm ²)	5,03	5,03	5,03	5,43	4,42	4,42	4,42

Na tabela anterior, a seção 4 apresenta uma armadura negativa de $1,40\text{cm}^2$, superior aos valores vizinhos ($1,0\text{cm}^2$ e $0,4\text{cm}^2$), porque nesta seção ocorre a emenda. Com o dimensionamento efetuado com o programa da tese, Modelo de Dimensionamento para Viga, foram encontradas as seguintes áreas de aço longitudinais (Tabela 7.3).

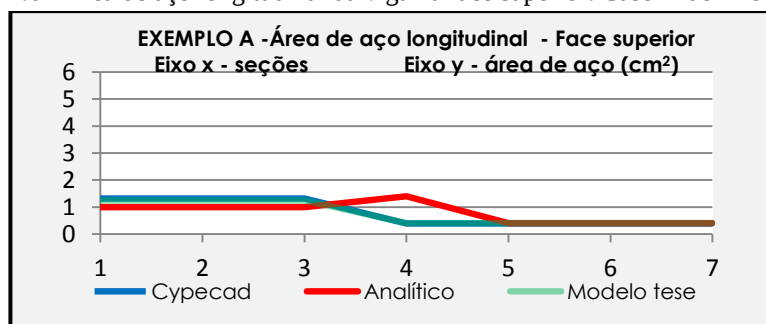
Capítulo 7. Exemplos

Tabela 7.3 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo A

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm ²)	1,20	1,20	1,20	0,40	0,40	0,40	0,40
Aço na face inferior (cm ²)	3,02	3,02	4,71	4,71	4,71	4,71	4,71
TOTAL (cm ²)	4,22	4,22	5,91	5,11	5,11	5,11	5,11

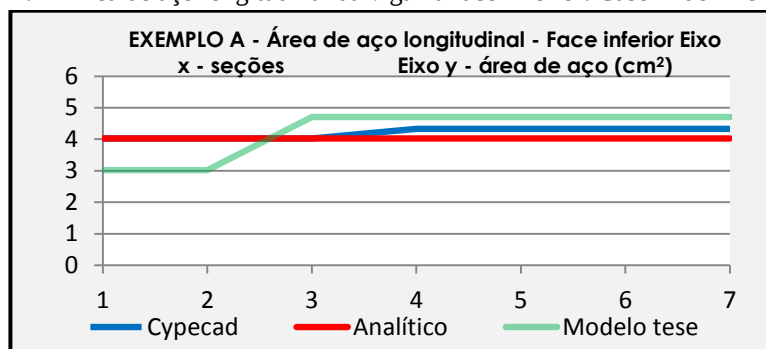
As áreas de aço mostradas nas tabelas (Tabela 7.1 a Tabela 7.3), calculadas com as três formas: com o Cypecad, sem a utilização de programas e com o Modelo de Dimensionamento para Viga, estão representadas também nos gráficos das figuras a seguir:

Figura 7.6 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso A do Exemplo 1



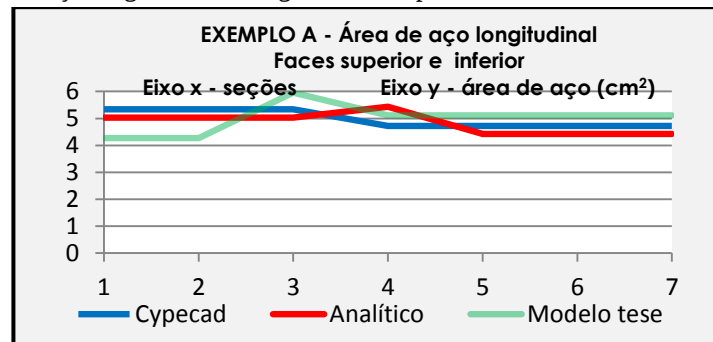
Como pode ser visto na Figura 7.6, as áreas de aço longitudinais negativas são bastante próximas nos três casos e a maior diferença encontra-se na zona de traspasse.

Figura 7.7 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso A do Exemplo 1



Para a área de aço longitudinal positiva, a armadura calculada com o modelo da tese nas seções próximas ao apoio apresenta-se menor que aquelas calculadas com o Cypecad e analiticamente (Figura 7.7).

Figura 7.8 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso A do Exemplo 1

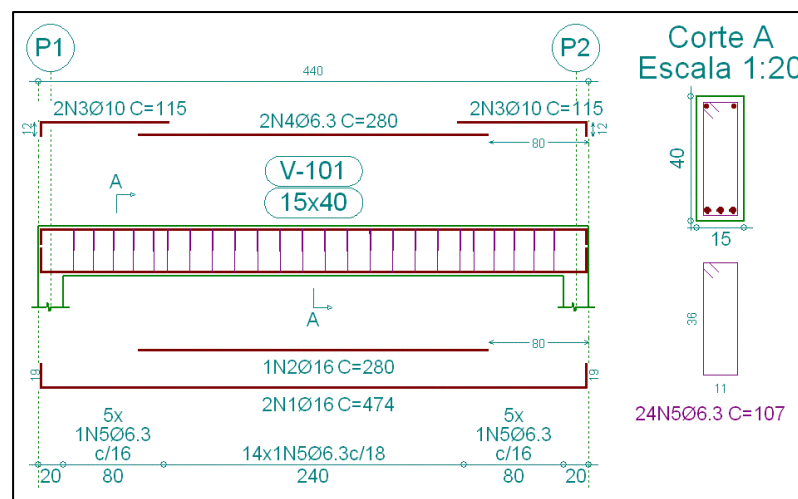


Finalmente, na Figura 7.8 encontram-se as armaduras calculadas pelos três métodos e pode-se perceber como elas têm valores próximos entre si.

CASO B DO EXEMPLO 1

A Figura 7.9 mostra o detalhamento efetuado pelo Cypecad para o Exemplo B.

Figura 7.9 - Detalhamento da viga com o Cypecad. Caso B do Exemplo 1



De forma semelhante ao Exemplo A, as quantidades das áreas de aço longitudinais foram verificadas em sete seções da viga. Na Tabela 7.4 e na Tabela 7.5 encontram-se as áreas de aço de cada seção transversal da viga.

Tabela 7.4 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo B

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm²)	1,57	1,57	1,57	2,19	0,62	0,62	0,62
Aço na face inferior (cm²)	4,0	4,0	4,0	6,03	6,03	6,03	6,03
TOTAL (cm²)	5,57	5,57	5,57	8,22	6,65	6,65	6,65

Capítulo 7. Exemplos

Tabela 7.5 - Área de aço longitudinal, calculada analiticamente, nas seções transversais da viga do Exemplo B

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm ²)	2,40	2,40	2,40	3,02	0,62	0,62	0,62
Aço na face inferior (cm ²)	4,02	4,02	6,03	6,03	6,03	6,03	6,03
TOTAL (cm ²)	6,42	6,42	8,43	8,43	6,65	6,65	6,65

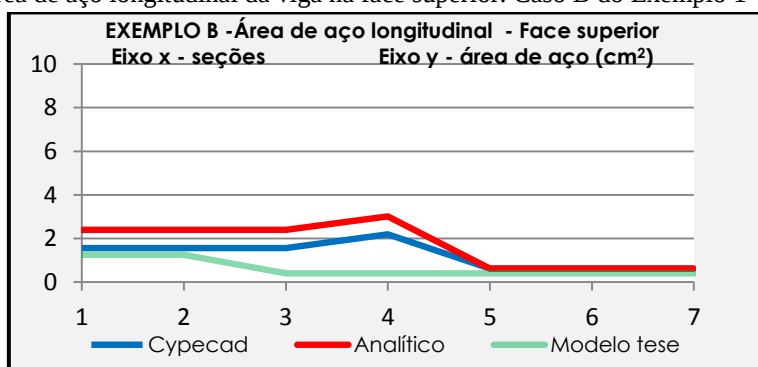
Na Tabela 7.4 e na Tabela 7.5, na seção 4, o aço na face superior (2,19cm² e 3,02 cm²) apresenta valores maiores que aqueles das seções contíguas porque é nesta seção onde ocorrem as emendas das barras. Com o modelo da tese foram encontradas as seguintes áreas de aço longitudinais (Tabela 7.6).

Tabela 7.6 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo B

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm ²)	1,25	1,25	0,40	0,40	0,40	0,40	0,40
Aço na face inferior (cm ²)	3,02	3,02	4,71	6,03	6,03	6,03	6,03
TOTAL (cm ²)	4,27	4,27	5,11	6,43	6,43	6,43	6,43

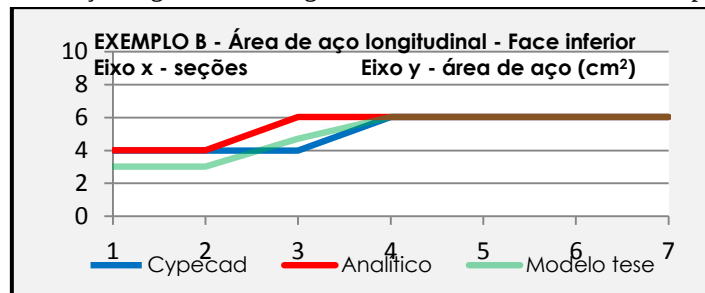
As áreas de aço calculadas com os três métodos encontram-se nos gráficos das figuras abaixo:

Figura 7.10 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso B do Exemplo 1



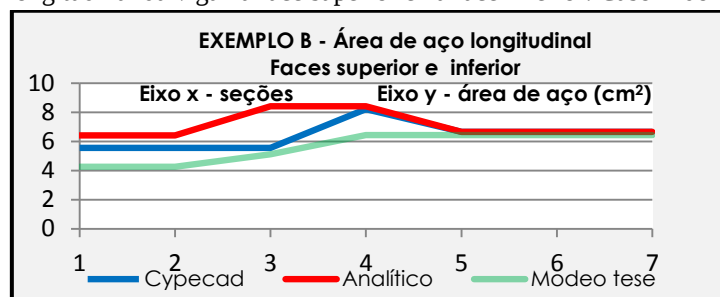
A Figura 7.10 ilustra que a maior diferença entre as áreas de aço longitudinais negativas, para os três casos, está na zona de traspasse.

Figura 7.11 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso B do Exemplo 1



A armadura nas seções próximas ao apoio apresenta-se menor que aquelas calculadas com o Cypecad e calculadas analiticamente no caso da área de aço longitudinal positiva (Figura 7.11).

Figura 7.12 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso B do Exemplo 1

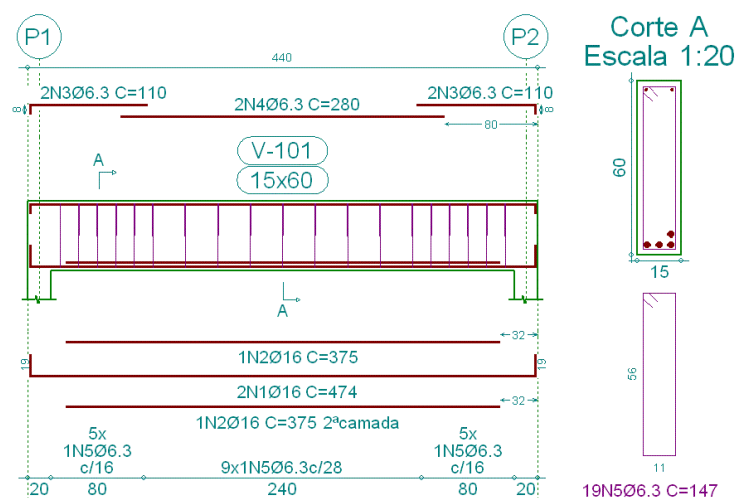


Percebe-se na Figura 7.12 que as armaduras calculadas pelos três métodos apresentam valores próximos entre si.

CASO C DO EXEMPLO 1

O detalhamento da armadura da viga do Exemplo C está ilustrado na Figura 7.13.

Figura 7.13 - : Detalhamento da viga com o Cypecad. Caso C do Exemplo 1



Capítulo 7. Exemplos

As quantidades das áreas de aço longitudinais, positivas e negativas, foram verificadas em sete seções. As tabelas a seguir apresentam as áreas de aço longitudinal de cada seção transversal da viga. Na Tabela 7.7 encontram-se os resultados calculados com o Cypecad. O valor de $1,25\text{cm}^2$ para a armadura negativa na seção 4 ocorre na zona de traspasse.

Tabela 7.7 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo C

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm^2)	0,62	0,62	0,62	1,25	0,62	0,62	0,62
Aço na face inferior (cm^2)	4,02	4,02	8,04	8,04	8,04	8,04	8,04
TOTAL (cm^2)	4,64	4,64	8,66	9,29	8,66	8,66	8,66

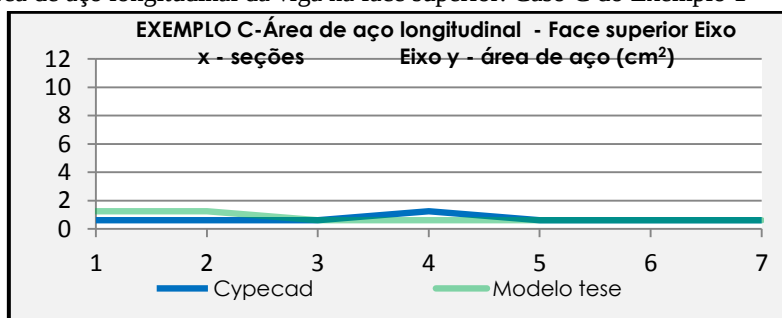
Na Tabela 7.8 podem ser vistos os resultados das áreas de aço longitudinais, calculadas com o modelo da tese.

Tabela 7.8 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo C

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10
Aço na face superior (cm^2)	1,25	1,25	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62
Aço na face inferior (cm^2)	4,71	6,03	7,85	7,85	9,42	9,42	9,42
TOTAL (cm^2)	5,96	7,28	8,47	8,47	10,04	10,04	10,04

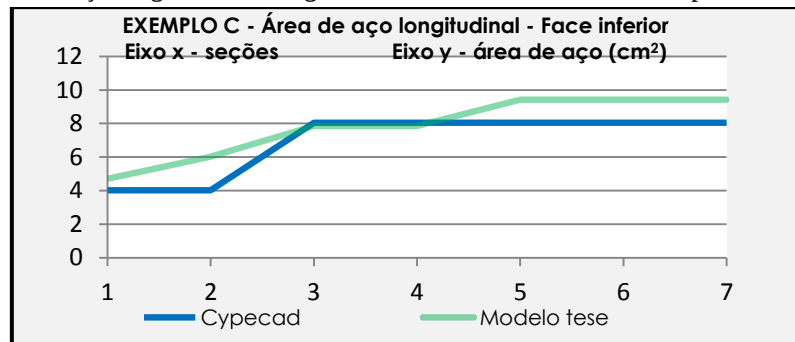
As áreas de aço calculadas com os dois métodos encontram-se nos gráficos das próximas figuras.

Figura 7.14 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso C do Exemplo 1



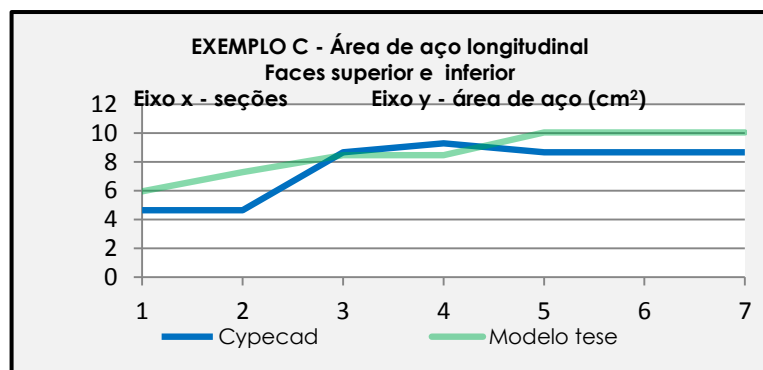
Como pode ser visto na Figura 7.14, as áreas de aço longitudinais negativas apresentam valores próximos para os dois casos

Figura 7.15 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso C do Exemplo 1



As armaduras positivas apresentam valores próximos no dimensionamento com o Cypecad e com o modelo da tese (Figura 7.15).

Figura 7.16 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso C do Exemplo 1

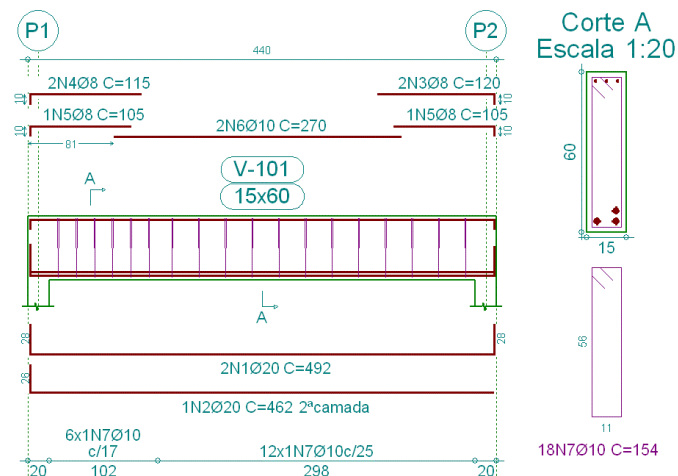


Finalmente, pode ser visto na Figura 7.16 que as armaduras calculadas com os dois métodos apresentam valores próximos entre si.

CASO D DO EXEMPLO 1

O detalhamento da armadura da viga do Exemplo D, determinado pelo Cypecad, está ilustrado na Figura 7.17.

Figura 7.17 - Detalhamento da viga com o Cypecad. Caso D do Exemplo 1



Capítulo 7. Exemplos

Para o Exemplo D, como o carregamento não é simétrico, pois neste exemplo há uma carga concentrada mais próxima ao Pilar 1 que ao Pilar 2, as quantidades das áreas de aço longitudinais, positivas e negativas, foram verificadas em 13 seções da viga, entre os pilares 1 e 2. As tabelas a seguir apresentam as áreas de aço longitudinal de cada seção transversal da viga. A Tabela 7.9 contém os valores calculados com o Cypecad. O valor de $3,08\text{cm}^2$ para a armadura negativa na seção 4 ocorre na zona de traspasse.

Tabela 7.9 - Área de aço longitudinal, calculada com o Cypecad, nas seções transversais da viga do Exemplo D

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10	2,45	2,80	3,15	3,50	3,85	4,20
Aço na face superior (cm^2)	1,51	1,51	1,51	3,08	1,57	1,57	1,57	1,57	1,57	2,58	1,51	1,51	1,51
Aço na face inferior (cm^2)	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42	9,42
TOTAL (cm^2)	10,93	10,93	10,93	12,50	10,99	10,99	10,99	10,99	10,99	12,0	10,93	10,93	10,93

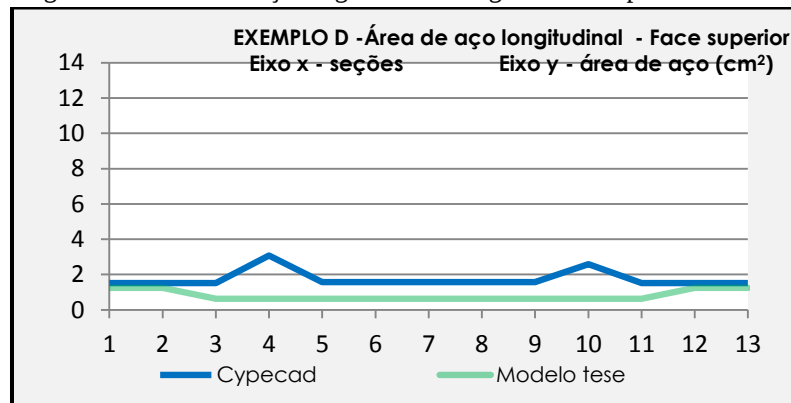
Para o caso do cálculo com o modelo da tese, a Tabela 7.10 apresenta as áreas de aço nas faces superior, inferior e total.

Tabela 7.10 - Área de aço longitudinal, calculada com o modelo da tese, nas seções transversais da viga do Exemplo D

Seção da viga	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
x (cm)	0	0,35	0,70	1,05	1,40	1,75	2,10	2,45	2,80	3,15	3,50	3,85	4,20
Aço na face superior (cm^2)	1,25	1,25	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	0,62	1,25	
Aço na face inferior (cm^2)	6,03	12,06	12,06	12,06	12,06	12,06	12,06	9,42	9,42	7,85	6,03	4,71	4,71
TOTAL (cm^2)	7,28	13,31	12,68	12,68	12,68	12,68	12,68	10,04	10,04	8,47	6,65	5,96	5,96

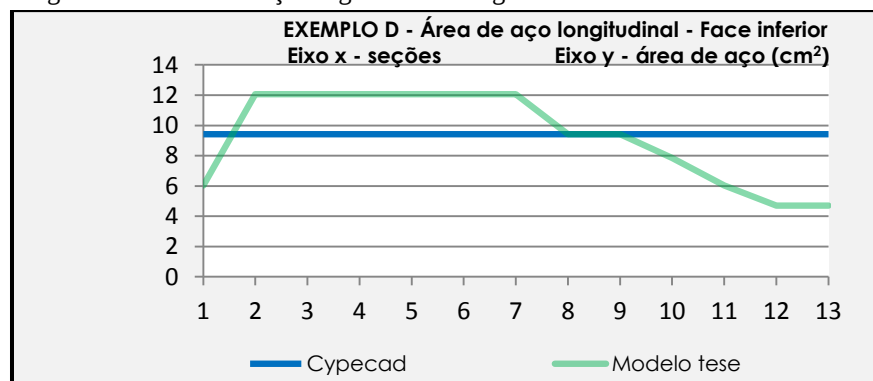
Os gráficos abaixo ilustram as áreas de aço calculadas com os dois métodos, nas treze seções.

Figura 7.18 - Área de aço longitudinal da viga na face superior. Caso D do Exemplo 1



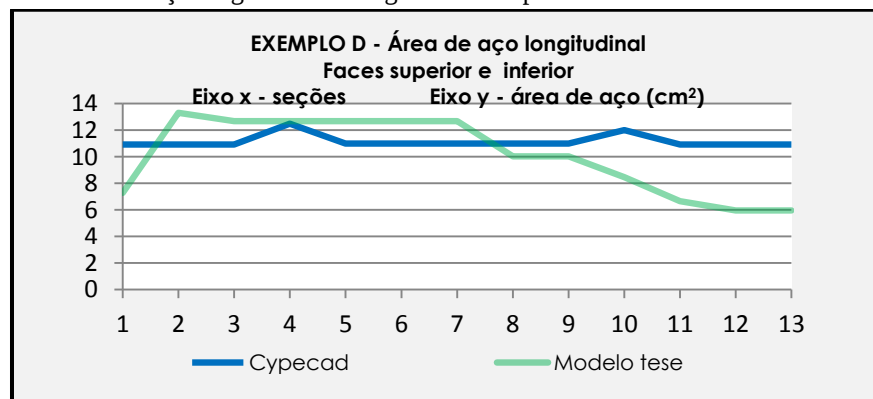
Como pode ser visto na Figura 7.18, as áreas de aço longitudinais negativas apresentam valores próximos para os dois casos. As maiores armaduras calculadas com o Cypecad estão nas seções 4 e 10, onde estão os traspases.

Figura 7.19 - Área de aço longitudinal da viga na face inferior. Caso D do Exemplo 1



Enquanto que a armadura positiva determinada com o Cypecad é constante ao longo da viga, com o modelo da tese esta armadura é maior na região de aplicação da carga concentrada (Figura 7.19).

Figura 7.20 - Área de aço longitudinal da viga na face superior e na face inferior. Caso D do Exemplo 1



Como a armadura na face inferior calculada com o Cypecad é constante em todas as seções, e no modelo da tese esta armadura diminui à medida que se aproxima do Pilar 2, nesta seção encontra-se a maior diferença entre as áreas de aço (Figura 7.20).

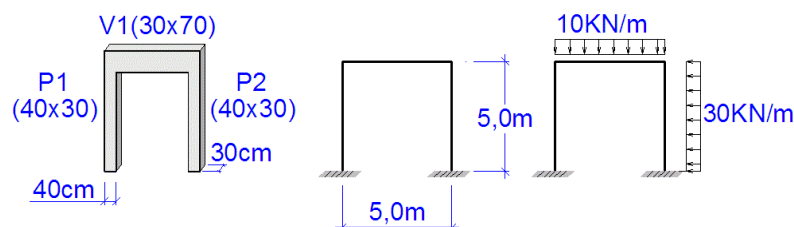
Como ficou exposto neste exemplo, o modelo de dimensionamento de vigas proposto na tese apresenta valores próximos aos do Cypecad.

7.3 Exemplo 2. Análise dos Resultados dos Programas Feap e SAP. Exemplo com um Pórtico Plano.

Antes de iniciar os exemplos com aplicação de otimização e simulação estocástica, decidiu-se comparar os esforços calculados com os programas SAP e Feap. SAP é a sigla do software Structural Analysis Program e é um programa largamente difundido para análise de estruturas, mas um dos motivos que levou a adotar-se o Feap neste trabalho foi o fato de que o SAP é mais complexo e consome mais tempo de processamento, porém, como o emprego do Feap ainda não é de aplicação frequente, considerou-se mais prudente avaliar seu correto uso.

Neste exemplo não foi utilizada otimização e todas as variáveis são consideradas como determinísticas. A (Figura 7.21) ilustra o pórtico plano com os vãos e o carregamento.

Figura 7.21 - Pórtico plano para comparação dos esforços do SAP e do FEAP.

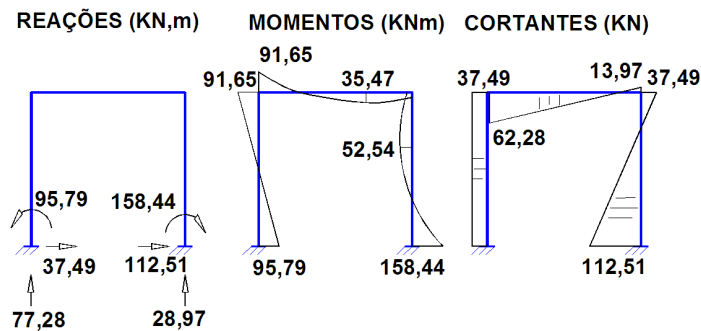


A estrutura está submetida a um carregamento vertical de 10kN/m e a um carregamento horizontal, ao longo do Pilar 2, de 30kN/m. A viga foi discretizada com 10 elementos de barra e os pilares com 20 elementos cada um. Os dados do problema são apresentados abaixo.

AÇO CA 50	
Módulo de elasticidade	210000 MPa
Peso específico	78,50 KN/m ³
CONCRETO	
Resistência característica à compressão	30 MPa
Módulo de elasticidade $E = 5600f_{ck}^{1/2}$	30673 MPa
Peso específico	25 KN/m ³

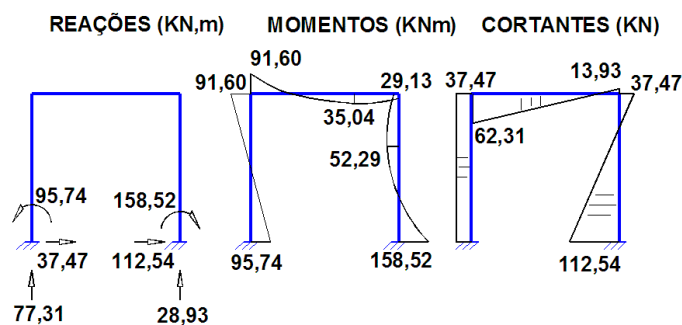
Com a análise do pórtico feita pelo SAP chega-se às seguintes reações nos apoios, momentos fletores e esforços cortantes (Figura 7.22):

Figura 7.22 - Reações, diagramas de momento fletor e esforço cortante do pórtico plano calculados com o SAP. Exemplo 2



A Figura 7.23 apresenta os diagramas dos esforços calculados com o Feap.

Figura 7.23 - Reações, diagramas de momento fletor e esforço cortante do pórtico plano calculados com o Feap. Exemplo 2



Como pode ser observado na Figura 7.22 e na Figura 7.23, as reações, momentos e cortantes no pórtico têm praticamente os mesmos valores quando calculadas por um ou pelo outro programa.

7.4 Exemplo 3. Análise do Dimensionamento com o Modelo da Tese e o Cypecad. Exemplo com um Pórtico Plano.

O mesmo pórtico do Exemplo 2 foi utilizado para comparação do dimensionamento efetuado com os modelos de dimensionamento de viga e pilar implementados neste trabalho, com os resultados determinados pelo Cypecad. Com este parâmetro é possível avaliar se os valores do peso de aço e do volume de concreto, calculados com o programa da tese, estão satisfatórios. O cobrimento adotado é de 2,5cm e os coeficientes de segurança são os mesmos do Exemplo 1 (Dimensionamento da Viga de um Pórtico Plano). Ainda neste exemplo não foi aplicada a otimização e não é considerada a aleatoriedade das variáveis.

PILAR

Para os pilares, as áreas de aço longitudinais máxima e mínima permitidas por norma são, respectivamente, 96cm^2 e $4,80\text{cm}^2$. A seguir são apresentados os resultados dos dois programas para os pilares e as vigas (Tabela 7.11).

Tabela 7.11 - Esforços do Exemplo 3 calculados com o Feap e com o Cypecad

ESFORÇOS	Pilar 1		Pilar 2	
	Feap	Cypecad	Feap	Cypecad
Momento fletor na base (KNm)	95,74	92,11	158,52	142,54
Momento fletor no topo (KNm)	91,60	86,05	29,13	46,95
Máximo momento (KNm)	95,74	92,11	158,52	142,54
Cortante na base (KN)	37,47	41,43	112,54	108,57

Sobre os momentos fletores no topo do pilar, observados na tabela anterior, convém a seguinte explicação: no modelo da tese a estrutura foi analisada com o Feap, através de elementos de barra, e a altura do pórtico foi considerada igual a 5m, então os momentos de 91,60KNm (pilar 1) e 29,13KNm (pilar 2) são os momentos nesta cota. A estrutura analisada pelo Cypecad é um pórtico com pilares de 4,30m de altura e uma viga de 70cm de altura, então os momentos de 86,05KNm (pilar 1) e 46,95KNm (pilar 2) são os momentos na cota 4,30m. No caso do pórtico analisado com o Feap, os momentos nos pilares na cota 4,30m são iguais 86,92KNm (pilar 1) e 46,68KNm (pilar 2), valores estes mais próximos aos valores do Cypecad que aqueles apresentados na Tabela 7.11.

Na Tabela 7.12 estão as áreas de aço calculadas com o Cypecad e com o modelo de dimensionamento de pilares da tese. As áreas de aço calculadas com o modelo da tese são maiores que aquelas calculadas com o Cypecad porque foram utilizados os momentos da Tabela 7.11, que são maiores que os momentos usados no Cypecad.

Capítulo 7. Exemplos

Tabela 7.12 - Áreas de aço do Exemplo 3 calculadas com o modelo de dimensionamento da tese e o Cypecad

	Pilar 1		Pilar 2	
	Modelo da tese	Cypecad	Modelo da tese	Cypecad
ARMADURA LONGITUDINAL				
Área de aço calculada (cm^2)	16,47		30,54	
Área de aço usada (cm^2)	18,85	15,42	31,42	28,64
Número e diâmetro das barras	6 ϕ 20mm	4 ϕ 16+6 ϕ 12.5	10 ϕ 20mm	4 ϕ 20+8 ϕ 16
ARMADURA TRANSVERSAL				
Área de aço calculada (cm^2/m)	4,80		4,80	
Área de aço usada (cm^2/m)	5,03	4,16	5,03	3,12
Estribos	8 ϕ c20	6.3 ϕ c15	8 ϕ c20	6.3 ϕ c20

Observando-se a Tabela 7.13 percebe-se que os pesos de aço dos pilares calculados com os dois programas têm valores próximos:

Tabela 7.13 - Pesos de aço dos pilares do Exemplo 3 calculados com o modelo da tese e com o Cypecad

	PESO DE AÇO (kg) Armadura longitudinal e estribos		Diferença %
	Modelo da tese	Cypecad	
Pilar 1	88,89	84,53	5,2
Pilar 2	139,42	132,54	5,2
TOTAL	228,31	217,17	5,2

O volume de concreto dos dois pilares é de $1,04m^3$ para os dois programas.

VIGA

Os pesos de aço da viga, calculados com o modelo de dimensionamento proposto na tese e pelo Cypecad encontram-se na Tabela 7.14.

