



Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Tecnologia e Geociências
Pós-graduação em Engenharia Civil



Dissertação de Mestrado

Uso de Otimização Sequencial Aproximada em Problemas Uni e Multiobjetivos de Gerenciamento de Reservatórios

Jefferson Wellano Oliveira Pinto

Orientadora: Silvana Maria Bastos Afonso, Ph. D.

Co-orientador: Ramiro Brito Willmersdorf, Ph. D.

Recife – PE
Maio de 2014

Universidade Federal de Pernambuco
Centro de Tecnologia e Geociências
Pós-graduação em Engenharia Civil

Dissertação de Mestrado

**Uso de Otimização Sequencial Aproximada em
Problemas Uni e Multiobjetivos de Gerenciamento
de Reservatórios**

Jefferson Wellano Oliveira Pinto

Dissertação submetida ao Programa de Pós-Graduação
em Petróleo do Departamento de Engenharia Civil da
Universidade Federal de Pernambuco como parte dos
requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em
Engenharia Civil

Orientadora: Silvana Maria Bastos Afonso
Co-orientador: Ramiro Brito Willmersdorf

Recife – PE
Maio de 2014

Catalogação na fonte
Bibliotecária Maria Luiza de Moura Ferreira, CRB-4 / 1469

P659u Pinto, Jefferson Wellano Oliveira.
Uso da otimização sequencial aproximada a problemas
Uni e multiobjetivos de gerenciamento de reservatórios /
Jefferson Wellano Oliveira Pinto. - Recife: O Autor, 2014.
xv,138 folhas + anexos; il., tabs.

Orientadora: Silvana Maria Bastos Afonso, Ph. D.
Co-Orientador: Ramiro Brito Willmersdorf, Ph. D.
Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de
Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil, 2014.

Inclui Referências.

1. Engenharia Civil. 2. Simulação de reservatórios. 3. Otimização sequencial aproximada. 4. Otimização multiobjetivo. I. Afonso, Silvana Maria Bastos. (Orientadora). II. Willmersdorf, Ramiro Brito. (Co-Orientador). III. Título.



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

A comissão examinadora da Defesa de Dissertação de Mestrado

**USO DA OTIMIZAÇÃO SEQUENCIAL APROXIMADA A
PROBLEMAS UNI E MULTIOBJETIVOS DE GERENCIAMENTO DE
RESERVATÓRIOS**

defendida por

Jefferson Wellano Oliveira Pinto

Considera o candidato APROVADO

Recife, 16 de maio de 2014

Orientadores:

Prof.^a Dr.^a Silvana Maria Bastos Afonso da Silva - UFPE
(orientadora)

Prof. Dr. Ramiro Brito Willmersdorf - UFPE
(co-orientador)

Banca Examinadora:

Prof.^a Dr.^a Silvana Maria Bastos Afonso da Silva - UFPE
(orientadora)

Prof. Dr. Denis José Schiozer – UNICAMP
(examinador externo)

Prof. Dr. Bernardo Horowitz – UFPE
(examinador interno)

*À Geiziane,
À minha família,
À meus amigos.*

Agradecimentos

À professora Silvana Bastos, que com os seus ensinamentos forneceram o estímulo e as orientações necessárias para a elaboração deste trabalho.

Ao professor Ramiro Willmersdorf, pela sua co-orientação e por seus valiosos comentários durante o período de desenvolvimento dessa dissertação;

À minha família, em especial à minha mãe Fátima Oliveira, pela compreensão devido à minha ausência ao longo desse trabalho.

Aos professores do departamento Bernardo, Ézio, Paulo Régis, Afonso, Leonardo, pelos conhecimentos passados.

Aos amigos do Labest Léo, Samuel, Lili, Renato, Júlio, Manuel, Marco, Sérgio, Zé, Gaby, Mariella, Jordlly e tantos outros, pela companhia e troca de informações.

À Geiziane Cotrim, minha companheira, pelo apoio incondicional em todos os momentos.

Resumo

Na área da engenharia de reservatórios de petróleo, um dos grandes desafios enfrentados é a busca da melhor solução para a produção de óleo. Uma ferramenta disponível para previsão da produção e que fornece informações para o controle da mesma é a simulação computacional de reservatórios. Com base nessa ferramenta, a simulação do campo pode ser conduzido de forma automática através de procedimentos de otimização.

Neste trabalho será abordada a otimização do gerenciamento da injeção de água, tendo como variáveis as vazões atribuídas a cada poço produtor e injetor sob diferentes condições operacionais. O valor presente líquido (VPL), a produção acumulada de óleo e a injeção acumulada de água são as funções objetivo utilizadas.

Tais problemas, por envolverem repetidas simulações numéricas, na maioria das vezes são computacionalmente onerosos. Visando contornar este custo, modelos substitutos podem ser utilizados. O presente trabalho propõe apresentar uma ferramenta para a otimização de problemas de gerenciamento de reservatório uni e multiobjetivos utilizando um acoplamento das técnicas Soma Ponderada (*Weighted Sum (WS)*) e Intersecção Contorno-Normal (*Normal Boundary Intersection (NBI)*) à estratégia de otimização sequencial aproximada (*Sequential Approximation Optimization (SAO)*), baseada em modelos substitutos.

A técnica aqui utilizada para a construção de tais modelos é a baseada em ajuste de dados, utilizando a técnica de amostragem do hipercubo latino (*Latin Hypercube Sampling (LHS)*). Para tal, dois procedimentos são investigados, krigagem e funções de base radial (*Radial Basis Function (RBF)*).

O ambiente computacional utilizado para o desenvolvimento da ferramenta proposta é o MATLAB. As simulações do reservatório são feitas com um simulador comercial *black-oil*, o IMEX.

Palavras-chaves: Simulação de Reservatórios, Otimização Sequencial Aproximada, Modelos Substitutos, Otimização Multiobjetivo.

ABSTRACT

In reservoir engineering, a challenge faced by managers is to obtain the best solution for oil production. A tool available for estimate the oil production and providing information for its control is the reservoir simulation.

The net present value (NPV), cumulative oil production and cumulative water injection are the objective functions used.

As these problems involve repeated numerical simulations, most often they are quite computationally expensive. In order to decrease this cost, surrogate models can be used. This work presents a tool for the reservoir management optimization for the waterflooding problem dealing with uni and multiobjectives problem, this is done coupling MO techniques such as Weighted Sum (WS) and Normal-Boundary Intersection (NBI) with the Sequential Approximate Optimization (SAO) strategy based on surrogate models.

The technique used for building such models is based on the datafitting schemes considering the Latin Hypercube Sampling (LHS) technique. For that, two procedures are investigated, kriging and radial basis functions (RBF).

The computing environment used to develop the proposed tool is MATLAB. The reservoir simulation is done by a commercial black-oil simulator, IMEX.

Keywords: Reservoir Simulation, Sequential Approximate Optimization, Surrogate Models, Uni and Multiobjective Optimization.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1: INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação	1
1.2 Objetivos.....	2
1.3 Metodologia.....	3
1.4 Organização do texto	4
CAPÍTULO 2: OTIMIZAÇÃO	5
2.1 Formulação Padrão do Problema de Otimização	5
2.1.1 Variáveis de projeto	5
2.1.2 Função Objetivo.....	5
2.1.3 Funções Restrição	6
2.1.4 Formulação do Problema de Otimização.....	7
2.2 Programação Matemática	8
2.3 Programação Quadrática Sequencial	9
CAPÍTULO 3: OTIMIZAÇÃO POR APROXIMAÇÃO SEQUENCIAL.....	11
3.1 Modelo Substituto	11
3.2 Plano de Amostragem.....	11
3.2.1 Amostragem do Hipercubo Latino	12
3.3 Técnicas utilizadas para a construção de Modelos Substitutos	13
3.3.1 Krigagem	14
3.3.2 Funções de Base Radial	19
3.3.3 Método de Avaliação da Precisão.....	22
3.4 Otimização por Aproximação Sequencial	24
3.4.1 Formulação Matemática	25
3.4.2 Algoritmo.....	25
3.4.3 Reuso de amostras	27
CAPÍTULO 4: OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO.....	30
4.1 Formulação	30
4.2 Dominância.....	30
4.3 Conceito de Pareto	32
4.3.1 Qualidade da distribuição da Frente de Pareto - Equitatividade.....	34

4.4	Métodos para geração de pontos de Pareto	35
4.4.1	Método da Soma Ponderada dos Objetivos	36
4.4.2	Método da Intersecção Contorno-Normal	37
4.4.3	Solução NBI via SAO.....	40
CAPÍTULO 5: EXEMPLOS E RESULTADOS.....		42
5.1	Introdução.....	42
5.2	Problema Analítico	42
5.3	Problemas da Engenharia de Reservatórios.....	44
5.3.1	Formulação do Problema	44
5.3.2	Reservatório 1: Caso Simples	50
5.3.3	Reservatório 2: Brush Canyon Outcrop	83
5.3.4	Reservatório 3: UNISIM-I-Mod	110
CAPÍTULO 6: CONCLUSÕES		131
6.1	Sugestões para trabalhos futuros	133
BIBLIOGRAFIA		134

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Consumo de energia primária por combustível, 1980-2040 (1e15 BTU) (IEA, 2013).....	2
Figura 3.1. Quadrado latino de ordem cinco	12
Figura 3.2. Dez pontos LHS num espaço de projeto bidimensional	13
Figura 3.3. Comparação de diferentes modelos substitutos	22
Figura 3.4. Esquema da evolução das regiões de confiança da estratégia (Giunta, 2002).	26
Figura 3.5. Região de Confiança do procedimento SAO	28
Figura 4.1. Teorema do Contato (Collette & Siarry, 2003).....	31
Figura 4.2. Nível de preferência e relação de dominação (Collette & Siarry, 2003)	32
Figura 4.3. Problema de otimização com uma variável e duas funções objetivo.....	33
Figura 4.4. Região viável e pontos de Pareto: a) no espaço das variáveis de projeto; b) no espaço das funções objetivo.	33
Figura 4.5. Formas da frente de Pareto de acordo com a formulação do problema de otimização.....	34
Figura 4.6. Descrição gráfica das medidas para o cálculo da equitatividade	35
Figura 4.7. Exemplos de contornos convexo e não convexo.....	37
Figura 4.8. Representação gráfica da ECMI num espaço bidimensional.....	38
Figura 4.9. Imagem do conjunto viável sobre o mapeamento de f no espaço das funções objetivo.	39
Figura 5.1. Frentes de Pareto encontradas no problema MO1 via: a) Soma Ponderada e b) NBI.....	43
Figura 5.2. Ciclos de controle com tempos de mudança fixo.....	47
Figura 5.3. Ciclos de controle com tempo variando.....	49
Figura 5.4. Regiões de permeabilidade do caso simples	50
Figura 5.5 – Superfície de resposta para o VPL: (a) AF; (b) Krigagem K_0 ; (c) Krigagem K_1 ; (d) Krigagem K_2 ; (e) RBF Linear; (f) RBF Cubica; (g) RBF TPS; (h) GP.....	52
Figura 5.6 – Curvas de nível para o VPL: (a) AF; (b) Krigagem K_0 ; (c) Krigagem K_1 ; (d) Krigagem K_2 ; (e) RBF Linear; (f) RBF Cubica; (g) RBF TPS; (h) GP.....	53
Figura 5.7. Definição dos ciclos de controle para o problema 1.	55
Figura 5.8. Vazões nos poços para as soluções obtidas para o problema OCT-TF-2cc: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS	57
Figura 5.9. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-2cc obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbica, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS.....	58
Figura 5.10. Vazões nos poços para as soluções obtidas para o problema OCT-TF-12cc: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS	59

Figura 5.11. Curvas de produção acumulada com os resultados para o problema OCT-TF-12cc obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbica, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS	61
Figura 5.12. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-24cc com os resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbica, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS	62
Figura 5.13. Vazões nos poços para o problema OCT-TF-24cc.soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS	63
Figura 5.14. Definição dos ciclos de controle para o problema 3.	64
Figura 5.15. Vazões nos poços para o problema OCNT-TF-3cc obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS	65
Figura 5.16. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TF-3cc obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via linear e SAO via TPS	66
Figura 5.17. Vazões nos poços para o problema OCT-TV-5cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS	68
Figura 5.18. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TV-5cc com os resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via linear e SAO via TPS	69
Figura 5.19. Vazões nos poços para o problema OCNT-TV-3cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS	71
Figura 5.20. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TV-3cc com os resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via linear e SAO via TPS	72
Figura 5.21. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via krigagem	75
Figura 5.22. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF linear.....	75
Figura 5.23. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF cúbica	76
Figura 5.24. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF TPS	76
Figura 5.25. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via Krigagem	79
Figura 5.26. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF linear	79
Figura 5.27. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF cúbica.....	80
Figura 5.28. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF TPS	80

Figura 5.29. Representação da localização da possível melhor solução de Pareto do reservatório 1	81
Figura 5.30. Reservatório 2: Campo de permeabilidade e locação dos poços	84
Figura 5.31. Definição dos ciclos de controle para o problema 1 do segundo reservatório	85
Figura 5.32. Vazões nos poços para o problema OCT-TF-1cc obtidas por AF (SQP) ..	87
Figura 5.33. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-1cc obtidas por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS.....	87
Figura 5.34. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-3cc obtidas por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS.....	88
Figura 5.35. Vazões nos poços para o problema OCT-TF-3cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS.....	89
Figura 5.36. Vazões nos poços para o problema OCNT-TF-1cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem (DACE), c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear, e) SAO via RBF TPS e f) SAO via Krigagem (DAKOTA)	92
Figura 5.37. Relação vazãoxBHP no poço PROD6 para as soluções obtida via AF (SQP), do reservatório 2 na operação OCNT-TF	93
Figura 5.38. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TF-1cc obtidas por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS	93
Figura 5.39. Curvas de produção acumulada para os problemas OCNT-TV-1cc e OCNT-TV-3cc, resultados obtidos pelo SAO via RBF TPS	94
Figura 5.40. Vazões nos poços para o problema OCNT-TF-3cc, soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS	96
Figura 5.41. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TF-3cc, resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS	97
Figura 5.42. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TV-2cc, resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS	98
Figura 5.43. Vazões nos poços para o problema OCNT-TV-2cc, soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS	100
Figura 5.44. Relação vazão x BHP no poço PROD6 para o problema OCNT-TV-2cc, solução obtida via AF (SQP)	101
Figura 5.45. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TV-3cc, resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS	102

Figura 5.46. Vazões nos poços para o problema OCNT-TV-3cc, soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS	103
Figura 5.47. Reservatório otimizado via Soma Ponderada utilizando a técnica SAO via krigagem	105
Figura 5.48. Frente de Pareto do segundo reservatório otimizado via NBI utilizando a técnica SAO via krigagem	107
Figura 5.49. Frente de Pareto do segundo reservatório otimizado via NBI utilizando a técnica SAO via RBF cúbica	108
Figura 5.50. Reservatório 3: Mapa de Permeabilidade (vista 3D e camada 1) e locação dos poços.	110
Figura 5.51. Reservatório 3: Curvas de produção Acumulada de Óleo (NP) do estudo de locação de poços.	112
Figura 5.52. Reservatório 3: Mapa de Permeabilidade (camada 1 e 3D) contendo a localização adotada dos poços.....	113
Figura 5.53. Produção acumulada de óleo e água para o Caso U-1 para o ponto inical (x_0) e otimizados por SAO via krigagem e SAO via RBF cúbica.	115
Figura 5.54. Vazão de líquidos dos poços otimizados via SAO (krigagem) do Caso U-1	115
Figura 5.55. Vazão de líquidos dos poços otimizados via SAO (RBF cúbica) do Caso U-1	116
Figura 5.56. Relação entre a vazão de líquidos e a pressão de fundo de poço (BHP) dos poços INJ2 e PROD6 do Caso U-1 via SAO (krigagem).....	117
Figura 5.57. Relação entre a vazão de líquidos e a pressão de fundo de poço do poço INJ1 do Caso U-1	117
Figura 5.58. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-2 para os pontos x_0 , x^* e base.	119
Figura 5.59. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-2 (SAO (krigagem)).	119
Figura 5.60. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-2 (SAO (RBF cúbica))	120
Figura 5.61. Relação entre a vazão de líquidos e a pressão de fundo de poço (BHP) dos poços INJ2 e PROD4 do Caso U-2 (SAO (Krigagem))	120
Figura 5.62. Ciclos de controle para o caso U-3	121
Figura 5.63. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-3	122
Figura 5.64. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-3 utilizando a metodologia SAO via krigagem	122
Figura 5.65. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-3 utilizando a metodologia SAO via RBF cúbica	123
Figura 5.66. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-4 utilizando a metodologia SAO via krigagem	124
Figura 5.67. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-4 utilizando a metodologia SAO via RBF cúbica	125
Figura 5.68. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-4	125

Figura 5.69. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-5 utilizando a metodologia SAO via krigagem	127
Figura 5.70. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-5 utilizando a metodologia SAO via RBF cúbica	127
Figura 5.71. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-5	128
Figura 5.72. Frente de Pareto do terceiro reservatório otimizado via NBI utilizando a técnica SAO via RBF cúbica	129

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Funções de correlação disponíveis	18
Tabela 3.2 – Precisão dos modelos substitutos	24
Tabela 3.3 – Algoritmo da estratégia SAO	26
Tabela 5.1 – Número de avaliações de função por cada metodologia considerada	43
Tabela 5.2 – Problemas uni-objetivo estudados para o primeiro reservatório.	47
Tabela 5.3 – Dados/Condições operacionais dos poços	50
Tabela 5.4 – Características do Reservatório Simples	51
Tabela 5.5 – Precisão dos modelos substitutos	54
Tabela 5.6 – Métodos considerados na otimização dos problemas de otimização uni-objetivo para o primeiro reservatório.	54
Tabela 5.7 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-2cc	56
Tabela 5.8 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCT-TF-2cc	56
Tabela 5.9 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-12cc	58
Tabela 5.10 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF linear para o caso OCT-TF-12cc	60
Tabela 5.11 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCT-TF-12cc	60
Tabela 5.12 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-24cc	61
Tabela 5.13 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF linear para o caso OCT-TF-24cc	62
Tabela 5.14 – Resultados obtidos no problema OCNT-TF-3cc	64
Tabela 5.15 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso OCNT-TF-3cc	65
Tabela 5.16 – Resultados obtidos no problema OCT-TV-5cc	66
Tabela 5.17 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCT-TV-5cc.....	67
Tabela 5.18 – Resultados obtidos no problema OCNT-TV-3cc	69
Tabela 5.19 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF linear para o caso OCNT-TV-3cc.....	70
Tabela 5.20 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TV-3cc.....	70
Tabela 5.21 – Resumo dos resultados das otimizações	72
Tabela 5.22 – Estratégias consideradas na otimização dos problemas de otimização multiobjetivo para o primeiro reservatório.....	73
Tabela 5.23 – Número de avaliações de função obtido com a técnica WS	74
Tabela 5.24 – Resultados obtidos pelo SAO via krigagem para o problema multiobjetivo via WS do reservatório 1	77
Tabela 5.25 – Resultado multiobjetivo via a estratégia NBI.....	78
Tabela 5.26 – Resultados obtidos pelo SAO via RBF TPS para o problema multiobjetivo via NBI do reservatório 1	82

Tabela 5.27 – Dados/Condições operacionais dos poços	83
Tabela 5.28 – Características do Reservatório Brush Canyon Outcrop	84
Tabela 5.29 – Problemas uni-objetivo estudados para o segundo reservatório.....	85
Tabela 5.30 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-1cc	86
Tabela 5.31 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCT-TF-1cc	86
Tabela 5.32 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-3cc	87
Tabela 5.33 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCT-TF-3cc	88
Tabela 5.34 – Resultados obtidos no problema OCNT-TF-1cc	90
Tabela 5.35 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TF-1cc	91
Tabela 5.36 – Resultados obtidos no problema OCNT-TF-3cc	94
Tabela 5.37 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCNT-TF-3cc	95
Tabela 5.38 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TF-3cc	95
Tabela 5.39 – Resultados obtidos no problema OCNT-TV-2cc	98
Tabela 5.40 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo AF (SQP) para o caso OCNT-TV-2cc	99
Tabela 5.41 – Resultados obtidos no problema OCNT-TV-3cc	101
Tabela 5.42 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TV-3cc.....	102
Tabela 5.43 – Resumo dos resultados das otimizações do reservatório 2	104
Tabela 5.44 – Estratégias consideradas na otimização dos problemas de otimização multiobjetivo para o segundo reservatório.	104
Tabela 5.45 – Resultados obtidos pelo SAO (Krigagem) para o problema multiobjetivo via WS do segundo reservatório.....	106
Tabela 5.46 – Resultados da otimização multiobjetivo via a estratégia NBI.....	107
Tabela 5.47 – Resultados obtidos pelo SAO (RBF cúbica) para o problema multiobjetivo via NBI do segundo reservatório	109
Tabela 5.48 – Reservatório 3: Dados/Condições operacionais de poços	110
Tabela 5.49 – Características do Reservatório 3	111
Tabela 5.50 – Reservatório 3: Configuração de Locação e Número de Poços	111
Tabela 5.51 – Problemas uni-objetivo estudados para o Reservatório 3	113
Tabela 5.52 – Resultados obtidos no problema U-1.....	114
Tabela 5.53 – Valores do rateio das vazões no ponto inicial e nos pontos ótimos obtidos pelo SAO via krigagem e SAO via RBF cúbica para o caso U-1	114
Tabela 5.54 – Resultados obtidos no problema U-2.....	118
Tabela 5.55 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso U-2	118
Tabela 5.56 – Resultados obtidos no problema U-3.....	121
Tabela 5.57 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso U-3	121

Tabela 5.58 – Resultados obtidos no problema U-4.....	123
Tabela 5.59. Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso U-4.....	124
Tabela 5.60 – Resultados obtidos no problema U-5.....	126
Tabela 5.61 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem e SAO via RBF cúbica para o caso U-5	126
Tabela 5.62 – Resultados obtidos pelo SAO (RBF cúbica) para o problema multiobjetivo via NBI do reservatório UNISIM-I-Mod.....	130

LISTA DE SÍMBOLOS

ABREVIATURAS E SIGLAS

- AF – Alta Fidelidade
BFGS –Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno
BHP - Pressão de Fundo de Poço (*Bottom Hole Pressure*)
DACE - *Design and Analysis of Computer Experiments*
DOE – Projeto de Experimentos (*Design of Experiments*)
ECMI – Envoltória Convexa do Mínimo Individual
FR – Fator de Recuperação de óleo
HF - alta fidelidade (*High Fidelity*)
LHS – Amostragem do Hipercubo Latino (*Latin Hypercube Sampling*)
MO - Multiobjetivo
MSE - Erro Quadrado Médio (*Mean Square Error*)
NBI – Intersecção Contorno-Normal (*Normal-Boundary Intersection*)
 N_P - Produção Acumulada de Óleo
OA – Vetor Ortogonal (*Orthogonal Array*)
OCNT – Operação em Capacidade Não Topada
OCT – Operação em Capacidade Topada
POM - Problema de Otimização Multiobjetivo
PRESS – *Predicted Error Sum of Squares*
QMC – Quasi Monte Carlo
RBF – Função de Base Radial (*Radial Basis Function*)
RC – Região de Confiança
RGOF - Razão Gás-Óleo de Formação
RMSE – *Root Mean Square Error*
SAO – Otimização por Aproximação Sequencial (*Sequential Approximation Optimization*)
SQP – Programação Quadrática Sequencial (*Sequential Quadratic Programming*)
TF – Tempo Fixo
TPS - *Thin Plate Spline*
TV – Tempo como variável de projeto
VPL - Valor Presente Líquido
 W_P - Produção Acumulada de Água
WS – Soma Ponderada (*Weight Sum method*)

LISTA DE SÍMBOLOS

ROMANOS

B_α	Fator volume de formação na fase α
C^{-1}	Cone Negativo
\mathbf{d}	Direção de busca
d	Taxa de desconto
eq	Parâmetro de equitatividade
f	Função objetivo
$g(\mathbf{x})$	Função de restrição de desigualdade

$h(\mathbf{x})$	Função de restrição de igualdade
$\mathbf{H}(\mathbf{x})$	matriz Hessiana
i, j	Índices das coordenadas dos vetores
$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda)$	Função Lagrangeana
m	Número de pontos da amostra
m_1	Número de restrições de desigualdade
m_2	Número de restrições de igualdade
n	Número de variáveis de projeto; vetor unitário
N_p	Produção acumulada de óleo
n_t	Número de ciclos de controle
n_w	Número total de poços
p	Polinômio da RBF
$q_{p,t}$	Vazão máxima do poço p no intervalo de tempo t
Q	Vazão máxima da plataforma
\mathbf{R}	Matriz de correlação
r_o	Receita do óleo
r_w	Receita da água
S	Conjunto de pontos amostrais
\mathbf{t}	Tamanho do vetor unitário
W_i	Injeção acumulada de água
\mathbf{x}	Variável de projeto
x_l	Vetor de limites inferiores das variáveis de projeto
x_u	Vetor de limites superiores das variáveis de projeto
\hat{y}	Função Substituta
Y	Conjunto de Respostas
z	Processo aleatório

GREGOS

- α Tamanho do passo na direção de busca; Erro aproximado da krigagem
- β Parâmetros de regressão da krigagem; Coeficientes de ponderação
- θ Parâmetro de correlação da krigagem
- ρ Termo de aceitação da função objetivo
- ϕ Matriz *pay-off*
- δ Parâmetro de sobre-injeção
- τ_t Tempo no fim do t -ésimo ciclo de controle
- Δ Parâmetro de avaliação da qualidade da amostra LHS; Tamanho da RC

Capítulo 1: Introdução

Este trabalho está situado na área da engenharia de reservatórios, mais especificamente no desenvolvimento/utilização de ferramentas computacionais para otimização da produção de óleo. Neste contexto, a pesquisa desenvolvida tem ênfase no estudo da alocação dinâmica das vazões nos poços de produção e injeção. Este tipo de otimização proporciona uma forma de controle das vazões nos poços com objetivo de se atingir um lucro máximo.

1.1 Motivação

O projeto ótimo automatizado requer a formulação adequada de um modelo de otimização (variáveis de projeto, função objetivo e restrições), bem como a utilização de um conjunto de técnicas numéricas bastante sofisticadas envolvendo o uso sequencial de simuladores, combinados com algoritmos de otimização. A experiência tem mostrado que o projeto ótimo de problemas reais da Engenharia leva a problemas de otimização complexos, com um grande número de variáveis de projeto e restrições em combinação com procedimentos de análises sofisticados (Keane & Nair, 2005).

Para tais problemas, porém, uma simples simulação pode demorar muitos minutos, horas ou mesmo dias para ser concluída. Como resultado, tarefas rotineiras, tais como otimização de projeto, exploração do espaço de projeto, análise da sensibilidade, quantificação de incerteza tornam-se altamente onerosas, uma vez que elas requerem muitas avaliações de função (simulações).

Métodos aproximados objetivando a construção de metamodelos (ou modelos substitutos) (Keane & Nair, 2005; Giunta & Watson, 1998; Forrester, et al., 2008; Afonso, et al., 2008) estão sendo cada vez mais utilizados nos projetos de engenharia, para superar/minimizar tais inconvenientes. Estas estratégias têm sido utilizadas objetivando uma resposta computacional rápida e também para se obter um comportamento mais suave para uma dada resposta, livre de ruído numérico, que é um problema típico de funções avaliadas provenientes de simuladores numéricos. Este último inconveniente citado deve ser evitado uma vez que podem dificultar o processo de se determinar o ponto de ótimo.

No contexto da otimização de reservatórios de petróleo, alguns dados podem ser levantados, por exemplo, o petróleo e o gás ainda serão em 2030 as principais fontes energéticas mundiais, representando em torno de 60% (Figura 1.1) da matriz energética mundial (IEA, 2013). Estudos apresentados pela Agência Internacional de Energia (IEA, 2010) mostram que o consumo mundial de petróleo em 2030 deverá estar por volta de 100 milhões de barris/dia. Para se ter uma ideia, o Brasil atingiu em 2009 uma produção de 2,15 milhões de barris/dia, enquanto a produção mundial atingiu 86,15 milhões de barris/dia (ANP, 2012). Neste contexto de necessidade energética é cada vez maior a necessidade de se otimizar a produção do petróleo, levando em consideração a dificuldade na obtenção de novas reservas e que o petróleo é uma fonte de energia não renovável.

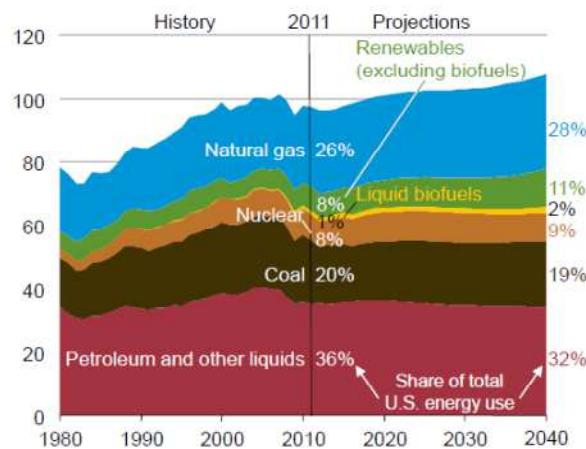


Figura 1.1. Consumo de energia primária por combustível, 1980-2040 (1e15 BTU) (IEA, 2013)

Outro fator de motivação é a descoberta das reservas de óleo brasileiras na camada do pré-sal, localizada nas Bacias de Santos, Campos e Espírito Santo, a uma profundidade em torno de oito mil metros abaixo do nível do mar. Com esta descoberta, se as estimativas forem confirmadas, o Brasil poderá se transformar num dos maiores produtores e exportadores de petróleo do mundo. A extração de petróleo na camada do pré-sal exigirá um elevado investimento em pesquisa e no desenvolvimento de soluções inovadoras que permitirão a produção de óleo com viabilidade econômica e ambiental.

1.2 Objetivos

Este trabalho tem como objetivo o estudo e desenvolvimento de um sistema computacional visando fornecer respostas que auxiliem o processo de gerenciamento em reservatórios de petróleo, com foco na varredura dos fluidos *in place*.

No gerenciamento da produção, as variáveis de controle serão as alocações dinâmicas das vazões dos poços produtores e injetores. O controle destas vazões é realizado a fim de melhorar a eficiência da recuperação secundária de óleo. Neste âmbito, busca-se melhorar um objetivo que represente o ganho que o gerenciamento da produção pode oferecer. Para isto, será utilizada inicialmente a função Valor Presente Líquido (VPL) apresentada em Oliveira (2006). Além desta função, serão utilizadas a produção acumulada de óleo e a injeção acumulada de água, para os problemas de otimização multiobjetivo. Com este tipo de formulação os cálculos referentes às equações de fluxo em meio poroso do reservatório podem ser realizados por programas comerciais, que são considerados como “caixas pretas”.

1.3 Metodologia

A formulação matemática considerada para os problemas que envolvem simulação de reservatórios apresenta um alto nível de complexidade, proporcionando um alto custo computacional das simulações numéricas sendo assim indicado o uso de métodos que utilizem modelos substitutos. O processo de otimização será executado utilizando o método de otimização por aproximação sequencial (SAO - Sequential Approximate Optimization) (Giunta & Eldred, 2000), juntamente com modelos substitutos locais (Giunta, 2002; Forrester, et al., 2008; Afonso, et al., 2008; Gutmann, 2001) e um algoritmo de otimização não linear, o algoritmo de programação quadrática sequencial (*Sequential Quadratic Programming* - SQP) (Nocedal & Wright, 2000). Tais processos de ajuste de dados necessitam da obtenção de planos de amostragem (*Design of Experiments* - DOE) (Silva, 2010). Dentre as técnicas de aproximação existentes, são abordadas as técnicas de krigagem (Valente, 1982) e função de base radial (Gutmann, 2001).

A técnica de krigagem (Valente, 1982) foi desenvolvida pelo matemático francês Georges Matheron a partir dos trabalhos de Daniel G. Krige. Muito utilizado em geoestatística, parte do princípio que os pontos em um dado espaço de projeto são correlacionados. As funções de base radial (Gutmann, 2001) (*Radial Basis Function* (RBF)) são funções mais básicas, cujos valores dependem apenas da distância dos pontos a partir da origem.

Outra aplicação da otimização diz respeito a atender simultaneamente vários objetivos, em geral conflitantes. Otimizadores de propósito geral não resolvem tais

problemas. Uma classe de estratégias baseadas no denominado conceito de Pareto (Arora, et al., 2007), constitui a abordagem adequada quando problemas de otimização multiobjetivo (OM) devem ser resolvidos. Na indústria do petróleo, podem ser relacionados, por exemplo, a maximização do óleo produzido acumulado enquanto se espera minimizar a água injetada, ou de maneira mais generalizada, se deseja minimizar o investimento realizado no processo de exploração enquanto o retorno financeiro é maximizado.

Os programas computacionais desenvolvidos serão todos implementados no ambiente MATLAB (Mathworks, 2012).

1.4 Organização do texto

O Capítulo 2 apresenta os conceitos básicos de otimização, programação matemática e programação quadrática sequencial (SQP).

No Capítulo 3 é apresentado o conceito de otimização por aproximação sequencial (SAO), onde são abordados os conceitos de plano de amostragem (DOE) e modelos substitutos. Será mostrado o tipo de amostragem do hipercubo latino (LHS). As metodologias de krigagem e função de base radial (RBF) são apresentadas.

O Capítulo 4 aborda a otimização multiobjetivo, onde são apresentados os conceitos de ótimo de Pareto e as metodologias soma ponderada (WS) e intersecção do contorno-normal (NBI).

No Capítulo 5 será apresentada a formulação do problema de reservatório e em seguida serão apresentados os casos estudados e os resultados obtidos com o SAO, onde serão comparados os casos dos problemas uni-objetivo e multiobjetivos.

O Capítulo 6 está reservado às conclusões do estudo e sugestões para a continuidade deste trabalho. As referências bibliográficas são listadas em seguida.

Capítulo 2: Otimização

A todo o momento estamos trabalhando para otimizar nossa vida, pois queremos o melhor para nós mesmos. Podemos aperfeiçoar nosso trajeto de ida ao trabalho e volta para casa conseguindo desviar do trânsito, tentamos aprimorar nossas tarefas no trabalho para sermos mais produtivos. Então, ao se utilizar o verbo otimizar estamos nos referindo a algo que queremos melhorar (função objetivo), através da escolha adequada de parâmetros (variáveis de projeto) até o melhor ponto (ponto ótimo) permitido dentro dos próprios limites do objeto, situação e natureza (restrições).

A otimização é, desta maneira, uma área de conhecimento que está sempre em demanda, uma vez que se encontra direta ou indiretamente relacionada com capital e é empregada em todos os campos de aplicações, como: engenharia de petróleo, civil, mecânica, automobilística, aérea, econômica, eletrônica, química, etc.

2.1 Formulação Padrão do Problema de Otimização

Para formular o problema de otimização são necessários alguns conceitos que o constituem.

2.1.1 Variáveis de projeto

Quando se deseja otimizar um projeto é necessário modificar um conjunto de parâmetros, estes são comumente chamados de variáveis de projeto e podem ser denotados por um vetor $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, onde n é o número total de variáveis de projeto de um dado problema. O conjunto de variáveis que fornecem o melhor valor do projeto avaliado é chamado de ponto ótimo e pode ser representado por um vetor $\mathbf{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$ (Kirsch, 1993), que resulta no valor mínimo (ou máximo) da função objetivo, e ao mesmo tempo, atende às funções restrições do problema, quando estas existirem.

2.1.2 Função Objetivo

A função objetivo deve quantificar o que queremos otimizar e será função das variáveis de projeto escolhidas. A função objetivo deve ser usada como uma medida da qualidade do projeto.

O procedimento de otimização pode ser classificado em uni-objetivo, quando temos apenas um objetivo ou multiobjetivo (ou multicritério), quando queremos otimizar vários objetivos de uma só vez.

O sucesso da otimização vai depender também da formulação da função objetivo. Assim, é importante se perder um tempo para encontrar uma expressão matemática (valor presente líquido, deslocamento, frequência de ressonância, rigidez, volume, etc.) adequada que quantifique corretamente a eficiência do projeto.

É importante chamar atenção para algumas equivalências clássicas de função objetivo que podem tornar o problema matematicamente mais simples. Assim, maximizar f é a mesma coisa que minimizar $-f$ ou $1/f$ (a menos da singularidade em $f = 0$), ou maximizar $k \times f$ (onde k é uma constante) e maximizar $|x|$ pode ser substituído por maximizar x^2 , o que evita singularidades na derivada da função objetivo.

2.1.3 Funções Restrição

Essencialmente, as restrições são as limitações impostas para se obter a solução otimizada. São classificadas em três tipos: laterais, igualdade e desigualdade (Silva, 2010; Pinto, 2011).

Considerando um conjunto de variáveis de projeto $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, as restrições laterais, ou geométricas, são determinadas através de valores que impõem limites inferiores e/ou superiores e são restrições de desigualdade por natureza, são do tipo $x_l \leq \mathbf{x} \leq x_u$.

As restrições de comportamento são determinadas através de especificações de funções que dependem das variáveis de projeto, impondo a limitação das mesmas a um semi-espaco, através de funções de desigualdade (geralmente concebidas na forma $g(\mathbf{x}) \leq 0$), ou em uma superfície, através de funções de igualdade (geralmente concebidas na forma $h(\mathbf{x}) = 0$). As restrições podem ser funções de uma, de algumas, ou de todas as variáveis de projeto (Silva, 2010).

Outro ponto importante é a normalização das restrições. É muito comum termos restrições cujas ordens de grandeza dos valores são diferentes. Assim, enquanto o valor de uma restrição de tensão mecânica é da ordem de 10^6 em MPa, o valor de uma restrição de deslocamento é da ordem de 10^{-5} em metro. A presença de valores tão

distantes num algoritmo de otimização pode gerar problemas de estabilidade numérica prejudicando o resultado final da otimização. Assim, devemos normalizar as restrições como mostrado abaixo:

$$g(\mathbf{x}) \leq g_{\max} \Rightarrow \frac{g(\mathbf{x})}{g_{\max}} \leq 1 \Rightarrow \bar{g}(\mathbf{x}) - 1 \leq 0 \quad (2.1)$$

Com relação ao estado, a restrição é classificada em ativa e inativa. Uma restrição está ativa para um ponto \mathbf{x} quando $g_i(\mathbf{x}) = 0$ e inativa para o mesmo ponto se $g_i(\mathbf{x}) < 0$ (Torres, 2001). Para um projeto na região inviável, existem duas possibilidades ao considerar um ponto \mathbf{x} , $g_i(\mathbf{x}) > 0$ ou $h_i(\mathbf{x}) \neq 0$.

É importante frisar que o número de funções restrição de igualdade deve ser menor ou igual ao número de variáveis (Silva, 2010; Nocedal & Wright, 2000). Caso isso não ocorra, tem-se um sistema de equações superdeterminado, onde há uma formulação inconsistente ou alguma restrição redundante (isto é, linearmente dependente de outra). No caso das restrições de desigualdade, não há limitação imposta ao número de restrições.

No final da otimização espera-se que algumas das restrições estejam ativas, caso contrário, as que estão inativas não seriam, a princípio, necessárias no problema de otimização, pois não influenciam o problema. Por outro lado, existem restrições que se tornam ativas durante o processo de otimização e depois ficam inativas ao final, dessa forma é muito difícil saber, de antemão, quais as restrições que influenciam ou não o resultado da otimização e assim, todas devem ser consideradas.

2.1.4 Formulação do Problema de Otimização

Em termos gerais, a formulação do problema de otimização pode ser descrita matematicamente pela seguinte expressão:

$$\begin{array}{ll} \text{Minimize} & f = f(\mathbf{x}) \\ \text{Sujeito à} & \begin{aligned} g_i(\mathbf{x}) \leq 0, & i = 1, 2, \dots, m_1 \\ h_i(\mathbf{x}) = 0, & i = 1, 2, \dots, m_2 \\ x_l \leq \mathbf{x} \leq x_u, & k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \end{array} \quad (2.2)$$

Onde f é a função objetivo, \mathbf{g} são as restrições de desigualdade, \mathbf{h} as restrições de igualdade, \mathbf{x} é a variável de projeto, x_l e x_u são os limites inferior e superior da variável de projeto, m_1 e m_2 o número de restrições de desigualdade e de igualdade, respectivamente, e n é o número de variáveis de projeto.

2.2 Programação Matemática

A programação matemática é um método desenvolvido para tratar problemas de otimização de forma iterativa e determinista, isto é, através de gradientes, funcionais, operações matriciais (Castro, 2001).

Para resolver alguns tipos de problemas de otimização, e lidar com problemas restritos de várias variáveis é comum definir a função Lagrangeana $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda)$ do problema original, como segue:

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda) = f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^p \lambda_j g_j(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^q \lambda_{p+k} h_k(\mathbf{x}) \quad (2.3)$$

onde λ é o vetor com os multiplicadores de Lagrange associadas às restrições \mathbf{g} e \mathbf{h} no ponto \mathbf{x} . Pode ser demonstrado (Haftka & Gürdal, 1993; Vanderplaats, 1984) que a condição de mínimo local desta função na solução \mathbf{x}^* , satisfaz as condições necessárias de Karush, Kuhn e Tucker:

a) Viabilidade:

$$\begin{cases} g_j(\mathbf{x}^*) \leq 0, & j = 1, \dots, p \\ h_k(\mathbf{x}^*) = 0, & k = 1, \dots, q \end{cases} \quad (2.4)$$

b) Estacionariedade:

$$\lambda \in \mathbb{R}^{p+q} \mid \nabla f(\mathbf{x}^*) + \sum_{j=1}^p \lambda_j \nabla g_j(\mathbf{x}^*) + \sum_{k=1}^q \lambda_{p+k} \nabla h_k(\mathbf{x}^*) = 0 \quad (2.5)$$

c) Complementaridade:

$$\lambda_j g_j(\mathbf{x}^*) = 0, \quad j = 1 \dots p \quad (2.6)$$

d) Positividade:

$$\lambda_j \geq 0, \quad j = 1, \dots, p \quad (2.7)$$

Os algoritmos de Programação Matemática são iterativos, onde, através da especificação de um vetor inicial das variáveis \mathbf{x}^0 , uma sequência de pontos é gerada e, se bem sucedida, converge para o ponto solução \mathbf{x}^* . A forma mais comum de atualização das variáveis, para este procedimento iterativo, é dada pela equação:

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \alpha \mathbf{d}^{k+1} \quad (2.8)$$

onde \mathbf{d} é o vetor da direção de busca e α representa o tamanho do passo na direção de \mathbf{d} (Nocedal & Wright, 2000; Vanderplaats, 1984). Na determinação do vetor da direção de busca, duas condições devem ser satisfeitas (Kirsch, 1993):

- a) A direção deve ser viável, ou seja, o novo ponto obtido através da direção \mathbf{d} deve procurar satisfazer as restrições;
- b) A direção deve ser conveniente, isto é, o valor da função objetivo deve ser melhorado.

Os métodos de programação matemática podem ser classificados em métodos de programação linear, programação não-linear e métodos baseados em teoria de aproximações como programação quadrática sequencial (*Sequential Quadratic Programming SQP*) (Silva, 2010).

2.3 Programação Quadrática Sequencial

Considerando uma expansão de segunda ordem em série de Taylor da função $f(\mathbf{x})$ em $\bar{\mathbf{x}}$, de acordo com:

$$f(\mathbf{x}) = f(\bar{\mathbf{x}}) + \nabla f(\bar{\mathbf{x}})^T \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^T \mathbf{H}(\bar{\mathbf{x}}) \mathbf{d} \quad (2.9)$$

onde $\mathbf{d} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$, $\nabla f(\bar{\mathbf{x}})$ é o vetor gradiente de f em $\bar{\mathbf{x}}$, cujos elementos são definidos por:

$$\nabla f(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{\partial f}{\partial x_i} \quad (2.10)$$

e $\mathbf{H}(\bar{\mathbf{x}})$ é a matriz Hessiana em $\bar{\mathbf{x}}$, definida por:

$$H_{ij}(\bar{\mathbf{x}}) = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \quad (2.11)$$

É assumido que o vetor gradiente e a matriz Hessiana, na Eq. (2.9) irão proporcionar uma boa aproximação da função verdadeira, especialmente se $\bar{\mathbf{x}}$ estiver próximo ao ponto ótimo (Silva, 2010).

Num algoritmo SQP, uma sequência de subproblemas quadráticos é resolvida. As funções objetivo destes subproblemas são tais que os coeficientes dos termos

lineares são formados pelos gradientes das funções objetivo do problema principal enquanto para o termo quadrático, uma aproximação da Hessiana da função Lagrangeana (esquema BFGS – método Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) do problema principal é usada. Uma descrição detalhada deste algoritmo pode ser encontrada em (Nocedal & Wright, 2000) e (Vanderplaats, 1984). Em resumo, as principais etapas envolvidas no algoritmo SQP convencional (Silva, 2010) são:

1. Estabelecer uma solução inicial x_0 ;
2. Construir uma aproximação inicial para a matriz Hessiana dos termos quadráticos da função objetivo;
3. Enquanto o mínimo local não for encontrado, fazer:
 - a. Resolver o subproblema para encontrar a direção de busca \mathbf{d} ;
 - b. Realizar uma busca linear para determinar o tamanho do passo α na direção \mathbf{d} ;
 - c. Atualizar a solução, remetendo-a para a posição indicada;
 - d. Atualizar a matriz Hessiana via o esquema BFGS.

Capítulo 3: Otimização por Aproximação Sequencial

3.1 Modelo Substituto

Na maioria dos problemas de otimização, podem ser encontradas dificuldades na obtenção da resposta do modelo matemático desenvolvido para representação do problema físico. Em outras palavras, dificuldades associadas às avaliações das funções objetivo, restrições e seus gradientes. Essas dificuldades podem ser representadas por um elevado custo computacional associado ou uma resposta que apresente ruído numérico. Uma forma apontada na literatura (Afonso, et al., 2008) de contornar estes inconvenientes é a utilização de estratégias de otimização baseadas em Modelos Substitutos.

O grande desafio científico é a geração de um modelo substituto o mais preciso possível, utilizando-se o menor número de avaliações do modelo de alta fidelidade. Várias técnicas podem ser utilizadas para a construção de modelos substitutos. Elas estão agrupadas em duas categorias, funcional e física (fidelidade hierárquica). A técnica funcional engloba diferentes abordagens, tais como, métodos baseados em ajuste de dados, séries polinomiais e métodos de ordem reduzida. A categoria física envolve modelos baseados na física do problema estudado. No presente trabalho, será utilizada a categoria funcional com a abordagem de ajuste de dados, que por sua vez dispõe de diversos modelos de ajustamento, tais como superfície de resposta (Afonso, et al., 2008; Keane & Nair, 2005; Giunta & Watson, 1998), krigagem (Afonso, et al., 2008), redes neurais artificiais (Naidu, 2004; Kartam, et al., 1997) e funções de base radial (Gutmann, 2001; Forrester, et al., 2008), dos quais serão aqui utilizados krigagem e funções de base radial. Para a maioria dos problemas, a natureza da verdadeira função não é conhecida a priori, por isso não é claro qual modelo substituto será mais preciso.

3.2 Plano de Amostragem

O primeiro passo para a construção de um modelo substituto baseado no ajuste de dados é a geração de uma amostra de pontos. Estes são locais no espaço de projeto em que os valores da resposta dos modelos de alta fidelidade serão calculados para construir o modelo aproximado. A seleção da amostra é uma etapa muito importante, uma vez que para casos onde a avaliação da função envolve um alto custo computacional deve-se procurar um plano de amostragem eficaz, o que significa o

número mínimo de pontos que garantirão um modelo substituto com boa precisão. As técnicas de Projeto de Experimentos (DOE – *Design of Experiments*) baseiam-se neste conceito e entre as várias técnicas de plano de amostragem disponíveis na literatura tem-se: Monte Carlo, Quase Monte Carlo (QMC), Hipercubo Latino (*Latin Hypercube Sampling - LHS*) (Keane & Nair, 2005; Queipo, et al., 2005), vetor ortogonal (OA) (Forrester, et al., 2008; Giunta, 2002).

Neste trabalho foi utilizada a amostragem do hipercubo latino, pois, utilizando-se de certas restrições, a representação do espaço de projeto é realizada através de uma menor quantidade de amostras dado um número fixo de amostras, além de ser um método de fácil implementação computacional. A referência (Afonso, et al., 2008) fez um estudo comparativo da aplicação de várias técnicas DOE.

3.2.1 Amostragem do Hipercubo Latino

O planejamento experimental via LHS foi desenvolvido por (Mckay, et al., 1979) como uma extensão n -dimensional da amostragem do quadrado Latino (Raj, 1968). Seja um inteiro m positivo, um quadrado Latino (Sánchez, 2011; Mikheev, 2011) de ordem m é um arranjo de m caracteres latinos (caracteres do alfabeto latino ou romano) em um quadro de m linhas e m colunas, onde cada letra latina aparece uma só vez em cada linha e apenas uma vez em cada coluna. A Figura 3.1 mostra um arranjo de um quadrado latino de ordem $m = 5$.

3	5	2	4	1
2	1	3	5	4
4	3	5	1	2
1	2	4	3	5
5	4	1	2	3

Figura 3.1. Quadrado latino de ordem cinco

Para obter uma amostra LHS, o intervalo de cada dimensão do espaço de amostragem é dividido em m subintervalos, que não se sobrepõem, de igual probabilidade. Para um domínio de projeto com dimensão n , este particionamento resulta num total de m^n subintervalos no domínio de projeto. Em seguida, m pontos são selecionados aleatoriamente no domínio de projeto obedecendo às seguintes restrições.

Cada ponto deve ser aleatoriamente alocado dentro de um subintervalo do domínio e para cada projeção unidimensional deste ponto só haverá um e apenas um ponto em cada subintervalo.

Considerando dez amostras e um espaço de projeto de dimensão dois, x_1 e x_2 , que é o caso do quadrado latino, ambas variáveis definidas em $[0,1]$, a Figura 3.2 ilustra uma solução possível para o conjunto de amostras que satisfazem os critérios do método. Observa-se que em cada linha e coluna dos intervalos das variáveis é posicionado um e apenas um ponto e que em cada subintervalo o ponto está alocado aleatoriamente.

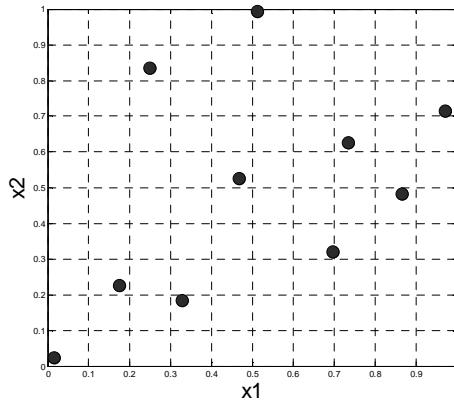


Figura 3.2. Dez pontos LHS num espaço de projeto bidimensional

A aleatoriedade inerente ao processo significa que existe mais de uma possibilidade do arranjo de amostragem atender aos critérios do LHS (Forrester, et al., 2008; Queipo, et al., 2005). Como a amostragem LHS é de natureza estocástica, é aconselhável executar tal programa várias vezes e selecionar a melhor amostra para uso. Para selecionar a melhor amostra LHS, é determinado Δ como (Keane & Nair, 2005):

$$\Delta = \sum_{i=1}^{m-1} \left(\sum_{j=i+1}^m \frac{1}{\sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}} \right) \quad (3.1)$$

onde m é o número total de pontos da amostra. A amostra LHS que dá o valor mínimo para Δ é a amostra selecionada, ou seja, procura-se maximizar a distância entre os pontos amostrais.

3.3 Técnicas utilizadas para a construção de Modelos Substitutos

Nesta seção são apresentadas as técnicas de interpolação de dados utilizadas neste estudo, que são a krigagem e a função de base radial (RBF).

3.3.1 Krigagem

A Krigagem tem o nome de seu precursor, o engenheiro de minas sul-africano Daniel G. Krige, que nos anos 50 desenvolveu uma série de métodos estatísticos empíricos a fim de determinar a distribuição espacial de minerais a partir de um conjunto de perfurações (Gratton, 2002). No entanto, a teoria formal de krigagem, utilizando correlações entre poços para estimar a distribuição espacial, foi desenvolvida pelo matemático francês Georges Matheron (Matheron, 1963), que denominou o método como Krigagem (Valente, 1982; Gratton, 2002). Também foi Matheron quem primeiro utilizou o termo ‘geoestatística’ para designar a modelização estatística de dados espaciais.

Neste trabalho foi utilizado o pacote DACE (*Design and Analysis of Computer Experiments*) (Lophaven, et al., 2002), que é uma *toolbox* do MATLAB para trabalhos com aproximações via krigagem para modelos computacionais, que já possui aproximadamente 12 anos, sem atualizações. No capítulo de exemplos, esta *toolbox* será ligeiramente comparada com o pacote de krigagem do DAKOTA (Adams, et al., 2010), que conta com atualizações anuais, e utiliza processos mais sofisticados para a criação de modelos substitutos via processo gaussiano.

Dado um conjunto de m pontos amostrais $S = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\} \in \mathbb{R}^n$ com $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$ e respectivas respostas $Y = (y_1, \dots, y_m)$ com $y_i \in \mathbb{R}$. É adotado um modelo \hat{y} que expressa a resposta determinística $y(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$ para um $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ como uma realização de um modelo de regressão \mathcal{F} e uma função aleatória z (processo estocástico) responsável por criar um desvio "localizado" em relação ao modelo global (Sacks, et al., 1989; Lophaven, et al., 2002):

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = \mathcal{F}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) + z(\mathbf{x}) \quad (3.2)$$

O modelo de regressão é uma combinação linear de k funções escolhidas, $f_j : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$,

$$\mathcal{F}(\boldsymbol{\beta}, \mathbf{x}) = \sum_{i=1}^k \boldsymbol{\beta}_i \cdot f_i(\mathbf{x}) \quad (3.3)$$

Os coeficientes $\{\boldsymbol{\beta}_i\}$ são parâmetros de regressão.

O processo aleatório z é assumido ter média zero e covariância:

$$\text{cov}[z(\mathbf{w}), z(\mathbf{x})] = \sigma^2 \cdot \mathcal{R}(\theta, \mathbf{w}, \mathbf{x}) \quad (3.4)$$

entre $z(\mathbf{w})$ e $z(\mathbf{x})$, onde σ^2 é a variância e $\mathcal{R}(\theta, \mathbf{w}, \mathbf{x})$ é o modelo de correlação entre qualquer par dos m pontos de dados amostrados \mathbf{w} e \mathbf{x} . Uma interpretação do modelo (3.2) é que os desvios do modelo de regressão, embora a resposta seja determinística, pode assemelhar-se a um caminho de uma amostra de um processo estocástico z , convenientemente escolhido.

Tendo em mente que o valor verdadeiro pode ser escrito como:

$$y(\mathbf{x}) = \mathcal{F}(\beta, \mathbf{x}) + \alpha(\beta, \mathbf{x}) \quad (3.5)$$

onde α é o erro aproximado. A suposição é que, para uma escolha adequada de β esse erro se comporta como um "ruído branco" (sinal aleatório com uma densidade espectral de potência constante) na região de interesse (Lophaven, et al., 2002).

3.3.1.1 Predictor da Krigagem

Para o conjunto de m pontos amostrais, tem-se a matriz de projeto F de tamanho $m \times k$, com $F_{ij} = f_j(\mathbf{x}_i)$,

$$F = [f(\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m)]^T = [f(\mathbf{x}_1) \dots f(\mathbf{x}_m)]^T \quad (3.6)$$

com $f(x)$ definido em (3.3). Além disso, define-se R como a matriz R de correlações de processos estocásticos entre z 's nos pontos amostrais (Lophaven, et al., 2002),

$$R_{ij} = \mathcal{R}(\theta, \mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j), \quad i, j = 1, \dots, m \quad (3.7)$$

Em um ponto não amostral \mathbf{x} seja,

$$r(\mathbf{x}) = [\mathcal{R}(\theta, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}) \dots \mathcal{R}(\theta, \mathbf{x}_m, \mathbf{x})]^T \quad (3.8)$$

o vetor de correlações entre os z 's nos pontos amostrais e \mathbf{x} .

Considerando o predictor linear, tem-se:

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = c^T \cdot Y \quad (3.9)$$

com $c = c(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}$. O erro é

$$\begin{aligned}
\hat{y}(\mathbf{x}) - y(\mathbf{x}) &= c^T \cdot Y - y(\mathbf{x}) \\
&= c^T \cdot (F \cdot \beta + \mathbf{Z}) - (f(\mathbf{x})^T \cdot \beta + z) \\
&= c^T \cdot \mathbf{Z} - z + (F^T \cdot c - f(\mathbf{x}))^T \cdot \beta
\end{aligned} \tag{3.10}$$

onde $\mathbf{Z} = [z_1 \dots z_m]^T$ são os erros nos pontos amostrais. Para manter o preditor sem viés, é exigido que $F^T c - f(\mathbf{x}) = 0$, ou

$$F^T \cdot c(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) \tag{3.11}$$

sob essa condição, o erro quadrado médio (MSE) do preditor (3.9) é,

$$\begin{aligned}
\varphi(\mathbf{x}) &= E[(\hat{y}(\mathbf{x}) - y(\mathbf{x}))^2] \\
&= E[(c^T \cdot \mathbf{Z} - z)^2] \\
&= E[c^T \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{Z}^T \cdot c - 2c^T \cdot \mathbf{Z} \cdot z + z^2] \\
&= \sigma^2 \cdot (c^T \cdot R \cdot c - 2c^T \cdot r + 1)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

A função Lagrangeana para o problema de minimização de φ com respeito a c e sujeito a restrição (3.11) é

$$L(c, \lambda) = \sigma^2 \cdot (c^T \cdot R \cdot c - 2c^T \cdot r + 1) - \lambda^T \cdot (F^T \cdot c - f) \tag{3.13}$$

onde λ é o vetor com os multiplicadores de Lagrange. O gradiente de (3.13) em relação a c é,

$$L'_c(c, \lambda) = 2\sigma^2 \cdot (R \cdot c - r) - F \cdot \lambda \tag{3.14}$$

e das condições necessárias de primeira ordem para otimalidade, tem-se o seguinte sistema de equações (Lophaven, et al., 2002):

$$\begin{bmatrix} R & F \\ F^T & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c \\ \tilde{\lambda} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r \\ f \end{bmatrix} \tag{3.15}$$

onde é definido,

$$\tilde{\lambda} = -\frac{\lambda}{2\sigma^2}$$

A solução de (3.15) é,

$$\begin{aligned}\tilde{\lambda} &= \left(F^T \cdot R^{-1} \cdot F \right)^{-1} \cdot \left(F^T \cdot R^{-1} \cdot r - f \right) \\ c &= R^{-1} \cdot \left(r - F \cdot \tilde{\lambda} \right)\end{aligned}\tag{3.16}$$

A matriz R e portanto R^{-1} é simétrica, e por meio de (3.9) encontra-se:

$$\begin{aligned}\hat{y}(\mathbf{x}) &= \left(r - F \cdot \tilde{\lambda} \right)^T \cdot R^{-1} \cdot Y \\ &= r^T \cdot R^{-1} \cdot Y - \left(F^T \cdot R^{-1} \cdot r - f \right)^T \cdot \left(F^T \cdot R^{-1} \cdot F \right)^{-1} \cdot F^T \cdot R^{-1} \cdot Y\end{aligned}\tag{3.17}$$

Para o problema de regressão (Lophaven et. al., 2002),

$$F \cdot \beta \simeq Y\tag{3.18}$$

A solução dos mínimos quadrados generalizada (em relação a R) é:

$$\beta^* = \left(F^T \cdot R^{-1} \cdot F \right)^{-1} \cdot F^T \cdot R^{-1} \cdot Y\tag{3.19}$$

Inserindo (3.19) em (3.17) encontra-se o preditor:

$$\begin{aligned}\hat{y}(\mathbf{x}) &= r^T \cdot R^{-1} \cdot Y - \left(F^T \cdot R^{-1} \cdot r - f \right)^T \cdot \beta^* \\ &= f^T \cdot \beta^* + r^T \cdot R^{-1} \cdot \left(Y - F \cdot \beta^* \right) \\ &= f(\mathbf{x})^T \cdot \beta^* + r(\mathbf{x})^T \cdot \gamma^*\end{aligned}\tag{3.20}$$

O modelo de regressão pode ser um polinômio de ordem 0, 1 ou 2. Mais especificamente, com x_j representando o j° componente de \mathbf{x} ,

Constante, $P=1$

$$f_1(\mathbf{x}) = 1\tag{3.21}$$

Linear, $P=n+1$

$$f_1(\mathbf{x}) = 1, \quad f_2(\mathbf{x}) = x_1, \dots, \quad f_{n+1}(\mathbf{x}) = x_n\tag{3.22}$$

Quadrático, $P=\frac{1}{2}(n+1) \cdot (n+2)$

$$\begin{aligned}f_1(\mathbf{x}) &= 1, \quad f_2(\mathbf{x}) = x_1, \dots, \quad f_{n+1}(\mathbf{x}) = x_n \\ f_{n+2}(\mathbf{x}) &= x_1^2, \dots, \quad f_{2n+1}(\mathbf{x}) = x_1 \cdot x_n \\ f_{2n+2}(\mathbf{x}) &= x_2^2, \dots, \quad f_{3n}(\mathbf{x}) = x_2 \cdot x_n \\ \dots \dots \quad f_P(\mathbf{x}) &= x_n^2\end{aligned}\tag{3.23}$$

Nesta dissertação é empregado o modelo de regressão constante.

A matriz correlação R é definida por

$$\mathcal{R}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{w}, \mathbf{x}) = \prod_{k=1}^n \mathcal{R}_k(\theta_k, w_k - x_k) \quad (3.24)$$

Para a construção de modelos substitutos via a técnica de krigagem foi aqui utilizado a biblioteca DACE (*Design and Analysis of Computer Experiments*) (Lophaven, et al., 2002) desenvolvida no ambiente MATLAB. Diferentes formas de função de correlação podem ser empregadas, como: exponencial, exponencial generalizada, Gaussiana, entre outros, como mostra a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Funções de correlação disponíveis.

Tipo	Termo $\mathcal{R}_k(\theta_k, w_k - x_k)$
Exponencial	$\exp(-\theta_{(k)} w_{(k)} - x_{(k)})$
Exponencial generalizada	$\exp(-\theta_{(k)} w_{(k)} - x_{(k)} ^{\theta_{n+1}}) \quad 0 < \theta_{n+1} \leq 2$
Gaussiana	$\exp[-\theta_{(k)} (w_{(k)} - x_{(k)})^2]$
Linear	$\max\left\{0, 1 - \theta_{(k)} w_{(k)} - x_{(k)} \right\}$
Esférica	$1 - 1.5\xi_{(k)} + 0.5(\xi_{(k)})^3 \quad \xi_j = \min\left\{1, \theta_{(k)} w_{(k)} - x_{(k)} \right\}$
Cúbica	$1 - 3(\xi_{(k)})^2 + 2(\xi_{(k)})^3 \quad \xi_j = \min\left\{1, \theta_{(k)} w_{(k)} - x_{(k)} \right\}$
Spline	$\begin{cases} 1 - 15\xi_j^2 + 30(\xi_{(k)})^3 & \text{for } 0 \leq \xi_{(k)} \leq 0.2 \\ 1.25(1 - \xi_{(k)})^3 & \text{for } 0.2 < \xi_{(k)} < 1, \text{ onde } \xi_{(k)} = \theta_{(k)} w_{(k)} - x_{(k)} \\ 0 & \text{for } \xi_{(k)} \geq 1 \end{cases}$

Neste trabalho considerou-se uma função de correlação Gaussiana (Afonso, et al., 2008), onde n é o número total de variáveis e θ_k são os parâmetros de correlação utilizados para ajustar o modelo.

3.3.2 Funções de Base Radial

O problema de interpolação de dados é feito pela aproximação de uma função real $f(\mathbf{x})$ por uma função substituta $\hat{y}(\mathbf{x})$, através de m diferentes dados $Y = (y_1, \dots, y_m)$ avaliados em pontos distintos $S = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_m\} \in \mathbb{R}^n$, onde m e n são quaisquer inteiros positivos.

O método das funções de base radial (*Radial Basis Function* (RBF)) é um meio de aproximar funções multivariáveis em termos de funções mais básicas, de propriedades conhecidas e de mais fácil análise (Forrester, et al., 2008). As RBFs constituem, então, uma ferramenta eficiente para resolver problemas de interpolação de dados de múltiplas variáveis.

A contribuição de Duchon (1979) iniciou o seu desenvolvimento e desde então as RBFs têm sido um campo de pesquisa ativa (Oeuvray & Bierlaire, 2005; Buhmann, 2001). A escolha da função de base radial depende principalmente da aplicação. Hardy (1990) propôs um método empregando funções radiais multiquadráticas para uma grande variedade de problemas, a maioria deles de dimensão um, dois ou três. Gutmann (2001) propôs um método de RBFs para otimização global. Aqui, o interesse é construir RBFs para interpolação de multivariáveis para a otimização de diversos problemas, o método empregado é baseado no trabalho de (Gutmann, 2001; Wild, et al., 2008).

Seja $\hat{y}(\mathbf{x})$ uma Função de Base Radial (RBF) da forma (Gutmann, 2001):

$$\hat{y}(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^m \lambda_i \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|), \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (3.25)$$

onde p é um polinômio de grau no máximo g , pertencente ao espaço Π^g , tipicamente linear ou quadrático, λ são os coeficientes de ponderação da RBF, $\|\cdot\|$ é a norma Euclidiana, ϕ é uma função básica, $\phi : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, e $\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$ é uma distância simples do ponto \mathbf{x} ao ponto amostral \mathbf{x}_i .

Uma RBF pode ser definida como uma soma ponderada de translações de uma função básica radialmente simétrica ϕ aumentada por um termo polinomial de baixo grau p . O termo polinomial é representado por $p(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\hat{g}} c_i \pi_i(\mathbf{x})$, para $\hat{g} = \dim \Pi_g^n$ e $\{\pi_1(\mathbf{x}), \dots, \pi_{\hat{g}}(\mathbf{x})\}$ uma base para Π_g^n (Wild, et al., 2008).

A função básica ϕ , nesse contexto, é uma função de um número r real positivo, onde $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$. Entre as possíveis escolhas de ϕ são consideradas:

$$\left. \begin{array}{ll} \phi(r) = r & (\text{linear ou bi-harmônica}) \\ \phi(r) = r^3 & (\text{cúbica ou tri-harmônica}) \\ \phi(r) = r^2 \log r & (\text{thin plate spline (TPS)}) \end{array} \right\} r \geq 0, \quad (3.26)$$

A matriz $\Phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$, definida por

$$(\Phi)_{ij} := \phi(\|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|), \quad i, j = 1, \dots, m. \quad (3.27)$$

deve ser singular.

O interpolador da RBF, $\hat{y}(\mathbf{x})$, é definido pelos coeficientes, c_i , do polinômio p , e pelos coeficientes de ponderação, λ . Considerando os valores da interpolação y_1, \dots, y_m , o objetivo é encontrar os coeficientes de ponderação, λ_i , tais que a RBF satisfaça:

$$\hat{y}(\mathbf{x}_i) = y_i, \quad i = 1, \dots, m \quad (3.28)$$

Visto que essa equação dá um sistema subdeterminado, ou seja, há mais parâmetros do que dados, as condições de ortogonalidade ou condições laterais, dadas pela Eq. (3.29), são adicionalmente impostas aos coeficientes $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)^T$.

$$\sum_{i=1}^m \lambda_i \pi_j(\mathbf{x}_i) = 0, \quad j = 1, \dots, \hat{g} \quad (3.29)$$

Seja $\{\pi_1(\mathbf{x}), \dots, \pi_{\hat{g}}(\mathbf{x})\}$ a base para polinômios de grau no máximo \hat{g} e seja $c = (c_1, \dots, c_{\hat{g}})$ os coeficientes que dão p em termos dessas bases. Então, as equações (3.28) e (3.29) podem ser escritas em forma de matriz, como (Wild, et al., 2008):

$$\begin{pmatrix} A & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.30)$$

onde $A_{i,j} = \phi(|x_i - x_j|)$, $i, j = 1, \dots, m$, $P_{i,j} = \pi_j(x_i)$, $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, \hat{g}$. Resolvendo o sistema linear (3.30), são determinados c e λ , consequentemente $\hat{y}(\mathbf{x})$ é determinado.

Neste trabalho, foi empregado um polinômio de ordem 1 (linear), $\hat{g} = n+1$:

$$\pi_1(x) = 1, \quad \pi_2(x) = x_1, \dots, \quad \pi_{n+1}(x) = x_n \quad (3.31)$$

Isto quer dizer que para um polinômio linear, P pode ser escrito da seguinte forma:

$$P = \begin{bmatrix} x_1^T & 1 \\ x_2^T & 1 \\ \vdots & \vdots \\ x_n^T & 1 \end{bmatrix}$$

Segue uma aplicação dos modelos RBF e da krigagem ordinária em uma função analítica, dada pela Eq. (3.32), no intervalo $-10 \leq x \leq 10$.

$$f(x) = x^5 + 2x^2 - 9x + 7 - 90x^3 \sin(x) \quad (3.32)$$

É criada uma amostra de 12 pontos. A Figura 3.3 mostra as curvas de cada modelo substituto comparadas ao modelo real. O modelo substituto é avaliado em 100 pontos linearmente espaçados no intervalo da função.

Observa-se, nesta figura, que os modelos substitutos mais próximos à função real são o modelo RBF cúbico e a krigagem e o mais distante é o RBF linear.

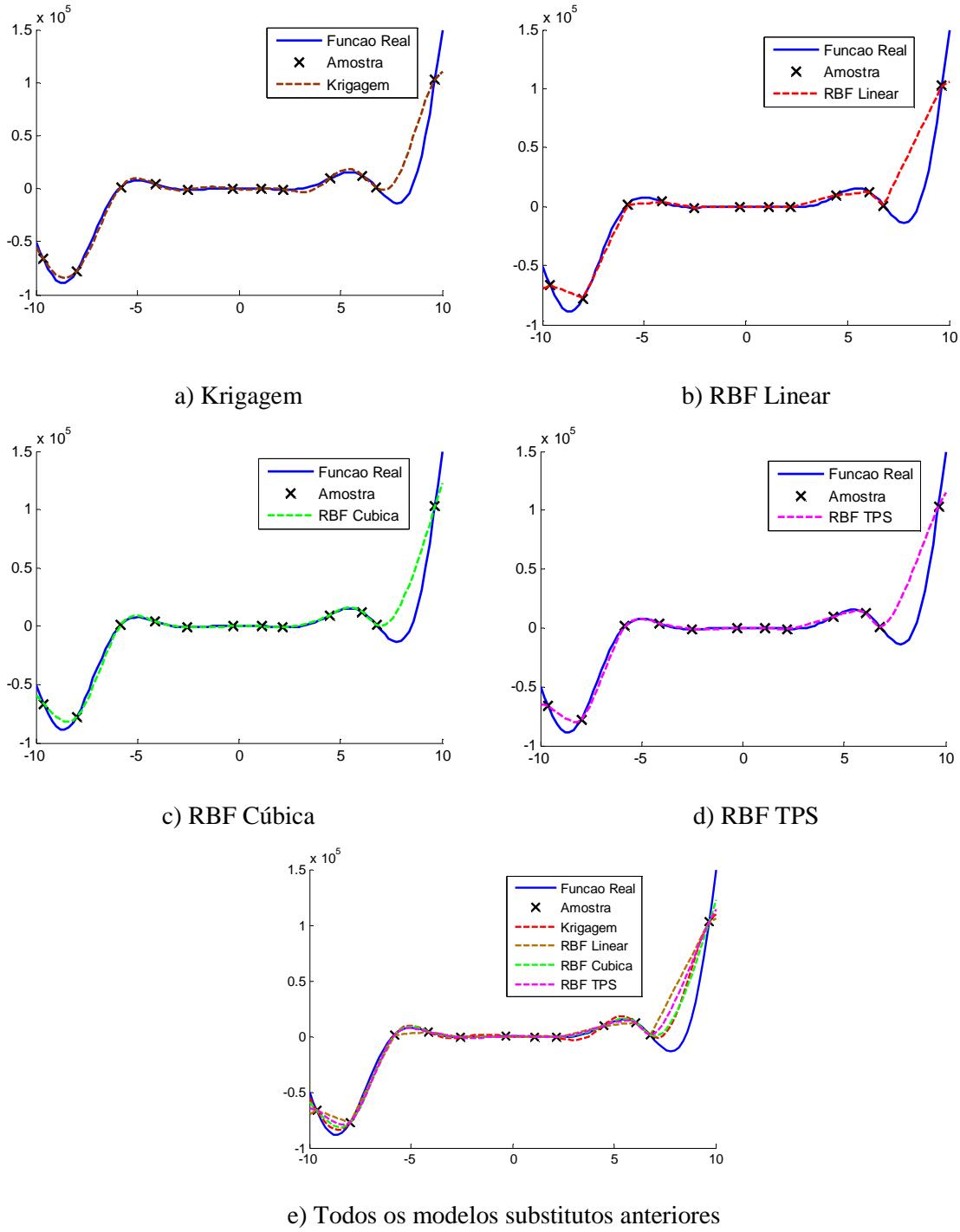


Figura 3.3. Comparação de diferentes modelos substitutos

3.3.3 Método de Avaliação da Precisão

O modelo de krigagem a técnica de funções de base radia (RBF) definidos anteriormente são criados baseados em uma amostra de tamanho m e posteriormente usados para prever o resultado em um número bem maior de pontos ($\gg m$). Devido a este fato, se faz necessário verificar a priori se o modelo substituto criado representa adequadamente a função real (cara computacionalmente). Tal medida da precisão

fornecerá também mais um parâmetro que auxiliará na escolha do melhor modelo substituto.

A Equação (3.33) é a maneira mais simples de avaliar a precisão do modelo aproximado, porém apenas considera a diferença local,

$$\Delta f_i = |\hat{f}_i - f_i| \quad (3.33)$$

onde $i = 1, \dots, np$, e np é o número total de pontos onde as funções aproximada \hat{f}_n e real f_n são avaliadas.

Outra possibilidade seria calcular a média expressa pela Equação (3.34), porém o valor médio mascara o resultado, ou seja, se a diferença for grande em um local, mas pequena em outro. O resultado obtido será compensado e com isso sem muito significado.

$$\bar{f} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \Delta f_i \quad (3.34)$$

O desvio padrão é um parâmetro mais significativo, pois introduz uma ponderação em seu cálculo, isto é, um erro grande ao ser elevado ao quadrado será ainda maior e vice-versa, no entanto para a determinação do desvio padrão definido pela Equação (3.35), considera-se o valor médio e, portanto o mesmo não é aconselhável para a avaliação dos modelos substitutos.

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta f_i - \bar{f}_i)^2}{n-1}} \quad (3.35)$$

Como consequência o método considerado é o RMSE (*Root Mean Squared Error*) que combina as melhores ideias dos métodos acima mencionados e será definido a seguir.

3.3.3.1 RMSE

O método de avaliação chamado RMSE (*Root Mean Squared Error*) (Anderson & Woessner, 1992) foi o escolhido, pois o mesmo é baseado no conceito da discrepância para avaliar o erro do modelo substituto.

A discrepancia ou a diferença, não deve ser confundida com a definição de erro residual. Este é o parâmetro que é elevado ao quadrado e posteriormente minimizado quando se considerar o método dos mínimos quadrados. Nesse caso, o erro residual é a

discrepância (diferença) entre o modelo aproximado e valores da função real, ambos calculados nos pontos da amostra. No caso do modelo de krigagem, a discrepança entre o modelo aproximado e os pontos da amostra é zero, pois este tem o valor previsto igual ao valor real nos pontos da amostra. Sendo assim, o tradicional método, chamado de R^2 , não é considerado um bom parâmetro de avaliação. O mesmo pode ter seu valor reduzido se a ordem do polinômio de regressão for aumentada.

Apesar de ter uma equação semelhante à Equação (3.35), o RMSE, definido pela Equação (3.36), é apontado na literatura (Giunta & Watson, 1998) como um método não viciado se $np \gg m$,

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{np} (f_i - \hat{f}_i)^2}{np}} \quad (3.36)$$

onde \hat{f} e f são respectivamente, o valor do modelo substituto e da função real calculados em np pontos dentro de espaço de projeto.

A Tabela 3.2 mostra o RMSE para a função do exemplo da seção 3.3.2.

Tabela 3.2 – Precisão dos modelos substitutos

Modelo Substituto	RMSE ($\times 10^4$)
Krigagem	1.2043
RBF linear	1.7849
RBF cúbica	1.0938
RBF TPS	1.4627

Nesta tabela, é confirmada a observação feita a respeito dos melhores modelos substitutos, na Figura 3.3, que são o modelo de RBF cúbica e em seguida o modelo de krigagem.

3.4 Otimização por Aproximação Sequencial

Na otimização por aproximação sequencial (SAO), o algoritmo de otimização vai operar sobre um modelo substituto, de baixo custo computacional, ao invés de se fazer uso das respostas obtidas da simulação numérica. A metodologia SAO decompõe o problema original de otimização em sequências de subproblemas de otimização, confinados dentro de uma sub-região do espaço de projeto inicial.

3.4.1 Formulação Matemática

Um esquema de Região de Confiança (RC) é usado para atualizar as variáveis de projeto para cada subproblema (iteração do SAO). Matematicamente cada subproblema k pode ser definido como:

$$\text{Minimize} \quad \hat{f}^k(\mathbf{x}) \quad (3.37)$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeito à:} \quad & \hat{g}_i^k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad i = 1, \dots, m \\ & x_l^k \leq x \leq x_u^k \leq x_u, \quad k = 1, 2, \dots, k_{\max} \end{aligned} \quad (3.38)$$

$$\text{Onde} \quad x_l^k = x_c^k - \frac{\Delta^k}{2} \quad x_u^k = x_c^k + \frac{\Delta^k}{2} \quad (3.39)$$

Nas equações acima, $\hat{f}^k(\mathbf{x})$ e $\hat{g}^k(\mathbf{x})$ são respectivamente a função objetivo e a restrição baseadas no modelo substituto. Sendo x_c^k o ponto central da RC, Δ^k é o tamanho da RC e x_l^k, x_u^k são respectivamente os limites inferiores e superiores da variável de projeto na iteração k do SAO (Giunta & Eldred, 2000).

3.4.2 Algoritmo

Na Tabela 3.3 são apresentados os passos do algoritmo SAO implementado (Horowitz, et al., 2013).

Para a atualização do tamanho Δ^k da RC para cada subproblema de otimização, foi considerado o termo de aceitação da função objetivo ρ^k que controla o tamanho da RC (Giunta & Eldred, 2000). Este parâmetro demonstra a precisão da função substituta no ponto ótimo x_*^k e pode ser calculado como:

$$\rho^k = \frac{f(\mathbf{x}_c^k) - f(\mathbf{x}_*^k)}{\hat{f}(\mathbf{x}_c^k) - \hat{f}(\mathbf{x}_*^k)}, \quad (3.40)$$

Para calcular o próximo tamanho da RC a atualização segue dessa forma:

$$\begin{aligned} \Delta^{k+1} &= 0.5\Delta^k, & \text{se } \rho^k \leq 0, \\ &= 0.5\Delta^k, & \text{se } 0 < \rho^k \leq 0.25, \\ &= \Delta^k, & \text{se } 0.25 < \rho^k < 0.75 \text{ ou } \rho^k > 1.25, \\ &= 2\Delta^k, & \text{se } 0.75 \leq \rho^k \leq 1.25. \end{aligned} \quad (3.41)$$

O centro da região de confiança na próxima iteração \mathbf{x}_c^{k+1} é obtido de acordo com

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_c^{k+1} &= \mathbf{x}_*^k, \text{ se } \rho^k > 0, \\ &= \mathbf{x}_c^k, \text{ se } \rho^k \leq 0. \end{aligned} \quad (3.42)$$

A Figura 3.4 ilustra o esquema de funcionamento da estratégia SAO. Os retângulos coloridos representam as regiões de confiança em cada iteração do SAO. As marcas em cruz são as amostras geradas através das técnicas DOE e o círculo representa o ponto central da região de confiança.

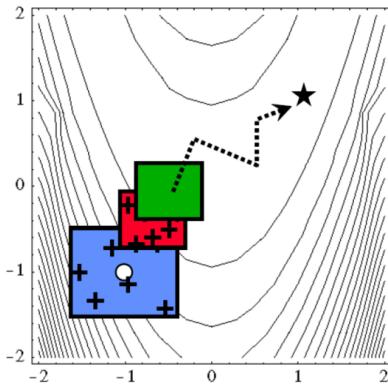


Figura 3.4. Esquema da evolução das regiões de confiança da estratégia (Giunta, 2002).

Tabela 3.3 – Algoritmo da estratégia SAO

Etapas SAO	Descrição
1.	Assumir o tamanho e ponto inicial da região de confiança RC;
2.	Gerar amostras no interior da região de confiança;
3.	Calcular as funções objetivo e restrições reais nas amostras;
4.	Construir o modelo substituto para as funções objetivo e restrições não lineares;
5.	Otimizar o problema dentro da RC usando as funções aproximadas sujeitas a restrições não lineares aproximadas e a restrições lineares originais;
6.	Recalcular as funções objetivo e restrições reais no ponto ótimo encontrado no passo 5;
7.	Checar os critérios de convergência Manter/reduzir/aumentar a nova sub-região de acordo com a acurácia do modelo aproximado comparado à função verdadeira e valores das restrições;
8.	
9.	Voltar para a Etapa 2.

As seguintes observações detalham melhor o algoritmo:

1. Na Etapa 2 as amostras são obtidas usando a técnica DOE escolhida. A seção 3.4.3 dá uma orientação sobre o número de amostras a ser utilizado;
2. Como são construídos modelos substitutos, a função objetivo e as restrições não lineares mudam a cada iteração do SAO;
3. Os critérios de convergência são baseados no número de iterações consecutivas com melhora na função objetivo de alta fidelidade menos a tolerância de convergência. Há também um limite no número total de iterações SAO e no tamanho mínimo da região de confiança (Horowitz, et al., 2013).

3.4.3 Reuso de amostras

No algoritmo original da metodologia SAO, em cada subproblema, é realizado o cálculo das funções do modelo de alta fidelidade em determinado número de pontos contidos na região de confiança. O tamanho da amostra neste trabalho é fixado em $m = 2n+1$, sendo n o número de dimensões do problema. Essas amostras do modelo de alta fidelidade são utilizadas para construção do modelo substituto na correspondente sub-região do espaço de projeto. Para a iteração seguinte, outros pontos são selecionados para construção de outro modelo substituto (Filho, 2012).

Neste trabalho, adota-se a alternativa proposta em (Filho, 2012) onde as amostras do modelo de alta fidelidade são armazenadas em um banco de dados durante o processo SAO, e em cada iteração, este banco é consultado a fim de verificar a possibilidade de reutilizá-las para o cálculo do novo modelo substituto. Com esta proposta, as informações obtidas no modelo de alta fidelidade podem ser reaproveitadas durante o processo SAO.

A utilização de uma maior quantidade de pontos na construção de modelos substitutos implica em modelos de melhor acurácia quando confrontados com o modelo de alta fidelidade. Além deste benefício evidente, com a maior consistência entre os modelos, segundo as equações (3.40) a (3.42), a atualização da região de confiança tende a expandir seus limites e incorporar mais pontos de amostras das iterações anteriores.

A Figura 3.5 ilustra a quarta e a quinta região de confiança do SAO na otimização de um problema com duas variáveis, na qual podemos observar o reuso das amostras de iterações anteriores (quadrados) na construção do modelo substituto do

correspondente subproblema. Os círculos preenchidos são as cinco novas amostras calculadas para aquela iteração do SAO. Observa-se que os quadrados preenchidos da iteração 5 correspondem às novas amostras da iteração 4.

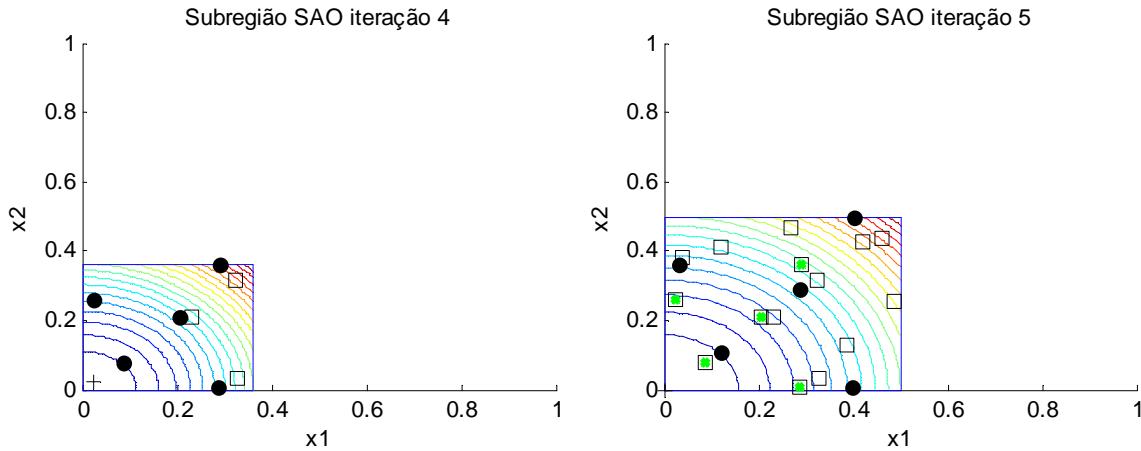


Figura 3.5. Região de Confiança do procedimento SAO

Ao utilizar o aproveitamento das amostras, o segundo e quarto passos do algoritmo SAO são reescritos da seguinte forma (Filho, 2012):

2. Gerar amostras no interior da região de confiança:
 - a. Buscar e selecionar, no banco de dados, amostras das iterações anteriores que estejam contidas na RC atual;
 - b. Através de técnica de Projeto de Experimentos (LHS), selecionar novos pontos contidos na região de confiança;
 - c. Utilização das amostras novas e antigas no cálculo do parâmetro Δ , segundo Eq. (3.1);
 - d. Na região de confiança, divide-se o intervalo das variáveis de projeto em p subintervalos, onde p é a soma da quantidade de amostras antigas mais as novas amostras;
 - e. Se algum ponto da nova amostra estiver contido no mesmo subintervalo de uma amostra antiga, esse novo ponto será eliminado, objetivando uma redução no custo computacional;
4. Processo de construção do modelo substituto das funções objetivo e restrições:

- f. Cálculo das funções do modelo de alta fidelidade nos pontos novos remanescentes do passo 2 (e) e armazenar estas avaliações em um banco de dados;
- g. Com a amostra final, utilizar um método de aproximação para construção do Modelo Substituto.

Capítulo 4: Otimização Multiobjetivo

A maior parte dos problemas reais encontrados na área de otimização envolve a obtenção de diversos objetivos que devem ser atingidos simultaneamente. Eles geralmente são conflitantes, ou seja, não existe uma solução única que otimize todos os objetivos ao mesmo tempo. Para tal classe de problemas devemos buscar um conjunto de soluções eficientes. Neste caso, o problema é chamado de problema de otimização multiobjetivo (ou problema de otimização com múltiplos critérios) (Collette & Siarry, 2003).

Distribuições eficientes de pontos de Pareto têm sido obtidas graças ao desenvolvimento de algoritmos eficientes tais como o NBI (Normal-Boundary Intersection)(Das & Dennis, 1998; Motta, 2009; Motta, et al., 2012), aqui utilizado.

4.1 Formulação

O problema de otimização multiobjetivo (POM) pode ser expresso como:

$$\min_{\mathbf{x}} \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_{nobj}(\mathbf{x})], nobj \geq 2 \quad (\text{POM}) \quad (4.1)$$

Sujeito as seguintes condições:

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{x}) &\leq 0_i, \quad i = 1, 2, \dots, m_1 \\ h_j(\mathbf{x}) &= 0, \quad j = 1, 2, \dots, m_2 \\ x_l &\leq \mathbf{x} \leq x_u, \quad k = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4.2)$$

onde \mathbf{g} é a restrição de desigualdade, \mathbf{h} a restrição de igualdade, porém os objetivos agora formam um vetor de $nobj$ funções objetivo, as quais precisam ser minimizadas. E $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ é o vetor das variáveis de decisão.

4.2 Dominância

Quando resolvemos o problema de otimização multiobjetivo encontramos várias soluções. Uma pequena parcela dessas soluções será de interesse. Para uma solução ser de interesse, deve existir uma relação de dominância entre a solução considerada e as outras soluções (Collette & Siarry, 2003).

É dito que o vetor \mathbf{x}_1 domina o vetor \mathbf{x}_2 se:

1. \mathbf{x}_1 é ao menos tão bom quanto \mathbf{x}_2 para todos os objetivos e

2. x_1 é estritamente melhor que x_2 para pelo menos um objetivo.

Soluções que dominam as outras, mas não dominam elas mesmas são chamadas soluções ótimas de acordo com o conceito de Pareto (ou soluções não dominadas) (Collette & Siarry, 2003).

Um vetor x é (globalmente) ótimo no sentido de Pareto se não existir qualquer vetor x' tal que x' domine o vetor x . Uma interpretação gráfica desta definição usa o teorema do contato, que é definido da seguinte maneira: um vetor x é um ótimo de Pareto para um problema de otimização multiobjetivo se:

$$(C^{-1} + x) \cap F = \{x\} \quad (4.3)$$

onde F corresponde ao espaço viável e C^{-1} é o cone negativo, no espaço \mathbb{R}^k , definido da seguinte maneira :

$$C^{-1} = \{x \mid f(x) \in \mathbb{R}^k \text{ e } f(x) \leq 0\} \quad (4.4)$$

A maneira de usar esse teorema é ilustrada na Figura 4.1.

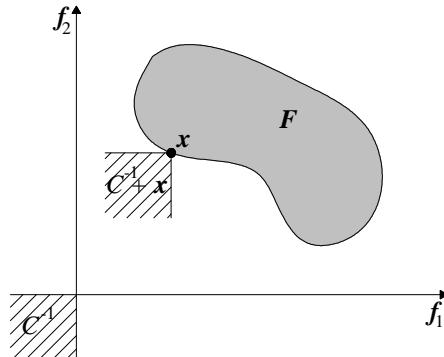


Figura 4.1. Teorema do Contato (Collette & Siarry, 2003)

Quando é aplicada a definição de dominância, é possível definir quatro áreas e é possível associar um nível de preferência a cada área. Essas áreas estão representadas na Figura 4.2.

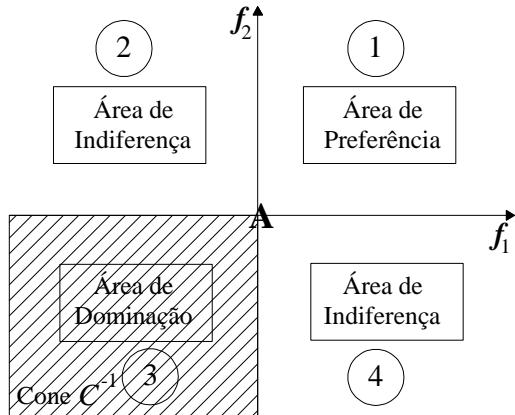


Figura 4.2. Nível de preferência e relação de dominação (Collette & Siarry, 2003)

Por exemplo, se essa figura é centrada na solução A e compara-se essa solução com uma solução B, existem as seguintes possibilidades:

- Se a solução B pertence à área 1, então a solução A é preferível à solução B;
- Se a solução B pertence à área 3, então a solução A é dominada pela solução B;
- Se a solução B pertence à área 2 ou 4, então não é possível dizer se é preferível a solução A em comparação com a solução B ou se é preferível a solução B comparada à solução A.

4.3 Conceito de Pareto

É raro o caso em que um único ponto otimize simultaneamente todas as funções objetivos em um problema de otimização multiobjetivo (Coello, 2005). Para lidar com esse tipo de problema, geralmente procura-se por compensações, ou “*trade-offs*”, que é uma forma de determinar um ponto \mathbf{x} que satisfaça em parte os problemas de otimização multiobjetivo (POM) (Equações (4.1) e (4.2)). Neste caso, a noção de otimalidade é diferente do caso uni-objetivo, e é utilizado o termo: Otimalidade de Pareto (Coello, 2005; Arora, et al., 2007).

Pontos ótimos de Pareto são pontos \mathbf{x}^P tais que não existe nenhum ponto \mathbf{x} tal que $f_k(\mathbf{x}) \leq f_k(\mathbf{x}^P)$ para todo $k = 1, \dots, n$ e $f_k(\mathbf{x}) < f_k(\mathbf{x}^P)$ para uma função objetivo ao menos.

Essa definição diz que \mathbf{x}^P é um ponto ótimo de Pareto se não existe nenhuma variável de decisão \mathbf{x} que diminuiria alguma função sem causar um aumento simultâneo em ao menos uma das outras funções. Esse conceito, quase sempre, não

fornecer uma única solução, mas sim um conjunto de soluções chamado de conjunto ótimo de Pareto.

A Figura 4.3 mostra esta situação, onde o ponto ótimo de Pareto é qualquer ponto no intervalo $x_1 \leq x \leq x_2$. Devido às restrições, o ponto ótimo de Pareto pode estar localizado ao longo do contorno da região viável (Motta, 2009; Motta, et al., 2012).

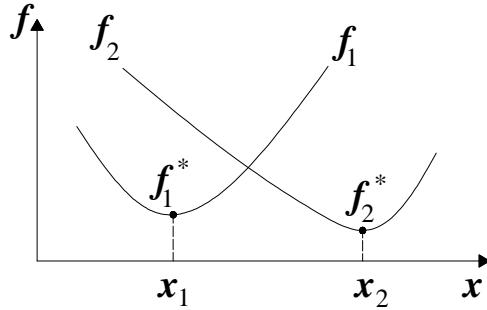


Figura 4.3. Problema de otimização com uma variável e duas funções objetivo.

Em problemas de otimização multiobjetivo é muito importante formular o problema no espaço das funções objetivo. Isto pode ser feito usando-se um sistema de equações geradas pelas funções objetivo e conjuntos das restrições ativas. Para cada projeto viável, haverá correspondentes valores das funções objetivo que definirão o espaço viável das funções objetivo. Sobre seu contorno se localizam os pontos ótimos de Pareto. Na Figura 4.4, tem-se o exemplo de um problema com duas variáveis de projeto e duas funções objetivo. Em ambas as Figura 4.4 (a) e (b), a linha tracejada representa os pontos ótimos de Pareto.

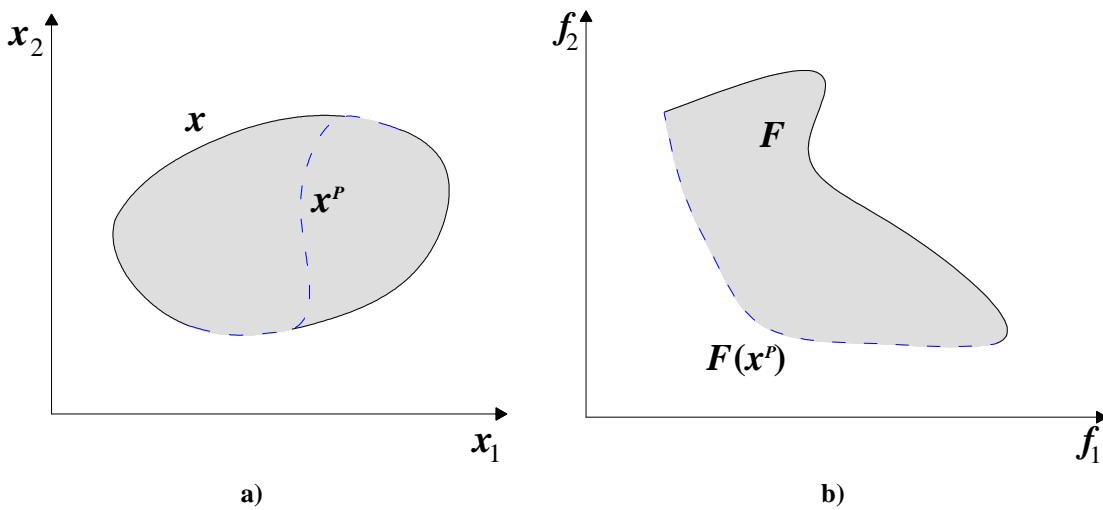


Figura 4.4. Região viável e pontos de Pareto: a) no espaço das variáveis de projeto; b) no espaço das funções objetivo.