Tabela 7.14 - Pesos de aço da viga do Exemplo 3 calculados com o modelo da tese e com o Cypecad

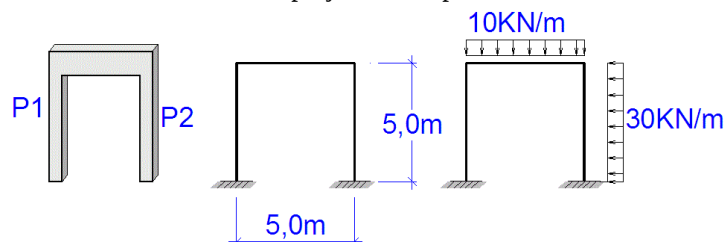
	Modelo da tese	Cypecad	Diferença %
Peso de aço da viga (kg)	64,37	59,40	8,4

O volume de concreto da viga é de $1,13m^3$ calculado com os dois programas. Com relação ao peso total de aço da estrutura, este é de 292,68kg, calculado com o programa implementado por este trabalho, é de 276,57kg calculado com o Cypecad. Logo, a diferença entre eles é de 5,8%.

7.5 Exemplo 4. Otimização com Diferentes Valores Iniciais das Variáveis de Projeto. Exemplo com um Pórtico Plano.

Neste exemplo procura-se testar a convergência dos valores da função-objetivo calculados com valores iniciais diferentes das variáveis de projeto. Caso ocorra a convergência, então quaisquer valores iniciais podem ser escolhidos para os exemplos com otimização. A estrutura utilizada é o mesmo pórtico plano do Exemplo 2 (Análise dos Resultados dos Programas Feap e SAP. Exemplo com um Pórtico Plano),(Figura7.24), a qual é dimensionada com o modelo da tese.

Figura7.24 - Pórtico plano para verificação da otimização com diferentes valores iniciais das variáveis de projeto. Exemplo 4



As variáveis são tratadas como determinísticas, porém neste caso o custo da estrutura é otimizado. As variáveis de projeto são as dimensões das seções transversais dos pilares (h_{px} e h_{py}) e da viga (b e h) e a função-objetivo é o próprio custo da estrutura. As propriedades dos materiais encontram-se a seguir:

AÇO CA 50	
Módulo de elasticidade	210000MPa
Peso específico	78,50kN/m ³
CONCRETO	
Resistência característica à compressão	30MPa
Módulo de elasticidade $E = 5600 f_{ck}^{1/2}$	30673MPa
Peso específico	25kN/m ³

Foram elaborados dois exemplos, A e B, os quais se diferenciam apenas com relação às propriedades geométricas, conforme observado abaixo:

	Seção transversal inicial da viga	Seção transversal inicial dos pilares
Exemplo A	30 x 50	70 x 30
Exemplo B	30 x 70	40 x 30

O número de iterações do algoritmo de otimização é 5000. Como neste exemplo empregou-se o parâmetro para suavização da curva da função-objetivo, $g_{avg}=5$, o Feap é executado 55000 vezes, que é calculado pela expressão: $5000 \times (2 \times 5 + 1)$. Os valores iniciais e finais das variáveis de projeto estão expostos a seguir (Tabela 7.15):

Tabela 7.15 - Valores iniciais e finais das variáveis de projeto do Exemplo 4

EX.	VIGA		PILAR 1				PILAR 2			
	Valores iniciais		Valores finais		Valores iniciais		Valores finais		Valores iniciais	
	b	h	b	h	hpx	hpy	hpx	hpy	hpx	hpy
A	30	50	12	42,57	70	30	57,48	20	70	30
B	30	70	12	56,71	40	30	41,53	20	40	30

As larguras da viga e dos pilares tendem a convergir para os valores mínimos. Nos dois casos (A e B), as áreas das seções transversais finais do pilar 1 são menores que aquelas do pilar 2, visto que este é o pilar mais solicitado. A seguir estão listados os resultados na última iteração (Tabela 7.16).

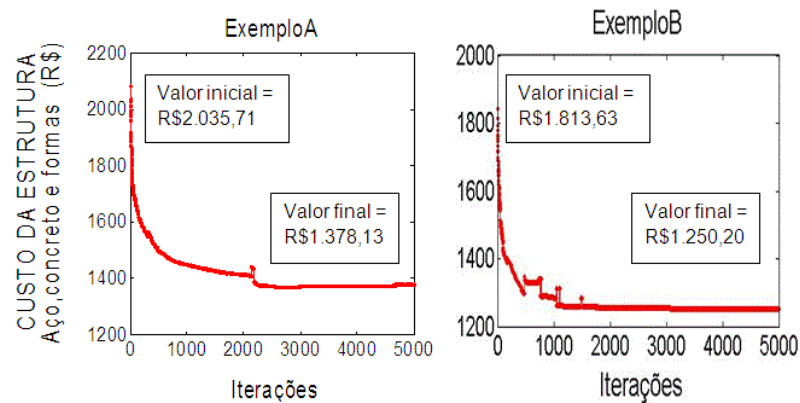
Tabela 7.16 - Resultados da otimização do Exemplo 4

Resultados para toda a estrutura	EXEMPLO A	EXEMPLO B
Peso de aço (kg)	170,52	165,48
Volume de concreto (m^3)	1,40	1,17
Área de forma (m^2)	20,35	18,58
Custo do peso de aço (R\$)	525,19	509,68
Custo do volume de concreto (R\$)	477,80	398,16
Custo da área de forma (R\$)	375,13	342,37
Custo da estrutura (R\$)	1.378,13	1.250,20

Como se observa na Tabela 7.16, apesar de que os valores iniciais das variáveis de projeto são distintos, há uma convergência dos valores da função-objetivo nos exemplos A e B. O menor custo aconteceu para o pórtico B, cuja seção transversal inicial da viga é maior que a do exemplo A e seção transversal inicial do pilar é menor que o exemplo A. A Figura 7.25 ilustra este resultado.

Considerando-se que a estrutura do Exemplo 3 é idêntica àquela do Exemplo 4B, comparou-se os resultados dos pesos de aço totais. Nestes dois exemplos as variáveis são consideradas como determinísticas. No caso do Exemplo 3, onde não se utilizou otimização, o peso de aço calculado é de 292,68kg, já no Exemplo 4B, após a última iteração, este resultado é de 165,48kg.

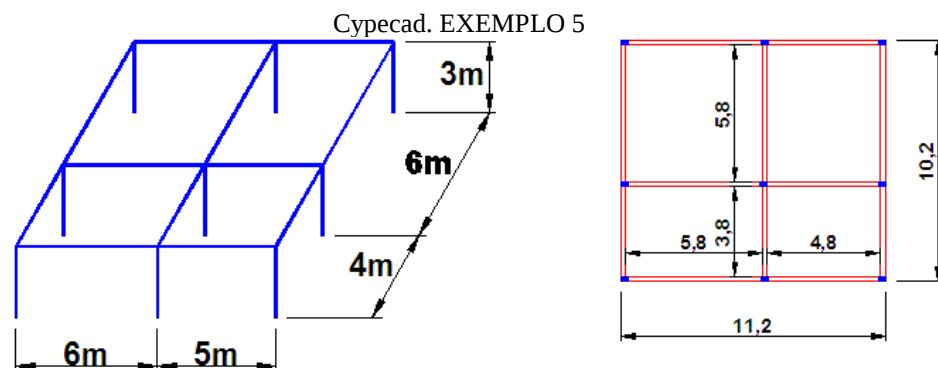
Figura 7.25 - Gráficos da função objetivo para os exemplos A e B.



7.6 Exemplo 5. Análise do Dimensionamento com o Modelo da Tese e o Cypecad. Exemplo com um Pórtico Espacial.

De forma semelhante ao Exemplo 3, também no caso do pórtico espacial, antes de se trabalhar com otimização e com a metodologia para simulação estocástica, decidiu-se comparar os resultados do dimensionamento do modelo implementado na tese com os resultados do Cypecad. As variáveis são consideradas determinísticas. Então, nesse exemplo também não foi aplicada otimização nem foi considerada a aleatoriedade das variáveis. O pórtico encontra-se ilustrado na Figura 7.26.

Figura 7.26 - Pórtico espacial para análise do dimensionamento com o modelo da tese e com o

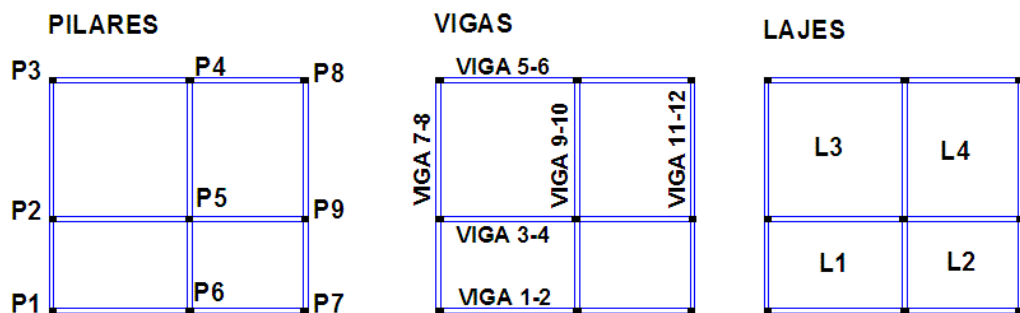


As dimensões da peças são:

PILARES	$h_{px} = 30cm$	$h_{py} = 20cm$
VIGAS	$b = 20cm$	$h = 30cm$
LAJES	espessura = 13cm	

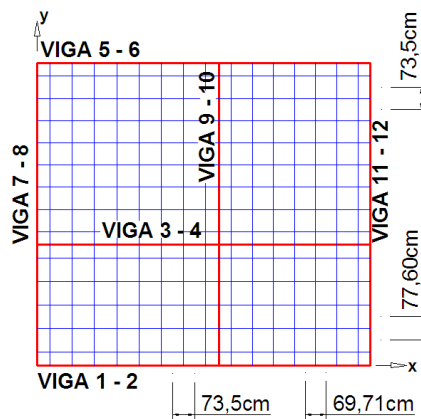
A Figura 7.27 mostra a numeração dos elementos estruturais adotada pelo modelo de dimensionamento da tese.

Figura 7.27 - Numeração dos pilares, vigas e lajes. Exemplo 5.



A malha para a grelha pode ser vista na Figura 7.28.

Figura 7.28 - Grelha utilizada no pórtico espacial. Exemplo 5.



As propriedades dos materiais estão listadas abaixo.

AÇO CA 50

Módulo de elasticidade	210000MPa
Peso específico	78,50KN/m ³

CONCRETO

Resistência característica à compressão	30MPa
Módulo de elasticidade $E = 5600f_{ck}^{1/2}$	30673MPa
Peso específico	25KN/m ³

Outros dados do problema são:

COBRIMENTO DAS ARMADURAS

Vigas	2,5cm
Lajes	2,0cm
Pilares	2,5cm
Peso específica do contrapiso	18KN/m ³
Peso do piso	0,20KN/m ²

Capítulo 7. Exemplos

Espessura do contrapiso	2cm
Carga accidental	2KN/m ²
Carga de parede	4,368KN/m
Coeficiente de ponderação da resistência do concreto	$\gamma_c=1,4$
Coeficiente de ponderação da resistência do aço	$\gamma_s=1,15$
Coeficiente de ponderação das ações	$\gamma_f=1,4$

A correspondência entre as numerações dos pilares e das vigas do modelo da tese e do Cypecad está listada a seguir:

PILARES

Tese	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
Cypecad	P1	P5	P6	P7	P4	P2	P3	P8	P9

VIGAS

Tese	V1-2	V3-4	V5-6	V7-8	V9-10	V11-12
Cypecad	V105-106	V103-104	V101-102	V107-108	V109-110	V111-112

Abaixo, na Figura 7.29 encontra-se o relatório dos quantitativos das vigas calculados com o Cypecad.

Figura 7.29 - Relatório Quantitativos de vigas do Cypecad do Exemplo 5

		Tipo	A.neg.	A.pos.	A.mon.	A.est.	Total	Ø5	Ø6.3	Ø8	Ø10	Ø12.5	Ø16	Ø20	V.conc.
			kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	kg	m³
Cobertura															
*V 1															
V-101(P6-P7)	Alta	13.3	21.0	1.1	6.2	41.6	7.3	0.9		2.0	7.8	23.6			0.366
V-102(P7-P8)	Alta	1.9	10.4	0.8	5.1	18.2	5.9		1.1	7.5	3.7				0.306
Total V 1		15.2	31.4	1.9	11.3	59.8	13.2	0.9	1.1	9.5	11.5	23.6			0.672
*V 2															
V-103(P5-P4)	Alta	27.2	30.4	1.1	10.0	68.7	5.5	0.3	5.6	11.6	18.8	5.2	21.7		0.363
V-104(P4-P9)	Alta	2.8	18.4	0.9	7.6	29.7	4.3	1.6	3.6	20.2					0.312
Total V 2		30.0	48.8	2.0	17.6	98.4	9.8	1.9	9.2	31.8	18.8	5.2	21.7		0.675
*V 3															
V-105(P1-P2)	Alta	11.5	14.8	1.1	6.2	33.6	7.3			5.2	21.1				0.366
V-106(P2-P3)	Alta	1.4	8.7	0.8	5.1	16.0	5.9	0.3	1.1	8.7					0.306
Total V 3		12.9	23.5	1.9	11.3	49.6	13.2	0.3	1.1	13.9	21.1				0.672
*V 4															
V-107(P1-P5)	Alta	12.2	5.9	0.5	4.2	22.8	4.7	0.5	4.2	2.6		10.8			0.246
V-108(P5-P6)	Alta	2.3	17.2	1.1	6.4	27.0	7.5		2.3	17.2					0.366
Total V 4		14.5	23.1	1.6	10.6	49.8	12.2	0.5	6.5	19.8		10.8			0.612
*V 5															
V-109(P2-P4)	Alta	16.7	10.8	0.6	4.2	32.3	4.8		0.9	2.2	14.5	9.9			0.246
V-110(P4-P7)	Alta	3.4	28.0	1.1	9.5	42.0	5.8	1.8	3.0	1.9	29.5				0.366
Total V 5		20.1	38.8	1.7	13.7	74.3	10.6	1.8	3.9	4.1	44.0	9.9			0.612
*V 6															
V-111(P3-P9)	Alta	9.5	5.6	0.6	4.2	19.9	4.8		4.2	10.9					0.246
V-112(P9-P8)	Alta	2.1	16.3	1.1	6.4	25.9	7.5		1.2	0.9	16.3				0.366
Total V 6		11.6	21.9	1.7	10.6	45.8	12.3		5.4	11.8	16.3				0.612
Total Cobertura		104.3	187.5	10.8	75.1	377.7	71.3	5.4	27.2	290.9	111.7	49.5	21.7		3.855
Total Obra		104.3	187.5	10.8	75.1	377.7	71.3	5.4	27.2	290.9	111.7	49.5	21.7		3.855

Capítulo 7. Exemplos

Com o auxílio deste relatório montou-se a Tabela 7.17, onde estão listados os pesos de aço e os volumes de concreto das vigas, calculados com os dois programas.

Tabela 7.17 - Peso de aço e volume de concreto, do Exemplo 5, das vigas calculados com o modelo da tese e com o Cypecad.

Numeração das vigas	Peso de aço (kg)		Volume de concreto (m³)	
	Modelo TESE	Cypecad	Modelo TESE	Cypecad
Modelo TESE/Cypecad				
1-2/105-106	53,02	49,6	0,672	0,672
3-4/103-104	81,64	98,4	0,672	0,672
5-6/101-102	65,33	59,8	0,672	0,672
7-8/107-108	57,58	49,8	0,612	0,612
9-10/109-110	67,73	74,3	0,612	0,612
11-12/111-112	55,55	45,8	0,612	0,612
Total	380,85	377,7	3,86	3,86

A diferença entre os pesos totais de aço das vigas, entre os dois programas, é de menos de 1%, enquanto que os volumes de concreto são iguais.

No caso dos pilares, copiou-se do Cypecad o item 2 do relatório: *Esforços e armaduras de pilares*, o qual está transcrito a seguir Figura 7.30:

Figura 7.30 - Relatório do Cypecad Esforços e armaduras de pilares do Exemplo

Referência	Dimensões m	Formas m²	Concreto m³	Diam. mm	Nº	A. barras Kg.	A. estribos Kg.
P1	0.30x0.20	2.7	0.16	Ø10 Ø5 Ø5	6 26 26	11.42	3.76 1.18
P2 P3 P4 (x3)	0.30x0.20	2.7 8.1	0.16 0.48	Ø10 Ø5	4 26	7.61 22.83	3.76 11.28
P5 P7 (x2)	0.30x0.20	2.7 5.4	0.16 0.32	Ø16 Ø10 Ø6.3	4 4 52	20.35 7.61 55.92	9.90 19.80
P6	0.30x0.20	2.7	0.16	Ø12.5 Ø5 Ø5	8 21 21	24.49	3.07 0.99
P8	0.30x0.20	2.7	0.16	Ø12.5 Ø10 Ø5 Ø5	4 2 26 26	12.25 3.81	3.80 1.18
P9	0.30x0.20	2.7	0.16	Ø10 Ø5 Ø5	8 26 26	15.22	3.76 1.18
Total piso 1		24.3	1.44			145.90	50.00

Extraindo-se deste relatório a área de aço longitudinal pode-se comparar os resultados com o dimensionamento calculado com o modelo da tese, expostos na Tabela 7.18.

Capítulo 7. Exemplos

Tabela 7.18 - Área de forma, volume de concreto e armadura dos pilares, do Exemplo 5, calculados com o modelo da tese e com o Cypecad

PILAR		Formas m^2		Concreto m^3		Área de aço longitudinal usada cm^2		Nº de barras longitudinais e diâmetros		Área de aço transversal usada cm^2/m		Nº de estribos e diâmetros	
Tese	Cype	Tese	Cype	Tese	Cype	Tese	Cype	Tese	Cype	Tese	Cype	Tese	Cype
Pilar 1	P1	3,0	2,7	0,16	0,16	4,80	4,80	6Ø10	6Ø10	4,16	3,30	Ø6.3 c15	Ø5 c12
Pilar 2	P5	3,0	2,7	0,16	0,16	8,04	11,20	4Ø16	4Ø16+ 4Ø10	4,16	5,20	Ø6.3 c15	Ø6.3 c12
Pilar 3	P6	3,0	2,7	0,16	0,16	7,36	9,82	6Ø12.5	8Ø12.5	4,16	2,62	Ø6.3 c15	Ø5 c15
Pilar 4	P7	3,0	2,7	0,16	0,16	8,04	11,20	4Ø16	4Ø16+ 4Ø10	4,16	5,20	Ø6.3 c15	Ø6.3 c12
Pilar 5	P4	3,0	2,7	0,16	0,16	3,20	3,20	4Ø10	4Ø10	4,16	3,30	Ø6.3 c15	Ø5 c12
Pilar 6	P2	3,0	2,7	0,16	0,16	3,20	3,20	4Ø10	4Ø10	4,16	3,30	Ø6.3 c15	Ø5 c12
Pilar 7	P3	3,0	2,7	0,16	0,16	3,20	3,20	4Ø10	4Ø10	4,16	3,30	Ø6.3 c15	Ø5 c12
Pilar 8	P8	3,0	2,7	0,16	0,16	4,91	6,48	4Ø12.5	4Ø12.5+ 2Ø10	4,16	3,30	Ø6.3 c15	Ø5 c12
Pilar 9	P9	3,0	2,7	0,16	0,16	4,80	6,28	6Ø10	8Ø10	4,16	3,30	Ø6.3 c15	Ø5 c12

As áreas de forma são diferentes entre as duas colunas porque no modelo proposto na tese considerou-se toda a altura do pilar (3m), enquanto que no Cypecad, no cálculo da área de forma utilizou-se a altura do pilar menos a altura da viga (30cm). Além disso, as áreas de aço transversais ($4,16cm^2/m$) são as mesmas para todos os pilares porque foi implementada no programa da tese apenas a opção de Ø6.3c15 para áreas calculadas entre $3cm^2/m$ e $4cm^2/m$. A partir da tabela acima e do relatório do Cypecad *Esforços e armaduras de pilares*, elaborou-se a Tabela 7.19, com os pesos de aço dos pilares.

Tabela 7.19 - Pesos de aço dos pilares, do Exemplo 5, calculados com o modelo de dimensionamento da tese e com o Cypecad.

	Pilar1 /P1	Pilar2 /P5	Pilar3 /P6	Pilar4 /P7	Pilar5 /P4	Pilar6 /P2	Pilar7 /P3	Pilar8 /P8	Pilar9 /P9	Total
Tese	20,41	28,57	27,18	30,90	13,95	13,95	14,07	20,05	20,35	189,43
Cype	16,36	37,86	28,55	37,86	11,37	11,37	11,37	21,04	20,16	195,94

Calculando-se a diferença do peso total de aço dos pilares, entre os dois programas, obtém-se o valor de 3,4%. Os volumes de concreto são iguais e as áreas de forma têm valores aproximados. Para as lajes, os valores do relatório *Quantidades da obra, do Cypecad*, estão indicados abaixo (Tabela 7.20).

Tabela 7.20 - Relatório do Cypecad Quantidades da obra para as lajes do Exemplo 5

Elemento	Formas (m ²)	Volume (m ³)	Barras (kg)
LAJES	101,76	13,23	864,5
Total	163,50	18,56	1437,7

Resumindo-se as informações anteriormente expostas, foi organizada a Tabela 7.21 com os valores totais para os pilares, as vigas e as lajes, de onde se verifica que os pesos de aço e volume de concreto têm valores próximos considerando os dois dimensionamentos. No modelo da tese, para o cálculo do volume de concreto das lajes utilizou-se o comprimento entre eixos das vigas, por isso então que o resultado foi maior que aquele calculado com o Cypecad.

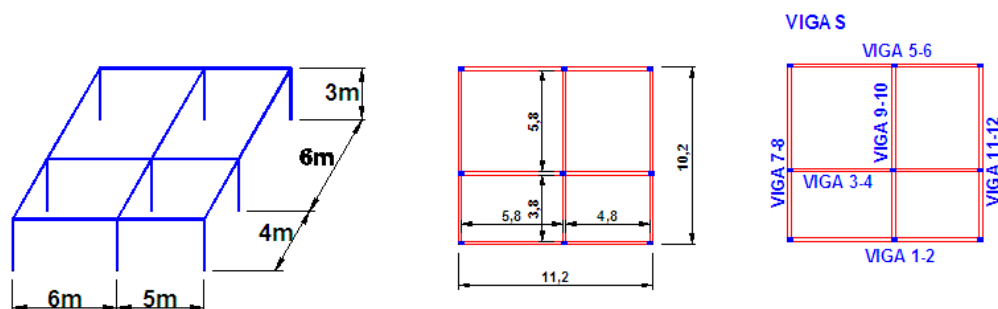
Tabela 7.21 - Peso de aço e volume de concreto de toda a estrutura do Exemplo 5 calculados com o modelo da tese e com o Cypecad

	Peso de aço (kg)			Volume de concreto (m ³)		
	Modelo TESE	Cype	Diferença (kg)	Modelo TESE	Cype	Diferença (m ³)
VIGAS	380,85	377,7	3,15	3,86	3,86	0
LAJES	909,40	865,5	44,9	14,30	13,23	1,07
PILARES	189,43	195,5	6,07	1,44	1,44	0
TOTAL	1479,70	1437,7	42,0	19,6	18,56	1,04

7.7 Exemplo 6. Otimização com Diferentes Valores Iniciais das Variáveis de Projeto. Exemplo com um Pórtico Espacial.

Analogamente ao Exemplo 4, partindo-se de diferentes valores de variáveis de projeto, pretende-se verificar se há convergência dos valores da função-objetivo com a otimização. A estrutura utilizada é o mesmo pórtico espacial do Exemplo 5 (Figura 7.31) e todas as variáveis são consideradas como determinísticas.

Figura 7.31 - Pórtico espacial para análise do dimensionamento com diferentes valores iniciais das variáveis de projeto. EXEMPLO 6.



Capítulo 7. Exemplos

A função-objetivo é o custo da estrutura e as variáveis de projeto são as bases e as alturas das vigas, de onde se conclui que há 24 variáveis de projeto. A seguir lista-se as propriedades dos materiais.

AÇO CA 50		
Módulo de elasticidade	210000	MPa
Peso específico	78,50	KN/m ³
CONCRETO		
Resistência característica à compressão	30	MPa
Módulo de elasticidade $E = 5600 f_{ck}^{1/2}$	30673	MPa
Peso específico	25	KN/m ³

Para a verificação da convergência da função-objetivo foram utilizados dois exemplos, A e B, nos quais os pilares têm sempre as mesmas dimensões:

$h_{px} = 50\text{cm}$

$h_{py} = 20\text{cm}$

e todas as vigas têm os seguintes valores iniciais:

Seção transversal inicial da viga	
Exemplo A	15cm x 30cm
Exemplo B	25cm x 45cm

O número de iterações do algoritmo de otimização é 2000 e o Feap e os modelos de dimensionamento são executados 6000 vezes, número dado pela expressão 3×2000 . Os valores finais das variáveis de projeto estão expostos a seguir (Tabela 7.22):

Tabela 7.22 - Valores finais das bases das vigas do Exemplo 6

EXEMPLO	Valores finais das bases das vigas											
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12
A	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12,03	12	12
B	12	12	12	12	12	12	12,01	12	12	12	12	12,01

Percebe-se que em ambos os casos a variável *base da viga*, mesmo tendo sido iniciada com valores diferentes para cada exemplo, tende a estabilizar com o valor mínimo de 12cm.

Tabela 7.23 - Valores finais das alturas das vigas do Exemplo 6

EXEMPLO	Valores finais das alturas das vigas											
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12
A	30	30,01	30	30	30	30	30,02	30,50	30	33,12	30	30
B	36,12	34,42	30,84	34,96	33,44	33,73	36,86	35,02	38,34	33,50	34,60	32,44

Até a iteração 2000, as alturas das vigas do exemplo B apresentam valores maiores que as alturas do exemplo A (Tabela 7.23).

Os valores finais para toda a estrutura são:

PESO DE AÇO	Exemplo A: 1211,86kg	Exemplo B: 1218,16kg
VOLUME DE CONCRETO	Exemplo A: 17,97m ³	Exemplo B: 18,27m ³
ÁREA DE FORMA	Exemplo A: 192,78m ²	Exemplo B: 197,69m ²

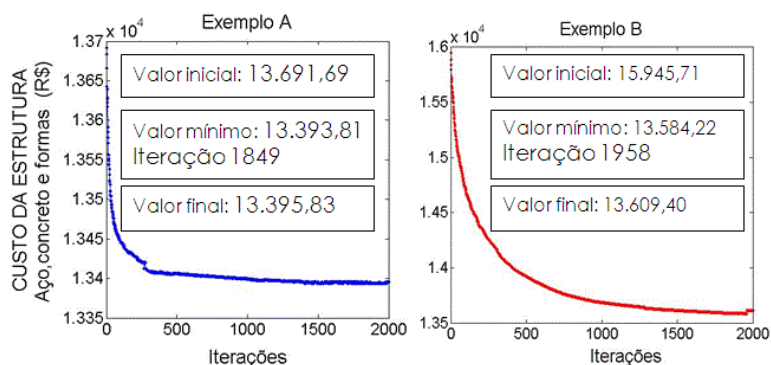
Abaixo encontram-se os valores finais da função-objetivo para os exemplos A e B. Como se observa, os valores mínimos não correspondem à última iteração (Tabela 7.24).

Tabela 7.24 - Valores da função-objetivo para os casos A e B do Exemplo 6

Custo da estrutura	EXEMPLO A	EXEMPLO B
Valor inicial	13.691,69	15.945,71
Valor mínimo	13.393,81	13.584,22
Iteração	1849	1958
Valor final	13.395,83	13.609,40

Os valores da tabela acima podem ser visualizados na figura abaixo (Figura 7.32). Verifica-se que as funções-objetivo convergem para valores próximos.

Figura 7.32 - Gráficos da função objetivo dos casos A e B do Exemplo 6



7.8 Exemplos com Simulação Estocástica e Otimização

Os exemplos a seguir ilustram a aplicação de otimização com simulação estocástica de cenários. São dados exemplos de otimização sob incerteza das variáveis de projeto e das propriedades dos materiais. São usados o pórtico plano e o pórtico espacial dos exemplos previamente introduzidos, em cinco casos cada um:

Pórtico plano: Exemplos 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5
 Pórtico espacial: Exemplos 8.1, 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5

No processo de otimização a função-objetivo é a esperança matemática do custo da estrutura e as variáveis de projeto são as propriedades geométricas, descritas a seguir:

	VARIÁVEIS DE PROJETO	Nº DE VARIÁVEIS DE PROJETO
Exemplos com o pórtico plano	Base e altura da viga e bases e alturas das seções transversais dos pilares	6
Exemplos com o pórtico espacial	Bases e alturas das vigas	24

Em todos os exemplos com o pórtico plano, os limites das variáveis de projeto são:

LIMITES MÍNIMOS

Base da viga $b_{\min} = 20cm$
 Altura da viga $h_{\min} = 30cm$
 Dimensão do pilar na direção x $h_{px_{\min}} = 30cm$
 Dimensão do pilar na direção y $h_{py_{\min}} = 30cm$

LIMITES MÁXIMOS

Base da viga $b_{\max} = 30cm$
 Altura da viga $h_{\max} = 90cm$
 Dimensão do pilar na direção x $h_{px_{\max}} = 100cm$
 Dimensão do pilar na direção y $h_{py_{\max}} = 100cm$

Já nos exemplos com o pórtico espacial, os limites para os exemplos 8.1 e 8.2 encontram-se a seguir:

LIMITES MÍNIMOS

Base da viga $b_{\min} = 12cm$
 Altura da viga $h_{\min} = 30cm$

LIMITES MÁXIMOS

Base da viga $b_{\max} = 30cm$
 Altura da viga $h_{\max} = 90cm$

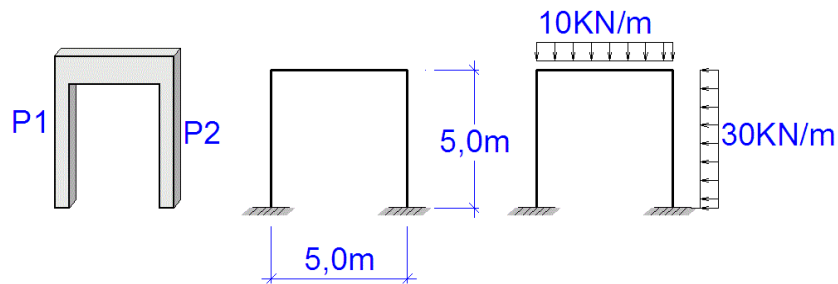
Nos exemplos 8.3, 8.4 e 8.5 há uma diferença com relação ao limite mínimo da base da viga, pois 12cm não atendeu a algumas restrições das normas:

LIMITES MÍNIMOS

Base da viga $b_{\min} = 15\text{cm}$

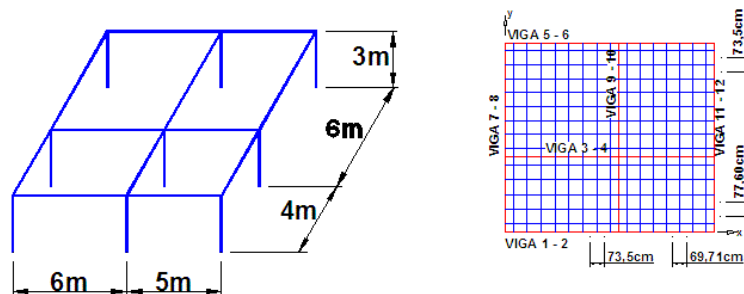
Os vãos da viga e dos pilares do pórtico plano, assim como o carregamento que lhe é aplicado estão ilustrados na Figura 7.33.

Figura 7.33 - Pórtico plano para os exemplos com simulação estocástica e otimização



A Figura 7.34 descreve o pórtico espacial e a grelha utilizada na análise das lajes.

Figura 7.34 - Pórtico espacial para os exemplos com simulação estocástica e otimização



Os valores iniciais das variáveis de projeto, em todos os exemplos do pórtico plano estão listados a seguir:

$b_{\text{inicial}} = 30\text{cm}$ $h_{\text{inicial}} = 50\text{cm}$ $h_{p\text{xinicial}} = 70\text{cm}$ $h_{p\text{yinicial}} = 30\text{cm}$

Para o caso dos exemplos com o pórtico espacial, utilizaram-se os seguintes valores iniciais para as variáveis de projeto

$b_{\text{inicial}} = 25\text{cm}$ $h_{\text{inicial}} = 45\text{cm}$

As variáveis de projeto estão indicadas no Quadro 7.3:

Quadro 7.3 - Variáveis de projeto

	Pórtico plano	Pórtico espacial
Variáveis de projeto	Propriedades geométricas. Base e altura da viga e bases e alturas das seções transversais dos pilares.	Propriedades geométricas. Bases e alturas das vigas.
Nº de variáveis de projeto	6	24

Em todos os exemplos, em vista de que a aleatoriedade das variáveis é considerada por meio da simulação de Monte Carlo, os coeficientes de segurança, sem perda de generalidade, são supostos incluídos nas distribuições, quando necessário.