Uma propriedade que deve ser destacada é a forma da frente de Pareto, pois a mesma depende do tipo de problema considerado. A forma mais comum de frente de Pareto, quando se deseja minimizar todas as funções objetivo, é a mostrada na Figura 4.4 (b). Estas formas são típicas de problemas multiobjetivos com um conjunto convexo de soluções (Collette & Siarry, 2003). Outras diferentes formas da frente de Pareto aparecem quando a formulação do problema de otimização é alterada, por exemplo, quando se deseja minimizar a função objetivo f_1 e maximizar a função objetivo f_2 , como mostra a Figura 4.5 (a).

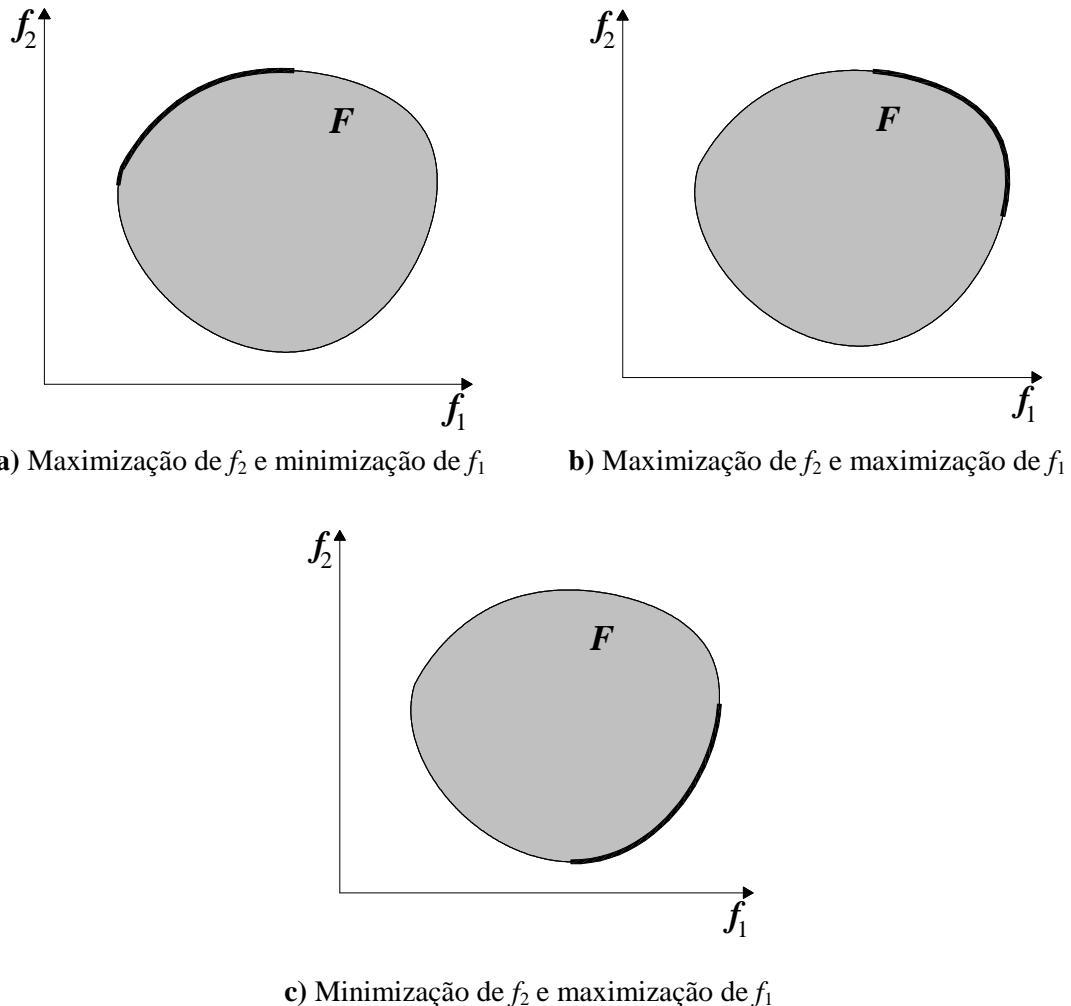


Figura 4.5. Formas da frente de Pareto de acordo com a formulação do problema de otimização

4.3.1 Qualidade da distribuição da Frente de Pareto - Equitatividade

Um conjunto de pontos é igualmente distribuído ao longo de uma região, se nenhuma parte da região está sobre ou sub-representada nesse conjunto de pontos, comparado com outras partes. Uma medida da equitatividade, ou homogeneidade, da

distribuição é descrita por (Messac & Mattson, 2004; Motta, et al., 2012), na qual, duas distâncias relacionadas com cada ponto do conjunto são calculadas, chamadas d_{inf} e d_{sup} . O parâmetro d_{inf} se refere à distância mínima de um ponto x^i a um outro ponto qualquer. O parâmetro d_{sup} indica o diâmetro máximo de uma esfera, que tangencia o ponto x^i e que toca outro ponto qualquer do conjunto, tal que nenhum outro ponto esteja dentro da esfera. O parâmetro equitatividade é calculado segundo a Eq. (4.5):

$$eq = \frac{\sigma(\mathbf{D})}{\mu(\mathbf{D})} \quad (4.5)$$

Na qual \mathbf{D} é um vetor coluna formado por d_{inf} e d_{sup} :

$$\mathbf{D} = [d_{\text{inf}}; d_{\text{sup}}] \quad (4.6)$$

e σ é o desvio padrão e μ é a média aritmética de \mathbf{D} .

Um conjunto de pontos é exatamente bem distribuído quando $eq = 0$. A Figura 4.6 ilustra a abordagem para a medida da equitatividade de uma distribuição de pontos (Messac & Mattson, 2004).

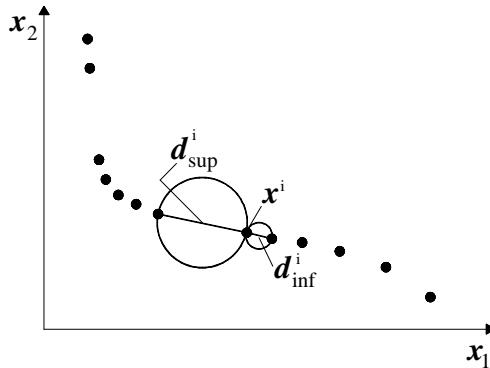


Figura 4.6. Descrição gráfica das medidas para o cálculo da equitatividade

4.4 Métodos para geração de pontos de Pareto

Existem várias técnicas para se obter a frente de Pareto (Hernández, 1994; Srinivas & Deb, 1994; Das & Dennis, 1998; Macedo, 2002; Bates, 2003; Collette & Siarry, 2003; Motta, et al., 2012). Neste capítulo serão apresentadas as seguintes metodologias: Método da Soma Ponderada (Koski, 1985) e o Método da Intersecção Contorno-Normal (NBI) (Das & Dennis, 1998; Motta, et al., 2012).

4.4.1 Método da Soma Ponderada dos Objetivos

Dentre os métodos desenvolvidos para otimização multiobjetivo, no qual se substitui as funções objetivo por uma única função, denominada de função substituta, o mais empregado e de uso mais simples é o método da soma ponderada (*Weight Sum method – WS*) (Koski, 1985; Afonso, 1997; Afonso, et al., 2002; Motta, 2009; Motta, et al., 2012). Sua técnica baseia-se em atribuir um vetor de coeficientes de ponderação β_j às funções objetivo normalizadas, combinando-as linearmente, ou seja, transformando-as em uma única função objetivo. Sua representação algébrica é dada da seguinte forma:

$$F = \beta_j^T \frac{\mathbf{f}}{\mathbf{f}_0} = \sum_{k=1}^{nobj} \beta_{j,k} \frac{f_k}{f_{0k}}, \quad \sum_{k=1}^{nobj} \beta_{j,k} = 1, \quad 0 \leq \beta_{j,k} \leq 1 \quad (4.7)$$

onde f_{0k} é a função objetiva k no projeto inicial x_0 .

O algoritmo desse método pode ser representado pelos seguintes passos:

1. Definir o número de subconjuntos β ;
2. Normalizar as funções objetivo;
3. Para cada β_j faça:
 - a. Obter a função objetivo substituta usando a Eq. (4.7);
 - b. Otimizar a função substituta e encontrar o ponto x_j^* ;
 - c. Substituir o x_j^* nas funções objetivo e obter os seus valores;

Problemas na obtenção de pontos de Pareto via WS poderão surgir quando o contorno da região viável no espaço das funções objetivos for não convexo, vide Figura 4.7. Neste caso, não existirá nenhum β_j capaz de fornecer uma solução que esteja na parte não convexa. Isto ocorre porque o método da soma ponderada consiste em gerar diferentes retas suportes, definidas pelos valores de β_j e, geralmente, nem todos os pontos Pareto-ótimos admitem retas suporte (Motta, 2009).

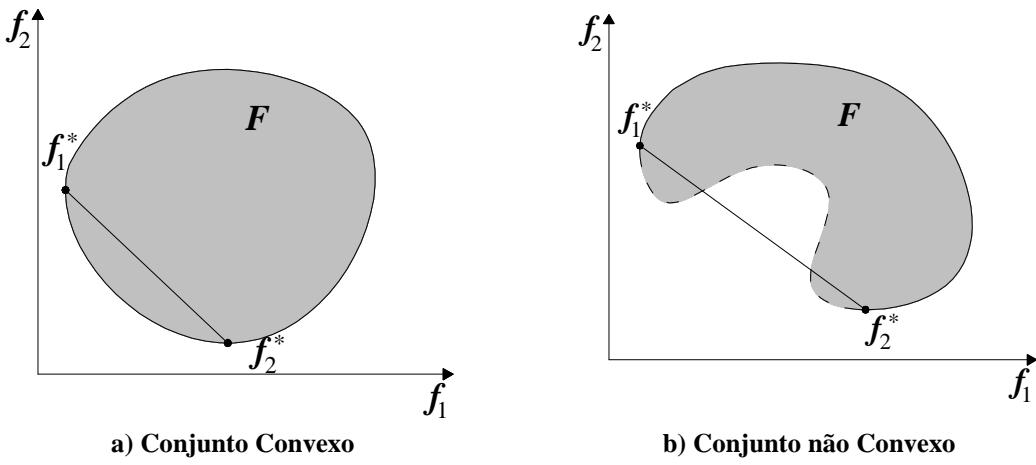


Figura 4.7. Exemplos de contornos convexo e não convexo.

Em geral, quando se utiliza essa metodologia, ocorre que uma distribuição uniforme dos pesos β não fornece uma distribuição uniforme de pontos de Pareto.

4.4.2 Método da Intersecção Contorno-Normal

O método da Intersecção Contorno-Normal ou *Normal Boundary Intersection* (NBI) (Das & Dennis, 1998) é uma técnica criada para encontrar pontos eficientes (ou pontos NBI) do contorno do espaço viável gerado pelos vetores objetivos alcançáveis, $\{F(x): x \in C\}$, que possibilitem a construção de uma curva suave, de forma que o projetista possa definir em qual daqueles pontos será considerada a solução compromisso para o problema multiobjetivo. Quando os pontos eficientes estiverem sobre uma parte do contorno suficientemente convexa daquele espaço viável, esses são definidos como pontos de Pareto. Isto acontece para a grande maioria dos casos estudados na engenharia. Porém, se aqueles pontos estiverem na parte côncava do contorno, não há a garantia de que eles sejam pontos de Pareto. Apesar disso, esses pontos contribuem para que a curva de Pareto seja definida.

A ideia central do NBI é encontrar uma porção do contorno do denominado espaço das funções objetivo (Das & Dennis, 1998), o qual contém os pontos ótimos de Pareto. Tais pontos podem ser encontrados resolvendo-se um problema de otimização. No que se segue, apresentam-se, inicialmente, algumas terminologias específicas do método para em seguida a metodologia ser detalhada.

Define-se \mathbf{F}^* como sendo o vetor do mínimo local das funções objetivo, denominado de *Ponto Utópico* (Shadow Minima ou Utopia Point) (Das & Dennis, 1998), representado por:

$$\mathbf{F}^* = \left[f_1^*, f_2^*, \dots, f_{n_{obj}}^* \right]^T \quad (4.8)$$

onde cada f_i^* representa um mínimo local individual. Sendo o vetor \mathbf{x}_i^* a solução ótima de f_i , temos que $f_i^* = f_i(\mathbf{x}_i^*)$. Define-se a envoltória convexa do mínimo individual (ECMI) como:

$$\left\{ \Phi \beta : \beta \in \mathbb{R}^p, \sum_{i=1}^p \beta_i = 1, \beta_i \geq 0 \right\} \quad (4.9)$$

onde p é o número de pontos de Pareto e

$$\phi(i, j) = f_i(x_j^*) - f_i^*, i = 1, \dots, n_{obj}; j = 1, \dots, n_{obj} \quad (4.10)$$

Assim, os pontos pertencentes à ECMI são definidos por um conjunto de pontos do $\mathbb{R}^{n_{obj}}$, que são definidos pelas combinações convexas de $\{\mathbf{F}(x_i^*) - \mathbf{F}^*\}$ armazenados sob a forma de matriz, Φ , denominada de "pay-off" (Das & Dennis, 1998). Um exemplo da representação gráfica da ECMI é ilustrada na Figura 4.8. Nesta figura é considerado que na origem esteja o ponto de utopia \mathbf{F}^* e, dessa forma, todas as funções objetivas são não negativas, isto é, $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ é substituída por $\bar{\mathbf{F}}$ que é definida da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^*.$$

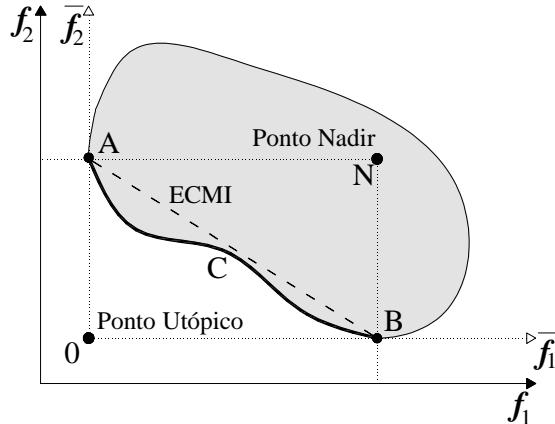


Figura 4.8. Representação gráfica da ECMI num espaço bidimensional

Com esta redefinição, observa-se na Figura 4.8 que o ponto A é $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}_1^*)$ e o ponto B é $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}_2^*)$, 0 é a origem e ao mesmo tempo o ponto Utópico \mathbf{F}^* , o segmento tracejado é a ECMI, enquanto que o arco ACB é a fronteira de Pareto no espaço das funções objetivo. O ponto N também é um ponto característico, chamado ponto nadir, ou anti-

ideal, onde suas coordenadas correspondem ao pior valor obtido de cada função objetivo (Collette & Siarry, 2003).

A ideia geométrica associada ao método é que tais pontos de Pareto são encontrados a partir da interseção da reta quase-normal à ECMI, apontada para a origem, e o contorno ∂f , como ilustrado na Figura 4.9. Nesta, observa-se que a família dos vetores quase-normais, uniformemente espaçados, intercepta os pontos igualmente espaçados sobre o contorno. Estes pontos serão pontos de Pareto se estiverem em uma região convexa da superfície, caso contrário, o ponto pode ou não ser um ótimo de Pareto. Em todo caso, mesmo que estes pontos não sejam ótimos, o método permite descobrir pontos em uma região convexa ou não-convexa (como mostra a Figura 4.7 b).

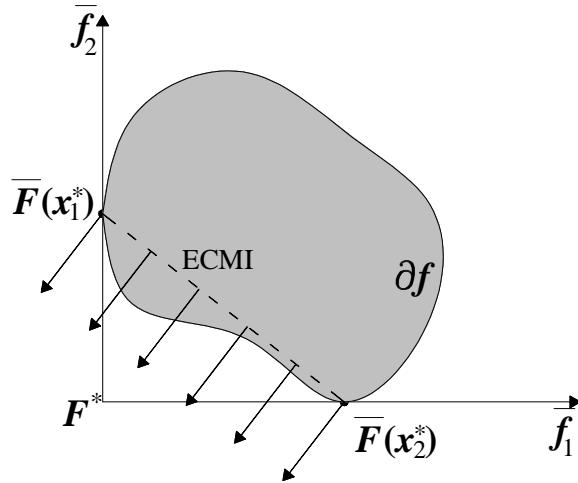


Figura 4.9. Imagem do conjunto viável sobre o mapeamento de f no espaço das funções objetivo.

Dados os parâmetros β , $\phi\beta$ representa pontos sobre a ECMI. Seja \hat{n} o vetor unitário quase-normal à ECMI, i.e., a direção que liga o ponto médio da ECMI e o ponto Utópico \mathbf{F}^* . Então, $\phi\beta + t\hat{n}$, com $t \in \mathbb{R}$, representa o conjunto de pontos sobre \hat{n} , que formam uma reta quase-normal à ECMI. A interseção entre a reta quase-normal à ECMI, e o contorno que define o espaço $\{\mathbf{F}(x) | x \in \mathbb{C}\}$, onde $\mathbb{C} = \{x : h(x) = 0, g(x) \leq 0, x' \leq x \leq x''\}$, ∂f , mais próximo da origem é a solução do seguinte problema de programação não linear:

$$\underset{x,t}{\text{Maximize}} \quad t \tag{4.11}$$

sujeito às restrições definidas na Eq. (4.2) e às restrições adicionais:

$$\phi\beta + t\hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) \quad (4.12)$$

sendo esta equação de restrição a garantia do mapeamento de \mathbf{x} por $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$ sobre a reta quase-normal, onde $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^*$. Para mais detalhes, ver referências (Das & Dennis, 1998; Motta, 2009; Macedo, 2002).

O problema apresentado nas equações (4.11) e (4.12) e as restrições de (4.2) passam a ser definidos como um subproblema NBI, representado por NBI_β , considerando que β seja o parâmetro que caracteriza o subproblema. Resolvendo esse subproblema para um conjunto de parâmetros β , encontra-se um conjunto de pontos sobre ∂f que poderão fornecer uma curva suavizada. Esses pontos serão pontos de Pareto caso estejam numa região convexa de ∂f , caso contrário, eles poderão não ser pontos ótimos de Pareto, mas serão úteis na suavização da curva o que não ocorre no método descrito anteriormente.

4.4.3 Solução NBI via SAO

No SAO aplicado em múltiplos objetivos, a ideia principal é basicamente a mesma empregada no SAO tradicional, aplicado em um único objetivo, onde é feita a decomposição do problema de otimização em uma sequência de subproblemas menores, ou seja, para uso em conjunto com o NBI, cada subproblema NBI é decomposto em uma sucessão de subproblemas menores, e o algoritmo de otimização opera sobre o modelo substituto de uma pequena região do domínio de projeto, ao invés de usar as respostas obtidas da simulação.

Para soluções multi-objetivo via NBI, o SAO foi adaptado da seguinte maneira. Inicialmente é preciso escolher o número de pontos de Pareto (p). Em seguida, o algoritmo SAO (Tabela 3.3) é utilizado em cada uma das funções objetivo, para a solução dos ótimos individuais, para obtenção do ponto utópico \mathbf{F}^* e determinação da ECMI e do vetor \mathbf{n} . Para os demais pontos pertencentes à ECMI ($p - n_{obj}$), o SAO é aplicado em $\bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$ que pertence às restrições adicionais $\phi\beta + t\hat{\mathbf{n}} = \bar{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$, a formulação matemática é descrita na Eq.(4.13).

Maximize t

$$\text{sujeito a: } \hat{h}_i^k(\mathbf{x}) = 0, \quad (i = 1, 2, \dots, m) \\ \hat{g}_j^k(\mathbf{x}) \leq 0, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \\ \Phi\boldsymbol{\beta} + t\mathbf{n} = \hat{\mathbf{F}}_k(\mathbf{x}) \\ \mathbf{x}_l \leq \mathbf{x}_l^k \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{x}_u^k \leq \mathbf{x}_u \quad (4.13)$$

onde \mathbf{x}_l^k e \mathbf{x}_u^k são definidos da mesma forma que é apresentado na Eq. (3.39), e as funções, $\hat{h}_i^k(\mathbf{x})$ e $\hat{g}_j^k(\mathbf{x})$ são as funções substitutas das restrições de igualdade e de desigualdade, na k -ésima iteração do SAO, já a função substituta criada para a restrição imposta pelo método NBI é criada de forma diferente das funções para as demais restrições.

A função substituta para restrição do NBI é composta por termos do modelo de alta fidelidade (a esquerda da desigualdade) e pelo termo do modelo substituto (a direita da desigualdade). Para definir Φ e \mathbf{n} , é necessária o conhecimento da ECMI e do ponto utópico, \mathbf{F}^* , que são obtidos na etapa inicial da otimização. Para definição função substituta normalizada, que é apresentada no segundo termo, é considerada equação:

$$\hat{\mathbf{F}}_k(\mathbf{x}) = \hat{\mathbf{F}}_k(\mathbf{x}) - \mathbf{F}^* \quad (4.14)$$

onde $\hat{\mathbf{F}}(\mathbf{x})$ é a função substituta criada com o modelo de krigagem, na k -ésima iteração.

Devido ao fato do NBI ser uma variação de um método de otimização que considera programação matemática para resolver problemas uni-objetivo, além das dificuldades encontradas inerentes ao método (sendo uma das principais, a presença de multimodalidade), outro problema é encontrado quando frente de Pareto apresenta descontinuidades. Estas descontinuidades podem direcionar o algoritmo a fornecer soluções dominadas como resultado da otimização (Oliveira, 2013).

Capítulo 5: Exemplos e Resultados

5.1 Introdução

As metodologias apresentadas nas seções anteriores serão neste capítulo aplicadas à solução de diversos problemas. Inicialmente, com o intuito de testar o algoritmo SAO acoplado à metodologia NBI, foram realizados testes em um problema analítico, pela maior rapidez nas respostas obtidas. Em seguida foram feitos estudos uni e multiobjetivo em três casos de reservatórios de características distintas. Inicialmente são apresentados os estudos realizados em um reservatório simples, e em seguida são apresentados os estudos realizados em dois reservatórios mais complexos, que apresentam características mais semelhantes às situações reais.

As soluções encontradas via SAO serão confrontadas com as soluções do modelo de alta fidelidade (AF). Uma avaliação do modelo de alta fidelidade (AF) representa, no caso dos problemas de reservatórios, uma simulação do IMEX, dessa forma, a otimização do modelo AF consiste na utilização do otimizador SQP diretamente nas respostas provenientes da simulação do IMEX. Enquanto que a otimização via SAO, constrói um modelo substituto que é utilizado para avaliar as funções a serem enviadas ao mesmo otimizador SQP.

5.2 Problema Analítico

O problema MO1 é dado por:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{x}}{\text{Min}} F(f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x})), \text{ onde:} \\ & f_1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \quad \text{e} \quad f_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - 2)^2, \quad 0 \leq x_i \leq 1, i = 1, \dots, n \end{aligned} \tag{5.1}$$

Para este problema, a frente de Pareto a ser encontrada é convexa. O número de variáveis consideradas é $n = 2$. Os resultados obtidos utilizando diferentes estratégias estão apresentados na Figura 5.1.

Observa-se na Figura 5.1(a) que o método da soma ponderada (WS) encontrou apenas metade dos pontos de Pareto esperados, apesar da frente convexa do problema analisado, apresentando pontos sobrepostos.

A Figura 5.1(b) mostra a frente de Pareto encontrada pelo método NBI utilizando o modelo de alta fidelidade (AF) operando diretamente no SQP e através da

técnica SAO com as opções distintas de Krigagem e RBF para construção do modelo substituto.

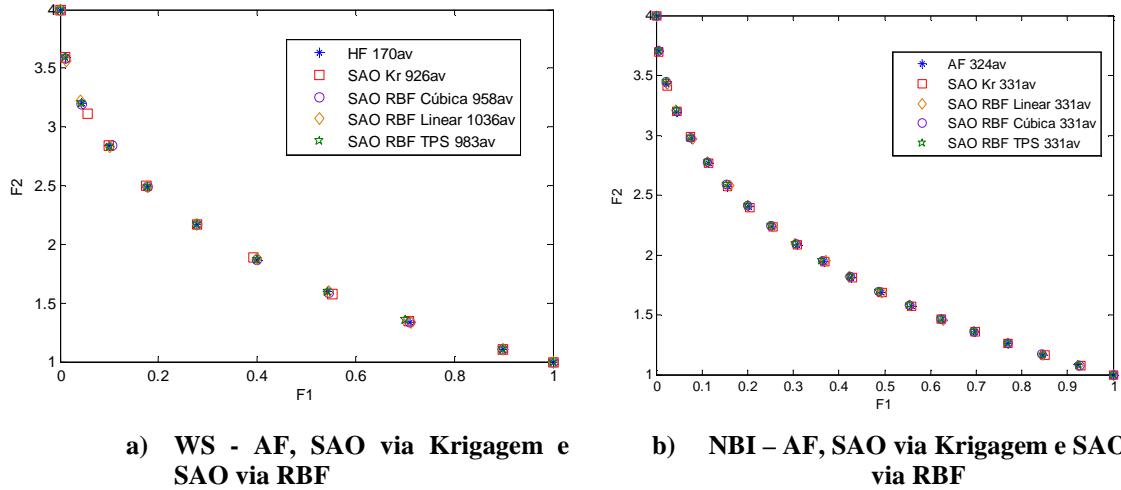


Figura 5.1. Frentes de Pareto encontradas no problema MO1 via: a) Soma Ponderada e b) NBI

As soluções MO via a técnica NBI utilizando modelos de diferente fidelidade, conseguiram encontrar as 20 soluções de Pareto especificadas. A Tabela 5.1 apresenta o número de avaliações de funções de cada técnica.

Tabela 5.1 – Número de avaliações de função por cada metodologia considerada

<i>Metodologia</i>	<i>Avaliações de Função</i>	<i>Equitatividade</i>
NBI – AF (SQP)	324	0.408
NBI – SAO via Krigagem	331	0.416
NBI – SAO via RBF linear	331	0.407
NBI – SAO via RBF cúbica	331	0.400
NBI – SAO via RBF TPS	331	0.399
WS – AF (SQP)	170	1.007
WS – SAO via Krigagem	926	1.025
WS – SAO via RBF linear	1036	1.013
WS – SAO via RBF cúbica	958	1.008
WS – SAO via RBF TPS	983	1.008

Devido à simplicidade das funções consideradas, o modelo de alta fidelidade precisou de menos avaliações de função que os modelos substitutos, pois a aproximação destes pode ser mais complicada que a função real. Em compensação, a metodologia NBI-SAO via RBF encontrou uma distribuição um pouco mais homogênea que a NBI em alta fidelidade.

5.3 Problemas da Engenharia de Reservatórios

O presente trabalho se encontra dentro do contexto de gerenciamento através da injeção de água para alocação das vazões de produção e injeção, dando continuidade aos estudos iniciados por (Oliveira, 2006), onde o autor fez uma revisão bibliográfica sobre o estudo de otimização de vazões de produção e injeção para casos determinísticos e aplica diferentes algoritmos na solução de problemas deste tipo.

A injeção de água é o principal método de recuperação secundária de óleo, devido ao baixo custo associado ao uso da água, que é abundante, bem como à maior estabilidade do processo se comparado ao uso de gás. Esse mecanismo de produção se aplica com dois propósitos, na varredura ou deslocamento do óleo para os poços produtores e na manutenção de pressão do reservatório que energiza o sistema (também conhecido como *voidage replacement*).

No que se refere ao deslocamento do óleo na direção dos produtores, a razão de mobilidade dos fluidos, as heterogeneidades e a segregação são os três fatores que governam a eficiência de recuperação do óleo. Quanto à manutenção da pressão, um primeiro ponto se refere à manutenção da energia do sistema, representada pela pressão do reservatório, que é mantida através da reposição dos volumes produzidos pelos volumes injetados, dado pela Eq. (5.2).

$$B_w \sum_{p \in I} q_p^w = B_o \sum_{p \in P} q_p^o + B_w \sum_{p \in P} q_p^w \quad (5.2)$$

onde B_α e q_p^α são, respectivamente, os fatores volume de formação e vazões nas fases α (óleo (o) e água (w)) do poço p . P é o conjunto dos índices dos poços produtores e I é o conjunto dos índices dos poços injetores.

Outro ponto diz respeito à manutenção do estado de sub-saturação do reservatório, evitando a liberação de gás associado e o aumento rápido da razão gás-óleo (RGO) dos produtores.

5.3.1 Formulação do Problema

As máximas vazões nos poços em diferentes tempos ao longo da simulação são as variáveis de controle idealizadas para o problema. Para isso, o controle da vazão dos poços a cada intervalo de tempo é feito através do rateio em relação à capacidade de produção do grupo onde os poços estão ligados. Logo, temos como variáveis:

$$x_{p_p,t} = \frac{q_{p,t}}{Q_{l,\max}}, \quad p \in P; \quad x_{p_I,t} = \frac{q_{p,t}}{Q_{inj,\max}}, \quad p \in I \quad (5.3)$$

onde $q_{p,t}$ é a vazão máxima do poço p (produtor (P) ou injetor (I)) no intervalo de tempo t , $Q_{l,\max}$ é a vazão de produção total máxima de líquidos permitida para a plataforma, $Q_{inj,\max}$ é a vazão de injeção total máxima de água permitida para a plataforma.

Neste trabalho, são admitidas duas condições de funcionamento em relação às linhas das plataformas de injeção e produção, são elas: “topado” e “não topado”. Na condição de funcionamento topado, é considerado que as linhas operam sempre nas suas capacidades máximas, enquanto que na condição de funcionamento não topado elas podem ou não operar na capacidade máxima. Para o caso topado, a condição de funcionamento só é válida quando a vazão $q_{p,t}$ especificada é mantida pelas condições do reservatório no intervalo de tempo t , caso contrário é utilizado apenas a condição de funcionamento não topado.

Além disso, são considerados dois tipos de otimização, uni e multiobjetivo. No caso uni-objetivo, a função-objetivo (f_{obj}), consiste no indicador valor presente líquido (VPL), definido como o somatório dos valores das entradas e saídas do fluxo de caixa, descontados de uma taxa mínima de atratividade a uma determinada data, conforme Eq. (5.4). Já no caso multiobjetivo, a produção acumulada de óleo (N_p) e a injeção acumulada de água (w_i) são funções-objetivo conflitantes e foram tomadas como funções a terem a frente de Pareto determinada. Qualquer ponto nessa curva representa a ‘maior quantidade’ de óleo que pode ser produzido para uma correspondente quantidade de água injetada (Cardoso, 2009; Horowitz, et al., 2013). A função VPL pode ser vista como uma forma de soma ponderada das funções produção acumulada de óleo e injeção acumulada de água.

$$VPL = f(\mathbf{q}) = \sum_{t=1}^{n_t} \left[\frac{1}{(1+d)^{\tau_t}} F(\mathbf{q}_t) \right] \quad (5.4)$$

onde $\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1^T \mathbf{q}_2^T \cdots \mathbf{q}_{n_t}^T]^T$ é o vetor das máximas vazões nos poços para todos os ciclos de controle; $\mathbf{q}_t = [q_{1,t} \cdots q_{n_w,t}]^T$ é o vetor das máximas vazões nos poços no ciclo de controle t ; d é a taxa de desconto e τ_t é o tempo no fim do t -ésimo ciclo de controle. O fluxo de caixa no ciclo de controle t , que representa a receita do petróleo menos o custo da injeção e da produção de água, é dado por:

$$F(\mathbf{q}_t) = \Delta\tau_t \left[\sum_{p \in P} (r_o \cdot q_{p,t}^o - c_w \cdot q_{p,t}^w) - \sum_{p \in I} (c_{wi} \cdot q_{p,t}) \right] \quad (5.5)$$

onde $\Delta\tau_t$ é o intervalo de tempo do t -ésimo ciclo de controle; P e I são os conjuntos de poços produtores e injetores, respectivamente; $q_{p,t}^o$ e $q_{p,t}^w$ são as taxas de produção de óleo e água no p -ésimo poço produtor no t -ésimo ciclo de controle; r_o é o preço do óleo; c_w e c_{wi} são os custos de produção e injeção de água.

Os valores das funções-objetivo, VPL, produção acumulada de óleo e injeção acumulada de água, são calculados a partir de simulações numéricas utilizando o simulador IMEX da CMG (2006).

Matematicamente, o problema de injeção de água pode ser formulado como:

$$\begin{aligned} &\text{Minimize/Maximize } f_{obj} = f(\mathbf{q}) \\ &\text{sujeito a: } \sum_{p \in P} q_{p,t} \leq Q_{l,max}, \quad t = 1 \dots n_t \\ &\quad \sum_{p \in I} q_{p,t} \leq Q_{inj,max}, \quad t = 1 \dots n_t \\ &\quad q_{p,t}^l \leq q_{p,t} \leq q_{p,t}^u, \quad p = 1 \dots n_w, \quad t = 1 \dots n_t \\ &\quad \sum_{p \in P} q_{p,t} \leq \sum_{p \in I} q_{p,t} \leq \delta \cdot \sum_{p \in P} q_{p,t}, \quad t = 1 \dots n_t \end{aligned} \quad (5.6)$$

onde f_{obj} é a função objetivo, que, como mencionado acima, para o caso uni-objetivo é o VPL, e no caso multiobjetivo é a função vetorial $\mathbf{f} = [N_p \ W_i]$ onde N_p é a produção acumulada de óleo e W_i é a injeção acumulada de água; na Eq. (5.6) n_t é o número total de ciclos de controle, n_w é o número total de poços. $Q_{l,max}$ é a máxima taxa de produção de líquido permitida e $Q_{inj,max}$ é a máxima taxa de injeção permitida do campo.

Os sobrescritos l e u representam os limites inferior e superior das variáveis de projeto, respectivamente. Os sobrescritos o e w denotam respectivamente as fases óleo e água. A última restrição exige que, para todos os ciclos, a taxa total de injeção pertença a um intervalo que vai formar a taxa de produção total em δ vezes esse valor, onde $\delta \geq 1$ é um parâmetro de sobre-injeção. Essa é a forma mais geral da chamada restrição de *voidage replacement* usada por muitos pesquisadores como uma medida para manter o reservatório propriamente pressurizado (Brouwer & Jansen, 2004; Naevdal, et al., 2006; Van Essen, et al., 2009; Asadollahi, 2012; Horowitz, et al., 2013).

Uma abordagem comumente utilizada nesse problema é subdividir o período de concessão do reservatório em um número de ciclos de controle, n_t , no qual o tempo de mudança é fixado, como mostra a Figura 5.2.

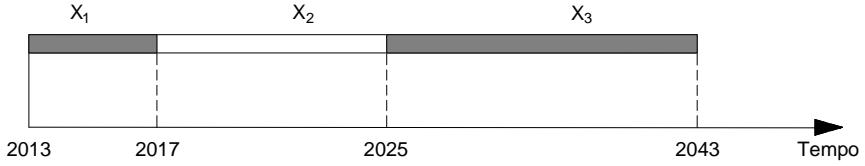


Figura 5.2. Ciclos de controle com tempos de mudança fixo

Serão investigadas as opções de operação apresentadas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 – Problemas uni-objetivo estudados para o primeiro reservatório.

Problema	Descrição
1	OCT-TF: Operação em capacidade topada, tempo fixo
2	OCT-TV: Operação em capacidade topada, tempo variável
3	OCNT-TF: Operação em capacidade não-topada, tempo fixo
4	OCNT-TV: Operação em capacidade não-topada, tempo variável

Utilizando as normalizações definidas na Eq. (5.3), a formulação do problema de otimização para a operação em capacidade topada (OCT) é dada por:

$$\begin{aligned} & \text{Maximize } f_{obj} = f(\mathbf{x}) \\ & \text{sujeito a: } \sum_{p \in P} x_{p,t} = 1, \quad t = 1 \dots n_t \\ & \quad \sum_{p \in I} x_{p,t} = 1, \quad t = 1 \dots n_t \\ & \quad x_{p,t}^l \leq x_{p,t} \leq x_{p,t}^u, \quad p = 1 \dots n_w, t = 1 \dots n_t \end{aligned} \tag{5.7}$$

onde: $\mathbf{x} = \left[\mathbf{x}_1^T \mathbf{x}_2^T \cdots \mathbf{x}_{n_t}^T \right]^T$ é o vetor das vazões nos poços em escala para todos os ciclos; $\mathbf{x}_t = \left[x_{1,t} \cdots x_{n_w,t} \right]$ é o vetor das vazões nos poços em escala para o ciclo t . Note que o número de variáveis de projeto para ambos os poços produtores e injetores deve ser diminuído de um. O número total de variáveis de projeto é dado por:

$$n = (n_p + n_I - 2) \cdot n_t \tag{5.8}$$

onde n = número de variáveis de projeto; n_p = número de poços produtores; n_I = número de poços injetores e n_t = número de ciclos de controle. Utilizando $Q_{inj,max}$ igual

ou um pouco maior que $Q_{l,\max}$ é possível satisfazer a restrição de *voidage replacement* nesse caso.

Para o problema de operação em capacidade não topada (OCNT), todas as vazões dos poços injetores e produtores variam, a fim de otimizar a função-objetivo, segundo a formulação:

$$\begin{aligned} \text{Maximize } & f_{obj} = f(\mathbf{x}) \\ \text{sujeito a: } & \sum_{p \in P} x_{p,t} \leq 1, \quad t = 1 \dots n_t \\ & \sum_{p \in I} x_{p,t} \leq 1, \quad t = 1 \dots n_t \\ & x_{p,t}^l \leq x_{p,t} \leq x_{p,t}^u, \quad p = 1 \dots n_w, t = 1 \dots n_t \\ & \sum_{p \in P} x_{p,t} \leq \sum_{p \in I} \alpha x_{p,t} \leq \delta \cdot \sum_{p \in P} x_{p,t}, \quad t = 1 \dots n_t \end{aligned} \quad (5.9)$$

onde $\alpha = Q_{inj,\max} / Q_{l,\max}$. O número total de variáveis de projeto é dado por:

$$n = (n_p + n_I) \cdot n_t \quad (5.10)$$

Outra opção estudada neste trabalho, para tornar a estratégia de produção mais flexível, foi a consideração do tempo dos ciclos de controle como variáveis. Mesmo que o número de variáveis de projeto aumente, o tempo dos ciclos de controle pode ser feito mais inteligentemente, marcando situações como o tempo ótimo do *breakthrough*, controle de pressão no reservatório e fechamento de poços ou do campo inteiro para operações de *work over* (Horowitz, et al., 2013; Souza, 2012).

Como pode ser visto na Figura 5.3, o intervalo de tempo de cada ciclo de controle é uma variável de projeto, exceto o último, uma vez que este valor pode ser obtido diretamente através da subtração do somatório dos ciclos anteriores do tempo total de concessão T. Assim, as variáveis referentes ao tempo podem ser formuladas da seguinte forma:

$$x_{\Delta\tau,t} = \Delta\tau_t / T, \quad t = 1 \dots n_t - 1 \quad (5.11)$$

A formulação da versão da operação em capacidade topada com o tempo variando, OCT-TV, é dada por (Horowitz, et al., 2013):

$$\begin{aligned}
& \text{Maximize: } f_{obj} = f(\mathbf{x}) \\
& \text{sujeito a: } \sum_{p \in P} x_{p,t} = 1, \quad t = 1 \dots n_t \\
& \quad \sum_{p \in I} x_{p,t} = 1, \quad t = 1 \dots n_t \\
& \quad \sum_{t=1}^{n_t-1} x_{\Delta\tau,t} \leq 1 \\
& \quad x_{p,t}^l \leq x_{p,t} \leq x_{p,t}^u, \quad p = 1 \dots n_w, \quad t = 1 \dots n_t \\
& \quad x_{\Delta\tau,t}^l \leq x_{\Delta\tau,t} \leq x_{\Delta\tau,t}^u, \quad t = 1 \dots n_{t-1}
\end{aligned} \tag{5.12}$$

O vetor das variáveis de projeto agora incluem também as variáveis de tempo. O número total de variáveis é dado por:

$$n = (n_p + n_I - 2) \cdot n_t + n_t - 1 \tag{5.13}$$

A formulação da versão da operação em capacidade não topada com o tempo variando, OCNT-TV, é dada por (Horowitz, et al., 2013):

$$\begin{aligned}
& \text{Maximize: } f_{obj} = f(\mathbf{x}) \\
& \text{sujeito a: } \sum_{p \in P} x_{p,t} \leq 1, \quad t = 1 \dots n_t \\
& \quad \sum_{p \in I} x_{p,t} \leq 1, \quad t = 1 \dots n_t \\
& \quad \sum_{t=1}^{n_t-1} x_{\Delta\tau,t} \leq 1 \\
& \quad x_{p,t}^l \leq x_{p,t} \leq x_{p,t}^u, \quad p = 1 \dots n_w, \quad t = 1 \dots n_t \\
& \quad x_{\Delta\tau,t}^l \leq x_{\Delta\tau,t} \leq x_{\Delta\tau,t}^u, \quad t = 1 \dots n_{t-1} \\
& \quad \sum_{p \in P} x_{p,t} \leq \sum_{p \in I} \alpha x_{p,t} \leq \delta \sum_{p \in P} x_{p,t}, \quad t = 1 \dots n_t
\end{aligned} \tag{5.14}$$

O número total de variáveis é dado por:

$$n = (n_p + n_I) \cdot n_t + n_t - 1 \tag{5.15}$$

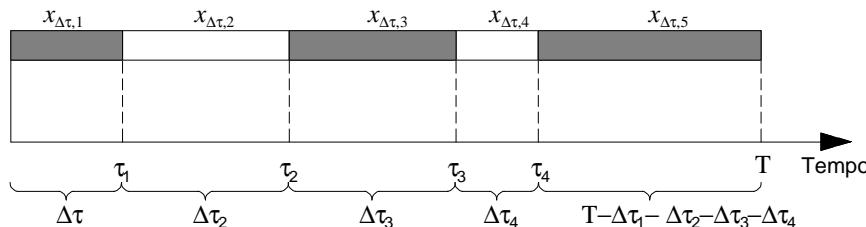


Figura 5.3. Ciclos de controle com tempo variando

5.3.2 Reservatório 1: Caso Simples

O modelo utilizado foi baseado no Caso1 do trabalho de Oliveira (2006), indicado na Figura 5.4 e possui dois poços produtores e um poço injetor. Por apresentar características simples, o caso estudado proporciona um melhor entendimento dos aspectos do problema de otimização, sendo possível destacar peculiaridades que não estariam evidentes em problemas de maior complexidade.

O valor da permeabilidade horizontal (k_h) próximo ao poço injetor I-1 é 1000mD, o k_h próximo ao poço P-1 é 500mD enquanto que próximo a P-2 é de 1500mD. O poço injetor tem vazão constante de $44\text{m}^3/\text{dia}$ enquanto que a soma das vazões dos poços produtores é de $40\text{m}^3/\text{dia}$, outras condições operacionais dos poços estão presentes na Tabela 5.3. O reservatório possui um tempo total de produção de 16 anos. Outras características do reservatório estão presentes na Tabela 5.4.

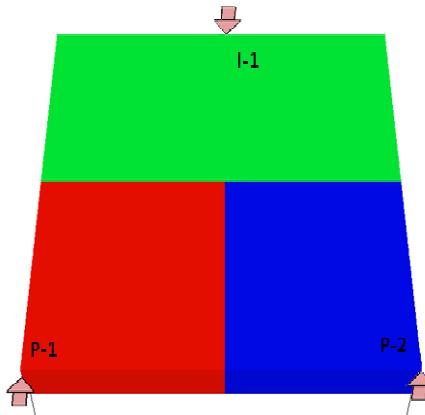


Figura 5.4. Regiões de permeabilidade do caso simples

A vazão máxima de produção de cada poço será de $30\text{m}^3/\text{dia}$, logo, as variáveis de projeto, como indicadas na Eq. (5.3), podem assumir valores no intervalo $0 \leq x_{p_p,t} \leq 0,75$, para os poços produtores e $0 \leq x_{p_I,t} \leq 1$, para o poço injetor.

Tabela 5.3 – Dados/Condições operacionais dos poços

<i>Tipos</i>	<i>Produtor</i>	<i>Injetor</i>
Vazão de água no poço (m^3/d)	-	Max 44
Vazão de água na plataforma (m^3/d)	-	Max 44
Vazão de líquidos no poço (m^3/d)	Max 30	-
Vazão de líquidos na plataforma (m^3/d)	Max 40	-
Raio (m)	0,1	0,1
Razão Gás Óleo de Formação (RGO) (m^3/m^3)	Max 115,5	-
Geofac	0,37	0,37
Wfrac	1	1
Skin	0	0

Tabela 5.4 – Características do Reservatório Simples

Malha de Simulação	51(510m)x51(510m)x1(4m)
Porosidade	30%
Permeabilidade horizontal (k_h)	500 a 1500 mD
Permeabilidade vertical (k_v)	10% de k_h
Compressibilidade da Rocha a 200 kgf/cm ²	$5 \cdot 10^{-5}$ (kgf/cm ²)-1
Pressão de Saturação (P_{sat})	273 kgf/cm ²
Viscosidade a T_{res} , P_{sat}	0.97 cP
Óleo <i>in place</i>	2.2595×10^5
Tempo de concessão	16 anos

Para este reservatório, foram feitos dois estudos, o primeiro trata da otimização uni-objetivo e o segundo trata da otimização multiobjetivo. Também foi feito um estudo sobre o desempenho dos modelos substitutos, apresentado a seguir.

5.3.2.1 Desempenho dos modelos substitutos

Para este estudo, é utilizada a operação em capacidade topada (OCT) com dois ciclos de controle durante o período de concessão. O primeiro ciclo de controle abrange os primeiros seis anos e o outro os dez anos remanescentes. O espaço de projeto é bidimensional com os seguintes limites, $x_1 \geq 0.25$ e $x_2 \leq 0.75$.

Na referência (Afonso, et al., 2008) um estudo é apresentado considerando quatro diferentes situações nas quais restrições no corte d'água (WC) e/ou na pressão de fundo de poço (BHP) nos poços são ou não ativadas a nível do simulador. Nove modelos aproximados são comparados: três planos de amostragem (QMC, LCVT, LHS) e três procedimentos de ajuste de superfície: krigagem ordinária (K_0), krigagem com termos de regressão de segunda ordem (K_2) e *Multipoint Adaptive Regression Splines* (MARS), estes estudos foram conduzidos usando a plataforma DAKOTA(Adams, et al., 2010). Mantendo a técnica de amostragem fixa, a krigagem ordinária (K_0) foi a melhor em 9 do total de 12 casos, seguido pela krigagem com termos de regressão de segunda ordem (K_2).

Nesta dissertação, serão comparados os modelos de krigagem ordinária (K_0), krigagem com termos de regressão de primeira ordem (K_1), krigagem com termos de regressão de segunda ordem (K_2), do pacote DACE, funções de base radia (RBF) linear, RBF cúbica, RBF TPS, todos estes testes foram conduzidos no ambiente MATLAB. Além destes, foi utilizado o processo gaussiano (GP), na plataforma DAKOTA, que corresponde à krigagem. As Figuras 5.5 e 5.6 mostram, respectivamente, as superfícies e os contornos de cada modelo substituto citado.

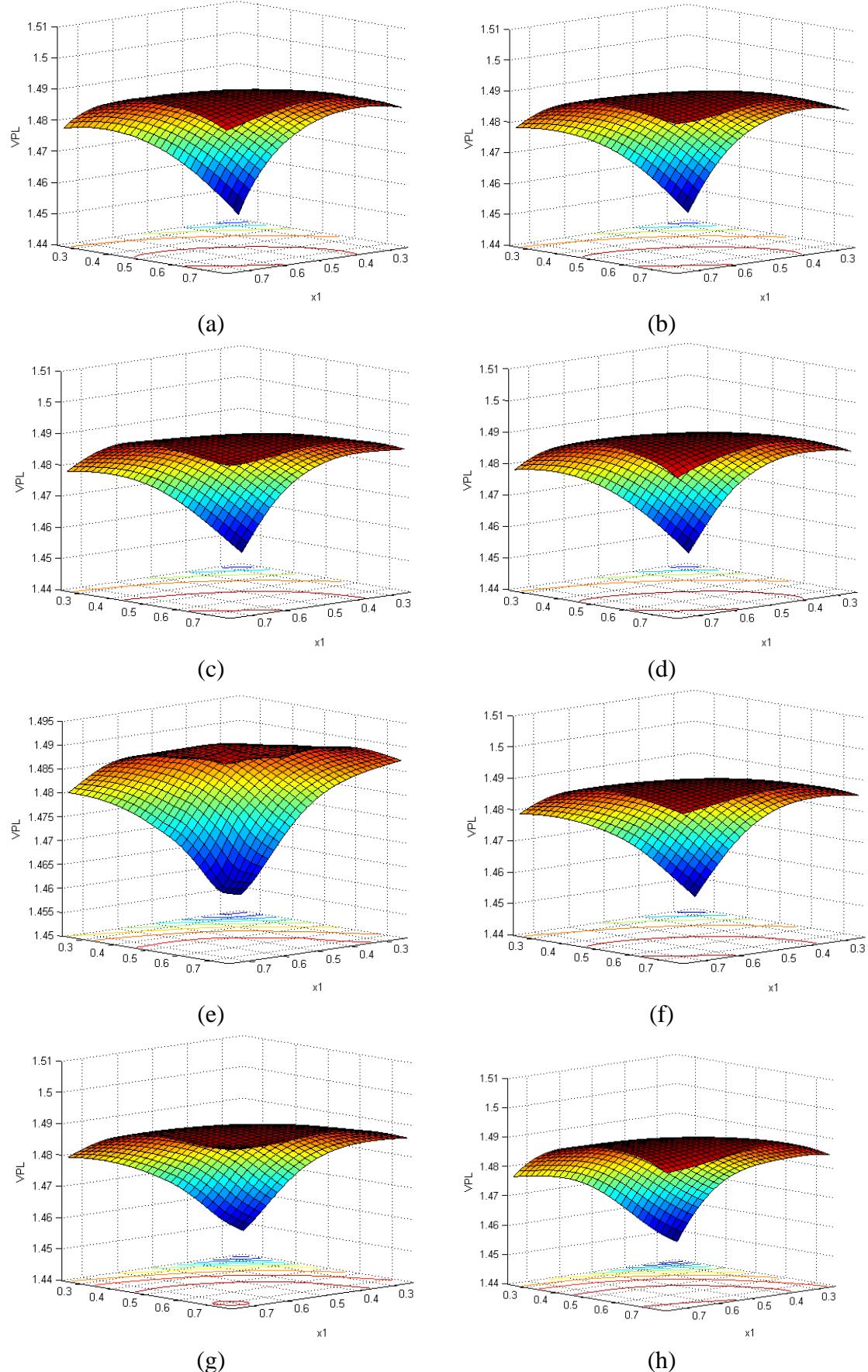


Figura 5.5 – Superfície de resposta para o VPL: (a) AF; (b) Krigagem K_0 ; (c) Krigagem K_1 ; (d) Krigagem K_2 ; (e) RBF Linear; (f) RBF Cubica; (g) RBF TPS; (h) GP

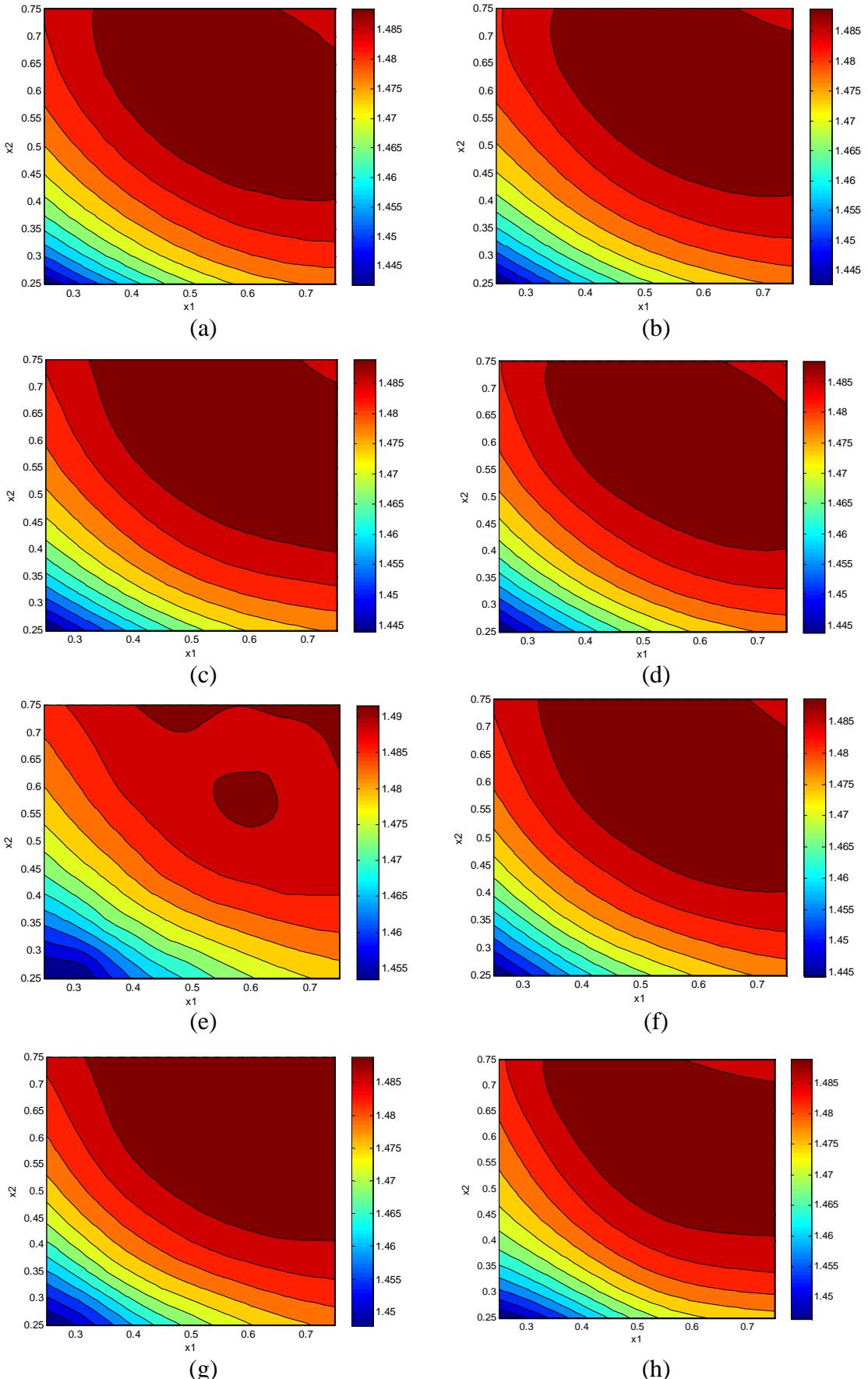


Figura 5.6 – Curvas de nível para o VPL: (a) AF; (b) Krigagem K_0 ; (c) Krigagem K_1 ; (d) Krigagem K_2 ; (e) RBF Linear; (f) RBF Cubica; (g) RBF TPS; (h) GP

Este estudo foi conduzido para mostrar a performance do caso particular de um problema com duas variáveis. Neste estudo, foi avaliada a precisão de cada modelo substituto via a métrica RMSE, como mostra a Tabela 5.5. De acordo com esta métrica, o modelo substituto que mais se aproximou do modelo de alta fidelidade foi o modelo de krigagem com termo de regressão de ordem 2 e o pior modelo foi o RBF linear.

Tabela 5.5 – Precisão dos modelos substitutos

Modelo Substituto	RMSE ($\times 10^2$)
Krigagem (K_0)	2.497
Krigagem (K_1)	3.213
Krigagem (K_2)	2.451
RBF linear	13.428
RBF cúbica	3.575
RBF TPS	6.617
Processo Gaussiano	5.405

5.3.2.2 Resultados obtidos nos estudos de problemas uni-objetivo para o reservatório 1

Os estudos realizados para problemas de otimização uni-objetivo têm como formulação básica a Eq. (5.6). A formulação apresentada na mesma é modificada de acordo com o tipo de operação da unidade de produção presente no reservatório (OCT ou OCNT) e de acordo com o planejamento dos ciclos de controle (em períodos pré-determinados ou definidos como variáveis do problema). A Tabela 5.2 apresenta as combinações investigadas nos problemas uni-objetivo para o primeiro reservatório.

Algumas metodologias de otimização são empregadas com o intuito de avaliar o comportamento dos otimizadores nos problemas propostos. As estratégias utilizadas estão descritas na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 – Métodos considerados na otimização dos problemas de otimização uni-objetivo para o primeiro reservatório.

Métodos	Descrição
AF (SQP)	Algoritmo de programação sequencial quadrática (SQP) atuando no modelo de alta fidelidade (AF)
SAO (Krigagem)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da krigagem ordinária
SAO (RBF_Linear)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da RBF linear
SAO (RBF_Cúbica)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da RBF cúbica
SAO (RBF_TPS)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da RBF TPS

Problema 1 - Operação em capacidade topada com definição prévia dos tempos dos ciclos de controle para o primeiro reservatório

Neste problema, a unidade de produção instalada no reservatório opera em capacidade máxima e a duração dos ciclos de controle é definida previamente.

A vazão de líquido produzido é fixada em 40 m³/dia, e sendo a vazão máxima de líquido, para cada poço produtor, limitada a 30 m³/dia, é exigida uma vazão mínima de 10 m³/dia para cada poço, para atender a operação em capacidade topada da unidade.

Com base nessas definições, são consideradas como variáveis de controle o rateio de um dos poços produtores (o poço P-1), ao longo do período de concessão, alterados a cada ciclo de controle. As vazões do poço P-2 são obtidas de modo a complementar a capacidade de produção.

Sendo a unidade de produção formada por apenas um poço injetor, a vazão do mesmo é determinada como sendo o valor máximo definido na descrição das características do modelo adotado para o primeiro reservatório, 44 m³/dia, para que a operação seja em capacidade topada. A formulação do problema é dada pela equação (5.7).

Para analisar a influência da quantidade de ciclos de controle sobre o valor do resultado final da função objetivo, a otimização desse problema foi conduzida em três situações: a primeira avalia a produção ao longo do período de concessão em dois ciclos de controle (OCT-TF-2cc); a segunda avalia a produção em doze ciclos (OCT-TF-12cc) e a terceira avalia a produção em vinte e quatro ciclos de controle (OCT-TF-24cc). A Figura 5.7 indica o esquema dos ciclos de controle para cada situação estudada no problema 1.

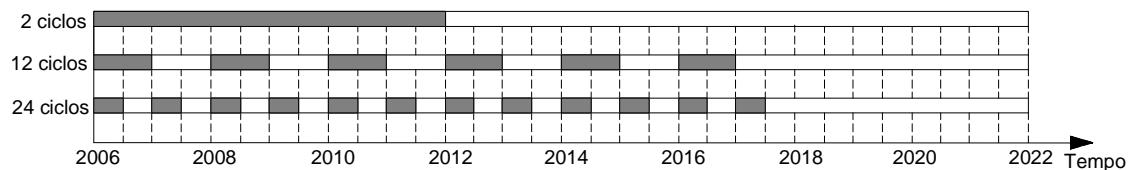


Figura 5.7. Definição dos ciclos de controle para o problema 1.

Os resultados obtidos para a situação onde são considerados dois ciclos de controle são apresentados na Tabela 5.7.

Nesta tabela também são apresentados os resultados da referência (Horowitz, et al., 2013), chamada doravante Ref1, descrita anteriormente. Nesta referência foram analisados, para o reservatório 1, todos os casos uni-objetivo tratados nesta dissertação.

Para o reservatório 2, operando em capacidade topada com tempo fixo, foram considerados 1, 4 e 6 ciclos de controle, e operando em capacidade topada ou não topada com tempo variando foi utilizado apenas três ciclos de controle. O método de otimização desta referência foi o SAO via krigagem, utilizando a plataforma DAKOTA, onde o modelo de krigagem difere do modelo utilizado nesta dissertação que utiliza o ambiente MATLAB.

Tabela 5.7 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-2cc

<i>Metodologia</i>	$f(x) (10^6 \text{ U\$})$	<i>Simulações</i>
Ref1	1,4925	55
AF (SQP)	1,4921	114
SAO (Krigagem)	1,4924	49
SAO (RBF linear)	1,4924	58
SAO (RBF cúbica)	1,4924	60
SAO (RBF TPS)	1,4924	40

De acordo com os resultados apresentados, observa-se a uniformidade nas soluções obtidas pelas diversas estratégias empregadas. A diferença entre o número de avaliações de função (simulações) consideradas poderia ser um critério para definir o algoritmo com melhor desempenho, marcado em negrito na Tabela 5.7.

Os valores das variáveis de projeto que fornecem a solução destacada, que foi obtida pelo SAO utilizando o modelo substituto via a técnica RBF TPS, são exibidas na Tabela 5.8. Na Figura 5.8 são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas. As curvas de produção acumulada destas soluções são apresentadas na Figura 5.9 (a) à (e).

Tabela 5.8 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCT-TF-2cc

<i>Ciclo de controle</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>
1	0,552	0,448	1
2	0,625	0,375	1

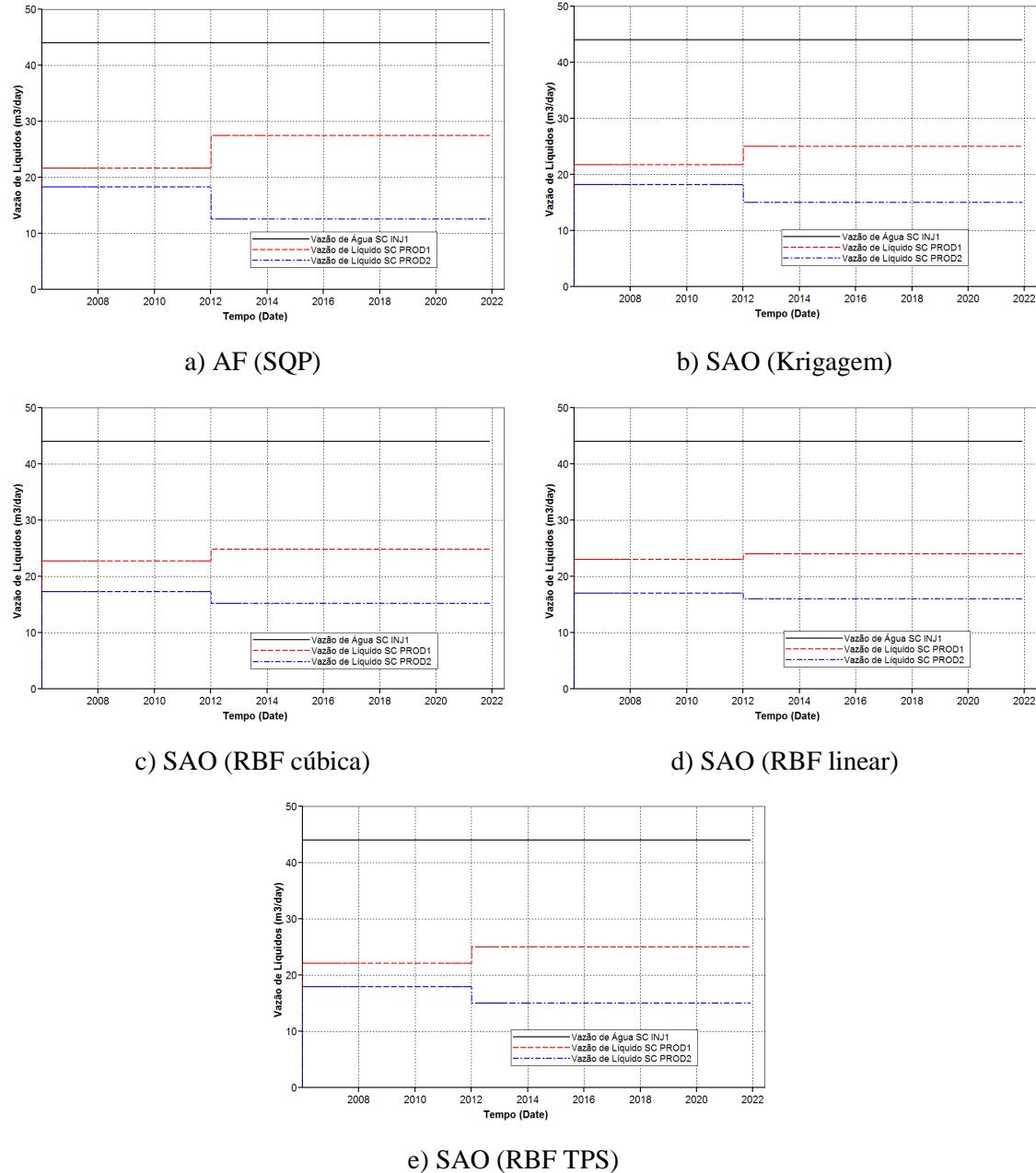


Figura 5.8. Vazões nos poços para as soluções obtidas para o problema OCT-TF-2cc: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS

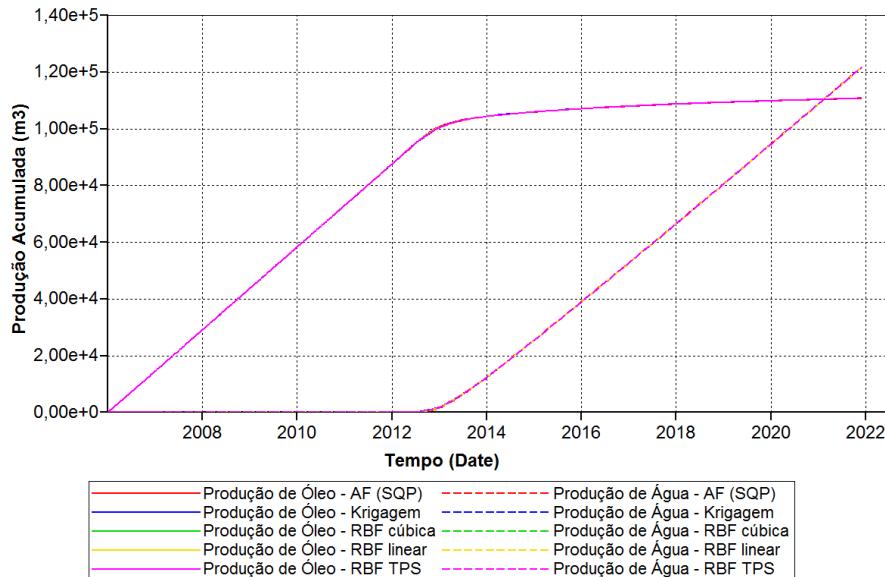


Figura 5.9. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-2cc obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbica, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS.

Os resultados obtidos para a situação onde são considerados doze ciclos de controle (OCT-TF-12) são apresentados na Tabela 5.9.

Tabela 5.9 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-12cc

Metodologia	$f(x) (10^6 \$)$	Simulações
Ref1	1,4935	500
AF (SQP)	1,4918	431
SAO (Krigagem)	1,4928	391
SAO (RBF linear)	1,4927	209
SAO (RBF cúbica)	1,4933	235
SAO (RBF TPS)	1,4929	261

De acordo com os resultados, observa-se novamente uma consistência nos valores das soluções apresentadas, onde são destacadas a RBF linear pelo menor número de simulações e a RBF cúbica pelo maior valor da função objetivo. Os valores do rateio das vazões das soluções destacadas apresentadas na Tabela 5.9 são mostrados nas Tabelas 5.10 e 5.11. Na Figura 5.10 são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas. Os históricos da produção do reservatório, relativo soluções da Tabela 5.9, são exibidos na Figura 5.11.

Verifica-se que as soluções encontradas, mostradas na Figura 5.10, são diferentes, mas os resultados são praticamente iguais, isso se deve à simplicidade do reservatório.

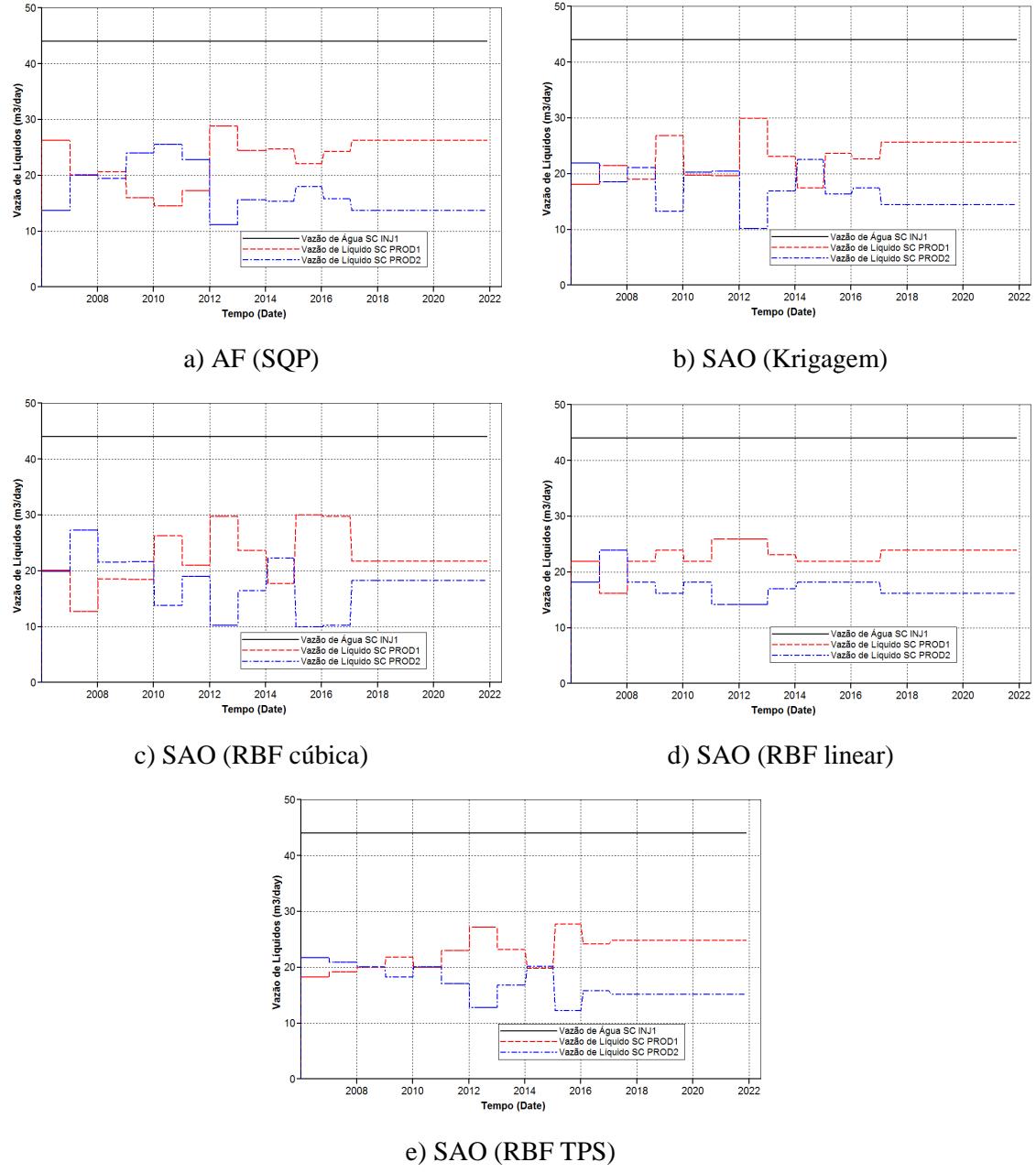


Figura 5.10. Vazões nos poços para as soluções obtidas para o problema OCT-TF-12cc: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS

Tabela 5.10 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF linear para o caso OCT-TF-12cc

<i>Ciclo de controle</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P-1	0,547	0,403	0,547	0,597	0,547	0,647	0,647	0,576	0,547	0,547	0,547	0,597
P-2	0,453	0,597	0,453	0,403	0,453	0,353	0,353	0,424	0,453	0,453	0,453	0,403
I-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 5.11 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCT-TF-12cc

<i>Ciclo de controle</i>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P-1	0,503	0,319	0,463	0,461	0,656	0,525	0,744	0,590	0,444	0,750	0,743	0,544
P-2	0,497	0,682	0,538	0,540	0,344	0,475	0,256	0,411	0,556	0,250	0,257	0,456
I-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

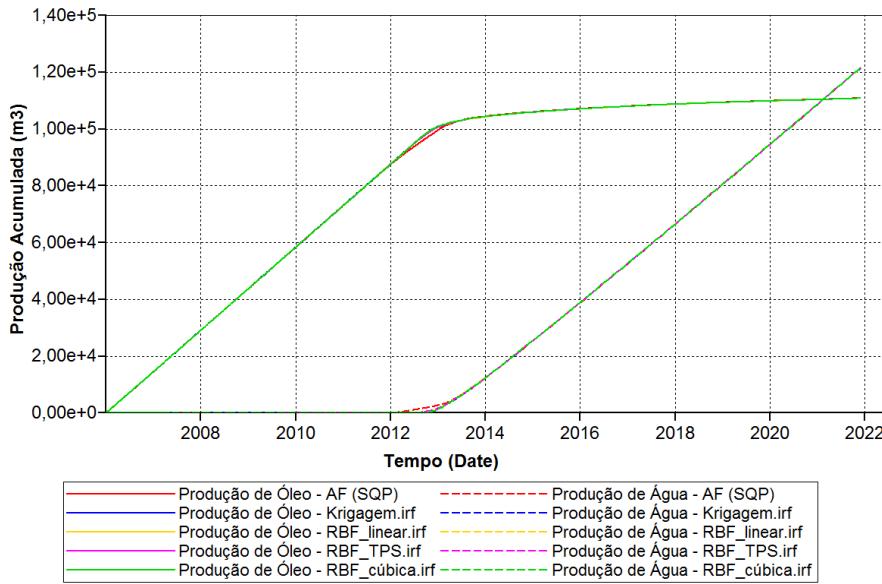


Figura 5.11. Curvas de produção acumulada com os resultados para o problema OCT-TF-12cc obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbica, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

Os resultados obtidos para a situação onde são considerados vinte e quatro ciclos de controle (OCT-TF-24) são apresentados na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-24cc

Metodologia	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	Simulações
Ref1	1,4936	720
AF (SQP)	1,4900	413
SAO (Krigagem)	1,4924	652
SAO (RBF linear)	1,4931	452
SAO (RBF cúbica)	1,4928	552
SAO (RBF TPS)	1,4928	652

Da mesma forma que ocorre nos casos anteriores, com base nos resultados apresentados, há uma consistência nas soluções encontradas em termos do VPL ótimo, a menos da solução de alta fidelidade, que ficou aquém das outras soluções. Dentre as soluções via a técnica SAO, a RBF linear obteve o melhor resultado, comparando o número de avaliações de função (simulações). Notar que com o aumento do número de ciclos de controle, o VPL diminuiu um pouco em relação ao caso anterior, com 12 ciclos e o número de simulações aumentou.

Os históricos da produção do reservatório, para as soluções da Tabela 5.12, são exibidos na Figura 5.12. Já as variáveis de projeto da solução destacada são apresentados na Tabela 5.13 e na Figura 5.13 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas.

Tabela 5.13 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF linear para o caso OCT-TF-24cc

Ciclo de controle	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
P-1	0,4979	0,5081	0,4628	0,3792	0,5144	0,4365	0,4500	0,4634	0,4500	0,4500	0,5488	0,7454
P-2	0,5021	0,4919	0,5372	0,6208	0,4856	0,5635	0,5500	0,5366	0,5500	0,5500	0,4512	0,2546
I-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Ciclo de controle	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
P-1	0,7500	0,7442	0,5809	0,5003	0,4989	0,5983	0,5793	0,6500	0,5500	0,6500	0,5500	0,6246
P-2	0,2500	0,2558	0,4191	0,4997	0,5011	0,4017	0,4207	0,3500	0,4500	0,3500	0,4500	0,3754
I-1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

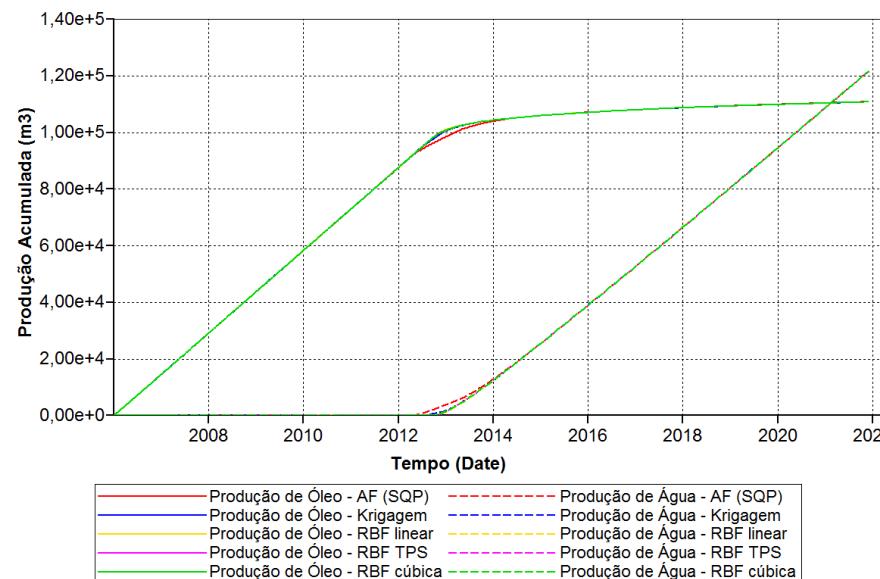


Figura 5.12. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-24cc com os resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbica, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

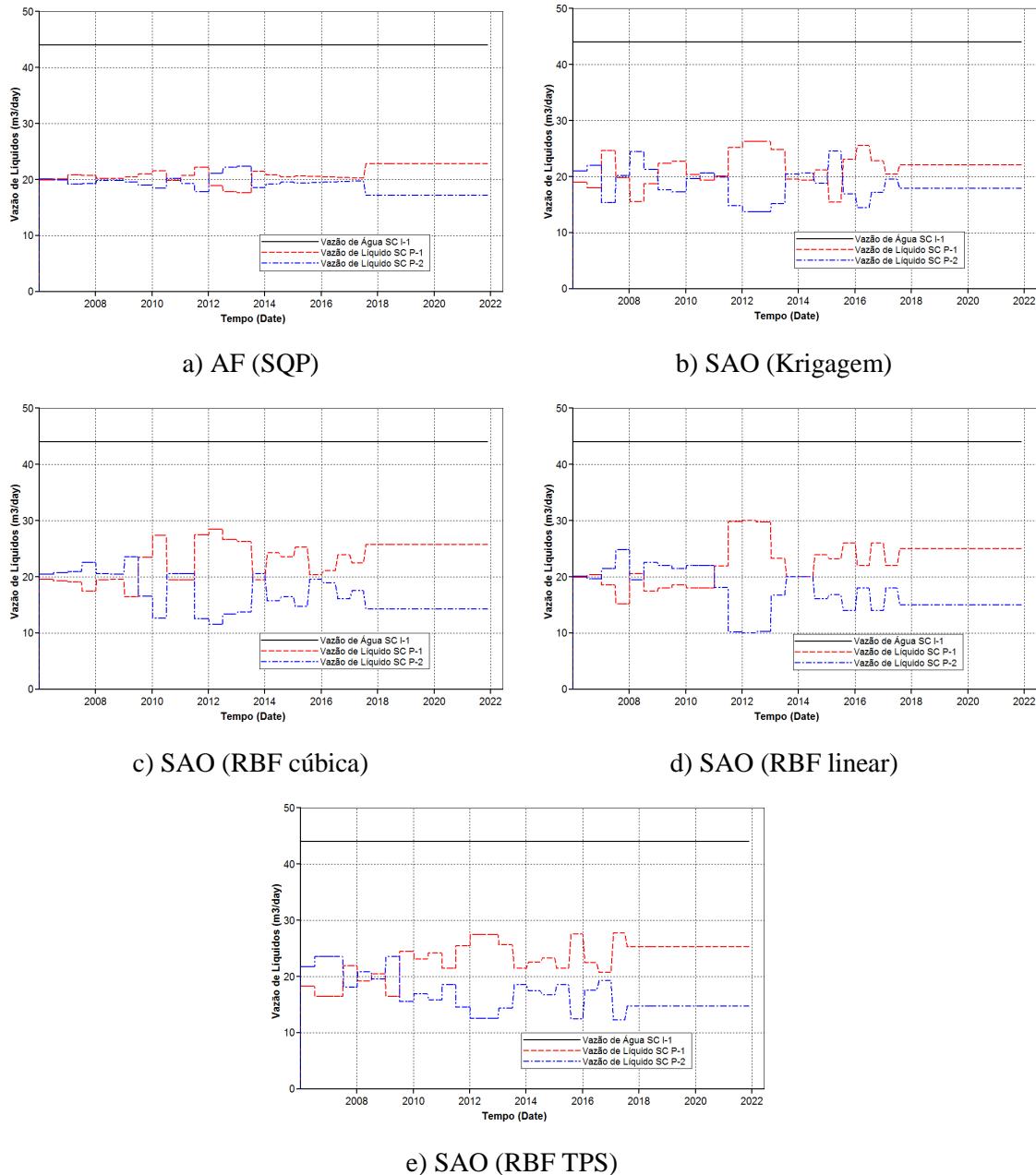


Figura 5.13. Vazões nos poços para o problema OCT-TF-24cc.soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS

Problema 2 – Operação em capacidade não topada com definição prévia do tempo dos ciclos de controle para o primeiro reservatório

A vazão de líquido da unidade de produção nesta situação pode ser menor ou igual a 40 m³/dia, não sendo necessária uma vazão mínima para cada poço produtor, apenas um limite inferior necessário para o algoritmo de otimização de 0,04 m³/dia.

Como o reservatório em estudo possui apenas um poço injetor, e a operação em capacidade máxima não é mais exigida, a manutenção da pressão média do reservatório,

que era atendida automaticamente nas situações anteriores, passa a ser uma restrição imposta na formulação do problema de otimização.

Com base nessas definições, são consideradas como variáveis de projeto os rateios de todos os poços, produtores e injetor, ao longo do período de concessão, alterados a cada ciclo de controle. A formulação do problema é dado pela Eq. (5.9).

Nesse problema foi investigada apenas uma situação com três ciclos de controle que avalia a produção ao longo do período de concessão. A Figura 5.14 apresenta a distribuição dos três ciclos de controle considerada para esse problema.

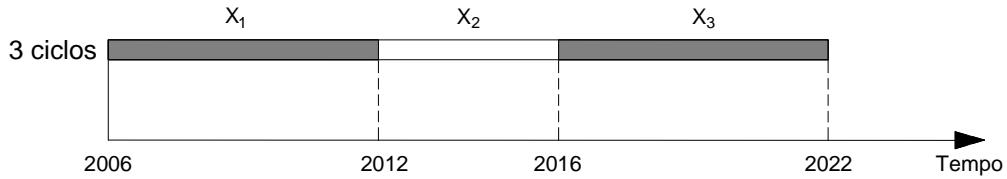


Figura 5.14. Definição dos ciclos de controle para o problema 3.

Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 – Resultados obtidos no problema OCNT-TF-3cc

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
Ref1	1,7246	-
AF (SQP)	1,7092	181
SAO (Krigagem)	1,7246	481
SAO (RBF linear)	1,7233	1001
SAO (RBF cúbica)	1,7244	1001
SAO (RBF TPS)	1,7235	901

Os resultados obtidos mostram que a metodologia SAO foi consistente no uso dos diferentes modelos substitutos utilizados.

Os valores do rateio das vazões da melhor solução são apresentados na Tabela 5.15 e na Figura 5.15 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas. Nota-se, a partir destes resultados, que as melhores soluções dadas foram conseguidas com o fechamento de todos os poços em 2016, situação que não seria possível no caso topado. Os históricos da produção do reservatório, para as soluções da Tabela 5.14, são exibidos na Figura 5.16.

Tabela 5.15 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso OCNT-TF-3cc

<i>Ciclo de controle</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>
1	0,401	0,599	0,922
2	0,349	0,053	0,365
3	0,001	0,003	0,003

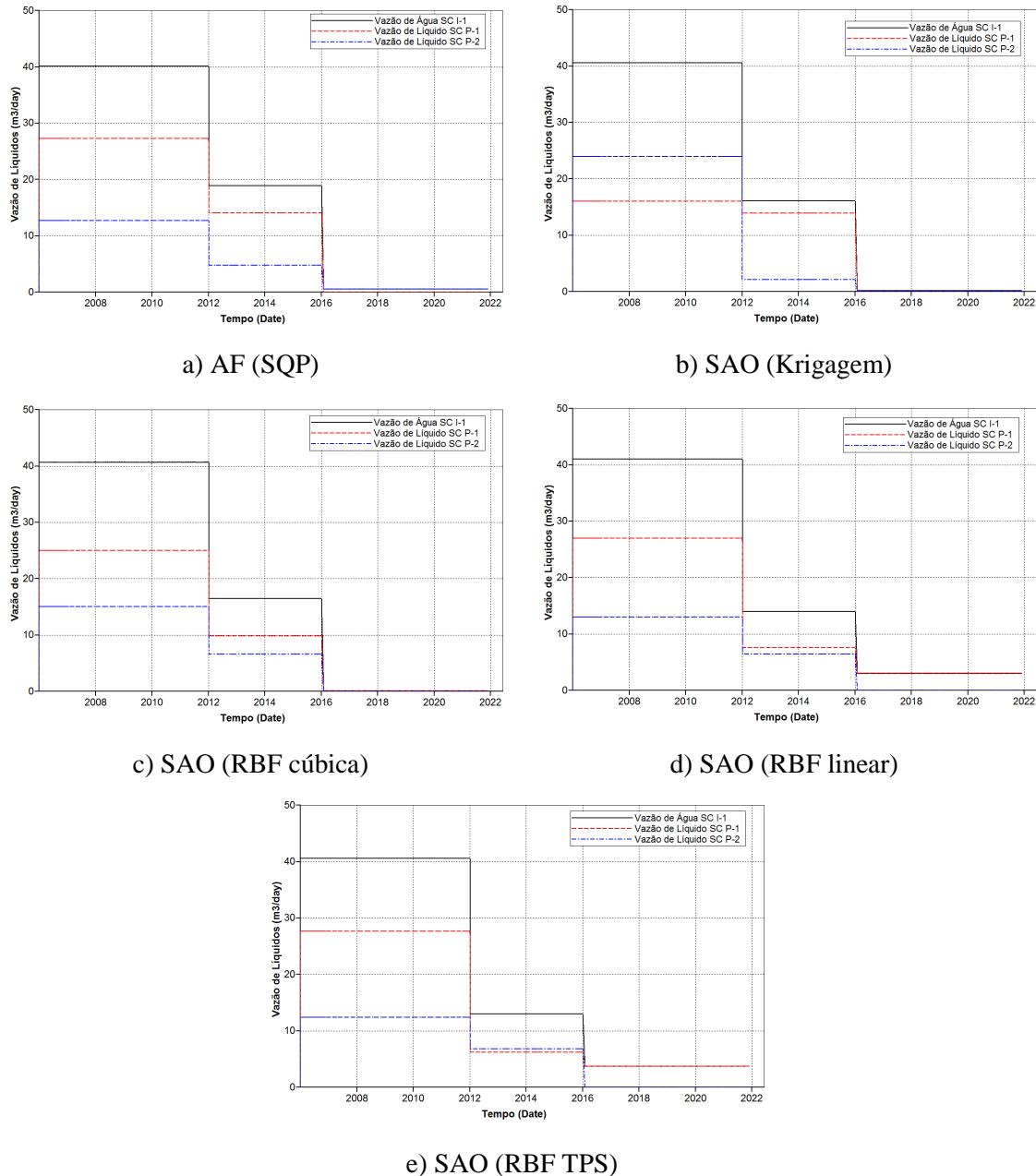


Figura 5.15. Vazões nos poços para o problema OCNT-TF-3cc obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS

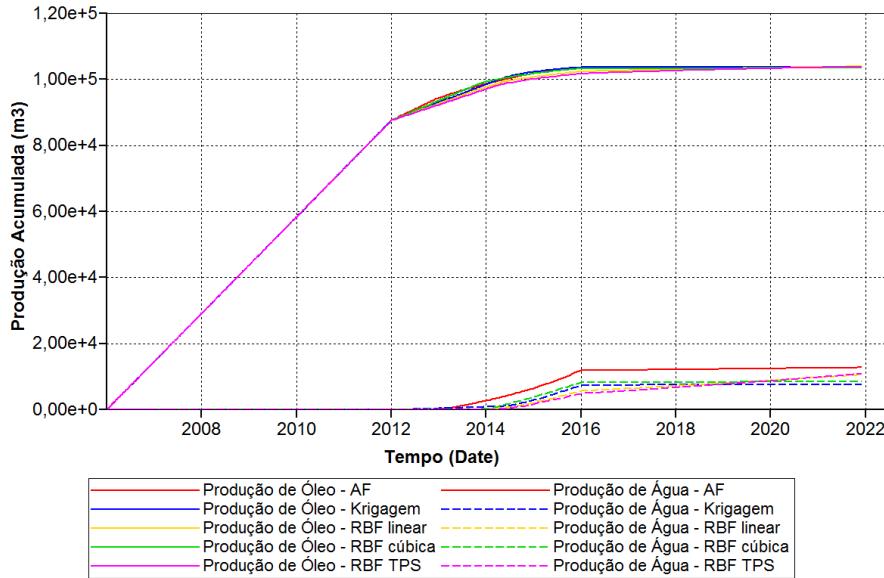


Figura 5.16. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TF-3cc obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via linear e SAO via TPS

Problema 3 – Operação em capacidade topada com o tempo de mudança dos ciclos de controle como variável para o primeiro reservatório

Neste problema, a unidade de produção opera em sua capacidade máxima, como no problema 1, e a duração do ciclo de controle agora é considerada como variável de projeto.

Com base nessas definições, são consideradas como variáveis referentes ao controle das vazões, o rateio de apenas um dos poços produtores ao longo do período de concessão, alterados a cada ciclo de controle. As variáveis relacionadas com a duração dos ciclos de controle podem ser mais bem interpretadas visualizando a Figura 5.3. A formulação do problema é dada pela Eq. (5.12).

Nesse problema foi investigada apenas uma situação que avalia a produção ao longo do período de concessão em cinco ciclos de controle. Os resultados obtidos para esta situação são mostrados na Tabela 5.16.

Tabela 5.16 – Resultados obtidos no problema OCT-TV-5cc

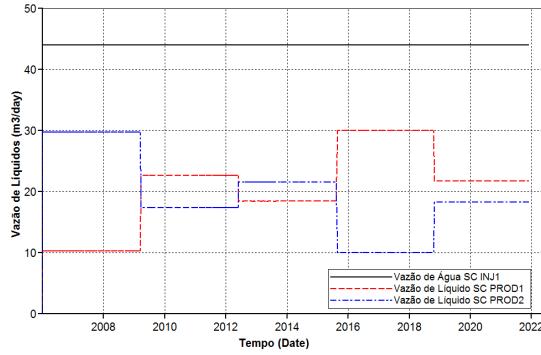
Metodologia	$f(x) (10^6 \$)$	Simulações
Ref1	1,4932	-
AF (SQP)	1,4910	210
SAO (Krigagem)	1,4930	261
SAO (RBF linear)	1,4923	241
SAO (RBF cúbica)	1,4929	181
SAO (RBF TPS)	1,4925	181

Assim como no caso anterior, os resultados obtidos mostram que a metodologia SAO foi consistente no uso dos diferentes modelos substitutos utilizados e apenas a solução utilizando o SQP operando no modelo de alta fidelidade apresentou um desempenho inferior.

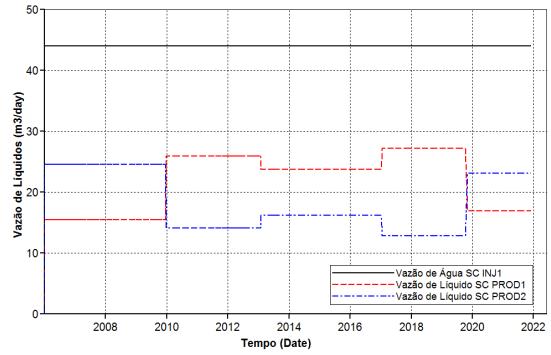
Os valores do rateio das vazões da solução destacada são apresentados na Tabela 5.17 e na Figura 5.17 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas. Os históricos da produção do reservatório, para as soluções da Tabela 5.16, são exibidos na Figura 5.18.