As variáveis aleatórias são aquelas relacionadas às propriedades dos materiais, às propriedades geométricas e aos preços dos materiais. Foram organizados cinco exemplos para cada caso de pórtico, onde as variáveis aleatórias foram consideradas em grupo. Nos cinco quadros abaixo (Quadro 7.4 a Quadro 7.8) encontra-se um resumo dos exemplos com otimização e simulação estocástica.

Quadro 7.4 - Exemplos 7.1 - Pórtico plano e 8.1- Pórtico espacial

	EXEMPLO 7.1. Pórtico plano	EXEMPLO 8.1. Pórtico espacial
Variáveis aleatórias	Propriedades do concreto. $f_{cc}, f_{ct}, f_b, \rho_C, E_C$	Propriedades do concreto. $f_{cc}, f_{ct}, f_b, \rho_C, E_C$
Nº de variáveis aleatórias	5	5
Nº de iterações	1046	1000
Nº de simulações	50	50
Nº de execuções do Feap e dos modelos de dimensionamento	159.600	150.000

Quadro 7.5 - Exemplos 7.2 - Pórtico plano e 8.2- Pórtico espacial

	EXEMPLO 7.2. Pórtico plano	EXEMPLO 8.2. Pórtico espacial
Variáveis aleatórias	Propriedades do concreto. $f_{cc}, f_{ct}, f_b, \rho_C, E_C$ Propriedades do aço. $f_y, \rho_S, E_S, \varepsilon_y$	Propriedades do concreto. $f_{cc}, f_{ct}, f_b, \rho_C, E_C$ Propriedades do aço. $f_y, \rho_S, E_S, \varepsilon_y$
Nº de variáveis aleatórias	9	9
Nº de iterações	830	813
Nº de simulações	100	100
Nº de execuções do Feap e dos modelos de dimensionamento	249.000	243.900

Capítulo 7. Exemplos

Quadro 7.6 - Exemplos 7.3 - Pórtico plano e 8.3 - Pórtico espacial

	EXEMPLO 7.3. Pórtico plano	EXEMPLO 8.3. Pórtico espacial
Variáveis aleatórias	Propriedades geométricas. Base e altura da viga e bases e alturas das seções transversais dos pilares.	Propriedades geométricas. Bases e alturas das vigas e bases e alturas das seções transversais dos pilares.
Nº de variáveis aleatórias	6	42
Nº de iterações	750	850
Nº de simulações	100	100
Nº de execuções do feap e dos modelos de dimensionamento	225.000	255.000

Quadro 7.7 - Exemplos 7.4 - Pórtico plano e 8.4 - Pórtico espacial

	EXEMPLO 7.4. Pórtico plano	EXEMPLO 8.4. Pórtico espacial
Variáveis aleatórias	Propriedades do concreto (5 variáveis). $f_{cc}, f_{ct}, f_b, \rho_C, E_C$	Propriedades do concreto (5 variáveis). $f_{cc}, f_{ct}, f_b, \rho_C, E_C$
	Propriedades do aço. (4 variáveis). $f_y, \rho_S, E_S, \varepsilon_y$	Propriedades do aço. (4 variáveis). $f_y, \rho_S, E_S, \varepsilon_y$
	Propriedades geométricas. (6 variáveis). Base e altura da viga e bases e alturas das seções transversais dos pilares.	Propriedades geométricas. (42 variáveis). Bases e alturas das vigas e bases e alturas das seções transversais dos pilares.
Nº de variáveis aleatórias	15	51
Nº de iterações	727	517
Nº de simulações	100	100
Nº de execuções do feap e dos modelos de dimensionamento	218.100	155.100

Capítulo 7. Exemplos

Quadro 7.8 - Exemplos 7.5 - Pórtico plano e 8.5 - Pórtico espacial

	EXEMPLO 7.5. Pórtico plano	EXEMPLO 8.5. Pórtico espacial
Variáveis aleatórias	Preços dos materiais. Peso de aço/kg Volume de concreto/m ³ Área de forma/m ²	Preços dos materiais Peso de aço/kg Volume de concreto/m ³ Área de forma/m ²
Nº de variáveis aleatórias	3	3
Nº de iterações	454	882
Nº de simulações	100	100
Nº de execuções do feap e dos modelos de dimensionamento	136.200	155.100

Para cada uma das variáveis aleatórias informam-se os parâmetros das distribuições de probabilidade, que no caso da distribuição normal são a média e o desvio padrão (Quadro 7.9 e Quadro 7.10).

Quadro 7.9 - Média, desvio padrão e coeficiente de variação das propriedades dos materiais

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS Propriedades do concreto e do aço.	Média	Desvio padrão	Coef. de variação %
f_{cc} (MPa)	30	4,5	15
f_{ct} (MPa)	3	0,45	15
f_b (MPa)	4,5	0,68	15
Peso específico do concreto armado (KN/m ³)	25	1,25	5
E_C (MPa)	30673	4600,95	15
E_S (MPa)	210000	2100	1
f_y (MPa)	500	25	5
ρ_s (kg/cm ³)	7,85E-03	7,85E-05	1

Quadro 7.10 - Média, desvio padrão e coeficiente de variação das propriedades geométricas

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	Pórtico plano		Pórtico espacial		Coef. de variação %
	Média	Desvio padrão	Média	Desvio padrão	
Largura das vigas (cm)	30	0,75	25	0,63	2,5
Altura das vigas (cm)	50	1,25	45	1,13	2,5
Dimensão dos pilares na direção x (cm) (maior dimensão)	70	0,49	50	0,35	0,7
Dimensão dos pilares na direção y (cm) (menor dimensão)	30	0,42	20	0,28	1,4

Capítulo 7. Exemplos

Utilizou-se como fonte de consulta, para estes parâmetros, o código proposto pelo JCSS - Joint Committee on Structural Safety (Quadro 7.11).

Quadro 7.11 - Coeficientes de variação das variáveis aleatórias extraídos do JCSS

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS Propriedades do concreto e do aço e propriedades geométricas.	Fonte do coeficiente de variação
f_{cc} (MPa)	JCSS - Example 1-Reinforced Concret Slab; Example 4-Reinforced Concrete Column in Multi Storey Frame
Peso específico do concreto armado (KN/m ³)	JCSS - Example 1-Reinforced Concret Slab; Example 4-Reinforced Concrete Column in Multi Storey Frame
f_y (MPa)	JCSS Part 3. 3.2-Static Properties of Reinforcing Steel; Example 1-Reinforced Concret Slab; Example 4-Reinforced Concrete Column in Multi Storey Frame
ρ_s (kg/cm ³)	JCSS Part2, pg. 3 – TABLE 2.1.1
Seção transversal da viga	JCSS - Example 1-Reinforced Concrete Slab – Table 1.1-Probabilistic Models for the Reinforced Concrete Slab Example,pg. 2.
Seção transversal do pilar	JCSS – Table 4 – Probabilistic Models for the Concrete Column Example – Item 3.2 – Multi-storey reinforced concrete frame, pg. 430. – Developments towards full probabilistic design codes. JCSS - Example 4-Reinforced Concrete Column in Multi Storey Frame – Table 4.1 - Probabilistic Models for the Concrete Column Example, pg. 16.

Outros dados do problema são:

COBRIMENTO DAS ARMADURAS

Vigas	2,5cm
Lajes	2,0cm
Pilares	2,5cm
Peso específico do contrapiso	18KN/m ³
Peso do piso	0,20KN/m ²
Espessura do contrapiso	2cm
Carga acidental	2KN/m ²
Carga de parede	4,368KN/m

Há cinco exemplos com o pórtico plano (7.1, 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5) e cinco exemplos com o pórtico espacial (8.1, 8.2, 8.3, 8.4 e 8.5). A seguir serão apresentados os resultados para estes exemplos, separadamente:

Pórtico plano	Exemplo 7
Pórtico espacial	Exemplo 8

7.8.1 Exemplo 7

Como explicado anteriormente, para cada iteração da otimização, os modelos de dimensionamento são executados N_{MC} vezes, onde N_{MC} é o número de simulações. As saídas destes modelos são os pesos de aço, volumes de concreto e áreas de forma de cada elemento estrutural, viga, laje e pilar. Com isto é possível obter, em cada iteração, N_{MC} valores para os pesos das vigas, N_{MC} valores para os pesos dos pilares e N_{MC} valores para os pesos das lajes. Igualmente determinam-se também os volumes de concreto e as áreas de forma. Em cada iteração, então, é possível calcular a média de cada um destes resultados. São apresentadas as médias, na última iteração, de todos os exemplos (Tabela 7.25):

Tabela 7.25 - Médias e desvios padrões dos pesos de aço (kg), volumes de concreto (m^3), áreas de forma (m^2) e seus respectivos custos (R\$), dos exemplos com o pórtico plano, na última iteração

EXEMPLO	7.1		7.2		7.3		7.4		7.5	
	Media	DP	Media	DP	Media	DP	Media	DP	Media	DP
VIGA										
Peso de aço	23,75	1,07	23,67	0,84	25,91	2,44	26,56	2,94	29,77	0,00
Vol. de concreto	0,40	0	0,41	0	0,44	0,03	0,45	0,03	0,49	0,00
Área de forma	5,04	0	5,07	0	5,42	0,17	5,49	0,17	5,50	0,00
Custo/aço	73,15	3,30	72,89	2,59	79,82	7,53	81,79	9,05	92,04	4,68
Custo/concreto	137,44	0	138,31	0	150,76	10,3	153,26	10,40	166,62	8,70
Custo/forma	92,89	0	93,39	0	99,87	3,141	101,19	3,14	101,72	5,30
PILARES										
Peso de aço	155,40	12,66	158,84	10,19	172,18	0,80	158,78	9,78	163,34	0,00
Vol. de concreto	1,70	0	1,72	0	1,87	0,04	1,75	0,04	1,91	0,00
Área de forma	17,33	0	17,47	0	18,46	0,19	17,65	0,19	18,71	0,00
Custo/aço	478,62	39,01	489,21	31,39	530,31	2,47	489,03	30,11	504,95	25,69
Custo/concreto	578,16	0	585,58	0	636,42	14,54	594,40	13,93	651,07	34,00
Custo/forma	319,41	0	322,00	0	340,30	3,52	325,21	3,52	346,21	18,05
FUNÇÃO OBJETIVO										
Custo:estrutura (R\$)	1.679,66	41,82	1701,39	33,62	1837,47	40,85	1744,88	63,73	1862,61	96,44

Pode ser notado na Tabela 7.25 que na média, a função-objetivo tende a um valor próximo a R\$1.750,00. Como dado de entrada, os menores coeficientes de variação correspondem àqueles associados às propriedades do aço e, como resultado, o menor desvio padrão da função-objetivo é o do Exemplo 7.2, cujas variáveis aleatórias são as propriedades deste material e do concreto. Nos exemplos 7.1 e 7.2, onde as variáveis aleatórias são as propriedades dos materiais e não há variação da geometria

Capítulo 7. Exemplos

dentro da simulação de Monte Carlo, o desvio padrão do volume de concreto e da área de forma é zero. O Exemplo 7.3, com variáveis aleatórias relacionadas somente à geometria da estrutura, apresentou o desvio padrão da função-objetivo maior apenas que o do segundo exemplo. No Exemplo 7.5, cujas variáveis aleatórias são os preços dos materiais, os desvios padrões do peso de aço, área de forma e volume de concreto são iguais a zero. Percebe-se que em todos os exemplos, as médias e os desvios padrões, correspondentes a cada saída do programa (peso de aço, volume de concreto...) têm valores próximos entre si. A Tabela 7.26 apresenta os valores finais das variáveis de projeto, ou seja, seus valores na última iteração da otimização.

Tabela 7.26 - Valores finais das variáveis de projeto dos exemplos com o pórtico plano

VALORES FINAIS DAS VARIÁVEIS DE PROJETO						
Exemplo	Viga		Pilar 1		Pilar 2	
	b	h	hpx	hpy	hpx	hpy
7.1	20,01	40,40	58,03	30,00	55,23	30,05
7.2	20,00	40,67	58,03	30,10	56,59	30,00
7.3	20,00	44,06	62,00	30,04	62,46	30,00
7.4	20,01	44,78	56,95	30,00	59,37	30,00
7.5	22,26	43,85	65,45	30,01	61,68	30,01

Observando-se a Tabela 7.26 percebe-se que a largura da viga, em todos os exemplos, praticamente alcança o limite mínimo determinado para o algoritmo de otimização, já que é o lado da seção transversal que tem menor contribuição para a inércia da viga. A dimensão da seção do pilar na direção y também atinge o mínimo, diferentemente da dimensão na direção x, pois é nesta direção onde o pilar é solicitado.

Nem sempre o valor mínimo da função-objetivo aconteceu na última iteração. A Tabela 7.27 detalha estes valores para todos os exemplos com o pórtico plano.

Tabela 7.27 - Valores da função-objetivo dos exemplos com o pórtico plano

FUNÇÃO OBJETIVO R\$	Exemplo 1	Exemplo 2	Exemplo 3	Exemplo 4	Exemplo 5
Valor inicial	2.074,21	2.076,04	2.086,00	2.064,26	2.089,12
Valor mínimo	1.679,66	1.701,39	1.837,33	1.744,71	1.862,61
Iteração	1043	830	746	726	454
Valor final	1.679,66	1.701,39	1.837,47	1.744,88	1.862,61
Iteração	1046	830	750	727	454

Figuras do exemplo 7

As informações organizadas nas tabelas do item anterior estão apresentadas também em figuras. Abaixo são ilustradas as figuras do Exemplo 7, agrupadas da seguinte forma

Função-objetivo x Iterações e Histograma

Histogramas de entrada e saída da função objetivo.

Desvio padrão da função-objetivo x Iterações e Coeficiente de variação da função-objetivo x Iterações

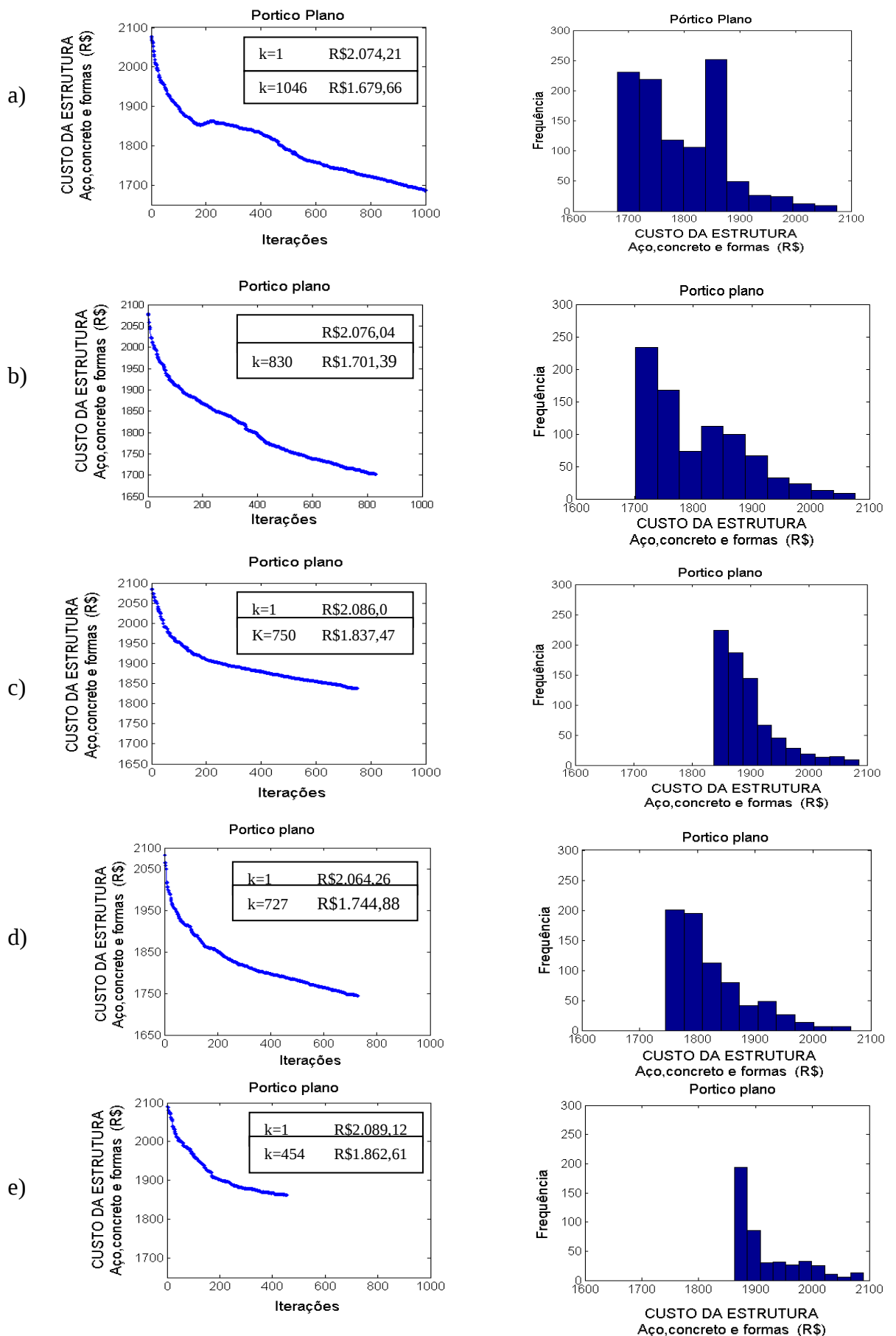
Variáveis de projeto *largura e altura da viga* x Iterações

Variáveis de projeto *dimensões das seções transversais dos pilares* x Iterações

Os itens *a*, *b*, *c*, *d* e *e* das figuras do Exemplo 7 correspondem aos exemplos 7.1, 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5, respectivamente.

Capítulo 7. Exemplos

Figura 7.35 – Pórtico plano. Função objetivo e histograma dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)

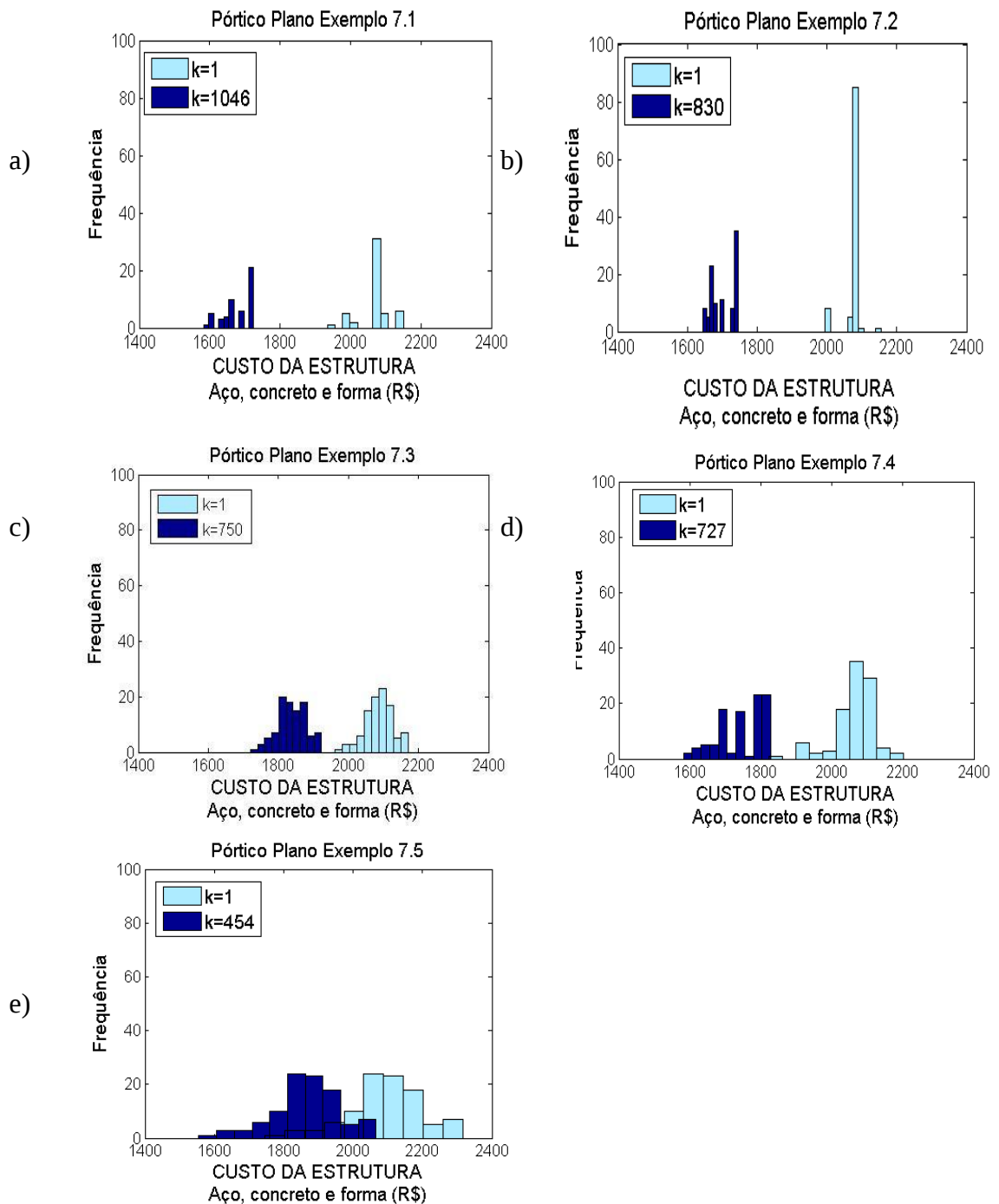


Na geração dos histogramas, os resultados da função-objetivo são dispostos em 10 grupos. Os histogramas indicam, aproximadamente, quantos valores da função objetivo há em cada grupo. No Exemplo 7.1 (Figura 7.35a) a maior concentração de valores gira em torno de R\$1.850,00 (aproximadamente 250 de um total de 1046 iterações). No Exemplo 7.2, de um total de 830 iterações, aproximadamente 230 custos da estrutura apresentam valores próximos a R\$1.700,00, enquanto que apenas 10 iterações apresentam custos girando em torno de R\$2.050,00. Nota-se uma tendência, dos 5 exemplos, em apresentar uma maior concentração de valores com custos menores e vice-versa. No último exemplo (item e), apesar de que o número de iterações é inferior aos anteriores, percebe-se que a função-objetivo também decresce. O histograma correspondente apresenta um pico de valores, quase 200 iterações de um total de 454, com os menores custos, e os demais valores diluem-se em grupos menos numerosos.

No Exemplo 7.1 (Figura 7.35a), a curva da função-objetivo é descendente, e ao redor do valor R\$1.850,00 ela passa a ter uma declividade mais suave. O pico no histograma (Figura 7.35) em torno do valor citado indica uma maior quantidade de custos mais próximos a este valor que a outros. No Exemplo 7.2 (Figura 7.35b), a função-objetivo sempre tem uma curva descendente, porém em torno de R\$1.800,00 a declividade é acentuada. Pelo histograma percebe-se que há uma menor quantidade de custos de R\$1.800,00 que seus valores vizinhos. A distribuição de frequência dos valores da função-objetivo apresenta um formato semelhante entre os exemplos 7.2, 7.3, 7.4 e 7.5, como pode ser visto nos histogramas da Figura 7.35, itens b, c, d, e e.

Os histogramas da função objetivo na primeira e na última iteração são apresentados na Figura 7.36. Nos exemplos 7.1 a 7.4 os valores dos custos da estrutura na primeira iteração são maiores, em todas as simulações, do que aqueles valores na última iteração. Apenas no exemplo 7.5 (item e) há uma sobreposição de custos, porém a média da função objetivo é maior na primeira iteração.

Figura 7.36 - Pórtico plano. Histogramas de entrada e saída da função objetivo



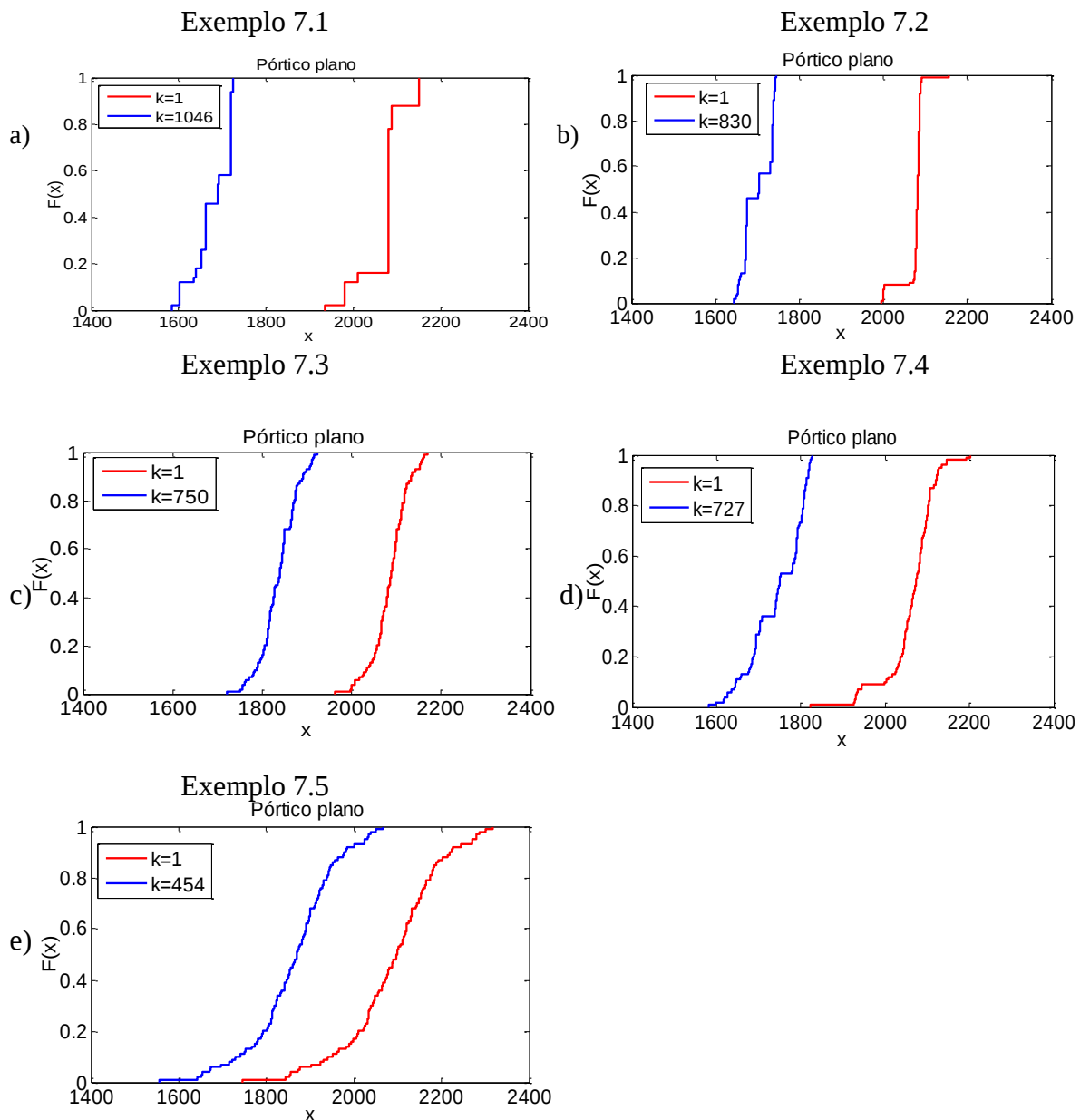
As médias e os desvios padrões da função objetivo, nas primeiras e últimas iterações, estão resumidos na Tabela 7.28. As médias sempre apresentam valores menores na última iteração, mas os desvios padrões não necessariamente se reduzem vez que não são otimizados.

Tabela 7.28 PÓRTICO PLANO Média e desvio padrão da função objetivo na primeira e última iteração

	Exemplo 7.1		Exemplo 7.2		Exemplo 7.3		Exemplo 7.4		Exemplo 7.5	
Iteração	k=1	k=1046	k=1	k=830	k=1	k=750	k=1	k=727	k=1	k=454
Média	2074,22	1679,66	2076,04	1701,39	2086,00	1837,47	2064,26	1744,88	2089,12	1862,61
DP	47,44	41,82	24,12	33,62	39,73	40,85	58,02	63,73	108,23	96,44

A Figura 7.37 apresenta as funções de distribuição acumulada da função-objetivo, na primeira e na última iteração, dos cinco exemplos do pórtico plano (itens a e e):

Figura 7.37 – Pórtico plano. Função de distribuição acumulada da função-objetivo

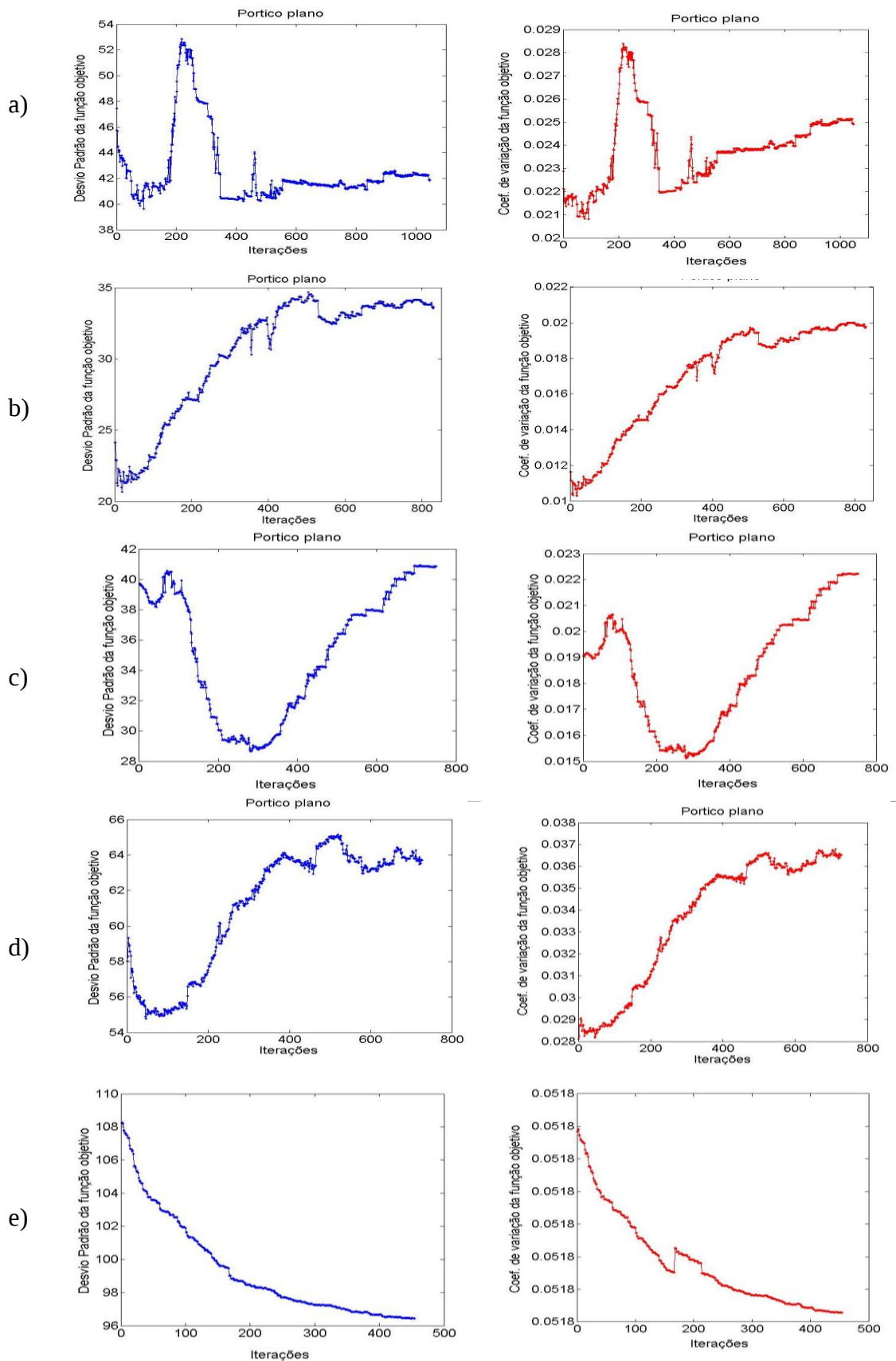


Nas distribuições anteriores, pode-se notar que a minimização da esperança do custo proporciona, simultaneamente, um descréscimo nos valores em risco e um acréscimo nas oportunidades de ganho.

A seguir são apresentados os desvios padrões e os coeficientes de variação da função objetivo dos exemplos 7.1 a 7.5 (itens *a* a *e*), em todas as iterações.

Capítulo 7. Exemplos

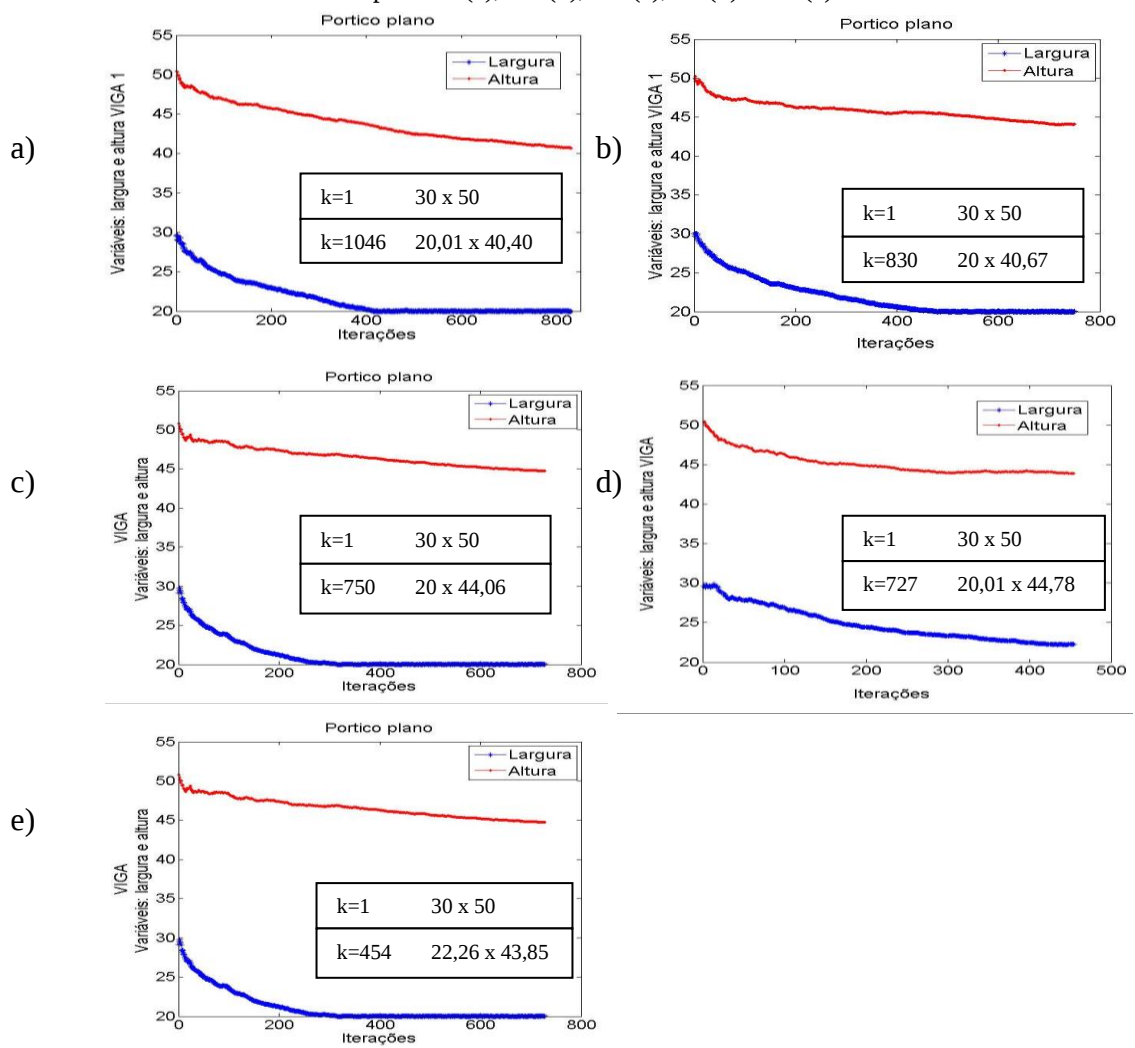
Figura 7.38 – Pórtico plano. Desvio padrão e coeficiente de variação da função objetivo dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)



No Exemplo 7.1, próximo à iteração nº 200 há uma mudança na direção da curva da função-objetivo (Figura 7.35a) e o desvio padrão apresenta seus maiores valores (Figura 7.38a). No Exemplo 7.2, o desvio padrão e o coeficiente de variação da função-objetivo crescem até aproximadamente a iteração nº 600 e a seguir tendem a estabilizar (Figura 7.38b). Comparando-se os itens *a* e *b* da Figura 7.38 nota-se que todos os valores dos coeficientes de variação do primeiro exemplo foram maiores que os valores do segundo exemplo. De todos os exemplos, no Exemplo 7.2 é onde acontecem os menores valores do coeficiente de variação. O Exemplo 7.4 apresenta coeficientes de variação da função-objetivo maiores que os dos exemplos 7.1, 7.2 e 7.3. O Exemplo 7.5 apresenta os maiores coeficientes de variação. O desvio padrão do custo da estrutura pode ser visto como uma medida de risco.

A seguir encontram-se os gráficos com as variáveis de projeto.

Figura 7.39 – Pórtico plano. Gráfico das variáveis de projeto largura e altura da viga dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)

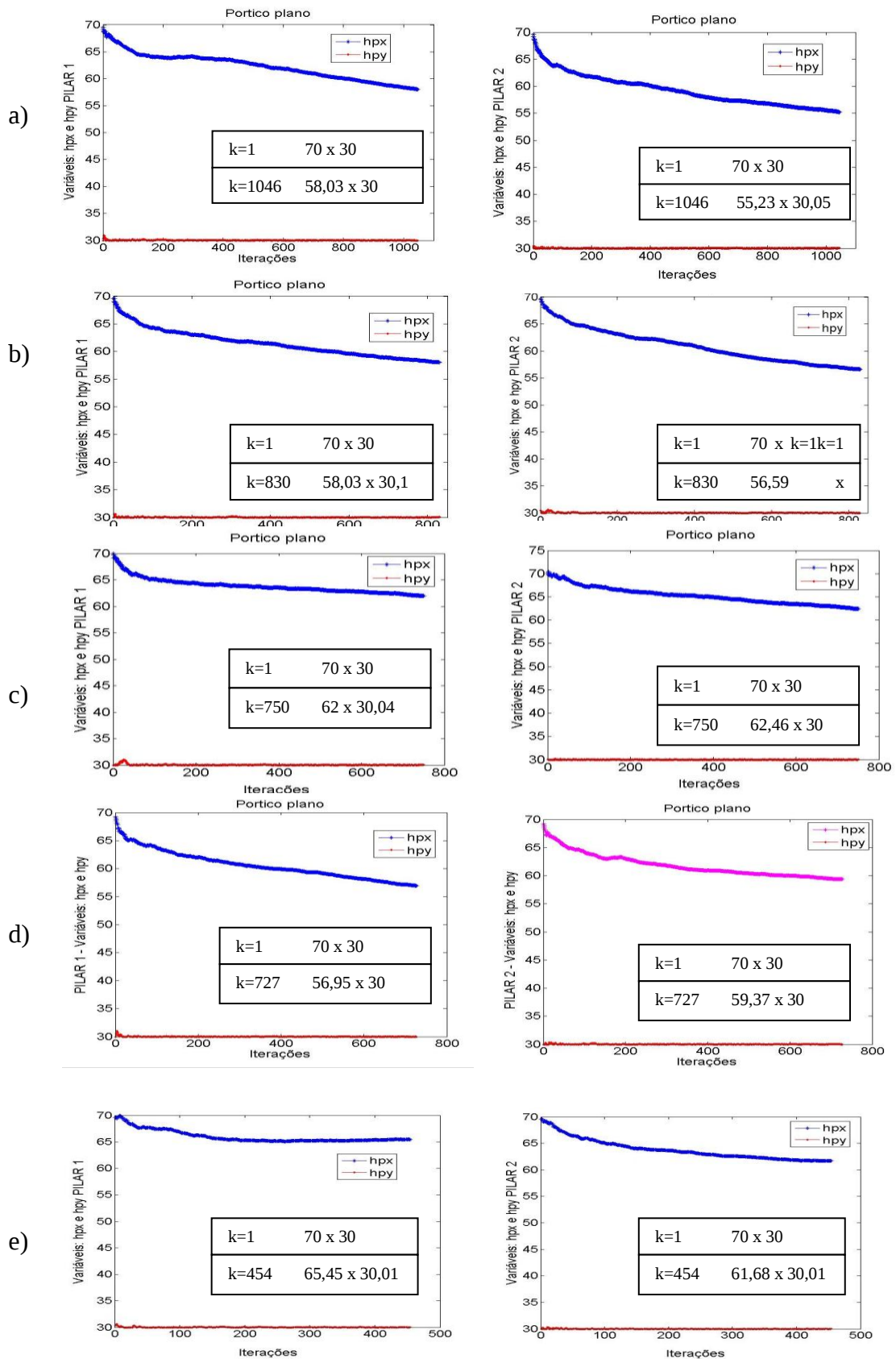


A largura da viga estabiliza-se no patamar mínimo enquanto que a altura tende a assumir valores entre 40cm e 45cm , que são maiores que o mínimo ($h_{\min} = 30\text{cm}$) usado pelo algoritmo de otimização (Figura 7.39). A seguir estão ilustrados os valores das variáveis de projeto *dimensões das seções transversais dos pilares* em função das iterações.

A largura do pilares permanece no valor mínimo enquanto que a outra dimensão da seção transversal tem uma diminuição suave (Figura 7.40).

Capítulo 7. Exemplos

Figura 7.40 – Pórtico plano. Gráfico das variáveis de projeto *dimensões das seções transversais dos pilares* dos exemplos 7.1 (a), 7.2 (b), 7.3 (c), 7.4(d) e 7.5 (e)



7.8.2 Exemplo 8

De forma análoga à Tabela 7.25 do exemplo com o pórtico plano e considerando que em cada iteração da otimização é possível calcular a média dos pesos de aço, volume de concreto e área de forma, elaborou-se também para o pórtico espacial um resumo de cada um destes resultados, calculados na última iteração. São apresentadas na Tabela 7.29 as médias, na última iteração, de todos os exemplos do pórtico espacial.

Tabela 7.29 - Médias e desvios padrões dos pesos de aço (kg), volumes de concreto (m³), áreas de forma (m²) e seus respectivos custos (R\$), dos exemplos com o pórtico espacial, na última iteração

EXEMPLO	8.1		8.2		8.3		8.4		8.5	
VIGA	MÉDIA	DP	MÉDIA	DP	MÉDIA	DP	MÉDIA	DP	MÉDIA	DP
Peso de aço	246,95	7,09	249,44	1,89	256,75	7,46	263,48	10,19	250,65	0
Vol. de concreto	3,05	0	3,13	0	3,54	0,27	3,67	0,27	3,38	0
Área de forma	53,40	0	52,44	0	54,06	1,87	55,90	1,87	52,58	0
Custo/aço	760,62	21,83	768,26	5,81	790,79	22,98	811,52	31,38	774,85	39,43
Custo/concreto	1036,27	0,00	1063,46	0,00	1202,92	90,82	1248,64	92,81	1153,08	60,22
Custo/forma	984,13	0,00	966,38	0,00	996,37	34,55	1030,27	34,55	972,69	50,72
LAJE										
Peso de aço	718,81	3,39	718,62	4,95	717,82	1,27	721,06	6,70	717,69	0
Vol. de concreto	13,20	0	13,20	0	13,20	0,00	13,20	0,00	13,20	0
Área de forma	110,00	0	110,00	0	110,00	0,00	110,00	0,00	110,00	0
Custo/aço	2213,93	10,45	2213,35	15,24	2210,88	3,92	2220,87	20,64	2218,65	112,89
Custo/concreto	4488,66	0,00	4488,66	0,00	4488,66	0,00	4488,66	0,00	4505,68	235,31
Custo/forma	2027,30	0,00	2027,30	0,00	2027,30	0,00	2027,30	0,00	2034,97	106,12
PILAR										
Peso de aço	267,70	23,78	269,28	22,67	267,41	11,98	269,09	24,64	255,65	0
Vol. de concreto	2,43	0	2,43	0	2,43	0,05	2,43	0,05	2,43	0
Área de forma	37,80	0	37,80	0	37,83	0,36	37,83	0,36	37,80	0
Custo/aço	824,51	73,24	829,39	69,83	823,61	36,91	828,80	75,89	790,32	40,21
Custo/concreto	826,32	0	826,32	0	827,73	18,17	827,73	18,17	829,45	43,32
Custo/forma	696,65	0	696,65	0	697,13	6,57	697,13	6,57	699,29	36,47
F. OBJ. (R\$)	13858,40	93,26	13860,01	94,25	14065,38	203,51	14180,92	252,16	13978,98	724,69

Analisando-se a tabela acima nota-se, nos exemplos 8.1, 8.2 e 8.5, que não há variação nos volumes de concreto e áreas de forma, ou seja, o desvio padrão destes itens é zero, tendo em vista do fato de que não foi considerada aleatoriedade nas propriedades geométricas nestes três exemplos. Isto significa dizer que durante a execução do método Monte Carlo, a geometria da estrutura não é alterada. Além disso, no Exemplo 8.5 também não há variação no peso de aço, no volume de concreto e na área de forma pois a aleatoriedade é considerada apenas no custo dos materiais. Como aconteceu com o pórtico plano, o menor desvio padrão da função-objetivo aparece no segundo exemplo (Exemplo 8.2), onde as variáveis aleatórias são aquelas relacionadas às propriedades do concreto e do aço, material este que apresenta baixos coeficientes de variação associados às suas propriedades. Também aqui o maior desvio padrão da função-objetivo acontece no quinto exemplo (Exemplo 8.5), onde os custos dos materiais são considerados como aleatórios. Percebe-se na Tabela 7.29 que as médias de cada item têm valores próximos entre os exemplos. Por exemplo, o peso de aço das vigas varia de 246,95kg (Exemplo 8.1) a 263,48kg (Exemplo 8.4). O mesmo acontece com o volume de concreto e área de forma de cada elemento estrutural, viga, laje e pilar.

A Tabela 7.30 apresenta os valores finais das variáveis de projeto, ou seja, seus valores na última iteração da otimização.

Tabela 7.30 - Valores finais das variáveis de projeto dos exemplos com o pórtico espacial

VALORES FINAIS DAS VARIÁVEIS DE PROJETO												
Ex.	Bases das vigas											
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12
8.1	12,07	12,09	12,00	12,13	13,05	13,93	16,53	12,01	14,79	12,01	14,78	12,04
8.2	19,16	12,10	12,79	12,00	12,15	12,55	15,94	15,35	12,02	13,86	15,02	12,44
8.3	15,00	15,12	15,00	15,02	15,03	15,00	18,06	15,15	15,03	15,00	15,10	15,00
8.4	15,00	15,00	15,03	15,00	15,08	16,60	15,10	15,00	15,00	15,00	15,11	15,00
8.5	15,02	15,02	15,00	15,00	15,18	15,02	15,04	15,18	15,06	15,00	15,02	15,06
Ex.	Alturas das vigas											
	V1	V2	V3	V4	V5	V6	V7	V8	V9	V10	V11	V12
8.1	39,91	34,48	32,77	41,85	33,13	32,77	41,80	36,71	38,04	36,69	36,25	37,31
8.2	30,17	37,01	33,74	34,14	35,82	35,51	36,34	34,21	37,53	35,19	43,28	36,17
8.3	44,12	35,65	31,61	33,75	40,50	35,32	31,91	34,27	36,71	36,20	38,22	32,58
8.4	38,24	41,09	36,81	42,72	36,25	36,05	33,84	37,79	42,63	35,11	43,07	30,00
8.5	31,45	35,63	35,57	38,58	30,31	36,96	36,58	35,62	34,81	34,86	35,22	35,53

Nos exemplos 8.1 e 8.2 o limite mínimo da base da viga, utilizado no algoritmo de otimização, é 12cm, enquanto que nos exemplos 8.3, 8.4 e 8.5 este limite é de 15cm. Como pode ser visto na Tabela 7.30, as médias das bases das vigas, na última iteração, chegam bastante próximo a esses limites. As alturas das vigas, cujo limite mínimo

Capítulo 7. Exemplos

usado no algoritmo de otimização é de 30cm, não passam de 45cm, sendo que o valor inicial desta dimensão é de 45cm.

A Tabela 7.31 apresenta tanto os valores mínimos da função-objetivo como também seus valores na última iteração. Nota-se que no Exemplo 8.2 o valor mínimo acontece antes da última iteração.

Tabela 7.31 - Valores da função-objetivo dos exemplos com o pórtico espacial

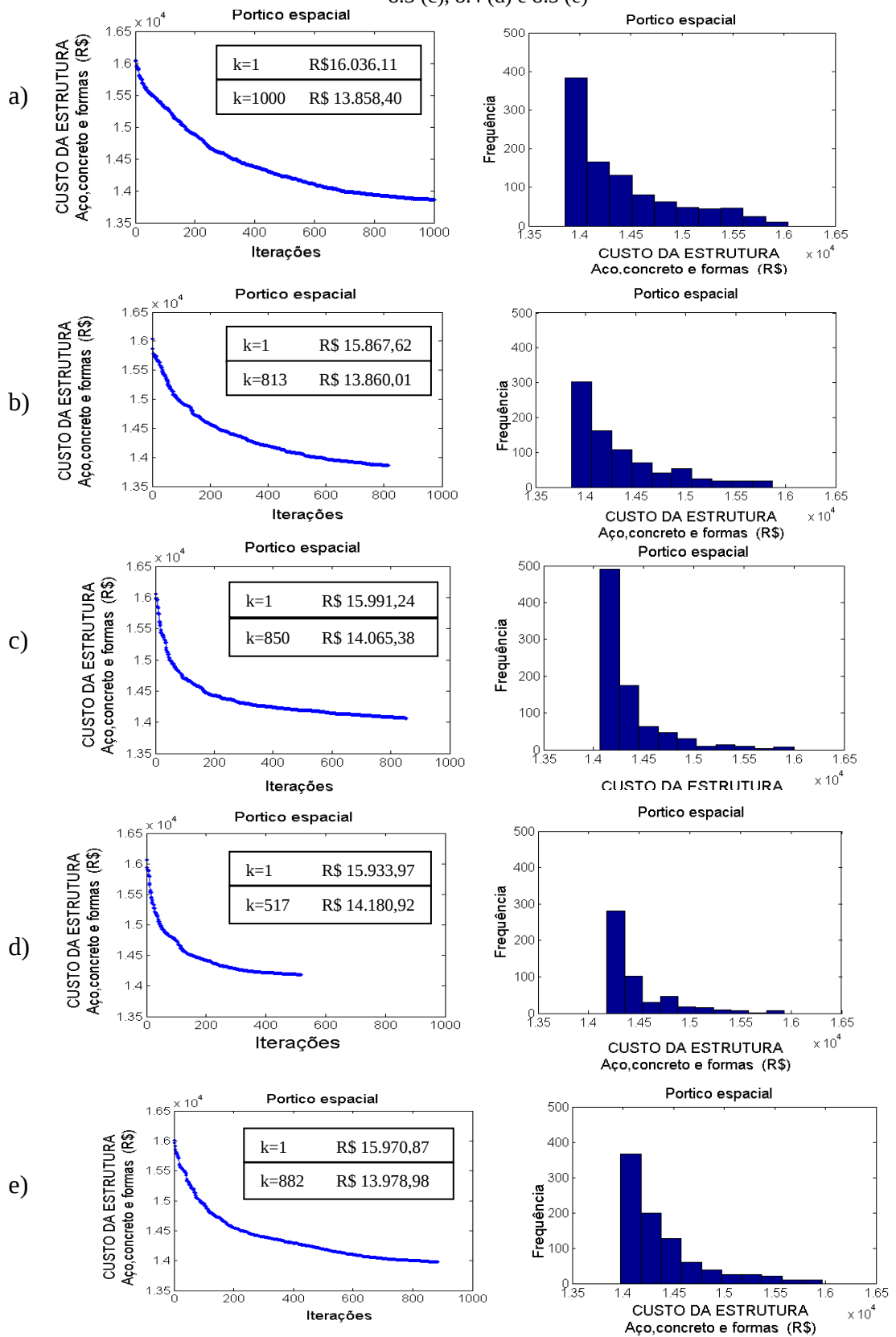
FUNÇÃO OBJETIVO R\$	Exemplo 1	Exemplo 2	Exemplo 3	Exemplo 4	Exemplo 5
Valor inicial	16.036,11	15.867,62	15.991,24	15.933,97	15.970,87
Valor mínimo	13.858,24	13.879,78	14.065,38	14.180,92	13.978,98
Iteração	998	750	850	517	882
Valor final	13.858,40	13.860,01	14.065,38	14.180,92	13.978,98
Iteração	1000	813	850	517	882

Figuras do exemplo 8

A distribuição do custo das estrutura do Exemplo 8 e o seu desvio padrão, nos cinco casos, estão mostrados na Figura 7.41. Na última iteração a função-objetivo tem valores próximos a R\$14.000,00. Pode-se observar que a distribuição é antissimétrica, sugerindo uma análise com estatística de ordem superior.

Analogamente ao pórtico plano, percebe-se nos histogramas da Figura 7.41 que há um maior número de custos com valores menores enquanto que poucos resultados das iterações se concentram em custos mais elevados, indicando uma tendência da função objetivo em estabilizar-se.

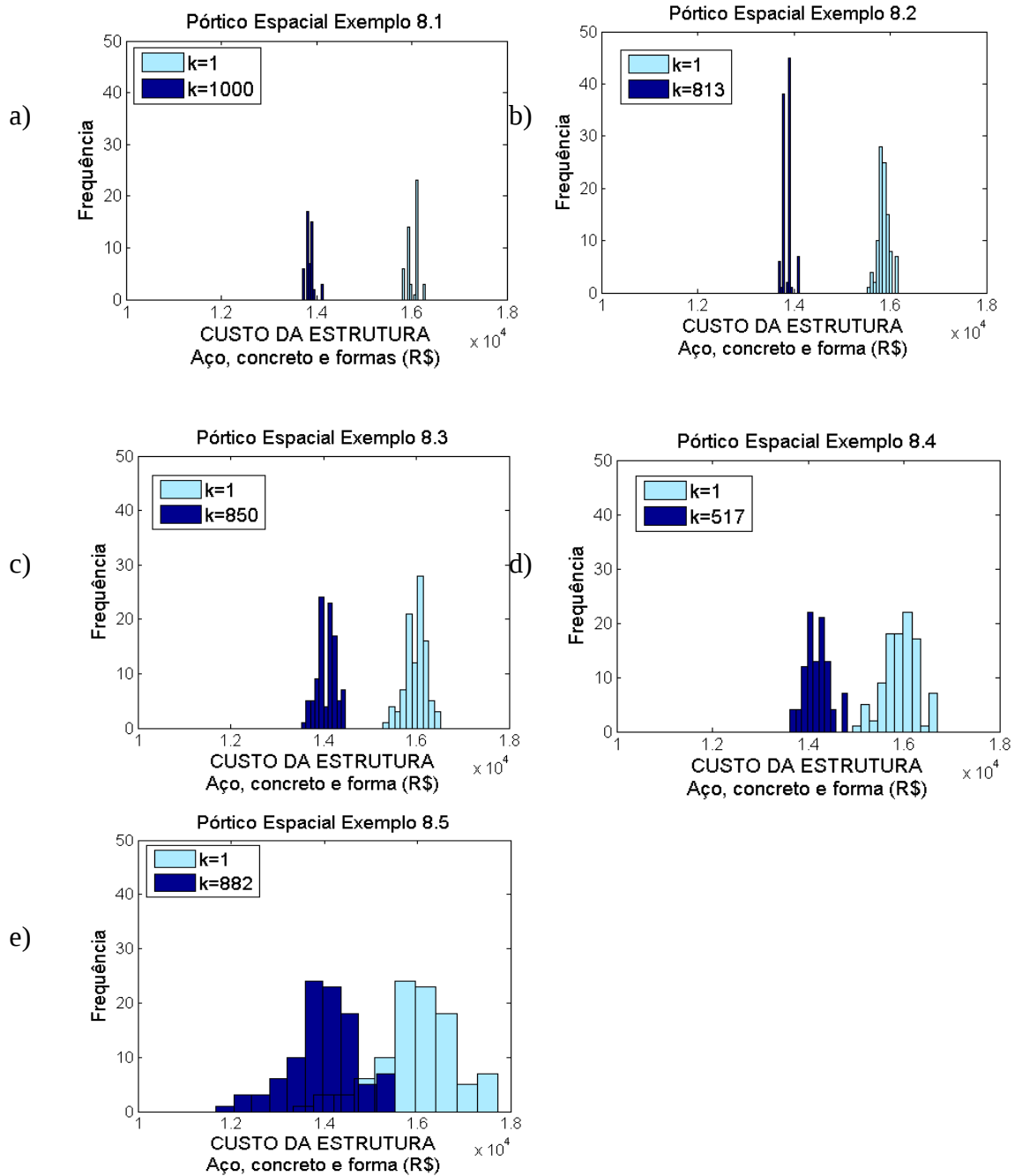
Figura 7.41 – Pórtico espacial. Função objetivo e histograma dos exemplos 8.1(a), 8.2 (b), 8.3 (c), 8.4 (d) e 8.5 (e)



Capítulo 7. Exemplos

Os histogramas da função objetivo na primeira e na última iteração são apresentados abaixo (Figura 7.42). De forma semelhante ao observado no pórtico plano, apenas no último exemplo (Exemplo 8.5, item e) há valores de custos iguais na primeira e na última iteração. Nos demais casos os custos, em todas as simulações, são superiores no início.

Figura 7.42- Pórtico espacial. Histogramas de entrada e saída da função objetivo



Capítulo 7. Exemplos

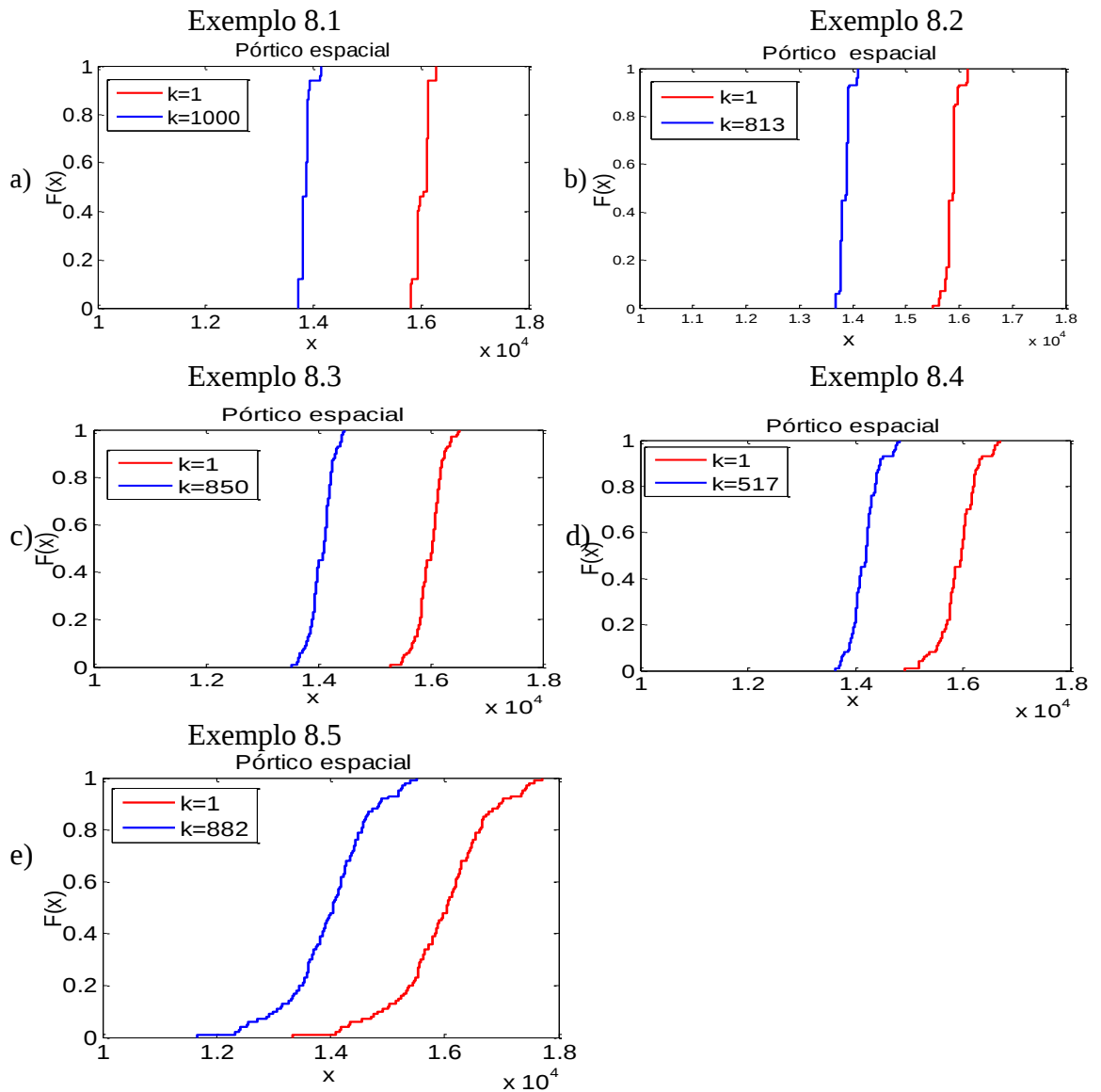
As médias e os desvios padrões da função objetivo, nas primeiras e últimas iterações, estão resumidos na Tabela 7.32. Os comportamentos dos desvios padrões não se assemelham àqueles encontrados do pórtico plano. Neste caso, para os números de iterações considerados, os desvios padrões sempre diminuiram.

Tabela 7.32 –PÓRTICO ESPACIAL Média e desvio padrão da função objetivo na primeira e última iteração

	Exemplo 8.1		Exemplo 8.2		Exemplo 8.3		Exemplo 8.4		Exemplo 8.5	
Iteração	k=1	k=1000	k=1	k=813	k=1	k=850	k=1	k=517	k=1	k=882
Média	16036,1	13858,4	15867,6	13860,0	15991,2	14065,4	15934,0	14180,9	15970,9	13979,0
DP	126,6	93,3	119,7	94,2	232,8	203,5	340,5	252,2	828,2	724,7

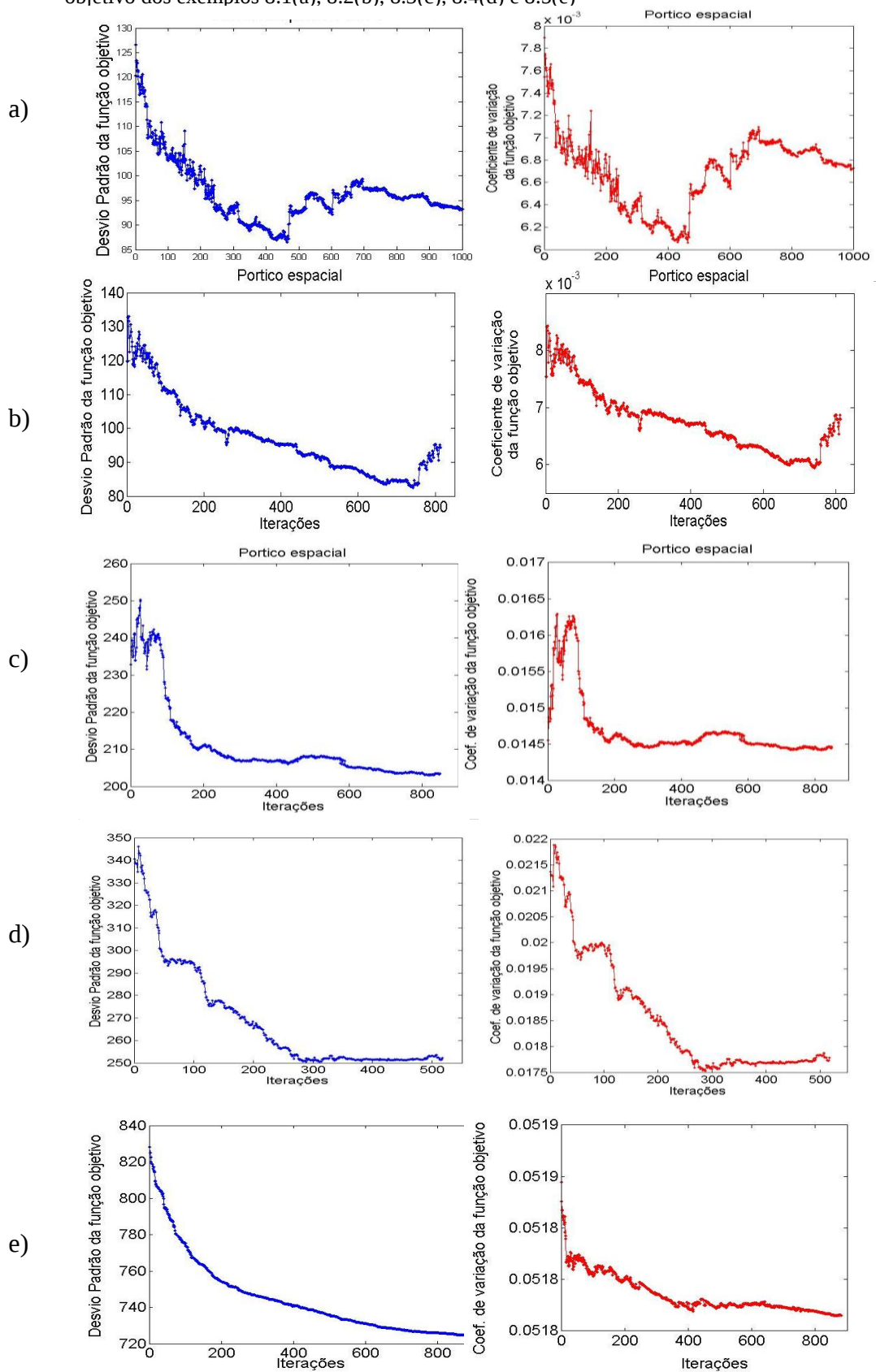
Na Figura 7.43 encontram-se as funções de distribuição acumulada da função-objetivo, na primeira e na última iteração, dos cinco exemplos do pórtico espacial (itens a a e). Novamente, deve-se observar o tratamento simultâneo das extremidades da curva VARG.