Tabela 5.17 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCT-TV-5cc

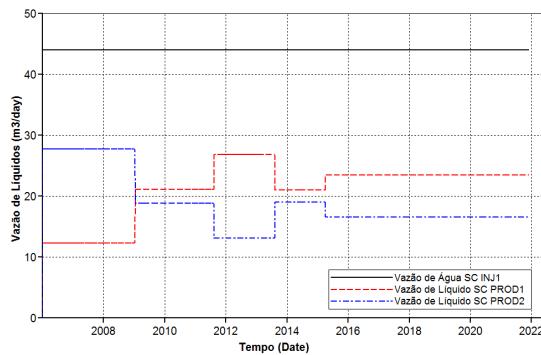
<i>Ciclo de controle</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-I</i>	<i>Duração</i>
1	0,307	0,693	1	0,189
2	0,529	0,471	1	0,162
3	0,672	0,328	1	0,124
4	0,525	0,475	1	0,104
5	0,586	0,414	1	0,422



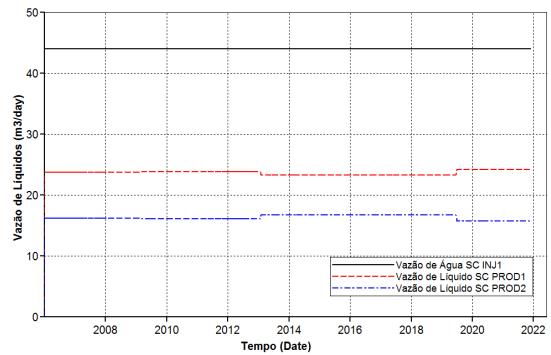
a) AF (SQP)



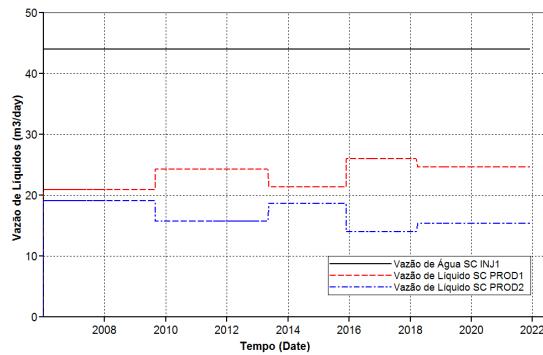
b) SAO (Krigagem)



c) SAO (RBF cúbica)



d) SAO (RBF linear)



e) SAO (RBF TPS)

Figura 5.17. Vazões nos poços para o problema OCT-TV-5cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS

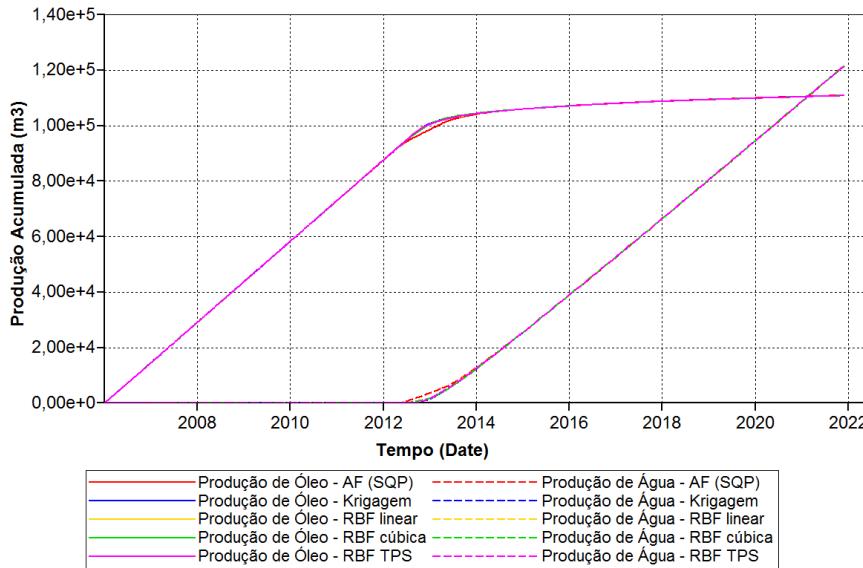


Figura 5.18. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TV-5cc com os resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via linear e SAO via TPS

Problema 4 – Operação em capacidade não topada com o tempo de mudança dos ciclos de controle como variável para o primeiro reservatório

O quarto problema é o caso mais flexível tratado considerando a função uníobjetivo, a unidade de produção não precisa operar necessariamente em capacidade máxima, como no problema 2, desta forma a vazão de todos os poços entram como variáveis de projeto e a duração dos ciclos de controle não é definida de forma prévia, acrescentando o tempo de mudança do ciclo de controle como variável de projeto, como foi feito no problema 3 e esquematizado na Figura 5.3. A formulação do problema é dada pela Eq. (5.14).

Nesse problema foi investigada apenas uma situação que avalia a produção ao longo do período de concessão em três ciclos de controle. Os resultados obtidos para esta situação são mostrados na Tabela 5.18.

Tabela 5.18 – Resultados obtidos no problema OCNT-TV-3cc

Metodologia	$f(x)$ (10^6 \$)	Simulações
Ref1	1,7364	-
AF (SQP)	1,6042	193
SAO (Krigagem)	1,6955	938
SAO (RBF linear)	1,7291	1129
SAO (RBF cúbica)	1,7283	961
SAO (RBF TPS)	1,7306	721

Como este problema é o mais geral deste reservatório, considerando o problema uni-objetivo, e também o mais complexo, os algoritmos tiveram um pouco mais de dificuldade para encontrar o ponto ótimo. Os resultados em termos de VPL foram consistentes e apenas a solução AF (SQP) obteve um resultado aquém do esperado, que é um valor próximo a $\$1,7 \times 10^6$.

Os valores do rateio das vazões dos resultados destacados são mostrados nas Tabelas 5.19 e 5.20 e na Figura 5.19 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas. Os históricos da produção do reservatório, para as soluções da Tabela 5.18, são exibidos na Figura 5.20.

Tabela 5.19 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF linear para o caso OCNT-TV-3cc

<i>Ciclo de controle</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>	<i>Duração</i>
1	0,595	0,405	0,923	0,266
2	0,543	0,458	0,909	0,179
3	0,06	0,001	0,055	0,556

Tabela 5.20 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TV-3cc

<i>Ciclo de controle</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>	<i>Duração</i>
1	0,601	0,399	0,909	0,099
2	0,557	0,443	0,950	0,345
3	0,079	0,001	0,072	0,556

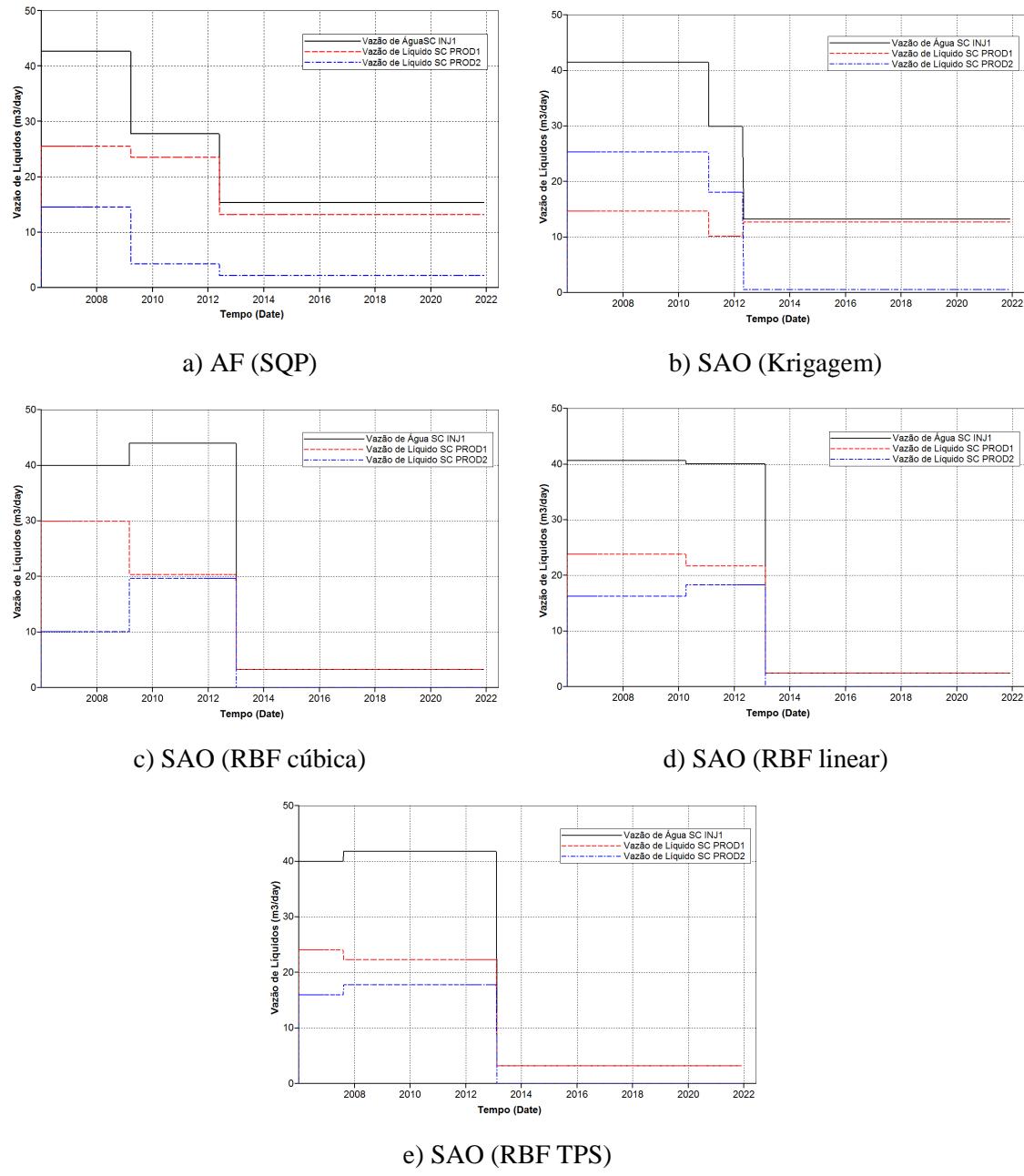


Figura 5.19. Vazões nos poços para o problema OCNT-TV-3cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbica, d) SAO via RBF linear e e) SAO via TPS

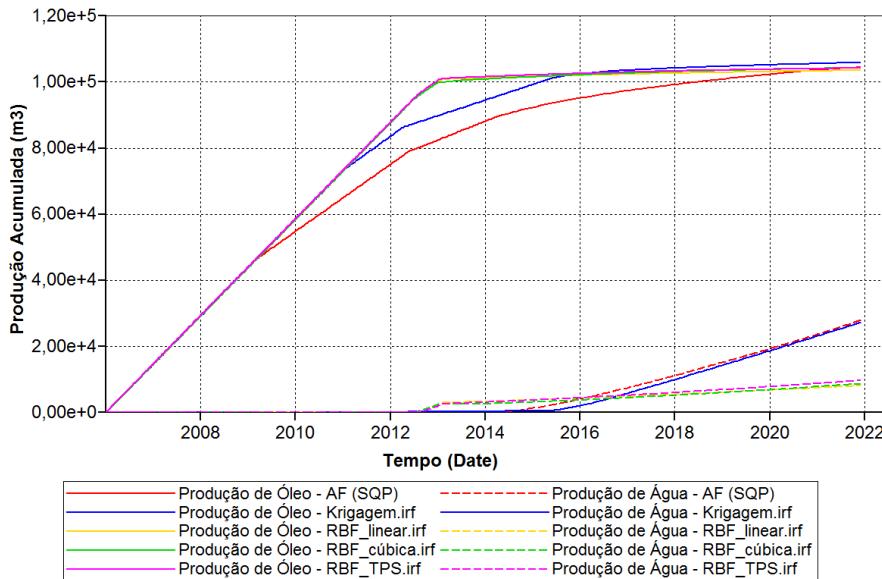


Figura 5.20. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TV-3cc com os resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via linear e SAO via TPS

As soluções encontradas pelo modelo de alta fidelidade e pelo SAO via krigagem foram diminuir as vazões de produção nos tempos 2009 e 2011, respectivamente, por isso a diferença na produção acumulada de óleo destas duas curvas em relação aquelas encontradas pelo SAO via RBF.

A Tabela 5.21 traz um resumo dos resultados alcançados para o reservatório 1, destacando a melhor metodologia para cada problema em termos do VPL ótimo. Pode ser observado, nesta tabela, que o VPL para os casos OCNT é 15,5% maior do que para os casos OCT. Essa diferença se deve à menor injeção de água, permitida para o caso OCNT, que implica em uma menor produção de água, como pode ser visto comparando, por exemplo, as Figuras 5.18 (OCT) e 5.20 (OCNT).

Tabela 5.21 – Resumo dos resultados das otimizações

<i>Problema</i>	<i>Metodologia</i>	<i>VPL (x10⁶ \$)</i>	<i>Simulações</i>
OCT-TF-2cc	SAO (RBF TPS)	1,4924	40
OCT-TF-12cc	SAO (RBF cúbica)	1,4933	235
OCT-TF-24cc	SAO (RBF linear)	1,4931	452
OCNT-TF-3cc	SAO (Krigagem)	1,7245	401
OCT-TV-5cc	SAO (RBF cúbica)	1,4929	181
OCNT-TV-3cc	SAO (RBF linear)	1,7291	1129

Foi visto que para os problemas testados, as soluções de cada metodologia foram diferentes, mas os resultados foram praticamente iguais. Além disso, quando o reservatório opera em capacidade topada (OCT), foi verificado que os resultados do

VPL também foram praticamente iguais, independente do número de ciclos de controle ou se o tempo de mudança dos ciclos foi utilizado como variável de controle. O mesmo ocorreu para o caso OCNT.

5.3.2.3 Soluções multiobjetivo para o reservatório 1

Como mencionado no início deste capítulo, no caso da otimização multiobjetivo, as funções objetivas consideradas são a produção acumulada de óleo (N_p) e a injeção acumulada de água (W_i).

A otimização de múltiplos objetivos simultaneamente têm como formulação básica as Eqs. (4.1) e (4.2). É utilizada, neste estudo multiobjetivo, a operação em capacidade não topada com tempo fixo, cuja formulação é dada pela Eq. (5.9).

Com relação ao planejamento dos ciclos de controle, para os testes apresentados nesta seção, é considerado apenas o estudo da exploração em três ciclos ao longo do período de concessão. As variáveis consideradas são as mesmas do caso uni-objetivo, que são os rateios de todos os poços, produtores e injetores.

Os modelos empregados na otimização também são os mesmos dos problemas uni-objetivo (apresentados na Tabela 5.6). As estratégias da otimização multiobjetivo do reservatório 1 estão descritas na Tabela 5.22.

Tabela 5.22 – Estratégias consideradas na otimização dos problemas de otimização multiobjetivo para o primeiro reservatório.

<i>Estratégia</i>	<i>Descrição</i>
AF (SQP_MO)	Algoritmo de programação sequencial quadrática atuando no modelo de alta fidelidade para problemas multiobjetivo
SAO (Krigagem_MO)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da técnica de aproximação por krigagem ordinária para problemas multiobjetivo
SAO (RBF_Linear_MO)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da técnica de aproximação por RBF linear para problemas multiobjetivo
SAO (RBF_Cúbica_MO)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da técnica de aproximação por RBF cúbica para problemas multiobjetivo
SAO (RBF_TPS_MO)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da técnica de aproximação por RBF TPS para problemas multiobjetivo

Em cada estratégia da Tabela 5.22 foram utilizadas as técnicas de soma ponderada dos objetivos (WS) e intersecção do contorno normal (NBI).

As soluções obtidas em problemas com vários objetivos são representadas através de um conjunto de pontos de Pareto, e em problemas com duas funções a serem otimizadas é comum a representação desse conjunto de forma gráfica, através da frente de Pareto, como mostrado no Capítulo 4. Foram utilizados 20 pontos de Pareto em todos os casos MO deste reservatório.

Como a quantidade de pontos obtidos é idêntica, para cada uma das estratégias indicadas na Tabela 5.22, o desempenho pode ser avaliado de acordo com a “forma” da frente de Pareto apresentada, através do parâmetro equitatividade, e/ou de acordo com a quantidade de simulações necessárias para obtenção da mesma.

Para obter respostas mais rapidamente, foi utilizado paralelismo para as soluções multiobjetivo.

Solução MO via soma ponderada - WS

As Figuras 5.21 à 5.24 apresentam a distribuição dos pontos de Pareto para o método soma ponderada (WS), nestas observa-se regiões com vazios, isso ocorre devido ao fato de que o método da Soma Ponderada não é capaz de fornecer soluções que estejam na parte não-convexa da frente de Pareto. Na Tabela 5.23 se percebe que o número de avaliações de função usando a técnica WS utilizando o modelo de alta fidelidade utilizou muito menos avaliações de função comparado às soluções usando a estratégia SAO, em compensação, a metodologia SAO via krigagem, embora tenha sido a mais custosa computacionalmente, foi a metodologia que encontrou a melhor distribuição da frente de Pareto, apresentando o menor parâmetro de equitatividade. Os pontos que representam o resultado destacado indicado na Tabela 5.23 estão exibidos na Tabela 5.24.

Tabela 5.23 – Número de avaliações de função obtido com a técnica WS

Metodologia	Simulações	Equitatividade
WS – AF (SQP)	3117	1,5098
WS – SAO krigagem	6100	0,8657
WS – SAO RBF_linear	5660	1,4457
WS – SAO RBF_cúbica	5660	1,5230
WS – SAO RBF_TPS	5720	1,5318

O método AF (SQP) não convergiu para a maioria dos pontos de Pareto, parando prematuramente, economizando assim várias simulações computacionais.

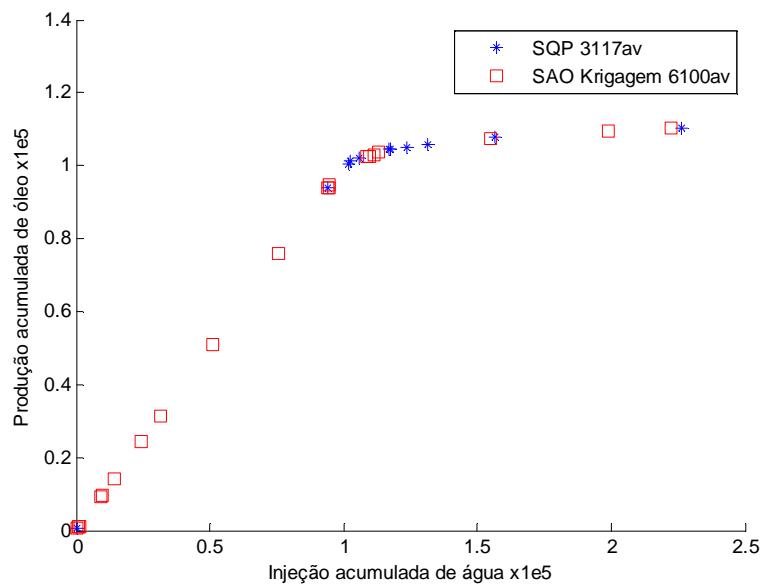


Figura 5.21. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via krigagem

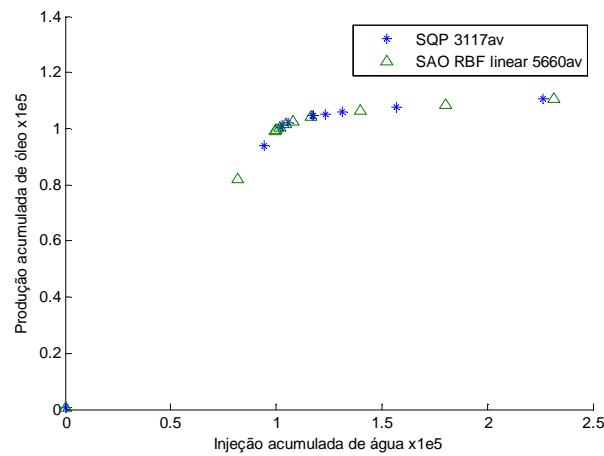


Figura 5.22. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF linear

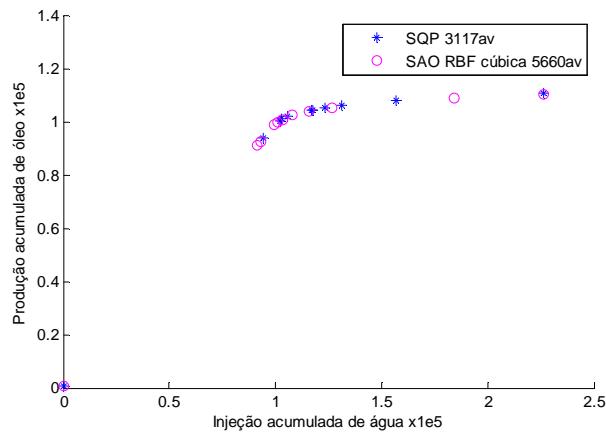


Figura 5.23. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF cúbica

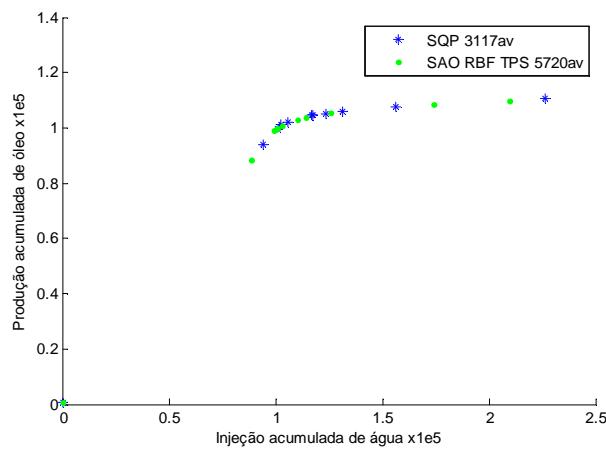


Figura 5.24. Frente de Pareto via Soma Ponderada utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF TPS

Tabela 5.24 – Resultados obtidos pelo SAO via krigagem para o problema multiobjetivo via WS do reservatório 1

<i>Ciclo de Controle</i>	1				2				3		Óleo_{prod}	Água_{inj}
<i>Ponto de Pareto</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>	(10^5 m^3)	(10^5 m^3)	
1	0,009	0,001	0,009	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,0118	0,0118	
2	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,0047	0,0047	
3	0,071	0,015	0,078	0,004	0,001	0,005	0,016	0,001	0,015	0,0927	0,0927	
4	0,062	0,021	0,075	0,005	0,002	0,006	0,022	0,001	0,021	0,0960	0,0960	
5	0,049	0,066	0,105	0,009	0,003	0,010	0,037	0,004	0,037	0,1426	0,1426	
6	0,130	0,115	0,222	0,006	0,002	0,007	0,023	0,003	0,024	0,2418	0,2418	
7	0,001	0,001	0,002	0,009	0,001	0,009	0,001	0,001	0,002	0,0091	0,0091	
8	0,083	0,163	0,224	0,110	0,018	0,116	0,023	0,003	0,023	0,3131	0,3131	
9	0,122	0,218	0,309	0,137	0,001	0,126	0,151	0,001	0,138	0,5098	0,5098	
10	0,329	0,004	0,302	0,680	0,001	0,619	0,039	0,041	0,073	0,7584	0,7584	
11	0,281	0,028	0,281	0,720	0,037	0,688	0,124	0,141	0,241	0,9413	0,9415	
12	0,240	0,055	0,268	0,732	0,125	0,779	0,124	0,091	0,195	0,9400	0,9441	
13	0,287	0,237	0,477	0,351	0,041	0,357	0,201	0,098	0,272	0,9457	0,9482	
14	0,250	0,288	0,489	0,383	0,162	0,495	0,266	0,108	0,340	1,0303	1,1130	
15	0,156	0,354	0,464	0,285	0,035	0,291	0,369	0,163	0,483	1,0252	1,0942	
16	0,145	0,382	0,478	0,274	0,015	0,264	0,326	0,198	0,476	1,0253	1,0834	
17	0,185	0,354	0,490	0,173	0,183	0,330	0,373	0,143	0,469	1,0365	1,1308	
18	0,278	0,453	0,696	0,247	0,325	0,572	0,284	0,303	0,534	1,0752	1,5467	
19	0,358	0,475	0,822	0,350	0,383	0,733	0,462	0,377	0,763	1,0956	1,9889	
20	0,406	0,544	0,951	0,410	0,353	0,763	0,447	0,499	0,860	1,1024	2,2254	

Solução MO via Intersecção do Contorno-Normal - NBI

As Figuras 5.25 à 5.28 mostram a distribuição de pontos de Pareto obtida quando utiliza-se a técnica NBI na solução do problema MO. Comparando-se os métodos MO, percebe-se, confrontando-se as Tabelas 5.23 e 5.25, à exceção do caso AF (SQP), que o número de simulações utilizando o NBI foi muito menor que utilizando o método WS.

Comparando os resultados obtidos através das estratégias SAO ao AF (SQP) utilizando o método NBI, através das Figuras 5.25 à 5.28, percebe-se que as soluções via o SAO foram melhores que o modelo AF (SQP) em dois aspectos, se verificou uma redução do número de avaliações da função real de 69%, como pode ser verificada na Tabela 5.25 e o parâmetro de equitatividade encontrado pelo SAO via RBF TPS foi menor que o modelo AF (SQP). Considerando que a simulação numérica da função real consome em torno de 10s em tempo de processamento, obteve-se uma redução de aproximadamente 9 horas em tempo de processamento. Os pontos que representam o resultado destacado estão exibidos na Tabela 5.26.

Quanto aos modelos SAO, o RBF além de ter conseguido uma frente de Pareto melhor distribuída, como mostram as Figuras 5.25 à 5.28 e os parâmetro de equitatividade da Tabela 5.25, realizou até 22% menos avaliações, que é o caso SAO via TPS, comparado com o modelo de krigagem, como mostra a Tabela 5.25.

Tabela 5.25 – Resultado multiobjetivo via a estratégia NBI

Metodologia	Simulações	Equitatividade
NBI – AF (SQP)	5001	0,4342
NBI – SAO krigagem	1979	0,8104
NBI – SAO RBF_linear	1699	0,5805
NBI – SAO RBF_cúbica	1759	0,5593
NBI – SAO RBF_TPS	1539	0,4067

Embora o número de simulações das metodologias que utilizam o SAO tenha sido bem menor que a metodologia de alta fidelidade, ainda é necessária muita avaliação de função. Para problemas realistas a otimização MO pode se tornar inviável, pois estes problemas irão requerer muito mais avaliações para o mesmo número de pontos de Pareto. A construção de uma frente com menos pontos e a partir destes fazer uma interpolação de outros pontos e, em seguida, verificar estes pontos pode diminuir o número de simulações.

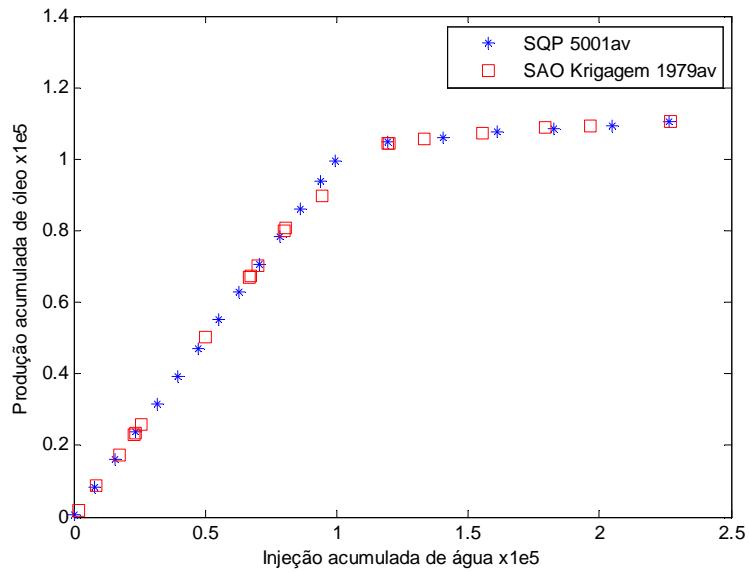


Figura 5.25. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via Krigagem

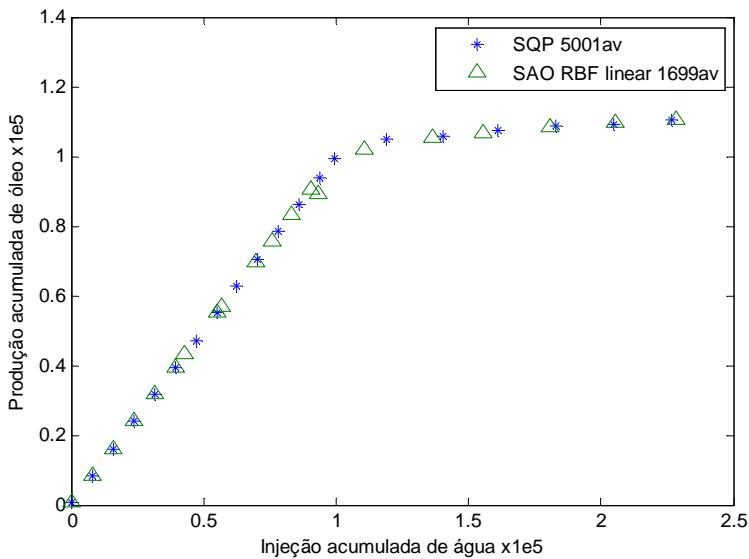


Figura 5.26. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF linear

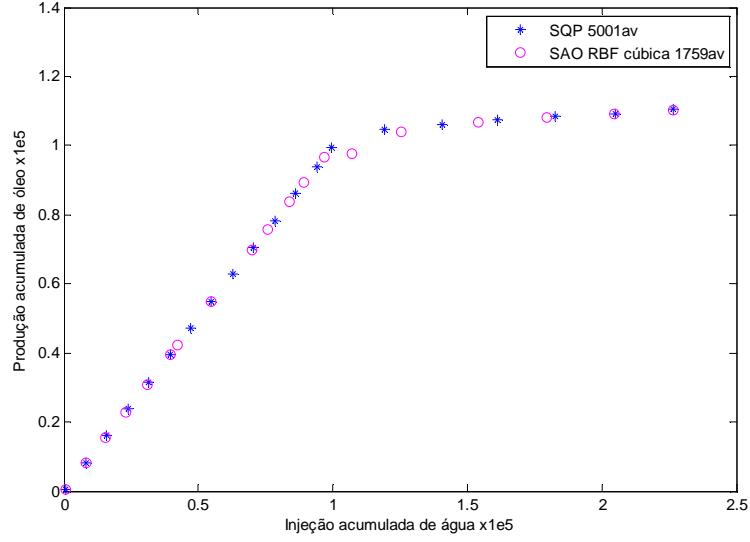


Figura 5.27. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF cúbica

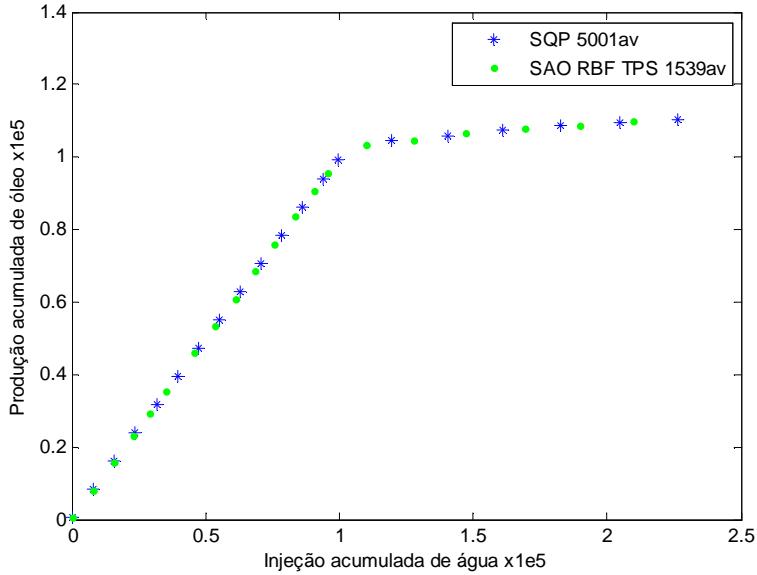


Figura 5.28. Frente de Pareto via NBI utilizando as técnicas AF (SQP) e SAO via RBF TPS

Com os resultados apresentados, percebe-se que os conjuntos de soluções encontradas pelas estratégias apresentam frentes de Pareto semelhantes, porém, o diferencial importante está no número de avaliações de função (simulações) consideradas para encontrar as mesmas. Além disso, como o objetivo da otimização MO não é obter um único ponto que representa o projeto ótimo, mas sim um conjunto de pontos a serem considerados, foi proposto por (Cramer, et al., 2012) um esquema para facilitar a escolha do possível melhor ponto dentre os pontos de Pareto encontrados. Nessa consideração, é definido que a região na frente de Pareto que

apresenta uma inflexão, possivelmente está localizada a “melhor” solução de Pareto (Oliveira, 2013). Um exemplo desta situação está indicado na Figura 5.29, obtida pelo AF (SQP), onde é destacada a região onde está localizada a possível melhor solução de Pareto. No problema de reservatório, essa região corresponde à diminuição da taxa de produção de óleo, pois será preciso injetar muito mais água para produzir a mesma quantidade de óleo produzida antes desta região.

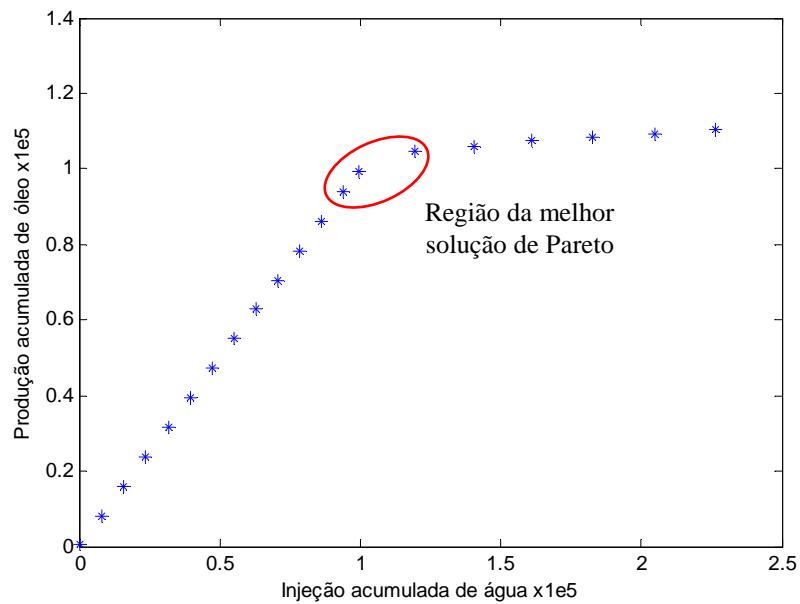


Figura 5.29. Representação da localização da possível melhor solução de Pareto do reservatório 1

Tabela 5.26 – Resultados obtidos pelo SAO via RBF TPS para o problema multiobjetivo via NBI do reservatório 1

<i>Ciclo de Controle</i>	1			2			3			Óleo_{prod} (10^5 m^3)	Água_{inj} (10^5 m^3)
<i>Ponto de Pareto</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>	<i>P-1</i>	<i>P-2</i>	<i>I-1</i>		
1	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,002	0,0047	0,0047
2	0,041	0,001	0,038	0,001	0,030	0,028	0,028	0,001	0,026	0,0803	0,0803
3	0,041	0,026	0,061	0,042	0,042	0,077	0,035	0,020	0,051	0,1560	0,1560
4	0,001	0,092	0,085	0,078	0,110	0,171	0,046	0,001	0,042	0,2316	0,2316
5	0,113	0,012	0,114	0,081	0,001	0,075	0,067	0,088	0,141	0,2914	0,2914
6	0,001	0,001	0,002	0,255	0,001	0,233	0,001	0,233	0,212	0,3532	0,3532
7	0,007	0,021	0,026	0,310	0,020	0,300	0,089	0,190	0,253	0,4586	0,4586
8	0,098	0,040	0,126	0,296	0,038	0,304	0,050	0,202	0,229	0,5342	0,5342
9	0,189	0,082	0,247	0,227	0,110	0,306	0,013	0,190	0,184	0,6099	0,6099
10	0,250	0,213	0,421	0,149	0,159	0,280	0,001	0,114	0,104	0,6855	0,6855
11	0,312	0,344	0,596	0,117	0,143	0,237	0,001	0,034	0,032	0,7574	0,7574
12	0,309	0,411	0,655	0,184	0,053	0,215	0,060	0,018	0,071	0,8369	0,8369
13	0,362	0,523	0,804	0,141	0,038	0,163	0,032	0,001	0,030	0,9086	0,9086
14	0,319	0,534	0,776	0,131	0,001	0,120	0,098	0,054	0,139	0,9571	0,9571
15	0,258	0,629	0,806	0,211	0,076	0,261	0,174	0,008	0,165	1,0340	1,1017
16	0,217	0,593	0,809	0,305	0,037	0,342	0,237	0,082	0,290	1,0467	1,2761
17	0,260	0,724	0,984	0,368	0,001	0,336	0,287	0,069	0,324	1,0663	1,4728
18	0,250	0,750	1,000	0,414	0,116	0,482	0,418	0,067	0,441	1,0800	1,6930
19	0,250	0,750	1,000	0,461	0,221	0,634	0,549	0,048	0,553	1,0882	1,8968
20	0,365	0,481	0,837	0,509	0,266	0,775	0,537	0,380	0,834	1,0991	2,0985

5.3.3 Reservatório 2: Brush Canyon Outcrop

O segundo reservatório investigado possui características mais semelhantes às situações reais, pois utiliza, para criação de seu modelo, técnicas de geoestatística e dados de afloramento. O modelo gerado reproduz um sistema deposicional turbidítico, típico de formações em águas profundas, que são características comumente encontradas nas bacias sedimentares da costa brasileira. O modelo numérico é constituído de uma malha de 43x55x6 blocos. Esse caso foi apresentado em (Oliveira, 2006). O reservatório possui 12 poços, sendo 7 produtores e 5 injetores, como mostrado na Figura 5.30. A vazão individual de cada poço produtor não pode exceder o valor de 900 m³/dia, e o somatório das mesmas não pode ultrapassar os 5000 m³/dia. Para os poços injetores, a máxima vazão individual é limitada ao valor de 1500 m³/dia, e o somatório das mesmas não pode ultrapassar o valor de 5750 m³/dia, como mostra a Tabela 5.27. O tempo de concessão foi de 24 anos, com início de produção em janeiro de 2006. A Tabela 5.28 apresenta um resumo das características gerais deste modelo.

As variáveis de projeto ligadas aos poços produtores podem assumir valores no intervalo $0,001 \leq x_{p_p,t} \leq 0,18$ e os poços injetores podem assumir valores no intervalo $0,001 \leq x_{p_i,t} \leq 0,2609$.

Tabela 5.27 – Dados/Condições operacionais dos poços

Tipo	Produtor	Injetor
Vazão de água no poço (m ³ /d)	-	Max 1500
Vazão de água na plataforma (m ³ /d)	-	Max 5750
Vazão de líquidos no poço (m ³ /d)	Max 900	-
Vazão de líquidos na plataforma (m ³ /d)	Max 5000	-
Raio (m)	0,080	0,080
Razão Gás Óleo de Formação (RGO) (m ³ /m ³ std)	Max 78,1	-
Geofac	0,37	0,37
Wfrac	1	1
Skin	0	0

Tabela 5.28 – Características do Reservatório Brush Canyon Outcrop

Malha de Simulação	43 (4300 m) x 55 (5500 m) x 6 (var)
Porosidade	16% a 28%
Permeabilidade horizontal (k_h)	157 a 2592 mD
Permeabilidade vertical (k_v)	30% de k_h
Compressibilidade da Rocha a 1019 kgf/cm ²	2×10^{-7} (kgf/cm ²) ⁻¹
Pressão de Saturação (P_{sat})	101.97 kgf/cm ²
Viscosidade a T_{res} , P_{sat}	0.77 cP
Óleo <i>in place</i>	$8,1881 \times 10^7$
Tempo de concessão	24 anos

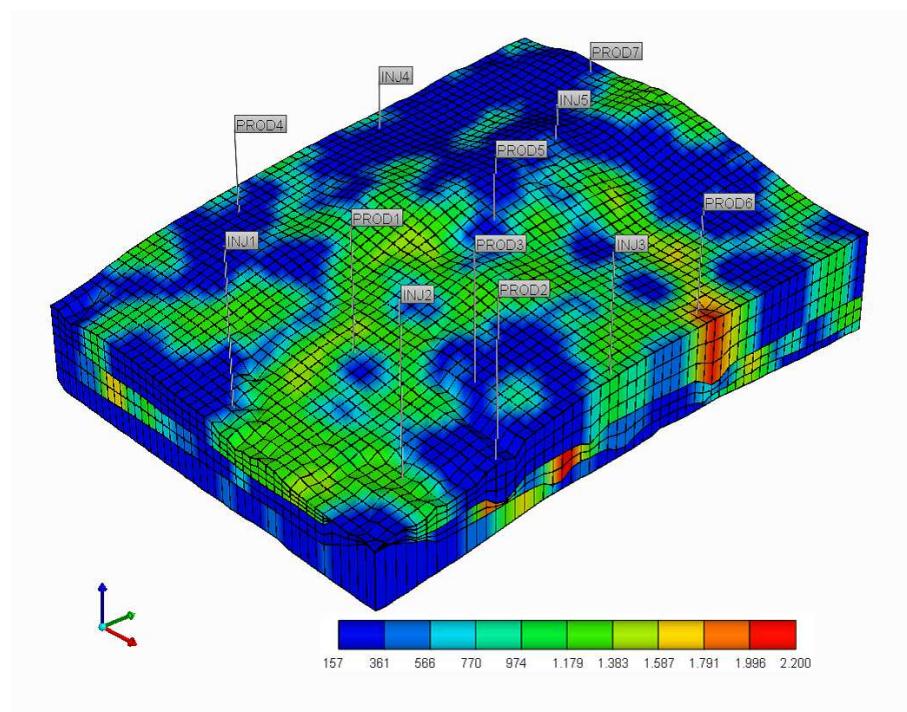


Figura 5.30. Reservatório 2: Campo de permeabilidade e locação dos poços

5.3.3.1 Resultados obtidos nos estudos de problemas uni-objetivo para o reservatório 2

Os estudos realizados para problemas de otimização uni-objetivo deste reservatório seguem as mesmas considerações do primeiro reservatório, que têm como formulação básica a Eq. (5.6). A formulação apresentada na mesma é modificada de acordo com o tipo de operação da unidade de produção presente no reservatório (OCT ou OCNT) e de acordo com o planejamento dos ciclos de controle (em períodos pré-determinados ou definidos como variáveis do problema). A Tabela 5.29 apresenta as combinações investigadas nos problemas para o segundo reservatório.

Tabela 5.29 – Problemas uni-objetivo estudados para o segundo reservatório.

<i>Problema</i>	<i>Descrição</i>
1	OCT-TF: Operação em capacidade topada, tempo fixo
2	OCNT-TF: Operação em capacidade não topada, tempo fixo
3	OCNT-TV: Operação em capacidade não topada, tempo variável

As estratégias utilizadas são as mesmas do reservatório 1, descritas na Tabela 5.6.

Problema 1 – Operação em capacidade topada com definição prévia dos ciclos de controle para o segundo reservatório

Neste problema, a unidade de produção instalada no reservatório opera em capacidade máxima e a duração dos ciclos de controle é definida previamente.

A vazão de líquido produzido é de no máximo 5000 m³/dia, e sendo a vazão máxima de líquido, para cada poço produtor, limitada a um valor máximo de 900 m³/dia, não é exigida uma vazão mínima para cada poço, pois a vazão de produção total diária pode ser atendida sem a contribuição de todos os poços produtores.

Com base nessas definições, são consideradas como variáveis de controle o rateio de seis dos poços produtores (os poços P-3, P-4, P-5, P-6, P-8 e P-10, Figura 5.30) e o rateio de quatro dos poços injetores (os poços I-1, I-2, I-7 e I-9, Figura 5.30), ao longo do período de concessão, alterados a cada ciclo de controle. As vazões dos poços P-12 e I-11 são obtidas de modo a complementar, respectivamente, a capacidade de produção e de injeção. Para se evitar a definição de valores negativos para as vazões dos poços P-12 e I-11 são impostas restrições na formulação matemática que garantem a positividade das mesmas (Oliveira, 2013). Em termos dos rateios das vazões, a formulação do problema é dado pela equação (5.7).

A otimização desse problema foi conduzida em duas situações: a primeira avalia a produção ao longo do período de concessão em um ciclo de controle (OCT-TF-1cc) e a segunda avalia a produção em três ciclos (OCT-TF-3cc), como mostra a Figura 5.31.

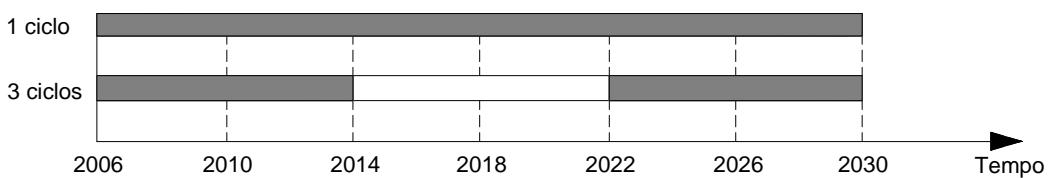


Figura 5.31. Definição dos ciclos de controle para o problema 1 do segundo reservatório

Os resultados obtidos para a situação OCT-TF-1cc são apresentados na Tabela 5.30. O melhor resultado da referência (Horowitz, et al., 2013) para o caso OCT-TF foi $\$322,78 \times 10^6$.

Tabela 5.30 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-1cc

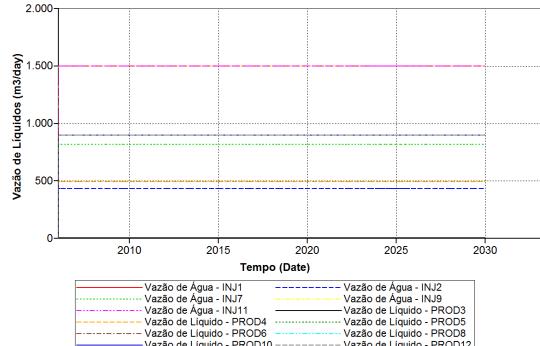
<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
AF (SQP)	304,4966	126
SAO (Krigagem)	303,4187	815
SAO (RBF linear)	304,8037	551
SAO (RBF cúbica)	316,9114	243
SAO (RBF TPS)	304,7824	331

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que a metodologia RBF cúbica obteve, em termos de VPL ótimo, um resultado muito melhor que as outras metodologias.

Os valores das variáveis de projeto que fornecem o melhor VPL da Tabela 5.30 são exibidos na Tabela 5.31 e na Figura 5.32, onde é mostrada apenas a metodologia SAO via RBF cúbica, pois, como há apenas um ciclo de controle, os valores das vazões são constantes em todos os casos. As curvas de produção acumulada destas soluções são apresentadas na Figura 5.33.

Tabela 5.31 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCT-TF-1cc

<i>Ciclo de controle</i>	1
PROD-3	0,001
PROD -4	0,099
PROD -5	0,180
PROD -6	0,180
PROD -8	0,180
PROD -10	0,180
PROD -12	0,180
INJ-1	0,261
INJ-2	0,075
INJ-7	0,142
INJ-9	0,261
INJ-11	0,261



SAO (RBF cúbica)

Figura 5.32. Vazões nos poços para o problema OCT-TF-1cc obtidas por AF (SQP)

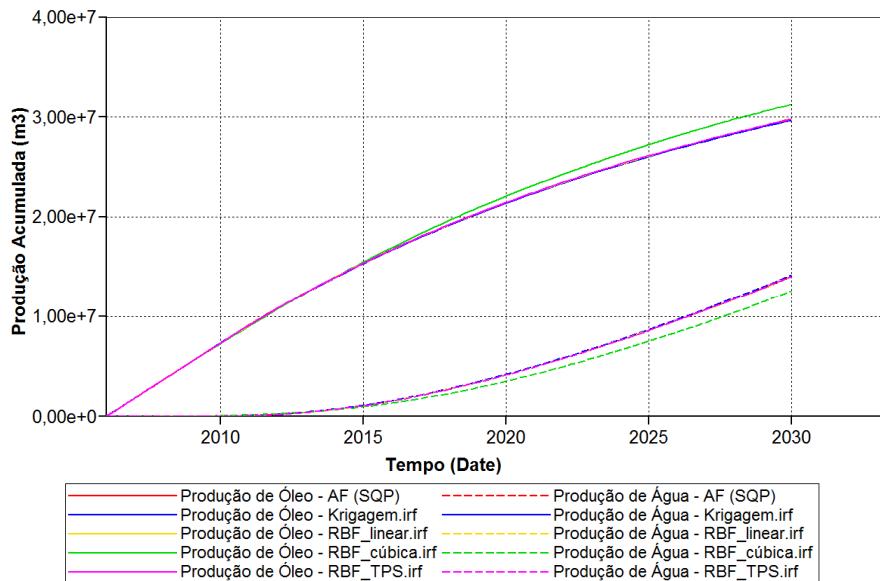


Figura 5.33. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-1cc obtidas por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

Os resultados obtidos para a situação onde são considerados três ciclos de controle (OCT-TF-3cc) são apresentados na Tabela 5.32.

Tabela 5.32 – Resultados obtidos no problema OCT-TF-3cc

Metodologia	$f(x) (10^6 \\$)$	Simulações
AF (SQP)	313,1849	332
SAO (Krigagem)	293,4905	1303
SAO (RBF linear)	321,6816	1241
SAO (RBF cúbica)	321,9974	869
SAO (RBF TPS)	322,2308	1117

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que a metodologia RBF TPS obteve o melhor resultado em termos de VPL ótimo. É notado um aumento no VPL ao utilizar três ciclos de controle comparado a um ciclo.