Figura 7.43 - Pórtico espacial. Função de distribuição acumulada da função-objetivo



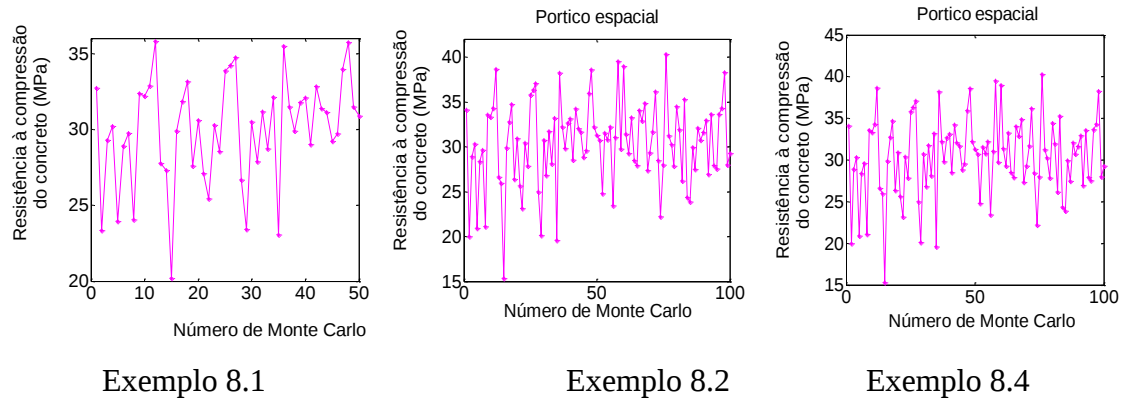
A Figura 7.44 ilustra os desvios padrões e os coeficientes de variação da função-objetivo em todas as iterações. Nota-se que a ordem de grandeza dos coeficientes de variação nos exemplos 8.1, onde as propriedades do concreto são as variáveis aleatórias, e 8.2, cujas variáveis aleatórias são as propriedades do concreto e do aço, é igual. Nos exemplos 8.3, com variáveis aleatórias associadas apenas às propriedades geométricas, e 8.4, onde a aleatoriedade foi considerada nas propriedades dos materiais e na geometria, os coeficientes de variação apresentam-se maiores que nos exemplos 8.1 e 8.2. A maior dispersão de valores da função-objetivo, como no exemplo do pórtico plano, acontece no último exemplo, cujas variáveis aleatórias são os preços dos materiais.

Figura 7.44 – Pórtico espacial. Desvio padrão e coeficiente de variação da função objetivo dos exemplos 8.1(a), 8.2(b), 8.3(c), 8.4(d) e 8.5(e)



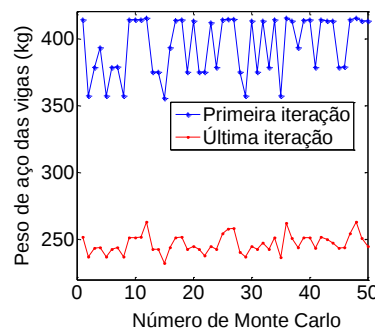
A resistência à compressão do concreto é considerada como variável aleatória nos exemplos 8.1, 8.2 e 8.4, então, durante a simulação, esta variável assume N_{MC} valores, sendo N_{MC} o número de Monte Carlo. Na Figura 7.45 encontra-se o valor desta variável em cada ponto da simulação.

Figura 7.45 - Gráfico: Resistência à compressão do concreto x simulação. Exemplos 8.1, 8.2 e

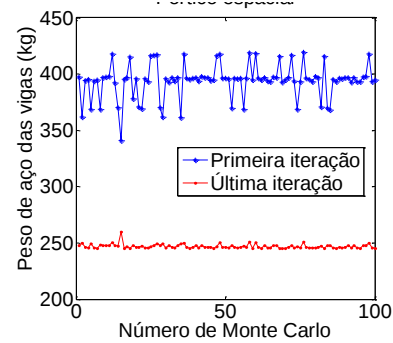


Ao se dimensionar uma estrutura, o peso de aço varia em função das propriedades dos materiais e da geometria, então nos quatro primeiro exemplos, onde há variação destes elementos, o peso de aço é diferente em cada realização. A seguir está ilustrada a variação do peso de aço das vigas do pórtico espacial, dos exemplos 8.1 a 8.4, em função do número de Monte Carlo. Como em cada iteração há uma curva para o peso de aço, optou-se em mostrar esta curva apenas na primeira e na última iteração. Nota-se que no início da otimização os valores destes pesos são maiores que ao final do processo (Figura 7.46).

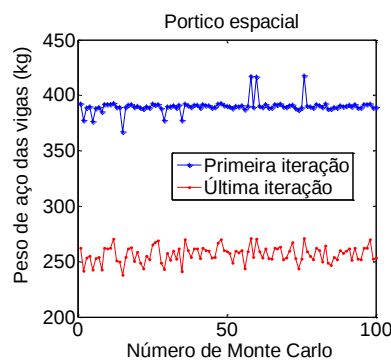
Figura 7.46 - Gráfico: Peso de aço das vigas x simulação. Exemplos 8.1, 8.2, 8.3 e 8.4



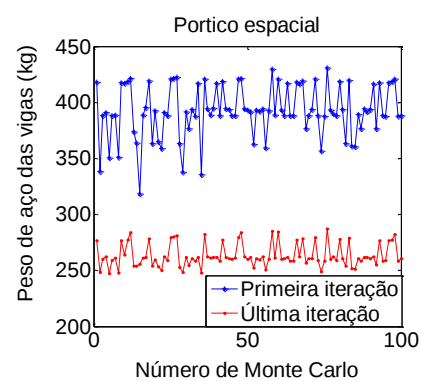
Exemplo 8.1



Exemplo 8.2



Exemplo 8.3



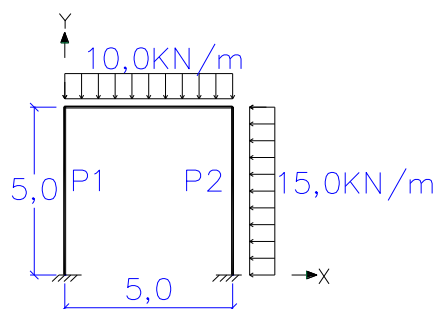
Exemplo 8.4

7.9 Exemplo 9. Otimização e simulação estocásticas de um pórtico plano com carga de vento aleatória.

Esse exemplo consiste em um pórtico plano semelhante aos pórticos planos dos exemplos anteriores, porém aqui foi implementado e analisado um caso onde a carga de vento é considerada como variável aleatória.

Os vãos da viga e dos pilares do pórtico e o carregamento estão ilustrados na Figura 7.47.

Figura 7.47 - Pórtico plano para simulação estocástica e otimização com distribuição de Weibull para carga de vento



Capítulo 7. Exemplos

A carga média de vento assumida para este exemplo é de 15,0KN/m, a qual está distribuída no pilar 2. Segundo o JCSS, Joint Committee on Structural Safety, a pressão exercida pelo vento, Q , varia em função da velocidade média do vento, U , segundo a expressão:

$$Q = 1/2\rho U^2$$

onde ρ é a densidade do ar.

De acordo com o código proposto por este mesmo comitê, a distribuição de probabilidade da velocidade média do vento, U , é a distribuição de Weibull:

$$f(x) = \frac{\beta}{\delta} \left(\frac{x}{\delta}\right)^{\beta-1} \exp\left(-\left(\frac{x}{\delta}\right)^\beta\right), x > 0$$

sendo que β é o fator de forma, igual a 1,5, e δ é o fator de escala, igual a 3,0, valores encontrados em (93). Com estes fatores e com a distribuição de Weibull foi gerado um vetor para a velocidade do vento com NMC elementos, onde NMC é o número de simulações. Este vetor foi utilizado no cálculo de Q logo, em cada simulação há uma carga diferente para a ação o vento.

Além da carga de vento, há outras variáveis aleatórias. Considerou-se aquelas relacionadas às propriedades do concreto, como a resistência à compressão, resistência à tração, de aderência, massa específica e módulo de elasticidade, as quais mantêm a distribuição de probabilidade normal, a mesma considerada nos exemplos anteriores.

Como anteriormente, a função-objetivo é o custo da estrutura e as variáveis de projeto continuam sendo as propriedades geométricas:

VARIÁVEIS DE PROJETO	Nº DE VARIÁVEIS DE PROJETO
Base e altura da viga e bases e alturas das seções transversais dos pilares	6

Abaixo encontram-se os valores iniciais das variáveis de projeto:

Seção transversal da viga:	$b_{\text{inicial}} = 40\text{cm}$	$h_{\text{inicial}} = 50\text{cm}$
Seção transversal dos pilares:	$h_{px_{\text{inicial}}} = 90\text{cm}$	$h_{py_{\text{inicial}}} = 40\text{cm}$

Os limites das variáveis de projeto são diferentes daqueles adotados nos pórticos planos anteriores e estão listados a seguir:

LIMITES MÍNIMOS

Base da viga	$b_{\text{min}} = 20\text{cm}$
Altura da viga	$h_{\text{min}} = 30\text{cm}$
Dimensão do pilar na direção x	$h_{px_{\text{min}}} = 70\text{cm}$
Dimensão do pilar na direção y	$h_{py_{\text{min}}} = 20\text{cm}$

LIMITES MÁXIMOS

Base da viga	$b_{\text{max}} = 30\text{cm}$
Altura da viga	$h_{\text{max}} = 70\text{cm}$
Dimensão do pilar na direção x	$h_{px_{\text{max}}} = 100\text{cm}$

Capítulo 7. Exemplos

Dimensão do pilar na direção y

$$h_{py_{\max}} = 100\text{cm}$$

Também neste caso os coeficientes de segurança adotados são iguais a 1. O número de iterações alcançado foi 1000 e o número de simulações foi 100, logo o Feap e os modelos de dimensionamento foram rodados 300.000 vezes.

A seguir podem ser vistos os resultados encontrados após a última iteração. Cada valor abaixo, encontrado para os pesos de aço, volumes de concreto e áreas de forma, além de seus respectivos custos, são as médias de vetores com NMC elementos, ou seja, o resultado para o peso de aço da viga, 20,40kg, na verdade é a média de um vetor com 100 valores de pesos.

VIGA

Peso de aço (kg)	= 20,40	Desvio padrão = 2,81
Volume de concreto (m^3)	= 0,38	Desvio padrão = 0
Área de forma (m^2)	= 4,80	Desvio padrão = 0
Custo do peso de aço (R\$)	= 62,84	Desvio padrão = 8,66
Custo do volume. de conc. (R\$)	= 129,39	Desvio padrão = 0
Custo da área de forma (R\$)	= 88,56	Desvio padrão = 0

PILAR

Peso de aço (kg)	= 174,49	Desvio padrão = 39,68
Volume de concreto (m^3)	= 2,12	Desvio padrão = 0
Área de forma (m^2)	= 20,57	Desvio padrão = 0
Custo do peso de aço (R\$)	= 537, 44	Desvio padrão = 122,22
Custo do vol. de conc. (R\$)	= 721,57	Desvio padrão = 0
Custo da área de forma (R\$)	= 379,16	Desvio padrão = 0

FUNÇÃO OBJETIVO

Valor da função objetivo (R\$)	= 1.918,97	Desvio padrão = 130,59
--------------------------------	------------	------------------------

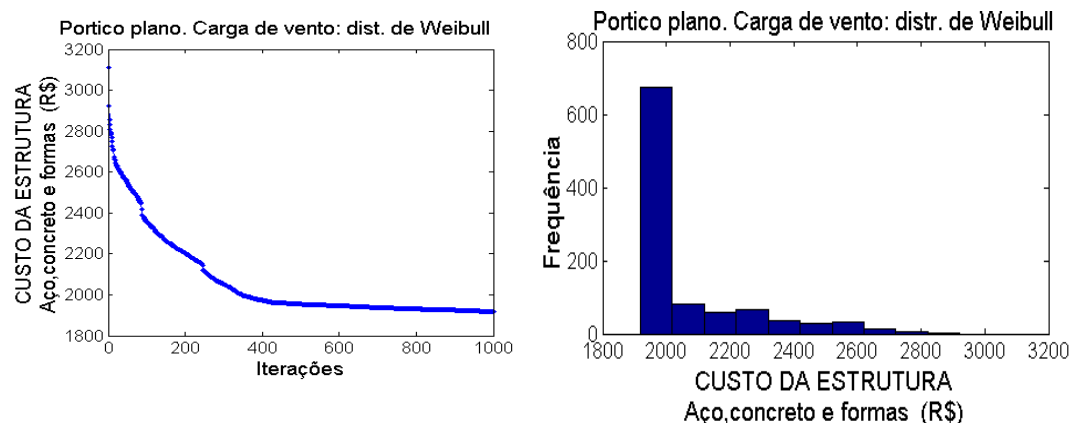
Tanto as respostas encontradas para os pesos, volumes, áreas de forma e custos como para a função-objetivo apresentam valores próximos aos calculados no Exemplo 7.1, que diferencia-se deste no que se refere às dimensões das seções transversais, na intensidade da carga de vento e na consideração da aleatoriedade na carga de vento. No Exemplo 7.1 as únicas variáveis aleatórias são as propriedades do concreto, com distribuição normal. Os desvios padrões do Exemplo 9 porém, apresentam valores aproximadamente 3 vezes maiores que aqueles do Exemplo 7.1. Os desvios padrões iguais a 0 para os volumes de concreto e áreas de forma justificam-se pelo fato de que não há alteração das seções transversais da viga e dos pilares de uma simulação a outra. As variáveis de projeto finais, na iteração k=1000, são (Tabela 7.33):

Tabela 7.33 – Valores iniciais e finais das variáveis de projeto. Exemplo com carga de vento aleatória.

VALORES INICIAIS E FINAIS DAS VARIÁVEIS DE PROJETO						
	Viga		Pilar 1		Pilar 2	
	b	h	hpx	hpy	hpx	hpy
Variáveis iniciais	40	50	90	40	90	40
Variáveis finais	20,0	38,05	70,0	38,58	77,15	20

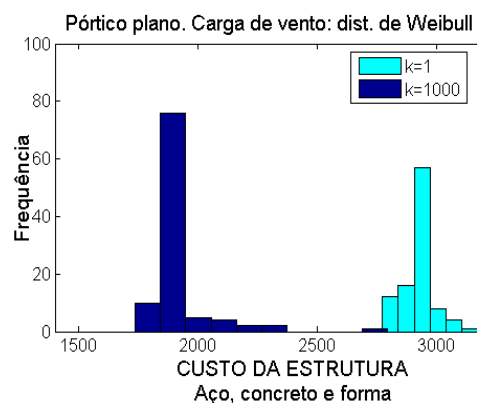
Da Tabela 7.33 nota-se que algumas variáveis de projeto, b_{VIGA} , hpx_{PILAR1} e hpy_{PILAR2} chegam aos limites mínimos informados ao algoritmo de otimização. Os valores inicial e final da função-objetivo, são R\$3.110,01 e R\$1.918,97 respectivamente, mas o valor mínimo acontece na iteração 983 (R\$1.918,75). O comportamento desta função encontra-se na Figura 7.48. Inicialmente os custos diminuem rapidamente e logo após a curva apresenta um patamar.

Figura 7.48 – Função objetivo e histograma do exemplo com pórtico plano com carga de vento aleatória



Os histogramas de entrada e saída da função objetivo estão ilustrados na Figura 7.49.

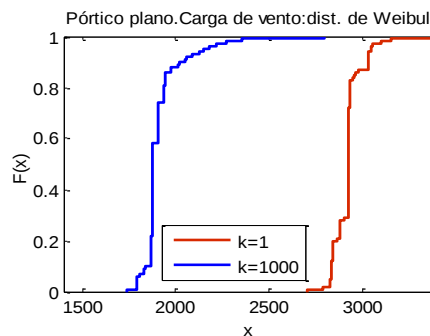
Figura 7.49 – Histogramas de entrada e de saída da função –objetivo. Exemplo com pórtico plano com carga de vento aleatória



Tanto para a iteração 1 como para a iteração 1000 há 100 amostras de valores do custo da estrutura e a partir da observação do comportamento da função-objetivo na Figura 7.48, constata-se que a média dos valores iniciais é maior que a média calculada com os 100 valores da última iteração.

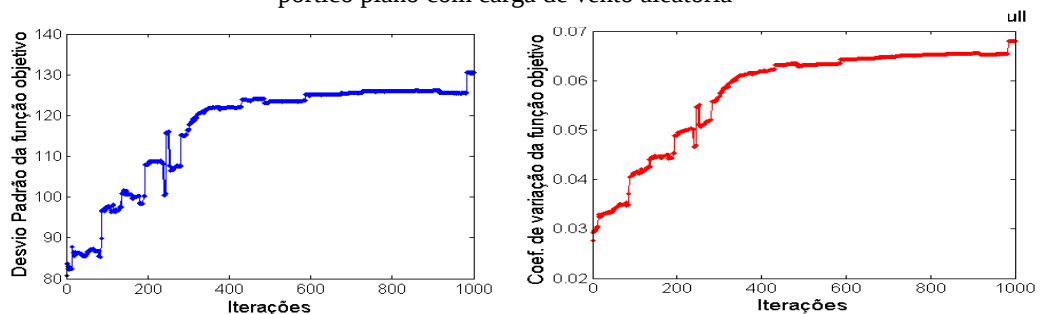
As funções de distribuição acumulada da função-objetivo, na primeira e na última iteração ($k=1000$), pode ser vista na Figura 7.50.

Figura 7.50 – Função de distribuição acumulada da função objetivo. $k=1$ e $k=1000$.



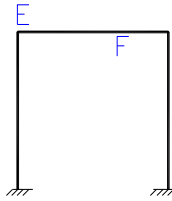
Os desvios padrões inicial e final são, respectivamente, 80,73 e 130,59. Inicialmente sua curva é crescente e após a iteração 500, aproximadamente, há uma tendência em estabilizar (Figura 7.51).

Figura 7.51 – Desvio padrão e coeficiente de variação da função objetivo. Exemplo com pórtico plano com carga de vento aleatória

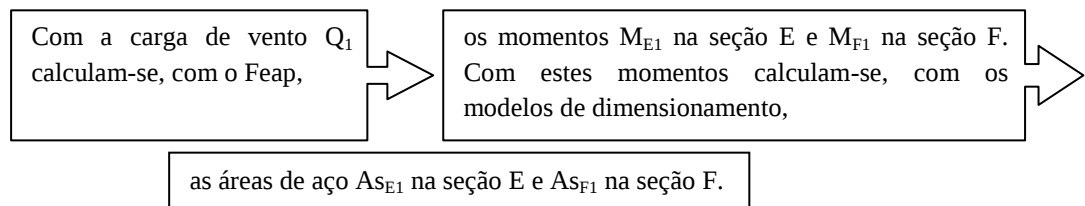


Com a decisão de utilizar variáveis de entrada como sendo aleatórias as variáveis de saída também são variáveis deste mesmo tipo, e sendo assim, estas também seguem distribuições de probabilidades. Como neste exemplo em cada iteração foram realizadas 100 simulações, a seguir serão analisados alguns resultados na última iteração, em duas seções da viga do pórtico. A seção E é aquela da extremidade esquerda da viga e a seção F corresponde à do maior momento positivo (Figura 7.52).

Figura 7.52 – Seções do pórtico plano para análise de resultados



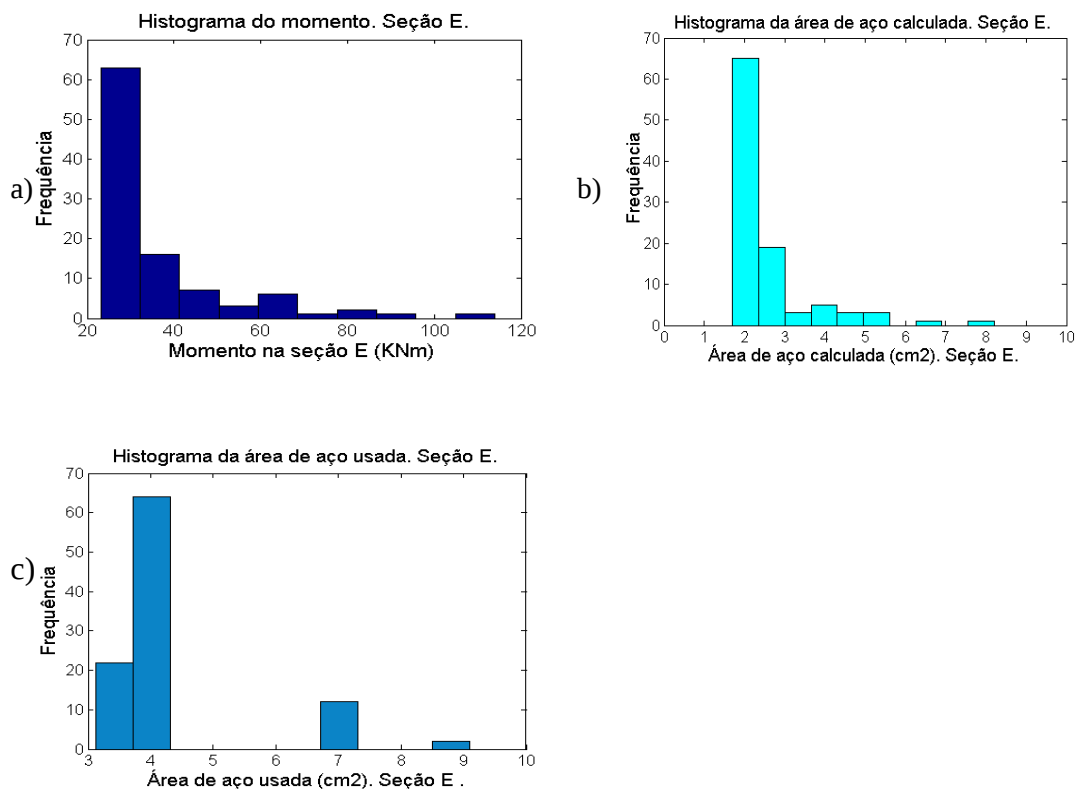
Para cada carga de vento corresponde uma área de aço e como neste caso há 100 valores para a carga de vento então, há 100 valores de momentos e áreas de aço tanto para a seção E como para a seção F, como ilustra o fluxograma:



Convém frisar que no exemplo proposto no fluxograma anterior um dos dados de entrada utilizado foi a carga de vento e como variável de saída para análise de resultados escolheu-se a área de aço na seção, no entanto outras variáveis podem ser usadas como informações conhecidas e a partir delas geram-se resultados com suas respectivas distribuições de probabilidade.

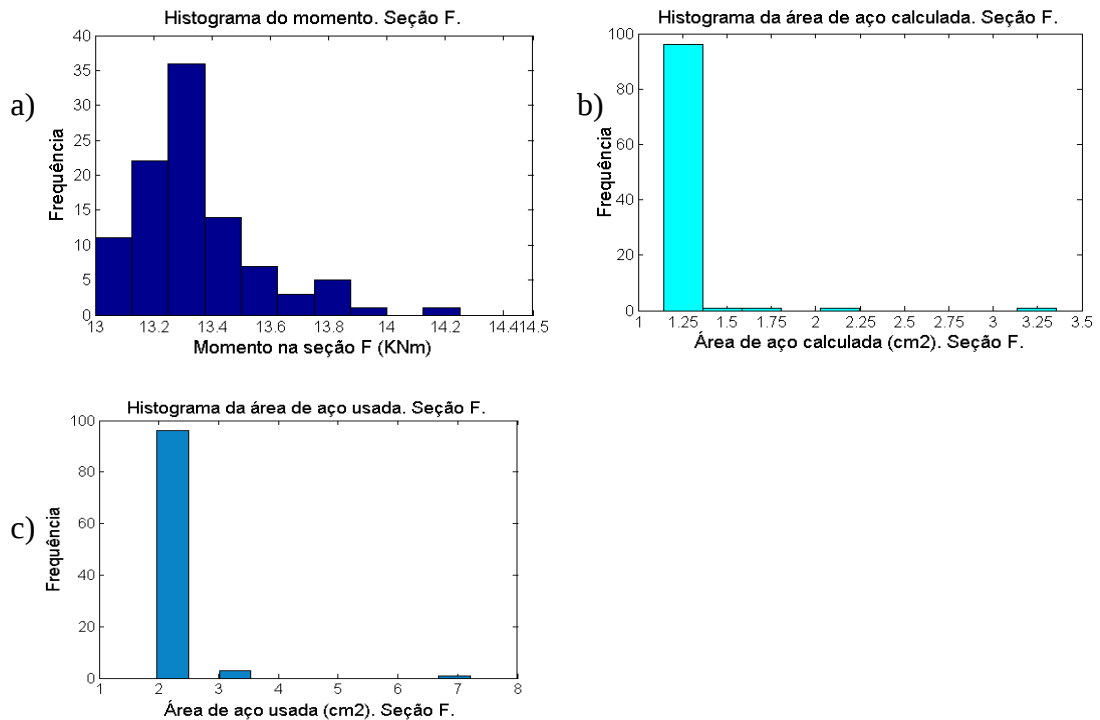
O histograma dos momentos na seção E (Figura 7.53a) indica que há aproximadamente 60 momentos, dos 100 valores calculados, em torno de 25KNm . Neste caso os histogramas dos momentos e das áreas de aço longitudinais calculadas (item b) são semelhantes. Já as áreas de aço da Figura 7.53c são aquelas usadas, o que justifica o fato de haver pouca dispersão de valores desta variável. Nota-se que há aproximadamente 60 valores de As próximos a 4cm^2 .

Figura 7.53 - Histogramas de momentos e áreas de aço na seção E da viga do pórtico plano, na última iteração



Na seção F os momentos estão menos concentrados em torno de um valor como ocorrido na seção E. Dos 100 momentos nesta seção, cerca de 35 valores estão próximos a $13,3\text{KNm}$ (Figura 7.54a) e há pouca dispersão dos momentos, já que o valor mínimo é 13KNm e o máximo é $14,25\text{KNm}$. Consequentemente as áreas de aço calculadas (Figura 7.54b) concentram-se em torno de um valor. Logo a quase totalidade da área de aço usada está próxima a $2,5\text{cm}^2$ (Figura 7.54c).

Figura 7.54 - Histogramas de momentos e áreas de aço na seção F da viga do pórtico plano

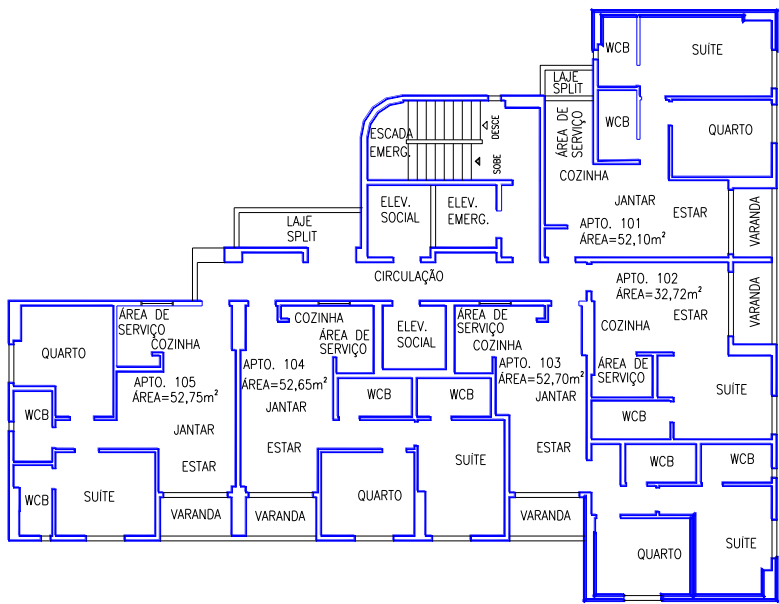


O percentil 5 do momento na seção E é 23,47KNm. O percentil 5 do momento na seção F é 13,06KNm. Estes percentis são importantes, pois, em geral, representam ou os momentos característicos da seção transversal ou o momento último, quando a análise é ponderada por coeficientes de segurança.

7.10 Exemplo 10

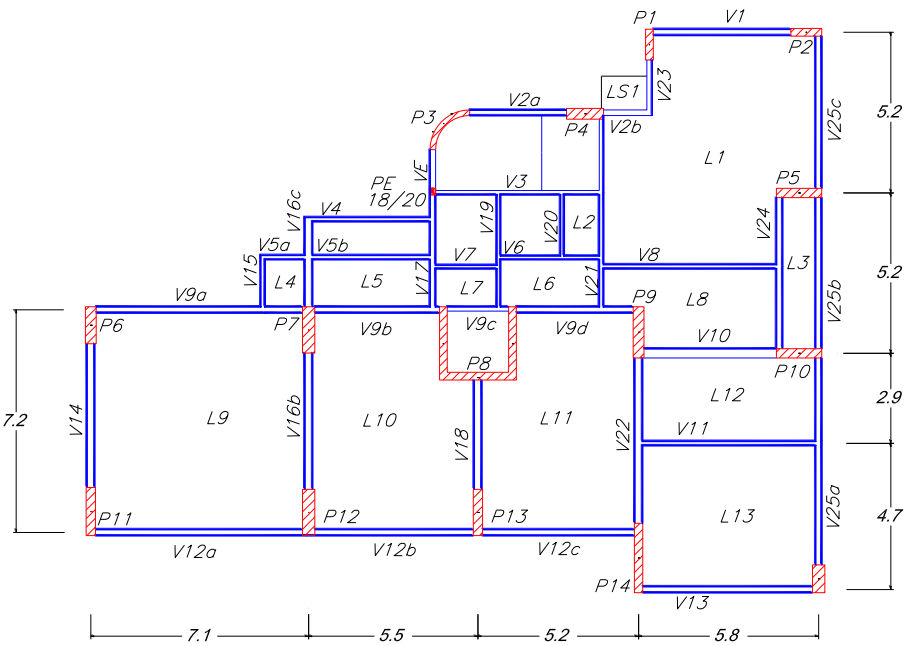
Com este exemplo pretende-se aplicar a teoria analisada na tese juntamente com a metodologia desenvolvida em uma estrutura de maior dimensão que as anteriores. O exemplo consiste no dimensionamento, com consideração da aleatoriedade das variáveis e aplicação de otimização de algumas vigas do pavimento de um edifício da cidade de Recife. Trata-se de um edifício residencial, de 30 pisos, em concreto armado, com lajes nervuradas, cuja planta-baixa do pavimento tipo está ilustrada na Figura 7.55. O número de iterações e o número de simulações são iguais a 100.

Figura 7.55 - Planta-baixa do pavimento tipo. Exemplo Beach Class



As cotas e a numeração das vigas, pilares e lajes encontram-se na Figura 7.56.

Figura 7.56 - Cotas e numeração das vigas, pilares e lajes. Exemplo Beach Class



As seções transversais das vigas e dos pilares são apresentadas a seguir:

V1	V2a	V2b	V3	V4	V5a	V5b	V6	V7	V8	V9a	V9b
20x70	18x70	18x70	14x70	14x70	14x70	14x70	12x50	12x50	14x70	20x70	20x70

Capítulo 7. Exemplos

V9c	V9d	V10	V11	V12a	V12b	V12c	V13	V14	V15	V16b	V16c
14x50	20x70	30x50	14x70	20x70	20x70	20x70	20x70	25x70	14x70	25x70	25x70

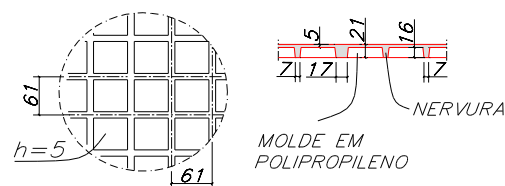
V17	V18	V19	V20	V21	V22	V23	V24	V25a	V25b	V25c	V17
18x70	25x70	12x50	12x50	14x70	25x70	18x70	20x70	20x70	20x70	20x70	18x70

P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
25x100	100x25	Raio $\approx 1.3m$	120x35	147x30	35x120	40x150

P9	P10	P11	P12	P13	P14	P15
35 x 166	147 x 30	30 x 156	40x150	30x150	27x225	40x90

As lajes L2, L3, L4, L5, L6 L7, L3, LS1 e LS2 são de concreto armado e têm espessura de 8cm. As lajes L1, L8, L9, L10, L11, L12 e L13 são lajes nervuradas e o detalhe da modulação encontra-se na Figura 7.57.

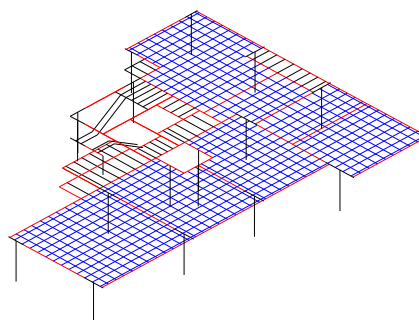
Figura 7.57 - Detalhe das nervuras. Exemplo Beach Class



As cargas nas lajes são de $1,0KN/m^2$ ($100kgf/m^2$) para o revestimento e $1,5KN/m^2$ ($150kgf/m^2$) para a sobrecarga, enquanto que a carga de alvenaria externa é de $2,20KN/m^2$ ($220kgf/m^2$) e a de alvenaria interna é de $1,8KN/m^2$ ($180kgf/m^2$). O cobrimento de vigas e pilares é de 3,0cm e o cobrimento das lajes é de 2,0cm.

Como nos exemplos anteriores, foram utilizados elementos de barra na análise da estrutura e as lajes foram estudadas como grelha. Considerando a repetição dos pavimentos, a ideia nesta análise consiste em calcular as quantidades de aço, concreto e forma das vigas de um pavimento. Na Figura 7.58 encontra-se a malha, criada com auxílio do AutoCad e do Sap.

Figura 7.58 - Malha do Beach Class preparada com auxílio do AutoCad e do Sap



As vigas implementadas no modelo de dimensionamento de vigas são a V1, V8, V9a, V9b, V9d, V10, V11, V12a, V12b, V12c, V13, V14, V16b, V18, V22, V24, V25a, V25b e V25c, já os pilares implementados no modelo de dimensionamento de pilares são o P1, P2, P4, P5, P6, P7, P9, P10, P12, P13, P15. As lajes foram implementadas, separadamente, em um modelo de dimensionamento para laje maciça e um modelo de dimensionamento para laje nervurada.

As variáveis de projeto são as bases e alturas das vigas acima listadas, em um total de 38 variáveis. Em todos os casos deste exemplo a função objetivo é a soma dos custos do peso do aço, do volume de concreto e da área de forma das vigas, pilares e lajes maciças implementados nos modelos de dimensionamento, além do peso de aço e do volume de concreto das lajes nervuradas. Os coeficientes de variação são iguais a 1. Foram estudados três casos.

No Caso A deste exemplo, as variáveis aleatórias são as propriedades do concreto, no Caso B, além das variáveis anteriores acrescentou-se as propriedades do aço e no Caso C as variáveis aleatórias são apenas os custos dos materiais. No quadro Quadro 7.12 estão indicados as médias e os coeficientes de variação das propriedades dos materiais.

Quadro 7.12 - Médias e coeficientes de variação das propriedades dos materiais

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS	Média	CV (%)
Resistência à compressão do concreto (MPa)	40	15
Resistência à tração do concreto (MPa)	4	15
Resistência de aderência entre armadura e concreto (MPa)	4,5	15
Peso específico do concreto armado (KN/m ³)	25	5
Módulo de elasticidade do concreto (MPa)	30673	15
Módulo de elasticidade do aço (MPa)	210000	1
Resistência ao escoamento do aço (MPa)	500	5
Massa específica do aço (kg/cm ³)	7,85E-03	1

A Tabela 7.34 apresenta os valores das variáveis de projeto após a última iteração.

Tabela 7.34 - Valores finais das variáveis de projeto. Exemplo Beach Class.

	V1		V8		V9a		V9b		V9d	
	b	h	b	h	b	h	b	h	b	h
Início	20	70	14	70	20	70	20	70	20	70
Caso A	12,80	69,58	12	71,58	12,73	64,29	16,15	64,98	12	69,74
Caso B	17,23	65,16	12	69,88	12,21	60,75	12,54	66,44	12	66,26
Caso C	12,27	71,42	12,38	63,35	12,83	54,96	13,50	69,23	12,76	65,79

	V10		V11		V12a		V12b		V12c	
	b	h	b	h	b	h	b	h	b	h
Início	30	50	14	70	20	70	20	70	20	70
Caso A	19,76	51,61	12,22	70,45	12,29	71,83	12,04	62,46	12,04	73,62
Caso B	25,79	45,79	12,93	68,97	12,42	56,09	13,17	54,33	12,35	59,00
Caso C	27,89	46,37	12,24	55,24	12,31	64,56	12,53	62,63	13,82	53,79

	V13		V14		V16b		V18		V22	
	b	h	b	h	b	h	b	h	b	h
Início	20	70	25	70	25	70	25	70	25	70
Caso A	12,69	71,68	12,50	62,80	15,39	62,89	17,53	63,60	12,64	61,33
Caso B	12,50	62,82	12	74,95	12	66,54	19,04	58,82	14,33	73,74
Caso C	13,54	70,97	12,58	55,05	12,26	81,32	22,43	58,37	12,20	78,07

	V24		V25a		V25b		V25c	
	b	h	b	h	b	h	b	h
Início	20	70	20	70	20	70	20	70
Caso A	12	67,02	12,44	57,98	12	70,50	12	66,01
Caso B	14,67	69,79	12	68,56	12	67,8	12,25	70,98
Caso C	12,07	73,65	12,23	67,23	12,05	75,93	13,05	68,64

Os valores mínimos das variáveis de projeto especificados para o algoritmo de otimização são 12cm para as larguras das vigas e 45cm para as alturas. Percebe-se pela tabela anterior que as larguras das vigas apresentam valores mais próximos aos valores mínimos que as alturas, estas inclusive, em alguns casos, aumentaram.

Um resumo dos valores iniciais e finais do custo da estrutura é apresentado a seguir (Tabela 7.35).

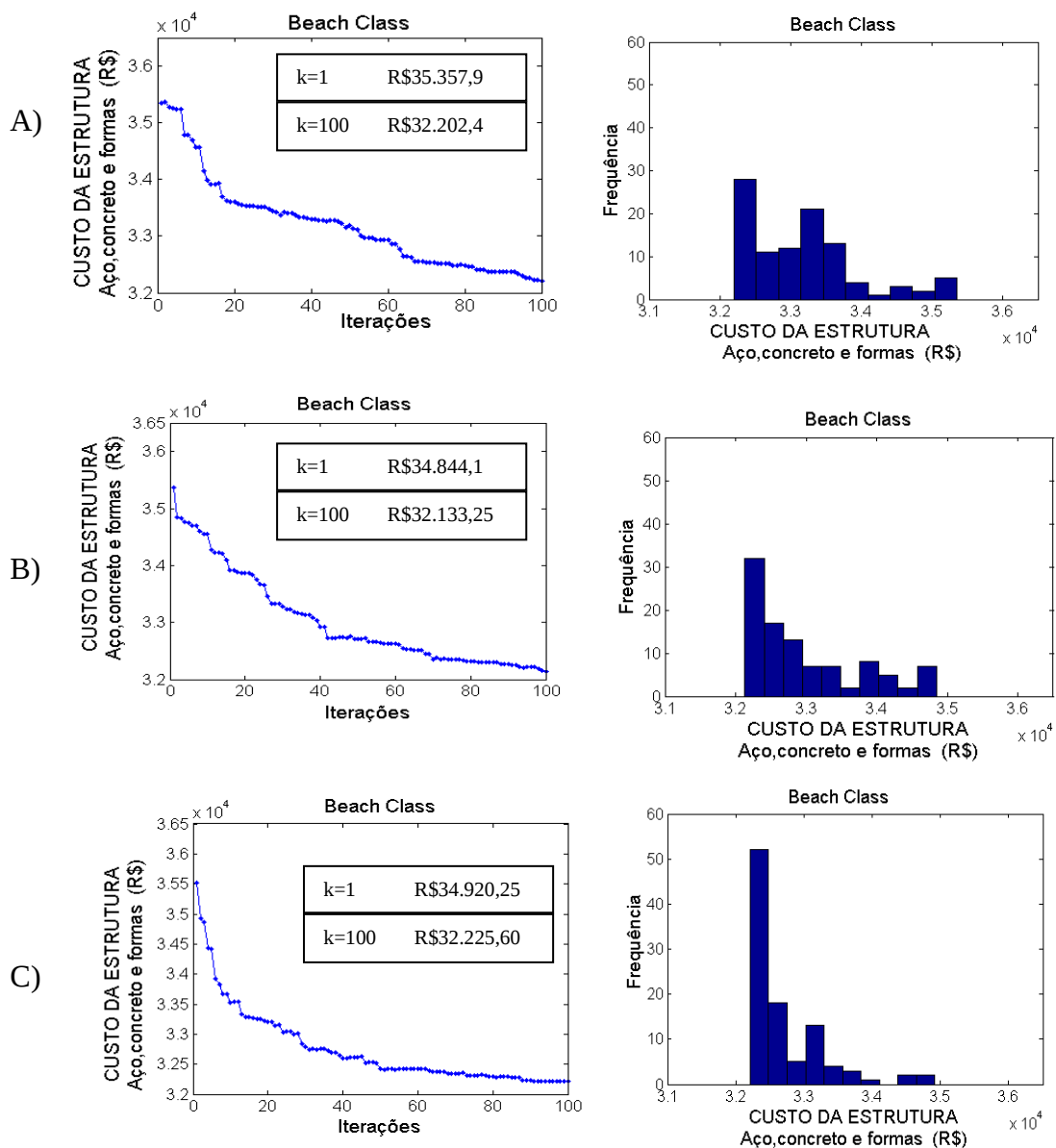
Tabela 7.35 - Valores iniciais e finais da função-objetivo. Exemplo Beach Class.

FUNÇÃO OBJETIVO R\$	Caso A	Caso B	Caso C
Variáveis aleatórias	Propriedades do concreto	Propriedades do concreto e do aço	Custos dos materiais
K=1	35.357,9	34.844,1	34.920,25
K=100	32.202,4	32.133,25	32.225,6

Da Tabela 7.35conclui-se que os custos da estrutura, independentemente de quais variáveis aleatórias foram consideradas em cada caso, convergem para aproximadamente R\$32.200,00, com o número de iterações considerado.

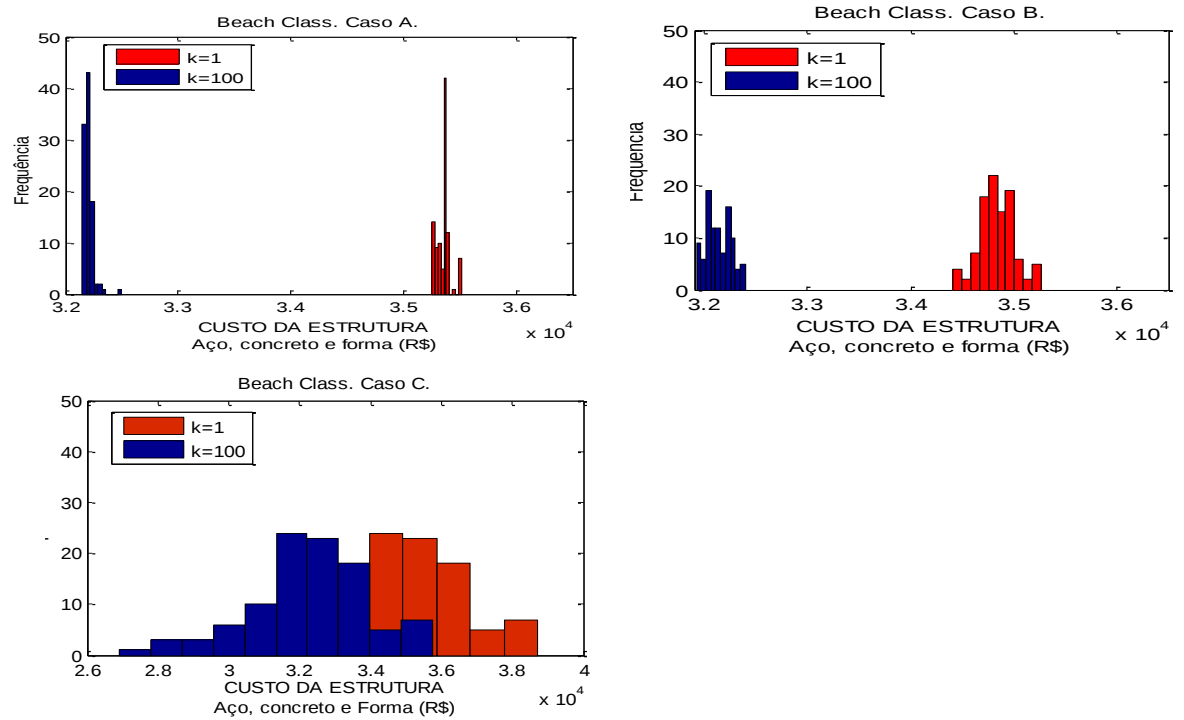
O comportamento da função objetivo para os três casos, A, B e C, está ilustrado na Figura 7.59 da qual se deduz que a função objetivo decresce mais rapidamente, no início, no caso C. Nos histogramas este fato está indicado com o maior pico de valores do último histograma.

Figura 7.59 – Função objetivo e histograma. Exemplo Beach Class.



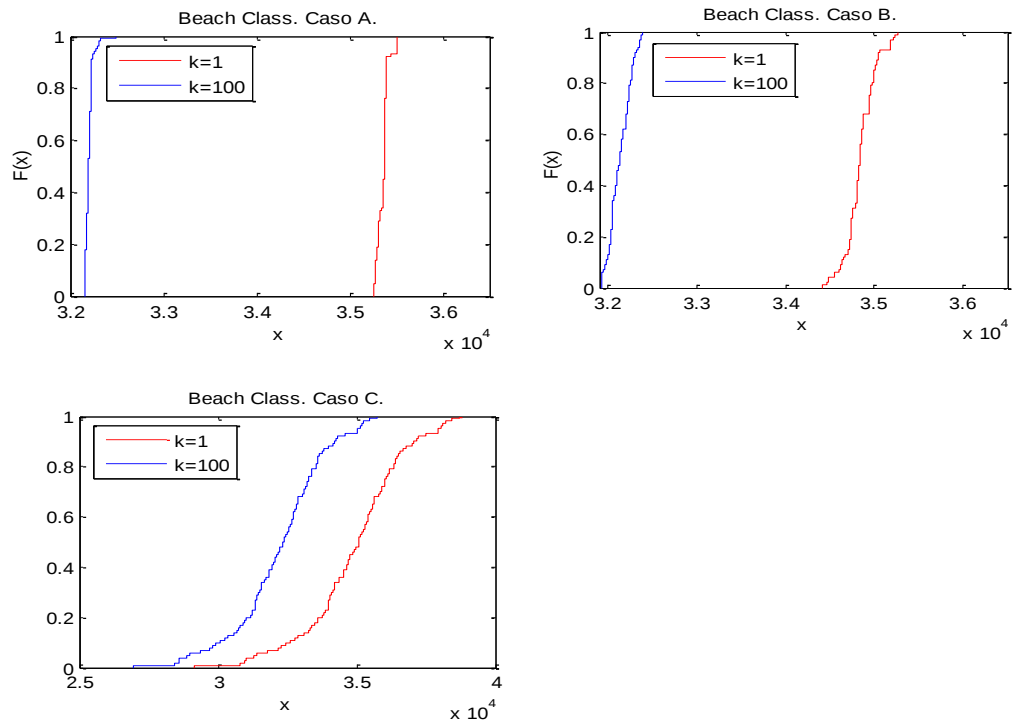
Os histogramas de entrada e saída da função-objetivo encontram-se na Figura 7.60.

Figura 7.60 – Histogramas da função-objetivo para $k=1$ e $k=100$. Exemplo Beach Class.



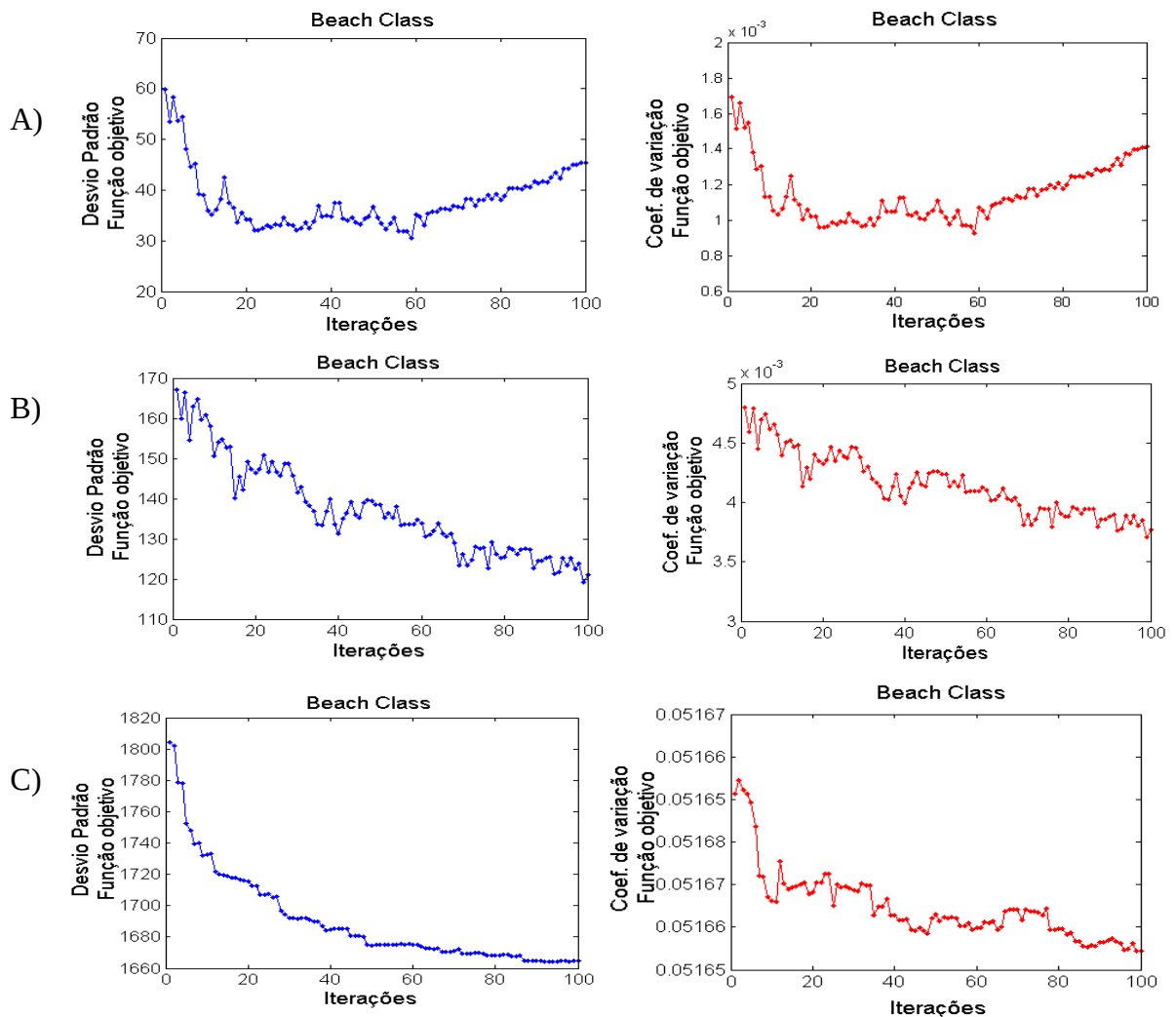
A Figura 7.61 ilustra as funções de distribuição de acumulada da função-objetivo quando $k=1$ e $k=100$.

Figura 7.61 – Função de distribuição acumulada, $k=1$ e $k=100$. Exemplo Beach Class.



O desvio padrão e o coeficiente de variação da função objetivo, para os casos A, B e C estão apresentados na Figura 7.62. Os menores desvios padrões ocorrem no caso A, porém no caso B, apesar de apresentar valores maiores que no caso A, apresenta uma tendência em decrescer. No caso C o desvio padrão também tende a diminuir, apesar de iniciar com valores maiores que os outros dois casos.

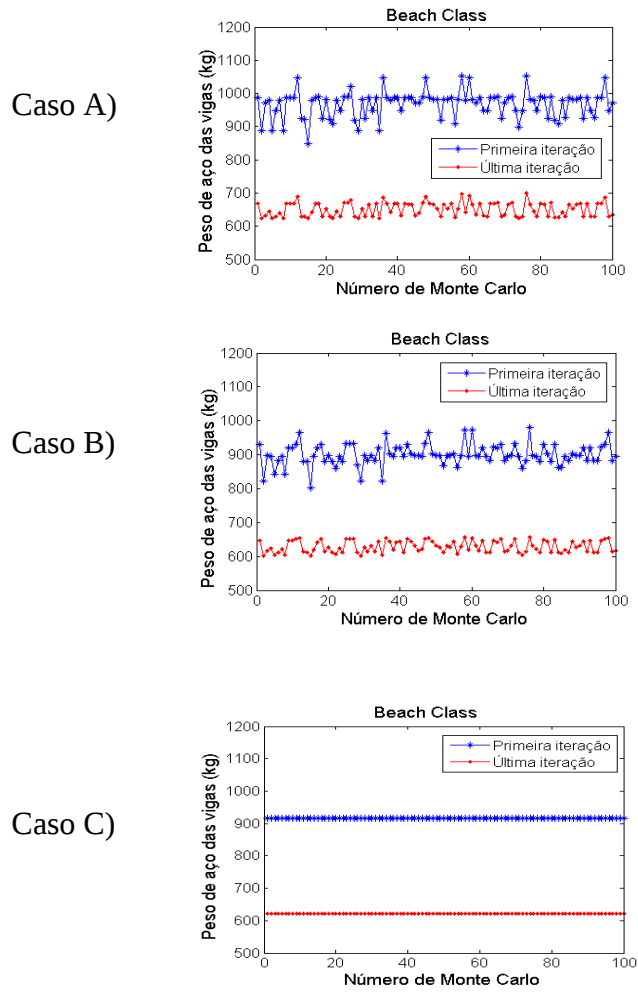
Figura 7.62 – Desvio padrão e coeficiente de variação. Exemplo Beach Class.



No exemplo Beach Class, a soma dos pesos de aço das vigas dimensionadas com o programa implementado na tese é bastante diferente daquela do projeto original. Este fato pode ser devido à diferença entre a carga de vento adotada no programa e a carga de vento usada no dimensionamento de toda a estrutura, ou devido a suposições assumidas no modelo de apenas um pavimento, como haver atribuído aos pilares as cargas oriundas de todos os pavimentos superiores. No projeto original a soma dos pesos de aço das dezenove vigas implementadas é de 2100kg, enquanto que nos resultados do programa esta soma é de 980kg.

Na Figura 7.63 percebe-se que sempre há uma diminuição do peso de aço das vigas. No Caso C, onde a aleatoriedade é considerada apenas nas variáveis relacionadas ao custo, os pesos de aço são iguais de uma simulação a outra e o gráfico é constante.

Figura 7.63 – Peso de aço das vigas. Exemplo Beach Class



8 Conclusões

Esta tese desenvolveu uma metodologia para a análise, avaliação e seleção, e otimização de alternativas de projetos de edificações de concreto armado. A métrica utilizada foi a esperança matemática do custo.

Realçou-se neste trabalho a importância em considerar as incertezas presentes nos projetos de engenharia. Algumas dessas incertezas relacionadas às propriedades dos materiais, às características geométricas, aos preços dos materiais e às cargas, foram descritas através de distribuições de probabilidades das variáveis, conforme recomendações atuais para os futuros códigos e normas de projeto estrutural.

Foi apresentado um método probabilístico para implementar as incertezas no processo de dimensionamento da estrutura e cálculo de seu custo. Utilizou-se o Método Monte Carlo para simular estas incertezas. Os modelos de dimensionamento foram considerados como modelos de seleção, os quais são mais simplificados que os modelos de alta fidelidade. Associou-se aos modelos probabilísticos um processo de otimização.

Destaca-se que todas as etapas da metodologia, e consequentemente do programa implementado, estão associadas, porém, são independentes entre si. O algoritmo de otimização usado foi o SPSA, não obstante outros algoritmos podem substituí-lo. Analogamente, o programa para análise estrutural é o Feap, mas esta análise pode ser realizada por outros programas, em particular por modelos específicos para problemas específicos (vigas, pórticos planos, etc). Finalmente, os modelos de dimensionamento de vigas, lajes e pilares também podem ser substituídos por outros modelos, com maior ou menor fidelidade. Em um caso extremo, pode-se acoplar programas comerciais de dimensionamento e detalhamento para as (ou a) últimas etapas do processo de otimização, emitindo assim resultados definitivos para o projeto estrutural.

Assinala-se também a flexibilidade aplicada ao programa com relação à opção de otimizar ou não o custo da estrutura. Em todos os exemplos deste trabalho a função-objetivo é a soma de três parcelas: peso de aço, volume de concreto e área de forma, porém há a alternativa de decidir-se quais parcelas devem compor a função-objetivo. Nota-se também o fato de que é permitido escolher quantas e quais peças estruturais serão otimizadas. Com relação à simulação, pode-se optar por considerar as variáveis relacionadas às propriedades dos materiais, às propriedades geométricas e aos preços dos materiais, como determinísticas ou como aleatórias.

Como não há a disseminação de utilização do Feap, seus resultados foram comparados a um programa de maior domínio, o SAP, e os resultados foram satisfatórios. Os resultados dos modelos de dimensionamento foram comparados aos do Cypecad e apresentam valores próximos.

Finalmente, os exemplos apresentados mostraram coerência no que se refere à convergência da função-objetivo. Em todos os cinco casos do Exemplo 7, no qual a estrutura é um pórtico plano, assim como no Exemplo 8, com um pórtico espacial, onde as variáveis aleatórias foram consideradas em grupos, os valores da função-objetivo e do desvio padrão, foram próximos entre si. As curvas da função-objetivo têm sempre forma semelhante e as variáveis de projeto sempre apresentam a tendência em aproximar-se dos valores mínimos permitidos pelo algoritmo de otimização.

Após estas observações, verifica-se não apenas que a metodologia proposta para incorporar as incertezas é viável, mas também que é possível associar otimização com modelos probabilísticos. No Exemplo 7.3, caso do pórtico plano, o Feap e os modelos de dimensionamento foram executados 225.000 vezes, e no Exemplo 8.3, caso do pórtico espacial, este programa e as rotinas dos modelos foram executadas 255.000 vezes. Como já foi comentado nos exemplos, houve coerência nos resultados dos coeficientes de variação, os quais foram iguais a zero quando se referiram a resultados calculados a partir de variáveis determinísticas e valores menores quando a aleatoriedade foi considerada nas propriedades do aço, material que possui os menores coeficientes de variação.

Nesta tese trabalhou-se com uma junção de métodos sempre procurando introduzir flexibilidade à metodologia, diferentemente das propostas anteriores, onde a avaliação das incertezas, em quase a totalidade das propostas, é realizada através da teoria da confiabilidade. A metodologia aqui apresentada permite que sejam obtidas as funções de distribuição das variáveis de saída. Em mãos dessas funções todas as análises possíveis de serem realizadas a partir de distribuições de probabilidade ficam disponíveis. Convém lembrar que no programa desenvolvido, a avaliação das incertezas é um procedimento independente do processo de otimização, ou seja, pode-se optar por trabalhar com otimização e simulação estocásticas, apenas com simulação estocástica ou finalmente, apenas com otimização estocástica.

Como sugestão para futuras pesquisas relacionadas ao tema desta tese, propõe-se a utilização de programação distribuída. Os modelos de dimensionamento poderiam ser executados simultaneamente com esta forma de computação. Ainda com relação aos modelos de dimensionamento, poderiam ser implementados outros, que seriam disponibilizados no programa como opções para dimensionar os elementos estruturais, inclusive as fundações.

Neste trabalho, o foco foi a estrutura da edificação. Entretanto, sabe-se que o custo estrutural é apenas uma pequena parcela do custo do empreendimento. É de maior interesse que sejam montadas ferramentas para avaliação e seleção de todas as fases de um empreendimento de construção civil, desde a aquisição do terreno, até a entrega da obra aos clientes finais. Essa tarefa mais extensiva precisa ser abordada com medidas

Capítulo 8. Conclusões

mais convenientes, como a esperança matemática do valor presente líquido, que deve incluir as amortizações de financiamentos recíprocos.

Referências

1. **JOINT COMMITTEE ON STRUCTURAL SAFETY.** *Probabilistic Model Code*. 2000.
2. **NBR6118.** ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Projeto de estruturas de concreto*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil : s.n., 2003.
3. **TAYLOR, ROBERT L.** A Finite Element Analysis Program. *Feap*. Berkeley : Department of Civil and Environmental Engineering - University of California at Berkeley, 2011. Vol. Versão 8.3.
4. **SOARES, R.C.** Um Estudo sobre Modelos Mecânico-Probabilísticos para Pórticos de Concreto Armado. 258 p. *Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas)*. 2001. Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.
5. **GOMES, H.M.** Técnicas de Avaliação da Confiabilidade em Estruturas de Concreto Armado. 231p. *Tese (Doutorado em Engenharia)*. 2001. Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
6. **NEVES, R.A.** Desenvolvimento de Modelos Mecânico-Probabilísticos para Estruturas de Pavimento de Edifícios. 200 p. *Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas)*. 2004. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
7. **NOGUEIRA, C.G.** Um Modelo de Confiabilidade e Otimização Aplicado às Estruturas de Barras de Concreto Armado. 166 p. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*. 2005. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
8. **KAMINSKI JUNIOR, J.** Incertezas de Modelo na Análise de Torres Metálicas Treliçadas de Linhas de Transmissão. 361 p. *Tese (Doutorado em Engenharia)*. 2007. Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul.
9. **VERZENHASSI, C.C.** Otimização de Risco Estrutural Baseada em Confiabilidade. 154 p. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*. 2008. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
10. **GONÇALVES JÚNIOR, L.A.** Avaliação de Incertezas em Modelo de Dano com Aplicação a Prismas de Alvenaria sob Compressão. 195p. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*. 2008. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
11. **RIBEIRO, S.E.C.** Análise de Confiabilidade de Vigas de Concreto Armado com Plástico Reforçado por Fibras. 139 p. *Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas)*. 2009. Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais.

12. **GOMES, W.J.S.** Estudo do Efeito de Incertezas na Otimização Estrutural. 96p. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*. 2010. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
13. **NOGUEIRA, C.G.** Desenvolvimento de Modelos Mecânicos, de Confiabilidade e de Otimização para Aplicação em Estruturas de Concreto Armado. 345 p. *Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas)*. 2010. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
14. **GOMES, H.M e AWRUCH, A.M.** Estudo dos Efeitos de Longa Duração na Confiabilidade de Estruturas de Concreto Armado. *IBRACON-41º Congresso Brasileiro do Concreto*. 1999. Salvador-BA.
15. **GOMES, H.M. e AWRUCH, A.M.** Confiabilidade de Seções de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão. *IBRACON-41º Congresso Brasileiro do Concreto*. 1999. Salvador-BA.
16. **BERNARDO, T.R.R. e VENTURINI, W.S.** Análise da Confiabilidade em Pavimentos de Edifícios de Concreto Armado. *IBRACON-41º Congresso Brasileiro do Concreto*. 1999, Salvador-BA.
17. —. Considerações sobre o Coeficiente de Minoração da Resistência à Compressão do Concreto-yc-Usando a Teoria da Confiabilidade Estrutural. *IBRACON-41º Congresso Brasileiro do Concreto*. 1999, Salvador-BA.
18. —. Estudo da Confiabilidade em Vigas de Concreto Armado. *IBRACON-41º Congresso Brasileiro do Concreto*. 1999, Salvador-BA.
19. **MACHADO, E.R., FREITAS, M.S.R. e DINIZ, S.M.C.** Avaliação da Segurança de Vigas Projetadas Segundo a NBR6118. *IBRACON-43º Congresso Brasileiro do Concreto*. 2001, Foz do Iguaçu-PR.
20. **PALIGA, C.M., CAMPOS FILHO, A. e REAL, M.V.** Confiabilidade Estrutural de Vigas de Concreto Armado Danificadas e Recuperadas com Lâminas de PRFC. *Revista Teoria e Prática na Engenharia Civil*. Rio Grande do Sul: Editora Dunas, out. de 2008, n. 12, pp. 49-58.
21. **CHAVES, I.A. e DEBS, A.L.H.C.** Otimização de Pilares de Concreto Armado Mediante Uniformização do Índice de Confiabilidade. *Cadernos de Engenharia de Estruturas, Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo*. 2008, Vols. 10, n. 45, pp. 1-22.
22. **AZEVEDO, C.P. B. e GUIMARÃES, M.G. D.** As Incertezas Envolvendo o Projeto e a Execução de Fundações de Linhas de Transmissão. *XIII ERIAC - Décimo Tercer Encuentro Regional IberoAmericano de CIGRÉ*. 24 al 28 de mayo de 2009, Puerto Iguazú-Argentina.
23. **REAL, M.V, CAMPOS FILHO, A. e MAESTRINI, S.R.** Response Variability in Reinforced Concrete Structures with Uncertain Geometrical and Material Properties Nuclear Engineering and Design. Elsevier Science, abril de 2003, n. 226, pp. 205-220. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.