As curvas de produção acumulada destas soluções são apresentadas na Figura 5.34. Os valores das variáveis de projeto para o caso destacado da Tabela 5.32, são exibidos na Tabela 5.33 e na Figura 5.35 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas.

Tabela 5.33 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCT-TF-3cc

<i>Ciclo de controle</i>	1	2	3
<i>PROD-3</i>	0,003	0,001	0,001
<i>PROD-4</i>	0,101	0,099	0,101
<i>PROD-5</i>	0,178	0,180	0,180
<i>PROD-6</i>	0,180	0,180	0,180
<i>PROD-8</i>	0,180	0,180	0,178
<i>PROD-10</i>	0,178	0,180	0,180
<i>PROD-12</i>	0,180	0,180	0,180
<i>INJ-1</i>	0,261	0,261	0,259
<i>INJ-2</i>	0,011	0,206	0,092
<i>INJ-7</i>	0,206	0,011	0,130
<i>INJ-9</i>	0,261	0,261	0,259
<i>INJ-11</i>	0,261	0,261	0,261

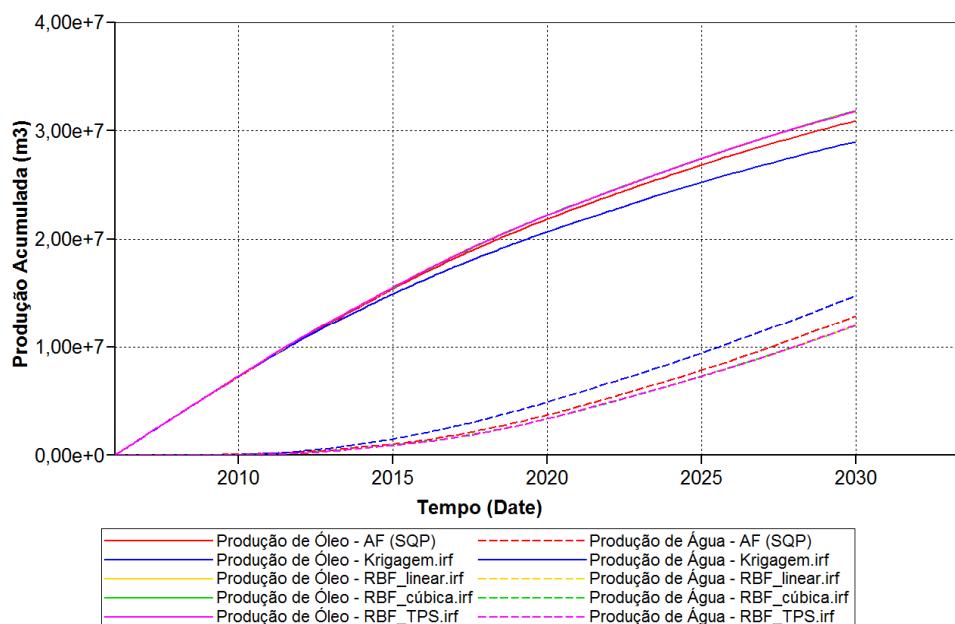


Figura 5.34. Curvas de produção acumulada para o problema OCT-TF-3cc obtidas por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

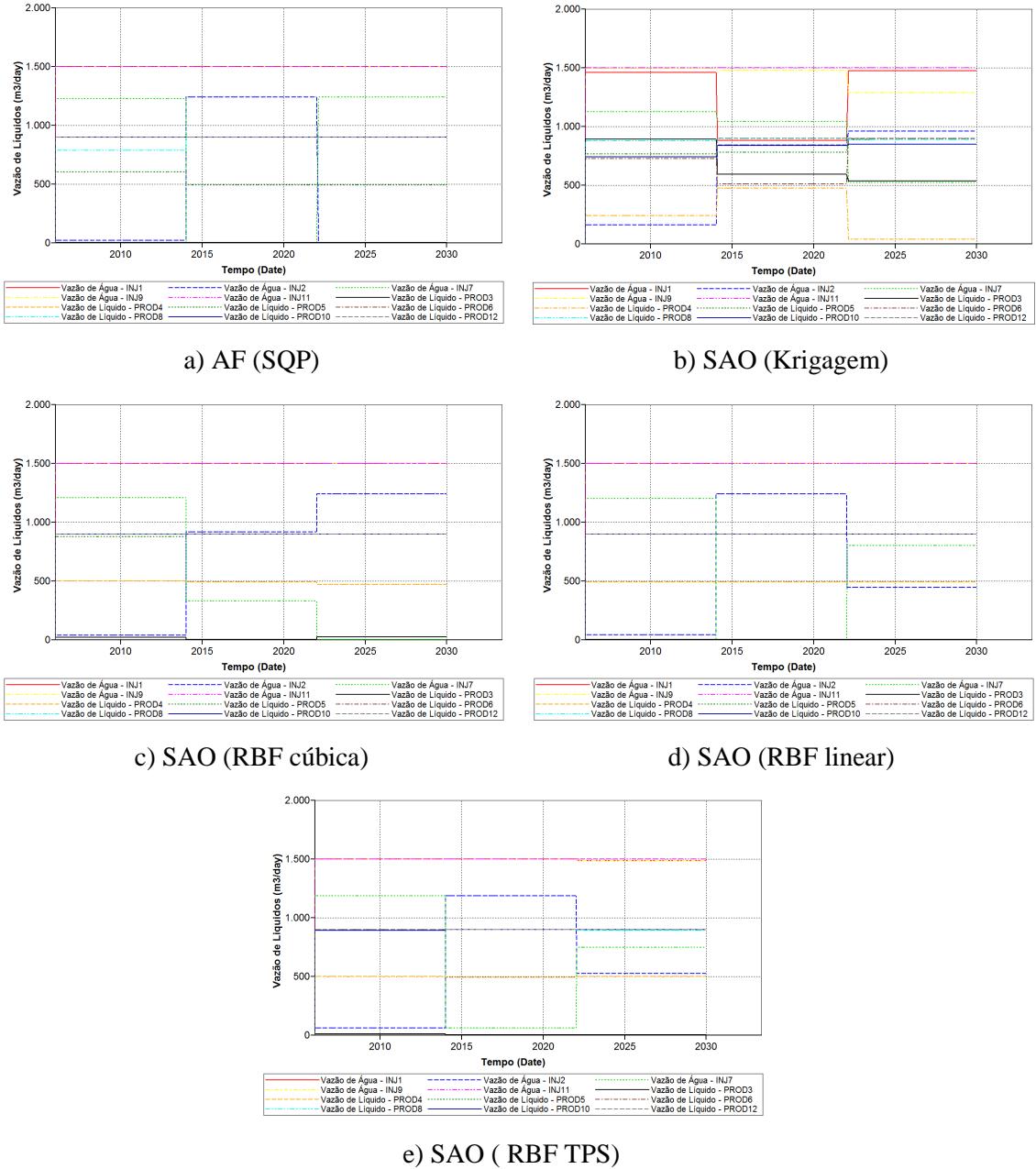


Figura 5.35. Vazões nos poços para o problema OCT-TF-3cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS.

Problema 2 – Operação em capacidade não topada com definição prévia dos ciclos de controle para o reservatório 2

No segundo problema, a unidade de produção não precisa operar necessariamente em capacidade máxima e a duração dos ciclos de controle é definida de forma prévia. A manutenção da pressão média do reservatório, que era atendida automaticamente na situação anterior, passa a ser uma restrição imposta na formulação do problema de otimização.

Com base nessas definições, são consideradas como variáveis os rateios de todos os poços, produtores e injetores, ao longo do período de concessão, alterados a cada ciclo de controle. A formulação do problema é dado pela Eq. (5.9).

Nesse problema foram investigadas duas situações que avaliam a produção ao longo do período de concessão em um ciclo de controle (OCNT-TF-1cc) e em três ciclos de controle (OCNT-TF-3cc). A Figura 5.31 apresenta a distribuição dos ciclos de controle considerada para esse problema.

Os resultados obtidos para a situação onde é considerado um ciclo de controle (OCNT-TF-1cc) são apresentados na Tabela 5.34. A título de comparação do modelo de krigagem utilizado nesta dissertação, que é feito através do pacote DACE, e o modelo de krigagem da plataforma DAKOTA, chamado processo gaussiano, as respostas encontrada por ambos são apresentados na Tabela 5.34.

Tabela 5.34 – Resultados obtidos no problema OCNT-TF-1cc

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
AF (SQP)	369,4240	280
SAO (Krigagem (DACE))	350,2022	339
SAO (Krigagem (DAKOTA))	342,6562	625
SAO (RBF linear)	371,0576	287
SAO (RBF cúbica)	377,1097	287
SAO (RBF TPS)	382,7551	287

De acordo com os resultados, a metodologia SAO via RBF foi consistente nos diferentes tipos de função de base radial utilizados, tendo o RBF TPS apresentado o melhor resultado dentre os obtidos usando a metodologia SAO. A metodologia SAO utilizando a krigagem obteve um resultado aquém do esperado, principalmente quando foi utilizada a plataforma DAKOTA, que não significa que possui um mal desempenho, visto que só foi realizado uma otimização com esta plataforma. Os valores das variáveis de projeto que fornecem a solução destacada na Tabela 5.34 são exibidos na Tabela 5.35 e na Figura 5.36 (a) à (f) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas.

Tabela 5.35 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TF-1cc

<i>Ciclo de controle</i>	1
PROD-3	0,146
PROD -4	0,054
PROD -5	0,113
PROD -6	0,175
PROD -8	0,180
PROD -10	0,175
PROD -12	0,157
INJ-1	0,115
INJ-2	0,139
INJ-7	0,113
INJ-9	0,254
INJ-11	0,250

Pode ser verificado, na Figura 5.36, que as vazões fornecidas ao simulador não são constantes durante todo o ciclo de controle, até o fim do período de concessão do reservatório, mas podem variar até a vazão máxima especificada e tem como limitantes a pressão no reservatório e a pressão no fundo dos poços. A Figura 5.37 apresenta a relação entre vazão de líquidos (linha tracejada) e a pressão de fundo de poço (linha contínua). A variação da vazão, nos poços produtores, ocorre quando a pressão de fundo de poço (BHP) máxima é atingida. O PROD6 é um exemplo desta variação na vazão, onde pode ser visto, na Figura 5.37, que no momento em que a BHP atinge o valor mínimo (linha contínua), a vazão de líquidos do poço começa a diminuir. Como não foi utilizada nenhuma restrição de BHP para este reservatório, a curva de BHP pôde atingir o valor zero. Os históricos da produção do reservatório são exibidos na Figura 5.38.

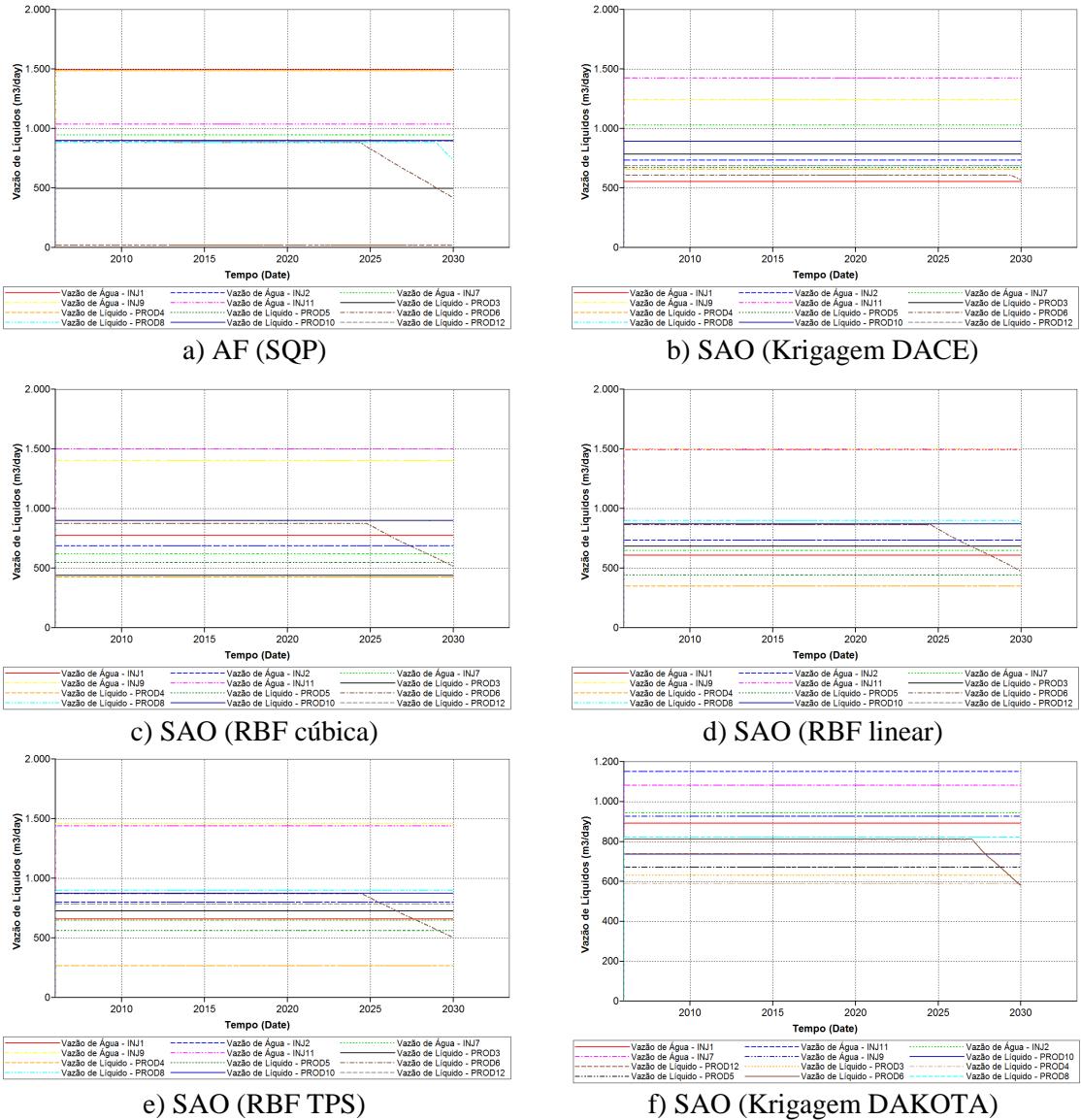


Figura 5.36. Vazões nos poços para o problema OCNT-TF-1cc para as soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem (DACE), c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear, e) SAO via RBF TPS e f) SAO via Krigagem (DAKOTA)

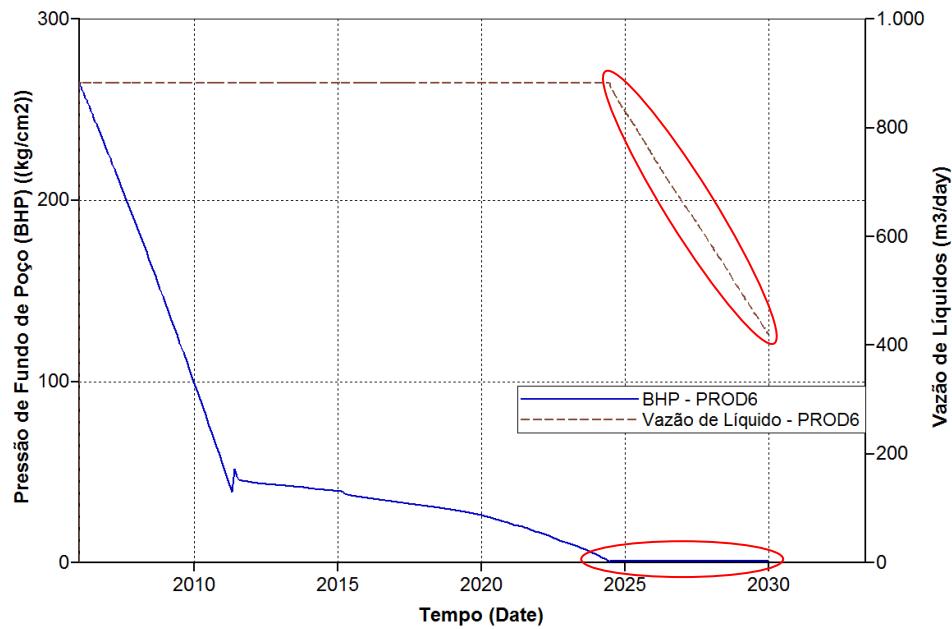


Figura 5.37. Relação vazãoxBHP no poço PROD6 para as soluções obtida via AF (SQP), do reservatório 2 na operação OCNT-TF

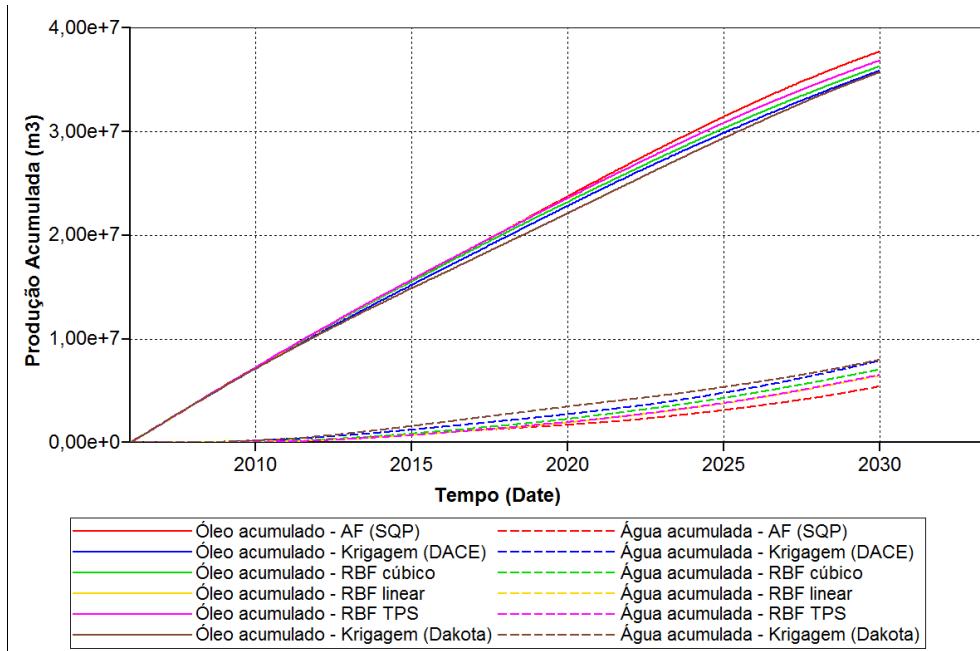


Figura 5.38. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TF-1cc obtidas por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

Os resultados obtidos para a situação onde são considerados três ciclos de controle (OCNT-TF-3cc) são apresentados na Tabela 5.36.

Tabela 5.36 – Resultados obtidos no problema OCNT-TF-3cc

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
AF (SQP)	274,4131	167
SAO (Krigagem)	329,5629	1185
SAO (RBF linear)	350,7993	445
SAO (RBF cúbica)	353,7846	667
SAO (RBF TPS)	352,6560	445

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que a metodologia SAO via RBF obteve um resultado muito melhor que a metodologia SAO via krigagem e o AF (SQP) em termos de VPL máximo, embora tenha apresentado todos os resultados piores que a situação anterior, com um ciclo de controle, isso porque a dimensão do problema, dada pelo número de variáveis de projeto, foi triplicada, aumentando muito a dificuldade dos métodos baseados em gradiente e em amostragem em encontrar as soluções ótimas. A Figura 5.39 mostra a comparação entre as curvas de produção acumulada da metodologia SAO via RBF TPS para as situações onde são considerados um e três ciclo de controle, onde fica evidente a melhor solução para o caso de um ciclo de controle.

Os valores das variáveis de projeto que fornecem as soluções destacadas na Tabela 5.36 são exibidos nas Tabelas 5.37 e 5.38 e na Figura 5.40 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas. As curvas de produção acumulada destas soluções são apresentadas na Figura 5.41.

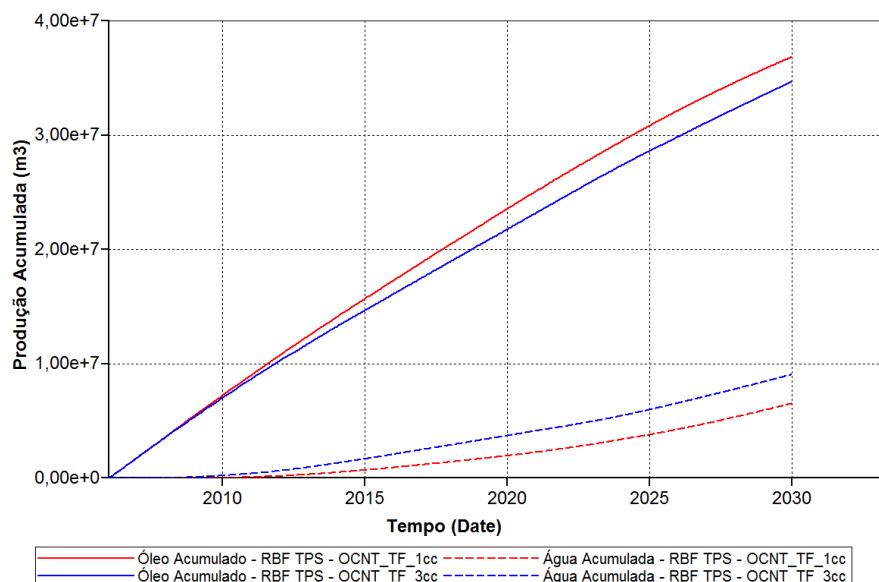


Figura 5.39. Curvas de produção acumulada para os problemas OCNT-TV-1cc e OCNT-TV-3cc, resultados obtidos pelo SAO via RBF TPS

Tabela 5.37 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF cúbica para o caso OCNT-TF-3cc

<i>Ciclo de controle</i>	1	2	3
<i>PROD-3</i>	0,118	0,123	0,139
<i>PROD-4</i>	0,113	0,113	0,129
<i>PROD-5</i>	0,122	0,119	0,130
<i>PROD-6</i>	0,150	0,128	0,156
<i>PROD-8</i>	0,173	0,171	0,156
<i>PROD-10</i>	0,170	0,166	0,118
<i>PROD-12</i>	0,153	0,179	0,169
<i>INJ-1</i>	0,163	0,160	0,225
<i>INJ-2</i>	0,157	0,170	0,218
<i>INJ-7</i>	0,170	0,161	0,159
<i>INJ-9</i>	0,201	0,193	0,179
<i>INJ-11</i>	0,179	0,185	0,157

Tabela 5.38 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TF-3cc

<i>Ciclo de controle</i>	1	2	3
<i>PROD-3</i>	0,121	0,121	0,122
<i>PROD-4</i>	0,123	0,121	0,139
<i>PROD-5</i>	0,123	0,139	0,123
<i>PROD-6</i>	0,157	0,123	0,157
<i>PROD-8</i>	0,157	0,157	0,157
<i>PROD-10</i>	0,157	0,159	0,123
<i>PROD-12</i>	0,159	0,179	0,179
<i>INJ-1</i>	0,172	0,176	0,228
<i>INJ-2</i>	0,176	0,174	0,228
<i>INJ-7</i>	0,172	0,172	0,172
<i>INJ-9</i>	0,173	0,176	0,198
<i>INJ-11</i>	0,172	0,172	0,172

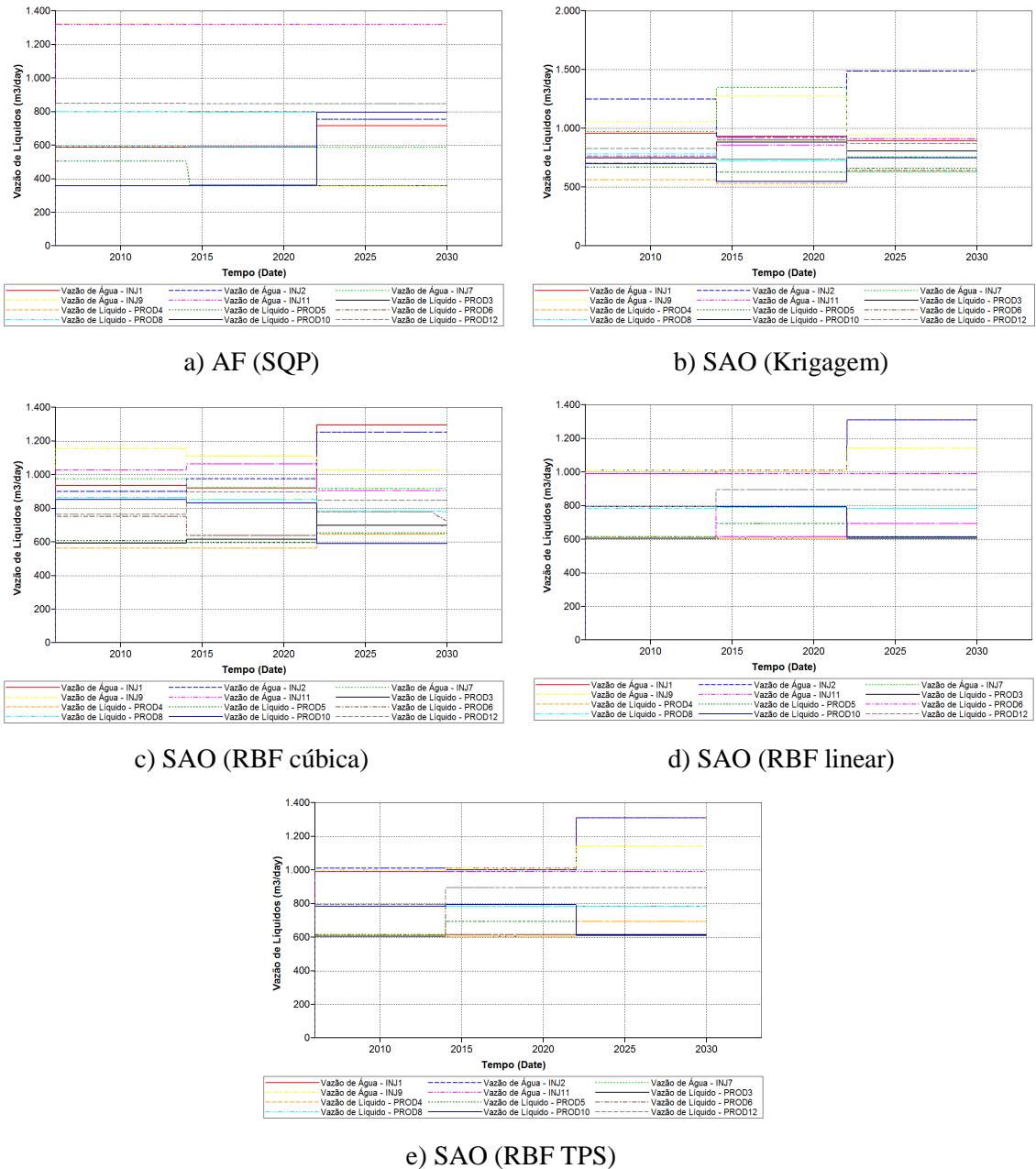


Figura 5.40. Vazões nos poços para o problema OCNT-TF-3cc, soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS

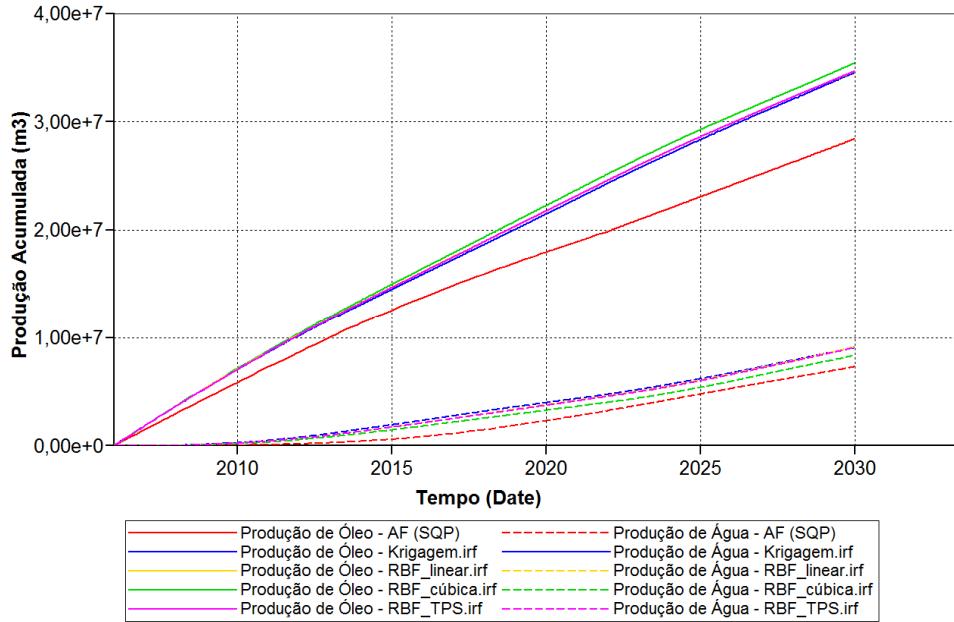


Figura 5.41. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TF-3cc, resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

Problema 3 – Operação em capacidade não topada com duração dos ciclos de controle considerada como variáveis do problema para o reservatório 2

No terceiro problema do reservatório 2, a unidade de produção não precisa operar necessariamente em capacidade máxima e a duração dos ciclos de controle não é definida de forma prévia. A ideia dos estudos realizados neste problema é permitir uma maior flexibilidade para o gerenciamento da produção em um modelo de reservatório com condições mais próximas da realidade. Desta forma todos os poços entram como variáveis de projeto e a duração dos ciclos de controle não é definida de forma prévia, acrescentando o tempo de mudança do ciclo de controle como variável de projeto, como esquematizado na Figura 5.3. A formulação do problema é dada pela Eq. (5.14).

Nesse problema foram investigadas duas situações que avaliam a produção ao longo do período de concessão em dois (OCNT-TV-2cc) e três (OCNT-TV-3cc) ciclos de controle.

Os resultados obtidos para a situação onde são considerados dois ciclos de controle (OCNT-TV-2cc) são apresentados na Tabela 5.39. O melhor resultado encontrado por (Horowitz, et al., 2013) foi $\$361 \times 10^6$.

Tabela 5.39 – Resultados obtidos no problema OCNT-TV-2cc

<i>Metodologia</i>	$f(x) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
AF (SQP)	360,2514	175
SAO (Krigagem)	332,1522	365
SAO (RBF linear)	340,5216	417
SAO (RBF cúbica)	348,6601	572
SAO (RBF TPS)	348,6601	521

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que as metodologias que utilizam modelos substitutos obtiveram um resultado abaixo do esperado, pois o AF (SQP) foi melhor tanto no resultado obtido no valor da função objetivo quanto no número de avaliações utilizadas para encontrar este valor.

As curvas de produção acumulada destas soluções são apresentadas na Figura 5.42. Os valores das variáveis de projeto correspondente à melhor solução indicada na Tabela 5.39 são exibidos na Tabela 5.40 e na Figura 5.43 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas.

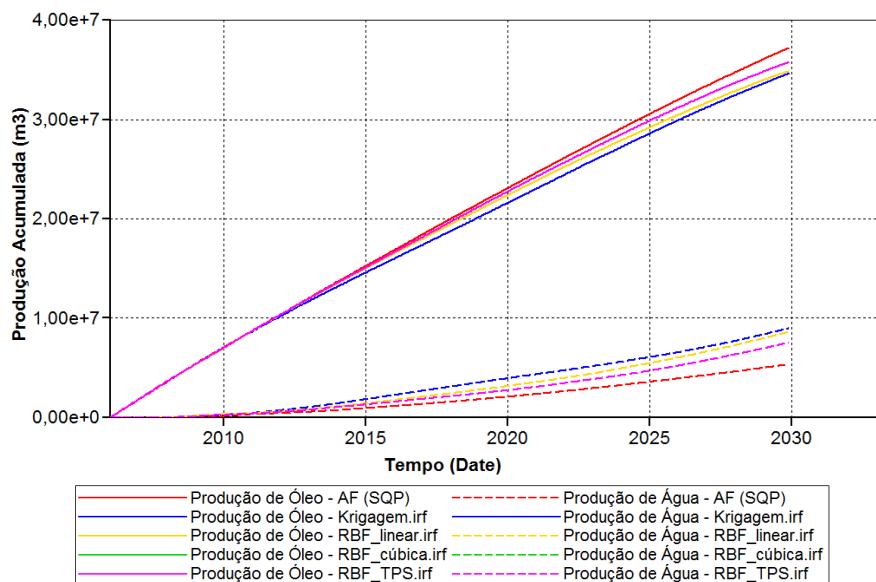


Figura 5.42. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TV-2cc, resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

Tabela 5.40 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo AF (SQP) para o caso OCNT-TV-2cc

<i>Ciclo de controle</i>	1	2
<i>PROD-3</i>	0,180	0,170
<i>PROD-4</i>	0,093	0,001
<i>PROD-5</i>	0,180	0,093
<i>PROD-6</i>	0,002	0,180
<i>PROD-8</i>	0,180	0,180
<i>PROD-10</i>	0,180	0,180
<i>PROD-12</i>	0,170	0,180
<i>INJ-1</i>	0,261	0,016
<i>INJ-2</i>	0,081	0,246
<i>INJ-7</i>	0,001	0,085
<i>INJ-9</i>	0,261	0,261
<i>INJ-11</i>	0,252	0,248
<i>Duração</i>	0,200	0,800

Pode ser verificado, novamente, pela Figura 5.43, que as vazões obtidas pelo simulador não são constantes durante todo o ciclo de controle, ficando abaixo do valor máximo especificado pelo otimizador quando a mínima BHP é atingida, como mostra com mais detalhes a Figura 5.44.

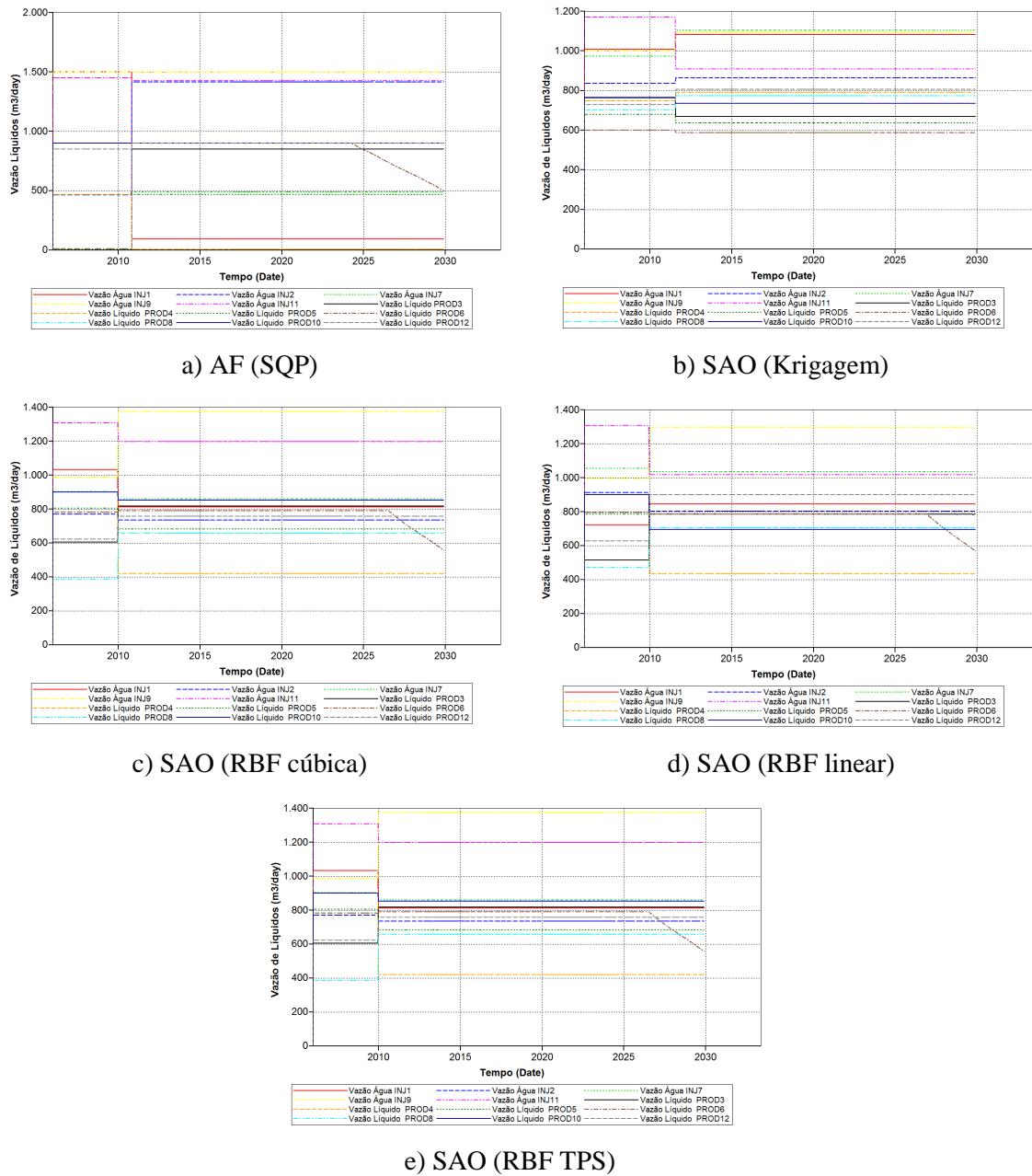


Figura 5.43. Vazões nos poços para o problema OCNT-TV-2cc, soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS

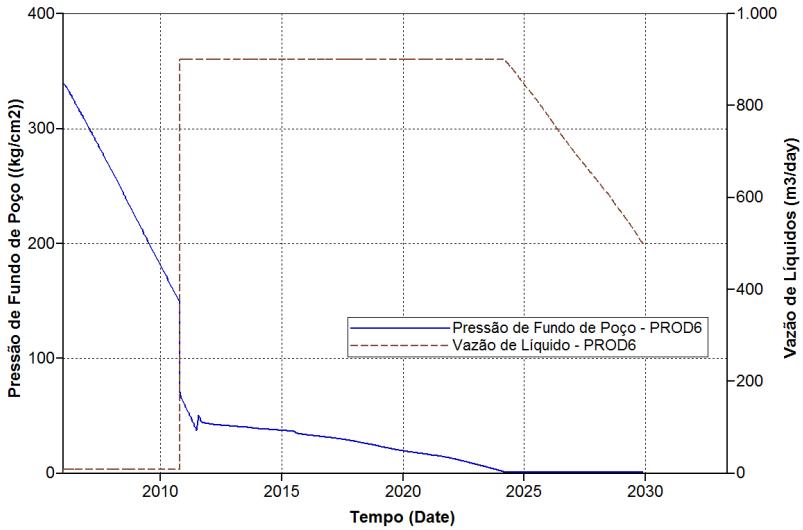


Figura 5.44. Relação vazão x BHP no poço PROD6 para o problema OCNT-TV-2cc, solução obtida via AF (SQP)

Os resultados obtidos para a situação onde são considerados três ciclos de controle (OCNT-TV-3cc) são apresentados na Tabela 5.41.

Tabela 5.41 – Resultados obtidos no problema OCNT-TV-3cc

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
AF (SQP)	288,684	629
SAO (Krigagem)	263,836	469
SAO (RBF linear)	336,789	1093
SAO (RBF cúbica)	352,977	1015
SAO (RBF TPS)	356,072	1093

De acordo com os resultados apresentados, observa-se que as metodologias SAO via RBF obtiveram resultados satisfatórios, embora com um alto custo computacional devido à dimensão do problema, enquanto que o SAO via krigagem não sai do ponto inicial.

As curvas de produção acumulada destas soluções são apresentadas na Figura 5.45. Os valores das variáveis de projeto correspondentes à solução destacada na Tabela 5.41 são exibidos na Tabela 5.42 e na Figura 5.46 (a) à (e) são apresentadas as vazões nos poços obtidas pelas diferentes técnicas utilizadas. Mais uma vez, é possível perceber o declínio da vazão do poço PROD6 devido à queda da BHP, na Figura 5.46 (c), (d) e (e).

Tabela 5.42 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via RBF TPS para o caso OCNT-TV-3cc

<i>Ciclo de controle</i>	1	2	3
PROD -3	0,141	0,164	0,088
PROD -4	0,156	0,089	0,094
PROD -5	0,101	0,135	0,110
PROD -6	0,161	0,180	0,179
PROD -8	0,150	0,180	0,172
PROD -10	0,152	0,124	0,177
PROD -12	0,139	0,126	0,179
INJ-1	0,105	0,146	0,105
INJ-2	0,126	0,156	0,124
INJ-7	0,194	0,199	0,257
INJ-9	0,221	0,212	0,220
INJ-11	0,224	0,155	0,176
Duração	0,204	0,176	0,619

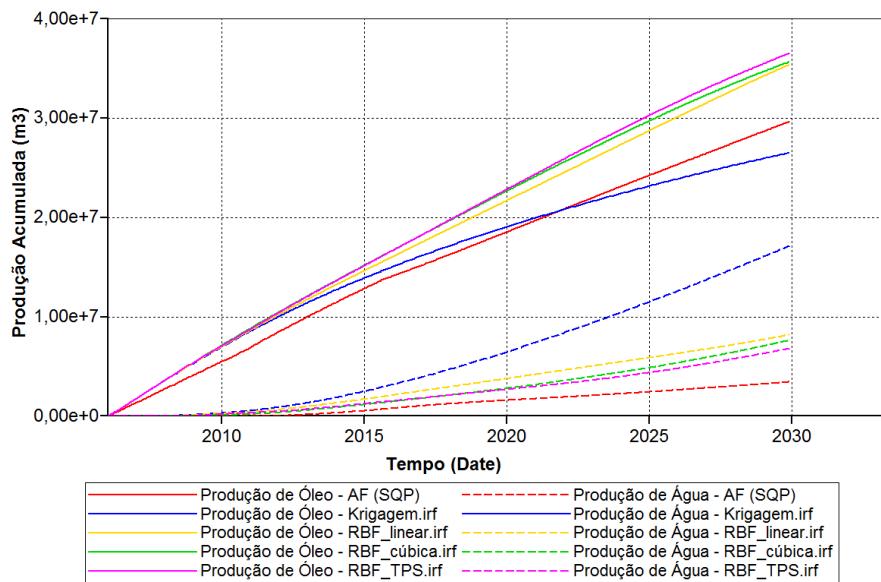


Figura 5.45. Curvas de produção acumulada para o problema OCNT-TV-3cc, resultados obtidos por: AF (SQP), SAO via Krigagem, SAO via RBF cúbico, SAO via RBF linear e SAO via RBF TPS

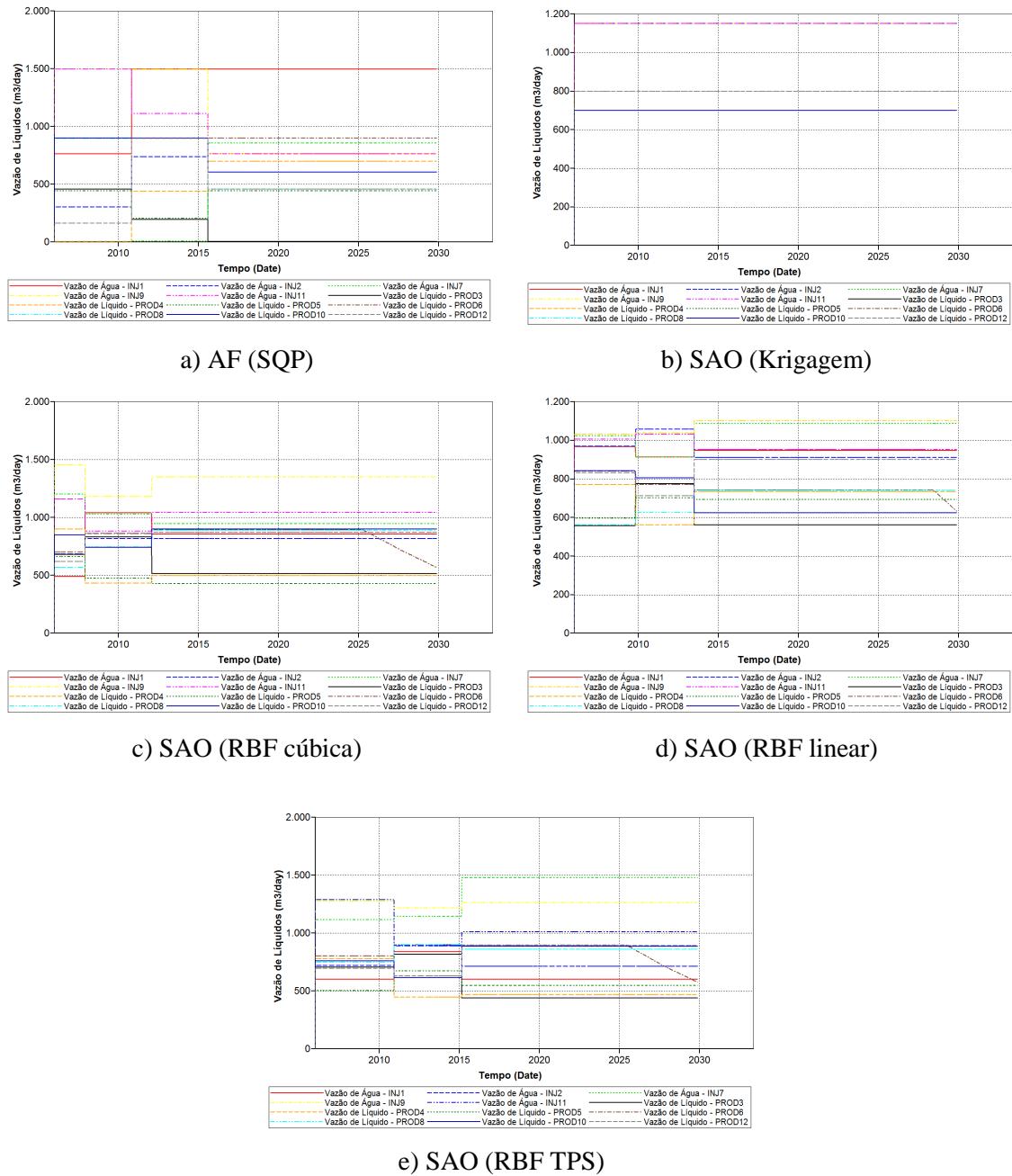


Figura 5.46. Vazões nos poços para o problema OCNT-TV-3cc, soluções obtidas por: a) AF (SQP), b) SAO via Krigagem, c) SAO via RBF cúbico, d) SAO via RBF linear e e) SAO via RBF TPS

A Tabela 5.43 traz um resumo dos resultados alcançados para o reservatório 2, destacando a melhor metodologia para cada problema em termos do VPL ótimo. Pode ser observado, nesta tabela, que o VPL para os casos OCNT é pelo menos 10% maior do que o VPL dos casos OCT.

Tabela 5.43 – Resumo dos resultados das otimizações do reservatório 2

Problema	Metodologia	VPL ($\times 10^6$ \$)	Simulações
OCT-TF-1cc	SAO (RBF cúbica)	316,9114	243
OCT-TF-3cc	SAO (RBF TPS)	322,2308	1117
OCNT-TF-1cc	SAO (RBF TPS)	382,7551	287
OCNT-TF-3cc	SAO (RBF cúbica)	353,7846	667
OCNT-TV-2cc	AF (SQP)	360,2514	175
OCNT-TV-3cc	SAO (RBF TPS)	356,0720	1093

5.3.3.2 Resultados obtidos nos estudos de problemas multiobjetivo para o reservatório 2

Assim como foi feito no primeiro reservatório, as funções-objetivo consideradas foram a produção acumulada de óleo (N_p) e a injeção acumulada de água (W_i).

A otimização de múltiplos objetivos têm como formulação básica as Eqs. (4.1) e (4.2). Aqui é considerada a operação em capacidade não topada com tempo fixo, cuja formulação é dada pela Eq. (5.9).