24. **ZHAO, Yang-Gang e ANG HON, Alfredo H-S.** System Reliability Assessment by Method of Moments. *Journal of Structural Engineering*. American Society of Civil Engineers, out. de 2003, n. 129, pp. 1341-1349.
25. **HURTADO, J.E. e ALVAREZ, D.A.** Classification Approach for Reliability Analysis with Stochastic Finite-Element Modeling. *Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers*,. n.129. ago. de 2003, pp. 1141-1149.
26. **WANG, Sheng-Guo, ROSCHKE, P.N. e YEH, H.Y. .** Robust Control for Structural Systems with Unstructured Uncertainties. *Journal of Structural Engineering*. American Society of Civil Engineers, mar. de 2004, n. 130, pp. 337-346.
27. **LU, Yong e GU, Xiaoming.** Probability analysis of RC member deformation limits for different performance levels and reliability of their deterministic calculations Structural Safety. Elsevier Ltd, jan. de 2004, n. 26, pp. 367-389. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.
28. **EAMON, C.D, THOMPSON, M. e LIU, Z.** Evaluation of accuracy and efficiency of some simulation and sampling methods in structural reliability analysis. *Structural Safety, Elsevier Ltd*. n.27, maio de 2005, pp. 356-392. www.sciencedirect.com.
29. **WONG, S.M. de, HOBBS, R.E e ONOF, C.** An Adaptive Response Surface Method for Reliability Analysis of Structures with Multiple Loading Sequences. *Structural Safety*. Elsevier Ltd, fev. de 2005, n. 27, pp. 287-308.
30. **KIM, J.J e TAHA, M.R.** Robustness to Uncertainty: An Alternative Perspective in Realizing Uncertainty in Modeling Deflection of Reinforced Concrete Structures. *Journal of Structural Engineering, American Society of Civil Engineers*, n. 135. ago. de 2009, pp. 998-1001.
31. **NGUYEN, X.S; SELLIER, A.; DUPRAT, F.; PONS, G.** Adaptive Response Surface Method Based on a Double Weighted Regression Technique. *Probabilistic Engineering Mechanics*. Elsevier Science, abr. 2009, Vol. 24, n. 2, pp. 135-143. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.
32. **STRAUB, D. e KIUREGHIAN, A.** Der. Bayesian Network Enhanced with Structural Reliability Methods: Methodology. *Journal of Engineering Mechanics*. American Society of Civil Engineers, out. de 2010, n. 136, pp. 1248-1258.
33. **ZHANG, Hao, MULLEN, R.L. e MUHANNA, R.L.** Interval Monte Carlo Methods for Structural Reliability. *Structural Safety*. Elsevier Ltd, mai. de 2010, Vol. 32, n. 3, pp. 183-190. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.
34. **SADEGHI, N., FAYEK, A.R. e PEDRYCZ, W.** Fuzzy Monte Carlo Simulation and Risk Assessment in Construction. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*. American Society of Civil Engineers, mai. de 2010, Vol. 25, n. 4, pp. 238-252.
35. **SAHA, N. e NAESS, A.** Monte Carlo-Based Method for Predicting Extreme Value Statistics of Uncertain Structures. *Journal of Engineering Mechanics*. American Society of Civil Engineers, dez. de 2010, n. 136, pp. 1491-1501.
36. **PAPADOPOULUS, C.E. and YEUNG, H.** Uncertainty Estimation and Monte Carlo Simulation Method. *Flow Measurement and Instrumentation*. Elsevier Science

Ltd, 2001, n. 12, pp. 291-298. Disponível em <<http://www.journals.elsevier.com/flow-measurement-and-instrumentation>>.

37. **ABUSAM, A., KEESMAN, K. J. e STRATEN, G. van.** Forward and Backward Uncertainty Propagation: an Oxidation ditch Modelling Example. *Water Research, Elsevier Science Ltd.* n. 37, 2003, pp. 429-435. Disponível em: <<http://www.journals.elsevier.com>>.

38. **WORDENA, K.; MANSONA, G.; LORDA, T.M.; FRISWELLB, M.I.** Some Observations on Uncertainty Propagation through a Simple Nonlinear System. *Journal of Sound and Vibration.* Elsevier Ltd, 2005, n. 288, pp. 601-621. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.

39. **ROBERTS, McKenna L., STEVENS, J.W. e LUCK, R.** Evaluation of parameter effects in estimating non-linear uncertainty propagation. *Measurement.* Elsevier Ltda, 2007, n. 40, pp. 15-20. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.

40. **VINAI, P., MACIAN-JUAN, R. e CHAWLA, R. .** A statistical methodology for quantification of uncertainty in best estimate code physical models. *Annals of Nuclear Energy.* Elsevier Ltd, 2007, n. 34, pp. 628-640. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.

41. **YAGER, R.R.** Uncertainty modeling and decision support. *Reliability Engineering and System Safety.* Elsevier Ltd, 2004, n. 85, pp. 341-354. Disponível em: <www.sciencedirect.com>.

42. **SCHLUNE, H., PLOS, M. e GYLLTOFT, K.** Safety formats for non-linear analysis of concrete structures. *Magazine of Concrete Research.* Institution of Civil Engineers, 2012, Vol. 64, n. 7, pp. 563-574.

43. **WANG, T. e NEUFVILLE, R.** Identification of Real Options "in" Projects. *16th Annual Symposium.* International Council on Systems Engineering, Orlando, 2006, Florida.

44. **YINGXIA.** A Screening Model to Explore Planning Decisions in Automotive Manufacturing System under Demand Uncertainty. *Tese de doutorado, MIT.* 2009.

45. **MEYER, P.L.** *PROBABILIDADE Aplicações à Estatística.* 2ª edição. Rio de Janeiro-RJ : Editora LTC-Livros Técnicos e Científicos, 1995.

46. **PETERS, W.S. e SUMMERS, G.W.** *ANÁLISE ESTATÍSTICA E PROCESSO DECISÓRIO.* Instituto Nacional do Livro-MEC e Editora da Universidade de São Paulo, 1973, Rio de Janeiro-RJ.

47. **MELLO, O.D.** Incerteza e Probabilidade. Disponível em: <<http://www.oderson.com>>. Acesso em novembro de 2010..

48. **MONTGOMERY, D.C. e RUNGER, G.C.** *ESTATÍSTICA APLICADA E PROBABILIDADE PARA ENGENHEIROS.* 4ª edição. Rio de Janeiro-RJ : Editora LTC-Livros Técnicos e Científicos, 2009.

49. **BENJAMIN, J. R. e CORNELL, C. A.** *Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers.* New York : McGraw-Hill Company, 1970.

50. **RANZAN, Suzane, CEREZER, S.M. e MARTINAZZO, C.A.** Distribuição Estatística dos Valores Extremos de Radiação Solar Global. *Universidade Integrada do Alto Uruguai e das Missões*. Disponível em <www.ime.unicamp.br/sinape>.
51. **MELCHERS, R.E.** *Structural Reliability Analysis and Predictions*. 2ª edição. s.l. : John Wiley & Sons Ltd, 1999.
52. **GONÇALVES, R.M.; MALITE, M.; SALES, J.J.; MUNAIAR, J.N.;** SEGURANÇA NAS ESTRUTURAS Teoria e Exemplos. *Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo*. 1ª edição, jan. 2005.
53. **FUSCO, P.B.** *Estruturas de Concreto FUNDAMENTOS ESTATÍSTICOS DA SEGURANÇA DAS ESTRUTURAS*. São Paulo : McGRAW-HILL do Brasil, 1976.
54. **MOTTA, L.A.C. e MALITE, M.** Análise da Segurança no Projeto de Estruturas: Método dos Estados Limites. *Cadernos de Engenharia de Estrutura*. 2002, n.20, pp. 1-32. Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo.
55. **FUSCO, P.B.** *Estruturas de Concreto FUNDAMENTOS DO PROJETO ESTRUTURAL*. São Paulo : McGRAW-HILL do Brasil, 1976.
56. **LIMA, E.C.P. e SAGRILO, L.V.S.** Confiabilidade Estrutural. *Fundação COPPETEC--COPPE*. 2002. Universidade Federal do Rio de Janeiro.
57. **SOUZA JUNIOR, A.C.** Aplicação de Confiabilidade na Calibração de Coeficientes Parciais de Segurança de Normas Brasileiras de Projeto Estrutural. 148 p. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*. 2008. Escola de Engenharia de São Carlos, da Universidade de São Paulo.
58. **LIN, J.** Exploring Flexible Strategies in Engineering Systems Using Screening Models Applications to Offshore Petroleum Projects. 311 p. *Ph.D. Thesis, Engineering System Division*. 2008. MIT.
59. **WECK, O. de, ECKERT, C.M. e CLARKSON, P.J.** A Classification of Uncertainty for Early Product and System Design. *16th International Conference on Engineering Design*. ago de 2007, Paris-France, pp. 159-160.
60. **EARL, C.J. e ECKERT, C.M.** Complexity in Design process improvement - a Review of Current Practice. 2005, pp. 174-197.
61. **HASTINGS, D. e HUGH, McManus.** A Framework for Understanding Uncertainty and its Mitigation and Exploitation in Complex Systems. *Engineering Systems Symposium*. 2004. MIT.
62. **DIAS, M.A.G.** Investimento sob incerteza em exploração & produção de petróleo, Rio de Janeiro. *Dissertação de Mestrado, PUC-Rio*. 1996.
63. **MEIRELLES, J.L.F. e REBELATTO, D.A.N.** Incerteza, Irreversibilidade e Possibilidade de Adiar os Investimentos: Uma Abordagem do Ponto de Vista da Teoria de Opções Reais. *XXII Encontro Nacional de Engenharia de Produção - ENEGEP*. 23 a 25 de outubro de 2002, Curitiba-PR.

64. **THUNNISSEN, D.P.** Uncertainty Classification for the Design and Development of Complex Systems. *3rd Annual Predictive Methods Conference*. June de 2003. Newport Beach-California.
65. **OBERKAMPF, W.L., et al., et al.** A New Methodology for the Estimation of Total Uncertainty in Computacional Simulation. 1999, AIAA, pp. 99-1612.
66. **DU, X. e CHEN, W.** A Methodology for Managing the Effect of Uncertainty in Simulation-Based Design. *AIAA, Journal*. August 2000, Vol. 38, No. 8, p. 1471.
67. **WANG, T. e NEUFVILLE, R.** Building Real Options into Physical Systems with Stochastic Mixed-Integer Programming. *Proceedings of the 8th Real Options Annual International Conference*. June de 2004, Montreal, Canadá, pp. 17-19. http://www.realoptions.org/papers2004/de_Neufville.pdf,2004.
68. **NEUFVILLE, R. de., et al.** Uncertainty Management for Engineering Systems Planning and Design. *Engineering System Symposium*. 2004.
69. **DIXIT, A.K. e PINDYCK, R.S.** *Investment under Uncertainty, Ch. 3 in Stochastic Processes and Ito's Lemma*. Princeton University Press, Princeton, New Jersey, 1994. pp. 59-92.
70. **RIGOLON, F.J.Z.** Opções Reais e Análise de Projetos: Textos para discussão do BNDES - Banco Nacional do Desenvolvimento. *Texto para discussão nº 66*. Acesso em 05/10/2010 de RJ, 1999. Disponível em <[http://www.bndes.gov.br /siteBNDES /bnds/bndes_pt/Institucional / Publicacoes](http://www.bndes.gov.br/siteBNDES/bnds/bndes_pt/Institucional/Publicacoes)>.
71. **ARAÚJO, E.A.;FONSECA,L.A.** Otimizando as curvas VARG: otimização simultânea de locação de poços e vazões sob incerteza geológica. *SIGER*. nov, Recife, 2013, Vols. 21-22.
72. **LONGO, E.** Comunnity Risk Management. Disponível em <<http://risk.nuvvo.com>>.
73. **SOUZA, N. B.** Atribuições de um Gerente de Vendas ou Comercial. [www.artigonal.com/ gerencia-artigos/ 34-atribuicoes-e-um-gerente-de- vendas-ou-comercial-2296882.html](http://www.artigonal.com/gerencia-artigos/34-atribuicoes-e-um-gerente-de-vendas-ou-comercial-2296882.html).
74. **KLEIN, S.E.S.** Diretrizes de Gestão Ambiental na Indústria da Construção Civil de Edificações. 84 p. *Dissertação de Mestrado*. 2002. Universidade Regional de Blumenau.
75. **BECK, A.T.** CURSO DE CONFIABILIDADE ESTRUTURAL UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo. ago. 2006.
76. **OLIVEIRA, L. C. de.** Otimização Estrutural Utilizando o Algoritmo Evolucionário no Enxame de Partículas. 165p. *Dissertação (Mestre em Ciências em Engenharia Civil)*. 2008, Universidade Federal de Pernambuco.
77. **TAFLANIDIS,A.A.;BECK,J.L.** An Efficient Framework for Optimal Robust Stochastic System Design Using Stochstic Simulation. *Comput. Methods in Appl. Mech. and Engrg.* Elsevier Science, 2008, Vol. 198.
78. **SPALL, J.C.** An Overview of the Simultaneous Pertubation Method for Efficient Optimization. John Hopkins APL Technical Digest, 1998, Vol. 19, n. 4.

79. **HAMIDIAN,D.;SEYEDPOOR,S.M.** Structural Optimization Using the Simultaneous Perturbation Stochastic Approximation Algorithm. *Journal of Algorithms & Computacional Technology* . 2009, Vol. 3, n. 3.
80. **BETTER,M.;GLOVER,F.** Simulation Optimization: Applications in Risk Management. *International Journal of Information Technology & Decison Making*. 2008, Vols. pp. 571-5877, N. 7.
81. **SPALL, J.C.** Stochastic Optimization, Handbook of Computacional Statistics. Heidelberg, 2004, Vol. II.6, pp. 170-197.
82. **CARVALHO, R.C. e FIGUEIREDO FILHO, J.R.** *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado*. 2ª edição. São Carlos : Editora Edufscar, 2004.
83. **BASTOS, P.S. S.** Flexão Normal Simples - Vigas. Apostila do Departamento de Engenharia Civil da Universidade Estadual Paulista. Bauru-SP, nov 2010.
84. **ARAÚJO, J. M.de.** *CURSO DE CONCRETO ARMADO*. 2ª edição. Rio Grande-RS : Editora Dunas, 2003. Vol. I.
85. **FÉDÉRATION INTERNACIONALE DU BETÓN Structural Concrete.** *Textbook on Behavior, Design and Performance*. 2ª edição. out. 2010 : s.n. Vol. 4, seção 7.1.
86. **CARVALHO, R.C. e PINHEIRO, L.M.** *Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado*. 1ª edição. São Carlos : Editora Pini, 2009.
87. **HENNRICH, C.A.** Estudos sobre a Modelagem de Lajes Planas de Concreto Armado. 201 p. *Dissertação*. 2003. Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.
88. **ARAÚJO, J. M.de.** *CURSO DE CONCRETO ARMADO*. 2ª Edição. Rio Grande-RS : Editora Dunas, 2003. Vol. 2.
89. **STRAMANDINOLI, J.S.B.** Contribuições à Análise de Lajes Nervuradas por Analogia de Grelha. 179 p. *Dissertação*. 2003. Departamento de Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina.
90. **CASTRO, L.M.S.** Modelação de Lajes com Elementos de Grelha. *Apostila da Universidade Técnica de Lisboa*.
91. **ARAÚJO, J. M.de.** *CURSO DE CONCRETO ARMADO*. 2ª edição. Rio Grande-RS : Editora Dunas, 2003. Vol. 3.
92. **CYPE, Ingenieros.** Cypecad. *Software para Engenharia e Construção*. Versão 2010.
93. **K. Ulgen,A. Hepbasli.** Determination of Weibull parameters for wind energy. *International Journal of Energy Research*. 26, 2002.
94. **NEUFVILLE, R.de, SCHOLTES, S. and WANG, T.** Valuing Options by Spreadsheet: Parking Garage Case Example. *ASCE Journal of Infrastructure Systems*. 2006, Vol. 12, n. 2, pp. 107-111.
95. **LUND, M.** Valuing Flexibility in Offshore Petroleum Projects. *Annual of Operations Research*, 99. 2008, pp. 325-349.
96. **ZHAO, T. e TSENG, C.L.** Valuing flexibility in infrastructure expansion. *J. Infrastruct. Syst.* 2003, 9(3), pp. 89-97.

97. **ZHAO, T.** Valuing facility expansion and layout: A real options approach. *PhD dissertation*. Univ. of Maryland at College Park, College Park, Md, 2003.
98. **HASSAN, R., et al., et al.** Value-at-Risk Analysis for Real Options in Complex Engineered Systems. *IEEE International Conference on Large Scale Infrastructures*. Hawaii, 10-12 de October de 2005, Vol. 4, pp. 3697-3704.
99. **NEUFVILLE, R.de, et al., et al.** Using Real Options to Increase the Value of Intelligent Transportation Systems. *Transportation Research Record (in press)*, *Real Options in Engineering Design, Operations, and Management*. edited by Harriet Nembhard, 2008.
100. **MILLER, R. e LESSARD, D.R.** Strategic Management of Large Engineering Projects: Shaping Institution, Risk, and Governance, MIT Press. 2001.
101. **WECK, O. de, NEUFVILLE, R. e CHAIZE, M.** Staged Deployment of Communications Satellite Constellations in Low Earth Orbit. *Journal of Aerospace Computing, Information, and Communication*. 2004, Vol. 1, n. 3, pp. 119-136.
102. **TRIGEORGIS, L.** Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation. *MIT press*. Cambridge, MA, 2002.
103. —. Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resouce Allocation. *The MIT Press*. Cambridge, Massachusetts, 1996.
104. **COPELAND, T.E. e ANTIKAROV, V.** *Real Options: A Practitioner's Guide*. 3ª edição. New York : Editora Texere, 2003.
105. **KALLIGEROS, K.** Platforms and Real Options in Large-Scale Engineering Systems. *Ph.D. Dissertation in Engineering Systems Division*. Cambridge, MA, 2006. Massachusetts Institute of Technology.
106. **FONSECA, L., de A.** Otimização para Simulação Estocástica de Reservatórios de Petróleo: Algoritmo de Diferenças Rondômicas Simultâneas. 103p. *Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas)*. 2010. Universidade Federal de Pernambuco.
107. **COPELAND, T.E. e ANTIKAROV, V.** *Opções reais: um novo paradigma para reinventar a avaliação de investimentos*. Rio de Janeiro : Editora Campus, 2001.
108. **OVERKAMPF, W.L, HELTON, J. and SENTZ, K.** Mathematic Representation of Uncertainty. 2001, AIAA, pp. 2001-1645.
109. **NEUFVILLE, R.de, et al., et al.** Identifying Real Options to Improve the Design of Engineering Systems. *Chapter to appear in the book Real Options in Engineering Design, Operations, and Management edited by Harriet Nembhard*. 2008.
110. **NEELY, J.E. e NEUFVILLE, R.de.** Hybrid Real Options Valuation of Risky Product Development Projects. *International Journal of Technology, Policy and Management*. 2001, Vol. 1, n. 1, pp. 29-46.
111. **MONTOYA, J., MESENGUER, A.G. e CABRE, F.M.** *Hormigon Armado*. S.A. Barcelona : Editorial Gustavo Gili, 1973.
112. **MOSES, J.** Foundational Issues in Engineering Systems: A Framing Paper. *Engineering Systems Monograph-MIT*. 2004.

113. **SALEH, J.H., MARK, G. e JORDAN, N.C.** Flexibility: A Multi-disciplinary Literature Review and A Research Agenda for Designing Flexible Engineering Systems. *Journal of Engineering Design*. 2008.
114. **THOMKE, S.** Experimentation Matters: Unlocking the Potencial of New Technologies for Innovation. *Harvard Business School Press*. Cambridge, MA, 2003.
115. **PINHEIRO, L.M. e RAZENTE, J.A.** Estruturas de Concreto. *Apostila do Departamento de Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo*. dez. de 2003.
116. **HASSAN, R. e NEUFVILLE, R.de.** Design of Engineering Systems under Uncertainty via Real Options and Heuristic Optimization. *Real Options Conference*, New York. 2006.
117. **NEUFVILLE, R.de.** Class notes for Engineering Systems Analysis for Design, MIT. <http://ardent.mit.edu/real_options>.
118. **NBR8681.** ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *Ações e segurança nas estruturas*. Rio de Janeiro, RJ, Brasil : s.n., 2003.
119. **FORD, D.N., LANDER, D.M. e VOYER, J.J.** *A Real Options Approach to Valuing Strategic Flexibility in Uncertain Construction Project*, *Construction Management and Economics*. 2002. pp. 343-351. Vol. 20.
120. **SOUZA, N. B.** Atribuições de um Gerente de Vendas ou comercial. www.artigonal.com/gerencia-artigos/34-atribuicoes-e-um-gerente-de-vendas-ou-comercial-2296882.html.
121. **OLIVEIRA, D.F.B de.** Técnicas de Otimização da Produção para Reservatórios de Petróleo: Abordagens Sem Uso de Derivadas para Alocação Dinâmica das Vazões de Produção e Injeção. Recife : s.n., 2006.
122. **SALMON, C.G e JOHNSON, J.E.** *STEEL STRUCTURES Emphasizing Load and Resistance Factor Design*. s.l. : Harper Collins College Publishers, 1996.

APÊNDICE A

ROTINAS DO MATLAB

São descritas a seguir as rotinas implementadas no Matlab. O fluxograma das mesmas encontra-se na Figura A1.

k número de iterações
N_{MC} número de simulações
p número de variáveis de projeto

fprincipal.m

Gerencia a ordem de execução das outras funções. Chama as funções inputdados.m, ler_media_dp.m, ler_parametros.m, ler_dados.m, spsab.m e passa para esta última função os valores iniciais das variáveis de projeto.

inputdados.m

Lê os dados de entrada armazenados em um arquivo (dados.in) e os atribui às variáveis.

ler_media_dp.m

Lê as médias e os desvios padrões das propriedades geométricas de todas as vigas, lajes e pilares. Estes dados estão armazenados em arquivos. Armazena estas informações em vetores.

ler_parametros.m

Lê os valores iniciais das variáveis de projeto e os armazena em um vetor, lê o número de variáveis de projeto, o número que identifica cada variável de projeto e finalmente, lê os limites destas variáveis.

ler_dados.m

Lê o arquivo de entrada do Feap (template) e extrai alguns dados para atribuí-los a variáveis (número de nós e número de elementos da malha, coordenadas dos nós e conectividade dos elementos).

dados.in

Contém os dados de entrada: nomes dos arquivos com algumas informações de entrada, coeficientes que ativam as parcelas da função objetivo, opção para definir se há ou não otimização, parâmetros econômicos (médias e desvios padrões dos custos dos materiais), número de simulações e propriedades dos materiais (médias e desvios padrão), etc...

spsab.m

Executa a otimização. Muda os valores das variáveis de projeto e, para cada iteração, chama a função `fobjetivo.m` 3 vezes. Passa para `fobjetivo.m` as novas variáveis de projeto e recebe desta função o valor da função objetivo. Após a terceira avaliação da função objetivo, ou seja, após a terceira vez que `fobjetivo.m` é executada, `spsab.m` armazena em matrizes as variáveis de projeto, o valor da função objetivo, os pesos de aço, os volumes de concreto, as áreas de forma e os custos. Então, ao final de k iterações, `spsab.m` dispõe do vetor função-objetivo, com k elementos, onde cada elemento deste vetor é o resultado da média dos custos ao término das simulações, média esta calculada com N_{MC} elementos. Com este vetor, é possível traçar um gráfico ilustrando a variação da função-objetivo de uma iteração a outra. Cada ponto deste gráfico é um escalar calculado a partir da média de um vetor com N_{MC} valores.

Ao término das iterações, `spsab.m` dispõe de uma matriz ($k \times p$) das variáveis de projeto, com a qual é possível construir um gráfico com o valor da variável de projeto em cada iteração:

- Largura da viga x k
- Altura da viga x k
- Largura do pilar x k
- Comprimento do pilar x k

Além disso, também são geradas as matrizes:

Peso de aço das vigas	$(k \times N_{MC})$
Volume de concreto das vigas	$(k \times N_{MC})$
Áreas de formas das vigas	$(k \times N_{MC})$
Peso de aço das lajes	$(k \times N_{MC})$
Volume de concreto das lajes	$(k \times N_{MC})$
Áreas de formas das lajes	$(k \times N_{MC})$
Peso de aço dos pilares	$(k \times N_{MC})$
Volume de concreto dos pilares	$(k \times N_{MC})$
Áreas de formas dos pilares	$(k \times N_{MC})$
Resistência à compressão do concreto	$(k \times N_{MC})$

Pode-se então construir gráficos com as matrizes acima, por exemplo, ilustrando o valor do peso de aço das vigas em cada simulação, para uma determinada iteração.

Findas as iterações, `spsab.m` também calcula as estatísticas com os valores da última iteração. Cada informação abaixo é um escalar calculado a partir de um vetor com N_{MC} elementos na última iteração:

Para as vigas

Média do peso de aço e desvio padrão do peso de aço

Média do volume de concreto e desvio padrão do volume de concreto

Média da área de forma e desvio padrão da área de forma

Para as lajes

Média do peso de aço e desvio padrão do peso de aço

Média do volume de concreto e desvio padrão do volume de concreto

Média da área de forma e desvio padrão da área de forma

Para os pilares

Média do peso de aço e desvio padrão do peso de aço

Média do volume de concreto e desvio padrão do volume de concreto

Média da área de forma e desvio padrão da área de forma

fobjetivo.m

Recebe de spsab.m os novos valores das variáveis de projeto. A variável que armazena o valor médio da variável de projeto recebe o valor vindo de spsab.m, ou seja, o valor médio da variável de projeto é atualizado. Chama montecarlo.m e recebe desta função o vetor com os custos da estrutura, com N_{MC} elementos. Para cada iteração fobjetivo.m recebe um vetor-custo, de montecarlo.m, então para a 1ª iteração, esta função calcula as medidas estatísticas, média, desvio padrão e coeficiente de variação do vetor-custo1, para a 2ª iteração calcula as medidas estatísticas do vetor-custo2, até a última iteração. Logo, para cada iteração há uma média do custo e um desvio padrão, calculados a partir do vetor com N_{MC} elementos.

montecarlo.m

Cria um vetor Z com N_{MC} elementos. Z é gerado com funções do Matlab que geram números aleatórios com distribuições de probabilidade específicas.

Cria um vetor para cada variável aleatória com N_{MC} elementos:

Vetor A = valor médio da variável aleatória A + desvio padrão de A x (vetor Z)

Vetor B = valor médio da variável aleatória B + desvio padrão de B x (vetor Z)

...

até a última variável aleatória.

Chama a função calc_geometria.m, passa para esta função os valores das variáveis de projeto, que são as dimensões das seções transversais, e recebe os vetores com as áreas e os momentos de inércia de cada elemento estrutural.

Chama a função calc_carga.m, passa para esta função o peso específico do material e os valores das variáveis de projeto e recebe os vetores com as cargas, peso próprio e carga variável, de cada elemento estrutural.

Chama a função montafiles.m e passa para esta função os vetores com as áreas e os momentos de inércia, criados em calc_geometria.m e o vetor com as cargas criado em calc_carga.m.

Chama a rotina para executar o Feap e chama a rotina que lê as saídas deste programa de análise.

Chama as funções com os modelos de dimensionamento de vigas, lajes e pilares. Na primeira simulação passa para estas funções o 1º conjunto de variáveis aleatórias [tensão de escoamento(1), resistência do concreto(1)...], na 2ª simulação passa para estas funções o 2º conjunto de variáveis aleatórias [tensão de escoamento(2), resistência do concreto(2)...] e assim sucessivamente, até a última simulação.

Após o dimensionamento calcula o peso de aço, o volume de concreto e a área de forma dos elementos estruturais (viga, laje e pilar), logo após calcula os custos. Então, na primeira simulação calcula o 1º conjunto de resultados [peso(1), volume(1), forma(1), custo-do-peso(1), custo-do-volume(1), custo-da-forma(1), custo-da-estrutura(1)], na 2ª simulação calcula o 2º conjunto de resultados [peso(2), volume(2), forma(2), custo-do-peso(2), custo-do-volume(2), custo-da-forma(2), custo-da-estrutura(2)], até a última simulação.

Ao término das simulações, retorna para fobjetivo.m o vetor custo-da-estrutura, com N_{MC} elementos.

calc_geometria.m

Recebe os valores das variáveis de projeto, que são as dimensões das seções transversais, e calcula as áreas e os momentos de inércia de cada elemento estrutural. Na 1ª simulação calc_geometria.m recebe o 1º conjunto de variáveis [b_{VIGA}(1), h_{VIGA}(1), h_{PILAR}(1)...], na 2ª simulação recebe o 2º conjunto de variáveis [b_{VIGA}(2), h_{VIGA}(2), h_{PILAR}(2)...], e assim sucessivamente, até o último conjunto de variáveis.

calc_carga.m

Recebe o peso específico do material e os valores das variáveis de projeto, que são as dimensões das seções transversais, e calcula o peso próprio de cada elemento estrutural. Na 1ª simulação calc_carga.m recebe o 1º conjunto de variáveis [b_{VIGA}(1), h_{VIGA}(1), h_{PILAR}(1)...], na segunda simulação recebe o 2º conjunto de variáveis [b_{VIGA}(2), h_{VIGA}(2), h_{PILAR}(2)...], e assim sucessivamente, até o último conjunto de variáveis.

montafileS.m

Monta o arquivo de simulação. Recebe os vetores com as áreas e os momentos de inércia criados em calc_geometria.m e os vetores com as cargas criadas em calc_carga.m. Na primeira simulação recebe os vetores gerados com o 1º conjunto de variáveis (b_{VIGA}(1), h_{VIGA}(1), h_{PILAR}(1)...], na segunda simulação recebe os vetores correspondentes ao 2º conjunto de variáveis [b_{VIGA}(2), h_{VIGA}(2), h_{PILAR}(2)...], e assim sucessivamente, até o último conjunto de variáveis.

Em cada simulação abre o arquivo template, que é o arquivo gabarito formatado para servir como arquivo de entrada do Feap, procura neste arquivo os códigos que representam as áreas, momentos de inércia e cargas e substitui estes códigos pelos valores gerados em calc_geometria.m e calc_carga.m. Com isto, o arquivo de simulação com as entradas para o Feap é criado.

feap_exe.m

Roda o Feap

ler_saida_feap.m

Lê os esforços e deslocamentos calculados com o Feap.

Rotinas com os modelos de dimensionamento de vigas, lajes e pilares.

PA_VC_AF.m

Calcula os pesos de aço, volumes de concreto e áreas de forma das vigas, lajes e pilares.

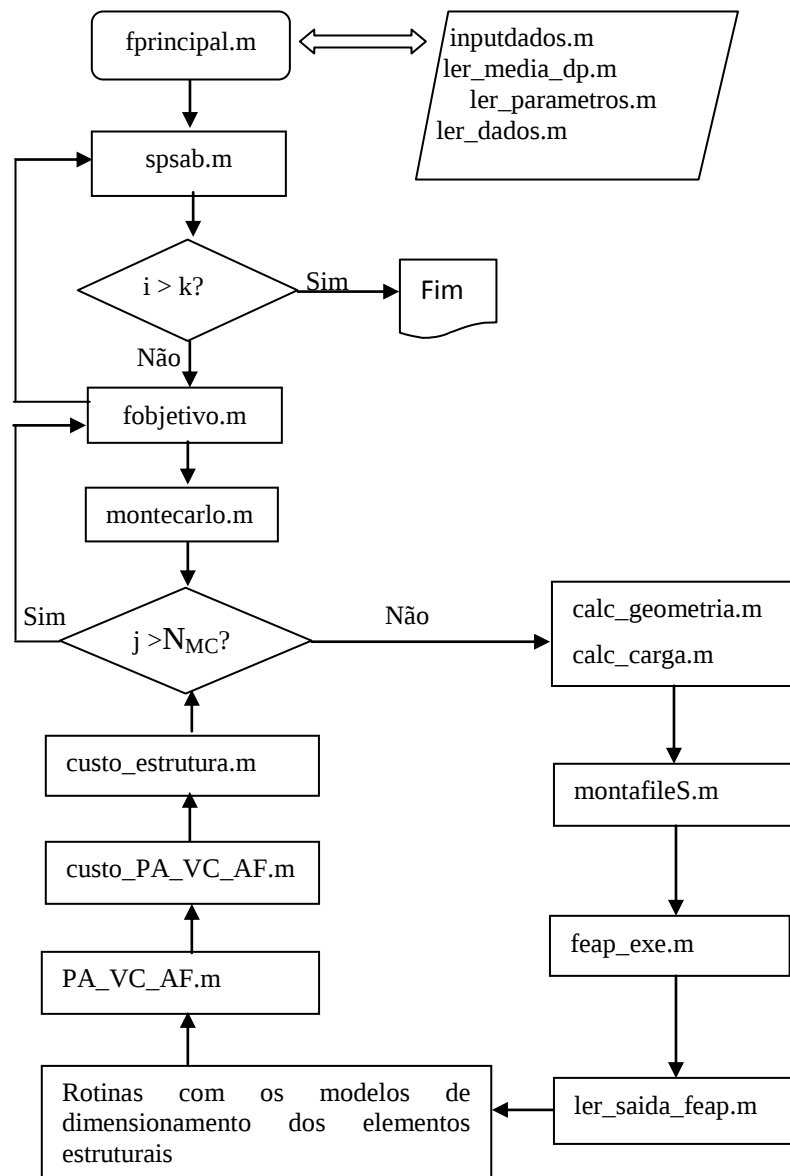
custo_PA_VC_AF.m

Calcula os custos dos pesos de aço, volumes de concreto e áreas de forma das vigas, lajes e pilares.

custo_estrutura.m

Calcula o custo de toda a estrutura.

Figura A1 – Fluxograma da rotinas do matlab do programa da tese.



APÊNDICE B

RESTRIÇÕES PARA OS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO

Restrições para o modelo de dimensionamento de vigas

RESTRIÇÃO 1

AVISO

ÁREA DE AÇO TRANSVERSAL PARA VIGAS. A força cortante solicitante (V_{Sd}) não pode ser maior que a força cortante resistente (V_{Rd2}).

COMENTÁRIO

NBR 6118

17 Dimensionamento e verificação de elementos lineares

17.4 Elementos lineares sujeitos à força cortante - Estado limite último

17.4.2.1 Cálculo da resistência

A resistência do elemento estrutural, numa determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:
 $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$

RESTRIÇÃO 2

AVISO

ÁREA DE AÇO TRANSVERSAL PARA VIGAS. São necessários estribos maiores que barras de 12.5mm a cada 15cm.

- Quando acontece este caso, o programa para.

COMENTÁRIO

Neste trabalho, foi adotado para A_{sw} (armadura transversal) o limite de $16\text{cm}^2/\text{m}$, que corresponde a barras de 12.5mm a cada 15cm.

RESTRIÇÃO 3

AVISO

A viga deve ter uma largura maior. A largura atual da viga não permite que o espaçamento mínimo entre as barras longitudinais seja de, no mínimo, 2 cm.

- Quando acontece este caso, o programa para.

COMENTÁRIO

Há funções do Matlab no modelo de dimensionamento de vigas que determinam as armaduras longitudinais usadas, positiva e negativa. Estas funções definem o número de barras e a bitola do ferro. A largura mínima da viga é especificada em função da quantidade de barras usadas, de forma que o espaçamento entre as barras longitudinais não seja inferior a 2cm. Neste trabalho, foi adotada para a armadura longitudinal de

vigas, tanto para a positiva como para a negativa, a área máxima de 32cm^2 , que corresponde a 16 barras de 16mm.

NBR 6118

18.3.2.2 Distribuição transversal

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

a) na direção horizontal (ah):

- 20mm;
- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- 1,2 vezes a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

b) na direção vertical (av):

- 20mm;
- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- 0,5 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

RESTRIÇÃO 4

AVISO

ARMADURA LONGITUDINAL PARA VIGAS. A armadura longitudinal não deve ter valor maior que $4\%A_c$.

COMENTÁRIO

NBR 6118

17 Dimensionamento e verificação de elementos lineares

17.3.5.2.4 Armaduras de tração e de compressão

A soma das armaduras de tração e de compressão ($A_s + A_s'$) não deve ter valor maior que $4\% A_c$, calculada na região fora da zona de emendas.

RESTRIÇÃO 5

Não há avisos para esta restrição.

As larguras e alturas mínimas e máximas das vigas são previamente definidas em uma função do Matlab do modelo de dimensionamento das vigas e usadas no algoritmo de otimização spsa.

COMENTÁRIO

NBR 6118

13.2.2 Vigas e vigas-parede

A seção transversal das vigas não deve apresentar largura menor que 12 cm.

RESTRIÇÃO 6

AVISO

O deslocamento vertical máximo da viga é maior que a flecha limite

COMENTÁRIO

NBR 6118

13.3 Deslocamentos limites

Tabela 13.2 Limites para deslocamentos

Restrições para o modelo de dimensionamento de lajes

RESTRIÇÃO 1

AVISO

ARMADURA DE FLEXÃO DA LAJE. O momento solicitante reduzido é maior que o momento limite reduzido. A espessura da laje deve ser maior.

- Quando acontece este caso, o programa para.

COMENTÁRIO

Como o dimensionamento é feito nos domínios 2 e 3, o momento limite corresponde àquele entre os domínios 3 e 4, que é calculado com o objetivo de compará-lo com o momento solicitante.

μ_{lim} Momento limite reduzido (equação 3.5.9, pg. 86, ARAUJO, J.M. , Vol.1)

$$\mu_{lim} = 0,8\xi_{lim}(1 - 0,4\xi_{lim})$$

μ Momento solicitante reduzido (equação 3.5.10, pg. 87, ARAUJO, J.M. , Vol.1)

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2\sigma_{cd}}$$

Esta verificação é efetuada para as armaduras nas direções x e y, negativas e positivas.

RESTRIÇÃO 2

AVISO

ARMADURA DE FLEXÃO DA LAJE. Para a área de aço calculada, são necessárias barras de diâmetros maiores que os máximos permitidos por Norma.

- Quando acontece este caso, o programa para.

COMENTÁRIO

Limita-se a área de aço da armadura de flexão usada em função do espaçamento máximo entre as barras e o diâmetro máximo das barras, definidos na NBR 6118. Esta

restrição é verificada para armaduras nas duas direções, tanto para a positiva como para a negativa.

NBR 6118

20 Detalhamento de lajes

20.1 Prescrições gerais

Qualquer barra da armadura de flexão deve ter diâmetro no máximo igual a $h/8$.

As barras da armadura principal de flexão devem apresentar espaçamento no máximo igual a $2h$ ou 20 cm, prevalecendo o menor desses dois valores na região dos maiores momentos fletores.

A armadura secundária de flexão deve ser igual ou superior a 20% da armadura principal, mantendo-se, ainda, um espaçamento entre barras de, no máximo, 33 cm.

RESTRIÇÃO 3

AVISO

A armadura de flexão é maior que a máxima.

COMENTÁRIO

Esta restrição é verificada para armaduras nas duas direções, tanto para a positiva como para a negativa.

NBR 6118

19.3.3.3 Armadura máxima

O valor máximo da armadura de flexão deve respeitar o limite dado em 17.3.5.2 e 17.3.5.3.

NBR 6118

17.3.5.2.4 Armaduras de tração e de compressão

A soma das armaduras de tração e de compressão ($A_s + A_s'$) não deve ter valor maior que 4% A_c , calculada na região fora da zona de emendas.

RESTRIÇÃO 4

Não há avisos para esta restrição.

As espessuras mínimas e máximas das lajes são previamente definidas em uma função do Matlab do modelo de dimensionamento da laje e usadas no algoritmo de otimização spsa.

NBR 6118

13.2.4 Lajes

13.2.4.1 Lajes maciças

Nas lajes maciças devem ser respeitados os seguintes limites mínimos para a espessura:

- a) 5 cm para lajes de cobertura não em balanço;
- b) 7 cm para lajes de piso ou de cobertura em balanço;
- c) 10 cm para lajes que suportem veículos de peso total menor ou igual a 30 kN;
- d) 12 cm para lajes que suportem veículos de peso total maior que 30 kN;
- e) 15 cm para lajes com protensão apoiadas em vigas, $l/42$ para lajes de piso biapoiadas e $l/50$ para lajes de piso contínuas;
- f) 16 cm para lajes lisas e 14 cm para lajes-cogumelo.

RESTRIÇÃO 5

AVISO

O deslocamento vertical máximo da laje é maior que a flecha limite

COMENTÁRIO

NBR 6118

13.3 Deslocamentos limites

Tabela 13.2 Limites para deslocamentos

Restrições para o modelo de dimensionamento de pilares

RESTRIÇÃO 1

AVISO

λ é maior que 90. A consideração da fluência é obrigatória.

O pilar é esbelto e deve ser analisado através de algum processo rigoroso (ARAÚJO, J.M., Vol.3, pg.98)

- Quando acontece este caso, o programa para.

COMENTÁRIO

O índice de esbeltez λ é calculado para as duas direções, x e y.

NBR 6118

15.8.3.1 Barras submetidas a flexo-compressão normal.

A consideração da fluência é obrigatória para $\lambda > 90$

RESTRIÇÃO 2

AVISO

A armadura longitudinal em pilares não deve ter valor maior que 8%Ac.

COMENTÁRIO

NBR6118

17.3.5.3.2 Valores máximos

$A_{s,máx} = 8,0\% A_c$

RESTRIÇÃO 3

Esta restrição depende do valor da maior dimensão do pilar, H. São feitas duas verificações, uma para investigar se o espaçamento mínimo entre as barras longitudinais, definido pela NBR 6118, está sendo atendido, e outra para verificar se o espaçamento máximo, estabelecido nesta Norma, também está sendo atendido.

As bitolas das barras utilizadas neste trabalho são 12,5 mm, 16 mm, 20 mm, e 25 mm e sendo assim, atendem a exigência do diâmetro mínimo de 10 mm, e do diâmetro máximo, que deve ser 1/8 da menor dimensão. No programa a dimensão mínima da seção transversal do pilar é de 20 cm. Assim, o diâmetro máximo pode ir até 25 mm. O espaçamento mínimo entre as barras é de 25 mm.

Os avisos exibidos pelo programa estão indicados no comentário abaixo.

COMENTÁRIO

NBR6118

18.4.2.1 Diâmetro mínimo e taxa de armadura

O diâmetro das barras longitudinais não deve ser inferior a 10 mm nem superior a 1/8 da menor dimensão transversal.

NBR6118

18.4.2.2 Distribuição transversal

O espaçamento mínimo livre entre as faces das barras longitudinais, medido no plano da seção transversal, fora da região de emendas, deve ser igual ou superior ao maior dos seguintes valores:

- 20 mm;
- diâmetro da barra, do feixe ou da luva;
- 1,2 vez a dimensão máxima característica do agregado graúdo.

O espaçamento máximo entre eixos das barras, ..., deve ser menor ou igual a duas vezes a menor dimensão da seção no trecho considerado, sem exceder 400 mm.

VERIFICAÇÃO DO ESPAÇAMENTO MÍNIMO

Para valores de H, maior dimensão da seção transversal, menores que 40cm, é necessário verificar o espaçamento entre as barras, para que este não seja menor que o mínimo admitido em Norma.

Caso 1: $H \leq 21\text{cm}$

Para valores de H menores ou iguais a 21cm, se forem usadas mais que 2 camadas, o espaçamento mínimo entre as barras não será atendido. O programa adota então apenas as áreas de aço correspondentes a somente 2 camadas. Se não houver área de aço correspondente a 2 camadas para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 19,63cm² (4 barras de 25mm). São necessárias mais que 2 camadas, mas como $H < 21\text{cm}$, o espaçamento mínimo entre barras não será atendido.

- Quando acontece este caso, o programa para.

Caso 2: $21\text{cm} < H \leq 26\text{cm}$

Para valores de H maiores que 21cm e menores que 26cm, se forem usadas mais que 3 camadas, o espaçamento mínimo não será atendido. O programa adota então apenas as áreas de aço correspondentes a somente 2 e 3 camadas. Se não houver área de aço, correspondente a 2 e 3 camadas, para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 29,45cm² (6 barras de 25mm). São necessárias mais que 3 camadas, mas como $H < 26\text{cm}$, o espaçamento mínimo entre barras não será atendido.

- Quando acontece este caso, o programa para.

Caso 3: $26\text{cm} < H \leq 30\text{cm}$

Para valores de H maiores que 26cm e menores que 30cm, se forem usadas mais que 4 camadas, o espaçamento mínimo não será atendido. O programa adota então apenas as áreas de aço correspondentes a somente 2, 3 e 4 camadas. Se não houver área de aço para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 39,27cm² (8 barras de 25mm). São necessárias mais que 4 camadas, mas como $H < 30\text{cm}$, o espaçamento mínimo entre barras não será atendido.

- Quando acontece este caso, o programa para.

Caso 4: $30\text{cm} < H \leq 40\text{cm}$

Para valores de H maiores que 30cm e menores que 40cm, se forem usadas mais que 5 camadas, o espaçamento mínimo não será atendido. O programa adota então apenas as áreas de aço correspondentes a somente 2, 3, 4 e 5 camadas. Se não houver área de aço para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 49,09cm² (10 barras de 25mm). São necessárias mais que 5 camadas, mas como $H < 40\text{cm}$, o espaçamento mínimo entre barras não será atendido.

- Quando acontece este caso, o programa para.

VERIFICAÇÃO DO ESPAÇAMENTO MÁXIMO

Para valores de H, maior dimensão da seção transversal, maiores que 40cm, é necessário verificar o espaçamento entre as barras, para que este não seja maior que o máximo admitido.

Caso 1: $(H - 2 \times \text{cobrimento}) \leq 40\text{cm}$

Neste caso, mesmo usando-se apenas 2 camadas, o espaçamento não será maior que o máximo permitido, então o programa adota as opções de 2, 3, 4, 5 e 6 camadas. Se não houver área de aço para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 58.90cm² (12 barras de 25mm)

- Quando acontece este caso, o programa para.

Caso 2: $40\text{cm} < (H - 2 \times \text{cobrimento})$ e $(H - 2 \times \text{cobrimento})/2 \leq 40\text{cm}$

Neste caso, usando-se apenas 2 camadas, o espaçamento será maior que o máximo permitido, então o programa adota as opções de 3, 4, 5 e 6 camadas. Se não houver área de aço para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 58.90cm² (12 barras de 25mm).

- Quando acontece este caso, o programa para.

Caso 3: $40\text{cm} < (H - 2 \times \text{cobrimento})/2$ e $(H - 2 \times \text{cobrimento})/3 \leq 40\text{cm}$

Neste caso, usando-se apenas 2 ou 3 camadas, o espaçamento será maior que o máximo permitido, então o programa adota as opções de 4, 5 e 6 camadas. Se não houver área de aço para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 58.90cm² (12 barras de 25mm).

- Quando acontece este caso, o programa para.

Caso 4: $40\text{cm} < (H - 2 \times \text{cobrimento})/3$ e $(H - 2 \times \text{cobrimento})/4 \leq 40\text{cm}$

Neste caso, usando-se apenas 2, 3 ou 4 camadas, o espaçamento será maior que o máximo permitido, então o programa adota as opções de 5 e 6 camadas. Se não houver área de aço para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 58.90cm² (12 barras de 25mm).

- Quando acontece este caso, o programa para.

Caso 5: $40\text{cm} < (H - 2 \times \text{cobrimento})/4$ e $(H - 2 \times \text{cobrimento})/5 \leq 40\text{cm}$

Neste caso, usando-se apenas 2, 3, 4 ou 5 camadas, o espaçamento será maior que o máximo permitido, então o programa adota a opção de 6 camadas. Se não houver área de aço para atender a área de aço calculada, o programa imprime o aviso:

AVISO

A armadura longitudinal é maior que 58.90cm^2 (12 barras de 25mm).

- Quando acontece este caso, o programa para.

RESTRIÇÃO 4

AVISO

ÁREA DE AÇO TRANSVERSAL PARA PILARES. A força cortante solicitante (V_{Sd}) não pode ser maior que a força cortante resistente (V_{Rd2}).

COMENTÁRIO

NBR 6118

17 Dimensionamento e verificação de elementos lineares

17.4 Elementos lineares sujeitos à força cortante - Estado limite último

17.4.2.1 Cálculo da resistência

A resistência do elemento estrutural, numa determinada seção transversal, deve ser considerada satisfatória quando verificadas simultaneamente as seguintes condições:
 $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$

RESTRIÇÃO 5

AVISO

ÁREA DE AÇO TRANSVERSAL PARA PILARES. São necessários estribos maiores que barras de 10mm a cada 15cm.

- Quando acontece este caso, o programa para.

COMENTÁRIO

Neste trabalho, foi adotado para A_{sw} (armadura transversal) o limite de $10\text{cm}^2/\text{m}$, que corresponde a barras de 10mm a cada 15cm.

NBR6118

18.4.3 Armaduras transversais

O diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a 5 mm nem a 1/4 do diâmetro da barra isolada.

O espaçamento longitudinal entre estribos, medido na direção do eixo do pilar, para garantir o posicionamento, impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais nos pilares usuais, deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

- 200 mm;
- menor dimensão da seção;
- 24 ϕ para CA-25, 12 ϕ para CA-50.

RESTRIÇÃO 6

Não há avisos para esta restrição.

As dimensões mínimas e máximas dos lados da seção transversal do pilar são previamente definidas em uma função do Matlab do modelo de dimensionamento do pilar e usadas no algoritmo de otimização spsa.

NBR6118

13.2.3 Pilares e pilares-parede

A seção transversal de pilares e pilares-parede maciços, qualquer que seja a sua forma, não deve apresentar dimensão menor que 19 cm.

APÊNDICE C

DIMENSIONAMENTO DA VIGA DO PÓRTICO PLANO DOS CASOS A E B DO EXEMPLO 1.

No Exemplo 1, casos A e B, a viga do pórtico plano foi dimensionada utilizando-se a metodologia do modelo da tese, com o emprego do Cypecad e sem o auxílio de programas. Abaixo encontra-se o dimensionamento por este último método.

DADOS COMUNS AOS CASOS A E B DO EXEMPLO 1

Seção transversal	15cm x 40cm
Resistência	$f_{ck} = 30MPa$
Cobrimento	2cm
Inclinação dos estribos	$\alpha = 90^\circ$

Coeficientes de ponderação

$$\gamma_c = 1,4 \quad \gamma_s = 1,15 \quad \gamma_f = 1,4$$

Coeficientes para cálculo da tensão de aderência da armadura passiva

$$\eta_1 = 2,25 \text{ NBR6118-Tabela 8.2}$$

$$\eta_2 = 1,0 \text{ NBR6118-9.3.2.1}$$

$$\eta_3 = 1,0 \text{ NBR6118-9.3.2.1}$$

Resistências de cálculo

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c} = \frac{30MPa}{1,4} = 21,4MPa = 21,4KN / cm^2$$

$$f_{yd} = \frac{f_y}{\gamma_s} = \frac{500MPa}{1,15} = 434,78MPa = 43,48KN / cm^2$$

$$f_{ctd} = 1,448MPa$$

ARMADURA LONGITUDINAL

As equações para o cálculo da área de aço longitudinal foram extraídas de *José Milton Araujo, vol.1, pg.90 (77)*.

$$\mu = \frac{M_d}{bd^2 \sigma_{cd}}$$

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2\mu})$$

$$A_s = 0,8\xi b.d \frac{\sigma_{cd}}{f_{yd}}$$

CASO A

ESFORÇOS

Momento máximo positivo $M_{Spos} = 41,82KNm$

Momento máximo negativo $M_{Sneg} = 11,42KNm$

Cortante máximo $V_{Smax} = 55,38KN$

ARMADURA LONGITUDINAL POSITIVA CALCULADA

$$\mu = \frac{4182KNcm \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 0,85 \times \frac{3KN/cm^2}{1,4}} = \frac{4182 \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 1,82} = 0,1484$$

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,1484}) = 0,2018$$

$$A_s = 0,8 \times 0,2018 \times 15 \times 38 \times \frac{1,82KN/cm^2}{43,48KN/cm^2} = 3,85cm^2$$

ARMADURA LONGITUDINAL POSITIVA USADA

$$2\phi 16mm \Rightarrow 2 \times 2,01cm^2 = 4,02cm^2$$

ARMADURA LONGITUDINAL NEGATIVA CALCULADA

$$\mu = \frac{1142KNcm \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 0,85 \times \frac{3KN/cm^2}{1,4}} = \frac{1142 \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 1,82} = 0,0405$$

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0405}) = 0,0517$$

$$A_s = 0,8 \times 0,0517 \times 15 \times 38 \times \frac{1,82KN/cm^2}{43,48KN/cm^2} = 0,99cm^2$$

ARMADURA LONGITUDINAL NEGATIVA USADA

$$2\phi 8mm \Rightarrow 2 \times 0,5cm^2 = 1,0cm^2$$

DECALAGEM SEGUNDO NBR6118-17.4.2.2 Modelo de cálculo I

$$al = d \left[\frac{V_{Sd,max}}{2(V_{Sd,max} - V_C)} (1 + \cot g\alpha) - \cot g\alpha \right]$$

onde

$$al \geq 0,5d$$

$$V_{Sd,max} = 55,38KN \times 1,4 = 77,53KN$$

$$V_C = V_{C0}$$

$$V_{C0} = 0,6 f_{ctd} \times bw \times d = 0,6 \times 0,1448 \times 15 \times 38 = 49,53 \text{KN}$$

$$al = 38 \left[\frac{77,53}{2(77,53 - 49,53)} \right] = 53 \text{cm}$$

$$al \geq 0,5 \times 38 \geq 19 \text{cm} \Rightarrow \text{A verificação foi atendida}$$

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM BÁSICO DA ARMADURA POSITIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.4

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{16}{4} \times \frac{434,78}{3,259} = 53 \text{cm}$$

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM NECESSÁRIO DA ARMADURA POSITIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.5

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 \times 53 \times \frac{3,85}{4,02} = 36 \text{cm}$$

$$l_{b,min} = 0,3l_b = 0,3 \times 53 = 16 \text{cm}$$

$$l_{b,min} = 10\phi = 10 \times 1,6 = 16 \text{cm}$$

$$l_{b,min} = 10 \text{cm}$$

$$l_{b,min} < l_{b,nec}$$

$\Rightarrow$ a verificação foi atendida

COMPRIMENTO DA ARMADURA POSITIVA NO APOIO

O diagrama de momentos fletores foi desenhado no AutoCad, decalado do valor de al , 53cm, e a partir deste diagrama decalado acrescentou-se o comprimento de ancoragem necessário, $l_{b,nec}=36\text{cm}$. Encontrou-se então, graficamente, um comprimento de 65cm a partir da face interna do pilar.

ARMADURA DE TRAÇÃO NAS SEÇÕES DE APOIO SEGUNDO A NBR6118-18.3.2.4

Item b)

$$Rsd = \frac{al}{d} Vd + Nd = \frac{53 \text{cm}}{38 \text{cm}} \times 77,53 \text{KN} + 0 = 108,13 \text{KN}$$

$$\text{Armadura necessária para resistir a } Rsd: A_{s,nec} = \frac{Rsd}{f_{yd}} = \frac{108,13}{50/1,15} = 2,49 \text{cm}^2$$

item c)

$$A_{s,apoio} \geq 1/3 A_{s,v\tilde{a}o} \quad \text{se } M_{apoio} \text{ for nulo ou negativo e de valor absoluto } |M_{apoio}| \leq 0,5 M_{v\tilde{a}o}$$

$$A_{s,apoio} \geq 1/4 A_{s,v\tilde{a}o} \quad \text{se } M_{apoio} \text{ for negativo e de valor absoluto } |M_{apoio}| > 0,5 M_{v\tilde{a}o}$$

$$A_{S,apoio} = \frac{A_{S,v\tilde{a}o}}{3} = \frac{2\phi 16}{3} = \frac{2 \times 2,01}{3} = 1,34 \text{ cm}^2$$

Como a área encontrada no item *b* ($2,49 \text{ cm}^2$) é maior que aquela calculada no item *c* ($1,34 \text{ cm}^2$), a armadura de tração necessária na seção do apoio é de $2,49 \text{ cm}^2$, $2\phi 16 \text{ mm}$ determinados anteriormente já atendem esta área, porém os

ANCORAGEM DA ARMADURA DE TRAÇÃO NO APOIO (ARMADURA POSITIVA) SEGUNDO NBR6118-18.3.2.4.1-b

“...em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores:”

$$l_{b,nec} = 36 \text{ cm}$$

$$(r + 5,5\phi) = 4 + 5,5(1,6) = 13 \text{ cm}$$

$$60 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$$

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM BÁSICO DA ARMADURA NEGATIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.4

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{0,8}{4} \times \frac{434,78}{3,259} = 27 \text{ cm}$$

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM NECESSÁRIO DA ARMADURA NEGATIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.5

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \frac{A_{S,calc}}{A_{S,ef}} = 0,7 \times 27 \times \frac{0,99}{1,0} = 18 \text{ cm}, \text{ para barras com gancho}$$

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \frac{A_{S,calc}}{A_{S,ef}} = 1,0 \times 27 \times \frac{0,99}{1,0} = 26 \text{ cm}, \text{ para barras sem gancho}$$

COMPRIMENTO DA ARMADURA NEGATIVA

Os diagramas de momentos, antes e após a decalagem, foram desenhados no AutoCad e os comprimentos de ancoragem necessários foram acrescentados. Determinou-se graficamente o comprimento da armadura negativa, que é de 130 cm .

PORTA-ESTRIBO

$$2\phi 5 \text{ mm} \Rightarrow 2 \times 0,20 \text{ cm}^2 = 0,40 \text{ cm}^2$$

CASO B

ESFORÇOS

Momento máximo positivo $M_{Spos} = 57,69KNm$
 Momento máximo negativo $M_{Sneg} = 23,91KNm$
 Cortante máximo $V_{Smax} = 76,38KN$

ARMADURA LONGITUDINAL POSITIVA CALCULADA

$$\mu = \frac{5769KNcm \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 0,85 \times \frac{3KN/cm^2}{1,4}} = \frac{5769 \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 1,82} = 0,2049$$

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,2049}) = 0,2897$$

$$A_s = 0,8 \times 0,2897 \times 15 \times 38 \times \frac{1,82KN/cm^2}{43,48KN/cm^2} = 5,53cm^2$$

ARMADURA LONGITUDINAL POSITIVA USADA

$3\phi 16mm \Rightarrow 3 \times 2,01cm^2 = 6,03cm^2$ no meio do vão

$2\phi 16mm \Rightarrow 2 \times 2,01cm^2 = 4,02cm^2$ próximo aos apoios

ARMADURA LONGITUDINAL NEGATIVA CALCULADA

$$\mu = \frac{2391KNcm \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 0,85 \times \frac{3KN/cm^2}{1,4}} = \frac{2391 \times 1,4}{15 \times 38^2 \times 1,82} = 0,0849$$

$$\xi = 1,25(1 - \sqrt{1 - 2 \times 0,0849}) = 0,1111$$

$$A_s = 0,8 \times 0,1111 \times 15 \times 38 \times \frac{1,82KN/cm^2}{43,48KN/cm^2} = 2,12cm^2$$

ARMADURA LONGITUDINAL NEGATIVA USADA

$3\phi 10mm \Rightarrow 3 \times 0,8cm^2 = 2,4cm^2$

DECALAGEM SEGUNDO NBR6118-17.4.2.2 Modelo de cálculo I

$$al = d \left[\frac{V_{Sd,max}}{2(V_{Sd,max} - V_C)} (1 + \cot g\alpha) - \cot g\alpha \right]$$

onde

$$al \geq 0,5d$$

$$V_{Sd,max} = 76,38KN \times 1,4 = 106,93KN$$

$$V_C = V_{C0}$$

$$V_{C0} = 0,6 f_{ctd} \times bw \times d = 0,6 \times 0,1448 \times 15 \times 38 = 49,53KN$$

$$al = 38 \left[\frac{106,93}{2(106,93 - 49,53)} \right] = 36cm$$

$al \geq 0,5 \times 38 \geq 19cm \Rightarrow$ A verificação foi atendida

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM BÁSICO DA ARMADURA POSITIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.4

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{16}{4} \times \frac{434,78}{3,259} = 53cm$$

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM NECESSÁRIO DA ARMADURA POSITIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.5

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} = 0,7 \times 53 \times \frac{5,53}{6,03} = 49cm$$

$$l_{b,min} = 0,3l_b = 0,3 \times 53 = 16cm$$

$$l_{b,min} = 10\phi = 10 \times 1,6 = 16cm$$

$$l_{b,min} = 10cm$$

$$l_{b,min} < l_{b,nec}$$

$\Rightarrow$ a verificação foi atendida

COMPRIMENTO DA ARMADURA POSITIVA NO APOIO

O diagrama de momentos fletores foi desenhado no AutoCad, decalado de al , 36cm, e a partir deste diagrama decalado acrescentou-se o comprimento de ancoragem necessário, $l_{b,nec}=49cm$. Encontrou-se então, graficamente, um comprimento de 64cm a partir da face interna do pilar.

ARMADURA DE TRAÇÃO NAS SEÇÕES DE APOIO SEGUNDO A NBR6118-18.3.2.4

Item b)

$$Rsd = \frac{al}{d} Vd + Nd = \frac{36cm}{38cm} \times 106,93KN + 0 = 101,34KN$$

Armadura necessária para resistir a Rsd :

$$A_{s,nec} = \frac{Rsd}{f_{yd}} = \frac{101,34}{50 / 1,15} = 2,33cm^2$$

item c)

$$A_{S,apoio} \geq 1/3 A_{S,v\tilde{a}o} \quad \text{se } M_{apoio} \text{ for nulo ou negativo e de valor absoluto}$$

$$|M_{apoio}| \leq 0,5 M_{v\tilde{a}o}$$

$$A_{S,apoio} \geq 1/4 A_{S,v\tilde{a}o} \quad \text{se } M_{apoio} \text{ for negativo e de valor absoluto}$$

$$|M_{apoio}| > 0,5 M_{v\tilde{a}o}$$

$$A_{S,apoio} = \frac{A_{S,v\tilde{a}o}}{3} = \frac{3\phi 16}{3} = \frac{3 \times 2,01}{3} = 2,01 \text{ cm}^2$$

Como a área encontrada no item *b* ($2,33 \text{ cm}^2$) é maior que aquela calculada no item *c* ($2,01 \text{ cm}^2$), a armadura de tração necessária na seção do apoio é de $2,33 \text{ cm}^2$, $2\phi 16 \text{ mm}$ que chegarão ao apoio já atendem esta área.

ANCORAGEM DA ARMADURA DE TRAÇÃO NO APOIO (ARMADURA POSITIVA) SEGUNDO NBR6118-18.3.2.4.1-b

“...em apoios extremos, as barras das armaduras devem ser ancoradas a partir da face do apoio, com comprimentos iguais ou superiores ao maior dos seguintes valores:”

$$l_{b,nec} = 49 \text{ cm}$$

$$(r + 5,5\phi) = 4 + 5,5(1,6) = 13 \text{ cm}$$

$$60 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$$

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM BÁSICO DA ARMADURA NEGATIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.4

$$l_b = \frac{\phi}{4} \times \frac{f_{yd}}{f_{bd}} = \frac{1,0}{4} \times \frac{434,78}{3,259} = 33 \text{ cm}$$

COMPRIMENTO DE ANCORAGEM NECESSÁRIO DA ARMADURA NEGATIVA SEGUNDO NBR6118-9.4.2.5

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{S,calc}}{A_{S,ef}} = 0,7 \times 33 \times \frac{2,12}{2,36} = 21 \text{ cm}, \text{ para barras com gancho}$$

$$l_{b,nec} = \alpha \times l_b \times \frac{A_{S,calc}}{A_{S,ef}} = 1,0 \times 33 \times \frac{2,12}{2,36} = 30 \text{ cm}, \text{ para barras sem gancho}$$

COMPRIMENTO DA ARMADURA NEGATIVA

Os diagramas de momentos, antes e após a decalagem foram desenhados no AutoCad e os comprimentos de ancoragem necessários foram acrescentados. Determinou-se graficamente o comprimento da armadura negativa, que é de 120 cm .

PORTA-ESTRIBO

$$2\phi 6,3m \Rightarrow 2 \times 0,31cm^2 = 0,62cm^2$$

COMPRIMENTO DAS EMENDAS POR TRASPASSE

$$l_{oc,min} = 0,6l_b = 0,6 \times 33 = 20cm$$

$$l_{oc,min} = 15\phi = 15 \times 1,0 = 15cm$$

$$l_{oc,min} = 20cm$$

$$l_{b,nec} = 30cm \Rightarrow l_{oc} = 30cm$$