Com relação ao planejamento dos ciclos de controle, é considerado apenas o estudo da exploração em um ciclo ao longo do período de concessão. As variáveis consideradas são os rateios de todos os poços, produtores e injetores.

Foram empregadas apenas duas estratégias de otimização, mostradas na Tabela 5.44, escolhidas de acordo com os melhores resultados encontrados no primeiro reservatório. Foram utilizados 20 pontos de Pareto em todos os casos MO deste reservatório. As simulações foram executadas em paralelo com a utilização de 6 núcleos.

Tabela 5.44 – Estratégias consideradas na otimização dos problemas de otimização multiobjetivo para o segundo reservatório.

Estratégia	Descrição
SAO (Krigagem_MO)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da krigagem para problemas multiobjetivo
SAO (RBF_Cúbica_MO)	Algoritmo de otimização sequencial aproximada com a utilização da técnica de aproximação por RBF cúbica para problemas multiobjetivo

Solução Multiobjetivo via Soma ponderada - WS

Para este método MO foi utilizada apenas a metodologia SAO via krigagem. A Figura 5.47 apresenta a distribuição dos pontos de Pareto, nesta observa-se algumas regiões sem pontos e outras regiões com pontos dominados. O número de simulações é

5617 e os pontos que representam os resultados indicados estão exibidos na Tabela 5.45.

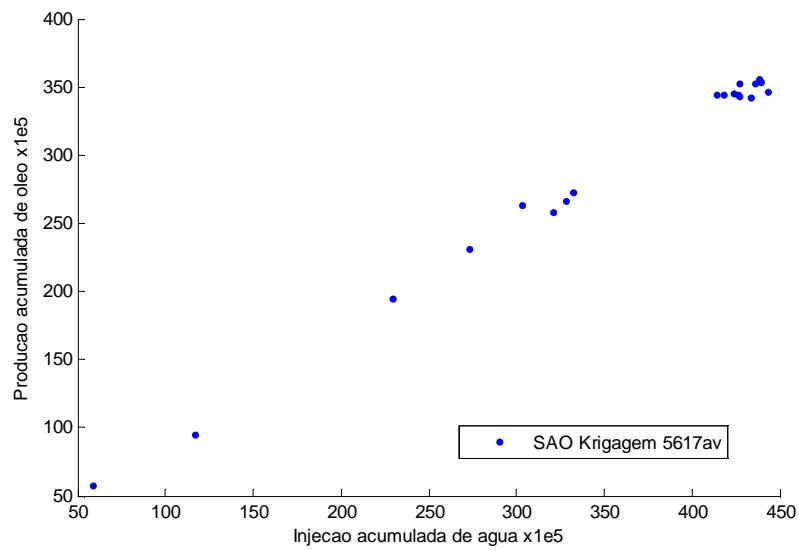


Figura 5.47. Reservatório otimizado via Soma Ponderada utilizando a técnica SAO via krigagem

Tabela 5.45 – Resultados obtidos pelo SAO (Krigagem) para o problema multiobjetivo via WS do segundo reservatório

<i>Ciclo de Controle</i>	<i>Ponto de Pareto</i>	<i>P-3</i>	<i>P-4</i>	<i>P-5</i>	<i>P-6</i>	<i>P-8</i>	<i>P-10</i>	<i>P-12</i>	<i>I-1</i>	<i>I-2</i>	<i>I-7</i>	<i>I-9</i>	<i>I-11</i>	<i>Óleo_{prod}</i> (10 ⁵ m ³)	<i>Água_{inj}</i> (10 ⁵ m ³)
1	1	0,069	0,019	0,032	0,006	0,001	0,005	0,002	0,002	0,011	0,011	0,089	0,003	58,262	58,607
2	2	0,130	0,007	0,090	0,077	0,100	0,019	0,102	0,036	0,148	0,208	0,047	0,018	195,076	229,647
3	3	0,179	0,038	0,091	0,092	0,126	0,073	0,024	0,044	0,123	0,207	0,087	0,081	231,522	272,822
4	4	0,086	0,064	0,086	0,008	0,005	0,007	0,010	0,022	0,072	0,046	0,021	0,070	95,374	116,634
5	5	0,146	0,121	0,125	0,120	0,107	0,082	0,058	0,148	0,109	0,119	0,080	0,204	273,234	332,219
6	6	0,177	0,094	0,124	0,104	0,102	0,078	0,054	0,140	0,159	0,127	0,120	0,091	257,799	320,876
7	7	0,152	0,090	0,134	0,155	0,154	0,133	0,137	0,130	0,192	0,196	0,124	0,188	344,284	418,345
8	8	0,180	0,041	0,115	0,087	0,147	0,047	0,075	0,100	0,129	0,119	0,188	0,065	263,637	303,096
9	9	0,147	0,067	0,130	0,135	0,133	0,101	0,035	0,098	0,198	0,165	0,135	0,055	266,477	328,082
10	10	0,159	0,103	0,148	0,127	0,108	0,144	0,155	0,156	0,139	0,187	0,180	0,160	344,442	414,078
11	11	0,164	0,087	0,142	0,159	0,145	0,139	0,137	0,130	0,186	0,211	0,132	0,187	344,702	426,186
12	12	0,150	0,105	0,139	0,147	0,147	0,135	0,142	0,165	0,180	0,189	0,128	0,178	345,877	423,697
13	13	0,168	0,109	0,155	0,147	0,110	0,157	0,129	0,175	0,143	0,198	0,175	0,158	343,329	427,226
14	14	0,149	0,104	0,137	0,148	0,152	0,146	0,136	0,159	0,177	0,197	0,126	0,188	352,823	426,788
15	15	0,156	0,129	0,137	0,139	0,126	0,167	0,135	0,151	0,190	0,226	0,148	0,145	342,823	433,798
16	16	0,162	0,115	0,137	0,145	0,130	0,155	0,153	0,158	0,189	0,204	0,158	0,171	346,527	443,358
17	17	0,163	0,102	0,174	0,160	0,140	0,130	0,131	0,132	0,187	0,185	0,229	0,137	356,004	438,261
18	18	0,168	0,093	0,155	0,124	0,123	0,169	0,160	0,121	0,177	0,214	0,154	0,197	352,919	435,526
19	19	0,171	0,125	0,128	0,147	0,144	0,142	0,142	0,134	0,184	0,190	0,165	0,197	355,539	438,375
20	20	0,171	0,109	0,139	0,149	0,147	0,145	0,141	0,159	0,178	0,189	0,177	0,169	354,256	439,162

Solução MO via a técnica Intersecção do Contorno-Normal - NBI

Comparando os resultados obtidos através das estratégias SAO via krigagem e SAO via RBF cúbica percebe-se as soluções obtidas são bastante distintas, tal como ilustrado respectivamente nas Figuras 5.48 e 5.49. Neste caso, não é possível comparar o número de avaliações de funções destas estratégias, ver Tabela 5.46, pois apenas a metodologia SAO via RBF cúbica apresenta um resultado consistente.

Vale observar que a Figura 5.48 está com a escala reduzida, então, a nuvem de pontos mostrada está ainda mais concentrada do que parece. Isto ocorreu devido ao modelo SAO via krigagem não ter conseguido encontrar os pontos âncora necessários para uma boa frente de Pareto via NBI.

O valor dos pontos correspondentes a este caso é mostrado na Tabela 5.47.

Tabela 5.46 – Resultados da otimização multiobjetivo via a estratégia NBI

Metodologia	Simulações	Equitatividade
NBI – SAO krigagem	2145	0,9868
NBI – SAO RBF_cúbica	4083	0,3673

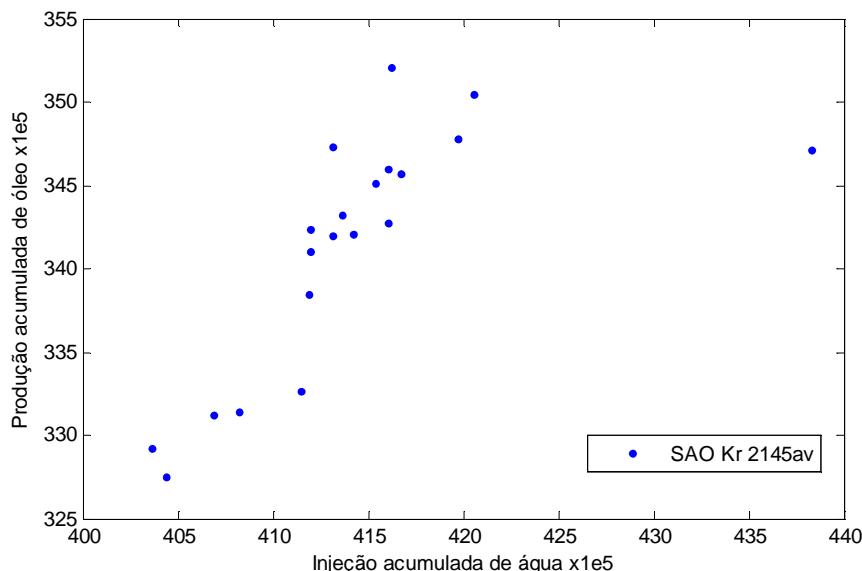


Figura 5.48. Frente de Pareto do segundo reservatório otimizado via NBI utilizando a técnica SAO via krigagem

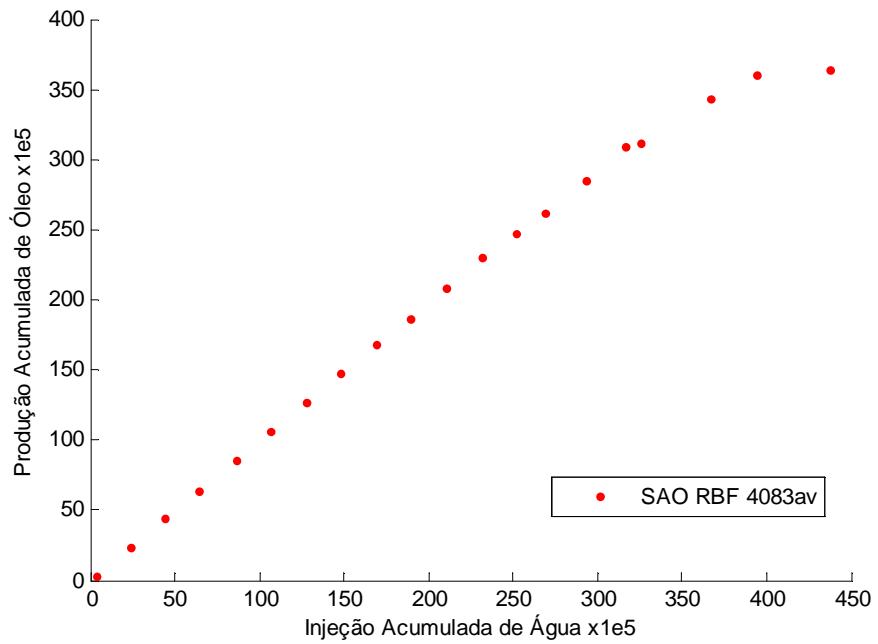


Figura 5.49. Frente de Pareto do segundo reservatório otimizado via NBI utilizando a técnica SAO via RBF cúbica

Tabela 5.47 – Resultados obtidos pelo SAO (RBF cúbica) para o problema multiobjetivo via NBI do segundo reservatório

<i>Ciclo de Controle</i>	<i>Ponto de Pareto</i>	<i>P-3</i>	<i>P-4</i>	<i>P-5</i>	<i>P-6</i>	<i>P-8</i>	<i>P-10</i>	<i>P-12</i>	<i>I-1</i>	<i>I-2</i>	<i>I-7</i>	<i>I-9</i>	<i>I-11</i>	<i>Óleo_{prod}</i> (10 ⁵ m ³)	<i>Água_{inj}</i> (10 ⁵ m ³)
1	1	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,002	0,001	0,001	0,001	3,068	3,068
2	2	0,001	0,001	0,025	0,014	0,006	0,005	0,001	0,001	0,001	0,020	0,017	0,007	23,643	23,653
3	3	0,001	0,001	0,029	0,001	0,001	0,035	0,032	0,009	0,001	0,001	0,023	0,053	44,236	44,236
4	4	0,001	0,001	0,001	0,043	0,018	0,053	0,028	0,040	0,001	0,001	0,083	0,001	63,675	63,675
5	5	0,001	0,001	0,032	0,012	0,022	0,068	0,059	0,032	0,001	0,001	0,090	0,046	85,735	85,784
6	6	0,032	0,001	0,037	0,001	0,027	0,091	0,055	0,041	0,001	0,001	0,116	0,053	106,244	106,578
7	7	0,028	0,001	0,068	0,005	0,031	0,090	0,067	0,011	0,020	0,001	0,161	0,059	127,138	127,526
8	8	0,032	0,014	0,084	0,001	0,021	0,122	0,064	0,024	0,001	0,007	0,188	0,075	147,730	148,091
9	9	0,047	0,014	0,088	0,001	0,022	0,142	0,071	0,047	0,001	0,006	0,201	0,081	168,275	169,024
10	10	0,102	0,001	0,053	0,001	0,066	0,147	0,063	0,001	0,001	0,040	0,222	0,112	186,467	189,332
11	11	0,131	0,025	0,092	0,014	0,008	0,143	0,067	0,029	0,020	0,008	0,241	0,118	208,120	210,275
12	12	0,116	0,056	0,109	0,001	0,001	0,174	0,072	0,035	0,001	0,001	0,259	0,164	229,816	231,685
13	13	0,079	0,007	0,180	0,033	0,001	0,171	0,103	0,069	0,001	0,001	0,261	0,167	246,999	251,815
14	14	0,097	0,079	0,157	0,007	0,001	0,180	0,092	0,093	0,001	0,001	0,222	0,217	262,610	269,005
15	15	0,102	0,081	0,180	0,082	0,001	0,180	0,043	0,103	0,001	0,001	0,261	0,215	285,626	293,099
16	16	0,176	0,108	0,180	0,032	0,001	0,180	0,045	0,105	0,001	0,001	0,261	0,261	309,914	316,719
17	17	0,133	0,180	0,139	0,050	0,001	0,180	0,059	0,156	0,005	0,001	0,222	0,261	312,226	325,304
18	18	0,137	0,180	0,170	0,065	0,012	0,180	0,091	0,178	0,026	0,001	0,261	0,261	343,007	366,355
19	19	0,142	0,178	0,167	0,096	0,023	0,180	0,115	0,220	0,033	0,008	0,261	0,261	360,409	394,445
20	20	0,139	0,086	0,153	0,139	0,180	0,176	0,125	0,129	0,181	0,129	0,211	0,219	364,691	437,836

5.3.4 Reservatório 3: UNISIM-I-Mod

O modelo de simulação, mostrado na Figura 5.50, foi construído a partir do modelo denominado **UNISIM-I_AD** (Gaspar, et al., 2013). O reservatório possui inicialmente quatro poços verticais (NA1A, RJS19, NA3D e NA2, identificados na Figura 5.50), o início da produção é na data 31/05/2013 podendo ser explorado até 01/06/2043 (30 anos). As condições operacionais para os poços são apresentadas na Tabela 5.48. Outras características do reservatório são apresentadas na Tabela 5.49.

Tabela 5.48 – Reservatório 3: Dados/Condições operacionais de poços

Tipo	Produtor	Injetor
BHP (kgf/cm²)	Min 36	Max 350
Raio (m)	0,156	0,156
Razão Gás Óleo de Formação (RGO) (m³/m³)	Max 200	-
Geofac	0,37	0,37
Wfrac	1	1
Skin	0	0

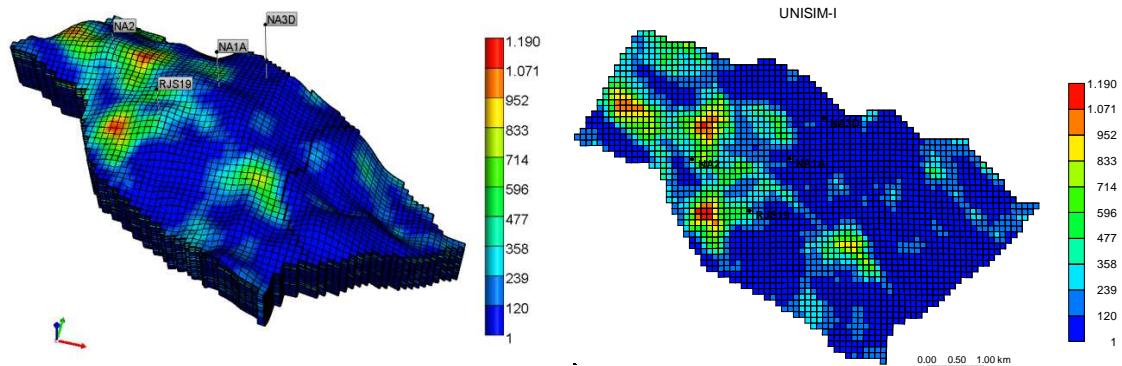


Figura 5.50. Reservatório 3: Mapa de Permeabilidade (vista 3D e camada 1) e locação dos poços.

Tabela 5.49 – Características do Reservatório 3

Malha de Simulação	81x58x20
Blocos Ativos	36403
Porosidade	0% a 30%
Permeabilidade horizontal (k_h)	1 a 1190 mD
Permeabilidade vertical (k_v)	2 a 1785 mD
Compressibilidade da Rocha a 200 kgf/cm ²	$5,3 \times 10^{-6}$ (kgf/cm ²) ⁻¹
Pressão de Saturação (P_{sat})	210.03 kgf/cm ²
Viscosidade a T_{res} , P_{sat}	0.97 cP
Óleo <i>in place</i>	$1,3029 \times 10^8$ m ³
Tempo de concessão	30 anos

Foi feito um estudo, não automatizado, sobre as melhores locações e quantidade de poços produtores e injetores a serem utilizados, que levou em conta a produção acumulada de óleo (N_P) e produção acumulada de água (W_P), o VPL e o fator de recuperação de óleo (FR), os principais resultados são mostrados na Tabela 5.50 e na Figura 5.51.

Tabela 5.50 – Reservatório 3: Configuração de Locação e Número de Poços

Configuração	FR de óleo (%)	N_P (x10 ⁶ m ³)
C ₁ – 4 Produtores	5,10	6,655
C ₂ – 3 Prod e 1 Inj	15,47	20,167
C ₃ – 2 Prod e 2 Inj	12,45	16,230
C ₄ – 3 Prod e 2 Inj	21,42	27,930
C ₅ – 4 Prod e 1 Inj	19,09	24,885
C ₆ – 4 Prod e 2 Inj	24,18	31,526
C ₇ – 5 Prod e 2 Inj	28,18	36,740
C₈ – 6 Prod e 3 Inj	37,49	48,874
C ₉ – 7 Prod e 4 Inj	38,80	50,591
C ₁₀ – 6 Prod e 5 Inj	36,04	46,956
C ₁₁ – 7 Prod e 5 Inj	37,06	48,281

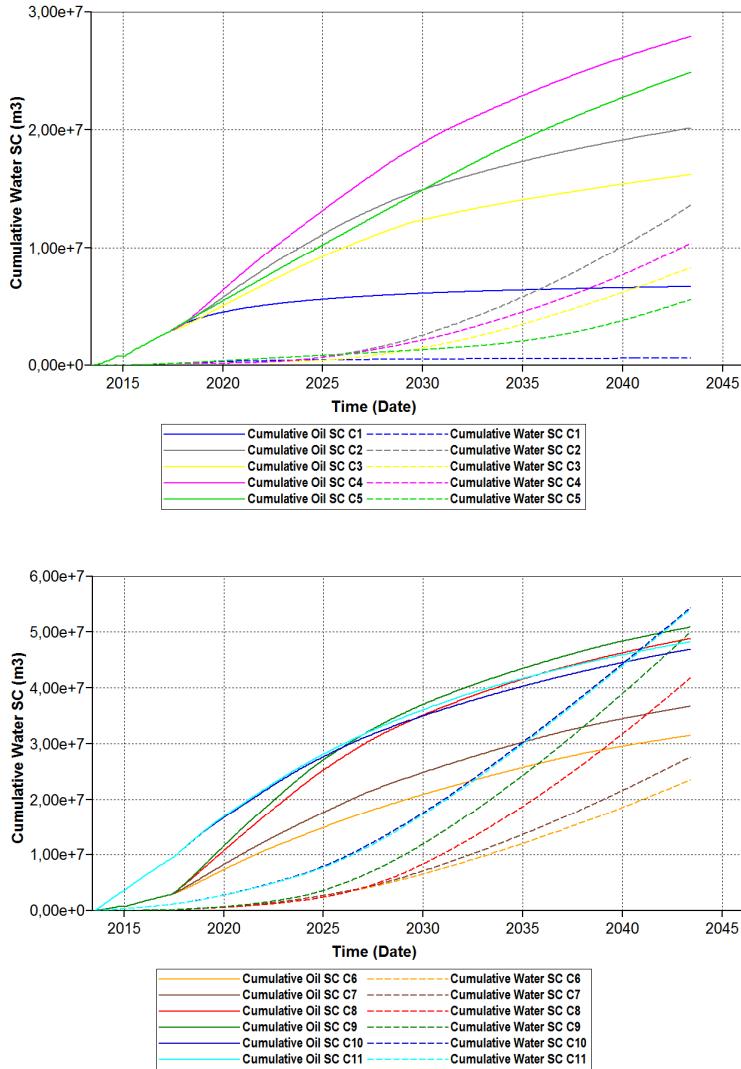


Figura 5.51. Reservatório 3: Curvas de produção Acumulada de Óleo (NP) do estudo de locação de poços.

A configuração adotada para otimização foi a C₈ com 6 poços produtores e 3 poços injetores, como mostrado na Figura 5.52, pois o FR de 37,5% foi considerado bom quando comparado com a configuração C₉ que obteve o maior FR (38,8%), com a vantagem de trabalhar com um poço injetor e um poço produtor a menos. Além disso, o foco do trabalho é a otimização do gerenciamento da produção e injeção de líquidos e não a otimização da locação de poços. As curvas de produção das configurações C₁₀ e C₁₁, da Figura 5.51, diferem das demais porque nestas os poços injetores e produtores são abertos desde o início da produção. Nas demais, os poços injetores são abertos em tempos distintos, dentro dos quatro primeiros anos. Os nomes dos quatro primeiros poços foram alterados de (NA1A, RJS19, NA3D e NA2) para (PROD1, PROD2,

PROD3 e PROD4) para facilitar a nomenclatura dos outros poços produtores (PROD_) e injetores (INJ_).

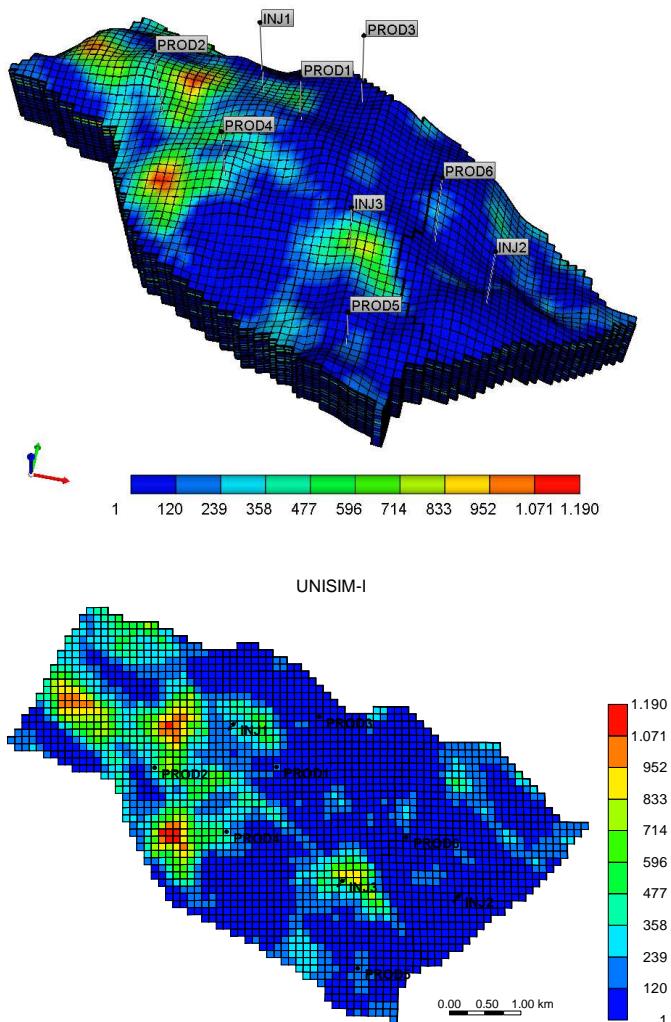


Figura 5.52. Reservatório 3: Mapa de Permeabilidade (camada 1 e 3D) contendo a localização adotada dos poços.

Os quatro primeiros poços produtores e todos os poços injetores foram abertos a partir da data inicial (31/05/2013) com intervalo de abertura de 30 dias, iniciando pelos poços produtores. Os poços PROD5 e PROD6 foram igualmente abertos após os quatro primeiros anos de produção.

A Tabela 5.51 apresenta os problemas investigados para o terceiro reservatório.

Tabela 5.51 – Problemas uni-objetivo estudados para o Reservatório 3

Caso U-1	topado com BHP 190 kgf/cm ²
Caso U-2	topado com BHP 36 kgf/cm ²
Caso U-3	não topado
Caso U-4	não topado sem restrições de <i>voidage replacement</i>
Caso U-5	não topado apenas restrição de limites

Caso U-1

Inicialmente foi adotada a vazão máxima de líquido nos poços produtores de 3000 m³/dia e nos poços injetores de 5000 m³/dia, o campo dos poços produtores teve a vazão de líquidos limitada em 10000 m³/dia e o campo dos poços injetores em 11000 m³/dia, a mínima pressão de fundo de poço (BHP) dos poços produtores é de 190 kgf/cm² e a máxima BHP dos poços injetores é 350 kgf/cm². Desta forma, as variáveis de projeto ligadas aos poços produtores assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,30$ e as ligadas aos poços injetores assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,454$. Como esta situação é de capacidade topada, com apenas um ciclo de controle, o número de variáveis deste caso, dado pela Eq. (5.8), é sete.

A Tabela 5.52 apresenta resultados deste caso. O ponto inicial para otimização é \mathbf{x}_0 , e para encontrar a solução ótima, foi utilizada a metodologia SAO com dois diferentes modelos substitutos, a krigagem e a RBF cúbica, os valores do rateio das vazões são mostrados na Tabela 5.53. A Figura 5.53 mostra a produção acumulada de óleo e água para o caso U-1.

Tabela 5.52 – Resultados obtidos no problema U-1

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Avaliação de função</i>
Ponto Inicial	381,607	-
SAO (Krigagem)	395,623	223
SAO (RBF cúbica)	395,609	432

Observa-se uma consistência nos valores das soluções apresentadas, os valores da função objetivo obtida pelos dois métodos foram iguais. É destacada a solução SAO via krigagem pelo menor número de simulações.

Tabela 5.53 – Valores do rateio das vazões no ponto inicial e nos pontos ótimos obtidos pelo SAO via krigagem e SAO via RBF cúbica para o caso U-1

<i>Ciclo de controle</i>	1			
	<i>Ponto</i>	Inicial (\mathbf{x}_0)	SAO (Krigagem)	SAO (RBF cúbica)
PROD-1		0,15	0,219	0,223
PROD-2		0,15	0,232	0,236
PROD-3		0,15	0,086	0,069
PROD-4		0,15	0,120	0,128
PROD-5		0,15	0,163	0,163
PROD-6		0,25	0,180	0,181
INJ-1		0,25	0,351	0,348
INJ-2		0,25	0,236	0,209
INJ-3		0,50	0,413	0,443

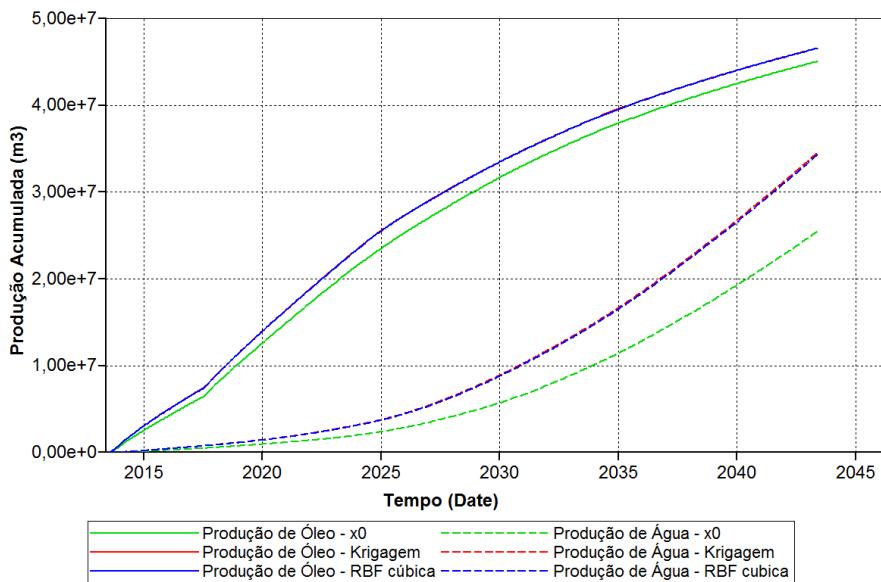


Figura 5.53. Produção acumulada de óleo e água para o Caso U-1 para o ponto inicial (x_0) e otimizados por SAO via krigagem e SAO via RBF cúbica.

Foi verificado que as vazões fornecidas pelo simulador não são constantes durante todo o ciclo de controle, até o fim do período de concessão do reservatório, mas podem variar até a vazão máxima especificada, como mostram as Figuras 5.54 e 5.55, e tem como limitantes a pressão no reservatório e a pressão no fundo dos poços. Comparando-se estas figuras, percebe-se que elas são praticamente iguais, com uma pequena diferença no poço PROD3, por isto a pequena diferença no valor da função objetivo.

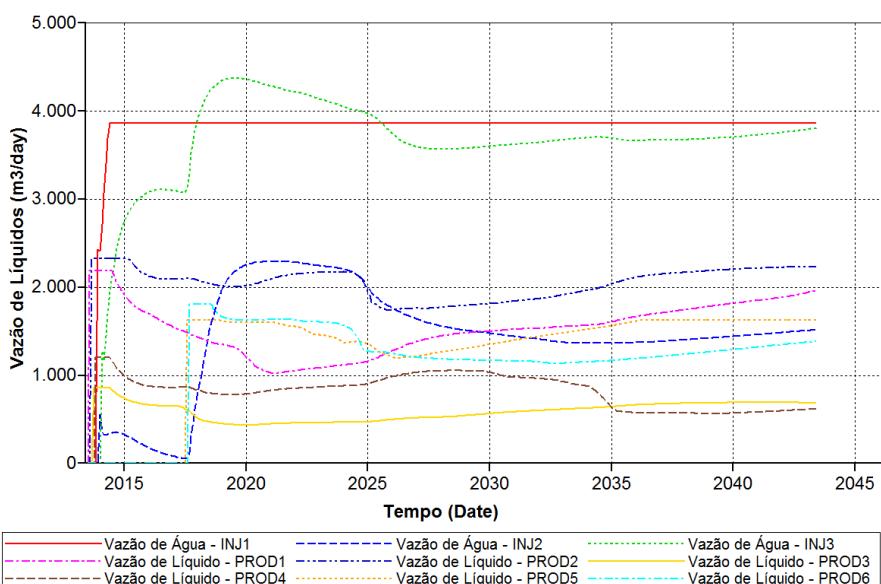


Figura 5.54. Vazão de líquidos dos poços otimizados via SAO (krigagem) do Caso U-1

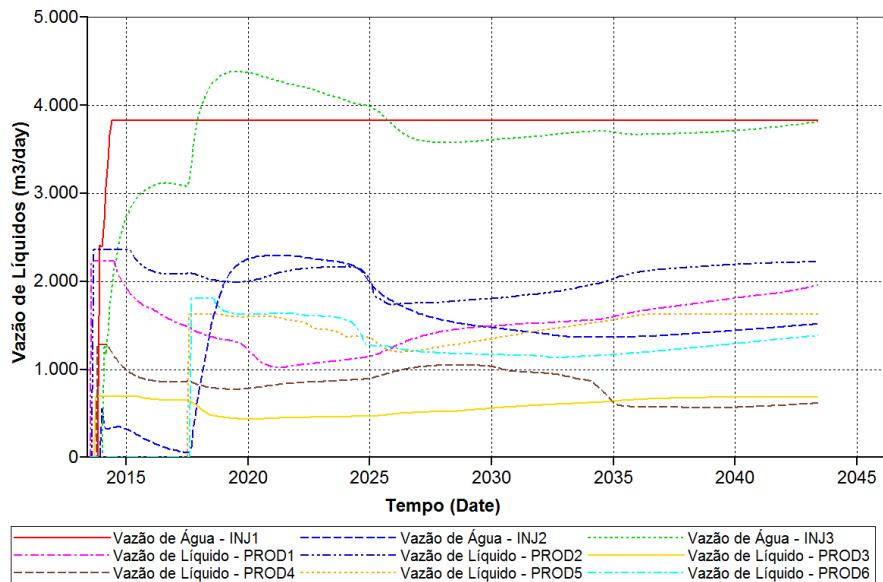


Figura 5.55. Vazão de líquidos dos poços otimizados via SAO (RBF cúbica) do Caso U-1

Como foi visto no reservatório 2, a variação da vazão especificada ocorre quando a pressão de fundo de poço (BHP) é atingida. Nas Figuras 5.54 e 5.55 essa variação da vazão ocorre em todos os poços, exceto no poço injetor INJ1.

A Figura 5.56 apresenta a relação entre a vazão de líquido (linhas contínuas) e a pressão de fundo de poço (linhas tracejadas) para os poços INJ2 e PROD6, devido a estes poços pertencerem à área isolada por uma falha do reservatório.

No caso dos poços injetores a variação da vazão especificada ocorre quando é atingido o valor máximo da BHP, como mostrado na Figura 5.56, a BHP máxima do INJ2 (linha azul escuro tracejada) é atingida desde o início da operação deste poço. Já no caso dos poços produtores a variação da vazão especificada ocorre quando a mínima BHP é atingida, neste caso 190 kgf/cm², como mostra o PROD6 (linhas ciano) na Figura 5.56, também alcançada desde o início da operação do poço.

Isto significa que, para qualquer valor de vazão fornecida ao simulador acima das curvas de vazões mostradas não será considerada pelo mesmo, visto que, para estas vazões fornecidas, os limites estabelecidos da pressão de fundo de poço são ultrapassados. Isto implica no mau funcionamento dos otimizadores, pois serão encontradas soluções subótimas devido à diferença das vazões fornecidas ao simulador e às efetivamente utilizadas pelo mesmo.

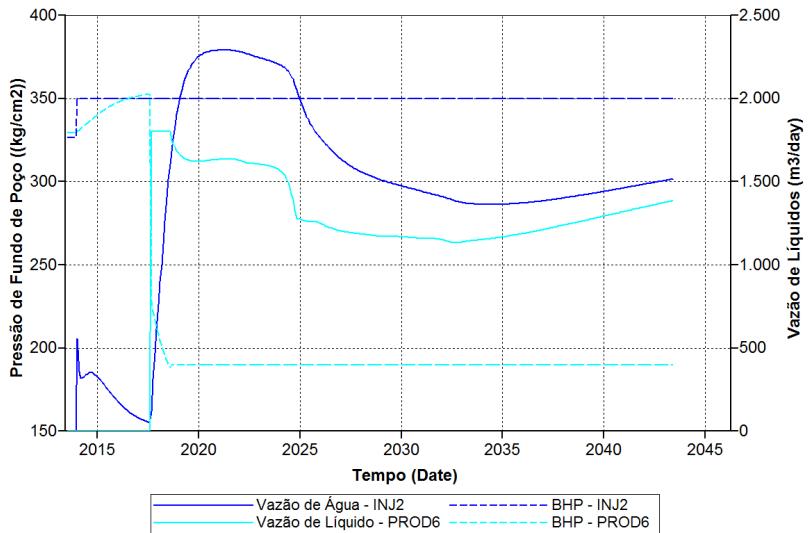


Figura 5.56. Relação entre a vazão de líquidos e a pressão de fundo de poço (BHP) dos poços INJ2 e PROD6 do Caso U-1 via SAO (krigagem)

A Figura 5.57 mostra a relação vazão versus pressão de fundo de poço do poço INJ1, neste caso, a vazão (linha contínua) é mantida constante durante o período de concessão e a BHP (linha tracejada) se mantém abaixo da pressão máxima estipulada.

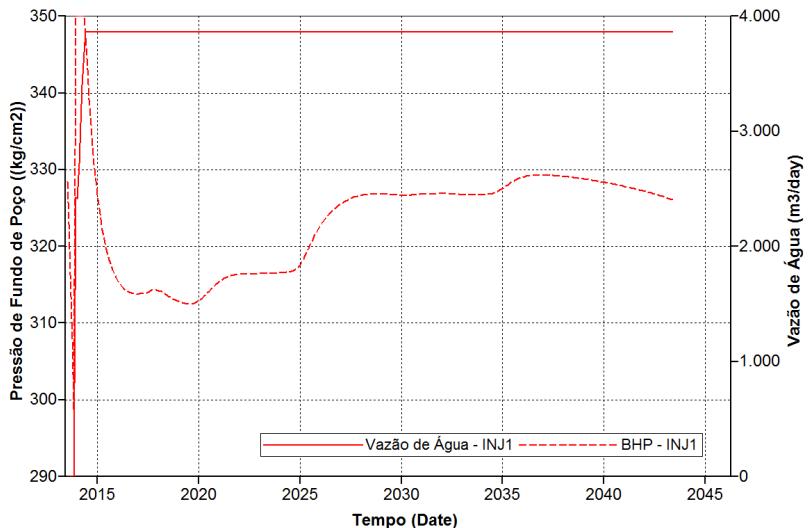


Figura 5.57. Relação entre a vazão de líquidos e a pressão de fundo de poço do poço INJ1 do Caso U-1

Caso U-2

Para tentar evitar ou pelo menos diminuir essa falta de controle da vazão, foram alterados os limites de vazão e BHP dos poços produtores, com o intuito de aumentar a pressão média do reservatório. A vazão máxima de líquido nos poços produtores agora é de 1500 m³/dia e nos poços injetores de 5000 m³/dia, o campo dos poços produtores teve a vazão de líquidos limitada em 6000 m³/dia e o campo dos poços injetores em

9000 m³/dia, o BHP dos poços produtores diminuiu para 36 kgf/cm². Com essa configuração, os limites das variáveis são alterados, para os poços produtores as variáveis assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,25$ e as variáveis ligadas aos poços injetores assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,555$. O número de variáveis de projeto não foi alterado, são sete variáveis. A Tabela 5.54 apresenta os resultados encontrados com esta nova configuração dos dados, nesta nota-se que o resultado da otimização se destacou em comparação ao ponto inicial, foi 12% maior que o mesmo e a metodologia SAO via krigagem em termos de avaliação de função obteve um resultado melhor que o SAO via RBF, apresentando uma diferença muito pequena em termos de VPL ótimo. A Figura 5.58 mostra a produção acumulada de óleo e água, percebe-se que a diferença da produção de água entre o ponto inicial (x_0) e o ponto ótimo (x^*) é menor quando comparado às mesmas curvas da Figura 5.53, do caso U-1, mas a produção de óleo do Caso U-2 foi menor que a do Caso U-1, devido à restrição de limites das vazões máximas terem sido diminuídas. A Tabela 5.55 mostra os valores do rateio das vazões para este caso.

Tabela 5.54 – Resultados obtidos no problema U-2

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
Ponto Inicial	334,406	-
SAO (Krigagem)	375,637	213
SAO (RBF cúbica)	375,737	480

Tabela 5.55 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso U-2

<i>Ciclo de controle</i>	<i>I</i>			
	<i>Ponto</i>	Inicial (\mathbf{x}_0)	SAO (krigagem)	SAO (RBF cúbica)
PROD-1		0,15	0,214	0,228
PROD-2		0,15	0,250	0,250
PROD-3		0,15	0,075	0,071
PROD-4		0,15	0,221	0,220
PROD-5		0,15	0,085	0,080
PROD-6		0,25	0,155	0,151
INJ-1		0,25	0,135	0,133
INJ-2		0,25	0,435	0,435
INJ-3		0,50	0,430	0,432

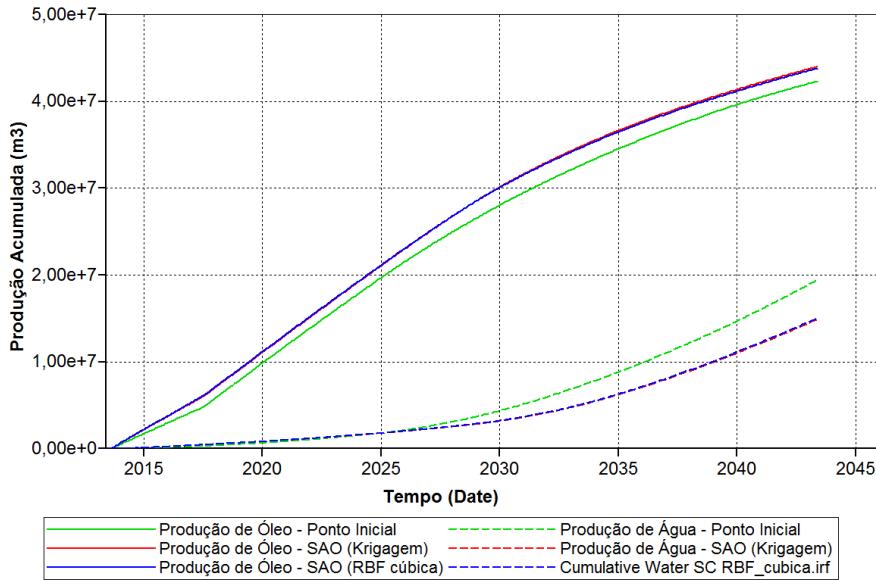


Figura 5.58. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-2 para os pontos x_0 , x^* e base.

No ponto ótimo (Tabela 5.55 e Figuras 5.59 e 5.60), a vazão especificada dos poços produtores e injetores foram mais consistentes que as vazões do caso U-1, embora alguns poços ainda possuam as vazões abaixo das vazões máximas atribuídas pelo otimizador, que é o caso dos poços INJ2, INJ3 e PROD4, principalmente. A Figura 5.61 mostra a relação da vazão com a pressão de fundo de poço deste caso, foram utilizados apenas os poços INJ2 e PROD4, que foram os que apresentaram a maior variação nas vazões. Este é, portanto, um caso mais viável que o caso U-1, para otimização, utilizando as formulações apresentadas neste capítulo.

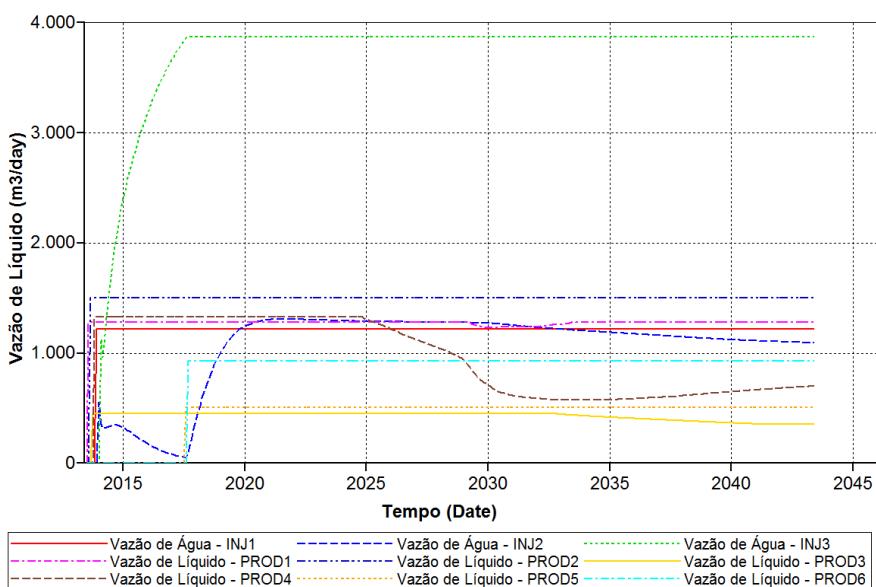


Figura 5.59. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-2 (SAO (krigagem))

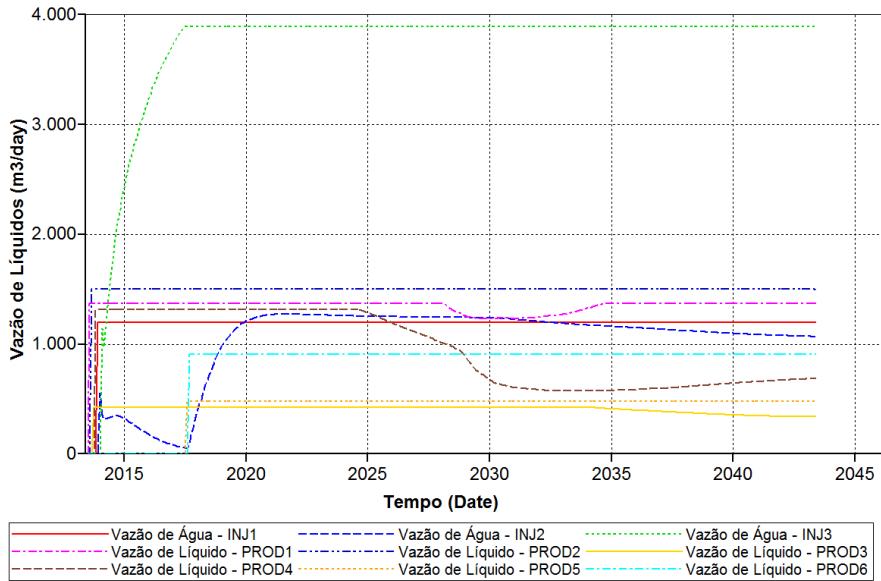


Figura 5.60. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-2 (SAO (RBF cúbica))

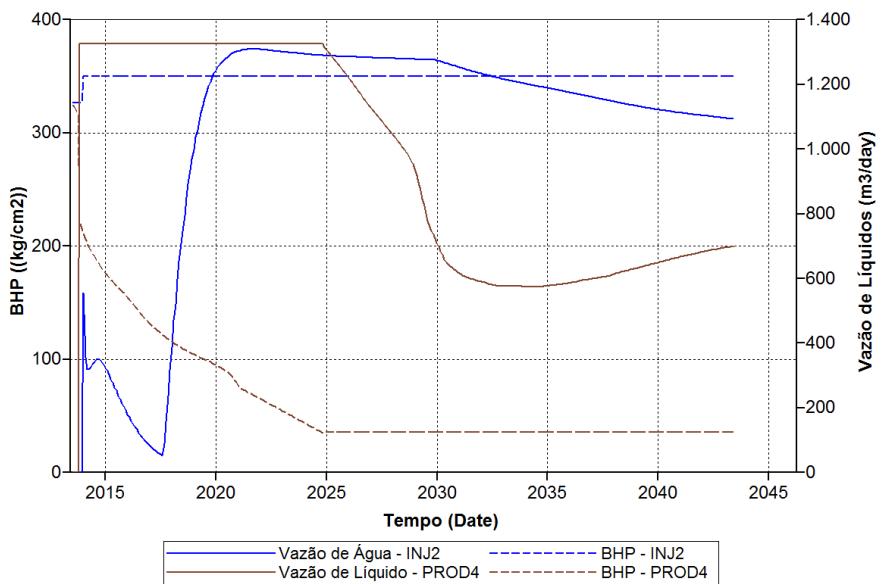


Figura 5.61. Relação entre a vazão de líquidos e a pressão de fundo de poço (BHP) dos poços INJ2 e PROD4 do Caso U-2 (SAO (Krigagem))

Caso U-3

Mesmo o caso U-2 sendo mais viável para otimização considerando as novas formulações, o fato dele trabalhar em uma situação de capacidade topada já não faz muito sentido, pois a situação topada parte da premissa de que a soma das vazões é constante e igual à máxima vazão da plataforma, seja dos poços produtores ou dos poços injetores. Logo, o caso U-3 vai operar na situação de capacidade não topada (OCNT). E, como foi visto na Figura 5.61, que a vazão do PROD4 cai bruscamente,

serão considerados dois ciclos de controle, com mudança nas variáveis no ano 2025, conforme a Figura 5.62. Como os limites das vazões dos poços e da plataforma não foram alterados, as variáveis de projeto continuam com os mesmos limites do caso U-2, que são para os poços produtores $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,25$ e para os poços injetores $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,555$.

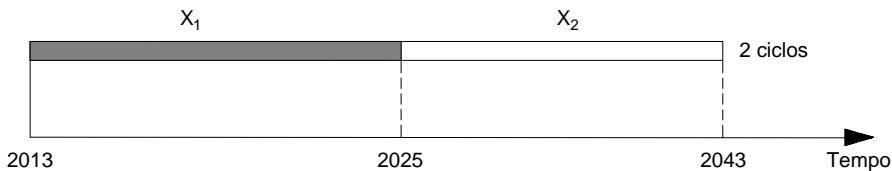


Figura 5.62. Ciclos de controle para o caso U-3

Como pode ser visto na Tabela 5.56, houve uma melhoria do VPL do ponto ótimo do caso U-3 comparado com o do caso U-2 (Tabela 5.54), além disso, percebe-se que a metodologia SAO via RBF cúbica obteve um resultado melhor que o SAO via krigagem. A Tabela 5.57 mostra os valores do rateio das vazões do caso U-3.

Tabela 5.56 – Resultados obtidos no problema U-3

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
Ponto Inicial	375,6886	-
SAO (Krigagem)	391,6747	646
SAO (RBF cúbica)	402,1074	837

Tabela 5.57 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso U-3

<i>Ciclo de controle</i>	1			2		
	<i>Ponto</i>	x_0	SAO (krigagem)	SAO (RBF cúbica)	x_0	SAO (krigagem)
PROD-1	0,240	0,250	0,250	0,166	0,138	0,092
PROD-2	0,244	0,245	0,250	0,166	0,241	0,250
PROD-3	0,091	0,092	0,114	0,166	0,145	0,063
PROD-4	0,226	0,248	0,250	0,166	0,106	0,103
PROD-5	0,079	0,039	0,001	0,166	0,204	0,247
PROD-6	0,121	0,127	0,135	0,166	0,167	0,244
INJ-1	0,145	0,093	0,109	0,333	0,159	0,163
INJ-2	0,125	0,034	0,002	0,333	0,403	0,234
INJ-3	0,480	0,548	0,555	0,333	0,255	0,269

O histórico de produção é mostrado na Figura 5.63. A vazão de líquidos deste caso ainda não é mantida constante durante os ciclos de controle, como mostram as

Figuras 5.64 e 5.65, que significa que a pressão no reservatório pode não estar sendo adequadamente mantida.

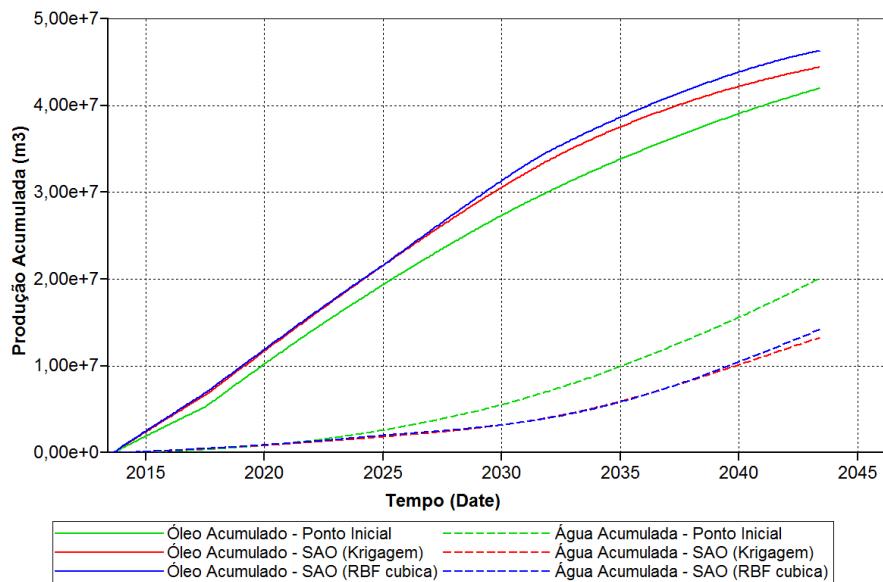


Figura 5.63. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-3

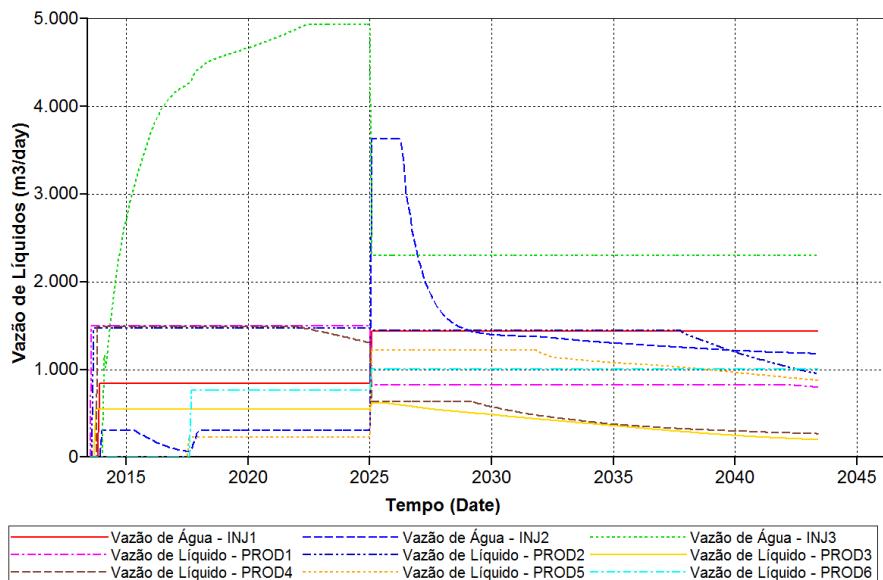


Figura 5.64. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-3 utilizando a metodologia SAO via krigagem

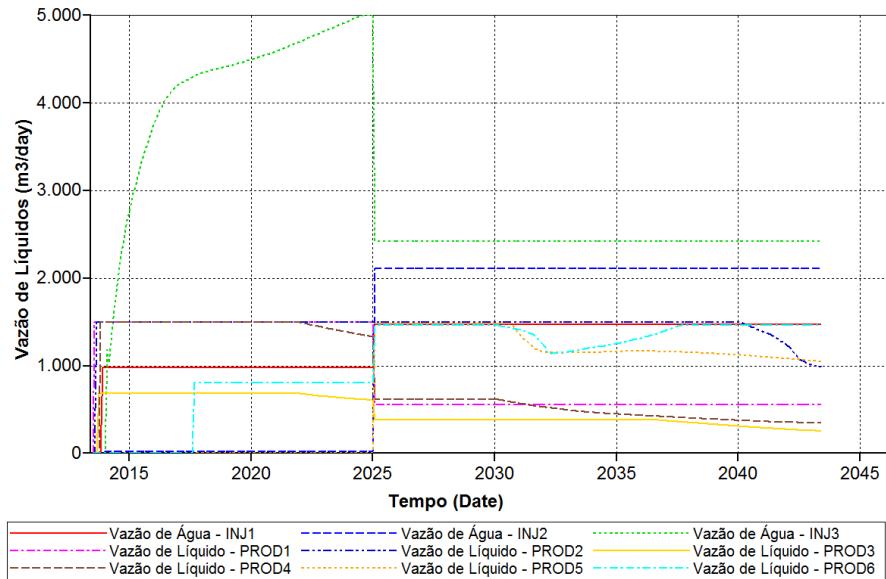


Figura 5.65. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-3 utilizando a metodologia SAO via RBF cúbica

Caso U-4

As restrições de *voidage replacement*, dadas pela Eq. (5.9), que atuam no otimizador (*fmincon*) podem não ser atendidas pelo simulador (IMEX), já que as variáveis de projeto são as vazões máximas que podem atuar nos poços e as restrições são válidas para quando, no simulador, essas vazões são mantidas constantes (no seu valor máximo) durante o ciclo de controle. Então, neste caso U-4 a otimização foi conduzida sem as restrições de *voidage replacement*, apenas com as restrições de limite das variáveis, que continuam as mesmas do caso U-3, que são para os poços produtores $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,25$ e para os poços injetores $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,555$. A Tabela 5.58 mostra os resultados encontrados com esta nova configuração.

Tabela 5.58 – Resultados obtidos no problema U-4

Metodologia	$f(x) (10^6 \$)$	Simulações
Ponto Inicial	375,6886	-
SAO (Krigagem)	411,2490	646
SAO (RBF cúbica)	418,0253	912

Observando os resultados, percebe-se que a metodologia SAO via RBF cúbica apresenta um melhor resultado em termos de VPL máximo, comparado ao SAO via krigagem. Através desta tabela, pode ser notada também a melhora do valor do VPL em relação ao caso U-3, mostrado na Tabela 5.56.

A Tabela 5.59 mostra os valores do rateio das vazões e as Figuras 5.66 e 5.67 mostram a vazão de líquidos do caso U-4. Em termos de produção de óleo e água, é possível ver na Figura 5.68, que embora o resultado do SAO via krigagem apresente uma produção maior de óleo em relação ao SAO via RBF, ele apresenta um menor resultado em termos de VPL ótimo, mostrado na Tabela 5.58.

Tabela 5.59. Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem para o caso U-4

<i>Ciclo de controle</i>	1			2			
	<i>Ponto</i>	x_0	SAO (krigagem)	SAO (RBF cúbica)	x_0	SAO (krigagem)	SAO (RBF cúbica)
PROD-1		0,240	0,250	0,250	0,166	0,116	0,237
PROD-2		0,244	0,249	0,250	0,166	0,243	0,250
PROD-3		0,091	0,190	0,250	0,166	0,194	0,179
PROD-4		0,226	0,250	0,250	0,166	0,162	0,127
PROD-5		0,079	0,105	0,139	0,166	0,221	0,244
PROD-6		0,121	0,218	0,250	0,166	0,246	0,250
INJ-1		0,145	0,074	0,021	0,333	0,209	0,265
INJ-2		0,125	0,002	0,004	0,333	0,421	0,229
INJ-3		0,480	0,468	0,556	0,333	0,252	0,008

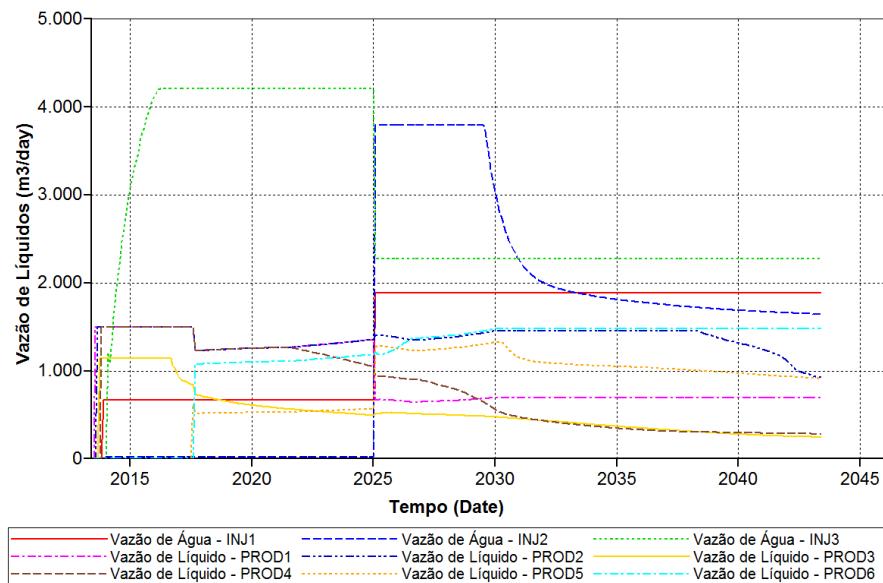


Figura 5.66. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-4 utilizando a metodologia SAO via krigagem

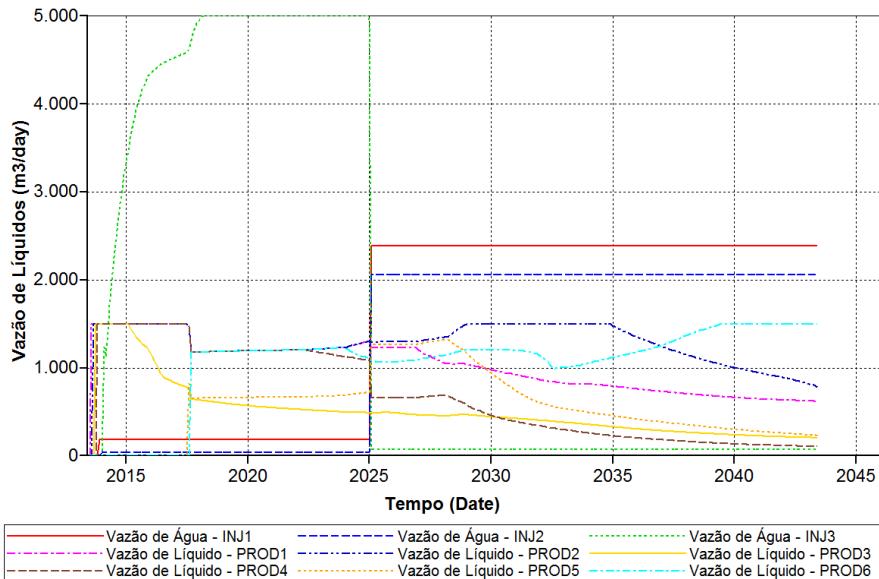


Figura 5.67. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-4 utilizando a metodologia SAO via RBF cúbica

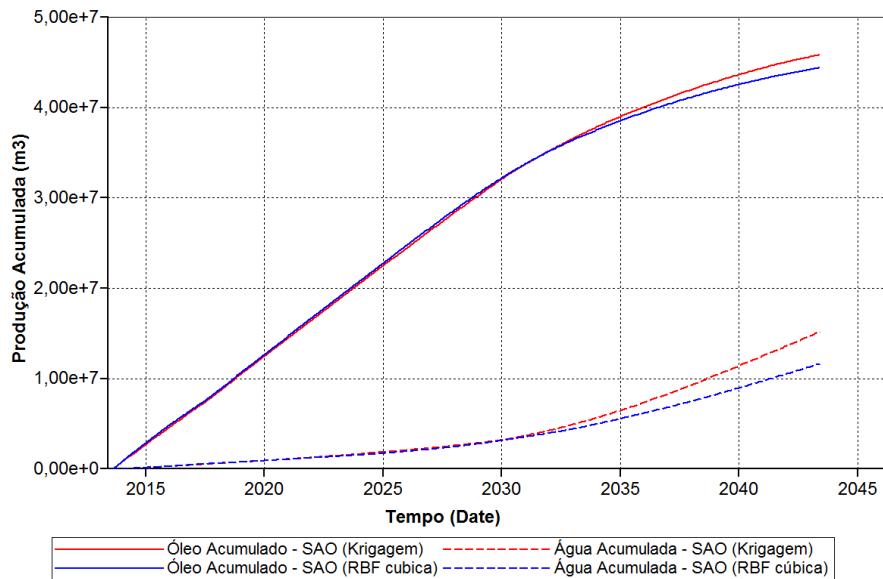


Figura 5.68. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-4

Caso U-5

Nesta abordagem, há apenas restrição de limites das variáveis e mais nenhuma outra restrição atuando no reservatório.

A vazão máxima de líquido nos poços produtores ainda é de 1500 m³/dia e nos poços injetores de 5000 m³/dia, o campo dos poços produtores teve a vazão de líquidos limitada em 9000 m³/dia, que corresponde ao número de poços produtores vezes a

vazão máxima de líquidos de cada poço produtor; e o campo dos poços injetores em 13500 m³/dia que corresponde a 1,5 vezes a vazão de líquidos do campo dos poços produtores. Com essa configuração, os limites das variáveis são alterados, para os poços produtores as variáveis assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,167$ e as variáveis ligadas aos poços injetores assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,37$.

O valor do VPL e o número de avaliações da função para as técnicas utilizadas são apresentados na Tabela 5.60, o rateio das vazões é apresentado na Tabela 5.61 e as vazões correspondentes podem ser vistas nas Figuras 5.67 e 5.68. A Figura 5.71 mostra o histórico de produção do reservatório.

Tabela 5.60 – Resultados obtidos no problema U-5

<i>Metodologia</i>	$f(\mathbf{x}) (10^6 \$)$	<i>Simulações</i>
Ponto Inicial	396,3563	-
SAO (Krigagem)	413,1611	800
SAO (RBF cúbica)	449,1672	781

Observando os resultados, percebe-se mais uma vez que a metodologia SAO via RBF cúbica apresenta um melhor resultado comparado ao SAO via krigagem. Comparando esta tabela e a Tabela 5.58, percebe-se um aumento na função objetivo do caso U-5.

Tabela 5.61 – Valores do rateio das vazões obtidas pelo SAO via krigagem e SAO via RBF cúbica para o caso U-5

<i>Ciclo de controle</i>	1			2			
	<i>Ponto</i>	x_0	SAO (krigagem)	SAO (RBF cúbica)	x_0	SAO (krigagem)	SAO (RBF cúbica)
PROD-1		0,166	0,162	0,167	0,166	0,159	0,166
PROD-2		0,166	0,159	0,167	0,166	0,166	0,167
PROD-3		0,166	0,151	0,167	0,166	0,155	0,066
PROD-4		0,166	0,165	0,167	0,166	0,165	0,132
PROD-5		0,166	0,157	0,167	0,166	0,156	0,167
PROD-6		0,166	0,161	0,167	0,166	0,155	0,167
INJ-1		0,37	0,259	0,152	0,370	0,324	0,001
INJ-2		0,37	0,315	0,205	0,370	0,349	0,302
INJ-3		0,37	0,317	0,370	0,370	0,341	0,001

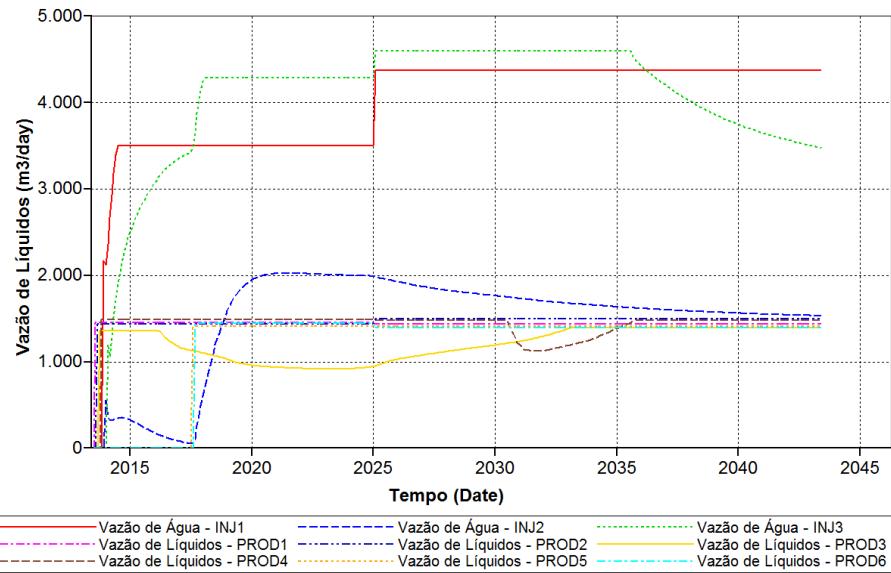


Figura 5.69. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-5 utilizando a metodologia SAO via krigagem

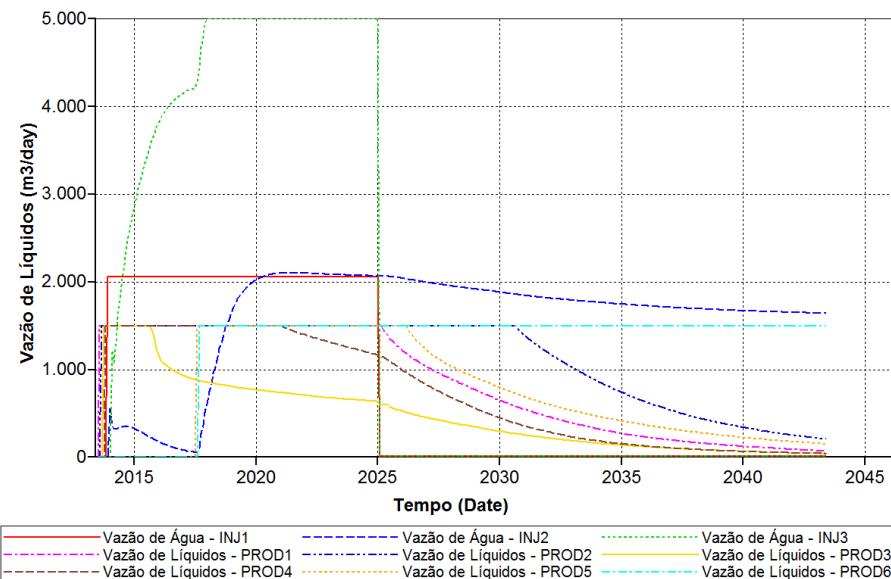


Figura 5.70. Vazão de líquido dos poços produtores do caso U-5 utilizando a metodologia SAO via RBF cúbica

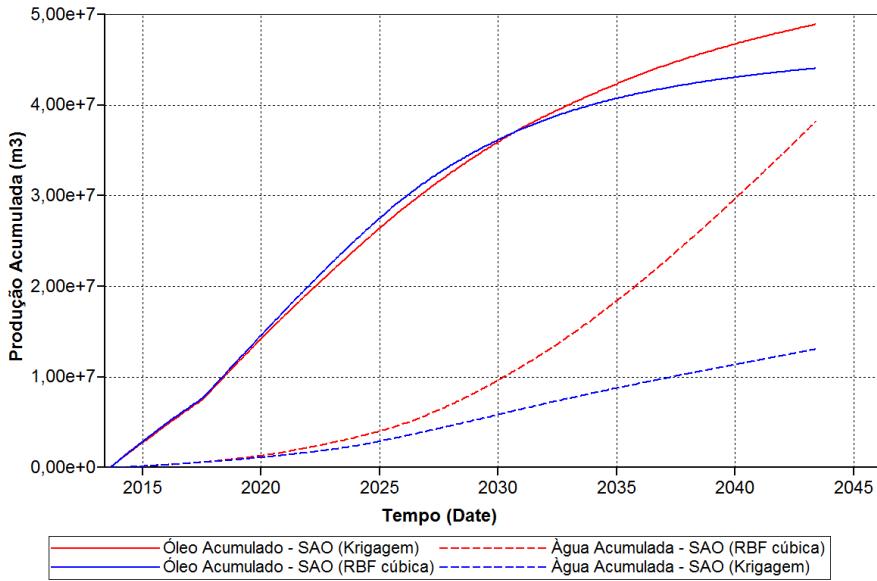


Figura 5.71. Produção acumulada de óleo e água para o caso U-5

5.3.4.1 Resultados obtidos nos estudos de problemas multiobjetivo para o reservatório 3

As funções objetivas consideradas foram as mesmas do primeiro e segundo reservatórios, que foram a produção acumulada de óleo (N_p) e a injeção acumulada de água (W_i).

A formulação da otimização multiobjetivo é mostrada nas Eqs. (4.1) e (4.2). Aqui é considerada a operação em capacidade não topada com tempo fixo em dois ciclos de controle, cuja formulação é dada pela (5.9).

A configuração de vazões máximas adotada foi a mesma do caso U-5, que foi para os poços produtores de 1500 m³/dia e nos poços injetores de 5000 m³/dia, o campo dos poços produtores teve a vazão de líquidos limitada em 9000 m³/dia e o campo dos poços injetores em 13500 m³/dia que corresponde a 1,5 vezes a vazão de líquidos do campo dos poços produtores. Com essa configuração as variáveis dos poços produtores assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,167$ e as variáveis ligadas aos poços injetores assumem valores no intervalo $0,001 \leq x_{p,t} \leq 0,37$.

No caso multiobjetivo deste reservatório foi utilizada apenas a técnica NBI utilizando o SAO via RBF cúbica. A Figura 5.72 mostra a distribuição de pontos de Pareto deste caso, foram necessárias 10544 simulações, e o parâmetro de equitatividade encontrado foi de 1,1995. Nota-se o grande número de avaliações de função, que mostra que para problemas mais realistas a otimização multiobjetivo é praticamente inviável. Foi necessária uma semana para a finalização deste resultado, utilizando seis núcleos

em paralelo, pois se utilizasse apenas um processador o resultado seria encontrado em aproximadamente quarenta dias.

Apesar de alguns pontos não serem ótimos de Pareto (pontos dominados) e de haver lacunas entre os pontos encontrados, devido à não linearidade do problema, a frente de Pareto encontrada tem a geometria parecida com a dos outros reservatórios estudados. Os valores dos pontos correspondentes aos resultados da Figura 5.72 são mostrados na Tabela 5.62.

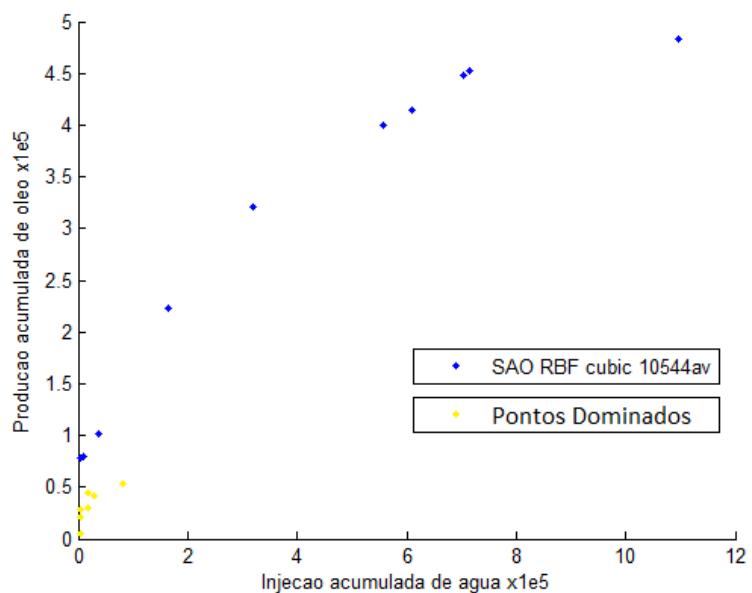


Figura 5.72. Frente de Pareto do terceiro reservatório otimizado via NBI utilizando a técnica SAO via RBF cúbica

Tabela 5.62 – Resultados obtidos pelo SAO (RBF cúbica) para o problema multiobjetivo via NBI do reservatório UNISIM-I-Mod

<u>Ciclo de Controle</u>	1												2						<u>Óleo_{prod}</u> (10 ⁵ m ³)	<u>Água_{inj}</u> (10 ⁵ m ³)
<u>Ponto de Pareto</u>	I-1	I-2	I-3	P-1	P-2	P-3	P-4	P-5	P-6	I-1	I-2	I-3	P-1	P-2	P-3	P-4	P-5	P-6		
1	0,002	0,022	0,003	0,011	0,022	0,113	0,001	0,001	0,001	0,009	0,011	0,001	0,011	0,025	0,001	0,001	0,001	0,005	0,793	0,083
2	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,066	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,214	0,044
3	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,056	0,044
4	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,056	0,044
5	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,056	0,044
6	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,056	0,044
7	0,001	0,001	0,067	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,278	0,044
8	0,001	0,084	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,080	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,776	0,044
9	0,001	0,067	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,048	0,028	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,417	0,297
10	0,063	0,001	0,001	0,038	0,001	0,001	0,088	0,001	0,149	0,016	0,001	0,004	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,140	0,529	0,808
11	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,088	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,030	0,001	0,001	0,001	0,119	0,444	0,179
12	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,099	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,022	0,294	0,178
13	0,030	0,001	0,030	0,001	0,030	0,070	0,001	0,001	0,010	0,030	0,005	0,005	0,019	0,030	0,001	0,001	0,001	0,031	1,014	0,365
14	0,069	0,003	0,048	0,040	0,032	0,072	0,006	0,006	0,098	0,069	0,044	0,044	0,058	0,032	0,003	0,006	0,006	0,107	2,224	1,655
15	0,109	0,042	0,087	0,080	0,071	0,074	0,010	0,071	0,186	0,109	0,084	0,084	0,098	0,071	0,005	0,010	0,010	0,195	3,206	3,195
16	0,151	0,076	0,127	0,115	0,114	0,117	0,003	0,166	0,260	0,151	0,118	0,077	0,140	0,114	0,048	0,088	0,106	0,290	4,003	5,575
17	0,156	0,088	0,145	0,118	0,133	0,135	0,014	0,208	0,286	0,167	0,112	0,064	0,159	0,133	0,067	0,063	0,147	0,332	4,148	6,104
18	0,167	0,132	0,167	0,155	0,167	0,167	0,071	0,306	0,328	0,167	0,109	0,038	0,167	0,167	0,111	0,029	0,245	0,370	4,475	7,048
19	0,167	0,143	0,167	0,142	0,167	0,167	0,074	0,335	0,320	0,167	0,116	0,041	0,167	0,167	0,123	0,033	0,274	0,370	4,521	7,145
20	0,167	0,167	0,167	0,167	0,164	0,370	0,370	0,370	0,167	0,167	0,167	0,167	0,164	0,370	0,370	0,370	0,370	4,833	10,963	

Capítulo 6: Conclusões

O presente trabalho teve como objetivo apresentar diversas estratégias de modelos substitutos as quais podem ser utilizadas no procedimento de otimização uni e multiobjetivo no gerenciamento das vazões do problema da injeção de água. Os tópicos tratados nesta dissertação foram investigados com o intuito de desenvolver uma ferramenta confiável e de fácil adaptação a diferentes problemas de otimização. Foi investigado o problema do gerenciamento da alocação das vazões de produção e injeção de reservatórios, obtendo-se resultados satisfatórios, como descritos a seguir.

A ferramenta desenvolvida para a otimização do gerenciamento de reservatórios foi aplicada em três problemas distintos. O primeiro reservatório, de configuração bastante simples, foi escolhido para estudar os aspectos mais básicos do problema de otimização de alocação dinâmica das vazões dos poços de produção e injeção, tanto no caso uni-objetivo quanto no caso multiobjetivo. O segundo e terceiro reservatórios, com características mais complexas e realistas, foram estudados com o intuito de testar a eficiência das estratégias em problemas reais.

Referente aos estudos conduzidos e resultados obtidos podem ser destacadas as seguintes observações:

- No reservatório 1 foram encontrados os mesmos valores de VPL para diferentes valores de vazão. Mas foram encontrados diferentes valores do VPL quando foram aplicadas diferentes restrições de operação dos poços. Isto ocorreu devido à simplicidade deste reservatório, que por possuir apenas um poço injetor, este, ao operar em sua capacidade máxima, injeta mais água do que necessita, por consequência produz mais água e diminui o valor do VPL, quando comparado à situação em que o poço pode operar em capacidade não topada.
- Os reservatórios Brush Canyon e UNISIM-I-Mod, por possuírem características mais próximas de reservatórios reais, possuem um alto grau de não-linearidade na formulação das funções envolvidas e um elevado custo computacional na simulação dos mesmos, destacando-se desta forma a justificativa para o uso de modelos substitutos no processo de otimização.
- Em alguns casos, foi verificado que, dentro de um mesmo ciclo de controle, as vazões de injeção ou de produção nos ciclos de controle podem variar até a

vazão máxima especificada. Tal comportamento é evidenciado devido à violação de valores permitidos para a pressão de fundo dos poços. Isto implica no mal funcionamento dos otimizadores, pois serão encontradas soluções subótimas devido à diferença das vazões fornecidas ao simulador e às efetivamente utilizadas pelo mesmo, que são menores que as esperadas.

- A operação dos poços em capacidade não topada (OCNT) apresenta o valor do VPL pelo menos 10% maior que a operação em capacidade topada (OCT). Com relação às metodologias podem ser destacadas as seguintes observações:
 - A metodologia SAO obteve bons resultados nos problemas propostos, alcançando o objetivo da utilização de modelos substitutos, que era a redução do custo computacional quando comparado à metodologia sem uso do modelo substituto (AF (SQP)).
 - As dificuldades encontradas pela metodologia SAO foram em relação à dimensão do problema. Isto é, quando a dimensão aumenta muito as funções apresentam uma grande multimodalidade, dificultando assim a convergência do método, além do número de amostras adotado se tornar pequeno em relação à dimensão do problema.
 - O emprego do modelo substituto via RBF, utilizando sub-rotinas do pacote *Modularized Surrogate Model Toolbox* (Müller, 2012) se mostrou promissor apresentando, em geral, melhores resultados que o modelo substituto via krigagem, utilizando sub-rotinas do pacote DACE (Lophaven, et al., 2002).

No caso multiobjetivo, as principais conclusões extraídas, através dos resultados dos exemplos analisados, foram:

- A produção acumulada de óleo (N_p) e a injeção acumulada de água (W_i) foram tomadas como funções objetivo por serem conflitantes e por serem diretamente relacionadas ao VPL. Qualquer ponto na curva de Pareto obtida através desses objetivos representa a maior quantidade de óleo que pode ser produzido para uma correspondente quantidade de água injetada.
- O método soma ponderada (WS), apresenta regiões com vazios, pois o mesmo não é capaz de fornecer soluções que estejam na parte não-convexa da frente de Pareto.
- O acoplamento do método WS com a metodologia SAO via krigagem encontrou as melhores distribuições da frente de Pareto, baseado no parâmetro de

equitatividade, em relação ao método WS operando em alta fidelidade ou quando acoplado à metodologia SAO via RBF.

- A técnica NBI é muito mais eficiente que a WS, pois, para quase todos os casos estudados, encontrou pontos ótimos nas regiões onde a WS não encontrou.
- O acoplamento da metodologia SAO com a técnica NBI foi bastante vantajoso, encontrando a frente de Pareto com muito menos avaliações da função de alta fidelidade quando comparada com a técnica NBI sem o uso de modelos substitutos. Além disso, a criação do modelo substituto via RBF foi mais eficiente que a criação do modelo via krigagem.
- Apenas no último exemplo, o reservatório 3, a frente de Pareto encontrada via NBI apresentou vazios, devido à não linearidade deste reservatório.

6.1 Sugestões para trabalhos futuros

Baseado nos estudos e resultados obtidos, seguem algumas sugestões de continuidade do presente trabalho:

- Comparar a krigagem do pacote de otimização DACE com a krigagem da plataforma DAKOTA, o *Gaussian Process*.
- Utilização de outras funções na otimização multiobjetivo. Entre elas a produção acumulada à curto prazo e a produção acumulada à longo prazo;
- Aplicação das técnicas desenvolvidas nesta dissertação no problema de ajuste ao histórico;
- Como existem incertezas geológicas, econômicas, entre outras, seria interessante o estudo da otimização sob incerteza;
- Aplicação da metodologia para solução de outros casos da engenharia prática;
- Para encontrar a “melhor” região de Pareto, utilizar um critério de utilidade, através de uma curva de isoutilidade.
- Utilizar menos pontos para a criação da frente de Pareto, nos problemas MO, interpolar mais pontos e utilizá-los como pontos iniciais para a solução do problema MO;
- A locação dos poços do problema UNISIM-I-Mod foi feita à mão, o que demandou muito tempo e a configuração escolhida provavelmente não foi uma solução ótima, logo a otimização da locação dos poços é uma boa sugestão de trabalho futuro.

Bibliografia

- Adams, B. M. et al., 2010. *DAKOTA, a multilevel parallel object-oriented framework for design optimization, parameter estimation, uncertainty quantification, and sensitivity analysis: Version 5.1 references manual.*. s.l.:s.n.
- Afonso, S. M. B., 1997. *Structural Shape Optimization Considering Multiobjective Functions*. Ouro Preto(MG): s.n.
- Afonso, S. M. B., Horowitz, B. & Wilmersdorf, R. B., 2008. *Comparative Study of Surrogate Models for Engineering Problems*. ASMO-UK (Association for Structural and Multidisciplinary Optimization in the UK)(Bath): s.n.
- Afonso, S. M. B., Macedo, C. M. H. & Oliveira, D. A. P., 2002. *Structural Shape Optimization under Multicriteria Conditions*. In: V World Congress on Computational Mechanics, Viena: s.n.
- Anderson, M. P. & Woessner, W. W., 1992. *Applied Groundwater Modeling: Simulation of Flow and Advective Transport*. San Diego, CA: : Academic Press. ISBN 0120594854.
- ANP - Agência Nacional de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis, 2012. *Anuário Estatístico Brasileiro de Petróleo, Gás Natural e Biocombustíveis*. Rio de Janeiro: ANP.
- Arora, J. S., Messac, A. & Mullur, A. A., 2007. Optimization of Structural and Mechanical Systems. In:: *Multiobjective Optimization: Concepts and Methods*. Jasbir S Arora - Chapter 4. University of Iowa, USA: s.n.
- Asadollahi, M., 2012. *Waterflooding Optimization for Improved Reservoir Management*. Ph.D. thesis. NTNU, Norway: s.n.
- Bates, S., 2003. *Development of robust simulation, design and optimization techniques for engineering applications*. PhD Thesis. School of Engineering, University of Wales, Swansea: s.n.
- Brouwer, D. & Jansen, J., 2004. Dynamic Optimization of Waterflooding with Smart Wells Using Optimal Control Theory. *SPE 78278-PA. SPE Journal*,, Volume 9, No. 4, pp. pp. 391-402..
- Buhmann, M., 2001. Approximation and interpolation with radial functions. In:: *Multivariate Approximation and Applications*. Cambridge: s.n., pp. 25-43.
- Cardoso, M. A., 2009. *Development and Application of Reduced-Order Modeling Procedures for Reservoir Simulation*. Stanford University: s.n.
- Castro, R. E., 2001. *Otimização de estruturas com Multi-objetivo via Algoritmo Genético*. COPPE/UFRJ(Rio de Janeiro): s.n.

- Coello, C. A. C., 2005. Recent Trends in Evolutionary Multiobjective Optimization. In:: *Evolutionary Multiobjective Optimization: Theoretical Advances And Applications*. s.l.:Springer-Verlag, London, ISBN 1-85233-787-7, pp. 7-32.
- Collette, Y. & Siarry, P., 2003. *Multiobjective Optimization – Principles and Case Studies*. s.l.:Springer-Verlag, 1st ed..
- Cramer, E. J. et al., 2012. *Practical Experience with a Multi-Objective Model-Management Framework Optimization Method*. Indianapolis(Indiana): s.n.
- Das, I. & Dennis, J. E., 1998. *Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multicriteria Optimization Problems*. s.l.:s.n.
- Duchon, J., 1979. Splines minimizing rotation-invariate semi-norms in sobolev spaces. In:: W. Schempp & K. Zeller, eds. *Constructive Theory of Functions of Several Variables*. s.l.:Springer-Verlag, p. 85–100.
- Filho, U. P. F., 2012. *Minimização do Fenômeno de Vibrações Induzidas por Vórtices Utilizando Otimização por Aproximação Sequencial, Master Thesis (in Portuguese)*. Recife, Brasil: Universidade Federal de Pernambuco.
- Forrester, A., Sobester, A. & Keane, A., 2008. *Engineering Design Via Surrogate Modelling: A Practical Guide*. Chichester: Wiley(ISBN 0470060689): s.n.
- Gaspar, A. T., Santos, A. & Schiozer, D., 2013. *Caso de Estudo para Seleção de Estratégia de Exploração de Reservatório Baseado no Campo UNISIM-I*, Campinas: Unicamp.
- Giunta, A. A., 2002. Use of Data Sampling, Surrogate Models, and Numerical Optimization in Engineering Design. *Paper AIAA-2002-0538 in Proceedings of the 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting Exhibit, Reno, NV, 2002*.
- GIUNTA, A. A., 2002. Use of Data Sampling, Surrogate Models, and Numerical Optimization in Engineering Design. *Paper AIAA-2002-0538 in Proceedings of the 40th AIAA Aerospace Sciences Meeting Exhibit, Reno, NV, 2002*.
- Giunta, A. A. & Watson, L., 1998. *A Comparision of Approximation Modeling Techniques: Polynomial versus Interpolating Models*. s.l., AIAA-98-4758.
- Giunta, A. & Eldred, M., 2000. *Implementation of a Trust Region Model Management Strategy in the DAKOTA Optimization Toolkit*. 8th AIAA/USAF/NASA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization. AIAA-2000-4935. Long Beach, CA.: s.n.
- Gratton, Y., 2002. *La Méthode Optimale d'Interpolation Spatiale*, Québec: Institut National de la Recherche Scientifique.

- Gutmann, H. M., 2001. A Radial Basis Function Method for Global Optimization. *Journal of Global Optimization*, p. 201–227.
- Haftka, R. T. & Gürdal, Z., 1993. *Elements of Structural Optimization – Third revised and expanded edition*. Kluwer Academic Publishers: s.n.
- Hardy, R. L., 1990. Theory and applications of the multiquadric-biharmonic method. In:: *Computers and Mathematics with Applications*. s.l.:Pergamon Press, pp. 163-208.
- Hernández, S., 1994. Geometry and Optimization Techniques for Structural Design. In:: s.l.:Kodiyalan S. and Saucena M. eds., pp. 341-361.
- Horowitz, B., Afonso, S. & Mendonça, C., 2013. Surrogate Based Optimal Waterflooding Management. *Journal of Petroleum Science and Engineering*.
- IEA - International Energy Agency, 2010. *Key World Energy Statistics*. Paris: s.n.
- IEA - International Energy Agency, 2013. *World Energy Outlook*. s.l.:s.n.
- Kartam, N., Flood, I., Garrett, J. H. & . Agrawal, G., 1997. *Artificial Neural Networks for Civil Engineers: Fundamentals and Applications*. s.l.:ASCE Publications.
- Keane, A. J. & Nair, P. B., 2005. *Computational Approaches for Aerospace Design: The pursuit of Excellence*. Hoboken: John Wiley & Sons Inc.: s.n.
- Kirsch, U., 1993. *Structural Optimization: Fundamentals and Applications*. s.l.:Springer-Verlag.
- Koski, J., 1985. *Defectiveness of Weighting Method in Multicriterion Optimization of Structures*. s.l.:s.n.
- Lophaven, S. N., Nielsen, H. B. & Søndergaard, J., 2002. *DACE A MATLAB Kriging Toolbox*, s.l.: Technical Report IMM-TR-2002-12.
- Macedo, C. M. H., 2002. *Otimização de Treliças Planas sob Várias Solicitações com Ênfase em Problemas Multiobjetivos*. s.l.:Brasil.
- Matheron, G., 1963. Principles of Geostatistics. In:: s.l.:Economic Geol., pp. 58, 1246-1268..
- Mathworks, 2012. *MATLAB User's Guide*. s.l.:s.n.
- Mckay, M. D., Beckman, R. J. & Conover, W. J., 1979. A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code. *Technometrics*, Vol. 21, No. 2, pp. 239-245.
- Messac, A. & Mattson, C. A., 2004. *Normal constraint method with guarantee of even representation of complete Pareto frontier*. 45th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC structures, Structural Dynamics & Material Conference, Palm Springs, CA, s.n.

Mikheev, V., 2011. *Encyclopedia of Mathematics*. [Online] Available at: http://www.encyclopediaofmath.org/index.php?title=Latin_square&oldid=15140 [Acesso em 18 12 2013].

Motta, R. d. S., 2009. *Otimização Robusta de Estruturas Utilizando o Método da Base Reduzida; Dissertação de Mestrado*. Universidade Federal de Pernambuco: s.n.

Motta, R. d. S., Afonso, S. M. B. & Lyra, P. R. M., 2012. *A modified NBI and NC method for the solution of N-multiobjective optimization problems*. s.l.:Springer.

Müller, J., 2012. *User guide for Modularized Surrogate Model Toolbox*. Tampere University of Technology: s.n.

Naevdal, G., Brouwer, D. & Jansen, J., 2006. Waterflooding using Closed-Loop Control. *Computational Geosciences*, Volume 10, pp. pp. 37-60..

Naidu, S. L. S., 2004. *Neural Network Surrogate Model For Multidisciplinary Design Optimization*. s.l.:M. Tech. Dissertation, Indian Institute of Technology.

Nocedal, J. & Wright, S. J., 2000. *Numerical Optimization*. s.l.:Springer-Verlag.

Oeuvray, R. & Bierlaire, M., 2005. *BOOSTERS: A Derivative-Free Algorithm Based on Radial Basis Functions*. s.l.:s.n.

Oliveira, D., 2006. *Otimização da Produção para Reservatórios de Petróleo: Abordagens Sem Uso de Derivadas para Técnicas de Alocação Dinâmica das Vazões de Produção e Injeção, Master Thesis (in Portuguese)*. Recife, Brazil: Civil Engineering Department, UFPE.

Oliveira, L., 2013. *Hibrid Strategy Applied to the optimum reservoir management (Ph.D. Thesis)*. Recife: Federal University of Pernambuco.

Pinto, J. W. O., 2011. *Otimização Utilizando Metamodelos e Algoritmos Evolucionários. Trabalho de Conclusão de Curso*. Recife: s.n.

Powell, M., 1992. The Theory of Radial Basis Function Approximation in 1990. In:: *Advances in Numerical Analysis, Volume 2: Wavelets, Subdivision Algorithms and Radial Basis Functions*. s.l.: Light, W. (ed.), pp. Oxford University Press, pp. 105–210..

Queipo, N. V. et al., 2005. Surrogate-based analysis and optimization. *Progress in Aerospace Sciences*, Volume 41, p. 1–28.

Raj, D., 1968. *Sampling Theory*. New York: McGraw-Hill.

Sacks, J., Welch, W., Mitchell, T. & Wynn, H., 1989. Design and Analysis of Computer Experiments. In:: *Statistical Science*. s.l.:s.n., pp. vol. 4, no. 4, pp. 409-435.

- Sánchez, I. F. H., 2011. *Quadrados Latinos com Aplicações em Engenharia de Software, Dissertação de Mestrado*. Recife: UFPE.
- Silva, M. F., 2010. *Estratégias de Aproximação para a Otimização Estrutural*. Universidade Federal de Pernambuco(Recife): s.n.
- Souza, S. A., 2012. *Gerenciamento Ótimo de Produção Utilizando o Algoritmo do Enxame de Partículas e Modelos Substitutos Adaptativos*. Refice - PE: s.n.
- Srinivas, N. & Deb, K., 1994. *Multiobjective Optimization Using Nondominated Sorting in Genetic Algorithms*. s.l.:s.n.
- Torres, J. S., 2001. *Otimização de Pórticos de Concreto Armado Utilizando o Sistema Computacional ANSYS*. Dept. de Engenharia Civil, Universidade de Pernambuco(Recife-PE): s.n.
- Valente, J., 1982. *Geomatemática: lições de geoestatística*. Ouro Preto: Fundação Gorceix.
- Van Essen, G. M. et al., 2009. Robust waterflooding optimization of multiple geological scenarios. *SPE 102913-PA. SPE J.* 14 (1), p. 202–210.
- Vanderplaats, G. N., 1984. *Numerical Optimization Techniques for Engineering Design: with Applications*. s.l.:McGraw-Hill, New York.
- Wild, S. M., Regis, R. G. & Shoemaker, C. A., 2008. *ORBIT: Optimization by Radial Basis Function Interpolation in Trust-Regions*. Cornell University, School of Operations Research and Information Engineering Technical Report: #ORIE-1459, To appear in SIAM Journal on Scientific Computing.